

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT

LUCHTVAART- EN RUIMTEVAARTTECHNIEK



TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT
AFDELING DER LUCHTVAART- EN RUIMTEVAARTTECHNIEK

Memorandum M-408

ENIGE OPTIMALISATIE-ASPECTEN
VOOR SUPERSOON KRUISENDE VLIEGTUIGEN
MET SUBSONE VOORRAND

door

E. Torenbeek

Delft - Nederland
december 1981

SAMENVATTING

Methoden uit de literatuur, geldig voor naaldvormige rompen ("slender bodies") en smalle vleugels ("slender wings") zijn toegepast op de berekening van de weerstand van superson kruisende vliegtuigen. Op grond van het ontwikkelde rekenmodel, dat bruikbaar is in het voorontwerpstadium, is kwalitatief aangegeven op welke wijze het glijgetal L/D in gunstige zin door de vormgeving kan worden beïnvloed. Vervolgens zijn algemene analytische voorwaarden afgeleid waarmee een maximum of optimum glijgetal wordt gevonden voor configuraties waarbij alle nuttige lading in de romp is ondergebracht, en voor geïntegreerde configuraties met alle lading in de vleugel. De gevariëerde grootheden zijn de vleugelbelasting, de spanwijdte/lengte-verhouding van de vleugel, de lengte/diameter-verhouding van de romp en de vlieghoogte. Behalve het glijgetal is ook de massa van de brandstof en de voortstuwingsinstallatie als ontwerpkriterium gebruikt. Tenslotte is een voorbeeld behandeld waaruit de aerodynamische verschillen tussen de beschouwde concepties naar voren komen.

INHOUD

	<u>pag:</u>
Notaties	iii
1. Inleiding	1
2. Het weerstandsmodel	2
2.1. Onderverdeling van de weerstand	2
2.2. Wrijvingsweerstand	3
2.3. Golfweerstand t.g.v. volume	5
2.4. Geïnduceerde weerstand	7
3. De invloed van de vliegtuigvorm op de weerstand	9
4. Configuraties met gering vleugelvolumen	12
4.1. Het glijgetal	12
4.2. Optimale box ratio en vleugelbelasting	13
4.3. Invloed van de kruishoogte	16
4.4. Optimale rompslantheid	20
5. De geïntegreerde configuratie	23
5.1. Optimale vleugelbelasting en box ratio	23
5.2. Invloed van de kruishoogte	27
6. Vergelijking van de twee vliegtuigconfiguraties	32
6.1. Configuratie met alle nuttige lading in de romp	32
6.2. De geïntegreerde configuratie	34
7. Conclusies	36
8. Literatuur	38

17 figuren

NOTATIES

- A - slankheid = spanwijdte/gem. koorde = b^2/S
- b - spanwijdte
- C_D - weerstandscoefficiënt
- C_{D_0} - restweerstand- of nul-lift coëfficiënt
- C_{D_F} - wrijvingsweerstandscoefficiënt van een vliegtuigdeel
- C_{D_L} - coëfficiënt van de geïnduceerde weerstand
- $C_{D_{VL}}$ - wervelweerstand
- $C_{D_{WL}}$ - golfweerstandscoefficiënt t.g.v. draagkracht
- $C_{D_{WV}}$ - golfweerstandscoefficiënt t.g.v. volume
- C_F - wrijvingsweerstandscoefficiënt van een eenzijdig omspoelde vlakke plaat
- C_L - draagkrachtscoëfficiënt
- $C_{L_{MD}}$ - C_L waarbij de weerstand van een gegeven vliegtuig minimaal is
- $C_{L_{ref}}$ - referentie- C_L , gedefinieerd door vgl. (30)
- D - weerstand
- d - diameter
- F - functie ter bepaling van de optimale box ratio, vgl. (72)
- K - (toeslag) factor
- K_O - factor voor de bepaling van de golfweerstand t.g.v. volume
- K_L - factor voor de bepaling van de geïnduceerde weerstand, vgl. (18)
- K_R - toeslagfactor op de wrijvingsweerstand voor ruwheid, etc.
- K_t - toeslagfactor ter verrekening van de staartvlakweerstand
- K_V - toeslagfactor op de wervelweerstand
- K_v - factor ter bepaling van het rompvolume, vgl. (55)
- K_W - toeslagfactor op de golfweerstand t.g.v. draagkracht
- K_{wet} - factor ter bepaling van het omspoelde oppervlak van de romp, vgl. (9)
- K_λ - toeslagfactor op de wrijvingsweerstand voor het dikte-effect
- L - draagkracht
- l - lengte
- M_∞ - getal van Mach overeenkomend met de vliegsnelheid
- m - massa
- Pr - getal van Prandtl
- p - atmosferische (statische) druk
- p_0 - p op 0 m SA ($p_0 = 101.325$ Pa)

- q - dynamische druk = $\frac{1}{2}\gamma\rho M_\infty^2$
 \bar{R} - equivalente vlieglengte
 Re - getal van Reynolds
 R_H - vlieglengte-equivalent van de specifieke warmte-inhoud van brandstof
 r - volheidsgraad vleugelplanvorm = $S/(2s \ell)$
 r_T - temperatuurscorrectiefactor ("recovery factor")
 S - oppervlak; geen index; vleugeloppervlak
 S_{ref} - referentie-vleugeloppervlak volgens vgl. (65)
 S_{wet} - omspoeld oppervlak
 T - geïnstalleerde stuwkracht; atmosferische temperatuur
 T_o - statische temperatuur
 T_{t_o} - totale of rusttemperatuur
 T_{W_o} - adiabatische wandtemperatuur
 V_∞ - vliegsnelheid
 Vol - volume; geen index; vleugelvolumen
 W - vliegtuig-totaalgewicht
 W_F - brandstofgewicht
 W_P - gewicht motorinstallatie en gondels
 x - coördinaat in asrichting gemeten vanaf de neuspunt

 β - $\sqrt{M_\infty^2 - 1}$
 γ - verhouding van de soortelijke warmten van lucht
- complement van de voorrand-pijlhoek
 δ - relatieve atmosferische druk
 η - totaal rendement van de voortstuwing
 μ - hoek die de Machkegel maakt met de vliegrichting
 σ - gecorrigeerde box ratio, vgl. (32)
 τ, τ' - volumeparameters, gegeven door (64) resp. (83)

Indices

- F - brandstof
 f - romp
 L - draagkracht
 MD - minimale weerstand
 t - staartvlakken
 w - vleugel

1. INLEIDING

Voor supersone lange-afstands-vliegtuigen geldt - meer nog dan voor subsone vliegtuigen - dat een zo hoog mogelijke waarde van het glijgetal L/D gewenst is om het brandstofverbruik te minimaliseren.

Daartoe zijn er voor wat betreft de aerodynamische vormgeving diverse mogelijkheden, zoals een gunstige keuze van de vleugelbelasting, de (gemiddelde) voorrand-pijlhoek en de rompslankheid. Ook de juiste keuze van de kruishoogte is in dit verband belangrijk.

In lit. 1 wordt door Küchemann een methode beschreven waarmee in eerste benadering een dergelijke optimalisatie kan worden uitgevoerd. Onder meer wordt afgeleid dat de optimale "box ratio", d.w.z. de verhouding van de halve spanwijdte (s) tot de lengte (l) van het vliegtuig (zie Fig. 1) direkt afhankelijk is van het getal van Mach en dat deze zodanig moet worden gekozen, dat het vliegtuig zich ruimschoots binnen de Mach-kegel vanuit de neus bevindt. Het resultaat is dan een "slender wing" configuratie zoals de BAe/Aerospatiale Concorde.

Aan de hand van een met gegevens uit de literatuur samengesteld algemeen weerstandsmodel wordt in dit Memorandum deze methodiek toegelicht en verder uitgewerkt tot een aantal analytische criteria, die in het bijzonder van toepassing zijn op de ontwerp-draagkrachtscoëfficiënt en de eerdergenoemde "box ratio".

Daarbij is uitgegaan van een constant totaalgewicht en een gespecificeerd nuttig volume van het vliegtuig. Behalve aan de optimale vorm en afmetingen wordt ook aandacht gegeven aan de gevoeligheid van het optimum en aan de optimalisatie van de vlieghoogte op grond van een minimum voor de massa van de brandstof en de voortstuwingsinstallatie. Hierbij is verondersteld dat de benodigde stuwkracht in de kruisvlucht bepalend is voor de motorkeuze. Eventuele beperkingen van de vleugelbelasting, die volgen uit b.v. vereiste baanprestaties, worden daarbij buiten beschouwing gelaten.

De ontwikkelde methodiek wordt in het zesde hoofdstuk toegelicht aan de hand van een voorbeeld, waaruit blijkt dat het toegepaste weerstandsmodel tot realistische waarden van het glijgetal leidt en dat de afgeleide optimale parameters redelijk overeenstemmen met de geometrie van een vergelijkbaar vliegtuigontwerp van McDonnell-Douglas.

2. HET WEERSTANDSMODEL

2.1. Onderverdeling van de weerstand

Voor vliegtuigen met naaldvormige rompen en smalle vleugels (d.w.z. vleugels met kleine slankheid, "slender wings") kan als gevolg van linearisatie van de stromingsvergelijkingen de totale weerstand worden beschouwd als de som van:

- wrijvingsweerstand (C_{DF});
- golfweerstand t.g.v. volume ($C_{D_{WV}}$);
- door wervels geïnduceerde weerstand ($C_{D_{VL}}$);
- golfweerstand t.g.v. draagkracht ($C_{D_{WL}}$).

In overeenstemming met Fig. 2 kunnen de eerste twee termen worden samengesteld tot de nul-lift weerstand (C_{D_0}), ook wel restweerstand genoemd, en de laatste twee leveren samen de geïnduceerde of lift-afhankelijke weerstand (C_{DL}):

$$C_D = C_{D_0} + C_{DL} = C_{DF} + C_{D_{WV}} + C_{D_{VL}} + C_{D_{WL}} \quad (1)$$

In het navolgende wordt de berekeningswijze van deze bijdragen kort besproken en de invloed van de vorm en afmetingen van het vliegtuig daarop toegelicht.

Enkele weerstandsbijsdragen, die bij een supersoon vliegtuig een niet onbelangrijke rol kunnen spelen, worden in dit Memorandum buiten beschouwing gelaten. Zo is verondersteld dat het vliegtuig geen basisoppervlak aan de achterzijde van de romp of de vleugel bezit, zodat er geen "base drag" optreedt. Voorts wordt trimweerstand niet expliciet in rekening gebracht, doch aangetoond kan worden dat deze evenredig is met de getrimde C_L^2 en daarom kan worden beschouwd als een toeslag op C_{DL} . De weerstand t.g.v. oppervlakteruwheid, uitsteeksels, spleten, naden, etc. wordt als toeslag op de wrijvingsweerstand beschouwd, de weerstand van motorgondels wordt in rekening gebracht in het totaal geïnstalleerd rendement van de voortstuwingsinstallatie. Een nadere toelichting op de achtergrond van deze methodiek wordt voor subsone vliegtuigen gegeven in lit. 18.

2.2. Wrijvingsweerstand

Voor een nauwkeurige bepaling van de wrijvingsweerstand moet bekend zijn waar omslag plaats vindt. Is echter het getal van Reynolds relatief hoog en het laminaire deel van de grenslaag relatief klein dan kan in goede benadering de grenslaag als volledig turbulent worden beschouwd.

Ook de temperatuur van de vliegtuighuid heeft invloed op de wrijvingsweerstand. Deze temperatuur wordt bepaald door de lokale warmtebalans van de warmteconvectiestroom tussen de huid en de omringende lucht, de warmteuitstraling en de verwarming door zonnestraling. Een gedetailleerde berekening van deze warmtebalans levert de van plaats tot plaats verschillende huidtemperatuur als functie van de tijdsduur van de kruisvlucht. Voor lange-afstands-vluchten kan echter in eerste benadering worden gesteld dat voor de berekening van de wrijvingsweerstand de gemiddelde huidtemperatuur gelijk is aan de adiabatische wandtemperatuur (T_{W_0}), gegeven door:

$$T_{W_0} = T_0 \left(1 + r_T \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 \right) \quad (2)$$

Hierin stelt r_T de temperatuurscorrectiefactor ("recovery factor")

voor:

$$r_T = \frac{T_{W_0} - T_0}{T_{t_0} - T_0} \quad (3)$$

Voor turbulente grenslagen is r_T bepaald door:

$$r_T = \sqrt[3]{Pr} \quad (4)$$

waarbij Pr het getal van Prandtl voorstelt, dat voor lucht 0,72 bedraagt.

Hiermee en met $\gamma = 1,4$ wordt dus de adiabatische wandtemperatuur:

$$\frac{T_{W_0}}{T_0} = 1 + 0,18 M_\infty^2 \quad (5)$$

Op basis van de methode van Prandtl en Schlichting (lit. 2) kan voor de wrijvingsweerstandscoefficiënt van een gladde vlakke plaat betrekken op het omspoelde oppervlak worden geschreven:

$$C_F = \frac{0,455}{T_{W_0}/T_0} \left[\log \frac{Re}{(T_{W_0}/T_0)^{2,8}} \right]^{-2,58} \quad (6)$$

Het getal van Reynolds is hier betrokken op de ongestoorde luchtsnelheid. De wrijvingsweerstand van een dunne vleugel (index: w) kan worden verkregen door het getal van Reynolds te betrekken op de gemiddelde geometrische koorde (\overline{Re}_w). Betrokken op het vleugeloppervlak wordt dan:

$$C_{D_{F_w}} = 2 \bar{C}_{F_w} = \frac{0,91 K_r}{1 + 0,18 M_\infty^2} \left[\log \frac{\overline{Re}_w}{(1 + 0,18 M_\infty^2)^{2,8}} \right]^{-2,58} \quad (7)$$

De factor K_r brengt het dikte-effect van de vleugel en extra weerstand t.g.v. ruwheden, roerspleten etc. in rekening en bedraagt 1,05 à 1,10.

Voor een naaldvormige romp (index f) kan de wrijvingsweerstand worden betrokken op het (rompvolume)^{2/3}, hetgeen voor de hand ligt wanneer de betalende lading (c.q. het kajuitvolume) is gespecificeerd:

$$(C_{D_{F^S}})_f = C_{F_f} K_\lambda \frac{S_{f_{wet}}}{Vol_f^{2/3}} \cdot Vol_f^{2/3} \quad (8)$$

Hierin is de wrijvingsweerstandscoefficiënt volgens (6) betrokken op de romplengte. K_λ is een toeslagfactor voor de dikte-invloed op de wrijvingsweerstand en $S_{f_{wet}}$ en Vol_f stellen resp. het omspoelde oppervlak en het volume van de romp voor.

Voor het omspoelde oppervlak geldt volgens lit. 11:

$$\frac{S_{f_{wet}}}{Vol_f^{2/3}} = 2 K_{wet} (2\pi \lambda_f)^{1/3} \quad (9)$$

waarin λ_f de lengte/max. diameter verhouding is en K_{wet} een vormfactor, die voor slanke, naaldvormige rompen ongeveer 1,025 bedraagt.

Hiermede wordt met $K_\lambda \approx 1.06$ (lit. 5):

$$\frac{(C_{D_{F^S}})_f}{Vol_f^{2/3}} = 2,173 C_{F_f} (2\pi \lambda_f)^{1/3} \approx 4 C_{F_f} \lambda_f^{1/3} \quad (10)$$

Op de wrijvingsweerstand dienen nog toeslagen te worden gegeven voor

de staartvlakken (factor K_t), indien aanwezig. De totale wrijvingsweerstandscoefficiënt wordt op het vleugeloppervlak S betrokken:

$$C_{DF} = K_t \left(2 \bar{C}_{FW} + 4 C_{FF} \lambda_f^{1/3} \frac{Vol_f^{2/3}}{S} \right) \quad (11)$$

2.3. Golfweerstand t.g.v. volume

Deze weerstandsbijdrage wordt vaak gerelateerd aan de minimale golfweerstand van rotatiesymmetrische lichamen met gegeven volume en lengte, één van de bekendste typen uit de klasse zgn. "Sears-Haack (S-H) bodies" (zie o.m. lit. 21). Hierop is het volgende diameterverloop van toepassing:

$$\frac{d}{d_{max}} = \left[4 \frac{x}{\ell} \left(1 - \frac{x}{\ell} \right) \right]^{3/4} \quad (12)$$

waarin x in stromingsrichting is gemeten vanaf de neus. Het weerstandsoppervlak van dit lichaam bedraagt:

$$(C_{DS})_{WV} = \frac{D_{WV}}{q} = \frac{128}{\pi} \left(\frac{Vol}{\ell^2} \right)^2 \quad (13)$$

Hierin duidt q de dynamische druk aan.

Betrokken op het frontale oppervlak bedraagt de weerstandscoefficiënt van het S-H lichaam:

$$C_{D_{WV}\pi} = \frac{9}{8} \pi^2 / \lambda_f^2 \quad (14)$$

Uit resultaten van de theorie van naaldvormige lichamen ("slender body theory" en "slender wing theory", zie o.m. lit. 12 en lit. 1 hoofdstuk 6) is gebleken dat vgl. (13) kan worden gebruikt als referentiewaarde voor de berekening van de golfweerstand van bepaalde klassen van rompen, vleugels en vleugel/rompcombinaties. De weerstand hiervan wordt dan als volgt uitgedrukt:

$$(C_{DS})_{WV} = K_o \frac{128}{\pi} \left(\frac{Vol}{\ell^2} \right)^2 \quad (15)$$

waarin het volume en de lengte (gemeten in stromingsrichting) van toepassing zijn op de gehele combinatie.

Bij de berekening van K_o moet het verloop in langsrichting worden bepaald van de eerste en tweede afgeleide van het dwarsoppervlak (transone en supersone oppervlakteregel, zie lit. 1 pag. 416). Voor praktische vliegtuigvormen blijkt deze procedure in het algemeen niet eenvoudig uit te voeren, maar voor vormen met een geleidelijk verloopend dwarsoppervlak zijn berekeningsmethoden beschikbaar (lit. 17 en 18).

Voor omwentelingslichamen die voldoen aan de voorwaarden van de slender body-theorie en in een punt eindigen (dus geen basisoppervlak bezitten), blijkt K_o een constante, uitsluitend van het dwarsdoorsnede-verloop afhankelijke waarde te hebben, die gelijk is aan of groter dan 1. De golfweerstand van zulke rompen is volgens deze benadering onafhankelijk van het getal van Mach. Voor vleugels en vleugel/rompcombinaties is K_o daarentegen afhankelijk van M_∞ en kan een waarde kleiner dan 1.0 worden bereikt bij een gunstig gekozen dwarsdoorsnede-verloop. Zo wordt in lit. 1 de zgn. "Lord V" oppervlakteverdeling genoemd.

$$\text{dwarsoppervlak} = 7 \frac{\text{Vol}}{\ell} \left(\frac{x}{\ell}\right)^2 \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \left\{4 - 6 \frac{x}{\ell} + 4 \left(\frac{x}{\ell}\right)^2 - \left(\frac{x}{\ell}\right)^3\right\} \quad (16)$$

waarvoor geldt:

$$K_o = 1,17 \frac{1 + 1,5 \beta s/\ell}{1 + 4 \beta s/\ell} \quad (17)$$

waarbij $\beta = \sqrt{M_\infty^2 - 1}$ en s de halve spanwijdte aanduidt.

Voor vleugel/romp combinaties is mede bepalend in hoeverre romp en vleugel duidelijk te onderscheiden zijn als afzonderlijke lichamen, dan wel of beide grotendeels zijn geïntegreerd. Voor de eerstgenoemde categorie wordt in lit. 1 als kenmerkende waarde voor K_o genoemd 1,67, maar wordt 1,0 als streefgetal gegeven voor een geoptimaliseerde configuratie. Overigens ontbreken in de literatuur gegevens van uitgevoerde vliegtuigen, die een controle van deze rekenmethode zouden mogelijk maken.

2.4. Geïnduceerde weerstand

(a) Voor niet-gewelfde (vlakke) vleugels treden bij positieve invalshoeken aan de bovenzijde van de vleugel loslatingsverschijnselen op, die zich thans nog vrijwel niet lenen voor theoretische behandeling. Er zijn echter semi-empirische methoden en veel meetresultaten aan deltavleugels beschikbaar, die aangeven dat de totale geïnduceerde weerstand ligt tussen de theoretische waarde met 100% zuigkracht aan de (subsone) voorrand en de waarde zonder enige zuigkracht. Op grond van deze metingen heeft Courtney (lit. 19) het volgende verband afgeleid voor de totale weerstand t.g.v. draagkracht:

$$C_{DL} = K_L \frac{C_L^2}{\pi A} \quad (18)$$

waarin uit de empirie is afgeleid:

$$K_L = 0,75 + 2,55 \left(\frac{1}{2r} \beta s / \ell_w \right) = 0,75 + 0,64 \beta A \quad (19)$$

Hierin stelt r de "volheidsgraad" voor van de vleugelplanform (Fig. 1):

$$r = \frac{S}{2s\ell_w} \quad (20)$$

In de literatuur wordt hiervoor overigens meestal de notatie "p" gebruikt. Voor deltavleugels geldt $r = 1/2$. In (18) is voorts de slankheid A gedefinieerd als

$$A = \frac{(2s)^2}{S} = \frac{\text{spanwijdte}}{\text{gemiddelde koorde}} \quad (21)$$

Vgl. (19), die bij benadering ook geldig is voor vleugels waarvan de tippen in stromingsrichting lopen "ogees", "gothic wings"), is alleen goed voor een beperkt gebied van praktische vleugelvormen ($\beta s / \ell_w > \sim 0,3$).

(b) Voor vleugels met een zodanige optimale verdeling van welving, wrong en koordeverloop dat de draagkrachtsverdeling zowel in spanwijdte-richting als in stromingsrichting elliptisch is, heeft Jones de klassieke ondergrens voor de geïnduceerde weerstand afgeleid (lit. 14):

$$D_L = D_{VL} + D_{WL} = \frac{(L/b)^2}{\pi q} + (M_\infty^2 - 1) \frac{(L/\ell)^2}{2\pi q} \quad (22)$$

Hierin stellen L de draagkracht, b de spanwijdte en l de lengte voor van het dragende vlak. Voorwaarde voor de geldigheid van (22) is dat de configuratie "slender" is en zich geheel bevindt binnen de kegel van Mach. De eerste weerstandsbijdrage in (22) is herkenbaar als de klassieke, ook bij subsone snelheden geldige uitdrukking voor de (minimale) geïnduceerde weerstand, door deze in een andere vorm te schrijven:

$$C_{D_{VL}} = \frac{D_{VL}}{qS} = \frac{C_L^2}{\pi A} \quad (23)$$

De tweede term in (22) kan worden uitgewerkt indien wordt aangenomen dat de rompneus en de -staart niet bijdragen tot de draagkracht, hetgeen bereikbaar is door in de ontwerprichtie de rompneus en -staart in stromingsrichting op te stellen en het rompmiddenstuk t.p.v. de vleugel dezelfde invalshoek als de vleugel te geven. We kunnen dan stellen $l = l_w$, zodat geldt:

$$C_{D_{WL}} = \frac{r\beta C_L^2}{\pi} \beta \frac{s}{l_w} \quad (\beta s/l_w \ll 1) \quad (24)$$

Hoewel de vergelijkingen (22) t/m (24) belangwekkende streefwaarden geven, blijkt in de praktijk de weerstand steeds hoger te zijn.

Küchemann schrijft daarom in lit. 1 in analoge vorm:

$$C_{D_L} = \frac{C_L^2}{\pi A} \{K_V + 2K_W (\beta s/l_w)^2\} \quad (25)$$

of:

$$C_{D_L} = \frac{r\beta C_L^2}{2\pi} \left\{ \frac{K_V}{\beta s/l_w} + 2K_W \beta s/l_w \right\} \quad (26)$$

Als praktische ondergrens noemt Küchemann in lit. 1: $K_V \approx K_W \approx 1,1$ à $1,2$; deze waarden gelden voor optimaal gewelfde vleugel/rompcombinaties in de ontwerptoestand.

3. DE INVLOED VAN DE VLIEGTUIGVORM OP DE WEERSTAND

Aan de hand van de in hoofdstuk 2 besproken uitdrukkingen kan de invloed worden nagegaan die vormvariaties hebben op de weerstand van een supersonische vleugel/romp combinatie (Fig. 2).

(a) De wrijvingsweerstand wordt hoofdzakelijk bepaald door het omspoelde oppervlak van het vliegtuig, in veel mindere mate door het volume zelf en de box ratio (s/ℓ_w). Indien een gegeven lading in de romp moet worden vervoerd is volgens (8) de verhouding van het omspoeld oppervlak tot het volume^{2/3} maatgevend voor de wrijvingsweerstand; deze blijkt evenredig te zijn met $\lambda_f^{1/3}$. De wrijvingsweerstand wordt daarom gunstig beïnvloed indien het vleugeloppervlak klein en de romp niet erg slank worden gekozen.

(b) Op de golfweerstand t.g.v. volume zijn de factoren K_0 en het kwadraat van Volume/lengte² van invloed. Een ondergrens voor K_0 wordt bereikt door een optimaal verloop van het dwarsdoorsnede-oppervlak te kiezen, waartoe o.m. "area ruling" (lit. 16) kan worden toegepast. Voor gunstige vleugelvormen geldt volgens lit. 1 $K_0 < 1,0$. Dit zou kunnen pleiten voor de "all-wing" configuratie, maar hiervan is de ruimtelijke indeling ondoelmatiger dan van een romp, zodat bij gegeven netto ladingvolume toch een groter bruto vleugelvolumen nodig is, hetgeen vooral de wrijvingsweerstand verhoogt (zie ook par. 6.2.).

(c) De geïnduceerde weerstand C_{D_L} wordt volgens (26) bij gegeven C_L beïnvloed door de planvorm volheidsgraad r en de slankheidsparameter $\beta s/\ell_w$. Klaarblijkelijk dient r zo laag mogelijk te zijn, hetgeen o.m. kan worden bereikt door de spitsboogvorm ("ogee") toe te passen en de vleugelachterrand een pijlhoek te geven. Inderdaad is o.m. uit NASA experimenteel onderzoek bekend dat voor een zwaluwvleugel ("arrow wing") met $r = 0,3$ à $0,4$ een aanzienlijk hogere L/D te bereiken is dan voor b.v. een zuivere delta ($r = 0,5$), mits de vleugel optimaal wordt gewelfd en van wronk voorzien. Een te lage waarde van r leidt echter tot problemen t.a.v. de vliegeigenschappen bij lage snelheden, en er kunnen zich ook constructieve complicaties voordoen. Daarom kan van een aerodynamisch optimale r op grond van uitsluitend het glijgetal geen sprake zijn. Overigens neemt volgens lit. 1 de golfweerstand t.g.v. volume in het algemeen toe als de

achterrand van de vleugel niet recht is, een effect dat niet in de beschikbare literatuur over K_O tot uiting komt. In dit Memorandum zal de volheidsgraad als een gegeven, constante waarde worden beschouwd. Bij gegeven getal van Mach beïnvloedt de box ratio (s/ℓ_w) de twee bijdragen tot C_{D_L} volgens (26) op tegengestelde wijze. Bovendien heeft deze box ratio nog een secundair effect op K_O , maar belangrijker is dat bij gegeven vleugeloppervlak de box ratio de lengte van de vleugel ℓ_w beïnvloedt en daarmee de golfweerstand t.g.v. volume. Het is duidelijk dat een gunstige keuze van de box ratio kan leiden tot minimale weerstand.

(d) Tenslotte zijn er nog de belangrijke invloeden van de vlieghoogte en het vleugeloppervlak op C_L in de ontwerptoestand. Deze komen tot uitdrukking in de vergelijking voor vertikaal evenwicht:

$$C_L = \frac{W/S}{q} = \frac{W/S}{\frac{1}{2}\rho V^2} \quad (27)$$

Variatie van het vleugeloppervlak beïnvloedt bij gegeven gewicht, vlieghoogte en getal van Mach niet alleen C_L en de geïnduceerde weerstand, maar ook de wrijvingsweerstand. Variatie in S heeft op deze weerstandsvormen een tegengestelde invloed.

Hoogtevariatie heeft volgens (27) eveneens directe invloed op C_L via de dynamische druk. Bij gegeven vleugelbelasting en snelheid nemen C_L en C_{D_L} toe met toenemende hoogte, maar de wrijvingsweerstand neemt af. Een secundaire invloed heeft hoogtevariatie nog op de wrijvingsweerstandscoefficiënt C_F via het getal van Reynolds, dat afneemt met toenemende hoogte.

Blijkens het voorafgaande is de optimalisatie van de vliegtuigvorm en vlieghoogte te zien als samenspel van een aantal tegenstrijdige invloeden, dat in het algemeen niet in een unieke, gesloten vorm kan worden gegoten. Het geheel wordt nog gecompliceerd doordat voor berekening en verificatie van K_O , K_V en K_W slechts gebrekkige middelen beschikbaar zijn. Fig. 3 laat een drietal supersone configuraties zien, waarvoor een hoge waarde van het glijgetal kan worden bereikt.

(a) De vleugel/rompcombinatie bouwt voort op de traditionele scheiding van vleugelen romp, waarbij de betalende lading zoveel mogelijk in de romp

is geconcentreerd en de dunne vleugel relatief klein is, met een volume dat toereikend is om de brandstof te kunnen bevatten en de constructie te kunnen realiseren. Bij laag-supersone snelheden kan door gunstige vormgeving van de vleugel en door "area ruling" de golfweerstand van de vleugel t.g.v. volumé laag zijn, mits de voorrand subsoon is.

(b) De "all-wing" conceptie is voortgekomen uit de gedachte dat een lage golfweerstand mogelijk is door het volume zowel in langs- als in zijdelingse richting uit te smeren. Ook kan het omspoelde oppervlak worden gereduceerd. De betalende lading is in het dikste vleugeldeel aan de wortel ondergebracht. Deze conceptie leidt tot vleugelvormen met een geringe slankheid (kleine s/λ_w , zgn. "slender wings" of smalle vleugels), zoals in het volgende zal worden aangetoond.

(c) De derde vleugelvorm, de zgn. "slewed wing" is o.m. voorgesteld door R.T. Jones (zie ook lit. 24) vanuit de idee dat met dit vleugeltype minimale geïnduceerde weerstand mogelijk is bij supersone snelheden, doordat de draagkracht zowel in langs- als in dwarsrichting over een grote afstand wordt gespreid. Deze conceptie wordt dan bereikt met een vleugel met een grote constructieve slankheid, die in de subsone vlucht loodrecht op de rompas wordt gedraaid en bij lage snelheden eigenschappen heeft die overeenkomen met de klassieke vleugel met grote slankheid. Een recent NASA-proefvliegtuig, de AD-1 (NASA Ames), is op dit uitgangspunt gebaseerd.

(d) In principe is het ook nog denkbaar de mogelijkheden (b) en (c) te combineren in een rechte vliegende vleugel, welke tijdens de supersone kruisvlucht onder een zodanige hoek met de stroming staat dat de voorrand subsoon is (Fig. 4). Deze conceptie werd in 1961 voorgesteld door G.H. Lee, maar is daarna niet meer diepgaand bestudeerd.

In de volgende paragraaf zullen de onder (a) en (b) genoemde concepties in hun meest extreme gedaante nader worden beschouwd, nl. gevallen waarin het gehele volume resp. in de romp en in de vleugel is geconcentreerd. Daarbij wordt niet ingegaan op het verloop van het dwarsoppervlak in langsrichting en de welvingsverdeling van de vleugel. Dit houdt o.m. in dat niet zal worden ingegaan op de berekening en eventuele minimalisatie van de factoren K_o , K_v en K_w , genoemd in par. 2.2. en 2.3.

4. CONFIGURATIES MET GERING VLEUGELVOLUME

4.1. Het glijgetal

Voor de totale configuratie kan de weerstand worden gevonden door substitutie van de weerstandsbijdragen volgens (7), (10), (15) en (26). Er volgt dan voor de C_D/C_L verhouding, de reciproke waarde van het glijgetal:

$$\frac{C_D}{C_L} = \frac{C_{DFW}}{C_L} + q \frac{(C_D S)_f}{W} + \frac{r\beta C_L}{2\pi} \left(\frac{K_V}{\beta s/l_w} + 2K_W \beta s/l_w \right) \quad (28)$$

Overeenkomstig (11) is hierin C_{DFW} de wrijvingsweerstandscoefficiënt van de vleugel, inclusief een toeslag voor staartvlakken, betrokken op het vleugeloppervlak:

$$C_{DFW} = 2 K_t \bar{C}_{FW} \quad (29)$$

terwijl $(C_D S)_f$ het in par. 4.4. nader uit te werken weerstandsoppervlak van de romp voorstelt, d.w.z. de som van wrijvings- en golfweerstand volgens resp. (10) en (15), eveneens vermenigvuldigd met een toeslag voor de staartvlakweerstand. Aangezien alle nuttige lading in de romp is gedacht is de golfweerstand t.g.v. het volume van de vleugel niet opgevoerd in vgl. (28).

Het glijgetal is volgens (28) bij gegeven M_∞ afhankelijk van de volgende vooroptimalisatie in aanmerking komende variabelen.

- (a) De planvorm van de vleugel, uitgedrukt in de volheidsgraad r (volgens vgl. 20) en de box ratio s/l_w (Fig. 1).
- (b) Het vleugeloppervlak S , of de vleugelbelasting W/S , dat door vgl. (27) bepalend is voor C_L .
- (c) De vlieghoogte (druk p), die bepalend is voor de dynamische druk q en bij gegeven vliegtuigvorm en -gewicht eveneens voor C_L via vgl. (27).
- (d) De rompslankheid ($\lambda_f = l_f/d_f$), die bepalend is voor $(C_D S)_f$.

In de volgende paragrafen zullen voor een aantal van deze grootheden

optimale waarden worden afgeleid met de klassieke theorie van de gewone minima en maxima. Hieruit resulteren condities voor de vormgeving en vlieghoogte die leiden tot maximale waarden van het glijgetal L/D , met en m zonder nevenvoorwaarden.

4.2. Optimale box ratio en vleugelbelasting

Teneinde vgl. (28) in een overzichtelijker vorm te brengen blijkt het zinvol de volgende parameters te introduceren:

$$C_{Lref} \doteq \sqrt{\frac{\pi C_{DFW}}{\beta r \sqrt{2K_V K_W}}} \quad (30)$$

$$(C_D/C_L)_{ref} \doteq 2 \sqrt{\frac{\beta r C_{DFW}}{\pi \sqrt{2K_V K_W}}} = \frac{2C_{DFW}}{C_{Lref}} \quad (31)$$

$$\sigma \doteq \frac{\beta s}{\ell_w} \sqrt{\frac{2K_W}{K_V}} \quad (32)$$

Van de bovenstaande grootheden zijn C_{Lref} en $(C_D/C_L)_{ref}$ geheel bepaald door het getal van Mach (via β), dat in deze beschouwing constant wordt gehouden, door de volheidsgraad r , die eveneens niet wordt gevarieerd, en door de aerodynamische grootheden C_{DFW} , K_V en K_W . Indien mag worden aangenomen dat variatie in het vleugelontwerp een te verwaarlozen invloed heeft op de wrijvingsweerstandscoefficiënt, dan zijn dus C_{Lref} en $(C_D/C_L)_{ref}$ constanten, die volledig door het vleugelontwerp worden bepaald.

De parameter σ is evenredig met de box ratio s/ℓ_w en blijkt voorts te worden bepaald door M_∞ en de factoren K_V en K_W , die constant zijn. We zouden dus σ als "gecorrigeerde box ratio" kunnen aanduiden. In het navolgende wordt σ als één der primaire variabelen beschouwd.

Substitutie van (30) t/m (32) in de basisvergelijking (28) levert dan:

$$\frac{C_D}{C_L} = \frac{(C_D^S)_f}{w/q} + \frac{1}{2} \left(\frac{C_D}{C_L} \right)_{ref} \left\{ \frac{C_{Lref}}{C_L} + \frac{1}{2} \frac{C_L}{C_{Lref}} \left(\frac{1}{\sigma} + \sigma \right) \right\} \quad (33)$$

Vgl. (33) maakt duidelijk dat het glijgetal bij gegeven hoogte en romp-geometrie uitsluitend een functie is van de parameters C_L/C_{Lref} en σ .

(a) De optimale box ratio

De gecorrigeerde box ratio σ heeft volgens (33) alleen invloed op de weerstand t.g.v. draagkracht en wel in tegengestelde zin op de wervelen- en golfweerstand. Fig. 5 maakt dit duidelijk aan de hand van een weerstandsverdeling voor een hypothetisch supersoon vliegtuig bij constante C_L . De box ratio, waarvoor C_D minimaal is (en dus het glijgetal maximaal) volgt uit differentiatie van (33) naar σ en nulstelling:

$$\sigma = 1 \quad (\text{optimale } s/l_w, \text{ gegeven } C_L) \quad (34)$$

hetgeen overeenkomt met

$$\frac{s}{l_w} = \frac{1}{\beta} \sqrt{\frac{K_V}{2K_W}} \quad (35)$$

Indien de vleugel een rechte voorrand heeft kan worden geschreven:

$$\beta s/l_w = \frac{\tan \gamma}{\tan \mu} \quad (36)$$

waarin γ het complement van de voorrand-pijlhoek is en μ de hoek van Mach, die wordt bepaald door:

$$\tan \mu = \frac{1}{\beta} \quad (37)$$

Voor $K_V = K_W$ volgt dan uit (35) voor de optimale voorrand-pijlhoek en voor de slankheid:

$$\tan \gamma = \frac{1}{\sqrt{2}} \tan \mu = \frac{1}{\beta\sqrt{2}}; \quad \text{dus: } A = \frac{2\sqrt{2}}{\beta r} \quad (38)$$

waaruit blijkt dat de voorrand subsoon dient te zijn ($\tan \gamma < \tan \mu$). Zo is bv. bij $M_\infty = 2$ ($\mu = 30^\circ$): $\gamma_{\text{opt}} = 22,2^\circ$. Overigens is een subsoone voorrand een voorwaarde voor de geldigheid van het weerstandsmodel van Jones (lit. 14):

Indien aan (34) wordt voldaan bedraagt de C_D/C_L verhouding volgens (33):

$$\frac{C_D}{C_L} = \frac{(C_{D,S})_f}{W/q} + \frac{1}{2} \left(\frac{C_D}{C_L} \right)_{\text{ref}} \left(\frac{C_{L,\text{ref}}}{C_L} + \frac{C_L}{C_{L,\text{ref}}} \right) \quad (39)$$

De samenstellende bijdragen (wervel- en golfweerstand) zijn hierbij aan elkaar gelijk. Fig. 5 laat echter zien dat de weerstand relatief ongevoelig is voor vrij grote afwijkingen van de box ratio boven of onder het optimum.

(b) De optimale vleugelbelasting

Wanneer bij gegeven M_∞ op gegeven hoogte wordt gevlogen liggen de dynamische druk en volgens (33) de rompweerstand vast. De variatie in het vleugeloppervlak is dan overeenkomstig (27) op te vatten als een variatie in C_L , waarvan de invloed alleen tot uiting komt in de wrijvingsweerstand van de vleugel (eerste term) en de geïnduceerde weerstand (laatste term). Het optimum voor C_L is uit (33) af te leiden door differentiatie, met als resultaat:

$$\frac{C_L}{C_{Lref}} = \sqrt{\frac{2\sigma}{1 + \sigma^2}} \quad (\text{optimale } C_L, \text{ gegeven } \sigma) \quad (40)$$

Uit substitutie hiervan in (33) blijkt dat de wrijvingsweerstand van de vleugel in deze conditie gelijk is aan de geïnduceerde weerstand. Het glijgetal is dan de reciproke waarde van:

$$\frac{C_D}{C_L} = \frac{(C_{D,S})_f}{W/\sigma} + \left(\frac{C_D}{C_L}\right)_{ref} \sqrt{\frac{1 + \sigma^2}{2\sigma}} \quad (41)$$

De optimale C_L is volgens (40) onafhankelijk van de rompweerstand, zodat binnen de geldigheid van het gebruikte weerstandsmodel de romp en de vleugel afzonderlijk kunnen worden geoptimaliseerd als zich alle lading in de romp bevindt.

Indien wordt afgezien van de invloed van variatie in het getal van Reynolds op de wrijvingsweerstandscoefficiënt is bovendien het optimum volgens (40) onafhankelijk van de hoogte. De hieruit volgende optimale vleugelbelasting, die recht evenredig is met de atmosferische druk, blijkt dus met toenemende kruishoogte af te nemen. Een verdere toelichting geeft ook par. 4.3.

(c) Gecombineerd optimum (gegeven hoogte)

Door combinatie van de in (a) en (b) afgeleide condities kan voor het gecombineerde optimum voor de "box ratio" en de vleugelbelasting worden afgeleid:

$$C_L = C_{Lref} \quad (42)$$

$$\sigma = 1, \text{ ofwel } \frac{s}{\ell_w} = \frac{1}{\beta} \sqrt{\frac{K_V}{2K_W}} \quad (35)$$

De hiermee overeenkomende waarde van het maximale glijgetal volgt uit:

$$\frac{C_D}{C_L} = \frac{(C_D S)_f}{W/q} + \left(\frac{C_D}{C_L} \right)_{ref} \quad (43)$$

waarbij $(C_D/C_L)_{ref}$ is gegeven door vgl. (31). Deze grootte blijkt nu dus de minimale C_D/C_L -verhouding voor te stellen van een vleugel zonder dikte, bij optimale vleugelbelasting en box ratio (c.q. pijlhoek van de voorrand).

Uit vgl. (31) blijkt dat deze C_D/C_L verhouding gevoelig is voor variaties in de volheidsgraad r en voor C_{DF} van de vleugel, maar minder voor de afzonderlijke factoren K_V en K_W . Bij de optimalisatie van supersonische vliegtuigen dient daarom een juiste berekening (en vermindering) van de wrijvingsweerstand tenminste evenveel aandacht te krijgen als b.v. de geïnduceerde weerstand.

Voorts blijkt het maximale glijgetal af te nemen met toenemend getal van Mach (via β), maar dit wordt ten dele gecompenseerd door de afname van de wrijvingsweerstandscoefficiënt (zie vgl. 7).

4.3. Invloed van de kruishoogte

Fig. 6 toont een voorbeeld waarbij de kruishoogte en de box ratio van een supersoon vliegtuig zijn gevarieerd bij constante vleugelbelasting. In plaats van de hoogte is in deze figuur βC_L gevarieerd die echter bij gegeven getal van Mach en constante vleugelbelasting via vgl. (27) (vertikaal evenwicht) direct is gekoppeld aan de hoogte via de atmosferische druk. In deze figuur geeft lijn I het optimum voor de box ratio ($\sigma = 1$; $\beta s/\ell_w = 1/\sqrt{2}$), dat onafhankelijk van de hoogte is. Lijn II definieert de minimale weerstand bij gegeven vliegtuigontwerp (notatie: MD); deze conditie kan direct worden afgeleid met behulp van het klassieke resultaat voor parabolische vliegtuigkarakteristieken:

$$C_{L,MD} = \sqrt{\frac{C_{D_0}}{dc_D/dc_L^2}} \quad (44)$$

waarin:

$$C_{D_o} = C_{D_{Fw}} + \frac{(C_D S)_f}{S} \quad (45)$$

en:

$$dC_D/dC_L^2 = \frac{r\beta}{2\pi} \left(\frac{K_V}{\beta s/l_w} + 2K_W \beta s/l_w \right) = \frac{r\beta}{2\pi} \sqrt{2K_V K_W} \left(\frac{1}{\sigma} + \sigma \right) \quad (46)$$

Het snijpunt van de lijnen I en II bepaalt het maximale glijgetal, dat wordt berekend door substitutie van $\sigma = 1$ in (46). Het hiermee overeenkomende glijgetal volgt uit:

$$\left(\frac{C_D}{C_L} \right)_{MD} = \left(\frac{C_D}{C_L} \right)_{ref} \sqrt{1 + \frac{(C_D S)_f}{C_{D_{Fw}} S}} \quad (47)$$

bij:

$$C_{L_{MD}} = C_{L_{ref}} \sqrt{1 + \frac{(C_D S)_f}{C_{D_{Fw}} S}} \quad (48)$$

Voor een willekeurige box ratio (lées: σ) kan na substitutie van $C_{L_{ref}}$ volgens (30) in vgl. (33) de voorwaarde voor "optimale" hoogte ook als volgt worden geschreven:

$$\frac{C_{L_{MD}}}{C_{L_{ref}}} = \sqrt{\frac{2\sigma}{1 + \sigma^2} \left\{ 1 + \frac{(C_D S)_f}{C_{D_{Fw}} S} \right\}} \quad (49)$$

De door deze uitdrukking vastgelegde waarde van $C_{L_{MD}}$ is echter steeds groter dan de door (40) bepaalde C_L , die de optimale vleugelbelasting vastlegt. Hoewel dus zowel ten aanzien van de hoogte als van de vleugelbelasting partiële optimale waarden zijn aan te geven, leidend tot een maximaal glijgetal, is er geen gecombineerd, "absoluut" optimum. Dit blijkt ook uit vgl. (41), die laat zien dat met toenemende hoogte - dus afnemende q - het maximale glijgetal blijft toenemen.

Anders gezegd betekent dit resultaat dat de partiële optima voor de hoogte en voor de vleugelbelasting onverenigbaar zijn. Dit voor subsone vliegtuigen reeds door Göthert in 1936 aangegeven resultaat blijkt dus ook voor supersone vliegtuigen op te gaan.

Op basis van uitsluitend het glijgetal (lees: brandstofgewicht) kan dus geen optimale hoogte worden aangegeven. Wanneer echter de benodigde motorstuwkracht in de start en het motorgewicht mede worden beschouwd dan blijken deze met toenemende kruishoogte sterk toe te nemen.

Deze toeneming hangt samen met het feit dat bij gegeven motor-regeling en M_∞ de specifieke stuwkracht van turbomotoren in de stratosfeer onafhankelijk is van de hoogte, zodat met toenemende hoogte een gegeven stuwkracht wordt verkregen door de motor(en) een grotere diameter te geven. Hierdoor neemt het motorgewicht eveneens toe.

In plaats van uit te gaan van uitsluitend de brandstofmassa, die bij benadering omgekeerd evenredig is met het glijgetal, kan een meer volledig optimum worden gedefinieerd als de hoogte, waarbij de som van de brandstofmassa en die van de voortstuwingsinstallatie (als fraktie van de totale vliegtuigmassa) minimaal is. Onder voorwaarde dat de motoren bij constante regeling worden gedimensioneerd op de kruisvlucht wordt in lit. 21 afgeleid dat kan worden geschreven:

$$\frac{m_F + m_P}{m} = \frac{C_D}{C_L} \left(\frac{\bar{R}/R_H}{\eta} + \frac{W_P}{T} \right) \quad (50)$$

waarin de volgende notaties gelden:

\bar{R} = equivalente vlieglengte (zie lit. 21, Appendix A).

R_H = afstands-equivalent van de warmte-inhoud van de brandstof
($R_H \approx 4300$ km voor kerosine).

η = totaal geïnstalleerd motorrendement: $\eta = TV_\infty / (R_H \dot{m}_F)$.

\dot{m}_F = massastroom van de brandstof (kruisvlucht).

V_∞ = vliegsnelheid.

W_P = totaalgewicht van de geïnstalleerde voortstuwingsinstallatie (inclusief gondels).

T = benodigde stuwkracht in de kruisvlucht: netto geïnstalleerde motorstuwkracht minus weerstand van de gondels, indien de laatste niet in C_D is opgenomen.

m = totale massa van het vliegtuig.

Aangezien in de standaard-stratosfeer de temperatuur constant is, geldt: $\eta = \eta^*$ en $T/p = T^*/p^*$, waarbij $*$ de condities t.p.v. de tropopauze aangeeft (11.000 m hoogte). We kunnen (50) als volgt schrijven:

$$\frac{m_F + m_P}{m} = \frac{C_D}{C_L} \left(\frac{\bar{R}/R_H}{\eta^*} + \frac{W_P}{T^*/p^*} \frac{1}{P} \right) \quad (51)$$

In lit. 21 is een algemene conditie afgeleid voor C_L , waarvoor (51) een minimum bereikt; hierop zal in par. 5.2. nader worden ingegaan. Een eenvoudig resultaat is echter te verkrijgen als het in par. 4.2. (b) bepaalde optimum voor de vleugelbelasting wordt toegepast. Substitutie van (40) in (51) leidt dan tot een optimum voor σ , waaruit kan worden afgeleid voor de relatieve atmosferische druk op de optimale kruishoogte:

$$\frac{\delta}{\delta^*} = \frac{P}{P^*} = \frac{1}{M_\infty} \sqrt{\frac{2/\gamma}{\bar{R}/R_H} \frac{\eta^*}{T^*} \frac{W_P}{W/P^*} \frac{(C_D S)_f}{(C_L)_{ref}} \left(\frac{C_D}{C_L} \right)_{ref}} \quad (52)$$

en de hiermee corresponderende optimale C_D/C_L -verhouding bedraagt:

$$\left(\frac{C_D}{C_L} \right)_{opt} = \left(\frac{C_D}{C_L} \right)_{ref} + M_\infty \sqrt{\frac{\gamma/2}{\bar{R}/R_H} \frac{\eta^*}{T^*} \frac{W_P}{W/P^*} \frac{(C_D S)_f}{(C_L)_{ref}} \left(\frac{C_D}{C_L} \right)_{ref}} \quad (53)$$

met $(C_D/C_L)_{ref}$ volgens (43), indien behalve de vleugelbelasting ook $\beta s/\lambda_w$ is geoptimaliseerd. Als dat niet het geval is moet $(C_D/C_L)_{ref}$ worden vervangen door de meer algemene laatste term van (41).

De vergelijkingen (52) en (53) laten op directe wijze de factoren zien waarvan de optimale kruishoogte van supersonen (en ook subsonen) vliegtuigen vooral afhankelijk is:

- (a) De "aerodynamische kwaliteit" van de vleugel, $(C_L/C_D)_{ref}$. Neemt deze af, dan moet op lagere hoogte worden gekruist.
- (b) Het weerstandsoppervlak van de romp. Naarmate dit toeneemt moet hoger worden gevlogen.
- (c) Het effect van schaalvergroting heeft tot gevolg dat in het algemeen de verhouding $W/(C_D S)_f$ toeneemt. Met toenemende vliegtuig-grootte neemt de optimale kruishoogte derhalve af.
- (d) De invloed van veranderingen in de motortechniek komt tot uiting in η^* , W_P en T^*/P^* . Verbetering van de motor kan een toename van η^* en afname van W_P/T^* betekenen, effecten die elkaar volgens (52) en (53) tegenwerken. Wordt echter een hoger rendement verkregen door toename van b.v. de omloopverhouding dan zal W_P/T^* veelal toenemen, en daarmee de beste kruishoogte afnemen.
- (e) Voor grote vlieglengten moet hoog worden gevlogen.

(f) Het directe effect van het getal van Mach in vgl. (52) en het indirecte effect van de met M_∞ toenemende stuwkracht overheersen sterk de geringe variatie van het glijgetal met M_∞ , die het gevolg is van wrijvingsweerstand. Bij hoge getallen van Mach moet dus hoog worden gekruist.

In alle afgeleide relaties is het weerstandsoppervlak van de romp, $(C_D S)_f$, als een constante grootte beschouwd. De invloed van variaties in de rompslankheid hierop zal in de volgende paragraaf aan de orde worden gesteld.

4.4. Optimale rompslankheid

De rompweerstand wordt geschreven als de som van wrijvingsweerstand volgens (10) en golfweerstand volgens (15). Indien wordt aangenomen dat in de ontwerptoestand de romp niet tot de draagkracht bijdraagt en de weerstand van de staartvlakken tot uiting komt in een toeslagfactor K_t op de wrijvingsweerstand, dan geldt:

$$\frac{D_f}{q} = (C_D S)_f = 4 K_t C_{Ff} \lambda_f^{1/3} \text{Vol}_f^{2/3} + K_o \frac{128}{\pi} \left(\frac{\text{Vol}_f}{\lambda_f^2} \right)^2 \quad (54)$$

Indien het rompvolume wordt gedefinieerd door:

$$K_v = \frac{4 \text{Vol}_f}{\pi d_f^2 \ell_f} \quad (55)$$

dan geldt:

$$\frac{\text{Vol}_f}{\lambda_f^3} = \frac{\pi}{4} \frac{K_v}{\lambda_f^2}; \quad \text{waarbij } \lambda_f = \ell_f / d_f \quad (56)$$

en kan (54) als volgt worden herschreven:

$$\frac{(C_D S)_f}{\text{Vol}_f^{2/3}} = 4 K_t C_{Ff} \lambda_f^{1/3} + 32 \left(\frac{\pi}{4} \right)^{1/3} K_o K_v^{4/3} \lambda_f^{8/3} \quad (57)$$

De eerste term laat zien dat bij gegeven volume met toenemende rompslankheid de wrijvingsweerstand toeneemt (zij het niet sterk), terwijl de golfweerstand sterk afneemt. De minimale weerstand wordt gevonden door

(57) naar λ_f te differentiëren. Het resultaat is:

$$\lambda_{f_{opt}} = 4 \left\{ \frac{K_o}{K_t C_{Ff}} \left(\frac{\pi}{4} K_v^4 \right)^{1/3} \right\}^{1/3} \quad (58)$$

Hierbij is aangenomen dat de invloed van variatie van het getal van Reynolds op C_{Ff} kan worden verwaarloosd. De met (58) overeenkomende minimale rompweerstand bedraagt:

$$\begin{aligned} \frac{(C_{DS})_f}{Vol_f^{2/3}} &= \frac{9}{2} 4^{1/3} \left(\frac{\pi}{4} \right)^{1/27} (K_t C_{Ff})^{8/9} K_o^{1/9} K_v^{4/27} = \\ &= 7,08 (K_t C_{Ff})^{8/9} K_o^{1/9} K_v^{4/27} \end{aligned} \quad (59)$$

De optimale romplengte en -diameter bij gegeven volume zijn dan:

$$l_f = 2,683 \frac{Vol_f^{1/3}}{K_v} \left(\frac{K_o}{K_t C_{Ff}} \right)^{2/9} \quad (60)$$

$$d_f = 0,689 \frac{Vol_f^{1/3}}{K_v^{13/27}} \left(\frac{K_t C_{Ff}}{K_o} \right)^{1/9} \quad (61)$$

Voor zuivere Sears-Haack rompvormen (met minimale golfweerstand voor gegeven volume en lengte) geldt $K_o = 1$ en $K_v = 3\pi/16$, zodat:

$$\frac{(C_{DS})_f}{Vol_f^{2/3}} = 6,55 (K_t C_{Ff})^{8/9} \quad (62)$$

Indien (58) van toepassing is blijkt dat de wrijvingsweerstand 8x de golfweerstand bedraagt. Men kan zich daarom afvragen of de door Sears en Haack voorgestelde rompvorm voor de totale rompweerstand wel optimaal is. Immers, vgl. (59) geeft aan dat voor de totale (minimale) rompweerstand de factor K_v van even groot belang is als K_o . Het is dan ook zeer wel denkbaar dat rompen met een over relatief grote afstand nagenoeg constant spantoppervlak wellicht beter zijn dan de Sears-Haack

vorm, aangezien K_v zowel als de verhouding rompvolume/kajuitvolume beter is, zodat het omspoelde oppervlak geringer is. Een verdere uitwerking van deze gedachte vraagt echter een meer gedetailleerde aanpak dan hier is nagestreefd.

Fig. 7 geeft voor een hypothetisch ontwerp de invloed van de rompslankheid op het glijgetal als functie van C_L , welke laatste wordt gevarieerd door het vleugeloppervlak te variëren. De figuur toont duidelijk aan dat relatief grote afwijkingen ten opzichte van de optimale rompslankheid maar weinig invloed hebben op L/D. Dit geeft de ontwerper enige vrijheid om de rompslankheid aan te passen aan niet-aerodynamische eisen, zoals een gunstige kajuitindeling (aantal stoelen naast elkaar), constructieve uitvoering, etc. De conclusie is dan ook dat vgl. (59) algemener bruikbaar is bij weerstandsberekeningen dan uitsluitend voor optimale rompslankheden.

Tenslotte kan nog worden opgemerkt dat voor deze optimalisatie in bepaalde gevallen het uitgangspunt kan worden gekozen dat het frontaal oppervlak vastligt. In dit geval wordt voor de optimale λ_f een waarde van ongeveer 2/3 van (58) gevonden, terwijl daarbij de wrijvingsweerstand 2x de golfweerstand bedraagt. Bij eenzelfde volume bedraagt dan de optimale lengte ruim 75% en de diameter ongeveer 115% van de optimale waarde als berekend volgens (60) en (61).

5. DE GEINTEGREERDE CONFIGURATIE

Ten opzichte van de in par. 4 behandelde conceptie vertegenwoordigt dit geval het andere uiterste. De romp is hierbij geheel in de vleugel geïntegreerd, en het verloop van de totale dwarsdoorsnede is in lengte- en dwarsrichting geoptimaliseerd, evenals het verloop van de welving en verdraaiing. Men zou hier dus kunnen spreken van een vliegende vleugel, zij het dat de vorm ervan sterk afwijkt van de "traditionele" subsone vliegende vleugel (Northrop, Lee).

Het voornaamste verschil met het in par. 4 besproken geval is dat er nu een directe relatie is tussen b.v. het volume, het oppervlak van de vleugel en de spanwijdte/lengte verhouding; bijdragen van de romp ontbreken. Hierdoor blijkt er een ingewikkelder samenhang te bestaan tussen de golfweerstand en de geometrische parameters die de vleugel kenmerken.

In het navolgende zal worden uitgegaan van een gegeven (nuttig) vleugelvolumen. Er wordt aangenomen dat daarbij, ongeacht de feitelijke vorm van de vleugel, ook een gegeven (constant) effectief beschikbaar intern volume kan worden gerealiseerd. In werkelijkheid zal dit, in het bijzonder bij nogal extreme vormen, niet het geval zijn. Daarom worden alleen tendenzen weergegeven; voor nauwkeurige resultaten moeten meer gedetailleerde ontwerpstudies worden uitgevoerd (zie ook de overwegingen in par. 6.2.).

De reciproke waarde van het glijgetal van het vliegtuig wordt als volgt geschreven:

$$\frac{C_D}{C_L} = \frac{C_{DF}}{C_L} \left\{ 1 + \frac{K_o}{C_{DF}} \frac{128}{\pi} \left(\frac{Vol}{\ell^2} \right)^2 / S \right\} + \frac{r\beta C_L}{2\pi} \left\{ \frac{K_V}{\beta s/\ell} + 2K_W \beta s/\ell \right\} \quad (63)$$

Hierbij is afgezien van de index "w" en "Vol" duidt het vleugelvolumen aan. Analooq aan par. 4 zullen nu weer een aantal partiële optima, en vervolgens gecombineerde optima worden afgeleid. Bij alle beschouwde variaties is uitgegaan van een constant getal van Mach.

5.1. Optimale vleugelbelasting en box ratio

Wordt bij gegeven vleugelvolumen het oppervlak gevariëerd, dan neemt bij

toenemend oppervlak de wrijvingsweerstand toe, maar de golfweerstand t.g.v. volume neemt sterk af doordat het volume over een grotere afstand in langsrichting wordt "uitgesmeerd". Bovendien heeft volgens vgl. (27) variatie van de vleugelbelasting bij gegeven hoogte en getal van Mach een directe invloed op C_L , die ten aanzien van de restweerstandscoefficiënt en de geïnduceerde weerstandscoefficiënt eveneens in tegengestelde zin uitwerkt. Evenals dat in par. 4.2. werd gedaan wordt het glijgetal geschreven als een functie van een zo klein mogelijk aantal parameters. Daartoe worden ook hier weer de parameters σ , C_{Lref} en $(C_D/C_L)_{ref}$ ingevoerd, en bovendien nog de volgende grootte:

$$\tau \stackrel{d}{=} 16 \frac{r \text{ Vol}}{\beta S_{ref}^{3/2}} \sqrt{\frac{K_o K_v}{\pi C_{DF} K_w}} \quad (64)$$

waarbij:

$$S_{ref} \stackrel{d}{=} \frac{d W/q}{C_{Lref}} \quad (65)$$

Voor een gegeven hoogte ligt S_{ref} vast en kan τ worden opgevat als een gecorrigeerde dikteverhouding van de vleugel. In lit. (1) wordt een dergelijke parameter ingevoerd, namelijk $\text{Volume}/S^{3/2}$.

Substitutie van (30) t/m (32) en (64) in vergelijking (63) geeft na uitwerking het volgende resultaat:

$$\frac{C_D/C_L}{(C_D/C_L)_{ref}} = \frac{1}{2} \frac{C_{Lref}}{C_L} + \frac{1}{2} \frac{C_L}{C_{Lref}} \left\{ (\sigma\tau)^2 \frac{C_L}{C_{Lref}} + \frac{1 + \sigma^2}{2\sigma} \right\} \quad (66)$$

Deze vergelijking stelt dus de verhouding voor van het maximaal haalbare glijgetal voor een volumeloze vleugel ($\tau = 0$) met optimale vleugelbelasting en box ratio ($C_L/C_{Lref} = \sigma = 1$) tot het feitelijke glijgetal.

(a) De box ratio

Fig. 8 geeft een voorbeeld van de variatie van de vier hier beschouwde bijdragen tot de weerstand wanneer de parameter $\beta s/l$ wordt gevarieerd. De wrijvingsweerstand is geen functie van $\beta s/l$ en is dus voor de optimalisatie niet van belang. De golfweerstand t.g.v. volume, de tweede term in (66), blijkt echter sterk afhankelijk te zijn van de lengte van het vliegtuig, en daarmee van de box ratio. De figuur laat zien

dat met toenemende s/l deze bijdrage sterk toeneemt, met als gevolg dat in vergelijking met fig. 5 het optimum bij een lagere box ratio ligt en ook veel "scherper" is.

Configuraties van dit type dienen dus "slender wings" te hebben.

Voor gegeven hoogte en vleugeloppervlak liggen zowel τ als C_L vast, zodat het partiële optimum voor de box ratio kan worden bepaald door differentiatie van (66) naar σ . Nuistelling levert dan voor de optimale box ratio de vergelijking:

$$\tau \sqrt{\frac{C_L}{C_{Lref}}} = \frac{1}{2\sigma} \sqrt{\frac{1 - \sigma^2}{\sigma}} \quad (\text{optimale } \sigma, \text{ gegeven } C_L) \quad (67)$$

en het hiermee corresponderende (minimale) glijgetal:

$$\frac{C_D/C_L}{(C_D/C_L)_{ref}} = \frac{1}{2} \frac{C_{Lref}}{C_L} + \frac{1}{2} \frac{C_L}{C_{Lref}} \frac{3 + \sigma^2}{4\sigma} \quad (68)$$

Uit vgl. (67) is σ niet eenvoudig expliciet op te lossen, maar een goede benadering is:

$$\sigma \approx \left(1 + \frac{4\tau^2 C_L/C_{Lref}}{4\tau \sqrt{C_L/C_{Lref}} + \sqrt{2}} \right)^{-1} \quad (69)$$

De nauwkeurigheid van deze benadering blijkt uit Fig. 9, die de algemene en de benaderde oplossing van vgl. (67) en vgl. (68) weergeeft. De benaderde oplossing is nauwkeurig tot $\tau \sqrt{C_L/C_{Lref}} \approx 4$. De figuur laat ook zien dat voor tot nul naderende waarden van τ (lees: volume) het optimum identiek wordt aan het in par. 4.2. gevonden resultaat, nl. $\sigma = 1$. Bij toenemende waarden van de parameter τ nemen de optimale box ratio en L/D snel af.

(b) De vleugelbelasting

Voor gegeven hoogte en getal van Mach zijn de vleugelbelasting en C_L onderling gerelateerd door de voorwaarde van vertikaal evenwicht (vgl. 27). De vleugelbelasting die bij gegeven box ratio (en dus gegeven σ) het hoogste glijgetal oplevert wordt dan ook gevonden door vgl. (66) naar C_L te differentiëren. Na nulstelling volgt dan de optimale C_L uit oplossing van:

$$\tau = \frac{1}{2\pi C_L/C_{Lref}} \sqrt{\frac{2\sigma - (\sigma^2 + 1) (C_L/C_{Lref})^2}{\sigma C_L/C_{Lref}}} \quad \text{(optimale } C_L, \text{ (70) gegeven } \sigma)$$

Het hieruit volgende glijgetal bedraagt:

$$\frac{C_D/C_L}{(C_D/C_L)_{ref}} = \frac{3}{4} \frac{C_{Lref}}{C_L} + \frac{C_L}{C_{Lref}} \frac{1 + \sigma^2}{8\sigma} \quad (71)$$

Wanneer de volgende grootheid wordt ingevoerd:

$$F = \sqrt{\frac{2\sigma}{1 + \sigma^2}} \quad (72)$$

die volgens vgl. (40) gelijk is aan de optimale verhouding C_L/C_{Lref} voor een vleugel zonder dikte, dan kunnen vgl. (70) en (71) als volgt worden herschreven:

$$\sigma F^{3/2} = \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{C_L/C_{Lref}}{F}\right)^2}{2 - \left(\frac{C_L/C_{Lref}}{F}\right)^3}} \quad (73)$$

$$F \frac{C_D/C_L}{(C_D/C_L)_{ref}} = \frac{3}{4} \frac{F}{C_L/C_{Lref}} + \frac{1}{4} \frac{C_L/C_{Lref}}{F} \quad (74)$$

Dit resultaat is in algemene vorm weergegeven in Fig. 10. Na invoering van σ en τ en berekening van F volgens (72) kan uit deze figuur het optimum voor C_L/C_{Lref} worden bepaald. Eventueel kan als goede eerste benadering worden gebruikt:

$$\frac{C_L/C_{Lref}}{F} = \left[1 + \frac{3}{2} \frac{(\sigma F^{3/2})^2}{1 + 2\sigma F^{3/2}} \right]^{-1} \quad (75)$$

De nauwkeurigheid van deze benadering is eveneens af te leiden uit Fig. 10.

(c) Gecombineerd optimum

Fig. 11 toont de invloed van variaties in de box ratio en de vleugelbelasting op het glijgetal van een hypothetisch supersoon vliegtuig.

In deze figuur zijn de partiële optima voor σ en C_L aangegeven als de lijnen I en II, resp. Gelijkstelling van deze beide condities (vergelijkingen (67) en (70)) levert het "absolute" optimum:

$$\tau = \frac{1}{2\sigma_{\text{opt}}} \sqrt{(1 - \sigma_{\text{opt}})^2 \sqrt{\sigma_{\text{opt}}}} \quad (76a)$$

$$\frac{C_{L_{\text{opt}}}}{C_{L_{\text{ref}}}} = \sqrt{\sigma_{\text{opt}}} \quad (76b)$$

} optimale σ en C_L , gegeven τ

en het maximale glijgetal volgt uit:

$$\frac{(C_D/C_L)_{\text{min}}}{(C_D/C_L)_{\text{ref}}} = \frac{7 + \sigma_{\text{opt}}^2}{8 \sqrt{\sigma_{\text{opt}}}} \quad (77)$$

Fig. 12 brengt deze algemene oplossing in beeld. Een goede benadering voor σ_{opt} in expliciete vorm is:

$$\sigma_{\text{opt}} \approx \left[1 + \frac{(\tau + 2\sqrt{2})}{(1/\tau + \sqrt{2})^2} \right]^{-1} \quad (78)$$

waardoor tevens $C_{L_{\text{opt}}}$ volgens (76b) en C_D/C_L volgens (77) zijn vastgelegd.

5.2. Invloed van de kruishoogte

(a) Variatie van het optimale vleugelontwerp met de hoogte

De in de vorige paragraaf gegeven oplossingen voor de optimale box ratio en vleugelbelasting worden vooral bepaald door de volumeparameter τ . Volgens de in (64) en (65) gegeven definitie is τ evenredig met $q^{3/2}$ en bij gegeven M_∞ dus met $p^{3/2}$. Met toenemende hoogte (afnemende atmosferische druk p) neemt dus τ eveneens af, met als gevolg dat de optimale box ratio nadert tot $\sigma = 1$ en C_L nadert tot $C_{L_{\text{ref}}}$. Hierdoor neemt het maximale glijgetal toe. De optimale vleugelbelasting neemt volgens vgl. (27) af met de hoogte t.g.v. de afnemende atmosferische druk. Dit effect wordt echter tegengewerkt doordat C_L optimaal enigszins toeneemt met de hoogte. Aangezien het maximale glijgetal monotoon blijft toenemen tot de waarde $(C_D/C_L)_{\text{ref}}$ is er geen hoogte waarvoor het glijgetal een maximum bereikt.

(b) Minimale weerstand bij gegeven vleugelgeometrie

Wanneer zowel het vleugeloppervlak als de box ratio (en daarmee de gehele vliegtuiggeometrie) constant zijn bij variatie van de hoogte, dan zijn in vgl. (63) de beide tussen accolades geplaatste termen constant. Het glijgetal vertoont dan een maximum indien

$$C_L = C_{L_{MD}} \stackrel{d}{=} \sqrt{\frac{C_{D_0}}{dC_D/dC_L^2}} \quad (79)$$

met:

$$C_{D_0} = C_{D_F} + K_0 \frac{128}{\pi} \left(\frac{Vol}{\ell^2}\right)^2 / S \quad (80)$$

en:

$$dC_D/dC_L^2 = \frac{r\beta}{2\pi} \left(\frac{K_V}{\beta s/\ell} + 2K_W \beta s/\ell \right) \quad (81)$$

Het maximale glijgetal volgt dan uit:

$$\left(\frac{L}{D}\right)_{MD} = \frac{C_{L_{MD}}}{2C_{D_0}} \quad (82)$$

Bovenstaande oplossing is het klassieke resultaat voor zowel subsone als supersonen vliegtuigen, mits de vliegtuigkarakteristiek een parabool is met het minimum van C_D bij $C_L = 0$.

In het hierna volgende zal worden nagegaan welke invloed variaties in de box ratio en de vleugelbelasting hebben op $C_{L_{MD}}$ en $(L/D)_{MD}$. De notatie "MD" is hierbij ingevoerd om het onderscheid aan te geven met de eerder afgeleide optima en extrema t.a.v. vormparameters.

(c) Minimale weerstand bij gegeven vleugelbelasting

Fig. 13 geeft een voorbeeld waaruit de variatie van het glijgetal met de box ratio en de hoogte blijkt bij gegeven vleugelbelasting. De vergelijkingen van de partiële optima voor C_L en $\beta s/\ell$ en voor het gecombineerde optimum worden afgeleid uit vgl. (53) na invoering van een nieuwe volumeparameter:

$$\tau' \stackrel{d}{=} 16 \frac{r Vol}{\beta S^{3/2}} \sqrt{\frac{K_0 K_V}{\pi C_{D_F} K_W}} \quad (83)$$

De vergelijkingen (67) en (79) kunnen dan als volgt worden geschreven:

$$\frac{C_L}{C_{Lref}} = 2\tau'\sigma \sqrt{\frac{\sigma}{1-\sigma^2}} \quad \text{(optimale box ratio, (I) (84))}$$

gegeven hoogte)

$$\frac{C_{LMD}}{C_{Lref}} = \sqrt{\frac{2\sigma\{1+(\sigma\tau')^2\}}{1+\sigma^2}} \quad \text{(hoogte voor minimale (II) (85))}$$

weerstand, gegeven σ)

Het gecombineerde ("absolute") optimum - punt A in Fig. 13 - kan worden berekend door gelijkstelling van de vergelijkingen (84) en (85), met als resultaat:

$$\tau' = \frac{1}{\sigma_{opt}} \sqrt{\frac{1-\sigma_{opt}^2}{1+3\sigma_{opt}^2}} \quad (86a)$$

$$\frac{C_{LMD}}{C_{Lref}} = 2 \sqrt{\frac{\sigma_{opt}}{1+3\sigma_{opt}^2}} \quad (86b)$$

} optimale box ratio en
hoogte, gegeven W/S

De hierbij behorende waarde van het glijgetal volgt uit:

$$\frac{(C_D/C_L)_{MD}}{(C_D/C_L)_{ref}} = \frac{1+\sigma_{opt}^2}{\sqrt{\sigma_{opt}(1+3\sigma_{opt}^2)}} \quad (87)$$

waarbij σ_{opt} als functie van τ' is vastgelegd door (86a).

Het bovenstaande resultaat is in Fig. 14 in gegeneraliseerde vorm weergegeven. In vgl. (86a) is σ_{opt} als impliciete oplossing is gedefinieerd, maar uit deze figuur kan σ_{opt} direct worden afgelezen. Zonodig kan als eerste benadering worden gebruikt:

$$\sigma_{opt} = \left[1 + \frac{4(\tau')^2}{4\tau' + \sqrt{2}} \right]^{-1} \quad (88)$$

De nauwkeurigheid van deze benadering, die ook in Fig. 14 is weergegeven, blijkt zeer goed te zijn over het gehele gebied van waarden voor τ' .

Tenslotte is in Fig. 15 de onderlinge verhouding van de weerstands-bijdragen aangegeven, van toepassing op het gecombineerde optimum van

de hoogte en de box ratio. Hierbij valt op te merken dat bij elke waarde van τ' in het optimum de golfweerstand t.g.v. volume en die t.g.v. draagkracht samen slechts 25% van de totale weerstand uitmaken. Ook hieruit blijkt dat in het bijzonder aan de wrijvingsweerstand en aan de wervelweerstand aandacht dient te worden besteed.

Uit Fig. 14 blijkt dat voor $\tau' < 3 \text{ à } 4$ de $C_{L_{opt}}$ weinig verschilt van $C_{L_{ref}}$ en dus niet sterk afhangt van het volume van de vleugel. De optimale box ratio daarentegen wordt met toenemende τ' aanmerkelijk kleiner dan de referentiewaarde gegeven door (30), zodat ook hier weer uit blijkt dat de pijlhoek van de vleugelvoorrand groter moet worden gekozen naarmate het volume ten opzichte van $S^{3/2}$ toeneemt.

Overigens is het belang van de in deze paragraaf berekende optimale hoogte enigszins beperkt doordat bij gegeven vleugelontwerp niet steeds optimaal bij $C_{L_{MD}}$ wordt gevlogen. Hierop wordt in de volgende paragraaf teruggekomen.

(d) "Optimale" kruishoogte

In Fig. 16 zijn voor een hypothetisch vliegtuigontwerp lijnen weergegeven van constant glijgetal met als variabelen de vleugelbelasting en de kruishoogte. Deze figuur laat zien dat er weliswaar voor gegeven kruishoogte een optimale vleugelbelasting is (lijn I) en voor gegeven vleugelbelasting een optimale kruishoogte (lijn II) maar dat beide partiële optima geen snijpunt hebben. Dit resultaat werd ook gevonden voor het geval waarin alle volume in de romp werd gelegd (par. 4.3.). Ook in het voorliggende geval is het niet mogelijk gebleken een gecombineerd optimum af te leiden voor alle parameters (box parameters, vleugelbelasting en hoogte).

In par. 4.3. is reeds uiteengezet dat op basis van het glijgetal alléén geen optimale hoogte kan worden gevonden. Indien echter de benodigde motorgrootte mede in beschouwing wordt genomen, dan wordt wel een oplossing gevonden, welke de hoogte definiëert waarvoor de som van de massafracties van de motorinstallatie en de brandstof minimaal is. Par. 8.2. van lit. 18 geeft een algemene afleiding van dat optimum, waarbij de motoren op de kruisvlucht zijn gedimensioneerd. De C_L , die de optimale hoogte definiëert, volgt uit:

$$\left(\frac{m_P}{m_F}\right)_{MD} = \frac{1 - (C_L/C_{L_{MD}})^2}{2(C_L/C_{L_{MD}})^3}; \quad \frac{m_P}{m_P + m_F} = \frac{1 - (C_L/C_{L_{MD}})^2}{1 + (C_L/C_{L_{MD}})^2} \quad (89)$$

waarin $(m_P/m_F)_{MD}$ de verhouding van de massa's van de motorinstallatie en de brandstof voorstelt voor de hoogte waarop $C_L = C_{L_{MD}}$:

$$\left(\frac{m_P}{m_F}\right)_{MD} = \frac{C_{L_{MD}}}{W/S} \frac{W_P}{T^*/q^*} \frac{\eta^*}{\bar{R}/R_H} \quad (90)$$

Voor verdere definities wordt verwezen naar par. 4.3. Een goede benadering voor (89), geldig voor $m_P < m_F$ is:

$$\frac{C_L}{C_{L_{MD}}} = \frac{1 + (m_P/m_F)_{MD}}{1 + 2(m_P/m_F)_{MD}} \quad (91)$$

waarmee direct de optimale C_L voor gegeven vleugelbelasting en M_∞ kan worden berekend. Door combinatie van C_L volgens (89) of (91) met (67) en (70) kunnen dan de optimale kruishoogte, de optimale vleugelbelasting en de optimale box ratio worden afgeleid. In tegenstelling tot par. 4.3. is het niet goed mogelijk dit optimum in expliciete vorm uit te drukken. In het algemeen zal de berekening dan ook via "trial and error" moeten worden uitgevoerd. Als illustratie van deze procedure wordt in de volgende paragraaf een voorbeeld behandeld.

6. VERGELIJKING VAN DE TWEE VLIEGTUIGCONFIGURATIES

In de paragrafen 4 en 5 zijn afleidingen gegeven van criteria voor maximalisatie resp. optimalisatie van het glijgetal van supersoon kruisende vliegtuigen. Hierbij werd onderscheid gemaakt tussen configuraties waarbij het voor de nuttige lading bestemde volume wordt ondergebracht in resp. de romp en de vleugel. In deze paragraaf zal een voorbeeld worden behandeld waarbij door vergelijking van deze concepties wordt nagegaan welke van de twee de beste kruisprestatie levert. De conclusie kan een uitgangspunt vormen voor het aerodynamisch ontwerp van meer praktische vormen, waarbij het nuttige volume wordt verdeeld over de romp en de vleugel.

De vergelijking wordt uitgevoerd voor een hypothetisch supersoon verkeersvliegtuig, waarvan de gegevens zijn samengevat in onderstaande tabel.

Totaalgewicht	:	$W = 3500 \text{ kN}$
Nuttig volume	:	$Vol = 600 \text{ m}^3$
Kruissnelheid	:	$M_\infty = 2,2 \text{ } (\beta = 1,96)$
Vlieglengte	:	$\bar{R} = 7750 \text{ km } (\bar{R}/R_H = 1,8)$
Totaal motorrendement	:	$\eta^* = 0,42 \text{ (incl. gondelweerstand)}$
Specifiek gewicht voortstuwinginstallatie	:	$W_P/T^* = 0,50$
Planvorm parameter	:	$r = 0,4$
Weerstandsfactoren:	{ staartvlakken wrijvingsweerstand geïnd. weerstand dikteweerstand	$K_t = 1,2$
		$C_{Ff} = 0,0018$
		$\bar{C}_{Fw} = 0,0020$
		$K_V = K_W = 1,25$
		$K_o = 1,2\text{-romp}$
		$K_o = 0,8\text{-vleugel}$
Rompvolumecoëfficiënt	:	$K_v = 0,65$

Deze gegevens liggen ook ten grondslag aan alle in dit rapport besproken voorbeelden.

6.1. Configuratie met alle nuttige lading in de romp

Met vgl. (58) wordt gevonden dat de optimale rompslankheid 26,4 bedraagt, terwijl vgl. (59) daarbij een weerstandsooppervlak $(C_{D,S})_f = 2,06 \text{ m}^2$ aan-

geeft. Voorts wordt met vgl. (29) en (30) gevonden: $C_{L_{ref}} = 0,1087$ en met (31): $(C_D/C_L)_{ref} = 0,092$. Hiermee zijn dan de nodige gegevens beschikbaar om met vgl. (52) de optimale kruishoogte vast te leggen, waarvoor wordt gevonden: $\delta_{opt} = 0,1084$, d.w.z. een hoogte van ca 15.600 m. Bij $M_\infty = 2,2$ volgt hieruit dat $q = 37,84 \text{ kN/m}^2$.

Met vgl. (42) wordt nu bepaald dat voor het gecombineerde optimum geldt $C_L = C_{L_{ref}} = 0,1037$, zodat volgens (43) de C_D/C_L -verhouding gelijk aan 0,1142 is, ofwel $L/D = 8,75$.

De uit bovenstaande gegevens volgende "optimale" vliegtuiggeometrie is:

volgens (27): vleugelbelasting $W_{to}/S = 4,113 \text{ kN/m}^2$

volgens (60): romplengte $\ell_f = 93,65 \text{ m}$

volgens (61): max. rompdiameter: $d_r = 3,55 \text{ m}$

volgens (35): bon ratio: $s/\ell_w = 0,36$

De vleugelafmetingen worden hiermee:

oppervlak: $S = 851 \text{ m}^2$

spanwijdte: $2s = 39,14 \text{ m}$

wortelkoorde: $\ell_w = 54,35 \text{ m}$

Door deze gegevens is de vleugelvorm nog niet geheel vastgelegd, omdat binnen de rechthoek met zijden $2s$ en ℓ_w nog verschillende vleugelvormen mogelijk zijn waarvoor de volheidsgraad $r = 0,4$ bedraagt. Indien de voor- en achterrand recht worden genomen wordt de aerodynamische slankheid van de optimale vleugel $A = 3,603$.

Fig. 17 laat een mogelijk bevenaanzicht zien, waarbij een spitsboogvormige voorkant en een rechte achterrand zijn aangenomen. Uiteraard zijn ook andere vormen mogelijk. In dit aanzicht valt de wel zeer slanke romp op. Nu laat Fig. 7 al zien dat de gevoeligheid van L/D voor variaties in de rompslankheid in de omgeving van het optimum niet groot is. Wordt b.v. in plaats van $\lambda_f = 26,4$, $\lambda_f = 20$ gekozen, dan neemt $(C_D S)_f$ toe met slechts 4½%, de optimale vlieghoogte wordt 15.750 m, terwijl het glijgetal afneemt met slechts 0,4%. De invloed op de maximale rompdiameter en de -lengte is echter aanzienlijk. De eerstgenoemde neemt toe met ca 10% tot 3,90 m, de romplengte wordt verminderd met 17% tot 77,82 m. Deze rompaftelingen zijn waarschijnlijk praktischer vanuit constructief oogpunt. De optimale vleugelbelasting neemt af tot 4,023 kN/m^2 en indien het totaalgewicht van het vliegtuig niet verandert neemt het vleugeloppervlak toe tot 870 m^2 .

6.2. De geïntegreerde configuratie

In dit geval is er geen sprake van een afzonderlijke romp: alle nuttige lading bevindt zich in de vleugel.

Stel dat wordt uitgegaan van dezelfde optimale kruishoogte van 15.600 m, als voor de in par. 6.1. behandelde configuratie. Hiervoor kan met (65) worden bepaald: $S_{ref} = 351 \text{ m}^2$ en met (64): $\tau = 0,563$.

Met vgl. (76a) of Fig. 12 wordt dan gevonden: $\sigma_{opt} = 0,74$ en $C_{L_{opt}}/C_{L_{ref}} = 0,86$, dus $C_{L_{opt}} = 0,0935$.

Volgens (77) geldt dan voor gegeven $C_D/C_L = 1,097 \times (C_D/C_L)_{ref} = 0,101$, ofwel $(L/D) = 9,91$. Het optimum wordt bereikt voor $s/\ell = 0,74 \times 0,36 = 0,2664$, en hiermee zijn de vleugelafmetingen vastgelegd:

oppervlak: $S = 989 \text{ m}^2$

spanwijdte: $2s = 36,3 \text{ m}$

wortelkoorde: $\ell = 63,1 \text{ m}$

Hiermee volgt uit vgl. (80): $C_{D_0} = 0,00555$ en uit (81): $dC_D/dC_L^2 = 0,443$, zodat volgens (79) $C_{L_{MD}} = 0,112$.

Met behulp van deze gegevens wordt voor de massaverhouding uit vgl. (90) gevonden: $(m_p/m_F)_{MD} = 0,29$, zodat volgens de eerste benadering (91) geldt: $C_{L_{opt}}/C_{L_{MD}} = 0,815$. De exacte oplossing is volgens (89): $C_{L_{opt}}/C_{L_{MD}} = 0,823$, zodat $C_{L_{opt}} = 0,092$. Deze waarde is nagenoeg gelijk aan de eerder gevonden optimale waarde ($C_{L_{opt}} = 0,0935$), zodat blijkbaar de eerste benadering voor de kruishoogte vrijwel optimaal is geweest. Het vermoeden rijst dat ook voor de geïntegreerde configuratie de optimale hoogte bij benadering bepaald wordt door (52).

Hoewel deze geïntegreerde configuratie klaarblijkelijk een aanmerkelijk beter glijgetal levert dan de vleugel/romp combinatie, hoofdzakelijk door het veel kleinere omspoelde oppervlak, moet een vraagteken worden gezet bij de praktische realiseerbaarheid ervan. Wanneer het volume gelijkmatig zou worden verdeeld over het oppervlak zou de gemiddelde constructiehoogte slechts 70 cm bedragen. Het is duidelijk dat een praktische indeling van het vliegtuig zou leiden tot een concentratie van het nuttig volume dicht bij het symmetrievlak, en het is allerminst zeker of dan de lage waarde van de golfweerstand t.g.v. dikte ($K_0 < 1$) nog kan worden bereikt. Het volumerendement zal bovendien aanmerkelijk

lager zijn dan dat van de configuratie in par. 6.1. en hierdoor wordt het noodzakelijke bruto intern volume groter dan 600 m^3 .

Stelt men nu vrij arbitrair $\text{Vol} = 1000 \text{ m}^3$, dan gaat voor gelijkgebleven hoogte het glijgetal terug van 9,9 naar 9,2 en het optimale vleugeloppervlak neemt toe van 989 tot 1089 m^2 . Hiermee wordt de gemiddelde constructiehoogte ruim 1 meter, en de maximale constructiehoogte ca 2 meter, waarmee mogelijk een betere vliegtuigvorm te realiseren zal zijn.

Tenslotte wordt nog vermeld dat in lit. 23 windtunnelmetingen worden besproken aan een supersoon kruisend vliegtuig (zie Fig. 17) met de volgende gegevens:

$$\begin{aligned} W &= 3333 \text{ kN} ; & R &= 8300 \text{ km} ; & M_{\infty} &= 2,2 ; \\ S &= 929 \text{ m}^2 ; & l_f &= 94,5 \text{ m} ; & 2s &= 41,3 \text{ m} . \end{aligned}$$

Voor dit ontwerp was de theoretisch bepaalde streefwaarde $L/D = 10,3$, terwijl de metingen L/D tussen 9,1 en 9,6 aangaven. De vleugel is geoptimaliseerd voor $C_L = 0,1$ (kruishoogte 16.000 m). Uit dit voorbeeld blijkt dat de in dit memorandum gevonden waarden realistisch te noemen zijn. Mogelijk leidt de optimalisering van de kruishoogte op basis van gewichtsoverwegingen alléén tot iets te lage waarden. Het streven naar reductie van de "sonic boom" zal deze mogelijk leggen boven de waarde waarvoor het totaalgewicht minimaal is.

7. CONCLUSIES

Methoden uit de literatuur, geldig voor slanke, naaldvormige rompen in combinatie met smalle vleugels ("slender wings"), zijn toegepast op de berekening van het glijgetal van supersoon kruisende vliegtuigen. Op grond van het in par. 2 ontwikkelde rekenmodel is in par. 3 kwalitatief aangegeven op welke wijze variaties in de vliegtuigvorm en -afmetingen invloed hebben op het glijgetal.

Vervolgens zijn in par. 4 en 5 algemene voorwaarden afgeleid waaronder een maximum of optimum wordt gevonden voor het glijgetal van configuraties waarbij alle nuttige lading in de romp is ondergebracht (vleugelvolumen = 0) en voor de geïntegreerde configuratie (rompvolumen = 0).

In par. 6 is tenslotte een voorbeeld behandeld waaruit de belangrijkste verschillen tussen deze beide configuraties in getalwaarden naar voren komen.

Voor de vleugel met gegeven volume zijn analytische oplossingen gevonden voor partiële optima ten aanzien van het glijgetal van de spanwijdte/lengteverhouding, de vleugelbelasting en de vlieghoogte, de beide laatste in de vorm van optimale C_L -waarden. Het blijkt echter niet mogelijk deze laatstgenoemde optima te combineren. Daarom is als criterium voor de optimale vlieghoogte gekeken naar het gewichtsminimum van de brandstof en voortstuwingsinstallatie te zamen (gegeven totaalgewicht). De gevonden methode blijkt een aanvaardbaar resultaat te geven, zij het dat in de praktijk mogelijk hoger gekruist zal worden om de "sonic boom" te minimaliseren.

Bij het afleiden van bovengenoemde analytische oplossing zijn factoren τ en τ' geïntroduceerd (resp. vgl. 64 en 83), welke het vleugelvolumen in dimensieloze vorm kenmerken. De oplossing voor de configuratie met alle nuttige lading in de romp blijkt hiervan een bijzonder geval te zijn, corresponderend met $\tau = 0$.

Niet alleen wordt voor deze configuratie een eenvoudige gesloten oplossing voor het optimale vleugelontwerp gevonden, maar ook de optimale rompslankheid is expliciet aan te geven. Deze blijkt een van de vleugelgeometrie onafhankelijke waarde te hebben. De invloed van variatie in de rompslankheid op het weerstandsoppervlak is gering in de omgeving van het optimum.

Het in par. 6 behandelde voorbeeld laat zien dat de resultaten van het weerstandsmodel en van de optimalisatie realistisch zijn, en in het voorontwerpstadium gemakkelijk te hanteren. Tevens blijkt dat met de geïntegreerde ("all wing") configuratie in principe een ca 10% hogere optimale L/D kan worden verkregen, voornamelijk als gevolg van het kleinere omspoelde oppervlak. Gezien de minder praktische interne lay-out van zo'n vleugel zal echter een deel van de winst verloren gaan doordat toch een grotere en dikkere vleugel moet worden gekozen om nog voldoende constructiehoogte te realiseren en de niet-buikbare ruimten te compenseren.

De grootste moeilijkheid bij de toepassing van de beschreven methode is de bepaling van de factoren voor de golfweerstand t.g.v. volume (K_O), de wervelweerstand (K_V) en de golfweerstand t.g.v. draagkracht (K_W). De waarden die de literatuur hiervoor aangeeft bieden onvoldoende houvast om rekening te kunnen houden met de feitelijke vormgeving. Het is dan ook gewenst dat meer aandacht wordt gegeven aan een vergelijking tussen theoretische en praktisch gerealiseerde waarden voor de weerstand. Dit geldt in het bijzonder voor vleugel/romp combinaties met verdeeld volume.

Hoewel in zekere zin hetzelfde geldt voor de wrijvingsweerstand lijkt berekening hiervan beter uitvoerbaar. De optimalisatie geeft aan dat deze weerstandsbijdrage van overheersende invloed is, zodat nauwkeurige bepaling hiervan in het bijzonder nodig is.

Bij de afleiding van de analytische verbanden is geen rekening gehouden met variatie van K_O en C_F met de vorm van het vliegtuig. Doet men dit wel, dan zijn alleen numerieke oplossingen zinvol. Beide invloeden hebben overigens een tegengestelde invloed op het optimum, zodat de onnauwkeurigheid van de analytische oplossing in dit opzicht vermoedelijk niet groot zal zijn.

8. LITERATUUR

1. D. Küchemann "The aerodynamic design of aircraft". Pergamon Press Ltd., 1978.
2. A. Das "Ueber die Berechnung der optimalen aerodynamischen Form von schlanken Flugkörper bei Ueberschallgeschwindigkeit". Jahrbuch 1968 der DGLR, pag. 261-285.
3. A. Das, P. Krux "Zum Widerstandsproblem schlanken Körper bei Nullauftrieb in Ueberschallströmung". Z. f. Flugwissenschaften, 1971 (Heft 2), pp. 62-76.
4. A. Das "On some basic and new aspects about the drag problem of wings and bodies in supersonic flows". AGARD-CP-124, April 1973 (Paper No. 3).
5. S.F.J. Butler "Aircraft drag prediction for project appraisal and performance estimation". AGARD-CP-129, April 1973 (Paper No. 6).
6. L. Gaudet
K.G. Winter "Measurements of the drag of some characteristic aircraft excrescences immersed in turbulent boundary layers". AGARD-CP-124, April 1973 (Paper No. 4).
7. K.G. Winter
L. Gaudet "Turbulent boundary-layer studies at high Reynolds numbers at Mach numbers between 0.2 and 2.8". RAE Technical Report 70251, 1970.
8. D.B. Spalding
S.W. Chi "The drag of a compressible turbulent boundary layer on a smooth flat plate with and without heat transfer". J. Fluid Mechanics, 18, 1964.
9. E.R. van Driest "Turbulent boundary layers in compressible fluids". J. Aero. Sciences 19 (1951), pp. 145-160.

10. F. Kowalke "Parametrische Untersuchungen über Ueberschall-Langstrecken-Flugzeuge". Jahrbuch 1965 WGL, pp. 101.
11. E. Torenbeek "The computation of characteristic areas and volumes of major aircraft components in project design". LR-Memorandum M-138, 1973.
12. W.R. Sears "On projectiles of minimum wave drag". Quarterly of Applied Mathematics, Vol. 4, No. 4, 1947.
13. R.T. Jones "Estimated lift-drag ratios at supersonic speed". NACA Technical Note, No. 1350, 1947.
14. R.T. Jones "The minimum drag of wings in frictionless flow". J. Aero. Sciences, No. 18, pag. 75 e.v., 1951.
15. R.T. Jones "Theory of wing-body drag at supersonic speeds". NACA TR No. 1284, 1956.
16. R.T. Whitcomb "A study of the zero-lift drag-rise characteristics of wing-body combinations near the speed of sound". NACA TR No. 1273, 1956.
17. E. Emington "On the minimisation and numerical evaluation of wave drag". RAE Report 2564, 1955.
18. E. Emington "On the numerical evaluation of the drag integral". R&M No. 3341, 1963.
19. A.L. Courtney "A collection of data on the lift-dependent drag of uncambered slender wings at supersonic speeds". RAE, unpublished work.
20. C. Mac Adams
W.R. Sears "Slender body theory - review and extension". J. Aero. Sciences, 20, 1953.

21. E. Torenbeek
"Fundamentals of conceptual design optimization of subsonic transport aircraft". Report LR-292, Delft University of Technology, Dept. of Aerospace Eng., August 1980.
22. R.M. Kulfan
A. Sigalla
"Real flow limitations in supersonic airplane design". AIAA Paper No. 78-147, Jan. 1978 (overdruk 0-140).
23. R.L. Roensch
"Aerodynamic validation of a SCAR design". Proceedings of the SCAR Conference, NASA CP-001, Part 1, No. 1976, pag. 155-168.
24. R.M. Kulfan
"High-transonic-speed transport aircraft study". NASA CR-2465, September 1974.
25. Wimpres, J.K.
Swihart, J.M.
"Influence of aerodynamic research on the performance of supersonic airplanes". J. Aircraft, Vol. 1, no. 2, March-April 1964, pp. 71-76.

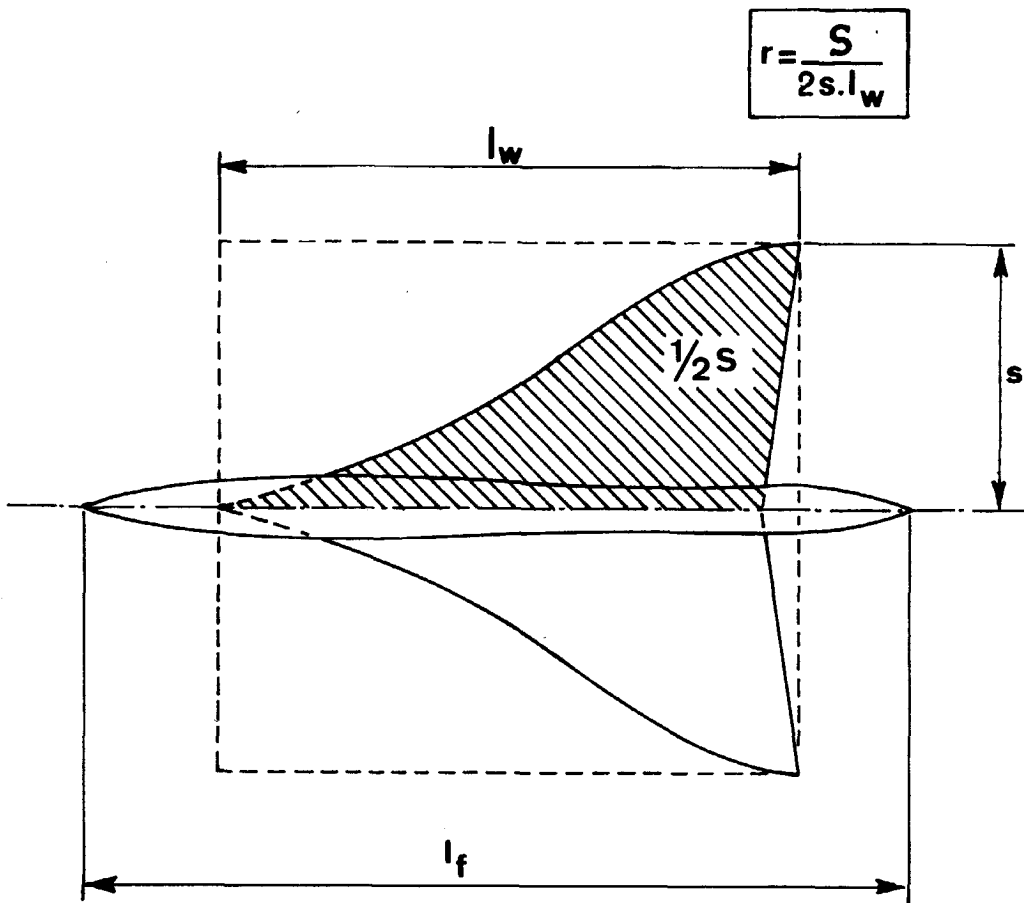


FIG. 1: GEOMETRIE VAN EEN SUPERSON VLIEGTUIG.

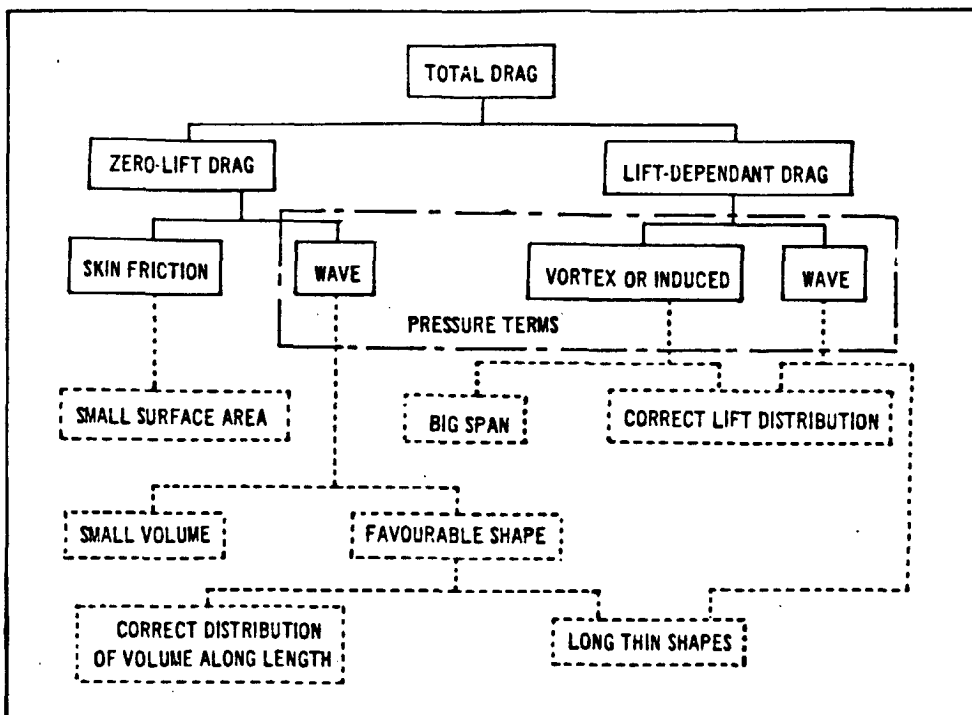


FIG. 2: INVLOED VAN DE VORMGEVING OP DE WEERSTANDSBIJDRAGEN BIJ SUPERSONE SNELHEDEN.

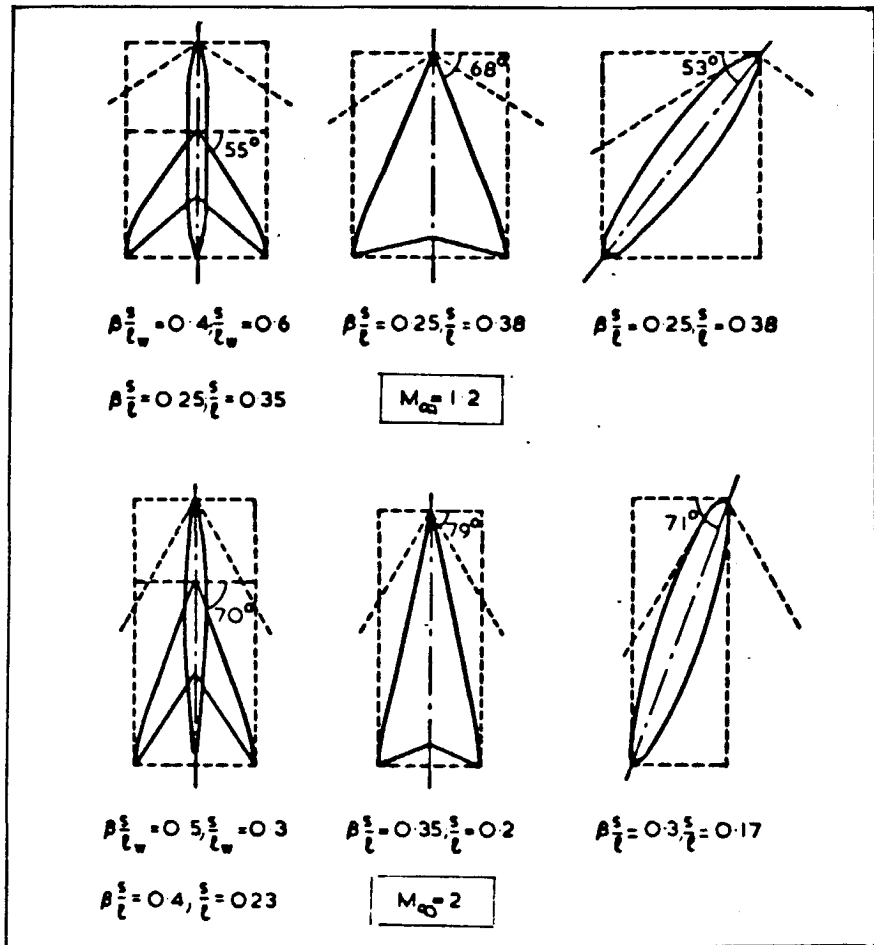


FIG. 3: CONFIGURATIES MET HOGE L/D (bron: lit. 1).

Possible layout of a Mach-2 slewed-wing supersonic airliner. On the left it is in the cruising configuration, at 72° sweepback. On the right it is in the landing configuration, with 25° of sweep. Control cabin, engines and fin and rudder pivot to vary sweep.

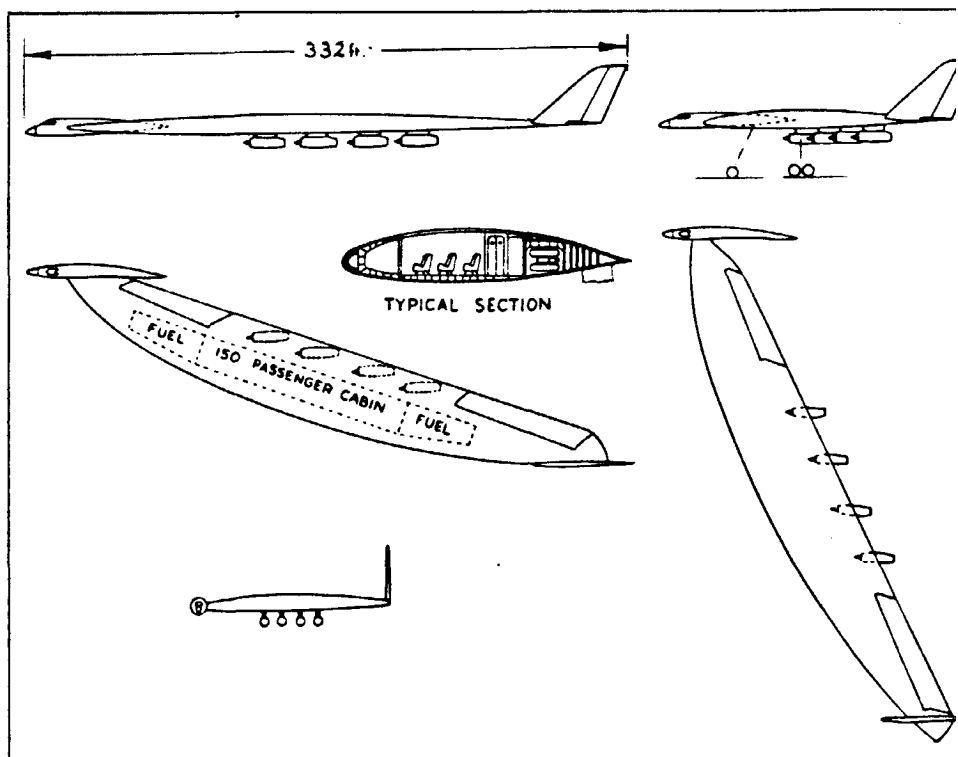


FIG. 4: HET "SLEWED-WING" CONCEPT VAN G.H. LEE (bron: The Aeroplane and Astronautics, March 3, 1961, p. 240).

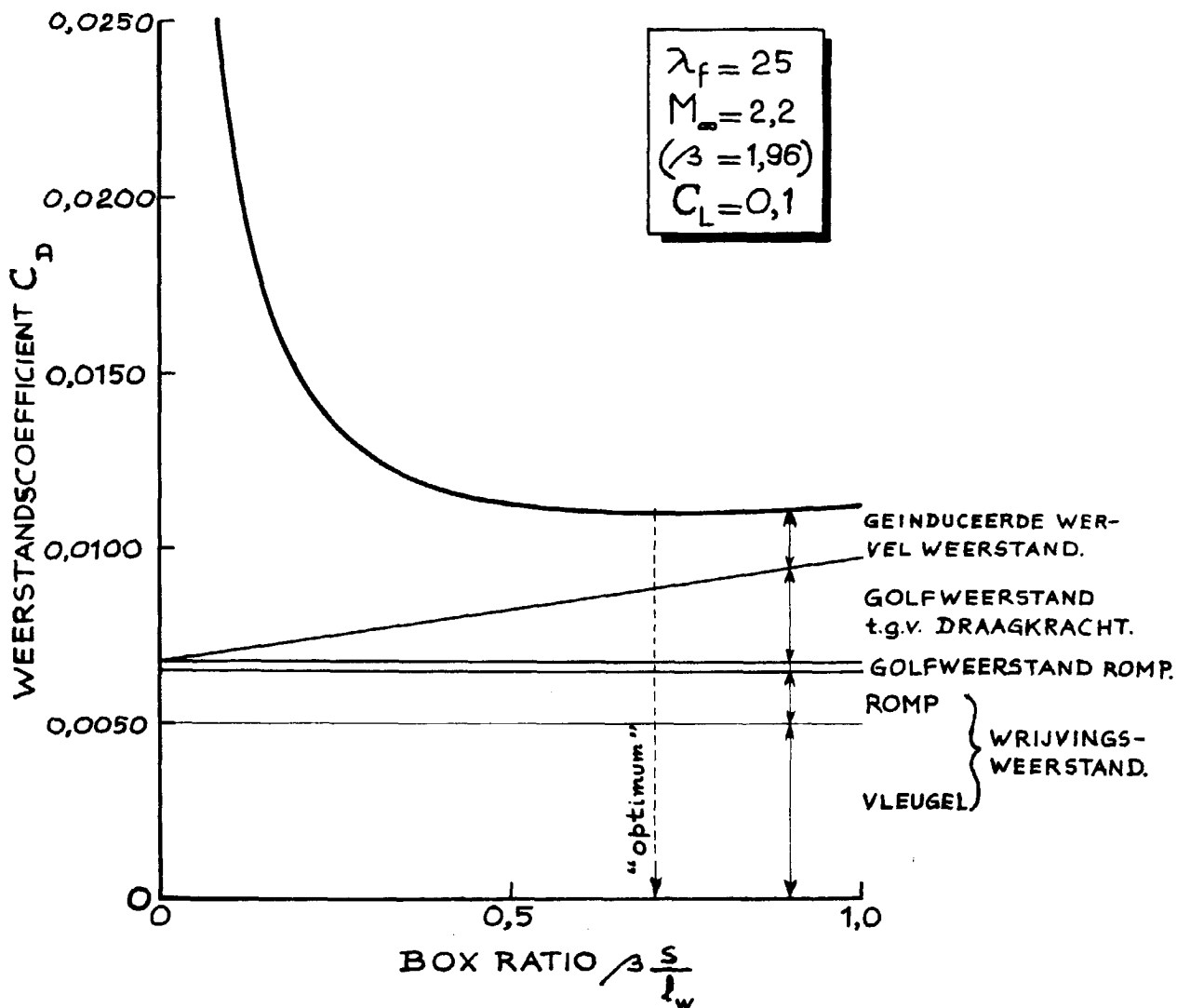


FIG. 5: INVLOED VAN DE "BOX RATIO" OP DE WEERSTAND VAN EEN VLEUGEL/ROMP KONBINATIE MET ALLE NUTTIGE LADING IN DE ROMP (VOORBEELD).

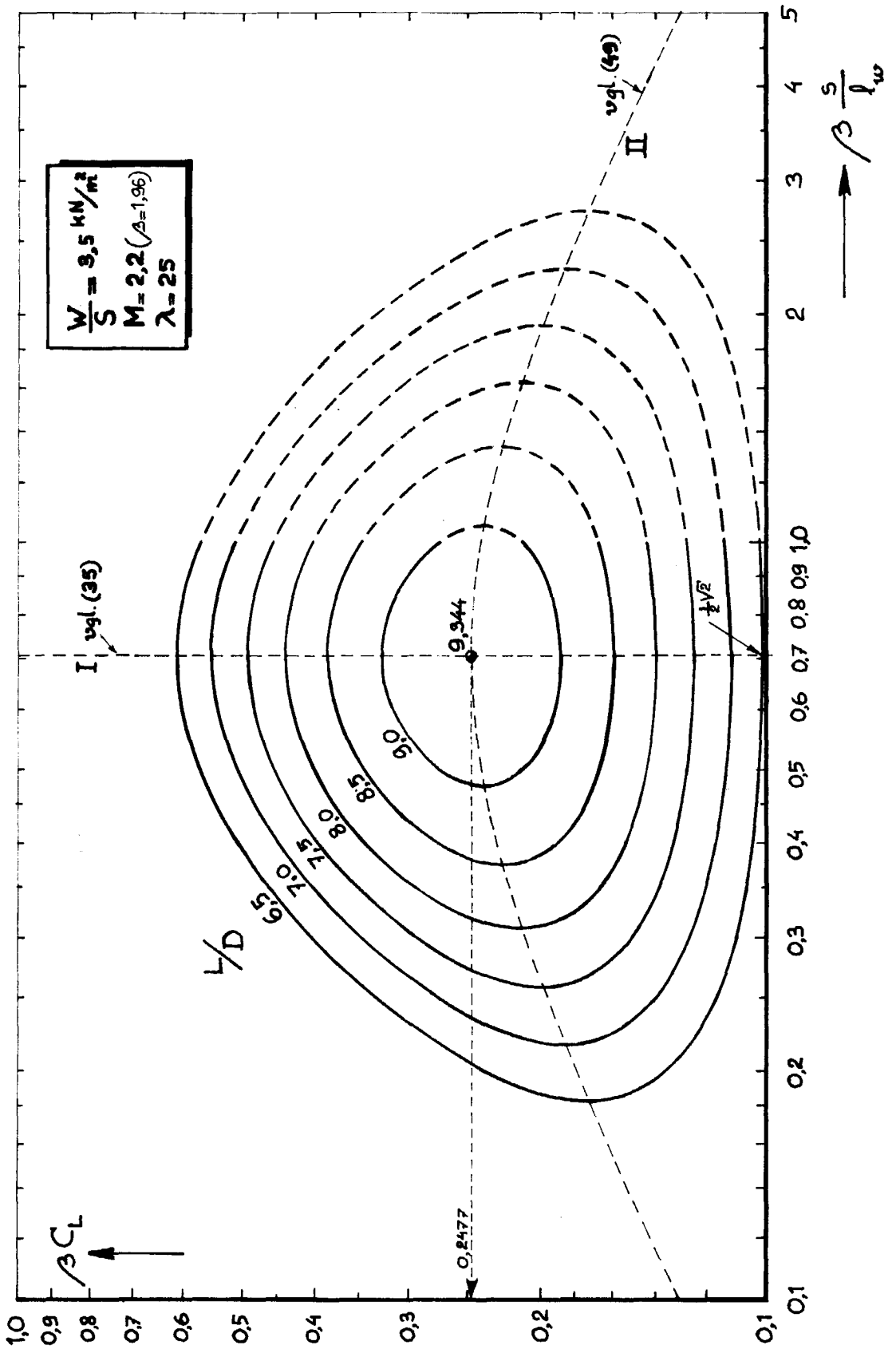


FIG. 6: INVLOED VAN DE "BOX RATIO" EN C_L OP HET GLIJGETAL VAN EEN VLEUGEL/ROMP KOMBINATIE BIJ CONSTATE

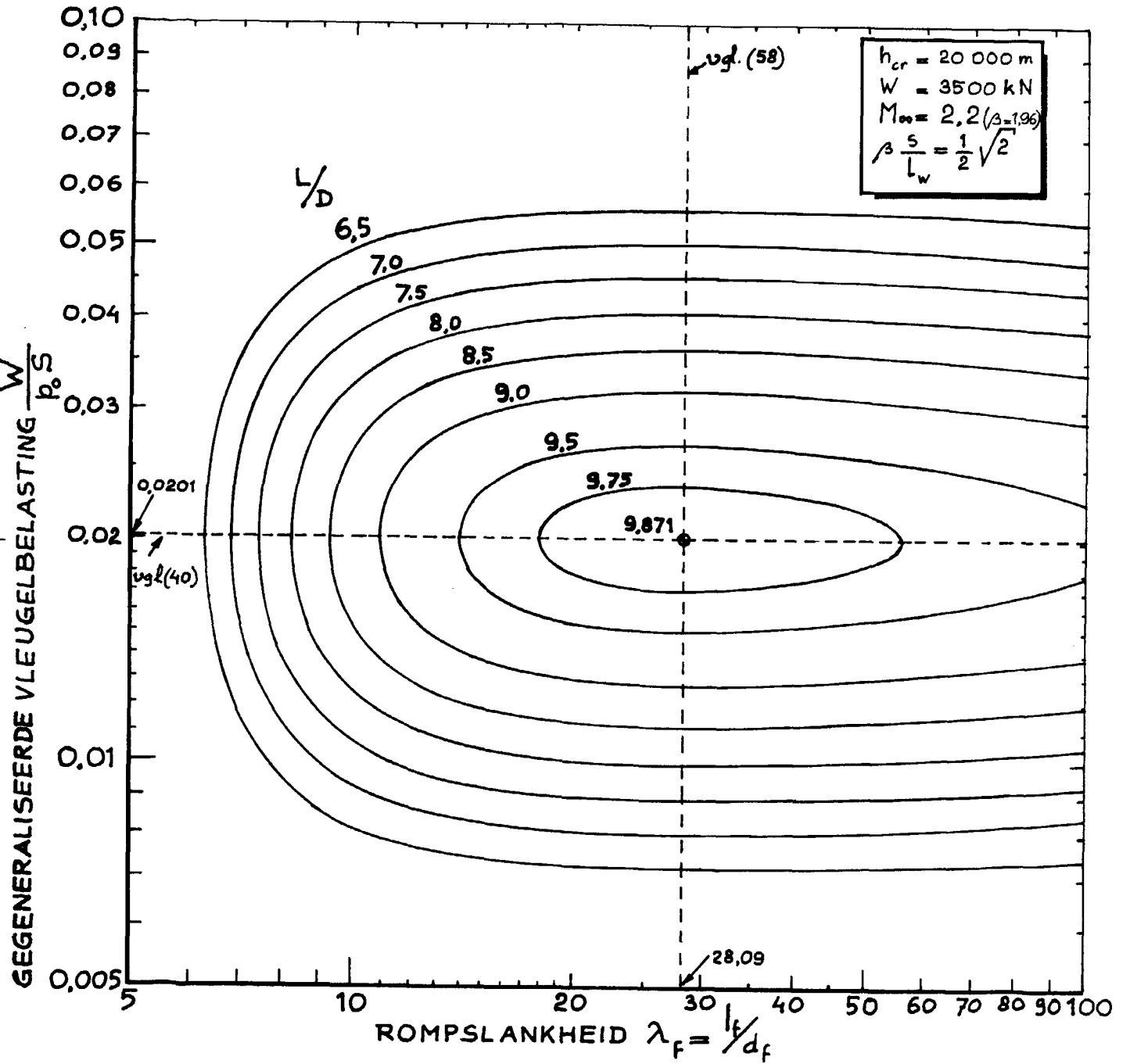


FIG. 7: INVLOED VAN DE ROMPSLANKHEID EN DE VLEUGELBELASTING VAN EEN VLEUGEL/ROMP COMBINATIE OP L/D BIJ CONSTATE HOOGTE.

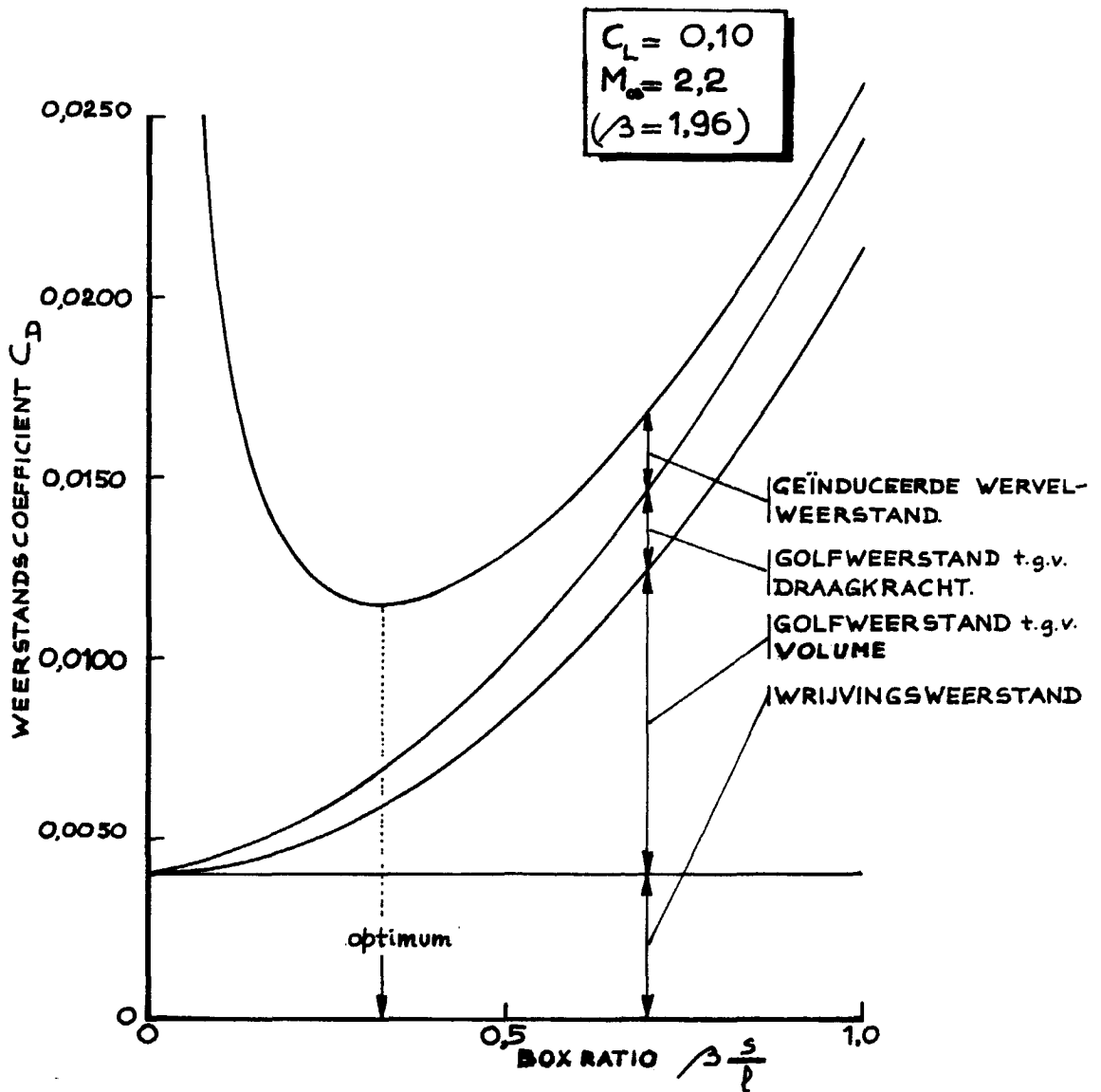


FIG. 8: INVLOED VAN DE "BOX RATIO" OP DE WEERSTAND VAN EEN GEÏNTEGREERDE CONFIGURATIE BIJ GEGEVEN VLEUGELBELASTING (VOORBEELD).

Voorbeeld: $C_L/C_{L,ref} = 0,55$
 $\gamma = 0,826$ } $\rightarrow \sigma = 0,70$ en $\frac{L/D}{(L/D)_{ref}} = 0,80$

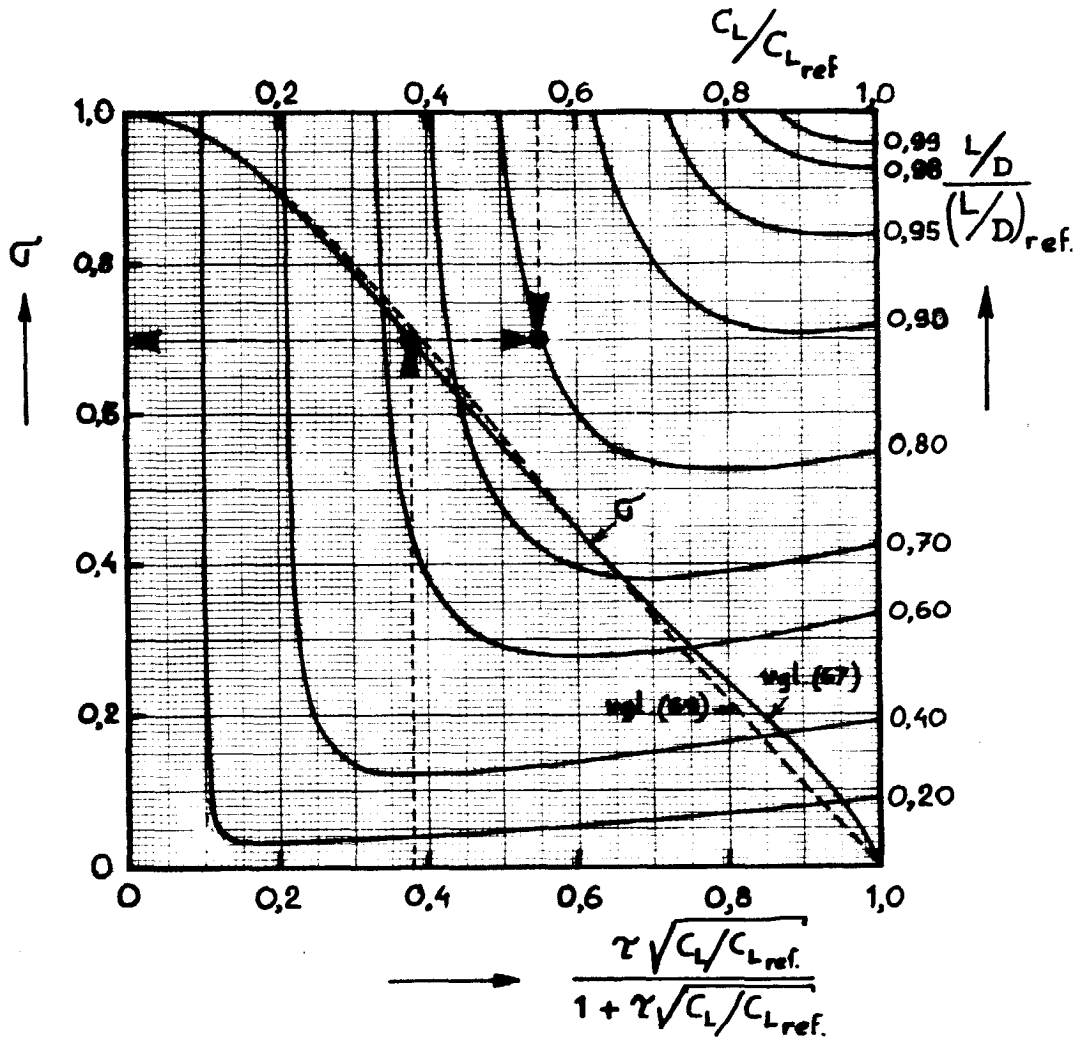
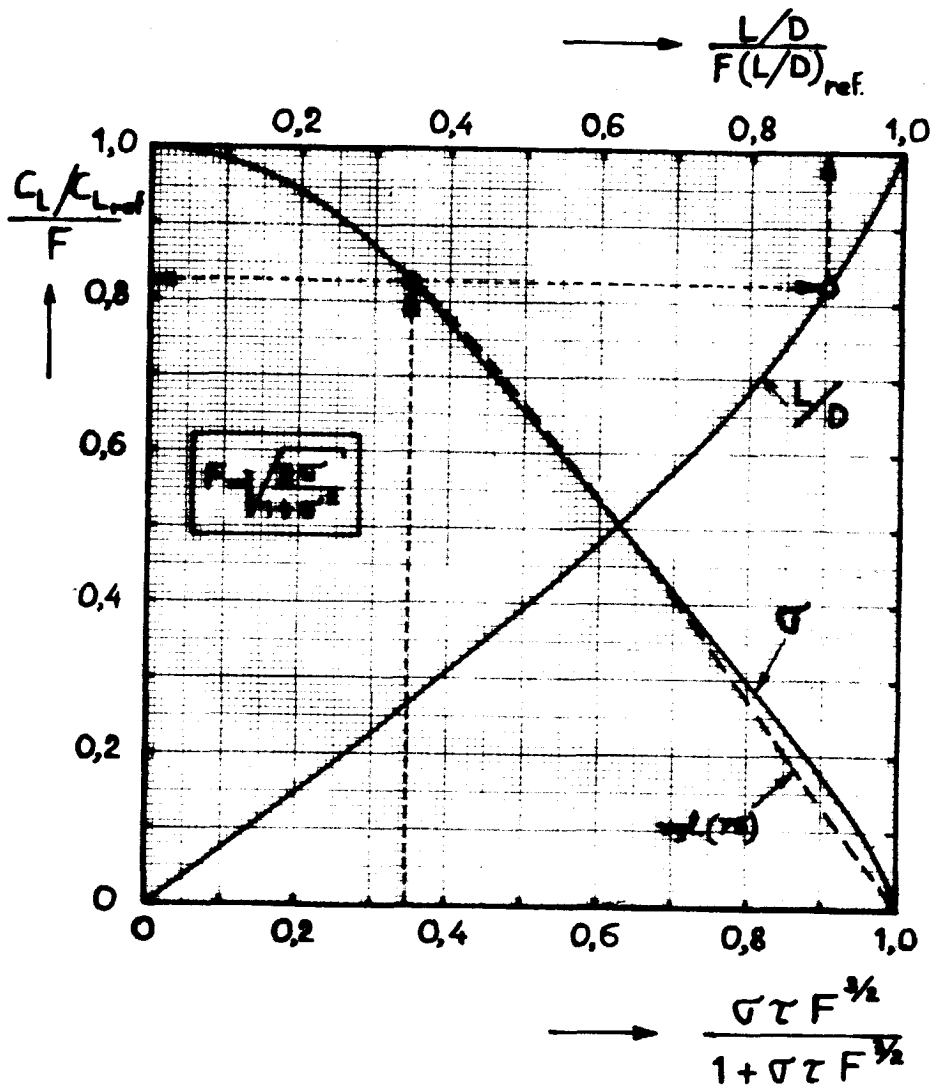


FIG. 9: GEGENERALISEERDE OPLOSSING VOOR DE OPTIMALE "BOX RATIO" EN BIJBEHOOREND GLIJGETAL VOOR GEGEVEN HOOGTE, GETAL VAN MACH EN VLEUGELBELASTING.



Voorbeeld:
 $\left. \begin{matrix} \sigma = 0.7 \\ \tau = 0.8 \end{matrix} \right\} \rightarrow F = 0.97 \rightarrow \sigma \tau F^{3/2} = 0.534; \frac{C_L}{C_{L,ref}} = 0.825 \left\{ \begin{matrix} C_L/C_{L,ref} = 0.8 \\ \frac{L/D}{(L/D)_{ref}} = 0.9 \rightarrow \frac{L/D}{(L/D)_{ref}} = 0.87 \end{matrix} \right.$

FIG. 10: GEGENERALISEERDE OPLOSSING VOOR DE OPTIMALE C_L (VLEUGEL-BELASTING) EN BIJBEHOREND GLIJGETAL VOOR GEGEVEN HOOGTE, GETAL VAN MACH EN "BOX RATIO".

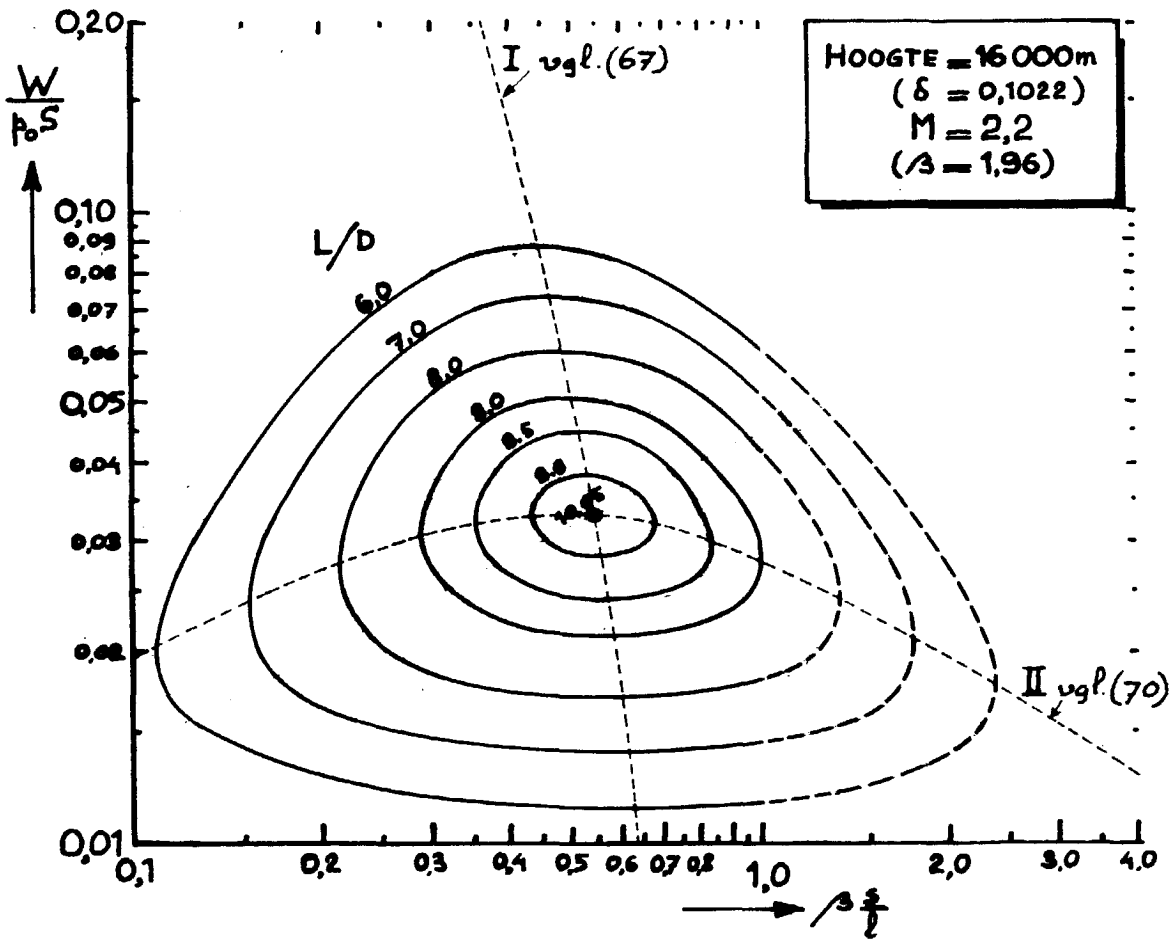
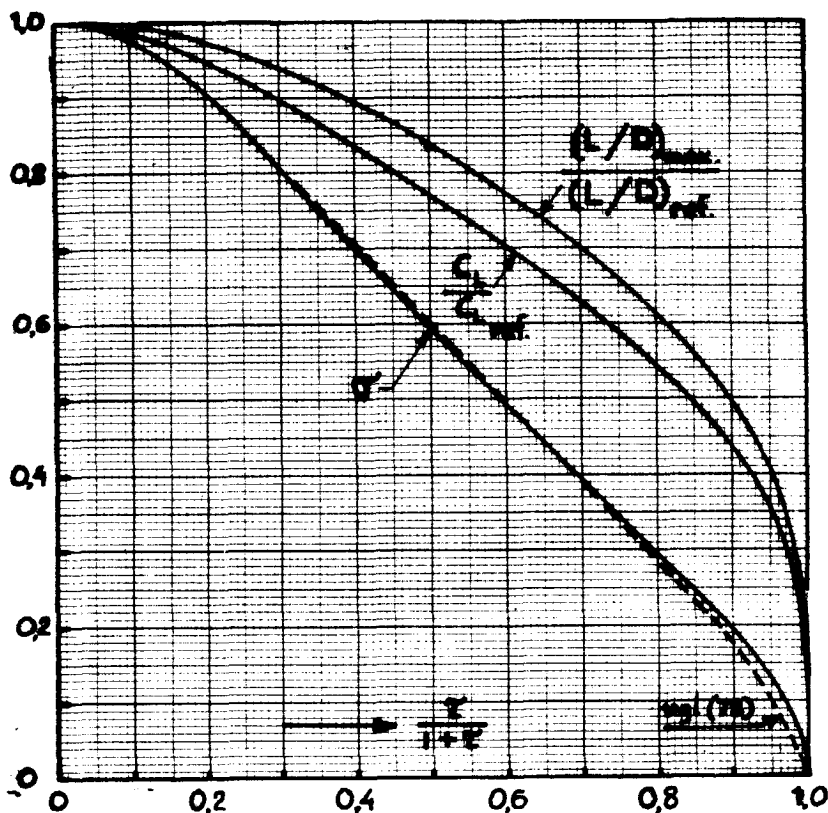


FIG. 11: HET GLIJGETAL VAN EEN SUPERSOON VLIEGTUIG ALS FUNCTIE VAN DE "BOX RATIO" EN DE VLEUGELBELASTING BIJ CONSTANTE HOOGTE.



$$\tau = \frac{16r \text{Vol.}}{\beta S_{\text{ref}}^{3/2}} \sqrt{\frac{K_v K_w}{\pi C_{D_F}}} ; \quad S_{\text{ref}} = \frac{W}{\rho C_{L_{\text{ref}}}} ; \quad \sigma = \beta \frac{S}{l} \sqrt{2 \frac{K_w}{K_v}}$$

$$C_{L_{\text{ref}}} = \sqrt{\frac{\pi C_{D_{FW}}}{\beta r \sqrt{2 K_v K_w}}} ; \quad \left(\frac{L}{D}\right)_{\text{ref}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_{L_{\text{ref}}}}{C_{D_F}}$$

FIG. 12: GEGENERALISEERDE OPLOSSING VOOR HET GECOMBINEERDE OPTIMUM VAN DE "BOX RATIO" EN DE VLEUGELBELASTING VOOR GEGEVEN HOOGTE.

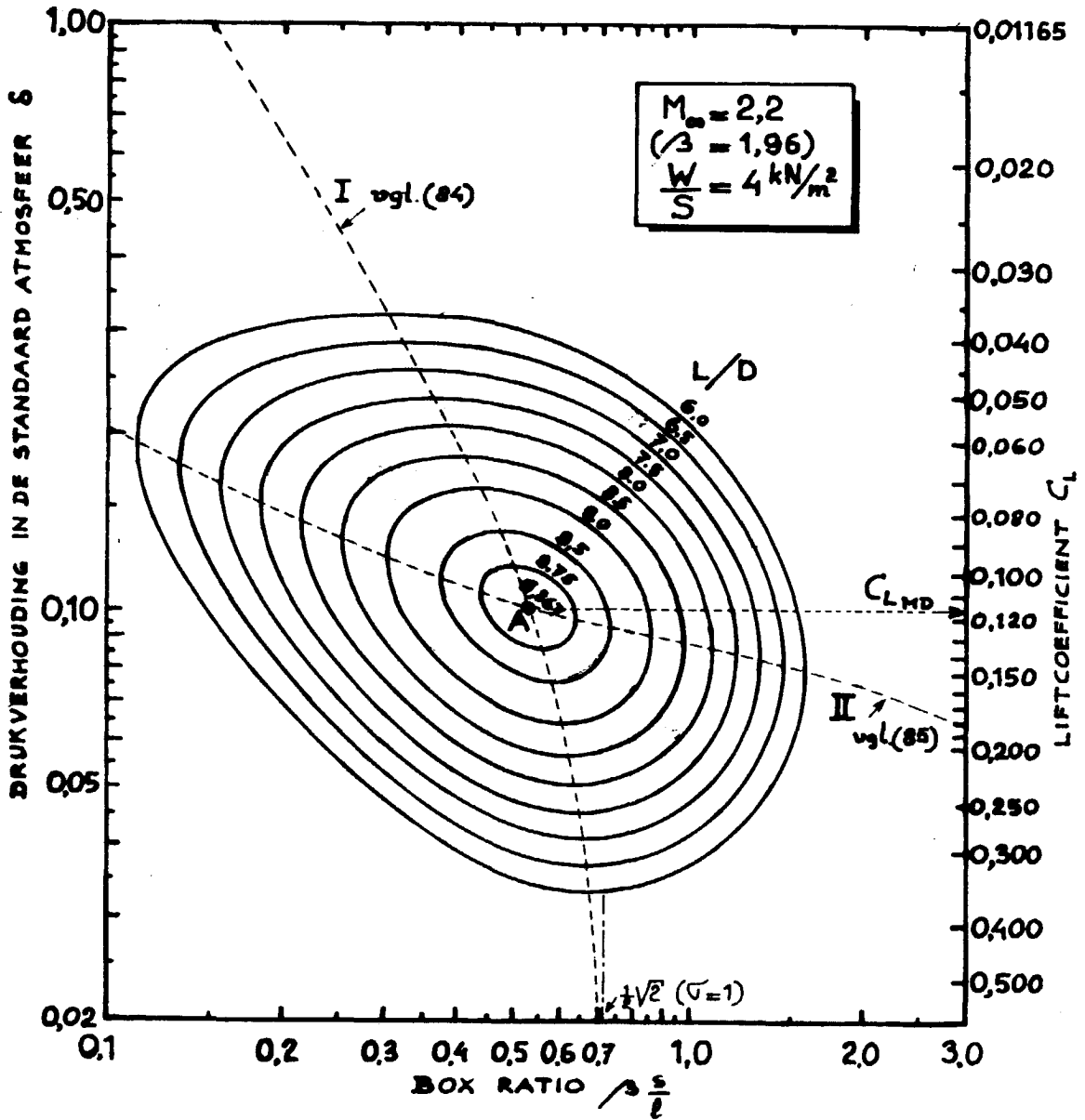


FIG. 13: HET GLIJGETAL VOOR EEN SUPERSOON VLIEGTUIG ALS FUNCTIE VAN DE "BOX RATIO" $\left(\beta \frac{S}{l}\right)$ EN DE HOOGTE (VIA C_L).

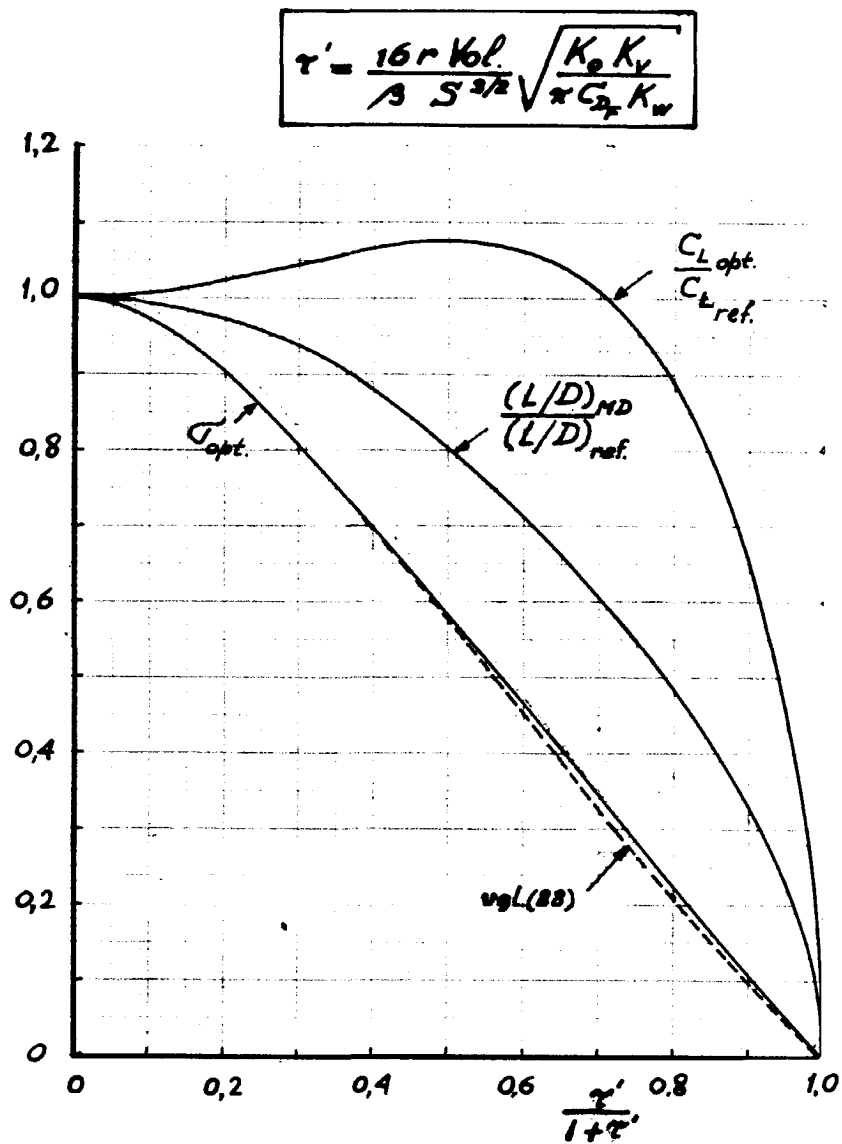


FIG. 14: GEGENERALISEERDE OPLOSSING VOOR DE "BOX RATIO" EN HOOGTE VOOR $(L/D)_{MD}$ BIJ GEGEVEN VLEUGELBELASTING EN M_{∞} (DEFINITIES IN FIG. 12).

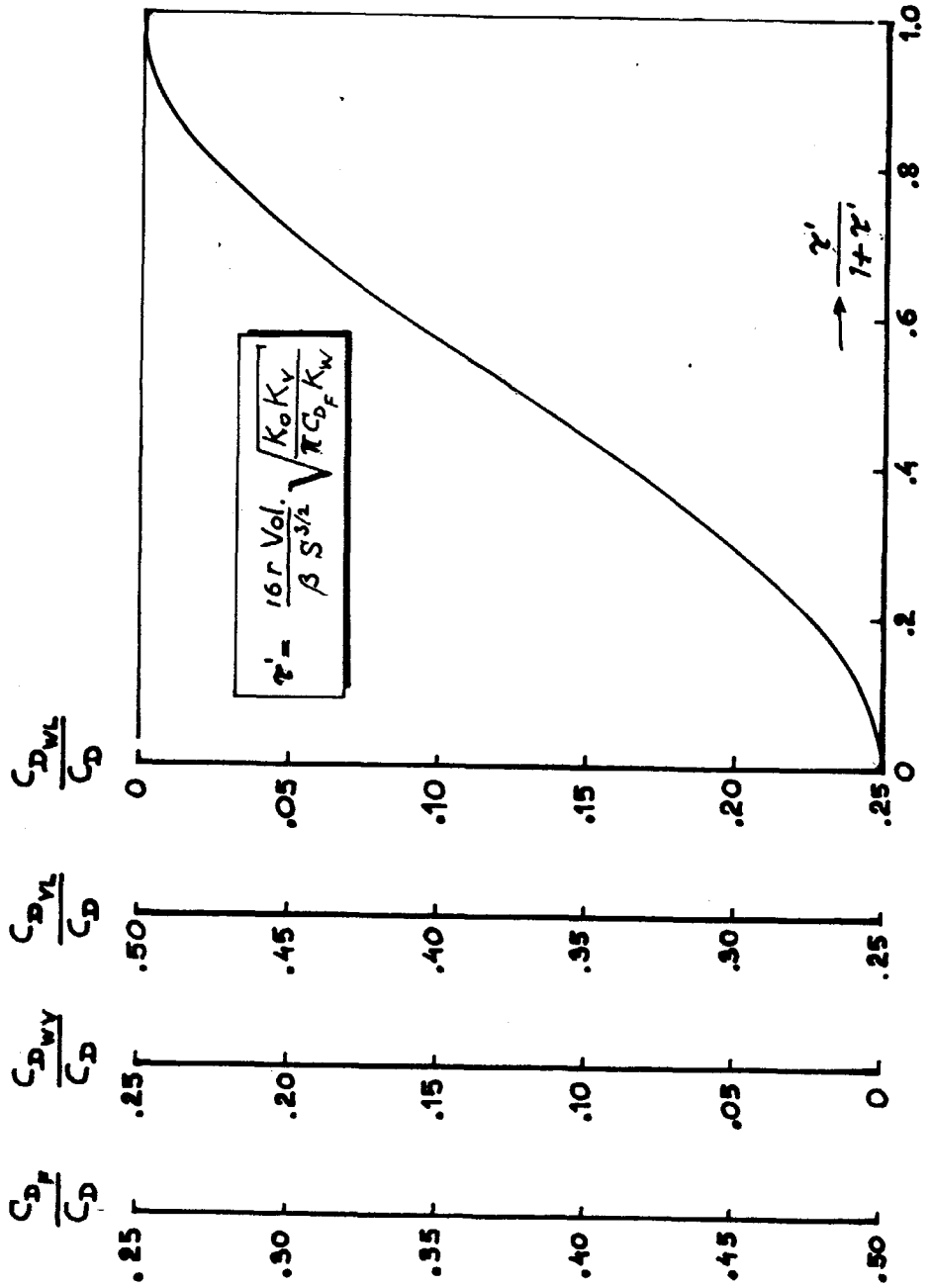


FIG. 15: ONDERLINGE VERHOUDING VAN DE WEERSTANDSBIJDRAGEN BIJ OPTIMALE HOOGTE EN "BOX RATIO" VOOR GEGEVEN VLEUGELBELASTING EN M_∞ .

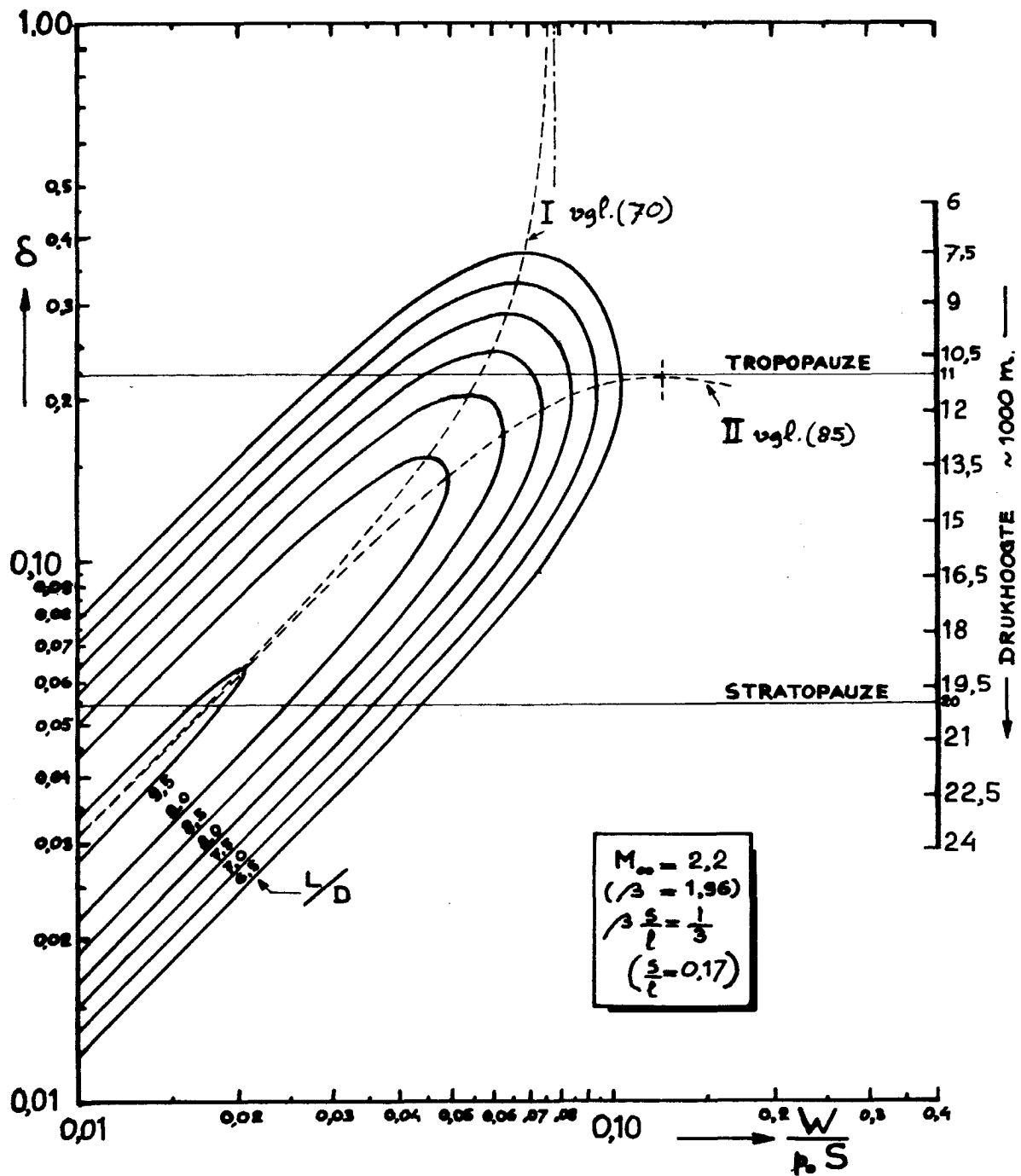
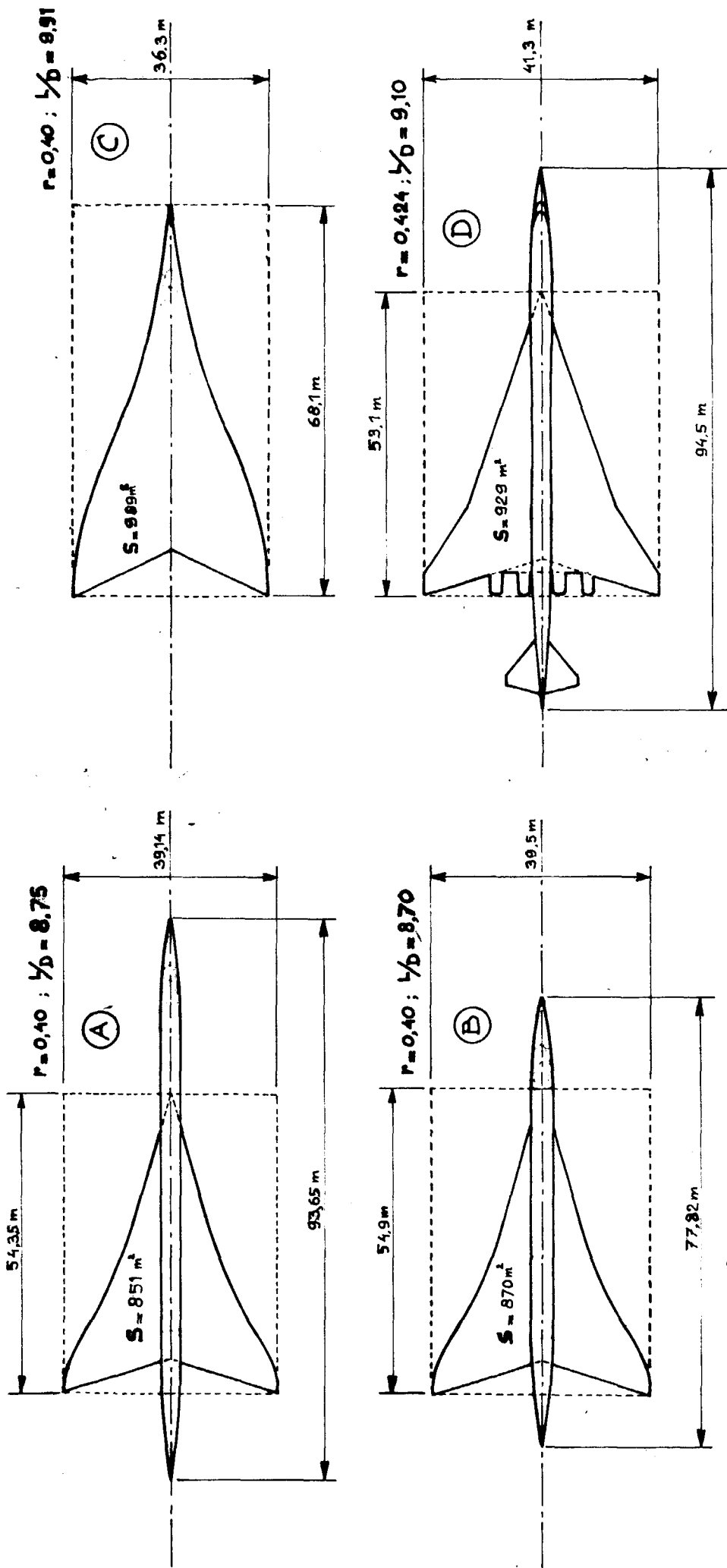


FIG. 16: INVLOED VAN DE VLEUGELBELASTING EN DE HOOGTE BIJ CONSTANTE "BOX RATIO" OP HET GLIJGETAL VAN EEN SUPERSOON VLIEGTUIG.



(A): Alle volume in de romp; optimaal ontwerp
 (B): Idem, nagenoeg optimaal

(C): Alle volume in de vleugel.
 (D): SCAR-ontwerp van Mc Donnell Douglas (lit.23)

FIG. 17: VERGELIJKING VAN DE PLANFORM VAN (NAGENOEG) OPTIMALE ONTWERPEN ($M_{\infty} = 2,2$).

Memorandum 408



60142021154