

Oprichtgever:



Rijkswaterstaat, Dienst Getijdewateren

Invers Sedimenttransportmodel

Ontwerp

November 1993

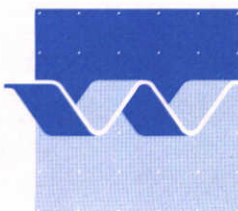
Z0632_2

	bibliotheek postbus 177 - 2600 MH Delft waterloopkundig laboratorium/WL
BB	6355 / 62536
WL	VERVALEN
EXPL	 R0001452

Invers Sedimenttransportmodel

Ontwerp

A.W.J. Koster, H.F.P. van den Boogaard



Inhoud

1	Inleiding	1
2	Numerieke aspecten en oplosmethoden	2
2.1	Geschaalde conceptuele model	2
2.2	Matrix structuren	5
2.3	De diskrete modelvergelijkingen	7
2.4	Oplosmethoden	14
2.5	Aktieve/niet actieve cellen	18
2.6	Celnummering en administratietabel	19
2.7	Samenvatting/konklusie numerieke aspecten	26
3	Globaal Systeemontwerp	27
3.1	Context diagram	28
3.2	Functie-relatiediagram	30
3.3	Beschrijving van functies	31
3.3.1	ISTM	31
3.3.2	Invoer van externe bestanden	31
3.3.3	Opstellen van vergelijkingen	33
3.3.3.1	Genereren van de hoofdmatrix	34
3.3.3.2	Genereren van het rechterlid	36
3.3.4	Bepaling van transporten	37
3.3.4.1	Voorbewerking van het stelsel vergelijkingen	37
3.3.4.2	Oplossen van het stelsel met Sparse Solver	37
3.3.4.3	Bepaling van de covariantie-matrix	38
3.3.4.4	Berekening van de berginingen	38
3.3.5	Uitvoer naar externe bestanden	38
3.4	Externe bestanden	39
3.4.1	Bestandsrelatiediagram	39
3.4.2	Beschrijving van externe bestanden	40
3.4.2.1	Invoerbestanden	40
3.4.2.1.1	Stuurbestand	40
3.4.2.1.2	Modelbestand	40
3.4.2.1.3	Meetbestanden	40
3.4.2.2	Uitvoerbestanden	40
3.4.2.2.1	Printbestand	41
3.4.2.2.2	TEKAL/PRESENT uitvoerbestanden	41

4	Detail systeemontwerp	42
4.1	Relatie-diagram subroutines	43
4.2	Lijst van subroutines	44
4.3	Beschrijving van externe databestanden	45
4.3.1	Invoerbestanden	45
4.3.1.1	Stuurbestand	45
4.3.1.2	Modelbestand	47
4.3.1.3	Meetbestanden	50
4.3.2	Uitvoerbestanden	51
4.3.2.1	Printbestand	52
4.3.2.2	TEKAL/PRESENT uitvoerbestanden	53
4.4	Implementatieaspecten	54
5	Referenties	56
	Appendix A	57

1 Inleiding

Op 5 juli 1993 is door Rijkwaterstaat, Dienst Getijdewateren, aan het Waterloopkundig Laboratorium opdracht verleend tot de bouw van een prototype voor een invers sedimenttransportmodel ISTM (brief AOE/936363, overeenkomst DG-596, RWS projekt DYNASTAR). Het te ontwikkelen produkt (een numeriek model dat min of meer vanaf 'scratch' wordt opgezet) zal via een aantal fasen worden gerealiseerd.

Tot nu toe zijn in het kader van de bouw van ISTM twee rapporten samengesteld. Het eerste is "Offerte voor de bouw van een Invers Sediment-transportmodel" (Waterloopkundig Laboratorium, 1993) waarin een globaal/integraal voorstel wordt gepresenteerd voor de bouw van het ISTM. Het eerste deel in dit ontwikkelingstrajekt, een definitiestudie en plan van aanpak voor het prototype ISTM is gepresenteerd in het tweede rapport "Invers sedimenttransportmodel. Definitiestudie" (Waterloopkundig Laboratorium, augustus 1993).

Als vervolg op de definitiestudie zullen in dit rapport de functionele en technische ontwerpen van het prototype ISTM worden opgesteld. Alvorens deze ontwerpen worden uitgewerkt in hoofdstuk 3 en 4, wordt in hoofdstuk 2 de hiervoor benodigde detailbeschrijving van de *numerieke aspecten en de oplosmethoden* van het ISTM gegeven.

2 Numerieke aspecten en oplosmethoden

In dit hoofdstuk wordt ingegaan op de numerieke aspecten van het inverse sedimenttransportmodel. Aan de hand van de modelvergelijkingen (zoals die in het definitierapport zijn samengevat) worden de structuur/eigenschappen van de daarin voorkomende matrices, vektoren en koëfficiënten gedetailleerd beschreven in paragraaf 2.1-2.3. Op basis van deze structuren worden de mogelijke oplossingsstechnieken en administratieve weergave van het rekengebied beschreven in paragraaf 2.4-2.6.

2.1 Geschaalde conceptuele model

In hoofdstuk 1.2 van de definitiestudie is van het Inverse Sedimenttransportmodel (ISTM) het conceptuele model beschreven. Ten behoeve van volledigheid wordt de definitie van het ISTM hieronder samengevat. Daarnaast zal hieruit het zogenaamde geschaalde model worden afgeleid.

Konceptuele model

Het ISTM bestaat uit een aantal lineaire vergelijkingen waaraan de (komponenten van de) transport vektoren $\vec{T} = (T_x, T_y)^T$ voldoen. Deze vergelijkingen bevatten enerzijds fysisch/mathematische informatie (b.v. via de continuïteitsvergelijkingen), meetinformatie (via de meetvergelijkingen voor de transporten en/of diens richtingen), en anderzijds gebruikerseisen (b.v. continuïteits-, gladheids- en éénduidigheidseisen die aan de oplossing worden gesteld). Gegeven onzekerheden in de diverse informatie, is het model in een stochastische omgeving ingebed geworden door aan elke modelvergelijking een ruisterm toe te voegen.

Na diskretisatie van het probleem t.a.v. de plaatscoördinaten (x,y) , waardoor de transporten op een rooster van de vorm $\mathfrak{R} := \{(x_m, y^n) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq m \leq M, 1 \leq n \leq N\}$ zijn gedefiniëerd (rooster \mathfrak{R} is rechthoekig maar niet noodzakelijk equidistant t.a.v. vaklengten) werd het volgende stelsel vergelijkingen gevonden:

$$H \cdot \vec{\Theta} + \vec{V} = \vec{Z} \quad (2.1.1)$$

Hierbij is $\vec{\Theta}$ een vektor die wordt verkregen door alle $(T_x)_{m,n}$ en $(T_y)_{m,n}$ onder elkaar te zetten. De matrix H en rechterlidvektor \vec{Z} komen voort uit het geheel der opgevoerde modelvergelijkingen (door die onder elkaar te zetten), en de vektor \vec{V} representeert de onzekerheden. \vec{Z} is de vektor met de gemeten transporten. Er wordt aangenomen dat er geen systematische fouten aanwezig zijn zodat $E[\vec{V}] = \vec{0}$.

T.a.v. de notatie wordt hier opgemerkt dat (afhankelijkheid van) de diskrete horizontale koördinaat in de x-richting wordt aangeduid met een onderindex m , en afhankelijkheid van de diskrete horizontale koördinaat in de y-richting wordt aangeduid met een bovenindex n . Als voorbeeld geldt dan dat $(T_x)_m^n$ de transport komponent in de x-richting op de plaats $(x_m, y^n) \in \mathfrak{R}$ is.

Naast de meetvergelijkingen moet altijd een dusdanig aantal zogenaamde regularisatievergelijkingen (van den Boogaard, 1988; Waterloopkundig Laboratorium, januari 1993; Waterloopkundig Laboratorium, augustus 1993) worden opgevoerd dat er altijd *minstens* zoveel modelvergelijkingen gedefiniëerd zijn (zeg L) als dat er onbekenden zijn in de vorm van de $K = 2 \cdot M \cdot N$ sedimenttransportcomponenten. Dit betekent $L \geq K$ zodat de matrix H meer rijen (L) dan kolommen (K) bevat, en we van doen hebben met een overbepaald systeem (althans zolang we geen rekening houden met de ruisvektor).

Gegeven het met vergelijking (2.1.1) gedefiniëerde lineaire meetproces kan men m.b.v. maximum likelihood schattingen de optimale schatting voor de vektor $\vec{\Theta}$ afleiden. Met R de kovariantie-matrix van de ruis \vec{V} (waarvan wij aannemen dat R diagonaal is) luidt deze (zie b.v. Gelb, 1982; Maybeck, 1979; Waterloopkundig Laboratorium, januari 1993, augustus 1993):

$$\hat{\Theta} = \left(P_0^{-1} + H^T \cdot R^{-1} \cdot H \right)^{-1} \cdot H^T \cdot R^{-1} \cdot \vec{Z} \quad (2.1.2)$$

De kovariantiematrix bij deze schatter is:

$$P = \left(P_0^{-1} + H^T \cdot R^{-1} \cdot H \right)^{-1} \quad (2.1.3)$$

Hierbij is P_0 de kovariantiematrix waarmee een *a priori* schatter van de onzekerheid in de transporten wordt aangegeven.

Uiteindelijk vormen voor het ISTM de vergelijkingen (2.1.1)-(2.1.3) het *konceptuële model*.

Samenvattend kan dan worden gesteld dat de essentie van het conceptuele model, het herschrijven is van de verzameling meet-, model- en regularisatie vergelijkingen tot een groot lineair stelsel van "meet-proces-vergelijkingen", ingebed in een stochastische omgeving. Via een maximum-likelihood aanpak worden de optimale schattingen van de transporten en hun onzekerheid gevonden.

Het rekenhart van het prototype inverse model zal dan bestaan uit procedures voor het invullen van de matrices P_0 , H en R , en het vervolgens naar $\tilde{\Theta}$ oplossen van stelsel (2.1.2), en het daarna bepalen van diens kovariantie volgens (2.1.3). Alvorens hieraan in de volgende paragrafen en hoofdstukken zal worden gewerkt, wordt het probleem via *schaling* in een iets eenvoudiger vorm gebracht.

Geschaalde conceptuele model

Voor de definitie van het *geschaalde ISTM* wordt aangenomen dat de componenten van de vektor \tilde{V} *ongekorreleerd* zijn (of zelfs *onafhankelijk* van elkaar zijn) zodat de kovariantiematrix van \tilde{V} diagonaal is: $R_{\mu\nu} := E[V_\mu \cdot V_\nu] = \sigma_\mu^2 \cdot \delta_{\mu\nu}$, $1 \leq \mu, \nu \leq L$

De ℓ° -modelvergelijking is van de volgende vorm:

$$\sum_{k=1}^K H_{l,k} \Theta_k + V_l = Z_l \quad (2.1.4)$$

Deze vergelijking wordt geschaald met de spreiding σ_l van de ruisterm V_l (waarvoor $E[V_l]=0$, $E[V_l^2]=\sigma_l^2$) zodat,

$$\sum_{k=1}^K \frac{H_{l,k}}{\sigma_l} \Theta_k + \frac{V_l}{\sigma_l} = \frac{Z_l}{\sigma_l} \quad (2.1.5)$$

ofwel

$$\sum_{k=1}^K \tilde{H}_{l,k} \Theta_k + \tilde{V}_l = \tilde{Z}_l \quad (2.1.6a)$$

waarbij

$$\tilde{H} := R^{-1/2} \cdot H, \quad \tilde{V} := R^{-1/2} \cdot V, \quad \tilde{Z} := R^{-1/2} \cdot Z \quad (2.1.6b)$$

Met deze schaling is de autokovariantiematrix van de ruisvektor \tilde{V} de eenheidsmatrix

geworden. De optimale schattingen van de transportvektor, en diens kovariantiematrix zijn dan als volgt (zie de vergelijkingen 2.1.2 en 2.1.3):

$$\hat{\Theta} = \left(P_0^{-1} + \tilde{H}^T \cdot \tilde{H} \right)^{-1} \cdot \tilde{H}^T \cdot \tilde{Z} \quad (2.1.7)$$

$$P = \left(P_0^{-1} + \tilde{H}^T \cdot \tilde{H} \right)^{-1} \quad (2.1.8)$$

Voor het vinden van de optimale transportvektor $\hat{\Theta}$ zal niet zozeer van vergelijking (2.1.7) worden uitgegaan dan wel van

$$\left(P_0^{-1} + \tilde{H}^T \cdot \tilde{H} \right) \cdot \hat{\Theta} = \tilde{H}^T \cdot \tilde{Z} \quad (2.1.9)$$

Het idee hierbij is dat matrix-inversie rekentechnisch veel onaantrekkelijker is dan het oplossen van een (vierkant) stelsel vergelijkingen. Vooral in dit geval, waar we van doen kunnen hebben met een vektor Θ met duizenden componenten, is matrix inversie een vrijwel onbegonnen Hercules-taak.

In het vervolg zal nu worden nagegaan hoe de vergelijkingen (2.1.9) en (2.1.8) moeten worden opgelost.

Voor de eenvoud van notatie wordt in het vervolg de aanduiding '~' weggelaten. Tenzij expliciet anders vermeld, wordt er dan steeds van uitgegaan dat we van doen hebben met het geschaalde conceptuele model.

2.2 Matrix structuren

In deze paragraaf wordt nader ingegaan op het invullen van de matrix $H^T \cdot H$ en vektor $H^T \cdot Z$ die voorkomen in de uitdrukkingen voor de optimale transportvektor en diens kovariantiematrix (vergelijkingen 2.1.7-2.1.9).

Aan de basis van de invulling van deze matrix en vektor ligt een aftelling van de transportvectoren $(T_x)_m^n, (T_y)_m^n$ over het rechthoekige, maar niet noodzakelijk equidistante rooster \mathfrak{R} .

In paragraaf 2.6 wordt nader ingegaan op de keuze van deze aftelling, hier gaan we uit van een gegeven aftelling. In deze aftelling hebben we een éénduidig relatie tussen een index (ofwel teller) k enerzijds, en anderzijds een tripel (m, n, ξ) die de plaats (m,n) in het rooster vastlegt en de component ξ (x of y) van de daar ter plaatse bedoelde transport-

vektor $\vec{T}=(T_x, T_y)^T$.

Aan de éénduidige relatie $\{k\} \leftrightarrow \{m, n, T_\xi\}$ zal in het vervolg worden gerefereerd via de term "*administratietabel*", ofwel "*k-administratie*". Op de administratietabel wordt nader ingegaan in paragraaf 2.6.

Voor de teller k geldt dat $1 \leq k \leq K$, en k indiceert de te berekenen transportkomponenten: $\{\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3, \Theta_4, \dots, \Theta_K\}$. K geeft dus het totale aantal te berekenen transporten en daarmee is K aantal kolommen in de matrix H . De matrix $H^T \cdot H$ is van omvang $K \times K$.

Invulling van de matrix $H^T \cdot H$

Na initialisatie van de $K \times K$ matrix $H^T \cdot H$ op 0 gaan we nu na welke "entries" (k_1, k_2) gevuld worden met elementen ongelijk 0. Daartoe moet de bijdrage van alle afzonderlijke modelvergelijkingen worden nagegaan en opgeteld. Dat gaat als volgt.

Iedere modelvergelijking is lineair en de ℓ° -vergelijking is van de volgende vorm (*binnen de k-administratie*):

$$\alpha_{k_1}^l \Theta_{k_1}^l + \alpha_{k_2}^l \Theta_{k_2}^l + \alpha_{k_3}^l \Theta_{k_3}^l + \dots + \alpha_{k_l}^l \Theta_{k_l}^l + V_l = Z_l \quad (2.2.1)$$

Op de vorm van de coëfficiënten $\alpha_{k_i}^l$ in deze vergelijkingen wordt in nader detail ingegaan in paragraaf (2.3).

In vergelijking (2.2.1) zijn de Θ_k^l dus de transportkomponenten die deel uitmaken van de ℓ° -vergelijking. Gezien de aard van de modelvergelijkingen (zie de definitiestudie) zullen per modelvergelijking maar een beperkt aantal T-komponenten betrokken zijn: het blijkt dat $l \leq 4$ zal zijn voor het geval dat er met de in paragraaf (2.3) gediskretiseerde modelvergelijkingen wordt gewerkt.

Uit $(H^T \cdot H)_{k_1 k_2} = \sum_{l=1}^L h_{l k_1} \cdot h_{l k_2}$, en het aan de hand van de termen $h_{l k}$ die niet nul zijn, kan eenvoudig worden nagaan welke entries $(H^T \cdot H)_{k_1 k_2} \neq 0$ zullen zijn. Het blijkt dat de ℓ° -modelvergelijking (2.2.1) "bijdragen" levert aan die "entries" (k_i, k_j) van $H^T \cdot H$ waarvoor geldt dat $k_i, k_j \in \{k_1, k_2, k_3, \dots, k_l\}$. Deze bijdrage is ter grootte van $\alpha_{k_i}^l \cdot \alpha_{k_j}^l$ en moet worden opgeteld bij wat in de vorige modelvergelijkingen al op deze entry is "verzameld". Merk op dat uit deze procedure volgt dat $H^T \cdot H$ een symmetrische matrix is (iets dat we uit de definitie overigens al meteen konden zien).

Nadat via een "loop" over de modelvergelijkingen de niet nul zijnde elementen van $H^T \cdot H$ zijn bepaald, moeten bij de diagonaalelementen de inverse a-priori kovarianties van de

transporten worden opgeteld om de matrix $P_0^{-1} + H^T \cdot H$ te verkrijgen.

Invulling van de rechterlidvektor $b := H^T \cdot Z$

Na initialisatie van de $L \times 1$ vektor $b := H^T \cdot Z$ op 0 gaan we nu na welke "entries" gevuld worden met elementen die ongelijk nul zijn. Hiertoe wordt net als in de vorige alinea de bijdrage van elke modelvergelijking nagegaan.

Uit $b_k := (H^T \cdot Z)_k = \sum_{l=1}^L Z_l \cdot h_{lk}$, en het hieruit nagaan welke $b_k \neq 0$ zullen zijn, volgt dat de modelvergelijking (2.2.1) "bijdragen" levert aan die "entries" k van rechterlid b waarvoor geldt dat $k \in \{k_1, k_2, k_3, \dots, k_l\}$. Deze bijdrage is ter grootte van $\alpha_k^l \cdot Z_l$ en moet worden opgeteld bij wat in de vorige modelvergelijkingen al op deze entry van rechterlid b is "verzameld".

Gesloten randen

Ten aanzien van de afhandeling van gesloten randen, waarover geen transport kan plaatsvinden, moet voor de richting loodrecht op die rand een transport gelijk aan 0 worden opgedrukt. Dat gaat als volgt.

Ligt een cel op een modelrand, en is \vec{n} de plaatselijke normaal van die rand, dan moet gelden dat $\vec{n} \cdot \vec{T} = n_x T_x + n_y T_y = T_{k_1} \cos \psi + T_{k_2} \sin \psi = 0$. Hoek ψ en de indices k_1 en k_2 volgen uit de richting van de normaal en uit de nummering van T_x en T_y volgens de administratietabel.

Door een geschikte keuze van de elementen van matrix $H^T \cdot H$ en kolomvektor b in de k_1° en k_2° -rij, wordt bovenstaande relatie $T_{k_1} \cdot \cos \psi + T_{k_2} \cdot \sin \psi = 0$ in de oplossing opgedrukt.

Open randen

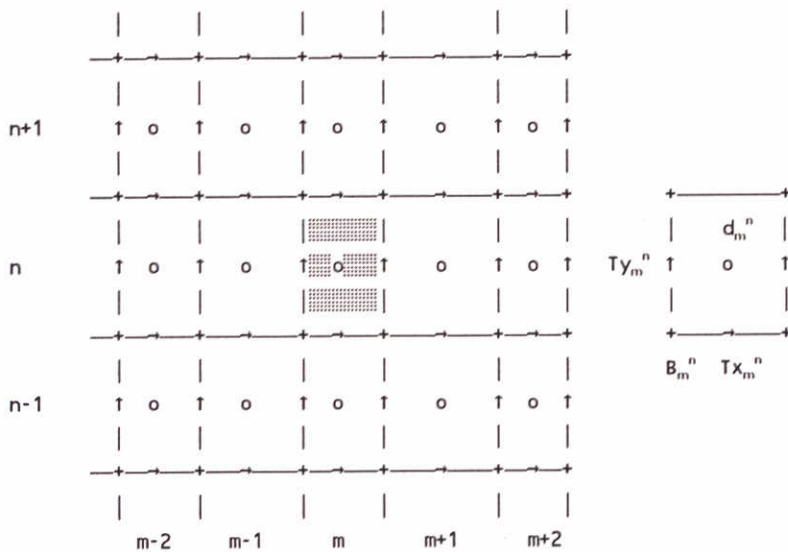
Voor het sturen van het gedrag van de transportvektor aan open randen kunnen de regularisatietermen worden gebruikt. Aan de hand van een voorbeeld wordt getoond hoe dat in zijn werk gaat.

Ligt (m,n) op een rand in (bijvoorbeeld) de y -richting dan kan men ter plaatse een zwakke randvoorwaarde definiëren voor het transport loodrecht op die rand: $\partial^2 T_x / \partial x^2 = 0$. Dat kan men doen met behulp van een tweede orde regularisatieterm en daar de

spreiding van de ruis relatief klein te kiezen (naarmate die spreiding kleiner wordt, wordt het voorschrift strikter). Zie de formule met V_{09} in vergelijking (2.3.12).

2.3 De diskrete modelvergelijkingen

Er wordt verondersteld dat de ISTM-modelvergelijkingen gedefiniëerd zijn op een rechthoekig en gestaggered WAQUA-rooster. De waterstandspunten (+), dieptepunten (o) en de u- (\rightarrow) en v (\uparrow) snelheidspunten liggen dan als volgt t.o.v. van elkaar:



In de figuur is cel (m,n) gearceerd aangegeven. Er wordt aangenomen dat de gemeten bergingstermen \hat{B} op de waterstandspunten (+) liggen. De transporten T_x en T_y worden geacht in de u-punten, respectievelijk de v-punten gedefiniëerd te zijn.

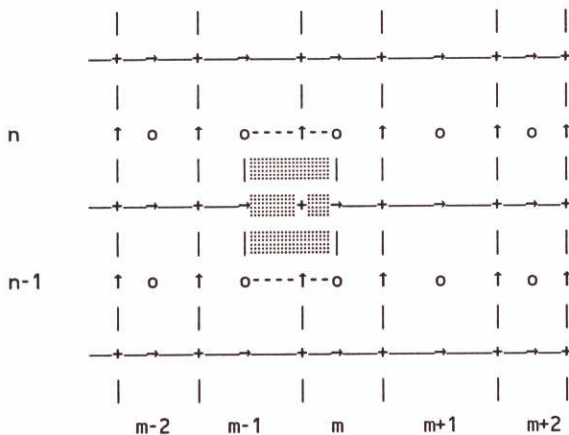
Op basis van dit rooster worden nu de diskrete vormen van de modelvergelijkingen afgeleid.

Kontinuiteitsvergelijking

Voor het afleiden van de diskrete vorm van de continuïteitsvergelijking,

$$\frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial T_y}{\partial y} + V_1 = -\hat{B}(x,y) \tag{2.3.1}$$

wordt uitgegaan van cellen gecentreerd rond een waterstandspunt. Met deze celkeuze liggen de transportcomponenten namelijk op de rand van de cellen.



In de continuïteitsvergelijking is $\hat{B}(\cdot, \cdot)$ de gemeten berging, waarbij een positieve $\hat{B}(\cdot, \cdot)$ duidt op sedimentatie terwijl een negatieve $\hat{B}(\cdot, \cdot)$ erosie betekent.

Dan volgt de volgende diskrete continuïteitsvergelijking:

$$\frac{(T_x)_m^n - (T_x)_{m-1}^n}{\Delta x_{m-1/2}} + \frac{(T_y)_m^n - (T_y)_m^{n-1}}{\Delta y^{n-1/2}} + (V_1)_m^n = -\hat{B}_m^n \tag{2.3.2}$$

Hierbij moet worden opgemerkt dat na aftelling van de transporten, bovenstaande vergelijking (2.3.2) er in de k-administratie ($k \leftrightarrow (m, n, \xi)$, $\Theta_{k \leftrightarrow (T_\xi)_m^n}$) uit ziet als:

$$\frac{\Theta_{k_1} - \Theta_{k_2}}{\Delta x_{m-1/2}} + \frac{\Theta_{k_3} - \Theta_{k_4}}{\Delta y^{n-1/2}} + (V_1)_m^n = -\hat{B}_m^n \tag{2.3.3}$$

Meetvergelijkingen

Voor zowel "direkte" metingen aan de transporten, als metingen van de richting van de transportvektor zijn de diskrete vergelijkingen vrijwel triviaal. Zijn b.v. T_x en/of T_y gemeten voor WAQUA vak (m,n) dan is in diskrete vorm:

$$\Theta_{k_1} + (V_2)_m^n = (\hat{T}_x)_m^n \quad (2.3.4)$$

$$\Theta_{k_2} + (V_3)_m^n = (\hat{T}_y)_m^n \quad (2.3.5)$$

De k_1 en k_2 volgen weer uit de administratietabel.

Is een richting $\hat{\phi}_m^n$ gemeten in vak (m,n) dan wordt de diskrete vergelijking:

$$\Theta_{k_1} \cdot \sin \hat{\phi} - \Theta_{k_2} \cdot \cos \hat{\phi} + (V_4)_m^n = 0 \quad (2.3.6)$$

Regularisatievergelijkingen van nulde orde

Met nulde-orde-regularisatie kunnen de schattingen van de transporten in zekere mate worden gestuurd opdat zij bij voorkeur binnen een bepaald interval vallen. Zo kan men bijvoorbeeld voorkomen dat de geschatte transportvectoren te groot (t.o.v. realistische waarden) of te klein worden (klein in de zin van grote negatieve waarden).

Dat doet men met behulp van voorschriften:

$$\begin{aligned} (T_x)_m^n + (V_x)_0 &= (\check{T}_x)_m^n \\ (T_y)_m^n + (V_y)_0 &= (\check{T}_y)_m^n \end{aligned} \quad (2.3.7)$$

Hierbij zijn de \check{T} een soort apriori schattingen van de grootten van de transportcomponenten, en de spreidingen $(V_x)_0$ en $(V_y)_0$ geven een bereik rondom die a priori voorkeur aan. Naarmate de spreidingen van de ruizen groter worden, wordt de zo opgegeven voorkeur voor het interval $(\check{T} - \sigma_0, \check{T} + \sigma_0)$ door het schattingsproces steeds minder strikt gehoorzaamd.

Merk op dat het voorschrift voor 0-orde regularisatie overeenkomt met dat van de meetvergelijkingen. Als gevolg is deze vorm van regularisatie dus niets anders dan

artificiële/fiktieve metingen toevoegen aan de werkelijke metingen. Het essentiële verschil met de werkelijke meetvergelijkingen zal zijn dat men hier de spreidingen relatief groot zal kiezen, en dus niet te veel nadruk legt op de fiktieve metingen.

Regularisatievergelijkingen van eerste orde

Met eerste-orde-regularisatie kan worden aangegeven dat de afgeleiden van de transporten niet te groot mogen worden en de schattingen van de transportvelden aan een zekere mate van continuïteit moeten voldoen.

In continue plaats coördinaten luiden die regularisatievoorschriften:

$$\begin{aligned}\frac{\partial T_x}{\partial x} + V_5 &= 0 \\ \frac{\partial T_y}{\partial x} + V_6 &= 0 \\ \frac{\partial T_x}{\partial y} + V_7 &= 0 \\ \frac{\partial T_y}{\partial y} + V_8 &= 0\end{aligned}\tag{2.3.8}$$

In diskrete coördinaten wordt dat:

$$\begin{aligned}
 \frac{(T_x)_m^n - (T_x)_{m-1}^n}{\Delta x_{m-1/2}} + (V_5)_{m-1/2}^n &= 0 \\
 \frac{(T_y)_m^n - (T_y)_{m-1}^n}{\Delta x_{m-1/2}} + (V_6)_{m-1/2}^n &= 0 \\
 \frac{(T_x)_m^n - (T_x)_m^{n-1}}{\Delta y^{n-1/2}} + (V_7)_m^{n-1/2} &= 0 \\
 \frac{(T_y)_m^n - (T_y)_m^{n-1}}{\Delta y^{n-1/2}} + (V_8)_m^{n-1/2} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{2.3.9}$$

Via de administratietabel zijn deze vier vergelijkingen van de vorm:

$$\begin{aligned}
 \frac{\Theta_{k_1} - \Theta_{k_2}}{\Delta x_{m-1/2}} + (V_5)_{m-1/2}^n &= 0 \\
 \frac{\Theta_{k_1} - \Theta_{k_3}}{\Delta x_{m-1/2}} + (V_6)_{m-1/2}^n &= 0 \\
 \frac{\Theta_{k_1} - \Theta_{k_4}}{\Delta y^{n-1/2}} + (V_7)_m^{n-1/2} &= 0 \\
 \frac{\Theta_{k_1} - \Theta_{k_5}}{\Delta y^{n-1/2}} + (V_8)_m^{n-1/2} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{2.3.10}$$

Regularisatievergelijkingen van tweede orde

Met tweede-orde-regularisatie kan worden opgelegd dat de tweede afgeleiden van de transporten niet te groot mogen worden. Het idee hierbij is dat het geschatte transportveld aan een zekere mate van gladheid moet voldoen waarbij kortschalige fluktuaties worden onderdrukt, terwijl lineaire trends (grootschalige effecten) bewaard blijven.

In continue plaats coördinaten luiden die regularisatievoorschriften:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 T_x}{\partial x^2} + V_{09} &= 0 \\ \frac{\partial^2 T_y}{\partial x^2} + V_{10} &= 0 \\ \frac{\partial^2 T_x}{\partial x \partial y} + V_{11} &= 0 \\ \frac{\partial^2 T_y}{\partial x \partial y} + V_{12} &= 0 \\ \frac{\partial^2 T_x}{\partial y^2} + V_{13} &= 0 \\ \frac{\partial^2 T_y}{\partial y^2} + V_{14} &= 0\end{aligned}\tag{2.3.11}$$

In diskrete coördinaten wordt dat:

$$\begin{aligned}
& \frac{\frac{(T_x)_{m+1}^n - (T_x)_m^n}{\Delta x_{m+1/2}} - \frac{(T_x)_m^n - (T_x)_{m-1}^n}{\Delta x_{m-1/2}}}{\frac{1}{2}(\Delta x_{m-1/2} + \Delta x_{m+1/2})} + V_{09} = 0 \\
& \frac{\frac{(T_y)_{m+1}^n - (T_y)_m^n}{\Delta x_{m+1/2}} - \frac{(T_y)_m^n - (T_y)_{m-1}^n}{\Delta x_{m-1/2}}}{\frac{1}{2}(\Delta x_{m-1/2} + \Delta x_{m+1/2})} + V_{10} = 0 \\
& \frac{(T_x)_m^n - (T_x)_{m-1}^n - (T_x)_m^{n-1} + (T_x)_{m-1}^{n-1}}{\Delta x_{m-1/2} \Delta y^{n-1/2}} + V_{11} = 0 \\
& \frac{(T_y)_m^n - (T_y)_{m-1}^n - (T_y)_m^{n-1} + (T_y)_{m-1}^{n-1}}{\Delta x_{m-1/2} \Delta y^{n-1/2}} + V_{12} = 0 \\
& \frac{\frac{(T_x)_m^{n+1} - (T_x)_m^n}{\Delta y^{n+1/2}} - \frac{(T_x)_m^n - (T_x)_m^{n-1}}{\Delta y^{n-1/2}}}{\frac{1}{2}(\Delta y^{n-1/2} + \Delta y^{n+1/2})} + V_{13} = 0 \\
& \frac{\frac{(T_y)_m^{n+1} - (T_y)_m^n}{\Delta y^{n+1/2}} - \frac{(T_y)_m^n - (T_y)_m^{n-1}}{\Delta y^{n-1/2}}}{\frac{1}{2}(\Delta y^{n-1/2} + \Delta y^{n+1/2})} + V_{14} = 0
\end{aligned} \tag{2.3.12}$$

Via de administratietabel kunnen deze vergelijkingen, die hier in de (m,n,ξ) representatie staan, worden herschreven naar de in de implementatie te gebruiken k -administratie.

2.4 Oplosmethoden

In de voorafgaande paragrafen is nagegaan hoe aan de hand van een gegeven nummering van de $(T_x)_m^n$, $(T_y)_m^n$ transportcomponenten, en de (diskrete) modelvergelijkingen waaraan deze moeten voldoen, de matrix $H^T \cdot H$ en rechterlid vektor $b := H^T \cdot Z$ moeten worden gevuld, waarna kan worden begonnen aan het oplossen van de vergelijkingen (2.1.8) en (2.1.9).

Hoewel in beide vergelijkingen de matrix $P_0^{-1} + H^T \cdot H$ voorkomt, zijn de probleemstellingen essentieel verschillend t.a.v. de complexiteit en de gemoeide inspanning: voor de berekening van de optimale schatting van de transportvectoren moet een lineair stelsel vergelijkingen worden opgelost (2.1.9), terwijl voor het vinden van de kovariantiematrix de inverse moet worden berekend (2.1.8). Hierbij moet worden gerealiseerd dat in praktijktoepassingen de omvang van de (vierkante) $H^T \cdot H$ matrix kan oplopen tot duizenden kolommen en rijen. Gelukkig volgt uit de probleemstelling echter dat de matrix $H^T \cdot H$ een ijle structuur heeft.

Gegeven deze aspecten, wordt nu kort ingegaan op de methoden die in het ISTM worden gevolgd voor het vinden van $\hat{\theta}$ en diens kovariantiematrix P .

Berekening van $\hat{\theta}$

Nader onderzoek naar bestaande technieken voor het oplossen van grote, maar ijle lineaire systemen van de vorm $A \cdot x = b$ heeft op dit moment twee gangbare methoden opgeleverd.

Één methode is gebaseerd op de bekende *LU-dekompositie* van de matrix A . Het is een directe methode in de zin dat via een eindig aantal stappen de exakte oplossing wordt gevonden.

Via een eerste, en ad-hoc test procedure is de MA28-implementatie uit de Harwell Library onderzocht (*N.B.* Harwell is het Britse Atoominstituut). De resultaten zijn vooralsnog bevredigend, maar de MA28 modules dienen later tijdens de implementatie van het ISTM voor realistische omvang en vormen van de A matrix (waarbij $A = H^T \cdot H$) nader op hun prestaties onderzocht te worden.

Een tweede methode die geschikt lijkt, is de *gekonjugeerde gradienten methode (CGM)*.

Hierbij wordt via een zogenaamde gradient methode via een aantal stappen de functie $x \rightarrow \frac{1}{2} x^T \cdot A \cdot x - x^T \cdot b$ geminimaliseerd. De CGM is dus een iteratieve methode. T.a.v. beschikbare programmatuur zal tijdens de implementatie van het ISTM de bruikbaarheid van het SLAP-pakket worden onderzocht (Seager en Greenbaum). SLAP is een afkorting voor *Sparse Linear Algebra Package* en is ontwikkeld bij het Lawrence Livermore National Laboratory en het Courant Institute of Mathematical Sciences van de universiteit van New York.

Als alternatief voor de Harwell/MA28 en de SLAP procedures is op dit moment YALE-pack (eveneens een directe methode op basis van LU-dekompositie) onder handbereik. Deze zal tijdens de implementatie alleen dan op zijn bruikbaarheid worden gecontroleerd wanneer de eerste twee onvoldoende perspectieven blijken te bieden (t.a.v. rekentijden en geheugengebruik) voor realistische ISTM-toepassingen (met als criterium dat $A = H^T \cdot H$ een ijle matrix met hoogstens 30.000 rijen en kolommen is).

Berekening van $P = (P_0^{-1} + H^T \cdot H)^{-1}$

Gegeven het grote aantal rijen en kolommen, laat deze P zich niet gemakkelijk berekenen, zelfs al is de te inverteren matrix $P_0^{-1} + H^T \cdot R^{-1} \cdot H$ sparse. Bovendien, gegeven het aspect dat van P alleen de diagonaal elementen gewenst zijn, is er de vraag of deze diagonaalelementen kunnen worden bepaald zonder dat de 'rest' van P hoeft te worden berekend (waardoor rekentijd bespaard zou kunnen worden).

Een literatuur onderzoek heeft één methode opgeleverd om individuele entrees van P exakt te berekenen (Duff et al., 1986). Hierbij werd uitgegaan van een *direkte methode* waarbij de inversie worden berekend vanuit de driehoeksmatrices die volgen uit de impliciete LU-faktorizatie. Van dit algoritme is echter geen implementatie beschikbaar of zelfs maar bekend. Een eigen implementatie van de methode vergt veel inspanning zonder dat het a priori duidelijk is of de procedure ook voor praktische toepassingen efficiënt zal presteren. Hier wordt derhalve gepleit voor *benaderende methodes om de diagonaal van P te vinden*. Hiervoor zijn o.a. de volgende drie alternatieven mogelijk:

- (i) Voor de diagonaal elementen van P wordt de inverse van het korresponderende diagonaalelement van $A := P_0^{-1} + H^T \cdot R^{-1} \cdot H$ genomen: $P_{ii} = 1/A_{ii}$
- (ii) Mass Lumping. Voor de diagonaal elementen van P worden eerst de elementen van A kolomsgewijze opgeteld en daarna geïnverteerd: $P_{ii} = 1 / \sum_{k=1}^K A_{ik}$
- (iii) Iteratieve methode. Schrijf de matrix A als $A := D + M$. D is een diagonaal matrix

die overeenkomt met de diagonaalelementen van A. M is de rest, d.w.z. $M = A - D$. Dan is met $B := D^{-1/2} \cdot M \cdot D^{-1/2} = D^{-1/2} \cdot A \cdot D^{-1/2} - I$ de matrix P te schrijven als:

$$P = D^{-1/2} \cdot (1 - B + B^2 - B^3 + \dots) \cdot D^{-1/2}$$

De benaderingen (i) en (ii) zijn beter, en de methode (iii) convergeert sneller, naarmate A sterker diagonaal dominant is. Deze diagonaaldominantie kan worden gestuurd door de keuze voor de a priori kovariantiematrix P_0 .

T.a.v. keuzen uit bovenstaande alternatieven moet worden opgemerkt dat het niet zinvol is om veel rekenwerk te besteden aan het nauwkeurig berekenen van (de diagonaalelementen van) P omdat de onzekerheden ondergebracht in P_0 en R (kovarianties van de ruizen) zelf al eerder grove indicaties zijn dan nauwkeurig bekende grootheden. Derhalve wordt in het prototype alleen optie 1 geïmplementeerd. De overige opties zijn hier als PM vermeld voor eventuele latere uitbreidingen en/of verfijningen van het ISTM.

T.a.v. (de beperking van) de opslag van P zullen alleen de diagonaal elementen (d.w.z. de varianties van de diverse transporten) op schijf worden bewaard (de kovarianties worden niet berekend en dus zeker niet bewaard).

Berekening van bergingstermen B

In de vorige alinea is de a posteriori verdeling van de transportvektoren afgeleid: zowel de verwachtingswaarde $\hat{\Theta}$ als de kovariantie P zijn daar bepaald. Uit deze grootheden kan op basis van de continuïteitsvergelijking de a posteriori verwachtingswaarde en a posteriori kovariantie van de bergingsterm worden berekend. Dat gaat als volgt.

Uit

$$B_m^n := - \left[\frac{(T_x)_m^n - (T_x)_{m-1}^n}{\Delta x_{m-1/2}} + \frac{(T_y)_m^n - (T_y)_{m-1}^{n-1}}{\Delta y^{n-1/2}} \right] \tag{2.4.1}$$

ofwel diens vorm in de k-administratie,

$$B_m^n := - \left[\frac{\Theta_{k_1} - \Theta_{k_2}}{\Delta x_{m-1/2}} + \frac{\Theta_{k_3} - \Theta_{k_4}}{\Delta y^{n-1/2}} \right] \tag{2.4.2}$$

volgt door het links en rechts nemen van de verwachtingswaarde:

$$\hat{B}_m^n := - \left[\frac{\hat{\Theta}_{k_1} - \hat{\Theta}_{k_2}}{\Delta x_{m-1/2}} + \frac{\hat{\Theta}_{k_3} - \hat{\Theta}_{k_4}}{\Delta y^{n-1/2}} \right] \quad (2.4.3)$$

Voor de variantie van B_m^n volgt dan:

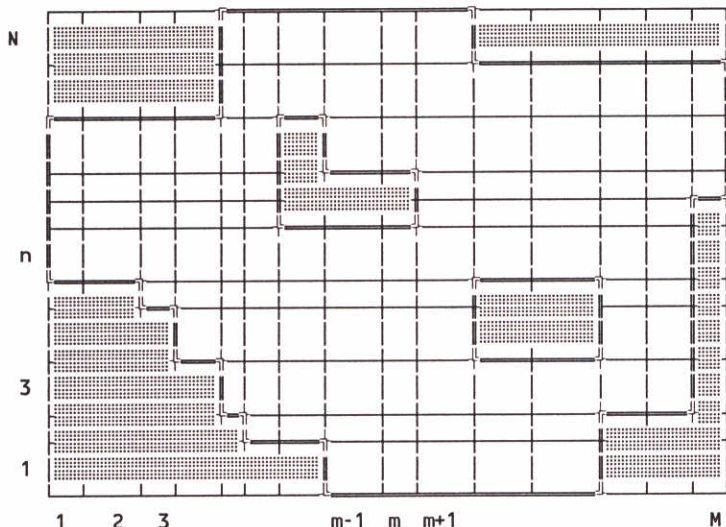
$$\begin{aligned} \text{var}[B_m^n] &= \frac{\text{var}[\Theta_{k_1}] + \text{var}[\Theta_{k_2}] - 2 \cdot \text{covar}[\Theta_{k_1}, \Theta_{k_2}]}{(\Delta x_{m-1/2})^2} \\ &+ \frac{\text{var}[\Theta_{k_3}] + \text{var}[\Theta_{k_4}] - 2 \cdot \text{covar}[\Theta_{k_3}, \Theta_{k_4}]}{(\Delta y^{n-1/2})^2} \\ &+ 2 \frac{\text{covar}[\Theta_{k_1}, \Theta_{k_3}] + \text{covar}[\Theta_{k_2}, \Theta_{k_4}] - \text{covar}[\Theta_{k_1}, \Theta_{k_4}] - \text{covar}[\Theta_{k_2}, \Theta_{k_3}]}{\Delta x_{m-1/2} \cdot \Delta y^{n-1/2}} \\ &= \frac{P_{k_1 k_1} + P_{k_2 k_2} - 2 \cdot P_{k_1 k_2}}{(\Delta x_{m-1/2})^2} + \frac{P_{k_3 k_3} + P_{k_4 k_4} - 2 \cdot P_{k_3 k_4}}{(\Delta y^{n-1/2})^2} \\ &+ 2 \frac{P_{k_1 k_3} + P_{k_2 k_4} - P_{k_1 k_4} - P_{k_2 k_3}}{\Delta x_{m-1/2} \cdot \Delta y^{n-1/2}} \end{aligned}$$

Omdat van de kovariantiematrix P van de transporten alleen de diagonaal elementen worden berekend zal de variantie van B_m^n worden benaderd door:

$$\text{var}[B_m^n] \approx \frac{P_{k_1 k_1} + P_{k_2 k_2}}{(\Delta x_{m-1/2})^2} + \frac{P_{k_3 k_3} + P_{k_4 k_4}}{(\Delta y^{n-1/2})^2}$$

2.5 Aktieve/niet aktieve cellen

In het algemeen zal het gebied waarover de sedimenttransporten moeten worden berekend niet een eenvoudige rechthoekige structuur hebben. Enerzijds is dat het gevolg van niet-rechte en grillige "buiten"randen, anderzijds is dat het gevolg van mogelijke eilanden in het rekengebied, of de aanwezigheid van b.v. strekdammen waarover geen transport kan plaatsvinden (interne randen). In een figuur, en als voorbeeld kan men denken aan:



Één optie bij het berekenen van de transporten is dat men in de transportvektor $\vec{\Theta}$ alleen de componenten $(T_x)_m^n$ en $(T_y)_m^n$ opneemt van de "natte" ofwel "aktieve" cellen. Het voordeel is dat deze vektor, en de matrix $H^T \cdot H$, van de kleinst mogelijke omvang zijn.

Een andere optie is dat men elke cel, actief of niet, in de berekening opneemt. In dit geval is de lengte van de transportvektor gelijk aan $2 \cdot M \cdot N$ en de "systeemmatrix $H^T \cdot H$ " van omvang $2 \cdot M \cdot N \times 2 \cdot M \cdot N$. Bij het vullen van de systeemmatrix en het rechterlid van vergelijking (2.1.8) moet men dan forceren dat in de niet-aktieve punten de nuloplossing voor de transporten wordt gevonden. Dit is op zich een eenvoudige procedure.

In eerste instantie lijkt de tweede optie minder gunstig omdat bij onfortuinlijke positionering van het (WAQUA) rooster de dimensie van het probleem aanzienlijk groter kan zijn dan in het eerste geval, en als gevolg rekentijden en geheugenbeslag toenemen.

De tweede optie heeft echter aanzienlijke voordelen t.a.v. de administratie (bepalen van buurcellen, controles op wel of niet droog zijn, etc.). Bovendien, of juist ten gevolge daarvan, is het allesbehalve denkbeeldig dat ondanks de grotere dimensie de rekentijden toch kleiner zijn dan voor de optie dat alleen de actieve cellen mee mogen doen. Het idee

hierbij is dat moet worden gelet op de structuur van de systeemmatrix. Deze is voor de tweede optie aanzienlijk regelmatiger (er wordt hier een "echte" bandstructuur gevonden, tenzij een al te exotische celnummering wordt gebruikt) dan in het geval van de eerste optie (onregelmatige structuur). De gekozen oplostechnieken (paragraaf 2.4) houden expliciet rekening met die structuur en zij kunnen bij niet-bandstructuren vertraging oplopen ten gevolge van "fill-in" effecten.

Gezien de specifieke eigenschappen/eigenaardigheden van de diverse oplosmethoden (LU-decompositie, gekonjugeerde gradienten methode) is het op dit moment moeilijk te voorspellen welke optie de beste perspectieven zal bieden t.a.v. rekestijden. Tijdens de implementatie zal voor één geometrie van een vorm zoals in bovenstaande figuur, en een totaal aantal cellen van de orde 10000, de performance van beide opties onderzocht worden. Op deze basis wordt één optie gekozen voor definitieve implementatie in het ISTM.

2.6 Celnummering en administratietabel

In deze paragraaf wordt nader ingegaan op de procedure die moet worden gevolgd bij het onder elkaar zetten van de transporten van alle (al dan niet actieve) rekencellen, en die leidt tot de transportvektor $\vec{\Theta}$. Bij het nagaan van de konsekventies van de nummering zullen we voorlopig uitgaan van een rechthoekig modelgebied. Met 'konsekventies' wordt hier het effect van de gekozen nummering op de structuur van de systeemmatrix $H^T \cdot H$ bedoeld.

Een voor de hand liggende nummering is die waarbij rij-gewijs (of kolom gewijs) het rekengebied wordt doorlopen, en waarbij onderwijl de componenten T_x en T_y opvolgend worden genummerd. In een figuur ziet dat er dan als volgt uit:

N					$\Theta(2NM)$
					$\Theta(2NM-1)$
n					
	$\Theta(2M+2)$	$\Theta(2M+4)$	$\Theta(4M)$
	$\Theta(2M+1)$	$\Theta(2M+3)$	$\Theta(4M-1)$
1	$\Theta(2)$	$\Theta(4)$	$\Theta(2M)$
	$\Theta(1)$	$\Theta(3)$	$\Theta(2M-1)$
	1	m			M

In een algemene formule is dan de nummering $\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_k, \dots$ volgens de volgende administratietabel:

$$(m,n,\xi) \leftrightarrow \begin{cases} k = 2(m + (n-1) \cdot M) - 1 & \text{voor } \xi=x \\ k = 2(m + (n-1) \cdot M) & \text{voor } \xi=y \end{cases}$$

Dan is $1 \leq k \leq K$ met $K=2 \cdot M \cdot N$.

Bij het opstellen van de model- en regularisatievergelijkingen (zie paragraaf 2.3) "vanuit" cel (m,n) , wordt cel (m,n) gekoppeld aan de buurcellen $\{(m-1,n), (m-1,n-1), (m,n+1), (m,n-1), (m+1,n)\}$ of een deelverzameling daarvan.

Als dan b.v. $(m, n, x) \Leftrightarrow k$, dan is

$(m-1, n, x)$	\Leftrightarrow	$k-2$,
$(m-1, n-1, x)$	\Leftrightarrow	$k-2-2M$,
$(m, n+1, x)$	\Leftrightarrow	$k+2M$,
$(m, n-1, x)$	\Leftrightarrow	$k-2M$,
$(m+1, n, x)$	\Leftrightarrow	$k+2$,
(m, n, y)	\Leftrightarrow	$k+1$,
$(m-1, n, y)$	\Leftrightarrow	$k-1$,
$(m-1, n-1, y)$	\Leftrightarrow	$k-1-2M$,
$(m, n+1, y)$	\Leftrightarrow	$k+2M+1$,
$(m, n-1, y)$	\Leftrightarrow	$k-2M+1$,
$(m+1, n, y)$	\Leftrightarrow	$k+3$,

Als voorbeeld wordt dan de continuïteitsvergelijking van de vorm,

$$\frac{\Theta_k - \Theta_{k-2}}{\Delta x_{m-1/2}} + \frac{\Theta_{k+1} - \Theta_{k-2M+1}}{\Delta y^{n-1/2}} + (V_1)_{m-1/2}^{n-1/2} = \hat{B}_{m-1/2}^{n+1/2}$$

en de (lastige) tweede orde regularisatie vergelijking

$$\frac{(T_x)_m^n - (T_x)_{m-1}^n - (T_x)_m^{n-1} + (T_x)_{m-1}^{n-1}}{\Delta x_{m-1/2} \Delta y^{n-1/2}} + (V_{11})_{m-1/2}^{n-1/2} = 0 \rightarrow \frac{\Theta_k - \Theta_{k-2} - \Theta_{k-2M} + \Theta_{k-2M-2}}{\Delta x_{m-1/2} \Delta y^{n-1/2}} + (V_{11})_{m-1/2}^{n-1/2} = 0$$

Merk op dat voor het zo dicht mogelijk bij elkaar krijgen van k-indices men de nummering het beste over de rijen kan laten lopen als $M \leq N$ (zoals dat in het voorbeeld is gebeurd), en men het beste over de kolommen kan gaan nummeren als $M \geq N$. De moraal is dus over diè richting te nummeren, waarin het rekengebied de kleinste breedte (uitgedrukt in aantal cellen) heeft.

Het is duidelijk dat H, en daarmee $H^T H$ de structuur krijgt van een hoofddiagonaal met een aantal nevendagonalen, d.w.z. een vorm als in de volgende figuur:

$$\begin{pmatrix}
 * 0 * 0 0 * 0 0 0 0 0 0 \dots 0 \\
 0 * 0 * 0 0 * 0 0 0 0 0 \dots 0 \\
 * 0 * 0 * 0 0 * 0 0 0 0 \dots 0 \\
 0 * 0 * 0 * 0 0 * 0 0 0 \dots 0 \\
 0 0 * 0 * 0 * 0 0 * 0 0 \dots 0 \\
 * 0 0 * 0 * 0 * 0 0 * 0 \dots 0 \\
 0 * 0 0 0 0 0 0 0 0 0 * \dots 0 \\
 \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\
 \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\
 \dots 0 0 * 0 0 * 0 * 0 * 0 0 0 \\
 \dots 0 0 0 * 0 0 * 0 * 0 * 0 0 \\
 \dots 0 0 0 0 * 0 0 * 0 * 0 * 0 \\
 \dots 0 0 0 0 0 * 0 0 * 0 * 0 * \\
 \dots 0 0 0 0 0 0 * 0 0 * 0 * 0 \\
 \dots 0 0 0 0 0 0 0 * 0 0 * 0 *
 \end{pmatrix}$$

In de literatuur wordt naast bovenstaande nummering soms ook wel voor een zogenaamde *schaakbordnummering* (ook wel wit-zwart, of red-black nummering) gekozen (zie b.v. Ortega en Poole, 1981). Hierbij worden eerst de zwarte velden afgelopen, en pas als men die allemaal heeft gehad zijn de witte velden aan de beurt. In een figuur (met voor het gemak, maar zonder verlies der algemeenheid, M en N oneven) ziet dat er als volgt uit.

Eerste nummering:

N		$\theta(NM+1)$ $\theta(NM)$
		$\theta(3M+3)$ $\theta(3M+2)$		
n	$\theta(2M+2)$ $\theta(2M+1)$		$\theta(2M+3)$ $\theta(2M+2)$	
		$\theta(M+3)$ $\theta(M+2)$		$\theta(M+5)$ $\theta(M+4)$	
1	$\theta(2)$ $\theta(1)$		$\theta(4)$ $\theta(3)$		$\theta(M+1)$ $\theta(M)$
	1		m		M

Hierna wordt de nummering als volgt voortgezet.

Tweede nummering:

N			$\theta(2NM)$ $\theta(2NM-1)$	

n		
	$\theta(NM+M+2)$ $\theta(NM+M+1)$		$\theta(NM+M+4)$ $\theta(NM+M+3)$	
1	2 1	$\theta(NM+3)$ $\theta(NM+2)$		
	1		m		M

Ook bij deze nummering kan de administratietabel met een expliciete formule worden opgeschreven. Deze formule is enigszins complex omdat t.a.v. m, n, M, N onderscheid moet worden gemaakt naar het even/oneven zijn van deze grootheden. De formule wordt hier verder weggelaten.

Ook in dit geval wordt voor $H^T \cdot H$ een speciale vorm gevonden. Het blijkt dat men een matrix vindt met een blok structuur waarbij elk der blokken elementen heeft die om en nabij de diagonaal zijn gekoncentreerd.

Schematisch weergegeven ziet dat er in een figuur als volgt uit:

$$\left(\begin{array}{c} \left[\begin{array}{cccccccc} * & 0 & * & 0 & 0 & * & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & * & 0 & * & 0 & 0 & * & 0 & \dots & 0 \\ * & 0 & * & 0 & * & 0 & 0 & * & \dots & 0 \\ 0 & * & 0 & * & 0 & * & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & * & 0 & 0 & * & 0 & * & 0 & * & 0 \\ \dots & 0 & * & 0 & 0 & * & 0 & * & 0 & * \\ \dots & 0 & 0 & * & 0 & 0 & * & 0 & * & 0 \\ \dots & 0 & 0 & 0 & * & 0 & 0 & * & 0 & * \end{array} \right] & \left[\begin{array}{cccccccc} * & 0 & * & 0 & 0 & * & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & * & 0 & * & 0 & 0 & * & 0 & \dots & 0 \\ * & 0 & * & 0 & * & 0 & 0 & * & \dots & 0 \\ 0 & * & 0 & * & 0 & * & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & * & 0 & 0 & * & 0 & * & 0 & * & 0 \\ \dots & 0 & * & 0 & 0 & * & 0 & * & 0 & * \\ \dots & 0 & 0 & * & 0 & 0 & * & 0 & * & 0 \\ \dots & 0 & 0 & 0 & * & 0 & 0 & * & 0 & * \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{cccccccc} * & 0 & * & 0 & 0 & * & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & * & 0 & * & 0 & 0 & * & 0 & \dots & 0 \\ * & 0 & * & 0 & * & 0 & 0 & * & \dots & 0 \\ 0 & * & 0 & * & 0 & * & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & * & 0 & 0 & * & 0 & * & 0 & * & 0 \\ \dots & 0 & * & 0 & 0 & * & 0 & * & 0 & * \\ \dots & 0 & 0 & * & 0 & 0 & * & 0 & * & 0 \\ \dots & 0 & 0 & 0 & * & 0 & 0 & * & 0 & * \end{array} \right] & \left[\begin{array}{cccccccc} * & 0 & * & 0 & 0 & * & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & * & 0 & * & 0 & 0 & * & 0 & \dots & 0 \\ * & 0 & * & 0 & * & 0 & 0 & * & \dots & 0 \\ 0 & * & 0 & * & 0 & * & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & * & 0 & 0 & * & 0 & * & 0 & * & 0 \\ \dots & 0 & * & 0 & 0 & * & 0 & * & 0 & * \\ \dots & 0 & 0 & * & 0 & 0 & * & 0 & * & 0 \\ \dots & 0 & 0 & 0 & * & 0 & 0 & * & 0 & * \end{array} \right] \end{array} \right)$$

Elk de vier blokken is van de omvang $\frac{1}{2}K \times \frac{1}{2}K$, ofwel $N \cdot M \times N \cdot M$. Deze blokken zullen minder gevulde nevendagonalen bezitten dan de systeemmatrix die voor de eerste rijgewijze nummering werd gevonden. De precieze vorm van die blokken is op dit moment niet van belang.

Naast de rijgewijze nummering en de schaakbordnummering wordt soms de *zebranummering* voorgesteld. Hierbij wordt de nummering weer over de rijen uitgevoerd, echter eerst worden de oneven rijen een voor een afgelopen, waarna de even rijen pas aan de beurt zijn.

Tot nu toe is van *rechthoekige modelgebieden* uitgegaan (die men b.v. altijd zal vinden wanneer men zowel de actieve en niet-actieve punten nummert). Wanneer niet met rechthoekige gebieden wordt gewerkt, wordt de k-nummering van de Θ 's binnen de diskrete modelvergelijkingen veel onregelmatiger en daarmee wordt een grilliger vorm van de systeemmatrix $H^T \cdot H$ gevonden. Apriori is het effect van een meer onregelmatige nummering op rekentijden niet duidelijk.

De optimaliteit van een en ander (wel/niet rechthoekige rekengebied, gekombineerd met de keuze voor de nummering) zal met numerieke experimenten moeten worden onderzocht.

2.7 Samenvatting/konklusie numerieke aspecten

Gegeven het enige criterium dat voor ons van belang is, namelijk

snelheid/geheugengebruik van het ISTM

wordt als samenvatting/aanbeveling/konklusie van de paragrafen 2.4 (*oplosmethoden*), 2.5 (*al dan niet rekenen over niet-actieve cellen*) en 2.6 (*nummering van de cellen*) gesteld dat alleen op basis van numerieke experimenten onderzocht kan worden welke combinatie(s) van {definitie rekengebied, celnummering/administratie, oplosroutine} tot de meest optimale prestaties van het ISTM onder realistische kondities leiden.

Bij de implementatie van het ISTM wordt de performance van het prototype getest voor rechthoekige modelgebieden (en worden inactieve cellen in de berekening opgenomen, met procedures om de transporten daar op 0 te zetten) en een rij (of koloms-)gewijze k-administratie. Alleen als deze uitgangspunten van modelgebied en celnummering tot onakseptabel geheugenbeslag en rekentijd leiden zullen (hoogstens 2) alternatieven voor gebiedsdefinitie en celnummering worden onderzocht.

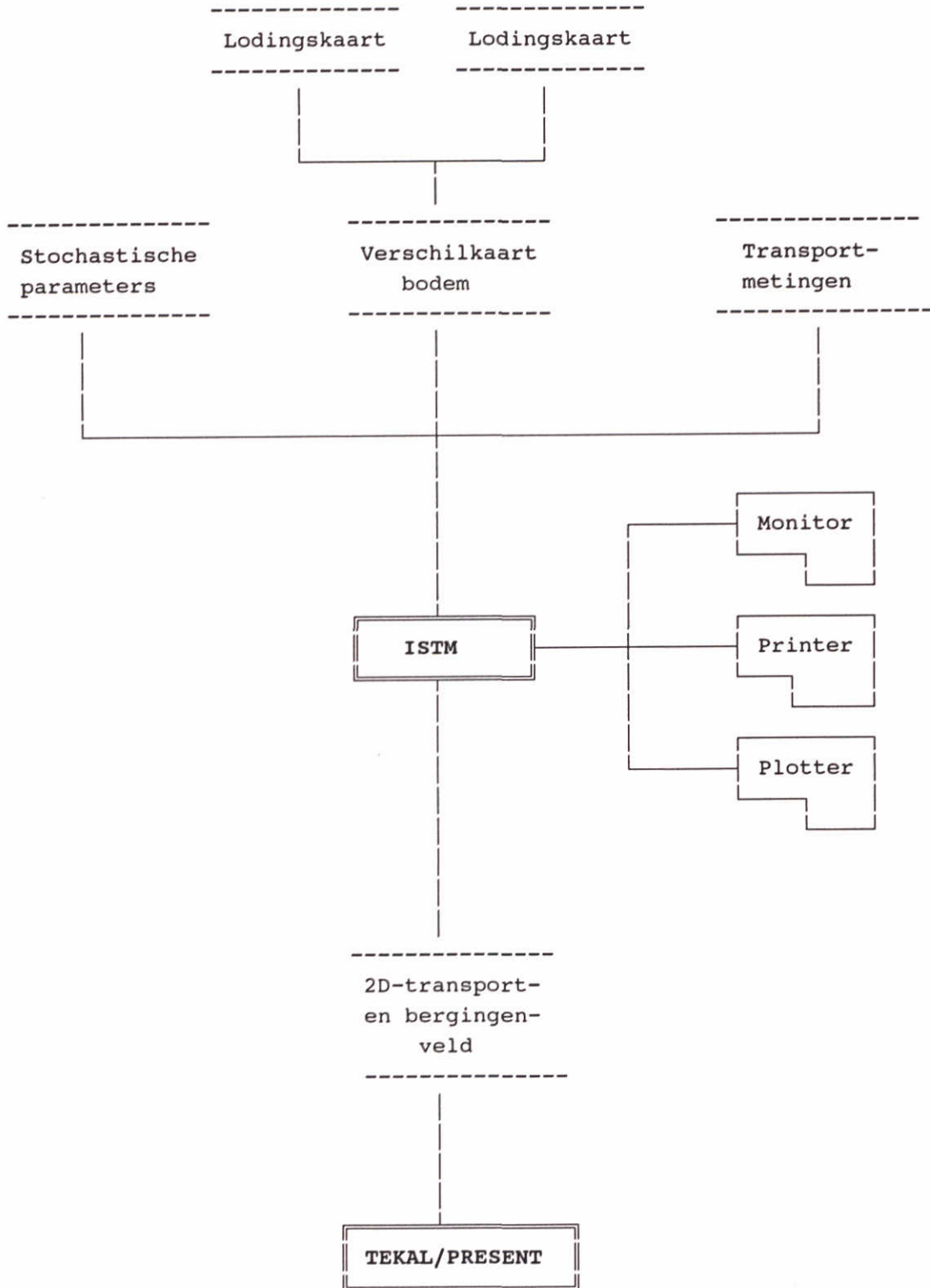
3 Globaal Systeemontwerp

In dit hoofdstuk wordt het **globaal systeemontwerp** gepresenteerd waarin een *funktionele decompositie* plaats vindt van het hoofdprobleem in diverse deelfuncties. Hierbij wordt gebruik gemaakt van zogenaamde *stepwise refinement* technieken.

Tevens worden de diverse *externe bestanden* gedefiniëerd waarop het systeem zal opereren.

Het globaal ontwerp wordt ook wel een *logisch* ontwerp genoemd. Van belang is zich te realiseren dat in het globaal ontwerp met name de **WAT** vraag zal dienen te worden beantwoord. Dit betekent dat allerlei technische details (**HOE** vraag) m.b.t. de implementatie van het systeem hier (nog) niet aan de orde zijn. Deze onderwerpen worden behandeld in hoofdstuk 4 van dit rapport, waarin het detail ontwerp wordt uitgewerkt.

3.1 Context diagram



Beschrijving van het context-diagram

Vanuit de twee lodingskaarten wordt een verschilkaart verkregen van sedimentatie en erosie (=berging) in het modelgebied. Formeel gesproken horen de Lodingskaarten niet tot het ISTM-systeem. Zij zijn ter wille van het overzicht in deze figuur opgenomen.

Op diverse lokaties in het modelgebied zijn er metingen gedaan van transportgrootte en/of transportrichting.

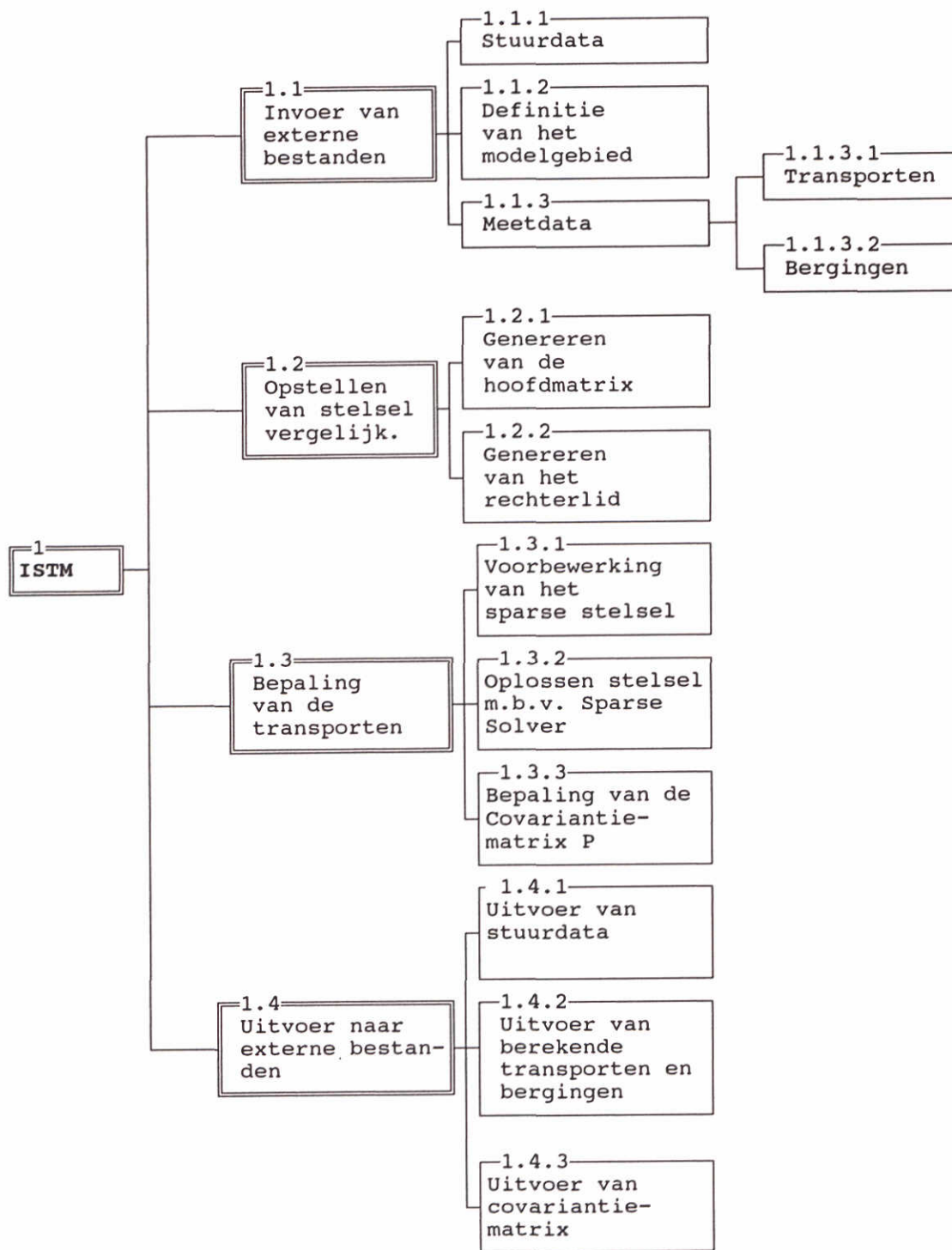
Bovenstaande twee bestanden vormen samen de noodzakelijke externe invoerbestanden voor het ISTM.

De stochastische parameters hebben betrekking op de spreidingen in de uitgevoerde metingen, en op de apriori kovariantie P_0 van de transporten.

Het ISTM berekent voor het gehele modelgebied de transportvectoren en de transportrichtingen, en berekent eveneens een schatting voor het bergingenveld.

Het transportveld en het bergingenveld worden weggeschreven naar een TEKAL/PRESENT-bestand voor grafische naverwerking (bijvoorbeeld contourlijnen). De TEKAL/PRESENT organisatie lijkt voldoende algemeen om visualisaties eventueel met alternatieve grafische pakketten uit te voeren (bijvoorbeeld binnen of gekoppeld aan GIS).

3.2 Functie-relatiediagram



stelsel

hoofdfuncties

deelfuncties

3.3 Beschrijving van functies

Hieronder volgt een beschrijving van de functies uit het schema van paragraaf 3.2.

3.3.1 ISTM

Deze functie omvat de feitelijke doelstelling van het ISTM, zoals geformuleerd in Invers Sedimenttransportmodel; Definitiestudie (Waterloopkundig Laboratorium, augustus 1993).

3.3.2 Invoer van externe bestanden

In deze taak worden alle benodigde invoerdata, zoals vereist voor het ISTM model vanaf externe invoerbestanden gelezen. Dat zijn achtereenvolgens de *stuurdata*, *modelgebiedgegevens*, en de *meetgegevens*. De hiervoor benodigde deelfuncties worden hieronder puntgewijs beschreven.

Voor de invoergegevens worden geen 'defaults' gedefiniëerd maar moeten conform de hieronder gegeven beschrijvingen worden aangemaakt.

Het inlezen van de gegevens zal batch geöriënteerd zijn: d.w.z. gegevens worden vanaf files via een hier voorgeschreven organisatie ingelezen.

Gezien de doelstelling van het prototype ISTM, het testen van de performance van de inverse methode onder realistische kondities (d.w.z. validatie van de techniek), zal in de implementatie de invoer via een batch geöriënteerde procedure worden afgehandeld. Er worden dus nog geen 'echte' (flexibele, grafische en gebruikersgestuurde) user-interfaces ontwikkeld of aangesloten. Het aspect van geavanceerde user-interfaces kan voor een latere fase overwogen worden, nadat het prototype ISTM zich heeft bewezen.

Bij de batch geöriënteerde inleesprocedures worden de gegevens vanuit ASCII-files ingelezen. Deze files moeten door de gebruiker worden aangemaakt met een editor, of een of ander programma/model. Vanwege het prototypekarakter van de huidige ontwikkeling zal bij de invoerprocedures nog minimale inspanningen worden besteed aan foutafhandeling en fout/warningsdiagnoses. Dit houdt in dat van foutieve invoer alleen een korte melding wordt gemaakt met een diagnose en het programma wordt gestopt.

● Inlezen van stuurdata (1.1.1)

Standaardafwijkingen voor ruizen

Binnen het ISTM zijn er in de modelvergelijkingen (continuïteitsvergelijking, meetvergelijkingen en regularisatievergelijkingen) ruistermen V gedefiniëerd met gemiddelde nul en een zekere variantie σ^2 . De spreiding σ van de ruistermen dient door de gebruiker te worden opgegeven voor alle opgevoerde modelvergelijkingen, d.w.z. voor

- de ruistermen V_1 in de continuïteitsvergelijking (2.3.1)
- de ruistermen V_2 , V_3 en V_4 in de meetvergelijkingen, zie (2.3.4) - (2.3.6).
- de ruistermen V_5 , V_6, \dots, V_{14} in de regularisatievergelijkingen, zie (2.3.8) en (2.3.11).

moeten de standaarddeviaties σ_j worden opgegeven.

Kovariantie-matrix P_0

Met een kovariantiematrix P_0 kan men een a priori onzekerheid in de transporten opgeven (men zou bijvoorbeeld uit eerdere of vergelijkbare studies hebben kunnen afgeleid dat een transport van de orde, zeg, 3.0 ± 1.2 kg/(m·s) is en deze informatie in het ISTM willen inbrengen). In het algemeen is het aantal transportcomponenten T_x en T_y dermate groot dat het onbegonnen werk is om de hele kovariantiematrix P_0 op te geven. Daarom wordt hier volstaan met de (autoko)varianties van de transporten, d.w.z. alleen de diagonaalelementen van P_0 .

Behalve het fysische aspect van het inbrengen van voorkennis heeft een $P_0 > 0$ een stabiliserend effect op de ISTM-schattingsprocedure.

Naast een eigen bedenksel van de gebruiker voor P_0 , kan voor (de diagonaal van) deze matrix ook het resultaat van een eerdere ISTM-toepassing worden opgegeven.

Een en ander leidt tot drie opties voor P_0 :

- Geen opgave met als resultaat $P_0 = 0$
- P_0 via een invoerfile initialiseren op een (diagonale)kovariantiematrix van een vorige toepassing
- Een gebruikers gestuurde initialisatie van P_0 .
In dit geval kan via polygonspecificaties gebieden worden

opgegeven en van de gewenste spreidingen σ_x voor T_x , en σ_y voor T_y worden voorzien. Op overlappende polygoongebieden wordt de laatst opgegeven spreiding genomen. Met voldoende, en geschikt gedefinieerde polygonen kan zo een vrijwel willekeurige initialisatie van σ_x en σ_y tot stand worden gebracht. T.z.t (na de voltooiing van het prototype ISTM) kan deze handmatige definitie van de polygonen (respektievelijk σ -gebieden) gemakkelijk worden vervangen door muis-gestuurde opdrachten (bijvoorbeeld binnen een GIS-omgeving). De polygonen moeten in diskrete (m,n) coördinaten worden gedefiniëerd.

Modelvergelijkingen en hun diskretisatie

De diskretisatie van de modelvergelijkingen ligt vast met de definities gegeven zie paragraaf 2.3.

- Met behulp van stuurparameters kan worden aangegeven welke regularisatievoorschriften wel en welke niet meegenomen worden in de berekening.
- Bij de regularisaties wordt de standaard deviatie van de ruizen met één getal, die dan geldt voor het hele modelgebied, opgegeven.

Opmerking. Hoewel de continuïteitsvergelijking een 'echte modelvergelijking' is moeten de onzekerheden in deze vergelijking bij de onder (1.1.3)

op te geven gemeten bergingsmetingen $\hat{B}(\cdot; \cdot)$ worden opgegeven.

Numerieke parameters

Het numerieke oplossingsproces van stelsel vergelijkingen (1.2.6) kan worden gecontroleerd met o.a. de onderstaande stuurparameters:

- maximum aantal iteraties
- nauwkeurigheid van de oplossing

● **Inlezen van definitie van het modelgebied (1.1.2)**

Binnen het ISTM is het modelgebied gedefinieerd in diskrete (m,n)-koordinaten.

Hiervoor dienen het aantal gridpunten in de X-richting (M_{\max}) en het aantal gridpunten in de Y-richting (N_{\max}) te worden opgegeven. Vanwege het niet-uniforme rooster dienen ook de roosterafstanden $\Delta X(1:M_{\max})$ en $\Delta Y(1:N_{\max})$ te worden opgegeven.

Vervolgens dient met een polygoon het actieve rekengebied te worden afgebakend. Zie ook Appendix A.

Zo kunnen ook b.v. eilanden en strekdammen in het rekengebied worden gemodelleerd.

● **Inlezen van meetdata (1.1.3)**

Meetdata

Voor een schatting van de optimale transporten en bergingen met het ISTM zijn onderstaande meetdata vereist:

- Bergingstermen met hun spreidingen via verschilkaarten. De bergingstermen en hun onzekerheden komen terecht in de continueitsvergelijking.
- Transportgrootten en -richtingen en hun spreidingen. Deze komen terecht in de 'echte' meetvergelijkingen.

De onzekerheden in bergingstermen en transportgrootten of richtingen moeten per meting worden opgegeven.

3.3.3 Opstellen van vergelijkingen

In *forme*le zin kunnen we het stelsel vergelijkingen (2.1.2) schrijven als:

$$A \Theta = b$$

waarbij:

$$A := P_0^{-1} + H^T \cdot R^{-1} \cdot H = P_0^{-1} + \tilde{H}^T \cdot \tilde{H} \quad (3.3.3.1a)$$

$$b = H^T \cdot R^{-1} \cdot Z = \tilde{H}^T \cdot \tilde{Z} \quad (3.3.3.1b)$$

en Θ de te berekenen optimale transportvektor.

In paragraaf 2.2 is aangegeven hoe op basis van de modelvergelijkingen de matrix A gevuld moet worden. Het blijkt dat A een zogenaamde *sparse* (=ijle) matrix is met als eigenschap dat deze grotendeels uit nul-elementen bestaat. Welk gedeelte van de matrix uit nul-elementen moet bestaan om voor de kwalificatie 'sparse' in aanmerking te komen, is nogal arbitrair, en wordt mede bepaald door het 'sparsity' patroon.

In Duff et al. (1986) wordt een definitie gegeven van een sparse matrix. Het idee is dan een matrix 'sparse' te noemen, wanneer bij het bepalen van de oplossing van het bijbehorende stelsel, het voordelig is expliciet rekening te houden met de ligging van de nul- en de niet-nul elementen.

Van groot belang is de *implementatie* van dit sparse stelsel. Uit oogpunt van efficiënt geheugengebruik is het van belang alleen de niet-nul elementen (*entries*) van de matrix op te slaan. Een gebruikelijke opslagmethode voor sparse matrices is de zgn. *triad storage mode*, waarbij alleen de entries en hun rij-kolom posities worden opgeslagen (zie verder).

In numerieke oplostechnieken (b.v. eliminatie-processen) kunnen tijdens tussenstappen matrix-elementen die aanvankelijk gelijk aan nul waren, ongelijk aan nul worden. Vooral bij toepassing van klassieke oplostechnieken (b.v. Gauss-eliminatie methode) kan hierdoor het aantal niet-nul elementen dramatisch toenemen. Dit verschijnsel wordt *fill-in* genoemd. Sparse solvers zijn er speciaal voor ontwikkeld om deze fill-in te minimaliseren.

Naast de keuze van een geschikte Sparse solver zal de mate van fill-in bepaald zijn door de definitie van het rekengebied (rechthoekig met hierin inaktieve punten, v.s. het alleen meenemen van de actieve punten) en de nummering van de gridpunten (k-administratie).

Bovenstaande opmerkingen zijn van belang m.b.t. de implementatie van het stelsel vergelijkingen. Immers, *structuur en inhoud* van de hoofdmatrix A en de vectoren Θ en b worden volledig bepaald door de gemaakte keuzen voor (1) Sparse Solver, (2) wel of niet meenemen van actieve/droge punten, (3) nummering/administratie van het rekengebied.

Zoals in paragraaf 2.7 al aangeduid is, zal bij de implementatie uitgegaan worden van

rechthoekige modelgebieden (al dan niet met droge cellen) en een rij (of koloms-)gewijze k-administratie. Alleen als deze keuze tot onakseptabel geheugenbeslag en rekentijd vergt zullen (hoogstens 2) alternatieven voor gebiedsdefinitie en celnummering worden onderzocht.

Bij het genereren en oplossen van de stelsels vergelijkingen die moeten worden opgelost zullen foutmeldingen en waarschuwingen worden gegenereerd indien het stelsel geen eenduidige oplossing heeft, b.v. vanwege het singulier zijn van de systeemmatrix en/of slecht gekonditioneerd zijn. Voor zover relevant zullen de meldingen gegenereerd door de oplosprocedures MA28 en SLAP worden doorgegeven

3.3.3.1 Genereren van de hoofdmatrix

Volgens vergelijking (3.3.3.1a) voldoet de matrix A aan:

$$A = P_0^{-1} + H^T \cdot R^{-1} \cdot H = P_0^{-1} + \tilde{H}^T \cdot \tilde{H}$$

Voor een bepaalde keuze van rekengebied en celnummering (de administratie), is in paragraaf 2.3 van dit rapport beschreven welke entries van de hoofdmatrix A gevuld worden en welke waarde deze entries krijgen. Het bleek dat voor het vullen van de matrix een "loop" moet worden genomen over de modelvergelijkingen, waarbij aan de hand van de coëfficiënten van elke modelvergelijking bepaalde entries van de matrix aangepast worden.

Een zeer algemene vorm van *data-opslag voor een sparse matrix* is de *triad storage mode*. Dat betekent dat er voor de matrix-opslag drie 1-dimensionale arrays nodig zijn: (1) een integer array, zeg IROW(\cdot), waarin de *rij*-indices worden opgeslagen, (2) een integer array, zeg ICOL(\cdot), waarin de *kolom*-indices worden opgeslagen, en (3) een real array, zeg AMAT(\cdot), waarin de *waarden* van de entries worden opgeslagen. In een voorbeeld ziet dat er als volgt uit: als $A(k_1, k_2) \neq 0$, dan is voor zekere IENTRY, IROW(IENTRY) = k_1 , ICOL(IENTRY) = k_2 en AMAT(IENTRY) = $A(k_1, k_2)$. Gezien het feit dat de meeste Sparse Solvers uitgaan van een *triad storage mode*, wordt voor het ISTM ook voor deze vorm van opslag gekozen.

3.3.3.2 Genereren van het rechterlid

Het rechterlid b volgt uit :

$$b = H^T R^{-1} Z$$

Voor een bepaalde keuze van rekengebied en gebiedsnummering, is in paragraaf 2.2 van dit rapport aangegeven hoe de entries van de rechterlidvektor moeten worden berekend uit de modelvergelijkingen.

3.3.4 Bepaling van transporten

3.3.4.1 Voorbewerking van het stelsel vergelijkingen

In paragraaf 2.4 van dit rapport zijn een aantal Sparse Solvers genoemd, die in de implementatie-fase nader zullen worden onderzocht. Gezien de herkomst van de beschreven Sparse Solvers (NETLIB), ontbreekt het bij de hoofdrouines enigszins aan een uniform interface: het is immers geen geïntegreerde set van oplosrouines afkomstig uit één bibliotheek. Om die reden moet er mee rekening worden gehouden, dat elke oplosroutine zekere voorbereidingen vergt om in stelling te kunnen worden gebracht. Enige voorstudie heeft echter getoond, dat de verschillen in interfaces beperkt zijn. Hier wordt nu niet verder ingegaan op nadere details t.a.v. de implementatie van deze procedures. Zij komen in de implementatie-fase nader aan de orde tijdens het intensief testen van deze modules.

Voor de diverse oplosmethoden dienen diverse numerieke parameters te worden opgegeven. Dat zijn bijvoorbeeld de vereiste (relatieve) nauwkeurigheid van de oplossing, het maximum aantal iteraties bij een indirecte methode, etc. Zie b.v. de SLAP-dokumentatie (Seager en Greenbaum).

3.3.4.2 Oplossen van het stelsel met Sparse Solver

In paragraaf 2.4 van dit rapport zijn een aantal Sparse Solvers genoemd, die in de implementatie-fase zullen worden toegepast en getest.

Elk van deze oplosprocedures bestaat uit een kollektie van FORTRAN-subrouines waartoe

toegang wordt gekregen via een *hoofdroutine*. Deze bestuurt een verzameling lagergelegen subroutines.

Bij toepassing van een Sparse Solver, dient de hoofdroutine te worden geactiveerd met de korrekte invoerparameters. De belangrijkste invoerparameters betreffen hier uiteraard de arrays die het Sparse Stelsel definiëren.

3.3.4.3 Bepaling van de covariantie-matrix

De kovariantie-matrix P bij de berekende oplossing Θ wordt gegeven door:

$$P = (P_0^{-1} + H^T \cdot R^{-1} \cdot H)^{-1}$$

Merk op dat deze matrix identiek is aan inverse van bovenvermelde systeemmatrix A .

Gegeven het grote aantal rijen en kolommen, laat deze P zich niet gemakkelijk berekenen, zelfs al is de te inverteren matrix $P_0^{-1} + H^T \cdot R^{-1} \cdot H$ sparse. Bovendien speelde het aspect dat van P alleen de diagonaal elementen gewenst zijn, en dat de overige entries bij voorkeur niet berekend worden om geheugengebruik en rekentijd te besparen.

In paragraaf (2.4) is derhalve voorgesteld de volgende benadering voor de diagonaal elementen van P te nemen: de inverse wordt genoemd van het korresponderende diagonaalelement van $A := P_0^{-1} + H^T \cdot R^{-1} \cdot H$ hetgeen leidt tot: $P_{ii} = 1/A_{ii}$

3.3.4.4 Berekening van de bergingen

Konform het voorstel in paragraaf 2.4 wordt de verwachtingswaarde \hat{B} van de bergingsterm berekend. Merk op dat voor elk roosterpunt een bergingsterm wordt berekend, dus ook in de punten waar geen meetgegevens beschikbaar waren. Voor de bergingstermen wordt ook een benadering voor de spreiding berekend. Deze wordt, zoals in paragraaf 2.4 is afgeleid herleid uit de berekende spreidingen in de transporten.

3.3.5 Uitvoer naar externe bestanden

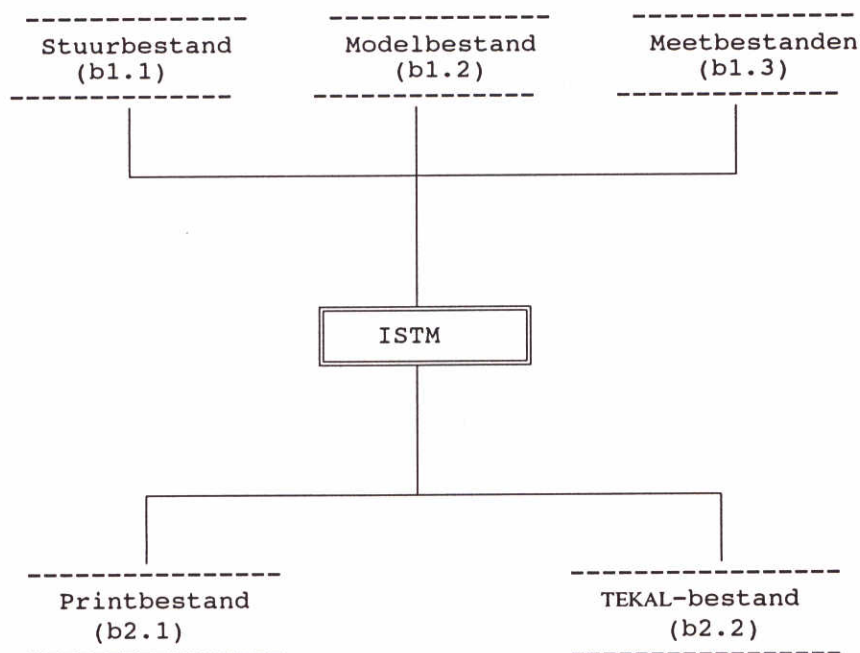
In ISTM worden een tweetal uitvoerbestanden aangemaakt, namelijk een printbestand en een TEKAL/PRESENT uitvoerbestand.

Op het *printbestand* (deelfunctie 1.4.1) worden invoergegevens weggeschreven, ter controle op de juiste interpretatie van het ISTM van de aangeboden data. Daarna volgen de resultaten van het numerieke oplosproces, waaronder statistische parameters die de overeenkomst van berekende en gemeten transporten kwantificeren.

Op het *TEKAL/PRESENT bestand* (deelfunctie 1.4.2) worden o.a. de berekende transporten T_x en T_y en richtingen ϕ weggeschreven in een dusdanige structuur, dat deze later door het grafische pakket TEKAL/PRESENT kunnen worden verwerkt. Bijvoorbeeld t.b.v. het maken van contourplots en vektorplots van het berekende transportveld. Hierin vindt eveneens de uitvoer plaats van de kovariantiematrix (deelfunctie 1.4.3).

3.4 Externe bestanden

3.4.1 Bestandsrelatiediagram



3.4.2 Beschrijving van externe bestanden

3.4.2.1 Invoerbestanden

De invoergrootheden voor het ISTM worden betrokken van een 3-tal invoerbestanden: het *stuurbestand*, *modelbestand*, en *meetbestanden*.

3.4.2.1.1 Stuurbestand

Vanaf het stuurbestand (*b1.1* in het bestandsrelatiediagram van de figuur in paragraaf 3.4.1) worden alle *stuurdata* ingelezen, zoals beschreven in paragraaf 3.3.2 van dit ontwerprapport.

3.4.2.1.2 Modelbestand

Vanaf het modelbestand (*b1.2* in het bestandsrelatiediagram van de figuur in paragraaf 3.4.1) worden alle *modelgegevens* ingelezen, zoals beschreven in paragraaf 3.3.2 van dit ontwerprapport.

3.4.2.1.3 Meetbestanden

Vanaf meetbestanden (*b1.3* in het bestandsrelatiediagram van de figuur in paragraaf 3.4.1) worden alle *meetgegevens* ingelezen, zoals beschreven in paragraaf 3.3.2 van dit ontwerprapport.

3.4.2.2 Uitvoerbestanden

Binnen het ISTM zijn als uitvoerbestanden (1) één *printbestand* en (2) twee *TEKAL/PRESENT bestanden* gedefiniëerd, één voor de berekende transporten en één voor de berekende bergingen.

3.4.2.2.1 Printbestand

Op het printbestand (*b2.1* in het bestandsrelatiediagram van de figuur in paragraaf 3.4.1) zullen allereerst alle data worden weggeschreven, zoals die zijn ingelezen vanaf de externe bestanden. Het printbestand zal worden ingedeeld in logische rubrieken. De data die wordt weggeschreven heeft betrekking op informatie t.a.v. het oplosproces en statistische gegevens van de oplossing:

- Ter evaluatie van het numerieke proces zullen statistische parameters (gemiddelde verschil model en metingen, gemiddelde absolute verschil, RMS-verschillen, en onder en bovenextrema met hun lokaties) worden berekend, die de overeenkomsten/verschillen uitdrukken tussen de gemeten en berekende transporten, en de gemeten en berekende bergingen.
- Teneinde het oplosproces enigszins transparant te maken voor de gebruiker, zullen er zoveel mogelijk (tussen-)resultaten van dit oplosproces naar het printbestand worden gedirigeerd. Voorbeelden zijn, het aantal iteraties, de gerealiseerde nauwkeurigheid van de oplossing, e.d.

3.4.2.2.2 TEKAL/PRESENT uitvoerbestanden

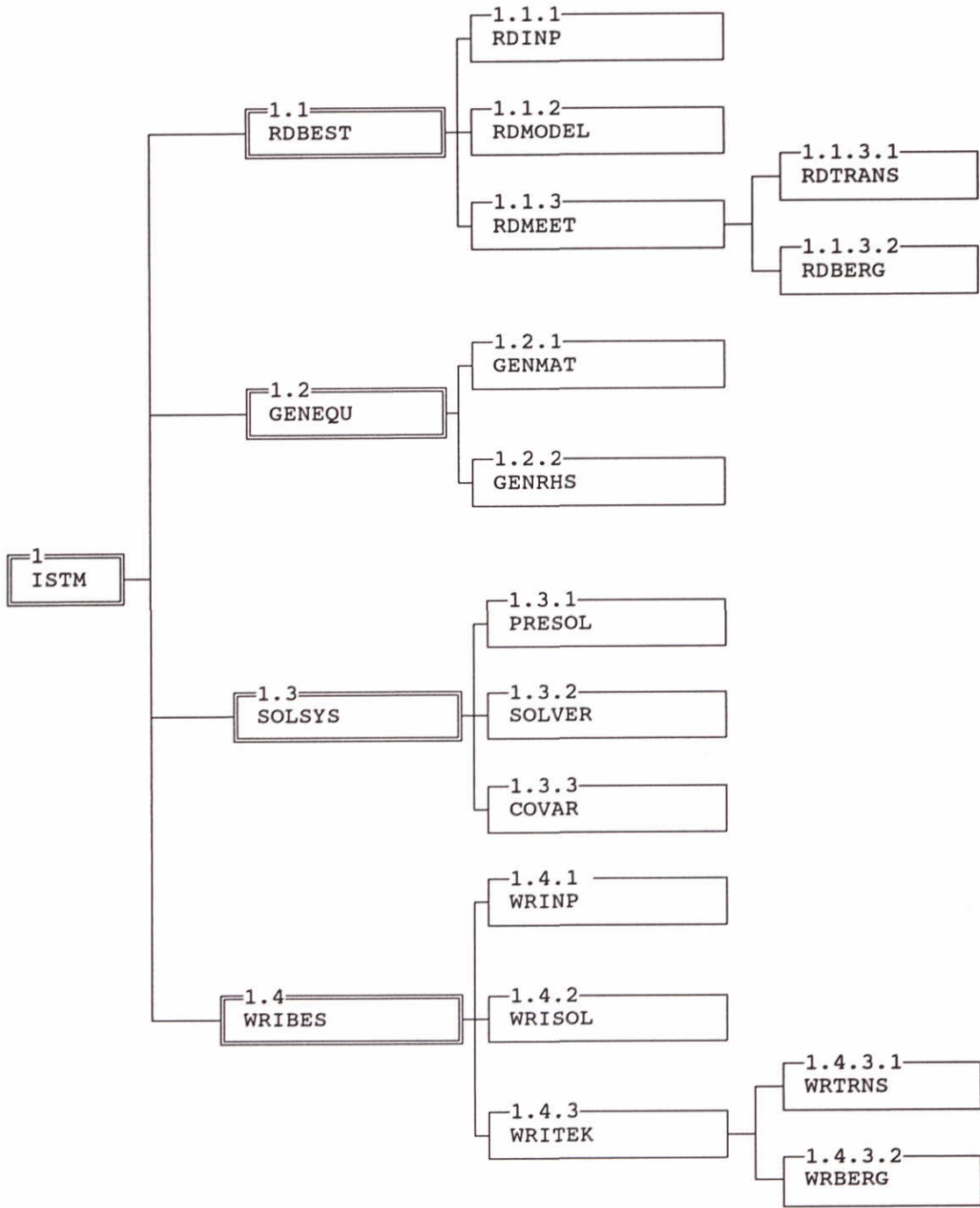
Voor grafische post-processing zullen er twee uitvoerbestanden (*b2.2* in het bestandsrelatiediagram van de figuur in paragraaf 3.4.1) worden aangemaakt dat aansluit op het grafische tekenpakket TEKAL/PRESENT. Op deze bestanden zullen het berekende transportveld en het berekende bergingenveld worden weggeschreven. Dit gebeurt in een dusdanig formaat dat bijvoorbeeld contourplots en vektorplots kunnen worden gemaakt van het berekende transportveld of het berekende bergingenveld (zie b.v. TEKAL-handleiding).

4 Detail systeemontwerp

Op basis van het in hoofdstuk 3 van dit rapport beschreven *globale systeemontwerp*, wordt in dit hoofdstuk het *detailsysteemontwerp* gepresenteerd met daarin specificaties t.a.v. de *technische implementatie*. Om deze reden wordt dit onderdeel van het ontwerp soms ook wel het technisch systeemontwerp genoemd.

In dit onderdeel komen dus allerlei implementatie-aspekten aan de orde zoals modulen, data organisaties en data-flows. Het detailontwerp gaat derhalve vooral in op de **HOE** vragen die spelen bij de implementatie van het ISTM.

4.1 Relatie-diagram subroutines



4.2 Lijst van subroutines

Moduul- nummer	Moduul- naam	Moduul- functie
1.	ISTM	Hoofdprogramma: moduulbesturing
1.1	RDBEST	Inlezen externe bestanden
1.1.1	RDINP	Inlezen stuurdata
1.1.2	RDMODEL	Inlezen modelgegevens
1.1.3	RDMEET	Inlezen metingen
1.1.3.1	RDTRANS	Inlezen transporten
1.1.3.2	RDBERG	Inlezen van bergingen
1.2	GENEQU	Genereren van stelsel vergelijkingen
1.2.1	GENMAT	Genereren van matrices
1.2.2	GENRHS	Genereren van rechterlid
1.3	SOLSYS	Oplossen van sparse stelsel
1.3.1	PRESOL	Voorberwerking voor oplossing stelsel
1.3.2	SOLVER	Oplossen van sparse stelsel met Sparse Solver
1.3.3	COVAR	Bepalen van covariantie-matrix P
1.4	WRIBES	Aanmaken van uitvoerbestanden
1.4.1	WRINP	Wegschrijven van stuurdata
1.4.2	WRISOL	Wegschrijven resultaten van oplosproces
1.4.3	WRITEK	Wegschrijven naar TEKAL/PRESENT bestand
1.4.3.1	WRTRNS	Wegschrijven van berekende sedimenttransporten
1.4.3.2	WRBERG	Wegschrijven van berekende bergingen

4.3 Beschrijving van externe databestanden

Teneinde de leesbaarheid van de invoerbestanden te vergroten, kunnen de data-blokken op de invoerbestanden worden bekomentariëerd door tussenvoeging van *comment-records*. Een comment-record is een data-record dat begint met een * in kolom 1. Konform de SIMONA-standaard zal ook een regel met # in de eerste kolom worden geïnterpreteerd als kommentaarregel.

4.3.1 Invoerbestanden

4.3.1.1 Stuurbestand

Naam : Vrij (naar keuze van gebruiker)
Struktuur : ASCII-file
Access : Sequentieel, free formatted
Inhoud : In het stuurbestand worden numerieke parameters opgegeven die in de oplosprocedure benodigd zijn, alsmede de namen van files waarin modelgegevens en meetgegevens zijn te vinden. Hier volgt een beschrijving van de records waarbij het type (integer, real, character-string) van de invoer onderstreept is.

record 1 **Ruizen/Regularisatie**

record 1.1 Integers die aangegeven welke van de regularisaties 5-14 moeten worden aangezet;

record 1.2 Reals die van de hierboven ingeschakelde regularisaties de spreidingen van de korresponderende V_j (zie paragraaf 2.3) opgegeven. Deze gelden voor het gehele rekengebied.

record 2 **A priori Covarianties**

record 2 Characterstring met de naam van de file waarin de diagonaal elementen van P_0 zijn gegeven. Deze file kan uit een vorige toepassing komen. Anderzijds kan via polygonen een P_0 geïnitieerd worden.

In het geval dat P_0 uit een vorige toepassing komt moet de file een kolomstruktuur van de vorm $\{m, n, \sigma_x, \sigma_y\}$ hebben (σ_ξ is de standaard deviatie van T_ξ , $\xi=x$ of $\xi=y$).

In het geval dat de gebruiker een nieuwe P_0 wil maken dan moeten in de file polygonen worden gedefinieerd met de σ_x voor het binnengebied van het polygon. Van deze polygonen wordt een TEKAL/PRESENT structuur aangenomen (zoals hieronder aan de hand van een voorbeeld beschreven). Vooral nog moeten die (min of meer) handmatig worden gemaakt. Later na voltooiing van het prototype ISTM kan dat b.v. vanaf het scherm met muisbesturing worden gedaan waarmee zo'n polygon file gemakkelijk aan te maken is.

- De organisatie van de polygonenfile is dan als volgt (voor het j^o -blok):

Characterstring en twee reals met achtereenvolgens de bloknaam voor de spreidingen, gevolgd met de spreidingen σ_x en σ_y voor dit polygon.

twee integers met # rijen en kolommen (zeg de integers NROW en NCOL, NCOL is meestal 2)

data in de vorm van NROW records met organisatie twee integers waarbij m, n waarbij (m,n) de diskrete vakkoördinaten zijn van het polygonhoekpunt.

Voorbeeld

* kommentaar regels

* kommentaar regels

BL09 0.2 0.54

4 2

1 1

1 100

100 100

100 1

* kommentaar regels

* kommentaar regels

* hierna volgende polygon blok

Deze organisatie maakt het mogelijk de polygonen met TEKAL/PRESENT te inspecteren voordat het ISTM wordt toegepast.

**record 3 Modelgebied**

record 3 Characterstring met de naam van de file waarin het modelgebied/rekengebied wordt gedefiniëerd. Voor beschrijving/organisatie zie paragraaf 4.3.1.2.

record 4 Transporten-Meetbestand

record 4 Characterstring met de naam van de file waarin de gemeten transporten met hun onzekerheden worden opgegeven. Voor beschrijving/organisatie zie paragraaf 4.3.1.3.

record 5 Bergingen-Meetbestand

record 5 Characterstring met de naam van de file waarin de gemeten bergingen $\hat{B}(x,y)$ met hun onzekerheden worden opgegeven. Voor beschrijving/organisatie zie paragraaf 4.3.1.3.

record 6 Numerieke parameters

record 6.1 Integer met maximum aantal iteraties (indirecte methode)

record 6.2 Real met vereiste (relatieve) nauwkeurigheid van de oplossing

4.3.1.2 Modelbestand

- Naam** : Vrij (naar keuze van gebruiker via record 3 in de stuurfile)
- Structuur** : ASCII-file
- Access** : Sequentieel, Free formatted
- Inhoud** : Dit bestand bevat achtereenvolgens blokken voor
- (i) de *celgrootten* Δx_m en Δy^n ,
 - (ii) de *boundary outline* waarmee het rekengebied wordt begrensd, en,
 - (iii) de (binnen de boundary uit te schakelen) *eilanden* (platen, schorren, ...) en *interne randen* (strekdammen, schotten, etc.).

Alle woorden weer in een TEKAL/PRESENT organisatie opgegeven en de datastructuren voor (ii) en (iii) moeten met polygonen worden gedefiniëerd. Dat

gaat als volgt:

(i) Twee datablokken met de cel-grootten

Strukturen:

(i.1) In X-richting: TEKAL blok van de vorm

Characterstring met bloknaam
twee integers met #rijen (zeg NROW rijen) en kolommen van dit blok
data in de vorm van NROW records met organisatie integer, real waarbij de eerste integer het vaknummer in de m-richting (ofwel de x-richting) geeft en de real de vaklengte Δx_m .

Voorbeeld:

```
XVAK
201 2
1 323.4
2 412.3
3 145.4
. ....
. ....
201 295.0
```

(i.2) In Y-richting: TEKAL blok van de vorm

Characterstring met bloknaam
twee integers met #rijen (zeg NROW rijen) en kolommen van dit blok
data in de vorm van NROW records met organisatie integer, real waarbij de eerste integer het vaknummer in de n-richting (ofwel de y-richting) geeft en de real de vaklengte Δy^n .

Voorbeeld:

YVAK
 121 2
 1 263.2
 2 120.0
 3 234.0

 121 167.9

(ii) Een datablok met boundary outline van het rekengebied

Structuur: TEKAL blok met polygondefinitie, dus

Characterstring met bloknaam
twee integers met #rijen (zeg NROW rijen) en kolommen van dit blok
data in de vorm van NROW records met organisatie integer, integer welke het NROW^o-hoekpunt in (m,n)-koordinaten van het randpolygon vormt.

Deze organisatie maakt het mogelijk om de juistheid van de rand met TEKAL/PRESENT te inspecteren voordat het ISTM wordt toegepast.

(iii) Datablokken met eilanden, interne randen, strekdammen etc.

Structuur: Aantal TEKAL blokken met polygondefinitie, dus

Characterstring met bloknaam
twee integers met #rijen (zeg NROW rijen) en kolommen van dit blok
data in de vorm van NROW records met organisatie integer, integer welke het NROW^o-hoekpunt in (m,n)-koordinaten van het randpolygon van het te inactiveren gebied vormt. Moet b.v. één cel worden uitgeschakeld dan is zo'n polygon van lengte 1.

Deze organisatie maakt het mogelijk om de juistheid van de definitie van

inactieve punten met TEKAL/PRESENT te inspecteren voordat het ISTM wordt toegepast.

In het algemeen zal de gebruiker de gegevens voor de modelbestanden uit een WAQUA-invoerfile afleiden.

4.3.1.3 Meetbestanden

(i) transportmetingen

Naam	:	Vrij (naar keuze van gebruiker)
Struktuur	:	ASCII-file
Access	:	sequentieel, free formatted
Inhoud	:	Transportmetingen

De metingen van de transporten T_x , T_y , alsmede de transportrichtingen ϕ , moeten worden opgegeven in (m,n)-koördinaten.

Zij moeten samen met hun onzekerheden worden opgegeven in een TEKAL organisatie via één of meer blokken. Deze blokken zijn van de vorm:

Characterstring met bloknaam

twee integers met #rijen (zeg NROW rijen) en kolommen van dit blok

data in de vorm van NROW records met organisatie 2×integer, 6×real waarbij de eerste twee integers de vakkoordinaten geven, en de zes reals achtereenvol-

gens $(\hat{T}_x)_m^n, (\sigma_x)_m^n, (\hat{T}_y)_m^n, (\sigma_y)_m^n, \hat{\phi}_m^n, (\sigma_\phi)_m^n$ geven.

Meestal zullen een aantal van deze metingen ontbreken en via een default-getal 999.999 kan dat aan het ISTM worden duidelijk gemaakt. Bijvoorbeeld: als voor een cel zowel de x en de y component van de transportvektor ter beschikking staat dan moet men de richting ϕ uitschakelen m.b.v. een 999.999. Als via deze kode een der T_x , T_y of ϕ afwezig is, is de overeenkomstig opgegeven waarde voor de spreiding niet

meer van belang.

Opmerking. De default-waarde 999.999 zal in het prototype ISTM in het hoofdprogramma, of in een meteen daaronder ondergeschikte module, via een parameter-statement worden gedefiniëerd. Daardoor zal het later relatief erg eenvoudig zijn om deze default-waarde naar wens aan te passen.

(ii) *Bergingsmetingen*

Naam : Vrij (naar keuze van gebruiker)
Struktuur : ASCII-file
Access : sequentieel, free formatted
Inhoud : Bergingsmetingen

De bergingsmetingen B worden verkregen uit verschilkaarten over het modelgebied. De gemeten bergingen worden per (m,n)-cel worden opgegeven. Zij moeten samen met hun onzekerheden worden opgegeven in een file met een TEKAL organisatie met één of meer blokken. Deze blokken zijn van de vorm:

Characterstring met bloknaam

twee integers met #rijen (zeg NROW rijen) en kolommen van dit blok

data in de vorm van NROW records met organisatie 2×integer, 2×real waarbij de eerste twee integers de vakkoordinaten geven, en de twee reals achtereenvolgens

de bergingsmeting \hat{B}_m^n en diens spreiding $(\sigma_B)_m^n$.

4.3.2 Uitvoerbestanden

4.3.2.1 Printbestand

Aan het begin van het printbestand worden de invoergegevens weggeschreven, voorzien van significante tekstregels, gevolgd door enkele statistische parameters die een kwantitatieve maat voor de overeenkomst tussen berekende en gemeten transporten weergeven.

1 Sektie A: invoergegevens

PRINTBESTAND	SEKTIE A																									
Stuurdata																										
Ruistermen																										
V05 = .. V06 = .. V14 = ..																										
Modelparameters																										
Aantal grid-punten in X-richting : Mmax = Aantal grid-punten in Y-richting : Nmax = Gridafstanden $\Delta X(1:Mmax)$: Gridafstanden $\Delta Y(1:Nmax)$:																										
Meetgegevens																										
1. Transportmetingen:																										
Aantal meetlocaties N = Transportveld met N meetlocaties:																										
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th colspan="2" style="border-bottom: 1px solid black;">MEETLOCATIE</th> <th colspan="2" style="border-bottom: 1px solid black;">TRANSPORTGROOTTE</th> <th style="border-bottom: 1px solid black;">RICHTING</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">XTR(1)</td> <td style="padding: 2px;">YTR(1)</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">TXMET(1)</td> <td style="padding: 2px;">TYMET(1)</td> <td style="padding: 2px;">DIR(1)</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center;">.</td> <td></td> <td style="border-right: 1px solid black;"></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center;">.</td> <td></td> <td style="border-right: 1px solid black;"></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">XTR(N)</td> <td style="padding: 2px;">YTR(N)</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">TXMET(N)</td> <td style="padding: 2px;">TYMET(N)</td> <td style="padding: 2px;">DIR(N)</td> </tr> </tbody> </table>	MEETLOCATIE		TRANSPORTGROOTTE		RICHTING	XTR(1)	YTR(1)	TXMET(1)	TYMET(1)	DIR(1)	.					.					XTR(N)	YTR(N)	TXMET(N)	TYMET(N)	DIR(N)	
MEETLOCATIE		TRANSPORTGROOTTE		RICHTING																						
XTR(1)	YTR(1)	TXMET(1)	TYMET(1)	DIR(1)																						
.																										
.																										
XTR(N)	YTR(N)	TXMET(N)	TYMET(N)	DIR(N)																						
2. Bergingsmetingen Aantal meetlocaties N =																										
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th colspan="2" style="border-bottom: 1px solid black;">MEETLOCATIE</th> <th style="border-bottom: 1px solid black;">METING</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">XBER(1)</td> <td style="padding: 2px;">YBER(1)</td> <td style="padding: 2px;">BER(1)</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center;">.</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center;">.</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">XBER(N)</td> <td style="padding: 2px;">YBER(N)</td> <td style="padding: 2px;">BER(N)</td> </tr> </tbody> </table>	MEETLOCATIE		METING	XBER(1)	YBER(1)	BER(1)	.			.			XBER(N)	YBER(N)	BER(N)											
MEETLOCATIE		METING																								
XBER(1)	YBER(1)	BER(1)																								
.																										
.																										
XBER(N)	YBER(N)	BER(N)																								

2 Sektie B: Statistiek gemeten-berekende transporten

PRINTBESTAND	SEKTIE B
Statistische parameters	
Statistische parameters m.b.t. korrelatie gemeten en berekende transporten, en korrelatie gemeten en berekende bergingen.	
<ol style="list-style-type: none">1. RMS -error2. Gemiddelde verschil3. Gemiddelde absolute verschil4. Locatie + waarde grootste verschil meting-berekening5. Locatie + waarde kleinste verschil meting-berekening6. (...)	

4.3.2.2 TEKAL/PRESENT uitvoerbestanden

Op twee uitvoerbestanden zal het berekende transportveld en het berekende bergingenveld in TEKAL/PRESENT organisatie worden weggeschreven. Hierdoor is het mogelijk om contourplots en vektorplots te maken. Binnen TEKAL/PRESENT moeten hiervoor de ISOF-respektievelijk de ARST-taken worden uitgevoerd.

Binnen TEKAL/PRESENT is de datastructuur voor beide taken identiek. De data behoeven dus slechts op één manier te worden weggeschreven, dusdanig dat deze door de ISOF- en ARST-taak kunnen worden verwerkt. De vereiste datastructuur wordt beschreven in TEKAL-gebruikershandleiding [1991].

4.4 Implementatieaspecten

Bij de implementatie/kodering van het ISTM worden de volgende uitgangspunten gehanteerd.

1 *Programmeertaal*

Het prototype ISTM wordt in standaard FORTRAN-77 ontwikkeld.

2 *Kodeerrichtlijnen*

Bij de implementatie van het ISTM zal bij de codering van de software worden uitgegaan van de WL-SQA richtlijnen (codeerrichtlijnen, en layoutrichtlijnen voor software in FORTRAN).

3 *Softwarekonfiguratiebeheer*

In een "ISTM Versie Beheer Systeem" zal het prototype worden geregistreerd onder versie nummer V0.01. Dit versienummer zal ook worden opgenomen in de sourcecode van het ISTM-model. Tevens zal een statusformulier worden aangeemaakt waarop deze en toekomstige ISTM-versies zullen worden bijgehouden. In een statusformulier worden de versies geregistreerd onder vermelding van versieomschrijving, de aanmaakdatum van de versie en de status van de versie.

4 *Ontwikkelomgeving*

De ontwikkeling van het ISTM zal plaatsvinden op een PC-386 en/of PC-486. Gezien het gebruik van standaard FORTRAN kan de ontwikkelversie naar UNIX omgevingen worden geporteerd voor b.v. toepassingen op grote modellen.

5 *Tools*

Bij het bouwen van het ISTM zal gebruik worden gemaakt van de SALFORD-FORTRAN compiler/debugger en van de static code-analyzer FORCHECK.

6 *Test procedures*

De implementatie wordt modulair opgezet, en derhalve moduulsgewijs op programmakorrektheid worden getest:

- Voor de invoer wordt gecontroleerd of de door het ISTM geïnterpreteerde invoer overeenkomt met de door de gebruiker opgegeven invoer.

- Het rekenhart zal met analytisch verifiëerbare cases worden getest.
- De uitvoer wordt op basis van analytisch verifiëerbare cases gecontroleerd op de numerieke korrektheid (van b.v. de statistische parameters), en organisatie t.a.v. bruikbaarheid voor de beoogde visualisatie/presentatie doeleinden.

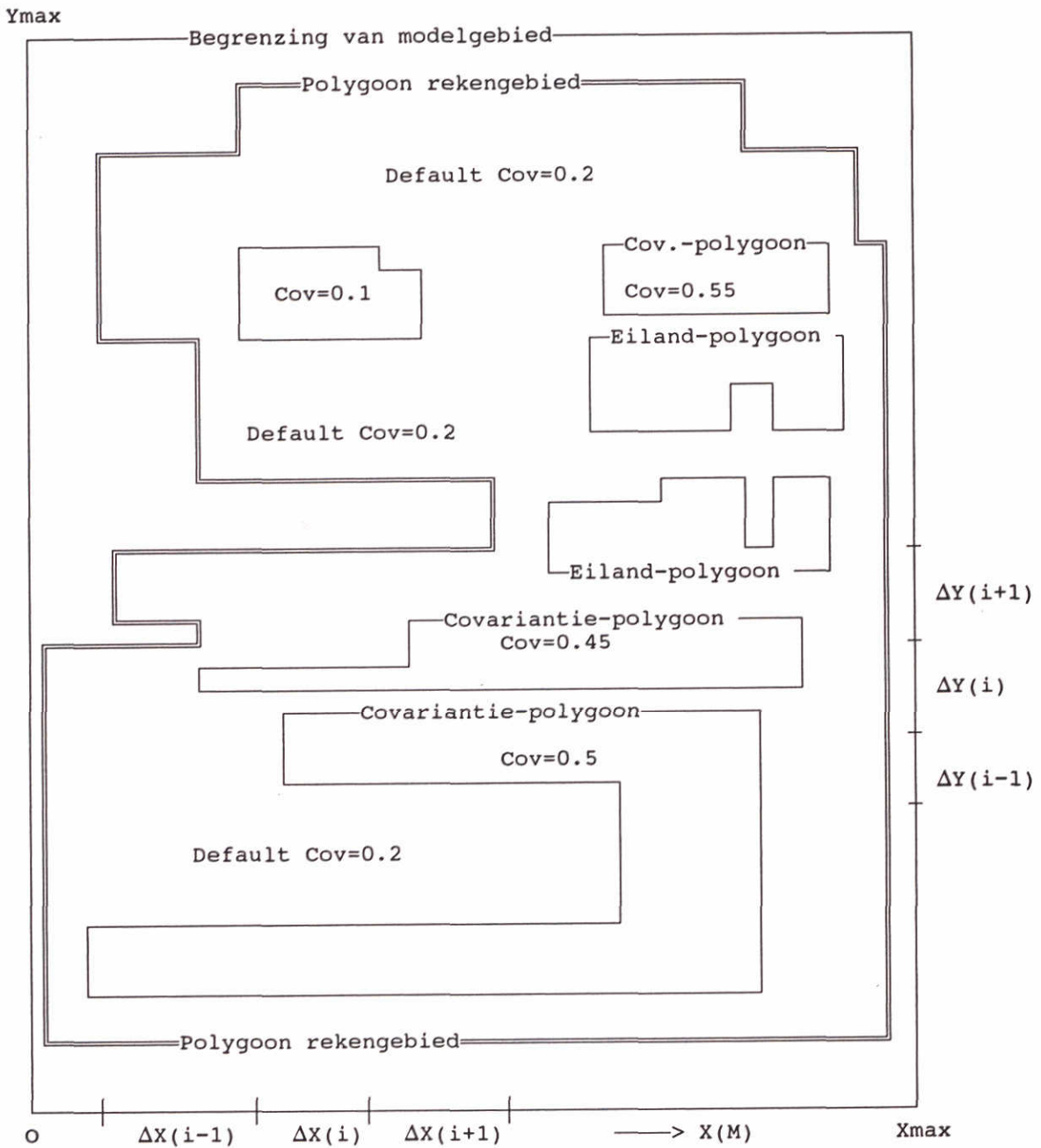
Integrale systeemtesten zoals die in de definitiestudie zijn voorgesteld, worden pas na bovenstaande verifikaties van de programmakorrektheid, in overleg met de opdrachtgever vastgelegd, uitgevoerd en gerapporteerd.

5 Referenties

- Waterloopkundig Laboratorium: Offerte voor de bouw van een Invers Sedimenttransportmodel. Offerte. Waterloopkundig Laboratorium, Rapport Z632, Delft, Januari 1993.
- Waterloopkundig Laboratorium: Invers Sedimenttransportmodel. Definitiestudie. Waterloopkundig Laboratorium, Rapport Z632.10, Delft, Oktober 1993.
- Waterloopkundig Laboratorium: TEKAL Gebruikershandleiding, Waterloopkundig Laboratorium, Delft, November 1991.
- Waterloopkundig Laboratorium: Handboek voor informatica projecten. deel II, versie 1.00. Waterloopkundig Laboratorium, Maart 1989.
- Gelb, A.: Applied Optimal Estimation. The M.I.T. Press, Cambridge, Massachusetts, 1982 (seventh printing).
- Maybeck, P.S.: Stochastic Models, Estimation and Control. Vol 1. Academic Press, Orlando, Florida, 1979.
- van den Boogaard, H.: Inregelen van wiskundige modellen op basis van besturingstheorie. Rapport Z62.10/z107. Waterloopkundig Laboratorium, Delft, 1988.
- Ortega, J.J., W.G. Poole: An introduction to Numerical Methods for differential equations. Pitman Publishing Inc., Marshfield Massachusetts, 1981.
- Duff, I.S., A.M. Erisman, J.K. Reid: Direct Methods for Sparse Matrices. Clarendon Press, Oxford, 1986.
- Ralston, A., P. Rabinowitz: A First Course in Numerical Analysis, McGraw-Hill Ltd, 1978.
- Seager M.K., A. Greenbaum: The Sparse Linear Algebra Package. Note on the use on SLAP Ver. 2.0.

Appendix A

Definitie van modelgebied





hoofdkantoor
Rotterdamseweg 185
postbus 177
2600 MH Delft
telefoon (015) 56 93 53
telefax (015) 61 96 74
telex 38176 hydel-nl

locatie 'De Voorst'
Voorsterweg 28, Marknesse
postbus 152
8300 AD Emmeloord
telefoon (05274) 29 22
telefax (05274) 35 73
telex 42290 hylvo-nl

