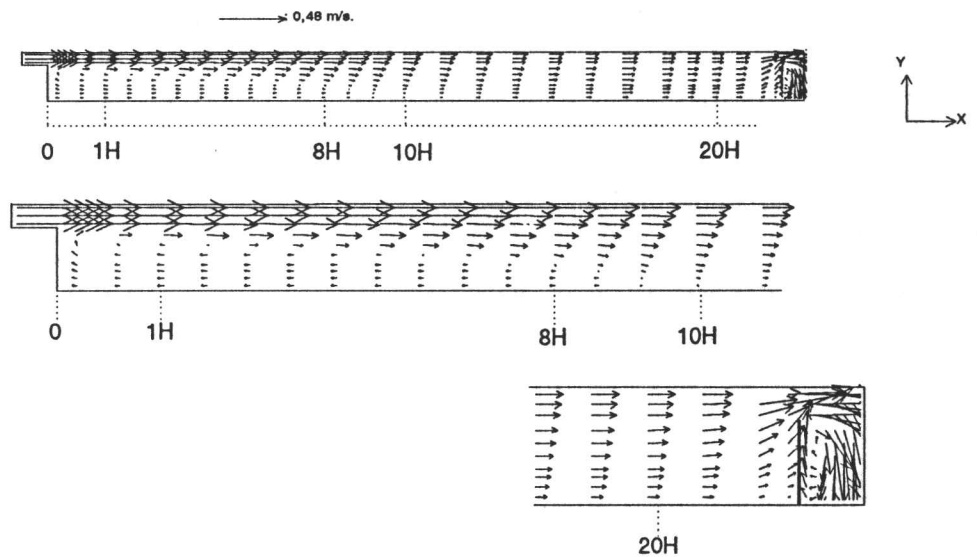


Een mathematisch model voor het hydraulische gedrag van bergbezinktanks.

Tussenrapport 2 van het Rionedproject 92-05 "Onderzoek bergbezinktanks".

december 1992

ir. J. Kluck



TU Delft

Rapp
CT Technische Universiteit Delft

WMG-Gez.
92-03

Faculteit der Civiele Techniek
Vakgroep Gezondheidstechniek & Waterbeheersing
Sectie milieu & Gezondheidstechniek

770093

Technische Universiteit Delft
Bibliotheek Faculteit der Civiele Techniek
(Bezoekadres Stevinweg 1)
Postbus 5048
2600 GA DELFT

Een mathematisch model voor het hydraulische gedrag van bergbezinktanks.

Tussenrapport 2 van het Rionedproject 92-05 "Onderzoek bergbezinktanks".

Rapp
CT
WMG. Gez.
92-03

december 1992
ir. J. Kluck
Vakgroep Gezondheidstechniek & Waterbeheersing
Faculteit der Civiele Techniek
Technische Universiteit Delft

3132 319

INHOUDSOPGAVE

1 INLEIDING	1
2 STROMINGSTHEORIE	2
3 KEUZE COMPUTERPROGRAMMA	4
3.1 Eisen aan het programma	4
3.2 Stromingssimulatieprogramma's	4
3.3 Berekeningen in PHOENICS	6
4 STROMINGSMODEL	11
4.1 Inleiding	11
4.2 Stationair model bergbezinktank	11
4.2.1 Resultaten	14
4.2.2 Aantal rekenstappen	15
4.3 Niet-stationair model bergbezinktank	15
4.4 Vrij wateroppervlak	16
4.5 Verbeterd model	19
5 TEST-MODELLEN	21
5.1 Stroming over een vlakke bodem	21
5.2 Stroming na plotselinge bodemverlaging	23
5.3 Conclusies	24
6 VERVOLG ONDERZOEK	25
SYMBOLENLIJST	26
LITERATUURLIJST	27
BIJLAGE: BASISVERGELIJKINGEN	28

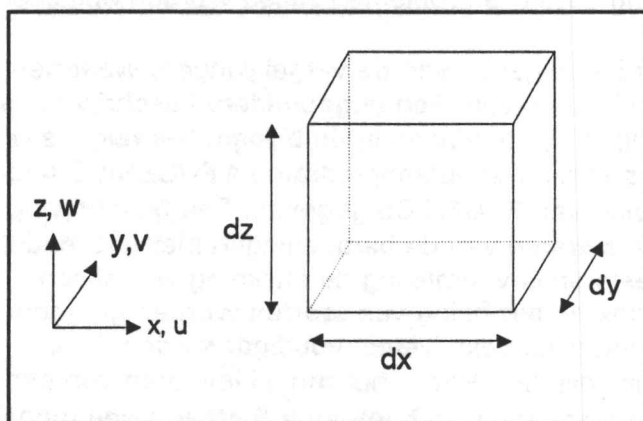
1 INLEIDING

Dit is het tweede rapport over het onderzoek naar het hydraulische gedrag van bergbezinktanks met het oog op de optimalisering van de bezinking. In de afgelopen 3 maanden is voornamelijk gewerkt aan het modelleren van de stroming in bergbezinktanks met het stromingssimulatieprogramma PHOENICS. Hierbij deden zich de nodige problemen voor, die nog niet allemaal zijn opgelost. Maar het vertrouwen is aanwezig dat deze problemen zullen worden opgelost.

In hoofdstuk 2 is een samenvatting gegeven van de vergelijkingen, waarmee de stroming van water kan worden beschreven. Een uitgebreidere beschrijving en de afleiding van deze vergelijkingen zijn te vinden in de bijlage. Vervolgens is in hoofdstuk 3 de keuze voor het stromingssimulatieprogramma PHOENICS nader onderbouwd en is een beschrijving van PHOENICS gegeven. Een beschrijving van het stromingsmodel en de resultaten van de berekeningen met dat model zijn gegeven in hoofdstuk 4. Besloten is vooralsnog de stroming van alleen water te modelleren. Later zal ook de bezinking van stoffen worden gemodelleerd. Verder is de stromingssituatie als volgt vereenvoudigd: stationair, 2-dimensionaal en geen vrij wateroppervlak. Het in het model invoeren van een vrij wateroppervlak is tot nu toe niet gelukt. In hoofdstuk 5 staan twee modellen beschreven, die zijn opgezet om controleberekeningen mee uit te voeren. Tot slot is in hoofdstuk 6 aangegeven wat hierna in het kader van dit onderzoek moet worden gedaan.

2 STROMINGSTHEORIE

De basisvergelijkingen voor de beschrijving van de vloeistofstroming zijn opgesteld voor een cartesisch assenstelsel. De beweging van bezinkbaar materiaal is voorlopig buiten beschouwing gelaten. In dit hoofdstuk zijn alleen de resulterende vergelijkingen gegeven. De afleiding van deze vergelijkingen en een beschrijving van de theorie zijn gegeven in de bijlage.



Figuur 2.1: Basiselement.

De beweging van een vloeistof kan worden beschreven met behulp van de continuïteitsvergelijking, de bewegingsvergelijkingen (of Navier-Stokes vergelijkingen) voor alle richtingen en de vergelijkingen voor de turbulentie. Voor het beschrijven van de turbulentie is gekozen voor het meest gebruikte en algemeen toepasbare turbulentie-model: het k- ϵ model.

Het uitgangspunt is een basis-element dat niet van grootte en vorm verandert. Zie figuur 2.1. Voor stromingen met een vrij wateroppervlak, zoals die in bergbezinktanks optreden, kan de vloeistof onsamendrukbaar⁽¹⁾ worden verondersteld. Voor turbulente stromingen wordt in de vergelijkingen gewerkt met de over een korte periode gemiddelde waarden van de snelheden. Dit geeft:

Continuïteit:

$$\nabla_i v_i = 0$$

De index i duidt op een sommatie waarbij voor i de coördinaatrichtingen x , y en z moet worden ingevuld. v_i betekent de snelheidscomponent in m/s in i -richting en $\nabla_i = \partial/\partial x_i$, de afgeleide naar de coördinaat x_i .

(1) Een onsamendrukbare vloeistof betekent overigens niet dat de dichtheid constant en uniform is!

Navier-Stokes vergelijkingen voor turbulente stromingen:

$$\frac{\partial v_j}{\partial t} + v_i \nabla_i v_j = -\frac{1}{\rho} \nabla_j p_j + \nabla_i \left((\nu + \nu_t) \nabla_i v_j - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right) + \frac{1}{\rho} \sum F_{\text{rest-}j}$$

met	t	=	tijd (s);
	ρ	=	dichtheid (kg/m ³);
	p	=	hydrostatische druk (kg/ms ²);
	ν	=	kinematische viscositeit (m ² /s);
	ν_t	=	turbulente viscositeit (m ² /s);
	k	=	turbulente kinetische energie (m ² /s ²);
	δ	=	Kronecker delta (zie bijlage);
	F	=	kracht per eenheid van volume (kg/m ² s ²).

Deze vergelijking kan 3 keer (voor j = x, y en z) worden uitgeschreven. In elke vergelijking dient te worden gesommeerd over i = x, y en z.

Turbulentie vergelijkingen k- ϵ model:

$$\frac{Dk}{Dt} = \nabla_i \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \nabla_i k \right) + \nu_t \left((\nabla_i v_j)^2 + (\nabla_i v_j)(\nabla_j v_i) \right) - \epsilon$$

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = \nabla_i \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \nabla_i \epsilon \right) + C_{pe} k \left((\nabla_i v_j)^2 + (\nabla_i v_j)(\nabla_j v_i) \right) - C_{de} \frac{\epsilon^2}{k}$$

Hierin is ϵ de dissipatie van turbulente kinetische energie in m²/s³ en C_{pe} , C_{de} , σ_k en σ_ϵ zijn de constanten van het k- ϵ turbulentiemodel. Deze vergelijkingen duiden op sommaties waarbij zowel voor de index i als de index j de x-, y- en z-richting moet worden ingevuld.

De vergelijkingen zijn opgesteld om inzicht te verkrijgen in wat door het gekozen stromingssimulatieprogramma wordt berekend. De vergelijkingen worden opgelost binnen het computerprogramma. Behalve in het cartesische assenstelsel is het ook mogelijk het model op te zetten in een cilindrisch assenstelsel of in een stelsel met andere kromlijnige assen.

3 KEUZE COMPUTERPROGRAMMA

Met een deterministisch (computer)model van de stroming en de bezinking in een bergbezinktank kan de invloed van aanpassingen aan het ontwerp, zoals verandering van vorm of het toepassen van schotten, worden voorspeld. Het is de verwachting dat met behulp van zo'n model inzicht wordt verkregen in wat zich in een bergbezinktank afspeelt, zodat een optimaal ontwerp kan worden gemaakt. Ook zal het mogelijk zijn verschillende debieten en vuilconcentraties door het model te voeren en daarbij het effect van de tank op de vuiluitwerp te bekijken. Tevens zal het mogelijk zijn de stroming en de bezinking in andere randvoorzieningen (bijvoorbeeld in bergbezinkriolen) te modelleren en te beoordelen.

3.1 EISEN AAN HET PROGRAMMA

Om de stroming en de bezinking in een bergbezinktank goed te kunnen modelleren moet een computerprogramma worden gekozen dat aan de volgende eisen voldoet:

Mogelijkheid tot modelleren van:

- * 2- en 3-dimensionale stromingen;
- * niet-stationaire stroming;
- * stroming in ronde, rechthoekige en anders gevormde tanks;
- * turbulente stroming met betrouwbaar turbulentiemodel;
- * bezinking en opwoeling van slib;
- * veranderende waterstand bij overstorten;
- * het vullen van een tank.

Mogelijkheid tot

- * het inbouwen van stroomgeleiders en diffusieschotten;
- * het eenvoudig aanpassen van de vorm van de tank.

Verder zijn de volgende punten belangrijk:

- * rekentijd <----> nauwkeurigheid;
- * soort en kosten van de benodigde computerapparatuur.
- * begeleiding bij gebruik tijdens onderzoek.

3.2 STROMINGSSIMULATIEPROGRAMMA'S

Er zijn geen stromingssimulatieprogramma's gevonden die speciaal zijn ontwikkeld voor de modellering van de stroming en de bezinking in bergbezinktanks of vergelijkbare stromingssituaties.

Bij het kiezen van een computerprogramma om de stroming en de bezinking te simuleren, is gebruik gemaakt van de resultaten van het onderzoek naar de optimalisering van grote nabezinktanks [Vermeer, 1990]. In dat onderzoek zijn de mogelijkheden van een zestal stromingssimulatieprogramma's met elkaar vergeleken. Van de genoemde programma's kan alleen PHOENICS niet-stationaire stromingssituaties modelleren. Omdat de stroming door een bergbezink-

tank uitgerekend niet-stationair is en omdat dit een grote invloed op de bezinking heeft, vallen de andere programma's af.

Het is de verwachting dat met PHOENICS aan de hierboven gegeven eisen kan worden voldaan. PHOENICS is een stromingssimulatieprogramma dat vloeistofstromingen, warmtetransporten en massatransporten kan berekenen. Met dit programma kunnen 1-, 2- en 3-dimensionale stromingssituaties worden gemodelleerd. De berekeningen kunnen stationair of niet-stationair zijn en meer dan een fase kan worden ingevoerd. PHOENICS is ontwikkeld door de Engelse firma CHAM. De naam is een acroniem voor Parabolic Hyperbolic or Elliptic Numerical Integration Code Series.

Ook de bezinking kan met PHOENICS worden gemodelleerd. Een belangrijk pluspunt is de mogelijkheid zelf programmatuur toe te voegen, teneinde het programma aan eigen gebruik aan te passen. Een ander voordeel is dat PHOENICS op een PC⁽²⁾ kan worden gebruikt, zodat voor het testen en opzetten van een model geen rekentijd op een rekenstation behoeft te worden gehuurd.

Er kleven echter ook een aantal nadelen aan het gebruik van PHOENICS. Ten eerste is het programma oorspronkelijk opgezet voor modellering van stromingen in dichte tanks, dus zonder vrij wateroppervlak. Later zijn een aantal uitbreidingen bij PHOENICS geschreven, waardoor het nu wel mogelijk moet zijn een vrij wateroppervlak te modelleren. Omdat deze uitbreidingen pas sinds kort beschikbaar zijn, zijn ze nog niet voldoende getest.

Een tweede nadeel is de omvang van PHOENICS. Het programma is opgezet om veel verschillende stromingssituaties te kunnen modelleren. Hierdoor is het omvangrijk en moeten veel keuzes worden gemaakt om een bepaalde situatie te modelleren.

Niet in [Vermeer, 1990] genoemde en beoordeelde stromingssimulatieprogramma's zijn TRISULA en FLUENT.

TRISULA is ontwikkeld voor het modelleren van lange-golf stromingen in rivieren en estuaria. Daarbij zijn aannames gedaan waardoor het onzeker is of de stroming in een bergbezinktank wel kan worden beschreven. Bij TRISULA wordt uitgegaan van een hydrostatische drukverdeling. Door deze aanname is het niet zeker of de berekende stroming bij de in- en uitvoerconstructies, waar de verdeling niet hydrostatisch is, in alle gevallen juist is.

Een andere beperking is dat, omdat het een lange-golf programma is, de lengte diepte verhouding van de tank minstens 10 moet zijn. Bij een diepte van 2 m, moet de bak dus langer dan 20 m zijn. Rechthoekige tanks voldoen meestal aan deze eis, maar ronde tanks niet.

Verder geldt als nadeel dat aan de modellering van de bezinking (slib-model) nog wordt gewerkt.

Het programma FLUENT is vergelijkbaar met PHOENICS. Het is een programma waarmee allerlei stromingssituaties kunnen worden gemodelleerd. Uit gesprekken met gebruikers van FLUENT en PHOENICS is naar voren gekomen dat PHOENICS door de mogelijkheid en toegankelijkheid om het programma aan eigen wensen aan te passen voor het doen van onderzoek te verkiezen is.

⁽²⁾ Voor het onderzoek wordt gebruik gemaakt van een 80486 33 MHZ. Een 80386-computer is een minimum vereiste voor het werken met PHOENICS.

Bij DHV wordt een computerprogramma gebruikt (en nog verder ontwikkeld), dat de stroomsnelheden in bergbezinktanks onder stationaire condities 2-dimensionaal kan beschrijven [Clemens, 1991]. De rekentijden bij dit stationaire model zijn echter al aanzienlijk. De ontwikkelingen van dit programma worden (voor zover mogelijk) gevolgd.

Een laatste optie is zelf een programma te schrijven, dat precies aan de gewenste situatie is aangepast. Hiervan is echter afgezien, omdat het erg veel tijd zou kosten, terwijl succes niet verzekerd is.

Conclusie

Gekozen is voor de toepassing van PHOENICS. Alle stationaire modellen vielen af, omdat het niet-stationaire karakter van de stroming een grote invloed op de werking van de bergbezinktanks heeft. TRISULA is afgefallen omdat het niet geschikt is voor alle mogelijke vormen van bergbezinktanks. Omdat er geen aanwijzingen waren dat FLUENT op bepaalde onderdelen beter zou werken dan PHOENICS en omdat PHOENICS op Civiele Techniek beschikbaar is, waardoor de nodige kennis en ervaring aanwezig is, werd PHOENICS verkozen boven FLUENT.

Wanneer in de toekomst een PHOENICS-model gereed is, waarmee de stroming en de bezinking in een tank voldoende nauwkeurig⁽³⁾ kan worden beschreven, is het nog maar de vraag in hoeverre een dergelijk model kan worden gebruikt door gemeenten of de adviseurs van gemeenten. Het is misschien mogelijk een aangepaste versie van PHOENICS te maken waarmee een gemeente zelf, bijvoorbeeld via een menu-systeem, een bergbezinktank kan ontwerpen. Indien dit niet mogelijk of wenselijk is, dan zal het resultaat van de berekeningen met PHOENICS zijn dat de effecten van verschillende ontwerpparameters bekend zijn, zodat ontwerprichtlijnen kunnen worden gegeven. Een ander mogelijk resultaat van dit onderzoek kan zijn dat het niet de moeite waard is ingewikkelde deterministische modellen (niet-stationair, 2-D of 3-D) te gebruiken voor het doorrekenen en ontwerpen van bergbezinktanks. Indien blijkt dat een kleine verandering in de veelal onzekere invoerparameters een groot verschil in de resultaten geeft, dan is het resultaat in hoge mate afhankelijk van de invoergegevens en dientengevolge onbetrouwbaar. Hierbij moet worden gedacht aan (bijvoorbeeld) het debiet of parameters waarmee de wrijving wordt beschreven.

3.3 BEREKENINGEN IN PHOENICS

In deze paragraaf wordt in het kort aangegeven op welke wijze binnen PHOENICS de vergelijkingen van de vloeistofstroming worden opgelost. Voor een uitgebreidere beschrijving wordt verwezen naar de handleiding [CHAM].

De stroming wordt beschreven door de volgende set basisvergelijkingen: continuïteitsvergelijking, Navier-Stokes vergelijkingen en differentiaalvergelijkingen voor de turbulente kinetische energie k en de dissipatie van turbulente

⁽³⁾ Met voldoende nauwkeurig wordt bedoeld dat de berekeningsresultaten niet teveel afwijken van de werkelijkheid, dus van de meetresultaten. Op dit moment wordt ingeschat dat een afwijking van 10% voldoende nauwkeurig is.

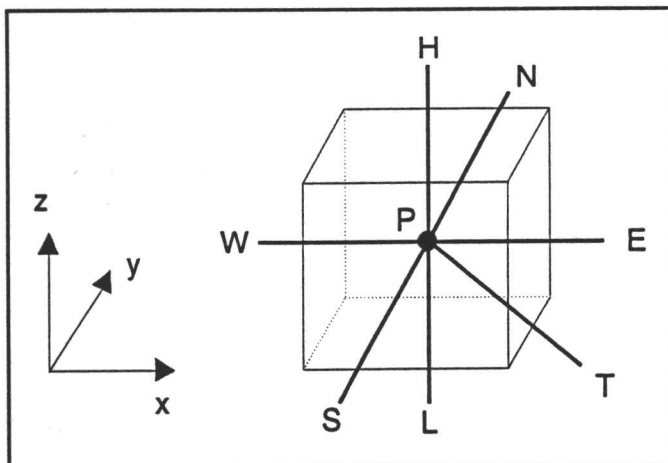
kinetische energie ϵ . De basisvergelijkingen kunnen als volgt worden geschreven:

$$\frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \nabla_i(\rho v_i \varphi) - \nabla_i(\Gamma_\varphi \nabla_i(\varphi)) = s$$

(tijdsafh.) (convectie) (diffusie) (bronnen)

- met: φ = variabele;
 Γ = uitwisselingscoëfficiënt. Wanneer voor φ een snelheid wordt ingevuld is Γ gelijk aan de som van de kinematische (= laminaire) viscositeit ν_l en de turbulente viscositeit ν_t ;
 s = bronnen in kg/s;
 i = index voor x-, y-, en z-richting.

In deze vergelijking is φ gelijk aan de variabele waarvoor de vergelijking dient te worden opgelost. In dit geval zijn dat de snelheden⁽⁴⁾ en de twee eerder genoemde grootheden k en ϵ voor het beschrijven van de turbulentie. Voor de continuïteitsvergelijking is φ gelijk aan 1 en is de diffusie gelijk aan nul. De Navier-Stokes vergelijkingen volgen uit bovenstaande vergelijking als voor φ de snelheden worden ingevuld. De druk wordt niet met deze vergelijking opgelost. De bronterm wordt gebruikt om (onder andere aan de randen) massa, impuls, etc. toe te voegen dan wel af te voeren.

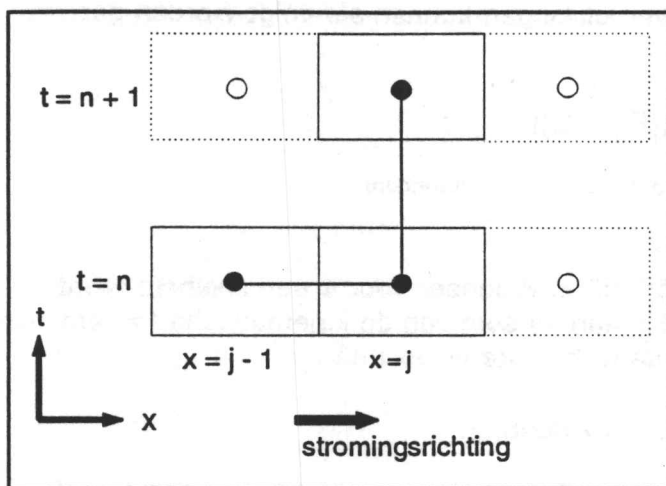


Figuur 3.1: PHOENICS-cel.

N). De derde richting, de z-richting, loopt van L (Low) naar H (High). Naast deze geometrische verbindingen is de cel ook 'verbonden' met een vroegere tijdstap T. Zie figuur 3.1. In de cellen worden de variabelen (zoals drukken, dichtheid, concentratie, etc.) berekend. De snelheden daarentegen, worden berekend voor een verschoven rekenrooster: op de randen van de cellen.

PHOENICS maakt standaard gebruik van de fully-upwind discretisatiemethode. Dit houdt in dat om de waarde te berekenen van een variabele in cel $x = j$ voor de nieuwe tijdstap $t = n + 1$, gebruik wordt gemaakt van de waarden van variabelen van cel $x = j$ en de bovenstroomse cel $x = j - 1$ (beiden op $t = n$).

⁽⁴⁾ Voor turbulente stromingen de gemiddelden van de turbulente snelheden over een korte periode.



Figuur 3.2: Fully-upwind schema.

Zie figuur 3.2. Andere discretisatieschema's zijn door aanpassingen in de invoer ook te gebruiken. De fully-upwind berekeningsmethode impliceert een numerieke diffusie-term in de stroomrichting. De onnauwkeurigheid die hierdoor wordt veroorzaakt kan worden afgeschat met behulp van de numerieke viscositeit ν_n . De grootte-orde van ν_n is gelijk aan die van de snelheid maal de celgrootte. Bij een lage snelheid en/of fijnmazig rekenrooster zal

deze onnauwkeurigheid klein zijn. Uit berekeningen is gebleken dat de turbulente viscositeit van dezelfde grootte-orde is als deze numerieke viscositeit. Het convectieve transport bleek echter veel belangrijker te zijn dan het diffuse transport, zodat de fout door de numerieke viscositeit beperkt zal zijn. In het volgende rapport zal, indien wenselijk, dit onderwerp verder worden uitgewerkt.

De continuïteitsvergelijking ziet er gediscetiseerd als volgt uit:

$$\frac{\rho * V - \rho_o * V_o}{\Delta T} - \rho_{in} * \nabla_{in} * A_{in} + \rho_{uit} * \nabla_{uit} * A_{uit} - s = 0$$

met A = oppervlak, afhankelijk van stroomrichting (m^2);
 \underline{V} = volume (m^3);
 \underline{v} = snelheidsvector (m/s);
 φ = nieuwe waarde van φ in cel P;
 ΔT = duur tijdstap (s);
 \circ = duidt op de waarde van de vorige tijdstap.

De differentiaalvergelijking voor de andere variabelen wordt als volgt gediscetiseerd:

$$\frac{(\varphi - \varphi_o) V \rho}{\Delta T} + (\varphi - \varphi_{naast}) * (A \rho \nabla + \frac{A \Gamma}{\Delta L}) = s$$

met φ_{naast} = φ -waarde voor de naastliggende cel, dus N, S, E, W, L of H;
 ΔL = cellengte, celbreedte of celhoogte (m).

Na de introductie van de coëfficiënten aT, aC, aD en aS, respectievelijk ten behoeve van het berekenen van het tijdsafhankelijke, het convectieve en het diffuse transport en de brontermen, wordt deze vergelijking als volgt geschreven:

$$(\varphi - \varphi_o)aT + (\varphi - \varphi_{naast})*(aC + aD) + (\varphi - \varphi_s)aS = 0$$

of

$$\varphi = \frac{\varphi_o aT + \varphi_{naast}(aC + aD) + \varphi_s aS}{aT + aC + aD + aS}$$

met

$$aT = \frac{V\rho}{\Delta T}$$

$$aC = A * \rho * \bar{v}$$

$$aD = \frac{A * \Gamma}{\Delta L}$$

$$aS = - \frac{s}{\varphi - \varphi_s}$$

φ_s is de als bron opgegeven waarde van de variabele. Voor de termen aC en aD moeten waarden voor de W-E-, N-S-, en L-H-richting worden ingevuld, afhankelijk van de stromingsrichting.

Bij het oplossen van de vergelijkingen gaat PHOENICS als volgt te werk. De coëfficiënten aT, aC en aD worden constant verondersteld. Daarmee wordt een nieuwe waarde voor φ uitgerekend. Indien de nieuwe waarde van φ nog te veel verschilt van de oude waarde (en dus de eindwaarde nog niet is bereikt), worden met de nieuwe φ de coëfficiënten opnieuw berekend. Vervolgens wordt φ weer berekend. Dit gaat door totdat het verschil tussen de oude en de nieuwe φ klein genoeg is.

De resultaten van de berekeningen kunnen als cijfers in een bestand worden bekeken, of door middel van een bijgevoegd programma in plaatjes worden omgezet.

De mogelijkheden binnen PHOENICS zijn uitgebreid. Voor dit onderzoek is gekozen voor het k- ϵ turbulentiemodel, maar ook andere turbulentiemodellen kunnen door een juiste keuze van invoerparameters worden geselecteerd. Daarnaast is het mogelijk om van twee verschillende, door elkaar gemengde stoffen de vergelijkingen apart op te lossen (2 fase-stroming). Dit is waarschijnlijk een goede methode om bezinking te modelleren. De bezinkbare deeltjes worden door het water meegenomen, maar bewegen door hun grotere dichtheid onder invloed van de zwaartekracht omlaag. Van alle mogelijkheden wordt zo mogelijk steeds de beste optie gekozen om de stroming en bezinking te beschrijven.

Anders dan bij veel andere stromingsmodellen worden alle randvoorwaarden bij PHOENICS in de vorm van bronnen aan de vergelijkingen toegevoegd. Deze methode heeft als gevolg dat een bepaalde waarde voor een variabele of afgeleide van een variabele niet zomaar kan worden opgelegd. Dit dient te gebeuren volgens in PHOENICS gestelde regels. Deze methodes zijn niet allemaal erg helder, zodat de gebruiker enige tijd nodig heeft om de betekenis en wijze van het opleggen van randvoorwaarden te begrijpen. Uiteindelijk is het gelukkig wel mogelijk de gewenste randvoorwaarde op te leggen. Het voert te ver hier de wijze waarop de randvoorwaarden worden opgelegd verder uit te leggen. Wanneer het niettemin de bedoeling wordt dat anderen (bij voorbeeld mensen bij de gemeenten) met PHOENICS een bergbezinktank gaan ontwerpen, dan zal in een handleiding worden uiteengezet hoe de betreffende randvoorwaarden dienen te worden opgelegd. Voor een uitgebreidere beschrijving van PHOENICS wordt verwezen naar de handleidingen [CHAM], [CHAM 1987], [CHAM 1991] en [CHAM 1992].

4 STROMINGSMODEL

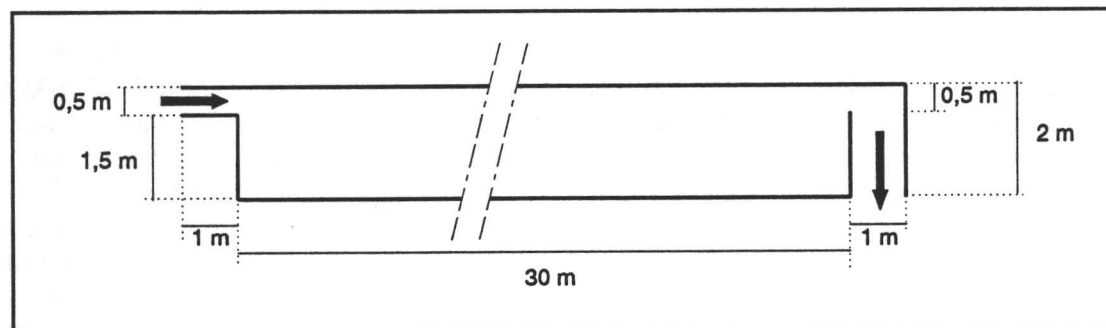
4.1 INLEIDING

Tot op heden is een rekenkundig model ontwikkeld dat de turbulente beweging van het water berekent voor een bergbezinktank zonder vrij wateroppervlak. De opzet van dit model en de resultaten van de berekeningen staan beschreven in paragraaf 4.2. Het door PHOENICS laten uitrekenen van een vrij wateroppervlak geeft nog problemen, zoals is beschreven in paragraaf 4.3. Tenslotte zijn in paragraaf 4.4 de resultaten van een verbeterd model gegeven.

N.b: In dit hoofdstuk wordt niet uitvoerig ingegaan op de PHOENICS-commando's om de modellen op te zetten. Het gaat erom de lezer het vertrouwen te geven dat met dit programma de stroming voldoende nauwkeurig kan worden gemodelleerd. Bij elk model worden daarom slechts enkele fysische keuzes uitgelegd en de resultaten vergeleken met wat volgens de theorie mag worden verwacht of met meetgegevens (indien beschikbaar).

4.2 STATIONAIR MODEL BERGBEZINKTANK

Het eerste model van een bergbezinktank, is afgeleid van de bergbezinktank in Amersfoort. Hierbij is de werkelijkheid vereenvoudigd zoals aangegeven is in figuur 4.1.



Figuur 4.1: Zijaanzicht model van bergbezinktank Amersfoort.

Ten eerste is alleen de stroming van water bekeken. De bezinking is nog niet gemodelleerd. In het water bevindt zich dan ook geen bezinkbaar materiaal.

Het debiet is gelijk aan $1 \text{ m}^3/\text{s}$. Volgens de meetgegevens van het NWRW-onderzoek, wordt zo'n debiet in Amersfoort 1 à 2 keer per jaar overschreden. Voor het eerste model is gekozen voor een instroomopening van 0,5 m hoog. Bij nadere beschouwing bleek dit te groot te zijn. Boven een korte overlaat zal de waterhoogte, bij een breedte van 8 m, ongeveer gelijk zijn aan:

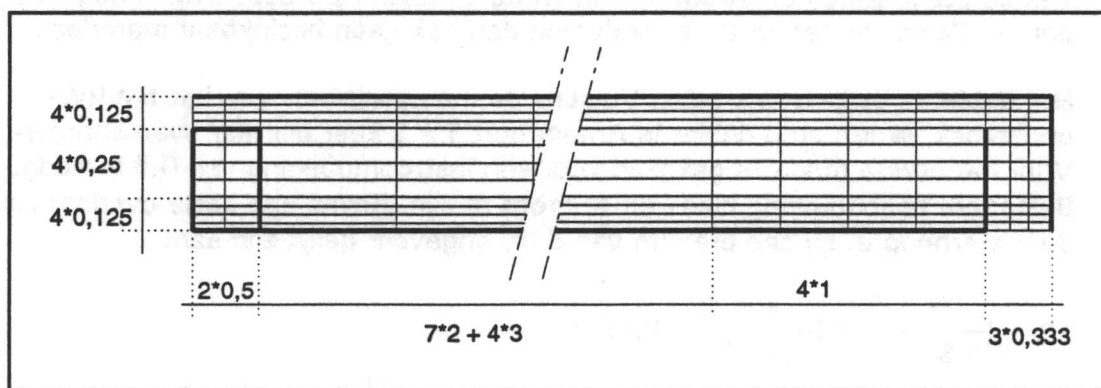
$$h = \left(\frac{Q}{1,8 * B} \right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{1}{1,8 * 8} \right)^{\frac{2}{3}} = 0,17 \text{ m}$$

In paragraaf 4.4 wordt een verbeterd model besproken, waarbij de invoerhoogte gelijk is aan 0,17 m. In het eerste model vindt de invoer plaats zoals is aangegeven in figuur 4.1. Bij het opzetten van het model is ervoor gekozen om het water over een overlaat van 1 meter lang in te voeren. Hierdoor zouden effecten van fouten in de randvoorwaarden bij de invoer beperkt kunnen blijven. In werkelijkheid vindt de invoer echter plaats over een korte overlaat (interne overstort). De invoer zal in de toekomst aan de werkelijkheid worden aangepast en de effecten van verschillende manieren van invoer zullen worden bekeken. De diepte van de tank is 2 m, zodat bij een instroom-opening van 0,5 m de interne overstort 1,5 m hoog is.

Het water stroomt over een verticaal muurtje (externe overstort) van 1,5 meter hoog en vervolgens naar beneden de tank uit. De stroming voorbij de externe overstort is niet interessant voor de modellering.

Een constant debiet wordt door de tank gevoerd (stationair model). Hierbij is de beginsituatie een volledig gevulde tank. In werkelijkheid zal het vullen van de tank invloed hebben op de turbulentie en de stroming. Ook het niet-stationaire karakter van de invoer (wat betreft het debiet) heeft een grote invloed op de stroming in de tank. Misschien wordt in de praktijk de evenwichtssituatie, met een lange neer (circulatiestroming) en achter de neer een redelijk uniform snelheidsprofiel over de verticaal, nooit bereikt doordat de stroming te snel verandert of de overstorting te kort duurt. Wanneer het instromende debiet ineens toeneemt, zal de grootte van de neer ook veranderen en zal het enige tijd duren voordat zich een nieuw evenwicht heeft ingesteld.

Het aantal cellen is in eerste instantie beperkt tot 20 cellen in de lengte bij 12 cellen in de hoogte, zie figuur 4.2. Bij zo weinig cellen is de rekentijd beperkt en kunnen verschillende model-invoeren snel met elkaar worden vergeleken. De maximale celgrootte wordt bepaald door het gegeven dat een constructie of opening minstens door een paar cellen moet worden beschreven om de stroming weer te kunnen geven. Hoe fijnmaziger het rekenrooster des te nauwkeuriger het resultaat. Echter een erg fijnmazig rekenrooster resulteert in lange rekentijden. Een maat voor de grootte van de cellen is de volgende: Wanneer na verfijning van het rekenrooster de resultaten van de verschillende berekeningen niet of slechts weinig verschillen, dan kan worden geconcludeerd dat het rooster fijnmazig genoeg was.



Figuur 4.2: Indeling rekenrooster bij eerste modellering.

Gebleken is dat een rooster van 40*24 wezenlijk betere resultaten opleverde dan een rooster van 20*12 cellen. Een verdere verfijning naar een rooster van 57*40 cellen leverde geen noemenswaardige verschillen op. Op grond hiervan is voor verdere berekeningen gekozen voor een rooster van 40*24 cellen. Dit rekenrooster ontstaat na een halvering van de celzuides uit figuur 4.2. Om numerieke onnauwkeurigheid te beperken, wordt in de literatuur aangeraden de lengte of breedte van twee aangrenzende cellen niet meer dan met een factor 1,1 tot 1,3 te laten verschillen. Bovendien dient de vorm van een cellen niet te veel van een vierkant af te wijken, omdat dat de resultaten kan beïnvloeden. De verhouding tussen lengte en hoogte dient te liggen tussen 0,25 en 4. Aan deze eisen wordt hier zeker niet voldaan. Deze beperkingen zullen in de toekomstige modellen wel worden meegenomen.

Het is mogelijk het rekenrooster plaatselijk te verfijnen. Dit kan worden gedaan door hele kolommen en/of rijen te splitsen, of door alleen plaatselijk de cellen in een gebiedje kleiner te maken. Dit model gaat uit van rechthoekige cellen. Het is echter ook mogelijk schuine, en gekromde cellen te creëren.

De tank is 8 m breed. Deze breedte wordt met 1 cel gemodelleerd, zodat een 2-dimensionaal model ontstaat. De wrijving die in werkelijkheid aan de zijwanden op zal treden is voorlopig niet meegenomen. De aan- en afvoer zijn gelijkmatig verdeeld over de gehele breedte van de tank.

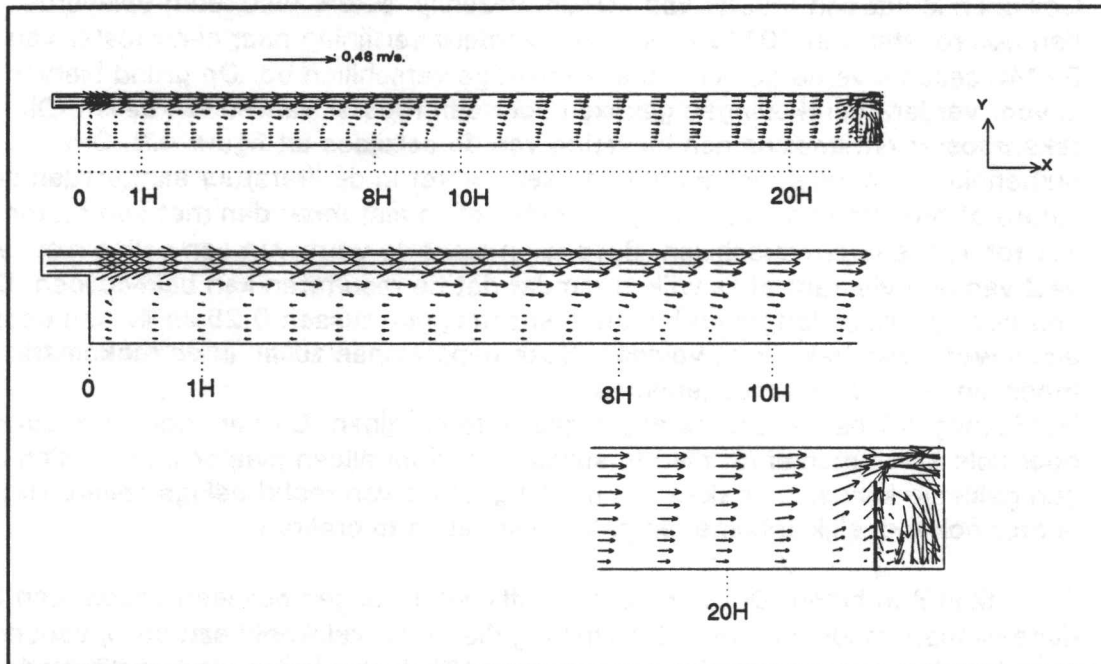
In het eerste model staat het water tot aan de bovenkant van de tank. Het vrije wateroppervlak is nog niet gemodelleerd. In werkelijkheid zal wel een vrij wateroppervlak optreden. Omdat dan geen wrijving aan de bovenkant optreedt, is deze in dit geval weggelaten.

De wrijving langs de kop- en eindwanden is vooralsnog verwaarloosd. Voor het berekenen van de wrijving langs de bodem is de bodem hydraulisch ruw⁽⁵⁾ verondersteld. De effecten van deze keuze zullen nog worden onderzocht. Een bodem van onafgewerkt beton met daarop zand zal hydraulisch ruw zijn, wanneer slib op de bodem ligt zal de bodem gladder zijn. Bij het berekenen van de wrijving langs de bodem is uitgegaan van een logaritmisch snelheidsprofiel loodrecht op de wand. Zie hiervoor paragraaf 5.1.

4.2.1 Resultaten

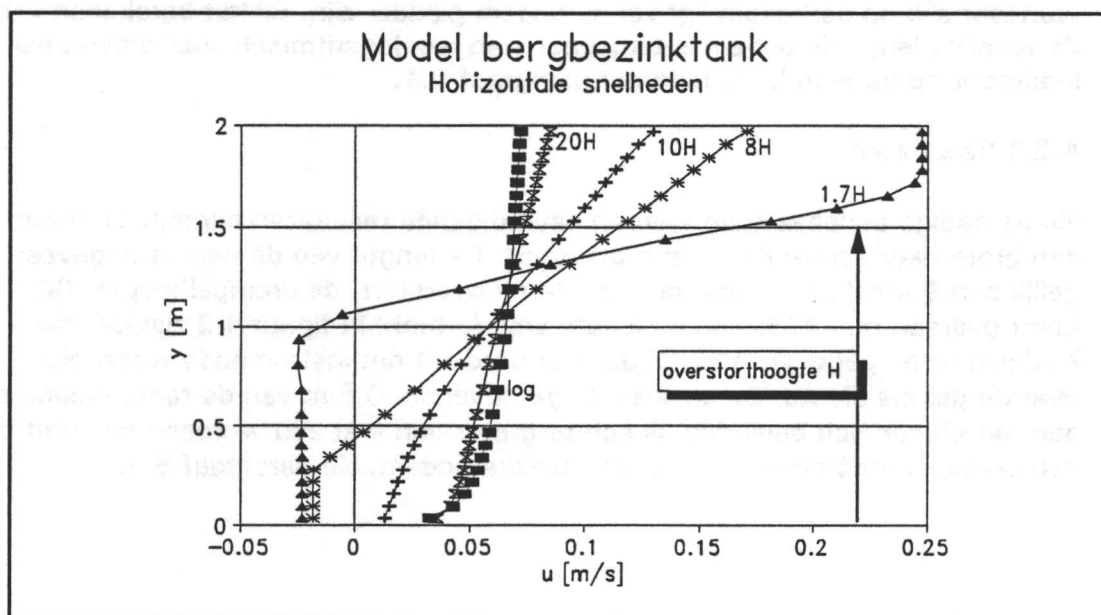
Na de nodige aanpassingen werden bevredigende resultaten bereikt. Er ontstaat een grote neer achter de interne overstort. De lengte van de neer is ongeveer gelijk aan 9 maal de hoogte van de interne overstort, de drempelhoogte. Dit komt overeen met 45% van de lengte van de tank! In figuur 4.3 zijn de snelheidsvectoren gegeven. Voorbij de neer verdeelt het instromende water zich over de gehele diepte. De snelheid in de bovenste 0,5 m van de tank, waarin de aan- en afvoer zich bevinden, is echter groter dan wat zou worden verwacht bij een ongehinderde stroming over een vlakke bodem, zie paragraaf 5.1.

⁽⁵⁾ Dit is een maat voor de ruwheid van de bodem en geeft aan welke vergelijking voor de wrijving moet worden gebruikt.



Figuur 4.3: Snelheidsvectoren in bergbezinktank.

Bij zo'n ongehinderde stroming ontstaat een logaritmisch snelheidsprofiel. Deze is aangegeven met "log" in figuur 4.4. Verder zijn in figuur 4.4 op verschillende afstanden van de interne overstort (uitgedrukt in de drempelhoogte H) de horizontale snelheden tegen de afstand tot de bodem uitgezet. Door de lokatie van de in- en uitstroom heeft het water niet de gelegenheid zich optimaal over de diepte te verdelen. De verblijftijd van het water in de tank zal door de aanwezigheid van de neer aanzienlijk korter zijn dan bij een uniforme stroming over de gehele doorsnede. De hier berekende neer beslaat ca. 20% van het volume van de tank.



Figuur 4.4: Horizontale snelheden.

Bij de bodem vlak voor de externe overstort zal een kleine neer optreden. Het is nog niet gelukt deze te modelleren.

Het is mogelijk dat de aanwezigheid van een vrij wateroppervlak nog een invloed op de stroming heeft. Ook de keuzes gemaakt bij het modelleren, zoals wandruwheid, turbulentie-model, etc., kunnen het stromingsbeeld nog veranderen. Daarom is het noodzakelijk om aan de hand van meetgegevens de resultaten te verifiëren. Meetgegevens van snelheden in een bergbezinktank of een vergelijkbare situatie zijn echter niet beschikbaar.

4.2.2 Aantal rekenstappen

Het bleek moeilijk om te bepalen op welk moment de stationaire berekening voldoende lang was doorgevoerd. Na 100 iteraties leek het erop alsof een stabiele situatie bereikt was, maar een rekensessie met meer iteraties leerde dat de vloeistofstroming toch nog veranderde.

Het aantal iteraties kan worden beperkt door een grote waarde voor de convergentie-parameter te kiezen. Deze parameter wordt in PHOENICS gebruikt om te voorkomen dat de berekening divergeert. Wanneer deze parameter klein is, worden de verschillen tussen twee iteraties beperkt. Dientengevolge is de kans op divergentie klein, maar moeten veel iteraties worden doorgerekend voordat het model convergeert. Door juist een grote waarde voor deze parameter te kiezen, is het mogelijk de convergentie te versnellen.

De optimale waarde van deze parameter zal door proberen moeten worden gevonden. Een vergelijking van de resultaten van twee berekeningen (met snelle convergentie en met langzame convergentie) geeft aan of de snelle convergentie betrouwbaar is.

Het aantal benodigde iteraties bleek op te kunnen lopen tot 2000, maar bij een snelle convergentie bleken 150 iteraties ook genoeg te kunnen zijn om een volledig geconvergeerd resultaat te bereiken. Per model zal de juiste combinatie van convergentie-parameter en aantal iteraties moeten worden bepaald, waarna in relatief weinig tijdstappen verschillende berekeningen kunnen worden gemaakt.

4.3 NIET-STATIONAIR MODEL BERGBEZINKTANK

De gediscretiseerde vergelijkingen (zie hoofdstuk 3) kunnen door PHOENICS zowel stationair als niet-stationair worden opgelost. Bij een stationaire berekening, wordt in een aantal iteraties een situatie berekend, waarbij de aan- en afvoer in evenwicht is met de stromingssituatie in de tank. Hierbij is de tijd niet van belang.

Bij een niet-stationaire berekening daarentegen, moet de tijd worden opgegeven gedurende welke de stroming dient te worden gesimuleerd. Ook de tijdstappen waarin deze periode moet worden opgedeeld, dienen te worden opgegeven. Per tijdstap wordt een beperkt aantal iteraties uitgevoerd en wordt gerekend tot de veranderingen die in die tijdstap behoren op te treden, berekend zijn.

Het is mogelijk om een niet-stationair model op te zetten met een constante aan- en afvoer. Wanneer de periode waarover wordt gerekend lang genoeg is om een evenwichtssituatie in de tank te bereiken, dan dient de eindsituatie gelijk te zijn aan die na een stationaire berekening.

Het bleek eenvoudig te zijn het model om te bouwen tot een niet-stationair model. Vooralsnog is de invoer constant gehouden, zoals bij het stationaire model. De resultaten waren ongeveer gelijk aan die van het stationaire model. Het aantal iteraties per tijdstap bleek beperkt te kunnen blijven tot 20, maar daar staat tegenover dat pas na meerdere tijdstappen de evenwichtssituatie wordt bereikt. Al met al bleek deze evenwichtssituatie zich in minder rekentijd in te stellen dan bij de stationaire berekening.

Een tijdsafhankelijk debiet is nog niet als invoer opgegeven, omdat het nuttig leek eerst andere belangrijke onderdelen (zoals een vrij wateroppervlak) goed te kunnen modelleren. In de toekomst zullen uit gemeten overstortgegevens (afkomstig van het NWRW-onderzoek) variabele belastingen worden bepaald en door het model worden gevoerd.

4.4 VRIJ WATEROPPERVLAK

Voor het modelleren van een vrij wateroppervlak bestaan sinds kort opties binnen PHOENICS. Omdat deze uitbreidingen pas kort geleden zijn ontwikkeld⁽⁶⁾, is de betrouwbaarheid nog niet in alle stromingssituaties bewezen. Gekozen is voor de methode die het meest betrouwbaar leek. Bij deze methode wordt de tank gevuld met water en lucht en wordt de stroming van zowel water als lucht gesimuleerd. Voor elke kolom met cellen wordt met een massabalans de aanwezige hoeveelheid water bepaald. Hieruit volgt de hoogte van de waterstand in die kolom.

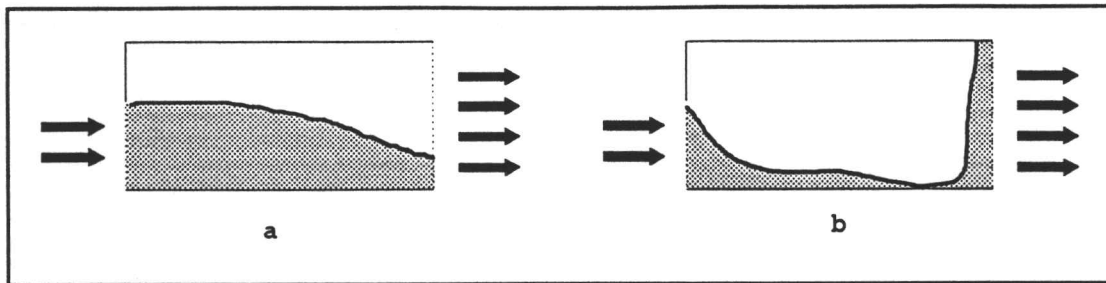
Bij het gebruiken van deze methode waren de resultaten in eerste instantie veelbelovend. Echter, na meer iteraties, resulteerden de berekeningen in onwaarschijnlijke resultaten: Hoge golven, water dat tegen de wand omhoog staat en een niet kloppende massa balans.

Ook van andere gebruikers van PHOENICS is vernomen dat hiermee moeilijkheden bestaan. Begin oktober 1992 is een brief met vragen naar de makers van PHOENICS gestuurd, om duidelijkheid en hulp te krijgen. Op het moment dat dit wordt geschreven is alleen de reactie binnengekomen dat de brief is ontvangen en dat de vragen worden bekijken.

Ter illustratie is hier kort beschreven welke stromingssituaties met een vrij wateroppervlak gemodelleerd zijn en wat de resultaten waren.

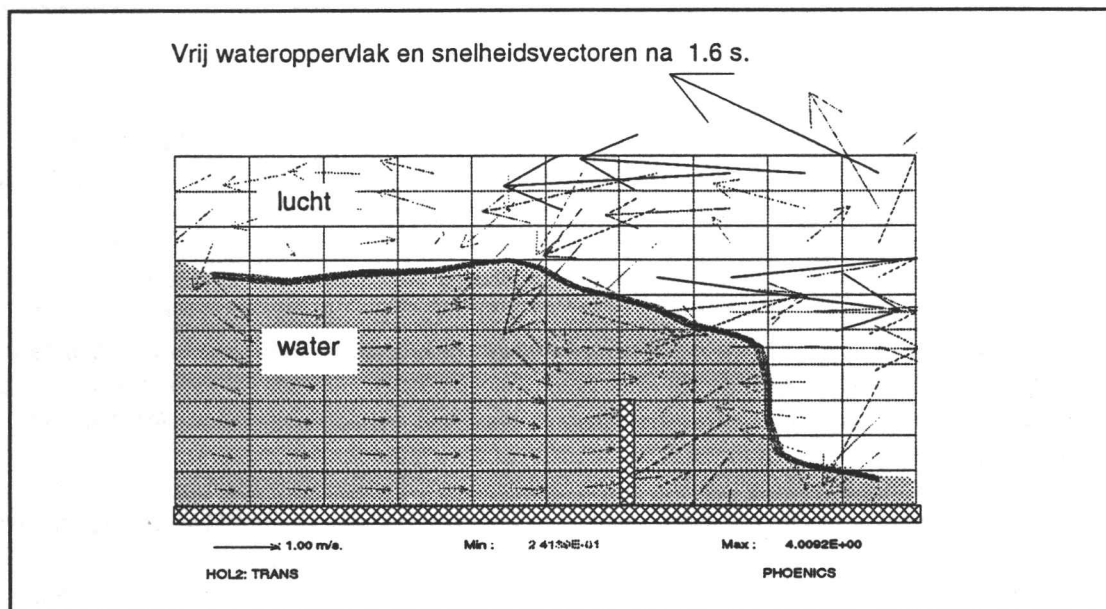
Als eerste werd het vrije wateroppervlak toegevoegd aan het eerste model van de bergbezinktank van Amersfoort (zoals in figuur 4.1). Het resultaat was dat de kolommen bij de externe overstort volledig werden gevuld.

⁽⁶⁾ Vrijgegeven in juni 1992.



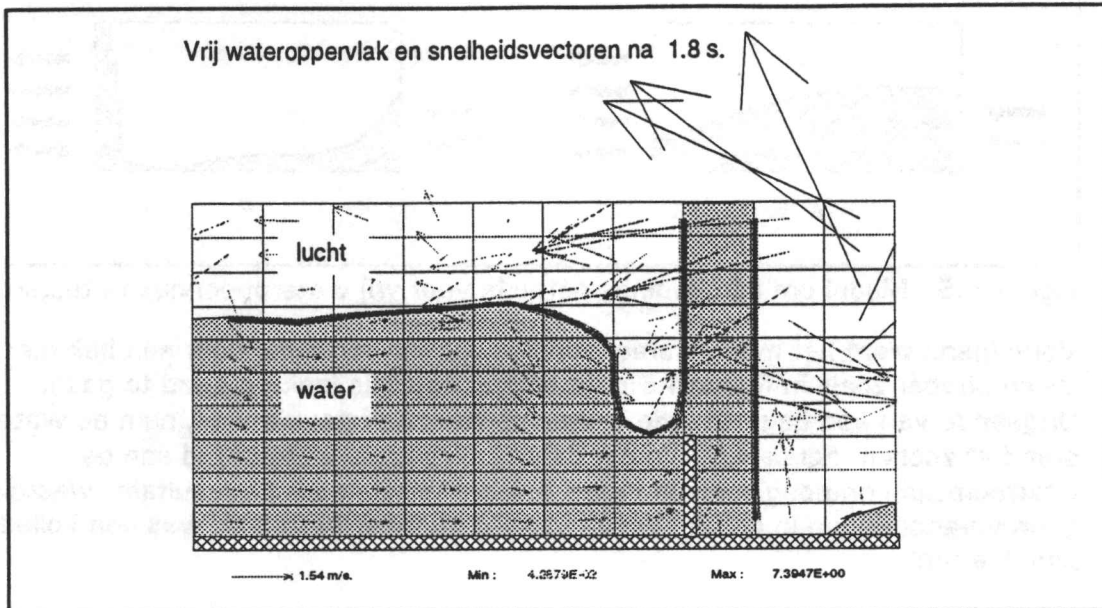
Figuur 4.5: Model om berekeningsmethode voor vrij wateroppervlak te testen.

Vervolgens werd het model vereenvoudigd tot een stroming door een bak met in- en uitvoer zoals in figuur 4.5.a. In eerste instantie leek dit goed te gaan. Uitgaande van een beginsituatie waarin de tank half gevuld was, nam de waterstand af zoals in figuur 4.5.a, maar daarna sprong de waterstand aan de uitstroomzijde omhoog zoals in figuur 4.5.b. Het uiteindelijke resultaat, waarbij geen veranderingen in de berekende variabelen meer optraden, was een volledig gevulde tank.



Figuur 4.6: Resultaat van modellering vullen na 16 tijdstappen.

Ook een model met een muurtje waar het water overheen stort voordat het de tank verlaat, leverde in eerste instantie goede resultaten op. De resultaten van berekeningen met dat model na 1,6 s (16 tijdstappen) staan gegeven in figuur 4.6. Twee tijdstappen later, na 1,8 s, resulteerde dit model reeds in een onmogelijk resultaat. Zie figuur 4.7.



Figuur 4.7: Resultaat van modellering vullen na 18 tijdstappen.

Omdat de oorzaak van de problemen mogelijk in de modellering van de uitstroom zat, is vervolgens een model zonder uitvoer gemaakt, waarbij dus alleen het vullen van de tank werd gemodelleerd. Bij het opstellen van dit model is uitgegaan van een voorbeeld-berekening van PHOENICS.

In een 2-dimensionale tank van 2 m lang en 1 m hoog is bij de start van de berekeningen een klein laagje water aanwezig. Wanneer het water bij de bodem de bak binnenstroomt, stijgt het water en zijn de resultaten aannemelijk. Echter, wanneer het instroompunt boven het wateroppervlak wordt geplaatst worden de resultaten twijfelachtig. Bij een grof rekenrooster waren de resultaten bevredigend. Echter toen een fijnmaziger rekenrooster werd toegepast ontstonden weer hoge golven in de tank.

Op dit moment wordt gewacht op antwoord op de brief aan CHAM waarin deze problemen uiteen zijn gezet. Ondertussen wordt contact gezocht met andere gebruikers van dit programma, die mogelijk voor dezelfde problemen staan of hopelijk al hebben opgelost. Op de faculteit van Werktuigbouwkunde wordt ook met dit probleem gekampt. Bij Hoogovens schijnt men eveneens bezig te zijn met het modelleren van een vrij vloeistofoppervlak met PHOENICS.

Vanwege de hierboven geschetste problemen, komt de vraag naar voren of PHOENICS eigenlijk wel geschikt is voor dit onderzoek en of niet een ander stromingssimulatieprogramma moet worden gezocht. Als antwoord hierop kan worden vermeld dat het ten eerste veel tijd vergt om de mogelijkheden van een ander programma te onderzoeken. Vooral bij de grote algemeen toepasbare programma's, zoals PHOENICS en FLUENT, is de inwerktijd lang. Gedacht moet worden aan enige maanden. Uit reacties van gebruikers van FLUENT en PHOENICS is gebleken dat de ontwikkelingen bij beide programma's ongeveer even ver zijn. Er zijn geen aanwijzingen dat FLUENT in het modelleren van een vrij wateroppervlak voorop zou liggen op PHOENICS.

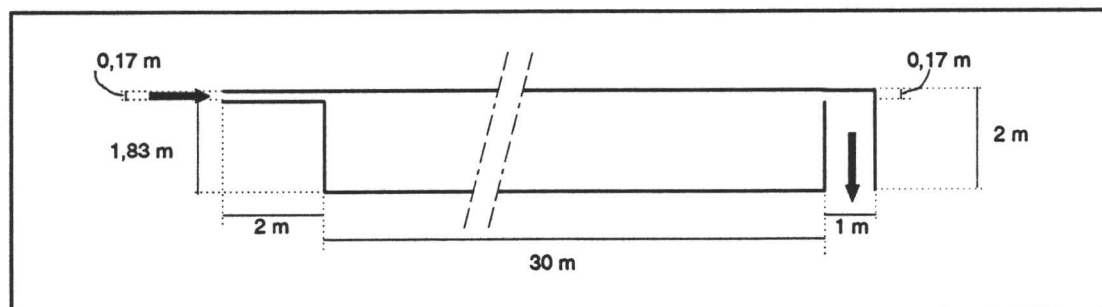
Er schijnen wel computer-programma's te bestaan waarmee onder allerlei stromingscondities oppervlakken kunnen worden berekend, maar voordat onderzocht is of die programma's bijvoorbeeld ook de bezinking goed kunnen modelleren zal veel tijd zijn verstreken.

Als laatste kan worden vermeld dat het de verwachting is dat met TRISULA het modelleren van een vrij wateroppervlak beter zal verlopen dan met PHOENICS. Volgens prof. dr. ir. G.S. Stelling is een model met dat programma in een korte tijd op te zetten. Niettemin, omdat met TRISULA niet alle vormen van bergbezinktanks kunnen worden gemodelleerd, valt dat programma af.

De verwachting is dat met de antwoorden van de makers van PHOENICS op de vragen de problemen kunnen worden opgelost. Wanneer dit niet het geval mocht zijn, dan zal in overleg worden besloten hoe het vrije oppervlak wel gemodelleerd gaat worden. Mogelijkheden zijn: Een andere methode binnen PHOENICS gebruiken, zelf programmatuur hiervoor schrijven die aan PHOENICS kan worden gekoppeld, of toch een ander programma gebruiken.

4.5 VERBETERD MODEL

Op het moment wordt nog gewerkt aan een verbeterde versie van het eerste model. In dit model is de hoogte van het water boven de overstort vastgezet op 0,17 m (zie paragraaf 4.2). Dit komt overeen met wat fysisch mag worden verwacht, zodat de werkelijkheid beter wordt benaderd. Voor de configuratie van de tank is ervan uitgegaan dat de totale beschikbare diepte in de tank gelijk blijft aan die in het eerste model. Verder is het blok waarover het water binnenstroomt verlengd tot 2 m, zodat de turbulentie bij de instroom zich beter kan ontwikkelen. Dit resulteert in een bak zoals figuur 4.8. Het rekenrooster is ook verfijnd, waarbij de cellengtes van aangrenzende cellen maximaal een factor 1,2 verschillen.

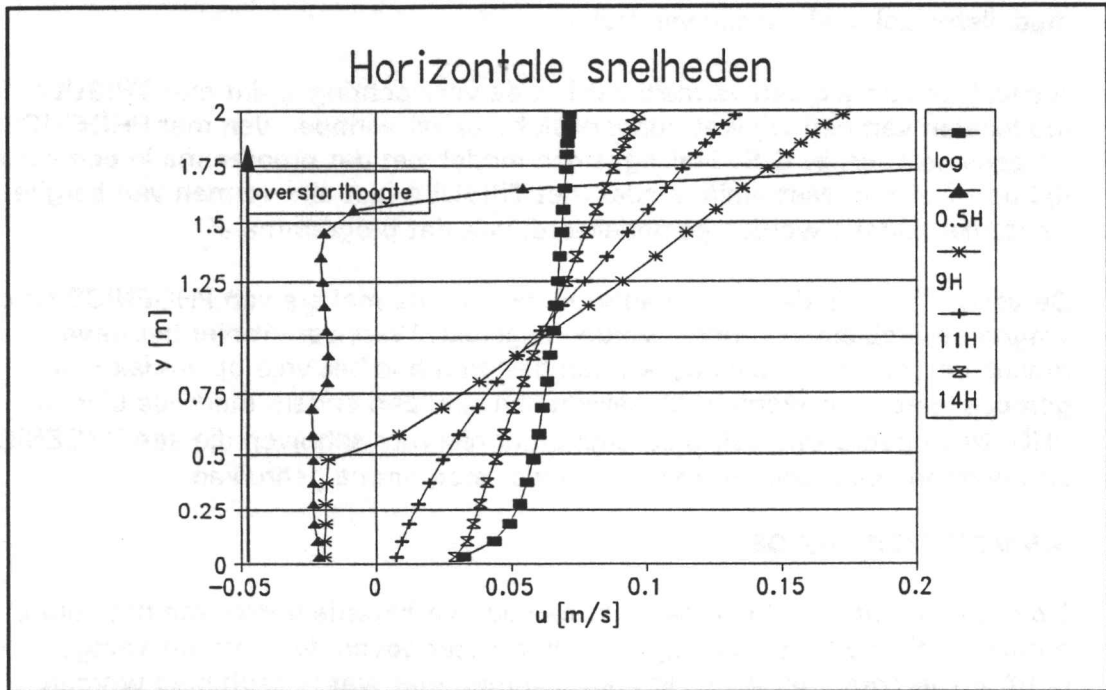


Figuur 4.8: Verbeterd model.

Hoewel nog niet alle problemen zijn opgelost, worden hier in het kort enige resultaten besproken:

De neerlengte is onevenredig groter dan bij het eerste model. Uitgedrukt in de (nieuwe) hoogte van de interne overstort is de neerlengte nu $10 \cdot H$. In figuur 4.9 zijn de horizontale snelheden voor verschillende dwarsprofielen gegeven. De drukken zijn, zoals mag worden verwacht, hydrostatisch. Opnieuw wordt het logaritmische profiel niet bereikt. Bij het opzetten van het model van de stroming over een plotselinge bodemverlaging (hoofdstuk 5) zijn vergelijkbare

problemen ontdekt. Hier wordt aan gewerkt. De resultaten zullen in een volgend rapport komen te staan.



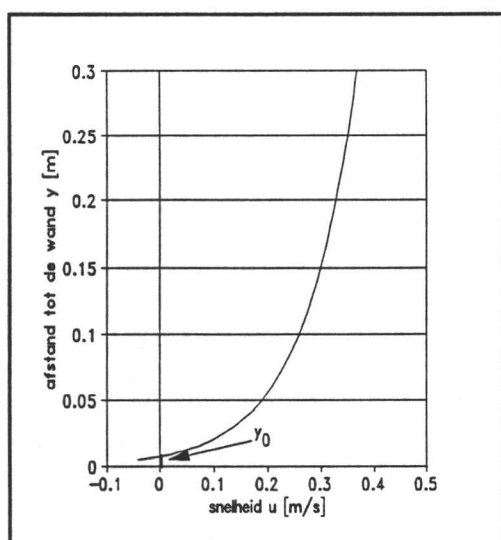
Figuur 4.9: Horizontale snelheden tegen de afstand tot de bodem y bij verbeterd model.

5 TEST-MODELLEN

Om de betrouwbaarheid van het tot zover ontwikkelde model te controleren, dienen de resultaten te worden vergeleken met meetresultaten. Bij gebrek aan meetgegevens van snelheden en andere turbulente grootheden in bergbezink-tanks of vergelijkbare stromingssituaties, zijn twee test-modellen opgezet.

- 1) Resultaten van een model van stroming over een vlakke bodem zijn vergeleken met de theorie voor zo'n stroming;
- 2) Ter verifiëring van de stroming na de interne overstort is de stroming na een plotselinge verlaging van de bodem gemodelleerd en zijn de resultaten vergeleken met meetgegevens.

5.1 STROMING OVER EEN VLAKKE BODEM



Figuur 5.1: Logaritmisch snelheidsprofiel.

Het in deze paragraaf beschreven model is opgezet om uit te zoeken of met PHOENICS de stroming van water over een hydraulisch ruwe bodem in de evenwichtssituatie juist wordt gemodelleerd. Daartoe worden bij de instroom waarden opgegeven, die volgens de theorie te verwachten zijn. De verwachting is dat bij de uitstroom de evenwichtssituatie zal zijn bereikt. Wanneer PHOENICS de theorie juist verwerkt zal de uitstroom slechts weinig verschillen van de instroom. Volgens de stromingsleer is in de evenwichtssituatie de snelheid evenwijdig aan de bodem in een verticaal logaritmisch afhankelijk van de diepte. Dit wordt een logaritmisch snelheidsprofiel genoemd. Deze relatie is weergegeven in figuur 5.1 en in de volgende formule.

$$u = \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{y}{y_0}$$

- met
- κ = de constante van von Karman = 0,4⁽⁷⁾;
 - y = afstand tot de wand (hier bodem) (m);
 - y_0 = Maat voor de ruwheid van de wand (m). De snelheid tussen de wand en y_0 wordt gelijk aan 0 verondersteld;
 - u_* = de schuifspanningssnelheid (m/s).

⁽⁷⁾ De empirische waarde van κ blijkt voor verschillende stromingscondities redelijk constant te zijn (verschillen kleiner dan 10%).

De grootte van u_* bij de instroom kan volgens de theorie worden geschat met:

$$u_* = \frac{\kappa \cdot q}{h \cdot \ln\left(\frac{h}{y_0}\right) - h + y_0}$$

met q = debiet per strekkende meter ($\text{m}^3/\text{s} \cdot \text{m}'$);
 h = totale waterdiepte (m).

Twee andere belangrijke variabelen die de stroming beschrijven zijn de turbulente kinetische energie k in m^2/s^2 en de dissipatie van turbulente kinetische energie ϵ in m^2/s^3 . Volgens [Rodi, 1980] kunnen voor het afschatten van deze grootheden de volgende van de diepte afhankelijke vergelijkingen worden opgesteld:

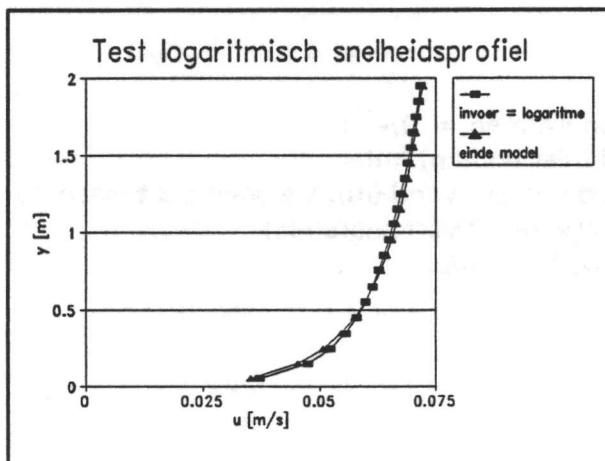
$$k = \left(1 - \frac{y}{h}\right) \cdot \frac{u_*^2}{\sqrt{C_\mu C_D}}$$

$$\epsilon = \frac{u_*^3}{\kappa \cdot h} \cdot \frac{1 - \frac{y}{h}}{\frac{y}{h}}$$

met $C_\mu C_D = 0,09$

In het model zijn bij de instroom als randvoorwaarde voor u , k en ϵ waarden volgens deze formules opgegeven.

Het model stelt een bak van 2 m diep en 20 m lang voor. De 20 m in x-richting is verdeeld in 200 cellen van 0,1 m. In y-richting zijn er 20 cellen van 0,1 m. De aan- en afvoer vinden plaats over de gehele hoogte bij $x=0$ en $x=20$ m respectievelijk. Aan de bodem treedt wrijving op.



Figuur 5.2: Snelheidsverdeling bij in- en uitstroom.

Resultaten

Na een gedeelte van de nacht te hebben gerekend, werd de evenwichtssituatie bereikt na 1400 iteraties. De plaatjes van de verschillende variabelen lieten zien dat de druk overal hydrostatisch is. De toename van de druk, die bij een stroming zonder vrij wateroppervlak ten gevolge van de wrijving behoort op te treden, is veel kleiner dan de hydrostatische drukvariaties en is daardoor niet zichtbaar. Aan figuur 5.2 is te zien dat het snelheidsprofiel vlak voor de uit-

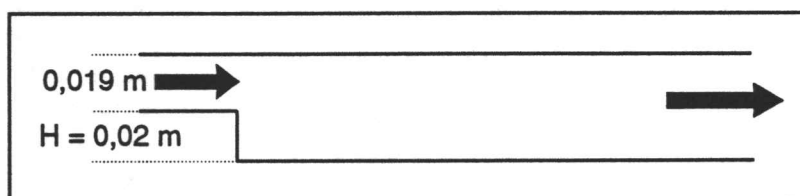
stroom slechts weinig verschilt van het logaritmische profiel. Soortgelijke figuren voor de turbulente kinetische energie k , de dissipatie van turbulente energie ϵ en de turbulente viscositeit ν_t laten zien dat de waarden van deze variabelen bij de uitstroom weinig afwijken van de instroom.

Het rooster is fijnmazig gekozen, zodat het logaritmische profiel van de snelheid goed kan worden weergegeven. Een celhoogte van 0,1 m leek daarvoor wenselijk. Hoewel de stromingsrichting voornamelijk horizontaal is en in y-richting weinig stroming op zal treden, is de celbreedte gelijk gekozen aan de celhoogte, zodat een oneffenheid in de stromingscondities zich binnen een korte afstand in x-richting over de gehele hoogte kan doen gelden. Om die reden lijkt het aannemelijk dat de lengte van $10 \cdot H$ voldoende lang is om evenwicht te bereiken. Om zeker te weten of dit inderdaad het geval is, zou een langer model moeten worden doorgerekend, of de waarden bij de uitstroom zouden nogmaals als invoer moeten worden gebruikt.

De conclusie is dat met PHOENICS voor deze situatie een realistisch en volgens de theorie voorspeld resultaat wordt bereikt. Hierdoor is het vertrouwen aanwezig, dat de stroming in andere modellen, waarbij (in een gedeelte van de tank) een soortgelijke situatie optreedt, goed kan worden berekend.

5.2 STROMING NA PLOTSELINGE BODEMVERLAGING

De stroming in een bergbezinktank is gedeeltelijk te vergelijken met een stroming na een plotselinge verlaging van de bodem. Achter de bodemverlaging treedt een neer op, waarna het water zich weer over de gehele diepte verdeelt en de evenwichtssituatie van stroming over een vlakke bodem ontstaat. De meetgegevens zijn overgenomen uit [Tropea, 1982]. Tropea heeft gemiddelde snelheden en turbulente fluctuaties van de snelheden gemeten voor stroming met en zonder vrij wateroppervlak, bij een plotselinge bodemverlaging. Omdat het modelleren van het vrije wateroppervlak nog niet werkt (zie paragraaf 4.5) is een test-model gemaakt van de stroming zonder vrij wateroppervlak.



Figuur 5.3: Model met plotselinge bodemverlaging.

Bij dit model is een fijnmazig rekenrooster van 20 rijen van ca. 2 mm hoog bij 110 kolommen van 4 mm lang gekozen. Aan de bodem en boven-

kant is de standaard randvoorwaarde van PHOENICS gebruikt. Deze gaat uit van een hydraulisch gladde wand. Gezien de geringe afmetingen van het model is dat aannemelijk. Bij de instroom is het model 0,019 m diep en na de bodemverlaging ($H = 2$ cm) 0,039 m. Zie figuur 5.3.

De neer die werd berekend is korter dan de gemeten neer. Volgens de meetgegevens dient de neer gelijk te zijn aan $8 \cdot H$, terwijl door het model een neer werd berekend met een lengte gelijk aan $6 \cdot H$. Het te kort modelleren van de neer schijnt een eigenschap te zijn van stromingssimulatieprogramma's die gebruik maken van het k - ϵ turbulentiemodel. De snelheidsprofielen in de neer komen redelijk overeen met de gemeten snelheden. Echter, na de neer worden

de gemeten snelheden veel sneller gelijk aan de evenwichtstoestand dan de berekende snelheden. De verschillen kunnen mogelijk worden verkleind door een fijnmaziger rekenrooster te kiezen. Bij de wanden en net na de bodemverlaging is een fijnmazig rooster wenselijk om de turbulentie goed te kunnen modelleren. Tot slot bleken ook de waarden van k en ϵ bij de invoer een grote invloed te hebben op de resultaten.

Opvallend is dat de hier berekende neer aanzienlijk korter is dan die berekend in hoofdstuk 4. De verklaring is dat bij hoofdstuk 4 in de eerste plaats een veel grover rekenrooster is gebruikt dan bij de modellen in dit hoofdstuk. Een tweede oorzaak is dat de uitstroom uit het model van hoofdstuk 4 aan de rechter bovenkant is gelegen, zodat het water zich niet over de gehele diepte verdeelt.

5.3 CONCLUSIES

De resultaten van deze testberekeningen zijn bevredigend. Aangetoond is dat deze twee stromingssituaties redelijk kunnen worden gemodelleerd. In een bergbezinktank zal de situatie anders zijn. Een neer zal zich ontwikkelen achter de interne overstort, maar door de beperkte lengte van de tank en de lokatie van de uitstroom zal een logaritmisch profiel zich niet volledig kunnen ontwikkelen. Bovendien zal de invoer plaatsvinden over een korte overlaat. Tenslotte zal de waterspiegel in de tijd variëren, natuurlijk voornamelijk tijdens het vullen, maar ook tijdens het overstorten. Dit alles zal invloed hebben op het stromingsbeeld.

Het opzetten van het model van de stroming bij een plotselinge bodemverlaging heeft echter ook duidelijk gemaakt dat de resultaten, hoewel aannemelijk, toch nog behoorlijk kunnen verschillen van de meetresultaten. Het bepalen van de juiste set invoerparameters zal moeten gebeuren door middel van het vergelijken van de resultaten met meetgegevens.

Van stroming in een bergbezinktank zijn geen meetgegevens beschikbaar, zodat de resultaten van de modellen niet kunnen worden geverifieerd. Het is wenselijk dat het model kan worden gekalibreerd aan de hand van meetgegevens, die meer dan de metingen van [Tropea, 1982] overeen komen met de situatie in bergbezinktanks.

Zeker voor het modelleren van het vullen van de tank zijn meetgegevens wenselijk, omdat dat een grote invloed kan hebben op de werking van de tank. De wijze waarop de tank wordt gevuld zal een grote invloed op de bezinking hebben. Bij een snelle vulling zal weinig bezinkbaar materiaal de kans hebben te bezinken. De concentratieverdeling van bezinkbaar materiaal zal redelijk uniform zijn en het zal enige tijd duren voordat de stroming zo rustig is geworden zodat de bezinking niet wordt gehinderd. Vooral bij een korte periode gedurende welke water op het oppervlaktewater overstort, zal dit van invloed zijn op het rendement. Daarentegen, bij een rustige invoer zal al voordat water over de externe overstort stroomt vuil bezinken en zal het rendement van de bezinking hoger zijn.

Hetzelfde geldt voor het modelleren van de bezinking. Meetgegevens zullen nodig zijn om de resultaten van de berekeningen van bezinking te verifiëren, zodat een betrouwbaar model kan worden opgezet.

6 VERVOLG ONDERZOEK

De komende weken zullen nog worden besteed aan het verbeteren van het model uit paragraaf 4.4. Ook aan het model, gebaseerd op de meetgegevens van Tropea (hoofdstuk 5), moet nog het een en ander worden verbeterd. De hoeveelheid tijd die aan het verbeteren van het model van de stroming zal worden besteed, hangt sterk af van de voortgang van het modelleren van een vrij wateroppervlak. Met het onderzoeken van de effecten van aanpassingen aan de geometrie van bergbezinktanks wordt nog gewacht totdat het vrije wateroppervlak kan worden gemodelleerd, omdat anders dat onderdeel nogmaals moet worden gedaan. Hierdoor wordt ook het opstellen van voorlopige ontwerpregels op grond van de modellering van de stroming uitgesteld. Echter, ook zonder vrij wateroppervlak kan reeds voldoende werk worden verricht:

- * het bepalen van de overstortende debieten uit meetgegevens;
- * het bepalen van de vuilconcentraties uit meetgegevens;
- * het opzetten van een model voor ronde tanks. Hier is reeds mee begonnen en enige ervaring mee opgedaan. Dit levert vooralsnog geen andere problemen op dan die zich bij rechthoekige tanks voordoen;
- * het modelleren van de bezinking;
- * het beschrijven van andere randvoorzieningen.

SYMBOLENLIJST

A	=	oppervlak	(m^2)
B	=	breedte	(m)
C_{pe}, C_{de}	=	constanten van het k- ϵ turbulentiemodel	
$C_{\mu} C_D$	=	constante $\approx 0,09$	$(-)$
d_x	=	spanning in x-richting	(kg/ms^2)
F	=	kracht per eenheid van volume	(kg/m^2s^2)
g	=	versnelling ten gevolge van de zwaartekracht	(m/s^2)
h	=	waterdiepte	(m)
H	=	hoogte interne overstort of drempel	(m)
k	=	turbulente kinetische energie	(m^2/s^2)
L	=	lengte maat	(m)
p_x	=	hydrostatische druk	(kg/ms^2)
Q	=	debiet	(m^3/s)
q	=	debiet per strekkende meter	$(m^3/m^1.s)$
s	=	bronnen	(kg/s)
t	=	tijd	(s)
\underline{u}	=	schuifspanningssnelheid	(m/s)
v	=	snelheidsvector	(m/s)
u, v, w	=	snelheid in x-, y- en z-richting respectievelijk	(m/s)
v_i	=	snelheid in i-richting	(m/s)
V	=	volume	(m^3)
y	=	afstand tot de wand of bodem	(m)
Y_0	=	maat voor de ruwheid van de wand / bodem	(m)
Γ	=	uitwisselingscoëfficiënt	
ΔL	=	afstand	(m)
ΔT	=	tijdstap	(s)
δ_{ij}	=	Kronecker delta	
ϵ	=	dissipatie van turbulente kinetische energie	(m^2/s^3)
κ	=	constante van von Karman (= 0,4)	$(-)$
μ	=	dynamische viscositeit	(kg/ms)
ν	=	kinematische viscositeit	(m^2/s)
ν_n	=	numerieke viscositeit	(m^2/s)
ν_l	=	laminaire viscositeit = kinematische viscositeit	(m^2/s)
ν_t	=	turbulente viscositeit	(m^2/s)
ρ	=	dichtheid	(kg/m^3)
$\sigma_k, \sigma_\epsilon$	=	constanten k- ϵ model	
τ_{xy}	=	spanning in x-richting op het vlak loodrecht op de y-as	(kg/ms^2)
φ	=	variabele.	

De index o duidt op een waarde van de vorige tijdstap.

Het accent ' duidt op de turbulente component van de variabele en een overstreping duidt op een gemiddelde waarde.

De indices i en j duiden op een sommatie waarbij voor zowel i als j de x-, y- en z-richtingen dienen worden ingevuld. Alleen de Navier-Stokes vergelijkingen dienen voor de 3 richtingen van j apart te worden uitgeschreven, waarbij wordt gesommeerd over de drie richtingen van i.

$\nabla_j = \partial/\partial x_j$, de afgeleide naar de coördinaat x_j .

LITERATUURLIJST

Battjes J.A., 1991, *Dictaat vloeistofmechanica*, TUD, college dictaat b71, Delft.

Battjes J.A., 1990, *Vloeistofmechanica*, TUD, college dictaat b70, Delft.

Booij R., 1986, *Turbulentie in de waterloopkunde*, TUD, college dictaat b82, Delft.

CHAM, 1992, *The height of liquid method for free surface flows, lecture notes*, PHOENICS advanced seminar, London.

CHAM, *PHOENICS Equations*, CHAM, TR99, London.

CHAM, 1991, *The PHOENICS reference manual part a + b*, CHAM, TR200a + b, London.

CHAM, 1987, *PHOENICS beginners guide*, CHAM, TR100, London.

Clemens F., 1991, *Turbulente stroming in 2 dimensies; Eindige Elementen Methode*, DHV Milieu & Infrastructuur bv.

Kluck, J, 1992, *Onderzoek aan bergbezinktanks: Stand van zaken*, TUD, Delft.

Rodi W., 1980, *Turbulence models and their application in hydraulics - a state of the art review*, University of Karlsruhe, Karlsruhe.

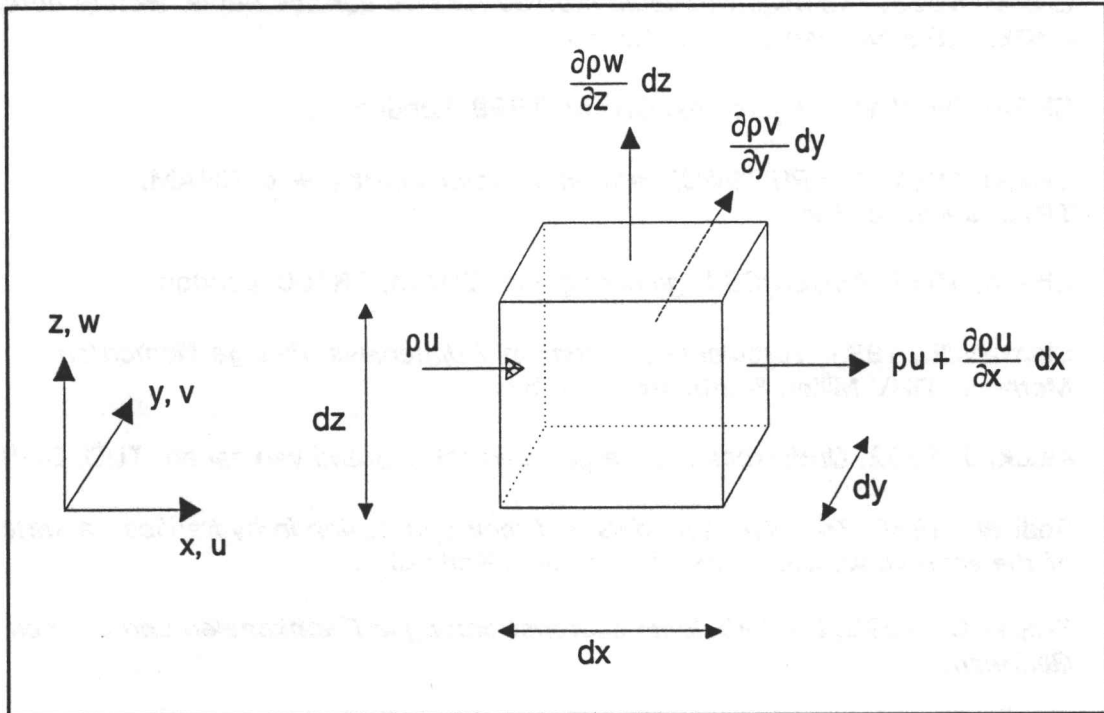
Tropea C., 1982, *Die turbulente Stufenstromung in Flachkanalen und offenen Gerinnen*.

Vermeer E.A., 1990, *Optimalisering nabezinktanks*, STORA-rapport 1.1.6, TUD, Delft.

A BASISVERGELIJKINGEN

A.1 AFSPRAKEN MET BETREKKING TOT DE NOTATIE

De Basisvergelijkingen worden opgesteld voor een kubusvormig vloeistofelement in cartesische coördinaten (x-, y-, en z-assen, waarbij de x- en y-as horizontaal liggen). Een niet veranderd elementje wordt beschouwd: Eulerse benadering. Zie figuur A.1.



Figuur A.1: In-en uitstroom uit basis-element.

Een vector wordt weergegeven door een letter met pijl erboven. Zo is \vec{v} de snelheidsvector en u , v en w zijn de snelheden in respectievelijk de x-, y- en z-richting. Om de vergelijkingen beknopt te kunnen noteren wordt gebruik gemaakt van de indices i en j . De indices staan voor de coördinaatrichtingen x , y en z . v_j betekent de snelheidscomponent in j -richting en $\nabla_j = \partial/\partial x_j$, de afgeleide naar de coördinaat x_j . Uitgezonderd bij de Navier-Stokes vergelijkingen, dienen vergelijkingen met de indices i en j gelezen te worden als sommaties waarbij voor zowel i als j de x-, y- en z-richting worden ingevuld. In de beknopt beschreven Navier-Stokes vergelijking, duidt de index j op drie aparte vergelijkingen (x-, y- en z-richting). De index i betekent dan een sommatie van drie termen, waarin voor de index de x-, y- en z-richting wordt ingevuld.

Daarnaast wordt de volgende notatie gebruikt (uitgeschreven voor de snelheid u in x-richting):

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial u}{\partial t} + v_i \nabla_i u$$

Bovendien worden de volgende grootheden gebruikt:

- t = tijd (s);
 ρ = dichtheid (kg/m^3);
 μ = dynamische viscositeit (kg/ms);
 ν = kinematische viscositeit (m^2/s);
 F = kracht per eenheid van volume ($\text{kg/m}^2\text{s}^2$);
 τ_{xy} = spanning in x-richting op het vlak loodrecht op de y-as (kg/ms^2);
 g = versnelling ten gevolge van de zwaartekracht (m/s^2);
 p_x = hydrostatische druk in x-richting (kg/ms^2);
 d_x = spanning in x-richting (kg/ms^2).

A.2 CONTINUÏTEITSVERGELIJKING

Uit figuur A.1 volgt dat vanwege het behoud van massa geldt:

$$(-\rho u + \rho u + \frac{\partial \rho u}{\partial x} dx) dy dz + (\frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z}) dx dy dz + \frac{\partial (\rho dx dy dz)}{\partial t} = 0 \quad 1$$

Het basis-element verandert niet (Euler), zodat:

$$\frac{\partial dx}{\partial t} = \frac{\partial dy}{\partial t} = \frac{\partial dz}{\partial t} = 0 \quad 2$$

Gecombineerd resulteert dit in de continuïteitsvergelijking:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0 \quad 3$$

Indien ervan wordt uitgegaan dat de vloeistof onsamendrukbaar is, dus $D\rho/Dt = 0$, kan vergelijking 3 worden herschreven tot de continuïteitsvergelijking voor onsamendrukbare vloeistof:

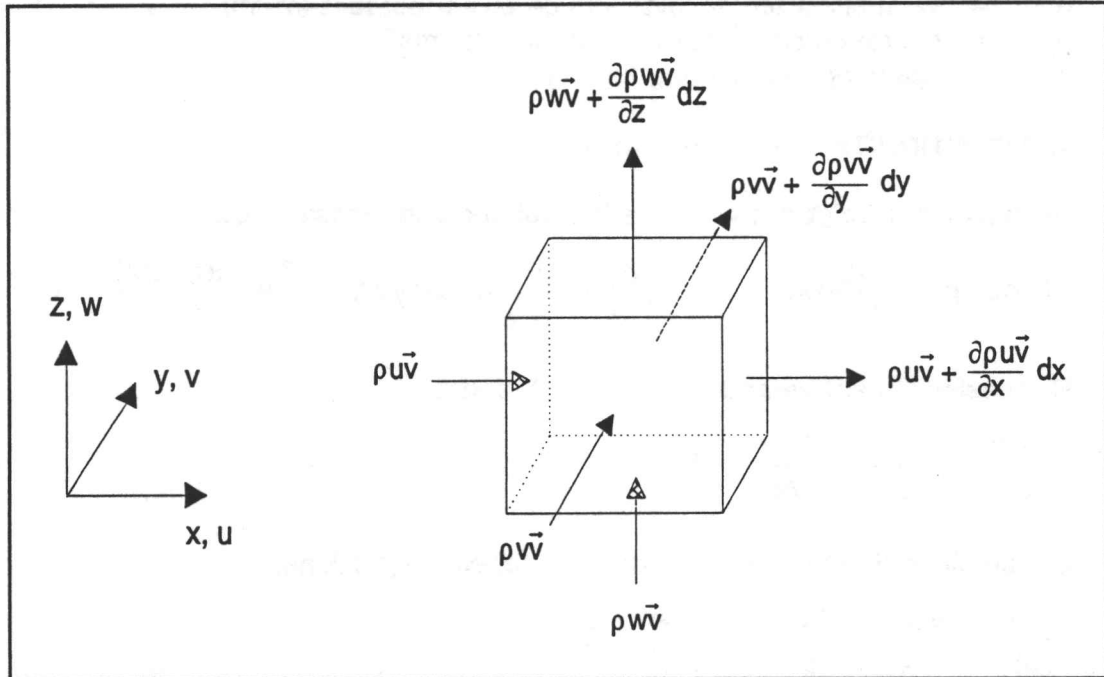
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad 4$$

In beknopte vorm wordt vergelijking 4:

$$\nabla_i v_i = 0 \quad 5$$

A.3 BEWEGINGSVERGELIJKINGEN

De bewegingsvergelijkingen, ook bekend als de Navier-Stokes vergelijkingen, worden in deze paragraaf opgesteld. De impulsvoorraad en de impulsverdracht zijn voor elke richting in evenwicht met de som van de krachten per eenheid van volume op het element: ΣF .



Figuur A.2: Impulsbalans.

$$\frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} + \frac{\partial \rho u \vec{v}}{\partial x} + \frac{\partial \rho v \vec{v}}{\partial y} + \frac{\partial \rho w \vec{v}}{\partial z} = \Sigma F \quad 6$$

Door hier de continuïteitsvergelijking (vergelijking 3) in te vullen kan deze vergelijking worden vereenvoudigd. Voor de x-richting is deze vereenvoudiging uitgeschreven:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho u v}{\partial y} + \frac{\partial \rho u w}{\partial z} = \\ &= u \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} \right) + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \\ &= \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \\ &= \rho \frac{Du}{Dt} \end{aligned} \quad 7$$

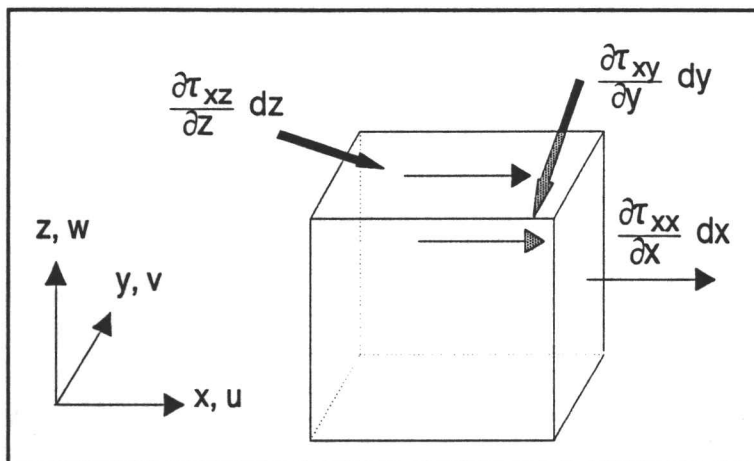
In het algemeen geldt:

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = \sum F \quad 8$$

of

$$\rho \frac{\partial v_j}{\partial t} + \rho v_i \nabla_i v_j = \sum F_j \quad 9$$

Het assenstelsel is zo gekozen dat de x-as en de y-as horizontaal lopen, zodat de zwaartekracht alleen in z-richting werkt.



Figuur A.3: Spanningen in x-richting.

In figuur A.3 zijn de spanningen per eenheid van volume in x-richting weergegeven (pijlen met dunne lijn en driehoekige punt). Behalve de krachten ten gevolge van deze spanningen kunnen nog andere krachten op het elementje werken. Deze worden samengevat in de restterm: $\sum F_{rest}$.

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \sum F_x = \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \sum F_{rest-x} \quad 10$$

Voor de stroming van water onder de optredende condities gelden voor de spanningen de volgende vergelijkingen:

$$\tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad 11$$

$$\tau_{xz} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad 12$$

τ_{xx} wordt opgesplitst in een deel p_x (spanning) ten gevolge van hydrostatische druk (positieve waarden voor p_x) en een niet-isotroop deel d_x , dat een lineaire functie is van de snelheidsgradienten.

$$\tau_{xx} = -p_x + d_x \quad 13$$

met

$$d_x = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad 14$$

Indien μ constant wordt aangenomen en ν wordt ingevuld voor μ/ρ , volgen uit bovenstaande vergelijkingen de impulsbalansen of Navier-Stokes vergelijkingen:

$$\begin{aligned} \frac{Du}{Dt} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_x}{\partial x} + \frac{1}{3}\nu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \\ & + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{\rho} \sum F_{\text{rest-x}} \end{aligned} \quad 15$$

$$\begin{aligned} \frac{Dv}{Dt} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_y}{\partial y} + \frac{1}{3}\nu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \\ & + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{\rho} \sum F_{\text{rest-y}} \end{aligned} \quad 16$$

$$\begin{aligned} \frac{Dw}{Dt} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_z}{\partial z} + \frac{1}{3}\nu \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \\ & + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{\rho} \sum F_{\text{rest-z}} \end{aligned} \quad 17$$

In z-richting bestaat F_{rest} onder andere uit de zwaartekracht.

Wanneer de vloeistof onsamendrukbaar wordt verondersteld, vereenvoudigt de vergelijking voor de x-richting tot:

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_x}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{\rho} \sum F_{\text{rest-x}} \quad 18$$

In beknopte vorm (voor alle richtingen) zijn de Navier-Stokes vergelijkingen voor onsamendrukbare vloeistof te schrijven als:

$$\frac{\partial(v_j)}{\partial t} + v_i \nabla_i v_j = -\frac{1}{\rho} \nabla_j p + \nu \nabla_i^2 v_j + \frac{1}{\rho} \sum F_{\text{rest-j}} \quad 19$$

A.4 TURBULENTIE

Bij turbulentie heeft de stroming een onregelmatig karakter. De snelheid varieert in elk punt in de tijd, naar grootte en in richting. Hetzelfde geldt voor andere grootheden, zoals bijvoorbeeld de concentratie van een meegevoerde stof. In het hierna volgende zal de invloed van de turbulentie op de snelheid worden behandeld.

Met de in de vorige paragraaf opgestelde vergelijkingen zou de stroming kunnen worden berekend, ware het niet dat de tijdschalen waarmee de turbulente grootheden fluctueren zo klein zijn, dat de berekening veel te lang gaat duren. Bovendien zou het rekengebied in zoveel zeer kleine cellen moeten worden opgedeeld dat het berekenen van de vloeistofstroming praktisch onmogelijk is. In de praktijk is dat ook niet nodig. De tijdschaal waarmee een turbulente grootheid fluctueert is veel kleiner dan de tijdschaal waarmee bijvoorbeeld de randvoorwaarden veranderen, zodat kan worden volstaan met een over een korte tijd gemiddelde waarde van de snelheid (of een andere te beschouwen grootheid).

De (turbulente) momentane snelheid is opgebouwd uit een gemiddelde en een fluctuerende component:

$$u(t) = \bar{u} + u'(t) \quad 20$$

De gemiddelde snelheid wordt berekend over een kort interval $\Delta t = t_2 - t_1$.

$$\bar{u} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} u(t) dt \quad 21$$

Uit vergelijking 20 volgt:

$$\bar{u} = \overline{u(t)} = \overline{\bar{u} + u'} = \bar{u} + \overline{u'} \quad \text{dus } \overline{u'} = 0 \quad 22$$

$$\overline{uv} = \bar{u} \bar{v} + \overline{u'v'} \quad 23$$

en

$$\frac{\partial}{\partial x} \overline{(uv)} = \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}\bar{v}) = \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u} \bar{v}) + \frac{\partial}{\partial x} \overline{u'v'} \quad 24$$

In de Navier-Stokes vergelijkingen worden de snelheden gemiddeld over een korte periode. Om de notatie niet onnodig ingewikkeld te maken, worden in het hierna volgende de overstrepingen weggelaten. Met u, v, w en u', v' en w' worden respectievelijk de snelheden gemiddeld over een korte periode en de turbulente fluctuaties van de snelheden, gemiddeld over dezelfde periode, bedoeld. Zo wordt bijvoorbeeld de term Du/Dt gesplitst in een gemiddeld deel en een turbulent deel:

Gemiddeld:	Du/Dt (overstreping weggelaten);
Turbulent:	$d(u'u')/dx + d(u'v')/dy + d(u'w')/dz$.

Uitgeschreven voor de x-richting wordt de Navier-Stokes vergelijking voor onsa-
mendrukbare vloeistof dan:

$$\begin{aligned} \frac{Du}{Dt} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_x}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial u}{\partial x} - u'u' \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial u}{\partial y} - u'v' \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{\partial u}{\partial z} - u'w' \right) + \sum F_{\text{rest-x}} \end{aligned} \quad 25$$

Door de turbulentie ontstaat een extra interne weerstand, die kan worden
opgevat als een schuifspanning. Deze schuifspanning wordt turbulente of
Reynoldse spanning genoemd en wordt gegeven door:

$$\rho u'v' = \text{transport van x-moment in y-richting.}$$

In de meeste gevallen is de Reynoldse of turbulente spanning veel groter dan
het laminaire gedeelte $\rho \nu \partial u / \partial x$ etc. [Rodi, 1980]. Voor de turbulente stroming
zoals die optreedt in een bergbezinktank kan het laminaire deel worden verwaar-
loosd.

Bij de modellering van turbulentie gaat het om het benaderen van de turbulente
spanningen. Een der bestaande methoden maakt gebruik van het eddy-viscosi-
teits-concept. Als uitgangspunt geldt dat de Reynoldse spanningen op een
zelfde wijze kunnen worden beschreven als de visceuze krachten, namelijk door
de introductie van een extra viscositeit: de turbulente viscositeit ν_t . Aangenomen
wordt dat de turbulente spanningen evenredig zijn met de gemiddelde snel-
heidsgradienten:

$$-u'u' = 2\nu_t \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}k \quad 26$$

$$-u'v' = \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad 27$$

$$-u'w' = \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad 28$$

De variabele k in vergelijking 26 staat voor de kinetische energie in de turbulen-
te stromingsrichting per eenheid van massa. Voor het hoe en waarom van deze
term wordt verwezen naar [Rodi, 1980]. k is gelijk aan:

$$k = \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2 + w'^2) \quad 29$$

Deze term wordt vaak aan de drukvariatie (dp/dx , etc) toegevoegd, of zelfs
verwaarloosd ten opzichte van de drukvariatie. Het is dus zaak k en ν_t te

bepalen. De turbulente viscositeit ν_t is echter geen vloeistofeigenschap zoals de moleculaire viscositeit. Hij hangt af van de turbulentie. Voor het bepalen van ν_t en k zijn er in de loop der tijd heel wat voorstellen gedaan. Dit heeft geresulteerd in verschillende turbulentiemodellen.

Het k- ϵ model

De meeste modellen leggen een verband tussen de grootte van de wervels (lengteschaal) en de turbulentie. Bijvoorbeeld:

$$\nu_t = C_\nu L \sqrt{k} \quad 30$$

met C_ν = constante voor ν (-);
 L = lengtemaat (m).

Voor de modellering van de stroming in een bergbezinktank is het, door de aanwezigheid van neren, niet goed mogelijk deze lengteschaal te bepalen, zodat een ander model moet worden gebruikt. Op dit moment wordt het k- ϵ model veel gebruikt. Dit model is redelijk algemeen toepasbaar.

Het k- ϵ model omzeilt het bepalen van de lengteschaal door weer een verband te leggen (of aan te nemen) tussen de dissipatie (vernietiging) van turbulente kinetische energie (van grootschalige turbulente beweging naar de moleculaire warmtebeweging) en de lengteschaal, zodat de lengteschaal uit de vergelijking verdwijnt.

$$\nu_t = C_\mu C_D \frac{k^2}{\epsilon} \quad 31$$

met $C_\mu C_D$ = een constante $\approx 0,09$ (-);
 ϵ = dissipatie van turbulente kinetische energie (m^2/s^3).

Wanneer de vergelijkingen 26, 27 en 28 worden ingevuld in de Navier-Stokes vergelijkingen voor onsamendrukbare vloeistof, en voor ν_t vergelijking 31 wordt aangehouden, geeft dit de Navier-Stokes vergelijkingen voor onsamendrukbare vloeistof onder turbulente stromingscondities:

$$\begin{aligned} \frac{Du}{Dt} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_x}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left((v + \nu_t) \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} k \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left((v + \nu_t) \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left((v + \nu_t) \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{1}{\rho} \sum F_{rest-x} \end{aligned} \quad 32$$

$$\begin{aligned} \frac{Dv}{Dt} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_y}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left((v + v_t) \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} k \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left((v + v_t) \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left((v + v_t) \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \frac{1}{\rho} \sum F_{\text{rest-y}} \end{aligned} \quad 33$$

$$\begin{aligned} \frac{Dw}{Dt} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_z}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left((v + v_t) \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} k \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left((v + v_t) \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left((v + v_t) \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{1}{\rho} \sum F_{\text{rest-z}} \end{aligned} \quad 34$$

of in verkorte notatie:

$$\frac{\partial v_j}{\partial t} + v_i \nabla_i v_j = -\frac{1}{\rho} \nabla_j p + \nabla_i \left((v + v_t) \nabla_i v_j - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right) + \frac{1}{\rho} \sum F_{\text{rest-j}} \quad 35$$

Hierin is de Kronecker delta δ_{ij} geïntroduceerd. Deze heeft de waarde 1 wanneer i gelijk is aan j , en de waarde 0 wanneer i niet gelijk is aan j , zodat k alleen op de juiste plaatsen in de vergelijkingen voorkomt.

De turbulente kinetische energie k en de dissipatie van turbulente kinetische energie ϵ worden ook in transportvergelijkingen geschreven [Rodi, 1980]. Voor uitleg van deze vergelijkingen wordt verwezen naar [Booij, 1986].

$$\frac{Dk}{Dt} = \nabla_i \left(\frac{v_t}{\sigma_k} \nabla_i k \right) + v_t \left((\nabla_i v_j)^2 + (\nabla_i v_j)(\nabla_j v_i) \right) - \epsilon \quad 36$$

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = \nabla_i \left(\frac{v_t}{\sigma_\epsilon} \nabla_i \epsilon \right) + C_{pe} k \left((\nabla_i v_j)^2 + (\nabla_i v_j)(\nabla_j v_i) \right) - C_{de} \frac{\epsilon^2}{k} \quad 37$$

Deze vergelijkingen dienen samen met de continuïteitsvergelijking en de Navier-Stokes vergelijkingen voor turbulente stromingen te worden opgelost. De aannames die gedaan zijn bij het opstellen van de vergelijkingen voor het k - ϵ model zijn zo groot dat hier eerder sprake is van een empirisch model dan een theoretisch model. Er zijn dan ook maar liefst 5 constanten (C_μ , C_D , C_{pe} , C_{de} , σ_k en σ_ϵ) die moeten worden bepaald. Voor deze constanten zijn standaard waarden beschikbaar, waarmee het k - ϵ model in een groot aantal stromingssituaties voldoet [Rodi, 1980]. Andere nadelen van dit model zijn de lange rekentijd en dat de lengte van de neren te kort wordt berekend. Ondanks de nadelen wordt dit model op het moment algemeen gebruikt voor het modelleren van turbulente stromingen.

Bibliotheek TU Delft
Fac. CiTG subfac. Civiele Techniek

c3132319

