



Ontgroning onder een pijpleiding
ten gevolge van golven

M. Klein Breteler

Technische Hogeschool Delft
Afdeling der Civiele Techniek
Vakgroep Kustwaterbouwkunde

ONTGRONDING ONDER EEN PIJPLEIDING TGV GOLVEN
Afstudeerverslag

Door:
M. Klein Breteler

Oktober 1982

Onder begeleiding van:
Prof.dr.ir. E.W. Bijker
Prof.dr.ir. M. de Vries
ir. J. van de Graaff
ir. J.S. Ribberink

INHOUD

	blz.
SAMENVATTING	2
1 ALGEMEEN	4
1.1 Inleiding	4
1.2 Probleembeschrijving	5
2 EXPERIMENTEN	7
2.1 Onderzoeksmethode	7
2.2 Uitgangspunten	8
2.3 Dimensie-analyse	11
2.4 Beperkingen van de goot	13
2.5 Opzet van de experimenten	14
2.6 Meetresultaten	16
2.7 Onnauwkeurigheden in de meetresultaten	20
3 KWALITATIEVE ANALYSE	22
3.1 Bodemhoogte-verloop loodrecht op gootas	22
3.2 Standaard profiel	22
3.3 Waterbeweging	24
3.4 Zandtransportmechanisme	25
3.5 Evenwicht	30
3.6 Deelproblemen	32
4 BEREKENINGSMETHODEN	34
4.1 Stroomsnelheid rond de pijp	34
4.2 Ontgrondingsdiepte	35
5 KONKLUSIE	38
6 AANBEVELINGEN VOOR VERDER ONDERZOEK	40
BIJLAGEN	41

SAMENVATTING

Dit verslag vangt aan met een algemeen hoofdstuk waarin het doel van het onderzoek omschreven wordt als het vinden van een berekeningsmethode waarmee de ontgrondingsdiepte onder een pijpleiding ten gevolge van lopende golven bepaald kan worden. Dit wordt in het hoofdstuk daarna nog verder uitgewerkt waar het gaat om de plaats van het experimentele onderzoek in het geheel. Er wordt gekonkludeerd dat er een berekeningsmethode gewenst is, die voor een zo groot mogelijk deel een theoretische onderbouwing heeft.

Als uitgangspunt voor het onderzoek wordt het werk van van Meerendonk en van Roermund (1981) genomen. Hierbij is de situatie met stationaire stroming, die zij onderzocht hebben, vertaald naar een vergelijkbare situatie met golven door enerzijds te zorgen dat de orbitaalsnelheid ongeveer gelijk is aan de stroomsnelheid bij stationaire stroming en anderzijds te zorgen dat het resulterend zandtransport voor beide gevallen ongeveer aan elkaar gelijk zijn. Dit levert de golfhoogte, periode en waterdiepte op, die gebruikt zijn bij de verkennende experimenten die vooral gericht waren op het meten van de stroomsnelheden met de laser-doppler snelheidsmeter.

Als uitgangspunt voor een tweede serie experimenten, die voornamelijk gericht was op het meten van de ontgrondingsdiepte, zijn dimensieloze produkten gebruikt. De experimenten zijn zodanig opgezet dat er steeds maar één dimensieloze parameter (naast de ontgrondingsdiepte) gevarieerd wordt. Hiermee is de invloed van steeds één parameter in een grafiek weer te geven, terwijl de andere konstant blijven. Het hoofdstuk over de experimentele fase van het onderzoek wordt afgesloten met een fouten-analyse. De onnauwkeurigheid in de gemeten stroomsnelheden blijkt ongeveer 4% te zijn en in de gemeten ontgrondingsdiepte ongeveer 10%. Het gaat hierbij om een zeer ruwe schatting.

De kwalitatieve analyse van het ontgrondingsprobleem vangt aan met het schematiseren van het moeilijk te beschrijven en te hanteren drie-dimensionale bodemoppervlak tot een simpel bodemprofiel (snijlijn van het bodemoppervlak met een vertikaal vlak, evenwijdig aan de gootas).

Daarna worden de bodemprofielen nader bekeken om de steeds weer terugkerende eigenschappen eruit te destilleren. Het doel hiervan is om een „standaard bodemprofiel” samen te stellen, dat alle belangrijke eigenschappen bezit, maar niet onnodig gekompliceerd is als gevolg van allerlei toevalligheden.

Het standaard bodemprofiel vormt dan het uitgangspunt voor een beschouwing over de water- en zandbeweging rond de pijp. Deze mondt uit in een evenwichtsbeschouwing over erosie en sedimentatie op een aantal punten langs het bodemprofiel. Het leidt tot de konklusie dat het resulterend zandtransport geen direkte invloed heeft op de ontgrondingsdiepte en niet in verdere beschouwingen meegenomen hoeft te worden.

Dit hoofdstuk wordt afgesloten met de opsplitsing van het

ontgrondingsprobleem in vier deelproblemen.

Het eerste deelprobleem, namelijk de stroomsnelheid rond de pijp, blijkt met de potentiaaltheorie opgelost te kunnen worden. De andere drie deelproblemen zijn tot op heden nog niet opgelost. Deze zijn:

- a) Hoeveel erosie is er te verwachten op het ribbeltje recht onder de pijp agv toenemend bodemtransport door de sterk tijd- en plaatsafhankelijke stroming onder de pijp?
- b) Hoe groot is de zandconcentratie in het water onder de pijp tijdens de kentering agv de neer vlak naast het ribbeltje dat recht onder de pijp zit?
- c) Hoeveel zand zakt er, tijdens de korte tijd dat de stroomsnelheid klein is, onder de pijp naar de bodem?

Tot slot is er een empirische berekeningsmethode gevonden, die als waardevol tussenresultaat gezien kan worden.

In de konklusie wordt naar voren gebracht dat het doel van het onderzoek nog niet bereikt is en er nog verder onderzoek verricht moet worden naar de oplossing van de drie nog niet opgeloste deelproblemen.

Hoofdstuk 1 ALGEMEEN

1.1 Inleiding

Dertig jaar geleden werd voor het eerst een kleine boortoren een klein stukje uit de kust in zee gebruikt voor de winning van olie. Dat was in de Golf van Mexico. Sindsdien heeft de offshore-techniek een enorme ontwikkeling doorgemaakt, waarbij in steeds diepere en wildere zeeën olie en gas gewonnen kon worden.

Een belangrijk aspekt van het winnen van olie en gas is het transport vanaf het produktie-platform naar de wal. Hoe groter het olie- of gasveld, hoe eerder men geneigd zal zijn te kiezen voor een pijpleiding voor het transport.

In den beginne legde men de pijpleiding nog met verankeringen en verzwaringen op de bodem de zee. Tegenwoordig zijn er machines ontwikkeld die, bestuurd vanaf een schip, een sleuf kunnen graven waar later de (semi-submersible) pijpenlegger de pijpleiding in kan leggen. Daarna laat men moeder natuur de pijp met zand afdekken of men doet het machinaal.

Voor zowel het geval waarbij de pijp op het zandbed, als voor het geval dat de pijp erin wordt gelegd, geldt dat bv. door verplaatsing van de megaribbels de pijpleiding op een gegeven moment los van de bodem kan komen te liggen. Tussen de bodem en de pijp zal dan de plaatselijk grotere waterbeweging (orbitaal snelheid onder golven en stroming) aanleiding geven tot uitschuring van de zandbodem. Vooral bij de toppen van de megaribbels, waar de pijp is opgelegd, is de uitschuring erg hinderlijk omdat het tot gevolg heeft dat de oplegpunten steeds verder uit elkaar komen te liggen. De steeds verder doorhangende pijp zal voorlopig nog niet op de bodem kunnen rusten, want door de uitschuring recht onder de pijp gaat het bodemoppervlak mee naar beneden.

De sterke buiging van de pijp, gekombineerd met trillingen als gevolg van het langsstromende water en het door de pijp stromende gas of olie, kan op een gegeven moment leiden tot breuk van de pijpmantel. Hierna heeft de korrosie vrij spel en kan de mantel door roestvorming erafgedrukt worden.

Het is begrijpelijk dat deze processen mede bepalend zijn voor de levensduur van de pijp en daarom bekend moeten zijn voor het verantwoord ontwerpen van een pijpleiding.

Aan de TH-Delft zijn van Ast en de Boer in 1973 begonnen met onderzoek in het laboratorium voor vloeistofmechanica naar de uitschuring van de zandbodem recht onder een iets van de bodem hangende pijp. Zij hebben toen zowel de invloed van de stroming, golven als een combinatie van beide bestudeerd. In de tachtiger jaren is de behoefte ontstaan om hun werk nog eens over te doen met de intussen aanzienlijk verbeterde apparatuur. Er kan bijvoorbeeld nu gewerkt worden met een via

het Data Acquisition System (DAS) aan de komputer gekoppelde laser-doppler snelheidsmeter, die het mogelijk maakt gedurende de gehele golfperiode (inklusief kentering van stroming) de stroomsnelheid te meten.

Het totale onderzoek kan onderverdeeld gedacht worden in drie hoofdonderdelen. Het eerste deel omvat de ontgronding onder een pijpleiding tgv een stationaire stroming en is door van Meerendonk en van Roermund bestudeerd (1981).

Het tweede deel is het onderzoek naar een berekeningsmethode die het mogelijk maakt de ontgrondingsdiepte onder een pijpleiding tgv lopende golven te voorspellen. Het nu voor u liggende verslag beschrijft een deel van dit onderzoek.

In de toekomst is het derde hoofdonderdeel aan de beurt, dat de ontgronding onder invloed van een combinatie van lopende golven en stationaire stroming in gaat houden.

1.2 Probleembeschrijving

Door veranderingen in het bodemoppervlak kan de situatie ontstaan dat de pijpleiding niet meer in of op de bodem ligt, maar er iets boven hangt (zie figuur 1). Het stromende water (eventueel oscillerend agv golven) kan dan ook onder de pijp langs stromen en zal recht onder de pijp veel sneller stromen dan elders, omdat de aanwezigheid van de pijp het water dwingt gebruik te maken van een kleiner doorstroomprofiel.



figuur 1



figuur 2

Aannemende dat er een zandbodem met voldoende fijn zand is, zodat de zandkorrels door de stroming meegevoerd kunnen worden, zal er recht onder de pijp erosie optreden.

Er ontstaat dan een bodemprofiel dat vergelijkbaar is met dat van figuur 2, hetgeen verder stabiel blijkt te zijn.

Het in dit verslag beschreven onderzoek moet antwoord geven op de vraag: Hoe diep wordt uiteindelijk de kuil onder de pijp en

en van welke externe omstandigheden is deze diepte afhankelijk?

Het doel van het onderzoek is dus het vinden van een methode om te kunnen beoordelen of een gekozen bodemprofiel en gatdiepte onder de gegeven omstandigheden stabiel zijn, of dat de bodem verder zal uitschuren of aanzanden. Dit laatste betekent dat de ontgrondingsdiepte respektievelijk te ondiep of te diep is verondersteld.

Hoofdstuk 2 EXPERIMENTEN

2.1 Onderzoeksmethode

Om de plaats die het laboratorium-onderzoek in dit onderzoek krijgt goed te kunnen lokaliseren, dient men zich te realiseren dat er grofweg twee uitersten denkbaar zijn voor wat betreft de wegen die bewandeld kunnen worden:

- 1 Laboratorium-experimenten geheel op de voorgrond;
Met alleen maar laboratorium-experimenten een puur empirische relatie opstellen tussen de belangrijke (situatie beschrijvende) parameters en de ontgrondingsdiepte.
Het komt er dan op neer dat er vele meetwaarden in een grafiek worden uitgezet en vervolgens een lijn door de punten wordt getrokken.
- 2 Laboratorium-experimenten ver op de achtergrond;
Met een puur theoretische analyse en theorieën van anderen met betrekking tot de stroming en het verband tussen stroming en uitschuring, een relatie opstellen tussen de golfparameters etc. en de ontgrondingsdiepte. Controle van de oplossing vindt plaats door middel van laboratorium-experimenten.

Het grote voordeel van de eerste methode (empirisch) is dat het bijna zeker tot een duidelijk „resultaat“ leidt. Jammer is het dat dit resultaat alleen maar bruikbaar is in de laboratoriumgoot waar de experimenten plaatsvonden. Vertaling naar de werkelijkheid wordt zeer lastig, omdat er totaal geen begrip is verkregen in wat er om de pijp allemaal gebeurt. Afwijkende omstandigheden kunnen in een theorie vaak wel worden ingepast, maar niet in een puur empirische relatie. Het feit dat de ribbelbodem in de laboratoriumgoot er heel anders uitziet dan in het prototype, wijst al in de richting van deze vertaalproblemen.

De tweede methode is even onbruikbaar als de eerste, omdat hij veel te moeilijk is om er het gekompliceerde ontgrondingsprobleem mee op te lossen. Een combinatie van beide lijkt mij veel zinvoller, omdat de positieve kanten van beide uitersten dan gekombineerd kunnen worden.

Voor dit onderzoek betekent dit dat er eerst in detail naar het verschijnsel 'zandtransport rond de pijp' wordt gekeken door bij wat eenvoudige experimenten alleen maar te kijken hoe het zand en het water zich na het instellen van het bodem-evenwicht bewegen. Met deze kennis kan dan het probleem opgedeeld worden in deelproblemen, waarvan er enkele met een puur theoretische analyse zijn op te lossen, enkele met behulp van empirische relaties en enkele dmv een combinatie van beide. Samenvoegen van de oplossingen van de deelproblemen moet dan uiteindelijk de gewenste voorspellingsmethode van de ontgrondingsdiepte opleveren.

Samenvattend ga ik het probleem dus eerstē uiteenrafelen

(langs theoretische weg) en vervolgens de kleine deelproblemen, die relatief gemakkelijk naar het prototype te vertalen zijn, eventueel langs empirische weg trachten op te lossen.

2.2 Uitgangspunten

Het zoeken naar literatuur over dit onderwerp leert al snel dat er eigenlijk alleen onderzoek is gedaan naar uitschuring door stroming en nauwelijks door golven. Alleen het werk van van Ast en de Boer (1973) beschrijft ook de uitschuring onder een pijp tgv lopende golven en hun meetresultaten zijn dan ook hier gebruikt om een indruk te krijgen van wat er allemaal is te verwachten bij de experimenten.

Zij hebben in dezelfde goot hun onderzoek gedaan als ik.

Zoals u al in de inleiding van dit verslag heeft kunnen lezen, kan mijn onderzoek gezien worden als een voortzetting van het werk van van Meerendonk en van Roermund, die de uitschuring onder een pijpleiding tgv stroming hebben bekeken. Om hun onderzoeksresultaten te kunnen vergelijken met de mijne, moet de stroming die zij gebruikt hebben vergelijkbaar zijn met de golven bij mijn experimenten.

Van de vele aspecten van golven en stroming die in dit verband aan elkaar gelijkgesteld kunnen worden, heb ik twee reële mogelijkheden gekozen:

- a) De maximale watersnelheid onder een golftop (ter hoogte van het hart van de pijp, dus ongeveer 2 à 3 cm boven het gemiddelde bodemnivo) gelijk stellen aan de watersnelheid op die hoogte bij de stroming.
- b) De golven zo hoog maken dat het resulterend zandtransport bij golven en stroming hetzelfde is.

Beide voorwaarden komen in dit geval ongeveer op hetzelfde neer:

Stroming 1: $h = 0,311$ m (waterdiepte)
 $\bar{v} = 0,247$ m/s (stroomsnelheid, gemiddeld over doorstroomprofiel)
 $v_{\text{hart pijp}} = 0,187$ m/s (watersnelheid)

Stroming 2: $h = 0,314$ m
 $\bar{v} = 0,198$ m/s
 $v_{\text{hart pijp}} = 0,159$ m/s

Golven 1: $h = 0,311$ m (waterdiepte)
 $T = 1,7$ sec (periode)
 $H = 0,07$ m (golfhoogte)

Golven 2: $h = 0,311$ m
 $T = 1,7$ sec
 $H = 0,055$ m

De orbitaalsnelheden onder de golven zijn berekend met de cnoïdaaltheorie en het zandtransport onder golven met de formule van Hijum:

$$S_{\text{golven}} = 374 \cdot 10^{-6} \frac{t_{\text{top}}}{T} \cdot \left(1 - \frac{t_{\text{top}}}{T}\right) u_{\text{min}} \cdot \exp(-38,9 \cdot \Delta \cdot g D_{50} u_{\text{max}}^{-2})$$

Deze formule is opgesteld aan de hand van experimenten in de Leidse goot.

Het zandtransport bij stroming is berekend met behulp van de formule van Kalinske-Frijlink:

$$S_{\text{stroom}} = BD_{50} \frac{v}{C} \sqrt{g} \cdot \exp\left(-0,27 \frac{\Delta \cdot C^2 D_{50}}{\mu \cdot v^2}\right)$$

Tot nu toe lijkt de vergelijking tussen de golven en de stationaire stroming nog wel mogelijk. Een gedetailleerdere beschouwing van de golven die in de Leidse goot opgewekt kunnen worden, leert ons echter dat het net genoemde reken-sommetje niet helemaal opgaat.

In het algemeen zijn golven opgebouwd uit 4 hoofdgolven, te weten:

- 1) Vormvaste hoofdgolf (Stokes-golf) met oppervlakte-uitwijking volgens: $\eta(x,t) = A_1 \cos(\omega t) + A_2 \cos(2\omega t) + A_3 \cos(3\omega t)$
 A_1 = amplitude van de 1^{de} orde term van de stokes-golf.
 $\omega = 2\pi/T$

T = basis-frequentie van de hoofdgolf.

Zowel de basis-golf (A_1) als de beide pseudo-harmonische (A_2 en A_3) hebben dezelfde voortplantingssnelheid c_1 .

- 2) Stoorgolf (Fontanetgolf)

Periode: $\frac{1}{2}T$

Deze vrije golf wordt opgewekt, doordat de zuiver sinus-vormige beweging van het golfschot niet overeenkomt met een snelheidsprofiel onder een niet-vervormende vrije zwaartekrachtsgolf met basisfrequentie T op relatief ondiep water.

Voortplantingssnelheid: c_2 ($c_2 < c_1$, stoorgolf loopt langzamer dan hoofdgolf).

- 3) Twee interactie-golven (Kravtchenko en Santon).

Deze ontstaan door niet-lineaire interactie tussen twee vrije, in dezelfde richting lopende, regelmatige golven met verschillende fasesnelheid.

Voortplantingssnelheid: c_* en c'_* .

Er geldt: $c_* < c_2 < c'_* < c_1$

Al deze golven hebben verschillende voortplantingssnelheden en zullen elkaar dan ook regelmatig inhalen. Dit betekent dat soms een tweetal golven elkaar versterken en soms juist in tegenfase zijn en elkaar dus verzwakken. Bekijken we voor het gemak alleen even de stoorgolf en de hoofdgolf, dan zien we op een bepaald moment dat beide een golftop op dezelfde plaats hebben. Volgen we vanaf dat punt de golftoppen, dan blijkt dat de hoofdgolf sneller gaat dan de stoorgolf en dat de golftop van de hoofdgolf de verderop lopende golftop van de stoorgolf aan het inhalen is. Na verloop van tijd heeft de golftop van de hoofdgolf de stoorgolf inderdaad ingehaald en zijn beide golven weer in fase.

De inhaallengte van de golven is de afstand die de snelste golf heeft afgelegd, wanneer hij de langzamere golf weer heeft

ingehaald (als fase weer gelijk is). In formule-vorm:

$$L = \frac{\lambda_2}{c_1 - c_2} \cdot c_1$$

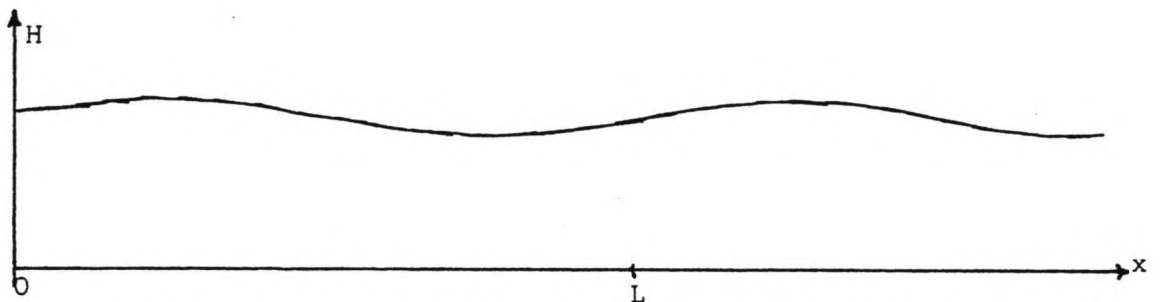
L = inhaallengte

λ_2 = lengte tragere golf

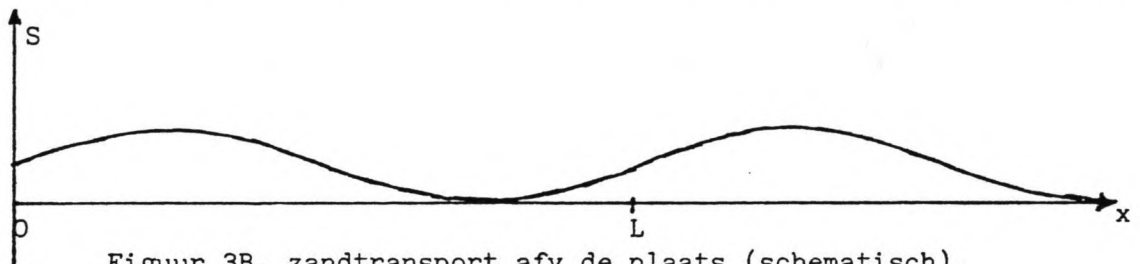
c_1 = voortplantingssnelheid van snellere
golf

c_2 = voortplantingssnelh. langzamere golf

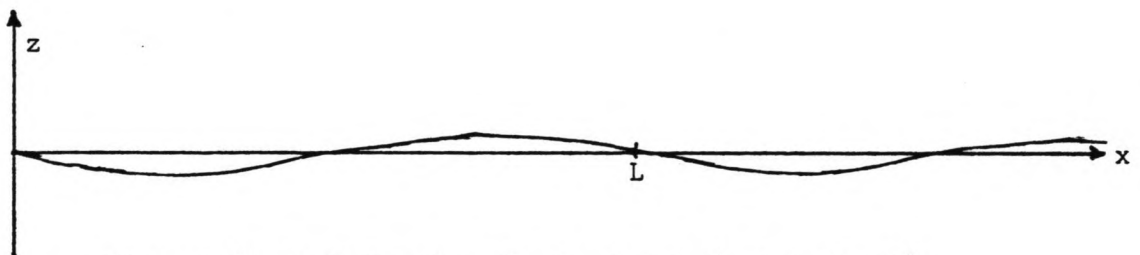
De inhaallengte van alle combinaties van de vier genoemde golven zijn aan elkaar gelijk, hetgeen betekent dat in de goot de golfhoogte uitsluitend een functie is van de plaats (met de inhaallengte als periodiciteit) en niet van de tijd afhankelijk is (zie figuur 3A).



Figuur 3A, golfhoogte als functie van de plaats (schematisch).



Figuur 3B, zandtransport afv de plaats (schematisch).



Figuur 3C, bodemhoogte afv de plaats (schematisch).

Omdat er een duidelijk verband bestaat tussen de grote van de golfhoogte en het zandtransport, zal ook het zandtransport een periodieke functie van de plaats zijn met de inhaallengte als periodiciteit (zie figuur 3B).

De bodem zal hierop reageren met de vorming van zandbanken en kuilen (zie figuur 3C).

Het zal duidelijk zijn dat we niet kunnen spreken van het

zandtransport, hoogstens van het gemiddelde zandtransport in de goot. Hetzelfde geldt voor de orbitaalsnelheid onder de golven en de golfhoogte. Dit verschijnsel is echter zo gekompliceerd, dat het in dit stadium van het onderzoek nog even genegeerd wordt. We zijn tenslotte pas bezig met het zoeken naar de golfhoogte, periode en waterdiepte die gebruikt kunnen worden bij de verkennende experimenten. Voorlopig kies ik de golfhoogte als het oppervlakte-uitwijking-verschil tussen de golftop en het golfdal, ter plaatse van de pijp of waar de pijp geplaatst gaat worden. Voor de orbitaalsnelheid kies ik de waarde die volgt uit een berekening met de cnoïdaaltheorie en het zandtransport neem ik gelijk aan dat van Hījum mat.

Bij de verkennende experimenten, die vooral gericht waren op het meten van de stroomsnelheden rond de pijp, heb ik daarom toch de volgende golfparameters ingesteld:

$h = 310$ mm (waterdiepte)

$T = 1,7$ s (golfperiode)

$H = 70$ mm of 55 mm (golfhoogte)

Verderop in dit verslag wordt dieper op de verkennende experimenten en hun resultaten ingegaan.

2.3 Dimensie-analyse

Deze dimensie-analyse heeft tot doel de parameters, die invloed hebben op de ontgrondingsdiepte, te ordenen in dimensieloze produkten met liefst een herkenbare fysische betekenis.

De produkten vormen dan het uitgangspunt voor een tweede serie experimenten, waarmee getracht wordt het verband tussen de parameters en de ontgrondingsdiepte te bepalen, hetgeen meer inzicht moet gaan verschaffen in het ontgrondingsprobleem.

De parameters die invloed hebben op de ontgrondingsdiepte (inklusief de ontgrondingsdiepte zelf) zijn achtereenvolgens:

- y ontgrondingsdiepte tov gemiddelde bodemhoogte (m)
- d hoogte onderkant pijp tov gem. bodemhoogte (m)
- D pijpdiameter (m)
- D_{50} korreldiameter van zand (m)
- L golflengte (m)
- T golfperiode (sec)
- H golfhoogte (m)
- h waterdiepte (m)
- u_b orbitaalsnelheid boven vlakke bodem (m/s)
- u_p orbitaalsnelheid onder de pijp (m/s)
- a_b amplitude van waterbeweging boven vlakke bodem (m)
- t_{top} tijdsduur per periode dat het waternivo boven de evenwichtsstand is (sec)

η	dynamische viscositeit (kg/ms)
ρ	soortelijke massa van water (kg/m ³)
ρ_s	soortelijke massa van zand (kg/m ³)
g	gravitatie-versnelling (m/s ²)
S	sedimenttransport (m ³ /s)

Een aantal van deze parameters hebben een bekende relatie met de andere:

$$\left. \begin{aligned} a_b &= \frac{HL}{4\pi h} \\ u_b &= \frac{HL}{hT} \cdot \frac{1}{2} \\ L &= T\sqrt{gh} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &(\text{ondiep water benadering;} \\ &\text{eventueel ook nauwkeuriger} \\ &\text{bepaalbaar}) \end{aligned}$$

$$t_{\text{top}} = \frac{21,6}{U+70} + 0,2 \quad \text{met } U = \frac{HL^2}{h^3}$$

Deze parameters kunnen daarom buiten beschouwing blijven. Het zandtransport (S) laat ik ook buiten beschouwing, omdat ik niet van plan ben de waarde hiervan bij de experimenten te meten. Ik ben slechts geïnteresseerd in die dimensieloze produkten, waar ik wat mee ga doen. Bovendien is het bepalen van een goede dimensieloze zandtransportparameter bijzonder moeilijk en tijdrovend. Gezien het bovenstaande loont dit de moeite niet.

Uiteindelijk zijn er dus nog 12 parameters over:

$$y \ u_p \ h \ H \ T \ d \ D_{50} \ \rho_s \ \rho \ D \ \eta \ g$$

De eerste zes parameters worden straks bij de experimenten gevariëerd en mogen daarom maar in één produkt voorkomen. Na wat rekenwerk volgen er 9 onafhankelijke dimensieloze produkten:

y/D	relatieve ontgrondingsdiepte
$\frac{u_p}{\sqrt{gD}}$	getal van Froude
h/D	relatieve waterdiepte
$T\sqrt{g/D}$	relatieve golfperiode
H/D	relatieve golfhoogte
D_{50}/D	relatieve korrelgrootte
d/D	relatieve buishoogte tov gem. bodemhoogte
$\frac{\rho_s \sqrt{g} D^3}{\eta}$	
$\frac{\rho \sqrt{g} D^3}{\eta}$	

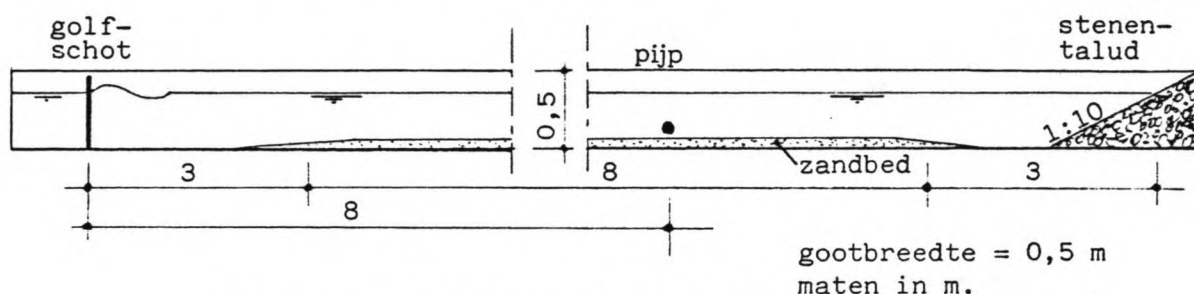
Andere dimensieloze produkten, zoals bijvoorbeeld de Ursell-parameter die als golfvormparameter gezien kan worden, zijn allemaal afhankelijk van bovenstaande produkten.

Hoe deze dimensieloze produkten verder gebruikt zijn bij het opzetten van de tweede serie experimenten, wordt tezamen met de verkennende experimenten in paragraaf 2.6 behandeld.

2.4 Beperkingen van de goot

Alle metingen voor dit onderzoek zijn verricht in de Leidse goot van het laboratorium voor vloeistofmechanica van de TH-Delft. Deze goot is 14 m lang en heeft een zandbed van ongeveer 8 m (zie figuur 4).

Het aan het begin van de goot opgestelde golfschot is slechts verstelbaar voor wat betreft de golfhoogte en golfperiode, terwijl de golfvorm niet afzonderlijk is in te stellen. Toch zou het plezierig zijn als de golfvorm niet te veel zou afwijken van een nette sinusvormige of cnoïdale golf, omdat juist voor die golven al zoveel formules en theoriën zijn ontwikkeld. Daarom is de keuze van de golfhoogte, periode en waterdiepte,



Figuur 4, langdoorsnede van Leidse goot (schematisch).

waar de golfvorm afhankelijk van is, beperkt.

In de praktijk is gebleken dat in de Leidse goot de golfperiode niet groter dan ongeveer 2 sec mag worden gekozen, gezien de golfvormafwijkingen als gevolg van de reflectie van de golven op het achtertalud. Verder moet de golfhoogte beperkt blijven tot ongeveer 80 mm om de waterbeweging niet zo wild te laten worden, dat de geschapen situatie totaal niet meer vergeleken kan worden met de situaties bij lagere golfhoogten. Tot slot moet de waterdiepte tussen 320 mm en ongeveer 200 mm blijven, omdat enerzijds de goot een beperkte hoogte heeft en anderzijds de golfvorm bij kleinere waterdiepte zeer vreemd wordt.

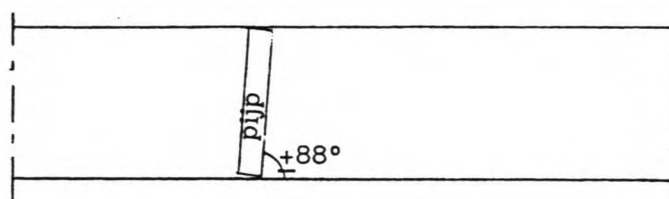
Ook al wordt de golfschot-instelling en de waterdiepte binnen de bovenstaande grenzen gekozen, dan nog kan het zijn dat door een ongunstig fase-verschil tussen de stoorgolf en de hoofdgolf de golfvorm afwijkt van de normale sinusoidale of cnoïdale vorm. Aan de resultaten van experimenten is duidelijk te zien dat dit al gauw van invloed is op de orbitaalsnelheid (zie bijlage 44 voor de golfvorm en bijlage 43 voor de bijbehorende orbitaalsnelheden). De pijp heeft steeds op 8 m van het golfschot gezeten, zodat bij de ene golfkonditie het fase-verschil tussen de hoofdgolf en de stoorgolf anders is dan bij de andere golfkonditie. Een tweede vervelende konsekwentie van de aanwezigheid van stoorgolven is het ontstaan van zandbanken in de goot. Gelukkig hebben de experimenten met de pijp een korte duur (enkele uren), zodat de zandbanken nauwelijks de tijd krijgen om te groeien. Bij alle experimenten is dit verschijnsel daarom genegeerd. Het talud aan het einde van de goot zou er voor moeten zorgen dat de golven breken en volledig verdwijnen. Helaas treedt er toch wat reflectie op met als gevolg dat er niet alleen lopende,

maar ook staande golven in de goot zijn. De bodem reageert hierop met de vorming van een golfpatroon met een golflengte van 1 à $1\frac{1}{2}$ m (= halve golflengte van golven in water), en een amplitude van ongeveer 5 mm na 25 uur golven ($H=70\text{mm}$ $T=1,7\text{s}$ $h=310\text{mm}$) (zie bijlage 7).
Vanwege de korte duur van de meeste proeven kon ook dit verwaarloosd worden.

2.5 Opzet van de experimenten

Elk experiment, waarbij met een bepaalde instelling van het golfschot en plaatsing van de pijp de gatgrootte etc. wordt opgemeten, is als volgt in afzonderlijke onderdelen op te splitsen:

- a) Allereerst wordt de bodem zorgvuldig vlak gemaakt.
- b) Dan wordt de waterdiepte opgemeten door met een peilschaal op enkele plaatsen de bodemhoogte en het waterpeil op te meten.
In het vervolg van het experiment wordt er van uitgegaan dat de nu opgemeten gemiddelde bodemhoogte gedurende het hele experiment als gemiddelde bodemhoogte gezien kan blijven worden. Er wordt dus aangenomen dat er geen zandbanken ontstaan.
- c) Soms wordt nu de bodemhoogte opgemeten met de provo. Eventueel wordt het signaal dat van de provo afkomt bemonsterd met het Data Acquisition System en doorgegeven aan een komputer die de data op tape zet.
- d) Vervolgens wordt de golfmachine aangezet en de golfperiode ingesteld.
De periode is gemeten door met een stopwatch te kijken hoelang het duurt voordat er bv. 30 golven langs zijn gekomen.
- e) Op de plaats waar straks de pijp geplaatst wordt, wordt dan de golfhoogte-meter in het water gehangen. Hiermee wordt dan de golfhoogte ingesteld.
De golfhoogte is het verschil in oppervlakte-uitwijking tussen een maximum en een daar opvolgend minimum.
- f) Vervolgens wordt er ongeveer een uur gegolfd, zodat er een ribbelpatroon in de bodem kan ontstaan.
- g) Dan wordt het golfschot stilgezet en kan de pijp geplaatst worden door hem iets scheef te duwen, zodat hij klem komt te zitten tussen de glaswanden van de goot. Hij zit dan dus niet loodrecht op de gootas, maar $\pm 2^\circ$ afwijkend daarvan (zie figuur 5).
De hoogte van de pijp tov de bodem wordt ingesteld met behulp van een peilnaald.
Bij de verkennende experimenten, die vooral gericht waren op het meten van de stroomsnelheden rond de pijp, werd de pijp op het oog op $\pm 8\text{m}$ van het golfschot geplaatst. Het nadeel van



Figuur 5, bovenaanzicht van de goot.

deze methode is dat, wanneer de pijp even uit de goot is gehaald om de bodem op te meten met de provo, de pijp niet meer exakt op dezelfde plaats in de goot komt. Meestal zit hij dan wel één à twee milimeter verderop. Voor de snelheidsmetingen is dit niet zo'n ramp, omdat de bodem binnen enkele minuten golven zich heeft aangepast aan de nieuwe plaats van de pijp, maar voor de prentjes van het bodemprofiel heeft dit wel degelijk konsekwenties. Dit komt bij punt j aan de orde.

Later zijn er metingen verricht die voornamelijk gericht waren op de grootte van de ontgrondingsdiepte en het bodemprofiel bij de pijp. Bij deze metingen heb ik op de glaswand van de goot een verticale streep getrokken op de plaats waar het hart van de pijp moest gaan komen. Dit maakte het mogelijk om de pijp steeds weer op precies dezelfde plaats te zetten.

h) Als de pijp geplaatst is, wordt er gegolfd totdat de bodem onder de pijp in een evenwichtssituatie is gekomen (na ± 1 uur).

i) Vervolgens kunnen de stroomsnelheden op diverse plaatsen rond de pijp gemeten worden.

Daartoe wordt de laser eerst op de bovenkant van de pijp gericht en wel zodanig dat het meetvolume recht boven het hart van de pijp zit. Dan kan de meetwagen over een aantal centimeters verschoven worden, zodat de horizontale koördinaat van het op te meten punt is ingesteld. De horizontale afstand totaan het hart van de pijp is dan dus exakt bekend.

Vertikaal kan de zaak eenvoudig ingesteld worden met behulp van een op de meetwagen gemonteerde peilnaald.

Het meetsignaal dat van de laser afkomt wordt eerst met een filter ontdaan van de hogere frekwenties en dan bemonsterd (10 Hz, of 200 Hz als we ook in de turbulente beweging geïnteresseerd zijn) met het Data Aquisition System (DAS). De meetwaarden worden daarna automatisch doorgegeven aan een komputer die de data op tape opslaat.

Eén snelheidsmeting bestaat uit het meten van de stroomsnelheid in een vast punt met tussenpozen van 1/10 sec gedurende ongeveer 25 sec. Het gemeten signaal wordt dan in de komputer opgedeeld in 15 stukken die elk zo lang zijn als de periode van de hoofdgolf. Van elk stuk berekent de komputer dan de eerste 7 fourier-komponenten, zodat het i^{de} stuk als volgt beschreven is:

$$u_i(t) = \sum_{j=1}^7 A_{ij} \cos\left(\frac{2\pi j t}{T} + \phi_{ij}\right)$$

Dan wordt als volgt een „gemiddelde” golf berekend:

$$\overline{A_j} = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} A_{ij} \quad \text{en} \quad \overline{\phi_j} = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} \phi_{ij}$$

Wanneer de golven niet te veel van elkaar afwijken, zoals in dit geval, worden met deze methode de fourier-komponenten berekend van een golf die alle belangrijke kenmerken van de gemeten golven bezit, maar waarin de toevalligheden die in de golven voorkomen, nauwelijks zijn terug te vinden.

- j) Als afsluiting van het experiment wordt er met de provo een prentje gemaakt van het bodemoppervlak bij de pijp. Om het later mogelijk te maken de pijp in dit prentje in te tekenen, moet de plaats van de pijp tov het bodemprofiel bekend zijn. Daartoe wordt het plaatsbepalingssysteem van de provo (het lampje op de meetwagen dat om de 25 cm door een gaatje in de rail op de goot schijnt) gebruikt.

Wanneer de pijp op precies 8 m van het golfschot zat, dan schijnt het lampje op de meetwagen, net op het moment dat de provo het hart van de pijp passeert, door een gaatje in de rail van de goot. Dit wordt geregistreerd en vastgelegd op het ene kanaal van de schrijver, terwijl op het andere kanaal het signaal van de provo is aangesloten. De horizontale plaats-koördinaat van de pijp tov het gemeten bodemprofiel is hierdoor bekend.

De verticale plaatskoördinaat wordt bepaald door de bodemhoogte met de peilnaald recht onder het hart van de pijp op te meten. Samen gevoegd met de pijphoogte, die ook met de peilnaald is opgemeten, is dan de gatgrootte en de plaats van de pijp tov het bodemprofiel bekend.

Met deze informatie kan dan de pijp in het, door provo opgemeten en uitgetekende, prentje getekend worden.

Bij de verkennende experimenten is, naast de meting met de provo, alleen een tekening (met doorzichtig millimeterpapier) van het bodemprofiel gemaakt, zoals dat te zien is door de glaswand van de goot. Hierdoor is de plaats van de pijp tov het bodemprofiel bij deze metingen veel minder nauwkeurig bekend dan bij de latere metingen.

2.6 Meetresultaten

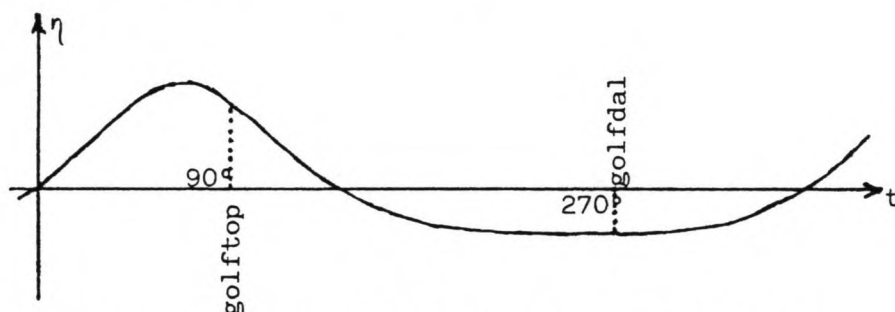
De verrichte experimenten zijn grofweg in te delen in twee groepen, waarbij in de eerste groep de verkennende experimenten thuis horen, die voornamelijk gericht zijn op het meten van de stroomsnelheid rond de pijp. De tweede groep metingen richt zich op de ontgrondingsdiepte nadat er zich een evenwichtsbodemprofiel heeft ingesteld.

Vanaf bijlage 8 zijn de meetresultaten te vinden van groep 1, te beginnen met de stroomsnelheid op diverse hoogten boven de bodem tijdens het passeren van een golftop en een golfdal. In tabel 1 wordt een overzicht gegeven van alle metingen van de stroming rond de pijp.

In het algemeen geldt dat bij de tekeningen van het stromingsbeeld het tijdstip, waarop de horizontale snelheidskomponent nul is (van negatief naar positief gaand; zie ook figuur 6), als uitgangspunt heeft gediend. Het stromingsbeeld

Tabel 1, overzicht metingen van groep 1.

H	T	h	d	Bijlage	Bijzonderheden
70	1.7	310	1	8 + 9	} Stromingsbeeld rond de pijp en bodemprofiel gemeten
70	1.7	310	-10	10 + 11	
55	1.7	310	6	12 + 13	
55	1.7	310	2½	14 + 15	
55	1.7	310	-4	16 + 17	} Stromingsbeeld zonder pijp
70	1.7	310	-	18 + 19	
55	1.7	310	-	20 + 21	} Bodemhoogte in de hele goot na lang golven
70	1.7	310	1	22	
70	1.7	310	1	7	} Bodemhoogte in de hele goot na lang golven
55	1.7	310	2½	6	
mm	s	mm	mm	-	eenheid



Figuur 6, schematische weergave van tijdstippen waarop snelheidsbeeld is getekend.

tijdens golftop is 90° en tijdens golfdal 270° in fase ten opzichte van dit uitgangspunt verschoven (zie figuur 6). Dit heeft tot gevolg dat niet exakt de golftop en het golfdal zijn weergegeven, maar een tijdstip dat daar kort na valt. De snelheidsvektor is hierdoor in de prentjes niet precies horizontaal.

Bij de bijlagen 8, 9, 18 en 19 is er een korrektie toegepast van 0,05 sec, zodat hier het tijdstip van „golftop” en „golftop” aanzienlijk nauwkeuriger benaderd wordt.

In de toekomst moet er simultaan met de snelheid ook de oppervlakte-uitwijking gemeten worden om deze problemen adequaat op te kunnen lossen.

Ten aanzien van bijlage 22 (stoorgolven) valt op te merken dat uit het verloop van $\hat{u}_2$ de inhaallengte en de grootte van de stoorgolven te halen is. De $\hat{u}_1$ -komponent van de snelheid heeft een golvend verloop met een golflengte van ongeveer $1\frac{1}{2}$ m. Dit duidt op staande golven agv reflectie op het achtertalud. In bijlage 6 zijn tenslotte enkele prentjes te zien van de gemiddelde bodemhoogte in de goot na een tijd lang golven. De invloed van stoorgolven (inhaallengte ≈ 8 m) is hierin nauwelijks te zien. Wel is de invloed van de reflekterende golven opvallend duidelijk (golflengte in de bodem $\approx 1\frac{1}{2}$ m) (zie bijlage 7).

Tabel 2, Parameters die in alle experimenten hetzelfde waren:

$D = 50 \text{ mm}$ (pijpdiameter)
 $x = 8 \text{ m}$ (afstand van pijp tot golfschot)
 $D_{50} = 150 \text{ }\mu\text{m}$ (gemiddelde diameter van zand)
 $l = \pm 9 \text{ m}$ (lengte van zandbed)
 $b = 0,5 \text{ m}$ (breedte van goot)

Tabel 3, overzicht van de metingen van groep 2.

nummer	T	H	h	d	bijlage	bijzonderheden
1	1,7	60	250	5,0	24	} pijp is steeds wat dieper gedrukt.
2	1,7	60	250	2,5	"	
3	1,7	60	250	0,0	"	
4	1,7	60	250	-2,3	"	
5	1,7	60	250	-4,8	"	
6	1,7	60	250	-10	"	
7	1,9	60	250	0	24	Eenheden: H: mm T: s h: mm d: mm
8	1,7	60	250	0	"	
9	1,6	60	250	0	"	
10	1,5	60	250	0	"	
11	1,4	60	250	0	"	
12	1,3	60	250	0	"	
13	1,7	60	300	0	25	uitschuringsproces. situatie na 2 minuten golven. situatie na 5 min. golven. situatie na 10 min. golven.
14	1,7	60	280	0	"	
15	1,7	60	200	0	"	
16	1,7	80	250	0	25	
17	1,7	70	250	0	"	
18	1,7	50	250	0	"	
19	1,7	60	250	0	29	
20	1,7	60	250	0	31	
21	1,7	60	250	0	32	
22	1,7	60	250	0	33	

Tabel 3 geeft een overzicht van de metingen die horen bij groep 2. Als uitgangspunt voor deze metingen heeft de dimensie-analyse gefungeerd.

De experimenten hebben tot doel het verband aan te geven tussen de ontgrondingsdiepte enerzijds en elk van de andere dimensieloze produkten anderzijds. Het gaat hierbij om puur empirisch verkregen gegevens, die niet gebruikt kunnen worden om een algemeen geldende empirische formule op te stellen waarmee de ontgrondingsdiepte berekend kan worden, maar uitsluitend bedoeld zijn om vast te stellen welke parameters veel en welke weinig invloed hebben op de ontgrondingsdiepte. Hiermee kan slechts het inzicht in het ontgrondingsprobleem vergroot worden; het kan er niet mee opgelost worden (zie ook paragraaf 2.1).

De experimenten zijn zodanig opgezet, dat er steeds maar één dimensieloze parameter (naast de ontgrondingsdiepte) gevarieerd wordt. Hiermee is de invloed van steeds één parameter

in een grafiek weer te geven, terwijl de andere konstant blijven.

In bijlage 23 zijn de resultaten van de experimenten in tabelvorm weergegeven, terwijl in bijlage 24, 25 en 26 datzelfde grafisch is gedaan. De nummers die bij de meetpunten in de grafieken zijn geschreven, corresponderen met het volgnummer (n) uit de tabel.

De ontgrondingsdiepte is steeds ten opzichte van de gemiddelde bodemhoogte in de goot gemeten. Er is aangenomen dat deze gelijk is aan de hoogte van de vlak gemaakte bodem vóór het golven.

De eerste serie experimenten (nummer 1 t/m 6) betrof het steeds dieper drukken van de pijp, te beginnen met een pijphoogte van 5 mm (= hoogte onderkant pijp tov de gemiddelde bodemhoogte) en dan met stapjes van ongeveer $2\frac{1}{2}$ mm naar beneden. Na het bereiken van het evenwicht is elke keer het bodemprofiel met de provo opgemeten. Tussen de metingen is de bodem dus niet afgevlakt. Hierdoor is het mogelijk dat er een zekere mate van afhankelijkheid tussen de verschillende metingen geïntroduceerd zou kunnen zijn.

Met dit experiment is het langzaam wegzakken van de (doorbuigende) pijp nagebootst.

In de andere grafieken zijn de meetpunten wel volledig onafhankelijk, omdat ik daar wel steeds de bodem heb afgevlakt. Voor het plaatsen van de pijp heb ik eerst elke keer een ribbelpatroon in de bodem laten ontstaan.

In de tweede grafiek van bijlage 24 is te zien dat er, ondanks de vrij grote spreiding van de meetpunten, een verband bestaat tussen de periode en de mate van ontgroning. Wordt er een grotere periode gekozen, dan blijft ook de ontgrondingsdiepte groter te worden.

In bijlage 25 staat allereerst een grafiek die het verband tussen de ontgroning en de waterdiepte zou moeten weergeven. Men zou verwachten dat de ontgroning groter wordt, als de waterdiepte afneemt (stippellijn), omdat dan de orbitaalsnelheid in ongestoorde toestand (zonder pijp) toeneemt. Punt 15 verstoort deze gedachte echter. Waarschijnlijk is de golfvorm in dit verband ook belangrijk.

De tweede grafiek geeft het verwachte verband tussen de golfhoogte en de mate van de ontgroning weer.

De golfvorm is in de eerste grafiek van bijlage 26 uitgezet tegen de ontgrondingsdiepte. Er is geen duidelijk verband in de puntenwolk te ontdekken.

De tweede grafiek geeft het verband tussen de mate van ontgroning en de met de potentiaaltheorie (zie paragraaf 4.1) berekende waarde van de maximum snelheid onder de pijp (gemiddeld over het doorstroomprofiel). Als uitgangspunt voor deze berekening heeft de met de cnoïdaaltheorie berekende waarde van de orbitaalsnelheid in ongestoorde toestand (zonder pijp) gefungeerd.

Vanaf bijlage 27 volgen er enkele bodemprofielen van het gat onder de pijp wanneer er zich een evenwichtssituatie heeft ingesteld.

In bijlage 44 zijn de gemeten golfvormen te vinden. De golf-hoogte-meter bevond zich ter plaatse van de pijp.

Door steeds na een paar minuten golven de golfmachine stil te zetten en de bodem met de provo op te meten, heb ik het uitschuringsproces in de tijd kunnen vastleggen.

Het verloop van de gatgrootte (=afstand tussen onderkant pijp en de bodem recht onder het hart van de pijp) is in bijlage 28 grafisch weergegeven. De getrokken lijn beschrijft het uitschuringsproces, en de gestreepte lijn het proces van aanzanding nadat de kuil kunstmatig wat dieper was gemaakt. In bijlage 29 en 30 zijn de bodemprofielen, zoals ze met de provo zijn opgemeten, getekend.

Dankzij de goede resultaten met de potentiaaltheorie (zie paragraaf 4.1) was het mogelijk om de stroomsnelheden rond de pijp tijdens het uitschuringsproces achteraf te berekenen. De resultaten van deze berekeningen zijn in bijlage 31 t/m 33 te vinden.

Zoals u ziet neemt de stroomsnelheid recht onder de pijp eerst heel duidelijk af en neemt dan weer iets toe. Deze toename is het gevolg van het verdwijnen van de grote ribbel vlak voor de pijp. Deze ribbel zorgt er voor dat (na 5 min. golven) de stroming wat meer over de pijp heen geleid wordt.

2.7 Onnauwkeurigheden in de meetresultaten

In onderstaande berekening van de fout in de gemeten ontgrondingsdiepte en stroomsnelheid wordt uitgegaan van geschatte fouten in bijvoorbeeld de instelling van het golfschot. Deze fouten zijn niet berekend of experimenteel bepaald, maar slechts „op het gevoel” ingeschat, zodat niet bekend is wat voor betrouwbaarheidsinterval ze markeren. Gezien het feit dat ik geprobeerd heb met mijn schattingen aan de veilige kant te blijven, heb ik de indruk dat de geschatte afwijking hooguit in 10% van de gevallen zal optreden.

Verder is bij het smaenstellen van fouten gebruik gemaakt van de regel die geldig is voor onafhankelijke stochastische variabelen:

$$\mu_{\text{som}} = \mu_1 + \mu_2$$

$$\sigma_{\text{som}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

Hoewel de onderste van deze twee formules uitsluitend geldt voor standaardafwijkingen, heb ik hem, bij gebrek aan handzame methodes die nauwkeuriger zijn, toch gebruikt bij het „optellen” van de fouten.

Al met al is het resultaat van onderstaande berekening slechts een indicatie van de orde-grootte van de fout.

a) Ontgrondingsdiepte.

$$\left. \begin{array}{l} \text{fout in gemiddelde bodemhoogte: } \pm 1 \text{ mm} \\ \text{fout in waterpeil: } \pm 0,3 \text{ mm} \end{array} \right\} \text{fout in water-} \\ \text{diepte: } \pm 1 \text{ mm}$$

fout in periode : $\pm 0,005$ sec.

Golfhoogte: systematische fout golfhoogte-meter:	$\pm \frac{1}{2}$ mm	} $\Rightarrow$
afleesfout	$\pm \frac{1}{2}$ mm	
instelfout	$\pm \frac{1}{2}$ mm	
verloop gedurende de proef	$\pm \frac{1}{2}$ mm	

fout in golfhoogte : ± 1 mm

fout in opstelhoogte van pijp tov waterspiegel:	$\pm 0,3$ mm	} $\Rightarrow$
fout in gemiddelde bodemhoogte	± 1 mm	

fout in opstelhoogte van pijp tov bodem: ± 1 mm

Met behulp van de grafiek uit bijlage 24,25 kan bepaald worden in welke mate deze fouten doorwerken in de grootte van de ontgrondingsdiepte:

fout agv fout in de periode	$\pm 0,0$ mm
fout agv fout in de waterdiepte	$\pm 0,1$ mm
fout agv fout in de golfhoogte	$\pm 0,3$ mm
fout agv fout in de opstelhoogte van pijp:	$\pm 0,7$ mm
fout in meting van gatdiepte tov pijp	$\pm 0,3$ mm

Totale fout in de ongrondingsdiepte: $\pm 0,8$ mm $\approx 10\%$.

Vanwege de lange duur van de eerste verkennende metingen is de aanname, dat de gemiddelde bodemhoogte in de buurt van de pijp konstant blijft, een bron van grootte fouten. De fout in de gemiddelde bodemhoogte is dan ± 3 mm en dat resulteert in een fout van ongeveer 30% in de uiteindelijke ontgrondingsdiepte. Dit geldt voor de metingen met waterdiepte: $h=310$ mm en golfhoogte: $H=70$ mm. Bij de metingen met $H=55$ mm is de bodemhoogte toch goed konstant, ondanks de lange duur van de meting, omdat in die gevallen het zandtransport erg klein is (zie bijlage 6 en 7).

b) Stroomsnelheid:

fout van apparatuur :	$\pm 2\%$	} $\Rightarrow$
fout agv het meten op niet de exakte plaats:	$\pm 3\%$	
fout agv niet exakte instelling van golven etc:	$\pm 2\%$	
totale fout in de gemeten stroomsnelheid:	$\pm 4\%$	

Deze fout is aanzienlijk groter op plaatsen waar het licht van de laser erg wordt verstrooid door het zwevende zand dat in het meetvolume zit. De fout is echter nooit groter dan 20%.

Hoofdstuk 3 KWALITATIEVE ANALYSE

3.1 Bodemhoogte-verloop loodrecht op de gootas

In de bijlagen 34 t/m 35 zijn voor vier situaties vertikale langsdoorsneden van de zandbodem getekend. Per situatie zijn op één tijdstip tegelijkertijd drie profielen gemeten, namelijk één in het midden van de goot (over de gootas) en één links en één rechts daarvan. Het doel hiervan is het bodemverloop in de richting loodrecht op de gootas te kunnen beoordelen. Zoals is te zien, is er niet veel verschil tussen de bodemprofielen voor zover we dicht bij de pijp blijven. Wat verder weg worden de verschillen steeds groter als gevolg van het feit dat de ribbels elders in de goot enigszins scheef lopen (niet loodrecht op de gootas) en ze vaak niet even breed zijn als de goot.

Wanneer er erg hoge golven (bv.: $H=80$ mm en $h=250$ mm en $T=1,7$ sec) zijn, ontstaan er plaatselijk enigszins ovale kuilen met een lengte ($\parallel$ pijp) van ongeveer 4 cm en een breedte van ongeveer 1 cm. In zo'n geval zijn er grote verschillen tussen de bodemprofielen die links of rechts van het midden zijn opgemeten. Dit verschijnsel doet zich echter alleen voor als de waterbeweging erg wild is (hoge golven), omdat er dan achter de pijp (in de stroomrichting gezien) niet alleen wervels met een horizontale as (loodrecht op de gootas; evenwijdig aan de pijp) ontstaan, maar ook wervels met een verticale as. Deze wervels woelen plaatselijk het zand op en kunnen in een paar minuten een kuil van een halve centimeter diep maken. Het algemene beeld van de bodem is dan „hobbelig”. Er zijn dan voornamelijk ribbels die hooguit twee maal zo breed als lang zijn.

Slechts in geval van erg wild water (hoge golven) is er een duidelijk bodemhoogte-verloop in de richting evenwijdig aan de pijp. In alle andere gevallen kunnen we het moeilijk te beschrijven en te hanteren drie-dimensionale bodemoppervlak schematiseren tot een simpel bodemprofiel (snijlijn van het bodemoppervlak met een vertikaal vlak, evenwijdig aan de gootas). In het vervolg kiezen we het bodemprofiel in het midden van de goot (over de gootas) en nemen aan dat dit representatief is voor de hele gootbodem.

3.2 Standaard profiel

Alvorens we in detail kunnen gaan kijken naar wat het water en het zand allemaal precies doen rond de pijp, is het noodzakelijk het bodemprofiel nog verder te schematiseren dan in paragraaf 3.1 al is gedaan. Het is de bedoeling dat er een

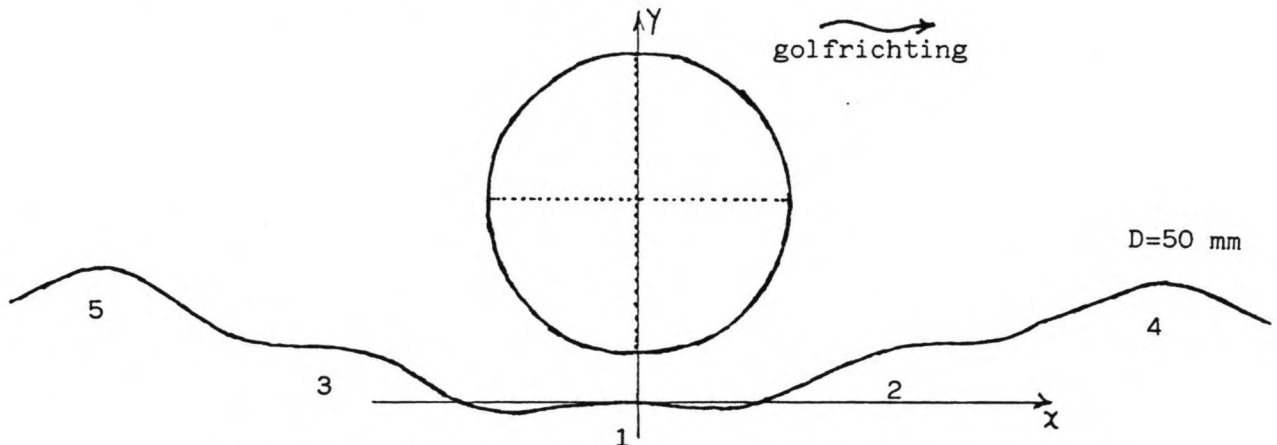
bodemprofiel ontworpen wordt dat als uitgangspunt kan gaan dienen voor de kwalitatieve analyse. Dit bodemprofiel noem ik in het vervolg „standaard bodemprofiel“.

Het standaard bodemprofiel moet alle belangrijke eigenschappen van de gemeten bodemprofielen bezitten, maar moet niet onnodig gekompliceerd zijn als gevolg van allerlei toevalligheden.

Bestudering van de gemeten bodemprofielen (zie bijvoorbeeld bijlage 27) levert het volgende op:

- a) Ook onder en vlakbij de pijp zijn er ribbels. Er zijn in principe 5 belangrijke ribbels te onderscheiden (zie figuur 7):
- 1) Laag ribbeltje onder de pijp.
 - 2) De ribbel vlak achter de pijp (vanaf het golfshot gezien), die soms wordt overschaduwd door de ribbel die daar weer achter ligt.
 - 3) De ribbel vlak voor de pijp, die vaak overschaduwd wordt door de naar de pijp toe bewegende ribbel die daar vóór nog ligt.
 - 4) De tweede ribbel achter de buis. Dit is de eerste ribbel vanaf de pijp gezien, die boven de gemiddelde bodemhoogte uitkomt. Deze ribbel beweegt gemiddeld van de pijp af.
 - 5) De tweede ribbel voor de pijp. Deze ribbel beweegt gemiddeld naar de pijp toe.

De onder 2 en 3 genoemde ribbels worden in het vervolg de eerste ribbel vanaf de pijp genoemd en de onder 4 en 5 genoemde worden tweede ribbel genoemd.



Figuur 7, principe-schets van de vijf belangrijkste ribbels.

- b) Het bodemprofiel recht onder de pijp varieert niet of nauwelijks in de tijd (nadat evenwicht is bereikt).
- c) De eerste ribbel vóór de pijp wordt meestal overschaduwd door de tweede. De eerste ribbel achter de pijp echter meestal niet.
- d) Middeling over een twintigtal bodemprofielen (met 20 verschillende randvoorwaarden) levert de plaats van de ribbels op:
- (x = horizontale plaatscoördinaat tov het hart van de pijp.
 y = verticale plaatscoördinaat tov de bodem recht onder het hart van de pijp)
- 1) top van ribbel vóór pijp: $x = -53 \text{ mm}$
 $y = 15 \text{ mm}$

- 2) dal tussen de ribbel voor en de ribbel onder de pijp:
 $x = -14 \text{ mm}$
 $y = -1 \text{ mm}$
- 3) top van ribbel onder de pijp:
 $x = 0 \text{ mm}$
 $y = 0 \text{ mm}$
- 4) dal tussen ribbel onder en de eerste ribbel achter de pijp:
 $x = 19 \text{ mm}$
 $y = -3 \text{ mm}$
- 5) top van eerste ribbel achter de pijp:
 $x = 42 \text{ mm}$
 $y = 4 \text{ mm}$
- 6) top van tweede ribbel achter de pijp:
 $x = 83 \text{ mm}$
 $y = 18 \text{ mm}$

De verticale plaatscoördinaten zijn tov de bodemhoogte recht onder het hart van de pijp berekend, omdat de standaardafwijking dan duidelijk kleiner is dan wanneer de pijp of de gemiddelde bodemhoogte als referentie gekozen wordt.

Met behulp van bovenstaande gegevens kan het standaard bodemprofiel getekend worden (zie bijlage 36).

3.3 Waterbeweging

Nu er een standaard bodemprofiel is vastgesteld, dat alle belangrijke ribbels en glooiingen bezit, kan er een algemene beschouwing van de waterbeweging opgezet worden.

De waterbeweging onder de pijp kan globaal gesproken onderverdeeld worden in drie delen, namelijk:

- a) tijdens passage van de golftop,
- b) tijdens de kentering van de stroom tussen de golftop en het golfdal (vv),
- c) tijdens de passage van het golfdal.

ad a: Golftop.

In bijlage 36 is een schets van de stroomlijnen onder en bij de pijp te vinden, zoals ze mijns inziens er ongeveer uitzien als er een golftop langskomt. Deze schets is met behulp van visuele waarnemingen en snelheidsmetingen met de laser-doppler snelheidsmeter tot stand gekomen.

Voor de pijp, bij punt 2, is er een kleine neer die de hoofdstroom iets van het zandbed houdt. Het doorstroomprofiel zal daarom van punt 2 naar punt 4 nauwelijks verkleinen, met als gevolg dat de stroomsnelheid bij punt 4 nog niet veel groter zal zijn dan bij punt 2.

Naar punt 5 toe wordt het doorstroomprofiel wel sterk verkleind door de aanwezigheid van het ribbeltje dat recht onder de pijp zit. Hier versnelt het water vrij plotseling (een waterdeeltje volgend) tot een snelheid die ongeveer twee maal zo groot is, dan elders in de goot tijdens het passeren van een golftop bij

de bodem gevonden wordt. Dit is echter van zeer korte duur, want na één à twee centimeter ($\approx 0,05$ sec) komt het water in een vertragsingsgebied waar de snelheid weer sterk afneemt. Hier ontstaat een vrij platte neer die zeer snel ronddraait (punt 6).

Daarna komt het water in twee neren, waarvan één groot (punt 11) en een kleine achter de eerste ribbel (punt 8).

Het water dat zich al achter de pijp bevond toen de golftop langs begon te komen, zal over de top van de tweede ribbel kunnen stromen en bij punt 10 een neer kunnen vormen.

ad b: Kentering.

Wanneer de golftop voorbij is, zal de stroomsnelheid afnemen en op een gegeven moment van teken veranderen.

Als de stroomsnelheid onder de pijp afneemt, heeft dit tot gevolg dat de krachten, die de neren in stand houden, afnemen en de neren zichzelf opblazen tot een groot gebied van woelig en sedimentrijk water (de neren „ontploffen”).

ad c: Golfdal.

Passeert er een golfdal, dan stroomt er in negatieve richting water over de tweede ribbel en vormt bij punt 9 (zie bijlage 37) een neer die de hoofdstroom van het zandbed afhoudt. Hierdoor ontstaat er achter de eerste ribbel bij punt 7 geen neer.

Na de hoge stroomsnelheden bij punt 5 komt het water weer in een vertragsingsgebied en vormt bij punt 4 een platte, snel ronddraaiende, neer.

Vlak achter de pijp wordt bij punt 11 een kleine neer gevormd. Samen met de neer bij punt 12 ondersteunt hij de hoofdstroom, die hier schuin omhoog stroomt en voor een deel achter de eerste ribbel bij punt 1 een vrij zwakke neer vormt.

Heeft het onder de pijp doorstromende water ongeveer punt 13 bereikt, dan keert de stroomrichting weer om wegens de naderende golftop.

3.4 Zandtransportmechanisme

Met de kennis omtrent de waterbeweging kan er per punt langs het bodemprofiel een beschouwing gegeven worden omtrent de aanzanding en uitschuring aldaar.

Ik onderscheid per punt vier tijdvakken in de golfperiode om het zandtransport te beschrijven, namelijk:

- a) passage van de golftop,
- b) kentering tussen golftop en golfdal,
- c) passage van het golfdal,
- d) kentering tussen golfdal en golftop.

De nummering, die gebruikt wordt als plaatsbepaling van de beschouwde punten, is verklaard in bijlage 36 en 37.

1) Vlak vóór en op de eerste ribbel voor de pijp.

a) Golftop.

Door de aanwezigheid van een ribbel in dit gebied, is er een plaatselijke versnelling van het water. Dit is een gevolg van het plaatselijk kleinere doorstroomprofiel bij de ribbel. De stroomversnelling heeft erosie tot gevolg op de flank en top (punt 1) van de ribbel. Het geërodeerde zand zal vlak boven de bodem over de ribbel worden gevoerd.

Door de erosie verplaatst de ribbeltop zich enigszins in de stroomrichting (naar rechts).

b) Kentering tussen golftop en golfdal.

Zo gauw als de stroomsnelheidsrichting omgedraaid is, komt het sediment uit de neer bij punt 2, die net is ontploft, over gebied 1. De snelheid is echter nog zo klein, dat het sediment de gelegenheid krijgt naar de bodem te zakken, met als gevolg: aanzanding.

c) Golfdal.

Een groot deel van het sediment dat aan de stroomopwaartse ribbelflank wordt losgewoeld, zal in de neer bij punt 1 worden gevangen. De stroomsnelheid in de neer is een stuk lager dan erbuiten, zodat het sediment zich op de bodem kan gaan afzetten.

Op de ribbeltop is wat erosie en de top verplaatst zich weer iets in de stroomrichting (naar links), omdat er aan de ene kant van de ribbel erosie en aan de andere kant sedimentatie is.

d) Kentering tussen golfdal en golftop.

Door de lage stroomsnelheid is er sedimentatie met zand dat afkomstig is vanuit de neer bij punt 1 en die bij de ribbel links daarvan (van de pijp af). Er zal ook een beetje sedimentatie zijn vanuit gebied 13, hoewel ik daar weinig van verwacht, ondanks de enorme turbulentie dat het sediment over een grote afstand kan verplaatsen.

2) Vlak achter de eerste ribbel.

a) Golftop.

Het bij punt 1 losgewoelde zand wordt hier in de kleine neer gevangen. In de neer is de stroomsnelheid voldoende laag om sedimentatie te laten plaatsvinden.

b) Kentering tussen golftop en golfdal.

Een deel van het in deze neer aanwezige zand kan tijdens het ontploffen zich hier op de bodem afzetten. De rest van het zand uit de neer wordt richting punt 1 getransporteerd.

c) Golfdal.

Het langs het talud omhoog stromende water kan geen zand opnemen, want daar is de taludhelling te steil en de stroomsnelheid te laag voor.

Aanzanding is er waarschijnlijk ook nauwelijks, omdat veel bodemtransport door de neer bij punt 4 onderschept is en er vanaf punt 3 ook weer niet zoveel aanvulling van het trans-

port door erosie kan zijn geweest.

d) Kentering tussen golfdal en golftop.

In eerste instantie is er wat sedimentatie doordat de ontploffende neer bij punt 1 zijn inhoud over dit gebied uitstrooit, maar kort daarna (deels gelijktijdig) schuift er een laag zand het (te) steile talud af naar punt 3.

3) Halverwege de helling naar de kuil.

a) Golftop.

De hoofdstroom ligt hier weer voor het eerst na de neer bij punt 2 tegen het zandbed aan en heeft maar weinig zand over de neer mee kunnen nemen. Bij punt 3 neemt het zandtransport weer toe, zodat er hier erosie optreedt.

Het opgenomen zand kan nauwelijks hoger in de stroming komen, omdat er niet genoeg turbulentie aanwezig is dat voor de benodigde menging kan zorgen. Hierdoor moet het zand vlak langs de bodem blijven bewegen.

b) Kentering tussen golftop en golfdal.

De lage stroomsnelheid bij de kentering kan wat sedimentatie tot gevolg hebben. Het zal echter niet veel zijn, omdat er hier niet zo veel zand meer in het water zweeft. Het meeste zand is al naar de andere kant van de pijp getransporteerd.

c) Golfdal.

Hoewel de stroming hier erg turbulent is, verwacht ik niet zoveel erosie, omdat het zand het steile talud opmoet.

d) Kentering tussen golfdal en golftop.

Nadat neer 1 en neer 11 ontploft zijn, komt er erg sedimentrijk water over dit gebied dat voor aanzanding zorgt. Tevens schuift het talud af (zie ook 2d).

4) Kuil aan de voet van de helling vóór de pijp.

a) Golftop.

Ondanks het feit dat de stroming maar weinig turbulent is, zorgt het in dit gebied versnellende water voor uitschuring. De erosie zal niet zo groot zijn, omdat de stroming bij punt 3, waar het geholpen werd door de taludhelling, al erg veel zand heeft opgenomen.

b) Kentering tussen golftop en golfdal.

De lage stroomsnelheid na de kentering zal sedimentatie tot gevolg hebben met het zand dat afkomstig is van de neer bij punt 6.

c) Golfdal.

De kleine platte neer vangt veel bodemtransport en geeft het zand de gelegenheid om naar de bodem te zakken. Er is dus sedimentatie.

d) Kentering tussen golfdal en golftop.

Nadat de neer in dit gebied is ontploft, zal een gedeelte van het zand dat in de neer zat, zich hier gelijk op de bodem kunnen afzetten. De rest wordt na de kentering naar de andere kant van de pijp (in positieve richting) afgevoerd.

Verder komt het sedimentrijke water uit de neer naast de pijp (punt 11) met kleine snelheid langs. Ook dit heeft sedimentatie tot gevolg.

5) Recht onder de pijp.

a) Golftop.

Door de zeer hoge stroomsnelheid is de transportcapaciteit hier lokaal zeer groot. Maar omdat dit maar van zeer korte duur is (één à twee centimeter; 0,05 sec) kan het werkelijk aanwezige zandtransport deze capaciteitstoename niet volgen. Naar verwachting neemt het zwevend transport in dit gebied daarom niet toe, en het bodemtransport een beetje. De bodemtransporttoename heeft uitschuring tot gevolg.

De ribbel zal door erosie (bij punt 4 en 5) en sedimentatie (bij punt 6) in de stroomrichting verplaatsen.

b) Kentering tussen golftop en golfdal.

Zie 4b.

c) Golfdal.

Zie 5a.

d) Kentering tussen golfdal en golftop.

De lage stroomsnelheid na de kentering zal sedimentatie tot gevolg hebben met het zand dat afkomstig is uit de neer bij punt 4.

Omdat midden onder de pijp de stroomsnelheid maar gedurende ongeveer 0,2 sec lager is dan 10 cm/s, is er maar weinig gelegenheid tot aanzanding.

6) Kuil aan de voet van de helling achter de pijp.

a) Golftop.

Zie 4c.

b) Kentering tussen golftop en golfdal.

Nadat de neer in dit gebied is ontploft, zal een gedeelte van het zand dat in de neer zat, hier gelijk zich op de bodem kunnen afzetten. De rest wordt na de kentering naar de andere kant van de pijp (in negatieve richting) afgevoerd. Verder komt er sedimentrijk water uit de neer naast de pijp (punt 11) en uit de neer van punt 8 met kleine snelheid langs. Ook dit heeft aanzanding tot gevolg.

c) Golfdal.

Ondanks het feit dat de stroming maar weinig turbulent is, zorgt het in dit gebied versnellende water voor wat uitschuring. De erosie zal niet zo groot zijn, omdat de stroming bij punt 7, waar het geholpen werd door de taludhelling, al erg veel zand heeft opgenomen.

d) Kentering tussen golfdal en golftop.

De lage stroomsnelheid na de kentering zal sedimentatie tot gevolg hebben met zand dat afkomstig is van de neer bij punt 4.

7) Eerste ribbel achter de pijp.

a) Golftop.

Vergeleken met punt 6 is hier zowel het zandtransport als

de zandtransportkapaciteit afgenomen. Het eerste omdat er veel zand in de neer van punt 6 achter blijft en het tweede omdat het doorstroomprofiel groter is geworden en dus de stroomsnelheid kleiner.

Daarom is hier dus ... maar weinig erosie.

b) Kentering tussen golftop en golfdal.

Tijdens de kentering bevindt zich het sedimentrijke water uit de neer bij punt 11 en punt 8 boven dit gebied. De lage stroomsnelheid geeft dit zand de gelegenheid om zich op de bodem af te zetten.

c) Golfdal.

Omdat de stroomsnelheid (en de zandtransportkapaciteit) bij de ribbeltop groter is dan vlak daarvoor, is er uitschuring in dit gebied.

d) Kentering tussen golfdal en golftop.

Zie punt 3b.

8) Vlak achter de eerste ribbel achterde pijp.

a) Golftop.

De kleine neer zorgt voor sedimentatie.

b) Kentering tussen golftop en golfdal.

Nadat deze neer is ontploft, zal een gedeelte van het zand dat in de neer zat hier gelijk op de bodem zich kunnen afzetten. Even later wordt dit aangevuld met zand uit neer 10.

c) Golfdal.

Na de kleine neer bij punt 9 ligt de hoofdstroom hier weer voor het eerst tegen het zandbed. Veel zand is achter gebleven in neer 9 en dat betekent dat het zandtransport kleiner is dan de zandtransportkapaciteit. Daarom erodeert de bodem bij punt 8.

d) Kentering tussen golfdal en golftop.

Zie punt 3b.

9) Vlak vóór en op de tweede ribbel achter de pijp.

a) Golftop.

Zie punt 1a.

b) Kentering tussen golftop en golfdal.

Vergelijkbaar met punt 1b.

c) Golfdal.

Zie punt 1c.

d) Kentering tussen golfdal en golftop.

Het zand uit de neer wordt in positieve richting over de ribbel gebracht en zorgt op en achter de ribbel voor aanzanding.

10) Achter de tweede ribbel achter de pijp.

a) Golftop.

Er is sedimentatie met het in de neer gevangen zand dat over de ribbeltop getransporteerd wordt.

b) Kentering tussen golftop en golfdal.

Nadat deze neer is ontploft, kan een gedeelte van het zand dat hier in zat, zich gelijk op de bodem afzetten. Even later wordt dit aangevuld met zand uit neren elders in de goot (rechts van punt 10).

c) Golfdal.

Zie punt 1a.

d) Kentering tussen golfdal en golftop.

Er is sedimentatie met zand uit neer 9.

3.5 Evenwicht

Na ongeveer een half uur golven is er in de diepere delen van de ontgrondingskuil een evenwichtssituatie bereikt, waarbij per golfperiode er evenveel sedimentatie als erosie optreedt. Dit geldt voor elk punt tussen gebiedje 2 en 9. Kort samengevat betekent dit voor de bodem:

- punt 3: Erosie tijdens de golftop agv bodemtransporttoename in dit gebied is in evenwicht met sedimentatie tijdens de kentering na het golfdal en de zandaanvoer tijdens het afschuiven van het talud.
- punt 4: Erosie tijdens de golftop is in evenwicht met sedimentatie tijdens het golfdal met zand dat gevangen is in de neer van dit gebiedje en sedimentatie tijdens de kentering.
- punt 5: Erosie tijdens de golftop en het golfdal is in evenwicht met sedimentatie tijdens de kentering, waarbij het zand afkomstig is uit de kuiltjes ter weerszijde van dit gebiedje.
- punt 6: Erosie tijdens het golfdal is in evenwicht met sedimentatie tijdens de golftop met zand dat gevangen is in de neer van dit gebiedje en sedimentatie tijdens de kentering.
- punt 7: Erosie tijdens het golfdal is in evenwicht met sedimentatie tijdens de kentering tussen golftop en golfdal met zand uit de neren 8 en 11.
- punt 8: Erosie tijdens het golfdal agv de hoofdstroom, die na de neer bij punt 9 weer voor het eerst tegen het zandbed ligt, is in evenwicht met sedimentatie tijdens de golftop (met het in de neer gevangen zand) en de kentering tussen golftop en golfdal.

Ook de hoeveelheid sediment dat zich in het water al zwevende ophoudt, is in een evenwichtssituatie gekomen. Dit betekent dat de sedimentconcentratie in elk punt in de buurt van de pijp even groot is als een golfperiode eerder of later in dat punt.

Deze evenwichtssituatie is echter veel gekompliceerder dan de boven beschreven evenwichten. Bestudering van dit even-

wicht met behulp van de diffusie-theorie heeft dan ook niets opgeleverd.

Bij de beschrijving van het evenwicht van de punten langs de bodem, is het opvallend dat het resulterend sedimenttransport in de goot geen direkte invloed heeft op het evenwicht. Volgens hen die de ontgroning ten gevolge van een konstante stroming hebben bestudeerd, was het gelijkstellen van het zandtransport onder de pijp en ruim ervoor het uitgangspunt voor verdere studie, terwijl dat bij golven blijkbaar niet het geval is.

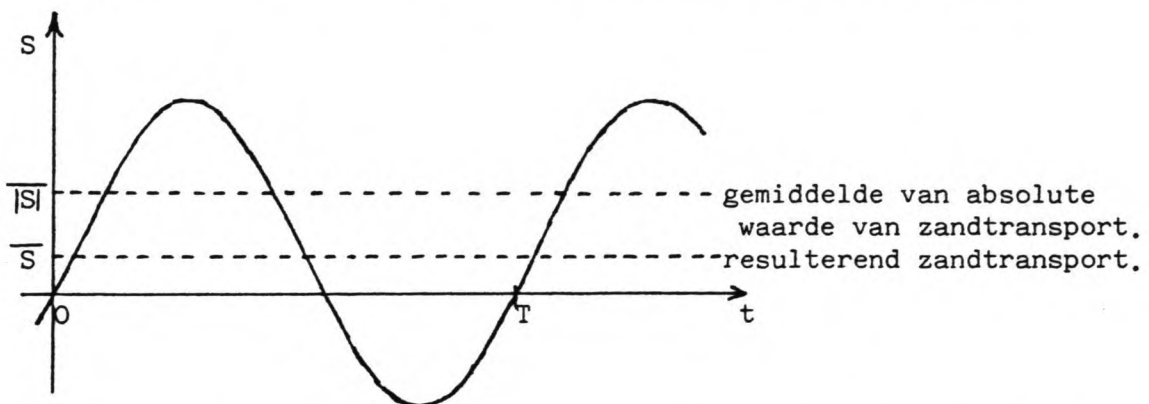
De reden hiervoor is te vinden wanneer we het zandtransport-mechanisme nader bestuderen. We zien dan dat het resulterend zandtransport bij golven een gevolg is van het niet precies aan elkaar gelijk zijn van het grote positieve en het grote negatieve zandtransport, dat elkaar afwisselt met de regelmaat van de golfperiode (zie figuur 8). Dit betekent dat de grootte van het zandtransport op een bepaald tijdstip vele malen groter is dan het resulterend zandtransport.

Het blijkt nu dat tijdens de uitschuring onder de pijp in hoog tempo het zand aan de voor- en achterkant van de pijp vandaan wordt gegooid, met een snelheid die vergeleken kan worden met het gemiddelde van de absolute waarde van het sedimenttransport ($\overline{|S|}$) en die veel hoger is, dan wat er met het resulterend sedimenttransport bereikt kan worden.

Ik konkludeer hieruit dat het evenwicht niet direkt beïnvloed wordt door het resulterend sedimenttransport.

Deze uitspraak is bevestigd door een experiment met lage golfhoogte, waarbij het resulterend zandtransport nul was. Ondanks het feit dat bij dit experiment zowel onder de pijp als elders in de goot, het zandtransport tijdens het proces van uitschuring gelijk waren (namelijk gelijk aan nul), bleef de kuil eroderen. Het erosie-proces hield pas op toen het eerder in deze paragraaf omschreven evenwicht zich had ingesteld. Er was in die evenwichtssituatie nog steeds bewegend zand in de buurt van de pijp.

Uiteraard is altijd het resulterend zandtransport onder de pijp even groot als elders in de goot, maar met deze weten-



Figuur 8, zandtransport binnen één golfperiode (schematisch).

schap kan er niets over de te verwachten ontgrondingsdiepte gezegd worden.

3.6 Deelproblemen

Bij de verdere bestudering van het ontgrondingsprobleem richt ik mijn aandacht vooral op de evenwichtssituatie, zoals die na ruim een half uur zich heeft ingesteld.

Mijns inziens moet het mogelijk zijn om een bestudering van het evenwicht tussen erosie en sedimentatie uit te bouwen tot een methode, waarmee de ontgrondingsdiepte bij bepaalde uitwendige omstandigheden te berekenen is. Dit leid ik af uit het feit dat, wanneer het uitschuringsproces nog niet voltooid is (de kuil nog niet op z'n uiteindelijke diepte is gekomen), het evenwicht tussen uitschuring en aanzanding niet een beetje, maar zeer sterk verstoord is. In een zeer hoog tempo (voor morfologische begrippen) wordt er dan links en rechts zand door de oscillerende stroming onder de pijp weggeworpen. Dit betekent dat de erosie- en sedimentatie-snelheid per punt langs de bodem tijdens het uitschuringsproces nog ver uiteen liggen.

Heeft men een bepaalde kuildiepte gekozen, dan hoeft de erosie- en sedimentatie-snelheid niet zo erg nauwkeurig berekend te worden, om vast te kunnen stellen of de kuil te diep of te ondiep is gekozen. Is de erosie duidelijk groter dan de sedimentatie, dan is het ontgrondingsproces nog niet gestopt en zal de kuil dus uiteindelijk nog wat dieper worden. Zijn erosie en sedimentatie volgens de berekening ongeveer aan elkaar gelijk, dan is de gekozen kuildiepte ongeveer gelijk aan de kuildiepte in werkelijkheid in de evenwichtssituatie.

Kortom: Bestudering van het evenwicht kan volgens mij leiden tot de oplossing van het ontgrondingsprobleem.

Wanneer we ons richten op de evenwichtssituatie, dan geldt hetgeen in de vorige paragraaf gekonkludeerd is ten aanzien van het resulterend zandtransport, ook voor alle andere aspecten van het probleem: Het heeft geen zin om tijdsgemiddelden over een tijdvak, dat vele malen groter is dan een golfperiode, te bestuderen, omdat alle interessante verschijnselen periodiek zijn en zich geheel en al binnen één golfperiode afspelen. Het bestuderen van de gebeurtenissen binnen één golfperiode levert mijns inziens genoeg informatie op om de ontgrondingsdiepte te verklaren.

In de vorige paragraaf is (kwalitatief) een beschrijving gegeven van het evenwicht op enkele punten langs het zandbed. Willen we dit uitbouwen tot een kwantitatieve beschrijving, dan moet er antwoord komen op de volgende vragen:

- a) Hoe groot is de stroomsnelheid onder de pijp bij een willekeurige gatdiepte en op een willekeurige tijd en plaats?

- b) Wat is de relatie tussen de stroomsnelheid en de erosiesnelheid op diverse plaatsen in de kuil?
- c) Hoe groot is de sedimentatie in de neren en tijdens de kentering van de stroming?

Vooraf de derde vraag lijkt me erg moeilijk te beantwoorden, omdat de genoemde sedimentatie van zowel de stroomsnelheid onder gekompliceerde omstandigheden; als van de sedimentkoncentratie in de buurt, afhankelijk is.

Bij punt 5 (recht onder de pijp) is dit echter lang niet zo gekompliceerd als bij de andere punten, omdat het zand, dat zich hier op de bodem afzet, voor het overgrote deel afkomstig is uit slechts één neer, namelijk de neer die in het kuiltje vlak naast punt 5 zat. Daarom verwacht ik van het nader uitwerken van het evenwicht bij dit punt het meeste resultaat. Het stromingsbeeld is hier ook redelijk eenvoudig: De stroomsnelheid draait in korte tijd helemaal om, zonder dat er tijdens de kentering een verticale komponent van betekenis aanwezig is, zodat de stroming hier gemakkelijk te schematiseren is tot een één dimensionale.

De uitschuring is hier alleen maar het gevolg van het toenemende bodemtransport, terwijl het zwevend transport hier niet verandert. Ook wat dit betreft is dit punt te verkiezen boven de andere punten.

Toch zullen er erg gekompliceerde deelproblemen opgelost moeten worden:

- a) Hoe groot is de stroomsnelheid onder de pijp als functie van de tijd?
- b) Hoeveel erosie is er te verwachten agv toenemd bodemtransport door de sterk tijd- en plaatsafhankelijke stroming onder de pijp?
- c) Hoe groot is de zandkoncentratie in het water tijdens de kentering agv de neer vlak naast het ribbeltje?
- d) Hoeveel zand zakt er, tijdens de korte tijd dat de stroomsnelheid klein is, naar de bodem?

In de volgende paragraaf wordt uiteengezet hoe met de potentiaaltheorie deelprobleem a opgelost kan worden. Helaas is er tot op heden nog geen oplossing gevonden voor de drie andere deelproblemen.

Wel is het mogelijk gebleken om met de meetresultaten een empirische methode op te zetten, waarmee de ontgrondingsdiepte berekend kan worden (zie paragraaf 4.2).

Hoofdstuk 4 BEREKENINGSMETHODEN

4.1 Stroomsnelheid rond de pijp

Een van de vier deelproblemen, die in de konklusie van de kwalitatieve analyse genoemd zijn, is de stroomsnelheid onder en rond de pijp.

Omdat golven een oscillerende stroming veroorzaken, waarbij de amplitude van de waterbeweging slechts klein is, ligt het voor de hand te veronderstellen dat de stroomsnelheid maar zeer ten dele wordt bepaald door de wandwrijving. Immers: De stroming vindt maar een korte tijd in één richting plaats, om vervolgens weer plaats te maken voor een stroming in tegengestelde richting. Hierdoor kan de invloed van de wand (wrijving) zich niet uitbreiden in het water; het blijft alleen lokaal bij de wand merkbaar. De grenslaag krijgt geen tijd zich volledig te ontwikkelen.

Bakker en van Doorn hebben in 1978 onderzoek verricht naar de grenslaagdikte onder golven. Met behulp van hun konklusies is te berekenen dat de grenslaagdikte onder de in dit onderzoek gebruikte golven ongeveer 1 à 2 mm bedraagt. We kunnen hieruit konkluderen dat, mits we niet te dicht bij de bodem komen, de wandwrijving verwaarloosd kan worden.

Voor de berekening van de stroomsnelheid rond de pijp op een bepaald tijdstip (bijvoorbeeld als de top van de golf precies boven de pijp zit) kan daarom de potentiaaltheorie gebruikt worden.

Er zijn echter nog wat beperkingen, want ook de traagheid wordt dan verwaarloosd, zodat de oscillerende stroming in een klein tijdsinterval verondersteld wordt stationair te zijn. Dit betekent dat met de potentiaaltheorie alleen de stroomsnelheid op het tijdstip dat er een golftop of golfdal passeert, berekend kan worden.

Tevens worden er met de potentiaaltheorie geen neren in de stroming gevonden, zodat er dicht in de buurt van neren ook geen stroomsnelheden berekend kunnen worden.

De potentiaaltheorie gaat uit van de volgende vergelijkingen:

$$\begin{aligned}\nabla^2 \phi &= 0 && \text{(Laplace)} \\ \frac{\partial \phi}{\partial x} &= u_x && \frac{\partial \phi}{\partial z} = u_z \quad \text{(twee dimensionaal geval)}\end{aligned}$$

Hierin is ϕ de potentiaal en u_x de stroomsnelheid in de x-richting.

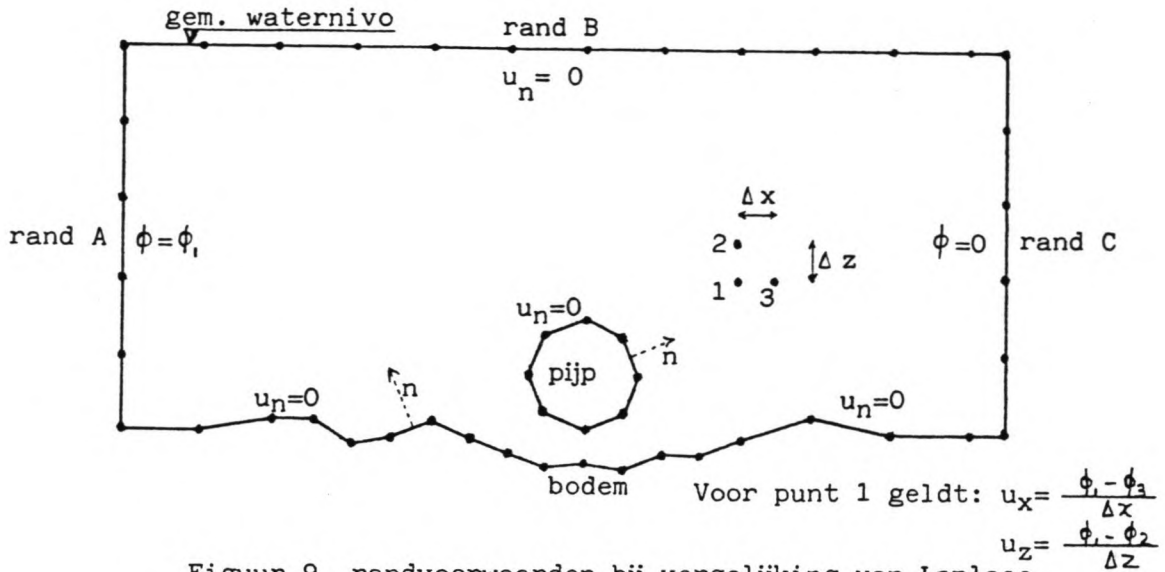
De randvoorwaarden worden gegeven door (zie figuur 9):

$\phi = \phi_1$ rand A (minstens 15 cm van de pijp verwijderd).

$\phi = 0$ rand C (minstens 15 cm van de pijp verwijderd).

$u_n = 0$ rand B, bodem en pijp.

ϕ_1 is een maat voor het debiet. Dit kan bepaalt worden door eerst de stroomsnelheid te berekenen voor het geval dat er geen pijp aanwezig is (of een ander bekend geval).



Figuur 9, randvoorwaarden bij vergelijking van Laplacee.

Voor het oplossen van de vergelijking van Laplace zijn diverse komputer-programma's te gebruiken. In bijlage 3 is een programma te vinden, dat eerst ϕ berekent in drie dicht bij elkaar liggende punten en vervolgens $\frac{\partial \phi}{\partial x}$ en $\frac{\partial \phi}{\partial z}$ benadert met $\frac{\Delta \phi}{\Delta x}$ en $\frac{\Delta \phi}{\Delta z}$, zodat u_x en u_z berekend kunnen worden. Uiteindelijk wordt ook $u = \sqrt{u_x^2 + u_z^2}$ berekend.

Een uitgebreide beschrijving van het gebruik van het programma en voorbeelden van in- en uitvoer zijn in de bijlagen te vinden (zie bijlage 2).

De resultaten van de berekeningen met de potentiaaltheorie zijn in bijlage 38 t/m 41 te zien. Bijlage 38 (berekende stroomsnelheden) kan vergeleken worden met bijlage 8 (gemeten stroomsnelheden). Bijlage 39 bevat de procentuele verschillen tussen beide.

In bijlage 40 en 41 staan voor twee gevallen de berekende stroomsnelheden, die u zelf kunt vergelijken met bijlage 9 en 12.

De konklusie, die we uit de vergelijking tussen de metingen en de berekeningen kunnen trekken, is dat de stroomsnelheden, berekend met de potentiaaltheorie, ongeveer 5 à 10% afwijken van de gemeten waarden, behalve in gebieden waar neren voorkomen.

4.2 Ontgrondingsdiepte

Zonder nu direkt naar een goede, theoretisch onderbouwde, oplossing voor elk der drie nog niet behandelde deelproblemen uit paragraaf 3.6 te gaan zoeken, is het zinvol om eerst eens te kijken of er met de vele grafieken en meetresultaten een empirisch verband is op te stellen tussen de golfparameters

en de ontgrondingsdiepte.

Uit bijlage 26 blijkt dat in bijna alle gevallen de, met de potentiaaltheorie berekende, stroomsnelheid onder de pijp (tijdens golftop) ongeveer 34 cm/s is (gemiddeld over het doorstroomprofiel). Slechts in een enkel geval (met een erg kleine waterdiepte) is de stroomsnelheid duidelijk afwijkend hiervan.

Nemen we aan dat de stroomsnelheid inderdaad altijd 34 cm/s is en het bodemprofiel er uit ziet zoals het standaard bodemprofiel van paragraaf 3.2, dan is het mogelijk de grootte van de ontgroning te berekenen (zie bijlage 41A en 41B).

Stap voor stap ziet de berekening er als volgt uit:

- 1) Bereken (bijvoorbeeld met de cnoïdaaltheorie) de maximale stroomsnelheid boven een vlakke bodem zonder pijp ($=u_{mv}$).
- 2) Kies een gatdiepte (=afstand onderkant pijp tot de bodem recht onder het hart van de pijp).
- 3) Bereken met de potentiaaltheorie en het standaard bodemprofiel de stroomsnelheid (gemiddeld over het doorstroomprofiel) onder de pijp tijdens het passeren van de golftop ($=u_{mp}$).
- 4) Bereken nieuwe schatting van de gatdiepte:

$$y_{nieuw} = \left(\frac{2u_{mp}}{0,34} - 1 \right) \cdot y_{oud} \quad (u_{mp} \text{ in m/s})$$

- 5) Ga verder met stap 3 totdat de gewenste nauwkeurigheid bereikt is.

Als uitgangspunt van de berekening (stap 1) heb ik de, met de cnoïdaaltheorie berekende, orbitaalsnelheid gekozen, terwijl de werkelijk aanwezige maximale stroomsnelheid in de goot (zonder pijp) iets groter is (zie bijlage 43). Dit heb ik zo gekozen, omdat er anders toch weer eerst metingen nodig zijn om de werkelijke snelheid te meten, voordat de berekening van de gatgrootte onder de pijp gestart kan worden.

Zijn er toch meetgegevens beschikbaar, dan is het aan te raden die te gebruiken (in stap 1), omdat er dan nauwkeurigere resultaten te verwachten zijn. Er moet dan een zodanige gatgrootte gekozen worden, dat de stroomsnelheid onder de pijp 38 cm/s is. De nieuwe schatting in stap 4 wordt dan dus als volgt berekend:

$$y_{nieuw} = \left(\frac{2u_{mp}}{0,38} - 1 \right) \cdot y_{oud} \quad (u_{mp} \text{ in m/s})$$

Wanneer de gatdiepte bij het standaard bodemprofiel veranderd worden moet, dan is het de bedoeling dat alle punten tussen $x=-60$ mm en $x=90$ mm tov het hart van de pijp een gelijke vertikale translatie ondergaan, totdat de gatgrootte de gewenste afmeting heeft.

Het komputer-programma uit de bijlagen doet dit automatisch.

De formule om een nieuwe schatting van de gatdiepte te bepalen (stap 4) is gebaseerd op het feit dat de stroomsnelheid ongeveer half zo veel veranderd, vergeleken met de verandering van de gatgrootte. Bijvoorbeeld: Neemt y met 20% toe, dan neemt u_{mp} met ongeveer 10% af.

In bijlage 42 zijn enkele (om de komputerkosten te beperken) resultaten van deze berekeningsmethode vergeleken met meetresultaten.

De eerste vier gevallen komen uit de eerste meetgroep, die niet gebruikt is voor het opstellen van deze berekeningsmethode. Voor de rest heb ik enkele extreme voorbeelden uit de tweede meetgroep berekend.

Konkluderend kunnen we stellen dat het er naar uitziet, dat de onnauwkeurigheid in de resultaten van de berekeningsmethode ongeveer 25% bedraagt.

Deze empirische berekeningsmethode berust op erg weinig (een twintigtal) metingen en de waarde ervan moet dan ook niet te hoog geschat worden. Er zijn nog erg veel meetresultaten nodig voordat deze methode betroubaar wordt.

En dan nog is de methode slechts bruikbaar in laboratoriumomstandigheden, omdat hij berust op pure empirie, die nauwelijks te vertalen is naar situaties op zee. Die wijken namelijk af van de situatie in de Leidse goot. In dit verband valt bijvoorbeeld te denken aan onregelmatige golven op zee, een andere golfvorm en het feit dat de ribbelbodem op zee er totaal anders uitziet dan in het laboratorium.

In feite moet er onderzoek verricht worden naar het waarom:

Waarom is de stroomsnelheid onder de pijp 34 cm/s?

Waarom ontstaat er een bodemprofiel zoals het standaard bodemprofiel?

Pas als op deze vragen antwoorden gevonden zijn met voldoende theoretische onderbouwing, dan wordt deze berekeningsmethode pas echt bruikbaar.

Hoofdstuk 5 KONKLUSIE

Het doel van het onderzoek, namelijk een theoretisch onderbouwde berekeningsmethode vinden waarmee de mate van ontgronding onder een pijpleiding tgv lopende golven berekend kan worden, is helaas nog niet bereikt.

Er zijn wel enkele stappen in die richting genomen door het probleem in vier deelproblemen op te splitsen, te weten:

- a) Hoe groot is de stroomsnelheid onder de pijp als functie van de tijd?
- b) Hoeveel erosie is er te verwachten op het ribbeltje recht onder de pijp agv toenemend bodemtransport door de sterk tijd- en plaatsafhankelijke stroming onder de pijp?
- c) Hoe groot is de zandconcentratie in het water onder de pijp tijdens de kentering agv de neer vlak naast het ribbeltje dat recht onder de pijp zit?
- d) Hoeveel zand zakt er, tijdens de korte tijd dat de stroomsnelheid klein is, onder de pijp naar de bodem?

De achtergrondgedachte achter deze splitsing is dat het bestuderen van de gebeurtenissen binnen één golfperiode ten tijde van het bodemevenwicht en ter plaatse van het gat recht onder het hart van de pijp genoeg informatie verschaft om het hele ontgrondingsprobleem te verklaren.

Het is gelukt om het eerste deelprobleem op te lossen door aan te nemen dat de wandwrijving te verwaarlozen is, zodat de stroomsnelheid met de potentiaaltheorie berekend kan worden.

Helaas is er tot op heden nog geen oplossing gevonden voor de drie andere deelproblemen.

Verder is er een empirische berekeningsmethode gevonden die als waardevol tussenresultaat gezien kan worden. Deze methode gaat als volgt:

- stap 1: Bereken (bijvoorbeeld met de cnoïdaaltheorie) de maximale stroomsnelheid boven een vlakke bodem zonder pijp.
- stap 2: Kies een gatdiepte (=afstand onderkant pijp tot de bodem recht onder het hart van de pijp).
- stap 3: Bereken met de potentiaaltheorie en het standaard bodemprofiel de stroomsnelheid (gemiddeld over het doorstroomprofiel) onder de pijp tijdens het passeren van de golftop ($=u_{mp}$). Zorg ervoor dat de snelheid ruim voor de pijp gelijk is aan de in stap 1 berekende snelheid.
- stap 4: Bereken een nieuwe schatting van de gatdiepte:

$$y_{nieuw} = \left(\frac{2u_{mp}}{0,34} - 1 \right) \cdot y_{oud} \quad (u_{mp} \text{ in m/s})$$

- stap 5: Ga verder met stap 3 totdat de gewenste nauwkeurigheid bereikt is.

De vergelijking tussen de resultaten van deze berekeningsmethode met de meetresultaten leert dat de berekende waarden

van de ontgrondingsdiepte meestal minder dan 25% afwijken van de werkelijkheid.

Deze empirische berekeningsmethode is gebaseerd op de veronderstelling dat in de evenwichtssituatie de maximale stroomsnelheid onder de pijp steeds 34 cm/s is. Waarom dat vaak zo is, is echter nog niet bekend.

Hoofdstuk 6 AANBEVELINGEN VOOR VERDER ONDERZOEK

Zoals al in de konklusie is vermeld, is het doel van dit onderzoek nog niet bereikt.

Er is pas één van de vier deelproblemen opgelost en het vervolgonderzoek zou zich daarom op het oplossen van de drie andere deelproblemen kunnen richten:

- a) Hoeveel erosie is er te verwachten op het ribbeltje recht onder de pijp agv toenemend bodemtransport door de sterk tijd- en plaatsafhankelijke stroming onder de pijp?
- b) Hoe groot is de zandconcentratie in het water onder de pijp tijdens de kentering agv de neer vlak naast het ribbeltje dat recht onder de pijp zit?
- c) Hoeveel zand zakt er, tijdens de korte tijd dat de stroomsnelheid klein is, onder de pijp naar de bodem?

Daarna kunnen de oplossingen van de vier deelproblemen samengevoegd worden tot een theoretisch onderbouwde berekeningsmethode waarmee de ontgrondingsdiepte berekend kan worden.

Het onderzoek kan aanvangen bij de in dit verslag behandelde empirische berekeningsmethode. Deze berekeningsmethode is gebaseerd op de aanname dat de maximale stroomsnelheid onder de pijp steeds ongeveer 34 cm/s is en het lijkt me voor de hand liggend dat het vervolgonderzoek start bij het zoeken naar het waarom: Waarom is de maximale stroomsnelheid onder de pijp steeds 34 cm/s?

Bij het zoeken naar een antwoord op deze vraag kan dan gebruik gemaakt worden van mijn onderverdeling in vier deelproblemen.

BIJLAGEN

INHOUD:

- 1 Lijst met gebruikte symbolen.
- 2 Beschrijving van komputerprogramma voor stroomsnelheden (3 bladen).
- 3 Komputerprogramma (9 bladen).
- 4 Eerste deel van uitvoervoorbeeld.
- 5 Tweede deel van uitvoervoorbeeld.
- 6 Bodemhoogte als funktie van plaats (zonder ribbels).
- 7 Bodemhoogte als funktie van plaats (zonder ribbels).
- 8 Stromingsbeeld rond pijp: $H=70$, $T=1.7$, $h=310$, $d=1$ (golftop).
- 9 " $H=70$ " $d=1$ (golfdal).
- 10 " $H=70$ " $d=-10$ (golftop).
- 11 " $H=70$ " $d=-10$ (golfdal).
- 12 " $H=55$ " $d=6$ (golftop).
- 13 " $H=55$ " $d=6$ (golfdal).
- 14 " $H=55$ " $d=2\frac{1}{2}$ (golftop).
- 15 " $H=55$ " $d=2\frac{1}{2}$ (golfdal).
- 16 " $H=55$ " $d=-4$ (golftop).
- 17 " $H=55$ " $d=-4$ (golfdal).
- 18 Stromingsbeeld zonder pijp: $H=70$, $T=1.7$, $h=310$ (golftop).
- 19 " $H=70$ " (golfdal).
- 20 " $H=55$ " (golftop).
- 21 " $H=55$ " (golfdal).
- 22 Stoorgolven.
- 23 Tabel met meetresultaten van groep 2.
- 24 Grafiek 1 met meetresultaten van groep 2.
- 25 Grafiek 2 met meetresultaten van groep 2.
- 26 Grafiek 3 met meetresultaten van groep 2.
- 27 Bodemprofielen bij pijp.
- 28 Ontgronding als funktie van de tijd.
- 29 Bodemprofielen tijdens uitschuring.
- 30 Bodemprofielen tijdens aanzanding.
- 31 Stromingsbeeld na 2 min. golven.
- 32 Stromingsbeeld na 5 min. golven.
- 33 Stromingsbeeld na 10 min. golven.
- 34 Bodemhoogte-verloop loodrecht op de gootas.
- 35 Bodemhoogte-verloop loodrecht op de gootas.
- 36 Standaard bodemprofiel en stroomlijnen (golftop).
- 37 Standaard bodemprofiel en stroomlijnen (golfdal).
- 38 Met potentiaaltheorie berekende stroomsnelheden.
- 39 Procentuele verschillen tussen berekende en gemeten waarden.
- 40 Met potentiaaltheorie berekende stroomsnelheden.
- 41 Met potentiaaltheorie berekende stroomsnelheden.
- 42 Gemeten en berekende ontgrondingsdiepten.
- 43 Gemeten en berekende orbitaalsnelheden zonder pijp.
- 44 Golfvormen.
- 45 Literatuurlijst.

LIJST VAN GEBRUIKTE SYMBOLEN

a = amplitude van waterbeweging boven vlakke bodem (m).
 A = amplitude van Fourier-komponent (m/s).
 b = breedte (m).
 B = konstante (-).
 c = voortplantingssnelheid van golven (m/s).
 C = Chézy-koëfficiënt ($m^{1/2}/s$).
 d = hoogte onderkant pijp tov gem. bodemhoogte (m).
 D = pijpdiameter (m).
 D_{50} = gemiddelde korreldiameter van zand (m).
 g = gravitatie-versnelling (m/s^2).
 h = waterdiepte (m).
 H = golfhoogte (m).
 H_r = ribbelhoogte (m).
 l = lengte (m).
 L = golflengte (m).
 L_r = ribbellengte (m).
 n = volgnummer van meting (-).
 S = sedimenttransport (m^3/s).
 t = tijd (s).
 T = golfperiode (s).
 $u_v = u_b$ = orbitaalsnelheid boven vlakke bodem (m/s).
 u_p = orbitaalsnelheid onder de pijp (m/s).
 u_{max} = stroomsnelheid tijdens golftop (m/s).
 u_{min} = stroomsnelheid tijdens golfdal (m/s).
 u_{mp} = maximum stroomsnelheid onder de pijp (m/s).
 u_n = stroomsnelheidskomponent loodrecht op randelement (m/s).
 U = horizontale stroomsnelheidskomponent (m/s).
 U = Ursell-parameter (-).
 v = stroomsnelheid (m/s).
 V = verticale stroomsnelheidskomponent (m/s).
 w = verticale orbitaalsnelheidskomponent (m/s).
 x = horizontale plaatscoördinaat // gootas (m).
 y = ontgrondingsdiepte (m).
 z = verticale plaatscoördinaat (m).
 Δ = relatieve dichtheid (-).
 η = oppervlakte-uitwijking (m).
 η = dynamische viscositeit (kg/ms).
 λ = golflengte (m).
 μ = gemiddelde; verwachtingswaarde.
 ϕ = fase (-).
 ϕ = potentiaal (m^2/s).
 ρ = soortelijke massa (kg/m^3).
 σ = standaardafwijking.
 ω = frekwentie (1/s).

-I-

KOMPUTERPROGRAMMA VOOR STROOMSNELHEDEN

Algemeen

Het hier behandelde komputerprogramma berekent de stroomsnelheid in van te voren gekozen punten rond de pijp. Er wordt uitgegaan van de geldigheid van de vergelijking van Laplace:

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad \text{met} \quad \frac{\partial \phi}{\partial x} = u_x \quad \text{en} \quad \frac{\partial \phi}{\partial z} = u_z$$

Het hele stromingsprobleem wordt verondersteld twee-dimensionaal te zijn.

Het is niet mijn bedoeling hier de werking en diepere achtergrond van dit programma te behandelen. Daarvoor verwijs ik naar „The boundary element method for engineers" van C.A. Brebbia. Hier zult u slechts de uitleg vinden hoe u het programma kunt gebruiken.

De randen van het model worden opgebouwd gedacht uit rechte lijnstukjes (rand-elementen), waarlangs de potentiaal konstant wordt genomen.

Het uiteinde van elk randelement moet op getalkaarten worden ingevoerd, en wel zo dat de buitenrand tegen de klok in wordt doorlopen en de pijpwand met de klok mee.

Het is in de praktijk gebleken dat de lengte van een randelement gelijk is aan de minimale afstand tot de wand waarop nog voldoende nauwkeurige stroomsnelheden berekend kunnen worden. Wilt u bijvoorbeeld de stroomsnelheid plaatselijk tot op 5 mm van de wand berekenen, dan moet u plaatselijk de randelementen korter dan 5 mm kiezen.

Het programma is op sommige plaatsen enigszins veranderd, zodat het direkt de stroomsnelheid en -richting berekent en niet alleen de potentiaal in een bepaald punt, waar het oorspronkelijk voor geschreven is. Zo is er bij het inlezen van de interne punten (= punten waar de potentiaal berekend wordt) voor gezorgd dat niet alleen in het opgegeven punt de potentiaal wordt berekend, maar ook in twee punten daar vlak naast (zie blad 2 van het programma in de subroutine 'input'; tussen de regels met sterretjes). Dit maakt het mogelijk de afgeleide van de potentiaal te berekenen, hetgeen nodig is voor de bepaling van de snelheid ($u_x = \frac{\partial \phi}{\partial x}$).

Tevens is er voor gezorgd dat er op eenvoudige wijze de pijp-hoogte (= onderkant pijp tov gemiddeld bodemniveau) en de gat-grootte (=afstand onderkant pijp tot aan de bodem recht onder het hart van de pijp) via getalkaarten kan worden ingevoerd (zie blad 2 en 3 van het programma in het stukje waar de uiteinden van de randelementen worden ingelezen).

Invoer

Alle invoerdata worden ingevoerd via getalkaarten. Een schematisch overzicht van de indeling van de getalkaarten is te zien in figuur 10.

-II-

```

/*
//GO.SYSIN DD *
eigen tekst van maximaal 72 tekens
  a   b   c   d   e
  Px1 Py1
  Px2 Py2
  ...
  Pxn Pyn
  rx1 ry1
  rx2 ry2
  ...
  rxa rya
  GG  PH
  S1  RV1
  S2  RV2
  ...
  Sa  RVa
/*
//

```

Er geldt:

- a=e=aantal randelementen
- b= aantal interne punten
- d = aantal randelementen op buitenrand
- c=2= aantal gesloten oppervlakken
- P_{xi} } x- en y-koördinaat van punt waar
- P_{yi} } snelheid berekend moet worden
- $n=b/3$
- GH= gatgrootte
- PH= pijphoogte tov gem. bodemhoogte
- $S_i=0$ als potentiaal bekend is
- $S_i=1$ als afgeleide potentiaal bekend is
- RV_i = randvoorwaarde op i^{de} randelement

Figuur 10, schematische overzicht van getalkaarten.

De eerste getalkaart is voor de tekst die boven de uitvoer wordt geprint. De tekst mag totaal 72 tekens omvatten. Op de tweede getalkaart moeten 5 integers staan. De eerste is het totaal aantal randelementen; de tweede het totaal aantal punten waar de potentiaal berekend moet worden (dit is drie keer zo groot als het aantal punten waar de stroomsnelheid berekend moet worden); de derde integer is het aantal gesloten oppervlakken (in ons geval alleen de pijp en de buitenrand; dus 2). Het vierde getal is het aantal randelementen dat hoort bij het eerste gesloten oppervlak (de buitenrand in ons geval). Het vijfde getal is weer het totaal aantal randelementen (dit is dus gelijk aan het eerste getal op deze getalkaart).

Vanaf de derde getalkaart volgt er een groep kaarten die de coördinaten bevatten van de punten waar de stroomsnelheid en -richting berekend moet worden. Per getalkaart wordt eerst de x-koördinaat en dan de y-koördinaat vermeld.

Daarna komen de getalkaarten met de coördinaten van de uiteinden van de randelementen. Op één kaart staan de coördinaten van slechts één uiteinde. Het eerste randelement is het rechte lijnstuk tussen de punten vermeld op de eerste en tweede getalkaart van deze groep. Het laatste randelement van een gesloten oppervlak is het lijnstuk tussen de punten vermeld op de laatste en eerste getalkaart van dit gesloten oppervlak. De dimensie van alle coördinaten is cm!

Na de coördinaten komt er een getalkaart met achtereenvolgens de gatgrootte en pijphoogte (in cm).

Vervolgens moeten er getalkaarten komen waarop de randvoorwaarden per randelement staan aangegeven. Hierbij geldt dat de i^{de} getalkaart uit deze groep slaat op het i^{de} randelement. Per getalkaart moet eerst met een 0 of 1 aangegeven worden,

-III-

of op dit randelement de potentiaal of de afgeleide van de potentiaal (loodrecht op het randelement) voorgeschreven wordt. Is het eerste getal van de getalkaart een nul, dan is de potentiaal op dit randelement gelijk aan het tweede getal van deze getalkaart. Is het eerste getal echter 1, dan is het tweede getal van de getalkaart gelijk aan de afgeleide van de potentiaal op dit randelement. In figuur 9 (bladzijde 35) is aangegeven wat de randvoorwaarden zijn.

Uitvoer

In het uitvoervoorbeeld van bijlage 4 is te zien, dat er eerst wat gegevens die met de getalkaarten zijn ingevoerd, zonder berekeningen gelijk weer uitgevoerd worden. Daarna volgen de resultaten van de berekeningen met allereerst de potentiaal en afgeleide daarvan (loodrecht op het randelement) op de randelementen. De randelementen worden hier aangeduid met de coördinaten van hun middelpunt. De resultaten worden afgesloten met een tabel met gegevens over de punten waar de stroomsnelheid is berekend. In deze tabel wordt met U de snelheidskomponent in de horizontale richting bedoeld en met V de komponent in de verticale richting (zie bijlage 5).

```

//WWWB$$$$ JOB (###,##),$$$$$$$$$,TIME=(,##),REGION=###K
/*JOBPARM LINES=2
// EXEC FTG1CG,PARM.FORT='SOURCE'
//FORT.SYSIN DD *
C ***** POT.STR *****
C
C PROGRAM FOR SOLUTION OF TWO DIMENSIONAL POTENTIAL PROBLEMS
C BY THE B.I.E. METHOD WITH CONSTANT ELEMENTS
C
COMMON N, L, NC(2), M
REAL*8 X, Y, XM, YM, G, H, FI, DFI, CX, CY, SOL, D
DIMENSION X(151), Y(151), XM(150), YM(150), G(150,150), FI(150),
1 DFI(150), KODE(151), CX(120), CY(120), SOL(120), H(150,150)
C
C INITIALISATION OF PROGRAM PARAMETERS
C NX= MAXIMUM DIMENSION OF THE SYSTEM OF EQUATIONS
C LX= MAXIMUM NUMBER OF INTERNAL POINTS
C
NX= 150
LX= 120
C
C INPUT
C
CALL INPUT(CX, CY, LX, X, Y, NX, KODE, FI)
C
C FORM SYSTEM OF EQUATIONS
C
CALL FMAT(X, Y, XM, YM, G, H, FI, DFI, KODE, NX)
C
C SOLUTION OF THE SYSTEM OF EQUATIONS
C
CALL SLNPD(G, DFI, D, N, NX)
C
C COMPUTE THE POTENTIAL VALUES IN THE INTERNAL POINTS
C
CALL INTER(FI, DFI, KODE, CX, CY, LX, X, Y, NX, SOL)
C
C OUTPUT
C
CALL OUTPUT(XM, YM, NX, FI, DFI, CX, CY, LX, SOL)
STOP
END
SUBROUTINE INPUT(CX, CY, LX, X, Y, NX, KODE, FI)
C
C *****
C * *
C***** INPUT *****
C * *
C *****
C
COMMON N, L, NC(2), M
DOUBLE PRECISION X(1), Y(1), FI(1), CX(1), CY(1)
DIMENSION KODE(1)
DIMENSION TITLE(18)
C

```

```

C  N= NUMBER OF BOUNDARY ELEMENTS
C  L= NUMBER OF INTERNAL POINTS WHERE THE FUNCTION IS
C    CALCULATED
C
C    WRITE (6,100)
100  FORMAT ('1', 120('*'))
C
C  READ NAME OF THE JOB
C
C    READ (5,150) TITLE
150  FORMAT (18A4)
C    WRITE (6,250) TITLE
250  FORMAT(1H0, 25X, 18A4)
C
C  READ BASIC PARAMETERS
C
C    READ (5,200) N, L,M,(NC(K),K=1,M)
200  FORMAT (8I5)
C    WRITE (6,300) N, L
300  FORMAT(/// 'DATA'//2X, 'NUMBER OF BOUNDARY ELEMENTS = ',
1    I3/ 2X, 'NUMBER OF INTERNAL POINTS WHERE THE FUNCTION IS ',
2    'CALCULATED = ', I3)
C    IF (M) 40, 40, 30
30    WRITE (6,999) M,(NC(K),K=1,M)
999  FORMAT(/2X, 'NUMBER OF DIFFERENT SURFACES = ',I3/2X,
1    'LAST NODES IN THESE SURFACES = ',5(2X,I3))
C
C  READ INTERNAL POINTS COORDINATES
C
C    DO 1 I=1,L,3
C      READ (5,400) CX(I), CY(I)
400  FORMAT (2F10.4)
C *****
C      CX(I+1)=CX(I)+0.1
C      CY(I+1)=CY(I)
C      CX(I+2)=CX(I)
C      CY(I+2)=CY(I)+0.1
C *****
C    1  CONTINUE
C
C  READ COORDINATES OF THE EXTREME POINTS OF THE BOUNDARY
C  ELEMENTS IN ARRAY X AND Y
C
C    DO 10 I=1,N
C      READ (5,600) X(I), Y(I)
600  FORMAT (2F10.4)
10   CONTINUE
C @*****
C  GATGROOTTE EN BUISSHOOGTE IN CM.:
C    READ (5,25) GATG, BUISH
25   FORMAT (2F10.4)
C    WRITE(6,26) GATG,BUISH
26   FORMAT(/2X, 'GATGROOTTE IN CM.:',F6.2,/, 'BUISSHOOGTE IN CM.:',F6.2)
C    DO 23 I=17,43
C      Y(I)=Y(I)-GATG+BUISH

```

```

23      CONTINUE
        DO 24 I=114,142
          Y(I)=Y(I)+BUISH
24      CONTINUE
C *****
C
C      READ BOUNDARY CONDITIONS
C      FI(I)= VALUE OF THE POTENTIAL IN THE NODE I IF KODE=0,
C      VALUE OF THE POTENTIAL DERIVATIVE IF KODE=1
C
        DO 20 I=1,N
          READ (5,900) KODE(I), FI(I)
900    FORMAT (I5, F10.4)
20      CONTINUE
          RETURN
        END
        SUBROUTINE FMAT(X, Y, XM, YM, G, H, FI, DFI, KODE, NX)
C
C      *****
C      *      *
C ***** FMAT *****
C      *      *
C      *****
C
C      THIS SUBROUTINE COMPUTES G AND H MATRICES AND FORMS THE
C      SYSTEM AX= F
C
C
        COMMON N, L, NC(2), M
        DOUBLE PRECISION X(1), Y(1), XM(1), YM(1), G(NX,NX), H(NX,NX)
        DIMENSION KODE(1)
        DOUBLE PRECISION CH, FI(1), DFI(1)
C
C      COMPUTE THE MIDPOINT COORDINATES AND STORE IN ARRAY XM AND YM
C
        X(N+1)= X(1)
        Y(N+1)= Y(1)
        DO 10 I=1,N
          XM(I)= (X(I)+X(I+1))/2.
10      YM(I)= (Y(I)+Y(I+1))/2.
          IF(M-1)15, 15, 12
12      XM(NC(1))=(X(NC(1))+X(1))/2
          YM(NC(1))=(Y(NC(1))+Y(1))/2
          DO 13 K=2,M
            XM(NC(K))=(X(NC(K))+X(NC(K-1)+1))/2
            YM(NC(K))=(Y(NC(K))+Y(NC(K-1)+1))/2
13      CONTINUE
C
C      COMPUTE G AND H MATRICES
C
15      DO 30 I=1,N
        DO 30 J=1,N
          IF (M-1) 16,16,17
17      IF(J-NC(1))16,18,19
18      KK=1

```



```

      GO TO 23
19   DO 22 K=2,M
      IF(J-NC(K))16,21,22
21   KK=NC(K-1)+1
      GO TO 23
22   CONTINUE
16   KK=J+1
23   IF(I-J) 20, 25, 20
20   CALL INTE(XM(I), YM(I), X(J), Y(J), X(KK), Y(KK),
1      H(I,J), G(I,J))
      GO TO 30
25   CALL INLO(X(J), Y(J), X(KK), Y(KK), G(I,J))
      H(I,J)= 3.1415926
30   CONTINUE

```

```

C
C  ARRANGE THE SYSTEM OF EQUATIONS READY TO BE SOLVED
C

```

```

      DO 55 J=1,N
      IF (KODE(J)) 55,55,40
40   DO 50 I=1,N
      CH= G(I,J)
      G(I,J)= -H(I,J)
      H(I,J)= -CH
50   CONTINUE
55   CONTINUE

```

```

C
C  DFI ORIGINALLY CONTAINS THE INDEPENDENT COEFFICIENTS
C  AFTER SOLUTION IT WILL CONTAIN THE VALUES OF THE SYSTEM UNKNOWNS
C

```

```

      DO 60 I=1,N
      DFI(I)=0.
      DO 60 J=1,N
      DFI(I)= DFI(I)+H(I,J)*FI(J)
60   CONTINUE
      RETURN
      END
      SUBROUTINE INTE(XP, YP, X1, Y1, X2, Y2, H, G)

```

```

C
C  *****
C  *      *
C ***** INTE *****
C  *      *
C  *****
C

```

```

C  THIS SUBROUTINE COMPUTES THE VALUES OF THE G AND H MATRIX
C  OFF-DIAGONAL ELEMENTS BY MEANS OF NUMERICAL INTEGRATION
C  ALONG THE BOUNDARY ELEMENTS.
C

```

```

C  DIST= DISTANCE FROM THE POINT UNDER CONSIDERATION TO THE
C        BOUNDARY ELEMENTS
C  RA   = DISTANCE FROM THE POINT UNDER CONSIDERATION TO THE
C        INTEGRATION POINTS IN THE BOUNDARY ELEMENTS
C
C
C

```

```

REAL*8 XCD, YCD, GI, DME, DIST, RA, SIG, G, H, XP, YP
REAL*8 X1, Y1, X2, Y2, AX, BX, AY, BY, TA
DIMENSION XCD(4), YCD(4), GI(4), DME(4)
GI(1)= 0.86113631
GI(2)= -GI(1)
GI(3)= 0.33998104
GI(4)= -GI(3)
DME(1)= 0.34785485
DME(2)= DME(1)
DME(3)= 0.65214515
DME(4)= DME(3)
AX= (X2-X1)/2.
BX= (X2+X1)/2.
AY= (Y2-Y1)/2.
BY= (Y2+Y1)/2.
IF (AX) 10,20,10
10 TA= AY/AX
DIST= DABS((TA*XP-YP+Y1-TA*X1)/DSQRT(TA**2+1))
GO TO 30
20 DIST= DABS(XP-X1)
30 SIG= (X1-XP)*(Y2-YP)-(X2-XP)*(Y1-YP)
IF (SIG) 31,32,32
31 DIST= -DIST
32 G=0.
H=0.
DO 40 I=1,4
XCD(I)= AX*GI(I)+BX
YCD(I)= AY*GI(I)+BY
RA= DSQRT((XP-XCD(I))**2+(YP-YCD(I))**2)
G= G+DLOG(1/RA)*DME(I)*DSQRT(AX**2+AY**2)
40 H= H-(DIST*DME(I)*DSQRT(AX**2+AY**2)/RA**2)
RETURN
END
SUBROUTINE INLO(X1, Y1, X2, Y2, G)

```

```

C
C *****
C *
C ***** INLO *****
C *
C *****
C
C THIS SUBROUTINE COMPUTES THE VALUES OF THE DIAGONAL
C ELEMENTS OF THE G MATPIX
C

```

```

REAL*8 X1, Y1, X2, Y2, G, AX, AY, SR
AX= (X2-X1)/2.
AY= (Y2-Y1)/2.
SR= DSQRT(AX**2+AY**2)
G= 2*SR*(DLOG(1/SR)+1)
RETURN
END

```

SUBROUTINE SLNPD(A, B, D, N, NX)

```

C
C      *****
C      *          *
C ***** SLNPD *****
C      *          *
C      *****
C
C      SOLUTION OF THE LINEAIR SYSTEM OF EQUATIONS
C      BY THE GAUSS ELIMINATION METHOD PROVIDING
C      FOR INTERCHANGING ROWS WHEN ENCOUNTERING A
C      ZERO DIAGONAL COEFFICIENT
C
C      A= SYSTEM MATRIX
C      B= ORIGINALLY IT CONTAINS THE INDPENDENT COEFFICIENTS.
C          AFTER SOLUTION B CONTAINS THE VALUES OF THE SYSTEM
C          UNKNOWNNS.
C
C      N = ACTUAL NUMBER OF UNKNOWNNS
C      NX=ROW AND COLUMN DIMENSION OF A
C
C          REAL*8 A, B, C, D
C          DIMENSION A(NX,NX), B(NX)
C          N1= N-1
C          DO 100 K=1,N1
C            K1= K+1
C            C= A(K,K)
C            IF (DABS(C)-0.000001) 1,1,3
C1         DO 7 J=K1,N
C
C          TRY TO INTERCHANGE ROWS TO GET NON ZERO DIAGONAL COEFFICIENT
C
C            IF (DABS(A(J,K))-0.000001) 7,7,5
C5         DO 6 L=K,N
C            C= A(K,L)
C            A(K,L)= A(J,L)
C6         A(J,L)= C
C            C = B(K)
C            B(K)= B(J)
C            B(J)= C
C            C= A(K,K)
C            GO TO 3
C7         CONTINUE
C8         WRITE (6,2) K
C2         FORMAT (' ***** SINGULARITY IN ROW ', I5)
C            GO TO 300
C
C          DIVIDE ROW BY DIAGONAL COEFFICIENT
C
C3         C= A(K,K)
C            DO 4 J=K1,N
C4         A(K,J)= A(K,J)/C
C            B(K)= B(K)/C
C
C          ELIMINATE UNKNOWN X(K) FROM ROW I

```

```

C
      DO 10 I=K1,N
      C= A(I,K)
      DO 9 J=K1,N
  9      A(I,J)= A(I,J)-C*A(K,J)
  10     B(I) = B(I)-C*B(K)
100     CONTINUE
C
C   COMPUTE LAST UNKNOWN
C
      IF (DABS(A(N,N))-0.000001) 105,105,101
105     WRITE (6,2) K
      GO TO 300
101     B(N)= B(N)/A(N,N)
C
C   APPLY BACKSUBSTITUTION PROCES TO COMPUTE REMAINING UNKNOWNNS
C
      DO 200 L=1,N1
      K = N-L
      K1= K+1
      DO 200 J=K1,N
200     B(K)= B(K)-A(K,J)*B(J)
C
C   COMPUTE VALUE OF DETERMINANT
C
      D=1.
      DO 250 I=1,N
250     D=D*A(I,I)
300     RETURN
      END
      SUBROUTINE INTER(FI, DFI, KODE, CX, CY, LX, X, Y, NX, SOL)
C
C   *****
C   *
C ***** INTER *****
C   *
C   *****
C
C   THIS SUBROUTINE COMPUTES THE POTENTIAL VALUE FOR INTERNAL
C   POINTS.
C
C
      COMMON N, L,NC(2),M
      REAL*8 FI, DFI, CX, CY, X, Y, SOL, CH, A, B
      DIMENSION FI(NX), DFI(NX), KODE(NX), CX(LX), CY(LX)
      DIMENSION X(NX), Y(NX), SOL(LX)
C
C   REORDER FI AND DFI ARRAY TO PUT ALL THE VALUE OF THE POTENTIAL
C   IN FI AND ALL THE VALUES OF THE DERIVATIVE IN DFI.
C
      DO 20 I=1,N
      IF (KODE(I)) 20,20,10
  10 CH = FI(I)
      FI(I) = DFI(I)
      DFI(I)= CH
  20 CONTINUE

```

```

C
C COMPUTE THE POTENTIAL VALUES FOR INTERNAL POINTS.
C
      DO 40 K=1,L
      SOL(K)= 0.
      DO 30 J=1,N
      IF (M-1) 28,28,22
22      IF (J-NC(1)) 28,23,24
23      KK=1
      GO TO 29
24      DO 26 LK=2,M
      IF(J-NC(LK)) 28,25,26
25      KK=NC(LK-1)+1
      GO TO 29
26      CONTINUE
28      KK=J+1
29      CALL INTE(CX(K), CY(K), X(J), Y(J), X(KK), Y(KK), A, B)
30      SOL(K)= SOL(K)+DFI(J)*B-FI(J)*A
40      SOL(K)= SOL(K)/(2*3.1415926)
      RETURN
      END
      SUBROUTINE OUTPUT(XM, YM, NX, FI, DFI, CX, CY, LX, SOL)
C
C *****
C *
C ***** OUTPUT *****
C *
C *****
C
      COMMON N, L, NC(2), M
      REAL*8 XM, YM, FI, DFI, CX, CY, SOL
      DIMENSION XM(NX), YM(NX), FI(NX), DFI(NX), CX(LX), CY(LX), SOL(LX)
      WRITE (6,100)
100  FORMAT ('0', 120('*'))//1X, 'RESULTS'//1X, 'BOUNDARY ELEMENTS'//
1      16X, 'X', 23X, 'Y', 19X, 'POTENTIAL', 10X, 'POTENTIAL ',
2      'DERIVATIVE'//
      DO 10 I=1,N
10  WRITE (6,200) XM(I), YM(I), FI(I), DFI(I)
200  FORMAT (6X, F14.5, 3(10X, F14.5))
      WRITE (6,300)
300  FORMAT (//, 2X, 'INTERNAL POINTS', //11X, 'X', 18X, 'Y', 14X,
1      'POTENTIAL', 11X, 'U', 13X, 'V', 9X, 'SQRT(U**2+V**2)', 3X,
2      'HOEK', /)
      KL=0
      DO 20 K=1,L
      KL=KL+1
      IF(KL.EQ.3) GO TO 25
      WRITE (6,400) CX(K), CY(K), SOL(K)
400  FORMAT (2X, F14.5, 2(5X, F14.5))
      GO TO 26
25  U=SOL(K-2)-SOL(K-1)
      V=SOL(K-2)-SOL(K)
      S=SQRT(U**2+V**2)
      HOEK=ARCOS(U/S)/3.141593*180.0
      IF (V.LT.0) HOEK=-HOEK

```

```

      WRITE (6,27) CX(K),CY(K),SOL(K),U,V,S,HDEK
27    FORMAT(2X,F14.5,2(5X,F14.5),3(5X,F10.4),F14.2,/)
      KL=0
26    CONTINUE
20    CONTINUE
      WRITE (6,500)
500   FORMAT ('0', 120('*'))
      RETURN
      END

```

```

/*
//GO.SYSIN DD *
IRROTATIONAL 2D-FLOW AROUND HORIZONTAL CYLINDER ABOVE ERODABLE BOTTOM 30
142  51  2 113 142
15.3      5.0
19.0      8.2
19.0      7.8
19.0      0.8
19.0      1.2
19.0      1.4
19.0      1.5
19.0      1.6
19.0      1.7
19.0      1.9
4.0       4.0
4.0       6.0
4.0      10.0
4.0      20.0
4.0      25.0
32.0      4.0
32.0      6.0
0.0       2.0
0.5       2.0
1.0       2.0
1.5       2.0
2.0       2.0
2.5       2.0
3.0       2.0
4.0       2.0
5.0       2.0
6.0       2.3
7.0       1.8
8.0       1.5
9.0       1.7
10.0      2.1
11.0      1.7
12.0      1.8
13.0      3.3
13.5      3.5
14.0      3.45
15.0      3.0
16.0      2.45
16.5      2.2
17.0      2.0
17.5      1.93
18.0      1.9

```

IRROTATIONAL 2D-FLOW AROUND HORIZONTAL CYLINDER ABOVE ERODABLE BOTTOM

DATA

NUMBER OF BOUNDARY ELEMENTS = 142
NUMBER OF INTERNAL POINTS WHERE THE FUNCTION IS CALCULATED = 51
NUMBER OF DIFFERENT SURFACES = 2
LAST NODES IN THESE SURFACES = 113 142
GATGROOTTE IN CM.: 0.90
PYPHOOGTE IN CM. : 0.0

RESULTS

BOUNDARY ELEMENTS

X	Y	POTENTIAL	POTENTIAL DERIVATIVE
0.25000	2.00000	6114.49510	0.0
0.75000	2.00000	6039.39525	0.0
1.25000	2.00000	5964.03674	0.0
1.75000	2.00000	5888.94038	0.0
2.25000	2.00000	5814.05654	0.0
2.75000	2.00000	5739.41597	0.0
3.50000	2.00000	5628.13053	0.0
4.50000	2.00000	5482.51447	0.0
5.50000	2.15000	5350.64015	0.0
6.50000	2.05000	5115.34567	0.0
7.50000	1.65000	4990.41860	0.0

ENZ.

17.67500
17.19500
16.83000
16.60000
16.51000
16.51000
16.60000
16.83000
17.19500
17.67500
18.23500
18.76500
19.08000
19.46500
20.05500
20.58000
21.00500
21.30500
21.46000

2.50500
2.90000
3.40500
3.98500
4.44500
4.75500
5.21500
5.79500
6.30000
6.69500
6.96000
7.08000
7.10000
7.04000
6.84500
6.51000
6.05500
5.51000
4.91000

3712.93824
3882.30027
4015.22718
4102.32498
4133.79641
4136.07567
4111.53262
4032.90047
3905.12330
3736.80471
3543.25362
3356.19397
3256.93919
3112.99689
2906.98356
2723.78017
2575.36624
2470.09630
2414.04164

0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0
0.0

INTERNAL POINTS

X	Y	POTENTIAL	U	V	SQRT(U**2+V**2)	HOEK
15.30000	5.00000	4204.62742	10.0390	1.6627	10.1758	9.40
15.40000	5.00000	4194.58838				
15.30000	5.10000	4202.96470				
19.00000	8.20000	3275.11116	25.6748	0.0115	25.6748	0.0
19.10000	8.20000	3249.43637				
19.00000	8.30000	3275.09965				
19.00000	7.80000	3275.10725				
19.10000	7.80000	3247.01261	28.0946	-0.0080	28.0946	0.0
19.00000	7.90000	3275.11524				
19.00000	0.40000	-0.03272				
19.10000	0.40000	0.15703				
19.00000	0.50000	0.00391	-0.1898	-0.0366	0.1933	-169.07
19.00000	0.80000	0.14592				
19.10000	0.80000	0.55151				
19.00000	0.90000	0.14654	-0.4056	-0.0006	0.4056	-179.92
19.00000	1.20000	3224.58295				
19.10000	1.20000	3184.12951				
19.00000	1.30000	3223.77776	40.4534	0.8052	40.4614	1.14
19.00000	1.40000	3222.36183				
19.10000	1.40000	3186.82430				
19.00000	1.50000	3221.48898	35.5375	0.8728	35.5482	1.41
19.00000	1.60000	3220.91426				

BODEMHOOGTE ALS FUNKTE VAN PLAATS (RIJBELS ZON WEGGEMIDDELD)

BODEMHOOGTE (mm)

$H = 55 \text{ mm}$
 $\lambda = 30 \text{ mm}$
 $T = 17.5$
 $d = +6 \text{ mm}$

NA 10 uur GOLVEN

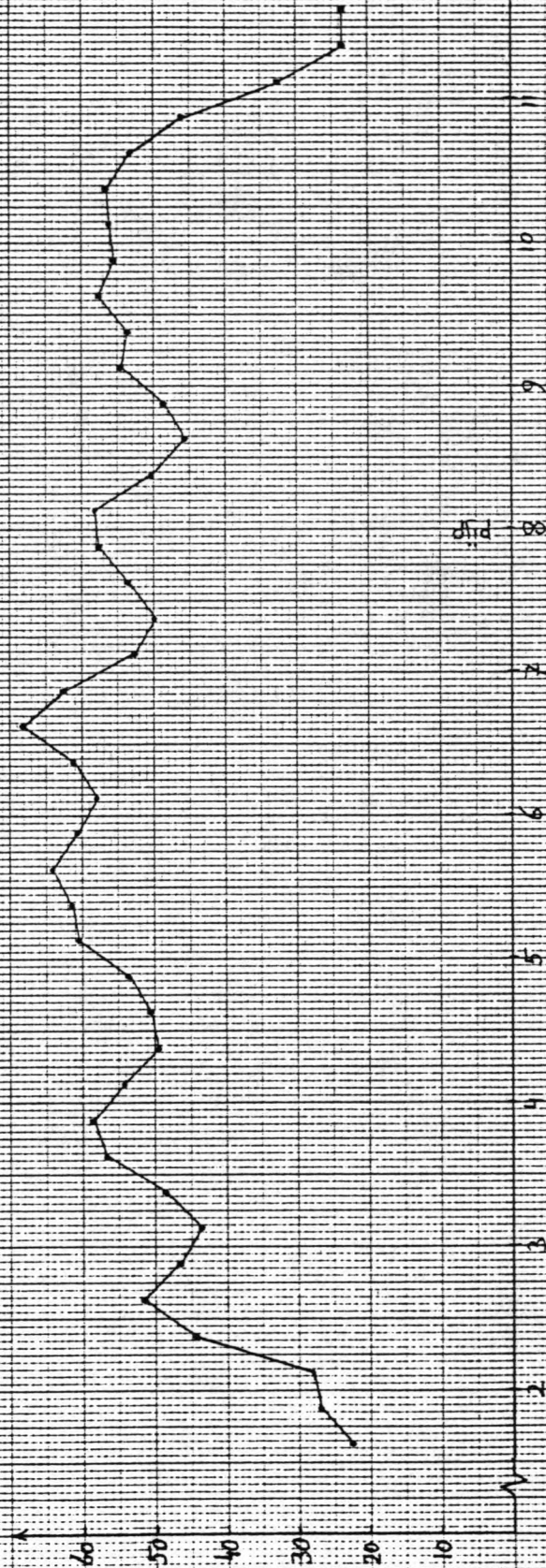
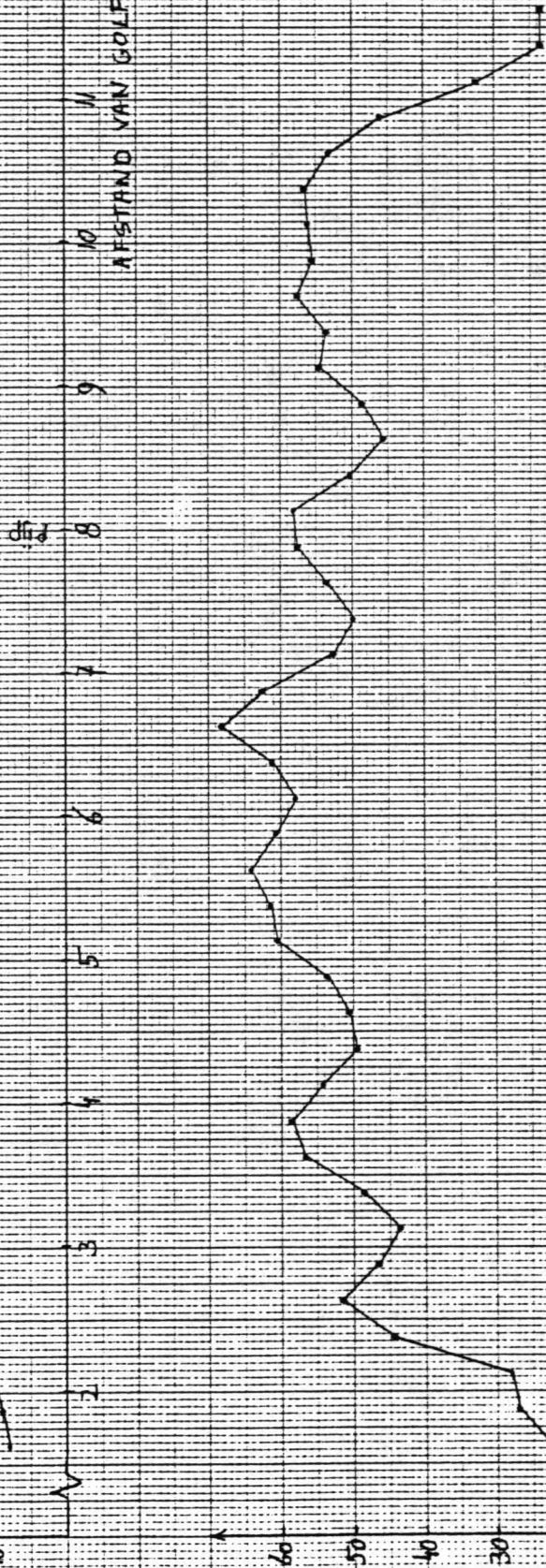
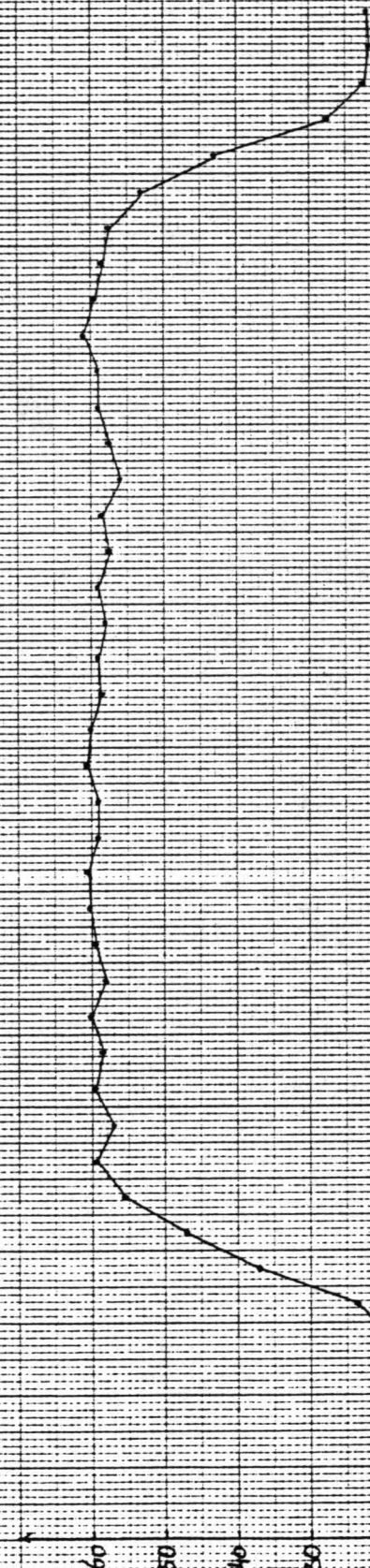
AFSTAND VAN GOLFSCHOT (m)

BODEMHOOGTE (mm)

$H = 70 \text{ mm}$
 $\lambda = 30 \text{ mm}$
 $T = 17.5$
 $d = 1 \text{ mm}$

NA 25 uur GOLVEN

AFSTAND VAN GOLFSCHOT (m)



GOLF TOP

21 cm/s

20 cm/s

19

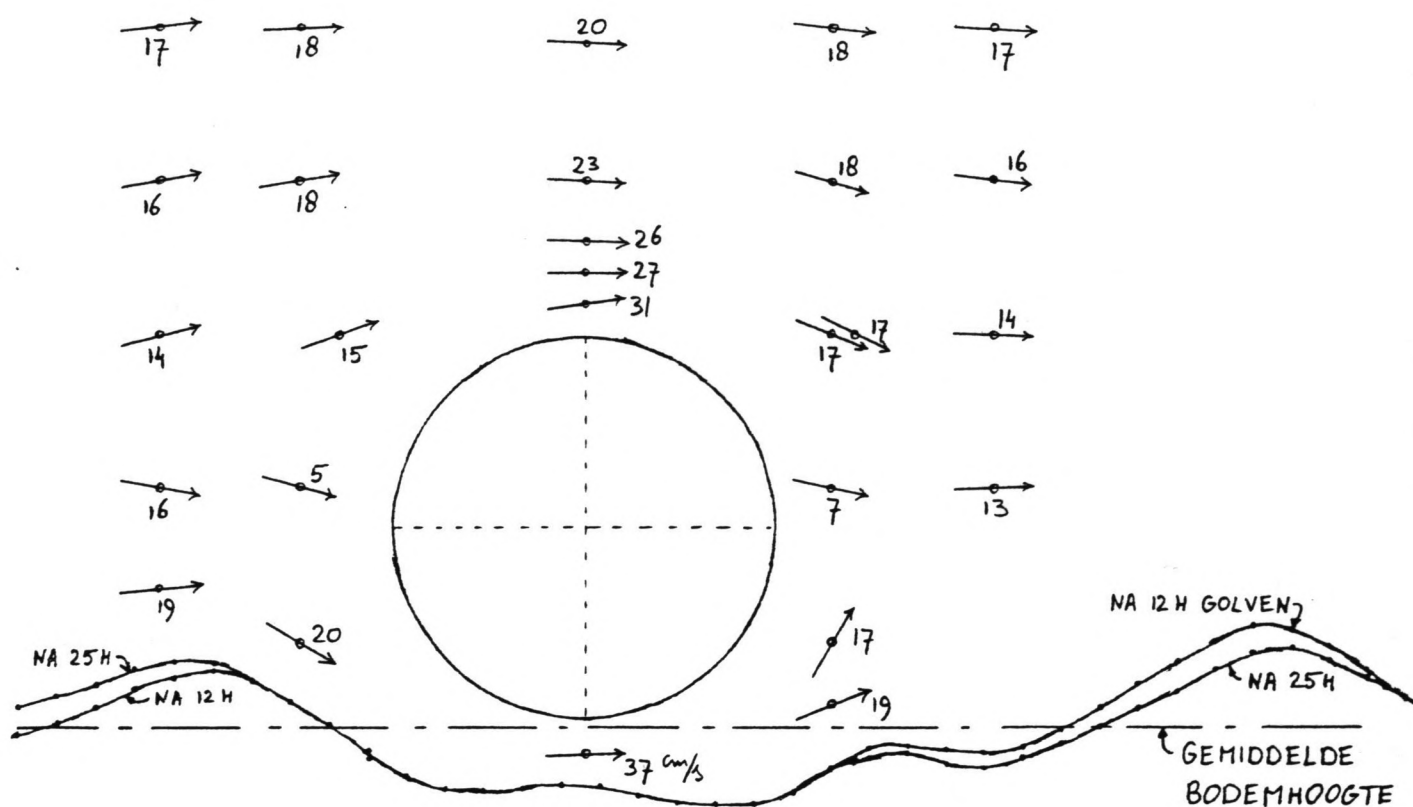
18

18

$H = 70 \text{ mm}$
 $h = 310 \text{ mm}$
 $T = 1,7 \text{ s}$
 $d = 1 \text{ mm}$

° = MEETPUNT
 SNELHEDEN IN cm/s

WARE GROOTTE



GOLFDAL

← 14 cm/s

← 14 cm/s

← 14

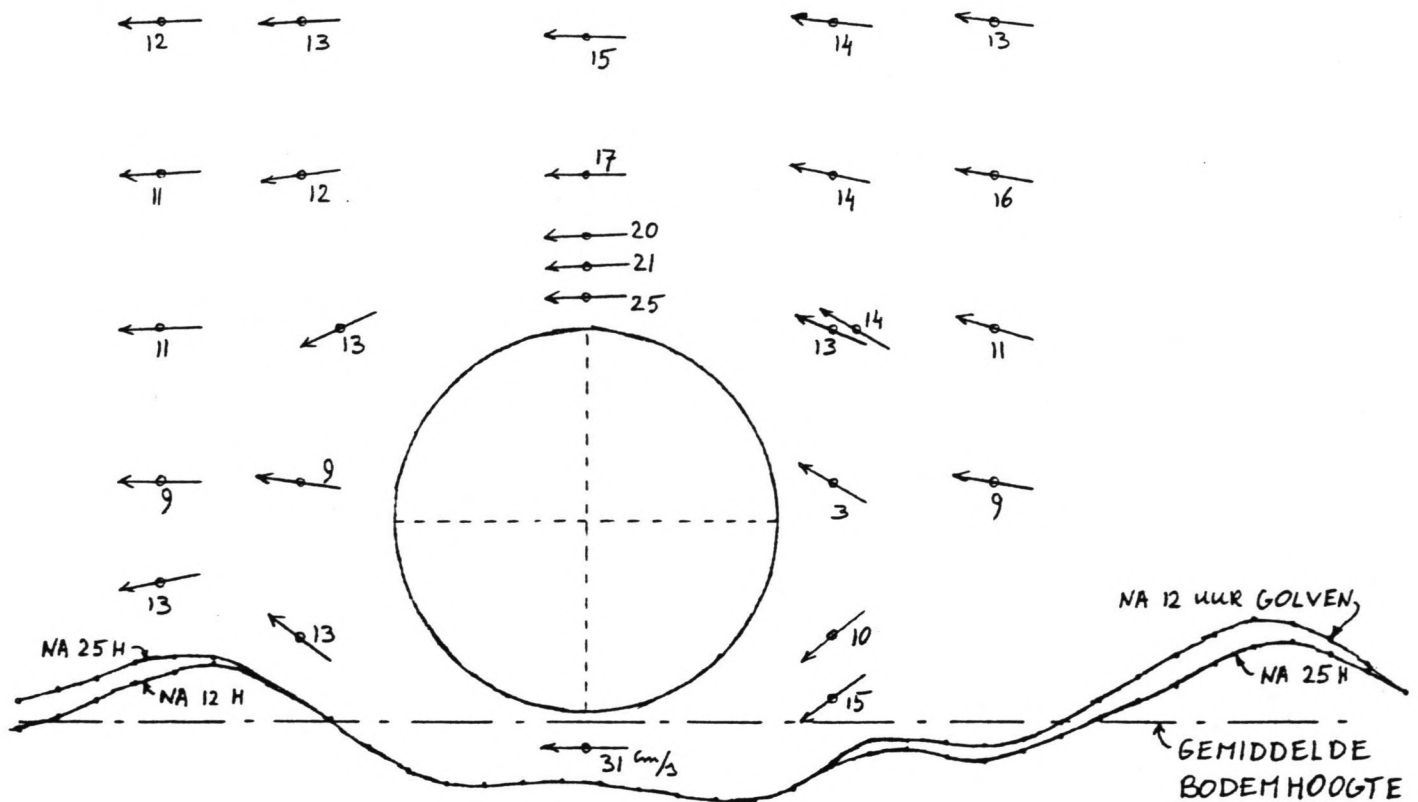
← 13

← 13

$H = 70 \text{ mm}$
 $h = 310 \text{ mm}$
 $T = 1,7 \text{ s}$
 $d = 1 \text{ mm}$

° = MEETPUNT
 SNELHEDEN IN cm/s

WARE GROOTTE



GOLFTOP

→ 20 cm/s

$H = 70 \text{ mm}$
 $h = 310 \text{ mm}$
 $T = 1,7 \text{ s}$
 $d = -10 \text{ mm}$

→ 19 cm/s

o = MEETPUNT
 SNELHEDEN IN CM/S

WARE GROOTTE

→ 18

→ 17

→ 18

→ 19

→ 18

→ 17

→ 16

→ 18

→ 22

→ 17

→ 15

→ 24

→ 13

→ 15

→ 27

→ 18

→ 15

→ 13

→ 9

→ 9

→ 14

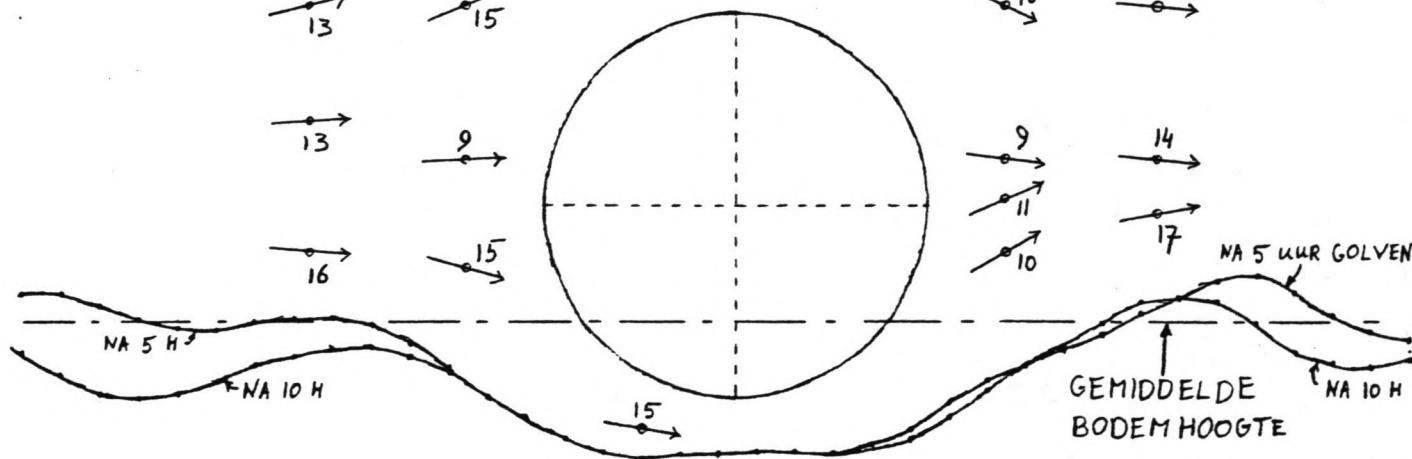
→ 16

→ 15

→ 11

→ 17

→ 10



GOLFDAL

← 15 cm/s

$H = 70 \text{ mm}$
 $h = 310 \text{ mm}$
 $T = 1,7 \text{ s}$
 $d = -10 \text{ mm}$

← 13 cm/s

o = MEETPUNT
 SNELHEDEN IN CM/S

WARE GROOTTE

← 14

← 13

← 13

← 15

← 14

← 14

← 11

← 13

← 17

← 14

← 14

← 19

← 21

← 12

← 14

← 15

← 13

← 14

← 11

← 6

← 10

← 14

← 8

← 6

← 14

← 11

NA 5 UUR GOLVEN

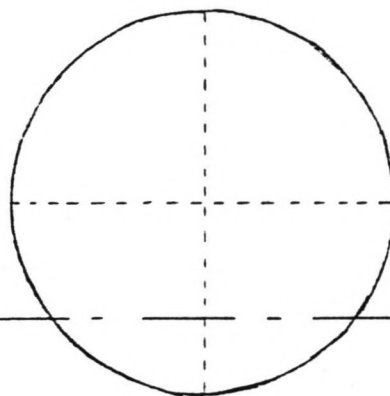
NA 5 H

NA 10 H

← 12

GEMIDDELDE
 BODEMHOOGTE

NA 10 H



GOLFTOP

→ 16 cm/s

→ 15

→ 15

→ 15

→ 16

→ 17

→ 20

→ 22

→ 25

→ 15

→ 14

→ 13

→ 12

→ 7

→ 11

→ 10

$H = 55 \text{ mm}$

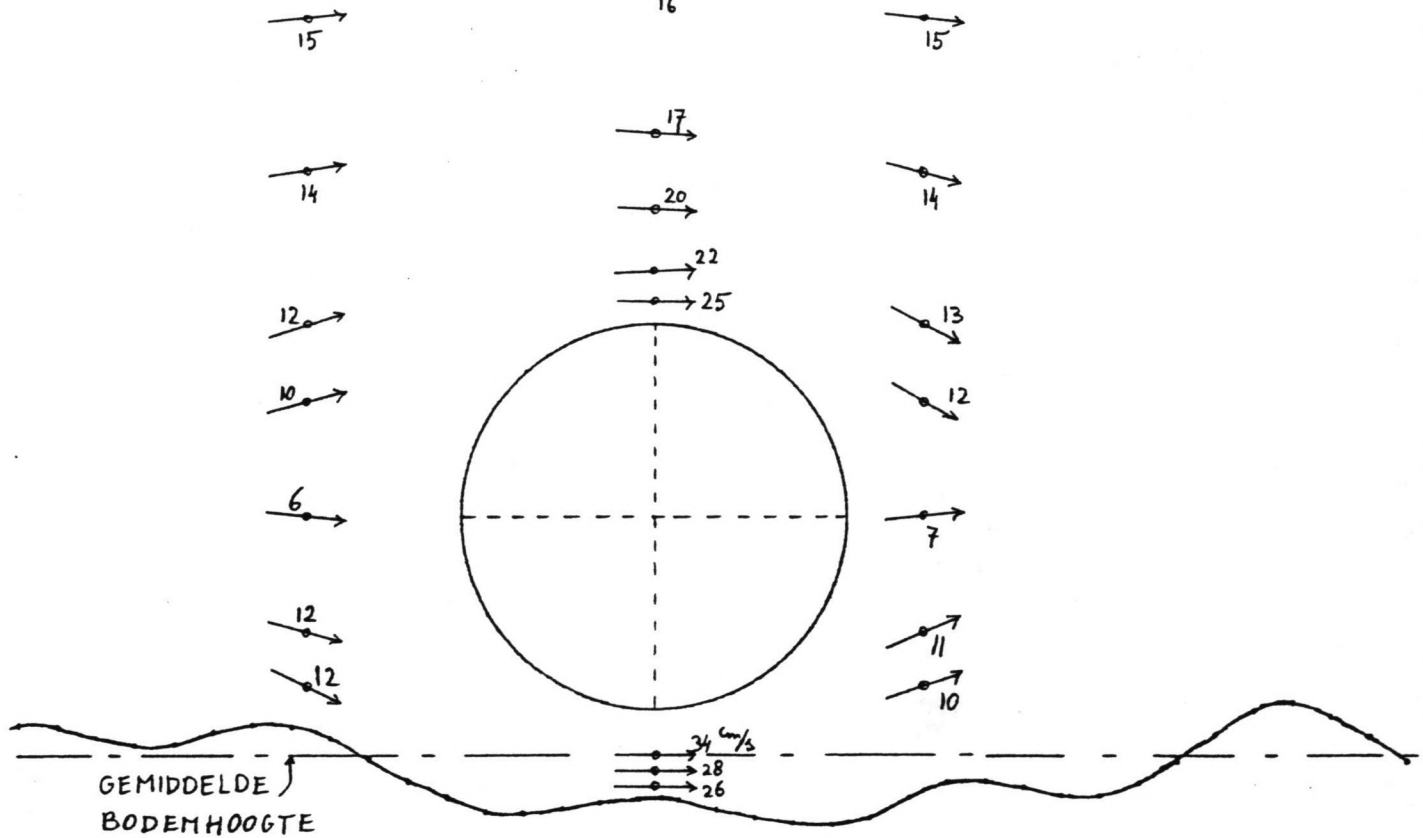
$h = 310 \text{ mm}$

$T = 1,7 \text{ s}$

$d = 6 \text{ mm}$

0 = MEETPUNT
SNELHEDEN IN CM/S

WARE GROOTTE



GOLFDAL

← 12 cm/s

← 12

← 12

← 12

← 13

← 12

← 12

← 11

← 14

← 12

← 16

← 10

← 19

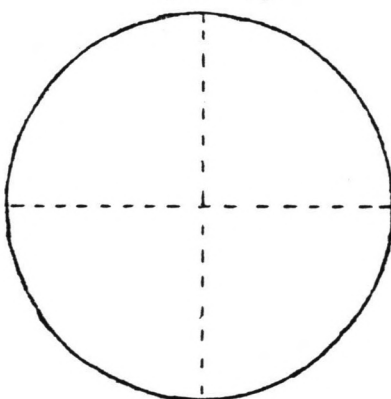
← 11

← 9

← 23

← 10

← 8



← 6

← 10

← 10

← 12

← 13



28

27

27

GEMIDDELTE
BODEMHOOGTE

$H = 55 \text{ mm}$

$h = 310 \text{ mm}$

$T = 1,7 \text{ s}$

$d = 6 \text{ mm}$

o = MEETPUNT
SNELHEDEN IN CM/S

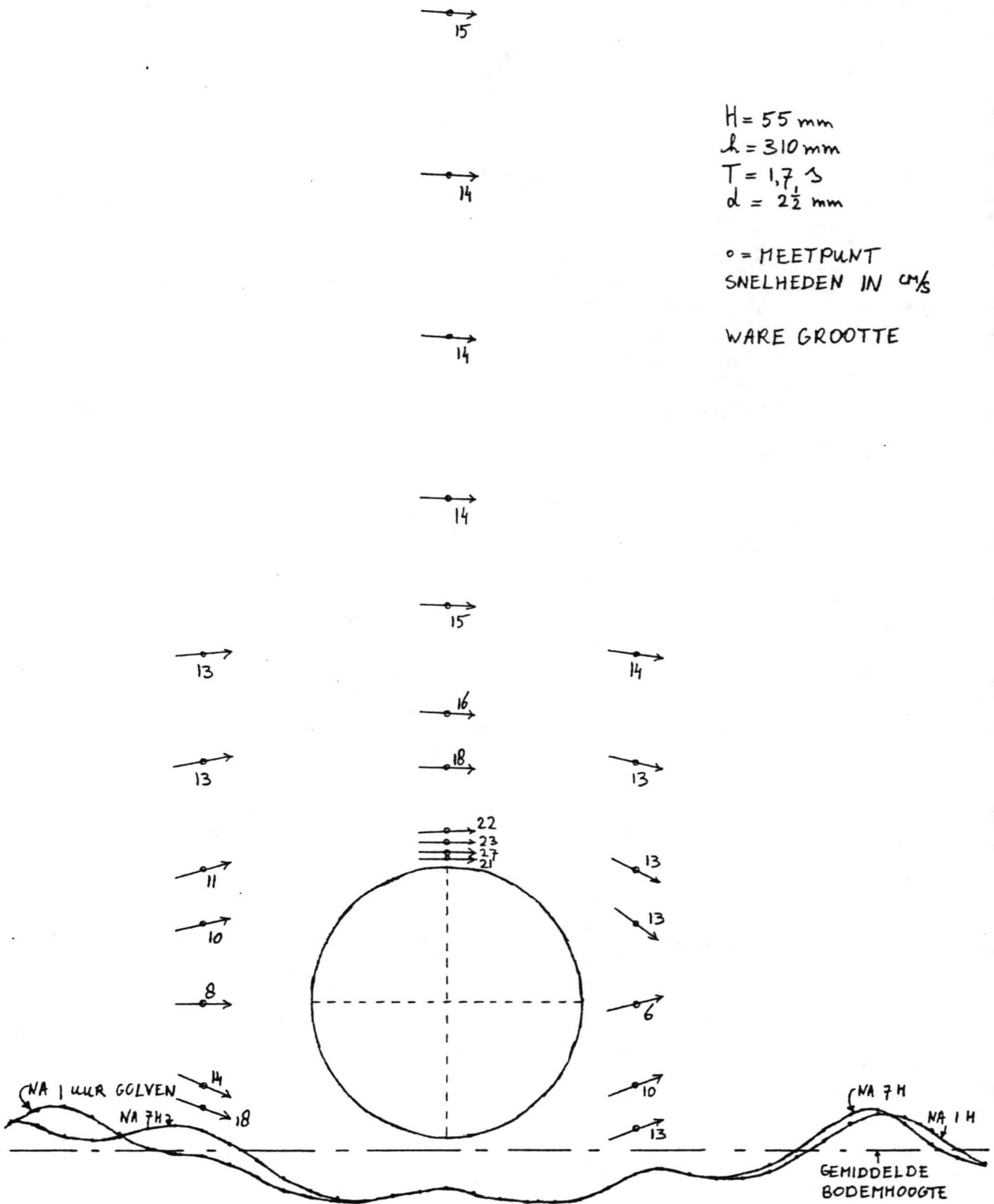
WARE GROOTTE

GOLFTOP

$H = 55 \text{ mm}$
 $\lambda = 310 \text{ mm}$
 $T = 1,7 \text{ s}$
 $d = 2\frac{1}{2} \text{ mm}$

° = MEETPUNT
 SNELHEDEN IN cm/s

WARE GROOTTE



GOLFDAL

← 11 cm/s

← 11

← 11

← 11

← 12

← 13

← 14

← 19
← 21
← 22
← 21

← 11

← 10

← 10

← 9

← 9

← 11

← 12

← 11

← 10

← 4

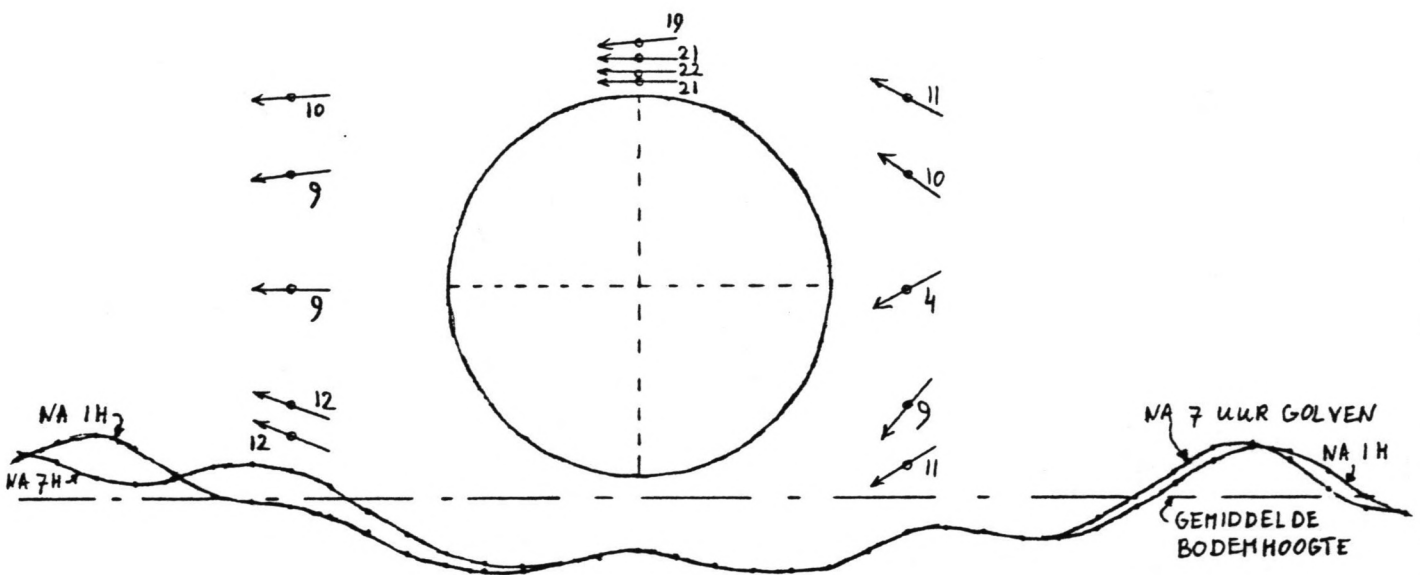
← 9

← 11

$H = 55 \text{ mm}$
 $h = 310 \text{ mm}$
 $T = 1,7 \text{ s}$
 $d = 2\frac{1}{2} \text{ mm}$

° = MEETPUNT
SNELHEDEN IN CM/S

WARE GROOTTE



GOLF TOP

→ 15 cm/s

→ 15 cm/s

→ 14

→ 14

→ 15

→ 13

→ 12

→ 11

→ 10

→ 8

→ 15

→ 18

→ 24
→ 24
→ 27

→ 13

→ 13

→ 12

→ 12

→ 7

$H = 55 \text{ mm}$

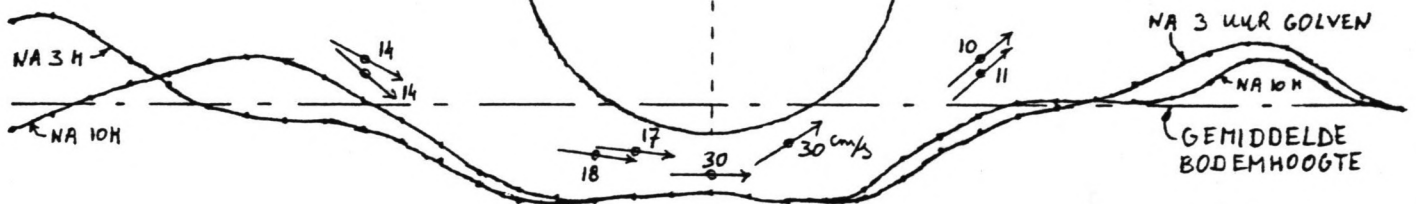
$h = 310 \text{ mm}$

$T = 1,7 \text{ s}$

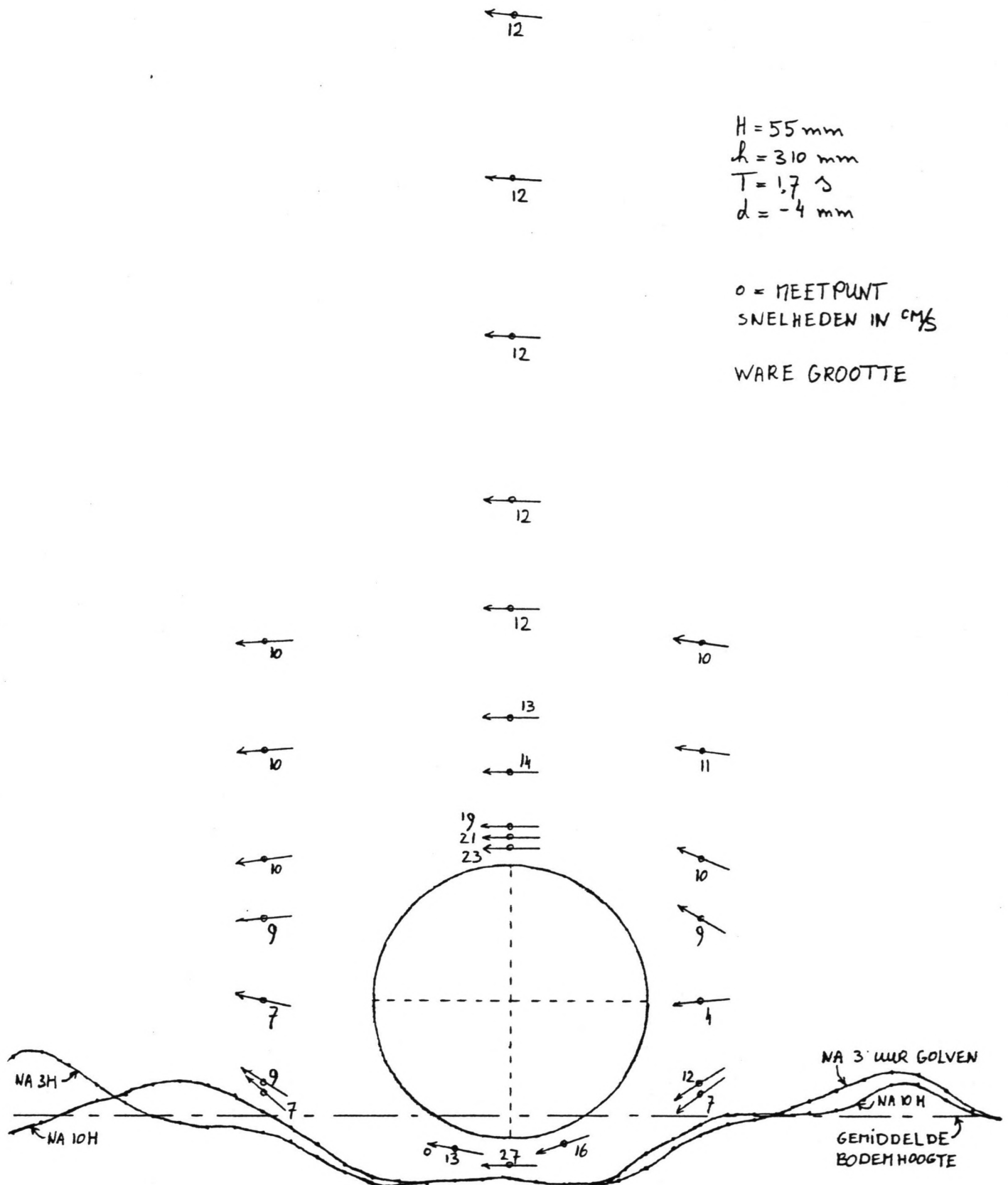
$d = -4 \text{ mm}$

o = MEETPUNT
SNELHEDEN IN CM/S

WARE GROOTTE



GOLFDAL



GOLFTOP

→ 19 cm/s

$H = 70 \text{ mm}$
 $h = 310 \text{ mm}$
 $T = 1,7 \text{ s}$

→ 18 cm/s

° = MEETPUNT
 SNELHEDEN IN cm/s

WARE GROOTTE

→ 18

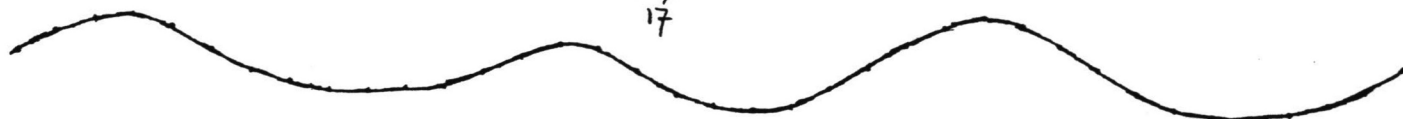
→ 17

→ 17

→ 16

→ 15

→ 17



GOLFDAL

← 15 cm/s

$H = 70 \text{ mm}$
 $h = 310 \text{ mm}$
 $T = 1,7 \text{ s}$

o = MEETPUNT
 SNELHEDEN IN cm/s

WARE GROOTTE

← 14 cm/s

← 14

← 14

← 14

← 13

← 14

← 14



GOLFTOP

15 cm/s

$H = 55 \text{ mm}$

$h = 310 \text{ mm}$

$T = 1,7 \text{ s}$

15

° = MEETPUNT

SNELHEDEN IN CM/S

WARE GROOTTE

14

14

14

13

13

15 cm/s



GOLFDAL

← 12

$H = 55 \text{ mm}$
 $T = 1,7 \text{ s}$
 $h = 310 \text{ mm}$

← 12

o = MEETPUNT
 SNELHEDEN IN CM/S

← 12

WARE GROOTTE

← 12

← 11

← 10

← 11

← 15 cm/s



STOORGOLVEN

$H = 70 \text{ mm}$
 $T = 1,7 \text{ s}$
 $L = 310 \text{ mm}$
 $d = 1 \text{ mm}$

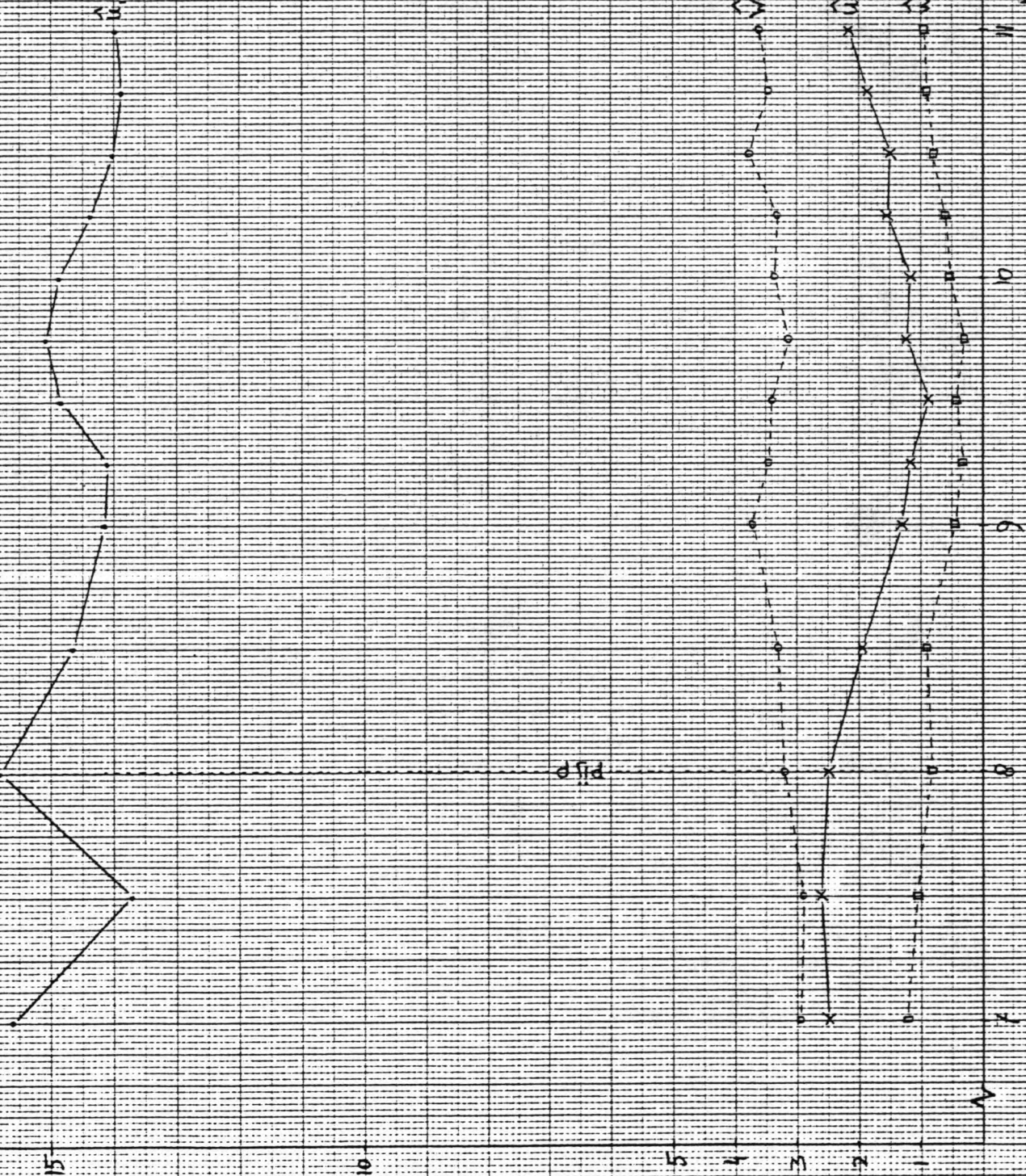
u = HOR. SNELHEIDSKOMPONENT
 w = VERT. SNELHEIDSKOMPONENT

$\hat{u}_i$ = AMPLITUDE VAN i de
 FOURIER-KOMPONENT

MEETHOOGTE = 100 mm LOV BODEM

AMPLITUDE VAN SNELHEIDSKOMPONENT (cm/s)

AFSTAND VAN GOLSCHOT (m)



MEETRESULTATEN GROEP 2

INGESTELD				GEMETEN						BEREKEND									
GOLVEN				PJP	RIBBELS		GOLFFORM		SNELHEID		KUIL	GOLFFORM			SNELHEID				
n	T	H	h	d	H _r	L _r	t _t /T	γ _m /H	u _{max} cm/s	u _{min} cm/s	y	t _t /T	γ _m /H	U	u _{max} ,v cm/s	u _{min} ,v cm/s	u _{max} ,p cm/s	a	
	s	mm	mm	mm	mm	mm	-	-			mm	-	-	-				mm	
1	1,7	60	250	5,0	7½	43	0,38	0,65	19	-14	9,8	0,43	0,61	25	16	-15	32	45	
2	1,7	60	250	2,5	"	"	"	"			10,9	0,43	0,61	25				45	
3	1,7	60	250	0,0	"	"	"	"	19	-14	13,1	0,43	0,61	25	16	-15	31	45	
4	1,7	60	250	-2,3	"	"	"	"			14,8	0,43	0,61	25				45	
5	1,7	60	250	-4,8	"	"	"	"	19	-14	15,4	0,43	0,61	25	16	-15	35	45	
6	1,7	60	250	-10	"	"	"	"			18,9	0,43	0,61	25				45	
7	1,9	60	250	0	11	58	0,42	0,63	20	-15	12,1	0,41	0,63	33	18	-14	33	52	
8	1,7	60	250	0	7½	43	0,38	0,65	19	-14	12,2	0,43	0,61	25	16	-15	31	45	
9	1,6	60	250	0	8	47	0,45	0,57			8,6	0,44	0,59	21				41	
10	1,5	60	250	0	8	43	0,40	0,61	15	-12	8,8	0,45	0,58	18	15	-15	35	38	
11	1,4	60	250	0	8½	47	0,45	0,57			10,1	0,45	0,57	15				35	
12	1,3	60	250	0	7	41	0,45	0,58	15	-11	7,8	0,46	0,56	12	15	-15	35	31	
13	1,7	60	300	0	10	53	0,47	0,56	18	-16	9,3	0,45	0,57	16	14	-14	32	40	
14	1,7	60	280	0	11	55	0,40	0,65			9,1	0,44	0,59	19				42	
15	1,7	60	200	0	8	41	0,37	0,69	18	-9	7,9	0,39	0,67	42	19	-15	43	52	
16	1,7	80	250	0	9½	53	0,38	0,63	26	-17	18,6	0,41	0,64	34	21	-19	35	60	
17	1,7	70	250	0	8½	53	0,38	0,68	23	-15	12,4	0,42	0,63	29	19	-17	35	53	
18	1,7	50	250	0	9	51	0,38	0,64	17	-12	8,8	0,44	0,59	20	14	-13	31	38	

n= volgnummer (zelfde in grafieken)

T= golfperiode

H= golfhoopte

h= waterdiepte

d= pijphoogte tov gem. bodemhoogte

H_r= gem. ribbelhoogte

L_r= gem. ribbellengte

t_t/T= duur van golftop

γ_m/H= relatieve golftophoogte

u_{max}= u tijdens golftop zonder pijp

u_{min}= u tijdens golfdal zonder pijp

a= amplitude van waterbeweging bij vlakke bodem zonder pijp

y= ontgrondingsdiepte tov gem. bodemhoogte

U= Ursell-parameter = HL^2/h^3 (L=golflengte)

u_{max}, v= boven vlakke bodem tijdens golftop

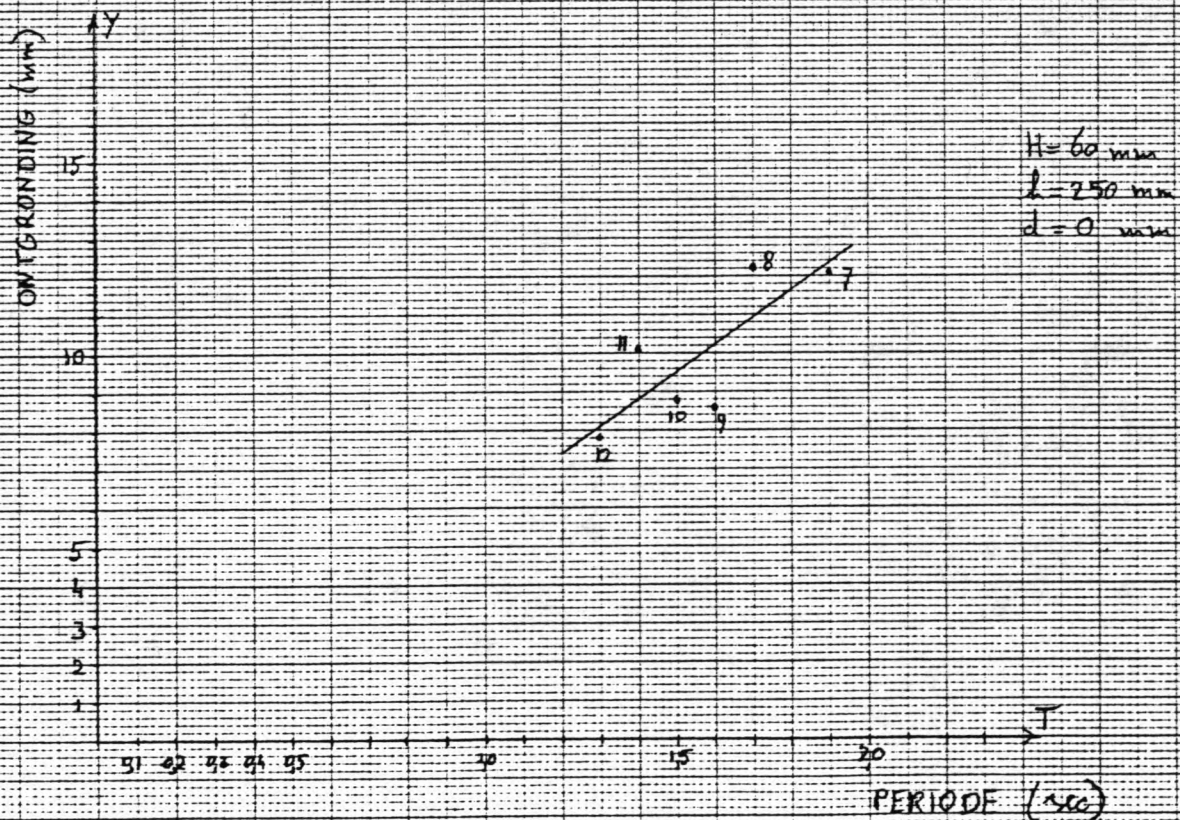
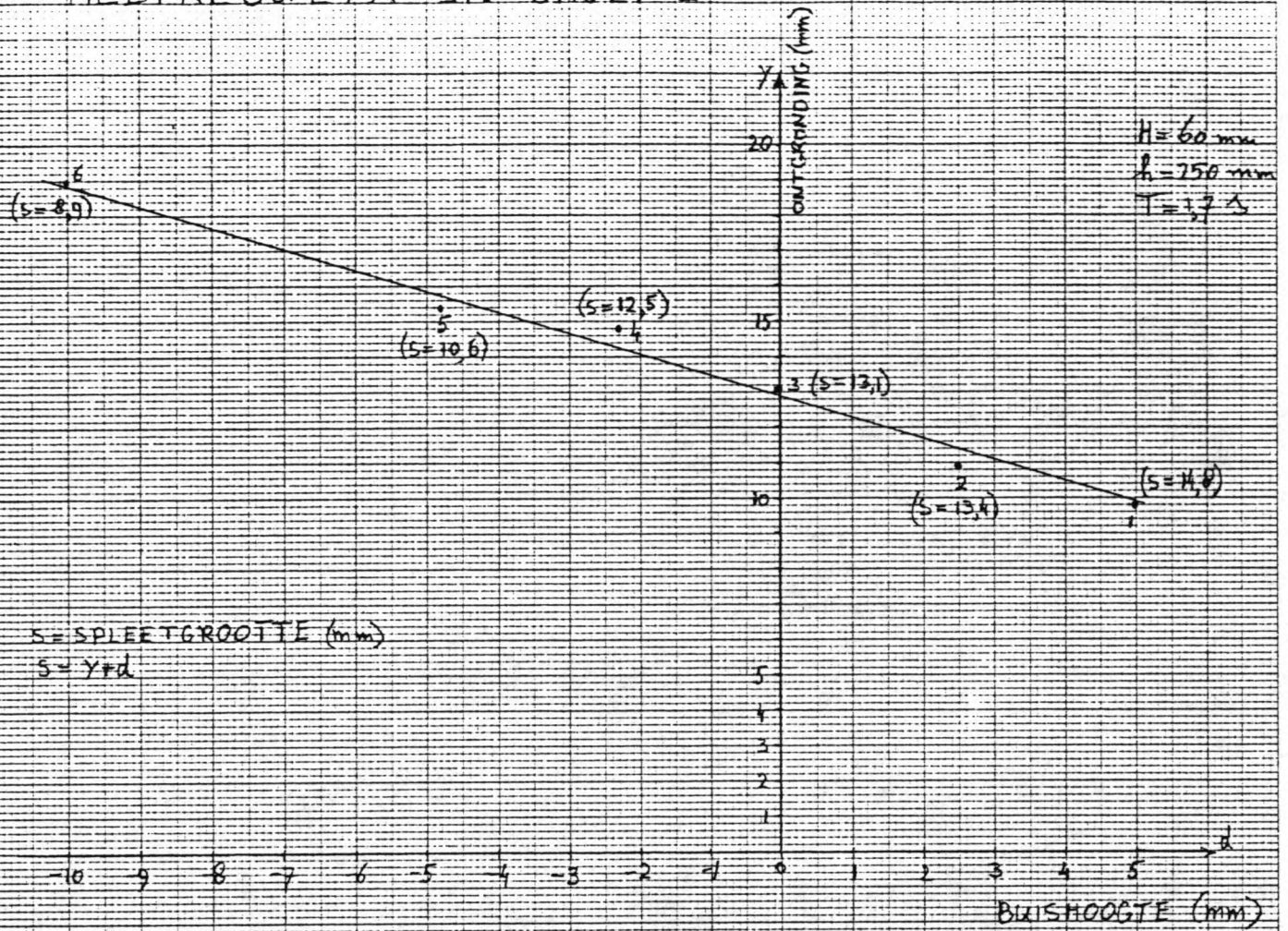
u_{min}, v= boven vlakke bodem tijdens golfdal

u_{max}, p= snelheid onder pijp (gem. over hoogte)

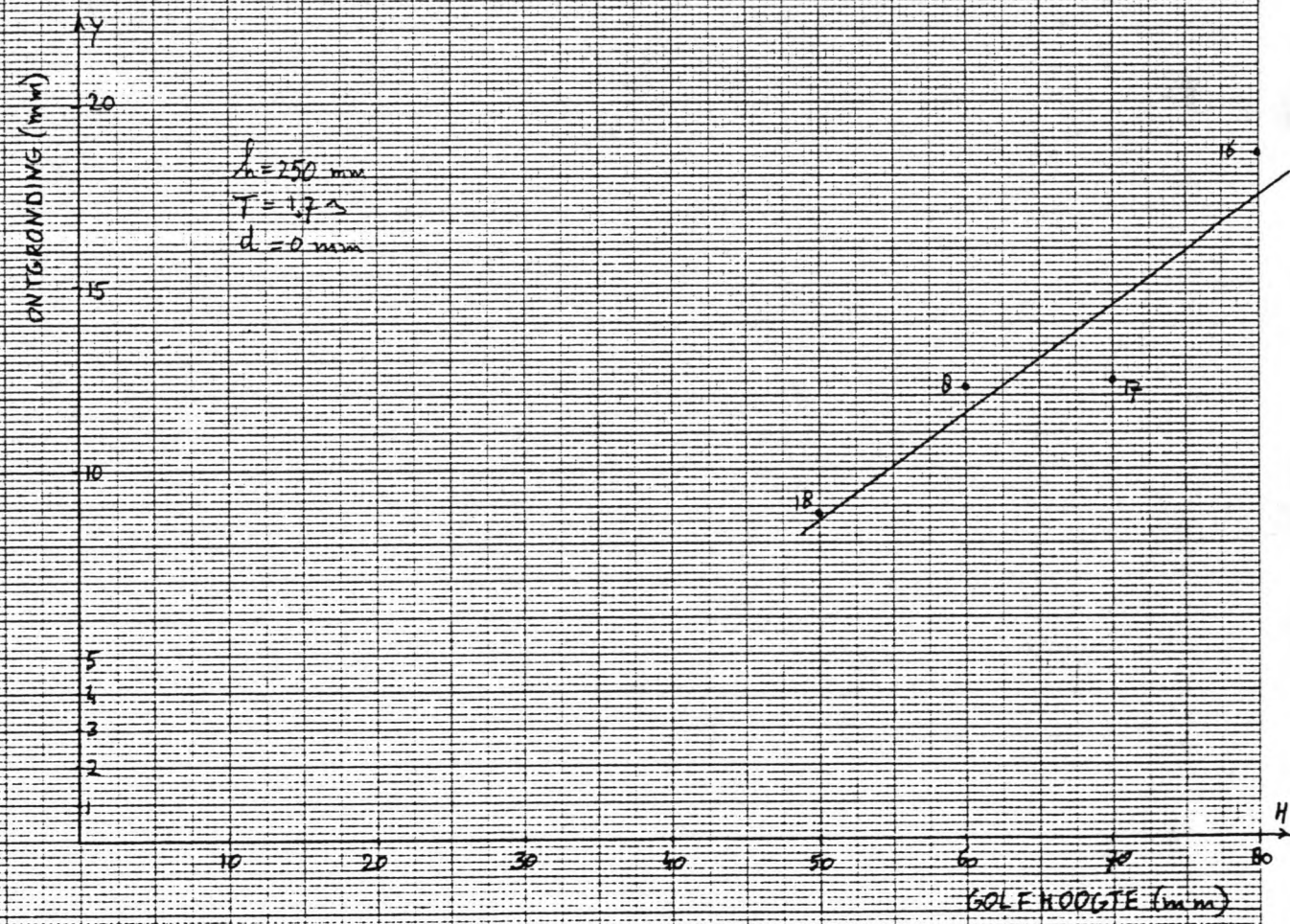
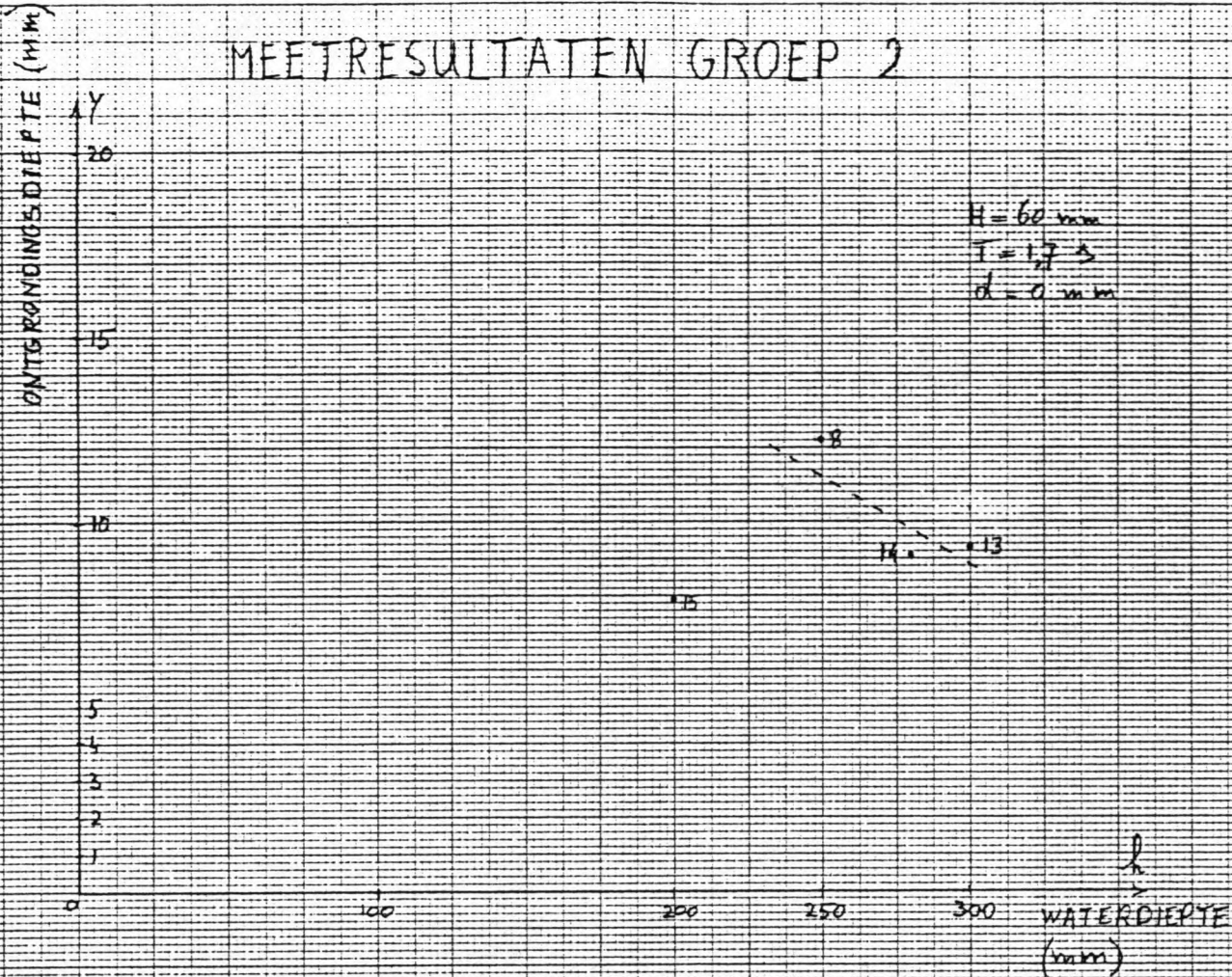
u_{max}, p= snelheid onder pijp (gem. over hoogte)

Berekeningen zijn gemaakt met de cnoïdaaltheorie, behalve u_{max}, p (berekend met potentiaaltheorie) en a (met sinusoidaaltheorie).

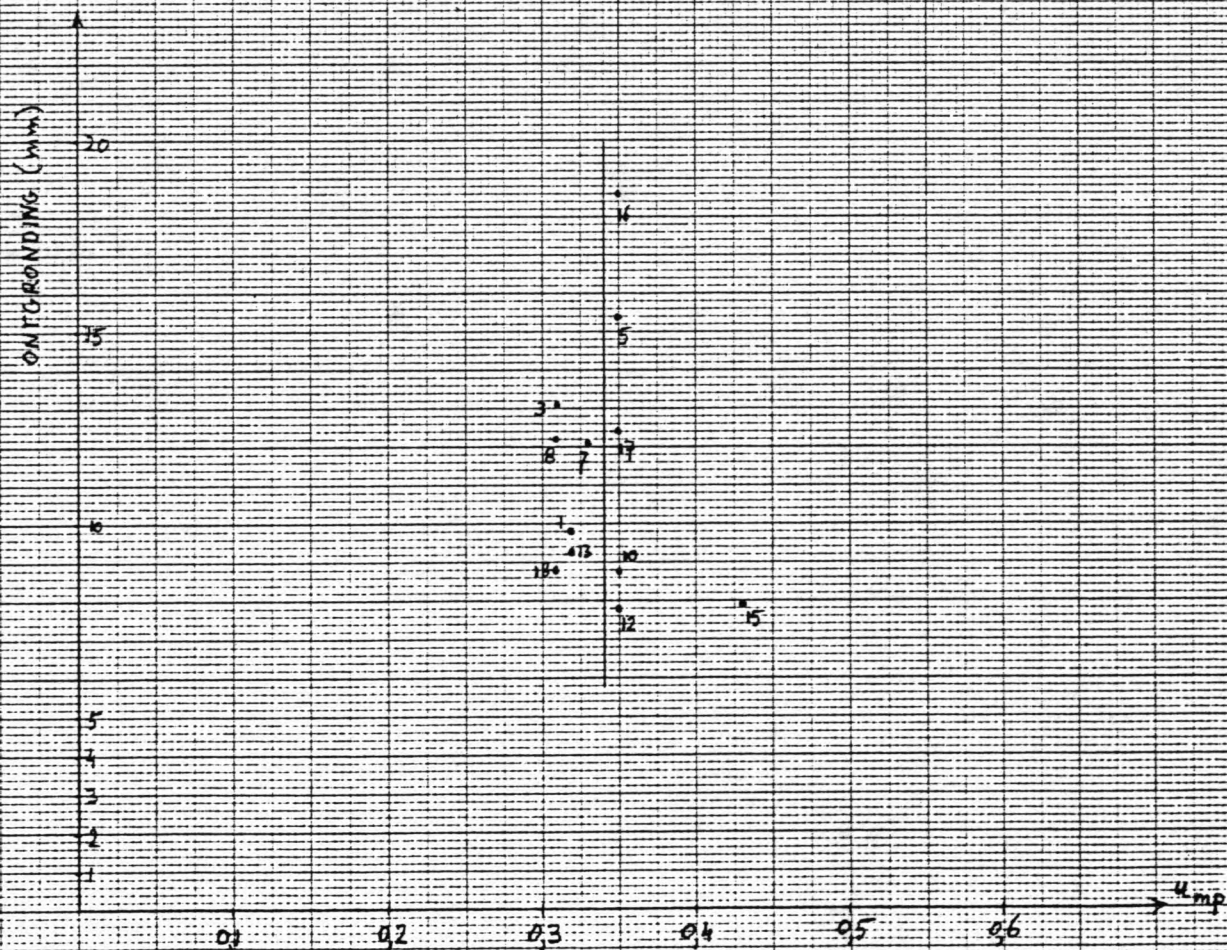
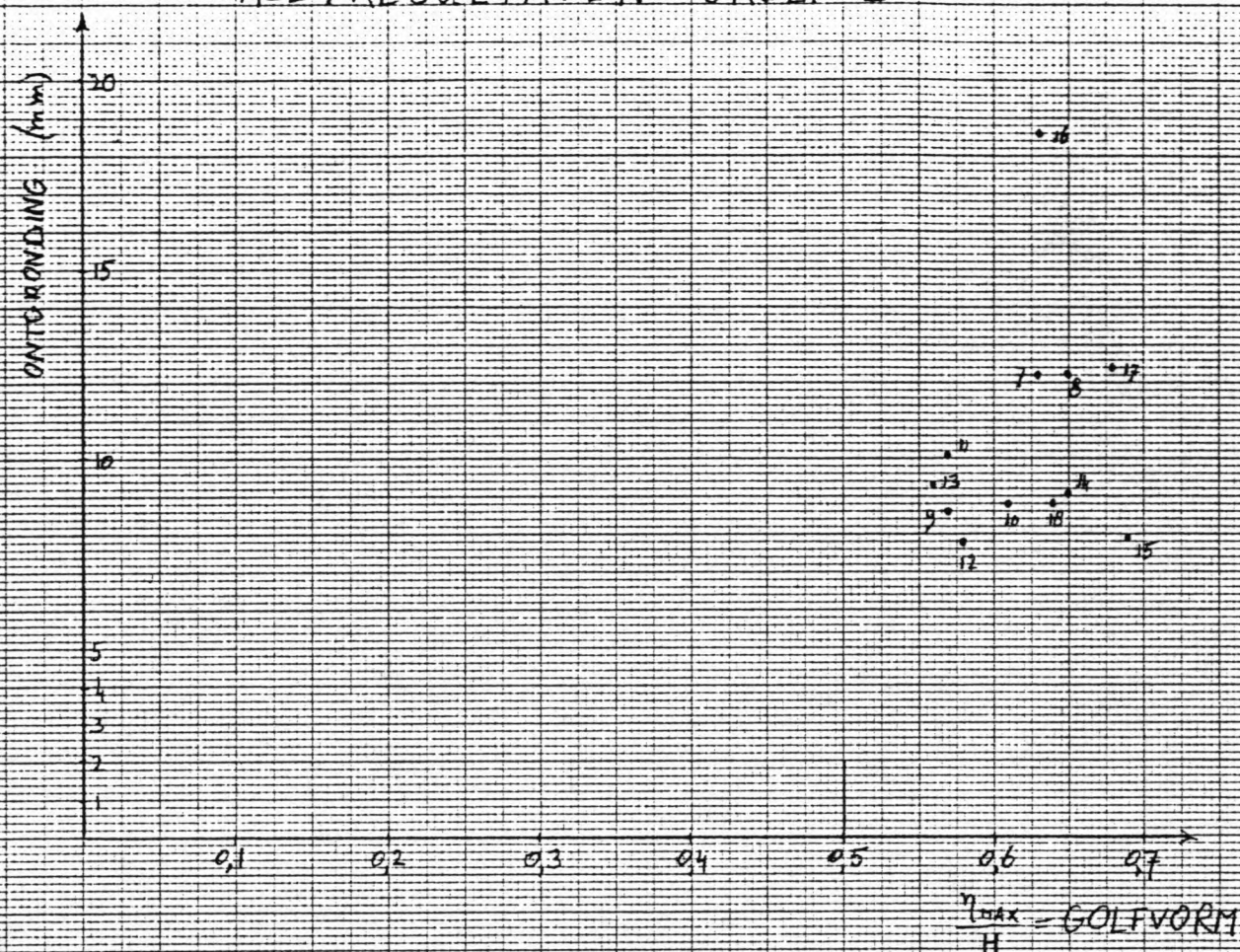
MEETRESULTATEN GROEP 2



MEETRESULTATEN GROEP 2

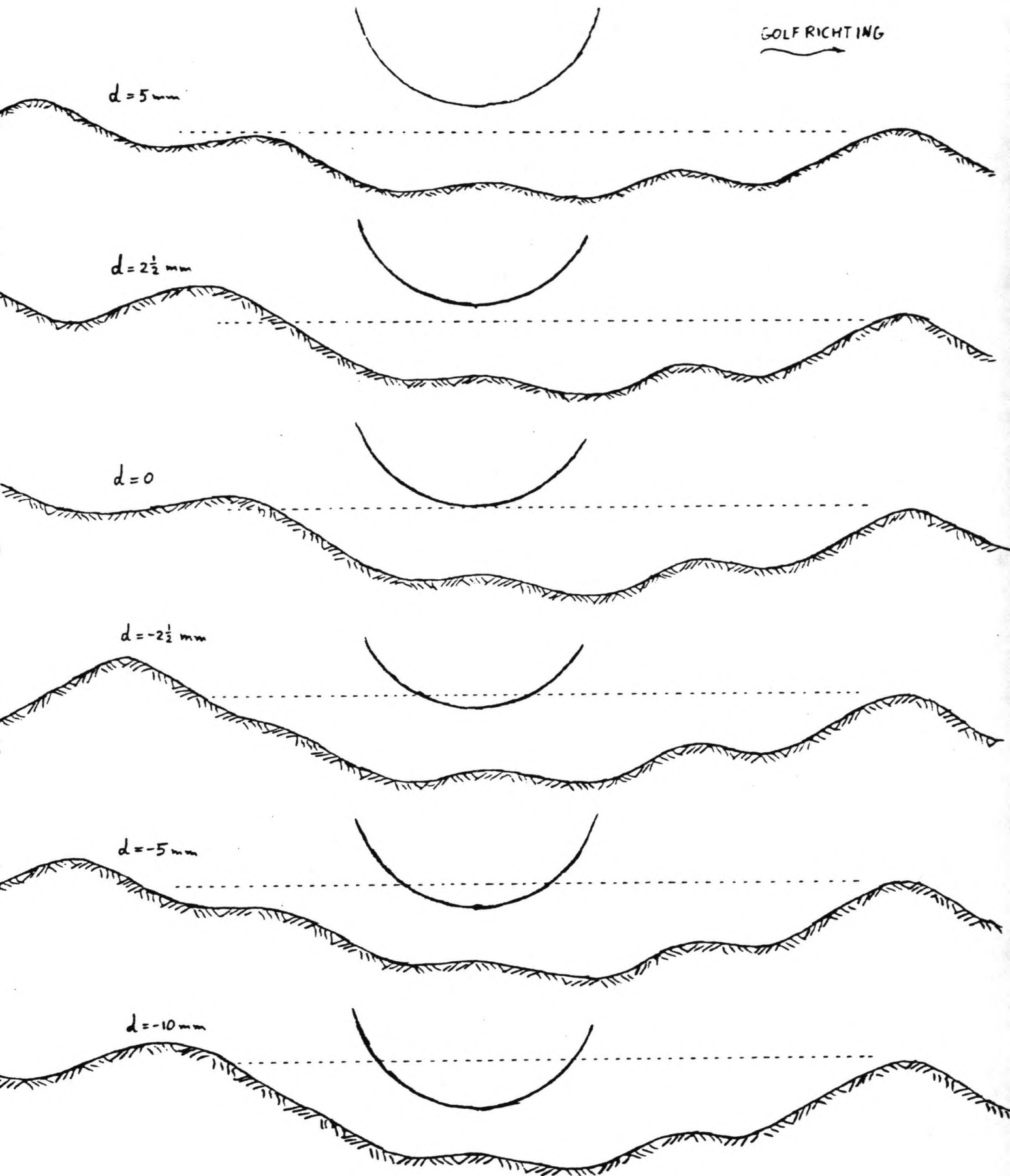


MEETRESULTATEN GROEP 2



SNELHEID ONDER PIJP TIJDENS GOLFTOP ($\frac{m}{s}$)
 BEREKEND MET POTENTIALTHEORIE OP BASIS
 VAN MET CNOIDAALTH. BEREKENDE ORBITAALS.

GOLF RICHTING
→

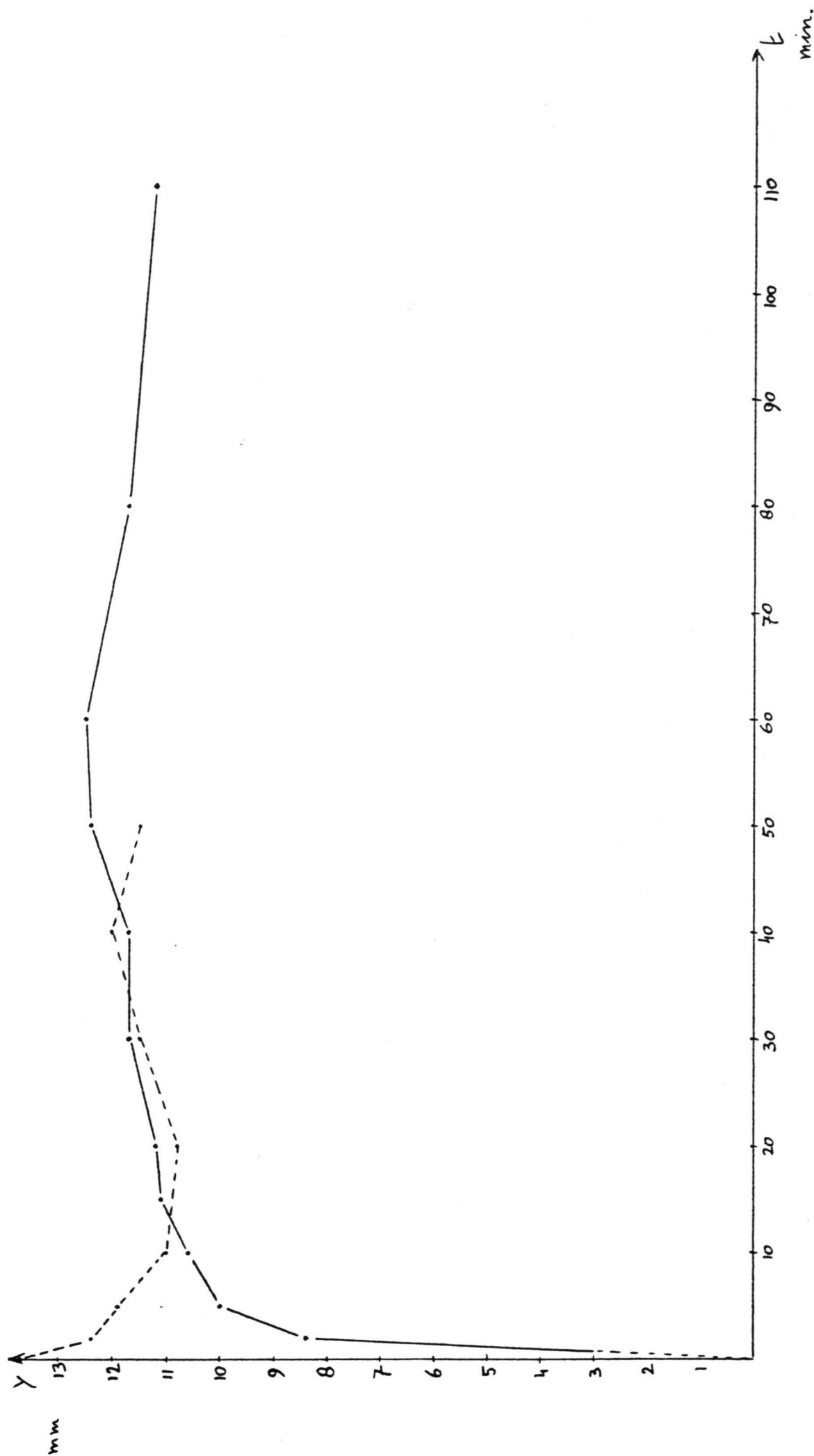


BODEMPROFIELEN t_{pv} PJP
WARE GROOTTE

----- GEM. BODEMHOOGTE

$H = 60 \text{ mm}$ $L = 250 \text{ mm}$ $T = 1,7 \text{ s}$

ONTGRONDING ALS FUNKTIE VAN TIJD

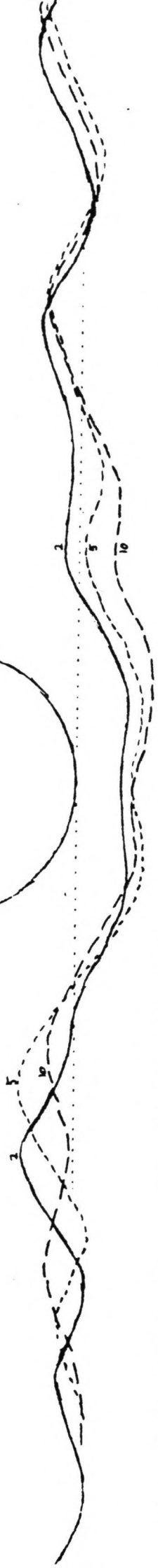
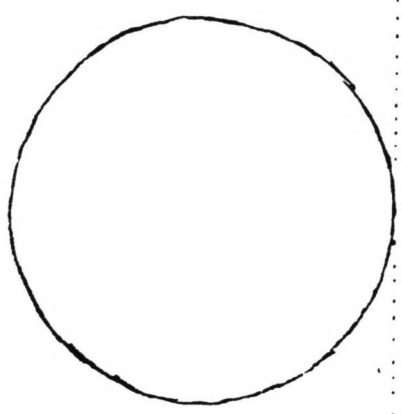


$H=60 \text{ mm}$ $h=250 \text{ mm}$ $T=1,7 \text{ s}$ $D=50 \text{ mm}$ $d=0$

BODEMPROFIELEN TIJDENS UITSCHURING

WARE GROOTTE

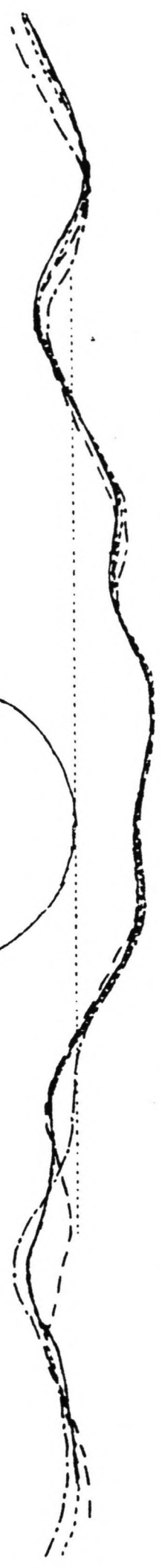
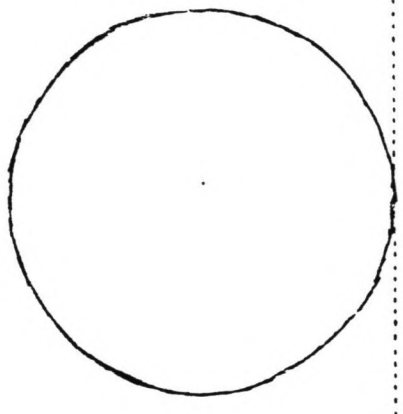
GOLFRICHTING
→



..... GEM. BODEMHOOGTE — BODEMPROFIEL NA 2 MIN. GOLVEN MET PJP - - - NA 5 MIN. — NA 10 MIN.

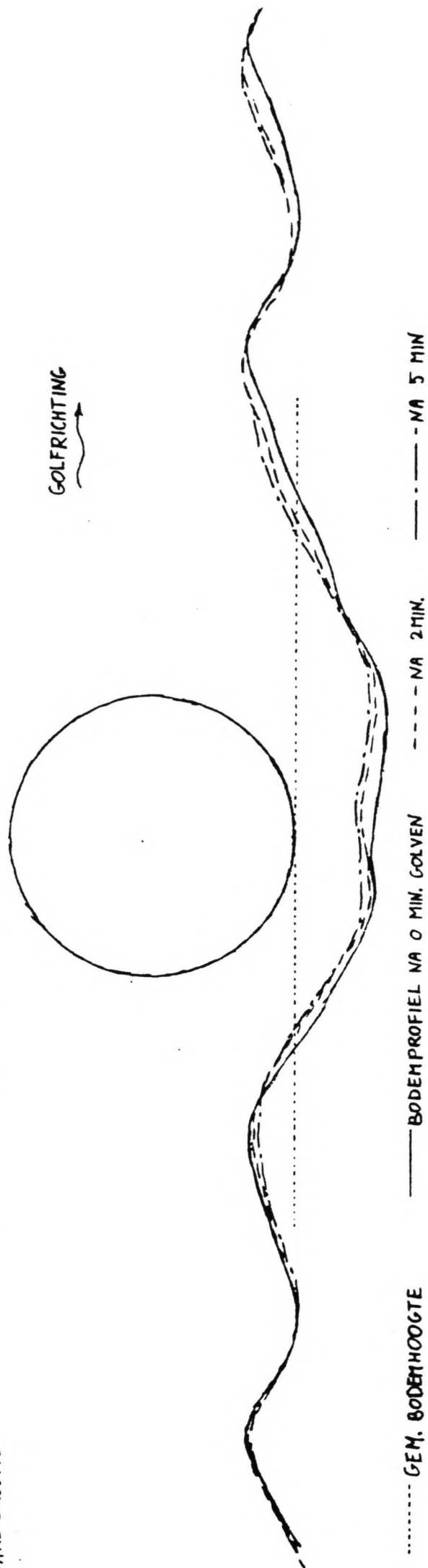
H = 60 mm
h = 250 mm
T = 1,7 s

GOLFRICHTING
→

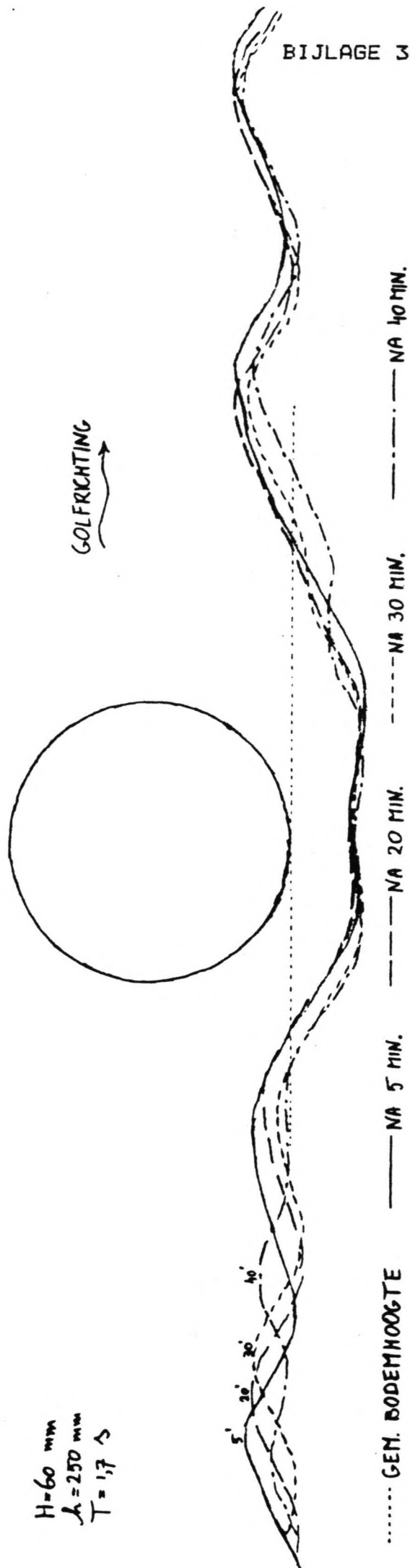


..... GEM. BODEMHOOGTE — NA 10 MIN. — NA 15 MIN. - - - NA 20 MIN. — NA 30 MIN.

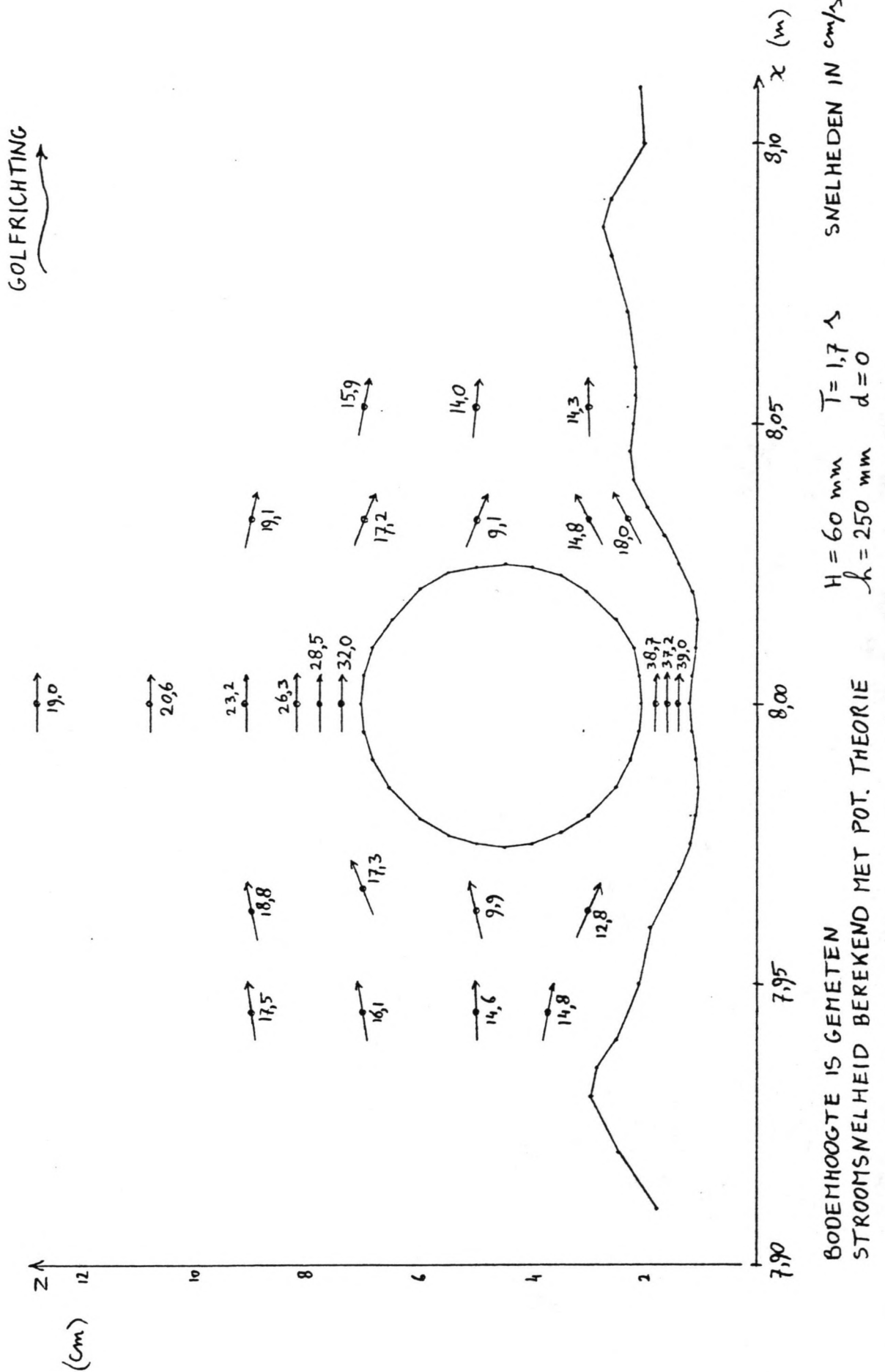
BODEMPROFIELEN TIJDENS AANZANDING WARE GROOTTE



$H = 60 \text{ mm}$
 $\lambda = 250 \text{ mm}$
 $T = 1,7 \text{ s}$

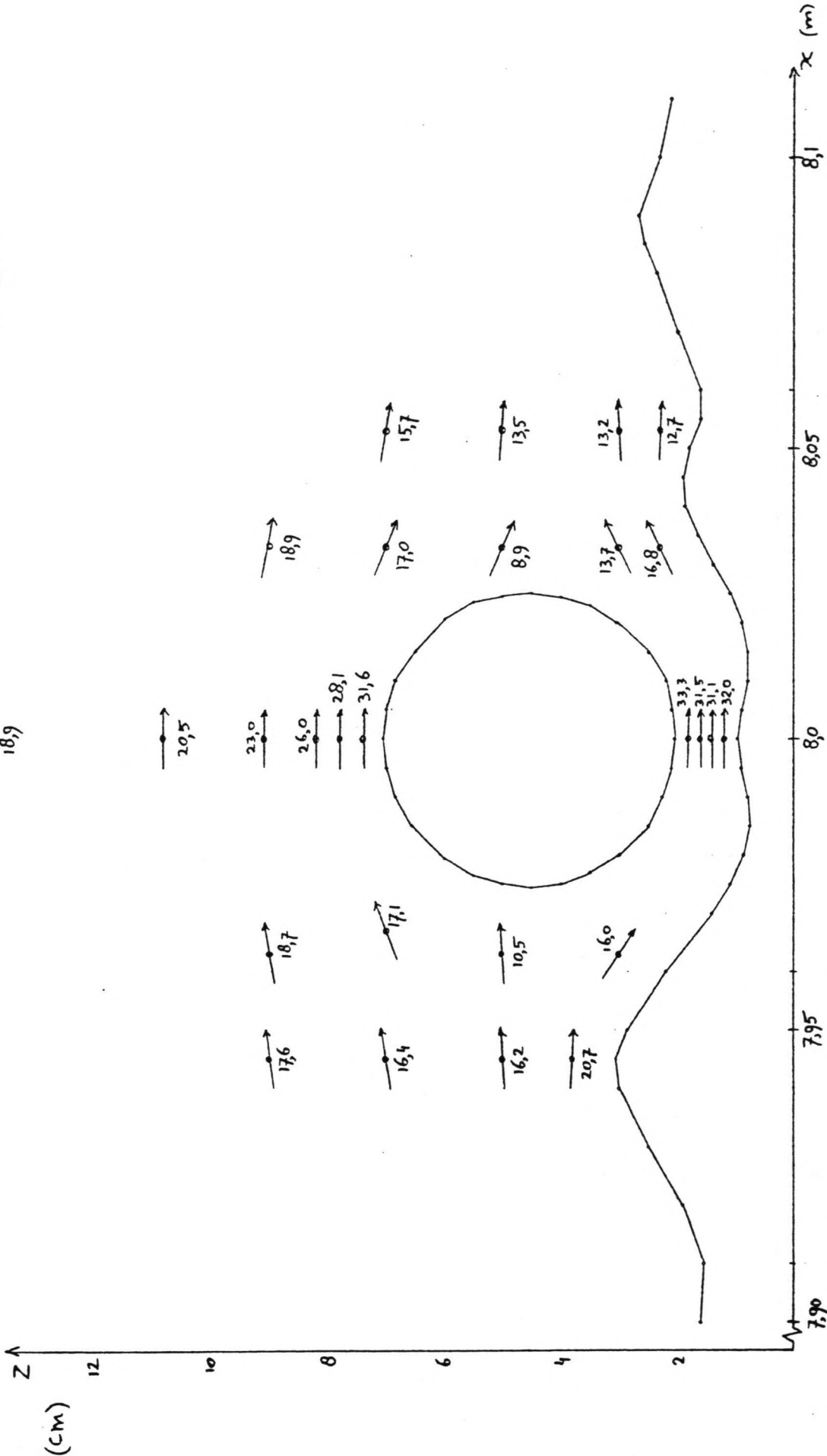


NA 2 MIN. GOLVEN
SITUATIE TIJDENS GOLFTOP
WARE GROOTTE



NA 5 MIN. GOLVEN
SITUATIE TIJDENS GOLFTOP
WARE GROOTTE

GOLFRICHTING →

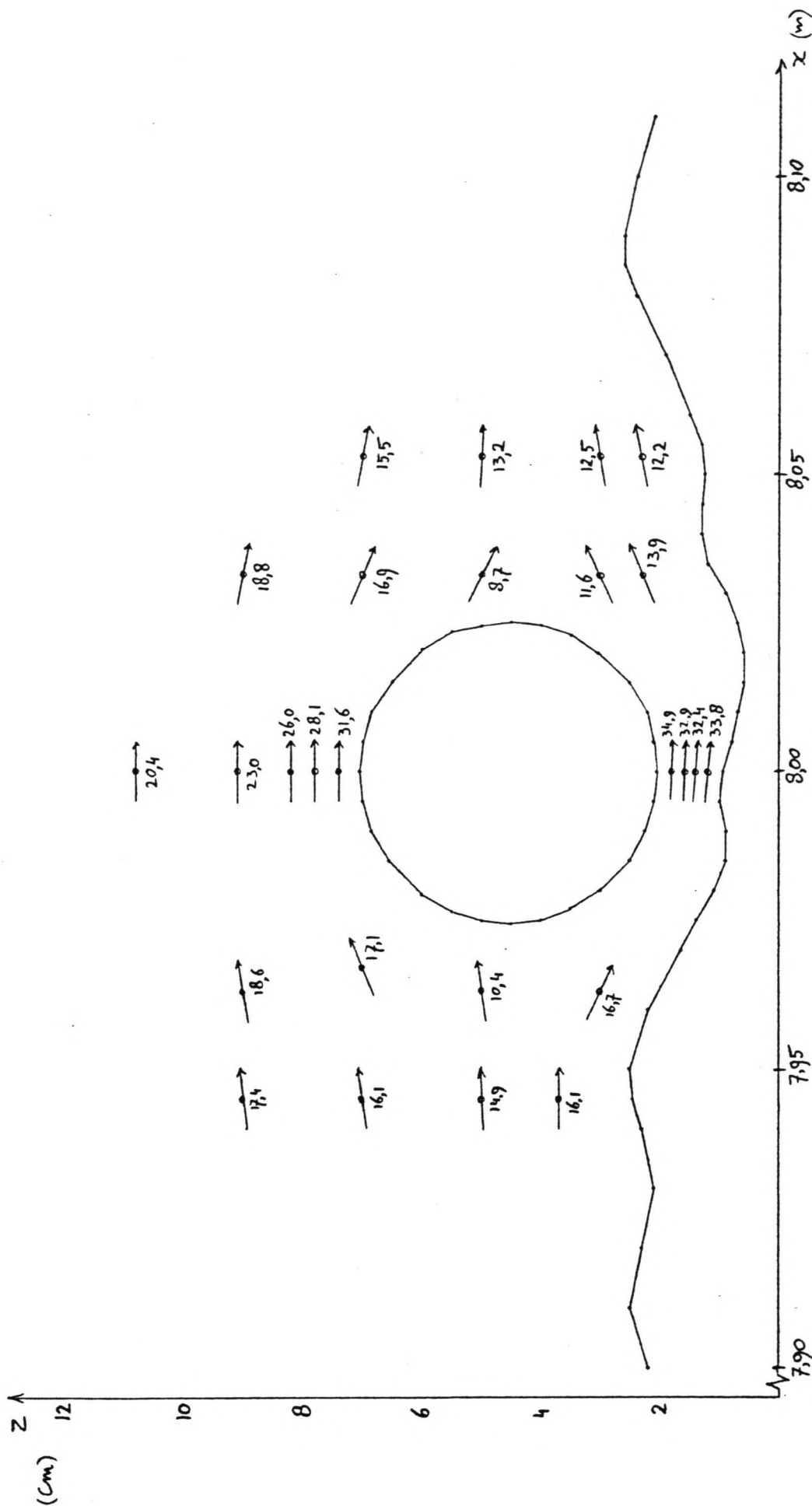


BODEMHOOGTE IS GEMETEN.
STROOMSNELHEDEN BEREKEND MET POT. THEORIE

$H = 60 \text{ mm}$
 $\lambda = 250 \text{ mm}$
 $T = 1.7 \text{ s}$
 $d = 0$
SNELHEDEN IN CM/S

NA 10 MIN. GOLVEN SITUATIE TIJDENS GOLFTOP WARE GROOTTE

GOLFRICHTING →

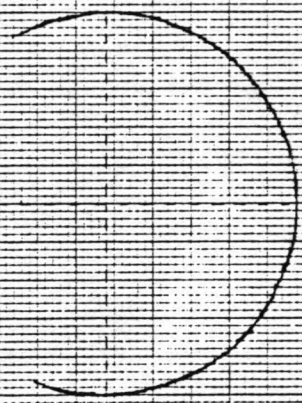
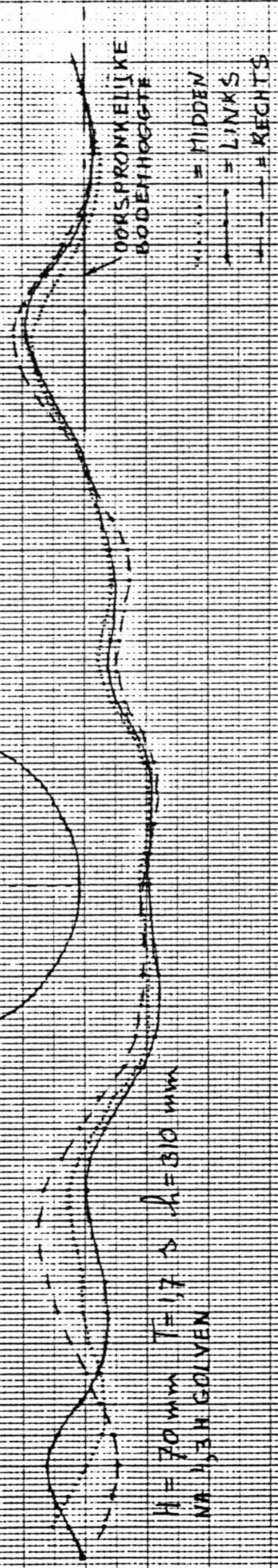


BODEMHOOGTE IS GEMETEN
STROOMSNELHEDEN BEREKEND MET POT. THEORIE

$H = 60$ mm
 $h = 250$ mm
 $T = 1,7$ s
 $d = 0$

SNELHEDEN IN cm/s

GOLFRICHTING



BODEMHOOGTE-VERLOOP LOODRECHT OP GOOTAS

WARE GROOTTE

GOLFRIJTING

$H = 58 \text{ mm}$ $T = 1,7$ $\lambda = 310 \text{ mm}$
NA 1,2 A GOLVEN

OPSPRONKELIJKE
BODENHOOGTE

..... = MIDDEN
----- = LINKS
- - - - = RECHTS

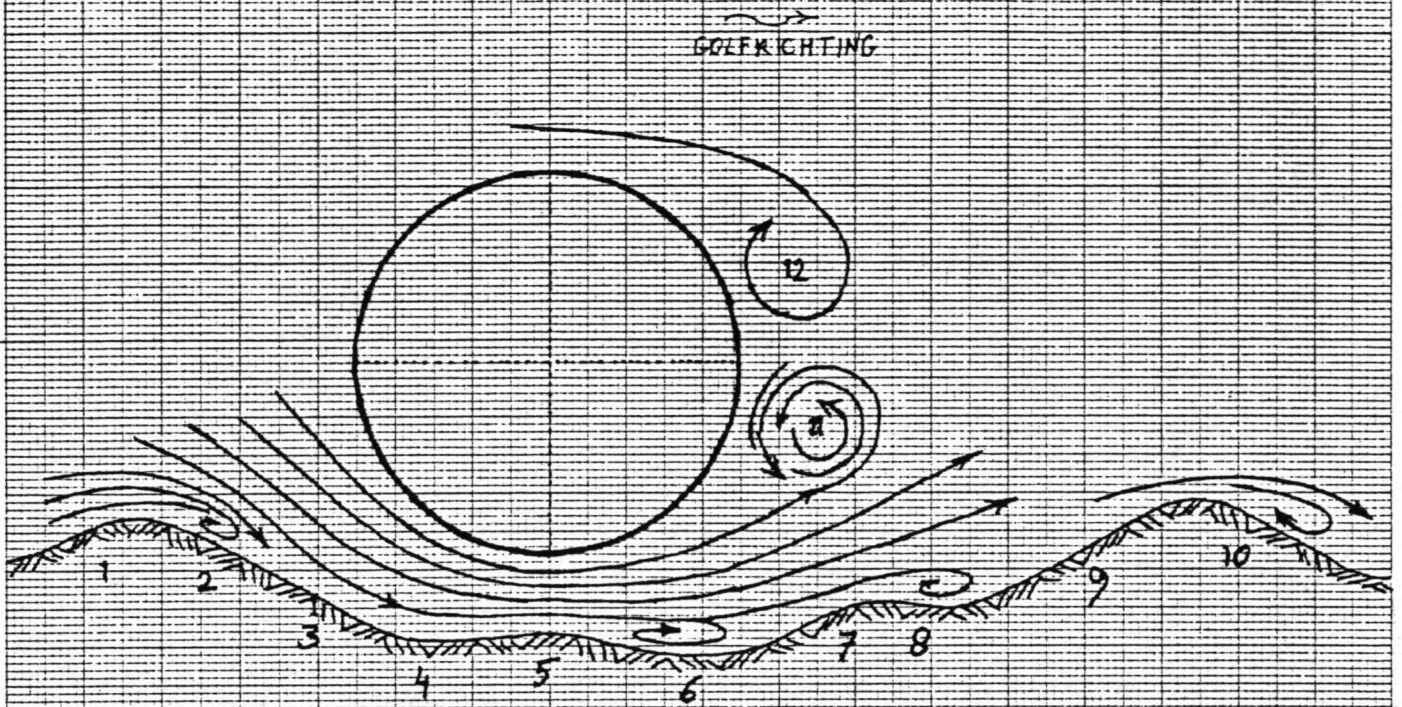
$H = 55 \text{ mm}$ $T = 1,7$ $\lambda = 310 \text{ mm}$
NA 10,3 A GOLVEN

OPSPRONKELIJKE
BODENHOOGTE

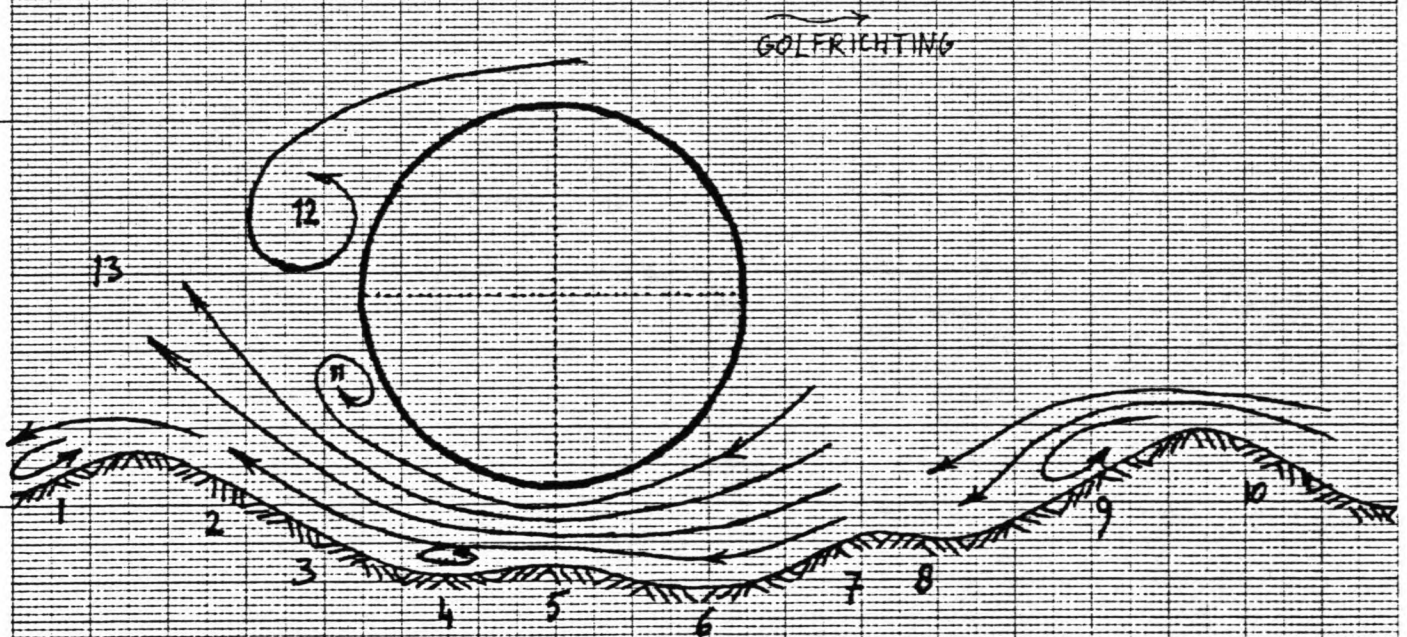
..... = MIDDEN
----- = LINKS
- - - - = RECHTS

BODENHOOGTE-VERLOOP LOODRECHT OP GOOTAS

WARE GROOTTE

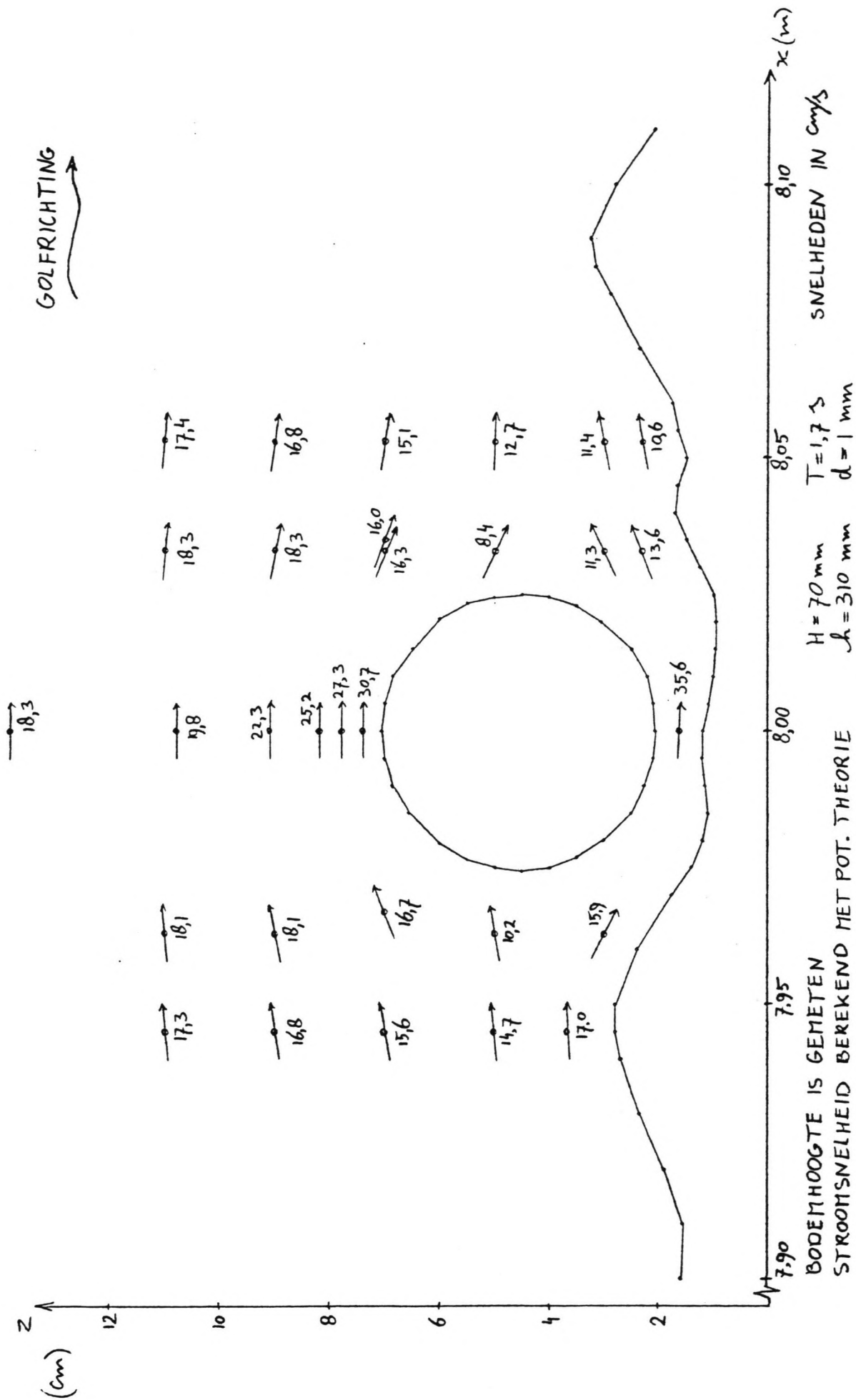


STANDAARD BODEMPROFIEL EN STROOMLIJNEN TIJDENS GOLFTOP
WARE GROOTTE



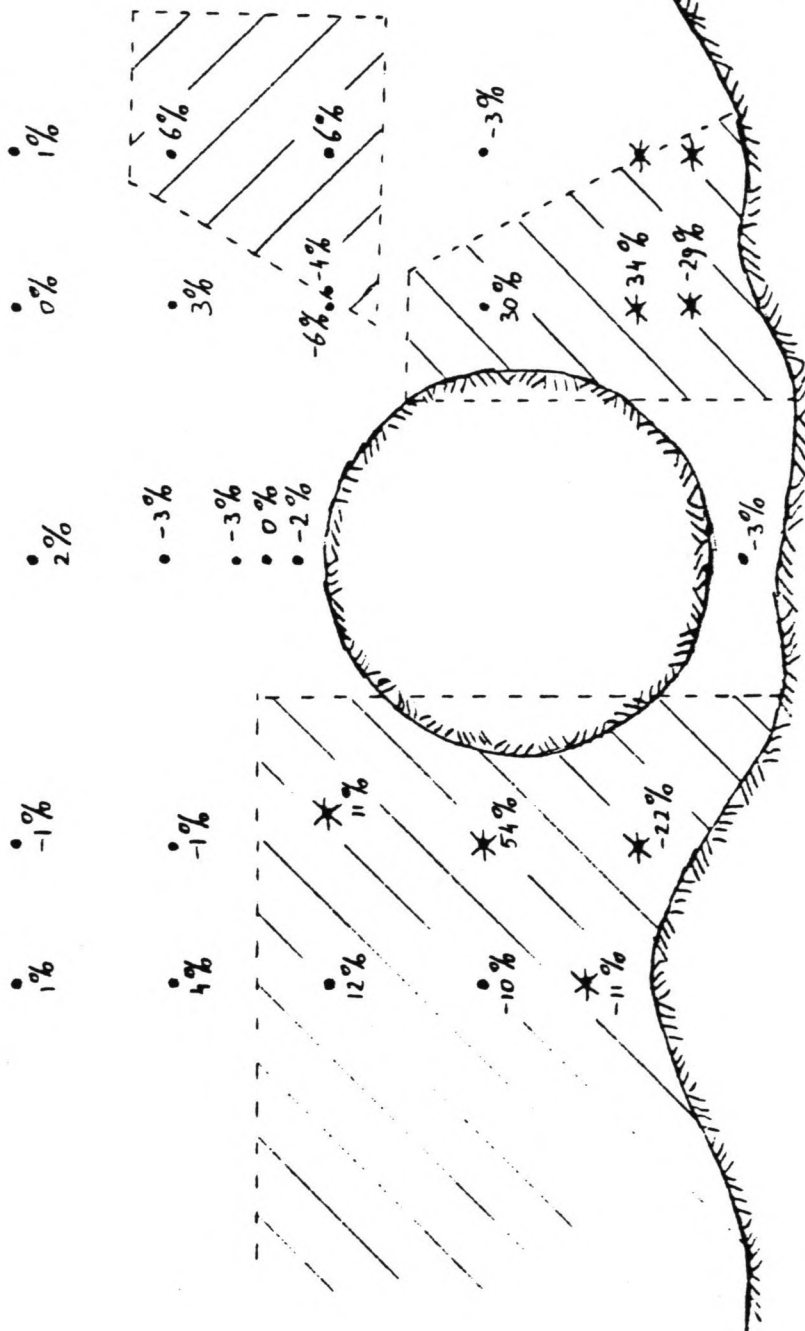
STANDAARD BODEMPROFIEL EN STROOMLIJNEN TIJDENS GOLFDAL
WARE GROOTTE

SITUATIE TIJDENS GOLF TOP WARE GROOTTE



SITUATIE TIJDENS GOLF TOP

GOLFRICHTING →



AFWIJZING GROTER DAN 10%

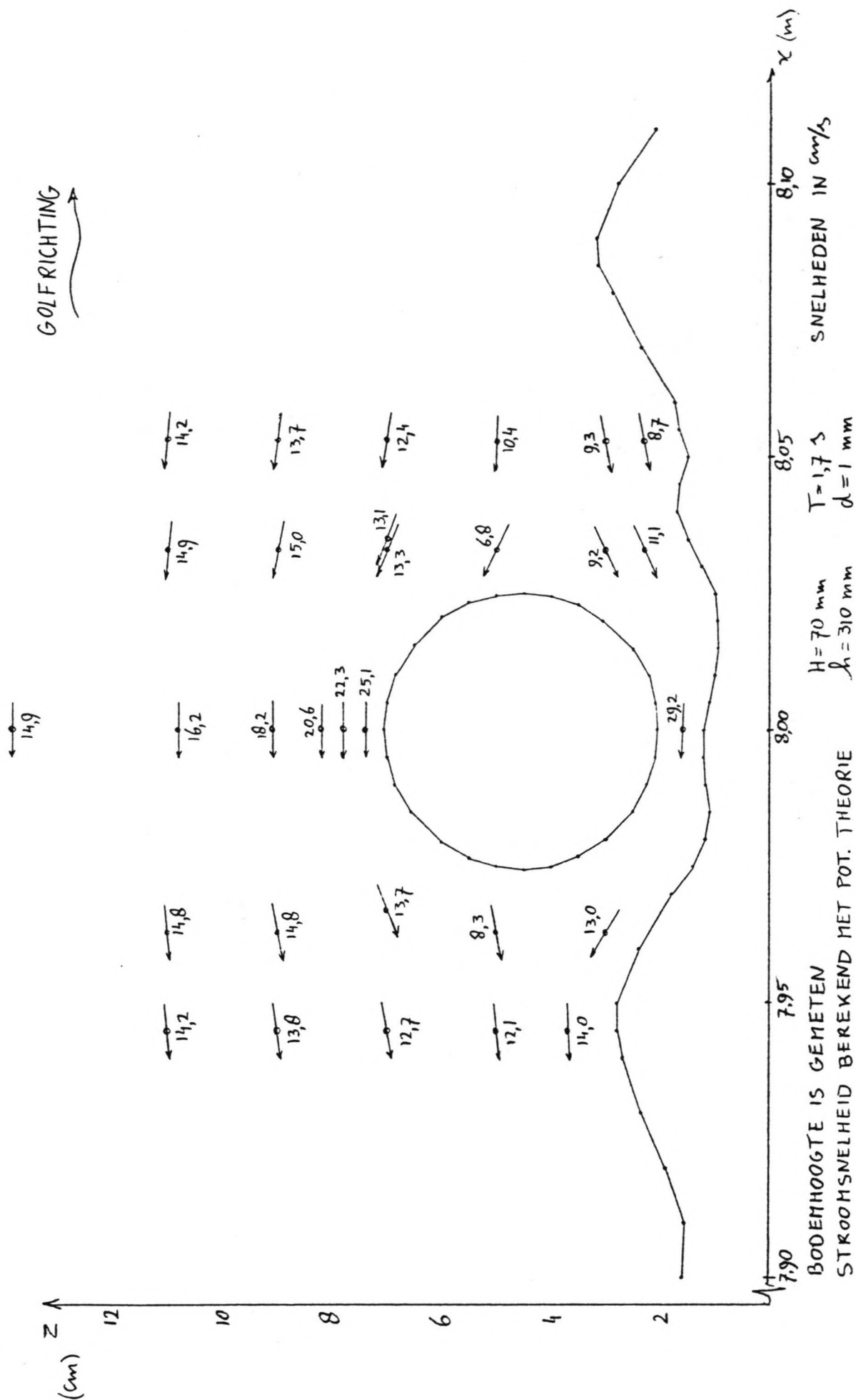
- AFWIJKING GROTER DAN 10%
- AFWIJKING TUSSEN 5 EN 10%

$\boxed{} = \text{AFWIJ KING KLEINER DAN } 5\%$

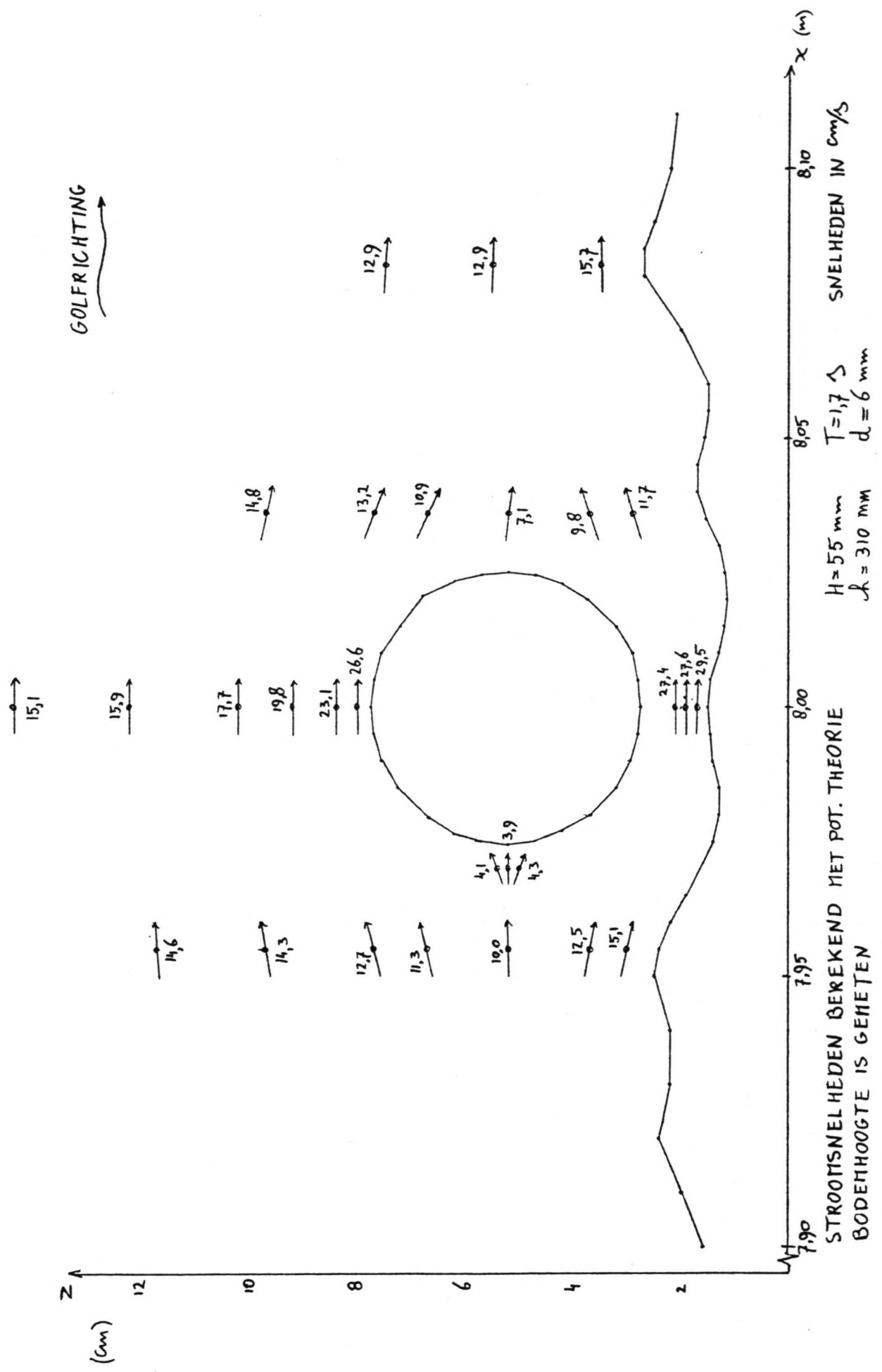
$$\left(= \frac{\text{BERENDE WAARDE - GEMETEN W.}}{\text{GEMETEN WAARDE}} \times 100\% \right)$$

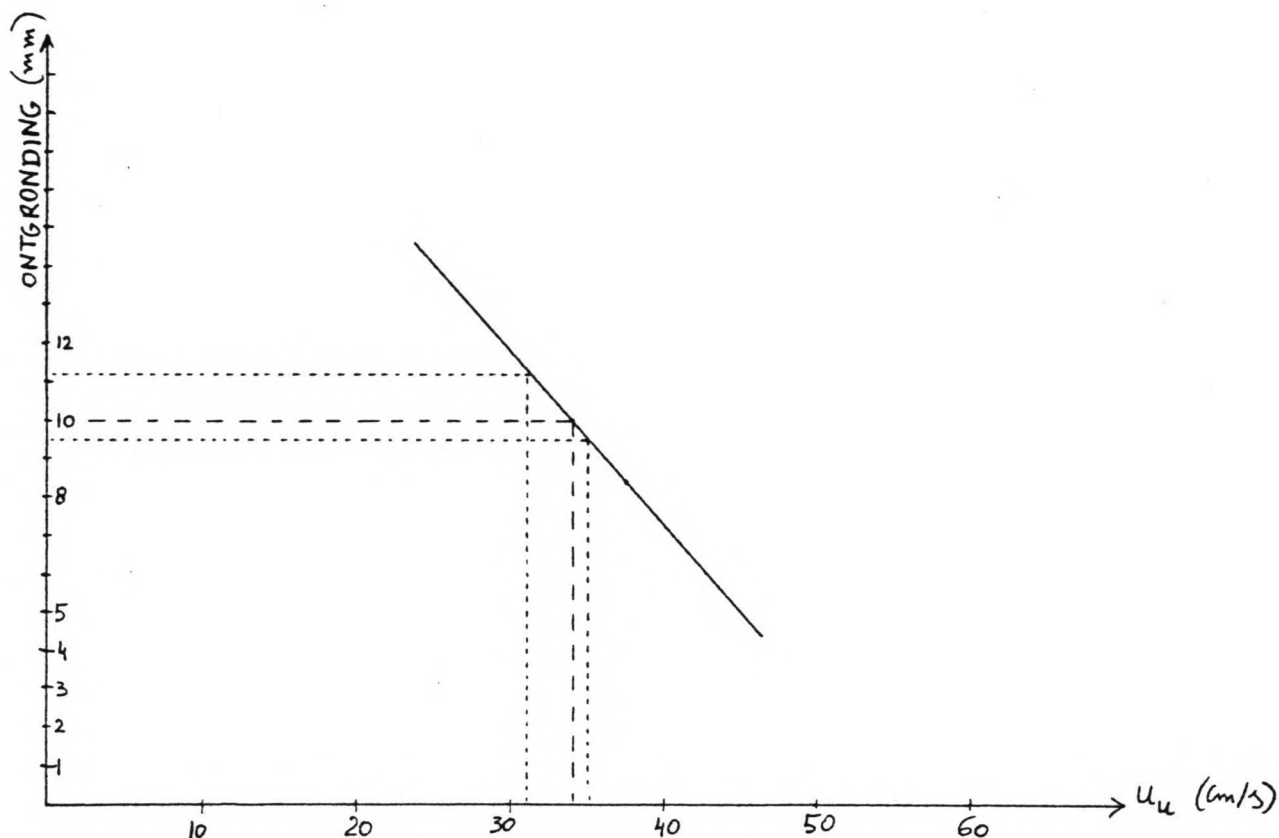
WARE GROOTTE

SITUATIE TIJDENS GOLFDAL WARE GROOTTE



SITUATIE TIJDENS GOLFTOP
WARE GROOTTE





INVLOED VAN KEUZE VAN U_u OP BEREKENDE WAARDE VAN ONTGRONDING.

U_u = Aanname van de grootte van de orbitaalsnelheid onder de pijp in de evenwichtssituatie. (cm/s).

VERGELIJKING TUSSEN BEREKENDE ORBITAALSNELHEDEN ONDER DE PIJP
UITGAANDE VAN WERKELIJKE EN VAN STANDAARD BODEMPROFIEL.

	n	T	H	h	d	u_{mv}	u_{mpw}	u_{mps}
dimensie	-	s	mm	mm	mm	cm/s	cm/s	cm/s
	8	1,7	60	250	0	16	31	33
	10	1,5	60	250	0	15	35	36
	12	1,3	60	250	0	15	35	38
	16	1,7	80	250	0	21	35	34

u_{mv} = orbitaalsnelheid boven vlakke bodem (met cnoïdaalth. berekend).

u_{mpw} = orbitaalsnelheid onder pijp met gemeten bodemprofiel.

u_{mps} = orbitaalsnelheid onder pijp met standaard bodemprofiel.

De orbitaalsnelheden onder de pijp zijn met de potentiaaltheorie berekend (met methode van pagina 38).

GEMETEN EN BEREKENDE ONTGRONDINGSDIEPTEN

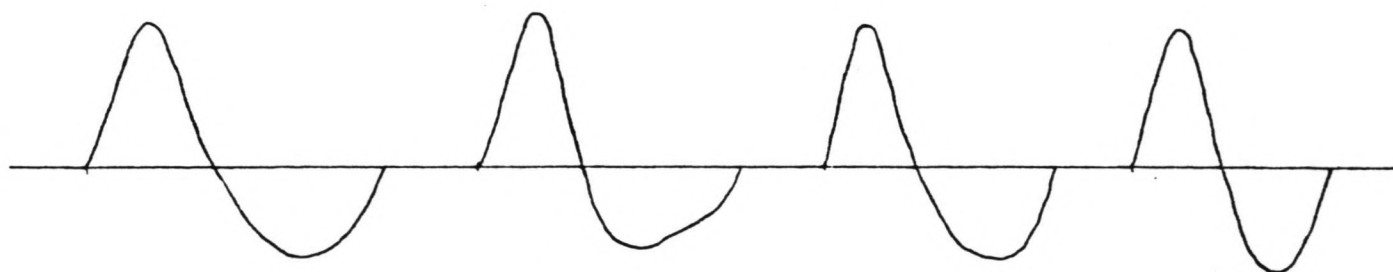
INGESTELD					ITERATIE-PROCES						RESULTATEN			
n	H	h	T	d	u _{mv}	eerste		tweede		derde		y _{gemeten}	y _{berekend}	verschil
-	mm	mm	s	mm	cm/s	y	u _{mp}	y	u _{mp}	y	u _{mp}	mm	mm	%
	70	310	1,7	1	16	10	36	11	34	11	34	9	11	22
	70	310	1,7	-10	16	5	52	10	33	9	34	7	9	29
	55	310	1,7	6	13	9	32	8	34	8	34	12	8	-33
	55	310	1,7	2½	13	11	29	8	34	8	34	9	8	-11
8	60	250	1,7	0	16	12	33	11				12,2	11	-10
10	60	250	1,5	0	15	9	36	10				8,8	10	14
12	60	250	1,3	0	15	8	38	10				7,8	10	28
15	60	200	1,7	0	19	10	42	14				7,9	14	77
16	80	250	1,7	0	21	17	36	18				18,6	18	-3

u_{mv} = stroomsnelheid boven vlakke bodem tijdens golftop zonder pijp (met cnoïdaaltheorie berekend).
u_{mp} = stroomsnelheid onder pijp (gem. over hoogte) tijdens golftop (met potentiaaltheorie berekend).

GEMETEN EN BEREKENDE STROOMSNELHEDEN
in ongestoorde situatie (zonder pijp) bij de bodem.

INGESTELD				GEMETEN			BEREKEND			AFWIJKING		
H	T	h		u _{max}	u _{min}		u _{max}	u _{min}		u _{max}	u _{min}	
mm	s	mm		cm/s	cm/s		cm/s	cm/s		%	%	
50	1,7	250	17	-12	14	-13	14	-13	-18	8		
60	1,7	250	19	-14	16	-15	16	-15	-16	7		
70	1,7	250	23	-15	19	-17	19	-17	-17	13		
80	1,7	250	26	-17	21	-19	21	-19	-19	12		
60	1,9	250	20	-15	18	-14	18	-14	-10	-7		
60	1,5	250	15	-12	15	-15	15	-15	0	25		
60	1,3	250	15	-11	15	-15	15	-15	0	36		
60	1,7	300	18	-16	14	-14	14	-14	-22	-13		
60	1,7	200	18	-9	19	-15	19	-15	6	67		

GOLFOFORM TPV PJP

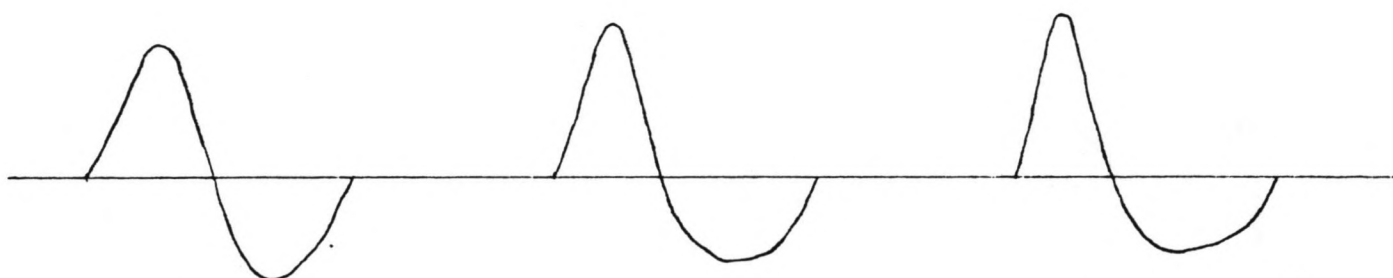


$T = 1,9 \text{ s}$
 $H = 60 \text{ mm}$
 $h = 250 \text{ mm}$

$T = 1,7 \text{ s}$
 $H = 60 \text{ mm}$
 $h = 250 \text{ mm}$

$T = 1,5 \text{ s}$
 $H = 60 \text{ mm}$
 $h = 250 \text{ mm}$

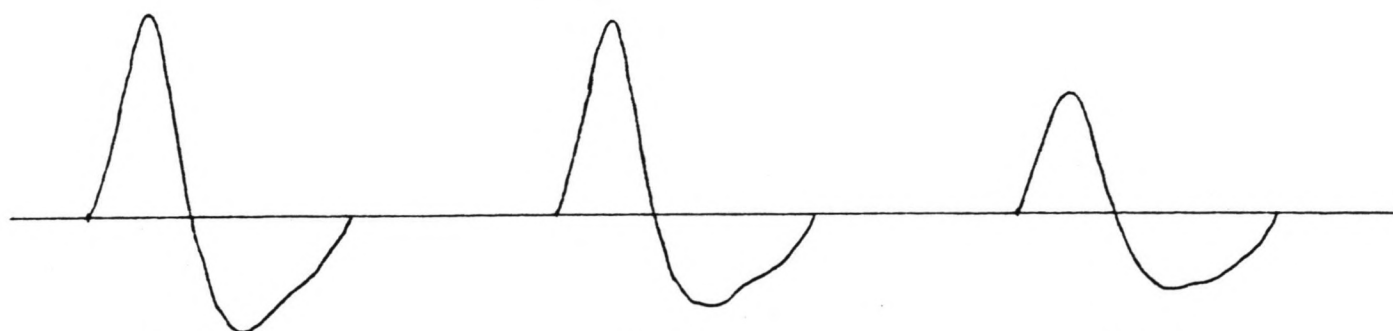
$T = 1,3 \text{ s}$
 $H = 60 \text{ mm}$
 $h = 250 \text{ mm}$



$h = 300 \text{ mm}$
 $T = 1,7 \text{ s}$
 $H = 60 \text{ mm}$

$h = 280 \text{ mm}$
 $T = 1,7 \text{ s}$
 $H = 60 \text{ mm}$

$h = 200 \text{ mm}$
 $T = 1,7 \text{ s}$
 $H = 60 \text{ mm}$



$H = 80 \text{ mm}$
 $h = 250 \text{ mm}$
 $T = 1,7 \text{ s}$

$H = 70 \text{ mm}$
 $h = 250 \text{ mm}$
 $T = 1,7 \text{ s}$

$H = 50 \text{ mm}$
 $h = 250 \text{ mm}$
 $T = 1,7 \text{ s}$

$H = \text{GOLFHOOGTE}$
 $T = \text{GOLF PERIODE}$
 $h = \text{WATERDIEPTE}$

LITERATUURLIJST

- Ast, van & de Boer - Ontgronding onder een pijpleiding door stroming en/of golven (1973).
- Bakker, W.T. & Th. van Doorn - Near-bottom velocities in waves with a current (Coastal Engineering Conference, 1978).
- Bijker, E.W. - Wave-seabed-structure interaction (Boss '76).
- Brebbia, C.A. - The boundary element method for engineers.
- Graaff, J. van de & W.M.K. Tilmans - Sandtransport by waves.
- Hijum, E. van - Bijdrage tot de bestudering van het bodemtransport tgv lopende korte golven in ondiep water en over een horizontale bodem.
- Jansen, E.F.P. - Ontgronding onder pijp (1981).
- Katsui, H. - Experimental analysis on sand-transport-rate under regular progressive waves (1981).
- Kesteren, W.G.M. van - Snelheidsveld in de grenslaag bij golven en stroom (1981).
- Kjeldson - Local scour near offshore pipelines (POAC '73).
- Lapidaire, P.J.M. - Twee-dimensionale potentiaalstroming rondom een cylinder tussen twee wanden (1979).
- Meerendonk, van & van Roermund - Ontgronding onder een pijpleiding ten gevolge van stroming (1981).
- Studie golfopwekking; Waterloopkundig Laboratorium (1975).
- Studie golfopwekking, cnoïdale golven; Waterloopkundig Laboratorium (1977).
- Tilmans, W. - Zandtransport in golfrichting in relatief ondiep water (1979).
- Vellinga, P. - Zandtransport door golven en de invloed van stoorgolven (1975).

