CPB Memorandum

Sector	:	5
Afdeling/Project	:	Waterveiligheid
Samensteller(s)	:	Carel Eijgenraam
Nummer	:	217; S5/2009/01
Datum	:	11 maart 2009, verbeterd 3 januari 2011

Een algemeen toepasbare definitie voor de toetsnorm voor waterveiligheid

Aanvulling en correctie op CPB memorandum 195 (5/2008/2, 19 maart 2008)

Samenvatting

In CPB memorandum 195 is een voorstel gedaan voor een toetsnorm op basis van kosten-batenanalyse om na te gaan of dijkringen voldoende veilig zijn voor overstromingen. Naar aanleiding van ervaringen in de praktijk bevat dit memorandum het voorstel om de berekening van de toetsnorm voortaan uitsluitend te baseren op de eerstvolgende investering (aan het einde van de periode zonder investeren) en de daardoor bereikte vermindering van de verwachte schade. Dit betekent dat de investeringen die (eventueel onmiddellijk) plaatsvinden aan het begin van een periode, niet meer meetellen in de bepaling van de toetsnorm voor die periode.[1] In december is de definitie aangevuld voor het geval er wordt gerekend met verschillende disconteringsvoeten voor schade en investeringskosten.

[1] De schrijver bedankt Carlijn Bak (Deltares) voor het signaleren van een fout in een formule in de oorspronkelijke versie van dit memorandum.

1 Inleiding

Tijdens het maken van de KBA Ruimte voor de Rivier is een algemeen werkend, zij het nog eenvoudig, model gemaakt om de optimale investeringsstrategie uit te rekenen voor de bescherming van dijkringen tegen overstromen (Eijgenraam, 2005 en 2006). Deze optimale strategie levert niet direct één getal voor een optimaal veiligheidsniveau, maar geeft voor het restrisico het optimale interval waar we met behulp van sprongsgewijze investeringen binnen moeten blijven. Zijn kleine verbeteracties al rendabel, dan is het interval smal; zijn vooral grote acties met veel vaste kosten rendabel, dan is het optimale interval wijd.

Het midden van dit optimale interval voor het restrisico heeft wel een aantal eigenschappen die dit midden – na omrekening tot een overstromingskans – een zeer geschikte kandidaat maken om te dienen als toetsnorm. Dit is uitgebreid toegelicht in Eijgenraam (2008).[2]

Er zijn echter twee redenen om nader in te gaan op de vraag welke definitie van de middenkans het meest geschikt is voor de berekening van de toetsnorm. De eerste reden is dat het oorspronkelijke model per dijkring slechts één dijktraject met één investeringskostenfunctie onderscheidt. Om rekening te kunnen houden met verschillende dijktrajecten of met andere soorten investeringsfuncties dan de eerder gebruikte is een nadere precisering nodig van de berekening van de gemiddelde verwachte schade. Dit is van belang voor het onderzoek van CentER naar de uitbreiding van het model voor het geval van meer dijkvakken per dijkring, zie Den Hertog en Roos (2009).

Verder is een aanvulling van de definitie nodig voor de beginperiode. Met 'beginperiode' wordt bedoeld de periode die vooraf gaat aan de eerste investering. De middenkans is in eerste instantie gedefinieerd voor perioden tussen twee investeringen, maar tot nu toe nog niet echt voor de beginperiode. Dit is juist de belangrijkste periode, want meestal is de huidige periode een beginperiode. Dat dit ook van groot praktisch belang is, bleek in de recent uitgevoerde kengetallen KBA Waterveiligheid 21e eeuw (KKBA WV21). Daarin zijn de modeluitkomsten vergeleken met een benadering daarvan en beide resultaten blijken fors te verschillen.[3] Dit heeft geleid tot een bijlage bij de second opinion op deze KKBA WV21 met een nieuw voorstel voor de definitie in de beginperiode (CPB, 2008).

Doel van dit memorandum is om alles wat in bovenstaand kader is onderzocht, overzichtelijk bij elkaar te zetten en toe te lichten. Paragraaf 2 behandelt de theorie en in

[2] Het begrip 'middenkans op overstromen' is voor het eerst genoemd en gedefinieerd in een CPB-notitie aan de Vaste Commissie van Verkeer en Waterstaat van de Tweede Kamer (CPB, 2005). De onafhankelijkheid van de verhouding tussen vaste en variabele kosten is bewezen in Eijgenraam (2006). In Eijgenraam (2008) is mede op basis van dit resultaat aangetoond dat het begrip goed werkt als toetsnorm als de verbeteringen bestaan uit een groot aantal kleine acties, bijvoorbeeld om de zwakke plekken op te heffen die volgen uit het programma VNK, maar dat het ook voldoende reactietijd geeft als het optimaal is om een grote actie met veel voorbereidingstijd te ondernemen.

[3] Achteraf blijkt dit vooral te hebben gelegen aan een verkeerde uitwerking van de benaderingsformule. Zie verder de voetnoot bij formule (9).

paragraaf 3 worden de cijfermatige uitkomsten van de formules besproken. Paragraaf 3.2 ten slotte bevat het voorstel om voortaan slechts één algemeen toepasbare definitie voor het begrip middenkans te gebruiken als onderbouwing van de toetsnorm voor overstromen.

2 Definitie middenkans

Oorspronkelijke definitie

In Eijgenraam (2006) is de middenkans op overstromen, met toepassing van de definitie risico = kans x gevolg, gedefinieerd voor een optimaal interval tussen twee investeringen:

$$P_t^{midden} \equiv \frac{S_{k+1}^{mean}}{V_t} \qquad voor\ t \in [t_k, t_{k+1}) \qquad en \quad k = 1, 2, ... \tag{1}$$

waarin:

waarin:	P^{midden}	middenkans op overstromen
	S^{mean}	gemiddelde van de verwachte schade gedurende een optimaal schade-interval, beginnend op tijdstip t_k
	V	schade bij overstromen
	t_k	k-de optimale moment van investeren na tijdstip 0

Gemiddelde van de verwachte schade tussen twee investeringen

Om rekening te houden met meer trajecten of met andere soorten investeringsfuncties dan de eerder gebruikte blijkt dat een nadere precisering nodig is van de berekening van de gemiddelde verwachte schade. Bovendien is een aanvulling nodig als k = 0.

We beginnen met de definitie voor het gemiddelde van de verwachte schade ((A.35) in Eijgenraam (2006)) te herhalen voor een optimaal interval:

$$S_{k+1}^{mean} = \frac{1}{D} \int_o^D S_k^+ \, e^{\beta t} \, dt = S_k^+ \frac{1}{\beta D}\left(e^{\beta D} - 1\right)$$

$$met \quad D_{k+1} = t_{k+1} - t_k \qquad en \quad t \in [t_k, t_{k+1}) \qquad en \quad k = 1, 2, ... \tag{2}$$

waarin	D	lengte (standaard)interval tussen opeenvolgende investeringen
	S^+	verwachte schade onmiddellijk na investeren
	β	groeivoet van de verwachte schade

Deze definitie is wat onhandig te generaliseren, omdat er bij meer trajecten niet langer vaste waarden zijn voor β en D gedurende een interval. Maar we kunnen in het oorspronkelijke model gebruik maken van de definitie:

$$s_{k+1}^{-} = S_k^{+}\, e^{\beta(t_{k+1} - t_k)} = S_k^{+}\, e^{\beta D_{k+1}} \tag{3}$$

waarin s⁻ verwachte schade onmiddellijk voor investeren

Invullen van (3) in de teller en noemer van (2) geeft:

$$S_{k+1}^{mid} = S_k^{+} \frac{1}{\beta D}\left(e^{\beta D} - 1\right) = \frac{s_{k+1}^{-} - S_k^{+}}{\ln s_{k+1}^{-} - \ln S_k^{+}} \qquad voor\ t \in \left[t_k, t_{k+1}\right) \qquad en \quad k = (0), 1, 2, \ldots \tag{4}$$

In deze schrijfwijze van de gemiddelde verwachte schade wordt alleen gelet op de twee uiteinden van het interval en daartussen wordt exponentieel (meetkundig) geïnterpoleerd.[4] In het geval van meer trajecten verwaarlozen we in (4) dat het echte verloop van S gedurende een optimale strategie iets lager ligt dan een exponentiële interpolatie. Formule (4) heeft het voordeel van de eenvoud en is niet afhankelijk van de precisie waarmee het tijdpad tussen twee investeringen wordt uitgerekend. De uiteinden worden bepaald door optimale beslissingen. Zolang dat echt het geval is, lijkt deze formule altijd goed bruikbaar als uitgangspunt voor de berekening van de toetsnorm, ook in ingewikkelder of niet regelmatige gevallen. In theorie geldt dit dus ook voor de eerste periode, mits er op tijdstip $t_o = 0$ wordt geïnvesteerd zodat S^{+}_{o} bestaat. In paragraaf 3 gaan we na of (4) ook in dit geval goed werkt.

Midden van de verwachte schade voor de beginperiode

Als er op tijdstip $t_o = 0$ niet wordt geïnvesteerd, is het bij gebrek aan informatie over het verleden niet echt mogelijk om voor de beginperiode met behulp van (4) het gemiddelde van de verwachte schade te berekenen. Voorlopig lijken er twee benaderingen mogelijk.

De eerste benadering is gebruikt in de KKBA WV21 en kan worden gezien als de eenvoudigste retropolatie. De gemiddelde verwachte schade van de tweede periode wordt ook gebruikt voor de beginperiode, dus:

$$S_1^{mid} = S_2^{mean} \qquad als\ geen\ investering\ op\ t_o = 0 \tag{5}$$

[4] Dit gemiddelde van de getallen a en b staat in de literatuur (zie bijv De Boer, 2009) bekend als het logaritmisch gemiddelde L(a,b) met als definitie:

$$L(a,b) = \frac{a-b}{\ln a - \ln b} \qquad en \qquad L(a,a) = a$$ Het gemiddelde is symmetrisch in a en b. Verder is bewezen dat L het tussen het meetkundig (M) en het rekenkundig (R) gemiddelde ligt: $\sqrt{ab} \le L(a,b) \le (a+b)/2$

Benadering (5) heeft als voordeel de goede aansluiting bij de volgende periode, maar als nadeel dat het midden in de beginperiode niet alleen afhankelijk is van de eerstvolgende investering, maar ook afhankelijk wordt van het moment waarop de tweede investering plaatsvindt en de omvang en kosten daarvan.

De andere benadering vermijdt dit nadeel en maakt alleen gebruik van de informatie op het tijdstip t_1, waarop de eerste optimale investering plaatsvindt:

$$S_1^{mid} = \frac{s_1^- - S_1^+}{\ln s_1^- - \ln S_1^+} \qquad voor\ t \in \left[t_o(=0), t_1\right) \qquad en \quad u^{(0)} \equiv 0 \tag{6}$$

waarin $u^{(k)}$ vector optimale verhogingen op alle trajecten op tijdstip t_k

Ook bij meer trajecten per dijkring moet op het optimale moment van investeren voldaan zijn aan de voorwaarde voor het eerstejaarsrendement, namelijk dat de onmiddellijke verbetering door investeren – d.w.z. de teller van (6) – groter of gelijk moet zijn aan de investeringskosten omgerekend naar een jaarlijks bedrag. Invulling van die voorwaarde in (6) geeft voor de beginperiode de relatie met de kosten van de optimale investeringen op t_1:

$$S_1^{mid} = \frac{s_1^- - S_1^+}{\ln s_1^- - \ln S_1^+} = \delta \frac{I_1(u^{(1)})}{\ln s_1^- - \ln S_1^+} \tag{7}$$

waarin δ disconteringsvoet (per jaar, in perunen)

I investeringskosten

Let wel dat er in het algemene geval met meer trajecten in (7) geen directe relatie hoeft te zijn tussen de omvang van de *afzonderlijke* investeringsacties in $u^{(k)}$ en de gelijktijdige relatieve verandering van de verwachte schade voor de hele dijkring.

Maar als we (7) invullen voor het eenvoudige geval met één traject, ontstaat bij iedere willekeurige (!) kostenfunctie voor de investeringen exact de bekende, in eerdere stukken genoemde formule:

$$S_1^{mid} = \delta \frac{I_1(u^{(1)})}{\ln s_1^- - \ln S_1^+} = \delta \frac{1}{\theta} \frac{I_1(u_1)}{u_1} \tag{8}$$

waarin $1/\theta$ omvang van de actie (bijv. aantal mm dijkverhoging) om de verwachte schade (= risico) met een factor e (= 2,72…) omlaag te brengen, ook wel 'nepereringshoogte' genoemd[5]

De formules (1) en (8) staan in de KKBA WV21, bijlage C. De in de KKBA, par 5.5 gebruikte benaderingsformule is gebaseerd op (8) door daarin de gemiddelde kosten van de optimale investering te benaderen met die van een investering ter grootte ven een decimeringshoogte h_{10}:[6]

$$S_1^{mid,10} = \delta \frac{1}{\theta} \frac{I_1(u_1)}{u_1} \approx \delta \frac{\alpha}{\theta \ln(10)} I_1(h_{10}) \approx \delta \frac{1}{\ln(10)} I_1(h_{10}) \tag{9}$$

De tweede benadering ontstaat door de kleine correctieposten in θ weg te laten, zodat geldt θ = α. Voor de berekening van (9) is dus weinig informatie nodig, die bovendien niet afhangt van een modelberekening. In de praktijk blijkt (9) cijfermatig een zeer goede benadering te zijn van (8), tenminste bij de rivieren en met globale investeringsfuncties, omdat de optimale omvang van de investeringen in de buurt ligt van een decimeringshoogte, zie tabel 3.1. Maar (8) en (9) hoeven dus niet zonder meer goed te werken in het geval van meer dan 1 traject. Dan moet echt (6) of (7) worden gebruikt.

In wezen is de formule van de middenkans voor de beginperiode de combinatie van twee eenvoudige relaties. De eerste, namelijk (7), vat het resultaat van de kosten-batenanalyse samen en geeft dus het optimale niveau van baten en kosten. De optimale omvang van het restrisico (ook wel 'risiconorm' genoemd) blijkt gelijk te zijn aan de kosten van een efficiënt uitgevoerde standaardinvestering. De tweede relatie, namelijk (1), rekent dit optimale restrisico om naar een overstromingskans met behulp van de bekende relatie: risico = kans x gevolg. Het resultaat is dat de middenkans op overstromen per jaar bij benadering gelijk is aan de jaarkosten van een efficiënt uitgevoerde standaardinvestering gedeeld door de schade bij overstromen.

[5] De definitie van deze standaardactie is al terug te vinden in Van Dantzig's beroemde bijdrage aan het rapport van de Deltacommissie (1960). Hij noemde deze standaardverhoging de 'nepereringshoogte', daarmee refererend aan het meer bekende begrip 'decimeringshoogte' dat het aantal centimeters dijkverhoging is waarmee een overstromingskans een factor 10 kleiner kan worden gemaakt. De nepereringshoogte is dus afgerond gelijk aan de decimeringshoogte gedeeld door 2,3.

[6] Bij nader inzien blijkt de benaderingsformule (9) in de KKBA niet goed uitgerekend te zijn. Deze fout blijkt ook het grootste deel van het systematisch verschil te verklaren dat in die KKBA (en in de second opinion van het CPB) werd geconstateerd tussen deze benadering en de complete, modelmatig berekende uitkomsten. Ook in eerdere versies van dit memorandum heeft die verkeerde uitwerking gestaan, maar de berekening voor tabel 3.1 die in meer stappen gebeurde, is altijd correct geweest. De eerdere constatering dat de benadering zeer goed is, blijft dus overeind en blijkt nu ook op te gaan voor de resultaten in de KKBA. Met dank aan Carlijn Bak (Deltares) voor het signaleren van deze fout.

3 Vergelijking benaderingen middenkans

3.1 Is (5) dan wel (6) de beste benadering van (4) in de eerste periode?

De eerste concrete vraag is nu welke definitie voor de beginperiode de beste is:

- (5): ‘gemiddelde verwachte schade in de beginperiode wordt gelijk gesteld aan die in de volgende periode’; of
- (6): ‘gemiddelde verwachte schade wordt ontleend aan die op eerste moment van investeren’.

Het beste criterium om te beoordelen of (5) dan wel (6) de beste resultaten geeft, is beide definities toe te passen in situaties waarin ook (4) uitgerekend kan worden. Ruud Brekelmans (CentER) heeft dit inmiddels gedaan met een voorlopige versie van het nieuwe programma en wel voor de dijkringen 10, 13, 14, 21, 22, 38, 47 en 48. Zijn conclusie is dat (6) altijd de echte waarde dicht benadert en dat altijd duidelijk veel beter doet dan (5) die de echte kans bijna altijd overschat.

In het onderstaande is hetzelfde gedaan met het model en de cijfers die zijn gebruikt voor de KBA Ruimte voor de Rivier. Het eerste jaar waarin een investering kan zijn voltooid, is gesteld op 2015. Daar er recent een ophoging van de maatgevende afvoer heeft plaatsgevonden, is er bij de meeste dijkringen sprake van een achterstand in veiligheid die in dit eerst mogelijke jaar wordt ingehaald. De tabel geeft cijfers voor 2015 en 2016.

De getallen in de tabel geven de middenkansen met 6 cijfers achter de komma met weglating van die komma en de voorloopnullen. 1000 betekent dus 1 /1000 per jaar; 500 betekent 1/2000 per jaar. De middenkansen hebben dus steeds betrekking op de periode die start in 2015 en meestal loopt tot ongeveer 2070. Dit met uitzondering van die dijkringen waar in 2015 niet wordt geïnvesteerd. Dat zijn de nummers 38, 42, 49, 51, 10 en 11 (zie KBA RvdR tabel 4.10 en 4.4).

Tabel 3.1 Middenkansen 2015 en 2016

		2015	2016				
		PmidA	Pmidden	PmidB	Pmid,10	PmidA	PmidB(5) /
1	2	3	4	5	6	7	PmidA(7)
Bovenrivieren		x 10^{-6}					
38	Bommelerwaard	776	593	653	649	761	86
41	Land van Maas en Waal	350	298	309	299	362	85
42	Ooij en Millingen	1086	928	974	933	1065	91
43	Betuwe, Tieler- en Culemborgerwaard	1007	858	954	926	1171	81
44	Kromme Rijn	55	60	54	54	64	84
45	Gelderse Vallei	34	47	40	41	47	85
47	Arnhemse en Velperbroek	563	493	477	461	522	91
48	Rijn en IJssel	778	839	795	908	962	83
49	IJsselland	2118	1683	1822	1783	2076	88
50	Zutphen	229	138	138	133	138	100
51	Gorssel	2621	1927	2152	2185	2569	84
52	Oost Veluwe	848	819	854	825	979	87
53	Salland	326	294	286	279	324	88
10	Mastenbroek	705	638	657	630	691	95
11	IJsseldelta	1519	1489	1489	1433	1489	100
Benedenrivieren							
15	Lopiker- en Krimpenerwaard	465	426	474	491	683	69
16	Alblasserwaard en Vijfheerenlanden	514	502	568	615	836	68
22	Eiland van Dordrecht	377	320	352	434	468	75
24	Land van Altena	1147	923	1006	1045	1295	78
35	Donge	784	727	790	790	1122	70
		16302	14002	14844	14914	17624	1688
		92	79	84	85	100	84

De cijfers in kolom 3 zijn uitgerekend alsof de eerste periode vanaf 2015 een standaardinterval is en met de schade bij overstromen in 2015 zoals die is voorafgaand aan de dijkverhoging. De schade bij een overstroming in het daaropvolgende jaar 2016 is dus niet alleen gestegen door economische groei, maar meestal ook door de stijging van de waterstand bij overstromen als gevolg van de ophoging van de dijk in het voorafgaande jaar. Kolom 4 geeft dan de echte middenkans voor 2016 uitgerekend met formule (4). Kolom 5 geeft de nieuwe benadering met (6), die dus let op een jaar rond 2070 waarin de volgende investering plaatsvindt. De benadering in de volgende kolom 6 gebruikt diezelfde formule, maar rondt de optimale investering af op één decimeringshoogte, zoals is gebeurd in formule (9). In de voorlaatste kolom 7 staat de benadering met (5), geretropoleerd vanuit de volgende periode, dus ruwweg 2070- 2125.

Duidelijk is dat benadering (6) in kolom 5 het dichtst ligt bij de echte waarde in kolom 4. De benadering met de decimeringshoogte in kolom 6 is erg goed, zeker als men daarbij bedenkt dat voor deze benadering geen enkele informatie uit het model zelf nodig is, zoals de informatie over groeivoeten! De benadering van (4) met (5) in kolom 7 is duidelijk de slechtste.

De laatste regel en kolom in de tabel geven een soort (gemiddelde) afwijking weer. Alle kansen zijn in de voorlaatste regel opgeteld. Daarbij wegen de dijkringen met hoge overstromingskansen dus het zwaarst, terwijl dat om dezelfde reden vaak de minst belangrijke zijn. Daarna is het getal in kolom 7 in de laatste regel op 100 gesteld, omdat dit zo is gebeurd in de KKBA. Het blijkt dan dat de optimale overstromingskansen in kolom 5 gemiddeld 16% kleiner zijn dan die in kolom 7. Datzelfde getal is volgens de verhoudingsgetallen in de laatste kolom ook representatief voor de Bovenrivieren, met uitzondering van de dijkringen waar in 2015 niet is geïnvesteerd. Maar bij de Benedenrivieren zijn de afwijkingen veel groter, tot wel 32%. Uitgaande van de juiste, lagere niveaus zijn de procentuele verschillen natuurlijk veel groter.

Voorlopige conclusies

- Definitie (6) benadert de echte definitie (4) veel beter dan (5);
- De benadering met de decimeringshoogte (9) in plaats van de optimale investeringsomvang (8) werkt over het algemeen heel goed, ten minste voor de onderzochte dijkringen met gebruik van globale investeringsfuncties.

3.2 Is (6) dan wel (4) de beste definitie van het optimale restrisico?

Dit lijkt een vreemde vraag. Immers (4) is in paragraaf 2 geïntroduceerd als de algemene definitie en (6) als een benadering daarvan. Ook de getallen in tabel 1 geven geen aanleiding tot deze vraag. Toch zijn er redenen om (4) wellicht eerder te zien als het theoretische uitgangspunt, maar de veralgemeniseerde versie van (6) als de beste praktische definitie om de middenkans uit te rekenen ten behoeve van de bepaling van de toetsnorm.

De belangrijkste reden is dat (4) in de meeste praktische situaties eigenlijk niet is uit te rekenen, omdat deze formule kennis over het begin van de periode vereist en dat begin ligt ergens in het verleden. In de praktijk lopen er voortdurend allerlei acties van geheel verschillende aard. De oorspronkelijke definitie is dus alleen modelmatig uit te rekenen zolang deze periode nog niet echt is begonnen. Maar als het veiligheidssysteem op orde is, rekenen we de actuele middenkans meestal uit in een beginperiode, waarbij niet onmiddellijk geïnvesteerd moet worden en kan de volgende periode tussen twee investeringen vrij ver weg liggen. Dat de getallen voor (4) in kolom 4 van tabel 1 wel voor de meeste dijkringen zijn uit te rekenen, komt alleen omdat er door de verhoging van de overstromingskansen in 2001 bij veel dijkringen achterstanden in veiligheid blijken te bestaan zodat er in 2015 wordt geïnvesteerd. Maar als we dezelfde berekening willen uitvoeren voor het jaar 2017 (het jaar waarin het kabinet de in 2011 vastgestelde normen wil bevestigen) of later, dan is de informatie uit 2015 en eerdere jaren eigenlijk niet meer beschikbaar. Direct na de investering zijn de kosten daarvan verleden tijd en niet meer relevant voor de beslissing over de volgende investering. Dit is de algemene reden om (6) te beschouwen als de beste praktische definitie van het optimale restrisico.

Verder is (7) te beschouwen als een goede benadering van het limietresultaat (zie Eijgenraam, 2006 (A.47)) dat ontstaat als bij gelijkblijvende gemiddelde kosten van investeren de vaste kosten verschuiven naar variabele kosten.

Een bijkomend voordeel voor de keuze van (6) kan zijn dat uit enige berekeningen voor dijkringen met meer trajecten blijkt dat de investeringen in het eerst mogelijke jaar, dus $t_o = 0$, soms een wat apart karakter dragen. Het gaat dan om het verbeteren van slechts enkele trajecten, waardoor het veiligheidsniveau langs de ringdijk meer uniform wordt. De volgende investering draagt dan een algemener karakter waardoor het verloop van de middenkans bij toepassing van (6), alleen lettend op t_1, er beter uitziet dan die bij toepassing van (4), afhankelijk van zowel de beperkte investering op t_o als de uitgebreide op t_1.

Wel blijkt uit de cijfers van tabel 3.1 dat de middenkansen in kolom 5 gemiddeld 6% hoger liggen dan die in kolom 4. Gebruik van de cijfers volgens formule (6) leidt dus tot een iets minder hoge veiligheid dan wanneer we (4) gebruiken. Maar ten eerste is hierboven al uitgelegd dat (4) in een actuele situatie lang niet altijd is uit te rekenen. En ten tweede moet volgens het Nationale Waterplan 2008 de toets voortaan niet meer plaatsvinden ten opzichte van de huidige situatie, maar ten opzichte van de situatie die er naar verwachting over 12 jaar zal zijn. In combinatie met (4) leidt dit eigenlijk tot een dubbeltelling van de besteltijd. Gegeven het prognostische karakter van de toets is het dus niet erg als de toetsnorm zelf iets hoger wordt uitgerekend dan eerder is voorgesteld. Overigens valt het hele verschil weg tegen de grove afronding die sowieso wordt toegepast omdat het de bedoeling is om de normen te prikken op een paar getallen die ongeveer een factor 2 tot 2,5 van elkaar verschillen.

Tenslotte heeft (7) het voordeel dat het een zeer aansprekende samenvatting geeft van de kosten-batenanalyse die er aan ten grondslag ligt.

Slotconclusie

Mijn voorstel is om ***de berekening van de toetsnorm op basis van kosten-batenanalyse voortaan uitsluitend te baseren op de combinatie van (1) en de algemene versie van (6).*** Dit betekent dat de investeringen die eventueel onmiddellijk moeten worden uitgevoerd dan wel plaatsvinden aan het begin van een periode, niet meer meetellen in de bepaling van de toetsnorm voor die periode.

Voor alle duidelijkheid volgt hieronder het voorstel in formulevorm:

$$P_t^{midden} \equiv \frac{S_t^{midden}}{V_t} \qquad voor\ t \geq 0 \tag{10}$$

en

$$S_t^{midden} \equiv \frac{s_{k+1}^{-} - S_{k+1}^{+}}{\ln s_{k+1}^{-} - \ln S_{k+1}^{+}} \qquad voor\ t \in [t_k, t_{k+1}) \qquad en \quad k = 0,1,2,... \tag{11}$$

waarin:

	P^{midden}	middenkans op overstromen,
	S^{midden}	logarithmisch gemiddelde van de verwachte schade direct voor en na een investering,
	V	schade bij overstromen,
	s^{-}_{k+1}	verwachte schade onmiddellijk voorafgaand aan investeren op tijdstip t_{k+1} ,
	S^{+}_{k+1}	verwachte schade onmiddellijk na investeren op tijdstip t_{k+1} ,
	t_k	k-de optimale moment van investeren, $t_0 = 0$.

4 Aanpassing van de middenkans bij gebruik van een verschillende disconteringsvoet voor schade en investeringskosten

Alle bovenstaande formules en berekeningen zijn uitgevoed voor het geval er voor schade en investeringskosten dezelfde disconteringsvoet wordt gebruikt. De afleiding van het model in Den Hertog en Roos (2009) laat echter zien dat er bij gebruik van twee verschillende disconteringsvoeten voor schade en investeringskosten in vele formules aanpassingen nodig zijn, onder andere in de formule voor het eerstejaarsrendement (FYRR), die hierboven is gebruikt. Het gebruik van twee disconteringsvoeten is actueel geworden door het kabinetsbesluit van september 2009 dat er voor sommige baten een verlaagde risico-opslag mag worden toegepast. De disconteringsvoet bij de schade wordt daardoor lager dan die bij de investeringskosten. In het model OptimaliseRing 2, dat in het najaar van 2010 voor de berekeningen voor de KBA WV21 is gebruikt, wordt inderdaad met twee aparte disconteringsvoeten gerekend, zodat die een verschillende waarde kunnen meekrijgen, zie Brekelmans e.a. (2009) en Duits (2009).

Risico-aversie in de vorm van een lagere disconteringsvoet bij de schade is in dit model echter niets anders dan rekenen met een hoger klimaatscenario. Modelmatig komt dat neer op aanpassing van de parameter β. Een volledig uitgeschreven wiskundig bewijs voor die equivalentie staat in het concept van mijn proefschrift. Dat deze equivalentie waarschijnlijk is, kan wel eenvoudig worden aangetoond voor de meest belangrijke formule in het model, namelijk het criterium. Dat is de contante waarde van alle toekomstige investeringskosten (I_j) plus de kosten van de resterende verwachte schade (S_t):

$$C = \int_0^\infty S_0 e^{\beta t} e^{-\theta h_t} e^{-\delta_1 t} dt + \sum_{j=0}^\infty I_j e^{-\delta_2 t}$$

$$= \int_0^\infty S_0 e^{\beta t} e^{-\theta h_t} e^{-(\delta_1 - \delta_2) t} e^{-\delta_2 t} dt + \sum_{j=0}^\infty I_j e^{-\delta_2 t} \tag{4.1}$$

$$= \int_0^\infty S_0 e^{(\beta - \rho) t} e^{-\theta h_t} e^{-\delta_2 t} dt + \sum_{j=0}^\infty I_j e^{-\delta_2 t}$$

waarin

$$\rho = \delta_1 - \delta_2 \tag{4.2}$$

De verwachte schade (S_t) stijgt jaarlijks met de groeivoet β, die de som is van het effect van de klimaatverandering plus de economische groei, en daalt sprongsgewijs met de som van alle dijkverhogingen h_t sinds tijdstip nul. Vergelijking (4.1) laat zien dat het gebruik van twee disconteringsvoeten in het criterium eenvoudig is om te schrijven naar het gebruik van alleen de disconteringsvoet van de kosten plus een aanpassing van de groeivoet β. Daar economische groei ook op andere plaatsen in de formules voorkomt, zie bijvoorbeeld in dit memorandum de formules (1) en (10), kan de correctieterm ρ het beste worden opgevat als het gebruik van een hoger klimaatscenario dan formeel in de berekeningen zit. De risico-aversie houdt op die manier dus al vooraf rekening met onverwachte tegenvallers in de ontwikkeling van de waterstand of andere hydraulische randvoorwaarden. Een voorbeeld van zo'n tegenvaller zijn de hoge rivierafvoeren in 1993 en 1995, die hebben geleid tot de verhoging van de zogenaamde werklijn in Lobith. Dit impliceerde dat de werkelijke overstromingskansen hoger waren dan gedacht en heeft geleid tot de rivierverbeteringsprogramma's Maaswerken en Ruimte voor de Rivier.

Formule (4.1) illustreert dat een van de mogelijkheden om met twee verschillende disconteringsvoeten om te gaan een aanpassing vooraf van de definitie van β is. Het model zelf kan dan uitgerekend worden alsof er maar één disconteringsvoet is, namelijk alleen die van de kosten. Dit betekent dat ook in bijvoorbeeld formule (11) wordt gerekend met de aangepaste waarde van β.

Daar er in OptimaliseRing 2 echter expliciet met twee disconteringsvoeten wordt gerekend, is dat in dit programma niet de handigste manier van aanpassing. Om voor het midden van het schade-interval dezelfde waarde te vinden als bij aanpassing van β vooraf, moet achteraf bij de berekening van kansen expliciet diezelfde correctie plaatsvinden. Formule (11) wordt dan in het meer algemene geval

$$S_t^{midden} \equiv \frac{s_{k+1}^- e^{-\rho t_{k+1}} - S_{k+1}^+ e^{-\rho t_{k+1}}}{\ln(s_{k+1}^- e^{-\rho t_{k+1}}) - \ln(S_{k+1}^+ e^{-\rho t_{k+1}})}$$

$$= \frac{\left(s_{k+1}^- - S_{k+1}^+\right) e^{-\rho t_{k+1}}}{\ln s_{k+1}^- - \ln S_{k+1}^+} \qquad voor\ t \in \left[t_k, t_{k+1}\right) \qquad en \quad k = 0, 1, 2, ... \tag{4.3}$$

Na het aanbrengen van deze correctie blijven de eerdere formules (7), (8) en (9) ongewijzigd. Dat inderdaad de formule van het eerstejaarsrendement moet worden aangepast, staat expliciet in Den Hertog en Roos (2009), Remark C.1, pag. 59.

Voor alle duidelijkheid: de correctie geldt dus voor s^- en S^+ afzonderlijk, ook als daarmee achteraf wordt doorgerekend, bijv. om P^- of P^+ uit te rekenen. Dit is niet zichtbaar in de noemer van (4.3), omdat daarin de twee correcties tegen elkaar wegvallen.

Het feit dat de waarde van S^{midden} – juist door de middeling – praktisch gesproken ongevoelig is voor de waarde van β, betekent ook dat het rekenen met twee disconteringsvoeten daarop geen invloed heeft. Wat wel gebeurt, is dat vooral het investeringstijdstip naar voren wordt gehaald en dat ook de optimale investering zelf wat groter wordt. Risico-aversie hoort daarom bij ontwerpen, niet bij toetsen.

Referenties

De Boer, Paul, 2009, Multiplicative Decomposition and Index Number Theory: An Empirical Application of the Sato-Vartia Decomposition, Economic Systems Research, 21:2, 163 — 174.

Brekelmans, R., D. den Hertog, C. Roos, 2009, Computing Safe Dike Heights: A prototype optimization algorithm; Universiteit van Tilburg / CentER Applied Research, 2009.

CPB, 2005, Urgentie van acties omtrent veiligheid tegen overstromen; CPB Notitie, 30 juni 2005.

Dantzig, D. van, 1960, Het economisch beslissingsprobleem betreffende de veiligheid van Nederland tegen stormvloeden; Rapport van de Deltacommissie, Bijdrage II.2, p 59-110.

Duits, M.T., 2009, OptimaliseRing. Technische documentatie van een numeriek rekenmodel voor de economische optimalisatie van veiligheidsniveaus van dijkringen. Versie 2.0; HKV Lijn in water, HKV rapport PR1377.

Eijgenraam, C.J.J., 2005, Veiligheid tegen overstromen, Kosten-batenanalyse voor Ruimte voor de Rivier deel 1; CPB Document 82, CPB, Den Haag, april 2005.

Eijgenraam, C.J.J., 2006, Optimal safety standards for dike-ring areas; CPB Discussion Paper 62, CPB, Den Haag, maart 2006.

Eijgenraam, C.J.J., 2008, Toetsnorm voor waterveiligheid op basis van kosten-batenanalyse; CPB Memorandum 5/2008/2, CPB, Den Haag, 19 maart 2008.

Hertog, Dick den, en Kees Roos, 2009, Computing Safe Dike Heights at Minimal Costs; Universiteit van Tilburg / CentER Applied Research, second version, 18 maart 2009.

Kind, J., 2008, Kengetallen Kosten-Batenanalyse Waterveiligheid 21e eeuw; Rijkswaterstaat Waterdienst, voorlopige versie april 2008.