

Warmteoverdracht en drukval
bij afkoeling van laminaire stroom.

T. Reith, N₅

October 1960

ONDERZOEK NAAR DE WARMTE-OVERDRACHT EN HET
DRUKVERLIES IN EEN LAMINAIRE STROMING IN EEN
RONDE PIJP MET EEN STERK TEMPERATUUR-
AFHANKELIJKE VISCOSITEIT.

DIT ONDERZOEK IS VERRICHT ALS AFSTUDEERWERK
DOOR T.REITH ONDER LEIDING VAN PROFESSOR
ir H.KRAMERS IN HET LABORATORIUM VOOR
PHYSISCHE TECHNOLOGIE TE DELFT VAN
OCTOBER 1959 TOT OCTOBER 1960.

INHOUD.

1.	Inleiding.	(pag. 3)
2.	Theorie.	(pag. 4)
	2.1. De frictiefactor en de warmte-overdrachts- coëfficiënt.	(pag. 4)
	2.2. Trillingsverschijnselen.	(pag. 6)
3.	De opstelling.	(pag. 9)
4.	Het experiment.	(pag. 10)
	4.1. Inleidende metingen.	(pag. 10)
	4.2. Metingen en berekeningen.	(pag. 13)
	4.3. Foutberekening.	(pag. 14)
5.	Conclusie.	(pag. 17)
6.	Tabellen.	(pag. 19)
	6.1. Lijst met symbolen.	(pag. 19)
	6.2. Grafieken en tabellen van de meetresultaten.	(pag. 20)

APPENDIX.

7.	Afleiding van de gebruikte formules voor de frictie- factor en de warmte-overdrachtscoëfficiënt van een la- minaire stroming in een ronde pijp met gekoelde of ver- hitte wand.	(pag. 29)
	7.1. Definities.	(pag. 29)
	7.2. De frictiefactor en de warmte-overdrachtscoëffi- ciënt in de isovisceuze stroming.	(pag. 30)
	7.3. Benadering van de in 7.2. gevonden waarde voor de warmte-overdrachtscoëfficiënt.	(pag. 35)
	7.4. De frictiefactor en de warmte-overdrachtscoëf- ficiënt in de laminaire stroming met temperatuur- afhankelijke viscositeit.	(pag. 37)
	7.5. Empirische gegevens over de invloed van de vrije convectie.	(pag. 43)
	7.6. Tabellen.	(pag. 45)
	7.7. Grafieken.	(pag. 49)

8. Specificaties van de opstelling. (pag. 51)
 - 8.1. De dimensionering van de experimentele warmte-wisselaar. (pag. 51)
 - 8.2. De dimensionering van de warmtewisselaar in de retourleiding. (pag. 54)
 - 8.3. De dimensionering van de pomp. (pag. 57)
 - 8.4. De dimensionering van de thermostaat. (pag. 59)
 - 8.5. De dimensionering van het gepakte bed. (pag. 59)
 - 8.6. De debietmeting. (pag. 64)
 - 8.7. De temperatuurmeting van de vloeistof. (pag. 65)
 - 8.8. De figuren. (pag. 71)
 9. Tabel met stofconstanten. (pag. 78)
 10. Literatuuropgave. (pag. 79)
-
-

1. Inleiding.

Aanvankelijk was het de bedoeling dat de eigenschappen van een in een warmtewisselaar gekoelde vloeistofstroming in het omslaggebied laminair-turbulent onderzocht zouden worden. Het is namelijk gebleken, dat in warmtewisselaars waarin vloeistoffen met een sterk temperatuurafhankelijke viscositeit gekoeld worden de gekoelde vloeistof beurtelings laminair en turbulent de warmtewisselaar doorloopt. Er is een proefopstelling gebouwd om dit verschijnsel te bekijken. Alhoewel dit verschijnsel duidelijk optrad is het niet mogelijk gebleken om na te gaan welke experimentele variabelen dit gulpen bepaalden. Daar rekening was gehouden met de mogelijkheid, dat het onderzoek in het omslaggebied gestaakt zou moeten worden wegens onvoldoende succes, werd de warmtewisselaar zó geconstrueerd, dat ook warmte-overdrachtsmetingen mogelijk zouden zijn. Teneinde gebruik te maken van deze mogelijkheid werd nu een nieuwe afstudeeropdracht als volgt geformuleerd: Bekijk de invloed van de temperatuursafhankelijkheid van de viscositeit op de warmte-overdrachtscoëfficiënt en de frictiefactor van een laminaire stroming. Ik zal in vogelvlucht het probleem schetsen.

~~Graetz en Nusselt <5> en Lévêque <4> hebben gerekend aan de warmte-overdracht van een gekoelde of een verhitte pijpwand naar een laminaire stroming. Bij deze berekeningen werden de stoffeigenschappen constant verondersteld. Op grond van deze veronderstelling konden ze de snelheidsverdeling uit de bewegingsvergelijking en de continuïteitsvergelijking uitrekenen. De temperatuursverdeling kon met dit gegeven na enige moeite uit de energievergelijking berekend worden. Uit deze temperatuursverdeling volgt tenslotte de warmte-overdrachtscoëfficiënt. Daar van zeer vele stoffen de viscositeit sterk van de temperatuur afhangt, is het interessant de invloed van deze afhankelijkheid op de warmte-overdrachtscoëfficiënt en de frictiefactor na te gaan.~~

Indien echter de viscositeit van de temperatuur afhankelijk is kan men de continuïteitsvergelijking en de bewegingsvergelijking niet meer onafhankelijk van de energievergelijking oplossen. Dit betekent, dat de continuïteitsvergelijking, de

bewegingsvergelijking en de energievergelijking simultaan geïntegreerd moeten worden. Deze integratie is analytisch niet uit te voeren omdat we te doen hebben met partiële niet-lineaire differentiaalvergelijkingen. In de appendix wordt een iteratieve integratiemethode beschreven. Op deze wijze vinden we een benaderde snelheidsverdeling en een benaderde temperatuursverdeling waaruit dan de frictiefactor en de warmte-overdrachtscoëfficiënt berekend kunnen worden. Deze methode voert tot eenvoudig in een experiment te verifiëren resultaten. De experimentele kant van het probleem omvat het bouwen van een opstelling waarin de theorie aan het experiment wordt getoetst.

In het verslag zal ik tevens melding maken van de resultaten van het onderzoek naar de verschijnselen in het omslaggebied.

2. Theorie.

2.1. De frictiefactor en de warmte-overdrachtscoëfficiënt.

De resultaten van de in § 7. verrichte berekening worden nu gepresenteerd. Voor de definities verwijs ik naar § 7.1. Het is mogelijk gebleken de bekende formules voor de over de lengte van de pijp gemiddelde frictiefactor en de over de lengte van de pijp gemiddelde warmte-overdrachtscoëfficiënt voor een laminaire stroming door een ronde pijp te gebruiken indien we de uitdrukkingen voorzien van een correctiefactor:

$$\varphi_h = \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{\eta_w}{\eta_1}\right) F_2(\epsilon)} \quad (2.1.1.)$$

$F_2(\epsilon)$ is getabelleerd in tabel 7.6.IV.

De over de lengte van de pijp gemiddelde frictiefactor wordt hierdoor:

$$f_m = \frac{64}{Re_w} \varphi_h \quad (2.1.2)$$

De over de lengte van de pijp gemiddelde warmte-overdrachtscoëfficiënt wordt:

$$\frac{\alpha_m^D}{\lambda} = 1,6 (\epsilon \varphi_h)^{1/3} \quad (2.1.3)$$

Bij de afleiding van deze formules zijn we uitgegaan van de volgende aannamen:

1. De stofeigenschappen zijn constant, uitgezonderd de viscositeit die afhankelijk is van de temperatuur. We verwaarlozen dus de invloed van de vrije convectie.
2. Voor de temperatuurafhankelijkheid van de viscositeit schrijven we in het beschouwde gebied:

$$\eta = \frac{\eta_0}{1 + \beta T} \quad (\text{zie vgl. (7.4.8.)})$$

3. De temperatuur van de pijpwand is op elke plaats even groot.
4. De energiedissipatie door wrijving is verwaarloosbaar klein.
5. De vloeistof stroomt de warmtewisselaar binnen met parabolische snelheidsverdeling.
6. De afleiding is geschiedt voor $G > 20$, d.w.z. bevat het inloopgebied.

Deze theoretische relaties worden door een experiment getoetst. De f_m en α_m zijn rekengrootheden die niet onmiddellijk gemeten worden. Uit de definities van deze rekengrootheden volgt onmiddellijk:

$$f_m = \frac{2D(P_1 - P_2)}{L \rho \bar{w}^2} \quad (2.1.4)$$

en:

$$\frac{\alpha_m D}{\lambda} = \sigma \frac{T_1 - \bar{T}_2}{2(T_1 + \bar{T}_2) - 4T_w} \quad (2.1.5.)$$

Ik kan de experimentele waarden van α_m en f_m berekenen indien ik de grootheden, voorkomend in de rechterhelft van de uitdrukkingen, meet. Ik heb met opzet deze definitie van $\frac{\alpha_m D}{\lambda}$ uit meerdere mogelijke definities gekozen. Uit vergelijking (2.1.5.) blijkt duidelijk, dat de berekening van $\frac{\alpha_m D}{\lambda}$ en φ_h uit het experiment met een minimum aan gegevens en inspanning verricht kan worden.

Daar we in een experiment de juistheid van de correctiefactor φ_h willen verifiëren, ligt het voor de hand een uit de metingen berekende φ_h met de theoretische φ_h te vergelijken. We elimineren uit vgl. (2.1.2.) en (2.1.4.) f_m :

$$\varphi_h = \frac{(P_1 - P_2) D^2}{32 \eta_w \bar{w} L} = \frac{(P_1 - P_2) \pi D^4}{128 \eta_w L \phi_v}$$

Deze uitdrukking geeft de uit de drukmeting berekende φ_h weer. We elimineren uit vergelijking (2.1.3.) en (2.1.5.)

$$\frac{\alpha_m D}{\lambda} : \quad \varphi_h^{1/3} = \frac{\sigma^{2/3} (T_1 - \bar{T}_2)}{1,6 [2(T_1 + \bar{T}_2) - 4 T_w]} \quad (2.1.7.)$$

Deze uitdrukking geeft de uit de warmte-overdracht berekende φ_h weer. Voor de experimenteel bepaalde φ_h en $\varphi_h^{1/3}$ schrijven we $(\varphi_h)_e$ en $(\varphi_h^{1/3})_e$.

De veronderstelling, dat de dichtheid constant is blijkt onjuist. De door de temperatuurverschillen ontstane dichtheidsverschillen veroorzaken vrije convectie. Het blijkt mogelijk hiervoor semi-empirische correcties op de frictiefactor en de warmte-overdrachtscoëfficiënt aan te brengen. (Zie hiervoor § 7.5.). Daar in dit experiment de diameter zeer klein (3 mm) is, blijken deze correcties niet erg belangrijk. De invloed van de vrije convectie op de frictiefactor blijkt onmeetbaar klein. We kunnen $\varphi_h^{1/3}$ corrigeren voor de vrije convectie met een correctiefactor $\gamma : \gamma \varphi_h^{1/3}$. Hierin is:

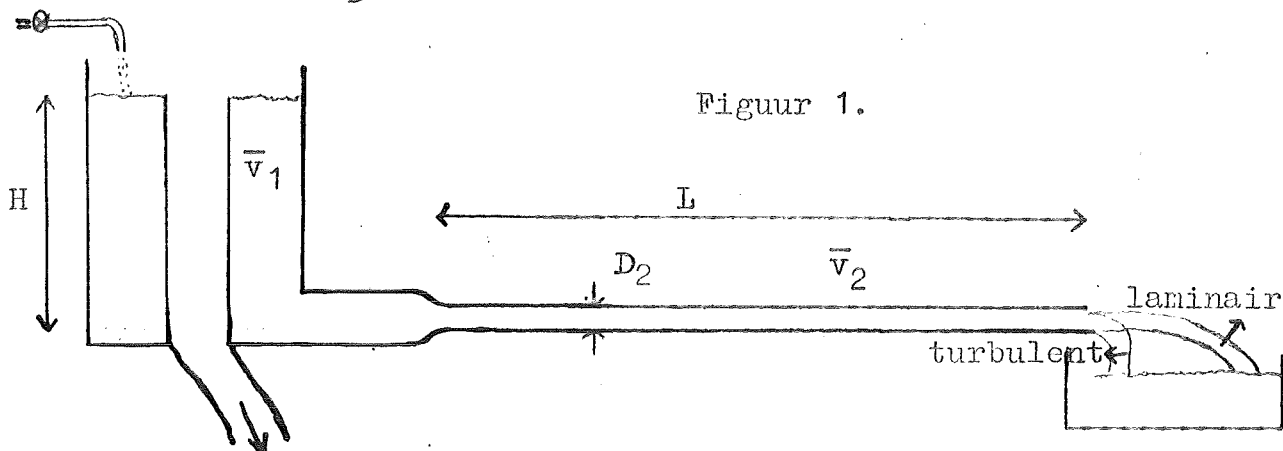
$$\gamma = 1 + K \sigma^{-0,75} \quad (\text{Gr.Pr.})^{0,33} \quad (2.1.8.)$$

$K = 0,94$ voor afkoeling.

$K = 0,27$ voor verhitting.

2.2. Trillingsverschijnselen.

Er zijn gevallen waarin een stroming van een vloeistof met hoge sterk temperatuurafhankelijke viscositeit stootsge wijze een warmtewisselaar doorloopt. Een eenvoudig proefje zal ik als toelichting van dit verschijnsel beschrijven. Dit proefje is gelijktijdig met mijn afstudeerwerk gedaan in het Laboratorium voor Fysische Technologie te Delft.



Het waterniveau in een tankje wordt door een overloop constant gehouden. Het water stroomt door een lange dunne pijp in een bak. Bij een zeer bepaalde hoogte H zien we, dat het water beurtelings, doch zeer onregelmatig, dichtbij en veraf van de uitstroomopening in de bak terechtkomt. Het debiet fluctueert blijkbaar. Daar dit verschijnsel voorkomt bij

een $Re = \frac{\rho \bar{v}_2 D_2}{\eta} \approx 2 \cdot 10^3$ ligt het voor de hand te veronderstellen, dat de stroming beurtelings laminair en turbulent wordt. We kunnen de uitgebreide vergelijking van Bernoulli opstellen:

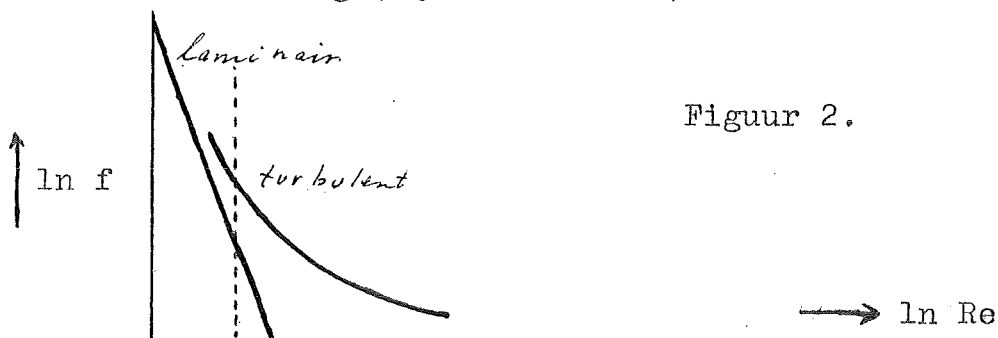
$$-gH\rho + \frac{1}{2}\rho(\bar{v}_2^2 - \bar{v}_1^2) + \frac{1}{2}f \frac{L}{D_2} \rho \bar{v}_2^2 = 0 \quad (2.2.1.)$$

$$v_1 \ll v_2$$

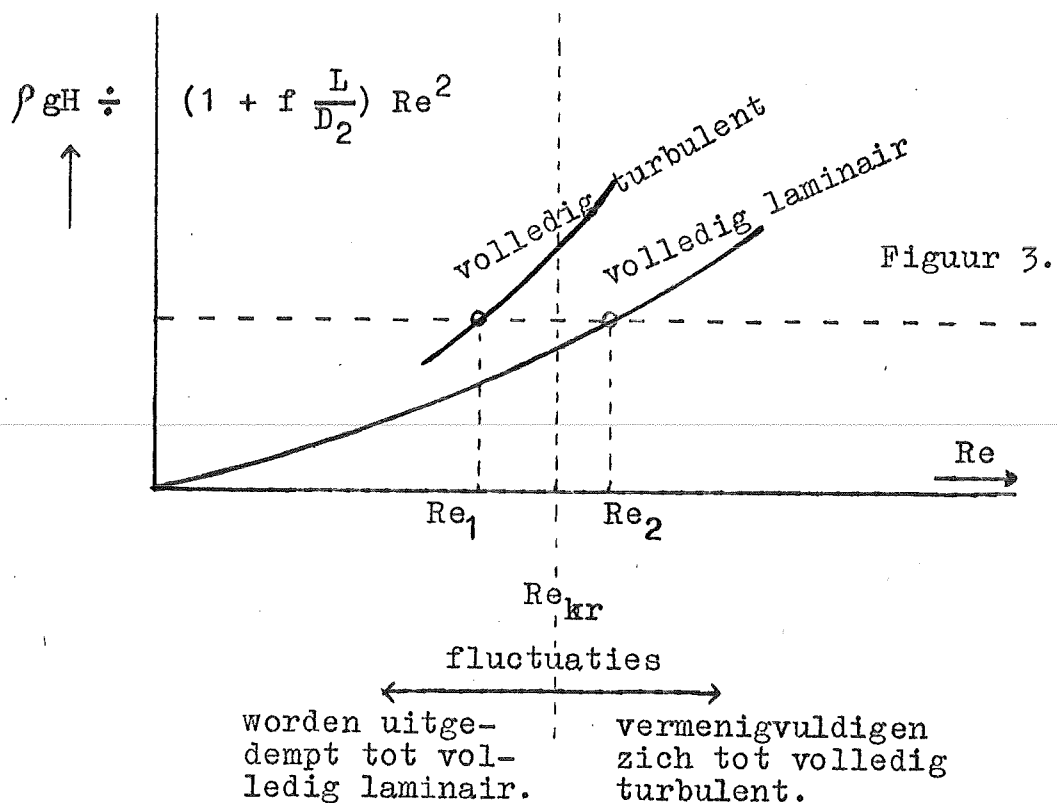
We vinden dan:

$$\bar{v}_2 = 2 \sqrt{\frac{gH}{2(1 + f \frac{L}{D_2})}} \quad (2.2.2.)$$

Nu is voor laminaire stroming f veel kleiner dan voor turbulente stroming (bij dezelfde Re).



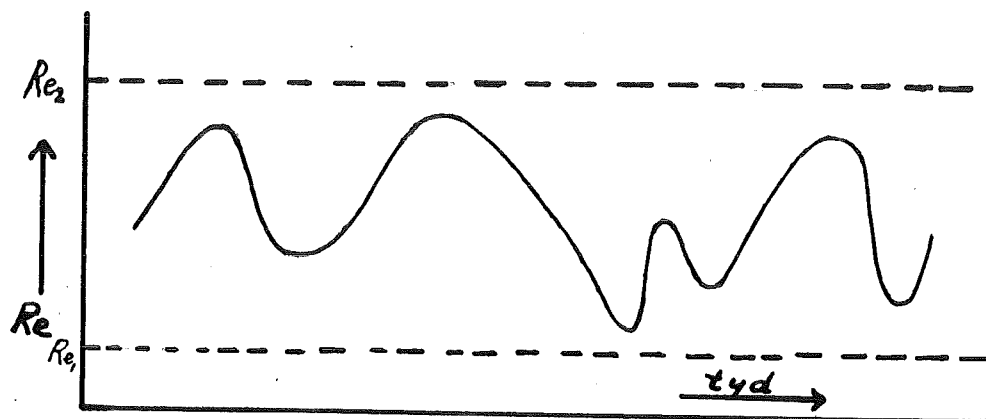
Stel, dat de stroming op een gegeven moment laminair is. Neem aan, dat het getal van Reynolds zó groot is, dat snelheidsfluctuaties met componenten loodrecht op de stromingsrichting niet meer uitgedempt worden. Ontstaat zo'n fluctuatie dan zal het aantal fluctuaties snel toenemen. De gehele buis zal gevuld worden met deze fluctuaties. De stroming is nu turbulent. Dit heeft vergroting van f tengevolge en v_2 neemt dus af. Re wordt nu weer zó klein, dat de snelheidsfluctuaties uitgedempt worden. De stroming wordt weer laminair, de frictiefactor f neemt weer af. Het spel kan weer opnieuw beginnen. We kunnen dit verschijnsel bekijken door formule (2.2.1.) in beeld te brengen.



Uit figuur 3 blijkt, dat indien we ρgH zodanig kiezen, dat $Re_1 < Re_{kr} < Re_2$ geen stationaire toestand mogelijk is. Het valt niet te voorspellen bij welke $Re_{kr} < Re < Re_2$ een snelheidsfluctuatie zal optreden. De oorzaak van een fluctuatie (de buiswand is zeer glad) is dikwijls een zeer toevallige, zoals een geluidstrilling etc..... Ter contrôle van deze theorie werd door een concentrisch in de pijp aangebrachte maald inkt geïnjecteerd. In geval van de veronderstelde turbulentie werd inderdaad een werveling van de inkt geconstateerd, terwijl in geval van de

veronderstelde laminariteit de inkt ongestoord draadsgewijze door de pijp liep. Tijdens dit proefje bleek het volgende:

1. Het verschijnsel treedt op bij lagere Re_{kr} naarmate de wand van de pijp ruwer is. Het verschijnsel is dan minder significant.
2. $v_2(t)$ is niet periodiek. Frequentie noch amplitude vertonen een regelmatigheid. (Zie figuur 4).



Figuur 4.

Voorlopig kunnen we slechts beschikken over deze kwalitatieve gegevens. De vraag is nu wat de invloed van de warmte-overdracht op dit verschijnsel is. Het bleek niet mogelijk een plausibele voorspelling van een te verwachten verschijnsel te geven. We zullen ons tot kijken moeten beperken.

3. De opstelling.

Aangezien de viscositeit van glycerine zeer sterk van de temperatuur afhankelijk is (zie graf. 7.7.I.), werd glycerine als experimenteervloeistof gekozen. De glycerinecirculatie is schematisch in figuur 8.8.I. weergegeven. De verhitte glycerine wordt uit de thermostaat naar de experimentele warmtewisselaar gepompt. In § 8.3. wordt aangetoond, dat de pomp zó gedimensioneerd is, dat de drukval in de experimentele warmtewisselaar in hoge mate onafhankelijk is van het debiet door deze warmtewisselaar. Dit blijkt een noodzakelijke voorwaarde voor het optreden van de instabiliteiten te zijn. Met de naaldventielen K_1 en K_2 kan men het debiet door de warmtewisselaar instellen. In de door de koelwaterstroming op lage temperatuur gehouden binnenbuiswand van de warmtewisselaar zijn op negen punten thermo-elementen aangebracht om de wandtemperatuur te meten. Helaas zijn na de herhaalde reparaties aan de warmtewisselaar slechts zes thermo-elementen betrouwbaar

gebleken. Op tien plaatsen kan de druk gemeten worden. We kunnen de temperatuur van de glycerine vóór het instromen in de warmtewisselaar meten, zoals aangegeven in figuur 8.8.II. In § 8.7. treft men een berekening aan waaruit de minimale lengte van het thermo-element blijkt. De glycerine doorstroomt na de warmtewisselaar een gepakt bed, waarin het radiale temperatuur-verschil wordt vereffend. Na dit bed wordt de gemiddelde temperatuur gemeten. In § 8.5. treft men een berekening aan van de dimensies van dit gepakte bed. Met de schuif kan men naar verkiezing de vloeistof naar de debietmeter of direct naar de thermostaat sturen. In de retourleiding is een warmtewisselaar opgenomen om de door de pomp in de stroming ingevoerde energie weer af te voeren. In hoofdstuk 8. treffe men een berekening aan van de dimensies van de experimentele warmtewisselaar, van de warmtewisselaar in de retourleiding en van de pomp. Tevens is een toelichting op de werking van de debietmeter in § 8.6. te vinden.

4. Het experiment.

4.1. Inleidende metingen.

Daar glycerine een zeer hygroscopische vloeistof is en de viscositeit van glycerine zeer gevoelig is voor kleine waterverontreinigingen, zullen we vlak voor de bepaling van de warmte-overdrachtscoëfficiënt en de frictiefactor, de viscositeit als functie van de temperatuur moeten meten.

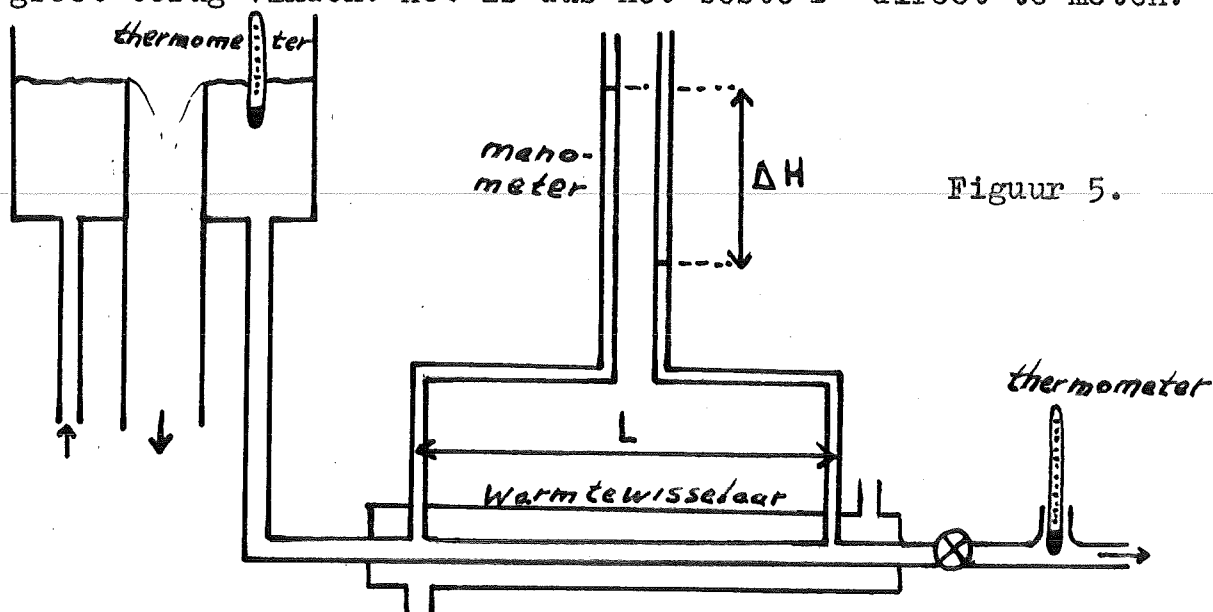
Deze meting is verricht in een Höppler-viskosimeter. De nauwkeurigheid is ca. 1,5 %. In de tabel 6.2.I. en grafiek 6.2.V. zijn de resultaten van de meting weergegeven. In <9> vinden we gegevens over de viscositeit van glycerine-water mengsels als functie van de temperatuur en de waterconcentratie. Bij de dimensionering van de apparatuur zijn we er van uitgegaan, dat we beschikten over zuivere glycerine. Daarvan zijn de stofconstanten getabelleerd in hoofdstuk 9. In tabel 6.2.I. heb ik achter de gemeten waarden van de viscositeit de volgens <9> daarmee corresponderende gewichtsprocenten water ingevuld. De conclusie ligt voor de hand, dat

inderdaad water de oorzaak is van het verschil tussen de in 9. opgegeven waarden voor zuivere glycerine en de gemeten waarden. Tengevolge van deze geringe waterconcentratie zullen de stofconstanten, w.o. de temperatuurvereffeningscoëfficiënt, een kleine wijziging ondergaan. Daar ik geen gegevens in de literatuur kon vinden omtrent de grootte van deze wijziging ben ik uitgegaan van de vereenvoudigende veronderstelling, dat de temperatuurvereffeningscoëfficiënt van het mengsel zich als volgt laat schrijven:

$$a_{\text{mengsel}} = 0,98 a_{\text{glycerine}} + 0,02 a_{\text{water}} \quad (4.1.1.)$$

Op deze wijze werd tenslotte de 4^e kolom in tabel 6.2.I. berekend.

Bovendien is het nog van belang de binnendiameter D van de binnenbuis precies te weten. Uit vergelijking (2.1.6.) blijkt, dat we een bepaalde fout in D in $(\psi_h)_e$ vier maal vergroot terug vinden. Het is dus het beste D^4 direct te meten.



Figuur 5.

Dit deden we met de in de figuur 5 geschetste opstelling. Uit de nauwkeurige meting van het debiet, de drukval en de temperatuur van een laminaire gedestilleerde waterstrooming door de warmtewisselaar moet nauwkeurig D^4 volgen. We berekenen een diameter d uit de formule (4.1.2.) geldig voor een laminaire strooming.

$$d^4 = \frac{128 \eta \rho_v L}{\pi \Delta H \rho g} \quad (4.1.2.)$$

of:

$$\Delta H \rho g = \frac{128 \eta \phi_V L}{\pi d^4} \quad (4.1.3.)$$

In tabel 6.2.II en grafiek 6.2.IV. zijn de meetresultaten van drie meetseries verzameld. Het blijkt, dat d^4 afneemt bij toenemende Re . Dit extra drukverlies bij toenemende Re moeten we toeschrijven aan het optreden van werveltjes in de tien openingen in de pijp (zie figuur 8.8.III.) gemaakt om daar de druk te meten. Dit kunnen we in formule brengen door een turbulente term $C_w(Re)$ toe te voegen:

$$\frac{\Delta H \rho g}{\frac{1}{2} \rho \bar{w}^2} = \frac{64 L}{Re D} + C_w(Re) \quad (4.1.4.)$$

of met (4.1.2.):

$$D^4 = d^4 + \frac{C_w d^4 \rho}{16 \pi \eta L} \phi_V \quad (4.1.5.)$$

Voor $\phi_V \rightarrow 0$ volgt dan $D^4 \rightarrow d^4$. In grafiek 6.2.IV. blijkt tussen d^4 en ΔH een lineair verband. Extrapolatie naar $\phi_V = 0$, d.w.z. $\Delta H = 0$ levert ons op:

$$D^4 = 5,93 \cdot 10^{-11} \text{ m}^4$$

$$D = 2,78 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$

Met behulp van deze voorstellingswijze is nu ook te verklaren waarom $D^4 = f(\Delta H)$ voor elke meetserie een andere helling heeft. We kunnen ons voorstellen, dat bij elke meting de waterhoogte in de 10 pijpjes anders is geweest. Dit betekent, dat voor elke meting de $C_w(Re)$ anders is geweest. In de 5^e en 6^e kolom van tabel 6.2.II. heb ik $\frac{64 L}{Re D}$ en $C_w(Re)$ uit vergelijking (4.1.4.) voor enkele waarnemingen uitgerekend. We zien duidelijk, dat het drukverlies, veroorzaakt door de werveltjes, in betekenis toeneemt naarmate Re toeneemt. Op grond van het feit, dat we niet met een geheel laminaire stroming te doen hebben valt nu reeds te voorspellen, dat we experimenteel een te grote correctiefunctie $(\psi_h)_e$ en dus ook $(\psi_h)_e^{1/3}$ zullen vinden.

Tenslotte werden de manometers en thermokoppels geijkt. De thermospanningen werden gemeten met een Bleeker-compensator.

4.2. Metingen en berekeningen van de correctiefuncties

$$\varphi_h \quad \text{en} \quad \varphi_h^{1/3}$$

Het experiment bestaat uit het bepalen van de grootheden welke in vergelijking (2.1.6) en (2.1.7) voorkomen.

We meten dus de volgende grootheden:

--- T_1

--- T_2

--- T_w Deze wordt door middeling van de gemeten plaatselijke wandtemperaturen verkregen.

--- P_1 op $z = 0$

--- P_2 op $z = L = 1,17$ m. Daartoe ontbreekt de mogelijkheid.

We extrapoleren grafisch de gemeten drukken.

op $z = 0,16$ m

$z = 0,36$ m

$z = 0,56$ m

$z = 0,86$ m

$z = 1,06$ m

naar $z = 0$ en $z = 1,17$ m.

--- ϕ_v Zie hiervoor 8.6.

--- D^4 en . Zie hiervoor 4.1.

--- L Zie hiervoor figuur 8.8.II.

--- a Uit tabel 6.I. blijkt a nogal temperatuurafhankelijk te zijn.

Aangezien de warmtestroomdichtheid ϕ_w'' voornamelijk door de condities aan de wand bepaald wordt, heb ik a behorende bij T_w gekozen. Meestal wordt een a gekozen bij de gemiddelde temperatuur $\frac{1}{2}(T_1 + T_w)$. Het lijkt me onmogelijk hiervoor een redelijker motivering te vinden dan de motivering die ik gebruikte om a bij $T = T_w$ te kiezen.

De berekeningen worden met behulp van de vgl. (2.1.1.), (2.1.6.) en (2.1.7.) uitgevoerd. De resultaten zijn getabelleerd in tabel 6.III. De waarnemingen en berekeningen zijn gegroepeerd naar de intreetemperatuur T_1 .

Ook heb ik een correctie aangebracht voor de vrije convectorie. De invloed van de vrije convectorie op de frictiefactor blijkt in alle gevallen veel minder dan 1 %. De invloed van de vrije convectorie op de warmte-overdrachtscoëfficiënt blijkt voor kleine G tamelijk groot. Volgens (2.1.8.) blijkt de correctiefactor γ maximaal 1,18 te zijn. Ik heb deze correctie aangebracht en getabelleerd in de kolom $\gamma \cdot \psi_h^{1/3}$.

Er is slechts 1 fraai trillingsverschijnsel bezichtigd in de buurt van $z = 3,60 \cdot 10^{-1}$ m. De wandtemperatuur aldaar varieerde tussen 32°C en 25°C en de druk varieerde daar enkele tienden atmosfeer. Deze variaties waren zeer onregelmatig. Deze onrust trad op tijdens waarneming 6.

4.3. Foutberekening.

Allereerst moet opgemerkt worden, dat een systematische fout van niet te schatten grootte gemaakt wordt door het optreden van wervels in de tien openingen in de pijpwand. We kunnen slechts zeggen, dat de impuls-overdracht en dus ook de warmte-overdracht naar de wand groter dan de berekende zal zijn. Dit merken we aan een te grote correctiefactor $(\psi_h)_e$ en $(\psi_h)^{1/3}_e$.

Een tweede systematische fout ontstaat bij de meting van T_1 en \bar{T}_2 . In het inloopstuk voor de experimentele warmtewisselaar wordt de vloeistof enigszins gekoeld nadat T_1 gemeten is en de vloeistof wordt bij het doorlopen van het gepakte bed enigszins gekoeld voordat meting van \bar{T}_2 plaats vindt. We vinden dus een te lage waarde van ψ_1 waarmee een te lage waarde van $\psi_h^{1/3}$ correspondeert. Tevens blijkt de gemeten waarde van $T_1 - \bar{T}_2$ te groot waarmee een te grote $(\psi_h^{1/3})_e$ correspondeert. Deze fout is ernstig, omdat $T_1 - \bar{T}_2$ zeer klein is (zie Tabel 6.2.III). De grootte van deze fout is eveneens niet te schatten.

Wanneer we afzien van deze systematische fouten resteren de volgende meetfouten:

- De fout in $P_1 - P_2 \approx 1,5 \%$
- De fout in $D^4 \approx 1 \%$
- De wandtemperatuur T_w wordt verkregen door middeling van plaatselijke wandtemperaturen. De spreiding is niet groter dan 1°C . De fout in T_w veronderstellen we $0,5^\circ\text{C}$. Hieruit resulteert een fout in $\eta_w \approx 3 \%$ indien $\eta_w \approx 20^\circ\text{C}$.
- De ijkfout in $\eta_w \approx 1,5 \%$
- De fout in $L \approx 1 \%$
- De fout in $\phi_v \approx 0,5 \%$ (zie 8.6.)

De totale meetfout in $(\varphi_h)_e$ blijkt dus $\approx 8,5 \%$.

- De fout in $\sigma \approx 2,5 \%$
- De fout in $\sigma^{2/3} \approx 1,5 \%$
- De fout in T_1 en $\bar{T}_2 \approx 0,2^\circ\text{C}$.

De fout in $T_1 - \bar{T}_2 \approx \frac{0,4}{T_1 - \bar{T}_2} \cdot 100 \%$

Uiteraard is een koppeling tussen fout in teller en noemer aanwezig. Uit de aard van deze koppeling blijkt, dat de resulterende relatieve fout in het quotient

$\frac{T_1 - \bar{T}_2}{2(T_1 + \bar{T}_2) - 4 T_w}$ altijd kleiner is dan of gelijk is aan de relatieve fout in de teller plus de relatieve fout in de noemer tengevolge van de meetfout in T_w . Daar $2(T_1 + \bar{T}_2) - 4 T_w > 100^\circ\text{C}$, $T_w \approx 20^\circ\text{C}$ en de fout in $T_w \approx 0,5^\circ\text{C}$, blijkt de fout in de noemer $< 2 \%$.

De maximale meetfout in $(\varphi_h^{1/3})_e$ is dus $3,5 \% + \frac{0,4}{T_1 - \bar{T}_2} \cdot 100 \%$.

De fout in de theoretisch berekende φ_h is bij benadering gelijk aan de meetfout in $\frac{\eta_w}{\eta_1}$, omdat

$\frac{\eta_w}{\eta_1} \gg 1$, $(1 - \frac{\eta_w}{\eta_1}) F_2(\sigma) \gg 1$ en $F_2(\sigma)$ niet erg gevoelig is voor de kleine fout van $2,5 \%$ in σ .

Dan is:

--- De fout in $\eta_w \approx 3\%$

--- De fout in $\eta_1 \approx 2\%$

--- De ijkfout in η_w en $\eta_1 \approx 1,5\%$

De totale fout in $\frac{\eta_w}{\eta_1}$ en dus ook in $\varphi_h \approx 8\%$

De correlatie tussen de meetfout in $(\varphi_h)_e$ en de meetfout in φ_h is duidelijk aanwezig via de viscositeit η_w . Zie hiervoor vergelijking (2.1.1.) en vergelijking (2.1.6.). De koppeling tussen $(\varphi_h)_e$ en φ_h die via δ_v en L aanwezig is verwaarlozen wij aangezien deze fout voor φ_h geen betekenis heeft. $(\varphi_h)_e$ en φ_h kunnen dus maximaal $\approx 7,5\%$ uiteenlopen.

De correlatie tussen de meetfout in $(\varphi_h^{1/3})_e$ en $\varphi_h^{1/3}$ is minder overzichtelijk. De fout in $\varphi_h \approx 8\%$, d.w.z. in $\varphi_h^{1/3} \approx 2,6\%$. We zullen volstaan met de fout in $\varphi_h^{1/3}$ te verwaarlozen. We mogen dus toestaan, dat $(\varphi_h^{1/3})_e$ en φ_h $6\% + \frac{0,4}{T_1 - \bar{T}_2} \cdot 100\%$ uit elkaar liggen.

5. Conclusie.

We zien in tabel 6.2.III, dat ψ_h en $(\psi_h)_e$ in het algemeen meer dan de toegestane 7,5 % uit elkaar liggen. We zien geen toename van de afwijking bij toenemende Re_1 . Een duidelijker afwijking treedt op tussen $\psi_h^{1/3}$ en $(\psi_h)_e^{1/3}$. Deze afwijking is in de regel groter dan de toegestane

$6\% + \frac{0,4}{T_1 - \bar{T}_2} \cdot 100\%$. We zien weer geen toename van de afwijking bij toenemende Re_1 indien $Re_1 < 10^3$.

Een toenemende afwijking bij toenemende Re_1 merken we wel op voor $Re_1 > 10^3$. Een duidelijke verbetering van de overeenkomst tussen theorie en experiment treedt niet op indien $\frac{\eta_w}{\eta_1}$ kleiner wordt. Dit zouden we verwachten, omdat de benadering $\eta = \frac{\eta_0}{1 + \beta T}$ beter is naarmate deze in een kleiner temperatuurgebied gebruikt wordt. Bovendien zal dan de vrije convectie geringer zijn.

Het aanbrengen van de correctiefactor γ voor de vrije convectie verandert weinig aan het totaalbeeld. Daar bij afnemende Re_1 de afwijking tussen $\psi_h^{1/3}$ en $(\psi_h)_e^{1/3}$ niet toeneemt heb ik geen duidelijke aanwijzing, dat de vrije convectie voor een groot gedeelte van deze afwijking verantwoordelijk is.

We zullen dus de uitvoering van het experiment verantwoordelijk moeten stellen voor de afwijking tussen theorie en meetresultaten. Allereerst moet ik dan opmerken, dat de gaatjes in de wand van de binnenpijp van de experimentele warmtewisselaar het snelheidsprofiel van de stroming beïnvloeden. Het effect van deze verstoring kunnen we enigszins bekijken aan de hand van de meetresultaten van de diameterbepaling geschetst in § 4.1. We zien in tabel 6.2.II. dat het drukverlies veroorzaakt door de werveltjes in de openingen tot 40 % (bij $Re_1 = 1930$) van het totale drukverlies kan oplopen. Daar deze diameterbepaling isotherm is uitgevoerd mogen we niet zonder meer de conclusie trekken, dat we in het met glycerine (niet-isotherm) uitgevoerde experiment bij dezelfde Re_1 een even grote C_w mogen verwachten. Aangezien in ons experiment de glycerine wordt gekoeld, zal de glycerine bij de wand zeer visceus zijn. De snelheidsgradiënt zal in deze visceuze laag veel kleiner zijn dan in het overeenkomstige (door dezelfde Re_1 gekarakteriseerde) isotherme geval. Dit betekent, dat in de gaatjes heel wat minder gemakkelijk werveltjes ont-

staan en dat dus de frictiefactor en de warmte-overdrachtscoëfficiënt minder zullen afwijken van de theoretische waarde dan in het overeenkomstige isotherme geval. Deze gedachtegang lijkt me een juiste verklaring van het feit, dat de afwijking tussen φ_h en $(\varphi_h)_e$ bij grote Re_1 kleiner is dan we uit het isotherm uitgevoerde proefje mochten verwachten.

Dan blijft het feit, dat de procentuele afwijking tussen $\varphi_h^{1/3}$ en $(\varphi_h^{1/3})_e$ groter is dan de procentuele afwijking tussen φ_h en $(\varphi_h)_e$. Dit kunnen we voor een groot gedeelte verklaren uit het in § 4.3. toegelichte feit, dat we niet op de juiste plaatsen de temperaturen T_1 en \bar{T}_2 konden meten.

Het blijkt wel, dat de experimentele warmtewisselaar totaal ongeschikt is voor het doel waarvoor hij is gebruikt. De nogal gunstige waarnemingsresultaten moeten we als een meevaller beschouwen.

6.1. Lijst met symbolen.

λ	= warmtegeleidingscoëfficiënt van de vlst.	$W/m \text{ } ^\circ C.$
C_p	= soortelijke warmte van de vloeistof.	$J/kg \text{ } ^\circ C.$
ρ	= soortelijke massa van de vloeistof.	$kg/m^3.$
g	= versnelling van de zwaartekracht.	$m/s^2.$
η	= dynamische viscositeit.	$Ns/m^2.$
z	= afstand in axiale richting.	$m.$
r	= afstand in radiale richting.	$m.$
w	= snelheid van de vloeistof in axiale richting.	$m/s.$
v	= snelheid van de vloeistof in radiale richting.	$m/s.$
dP/dz	= drukgradiënt in axiale richting	$N/m^3.$
$\eta = r/R$	= dimensieloos gemaakte afstand in radiale richting.	
$D = 2 R$	= binnendiameter van de pijp.	$m.$
T	= temperatuur.	$^\circ C.$
a	= temperatuurvereffeningscoëfficiënt.	$m^2/s.$
$Gr_z = Pé D/z = Pe.Pr.D/z.$		
$Gr = Pé.D/L.$		
L	= lengte van de warmte-uitwisselingssectie.	m
$Re = \frac{\rho w D}{\eta}$		
$Pr = \frac{\eta}{a \rho}$		
$Pé = \frac{\bar{w} D}{a}$		
$Gr.Pr. = \frac{D^3 g (\rho_w - \rho_1)}{a_w \eta_w}$		
ϕ_v	= debiet.	$m^3/s.$
ϕ_m	= massastroom.	$kg/s.$
ϕ_w''	= warmtestroomdichtheid.	$J/m^2 s.$
P	= druk.	
Index 1	wil zeggen "op plaats $z = 0$ ".	
Index 2	wil zeggen "op plaats $z = L$ ".	
Index w	wil zeggen "op plaats $y = 1$ ".	
Index e	wil zeggen "uit experiment volgend".	

Tabel 6.2.I. De viscositeit en temperatuurvereffeningscoëfficiënt van glycerine als functie van de temperatuur.

T in °C	$10^3 \eta$ Ns/m ² volgens meting	Gew. % water volgens <9>	$10^8 a$ m ² /s volgens (4.1.1.)
20,0	1055	1,6 %	9,6
21,1	981		
21,8	917		
23,2	819		
25,0	645		
27,5	522		
30,0	425	1,8 %	9,5
32,5	351		
35,6	279		
40,0	206	1,7 %	9,4
45,0	148		
50,0	109	1,7 %	9,3
55,0	80,8		
60,0	62,4	1,7 %	9,2
65,0	48,3		
70,0	37,9	2,1 %	9,0
75,0	30,4		
80,0	24,8	2,0 %	8,9
85,0	20,1		
90,0	16,6	2,2 %	8,8
95,0	13,9		
98,9	12,2		

Tabel 6.2.II. 1^e meetserie.

Resultaten van de meting van de binnendiameter van de experimentele warmte-wisselaar.

ΔH in 10^{-2} m	$10^{11} d^4$ in m^4	Re	$\frac{64}{Re} \frac{L}{D}$	C_w
0,61	5,89	41		
0,98	5,94	65		
1,38	5,97	90		
1,63	5,90	110		
1,78	5,87	120		
2,03	5,96	135		
2,39	5,84	160		
2,52	5,83	170	115	1,9
2,76	5,80	185		
2,95	5,90	195		
3,37	5,83	225		
3,53	5,75	235		
4,27	5,74	285		
4,67	5,73	310		
5,25	5,68	350		
5,77	5,62	375		
6,45	5,63	425		
6,90	5,64	455		
7,6	5,58	505		
8,8	5,32	580	33	3,9

Tabel 6.2.II. 2^e meetserie.

Resultaten van de meting van de binnendiameter van de experimentele warmte-wisselaar.

$10^2 \Delta H$ in m	$10^{11} d^4$ in m ⁴	Re	$\frac{64 L}{Re D}$	c_w
1,81	5,69	120		
1,90	5,86	125		
2,39	5,79	160		
2,72	5,65	180	105	5,1
3,22	5,71	210		
3,50	5,60	230		
3,98	5,56	260		
4,54	5,53	295		
4,84	5,40	315		
5,27	5,39	345		
5,80	5,40	380		
6,28	5,36	410		
6,88	5,15	450		
7,41	5,26	485		
8,00	5,21	520		
9,10	5,08	595	32	5,7
10,2	5,02	665		
10,6	5,00	695		

Tabel 6.2.II. 3^e meetserie.

Resultaten van de meting van de binnendiameter van de experimentele warmte-wisselaar.

ΔH in 10^{-2} m	$10^{11} d^4$ in m^4	Re	$\frac{64}{Re} \frac{L}{D}$	C_w
9,4	5,28	620	31	4,1
10,5	5,20	695		
11,8	5,11	780		
12,7	5,06	840		
13,7	5,03	905		
15,2	4,88	1005		
15,6	4,89	1030		
17,1	4,75	1130		
17,9	4,71	1185		
19,0	4,56	1255		
19,7	4,50	1300	14,8	5,8
21,1	4,41	1395		
21,9	4,44	1455		
23,0	4,37	1520		
24,2	4,23	1600		
25,2	4,16	1665		
26,1	4,11	1725		
26,9	4,08	1780		
27,9	4,00	1845		
29,5	3,97	1930	10,0	6,6

Tabel 6.2.III.

Gemeten en berekende waarden van de correctiefactor ψ_h .

No waarne- ming	T_1 in $^{\circ}\text{C}$	Re_1	G	T_w in $^{\circ}\text{C}$	$T_1 - \bar{T}_2$ in $^{\circ}\text{C}$	$P_1 - P_2$ in 10^5 N/m^2	impulsoverdracht		warmteoverdracht		
							$10^2 \psi_h$	$10^2 (\psi_h)_e$	$10 \psi_h^{1/3}$	$10 (\psi_h^{1/3})_e$	$10 \psi_h^{1/3}$
1	88,8	1550	555	30,2	4,1	12,1	6,9	7,5	4,1	7,7	4,3
2	87,7	1210	438	31,1	3,7	10,5	7,8	8,8	4,3	6,1	4,5
3	88,0	934	347	30,2	5,3	8,8	7,8	7,7	4,3	7,4	4,6
4	85,2	499	206	29,3	5,3	6,8	8,7	10,4	4,4	5,4	4,8
5	84,6	1450	618	24,7	3,8	17,3	5,0	5,9	3,7	7,4	3,8
6	84,0	1030	446	23,1	4,8	13,4	4,8	5,5	3,6	7,5	3,7
7	79,6	421	216	21,8	3,7	9,5	5,8	7,2	3,9	3,8	4,1
8	78,8	938	500	27,2	3,2	17,6	8,1	9,4	4,3	6,3	4,5
9	76,8	332	193	27,2	5,2	9,4	11,4	12,8	4,9	5,8	5,4
10	78,0	227	127	26,8	8,1	6,9	11,1	14,0	4,8	6,8	5,3

Tabel 6.2.III.

Gemeten en berekende waarden van de correctiefactor ψ_h .

No waar- neming.	T_1 in °C.	Re_1	σ	T_w in °C.	$T_1 - \bar{T}_2$ in °C.	$P_1 - P_2$ in 10^5 N/m^2	Impulsoverdracht		Warmteoverdracht		
							$10^2 \cdot \psi_h$	$10^2 \cdot (\psi_h)_e$	$10 \cdot \psi_h^{1/3}$	$10 \cdot (\psi_h^{1/3})_e$	$10 \cdot \psi_h^{1/3}$
11	75,4	972	594	28,7	3,0	21,9	9,9	11,1	4,6	7,3	4,8
12	74,2	645	423	27,7	3,1	17,6	10,7	11,7	4,8	6,1	5,0
13	72,0	384	275	27,1	2,6	13,4	13,0	12,9	5,1	4,0	5,4
14	73,9	232	153	26,3	6,5	9,0	12,1	14,5	5,0	6,6	5,5
15	67,2	431	423	24,2	2,1	21,8	11,6	10,6	4,9	4,0	5,1
16	67,6	332	295	23,6	3,4	17,1	11,1	11,4	4,8	5,6	5,0
17	67,9	209	182	23,1	5,9	12,8	11,3	12,9	4,8	7,1	5,1
18	66,8	103	95	22,3	8,1	8,7	13,3	15,7	5,1	6,5	5,6
19	64,5	54	57	21,8	11,1	6,6	16,3	18,4	5,5	6,9	6,6
20	63,4	393	412	23,8	1,6	25,8	11,9	12,5	4,9	3,6	5,1
21	63,8	311	330	23,4	3,1	22,3	12,4	13,0	5,0	6,0	5,3
22	63,8	216	230	22,8	5,2	17,8	12,7	13,9	5,2	7,9	5,6
23	63,1	132	146	22,2	6,0	13,4	13,6	15,5	5,1	6,8	5,7
24	61,9	62	73	21,5	9,5	8,8	17,4	19,3	5,6	7,2	6,5

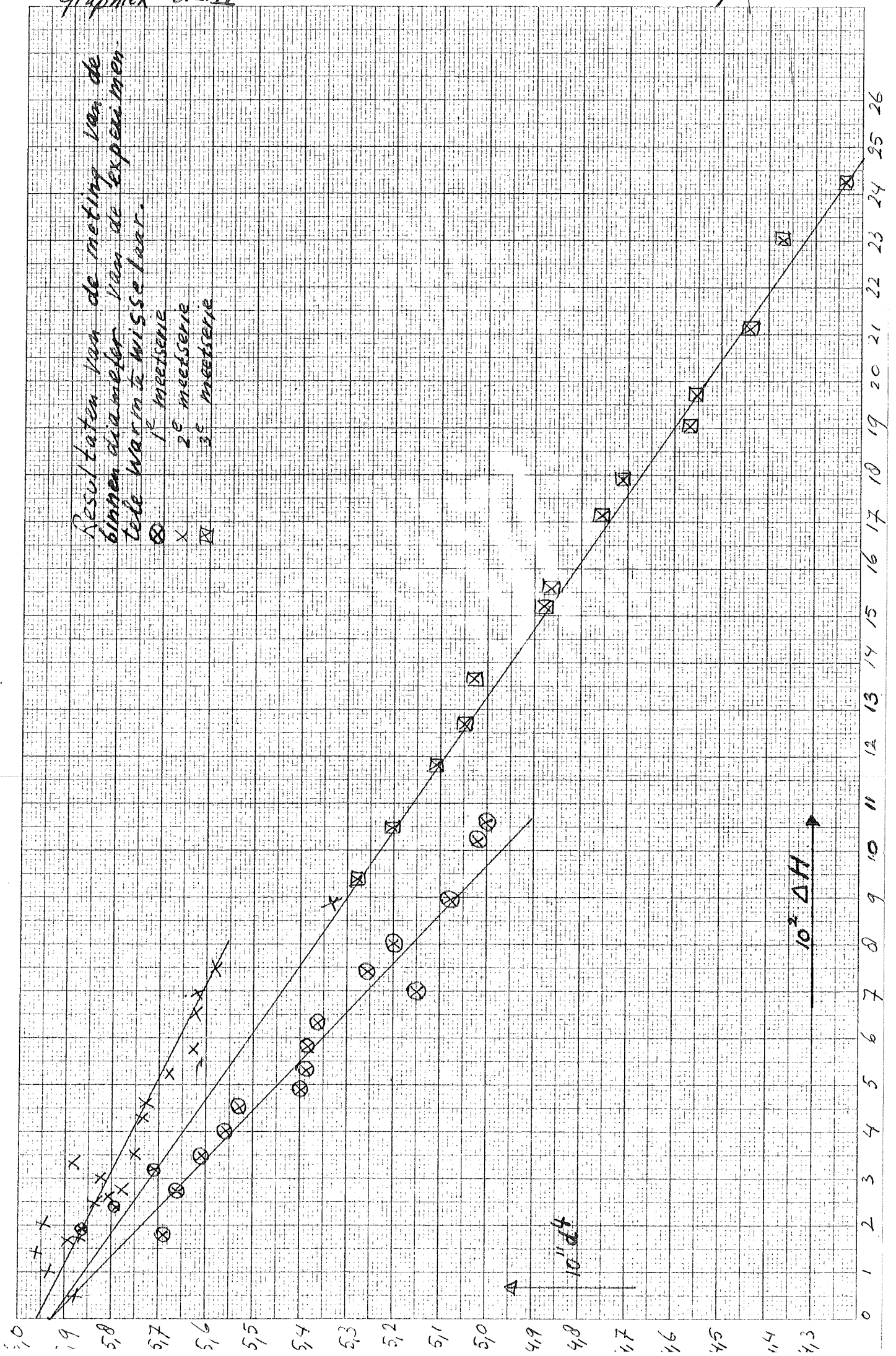
Tabel 6.2.III.

Gemeten en berekende waarden van de correctiefactor ψ_h .

No waar- neming.	T_1 in °C.	Re_1	δ	T_w in °C.	$T_1 - \bar{T}_2$ in °C.	$P_1 - P_2$ in 10^5 N/m^2	Impulsoverdracht		Warmteoverdracht		
							$10^2 \cdot \psi_h$	$10^2 \cdot (\psi_h)_e$	$10 \cdot \psi_h^{1/3}$	$10 \cdot (\psi_h)_e^{1/3}$	$10 \cdot \psi_h^{1/3}$
25	58,9	209	293	20,5	3,4	26,2	12,6	12,8	5,0	6,4	5,3
26	59,1	170	233	20,3	5,7	22,7	13,1	13,8	5,1	6,9	5,4
27	58,5	116	163	19,9	5,0	18,2	13,6	15,2	5,1	6,5	5,5
28	58,0	72	102	19,6	6,6	13,7	15,2	17,6	5,3	6,4	5,9
29	56,3	32	51	19,5	10,9	9,0	21,1	22,7	6,0	7,5	7,2
30	54,5	128	222	20,4	3,5	26,9	16,2	17,4	5,5	6,2	5,8
31	54,3	102	177	20,2	4,2	23,0	17,1	18,7	5,6	6,5	6,0
32	54,0	71	128	20,2	5,9	18,2	19,1	20,5	5,8	7,6	6,3
33	53,6	36	79	20,0	8,1	13,4	20,9	23,1	5,8	7,9	6,6
34	50,1	77	170	19,4	4,4	27,5	19,1	20,8	5,8	8,1	6,2
35	49,4	38	87	18,9	7,2	18,3	23,0	26,2	6,1	8,3	6,8
36	49,0	21	49	18,5	10,3	13,3	27,2	32,0	6,5	8,5	7,7

Resultaten van de meting van de
binnen diameter van de experimenten
tele warmte wisselaar.

⊗ 1^e meetserie
x 2^e meetserie
⊠ 3^e meetserie



De viscositeit van glycerine als functie van de temperatuur

η

10^3

10^3

10^2

10

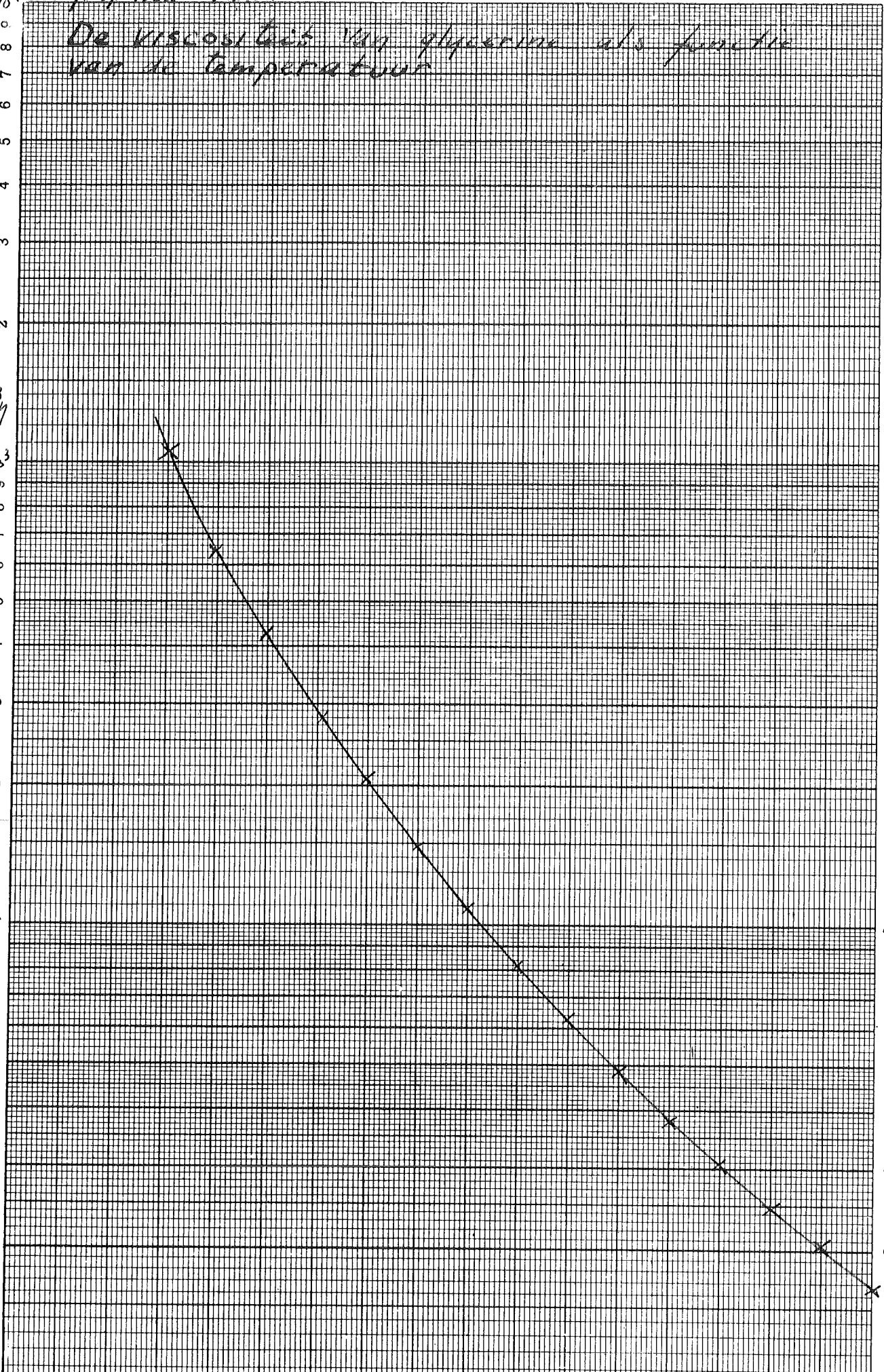
10^4

10^3

10^2

10

10 20 30 40 50 \Rightarrow 60 70 80 90



APPENDIX.7.1. Definities.

Het is nuttig de gebruikte grootheden, voor zover voor meerduidige interpretatie vatbaar, nauwkeurig te definiëren.

Onder de gemiddelde snelheid \bar{w} van de vloeistof verstaan we:

$$\bar{w} = \frac{\oint_V}{\frac{\pi}{4} D^2} = 2 \int_0^1 w y \, dy \quad (7.1.1.)$$

Onder de gemiddelde temperatuur \bar{T} van de vloeistof verstaan we:

$$\bar{T} = \frac{2 \int_0^1 w T y \, dy}{\bar{w}} = \frac{2 \int_0^1 w T y \, dy}{2 \int_0^1 w y \, dy} \quad (7.1.2.)$$

We definiëren ϕ_w'' als de plaatselijke radiale warmtestroomdichtheid op $y = 1$. Dan is de gemiddelde radiale warmtestroomdichtheid op $y = 1$:

$$\bar{\phi}_w'' = \frac{1}{L} \int_0^L \phi_w'' \, dz \quad (7.1.3.)$$

We definiëren de gemiddelde warmte-overdrachtscoëfficiënt α_m als volgt:

$$\phi_w'' = \alpha_m \left[\frac{1}{2} (T_1 + \bar{T}_2) - T_w \right] \quad (7.1.4.)$$

We definiëren de plaatselijke frictiefactor f_z :

$$-\frac{dP}{dz} = f_z \cdot \frac{1}{D} \cdot \frac{1}{2} \rho \bar{w}^2 \quad (7.1.5.)$$

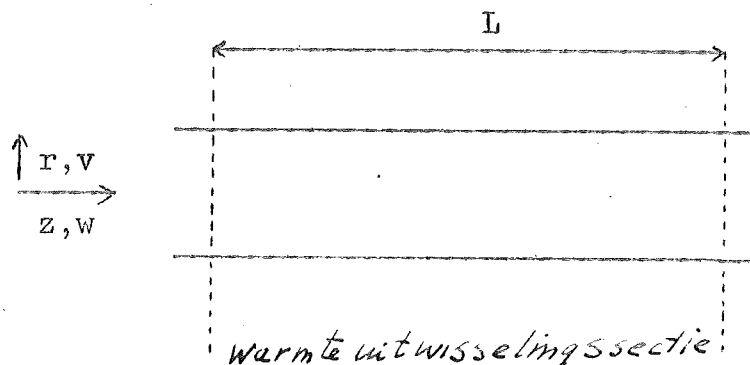
en de gemiddelde frictiefactor f_m :

$$\frac{P_1 - P_2}{L} = f_m \cdot \frac{1}{D} \cdot \frac{1}{2} \rho \bar{w}^2 \quad (7.1.6.)$$

Bij constante ρ volgt dan:

$$f_m = \frac{1}{L} \int_0^L f_z \cdot dz \quad (7.1.7.)$$

7.2. Berekening van de warmte-overdracht van een laminaire isovisceuze stroming naar een gekoelde of verhitte pijp.



Figuur 6.

We kunnen voor het stationaire rotatiesymmetrische geval de volgende vergelijkingen opschrijven. De verklaring van de symbolen vindt men in 7.3. We veronderstellen λ, ρ en C_p constant.

1. Continuïteitsvergelijking:

$$\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (7.2.1.)$$

2. Bewegingsvergelijking:

$$\begin{aligned} \rho \left(v \frac{\partial v}{\partial r} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= \eta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \\ &+ 2 \frac{\partial v}{\partial r} \frac{\partial \eta}{\partial r} + \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \frac{\partial \eta}{\partial z} \quad (7.2.2.) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho \left(v \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= \eta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \frac{dP}{dz} \\ &+ 2 \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial \eta}{\partial z} + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \frac{\partial \eta}{\partial r} \quad (7.2.3.) \end{aligned}$$

3. Energievergelijking: (met verwaarlozing van de stralingsenergie)

$$v \frac{\partial T}{\partial r} + w \frac{\partial T}{\partial z} = a \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + \eta \times$$

dissipatiefunctie. (7.2.4.)

dissipatiefunctie =

$$2 \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{v}{r} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \quad (7.2.5.)$$

We veronderstellen nu:

- $\eta = \text{constant} \quad (7.2.6.)$

- dissipatiefunctie = 0 $(7.2.7.)$

- $v = \frac{\partial v}{\partial r} = \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} = 0 \quad (7.2.8.)$

- de warmtegeleiding in axiale richting is te verwaarlozen t.o.v. de convectie in axiale richting $(7.2.9.)$

- de vloeistof komt op $z = 0$ binnen met een parabolische snelheidsverdeling $(7.2.10.)$

- $T_w = \text{constant} \quad (7.2.11.)$

Uit de bewegingsvergelijking en de continuïteitsvergelijking vinden we nu de parabolische snelheidsverdeling:

$$w = 2 \bar{w} (1 - y^2) \quad (7.2.12.)$$

De energievergelijking wordt nu:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{1}{y} \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{2 \bar{w} R^2}{a} (1 - y^2) \frac{\partial T}{\partial z} \quad (7.2.13.)$$

met randcondities: $z = 0 \quad T = T_1 \quad (7.2.14.)$

$y = 1 \quad T = T_w \quad (7.2.15.)$

$y = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (7.2.16.)$

Na scheiding van de variabelen vinden we dan als algemene oplossing:

$$-2 \mu_i^2 \frac{a}{\bar{w} D} \frac{z}{D}$$

$$\frac{T_w - T}{T_w - T_1} = \sum_{i=1}^{\infty} A_i e^{\mu_i^2 \frac{a}{\bar{w} D} \frac{z}{D}} \phi_i(y) \quad (7.2.17.)$$

De constanten A_i , de eigenwaarden μ_i en de eigenfunctie $\phi_i(y)$ vinden we uit de differentiaalvergelijking:

$$\frac{d^2 \phi_i}{dy^2} + \frac{1}{y} \frac{d \phi_i}{dy} + \mu_i^2 (1-y^2) \phi_i = 0 \quad (7.2.18.)$$

met randcondities: $\sum_{i=1}^{\infty} A_i \phi_i(y) = 1$ (7.2.19.)

$$\phi_i(1) = 0 \quad (7.2.20.)$$

$$\left. \frac{d \phi_i(y)}{dy} \right|_{y=0} = 0 \quad (7.2.21.)$$

Deze differentiaalvergelijking met randvoorwaarden is van het type Sturm-Liouville.

D.w.z.:

$$\int_0^1 \phi_i \phi_j (1-y^2) y dy = 0 ; i \neq j \quad (7.2.22.)$$

Nu volgt door vermenigvuldiging van de beide zijden van randvoorwaarde (7.2.19) met $y(1-y^2) \phi_i(y)$ en integratie van 0 tot 1 :

$$A_i = \frac{\int_0^1 \phi_i(y) (1-y^2) y dy}{\int_0^1 \{\phi_i(y)\}^2 (1-y^2) y dy} \quad (7.2.23.)$$

Graetz bewees het theorema:

$$\int_0^1 \{\phi_i(y)\}^2 y(1-y^2) dy = \frac{1}{2 \mu_i} \left[\left(\frac{\partial \phi_i}{\partial \mu_i} \right)_{y=1} \cdot \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial y} \right)_{y=1} \right] \quad (7.2.24.)$$

We herschrijven de differentiaalvergelijking (7.2.18.):

$$\phi_i(y) y(1-y^2) dy = - \frac{1}{\mu_i^2} \frac{d}{dy} \left(y \frac{\partial \phi_i(y)}{\partial y} \right) \quad (7.2.25.)$$

en integreren van 0 tot 1 :

$$\int_0^1 \phi_i(y) y(1-y^2) dy = - \frac{1}{\mu_i^2} \left(\frac{\partial \phi_i(y)}{\partial y} \right)_{y=1} \quad (7.2.26.)$$

Uit (7.2.23.), (7.2.24.) en (7.2.26.) volgt nu :

$$\Lambda_i = - \frac{2}{\mu_i \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial \mu_i} \right)_{y=1}} \quad (7.2.27.)$$

Stel nu :

$$\phi_i(y) = \sum_{m=0}^{\infty} a_{i, 2m} y^{2m} \quad (7.2.28.)$$

Door deze formule in (7.2.18.) te substitueren en de coëfficiënten van gelijke machten van y gelijk aan nul te stellen verkrijgt men de recursieformules:

$$a_{i, 2} = - \frac{1}{4} \mu_i^2 a_{i, 0} \quad (7.2.29.)$$

$$\frac{(2m)^2}{\mu_i^2} a_{i, 2m} = a_{i, 2m-4} - a_{i, 2m-2} \quad (7.2.30.)$$

We krijgen een geschikte oplossing als we $a_{i, 0} = 1$ stellen. (7.2.31.)

De randvoorwaarde (7.2.20.) wordt nu:

$$\phi_i(1) = \sum_{m=0}^{\infty} a_{i, 2m} = 0 \quad (7.2.32.)$$

Substitutie van de coëfficiënten $a_{i, 2m}$ in (7.2.31.) levert een veelterm in μ_i op:

$$\sum_{m=0}^{\infty} a_{i, 2m} = \sum_{n=0}^{\infty} b_{2n} \mu_i^{2n} = 0 \quad (7.2.33.)$$

Uit deze veelterm kan ik de wortels μ_i bepalen. Substitutie van μ_i in de recursieformules levert de coëfficiënten $a_{i, 2m}$ op.

Tenslotte vindt ik uit (7.2.28.):

$$\left(\frac{\partial \phi_i}{\partial \mu_i} \right)_{y=1} = \sum_{n=0}^{\infty} 2n b_{2n} \mu_i^{2n-1} \quad (7.2.34.)$$

Λ_i volgt nu uit (7.2.27.) en (7.2.34.).

Het is een uitgebreid werk de constanten b_{2n} , μ_i , $a_{i,2m}$ en tenslotte A_i te berekenen. Een uitvoerige lijst met auteurs die zich met deze arbeid hebben belast vindt men in <6> en <10>. Voor uitvoerige tabellen van b_{2n} en $a_{i,2m}$ t/m $i = 4$, $n = 18$ en $m = 34$ verwijs ik naar <3>. In <10> kan men een berekening van A_i , μ_i en $\left(\frac{d\phi_i}{dy}\right)_{y=1}$ t/m $i = 11$ en een tabel van de numerieke waarden van $\phi_i(y)$ t/m $i = 6$ voor waarden van y tussen 0 en 1 met tussenafstand van 0,05 aantreffen, nauwkeurig t/m de tiende decimaal. In tabel 7.6.I. heb ik de resultaten uit <3> vermeld, alhoewel deze minder nauwkeurig zijn dan de in <10> gepubliceerde. In <3> n.l. zijn met behulp van deze minder nauwkeurige waarden enkele functies numeriek uitgewerkt die van belang zijn voor mijn probleem. In 7.4. blijkt, dat een grotere nauwkeurigheid dan de in <3> gebodene geheel overbodig is.

De gemiddelde temperatuur op $z = L$:

$$\frac{\bar{T}_2 - T_w}{T_1 - T_w} = 4 \int_0^1 \left[\sum_{i=1}^{\infty} A_i e^{-\frac{2\mu_i^2}{6}} \phi_i(y) \right] y(1-y^2) dy \quad (7.2.35.)$$

Uit (7.2.26.) volgt dan:

$$F_1(\epsilon) = \frac{\bar{T}_2 - T_w}{T_1 - T_w} = -4 \sum_{i=0}^{\infty} \frac{A_i}{\mu_i^2} \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial y} \right)_{y=1} e^{-\frac{2\mu_i^2}{6}} \quad (7.2.36.)$$

De coëfficiënten $-4 \frac{A_i}{\mu_i^2} \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial y} \right)_{y=1}$ volgen uit de formule (7.2.28.).

$$-4 \frac{A_i}{\mu_i^2} \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial y} \right)_{y=1} = -\frac{4 A_i}{\mu_i^2} \sum_{m=0}^{\infty} 2^m a_{i,2m} \quad (7.2.37.)$$

De coëfficiënten zijn getabelleerd in tabel (7.6.I.).

Een energiebalans over de warmtewisselaar geeft:

$$\phi_w'' = \frac{\bar{w} D \rho C_p}{4 L} (T_1 - \bar{T}_2) \quad (7.2.38.)$$

Uit (7.2.36) volgt nu:

$$\phi_w'' = \frac{\bar{w} D \rho C_p}{4 L} (T_1 - T_w) \left[1 - F_1(\epsilon) \right] \quad (7.2.39.)$$

Uit (7.1.4.), (7.2.36) en (7.2.39.) volgt nu:

$$\frac{\alpha_m D}{\lambda} = \frac{\sigma}{2} \frac{1 - F_1(\sigma)}{1 + F_1(\sigma)} \quad (7.2.40.)$$

In tabel 7.6.III. (uit <3>) vinden we tot $\sigma = 400$ de exacte waarden van $F_1(\sigma)$ en $\frac{\alpha_m D}{\lambda}$ uitgerkend.

De frictiefactor is in het isovisceuze geval eenvoudig:

$$f_m = 64/Re \quad (7.2.41.)$$

7.3. Benaderde berekening van de warmte-overdracht van een laminaire isovisceuze stroming naar een gekoelde of verhitte pijp.

Indien $\sigma = Pe \frac{D}{z}$ zeer groot is zouden we veel termen in de reeks (7.2.17) moeten berekenen om een bepaalde nauwkeurigheid te berekenen. Dit is een moeizame arbeid. Lévêque <4> ontwikkelde een benadering, uitgaande van de fysische overweging, dat voor zeer grote σ_z de temperatuur van de vloeistof praktisch onveranderd zal blijven, uitgezonderd een zeer dunne laag tegen de pijpwand. We benaderen in deze dunne laag de parabolische snelheidsverdeling door de raaklijn aan de parabool in $y = 1$. Tevens veronderstellen we in deze dunne laag de warmte-uitbreiding ééndimensionaal. We substitueren $1 - y = x$.

De snelheidsverdeling bij de wand wordt nu:

$$w = 4 \bar{w} x \quad (7.3.1.)$$

De energie vergelijking schrijven we nu:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{4 \bar{w} R^2}{a} \times \frac{\partial T}{\partial z} \quad (7.3.2.)$$

met randvoorwaarden:

$$z = 0 \quad T = T_1 \quad (7.3.3.)$$

$$x = 0 \quad T = T_w \quad (7.3.4.)$$

$$x = \infty \quad T = T_1 \quad (7.3.5.)$$

We substitueren de dimensieloze onafhankelijke variabele:

$$p = \left(\frac{4 \bar{w} R^2}{a} \right)^{1/3} \frac{x}{z^{1/3}} \quad (7.3.6.)$$

We vinden dan de vergelijking:

$$\frac{d^2 T}{d p^2} + \frac{1}{3} p^2 \frac{dT}{dp} = 0 \quad (7.3.7.)$$

met randvoorwaarden:

$$p = 0 \quad T = T_w \quad (7.3.8.)$$

$$p = \infty \quad T = T_1 \quad (7.3.9.)$$

Na scheiding van de variabelen vinden we dan de oplossing:

$$\frac{T_w - T}{T_w - T_1} = \frac{\int_0^{\infty} (1-y) \left(\frac{6z}{9} \right)^{1/3} e^{-t^3} dt}{\int_0^{\infty} e^{-t^3} dt} = \frac{1}{\sqrt[4]{3}} \int_0^{\infty} (1-y) \left(\frac{6z}{9} \right)^{1/3} e^{-t^3} dt \quad (7.3.10.)$$

$$\sqrt[4]{3} = 0,89298$$

Zie tabel 7.6.II.

We vinden nu:

$$\phi_w'' = \frac{-2\lambda}{D} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=1} = \frac{2(T_1 - T_w)}{9^{1/3} \sqrt[4]{3} D} \left(\frac{6z}{9} \right)^{1/3} \quad (7.3.11.)$$

Dan is:

$$\bar{\phi}_w'' = \frac{1}{L} \int_0^L \phi_w'' dz = \frac{2^{1/3} (T_1 - T_w)}{\sqrt[4]{3} D} \left(\frac{6z}{9} \right)^{1/3} \quad (7.3.12.)$$

Nu volgt uit (7.2.38.):

$$\frac{T_w - \bar{T}_2}{T_w - T_1} = 1 - 6,460 \left(\frac{6z}{9} \right)^{-2/3} \quad (7.3.13.)$$

Nu volgt eenvoudig uit (7.1.4.), (7.3.12.) en (7.3.13.):

$$\frac{\alpha_m D}{\lambda} = \frac{1,615 \sigma^{1/3}}{1 - 3,23 \sigma^{-2/3}} \quad (7.3.14.)$$

Uit tabel 7.6.III. blijkt, dat deze benaderde oplossing bij $\sigma = 400$ nog 11% groter is dan de exacte oplossing. Uit tabel 7.6.III. blijkt tevens, dat we een heel goede benadering van de exacte waarde van $\frac{\alpha_m D}{\lambda}$ voor $\sigma > 20$ vinden indien we als oplossing introduceren:

$$\frac{\alpha_m D}{\lambda} = 1,6 \cdot \sigma^{1/3} \quad \sigma > 20 \quad (7.3.15.)$$

7.4. De frictiefactor en de warmte-overdrachtcoëfficiënt in de laminaire stroming met temperatuurafhankelijke viscositeit.

De viscositeit is een functie van de temperatuur. Met handhaving van vereenvoudigingen (7.2.7.) t/m (7.2.11.) volgt nu:

$$\text{Continuïteits-} : \bar{w} = 2 \int_0^1 w y \, dy = \text{constant.} \quad (7.4.1.)$$

$$\text{Bewegings-} : \eta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{\partial w}{\partial r} \frac{\partial z}{\partial r} = \frac{dP}{dz} \quad (7.4.2.)$$

schrijven we nu als volgt:

$$\frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta y \frac{\partial w}{\partial y} \right) = R^2 \frac{dP}{dz} \quad (7.4.3.)$$

Energievergelijking:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{1}{y} \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{w R^2}{a} \frac{\partial T}{\partial z} \quad (7.4.4.)$$

Randvoorwaarden:

$$z = 0 - \quad w = 2 \bar{w} (1 - y^2) \quad T = T_1 \quad (7.4.5.)$$

$$y = 1 \quad w = 0 \quad T = T_w \quad (7.4.6.)$$

$$y = 0 \quad \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (7.4.7.)$$

Jamagata $\langle 3 \rangle$ introduceerde de volgende benadering voor de viscositeit:

$$\eta = \frac{\eta_0}{1 + \beta T} \quad (7.4.8.)$$

Deze benadering blijkt voor glycerine slecht te voldoen.

In grafiek 7.7.I. heb ik (7.4.8.) vergeleken met de experimentele kromme. We zullen toch (7.4.8.) moeten gebruiken aangezien ingewikkelder uitdrukkingen onbruikbaar zijn.

Vergelijking (7.4.3.) 2 \times integrerende vinden we:

$$w = \frac{-D^2}{8} \frac{dP}{dz} \int_y^1 \frac{y}{\eta} dy \quad (7.4.9.)$$

Uit (7.4.1.) en (7.4.9.) volgt nu:

$$\bar{w} = \frac{-D^2}{4} \frac{dP}{dz} \int_0^1 x dx \int_x^1 \frac{y}{\eta} dy \quad (7.4.10.)$$

Na partiële integratie vinden we:

$$\bar{w} = \frac{-D^2}{8} \frac{dP}{dz} \int_0^1 \frac{y^3}{\eta} dy \quad (7.4.11.)$$

Door eliminatie van dP/dz uit (7.4.9.) en (7.4.11.) volgt de nieuwe bewegingsvergelijking:

$$w = \bar{w} \frac{\int_y^1 \frac{y}{\eta} dy}{\int_0^1 \frac{y^3}{\eta} dy} \quad (7.4.12.)$$

Met (7.4.8.) volgt dan:

$$w = \bar{w} \frac{\int_y^1 (1 + \beta T) y dy}{\int_0^1 (1 + \beta T) y^3 dy} \quad (7.4.13.)$$

Uit (7.4.12.) volgt:

$$\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_{y=1} = - \frac{\bar{w}}{\eta_w \int_0^1 \frac{y^3}{\eta} dy} \quad (7.4.14.)$$

We definiëren:

$$\psi_z = \frac{1}{4 \eta_w \int_0^1 \frac{y^3}{\eta} dy} \quad (7.4.15.)$$

Substitutie van de snelheidsverdeling (7.4.13.) in de energievergelijking (7.4.4.) levert een onoplosbare integraal-differentiaalvergelijking op.

Yamagata <3> gebruikte met succes de hierna volgende iteratieve methode om de energievergelijking en bewegingsvergelijking simultaan op te lossen.

We beschouwen de parabolische snelheidsverdeling voor de isotherme stroming als een eerste benaderde oplossing van de bewegingsvergelijking. Door substitutie van deze snelheidsverdeling in de energievergelijking volgt de eerste benadering van de temperatuurverdeling. Dit probleem is geheel uitgewerkt in 7.2. en 7.3. Teneinde een tweede benadering voor de snelheidsverdeling te krijgen substitueren we in de bewegingsvergelijking (7.4.12.) de eerste benadering van de temperatuurverdeling (7.2.17.). We kunnen nu schrijven, gebruikmakende van (7.4.15.):

$$\psi_z = \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{\eta_w}{\eta_1}\right) F_2(\sigma_z)} \quad (7.4.16.)$$

waarin:

$$F_2(\sigma_z) = 4 \sum_{i=1}^{\infty} A_i e^{-\frac{2\mu_i^2}{\sigma_z}} \int_0^1 y^3 \phi_{i,1}(y) dy \quad (7.4.17.)$$

Uit (7.2.28.) volgt nu:

$$F_2(\mathfrak{G}_z) = 4 \sum_{i=1}^{\infty} A_i \frac{a_{i, 2m}}{2m+4} e^{-\frac{2\mu_i^2}{\mathfrak{G}_z}} \quad (7.4.18.)$$

De coëfficiënten $A_i \frac{a_{i, 2m}}{2m+4}$ zijn getabelleerd in 7.6.IV. tot en met $i=4$.

Indien \mathfrak{G}_z zeer groot is substitueren we in (7.4.12.) de benaderde eerste benadering van de temperatuurverdeling (7.3.10.).

Dan is:

$$F_2(\mathfrak{G}_z) = \frac{4}{\sqrt{\frac{4}{3}}} \int_0^1 y^3 dy \int_0^{(1-y)(\frac{\mathfrak{G}_z}{9})^{1/3}} e^{-t^3} dt \quad (7.4.19.)$$

We verwisselen de volgorde van integratie:

$$F_2(\mathfrak{G}_z) = \frac{4}{\sqrt{\frac{4}{3}}} \left(1 - \frac{\eta_w}{\eta_1}\right) \int_0^{(\frac{\mathfrak{G}_z}{9})^{1/3}} e^{-t^3} dt \int_0^{1 - (\frac{9}{\mathfrak{G}_z})^{1/3} t} y^3 dy \quad (7.4.20.)$$

Yamagata berekende deze integraal door reeksontwikkeling van

$$e^{-t^3} \text{ en } \left[1 - \left(\frac{9}{\mathfrak{G}_z}\right)^{1/3} t\right]^4 \text{ in machten van } t.$$

Hij berekende de eerste vier termen van de algemene oplossing:

$$F_2(\mathfrak{G}_z) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{C_i}{\mathfrak{G}_z^{i/3}} \quad (7.4.21.)$$

De coëfficiënten C_i zijn getabelleerd tot en met $i=4$ in 7.6.IV. De reeksontwikkeling (7.4.18.) blijkt nauwkeurig voor $\mathfrak{G}_z < 200$ en (7.4.21.) voor $\mathfrak{G}_z > 1000$. De tussenliggende waarden van $F_2(\mathfrak{G}_z)$ werden door grafische interpolatie gevonden. Tabel 7.6.IV. en grafiek 7.7.II. geven een inzicht in het verloop van $F_2(\mathfrak{G}_z)$.

Uit (7.4.11.) en (7.4.15.) vinden we:

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{32 \bar{w} \eta_w}{D^2} \Psi_z \quad (7.4.22.)$$

Uit (7.1.5.) en (7.4.22.) volgt dan:

$$f_z = \frac{64 \eta_w}{\rho \bar{w} D} \Psi_z = \frac{64}{Re_w} \Psi_z \quad (7.4.23.)$$

Het is dus niet nodig gebleken de snelheidsverdeling precies uit te rekenen om de frictiefactor te berekenen. De gemiddelde frictiefactor vinden we uit: (7.1.7.), (7.4.23.) en (7.4.16.):

$$f_m = \frac{1}{L} \int_0^L f_z dz = \frac{64}{Re_w} \mathcal{G} \int_{\mathcal{G}}^{\infty} \frac{d \mathcal{G}_z}{\mathcal{G}_z^2 \left[1 - \left(1 - \frac{\eta_w}{\eta_1} \right) F_2(\mathcal{G}_z) \right]} \quad (7.4.24)$$

Deze integratie is analytisch niet uitvoerbaar. We kunnen echter na langdurige inspanning bewijzen, dat de invloed van \mathcal{G}_z^2 in de noemer bij groeiende \mathcal{G}_z zo snel t.o.v. $F_2(\mathcal{G}_z)$ in betekenis groeit, dat $F_2(\mathcal{G}_z)$ alleen een rol speelt vlak bij de ondergrens \mathcal{G} van de integraal.

We mogen dan voor $\mathcal{G} > 20$ schrijven:

$$f_m = \frac{64}{Re_w} \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{\eta_w}{\eta_1} \right) F_2(\mathcal{G})} = \frac{64}{Re_w} \Psi_h \quad (7.4.25.)$$

Indien we de in tweede benadering berekende snelheidsverdeling in de energievergelijking zouden substitueren zouden we de tweede benadering voor de temperatuurverdeling vinden. Het is duidelijk, dat de ingewikkelde uitdrukking van deze snelheidsverdeling - waarvan we slechts een gedeelte hebben uitgerekend - een integratie van de energievergelijking onuitvoerbaar maakt. We zullen dus moeten volstaan met een benaderde berekening.

We benaderen de snelheidsverdeling in een dunne laag bij de wand door de raaklijn op $y=1$.

Nu is volgens (7.4.14.) en (7.4.15.):

$$\left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_{y=1} = 4 \bar{w} \Psi_z \quad \text{met } w = 0 \quad \text{voor } y = 1. \quad (7.4.26.)$$

Een lineaire snelheidsverdeling aannemende volgt:

$$w = 4 \bar{w} \varphi_z (1 - y) \quad (7.4.27.)$$

Voor voldoende grote \mathcal{G}_z zal de warmte-overdracht groten-deels in deze dunne laag plaatsvinden. (Benadering van Lévêque). We beschrijven de warmte-overdracht weer door een 1-dimensionale energievergelijking waarin we de snelheidsverdeling (7.4.27.) substitueren. Stel weer $x = 1 - y$.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{4 \bar{w} \varphi_z R^2 x}{a} \frac{\partial T}{\partial z} \quad (7.4.28.)$$

$$\text{Met randvoorwaarden: } z = 0 \quad T = T_1 \quad (7.4.29.)$$

$$x = 0 \quad T = T_w \quad (7.4.30.)$$

$$x = \infty \quad T = T_1 \quad (7.4.31.)$$

We vinden nu dezelfde warmte-overdrachtcoëfficiënt als in (7.6.14.) indien we \bar{w} vervangen door $\bar{w} \varphi_m$:

$$\varphi_m = \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{\eta_w}{\eta_1}\right) F_2\left(\frac{\mathcal{G}}{\epsilon}\right)} \quad (7.4.32.)$$

In deze relatie is ϵ een factor die de aldus verkregen gemiddelde warmte-overdrachtcoëfficiënt gelijk maakt aan de werkelijke gemiddelde coëfficiënt verkregen door correcte oplossing van (7.4.28.).

Daar φ_z in de correcte oplossing van (7.4.28) weer in integraal-vorm als in (7.4.24.) moet voorkomen ligt het voor de hand in (7.4.32.) $\epsilon = 1$ te stellen evenals we in (7.4.24) \mathcal{G}_z in $F_2(\mathcal{G}_z)$ door \mathcal{G} vervangen. De warmte-overdrachtcoëfficiënt wordt nu: (voor grote \mathcal{G}):

$$\frac{\alpha_m D}{\lambda} = \frac{1,615 (\mathcal{G} \varphi_h)^{1/3}}{1 - 3,23 (\mathcal{G} \varphi_h)^{-2/3}} \quad (7.4.33.)$$

Indien we voor de kleine waarden van \mathcal{G} waarvoor Lévêque's benadering niet meer geldt \bar{w} vervangen door $\bar{w} \varphi_h$ in vergelijking (7.2.40.) die voor kleine \mathcal{G} in het isovisceuze geval wel exact geldt zal het resultaat een goede benadering zijn van de exacte α_m voor de niet isovisceuze

stroming. Behalve voor de zeer kleine waarden van \mathcal{G} waarvoor de benadering van L ev eque en de exacte oplossing voor het isovisceuze geval een geheel verschillend karakter vertonen. Stel $\mathcal{G} > 20$. We vinden dus nu:

$$\frac{\alpha_m^D}{\lambda} = \frac{\mathcal{G} \varphi_h}{2} \frac{1 - F_1(\mathcal{G} \varphi_h)}{1 + F_1(\mathcal{G} \varphi_h)} \quad \mathcal{G} > 20 \quad (7.4.34.)$$

Evenals in (7.6.15.) vinden we nu voor de α_m de benadering:

$$\frac{\alpha_m^D}{\lambda} = 1,6 (\mathcal{G} \varphi_h)^{1/3} \quad \mathcal{G} > 20 \quad (7.4.35.)$$

Uit (7.1.4.), (7.2.38.) en (7.4.35.) volgt nu de relatie:

$$T_1 - \bar{T}_2 = 1,6 \left[2 (T_1 + \bar{T}_2) - 4 T_w \right] \varphi_h^{1/3} \mathcal{G}^{-2/3} \quad (7.4.36.)$$

Deze relatie is belangrijk indien we een warmtewisselaar die bedreven wordt in het laminaire gebied willen dimensioneren.

7.5. Empirische gegevens over de invloed van de vrije convectie.

Het effect op de warmte-overdrachtco effici ent en de frictiefactor van de vrije convectie blijkt niet in alle gevallen verwaarloosbaar te zijn.

We voegen aan de frictiefactor (7.4.25.) een correctiefactor β en aan de warmte-overdrachtco effici ent (7.4.35.) een correctiefactor γ toe. Uitgaande van de veronderstelling, dat het verschil tussen theorie en experiment veroorzaakt wordt door vrije convectie bleek het Yamagata <3> mogelijk β en γ als functie van Gr.Pr. te berekenen.

Hij vond:

$$\beta = 1 + 0,00018 (\text{Gr.Pr.})^{0,5} \quad (7.5.1.)$$

$$\gamma = 1 + k \mathcal{G}^{-0,75} (\text{Gr.Pr.})^{0,33} \quad (7.5.2.)$$

waarin: $k = 0,27$ in geval van verhitting.

$k = 0,94$ in geval van afkoeling.

We dienen met deze semi-empirische formule voorzichtig te zijn, omdat deze formule slechts enkele proeven met een

gering aantal vloeistoffen met grotere diameters vrij on nauw-
keurig correleert. Zie verder <3> .

7.6. Tabellen.

Tabel 7.6.I.

i	μ_i	$2 \mu_i^2$	A_i	$\frac{-4 A_i}{\mu_i^2} \left(\frac{d \phi_i(y)}{dy} \right)_{y=1}$
1	2,704365	14,627	+ 1,47643	0,81906
2	6,67903	89,22	- 0,80612	0,09753
3	10,67340	227,8	+ 0,58877	0,03250
4	14,6712	430,4	- 0,4758	0,0155

Tabel 7.6.II.

(uit < 3 >).

We tabelleren hier de benaderde oplossing voor de temperatuur-verdeling in de isovisceuze laminaire stroming.

$$\frac{T_w - T}{T_w - T_1} = \frac{\int_0^y (1-y) \left(\frac{6z}{9}\right)^{1/3} e^{-t^3} dt}{\int_0^1 (1-y) \left(\frac{6z}{9}\right)^{1/3} e^{-t^3} dt}$$

$(1 - y) \left(\frac{6z}{9}\right)^{1/3}$	$\frac{T_w - T}{T_w - T_1}$
0,0	0,0000
0,1	0,1120
0,2	0,2235
0,3	0,3337
0,4	0,4409
0,5	0,5430
0,6	0,6378
0,7	0,7228
0,8	0,7962
0,9	0,8567
1,0	0,9043
1,1	0,9395
1,2	0,9641
1,4	0,9897
1,6	0,9979
1,8	0,9997
2,0	1,0000

Tabel 7.6.III. ($F_1(\sigma)$ en $\frac{\alpha_{m_1}^D}{\lambda}$ zijn uit $\langle 3 \rangle$ overgenomen).

σ	$F_1(\sigma)$	$\frac{\alpha_{m_1}^D}{\lambda}$	$\frac{\alpha_{m_2}^D}{\lambda}$	$\frac{\alpha_{m_3}^D}{\lambda}$
1	0,000000363	0,500		1,60
2	0,000546	0,999		2,02
3	0,00625	1,48		2,31
4	0,02114	1,92		2,54
5	0,04394	2,29	- 27,5	2,73
6	0,07154	2,60		2,91
8	0,1316	3,07		3,20
10	0,1897	3,41	11,4	3,45
12	0,2421	3,66		3,57
15	0,3092	3,96		3,94
20	0,3953	4,33	7,82	4,35
30	0,5080	4,89		4,97
40	0,5788	5,34		5,46
60	0,6646	6,04		6,27
80	0,7161	6,62		6,91
100	0,7511	7,11	8,82	7,41
150	0,8049	8,11		8,50
200	0,836	8,93		9,35
300	0,872	10,3		10,7
400	0,893	11,3	12,6	11,7

$$\frac{\alpha_{m_1}^D}{\lambda} = \frac{\sigma}{2} \frac{1 - F_1(\sigma)}{1 + F_1(\sigma)}$$

$$\frac{\alpha_{m_2}^D}{\lambda} = \frac{1,615 \sigma^{1/3}}{1 - 3,23 \sigma^{-2/3}}$$

$$\frac{\alpha_{m_3}^D}{\lambda} = 1,60 \sigma^{1/3}$$

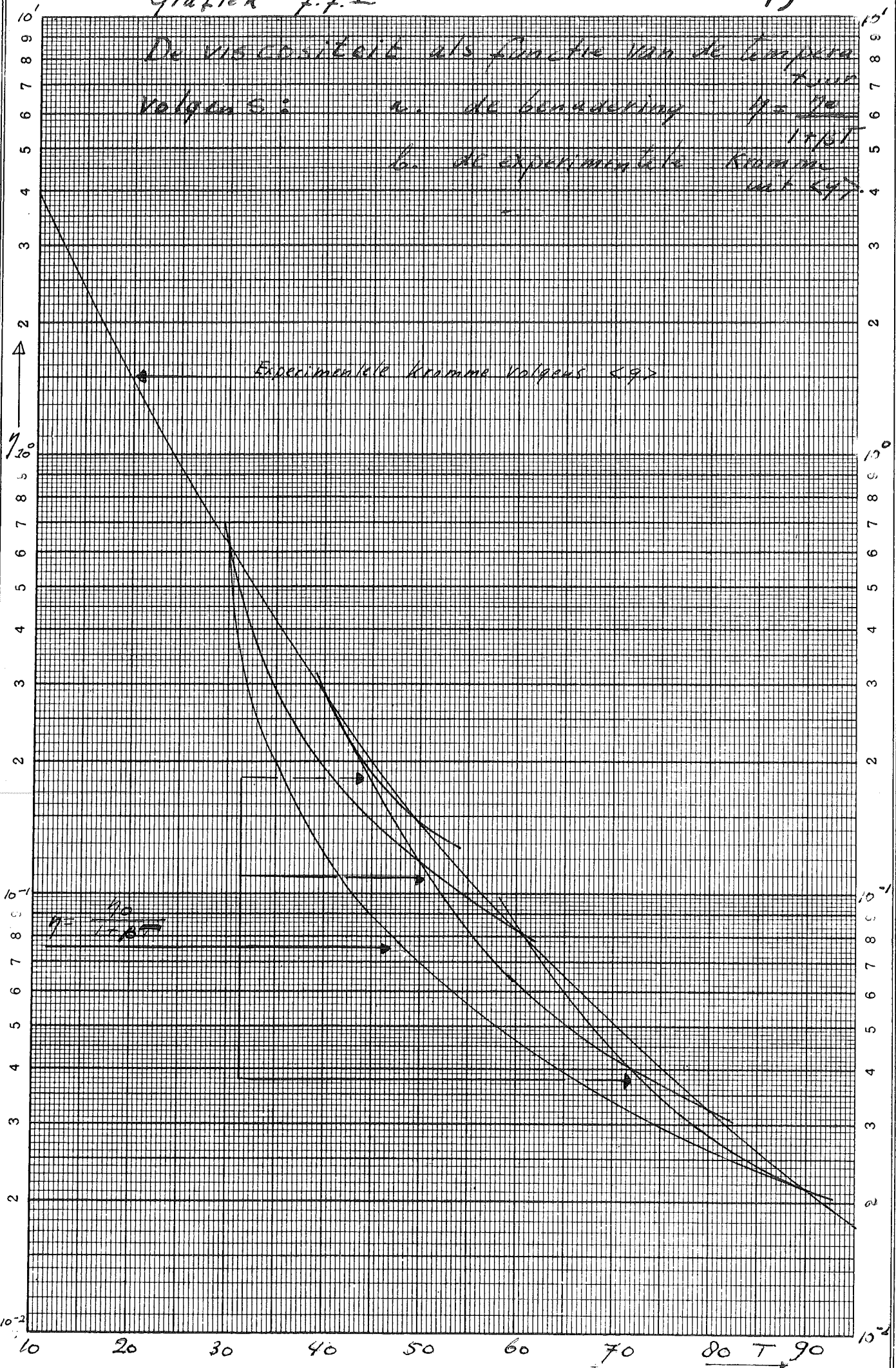
Tabel 7.6.IV. (uit < 3 >).

i	$4 A_i \frac{a_{i, 2 m}}{2 m + 4}$	C_i
0		1,000
1	0,3432	4,206
2	0,1700	9,691
3	0,0913	12,00
4	0,0578	63,1

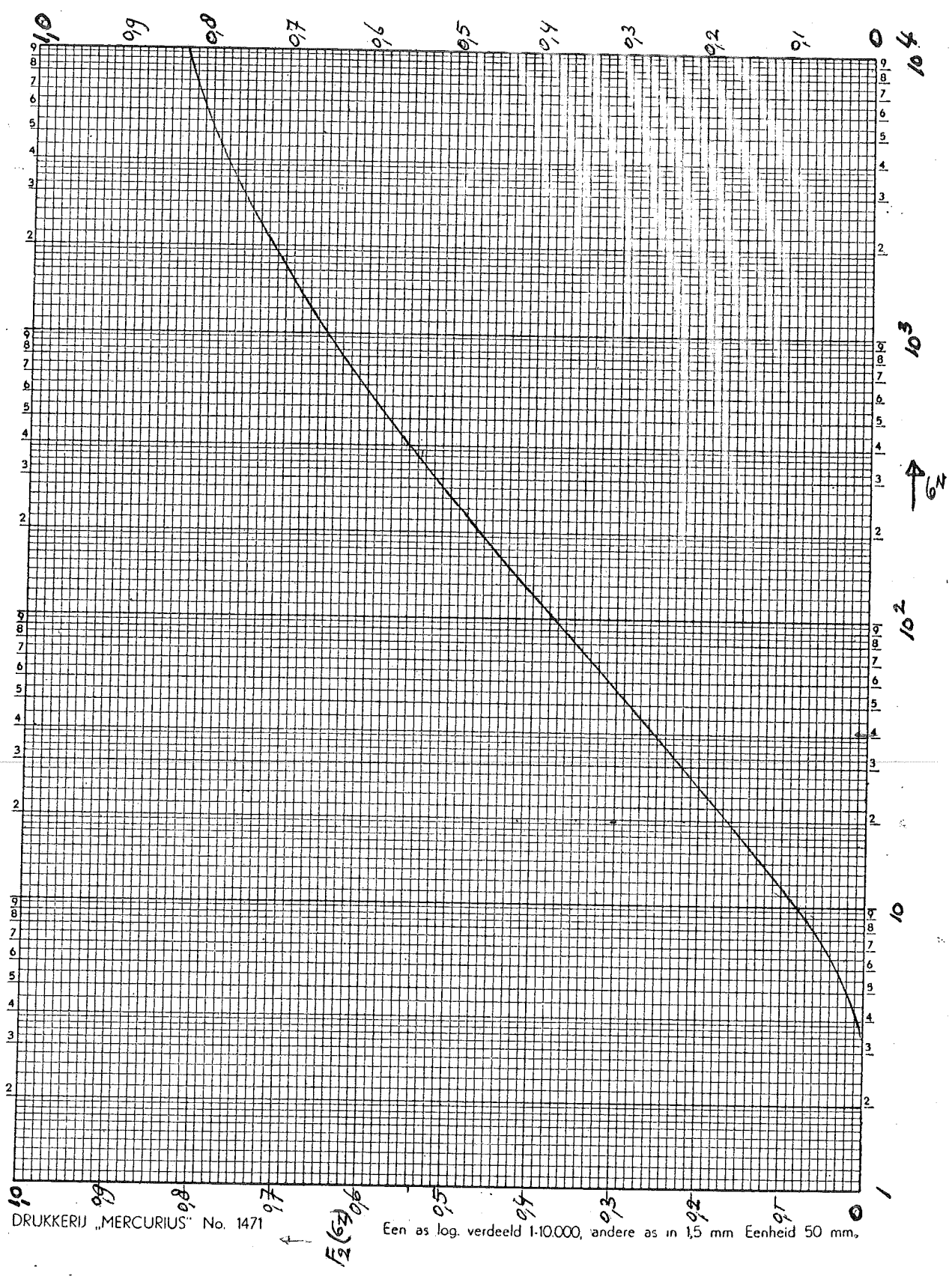
σ_z	$F_2(\sigma_z)$
0	0
1	0,000000153
2	0,000229
3	0,00262
4	0,00887
5	0,0184
6	0,0300
8	0,0551
10	0,0795
12	0,1015
15	0,1299
20	0,1671
30	0,2195
40	0,2567
60	0,3095
80	0,3471
100	0,376

σ_z	$F_2(\sigma_z)$
150	0,429
200	0,464
300	0,518
400	0,554
600	0,600
800	0,632
1000	0,655
1500	0,692
2000	0,718
3000	0,750
4000	0,770
6000	0,796
8000	0,813
10000	0,825
∞	1

De viscositeit als functie van de temperatuur
 volgen: a. de benadering $\eta = \frac{10}{T-20}$
 b. de experimentele kromme uit <9>



Grafiek 7.4.II De functie $F_2(\theta)$.



DRUKKERIJ „MERCURIUS“ No. 1471

Een as log. verdeeld 1-10.000, andere as in 1,5 mm Eenheid 50 mm.

8. Specificaties van de opstelling.

8.1. De dimensionering van de experimentele warmtewisselaar.

De experimentele warmtewisselaar is oorspronkelijk ontworpen om instabiliteiten in het omslaggebied laminair-turbulent te bekijken. Daar we rekening moesten houden met de mogelijkheid, dat met het apparaat ook warmte-overdrachtcoëfficiënten gemeten moesten kunnen worden bleek het ontwerp een moeilijke zaak. In de volgende berekeningen heb ik trachten aan te tonen, dat de in de figuur 8.8.II. aangegeven afmetingen een juist compromis vormen tussen een aantal strijdige eisen. Voor de betekenis van de symbolen zie 6.1.

De gemeten waarde van de warmte-overdrachtcoëfficiënt volgt uit (2.1.4.). De relatieve fout in α_m is ongeveer gelijk aan de relatieve meetfout in $T_1 - \bar{T}_2$, omdat de relatieve meetfout in \mathcal{G} en $\left[2 (T_1 + \bar{T}_2) - 4 T_w \right]$ klein is t.o.v. de relatieve meetfout in $T_1 - \bar{T}_2$. We zullen dus $T_1 - \bar{T}_2$ zo groot mogelijk moeten maken. Voor het temperatuursverschil $T_1 - \bar{T}_2$ mogen we volgens (7.4.36.) schrijven:

$$T_1 - \bar{T}_2 = 1,6 \left[2 (T_1 + \bar{T}_2) - 4 T_w \right] \varphi_h^{1/3} \mathcal{G}^{-2/3}$$

In geval van afkoeling wordt φ_h groter als \mathcal{G} afneemt. We mogen de relatieve verandering van $\left[2 (T_1 + \bar{T}_2) - 4 T_w \right]$ in eerste benadering t.o.v. de relatieve verandering in $T_1 - \bar{T}_2$ verwaarlozen. Nu is duidelijk, dat voor een maximale $T_1 - \bar{T}_2$ de grootte \mathcal{G} minimaal en T_1 maximaal moet worden gekozen. We willen het debiet ϕ_v klein maken, omdat we dan een kleine thermostaat, een kleine pomp en weinig glycerine nodig hebben. We zijn echter gebonden aan de eis, dat we instabiliteiten willen bekijken bij $Re_1 = 2 \cdot 10^3$. Daar hoge drukverschillen over de warmtewisselaar een speciale constructie van de pomp en de warmtewisselaar eisen wil ik geen grotere drukval dan $3 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$ toelaten.

Voor de drukval mogen we volgens (7.4.25.) schrijven:

$$\Delta P = 32 \frac{\eta_w \bar{w} L}{D^2} \varphi_h = 32 \frac{\eta_1 \eta_w Re_1 L}{\rho D^3} \varphi_h \quad (8.1.1.)$$

Tenslotte willen we stellen, dat de warmtewisselaar niet langer dan 1 meter mag worden.

Met behulp van de eis $Re_1 = 2 \cdot 10^3$ en (8.1.1.) elimineren we \bar{w} en D uit de uitdrukkingen voor ϕ_v en ϵ .

We vinden dan de eisen:

$$\phi_v = \frac{Re_1 \pi \eta_1 D}{4 \rho} = \frac{\psi_h^{1/3} Re_1^{1/3} \eta_1^{1/3} \eta_w^{1/3}}{2^{1/3} \rho^{1/3}} \left(\frac{L}{\Delta P}\right)^{1/3} \text{ minimaal} \quad (8.1.2.)$$

$$\epsilon = \frac{\eta_1 Re_1 D}{\rho a L} = \frac{\psi_h^{1/3} 2^{5/3} \eta_1^{1/3} \eta_w^{1/3} Re_1^{1/3}}{\rho^{1/3} a} \left(\frac{1}{\Delta P L^2}\right)^{1/3} \text{ minimaal} \quad (8.1.3.)$$

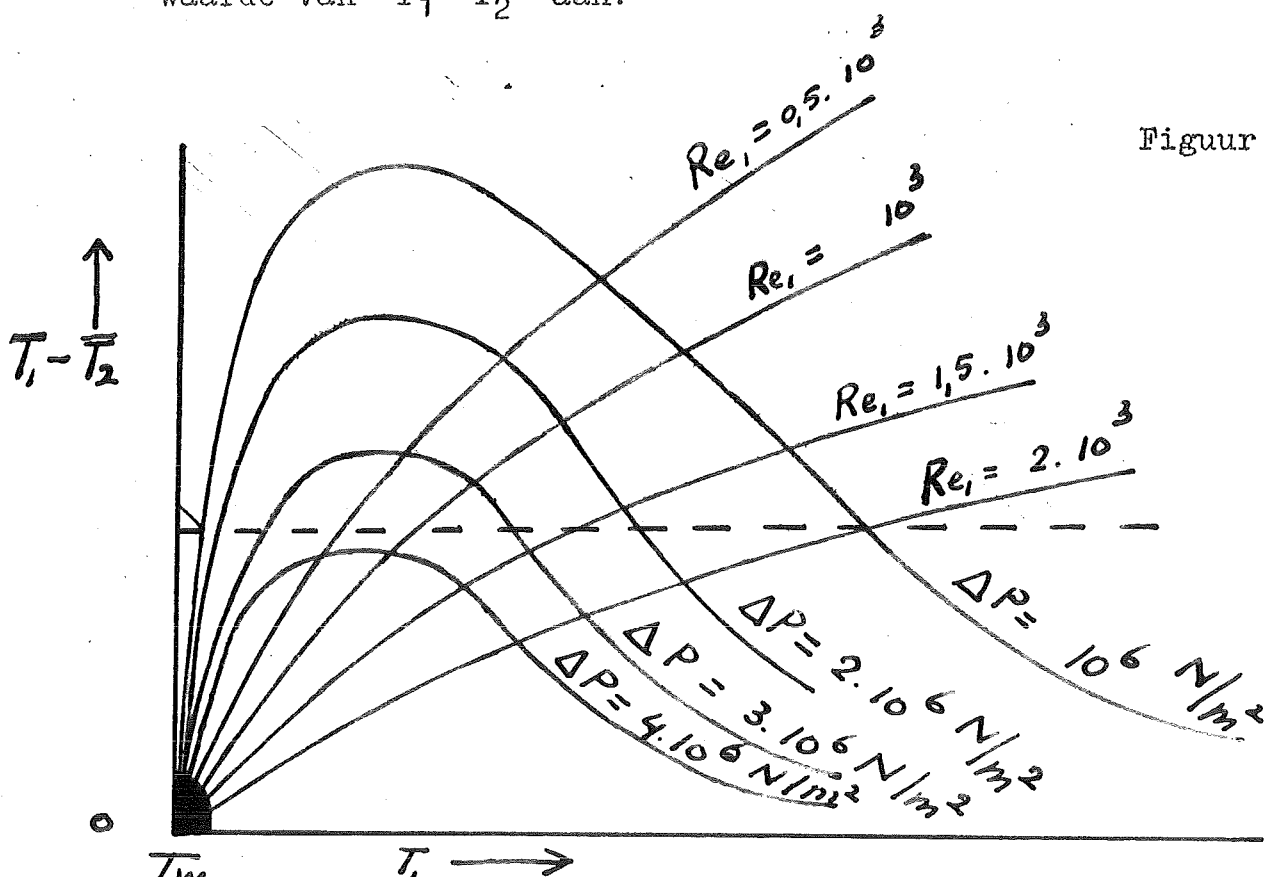
Hieruit volgt ΔP maximaal, d.w.z.: $3 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$.

Wat betreft L zijn de eisen strijdig. Indien we de maximale lengte $L = 1 \text{ m}$ invullen blijkt ϕ_v een redelijke grootte te hebben.

Daar de viscositeit van glycerine sterk temperatuurafhankelijk is rest de vraag bij welke temperatuur T_1 we $Re_1 = 2 \cdot 10^3$ zullen kiezen. Uit de formules (8.1.2.) en (8.1.3.) blijkt het gunstig de viscositeit laag en dus T_1 hoog te kiezen. Tevens zal bij hoge T_1 , d.w.z.: grote $\frac{\eta_w}{\eta_1}$ de correctieterm voor de temperatuurafhankelijkheid van η_1 de viscositeit het duidelijkst naar voren komen. Aangezien we naast de meting van de frictiefactor en de warmte-overdrachtcoëfficiënt de trillingsverschijnselen in een groot temperatuurgebied willen bekijken, heb ik T_1 niet hoger dan 75°C willen kiezen. Indien we $\psi_h = 1$ stellen (isotherm geval $T_w = T_1$) volgt de diameter eenvoudig uit (8.1.1.) $\therefore D = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$. Uit onderstaande berekende tabel kunnen we zien, dat de gevonden dimensies redelijk voldoen.

A f k o e l i n g.		Isotherm.
$T_1 - \bar{T}_2 = 0,9^\circ\text{C}$	$D = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$	$D = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$
$\frac{\alpha_m D}{\lambda} = 6,9$	$L = 1 \text{ m.}$	$L = 1 \text{ m.}$
$\alpha_m = 690$	$T_1 = 80^\circ\text{C.}$	$T_1 = 75^\circ\text{C.}$
$\pi D L \bar{\phi}_w'' = 670 \text{ J/s}$	$T_w = 25^\circ\text{C.}$	$T_w = 75^\circ\text{C.}$
	$\Delta P = 2,8 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$	$\Delta P = 3,0 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$
	$\phi_v = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{sec.}$	$\phi_v = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{sec.}$
	$Re_1 = 2 \cdot 10^3$	$Re_1 = 2 \cdot 10^3$
	$\sigma = 1,7 \cdot 10^3$	$\sigma = 2,2 \cdot 10^3$

Uit deze tabel blijkt wel, dat de meting van de warmte-overdrachtcoëfficiënt bij $T_1 = 80^\circ\text{C}$ zeer onnauwkeurig is. De meetfout in $T_1 - \bar{T}_2$ mogen we toch altijd wel op enige tienden graden stellen. In figuur 7, die (7.4.36.) en (8.1.1.) met constante T_w in beeld brengt heb ik willen aangeven wat we moeten doen om in het gebied $Re_1 = 2000$ een redelijk nauwkeurige meting van de warmte-overdrachtcoëfficiënt te kunnen verrichten. De stippellijn geeft de laagst toelaatbare waarde van $T_1 - \bar{T}_2$ aan.



Figuur 7.

Het blijkt, dat we de temperatuur T_1 zullen moeten verhogen. In figuur 7 heb ik door een arcering aangegeven in welk gebied we mogen meten. Uit de prent blijkt, dat naarmate we bij lagere Re_1 , hogere temperaturen en lagere overdrukken zullen meten, we nauwkeuriger resultaten zullen krijgen. De warmtewisselaar lijkt me een redelijk compromis tussen een aantal strijdige eisen.

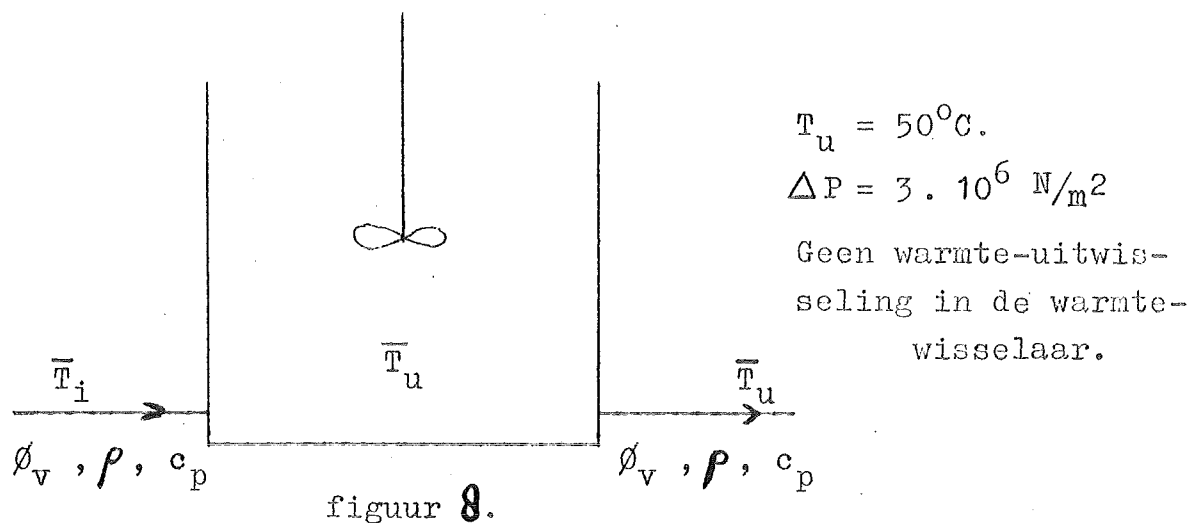
De randvoorwaarde veronderstelt op $z = 0$ een parabolische snelheidsverdeling. Een bepaalde lengte L_1 voorafgaande aan $z = 0$ is nodig om deze snelheidsverdeling zich te laten ontwikkelen. Indien $L_1/D = 0,0575 \cdot Re_1 < 11 >$ blijkt de snelheid op $y = 0$ minder dan 1 % af te wijken van de snelheid in geval van parabolische snelheidsverdeling. Dit zou in mijn geval betekenen, dat $L_1 = 3,5 \cdot 10^{-1}$ m bij $Re_1 = 2 \cdot 10^3$. In dit geval heb ik genoeg genomen met een inlooptlengte van $1,4 \cdot 10^{-1}$ m. Aan het bovenstaande criterium wordt dus pas voldaan voor $Re_1 = 840$. Dit is niet bezwaarlijk, omdat betrouwbare waarnemingen pas voor $Re_1 < 10^3$ gedaan kunnen worden. Zie voor de motivering van deze constatering 65..

Het is zonder meer duidelijk, dat de warmtestroomweerstand in de turbulente koelwaterstroming en in de ijzeren wand van de binnenbuis relatief zeer klein is. Ik laat dan ook de uitgewerkte berekening van de warmte-overdrachtcoëfficiënt in de koelwaterstroming achterwege. Het zij voldoende op te merken, dat de temperatuur van de wand van de binnenpijp altijd lager is bevonden dan 30°C . (Zie tabel 6.2.III.).

8.2. Dimensionering van de warmtewisselaar in de retourleiding.

De glycerine wordt onder een overdruk door de experimenteer warmtewisselaar en het regelventiel K_1 geperst. Dit betekent, dat een hoeveelheid mechanische energie tot warmte wordt gedegradeerd. Tevens zal het lage rendement van de pomp een temperatuurverhogend effect hebben. Daartegenover staat, dat de opstelling door vrije convectie en warmtegeleiding naar de vloer etc. warmte zal verliezen. Aangezien een preciese berekening van de netto-warmtewinst onmogelijk is heb ik gemeten hoe groot de $d\bar{T}_u/dt$ van de glycerine in de

thermostaat is onder voor de warmtewinst extreem gunstige en voor het warmteverlies extreem ongunstige omstandigheden.



Een energiebalans over de thermostaat geeft:

$$\phi_v \rho c_p (\bar{T}_i - \bar{T}_u) = V \rho c_p \frac{d\bar{T}_u}{dt}$$

Nu is : $V = 0,1 \text{ m}^3.$

$$\phi_v = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{sec}.$$

$$\frac{d\bar{T}_u}{dt} = 3,3 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}/\text{sec. (gemeten.)}$$

Dan is :

$$\bar{T}_1 - \bar{T}_u = 0,8^\circ\text{C}.$$

We moeten de glycerine dus $0,8^\circ\text{C}$ afkoelen. Voor de laminaire stroming volgt uit (7.4.36.):

$$\epsilon = 2,02 (\psi_h)^{0,5} \left[\frac{2 (T_1 + T_2) - 4 T_w}{T_1 - T_2} \right]^{3/2}$$

Stel de temperatuur van de pijpwand 25°C . Het blijkt, dat de warmteweerstand grotendeels in de glycerinestroming zit, zodat we de wandtemperatuur dicht bij de koelwatertemperatuur mogen kiezen.

$$\begin{aligned}
 \text{Nu is:} \quad T_1 - \bar{T}_2 &= 0,8^\circ\text{C.} \\
 T_w &= 25^\circ\text{C.} \\
 T_1 &= 50^\circ\text{C.} \\
 \phi_v &= 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{sec.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{We vinden dan: } \phi &= 1,1 \cdot 10^3 \\
 L &= 4,9 \text{ m.} \\
 \frac{\alpha_m D}{\lambda} &= 3,8
 \end{aligned}$$

Daar $L = 4,9 \text{ m}$ voeren we de warmtewisselaar met 7 parallelpijpen van $0,7 \text{ m}$ lengte en $8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ diameter uit (zie figuur 8.8.III.). Daar ϕ door deze maatregel niet verandert zal ook $T_1 - \bar{T}_2$ gelijk blijven. We kozen de binnendiameter $D = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$. Voor het drukverschil ΔP_1 over de warmtewisselaar en Re_1 volgt dan:

$$\Delta P_1 = 128 \frac{\eta_w \phi_v / 7 L}{\pi D^4} \quad \psi_h = 8 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

$$Re_1 = \frac{4 \phi_v \rho}{\pi D \eta_1} = 540. \quad (\text{d.w.z. de stroming is laminair.})$$

Het is zonder meer duidelijk, dat de warmtestroomweerstand in de turbulente koelwaterstroming en in de koperen wand van de pijpen relatief gering is. Ik laat dan ook de uitgewerkte berekening van de warmte-overdrachtcoëfficiënt in de koelwaterstroming achterwege. Het zij voldoende te vermelden, dat de aldus gedimensioneerde warmtewisselaar aan de gestelde eisen heeft voldaan, In figuur 8.8.III. is de warmtewisselaar geschetst.

Tenslotte resteert de vraag, waarom ik de warmtewisselaar niet in het turbulente gebied bedreven heb. De warmte-overdrachtcoëfficiënt immers zal in dat geval heel wat groter zijn, zodat het apparaat veel bescheidener afmetingen zal kunnen hebben. In de volgende globale schatting zal ik aantonen, dat we, om bij $Re_1 = 2000$ te werken, reeds een onmogelijk grote drukval ΔP_1 nodig hebben. Vergroten we

$Re_1 = \frac{4 \phi_v \rho}{\pi \eta_1 D}$ tot 2000, dan volgt (omdat ϕ_v, ρ en η_1 vast-
 liggen): $D \approx 2 \cdot 10^{-3}$ m. We vinden dan $\Delta P_1 \approx$
 $2 \cdot 10^7$ N/m². De visceuze energie dissipatie zou in dat geval
 een temperatuurverhoging van $\approx 6^\circ\text{C}$ veroorzaken. Eenmaal in
 het turbulente gebied ($Re > 2000$) aangekomen zal de drukval
 evenredig met $\approx Re_1^{1,75}$ en $T_1 - \bar{T}_2$ evenredig met $\approx Re^{0,8}$
 toenemen. Uit deze globale schattingen blijkt wel, dat het
 werken in het turbulente gebied onmogelijk is.

Werken in het laminaire gebied impliceert, dat $T_1 - \bar{T}_2$
 slechts afhangt van $\epsilon = \frac{4 \phi_v}{\pi a L}$ en niet van $Re_1 = \frac{4 \phi_v}{\pi D \eta_1}$.

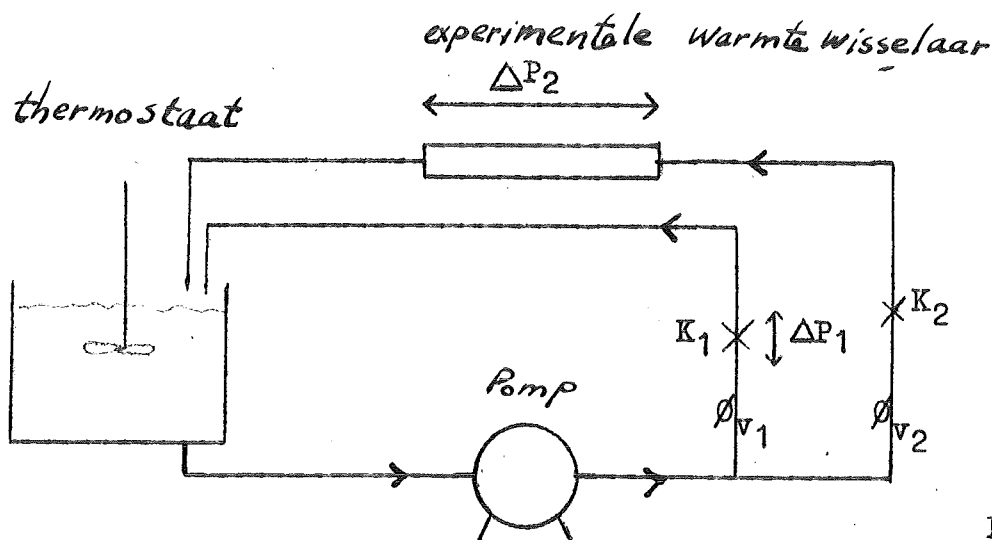
D.w.z. $T_1 - \bar{T}_2$ is onafhankelijk van de keuze van de dia-
 meter D. We zullen dus in de praktijk D zoveel beperken als
 in verband met de toelaatbare ΔP_1 mogelijk is. In dit geval
 achtte ik $\Delta P_1 = 10^5$ N/m² nog net toelaatbaar. Het blijkt dan
 bijv. nog mogelijk te solderen, hetgeen de constructie aanzien-
 lijk vereenvoudigt.

8.3. De dimensionering van de pomp.

De pomp moet voldoen aan de volgende eisen:

- a. De pomp zal een opvoerhoogte van 300 meter water moeten hebben;
- b. de pomp zal een continu debiet moeten hebben;
- c. de opvoerhoogte zal in grote mate onafhankelijk van het debiet moeten zijn.

Aan eis a. en b. voldoet slechts een tandradpomp. In tegenstelling tot eis c. is het debiet van de tandradpomp praktisch onafhankelijk van de opvoerhoogte. Teneinde nu aan eis c. te voldoen werden de dimensies van de pomp zó gekozen, dat het maximale pompdebiet 2,5 x het debiet door de experimenteer-warmtewisselaar bedraagt. Hier volgt een berekening, die aantoont, dat het drukverschil over de warmtewisselaar door deze maatregel redelijk onafhankelijk van het debiet door de warmtewisselaar is geworden.



Figuur 9 .

Regelventiel K_2 dient ter beveiliging van de manometers op de experimenteer-warmtewisselaar. Het aanzetten van de pomp gaat n.l. gepaard met een drukstoot. Tijdens het experiment staat het regelventiel K_2 geheel open. Regelventiel K_1 wordt dichtgedraaid totdat we de gewenste drukval ΔP_2 over de experimenteer-warmtewisselaar hebben. De stroming door het regelventiel is turbulent. We mogen dan voor de drukval ΔP_1 over het regelventiel schrijven:

$$\Delta P_1 = c_1 (\phi_{V_1})^2$$

Voor de tandradpomp geldt bij benadering:

$$\phi_{V_1} + \phi_{V_2} = \phi_V = \text{constant.}$$

Tevens is:

$$\Delta P_1 = \Delta P_2$$

We mogen voor de drukval over de experimenteer-warmtewisselaar nu schrijven:

$$\Delta P_2 = c_1 (\phi_V - \phi_{V_2})^2$$

We merken op, dat ΔP_2 ongevoeliger wordt voor een variatie in ϕ_{V_2} naarmate ϕ_V groter is.

We kozen: $\phi_V \approx 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{sec.}$

daar een tandradpomp met een groter debiet bij dezelfde opvoerhoogte in een veel hogere prijsklasse valt.

Daar het in 8.1. berekende maximale debiet

$$\phi_{v_2} \approx 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{sec.}$$

volgt:

$$\frac{\phi_{v_2}}{\phi_v} < \frac{2}{5}$$

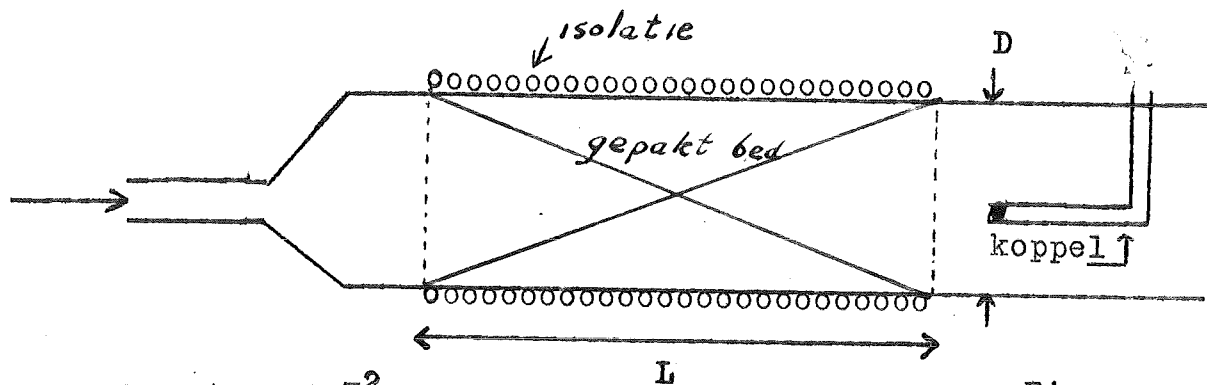
8.4. De thermostaat.

De pomp verpompt circa $4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$. Ik koos een thermostaatvat met een volume van $0,1 \text{ m}^3$. De gemiddelde verblijftijd van $2,5 \cdot 10^2 \text{ s}$. geeft de roerder gelegenheid de opgewarmde glycerine, afkomstig van het verwarmingslichaam, voldoende met de rest van de vloeistof te mengen. Een schroefroerder aangedreven door een $1/4 \text{ P.K.}$ motor zorgt voor de menging. Een contactthermometer schakelt via een relais de stroom naar behoefte in en uit. Het stookvermogen kan van 0 tot 8 KVA worden geregeld. De temperatuur van de weggepompte glycerine blijkt door deze maatregelen binnen $0,1^\circ\text{C}$ constant te blijven. Een stookvermogen van 8 KVA zorgt, dat de inhoud van het vat een temperatuur van 100°C bereikt binnen een uur. De uitgewisselde energie in de experimentele warmtewisselaar bedraagt minder dan 1 KVA, zodat het maximale stookvermogen ruim voldoende is. Het verwarmingselement is een roodkoperen spiraal, gewikkeld rond een kooi. Daar het vat van ijzer is kan gemakkelijk corrosie optreden. Zelfs de geringe ionenconcentratie in gedestilleerd water levert reeds moeilijkheden op. Ter voorkoming van corrosie is de binnenkant van het vat bestreken met een speciaal soort verf. epikote genaamd en ten overvloede zijn in het vat vier cadmiumstaven aangebracht. Zie figuur 8.8.III.

8.5. De dimensionering van het gepakte bed.

De stroming treedt uit de experimenteer-warmtewisselaar met een bepaalde temperatuur en snelheidsverdeling. Indien we de α_m experimenteel willen bepalen dienen we de gemiddelde temperatuur \bar{T}_2 aan het einde van de warmtewisselaar te meten. Teneinde de vloeistof vóór de temperatuurmeting goed te mengen wordt de vloeistof door een plastic slang

gevuld met koperwol gestuurd. Na deze kopervulling is concentrisch in de buis een thermo-element opgesteld, dat de aldus „gemiddelde” eindtemperatuur kan meten. We zullen trachten te berekenen hoe groot het verschil is tussen de aldus „gemiddelde” temperatuur en de werkelijke gemiddelde temperatuur.



$$D = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m.}$$

$$L = 1,45 \cdot 10^{-1} \text{ m.}$$

Figuur 10.

We beschrijven de werking van de koperkrullen door een effectieve radiale λ_{eff} , die veel groter zal zijn dan de moleculaire λ . We veronderstellen op $x = 0$ een propstroming $w = \bar{w}$. De gemiddelde temperatuur is nu:

$$\bar{T} = \frac{\int_0^1 T w y \, dy}{\int_0^1 w y \, dy} = 2 \int_0^1 T y \, dy \quad (8.5.1.)$$

We veronderstellen de stofconstanten onafhankelijk van temperatuur en druk en verwaarlozen de warmtegeleiding in axiale richting. Uit de continuïteitsvergelijking volgt $\bar{w} = \text{constant}$.

We noemen $\Delta T = T - \bar{T}$. De energievergelijking voor het rotatiesymmetrische en stationaire geval is:

$$\frac{\partial^2 \Delta T}{\partial y^2} + \frac{1}{y} \frac{\partial \Delta T}{\partial y} = \frac{\bar{w} R^2}{a} \frac{\partial \Delta T}{\partial x} \quad (8.5.2.)$$

$$\text{Met randvoorwaarden: } x = 0 \quad \Delta T = F(y) \quad (8.5.3.)$$

$$y = 0 \quad \frac{\partial \Delta T}{\partial y} = 0 \quad \text{eindig} \quad (8.5.4.)$$

$$y = 1 \quad \frac{\partial \Delta T}{\partial y} = 0 \quad (8.5.5.)$$

Na splitsing van variabelen volgt:

$$\Delta T = \sum_{i=1}^{\infty} e^{\frac{-4 \nu_i^2}{\phi} x} \left[c_i J_0(\nu_i y) + D_i Y_0(\nu_i y) \right] \quad (8.5.6.)$$

Uit randvoorwaarde (8.5.4.) volgt: $D_i = 0$. Uit randvoorwaarde (8.5.5.) volgt, dat de eigenwaarden ν_i de wortels zijn uit: $J_1(\nu_i) = 0$. De waarden van ν_i tot en met $i = 5$ zijn achterin deze paragraaf getabelleerd. Uit randvoorwaarde (8.5.3.) volgt:

$$F(y) = \sum_{i=1}^{\infty} c_i J_0(\nu_i y) \quad (8.5.8.)$$

Nu is de vergelijking van Bessel van het type Sturm-Liouville. Voor de nulde orde vergelijking van Bessel met randvoorwaarden (8.5.4.) en (8.5.5.) geldt dus:

$$\int_0^1 J_0(\nu_i y) J_0(\nu_j y) y dy = 0 \quad i \neq j \quad (8.5.9.)$$

Vermenigvuldiging van de beide zijden van (8.5.8.) met $y J_0(\nu_i y)$ en integratie van 0 tot 1 levert op:

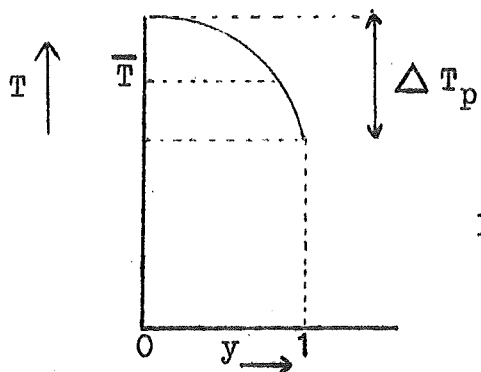
$$c_i = \frac{\int_0^1 y F(y) J_0(\nu_i y) dy}{\int_0^1 y J_0^2(\nu_i y) dy} = \frac{2 \int_0^1 y F(y) J_0(\nu_i y) dy}{J_0^2(\nu_i)} \quad (8.5.10.)$$

Voor de temperatuur op $y = 0$ en $z = L$ volgt:

$$\Delta T_m = \sum_{i=1}^{\infty} c_i e^{\frac{-4 \nu_i^2}{\phi} x} \quad (8.5.11.)$$

De temperatuurverdeling aan het eind van de warmtewisselaar zullen we niet op $x = 0$ terugvinden, omdat de buisdiameter en dus het snelheidsprofiel aan het eind van de warmtewisselaar zeer verschillen van die op $x = 0$. Aangezien we dus zeer weinig weten over de temperatuurverdeling $F(y)$ op $x = 0$, is het niet zinvol een ingewikkelde temperatuurverdeling als de Graetzverdeling op $x = 0$ aanwezig te denken. We zullen de responsie in $x = L$ op een eenvoudige parabolische en een driehoekige snelheidsverdeling in $x = 0$ uitrekenen.

Parabolische temperatuurverdeling op $x = 0$:



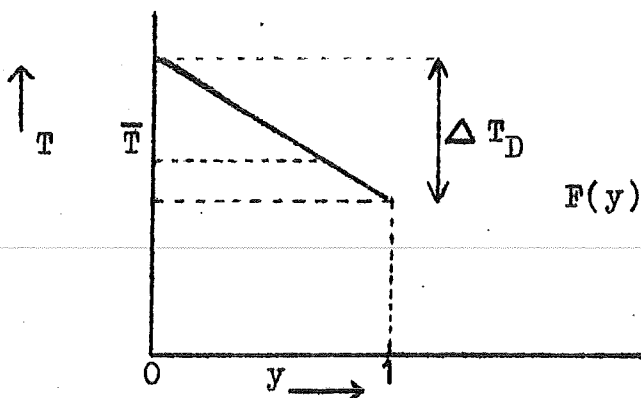
$$F(y) = \Delta T_p \left(\frac{1}{2} - y^2 \right) \quad (8.5.12.)$$

figuur // .

In dit geval wordt:

$$\Delta T_m = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{-4 \Delta T_p}{\gamma_i^2 J_0(\gamma_i)} e^{-\frac{4 \gamma_i^2}{6}} \quad (8.5.13.)$$

Driehoekige temperatuurverdeling op $x = 0$.



$$F(y) = \Delta T_D \left[\frac{2}{3} - y \right] \quad (8.5.14.)$$

figuur /2 .

In dit geval wordt:

$$\Delta T_m = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2 \Delta T_D \left[\int_0^{\gamma_i} J_0(t) dt - \gamma_i J_0(\gamma_i) \right]}{\gamma_i^3 J_0^2(\gamma_i)} e^{-\frac{4 \gamma_i^2}{6}} \quad (8.5.15.)$$

In een gepakt bed mogen we voor de effectieve radiale warmtegeleidingscoëfficiënt λ_{eff} schrijven: (uit <7>)

$$\lambda_{\text{eff}} = \lambda_m + \lambda_o \quad (8.5.16.)$$

indien we de moleculaire warmtegeleidingscoëfficiënt verwaarlozen.

Waarin : λ_m de radiale warmtegeleidingscoëfficiënt van de stromende glycerine bepaald door de mate van menging en λ_0 de warmtegeleidingscoëfficiënt van het lege bed is.

Voor de warmtegeleidingscoëfficiënt λ_m geldt:

$$\lambda_m = c_0 \bar{w} \rho c_p \quad (8.5.17.)$$

$$c_0 = 0,18 dp \quad (8.5.18).$$

Daar we in het gepakte bed koperkrullen hebben is het moeilijk een representatieve waarde voor de partikeldiameter dp op te geven. Het lijkt me niet onredelijk $dp \approx 10^{-3}$ m te veronderstellen. Van de warmtegeleidingscoëfficiënt van het lege bed λ_0 kunnen we slechts zeggen, dat deze groter zal zijn dan bij een bed met ronde deeltjes, daar het contactoppervlak van de krullen groter is dan dat van de ronde deeltjes. We schatten waarschijnlijk laag en dus veilig als we aannemen: $\lambda_{\text{eff.}} = 2 \cdot 10^{-4} \bar{w} \rho c_p$. We vinden nu bij de in de figuur aangegeven dimensies:

$$\sigma = \frac{\bar{w} D}{a} \frac{D}{L} = \frac{D^2}{c_0 L} = 7,8$$

In de tabel heb ik de coëfficiënten C_i getabelleerd tot en met $i = 5$. Aangezien de reeksen (8.5.13.) en (8.5.15.) snel convergeren is het voor deze benaderde berekeningen voldoende de eerste term te nemen. Voor de parabolische temperatuurverdeling blijkt:

$$\text{indien } \Delta T_p = 80^\circ\text{C} \quad \text{volgt} \quad \Delta T_m = 0,030^\circ\text{C}.$$

Voor de driehoekige temperatuurverdeling blijkt:

$$\text{indien } \Delta T_D = 80^\circ\text{C} \quad \text{volgt} \quad \Delta T_m = 0,027^\circ\text{C}.$$

Op grond van deze berekening blijkt, dat de door het op $y = 0$ opgestelde thermo-element een temperatuur wordt geregistreerd die maximaal $0,03^\circ\text{C}$ groter is dan de gemiddelde vloeistof-temperatuur. Het merkwaardige feit doet zich voor, dat het niet zoveel uitmaakt welke temperatuurverdeling we aan het begin van het gepakte bed opleggen. De $\lambda_{\text{eff.}}$ is wel wat groter dan we hebben verondersteld. Daar deze grootte

in de teller van de exponent van de e-macht voorkomt zal een hogere waarde van de λ_{eff} . de afwijking nog veel geringer maken. Concluderend kunnen we zeggen, dat de meting van de gemiddelde temperatuur zeer nauwkeurig is.

Tabel.

i	r_i	$\frac{4 r_i^2}{6}$	$\frac{C_i}{\Delta T_p}$	$\frac{C_i}{\Delta T_D}$
1	0	0	0	0
2	3,832	7,50	0,679	0,60
3	7,016	24,8		
4	10,174	53,1		
5	13,324	91,0		

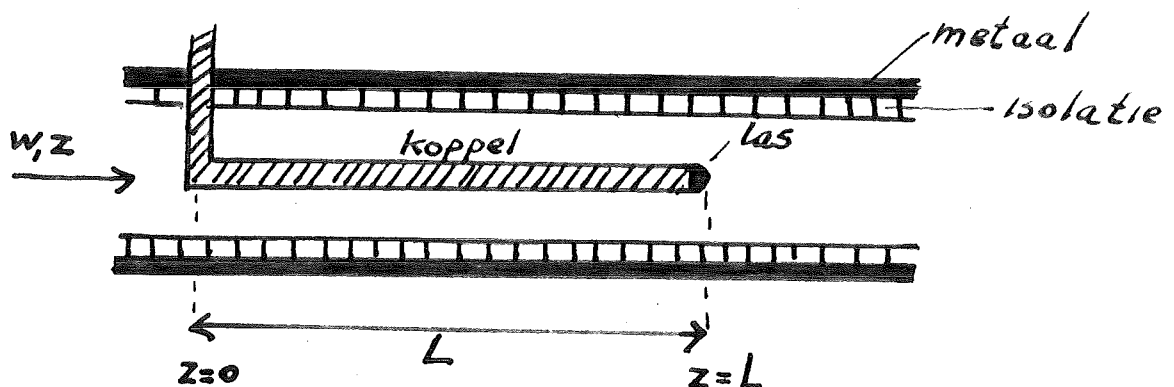
8.6. De debietmeting.

Aangezien de viscositeit van glycerine zeer groot is en bovendien sterk temperatuurafhankelijk, zijn meetflenzen en rotameters niet erg bruikbaar als debietmeters. Aangezien het debiet bij een bepaalde instelling van de regelkranen constant blijft kan ik het debiet meten door de tijd te meten waarin een bekend volume door de uitstromende glycerine gevuld wordt. Dit gebeurt met de in figuur 8.8.V. getekende apparatuur. Een druk op knop S_1 zet relais R_3 en vervolgens relais R_5 om. De door R_5 ingeschakelde motor verzet de schuif en de glycerine stroomt het tankje binnen. De in het peilglas opstijgende glycerine zal de capaciteit van de condensator C_2 gevormd door een metalen staaf in het peilglas en een metalen strip rond het peilglas vergroten, aangezien de diëlectrische constante van glycerine groter dan die van lucht is. Overschrijdt deze capaciteit een zeer bepaalde waarde, d.w.z. passeert de vloeistof een zeer bepaalde plaats in het peilglas, dan wordt relais R_2 omgezet en dus de klok ingeschakeld. De klok blijft lopen totdat de opstijgende glycerine relais R_1 omgezet en dus de klok uitgeschakeld heeft. Tevens wordt door het omzetten van relais R_2 relais R_4 omgezet, zodat de met gecommuteerde spanning ingeschakelde motor de schuif weer terug zet. De microswitches MS_1 en MS_2 schakelen de voeding van de motor uit op het moment, dat de schuif zijn juiste stand bereikt. De in

de debietmeter opgeslagen glycerine loopt nu in het vat terug. Het volume, dat ik op deze wijze meet is $5,30 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$. Op deze wijze kan ik het debiet met een relatieve meetnauwkeurigheid van 0,5 % bepalen. Het niveau in het peilglas zal de constante niveautoename in het tankje met enige vertraging volgen. Het peilglas is met een aansluitschroef met nauwe opening aan het tankje gemonteerd. Dit betekent, dat de voornaamste stromingsweerstand in het peilglas in deze vernauwing zit. De stromingsweerstand in het peilglas is dus onafhankelijk van het niveau in het peilglas. Een berekening leert ons nu, dat het verschil in niveau tussen tank en peilglas asymptotisch naar een constante waarde loopt en dat deze constante waarde reeds ver voor de condensator C_1 voldoende dicht benaderd wordt voor ieder in ons experiment voorkomend debiet. Dit betekent, dat dit niveau-verschil bij C_1 en C_2 hetzelfde is (aangenomen dat het oppervlak van de doorsnede van het tankje en het peilglas constant is) en dat dus dit effect de debietmeting niet beïnvloedt.

8.7. De temperatuurmeting van de vloeistof.

De temperatuur van de vloeistofstroming wordt gemeten met een concentrisch in de pijp aangebracht thermokoppel.



figuur 13 .

In het algemeen zal de wand een iets lagere temperatuur hebben dan de temperatuur van de vloeistof. Het thermokoppel-materiaal geleidt de warmte zeer veel beter dan de vloeistofstroming. Indien we dus het thermokoppel te kort maken zal de temperatuur van de wand een ongewenst grote invloed hebben op

de door het koppel gemeten temperatuur. We zullen trachten in een benaderende berekening na te gaan welke temperatuurverdeling in het koppel zal optreden en daaruit een conclusie te trekken voor de minimale lengte van dit koppel.

Allereerst berekenen we de snelheidsverdeling van de vloeistofstroom. We veronderstellen een volledig ingesteld snelheidsprofiel. Tevens maken we gebruik van de veronderstellingen (7.2.6.) t/m (7.2.9.). We veronderstellen het verticale stuk op $z = 0$ afwezig. Uit (7.4.3.) volgt nu de bewegingsvergelijking voor het rotatiesymmetrische en stationaire geval:

$$\frac{\eta}{R_1^2} \left[\frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} y \frac{\partial w}{\partial y} \right] - \frac{dp}{dx} = 0 \quad (8.7.1.)$$

$$\text{met randvoorwaarden:} \quad y = 1 \quad w = 0 \quad (8.7.2.)$$

$$y = \frac{R_2}{R_1} = k \quad w = 0 \quad (8.7.3.)$$

na tweemaal integreren met inachtneming van de randvoorwaarden volgt:

$$w = \frac{2 \bar{w}}{(1 - k^2)(1 + k^2 + \frac{1 - k^2}{\ln k})} \left[1 - y^2 - (1 - k^2) \frac{\ln y}{\ln k} \right] \quad (8.7.4.)$$

De gemiddelde snelheid is:

$$\bar{w} = 2 \int_k^1 w y dy = \frac{-R_1^2}{\eta} \frac{dp}{dx} (1 - k^2) \left(1 + k^2 + \frac{1 - k^2}{\ln k} \right) \quad (8.7.5.)$$

De snelheidsgradiënt aan de wand van het koppel $y = k$ is:

$$\left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)_{y=k} = \bar{w} \frac{2 k^2 - 4 k^2 \ln k - 2}{k (1 - k^2)(\ln k + k^2 \ln k - k^2 + 1)} \quad (8.7.6.)$$

$$= A \bar{w}$$

Stel: $x = y - k$. De snelheidsverdeling aan de wand kunnen we benaderen door de raaklijn aan de snelheidsverdeling.

$$w = A \bar{w} x \quad (8.7.7.)$$

We berekenen het getal van Fourier voor de warmte-uitwisseling tussen de glycerine en het thermokoppel. Het blijkt, dat bij een extreem laag debiet $\phi_v = 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$, extreem lange lengte $L = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ en $k = 0,2$ Fo nog redelijk klein is.

$$Fo = \frac{a L}{R_2^2 \bar{w}} = \frac{\pi a L (1 - k^2)}{k^2 \phi_v} = 3,8 \cdot 10^{-1}$$

We mogen nu het probleem vereenvoudigen tot een probleem van 1-dimensionale warmte-overdracht, daar de indringdiepte blijkbaar klein is. Het getal van Fourier voor de impulsuitwisseling tussen de glycerinestroming en het koppel is zeer groot.

$$Fo = \frac{\eta L}{\rho \bar{w} R_2^2} = \frac{\pi \eta L (1 - k^2)}{\rho k^2 \phi_v} = 69$$

Voor de eenvoud mogen we dus een volledig ingesteld snelheidsverdeling op $z = 0$, in de buurt van $x = 0$ veronderstellen. Daar de indringdiepte van de warmte in de glycerinestroom klein is, is alleen de snelheidsverdeling bij de wand van het koppel van belang. We mogen dus de benaderde snelheidsverdeling (8.7.7.) gebruiken. We mogen nu de energievergelijking voor de glycerinestroming als volgt neerschrijven:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{R_1^2}{a} A \bar{w} \frac{\partial T}{\partial z} \quad (8.7.8.)$$

$$\text{Met randvoorwaarden: } z = 0 \quad T = T_1 \quad (8.7.9.)$$

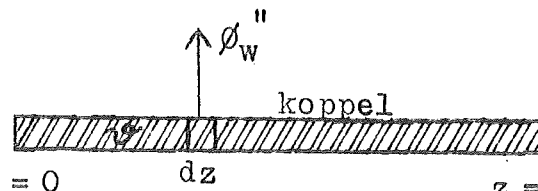
$$x = \infty \quad T = T_1 \quad (8.7.10.)$$

$$x = 0 \quad T = \psi \quad (8.7.11.)$$

We hebben van dezelfde veronderstellingen gebruik gemaakt als bij de afleiding van (7.3.2.).

Daar radiale temperatuurverschillen in het thermokoppel door de grote warmtegeleidingscoëfficiënt verwaarloosbaar klein zijn, schrijven we voor de energievergelijking in het thermokoppel:

$$\frac{\lambda_k R_2}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \phi_w''(z) = 0 \quad (8.7.12.)$$



waarin:

$$z = 0$$

$$dz$$

$$z = L$$

$$\phi_w''(z) = \frac{-\lambda}{R_1} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} \quad (8.7.13.)$$

$$\text{Randvoorwaarden zijn: } x = 0 \quad \psi = T_w \quad (8.7.14.)$$

$$z = L \quad \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \quad (8.7.15.)$$

We substitueren in (8.7.8.) de dimensieloze onafhankelijke variabele:

$$P = \left(\frac{R_1^2 A \bar{w}}{a} \right)^{1/3} \frac{y}{x^{1/3}} \quad (8.7.16.)$$

We vinden dan de vergelijking:

$$\frac{d^2 T}{dp^2} + \frac{1}{3} p^2 \frac{dT}{dp} = 0 \quad (8.7.17.)$$

$$\text{met randvoorwaarden: } p = 0 \quad T = \psi \quad (8.7.18.)$$

$$p = \infty \quad T = T_1 \quad (8.7.19.)$$

Na scheiding van de variabelen volgt dan:

$$\frac{T - \psi}{T_1 - \psi} = \frac{\int_0^x \left(\frac{A \bar{w} R_1^2}{9 a z} \right)^{1/3} e^{-t^3} dt}{\int_0^\infty e^{-t^3} dt} \quad (8.7.20.)$$

We berekenen:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} = \frac{T_1 - \psi}{\int_0^\infty e^{-t^3} dt} \left(\frac{A \bar{w} R_1^2}{9 a z} \right)^{1/3} \quad (8.7.21.)$$

We gaan over op dimensieloze notatie om bewerking op de rekenmachine mogelijk te maken:

$$\xi = \frac{z}{L} \quad \theta = \frac{T_1 - \psi}{T_1 - T_w}$$

$$B = \frac{2}{(9\pi)^{1/3}} \frac{\lambda \left[L^5 A \frac{\phi_v}{a} \right]^{1/3}}{\lambda_k R_1 R_2 \int_0^\infty e^{-t^3} dt} = 0,691 \frac{\lambda \left[L^5 A \frac{\phi_v}{a} \right]^{1/3}}{\lambda_k R_1 R_2} \quad (8.7.22.)$$

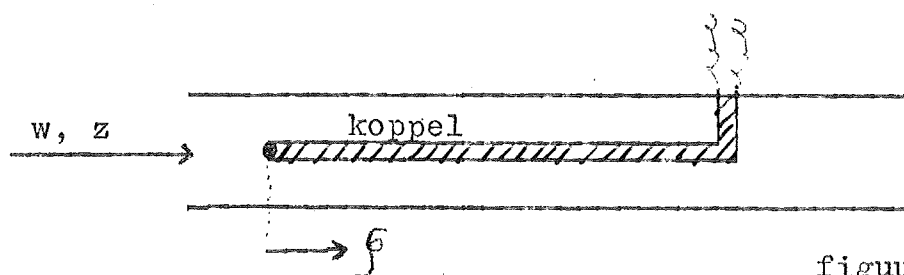
Diff.vergelijking (8.7.12.) wordt nu:

$$\frac{d^2 \theta}{d \zeta^2} - B \frac{\theta}{\zeta^{1/3}} = 0 \quad (8.7.23.)$$

met randvoorwaarden: $\zeta = 0 \quad \theta = 1 \quad (8.7.24.)$

$$\zeta = 1 \quad \frac{d\theta}{d\zeta} = 0 \quad (8.7.25.)$$

Deze diff.vergelijking is een verkapte diff.vergelijking van Bessel. De analytische oplossing bestaat uit slecht convergerende reeksen. Het bleek eenvoudiger de vergelijking numeriek te integreren. Dit is geschied op de ZEBRA van de afdeling Wiskunde. De resultaten zijn in de grafieken achterin deze paragraaf weergegeven. Opgemerkt moet worden, dat de oplossing voor $B \rightarrow 0$, d.w.z. $\zeta = 1 \rightarrow T_w$ uiteraard slechts geldig is voor $Fo \ll 1$, d.w.z. voor $\bar{w} \neq 0$.



figuur 14.

Uiteraard kunnen we diff.vergelijking (8.7.23.) ook oplossen met randvoorwaarden:

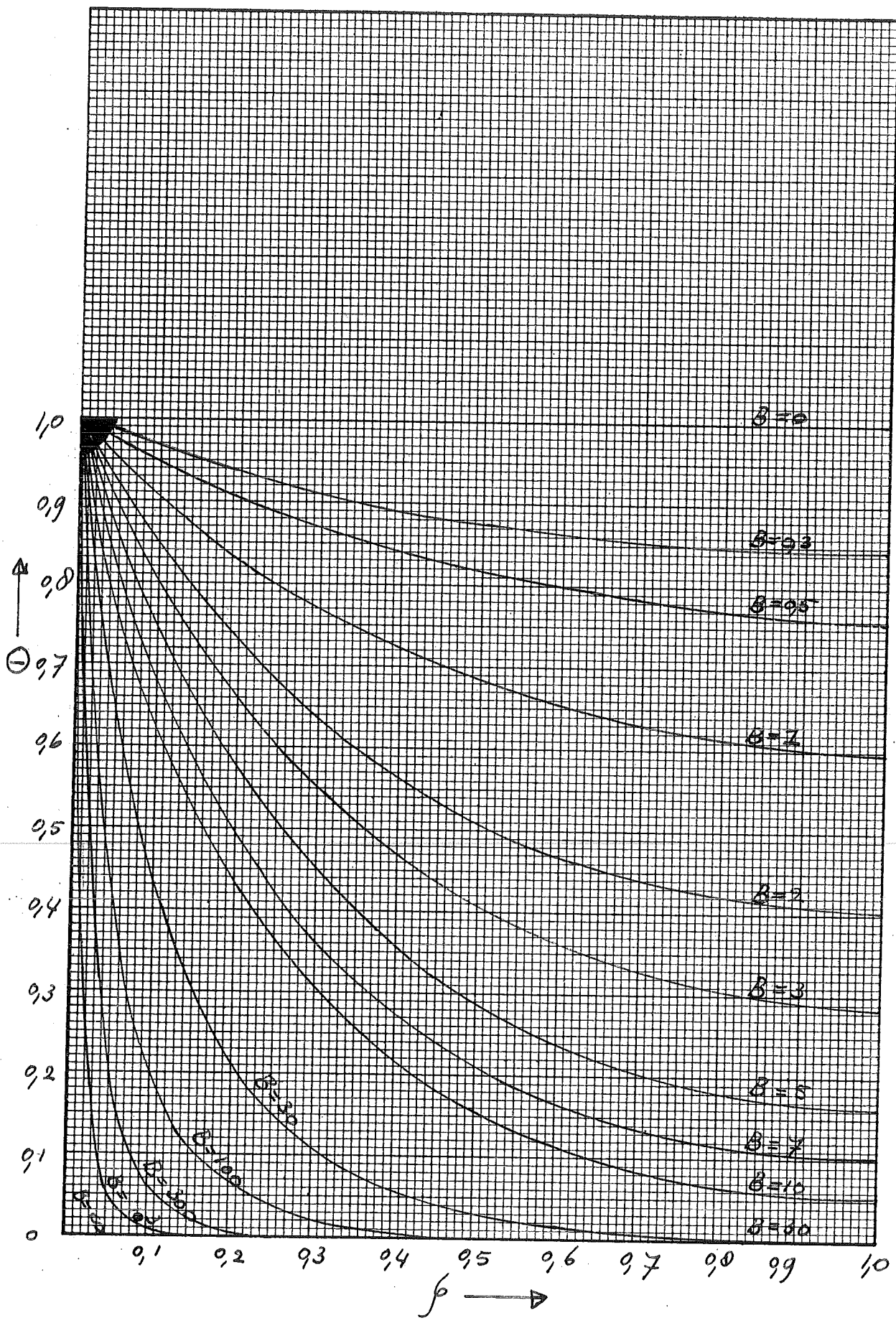
$$\begin{aligned} \zeta = 0 & \quad \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} = 0 \\ \zeta = 1 & \quad \theta = 1 \end{aligned} \quad \left(\begin{array}{l} \text{zie} \\ \text{figuur 14} \end{array} \right)$$

Na enige bewijsvoering is aan te tonen, dat $\zeta = 1$ in dit geval voor dezelfde B dicht bij T_1 ligt. Om deze redenen heb ik van numerieke integratie afgezien. Daar in ons geval

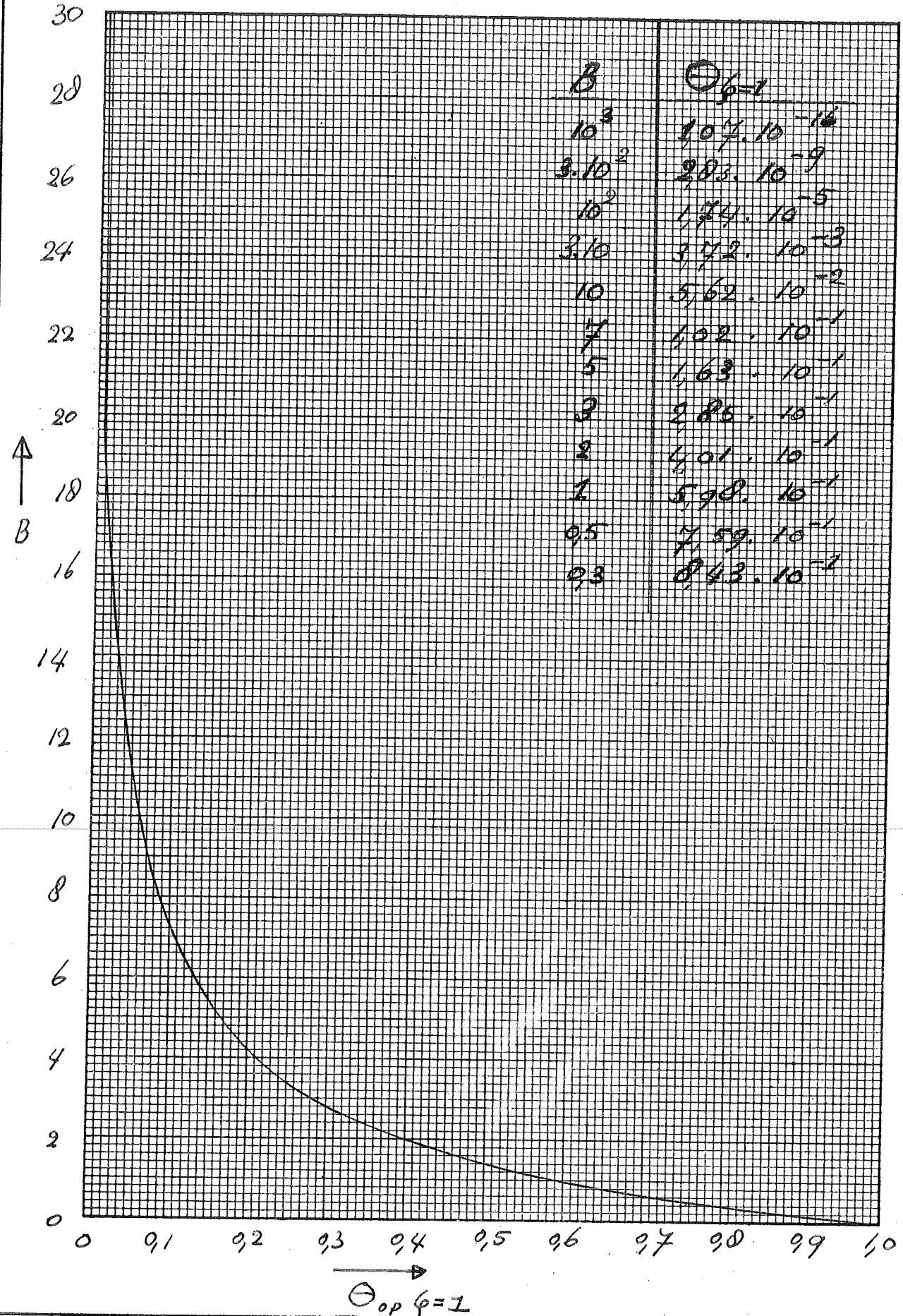
$T_1 - T_w < 10^\circ\text{C}$ - volgt, dat voor $B = 30$ $T_1 - \frac{\psi}{\xi} = 1 <$
 $3,72 \cdot 10^{-2} \text{ }^\circ\text{C}$. Dit is een voldoende grote nauwkeurigheid.

Indien $R_1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$. $\phi_v = 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$.
 $R_2 = \quad \cdot 10^{-3} \text{ m}$. $\lambda_k = 5 \cdot 10 \text{ W/m }^\circ\text{C}$.

volgt: $L = 4,9 \cdot 10^{-2} \text{ m}$. Daar $T_1 - T_w < 10^\circ\text{C}$ lijkt het
 me in deze benaderde berekening overbodig een correctiefac-
 tor voor de temperatuurafhankelijkheid van de viscositeit als
 in § 7.4. te berekenen.

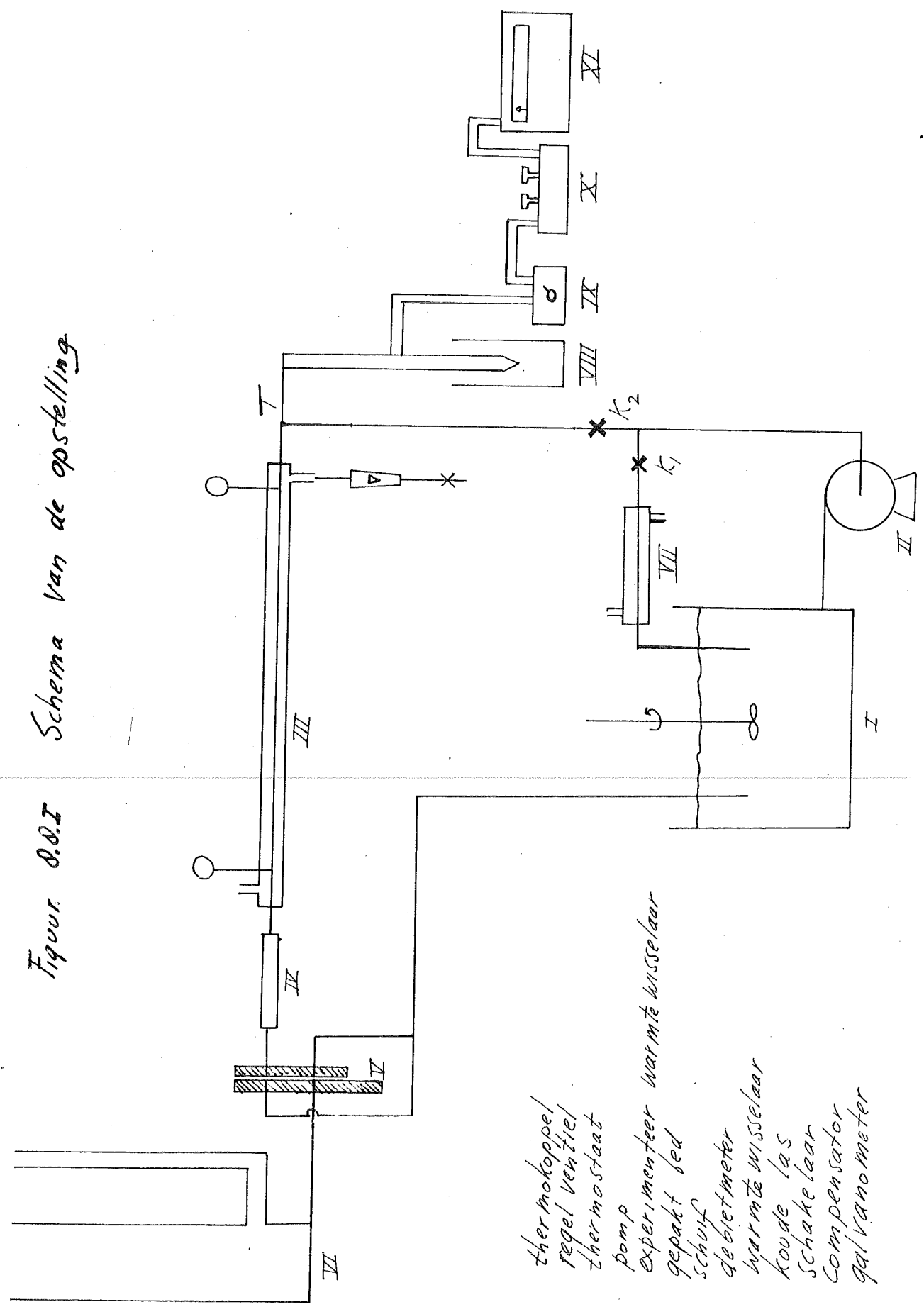


De temperatuurverdeling in het thermo koppel

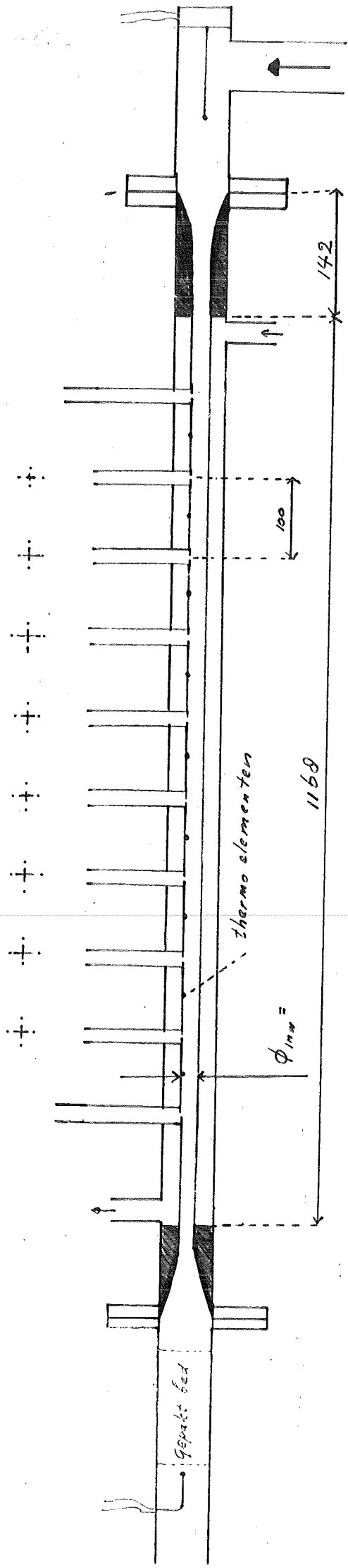


De temperatuur op $z=L$ als functie van stof- en stromings-eigenschappen.

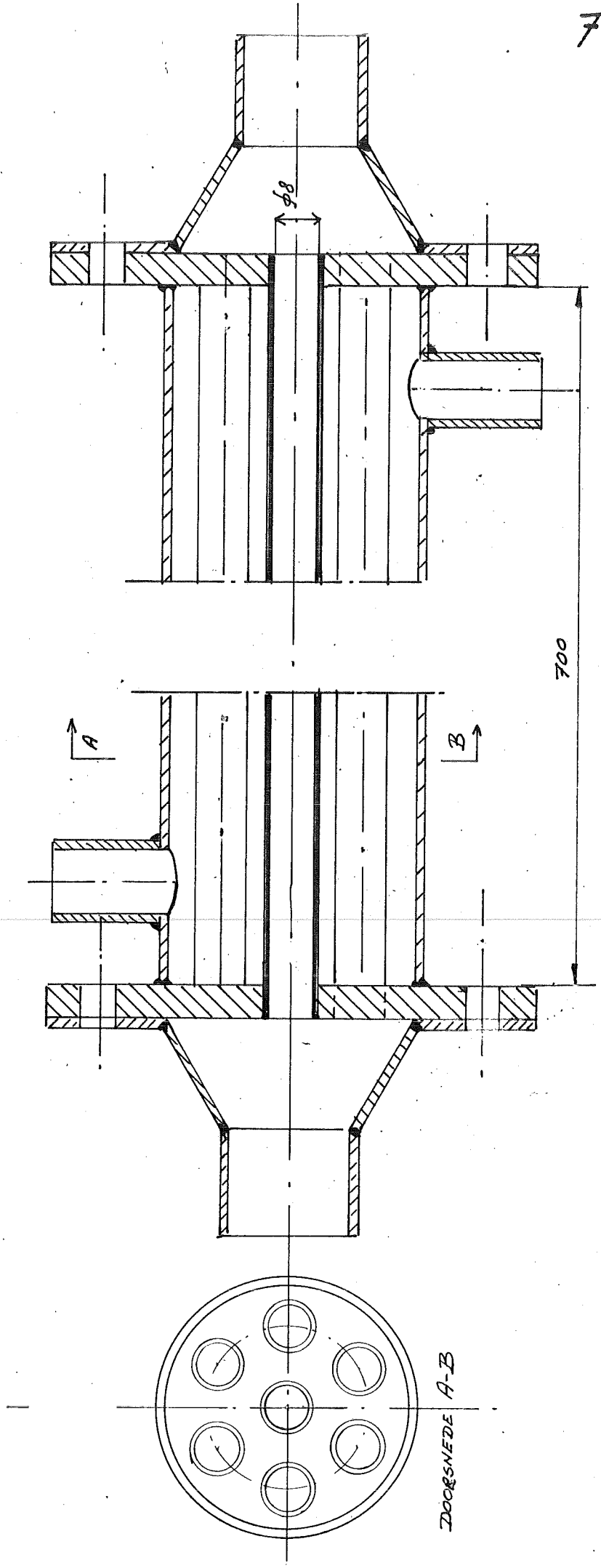
Figuur 8.8.I Schema van de opstelling



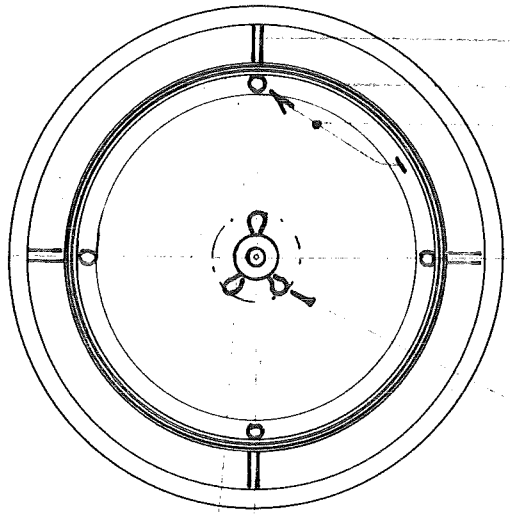
- I thermokoppel
- II regelventiel
- III thermostaat
- IV pomp
- V experimenteel warmte wisselaar
- VI gepakt bed
- VII schuif
- VIII debietmeter
- IX warmte wisselaar
- X koude las
- XI schakelaar
- XII compensator
- XIII galvano meter



Figuur 8.8. II. De experimentele-warmte-wisselaar.

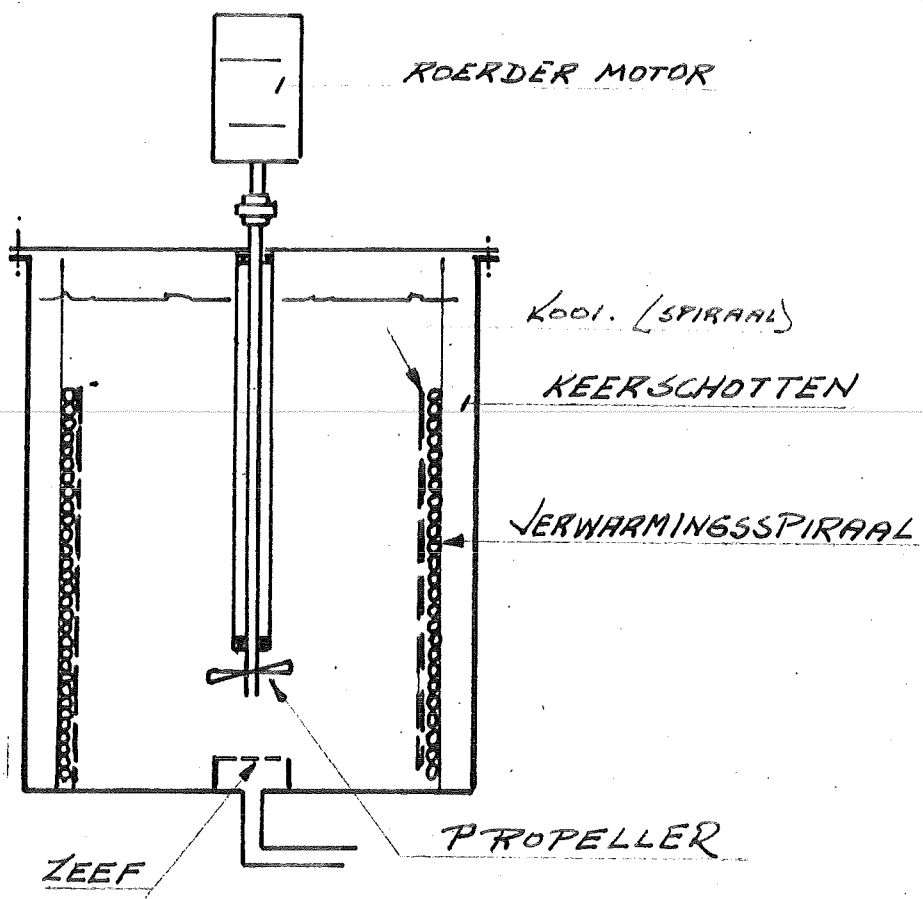


Figuur 88.III. De warmte wisselaar in de retourleiding.



4 - KEERSCHOTTEN
VERWARMINGSSPIRAAL
Kool (SPIRAAL)

PROPELLER - 3 BLADEN



ROERDER MOTOR

Kool (SPIRAAL)

KEERSCHOTTEN

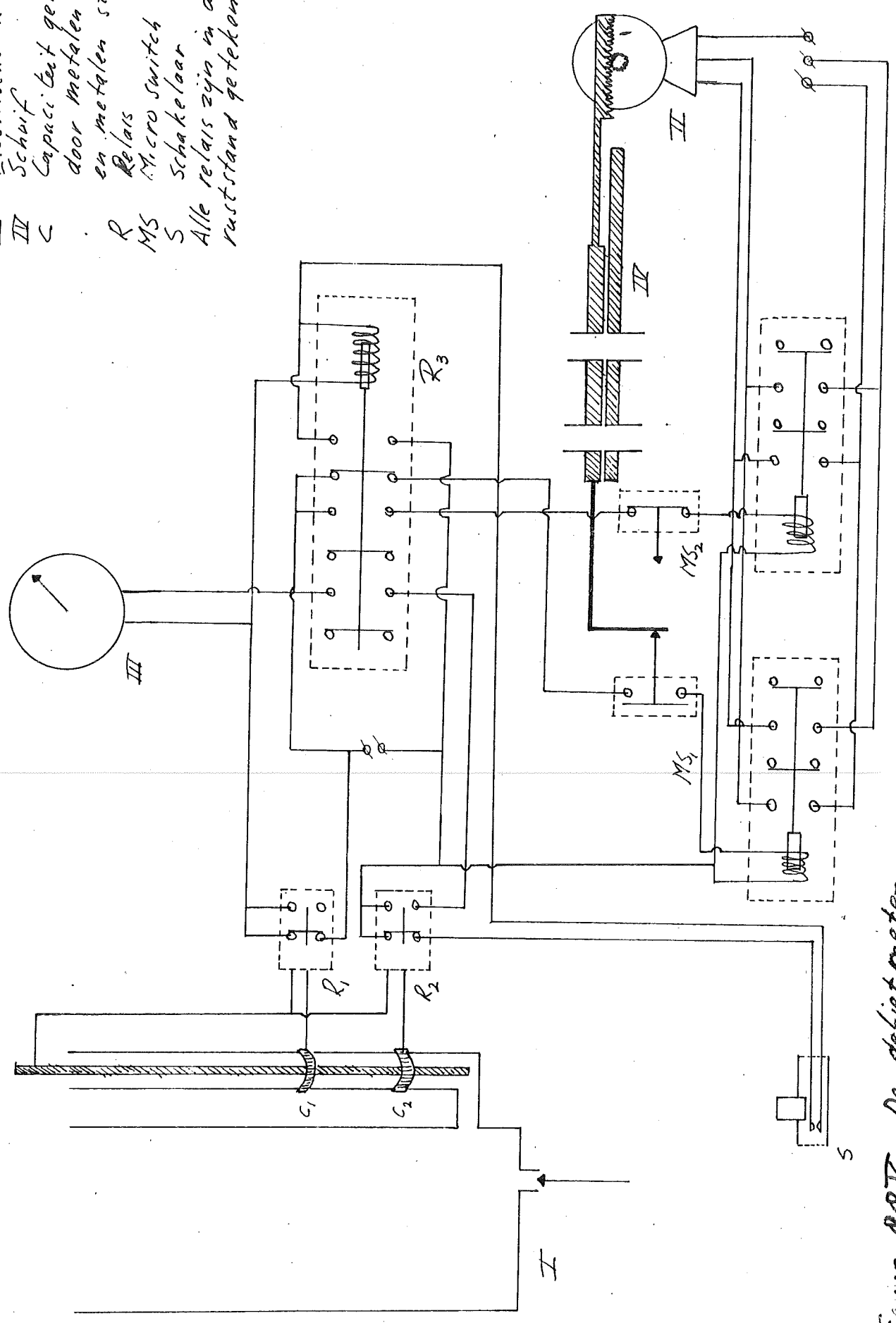
VERWARMINGSSPIRAAL

ZEEF

PROPELLER

Figuur D.D.IV. De thermostaut.

- I Tank met peilglas
- II Motor
- III Electrische klok
- IV Schakel
- V Capaciteit gerorma door metalen band en metalen staaf
- R Relais
- MS Micro Switch
- S Schakelaar
- Alle relais zijn in de ruststand getekend



Figur 80.II De debietmeter

9. Tabel van de stofconstanten.

In de tabel is aangegeven aan welke bronnen de waarden zijn ontleend.

Zuivere Glycerine.

T in °C.	< 8 > $10 \cdot \lambda \text{ W/m}^\circ\text{C.}$	< 8 > $10^{-3} c_p \text{ J/kg}^\circ\text{C.}$	< 8 > $10^{-3} \rho \text{ kg/m}^3$	< 9 > $10^3 \eta \text{ Ns/m}^2$	Berekend $10^8 a \text{ m}^2/\text{s.}$
10	2,83	2,32	1,267	3900	9,65
20	2,84	2,37	1,261	1410	9,52
30	2,85	2,42	1,255	612	9,42
40	2,86	2,47	1,249	284	9,27
50	2,87	2,52	1,242	142	9,19
60	2,87	2,57	1,236	81,3	9,08
70	2,88	2,63	1,229	50,6	8,91
80	2,89	2,69	1,222	31,9	8,80
90	2,90	2,75	1,215	21,3	8,70
100	2,91	2,81	1,209	14,8	8,59

De kooktemperatuur is 290°C bij 10^5 N/m^2 druk.

Water.

T in °C.	< 8 > $10 \cdot \lambda \text{ W/m}^\circ\text{C.}$	< 8 > $10^{-3} c_p \text{ J/kg}^\circ\text{C.}$	< 8 > $10^{-3} \rho \text{ kg/m}^3$	< 8 > $10^3 \eta \text{ Ns/m}^2$	Berekend $10^8 a \text{ m}^2/\text{s.}$
20	0,595	4,19	0,988	1,005	14,21
50	0,645	4,19	0,988	0,5494	15,41
100	0,678	4,22	0,958	0,2838	16,79

10. Literatuurlijst.

- < 1 > Prins - Collegedictaat „Warmte-overdracht“.
- < 2 > Kramers - Collegedictaat „Physische Transportverschijnselen“.
- < 3 > Kuyosi Yamagata - Memoirs of the Faculty of Engineering Kyushu Imperial University, Fukuoka, Japan (1940).
- < 4 > Lévêque - Annales des Mines, 13 (1928) 283.
- < 5 > Jacob - Heat Transfer I (1949).
- < 6 > Sellers, Tribus en Klein - Trans. ASME, 78 (1956) 441.
- < 7 > Kramers en Westerterp - B.O.Collegedictaat „Fysische aspecten van chemische reactoren“.
- < 8 > V.D.I. - Wärmeatlas.
- < 9 > Segur en Oberstar - Ind.Eng.Chem. 43 (1951) 2117.
-
- < 10 > Brown - A.I.Ch.E. Journal, 6 (1960) 179.
- < 11 > Baehr - Chemie-Ingenieur-Technik, 2 (1960) 89.
-