

761

Juli 1989

---

## voorspelling van de oppervlakte- stroming

ondersteuning van de Nederlandse zeilploeg tijdens de  
Olympische Spelen in september 1988

M.N. Ruijter

afstudeerdocent: prof. dr. ir J.A. Battjes

begeleider : ir T.J. Zitman

# voorspelling van de oppervlakte- stroming

ondersteuning van de Nederlandse zeilploeg tijdens de  
Olympische Spelen in september 1988

M.N. Ruijter

afstudeerdocent: prof. dr. ir J.A. Battjes

begeleider : ir T.J. Zitman

Dit verslag is ook verschenen bij het  
Waterloopkundig Laboratorium, onder nummer H 811.

Inhoudsopgave

	pagina:
<u>Voorwoord</u>	5
1. <u>Inleiding</u>	6
2. <u>Het 2DH-model</u>	
2.1 Inleiding	8
2.2 De ondiepwatervergelijkingen	9
2.3 De bodemschuifspanning	11
2.4 De windschuifspanning	12
2.5 De numerieke aanpak	13
2.6 Invoer en uitvoer	14
2.7 Relatie met het 1DV-model	15
3. <u>Het 1DV-model</u>	
3.1 Inleiding	16
3.2 De bewegingsvergelijkingen	18
3.3 Toegepaste integratietechniek	
3.3.1 Inleiding	22
3.3.2 De Galerkinmethode	23
3.3.3 De vormfuncties	25
3.3.4 Toepassing van de Galerkinmethode en eigenfuncties bij de integratie van de bewegingsvergelijkingen	27
3.4 3-dimensionale stroominformatie uit een 2DH-model	32
4. <u>Analyse van een aantal aspecten van het 1DV-model</u>	
4.1 Inleiding	33
4.2 Eigenfuncties en eigenwaarden	35
4.3 Fout door het meenemen van een beperkt aantal vormfuncties	37
4.4 Tijdsafhankelijke invloeden op het stroomprofiel	39

4.5	De turbulentie viscositeit	41
4.6	De turbulentie viscositeit uit gemeten verticale stroomprofielen	44
4.7	Vergelijking tussen de turbulentie-viscositeit uit gemeten verticale stroomprofielen en uit formule (4.29).	49
5.	<u>Een toepassing van het 2DH- en 1DV-model</u>	
5.1	Inleiding	52
5.2	Logistiek	53
5.3	Schematisatie van het gebied	55
5.4	Toepassing van het 2DH-model	56
5.4.1	De waarde van enkele coëfficiënten gebruikt in het 2DH-model	57
5.5.	Nabewerking van de diepte gemiddelde stroming uit het 2DH-model	58
5.5.2	De invloed van grootschalige oceaancirculatie's	59
5.5.3	Stroming aan het oppervlak	63
5.5.4	De waarde van enkele coëfficiënten gebruikt in het 1DV-model	64
5.6	Weergave van de stroomvoorspellingen	64
6.	<u>Vergelijking van metingen en -voorspellingen</u>	
6.1	Inleiding	65
6.2	Stroommetingen	65
6.3	Vergelijking van stroommetingen en -voorspellingen	66
6.4	Evaluatie van de geleverde stroomvoorspellingen	66
7.	<u>Samenvatting en conclusies</u>	
7.1	Samenvatting	68
7.2	Conclusies	69



Referenties

70

Figuren

Appendix

Voorwoord

Dit verslag vormt de afsluiting van een onderzoek naar de voorspelling van de oppervlakte-stroming. Dit onderzoek is uitgevoerd in het kader van de ondersteuning van de Nederlandse zeilploeg tijdens de Olympische spelen van 1988. Het is tevens mijn afstudeerverslag.

Graag zeg ik dank aan de volgende sponsors die dankzij hun bijdrage het werk ten behoeve van de Olympische zeilploeg mogelijk hebben gemaakt:

IBM, Amstelveen,

Koudijs Reizen, Gouda,

NEDECO, 's Gravenhage,

RWS, Dienst Informatie Verwerking, Rijswijk,

WL, De Voorst.

Met veel voldoening heb ik in de zomer van 1988 dit onderzoek gedaan bij het Waterloopkundig Laboratorium De Voorst. Graag wil ik de medewerkers van WL en met name mijn begeleider T.J. Zitman, bedanken voor hun ideeën, adviezen en hulp.

Michel Ruijter

juli 1989.

## 1. Inleiding

Wedstrijdzeilen is een sport waarbij tactiek een grote rol speelt. Dit komt onder andere tot uiting door de wijze waarop de wedstrijdzeiler gebruik maakt van winddraaiingen en de positie van zijn tegenstanders. In een aantal gevallen kan daarbij kennis van de lokale stroomsituatie een voordeel zijn.

In september 1988 vonden de Olympische zeilwedstrijden plaats in de baai van Pusan, een havenstad in Zuid-Korea. Voor een optimale voorbereiding op deze zeilwedstrijden is de Nederlandse zeilploeg reeds drie jaar tevoren begonnen met verkenning van de lokale weers- en stromingssituatie. Bestudering door de zeilploeg van deze vergaarde gegevens leidde niet tot herkenning van een vast patroon in de stroming, ook niet in relatie met de gemeten windsnelheden en -richtingen. Dit is de reden dat aan vertegenwoordigers van het Waterloopkundig Laboratorium en Meteo Consult is gevraagd deze gegevens ook eens te analyseren. Uit deze analyse bleek dat het mogelijk moest zijn aan de hand van getij- en windgegevens de stroming nabij Pusan te berekenen.

Voorjaar 1988 is besloten tijdens de Olympische zeilwedstrijden dagelijks een weers- en stromingsverwachting te leveren. De weersverwachting zou daarbij door Meteo Consult geleverd worden. Het Waterloopkundig Laboratorium voerde vervolgens, mede op basis van deze windvoorspelling, een stroomberekening uit. In dit verslag wordt ingegaan op de inhoudelijke aspecten van deze stroomberekeningen.

De zeilboten steken niet dieper dan 1 à 1.5 m in het water. Om die reden was het gewenst de stroomberekeningen dusdanig uit te voeren dat een goede weergave van de stroming nabij het wateroppervlak verkregen zou worden. Een manier om de stroming bij het oppervlak te berekenen is door gebruik te maken

van een volledig drie-dimensionaal stromingsmodel. Echter, nog afgezien van de beschikbaarheid van een dergelijk model in operationele staat, is het gebruik van zo'n model duur en vergen de berekeningen veel tijd. De gangbare 2DH-modellen (2 dimensionaal horizontaal) berekenen de diepte-gemiddelde horizontale stroming in een gebied. De verticale structuur van de horizontale stroming blijft bij deze modellen onbekend.

Gekozen is om de stroomvoorspellingen te maken met een 2DH-model. Dit model was tegen lage kosten beschikbaar. Op de resultaten van deze berekening is een nabewerking toegepast. Met de nabewerking wordt aan de hand van het verloop in de tijd van de diepte-gemiddelde stroming, lokaal de verticale structuur van de horizontale stroming berekend.

Dit zogenaamde 1DV-model (1 dimensionaal verticaal), geeft samen met het 2DH-model, 3 dimensionale informatie over de horizontale stroming. De combinatie van een 2DH-model met een 1DV nabewerking heet een Q3D-model (quasi 3 dimensionaal).

In hoofdstuk 2 van dit verslag wordt ingegaan op het 2DH-model WAQUA (Water Quality); dit model is gebaseerd op de zogenaamde ondiep-water benadering.

Op de resultaten van WAQUA is voor de relevante lokaties (in en om de wedstrijd banen) een 1DV nabewerking toegepast. Deze nabewerking is gebaseerd op een methode van Davies [] en komt in detail aan de orde in hoofdstukken 3 en 4. Tevens wordt er aandacht besteed aan het schatten van de turbulentie viscositeit. Deze parameter is voor de 1DV nabewerking essentieel.

In de hoofdstukken 5 en 6 wordt de toepassing van het Q3D-model behandeld en een evaluatie van de gerealiseerde voorspellingen gegeven.

## 2 Het 2DH model

### 2.1 Inleiding

Bij het maken van de stroomvoorspellingen is gebruik gemaakt van het 2DH-model WAQUA (2DH staat voor 2 dimensionaal horizontaal). Dit is een software pakket waarmee de concentratie en verspreiding van in het water aanwezige stoffen en/of warmte berekend kan worden. Onderdeel van WAQUA is het berekenen van de diepte-gemiddelde horizontale stroming en waterstanden in het betreffende gebied.

WAQUA is in 1970 ontwikkeld door de Rand-corporation in de Verenigde Staten; latere aanpassingen en verbeteringen vonden in samenwerking met het Waterloopkundig Laboratorium en Rijkswaterstaat plaats.

Het 2DH-model WAQUA is toegepast op veel stromingsproblemen in met name ondiepe estuaria en randzeeën. In deze situatie is WAQUA alleen gebruikt voor de berekening van de diepte-gemiddelde stroming en waterstanden. De berekening hiervan is gebaseerd op de over de diepte-geïntegreerde bewegings- en continuïteitsvergelijkingen. Deze zogenaamde ondiepwatervergelijkingen worden beschreven in paragraaf 2.2.

De randvoorwaarden bij het oppervlak en bij de bodem die nodig zijn bij de integratie over de diepte van de bewegingsvergelijkingen, worden in paragrafen 2.3 en 2.4 behandeld.

De numerieke aanpak komt aan bod in paragraaf 2.5. De gebiedsgrootheden (begrenzings en bodemtopografie) en variabelen (componenten van de stroomsnelheden en de waterstanden) worden op een in de ruimte versprongen, rechtlijnig en orthogonaal grid beschreven. De numerieke integratie gebeurt met een impliciete differentiemethode.

De relevante in- en uitvoer van het 2DH-model worden in paragraaf 2.6 en 2.7 behandeld en in de laatste paragraaf van dit hoofdstuk wordt aangegeven welke

gegevens uit de uitvoer belangrijker zijn als invoer voor het 1DV-model.

Voor een uitgebreide (wiskundige) beschrijving wordt verwezen naar: Leendertse [1]

## 2.2 De ondiepwatervergelijkingen.

De beschrijving van een waterbeweging kan in het algemeen gebeuren met de vergelijking van Navier-Stokes en een continuïteitsvergelijking. Deze vergelijkingen kunnen vereenvoudigd worden als van een stroming uitgegaan wordt waarvoor geldt:

- Hydrostatische drukverdeling
- Een vertikaal goed gemengde stroming
- Constante dichtheid

Met inachtneming van passende randvoorwaarden aan oppervlak en bodem (zie paragrafen 2.3 en 2.4) kunnen de Navier-Stokes- en continuïteitsvergelijkingen over de diepte geïntegreerd worden. Het resultaat van deze integratie wordt de ondiepwatervergelijkingen genoemd en luidt als volgt;

in x-richting:

$$\underbrace{\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y}}_{\text{----a----}} - \gamma V + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - k \underbrace{\left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right)}_{\text{----b----}} + \frac{\tau_{bx} - \tau_{sx}}{\rho(h+\zeta)} = 0 \quad (2.1)$$

en in y-richting:

$$\underbrace{\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y}}_{\text{----a----}} - \gamma V + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - k \underbrace{\left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right)}_{\text{----b----}} + \frac{\tau_{by} - \tau_{sy}}{\rho(h+\zeta)} = 0 \quad (2.2)$$

Continuïteitsvergelijking:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial (h+\zeta)U}{\partial x} + \frac{\partial (h+\zeta)V}{\partial y} = 0 \quad (2.3)$$

hierin is :

U = diepte-gemiddelde snelheid in x richting

V = diepte-gemiddelde snelheid in y richting

$\zeta$  = uitwijking van het wateroppervlak (zie fig 2.1)

h = ongestoorde waterdiepte (zie fig 2.1)

$\tau_{bx}, \tau_{by}$  = bodemschuifspanning in x en y richting

$\tau_{sx}, \tau_{sy}$  = windschuifspanning in x en y richting

$\gamma$  = Coriolis parameter

g = versnelling van de zwaartekracht

k = diffusiecoëfficiënt van horizontale impuls

$\rho$  = massadichtheid van water

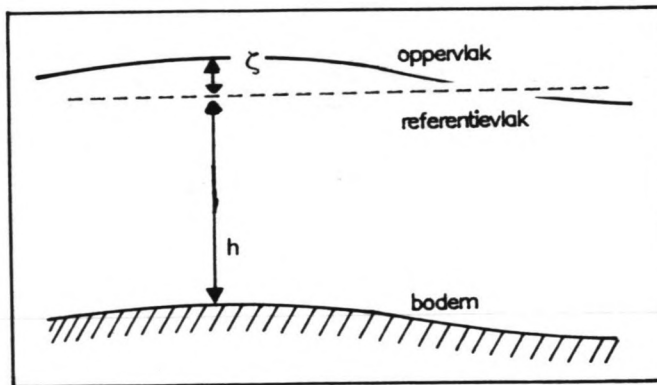


FIG 2.1 Definitie van waterdiepte (h) en uitwijking boven het referentievlak ( $\zeta$ ), ontleend aan Leendertse [1].

De niet-lineaire termen (--a-- en --b--) in vergelijkingen 2.1 en 2.2 zijn vaak een orde kleiner dan de kleinste lineaire term; voor een lokale impulsbalans (x en y zijn constant) is het dan verantwoord om deze termen te verwaarlozen. Om een totaal stroombeeld in een gebied te beschrijven zijn deze

niet-lineaire termen wel van belang. Ze zijn dan noodzakelijk om bijvoorbeeld het afbuigen van stroombanen rondom een ondiepte te kunnen berekenen.

Voor een uitgebreidere beschrijving van het al dan niet verwaarlozen van de niet-lineaire termen wordt verwezen naar Csanady [2].

### 2.3 De bodemschuifspanning.

Door de integratie over de diepte van de Navier-Stokes- en continuïteitsvergelijkingen is de stroomsituatie bij de bodem onbekend geworden. De randvoorwaarde bij de bodem wordt daarom in een 2DH-model gerelateerd aan de diepte-gemiddelde stroming.

In het 2DH-model WAQUA wordt de volgende relatie gebruikt voor de bodemschuifspanning in x richting;

$$\tau_{bx} = K \cdot \rho \cdot U \cdot (U^2 + V^2)^{1/2} \quad (2.4)$$

en in y richting:

$$\tau_{by} = K \cdot \rho \cdot V \cdot (U^2 + V^2)^{1/2} \quad (2.5)$$

Voor de bodemwrijvingscoëfficiënt K wordt in WAQUA de Manning formulering toegepast:

$$K = g \cdot n^2 \cdot h^{-1/3} \quad (2.6)$$

waarin

n = de Manning waarde  $(m^{-1/3} \cdot s)$

h = waterdiepte (m)

De Manningwaarde (n) is in het algemeen afhankelijk van de bodemruwheid en van de beschouwde stroomsituatie. In WAQUA wordt n echter constant in de tijd



en plaats verondersteld. Doordat de waterdiepte nog een functie is van de plaats en de tijd is de factor K dit ook.

#### 2.4 Windschuifspanning

De windschuifspanning wordt gerelateerd aan de windsnelheid en richting. In WAQUA wordt hier een kwadratische wrijvingswet voor gebruikt.

De windschuifspanning in x-richting is;

$$\tau_{sx} = \rho_1 \cdot C_{10} \cdot U_w \cdot |U_w| \quad (2.7)$$

en in y-richting:

$$\tau_{sy} = \rho_1 \cdot C_{10} \cdot V_w \cdot |U_w| \quad (2.8)$$

waarin

$$|U_w| = (U_w^2 + V_w^2)^{1/2}$$

$\rho_1$  = de massadichtheid van lucht

$C_{10}$  = windschuifspanningscoëfficiënt

$U_w, V_w$  = windsnelheid in x en y richting op 10 m

boven het wateroppervlak

De  $C_{10}$  wordt gerelateerd aan de windsnelheid op 10 m boven het wateroppervlak.

Deze windschuifspanningscoëfficiënt is niet constant maar is afhankelijk van de 'ruwheid' van het wateroppervlak. Hogere windsnelheden geven meer verstoring van het wateroppervlak en dus een grotere waarde voor  $C_{10}$ . Recente meetgegevens (Amarocho en De Vries [3]) suggereren voor de  $C_{10}$  het volgende:

$$C_{10} = 1.6 \cdot 10^{-3} (|U_w| \leq 7 \text{ m/s}) \quad (2.9)$$

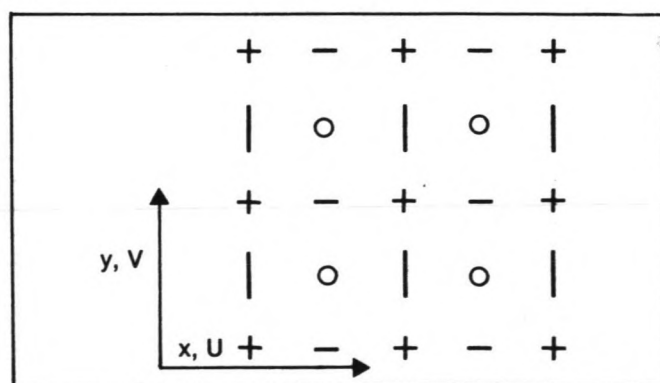
$$C_{10} = 2.5 \cdot 10^{-3} (|U_w| \geq 10 \text{ m/s})$$

Bij windsnelheden tussen 7 en 10 m/s kan lineair geïnterpoleerd worden.

In de hier beschouwde toepassing van het 2DH-model is voor een constante  $C_{10}$  gekozen. Met de verwachting dat de windsnelheden tijdens de zeilwedstrijden tussen de 3 en 12 m/s zou zijn, is aan de hand van vergelijking 2.9 een constante  $C_{10}$  waarde van  $2.2 \cdot 10^{-3}$  aangehouden.

### 2.5 De numerieke aanpak

Om tot een numerieke integratie (in de tijd) van de diepte-geïntegreerde Navier-Stokes- en continuïteitsvergelijkingen (vergelijking 2.1 t/m 2.3) te komen, worden de variabelen (stroomsnelheden en waterstanden) en gebiedsgrootheden (bodempogografie en gebiedsbegrenzungen) beschreven op een twee-dimensionaal rekenrooster. In WAQUA wordt gebruik gemaakt van een rechthoekig, orthogonaal en in de ruimte versprongen rekenrooster (space staggered grid). Dit houdt in dat waterhoogten, stroomsnelheden en waterdiepten beschreven worden op verschillende plaatsen in het horizontale vlak ( zie fig [2.2]).



- + waterstand ( $\zeta$ )
- o diepte (h)
- snelheidscomponent in x-richting (U)
- | snelheidscomponent in y-richting (V)

FIG 2.2 Het numerieke rekenrooster, ontleend aan Leendertse [1].

Voordeel van dit rooster is dat bij de gebruikte numerieke integratie methode met minimale rekenkosten een maximale nauwkeurigheid wordt gehaald. Voor de numerieke integratie wordt een impliciete differentie methode toegepast. Deze methode is hier toegepast omdat grote tijdstappen toelaatbaar zijn zonder negatieve gevolgen voor de stabiliteit. De nauwkeurigheid is echter nog wel afhankelijk van de tijdstap.

## 2.6 Invoer en uitvoer

De benodigde invoer voor deze toepassing van WAQUA bestaat uit;

- bodemtopografie en geografische positie van het gebied
- verloop in de tijd van stroomsnelheden en/of waterstanden aan de open randen van het gebied (randen die niet door land of dijken begrensd zijn)
- locatie en afvoer van rivieren en kanalen
- bodemruwheid
- verloop van de windsnelheden (in de tijd)
- windschuifspanningscoëfficiënt ( $C_{10}$ )

De voor deze toepassing relevante uitvoer van WAQUA bestaat uit het verloop in de tijd van horizontale componenten van de stroomsnelheden en waterstanden op alle gridpunten waar interesse voor bestaat.

De mogelijkheid bestaat om de uitvoer op grafische wijze weer te geven, bijvoorbeeld de stroomsnelheden als vectorplots van het hele gebied of het verloop in de tijd van waterstanden of stroomsnelheden en -richtingen op één punt.

### 2.7 De relatie met het 1DV model

Met het 1DV-model , onderwerp van hoofdstuk 3, wordt aan de hand van uitvoer van het 2DH-model op de relevante locaties de verticale structuur van de horizontale stromingscomponenten berekend.

Voor de 1DV-berekening is als invoer nodig:

$U, V$  : Als functie van de tijd en plaats.

$\tau_b$ : De bodemschuifspanning wordt gerelateerd aan de diepte-gemiddelde stroming volgens vergelijkingen 2.4 en 2.5. In tegenstelling tot bij het 2DH-model is bij het 1DV-model een constante bodemruwheidscoëfficiënt  $K$  gebruikt (zie hoofdstuk 5).

$\tau_s$ : De windschuifspanning is in het 1DV-model, op de zelfde manier als in het 2DH-model, een functie van de windsnelheid en -richting.

$h$  : De ongestoorde waterdiepte is gebruikt (alleen afhankelijk van  $x$  en  $y$  en niet van  $t$ ) . Dit is in deze situatie een redelijke keuze omdat de waterstandsvariatie gering is ten opzichte van de waterdiepte.

$\mu$  :De turbulentie viscositeit als functie van van tijd en plaats; deze wordt in hoofdstuk 4 beschreven.

Van deze invoer komt alleen de diepte-gemiddelde stroming en de ongestoorde waterdiepte uit het 2DH-model. Zoals figuur [2.2] van het versprongen rekenrooster laat zien zijn  $U, V$  en  $h$  op verschillende plaatsen in het  $x, y$  vlak bekend. Met behulp van een lineaire interpolatie worden de snelheden op het waterstandspunt bepaald uit de stroomsnelheden op de vier er om heen liggende stroomsnelheidspunten.

Uitvoer van het 1DV model is het verticale stroomprofiel als functie van de

tijd. Door dit 1DV model op een aantal punten in het x,y vlak toe te passen kan een 3D beeld van de horizontale stroming worden verkregen.

### 3 Het 1DV model

#### 3.1 Inleiding

In dit hoofdstuk wordt de door Davies [4] ontwikkelde methode behandeld waarmee het mogelijk is om, op basis van de bekende diepte-gemiddelde stroming, lokaal de verticale structuur van de horizontale stroming te berekenen.

Uitgangspunt van deze methode zijn de gelineariseerde bewegingsvergelijkingen voor de verticaal. Bij de beschrijving van het verticale stroomprofiel wordt nu onderscheid gemaakt tussen de diepte-gemiddelde stroming en het verloop over de verticaal van de afwijking ten opzichte van de diepte-gemiddelde stroming. Deze afwijking wordt in de rest van dit verslag het residuele verticale stroomprofiel genoemd.

Uit de bewegingsvergelijkingen wordt een vergelijking afgeleid die dit residuele verticale stroomprofiel beschrijft. Voor de integratie van deze laatste vergelijking is noodzakelijk dat het volgende bekend is:

-De bodem- en oppervlakteschuifspanning als functie van de tijd.

-De turbulentie-viscositeit als functie van de diepte en de tijd.

De gebruikte analytische integratietechniek laat een willekeurige variatie in grootte en vorm van het verticale turbulentie-viscositeitsprofiel toe.

Andere methoden (bijvoorbeeld Jelesnianski (1970 [5])) werken met een constante turbulentie-viscositeit over de diepte en in de tijd.

In paragraaf 3.2 wordt de vergelijking die het residuele verticale stroomprofiel beschrijft afgeleid uit de bewegingsvergelijkingen. De daarop volgende paragrafen behandelen de oplossing van deze laatste differentiaalvergelijking, door gebruik te maken van de Galerkin methode en het toepassen van eigenfuncties. In de laatste paragraaf wordt aangegeven hoe het 1DV-model toegepast kan worden om 3-dimensionale stroominformatie uit een

2DH-model te halen.

### 3.2 De bewegingsvergelijkingen

In deze paragraaf wordt de afleiding behandeld van een vergelijking ,die het residuele verticale stroomprofiel beschrijft. Uitgangspunt is de gelineariseerde bewegingsvergelijkingen voor een vertikaal. Ten opzichte van een linksdraaiend assenstelsel met de z-as positief naar beneden zijn dit:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \gamma v = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu(z) \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \gamma u = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu(z) \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (3.2)$$

hierin is:

u = snelheid in x richting

v = snelheid in y richting

$\mu$  = turbulentie-viscositeit

In bovenstaande vergelijkingen is uitgegaan van een constante dichtheid van het water en van verticale snelheden die klein zijn ten opzichte van de horizontale snelheden. Bovendien zijn de convectieve en diffusieve overdracht van impuls in x- en y-richting verwaarloosd (de convectie van de diepte-gemiddelde stroming wordt geacht in het 2DH-model te zitten). Dit is hier verantwoord omdat de bewegingsvergelijkingen toegepast worden op één punt in het x,y-vlak. De horizontale gradiënten van de (horizontale) stroomsnelheden zijn in het algemeen veel kleiner dan de verticale gradiënten, of te wel:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \ll \frac{\partial u}{\partial z} \quad \text{en ook,} \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

Dus de diffusie van horizontale impuls in x- en y-richting is te verwaarlozen ten opzichte van die in z-richting. De verticale



snelheidscomponent is verwaarloosbaar en daarom ook het convectieve transport van horizontale impuls in z-richting.

Door over te gaan op een complexe notatie kunnen vergelijkingen 3.1 en 3.2 geschreven worden als;

$$\frac{\partial w}{\partial t} + i\gamma w = -g \left( \frac{\partial \zeta}{\partial x} + i \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu(z) \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (3.3)$$

hierin is:

$$i^2 = -1 \quad (3.4)$$

$$w = u + iv \quad (3.5)$$

In deze vergelijking wordt nu de diepte genormeerd. Dit geeft een nieuwe coördinaat in z-richting:

$$\sigma = \frac{z}{h} \quad (0 < \sigma < 1) \quad (3.6)$$

De bewegingsvergelijking 3.3 wordt nu:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + i\gamma w = -g \left( \frac{\partial \zeta}{\partial x} + i \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) + \frac{1}{h^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \mu(\sigma) \frac{\partial w}{\partial \sigma} \right) \quad (3.7)$$

Er wordt onderscheid gemaakt tussen de diepte-gemiddelde stroming (W) en het residuele verticale stroomprofiel ( $w'(\sigma)$ ), volgens de volgende relatie;

$$w(\sigma) = W + w'(\sigma) \quad (3.8)$$

waarbij:

$$\int_0^1 w'(\sigma) d\sigma = 0$$

Door integratie over de diepte van vergelijking 3.7 kan een vergelijking voor de diepte-gemiddelde stroming worden afgeleid. Bij deze integratie wordt gebruik gemaakt van de randvoorwaarden bij de bodem en het wateroppervlak (zie

paragrafen 2.3 en 2.4). De bodem- en windschuifspanning moeten evenwicht maken met de impulsoverdracht bij de bodem en het oppervlak. Voor de randvoorwaarde bij het oppervlak geldt;

$$T_s = \tau_{sx} + i\tau_{sy} = -\frac{\rho}{h} \mu^{(0)} \left( \frac{\partial w}{\partial \sigma} \right)_0 \quad (3.9)$$

en voor de randvoorwaarde bij de bodem:

$$T_b = \tau_{bx} + i\tau_{by} = -\frac{\rho}{h} \mu^{(1)} \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)_1 \quad (3.10)$$

Bij de integratie over de diepte volgt nu dat

$$\int_0^1 \frac{1}{h^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \mu(\sigma) \frac{\partial w}{\partial \sigma} \right) d\sigma = \frac{T_s - T_b}{\rho h} \quad (3.11)$$

en

$$\int_0^1 w(\sigma) d\sigma = W \quad (3.12)$$

De gelineariseerde bewegingsvergelijking voor de diepte-gemiddelde stroming wordt nu:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + i\gamma W = -g \left( \frac{\partial \zeta}{\partial x} + i \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) + \frac{T_s}{\rho h} - \frac{T_b}{\rho h} \quad (3.13)$$

Opmerking: Deze vergelijking komt overeen met vergelijking 2.1 en 2.2 in hoofdstuk 2, wanneer in deze vergelijkingen overgegaan wordt op een complexe notatie en de niet-lineaire termen verwaarloosd worden.

Door substitutie van vergelijking 3.8 in 3.7 en door gebruik te maken van vergelijking 3.13 ontstaat een vergelijking voor het residuele verticale stroomprofiel. In deze vergelijking zijn de termen met de gradiënten van de uitwijking van het oppervlak verdwenen.

Vergelijking 3.8 substitueren in 3.7 geeft;

$$\frac{\partial(W+w')}{\partial t} + \gamma(W+w') = -g \left( \frac{\partial \zeta}{\partial x} + i \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) + \frac{1}{h^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \mu(\sigma) \frac{\partial(W+w')}{\partial \sigma} \right) \quad (3.14)$$

deze vergelijking kan geschreven worden als;

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \gamma W + \frac{\partial w'}{\partial t} + \gamma w' = -g \left( \frac{\partial \zeta}{\partial x} + i \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) + \frac{1}{h^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \mu(\sigma) \frac{\partial w'}{\partial \sigma} \right) \quad (3.15)$$

Opmerking:  $\frac{\partial W}{\partial \sigma} = 0$

Door gebruik te maken van vergelijking 3.13 volgt nu de volgende vergelijking voor het residuele verticale stroomprofiel:

$$\frac{\partial w'}{\partial t} + i \gamma w' = \frac{1}{h^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \mu(z) \frac{\partial w'}{\partial \sigma} \right) - \frac{T_s}{\rho h} + \frac{T_b}{\rho h} \quad (3.16)$$

De methode van integreren van deze vergelijking wordt in de volgende paragrafen behandeld.

### 3.3 Toegepaste integratietechniek.

#### 3.3.1 Inleiding

Vergelijking 3.16, die het residuele verticale stroomprofiel beschrijft, is een niet-lineaire partiële differentiaalvergelijking. Een (grotendeels) analytische oplossing van deze vergelijking wordt gevonden door het residuele verticale stroomprofiel weer te geven met de volgende sommatie:

$$w' = \sum_{r=1}^{\infty} A_r(t) \cdot f_r(\sigma) \quad (3.17)$$

Hierin is:

$A_r(t)$  = schaalfactor (complex)

$f_r(\sigma)$  = genormeerde vormfunctie (reëel)

Alleen als de vormfuncties  $f_r$  onderling onafhankelijk zijn en bij een 'goede keuze' van  $A_r$  geeft vergelijking 3.17 de exacte beschrijving van het residuele verticale stroomprofiel. Onderling onafhankelijk betekent dat elk van de vormfuncties niet is weer te geven als een lineaire combinatie van de overige vormfuncties.

Wanneer deze reeks snel convergeert, kan met een sommatie van slechts een beperkt aantal termen toch een nauwkeurige oplossing worden verkregen. Met behulp van de Galerkin methode kan bij een keuze voor de vormfuncties (de enige eis is dat ze onderling onafhankelijk zijn), een oplossing van de schaalfactor  $A_r(t)$  bepaald worden.

De vormfuncties worden ontleend aan een eigenwaarde probleem dat gerelateerd is aan die term in vergelijking 3.15 waar een tweede afgeleide in voorkomt.

Het resultaat van het toepassen van de Galerkin methode en het gebruiken van eigenfuncties voor de vormfuncties, is dat de schaalfactoren  $A_r(t)$  uit een stelsel eenvoudige differentiaalvergelijkingen opgelost kunnen worden.

### 3.3.2 De Galerkin methode.

Door het toepassen van de Galerkin methode kunnen bij een gegeven set onderling onafhankelijke vormfuncties, de coëfficiënten  $A_r$  bepaald worden.

Uitgangspunt van de Galerkin methode is de keuze van een benadering ( $w''$ ) van de exacte oplossing ( $w'$ ). Wanneer de benadering gesubstitueerd wordt in de differentiaalvergelijking ontstaat een fout. Met behulp van de Galerkin methode is een optimale benadering gevonden, wanneer deze fout minimaal is.

De exacte oplossing ( $w'$ ) wordt benaderd door een niet oneindig

voortgezette sommatie ( $w''$ ). Voor deze benadering van  $w'$  geldt:

$$w' \cong w'' = \sum_{r=1}^m A_r f_r, \quad \text{met } m \text{ eindig} \quad (3.18)$$

De turbulentie-viscositeit ( $\mu(t,x,y,z)$ ) wordt geschreven als het produkt van een over de diepte variërende functie ( $\varphi(\sigma)$ ) en een in de tijd en plaats variërende schaalfactor ( $N(x,y,t)$ ):

$$\mu(x,y,\sigma,t) = N(x,y,t) \cdot \varphi(\sigma) \quad (3.19)$$

Substitutie van 3.18 en 3.19 in vergelijking 3.16 geeft voor de fout R :

$$\frac{\partial w''}{\partial t} + i\gamma w'' - \frac{N}{h^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \varphi \frac{\partial w''}{\partial \sigma} \right) + \frac{T_s}{\rho h} - \frac{T_b}{\rho h} = R \quad (3.20)$$

Bij gegeven vormfuncties  $f_r(\sigma)$  worden de schaalfactoren  $A_r$  ( $r = 1..m$ ) nu zodanig bepaald dat R niet meer is weer te geven met een lineaire combinatie van  $f_r(\sigma)$ . Met andere woorden: De fout R is onafhankelijk van  $f_r(\sigma)$ . Deze onafhankelijkheid wordt als volgt gedefinieerd:

$$\int_0^1 f_k \cdot R \, d\sigma = 0 \quad (k = 1..m) \quad (3.21)$$

(De index  $k$  wordt gebruikt omdat de fout R al sommaties en integraties bevat waarin de index  $r$  voorkomt.)

Deze methode is in essentie gelijk aan de Galerkin methode, waarin de  $A_r$  ( $r = 1..m$ ) worden bepaald door de fout R onafhankelijk te eisen van een (willekeurige set) weegfuncties.

Doordat verondersteld is dat de vormfuncties onderling onafhankelijk zijn ontstaat nu een stelsel van  $m$  vergelijkingen met  $m$  onbekenden  $A_r$ . Bovendien wordt dus bereikt dat de uiteindelijk resterende fout, die ontstaat door het

sommen van slechts een beperkt aantal vormfuncties, niet meer weergegeven kan worden als een lineaire combinatie van de gebruikte vormfuncties.

Invullen van vergelijkingen 3.18 en 3.20 in 3.21 geeft:

$$\sum_{r=1}^m \frac{dA_r}{dt} \int_0^1 f_r f_k d\sigma + i\gamma \sum_{r=1}^m A_r \int_0^1 f_r f_k d\sigma - \sum_{r=1}^m \frac{A_r N}{h^2} \int_0^1 \frac{d}{d\sigma} \left( \varphi \frac{df_r}{d\sigma} \right) f_k d\sigma + \underbrace{\left( \frac{T_s}{\rho h} - \frac{T_b}{\rho h} \right)}_B \int_0^1 f_k d\sigma = 0 \quad \text{voor } k=1, 2, \dots, m \quad (3.22)$$

Vergelijking 3.22 is een stelsel van m vergelijkingen. Hieruit kunnen de onbekende schaalfactoren  $A_r$  ( $r=1, 2, \dots, m$ ) worden opgelost.  $A_r$  kan hierbij nog wel een functie van de tijd zijn.

De keuze van de vormfuncties komt in de volgende paragraaf aan bod.

### 3.3.3 De vormfuncties.

In iedere vergelijking van stelsel 3.22 komt  $A_1$  t/m  $A_m$  voor en bovendien een nog lastig integreerbare term met een tweede afgeleide (term —B—). Deze term kan vereenvoudigd worden, door voor de vormfuncties eigenfuncties te kiezen die ontleend worden aan het volgende eigenwaarde probleem:

$$\frac{d}{d\sigma} \left( \varphi \frac{dP}{d\sigma} \right) + \epsilon_r P = 0 \quad (3.23)$$

Gezocht wordt nu naar eigenfuncties ( $f_r$ ) met bijbehorende eigenwaarden ( $\epsilon_r$ ) die aan vergelijking 3.23 voldoen. Dit staat bekend als een Sturm-Liouville probleem. Voor een uitgebreide uitleg wordt verwezen naar bijvoorbeeld Boyce en Diprima [6].

Als  $\varphi(\sigma)$  bekend is op het interval  $0 < \sigma < 1$  en voor de randvoorwaarden van de eigenfuncties geldt:

$$\left(\frac{df_r}{d\sigma}\right)_0 = 0 \quad \text{en} \quad \left(\frac{df_r}{d\sigma}\right)_1 = 0, \quad (3.24)$$

dan zijn alle eigenfuncties en eigenwaarden van vergelijking 3.23 reëel. Bovendien zijn de eigenfuncties onderling orthogonaal (dus onafhankelijk) en is de kleinste eigenwaarde altijd gelijk aan nul.

De eigenfuncties worden als 'vormfuncties' gebruikt, daarom kan nog de volgende normering toegepast worden:

$$f_r(0) = 1 \quad (3.25)$$

De reden voor deze normering is dat samen met de randvoorwaarde aan het oppervlak (3.24) er nu twee beginvoorwaarden zijn op  $\sigma=0$ . Dit maakt een voorwaartse integratie van vergelijking 3.20 mogelijk. De eigenwaarde  $\epsilon_r$  wordt nu zo bepaald dat aan de randvoorwaarde bij  $\sigma=1$  voldaan wordt.

Slechts in enkele gevallen kunnen op een analytische manier eigenfuncties en eigenwaarden van vergelijking 3.20 gevonden worden. Dit is afhankelijk van de vorm van het verticale turbulentie-viscositeitsprofiel ( $\varphi(\sigma)$ ). Voor een constante turbulentie-viscositeit over de diepte ( $\varphi(\sigma)=1$ ) zijn de eigenfuncties en eigenwaarden bepaald, zie hiervoor hoofdstuk 4. Bij een willekeurig verticaal turbulentie-viscositeitsprofiel kunnen de eigenwaarden en eigenfuncties alleen op een numerieke wijze bepaald worden (zie bijvoorbeeld Davies en Furnes [7]).

Als gevolg van de gekozen normering en randvoorwaarden gelden de volgende eigenschappen voor de eigenfuncties en eigenwaarden, dit nog ongeacht de verticale vorm van het turbulentie-viscositeitsprofiel ( $\varphi(\sigma)$ ):

$$\epsilon_1 = 0 \quad , \quad f_1(\sigma) = 1 \quad (3.26)$$

$$\int_0^1 f_r d\sigma = 1 \quad \text{als} \quad r = 1 \quad (3.27)$$

$$\int_0^1 f_r d\sigma = 0 \quad \text{als } r \neq 1 \quad (3.28)$$

$$\int_0^1 f_r f_k = 0 \quad \text{als } r \neq k \quad (3.29)$$

Vergelijking 3.29 geeft de orthogonaliteitseigenschap van deze eigenfuncties aan.

Bovendien voldoen de vormfuncties aan het eigenwaarde-probleem (3.23); er geldt dus:

$$\frac{d}{d\sigma} \left( \varphi \frac{df_r}{d\sigma} \right) = -\varepsilon_r f_r \quad (3.30)$$

#### 3.3.4 Toepassing van de Galerkin methode en eigenfuncties bij de integratie van de bewegingsvergelijking.

Om de  $A_r$  uit het stelsel 3.22 op te lossen is het nodig om term B op een andere manier te schrijven. Hierbij zal gebruik gemaakt worden van de eigenschappen van de vormfuncties  $f_r$ .

Door de keuze van de randvoorwaarden van de eigenfuncties (3.24) is het niet mogelijk om de fysische randvoorwaarden (3.09 en 3.10) bij het stelsel 3.22, goed weer te geven door een sommatie van vormfuncties. Voor elke vormfunctie zijn namelijk randvoorwaarden bij de bodem en het oppervlak gekozen waarbij de afgeleide naar  $\sigma$  bij het oppervlak en de bodem nul is, of te wel;

$$T_s = -\mu^{(0)} \left( \frac{\partial w}{\partial \sigma} \right)_0 \quad \text{is niet gelijk aan} \quad \sum_{r=1}^m A_r \left( \varphi \frac{df_r}{d\sigma} \right)_0 \quad \text{en}$$

$$T_b = -\mu^{(1)} \left( \frac{\partial w}{\partial \sigma} \right)_1 \quad \text{is niet gelijk aan} \quad \sum_{r=1}^m A_r \left( \varphi \frac{df_r}{d\sigma} \right)_1 \quad \text{omdat,}$$

$$\left( \frac{df_r}{d\sigma} \right)_0 = 0 \quad \text{en} \quad \left( \frac{df_r}{d\sigma} \right)_1 = 0 \quad \text{voor alle } r.$$

Om nu toch term B 'eenvoudiger' te kunnen schrijven zonder informatie over de



randvoorwaarden verloren te laten gaan is in term B in eerste instantie de sommatie volgens (3.18) vervangen door de exakte oplossing:

$$\sum_{r=1}^m \frac{ArN}{h^2} \int_0^1 \frac{d}{d\sigma} \left( \varphi \frac{df_r}{d\sigma} \right) f_k d\sigma = \frac{N}{h^2} \int_0^1 \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \varphi \frac{\partial w'}{\partial \sigma} \right) f_k d\sigma \quad (3.39)$$

Door het rechter gedeelte van deze vergelijking partieel te integreren en door gebruik te maken van de randvoorwaarden aan het oppervlak en bij de bodem volgt er:

$$\begin{aligned} \frac{N}{h^2} \int_0^1 \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \varphi \frac{\partial w'}{\partial \sigma} \right) f_k d\sigma &= \frac{N}{h^2} \left[ \varphi \frac{\partial w'}{\partial \sigma} f_k \right]_0^1 - \frac{N}{h^2} \int_0^1 \varphi \frac{\partial w'}{\partial \sigma} \frac{df_k}{d\sigma} d\sigma \\ &= - \frac{T_b}{\rho h} f_k(1) + \frac{T_s}{\rho h} f_k(0) - \frac{N}{h^2} \int_0^1 \varphi \frac{\partial w'}{\partial \sigma} \frac{df_k}{d\sigma} d\sigma \end{aligned} \quad (3.32)$$

Door nu  $w'$  weer door de sommatie 3.18 te vervangen en nogmaals partieel integreren van die termen in het rechter gedeelte van 3.32 waar nog een integraal in voorkomt, ontstaat:

$$\begin{aligned} \frac{N}{h^2} \sum_{r=1}^m Ar \int_0^1 \varphi \frac{df_r}{d\sigma} \frac{df_k}{d\sigma} d\sigma = \\ \frac{N}{h^2} \sum_{r=1}^m Ar \left[ \varphi \frac{df_r}{d\sigma} f_k \right]_0^1 - \frac{N}{h^2} \sum_{r=1}^m Ar \int_0^1 \frac{d}{d\sigma} \left( \varphi \frac{df_r}{d\sigma} \right) f_k d\sigma \end{aligned} \quad (3.33)$$

Met gebruik van de randvoorwaarden van de vormfuncties 3.24 en eigenschap 3.30 volgt nu

$$\sum_{r=1}^m Ar \int_0^1 \varphi \frac{df_r}{d\sigma} \frac{df_k}{d\sigma} d\sigma = \sum_{r=1}^m Ar \epsilon_r \int_0^1 f_r f_k d\sigma \quad (3.34)$$

Term B kan dus vervangen worden door:

$$\sum_{r=1}^m \frac{ArN}{h^2} \int_0^1 \frac{d}{d\sigma} \left( \varphi \frac{df_r}{d\sigma} \right) f_k d\sigma = - \frac{T_b}{\rho h} f_k(1) + \frac{T_s}{\rho h} f_k(0) - \sum_{r=1}^m Ar \epsilon_r \int_0^1 f_r f_k d\sigma \quad (3.35)$$

Opmerking:

Door tweemaal partieel te integreren is voorkomen dat er informatie verloren gaat. In eerste instantie lijkt het logisch om term B slechts eenmaal partieel te integreren waarna met invulling van de randvoorwaarden van de vormfuncties, het rechter gedeelte van 3.34 gelijk is aan term B. Ten opzichte van vergelijking 3.35 blijkt dat er dan informatie over de randvoorwaarden verloren is gegaan.

Door substitutie van het rechter gedeelte van vergelijking 3.35 in 3.22 en door gebruik te maken van de orthogonaliteitseigenschap van de eigenfuncties ontstaan de volgende vergelijkingen:

$$\frac{dA_r}{dt} \int_0^1 f_r f_r d\sigma + i\gamma A_r \int_0^1 f_r f_r d\sigma + \frac{N}{h} 2A_r \epsilon_r \int_0^1 f_r f_r d\sigma + \frac{T_s}{\rho h} \left( \int_0^1 f_r d\sigma - f_r(0) \right) + \frac{T_b}{\rho h} \left( f_r(1) - \int_0^1 f_r d\sigma \right) = 0 \quad \text{voor } r = 1, 2 \dots m \quad (3.36)$$

Ten opzichte van vergelijking 3.22 is een vereenvoudiging opgetreden in die zin dat het stelsel volgens 3.36 ontkoppeld is. Herschrijven en invoeren van twee nieuwe variabelen,

$$\phi_r = \int_0^1 \frac{1}{f_r f_r d\sigma} \quad , \quad (3.37)$$

$$\alpha_r = \int_0^1 f_r d\sigma \quad (\alpha_r = 1 \text{ voor } r=1 \text{ en } \alpha_r = 0 \text{ voor } r \neq 1) \quad (3.38)$$

geeft;

$$\frac{dA_r}{dt} = - \left( i\gamma + \frac{N\epsilon_r}{h} \right) A_r + \frac{T_s}{\rho h} (f_r(0)\phi_r - \alpha_r\phi_r) - \frac{T_b}{\rho h} (f_r(1)\phi_r - \alpha_r\phi_r) \quad (3.39)$$

(r = 1...m)

Uit een bekend verticaal verloop van de turbulentie-viscositeit kunnen de

eigenwaarden en eigenfuncties bepaald worden. Samen met bekende oppervlakte- en bodemschuifspanning kunnen de schaalfactoren  $A_r(t)$  vervolgens uit het stelsel 3.39 worden opgelost. Dit stelsel kan nog iets eenvoudiger geschreven worden door naar de eerste ( $r=1$ ) eigenfunctie te kijken. De eigenwaarde hiervan is altijd gelijk aan nul ( $\epsilon_1=0$ ) en  $f_r$  is constant ( $f_1=1$ ,  $\phi_1=1$  en  $\alpha_r=1$ ). Invullen in vergelijking 3.39 laat zien dat bij een beginvoorwaarde van  $A_1 = 0$  (situatie in rust),  $A_1$  in de tijd nooit een andere waarde dan nul kan aannemen. Dit kan ook geconcludeerd worden door naar vergelijking 3.8 te kijken. Er geldt namelijk dat;

$$w'(\sigma) = w(\sigma) - W \quad (3.40)$$

Hieruit volgt dat  $w'$  geen bijdrage levert aan de diepte-gemiddelde stroming, daarom moet het volgende gelden:

$$\int_0^1 w' d\sigma = \sum_{r=1}^m A_r \int_0^1 f_r d\sigma = 0 \quad (3.41)$$

Uit eigenschap (3.28) van de eigenfuncties,

$$\int_0^1 f_r d\sigma = 0 \quad \text{als } r \neq 1 \quad (3.28)$$

volgt nu dat altijd aan 3.41 wordt voldaan mits  $A_1 = 0$ .

Dit geeft:

$$\frac{dA_r}{dt} = - \left( i\gamma + \frac{N\epsilon_r}{h} \right) A_r + \frac{T_s}{\rho h} (f_r(0)\phi_r) - \frac{T_b}{\rho h} (f_r(1)\phi_r) \quad (3.42)$$

voor  $r = 2, 3 \dots m$

Aannemende dat alle coëfficiënten ( $\gamma, N, \epsilon_r$  en  $h$ ) onafhankelijk zijn van  $t$  kan de oplossing van de vergelijking voor  $A_r(t)$  geschreven worden als de som van twee convolutie-integralen. De bodem- en oppervlakteschuifspanning mogen in deze convolutie integralen willekeurig in de tijd variëren. Er geldt dan:

$$A_r = \int_0^t C_{sr} T_s(t-\tau) e^{-\lambda_r \tau} d\tau + \int_0^t C_{br} T_b(t-\tau) e^{-\lambda_r \tau} d\tau \quad r = 2, 3, \dots, m \quad (3.43)$$

Waarin

$$\lambda_r = \left( i\gamma + \frac{N\epsilon_r}{h^2} \right) \quad (3.44)$$

$$C_{sr} = \frac{f_r(0)\phi_r}{\rho h} \quad (3.45)$$

$$C_{br} = - \frac{f_r(1)\phi_r}{\rho h} \quad (3.46)$$

Opmerking:

In volgende berekeningen wordt er van uitgegaan dat  $\lambda_r$  een constante is. De factor  $N$ , de schaalfactor van de turbulente viscositeit, is echter nog afhankelijk van de tijd. Dit betekent dat vergelijking 3.43 geen exacte oplossing is van 3.42. Er wordt echter verondersteld dat de variatie van deze factor in de tijd tot een verwaarloosbare onnauwkeurigheid leidt.

Dat 3.43, met een constante  $\lambda_r$ , een oplossing is van de differentiaalvergelijking voor  $A_r$ , blijkt door deze convolutie-integraal in 3.42 in te vullen.

Voor de berekening van het verloop van  $A_r$  in de tijd is door Jelesnianski[5] een numeriek schema opgezet, resulterend in:

$$A_r(n+1) = b_{1r}A_r(n) + b_{2r}T_s(n) + b_{3r}T_s(n+1) + b_{4r}T_b(n) + b_{5r}T_b(n+1) \quad (3.47)$$

$$t = n\Delta t \quad (3.48)$$

waarin

$\Delta t$  = de tijdstap

$$b_{1r} = e^{-\lambda_r \Delta t} \quad (3.49)$$

$$b_{2r} = \frac{-C_{sr}}{\lambda_r} \left( b_{1r} + \frac{b_{1r-1}}{\lambda_r \Delta t} \right) \quad (3.50)$$

$$b_{3r} = \frac{C_{sr}}{\lambda_r} \left( 1 + \frac{b_{1r-1}}{\lambda_r \Delta t} \right) \quad (3.51)$$

$$b_{4r} = \frac{-C_{br}}{\lambda_r} \left( b_{1r} + \frac{b_{1r-1}}{\lambda_r \Delta t} \right) \quad (3.52)$$

$$b_{5r} = \frac{C_{br}}{\lambda_r} \left( 1 + \frac{b_{1r-1}}{\lambda_r \Delta t} \right) \quad (3.53)$$

### 3.4 3-dimensionale stroominformatie uit een 2DH-model

In deze paragraaf wordt aangegeven welke stappen doorlopen moeten worden om 3-dimensionale stroominformatie uit een 2DH-model te halen.

-Het resultaat van het toepassen van een 2DH-model is dat op elk gewenst (grid)punt de diepte-gemiddelde snelheid als functie van de tijd bekend is.

-Met dit resultaat kan de bodemschuifspanning als functie van de tijd berekend worden (uitdrukking 2.4 en 2.5). (Het verloop van de oppervlakteschuifspanning was al bekend omdat dit ook als invoer voor het 2DH-model nodig was.)

-Met de diepte-gemiddelde stroomsnelheid en met de bodem- en oppervlakteschuifspanning kan nu ook een schatting gemaakt worden van het verloop van de schaalfactor  $(N(t))$  van de turbulentie viscositeit. Dit wordt behandeld in hoofdstuk 4.

-Uit een bekend veronderstelde verticale vorm van het turbulentie viscositeitsprofiel (zie hoofdstuk 4), kunnen eigenwaarden en eigenfuncties worden berekend.

-Met alle nu bekende gegevens kunnen  $C_{sr}$ ,  $C_{br}$  en  $\lambda_r$  als functie van de tijd berekend worden en hiermee  $A_r(t)$ . Het residuele verticale stroomprofiel ligt nu vast. Samen met de diepte-gemiddelde stroming kan nu op elke diepte de

horizontale stroomsnelheid en -richting berekend worden.

## 4 Analyse van een aantal aspecten van het 1DV-model

### 4.1 Inleiding

In hoofdstuk 3 is een methode beschreven waarmee een verticaal stroomprofiel berekend kan worden als functie van tijd, waterdiepte, de diepte-gemiddelde stroming, bodem- en oppervlakteschuifspanning en de turbulentie-viscositeit. Een aantal kenmerken van deze methode worden in dit hoofdstuk uitgewerkt. Het verticale verloop van de turbulentie-viscositeit is in hoofdstuk 3 geschreven als een vermenigvuldiging van een tijdsafhankelijke factor  $N$  en een over de diepte variërende vormfunctie  $\varphi$  (uitdrukking 3.19). Deze schaalfactor en vormfunctie zijn beide afhankelijk van factoren als bodem- en oppervlakteschuifspanning, dichtheidsverschillen, stroomsnelheid, waterdiepte etc. Er is betrekkelijk weinig van bekend hoe deze schaalfactor en vormfunctie van deze factoren afhangen. Dit komt met name doordat de turbulentie-viscositeit niet direct meetbaar is, maar slechts afgeleid kan worden uit bijvoorbeeld gemeten stroomprofielen.

In de volgende paragrafen is steeds uitgegaan van een over de diepte constante turbulentie-viscositeit ( $\varphi(z) = 1$ ) en een schaalfactor die nog van de hierboven beschreven factoren afhankelijk is.

De eigenfuncties, die bij een constante vormfunctie van het verticale verloop van de turbulentie-viscositeit horen, worden nu behandeld. Het zijn eenvoudige, analytisch te bepalen cosinusfuncties.

In het algemeen is het meenemen van vijf vormfuncties voldoende voor een nauwkeurige weergave van het verticale stroomprofiel. Dit is als deel van deze studie onderzocht door een stationaire stroomsituatie te berekenen met een oplopend aantal vormfuncties.

Door het residuele verticale stroomprofiel bij een plotseling opgelegde

oppervlakteschuifspanning te berekenen, is onderzocht hoe snel dit verticale stroomprofiel zich hierop instelt. Bij deze berekening is de bodemschuifspanning verwaarloosd. De tijd waarin een stationair residueel stroomprofiel ontstaat is afhankelijk van de diepte en grootte van de turbulentie-viscositeit.

Een empirische formule voor de diepte-gemiddelde turbulentie-viscositeit is toegepast. De turbulentie-viscositeit is in deze formule een functie van bodem- en oppervlakteschuifspanning en diepte-gemiddelde stroomsnelheid. Metingen van verticale stroomprofielen zijn gebruikt om de turbulentie-viscositeit te berekenen. Dit is gedaan om de empirische formule te kunnen controleren.

#### 4.2 Eigenfuncties en eigenwaarden

De vormfunctie  $(\varphi(z))$  van de turbulentie viscositeit is constant verondersteld. Dit geeft een vereenvoudiging van het eigenwaardenprobleem (3.23). Op een eenvoudige manier zijn nu de eigenwaarden en bijbehorende eigenfuncties te berekenen.

Het eigenwaarde probleem 3.23 wordt nu :

$$\left(\frac{d^2P}{d\sigma^2}\right) + \epsilon_r P = 0 \quad (4.1)$$

Met de randvoorwaarden voor de eigenfuncties  $f_r$ ;

$$\left(\frac{df_r}{d\sigma}\right)_0 = 0 \quad \left(\frac{df_r}{d\sigma}\right)_1 = 0 \quad \text{en} \quad (3.24)$$

$$f_r(0) = 1, \quad (3.25)$$

volgt als algemene oplossing voor deze differentiaalvergelijking:



$$f_r = \cos \sqrt{\epsilon_r} \sigma \quad (4.2)$$

Aan de randvoorwaarde bij de bodem ( $\sigma=1$ ),

$$\left(\frac{df_r}{d\sigma}\right)_1 = \sin \sqrt{\epsilon_r} = 0, \quad (4.3)$$

wordt voldaan als voor de eigenwaarden geldt:

$$\epsilon_r = ((r-1) \cdot \pi)^2 \quad r = 1, 2, 3, \dots \quad (4.4)$$

Opmerking: Aan de randvoorwaarde bij het oppervlakte ( $\sigma=0$ ) wordt voldaan ongeacht de keuze van de eigenwaarden.

De bijbehorende eigenfuncties zijn (zie ook fig[4.1]).

$$f_r = \cos(\sigma(r-1)\pi) \quad r = 1, 2, 3, \dots \text{etc} \quad (4.5)$$

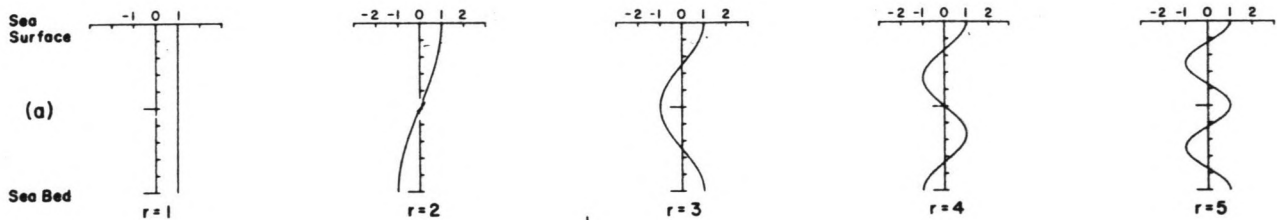


FIG 4.1 De eerste vijf eigenfuncties behorende bij een constante turbulentie-viscositeit over de verticaal, ontleend aan Davies [1].

Als de turbulentie-viscositeit niet constant is over de diepte, zijn in het algemeen numerieke technieken noodzakelijk om de eigenwaarden en eigenfuncties te berekenen (zie bijvoorbeeld Davies en Furnes [7]).

#### 4.3 Fout door het meenemen van een beperkt aantal vormfuncties.

In hoofdstuk 3 is het verticale stroomprofiel geschreven als een sommatie van vormfuncties en bijbehorende schaalfactoren. De vormfuncties zijn eigenfuncties van een eigenwaarde probleem zoals dat in paragraaf 3.3.2 beschreven is. Het 'golfgetal' van de eigenfuncties wordt groter als de index (r) stijgt (formule 4.5). Een sterk slingerend stroomprofiel is fysisch niet realistisch. Het ligt voor de hand om te veronderstellen dat de vormfuncties met een groot 'golfgetal' slechts een geringe bijdrage leveren aan het stroomprofiel m.a.w de schaalfactoren die bij deze vormfuncties horen moeten klein zijn.

Door naar een eenvoudige stroomsituatie (stationair, windgedreven) te kijken is onderzocht hoeveel vormfuncties meegenomen moeten worden om een voldoende nauwkeurige beschrijving van het verticale stroomprofiel te krijgen .

Uitgangspunt : -constante schuifspanning aan het oppervlak  
-stationaire situatie  
-horizontaal wateroppervlak

Voor de over de diepte-gemiddelde stroming (3.13) geldt nu

$$i\gamma W = \frac{T_s}{\rho h} - \frac{T_b}{\rho h} \quad (4.6)$$

en voor de schaalfactoren van het genormeerde profiel (3.42):

$$\left( i\gamma + \frac{N\epsilon r}{h^2} \right) A_r = \frac{T_s}{\rho h} (f_r(0)\phi_r) - \frac{T_b}{\rho h} (f_r(1)\phi_r) \quad (4.7)$$

Met een over de diepte constante turbulentie-viscositeit zijn de vormfuncties  $f_r$  bekend en daarmee ook  $\phi_r$ .

Het genormeerde profiel is nu met 4.7 en 3.18 ;

$$w'(\sigma) = \frac{T_s}{\rho h} \sum_{r=2}^m \frac{f_r(0)\phi_r}{\lambda_r} f_r(\sigma) - \frac{T_b}{\rho h} \sum_{r=2}^m \frac{f_r(1)\phi_r}{\lambda_r} f_r(\sigma) \quad (4.8)$$

waarin

$$\lambda_r = i\gamma + \frac{N\epsilon_r}{h^2} \quad (4.9)$$

In vergelijkingen 4.6 en 4.8 komt nog als enige onbekende de bodemschuifspanning  $T_b$  voor. Deze bodemschuifspanning kan worden gerelateerd aan de snelheid bij de bodem, volgens:

$$T_b = k \cdot \rho \cdot (W + w'(1)) \quad (4.10)$$

waarin

$k$  = lineaire bodemschuifspanningscoëfficiënt

De vergelijkingen 4.6, 4.8 en 4.10 vormen een stelsel van drie lineaire vergelijkingen met drie onbekenden ( $W$ ,  $w'(1)$  en  $T_b$ ). Met een oplossing van deze vergelijkingen kan met vergelijking 3.21 het hele verticale stroomprofiel berekend worden volgens

$$w(\sigma) = W + w'(\sigma) \quad (3.21)$$

De volgende situatie is bekeken:

$h = 25$  m,  $\rho = 1025$  kg/m<sup>3</sup>,  $k = 0.002$  m/s (deze waarde is ontleend aan Davies [4].),  $T_s = 0 + i$  ( $\tau_{sx} = 0$ ,  $\tau_{sy} = 1$  N/m<sup>2</sup>),  $\gamma = 1 \cdot 10^{-4}$  1/s,  $N = \mu(z) = 0.1$  m<sup>2</sup>/s,  $0.05$  m<sup>2</sup>/s en  $0.01$  m<sup>2</sup>/s.

In figuur [4.2.1] en figuur [4.2.2] wordt het stationaire stroomprofiel weergegeven met het meenemen van respectievelijk drie en vijf t.o.v honderd termen in sommatie 4.8. Het stroomprofiel wordt goed weergegeven met vijf vormfuncties, alleen voor een nauwkeurige weergave van de stroomsnelheden bij bodem en het oppervlak zijn meer vormfuncties nodig. De convergentie van de

stroomsnelheden bij de bodem en de oppervlakte is minder goed. Dit komt omdat de randvoorwaarden van de vormfuncties,

$$\left(\frac{df_r}{d\sigma}\right)_0 = 0 \quad \left(\frac{df_r}{d\sigma}\right)_1 = 0, \quad (3.33)$$

een goede weergave van de afgeleide van de stroomsnelheid ( $\partial w/\partial \sigma$ ) bij de bodem en oppervlakte in de weg staan (zie hiervoor ook de opmerking bij paragraaf 3.3.3).

#### 4.4 Tijdsafhankelijke invloeden op het stroomprofiel

Aan de hand van de differentiaalvergelijking (3.42) van de schaalfactoren  $A_r$ , kan iets gezegd worden over de tijdsafhankelijke responsie van deze factoren op een plotseling opgelegde schuifspanning. Daarmee kan ook een tijdschaal geschat worden, waarin het residuele verticale stroomprofiel zich aanpast aan variaties in bodem- en/of oppervlakteschuifspanning.

Uitgaande van een situatie in rust en door de invloed van de bodemschuifspanning te verwaarlozen kan vergelijking 3.42 geschreven worden als:

$$\frac{dA_r}{dt} = - \left( i\gamma + \frac{N\epsilon_r}{h^2} \right) A_r + \frac{T_s}{\rho h} (f_r(0)\phi_r) \quad \text{voor } r=2,3,\dots,m \quad (4.11)$$

De oplossing van het homogene deel van de differentiaalvergelijking is:

$$A_r = C e^{-(i\gamma + b_r)t} \quad (4.12)$$

waarin

$$b_r = \frac{N\epsilon_r}{h^2} \quad (4.13)$$

Met de beginvoorwaarden:

$$A_r = 0 \quad \text{als } t = 0, \quad T_s = \text{constant} \neq 0,$$

is de particuliere oplossing van 4.11 te schrijven als:

$$A_r = \frac{C_{sr}T_s}{i\gamma + b_r} \quad (4.14)$$

waarin

$$C_{sr} = \frac{f_r(0)\phi_r}{\rho h} \quad (4.15)$$

Met de beginvoorwaarden volgt nu voor de oplossing van  $A_r$ :

$$A_r(t) = -\frac{C_{sr}T_s}{i\gamma + b_r} e^{-(i\gamma + b_r)t} + \frac{C_{sr}T_s}{i\gamma + b_r} \quad (4.16)$$

Deze vergelijking is te schrijven als :

$$A_r = -\frac{C_{sr}T_s}{i\gamma + b_r} e^{-b_r t} (\cos(\gamma t) + i \sin(\gamma t)) + \frac{C_{sr}T_s}{i\gamma + b_r} \quad (4.17)$$

Voor een analyse van 4.17 is van belang hoe groot de karakteristieke responstijd en de periode van de trilling van dit systeem is. De karakteristieke responstijd is gedefinieerd als de tijd waarin de amplitude met een factor  $e^{-1}$  is afgenomen:

$$T_{resp} = \frac{1}{b_r} = \frac{h^2}{N\epsilon_r} \quad (4.18)$$

De trillingstijd is:

$$T_{tr} = \frac{2\pi}{\gamma} \quad (4.19)$$

Na ongeveer drie keer de responstijd is een stationaire situatie bereikt; de grootste responstijd ontstaat bij de kleinste eigenwaarde  $\epsilon_r$  ( $r = 2$  !). Het residuele verticale stroomprofiel verandert niet meer in de tijd, wanneer alle schaalfactoren  $A_r$  een stationaire waarde bereikt hebben.  $A_2$  hoort bij de kleinste eigenwaarde en is dus maatgevend voor de reactie van het residuele verticale stroomprofiel op een plotseling opgelegde schuifspanning ( $A_1 = 0$ , zie paragraaf 3.3.2).

Met  $\gamma \cong 1 \cdot 10^{-4}$  1/s geeft dit  $T_{tr} = 17.5$  uur.

$T_{resp}$  wordt voor verschillende diepten en turbulentie-viscositeiten weergegeven in tabel [4.1]. Een combinatie van lage viscositeit en grote diepte geeft een relatief grote responstijd. Zoals uit de volgende paragraaf zal blijken is de turbulentie-viscositeit bij grotere diepten in het algemeen groter dan  $0.01 \text{ m}^2/\text{s}$ .

h	N (= $\mu$ )		
	$0.01 \text{ m}^2/\text{s}$	$0.05 \text{ m}^2/\text{s}$	$0.1 \text{ m}^2/\text{s}$
10 m	0.28	0.06	0.03
20 m	1.12	0.22	0.11
40 m	4.50	0.90	0.45
80 m	18.01	3.60	1.80

tabel [4.1], responstijd (uren) als functie van diepte en turbulentie-viscositeit.

In het algemeen is de tijdschaal van de veranderingen in de windsnelheid en -richting ongeveer 12 à 24 uur. Bij een ondiepe situatie is het residuele verticale stroomprofiel dan al snel stationair.

In een getijgedreven stroomsituatie varieert de bodemschuifspanning ongeveer met een periode die gelijk is aan de getijperiode (12.5 uur). In feite is deze situatie vergelijkbaar met die waarin alleen een windschuifspanning optreedt. De conclusie is dat zolang de waterdiepte niet veel groter is dan 20 à 25 m en de tijdschaal van de variatie in bodem- en oppervlakteschuifspanning niet langer dan 1 à 1.5 uur, het residuele verticale stroomprofiel quasi-stationair reageert.

#### 4.5 De turbulentie-viscositeit

De formulering van de over de diepte gemiddelde turbulentie-viscositeit is gebaseerd op twee empirische formules.

Davies [10] heeft een formule ontwikkeld waarbij de diepte-gemiddelde

turbulentie-viscositeit een functie is van bodemschuifspanning, waterdiepte en diepte-gemiddelde stroomsnelheid. Csanady [2] geeft een relatie tussen oppervlakteschuifspanning en turbulentie-viscositeit.

Volgens Davies geldt:

$$N = \mu = 0.0025 \cdot D_1 \cdot |W| \quad (4.20)$$

waarin

$$|W| = (U^2 + V^2)^{1/2} \quad (4.21)$$

$$D_1 = 0.3 \cdot \frac{u'_{\text{bod}}}{\gamma} \quad \text{zolang } D_1 \leq h, \text{ anders } D_1 = h \quad (4.22)$$

In deze vergelijking is  $D_1$  een variabele die aangeeft hoe ver de turbulentie is doorgedrongen in het water. (Zie de opmerking aan het einde van deze paragraaf.)

De enige onbekende in 4.22 is de schuifspanningssnelheid bij de bodem ( $u'_{\text{bod}}$ ). Deze kan echter uitgedrukt worden in de bodemschuifspanning. Een benadering voor de bodemschuifspanning als functie van de diepte-gemiddelde stroomsnelheid is gegeven in hoofdstuk 2 (2.4 en 2.5).

Er volgt:

$$u'_{\text{bod}} = \left( \frac{\tau_{\text{bod}}}{\rho} \right)^{1/2} = \left( \frac{(\tau_{\text{bx}}^2 + \tau_{\text{by}}^2)^{1/2}}{\rho} \right)^{1/2} \cong K^{1/2} |W| \quad (4.23)$$

Met 4.20 tot en met 4.23 is dus een uitdrukking voor de diepte-gemiddelde turbulentie-viscositeit als functie van waterdiepte, diepte-gemiddelde stroomsnelheid en bodemwrijvingscoëfficiënt ( $K$ ) gevonden. Een probleem van deze turbulentie-viscositeitsmodellering is dat bij een diepte-gemiddelde stroomsnelheid van nul de turbulentie-viscositeit ook nul wordt. Wanneer er nu wel een oppervlakteschuifspanning aanwezig is, leidt dit tot niet realistische stroomsnelheden bij het wateroppervlak.

Csanady [2] geeft bij de beschrijving van verticale stroomprofielen als

gevolg van een windschuifspanning de volgende empirische relatie voor de turbulentie-viscositeit;

$$\mu \cong \frac{u'_{opp}{}^2}{200\gamma} \quad (4.24)$$

$$\mu'_{opp} = \left( \frac{\tau_{opp}}{\rho} \right)^{1/2} \quad (4.25)$$

$$\tau_{opp} = (\tau_{sx}^2 + \tau_{sy}^2)^{1/2} \quad (4.26)$$

In overeenstemming met vergelijking 4.20 wordt ook in deze vergelijking een diepte ingevoerd die aangeeft hoe ver de turbulentie is doorgedrongen in het water. (Zie ook de opmerking aan het einde van deze paragraaf.)

$$\mu = \frac{u'_{opp}}{60} \cdot D_2 \quad (4.27)$$

$$D_2 = 0.3 \cdot \frac{u'_{opp}}{\gamma} \quad \text{zolang } D_2 \leq h, \text{ anders } D_2 = h \quad (4.28)$$

Om met de invloed van gelijktijdig werkende oppervlakte- en bodemschuifspanningen rekening te houden is een empirische uitdrukking voor de turbulentie-viscositeit aangehouden die een sommatie is van de bijdragen volgens vergelijkingen 4.20 en 4.27 :

$$\mu = N = 0.0025 \cdot D_1 \cdot |W| + \frac{D_2}{60} \cdot \left( \frac{\tau_{opp}}{\rho} \right)^{1/2} \quad (4.29)$$

met

$$D_1 = 0.3 \cdot \frac{K^{1/2} |W|}{\gamma} \quad \text{zolang } D_1 \leq h, \text{ anders } D_1 = h \quad (4.30)$$

$$D_2 = \frac{0.3}{\gamma} \left( \frac{\tau_{opp}}{\rho} \right)^{1/2} \quad \text{zolang } D_2 \leq h, \text{ anders } D_2 = h \quad (4.31)$$

In figuur [4.3] is voor verschillende diepten en windschuifspanningen de turbulentie-viscositeit als functie van de diepte-gemiddelde stroomsnelheid uitgezet.



Opmerking: De dieptevariabelen ( $D_1$  en  $D_2$ ) in vergelijking 4.30 en 4.31 hebben als doel aan te geven dat de schuifspanning bij de bodem of het oppervlak niet verder in de waterkolom kan doordringen dan ongeveer drie keer de Ekmandiepte (Csanady[2]). Een fysische beperking is hierbij uiteraard ook de waterdiepte zelf.

Voor de Ekmandiepte geldt:

$$D_{ek} = \left( \frac{2 \cdot \mu}{\gamma} \right)^{1/2} \quad (4.32)$$

Met een schatting voor  $\mu$  in de vorm van uitdrukking 4.24 volgt:

$$D_{ek} \cong \frac{1}{10} \frac{u'_{opp}}{\gamma} = \frac{1}{3} D_2 \quad (4.33)$$

#### 4.6 Turbulentie-viscositeit uit gemeten verticale stroomprofielen

Om de empirische formule 4.29 te toetsen, zijn metingen aan verticale stroomprofielen verricht (zie paragraaf 4.7). Uit deze verticale stroomprofielen kan de diepte-gemiddelde turbulentie-viscositeit worden geschat. In deze paragraaf wordt de methode behandeld waarop dit gedaan is.

Uitgangspunten:

- De turbulentie-viscositeit is constant over de diepte.
- In een kort tijdsbestek worden in een aantal punten van een verticaal de stroomrichting en de -snelheid gemeten; dit geeft een gemeten stroomprofiel.
- Gelijktijdig met deze meting worden windrichting en -grootte gemeten.
- Het gemeten profiel wordt verondersteld een stationaire situatie weer te geven (zie paragraaf 4.4)

Aanpak van de berekening:

- Uit het gemeten stroomprofiel wordt de diepte-gemiddelde stroomsnelheid afgeleid en hiermee ook een waarde voor de bodemschuifspanning .
- Een residueel verticaal stroomprofiel wordt uit het gemeten profiel afgeleid, door van de gemeten stroomcomponenten de diepte-gemiddelde stroomcomponenten af te trekken.
- Bij de nu bekende oppervlakte- en bodemschuifspanning kan een residueel vertikaal stroomprofiel berekend worden. Door de turbulentie-viscositeit te variëren wordt een verticaal stroomprofiel berekend dat het best (op grond van een kleinste kwadraten criterium) overeenkomt met het gemeten verticale stroomprofiel.

Het gemeten stroomprofiel wordt weergegeven met de volgende notatie, zie figuur 4.4:

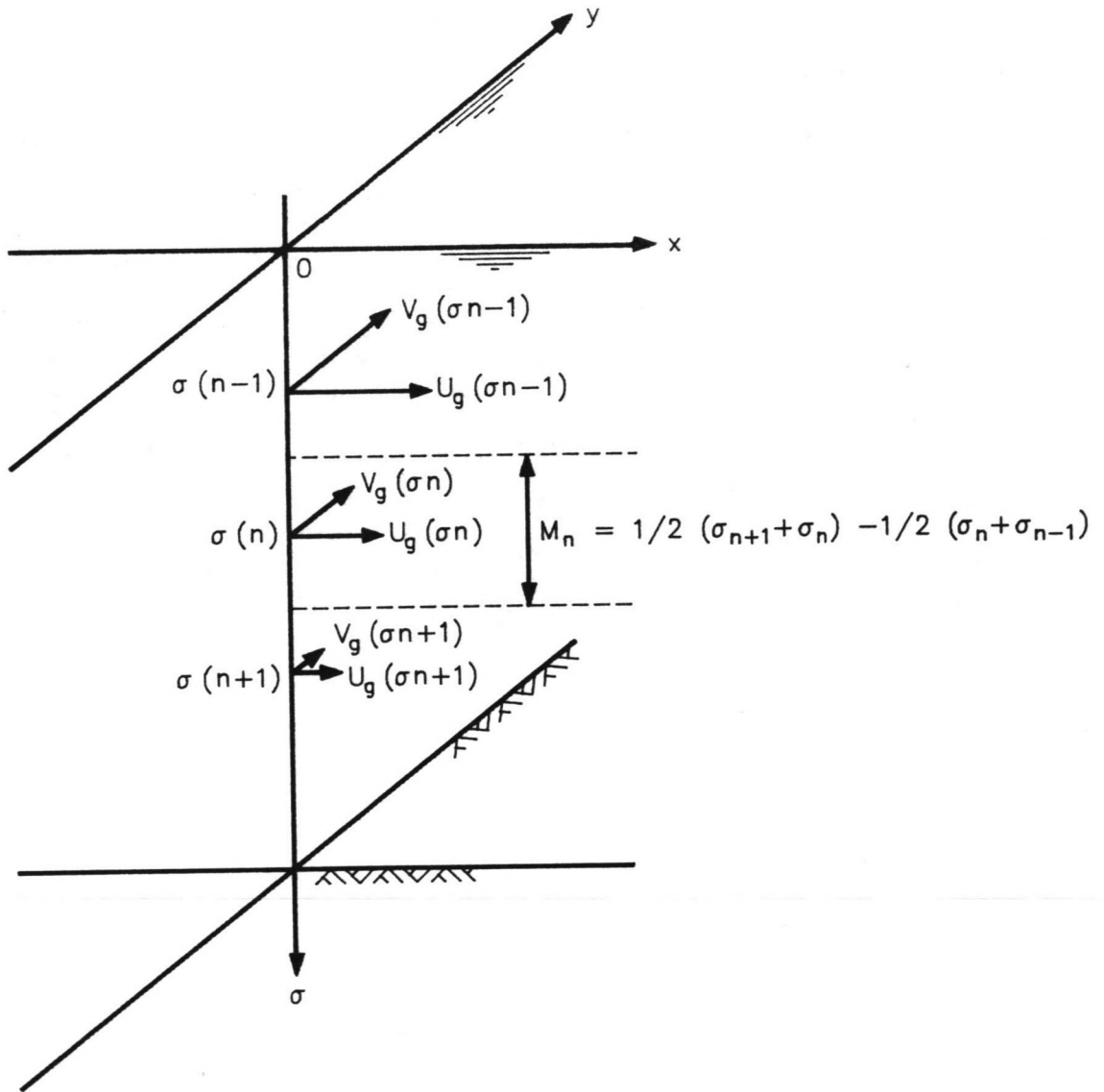


FIG 4.4 Meting van het verticale stroomprofiel, definitie van de gebruikte notatie.

Hierin zijn  $u_g$  en  $v_g$  de gemeten stroomcomponenten in x- en y-richting,  $\sigma$  is een genormeerde verticale coördinaat (zie vergelijking 3.18). Het gemeten verticale stroomprofiel is slechts op k punten bekend. De diepte-gemiddelde stroomcomponenten kunnen uit 4.33 berekend worden door:

$$U_g = \sum_1^{n=k} u_g(\sigma_n) \cdot M_n \quad (4.33)$$

$$V_g = \sum_1^{n=k} v_g(\sigma_n) \cdot M_n \quad (4.34)$$

$$M_n = \frac{1}{2} (\sigma_{(n+1)} + \sigma_{(n)}) - \frac{1}{2} (\sigma_{(n)} + \sigma_{(n-1)}) \quad (4.35)$$

$M_n$  stelt hierin de grootte van het verticale meettraject voor bij de  $n^{\text{de}}$  meting.

Een gemeten residueel stroomprofiel ontstaat door van 4.34 de diepte-gemiddelde stroming af te trekken:

$$u'g(\sigma_n) = u_g(\sigma_n) - U_g \quad (4.36)$$

$$v'g(\sigma_n) = v_g(\sigma_n) - V_g \quad (4.37)$$

Gelijktijdig met het stroomprofiel is ook de windsnelheid en -richting gemeten. Hieruit wordt met vergelijking 2.7 en 2.8 de oppervlakeschuifspanning bepaald. Een schatting voor de bodemschuifspanning kan uit de diepte-gemiddelde stroming verkregen worden (vergelijking 2.4 en 2.5).

Met de theorie uit hoofdstuk 3 en paragraaf 4.3 kan een residueel verticaal stroomprofiel berekend worden waarin alleen de turbulentie-viscositeit (N) als onbekende voorkomt. Met vergelijkingen 4.8 en 4.9 is dit verticale residuele stroomprofiel;

$$w'(\sigma) = \frac{T_s}{\rho h} \sum_{r=2}^m \frac{f_r(0)\phi_r}{i\gamma + b_r} f_r(\sigma) - \frac{T_b}{\rho h} \sum_{r=2}^m \frac{f_r(1)\phi_r}{i\gamma + b_r} f_r(\sigma) \quad (4.38)$$

Met twee nieuwe reële variabelen  $C_r$  en  $D_r$  volgens;

$$C_r + iD_r = \frac{T_s}{\rho h} f_r(0)\phi_r - \frac{T_b}{\rho h} f_r(1)\phi_r \quad (4.39)$$

kan 4.38 geschreven worden als:

$$w'(\sigma) = u'(\sigma) + iv'(\sigma) = \sum_{r=2}^m \frac{C_r + iD_r}{i\gamma + b_r} f_r(\sigma) \quad (4.40)$$

en dus

$$u'(\sigma) = \sum_{r=2}^m \frac{b_r C_r + \gamma D_r}{\gamma^2 + b_r^2} f_r(\sigma) \quad (4.41)$$

$$v'(\sigma) = \sum_{r=2}^m \frac{-\gamma C_r + b_r D_r}{\gamma^2 + b_r^2} f_r(\sigma) \quad (4.42)$$

Dit berekende residuele verticale stroomprofiel heeft als enige onbekende  $N$  in  $b_r$ . Voor elke keuze voor  $N$  kan dit profiel vergeleken worden met het gemeten profiel volgens 4.36 en 4.37.

Er wordt een fout gedefinieerd als het verschil tussen de berekende en de gemeten stroomcomponent. Voor de fout op diepte  $\sigma_n$  geldt:

$$R_{n1} = u'(\sigma_n) - u'g(\sigma_n) \quad n = 1, 2 \dots k \quad (4.43)$$

$$R_{n2} = v'(\sigma_n) - v'g(\sigma_n) \quad n = 1, 2 \dots k \quad (4.44)$$

Deze fout heeft als enige onbekende de turbulentie-viscositeit ( $N$ ). Volgens de kleinste kwadraten methode kan een foutfunctie gedefinieerd worden als de sommatie van alle kwadratische waarden van  $R_{n1}$  en  $R_{n2}$ :

$$\psi(N) = \sum_1^{n=k} (R_{n1})^2 + \sum_1^{n=k} (R_{n2})^2 \quad (4.45)$$

Het minimum van deze foutfunctie geeft nu een optimale keuze voor  $N$ . Voor dit minimum moet gelden dat;

$$\frac{\partial \psi}{\partial N} = 2 \sum_{n=1}^k \left( R_{n1} \frac{\partial R_{n1}}{\partial N} + R_{n2} \frac{\partial R_{n2}}{\partial N} \right) = 0, \quad (4.46)$$

met hierin ,

$$R_{n1} = \sum_{r=2}^m \frac{b_r C_r - \gamma D_r}{\gamma^2 + b_r^2} f_r(\sigma_n) - u' g(\sigma_n) \quad (4.47)$$

$$R_{n2} = \sum_{r=2}^m \frac{-\gamma C_r - b_r D_r}{\gamma^2 + b_r^2} f_r(\sigma_n) - v' g(\sigma_n) \quad (4.48)$$

$$\frac{\partial b_r}{\partial N} = \frac{\epsilon_r}{h^2} \quad (4.49)$$

$$\frac{\partial R_{n1}}{\partial N} = \sum_{r=2}^m \frac{(\gamma^2 + b_r^2) C_r - 2b_r^2 C_r - 2b_r \gamma D_r}{(\gamma^2 + b_r^2)^2} \cdot \frac{\epsilon_r}{h^2} \cdot f(\sigma_n) \quad (4.50)$$

$$\frac{\partial R_{n2}}{\partial N} = \sum_{r=2}^m \frac{-(\gamma^2 + b_r^2) D_r - 2b_r \gamma C_r - 2b_r^2 D_r}{(\gamma^2 + b_r^2)^2} \cdot \frac{\epsilon_r}{h^2} \cdot f(\sigma_n) \quad (4.51)$$

Het vinden van het nulpunt van de functie  $\frac{\partial \psi}{\partial N}$  kan praktisch alleen met een numerieke methode plaats vinden . Het verloop van de functie  $\frac{\partial \psi}{\partial N}$  is onbekend, evenals het aantal nulpunten. Met behulp van de Newton-Raphson methode is een nulpunt van  $\frac{\partial \psi}{\partial N}$  bepaald. Dit is gedaan door vanaf nul (fysisch de minimum waarde van N) in positieve N-richting een nulpunt te zoeken.

#### 4.7 Vergelijking tussen de turbulentie-viscositeit uit gemeten verticale stroomprofielen en uit formule (4.29).

In de periode 28-8-'88 tot 4-9-'88 zijn door medewerkers van WL en leden van de Nederlandse zeilploeg metingen aan het verticale stroomprofiel verricht. Het doel van deze metingen was om meer inzicht te krijgen in de grootte van de turbulentie-viscositeit en te onderzoeken of de empirische formule (paragraaf 4.5) voor de turbulentie-viscositeit voldoet.

De metingen vonden plaats door vanaf een voor anker liggende boot een

meetsonde te laten zakken. Deze meetsonde bezit zowel een meetinstrument voor de stroomsnelheid als voor de stroomrichting.

Om de twee meter zijn zowel stroomsnelheid als richting gemeten; op deze manier kan afhankelijk van de waterdiepte in een tijdsbestek van 3 à 6 minuten een verticaal stroomprofiel gemeten worden. Na de meting van het verticale stroomprofiel zijn nog de windsnelheid en -richting bepaald. Gedurende zes à acht uur is deze procedure ieder half uur herhaald. Elke meetdag werd slechts op één plaats in de baai van Pusan gemeten. Deze posities zijn in figuur 5.3.2 aangegeven.

Uitgaande van een over de diepte constante turbulentie-viscositeit, is op de wijze die beschreven is in paragraaf 4.6, bij elk verticaal stroomprofiel een optimale turbulentie-viscositeit berekend. Afhankelijk van diepte, uit de metingen bepaalde diepte-gemiddelde stroomsnelheid, bodem- en oppervlakteschuifspanning is ook een waarde voor de verticale turbulentie-viscositeit berekend volgens formule 4.29.

In figuur [4.5] zijn de turbulentie-viscositeiten, die bepaald zijn uit de gemeten stroomprofielen, uitgezet tegen die volgens formule 4.29. Tevens zijn in deze figuur de windcondities van de diverse meetdagen aangegeven. Bij een 100% correlatie, liggen alle punten op een lijn onder  $45^\circ$ . Uit figuur [4.5] blijkt dat de turbulentie-viscositeit die is afgeleid uit gemeten verticale stroomprofielen gemiddeld een factor 2 lager is dan de waarden volgens formule 4.29. Er zijn in de literatuur weinig gegevens bekend over de grootte van de diepte-gemiddelde turbulentie-viscositeit. Bovendien verschillen deze gegevens onderling veel meer dan een factor 2 (zie bijv Csanady [2] en Davies [4]). Formule 4.29 geeft dus een redelijke schatting voor de turbulentie-viscositeit.

In figuur [4.6.1] t/m [4.6.8] worden de meet en rekenresultaten weergegeven.

De gemeten verticale stroomprofielen zijn vergeleken met, berekende stroomprofielen waarbij een optimale turbulentie-viscositeit gevonden is. Er is een redelijk goede overeenkomst tussen de berekende en gemeten verticale stroomprofielen.

Opmerking:

-De stroomsnelheid bij de bodem kan soms een andere waarde en richting hebben als de diepte-gemiddelde stroming. Dit verklaart voor een deel de verschillen bij de bodem in gemeten en berekende stroomprofielen.

-Er is geen rekening gehouden met de invloed van eventuele dichtheids verschillen.

-De turbulentie-viscositeit (N) is nu berekend met een constante turbulentie-viscositeit over de diepte. Verschillende verticale turbulentie-viscositeitsprofielen zouden vergeleken kunnen worden door de hele procedure (zie paragraaf 4.6) te herhalen. Bij het gemeten stroomprofiel wordt dan voor elk verticaal turbulentie-viscositeitsprofiel een optimale schaalfactor (N) berekend. Bovendien is dan de minimumwaarde van de foutfunctie (uitdrukking 4.45) bij ieder turbulentie-viscositeitsprofiel bekend.

Het verticale turbulentie-viscositeitsprofiel met de laagste (minimum) waarde van de foutfunctie zou daarbij een aanwijzing geven over welk turbulentie-viscositeitsprofiel in die situatie gebruikt zou moeten worden. Voor deze studie is echter afgezien van deze schatting van het verticale turbulentie-viscositeitsprofiel.



## 5 Een toepassing van het 2DH- en 1DV-model

### 5.1 Inleiding

In de volgende paragrafen wordt de toepassing behandeld van het 2DH- en 1DV-model behandeld in het kader van de ondersteuning van de Nederlandse zeilploeg voor de Olympische spelen van 1988.

De zeilwedstrijden, ten behoeve waarvan de stroomberekeningen zijn uitgevoerd, vonden plaats voor de kust van Pusan (Zuid-Korea). Dit gebied ligt tussen de Japanse zee en de Gele zee. Tijdens de pre-olympische zeilwedstrijden in 1987 werd duidelijk dat de stromingen in het gebied slecht voorspelbaar waren en sterk varieerden in een klein gebied. De stromingen worden er door het getij gedomineerd. Wind en de grootschalige oceaancirculatie spelen echter ook een belangrijker rol.

Om goede voorspellingen van de oppervlaktestroming te kunnen leveren is gebruik gemaakt van het numerieke 2DH-model WAQUA en van een 1DV-model. Beide modellen zijn beschreven in respectievelijk hoofdstuk 2 en hoofdstuk 3.

Een stroomvoorspelling is afhankelijk van gegevens over:

- Het getij; nauwkeurig bekend en goed voorspelbaar.
- Grootschalige oceaancirculatie; betrekkelijk weinig van bekend, met name wat de invloed van grootschalige weersituaties hierop zijn. Volgens de Pilot van Zuid-Oost Azië [8] is in september langs de kust van Zuid-Korea, een noordgaande stroming met een snelheid tussen de 0 en 0.3 m/s te verwachten. (Zie figuur [5.1])
- Wind; de windschuifspanning heeft invloed op de diepte-gemiddelde stroming en op de verticale structuur van de stroming. Een betrouwbare windvoorspelling reikt niet verder dan een periode van  $\approx 12$  uur. Hoewel binnen die periode ook grote verschillen tussen voorspelling en werkelijkheid kunnen optreden.

Aan de stroomvoorspelling werden de volgende eisen gesteld:

- De berekening van de te verwachten stroming mag niet langer dan zes à acht uur in beslag nemen.
- De resultaten van de stroomberekeningen moeten op een overzichtelijke wijze worden weergegeven en voldoende gedetailleerd zijn om significante verschillen binnen een zeilbaan (straal 1 à 3 km) aan te kunnen geven.

## 5.2 Logistiek.

De realisatie van de stroomvoorspellingen was mogelijk dankzij bijdragen van verschillende instituten. Zoals reeds vermeld zijn de noodzakelijke windverwachtingen opgesteld door Meteo Consult in Wageningen. Voorts heeft de Dienst Informatie Verwerking (DIV) te Rijswijk (Z-H) het software-pakket WAQUA alsmede de benodigde rekenfaciliteiten beschikbaar gesteld. Voor de ontwikkeling en toepassing van de 1DV nabewerking is gebruik gemaakt van een door IBM in bruikleen gegeven PS/2. Tegen de achtergrond van deze gegeven bijdragen moest een zodanige logistiek worden vastgesteld dat ook aan een aantal praktische eisen werd voldaan. Deze eisen hebben betrekking op de volgorde en de benodigde tijdsduur voor het opstellen van de wind- en stroomverwachtingen. Terwille van de nauwkeurigheid van zowel wind- als stroomverwachting is het zinvol om steeds gebruik te maken van zo recent mogelijke meetgegevens afkomstig uit het wedstrijdgebied. Deze wind- en stroommetingen zijn nodig voor een continue ijking van het stroommodel. Het verschil tussen voorspelde en gemeten stroomsnelheden geeft een indruk over de grootte van de reststroom.

In het kort worden hier de werkzaamheden rond de stroomvoorspelling van een dag behandeld met de daarbij behorende gegevensoverdracht. In figuur [5.2]

wordt dit schematisch weergegeven.

Tijd		Activiteiten
Nederland (zt)	Zuid-Korea	
dag 1 14.00 uur	dag 1 22.00 uur	<u>Zuid-Korea</u> De verzamelde weers- en stroominformatie worden overgezonden naar W.L. en Meteo Consult.
		<u>Nederland</u> Meteo Consult analyseert de weersinformatie over Zuid-Korea. WL evalueert de stroomvoorspelling van dag 1.
dag 1 16.00 uur	dag 2 0.00 uur	<u>Nederland</u> Meteo Consult zendt een windvoorspelling naar WL. WL maakt een nieuwe invoer voor het 2DH-model.
dag 1 17.00 uur	dag 2 1.00 uur	<u>Nederland</u> Start van het 2DH-model op de computer van de DIV in Rijswijk(Z-H).
dag 1 18.30 uur	dag 2 2.30 uur	<u>Nederland</u> Essentiele uitvoer van het 2DH-model wordt overgezonden naar WL, alwaar vervolgens de nabewerking van deze gegevens plaats vindt.
dag 1 20.30 uur	dag 2 4.30 uur	<u>Nederland</u> Controle van de gemaakte stroomvoorspelling, eventueel kan nu nog een herberekening plaatsvinden.
dag 1 22.00 uur	dag 2 6.00 uur	<u>Nederland</u> Overzenden (fax) van de stroom- en weersvoorspelling naar Zuid-Korea.
		<u>Zuid-Korea</u> Kopieren van de stroomkaarten op watervast papier. Vorbereiding op de zeilwedstrijden.
dag 2 3.00 uur	dag 2 11.00 uur	<u>Zuid-Korea</u> Start zeilwedstrijden.

FIG 5.2

De informatie waarop een stroomvoorspelling gebaseerd werd kwam uit Korea. Weerkaarten, windvoorspelling, locale stroommetingen (zie hoofdstuk 6) en huidige weersituatie zijn onmisbare informatie om een stroomvoorspelling voor de volgende dag te kunnen maken. Deze informatie werd aan het eind van de dag in Korea verzameld en daarna over per telefax verzonden naar WL en naar Meteo Consult. Vervolgens analyseerde Meteo Consult de weergegevens over Korea. In dezelfde tijd vond bij WL een evaluatie van de stroomvoorspelling van de huidige dag plaats aan de hand van stroommetingen van de Koreaanse organisatie. Daarna werd met de windvoorspelling (afkomstig van Meteo Consult) een invoer voor het numerieke stromingsmodel WAQUA gemaakt. Dit computerprogramma draait op een computer van de DIV in Rijswijk (Z-H). Een beperkte uitvoer van dit programma werd als invoer voor het 1DV-model gebruikt.

Het uiteindelijke resultaat werd weergegeven in stroomkaarten die na controle overgezonden werden naar Korea.

Deze procedure vond tussen  $\pm 14.00$  en  $\pm 22.00$  uur plaats.

### 5.3 Schematisatie van het gebied

Om de stroming in de baai van Pusan (zie figuur [5.3.2]) voldoende nauwkeurig te berekenen is een rechthoekig gebied van 35 km bij 45 km geschematiseerd. In figuur [5.3.1] is dit gebied aangegeven met daarin de plek waar de zeilwedstrijden plaats vinden. Er is voor het numerieke stromingsmodel gekozen voor een maaswijdte van 400 m in zowel x als y richting. Deze combinatie van maaswijdte en gebiedsgrootte maakt het mogelijk om in een beperkte tijd (ongeveer 1 uur rekentijd) de stroomsituatie voor een periode van 45 uur te berekenen met toch nog voldoende hoge resolutie in het horizontale vlak. Slechts de laatste 18 uur van deze berekening zijn voor de stroomvoorspelling

interessant; de eerste 27 uur zijn nodig om het numerieke model te laten inspelen op de opgelegde randvoorwaarden.

De waterdiepten zijn uit zeekaarten gehaald. Door lineaire interpolatie is voor elk punt van het rekenrooster de diepte bepaald.

#### 5.4.1 Toepassing van het 2DH-model

Bij de 2DH stroomberekeningen zijn de volgende randvoorwaarden toegepast. De noordrand van het model-gebied is een kustrand. De stroomsnelheden loodrecht op de kust moeten nul zijn. De overige drie randen zijn zeeranden. Daar moet het verloop langs de rand en in de tijd van de waterstanden, of de stroomsnelheden loodrecht op de rand, worden opgelegd. Wegens het ontbreken van gegevens over de stroomsnelheden is gekozen voor het opleggen van waterstanden op alle drie de zeeranden. De op te leggen waterstanden zijn als volgt bepaald.

Uit bekende fase en amplituden van het getij op kuststations langs de Koreaanse kust en het Japanse eiland Tsushima (uit Admiralty Tide Tables[9]) zijn voor 11 punten op de open randen (punt A t/m K in figuur [5.3.1]) de fasen en amplituden van de dubbel- en enkeldaagse getijcomponenten (M2, S2, M1, S1) geschat. Voor de roosterpunten die tussen bijvoorbeeld A en B in liggen wordt de waterstand door lineaire interpolatie uit de waarden op A en B afgeleid.

Doordat het 2DH-model alleen op waterstanden wordt gestuurd, is dit model erg gevoelig voor een verkeerde keuze van één van de fasen of amplituden.

Ijking vond onder meer plaats door een berekend waterstandsverloop van de haven van Pusan te vergelijken met een uit de Admiralty Tide Tables [9] bekend waterstandsverloop. Tevens zijn stroomsnelheden die tijdens de

pre-olympische zeilwedstrijden in 1987 gemeten zijn, vergeleken met berekende waarden volgens het 2DH-model. Hierbij ging het er met name om te kijken of de gemeten tijdstippen van kentering overeen kwamen met de berekende tijdstippen. Door goede amplituden en fase van de getijcomponenten voor de punten A t/m K te bepalen is het 2DH-model wat betreft het getij klaar.

De invloed van wind kan op een eenvoudige wijze in het 2DH-model worden ingevoerd (zie paragraaf 2.4). De mogelijkheid bestaat om de windsnelheid en -richting als functie van de tijd in te voeren, een ruimtelijke variatie is niet mogelijk. Behalve getij- en wind is er ook de invloed van de grootschalige oceaancirculatie op de stroming in de baai van Pusan. Inpassing hiervan in het 2DH-model bleek lastig. Er is getracht deze stroming in te voeren door een constante gradiënt van het wateroppervlak te superponeren op de invloed van het getij. Het 2DH-model bleek uitermate gevoelig voor kleine variaties in die gradiënt. In enkele testgevallen resulteerde een oppervlaktegradiënt van  $2.5 \cdot 10^{-7}$  (1 cm op 40 km !) zelfs al tot zeer onrealistische uitkomsten. Wegens tijdgebrek kon de oorzaak hiervan niet tijdig worden achterhaald. Ten behoeve van de geplande voorspellingen is daarom gekozen voor een alternatieve aanpak, waarbij verhangen t.g.v. de getijbeweging en t.g.v. invloed van de grootschalige circulatie zijn gesuperponeerd. In paragraaf 5.5.1 wordt deze alternatieve aanpak toegelicht.

#### 5.4.2 De waarde van enkele coëfficiënten, gebruikt in het 2DH-model

-wind schuifspanningscoëfficiënt	$C_{10} = 2.2 \cdot 10^{-3}$
-dichtheid lucht	$\rho_1 = 1.2 \text{ kg m}^{-3}$
-de Manningwaarde	$n = 0.0320 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$



met een waterdiepte die tussen de 10 en 100 m varieert, ligt de bodemwrijvingscoëfficiënt  $K$  (formule 2.6) tussen  $2.2 \cdot 10^{-3}$  en  $4.8 \cdot 10^{-3}$ .

-dichtheid water  $\rho = 1023 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

-diffusiecoëfficiënt van horizontale impuls

$$k = 10 \text{ m}^2/\text{s}$$

-Coriolis parameter  $\gamma = 8.362 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$

deze waarde volgt uit :  $\gamma = 2 \cdot \omega \cdot \sin\psi$ ; hierin is  $\omega$  de hoeksnelheid van de aarde ( $\omega = 7.3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ) en  $\psi$  de geografische breedte, (Korea ligt op  $35^\circ \text{NB}$ ).

-tijdstep in de numerieke berekening  $\Delta t = 120 \text{ s}$

-maaswijdte van het rekenrooster  $\Delta x = \Delta y = 400 \text{ m}$

### 5.5 Nabewerking van de dieptegemiddelde stroming .

Omdat voor de 2DH stroomberekeningen en 1DV nabewerking verschillende computersystemen zijn gebruikt, was overdracht van gegevens tussen beide systemen noodzakelijk. Vanwege het doorgaans trage verloop van dergelijk gegevens overdracht, is de hoeveelheid informatie beperkt om tijd te besparen. Voor die punten van het rekenrooster van het 2DH-model die liggen in het gebied waar de zeilwedstrijden gehouden worden zijn uitsluitend stroomsnelheden en -richtingen overgedragen die betrekking hebben op de dag van de wedstrijden (de laatste 18 uur stroominformatie). De corresponderende waterstanden zijn niet doorgegeven. Bij de nabewerking is steeds uitgegaan van de ongestoorde waterdiepte. Gezien de geringe verhouding tussen waterstandsvariatiës en gemiddelde waterdiepte is deze benadering verantwoord. Op deze diepte-gemiddelde stroomsnelheden zijn twee nabewerkingen uitgevoerd:

-Een correctie om rekening te houden met de invloed van de grootschalige

oceaancirculatie.

-Een nabewerking om de stroming aan het wateroppervlak te berekenen.

Deze twee nabewerkingen worden in de volgende twee paragrafen behandeld.

#### 5.5.2 De invloed van de grootschalige oceaancirculatie.

De stroming in de straat van Korea staat niet alleen onder invloed van getij en wind, maar ook effecten van de grootschalige oceaancirculatie spelen een rol. Verwaarlozen van de invloed van de oceaancirculatie is niet verantwoord. De circulatie beïnvloedt de stroomsnelheden en -richtingen en de tijdstippen van kentering in de baai van Pusan.

Er is getracht deze reststroming direct in het numerieke model te verwerken door op het verhang t.g.v. het getij een constant verhang te superponeren. Deze benadering leidde echter niet tot het gewenste resultaat (zie paragraaf 5.4). Daarom is gekozen voor de volgende aanpak:

In het modelgebied is in de maand september hoofdzakelijk een noordgaande reststroming te verwachten van 0-0.3 m/s (zie figuur [5.1]). De grootte van de reststroming op diep water (punt D in figuur [5.4]) werd dagelijks geschat. Deze schatting was afhankelijk van de evaluatie van de stroomvoorspelling van de voorafgaande dag; als bijvoorbeeld uit deze evaluatie bleek dat de voorspelde noordgaande stroming in het gebied te laag was, dan werd de grootte van de noordgaande reststroming voor de komende voorspelling verhoogd.

Op de volgende wijze is rekening gehouden met deze reststroming:

-Een stroombeeld uit een getij-gedreven stroomsituatie is representatief gesteld als zijnde het stroombeeld (niet de snelheids grootte) dat zou optreden bij alleen reststroming (zie figuur [5.4]). Dit stroombeeld is geselecteerd door te veronderstellen dat de reststroming aan de noord en zuidkant van het model even groot moest zijn en evenwijdig aan de kust.



-Afhankelijk van de grootte van de reststroming (schatting) op diep water, zijn alle stroomsnelheden in dit stroombeeld vermenigvuldigd met dezelfde factor. Deze factor werd zo bepaald dat de stroomsnelheid in punt D (figuur [5.4]) gelijk is aan die van de te verwachten reststroom op diep water.

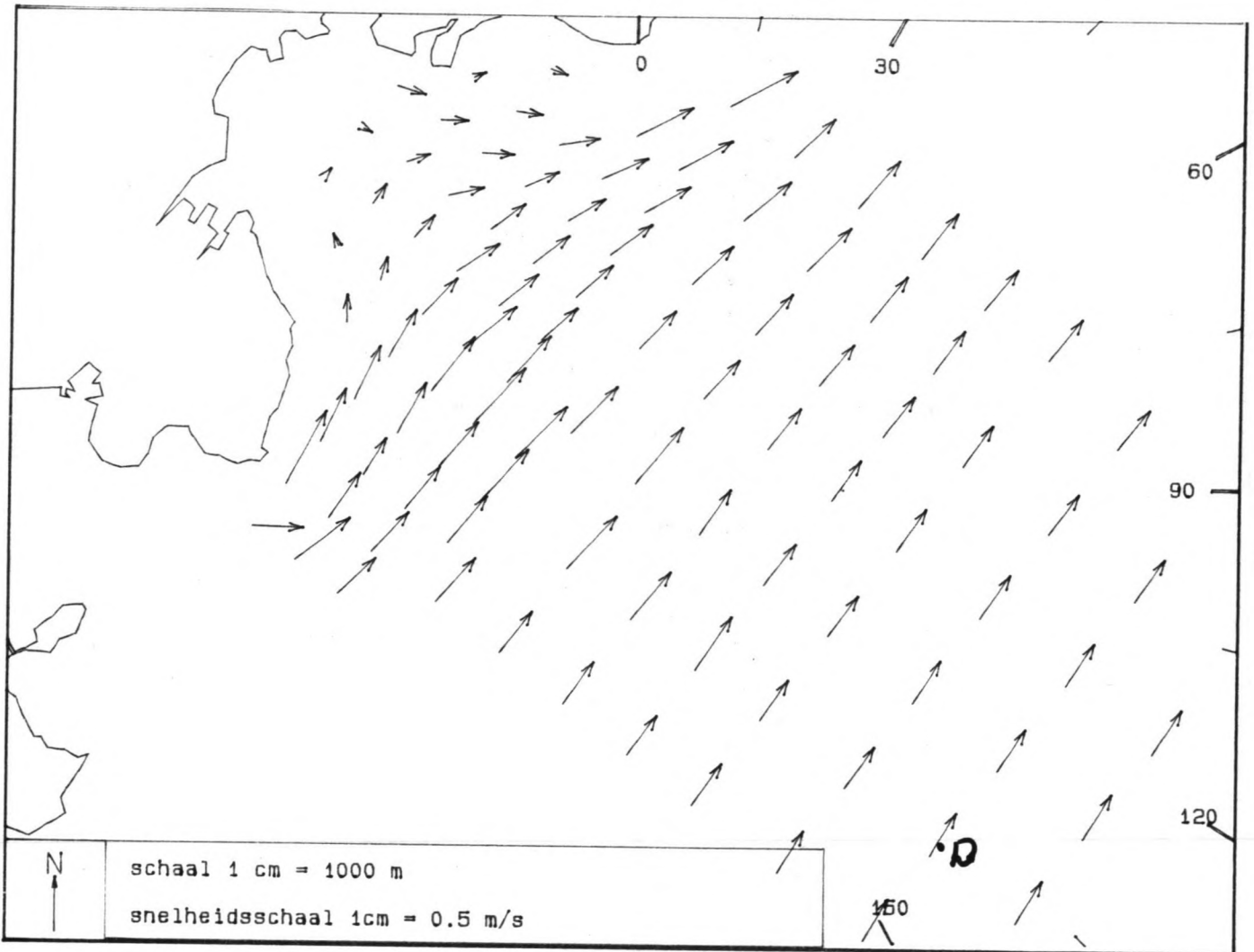


FIG 5.4 Stroombeeld, dat representatief is gesteld voor de stroming a.g.v grootschalige oceaancirculatie's.

Op elk gridpunt is nu de grootte en de richting van de reststroming bekend. De volgende stap is om deze reststroming in de al bekende getijstroomsnelheden te verwerken. Dit is gedaan door bij elke stroomsnelheid en richting (van

zowel getij als reststroming) een verhang te berekenen dat deze stroming zou kunnen veroorzaken. Deze beide verhangen zijn (vectorieel) bij elkaar opgeteld en hieruit is een nieuwe stroomsnelheid en -richting bepaald (zie ook figuur [5.5]).

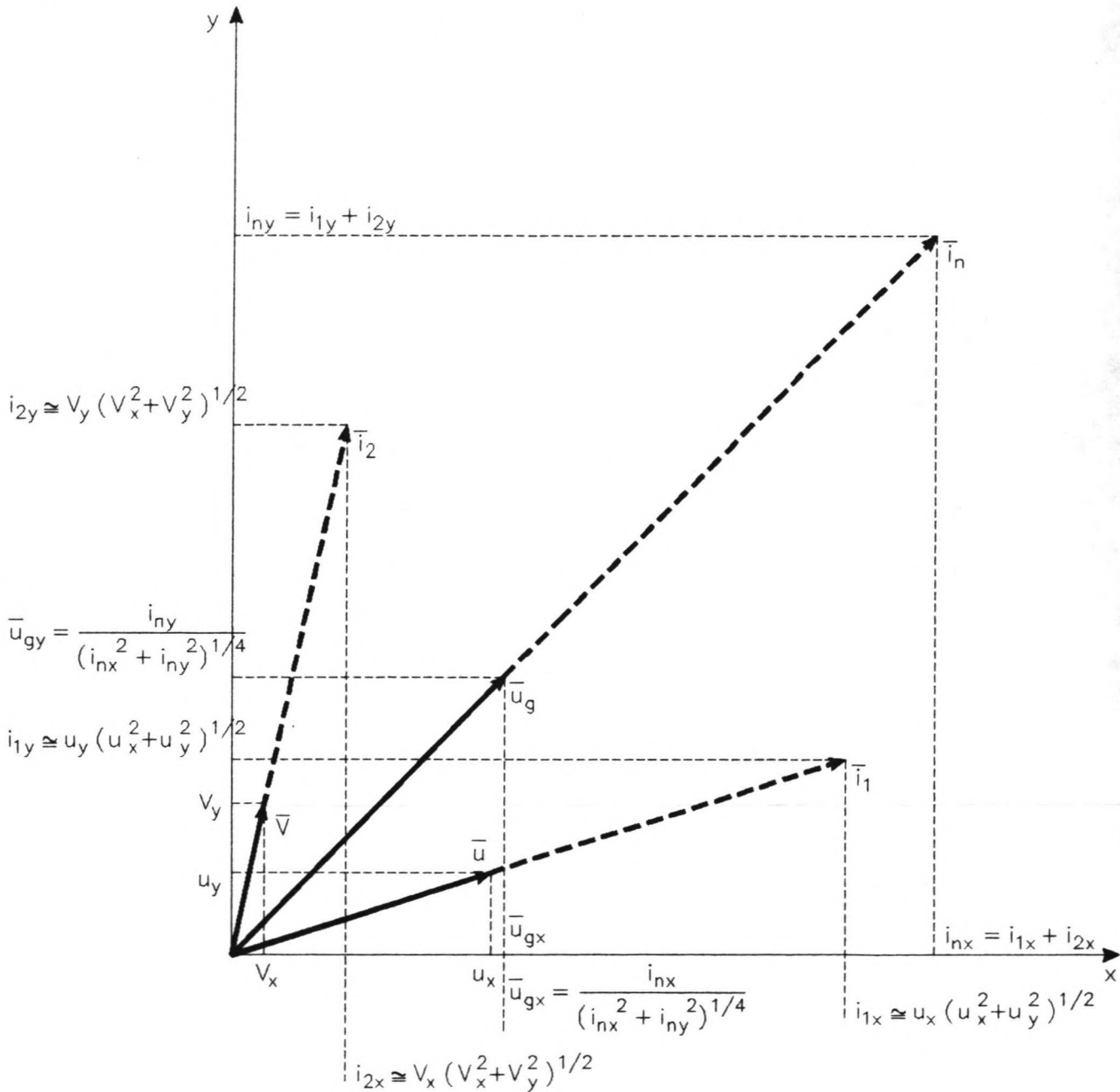


FIG 5.5 Het combineren van reststroming ( $\bar{v}$ ) met getijstroming ( $\bar{u}$ ).

Voor een "verhang gedreven" stroming geldt;

$$|\bar{u}| = C (R |\bar{i}|)^{1/2} \quad (5.1)$$

waarin  $\bar{u}$  een snelheidsvector ( $|\bar{u}|$  is de absolute grootte van  $\bar{u}$ ),  $\bar{i}$  een verhangvector,  $R$  de hydraulische straal en  $C$  de Chezy waarde van de bodemwrijving is (opm ;  $\bar{u}$  en  $\bar{i}$  hebben dezelfde richting).  $C$  en  $R$  zijn constant. Er geldt nu:

$$|\bar{u}|^2 = C^2 R \cdot |\bar{i}| \quad (C^2 R \text{ is constant}) \quad \text{en dus} \quad |\bar{u}|^2 \cong |\bar{i}|$$

Een uitdrukking voor de verhangvector  $\bar{i}_1$  ( $i_{1x}, i_{1y}$ ) a.g.v. de getijstroming  $\bar{u}$  ( $u_x, u_y$ ) is;

$$i_{1x} = u_x \cdot (u_x^2 + u_y^2)^{1/2}, \quad i_{1y} = u_y \cdot (u_x^2 + u_y^2)^{1/2} \quad (5.2),$$

en voor het verhang  $\bar{i}_2$  a.g.v. de reststroming  $\bar{v}$ :

$$i_{2x} = v_x \cdot (v_x^2 + v_y^2)^{1/2}, \quad i_{2y} = v_y \cdot (v_x^2 + v_y^2)^{1/2} \quad (5.3)$$

Een verhang voor de stroming a.g.v. reststroming en getijstroming is nu:

$$i_{nx} = i_{1x} + i_{2x}, \quad i_{ny} = i_{1y} + i_{2y} \quad (5.4)$$

De richting van dit nieuwe verhang ( $\bar{i}_n$ ), is ook de richting van de gecombineerde stroomsnelheid ( $\bar{u}_g$ ). De grootte van de nieuwe stroomsnelheid ( $|\bar{u}_g|$ ) is evenredig met de wortel uit de grootte van dit verhang.

In x en y richting geeft dit ;

$$u_{gx} = \frac{i_{nx}}{(i_{nx}^2 + i_{ny}^2)^{1/4}} \quad (5.5)$$

$$u_{gy} = \frac{i_{ny}}{(i_{nx}^2 + i_{ny}^2)^{1/4}} \quad (5.6)$$

Met deze combinatie van reststroom en getijstroming zijn de diepte-gemiddelde stroomsnelheden als functie van de tijd bekend. Deze stroomsnelheden worden nu nog nabewerkt om de stroming aan het oppervlak te berekenen.

### 5.5.3 Stroming aan het oppervlak.

Op de diepte-gemiddelde stroming vindt nog een nabewerking plaats om de verticale structuur van de stroming te bepalen. Immers doel van de exercitie is het bepalen van de stroming aan het oppervlak. In hoofdstuk 3 is de theorie van de in dit verband toegepaste methode van Davies [4], om dit verticale stromingsprofiel te berekenen, behandeld.

De zeilboten die bij de Olympische zeilwedstrijden gebruikt worden, hebben een diepgang tussen de 0.6m en 1.2 m . Eenvoudigheidshalve is verondersteld dat de over deze laag gemiddelde stroming voldoende nauwkeurig wordt weergegeven door de stroming op 1 m onder het wateroppervlak. Deze diepte is voor alle stroomverwachtingen aangehouden.

5.5.4 De waarde van enkele coëfficiënten ,gebruikt in het 1DV-model.

-bodemschuifspanningscoëfficiënt	$K = 2 \cdot 10^{-3}$
-aantal eigenfuncties	10
-tijdstep	$\Delta t = 1800 \text{ s}$

5.6 Weergave van stroomvoorspelling.

Aan de weergave van de stroomvoorspelling zijn een aantal eisen gesteld :

- De stroomvoorspelling moest per telefax verzonden worden naar Korea en daar gekopieerd worden op watervast papier. Deze kopieën werden door de zeilers meegenomen op het water.
- Een enkelzijdige kopie moest twee uur stroominformatie bevatten.
- De informatie op de stroomkaarten moest snel te interpreteren zijn;m.a.w, in één oogopslag moesten stroomverschillen binnen een zeilbaan duidelijk zijn.

Er is voor gekozen stroomkaarten te maken van een gebied waarin alle zeilbanen staan. Dit betekent dat een zeiler die in baan D (zie figuur [5.6.1]) vaart ook stroominformatie van baan A heeft. Afhankelijk van de weersomstandigheden werd namelijk op het laatste moment soms besloten om de zeilwedstrijd in baan D of C uit te stellen en te verplaatsen naar bijv baan A.

De stroomsnelheid en richting worden door middel van een vector weergegeven . Tevens is in elke stroomkaart de windvoorspelling gegeven.

In figuur [5.6.1] t/m [5.6.12] zijn de stroomvoorspellingen voor de dagen 22, 23 en 24 september 1988 weergegeven.

## 6 Vergelijking van stroommetingen en -voorspellingen.

### 6.1 Inleiding

Voor en tijdens de Olympische zeilwedstrijden zijn stroommetingen verricht. Deze metingen hadden betrekking op metingen aan verticale stroomprofielen en stroommetingen op verschillende plaatsen in het gebied. Metingen aan verticale stroomprofielen zijn gebruikt om de turbulentie-viscositeit te modelleren. Dit is aan bod gekomen in hoofdstuk 4.

Vanaf een week voor de Olympische zeilwedstrijden zijn door de Koreaanse hydrografische dienst de stroming en wind gemeten in de centra van de diverse zeilbanen. Deze metingen zijn gebruikt om dagelijks de geleverde stroomvoorspelling te kunnen evalueren en om als dat nodig was het numerieke model (beter) af te regelen.

In de volgende paragraaf worden de Koreaanse stroommetingen behandeld. Vervolgens wordt in paragraaf 6.3 op de vergelijking tussen stroommeting en -voorspelling ingegaan. In de laatste paragraaf van dit hoofdstuk wordt een evaluatie van de gegeven stroomvoorspellingen behandeld.

### 6.2 Stroommetingen.

Vanaf een week voor de Olympische spelen verrichtte de Koreaanse hydrografische dienst metingen van de stroming in de centra van de diverse zeilbanen. Deze zeilbanen zijn weergegeven in figuur [5.6.1].

De metingen zijn verricht vanaf voor anker liggende schepen op een diepte van 5 m. Deze metingen zijn iedere dag per telefax overgestuurd naar WL. De Koreaanse stroommetingen waren de enige mogelijkheid om dagelijks de stroomvoorspellingen te kunnen evalueren. Van deze metingen is niet bekend op wat voor manier deze stroommetingen verricht zijn en wat de kwaliteit is. Ter illustratie zijn de Koreaanse stroommetingen van 23 september weergegeven in appendix I. De letters A,B,C en D in deze appendix verwijzen

naar de centra van de diverse zeilbanen (zie figuur [5.6.1]).

### 6.3 Vergelijking van stroommetingen en -voorspellingen.

Van de dagen 22, 23 en 24 september 1988 zijn de voorspellingen van WL vergeleken met stroommetingen van de Koreaanse hydrografische dienst. Dit is weergegeven in figuur [6.1] t/m [6.6]. In het algemeen is er redelijke overeenkomst tussen meting en voorspelling.

### 6.4 Evaluatie van de geleverde stroomvoorspellingen.

Het doel van de geleverde stroomvoorspellingen was stroominformatie te leveren over de stroming in de baai van Pusan tijdens de Olympische spelen. Daarbij werd er met name belang aan gehecht om verschillen in stroomrichting en -snelheid over het gebied en in de tijd te kunnen voorspellen.

In het algemeen hebben de geleverde stroomvoorspellingen aan dit doel beantwoord. Verschillen in stroomgedrag tussen de ondiepe baai en het diepere water verder van de kust af worden goed voorspeld, even als de verschillen in tijdstippen van kentering van de stroming in de baai en die in het diepere water. (Zie hiervoor bijv het verschil in stroomsnelheid en -richting tussen baan A en baan D in figuur [6.3] en [6.4].) Echter, wanneer de voorspelling vergeleken wordt met individuele metingen komen verschillen in stroomsnelheid van 100 % en in -richting van  $180^\circ$  voor. Voor deze verschillen kunnen een aantal oorzaken aangegeven worden:

- Kwaliteit van de meting is onbekend (zie opmerking in paragraaf 6.2).
- Diepte van de meting; de stroommetingen gaven de stroming weer op 5 m diepte, de stroomvoorspellingen hadden echter betrekking op de stroming op 1 m onder het wateroppervlak.
- Beperkte gegevens over de invloed van oceaancirculatie's op de stroming in de baai van Pusan.

- Stroomverwachting was voor een deel afhankelijk van een voorspelling van de windsnelheid en -richting. Deze windvoorspelling kwam niet altijd overeen met de gemeten wind.
- In de zeilbanen A en B werd de wind significant beïnvloed door de bergen langs de kust; dit leidde in met name baan A tot windsnelheden die tot 2Bf verschilden met de wind in baan C en D. In het 2DH-model kon geen rekening gehouden worden met deze variatie van de wind over het gebied.
- De randvoorwaarden van het 2DH-model bestonden uit een beschrijving van het waterstandsverloop op de zee-randen. Dit leidde tot een model dat erg gevoelig was; ogenschijnlijk kleine veranderingen in de randvoorwaarden lieten relatief grote veranderingen in de stroming zien.
- Voor de ijking van het 2DH-model waren slechts beperkte metingen voor handen; dit waren hoofdzakelijk stroomgegevens die de Nederlandse zeilploeg tijdens de pre Olympische zeilwedstrijden in 1987 gemeten en verzameld had.



## 7 Samenvatting en conclusies.

### 7.1 Samenvatting.

In september 1988 vonden de Olympische zeilwedstrijden plaats in de baai van Pusan, Zuid-Korea. Ter ondersteuning van de Nederlandse zeilploeg hebben Meteo Consult en Waterloopkundig Laboratorium tijdens de Olympische spelen dagelijks een weers- en stroomverwachting geleverd. In dit verslag is ingegaan op de geleverde stroomverwachtingen.

De bij de Olympische spelen gebruikte zeilboten steken niet dieper dan 1 à 1.5 m in het water. Om die reden was het gewenst de stroomberekeningen dusdanig uit te voeren dat een goede weergave van de stroming nabij het wateroppervlak verkregen zou worden.

De stroomberekeningen zijn uitgevoerd door eerst met behulp van een 2DH-model de diepte-gemiddelde stroming in het betreffende gebied te berekenen. Vervolgens werd met behulp van een 1DV-model de variatie over de verticaal van de horizontale stroming berekend.

Als rekengedeelte van het 2DH-model is het software pakket WAQUA toegepast; dit model is gebaseerd op een numerieke integratie van de zogenaamde ondiepwater-vergelijkingen.

De theorie voor het 1DV-model is ontwikkeld door Davies [4]. Dit model is gebaseerd op de gelineariseerde bewegingsvergelijkingen van de horizontale stroming. Uit deze vergelijking kan een vergelijking afgeleid worden die de variatie over de verticaal van de diepte-gemiddelde stroming beschrijft. De integratie-techniek die op deze laatste vergelijking is toegepast laat een willekeurige variatie van de turbulentie-viscositeit toe. Er is echter voor gekozen de turbulentie-viscositeit constant over de verticaal te veronderstellen. De grootte van de turbulentie-viscositeit is nog wel een functie van de diepte-gemiddelde stroming, waterdiepte en bodem- en oppervlakte- schuifspanning. Deze varieert dus zowel in de tijd als in het

horizontale vlak.

Door de grootte van de diepte-gemiddelde turbulentie-viscositeit af te leiden uit gemeten verticale stroomprofielen, is onderzocht of de hierboven beschreven modellering van de turbulentie-viscositeit voldoet. Deze modellering blijkt redelijk goed te voldoen.

Voor en in de periode van 13-27 september 1988 zijn stroomverwachtingen van de oppervlaktestroming in de baai van Pusan, geleverd.

## 7.2 Conclusies.

-Het 1DV-model is een waardevol model gebleken om de variatie over de verticaal van de horizontale stroming te berekenen. Met relatief weinig (reken)inspanning kan drie-dimensionale informatie over een stroming verkregen worden.

Andere toepassingen liggen voor de hand, bijvoorbeeld de berekening van verticale stroomprofielen t.b.v. de offshore technologie (stroomkrachten op verticale palen), of de berekening van het transport van sediment (bodem) of verspreiding van olievlekken (oppervlakte).

-De modellering van de turbulentie-viscositeit is moeilijk; er is nog betrekkelijk weinig bekend over de variatie over de verticaal van deze turbulentie-viscositeit in open water. Met behulp van de methode om de turbulentie-viscositeit uit gemeten verticale stroomprofielen af te leiden kan ook naar een optimaal verticaal profiel van de turbulentie viscositeit gezocht worden (zie hoofdstuk 4).

-Tijdens de Olympische spelen van 1988 zijn redelijk goede stroomvoorspellingen van de oppervlakte stroming geleverd.

Referenties

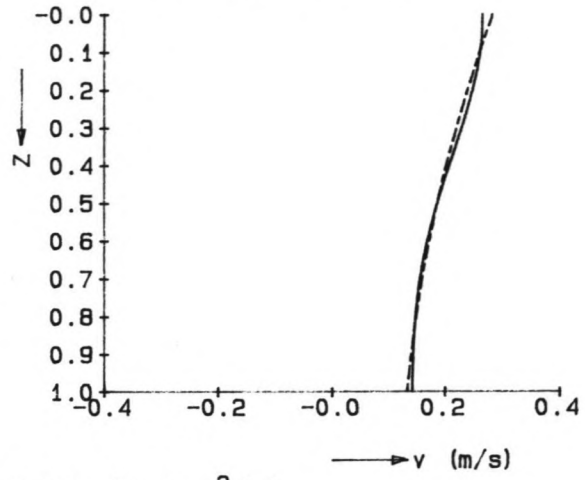
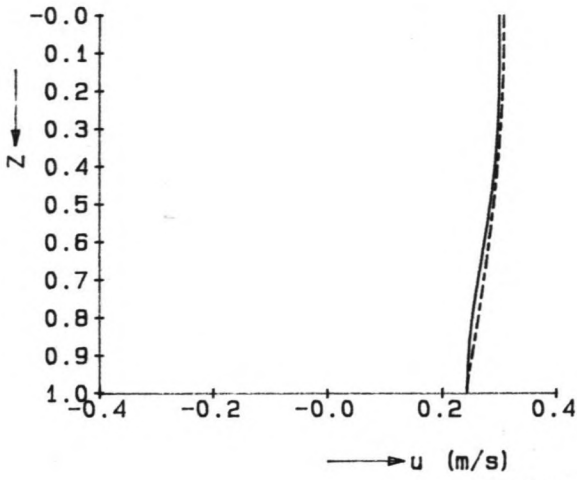
nr

- 1 Leendertse, J.J., A water-quality simulation model for well-mixed estuaries and coastal seas: Vol.I, 'principles of computation', Rand Corporation, Santa Monica, California, 1970.
- 2 Csanady, G.T., Circulation in the coastal ocean, D. Riedel Publishing Compagny, 1982.
- 3 Amerocho, J en Devries, J.J, A new evaluation of the wind stress coëfficiënt over water surfaces, Journal of Geophysical Research, vol 85, 433-442, 1980
- 4 Davies, A.M., On formulating two-dimensional vertically integrated hydrodynamic numerical models with enhanced representation of bed stress, Journal of Geophysical Research, vol.93, 1241-1263, february 1988.
- 5 Jelesnianski, C.P., Bottom stress time history in linearized equations of motion for storm surges, Monthly Weather Review, vol.98,462-478, 1970.
- 6 Boyce, E. and Diprima, R.C., Elementary differential equations and boundary value problems, Whiley, 1986
- 7 Davies, A.M. and Furnes, G.K. On the determination of vertical structure functions for time-dependent flow problems, Tellus, 38, 462-477, 1986
- 8 Pilot, South and east coasts of Korea, east coast of Siberia, and sea of Okhotsk, Published by the hydrographer of the navy, fifth edition, 1966.
- 9 Admiralty Tide Tables, Vol. 3, Pacific Ocean and Adjacent Seas, Published by the hydrographer of the navy, 1987.
- 10 Davies, mondelinge presentatie van z'n werk, juli 1988, Delft (WL).

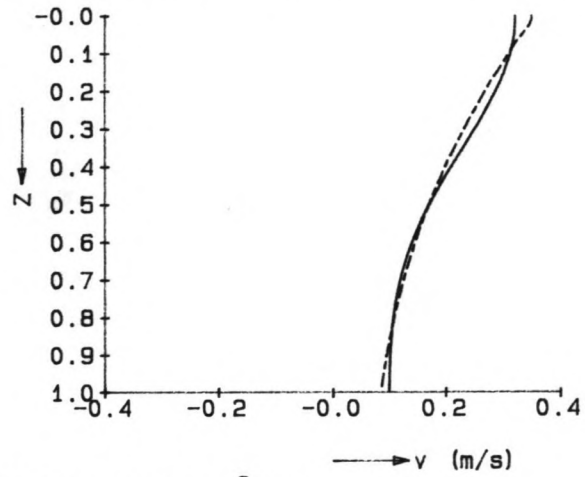
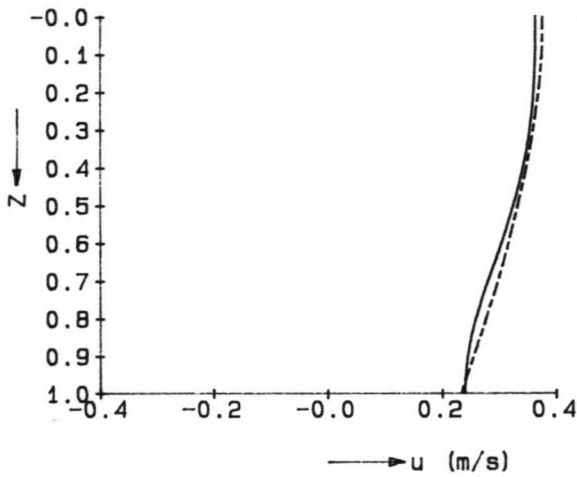
# STROOMPROFIELEN IN EEN STATIONAIRE WINDGEDREVEN SITUATIE

— 3 eigenfuncties

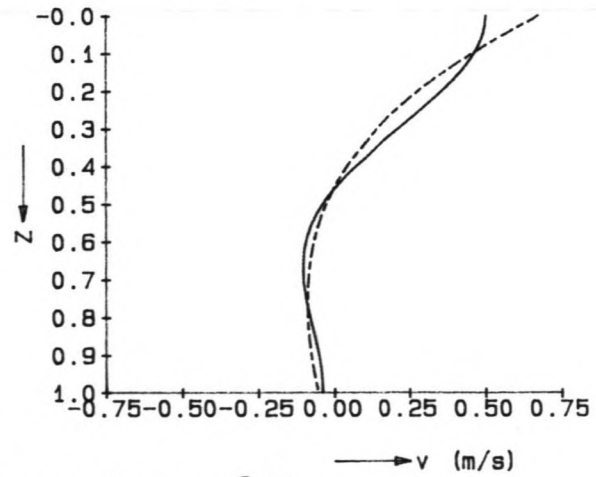
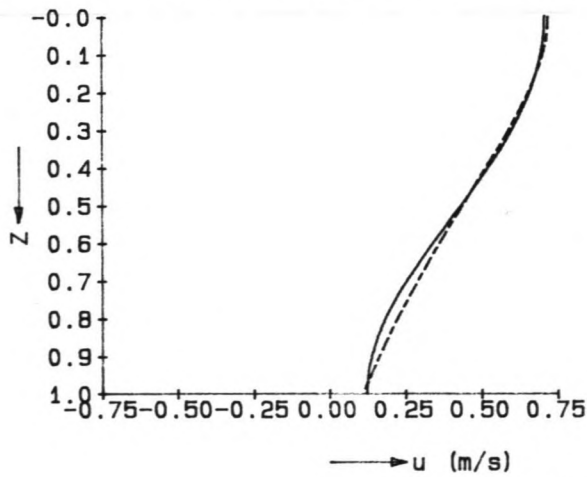
---- 100 eigenfuncties



VISCOSITEIT ( $0.1 \text{ m}^2/\text{s}$ )



VISCOSITEIT ( $0.05 \text{ m}^2/\text{s}$ )

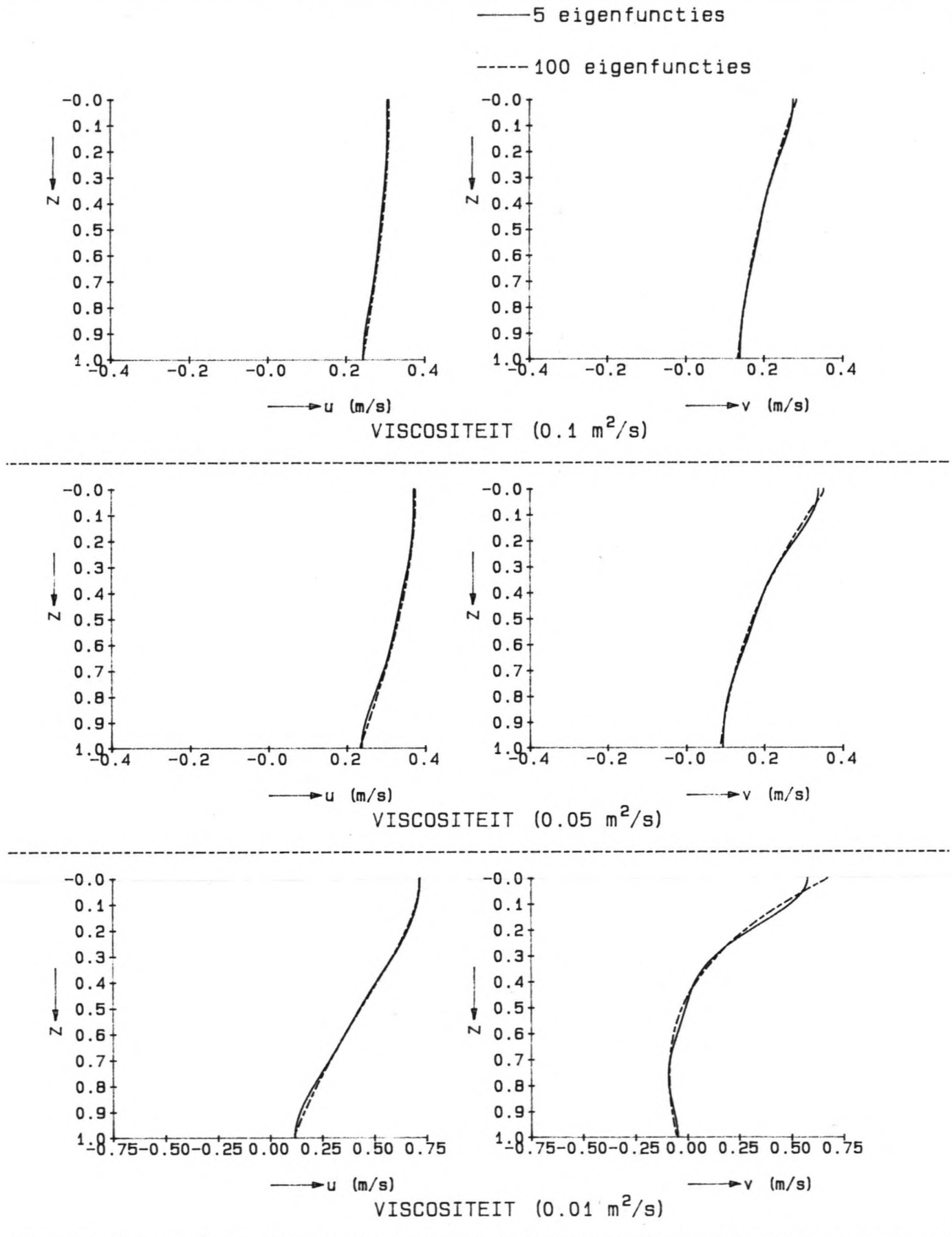


VISCOSITEIT ( $0.01 \text{ m}^2/\text{s}$ )

$H = 25 \text{ m}$  ,  $\rho = 1025 \text{ kg/m}^3$  ,  $k = 0.002 \text{ m/s}$   
 $F_{sy} = 1 \text{ N/m}^2$  , coriolis =  $1 \times 10^{-4} \text{ 1/s}$

FIG 4.2.1

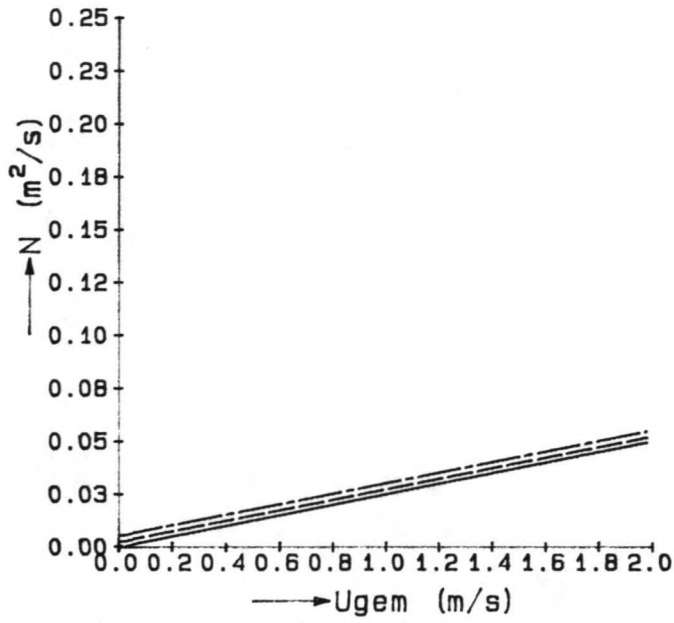
# STROOMPROFIELEN IN EEN STATIONAIRE WINDGEDREVEN SITUATIE



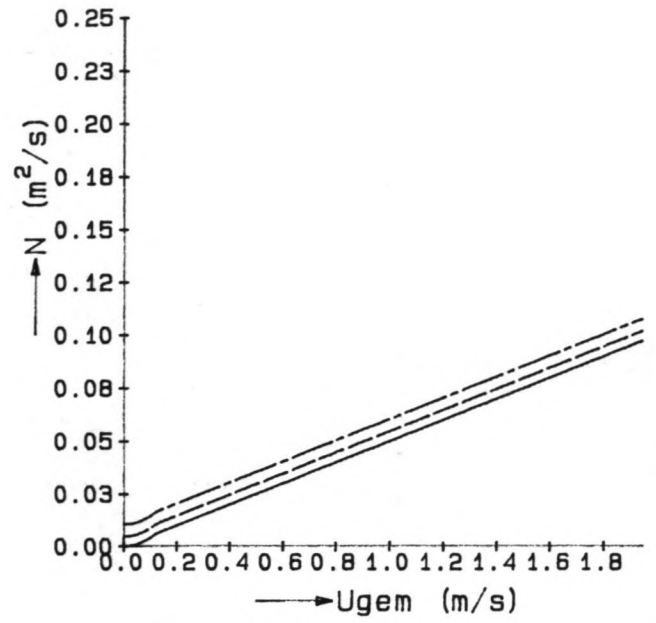
$H = 25 \text{ m}$  ,  $\rho = 1025 \text{ kg/m}^3$  ,  $k = 0.002 \text{ m/s}$   
 $F_{sy} = 1 \text{ N/m}^2$  ,  $\text{coriolis} = 1 \times 10^{-4} \text{ 1/s}$

FIG 4.2.2

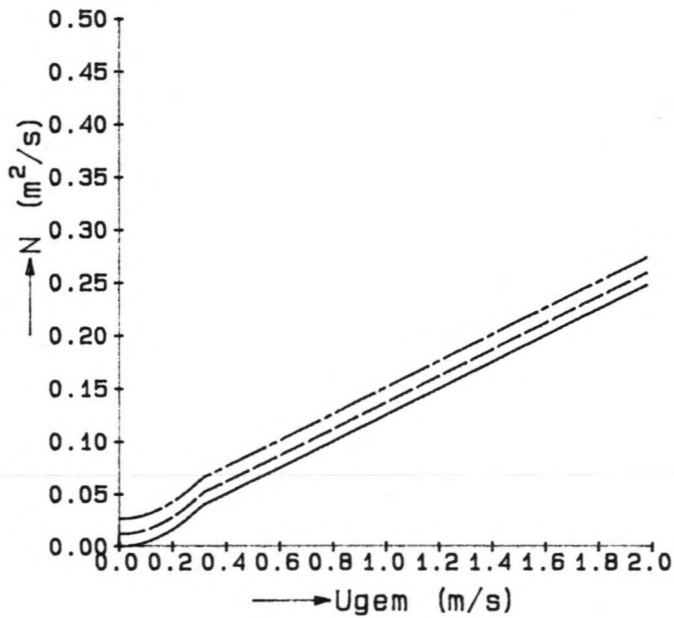
# DIEPTE-GEMIDDELTE TURBULENTIE-VISCOSITEIT



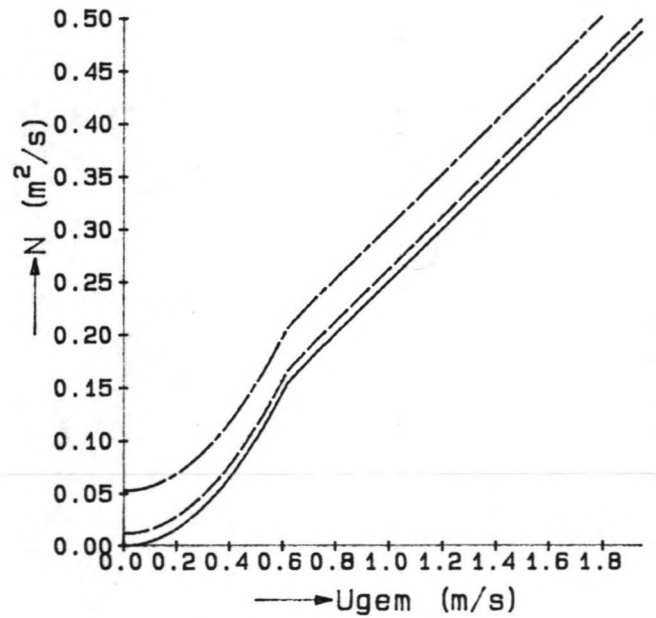
h = 10 m



h = 20 m



h = 50 m



h = 100 m

—— Topp = 0.00 N/m<sup>2</sup>

--- Topp = 0.20 N/m<sup>2</sup> (|Uw| = 8-9 m/s)

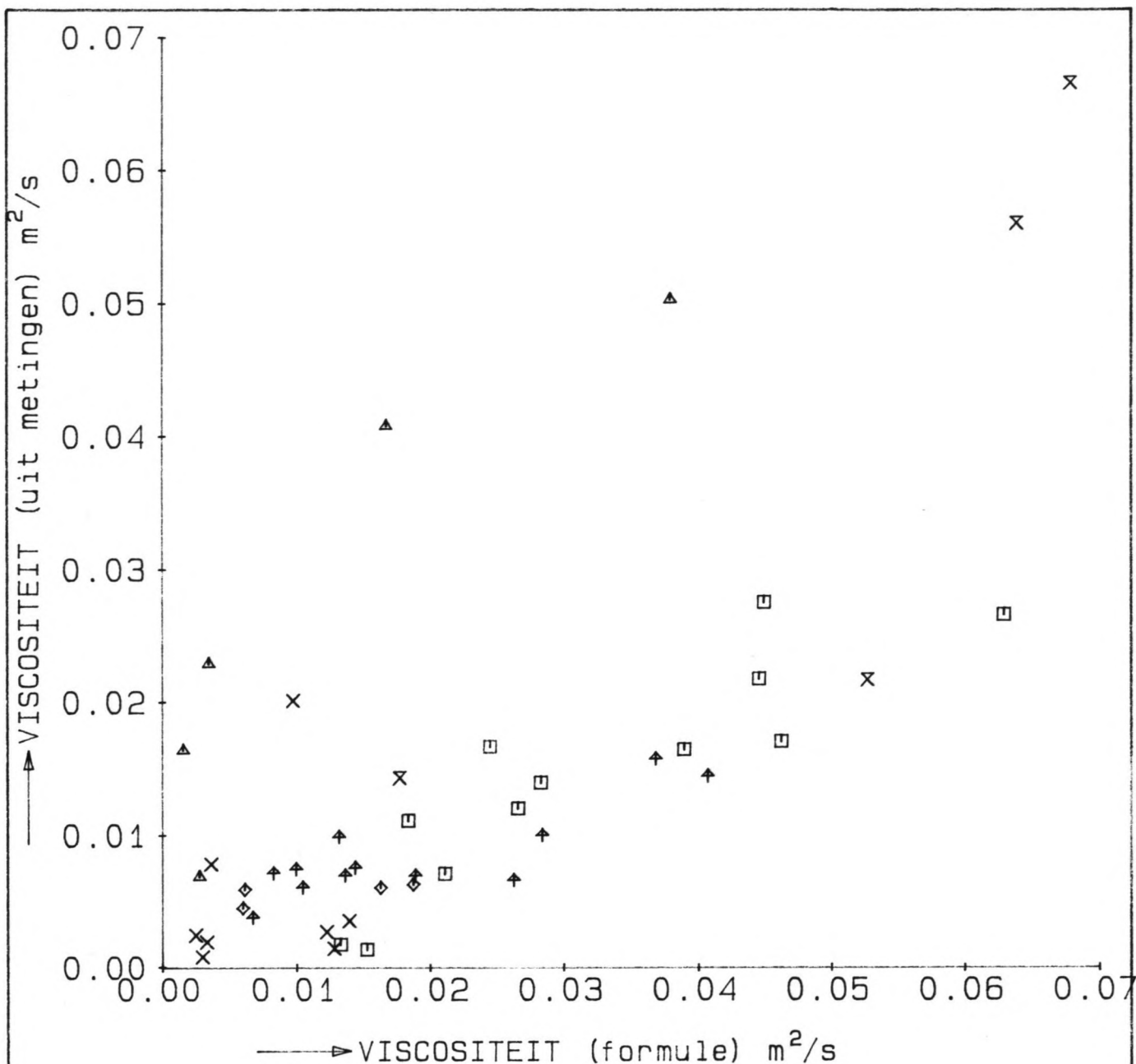
---- Topp = 1.00 N/m<sup>2</sup> (|Uw| = 19-20 m/s)

K = 0.002

$\gamma = 8.36 \times 10^{-5} \text{ 1/s}$

$\rho = 1025 \text{ kg/m}^3$

FIG 4.3



- dinsdag 30-8, diepte: 28 m, wind: 2-8 m/s
- △ woensdag 31-8, diepte: 44 m, wind: 0-5 m/s
- × donderdag 1-9, diepte: 18 m, wind: 0-7 m/s
- ◇ vrijdag 2-9, diepte: 22 m, wind: 5-10 m/s
- + zaterdag 3-9, diepte: 28 m, wind: 8-15 m/s
- × zondag 4-9, diepte: 44 m, wind: 10-15 m/s

FIG 4.5 Turbulentie-viscositeit afgeleid uit gemeten verticale stroomprofielen vergeleken met waarden volgens formule 4.29.



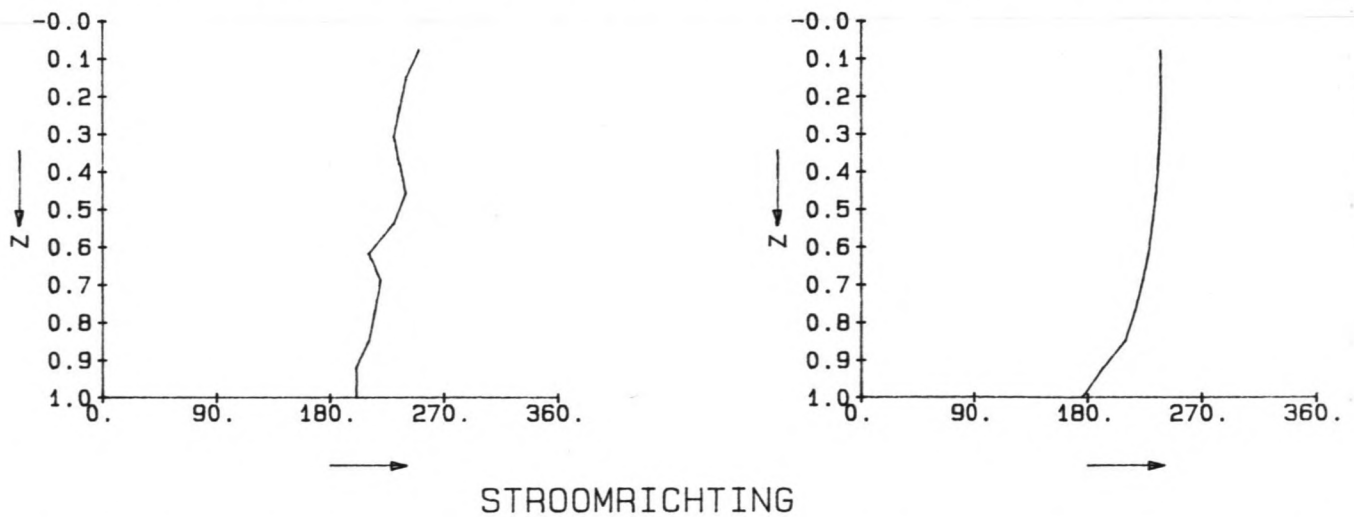
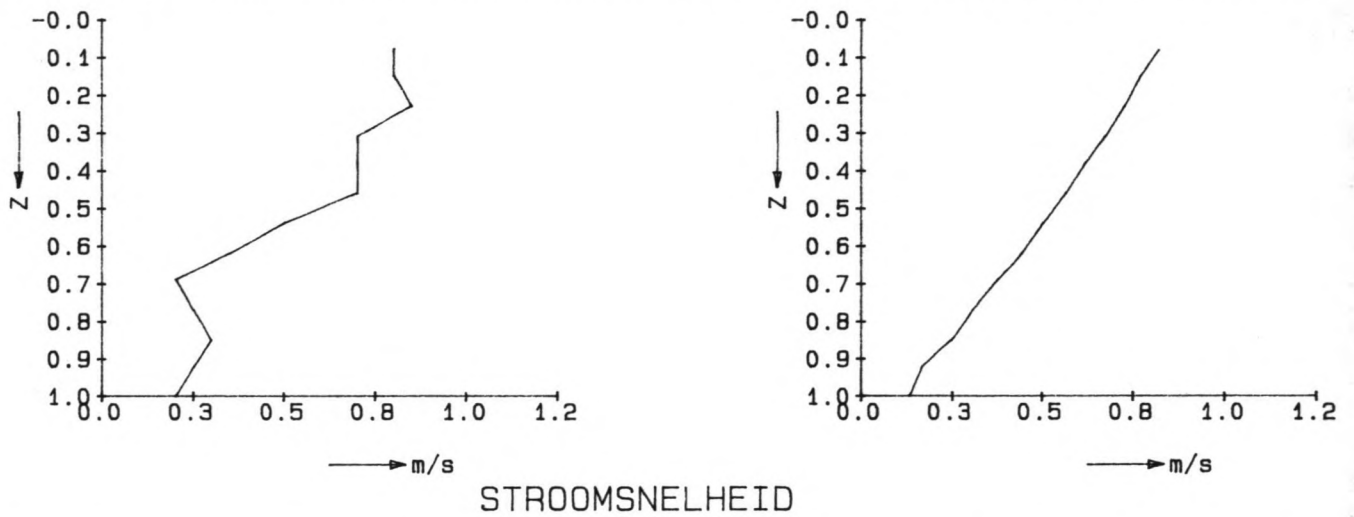
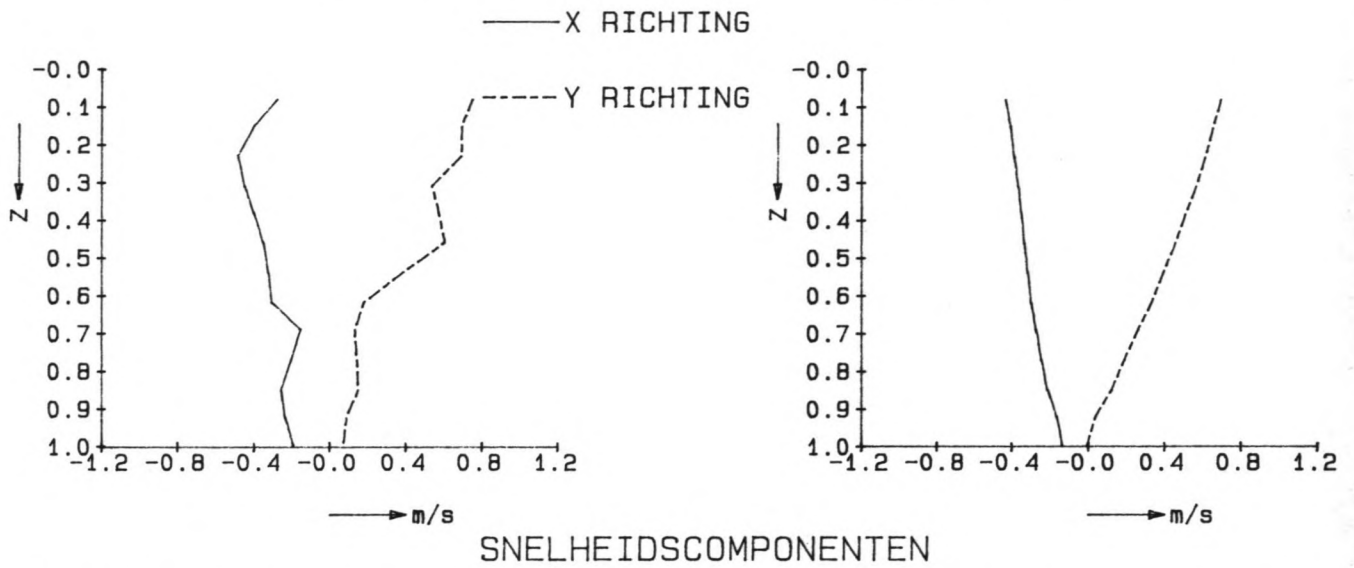




# STROOMGEGEVENS ALS FUNCTIE VAN DE GENORMEERDE DIEPTE

GEMETEN :

BEREKEND :



TIJD: 13.00 WIND: 11 m/s uit 40  
 DATUM: 3-9-'88 DIEPTE: 28 m

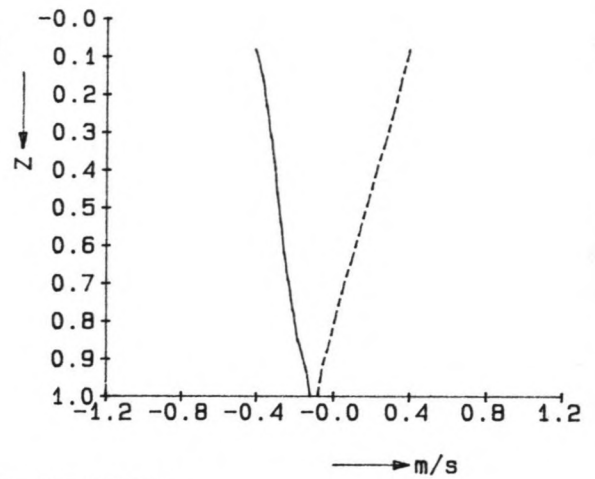
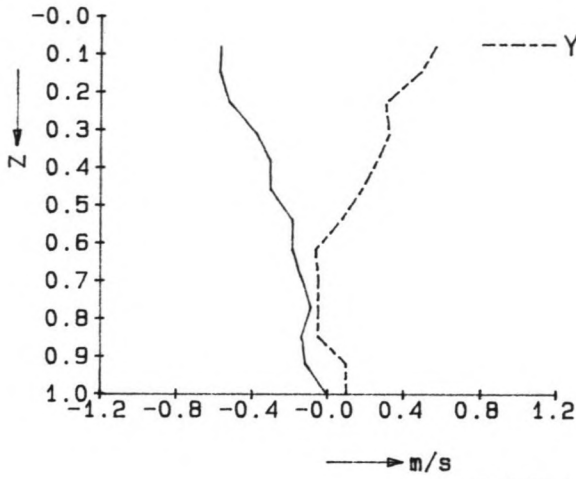
STROOMGEGEVENS ALS FUNCTIE VAN DE GENORMEERDE DIEPTE

GEMETEN :

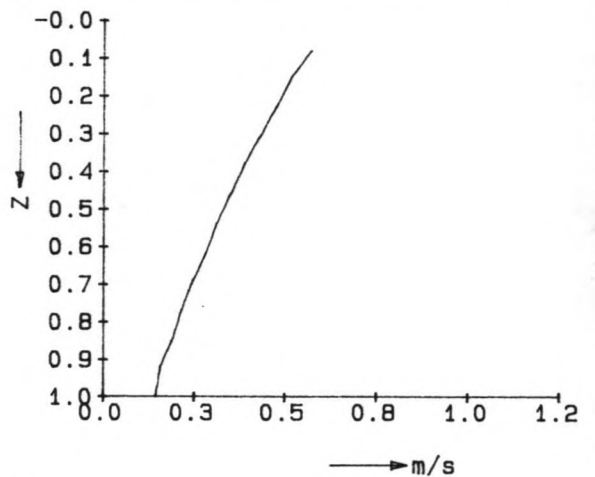
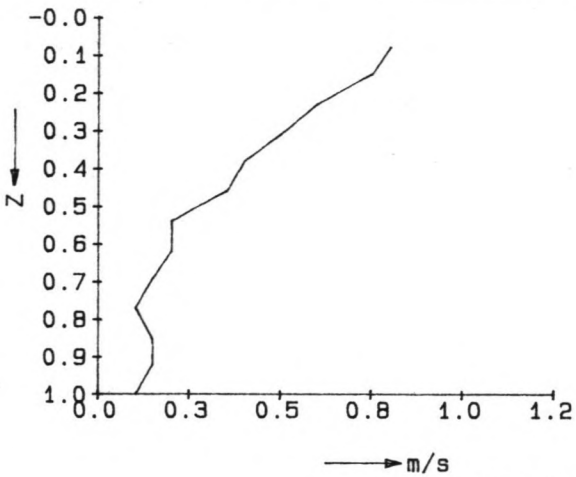
BEREKEND :

— X RICHTING

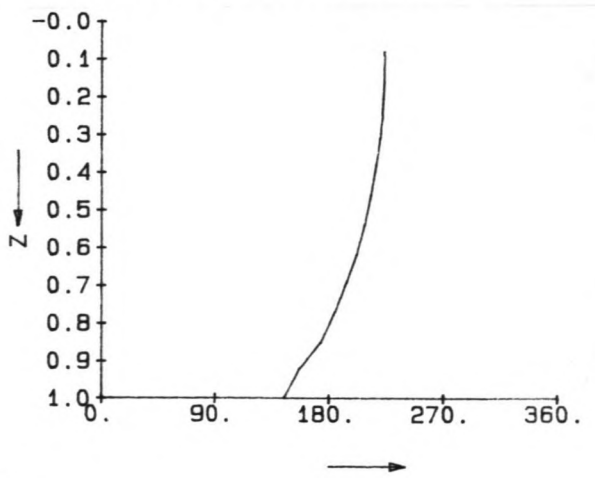
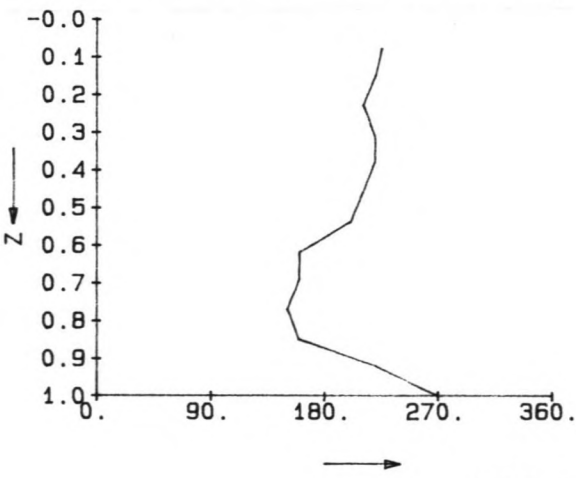
- - - Y RICHTING



SNELHEIDSCOMPONENTEN



STROOMSNELHEID



STROOMRICHTING

TIJD: 13.30 WIND: 10 m/s uit 35  
 DATUM: 3-9-'88 DIEPTE: 28 m

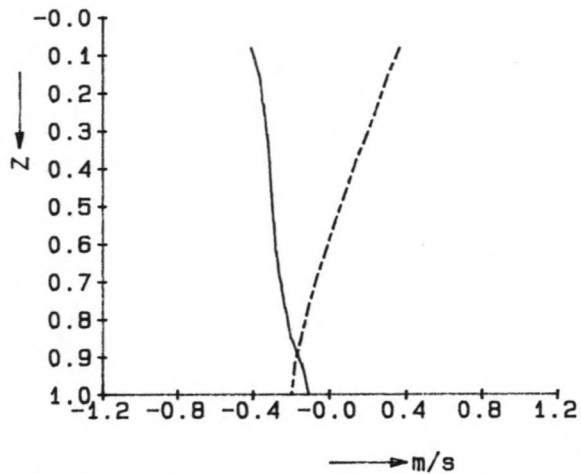
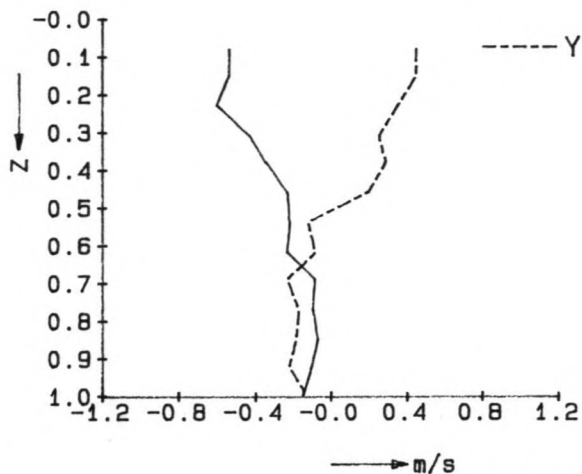
# STROOMGEGEVENS ALS FUNCTIE VAN DE GENORMEERDE DIEPTE

GEMETEN :

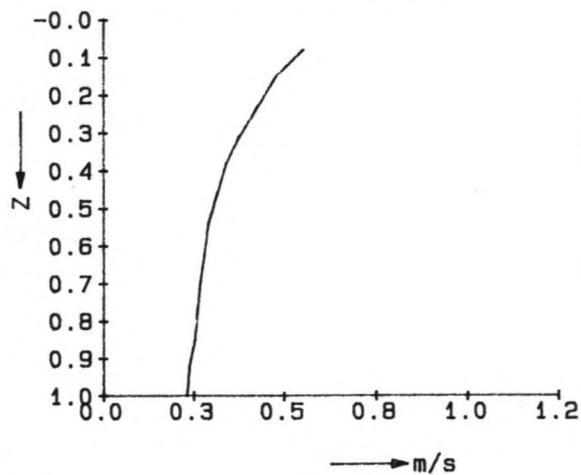
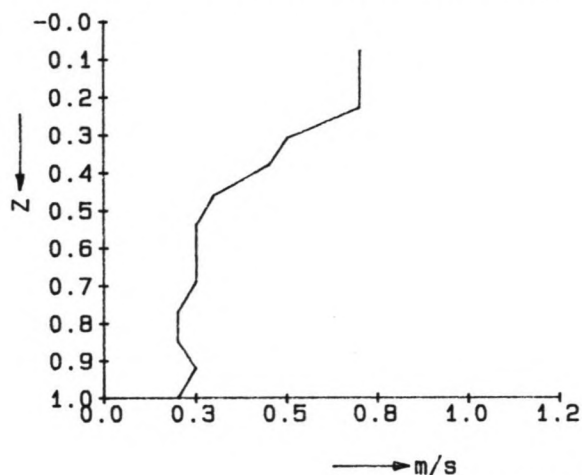
BEREKEND :

— X RICHTING

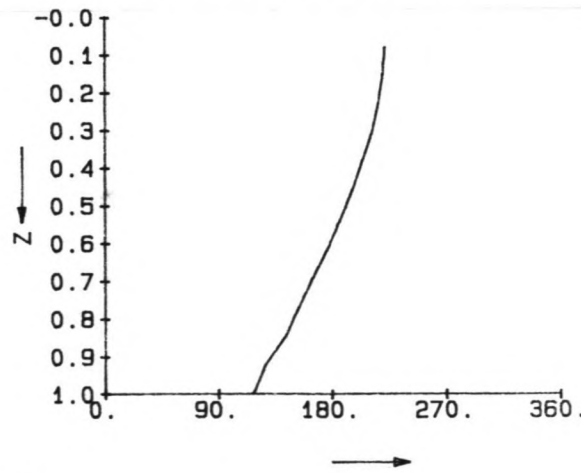
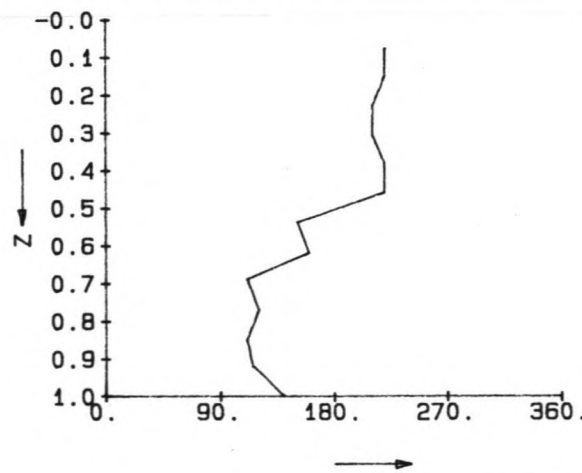
- - - Y RICHTING



SNELHEIDSCOMPONENTEN



STROOMSNELHEID



STROOMRICHTING

TIJD: 14.00 WIND: 10 m/s uit 40  
 DATUM: 3-9-'88 DIEPTE: 28 m

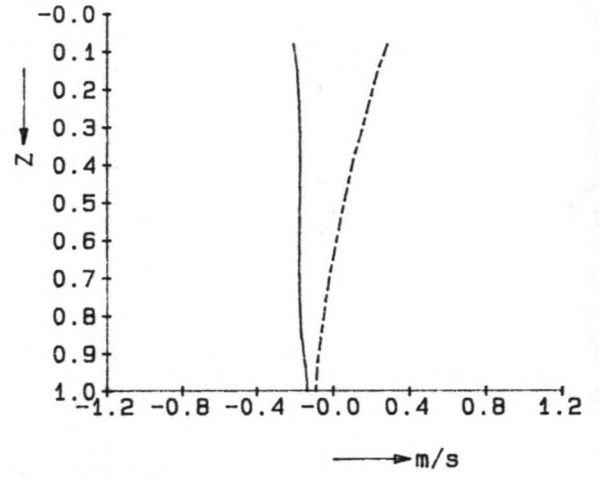
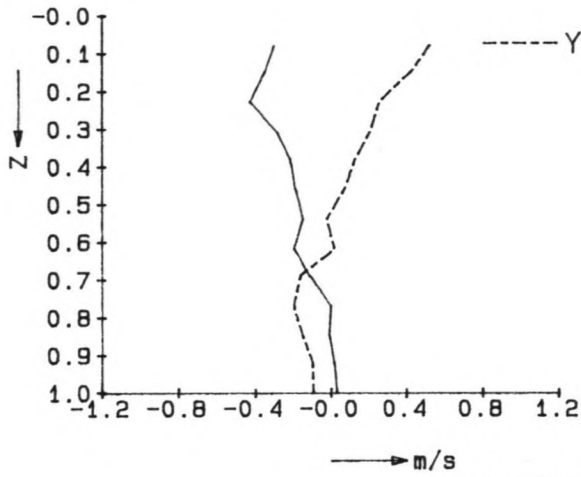
# STROOMGEGEVENS ALS FUNCTIE VAN DE GENORMEERDE DIEPTE

GEMETEN :

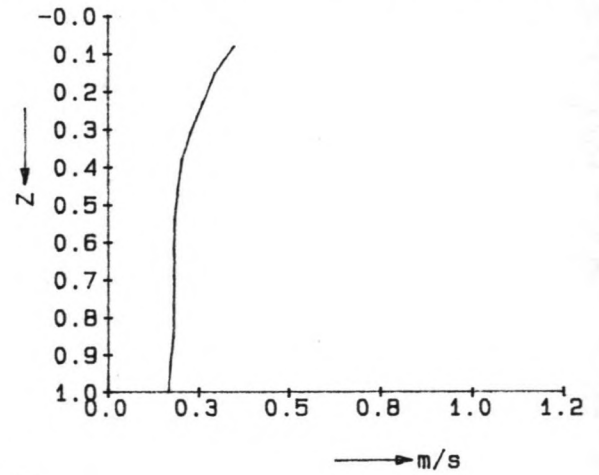
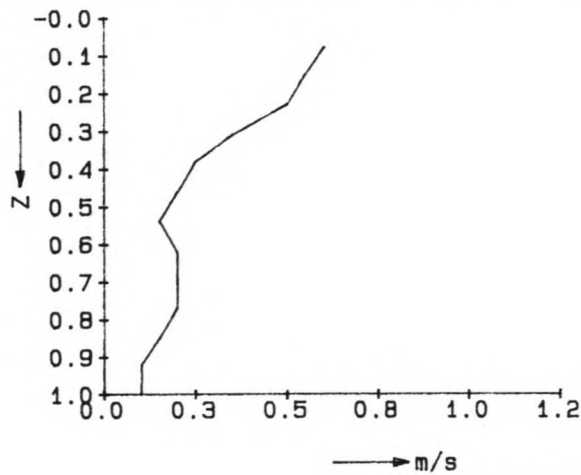
BEREKEND :

— X RICHTING

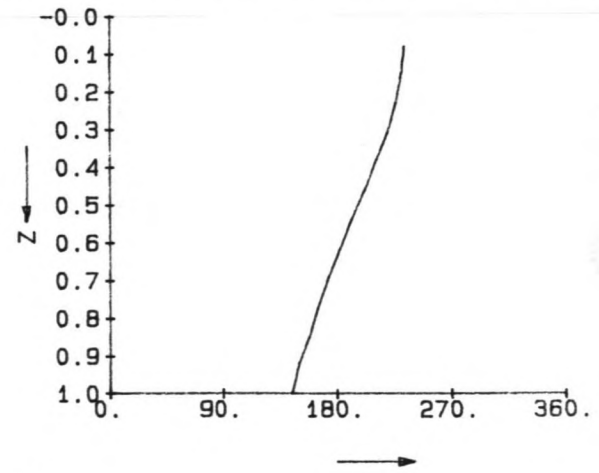
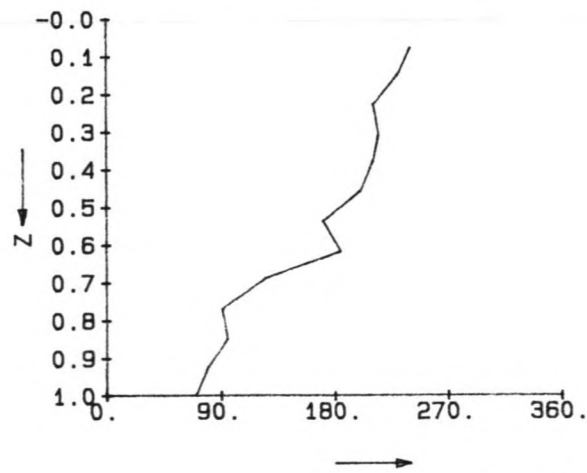
- - - Y RICHTING



SNELHEIDSCOMPONENTEN



STROOMSNELHEID



STROOMRICHTING

TIJD: 14.30 WIND: 9 m/s uit 55  
 DATUM: 3-9-'88 DIEPTE: 28 m

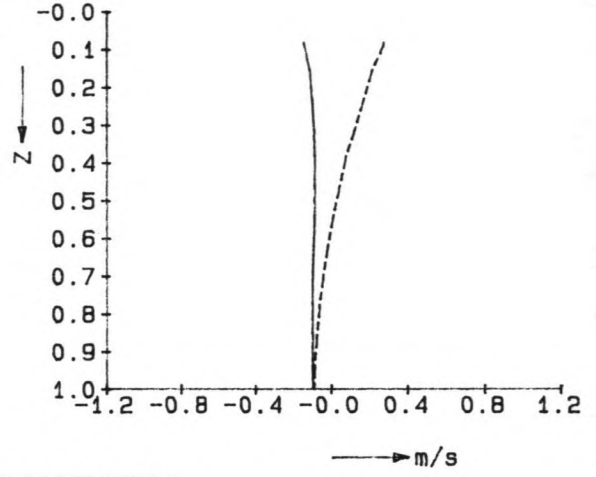
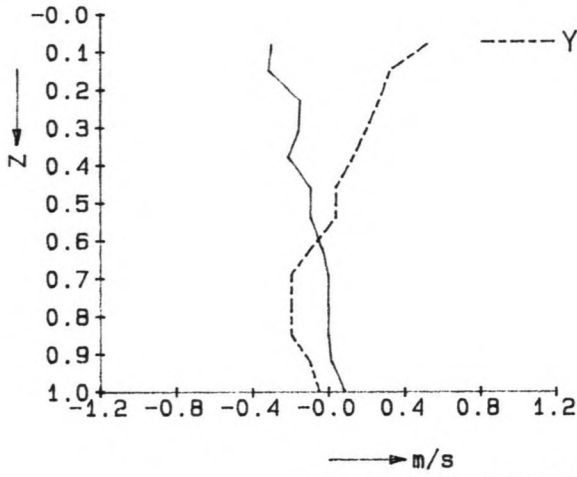
# STROOMGEGEVENS ALS FUNCTIE VAN DE GENORMEERDE DIEPTE

GEMETEN :

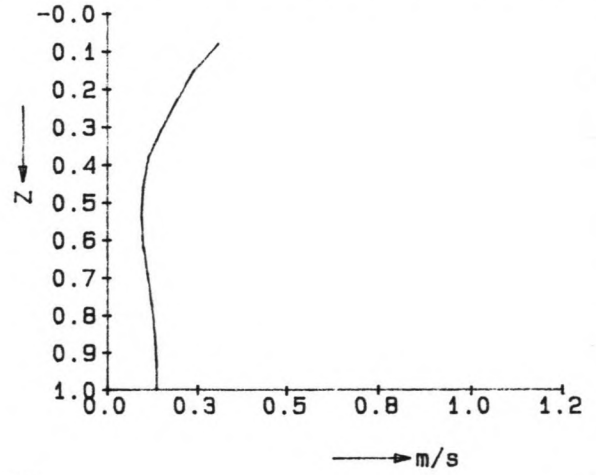
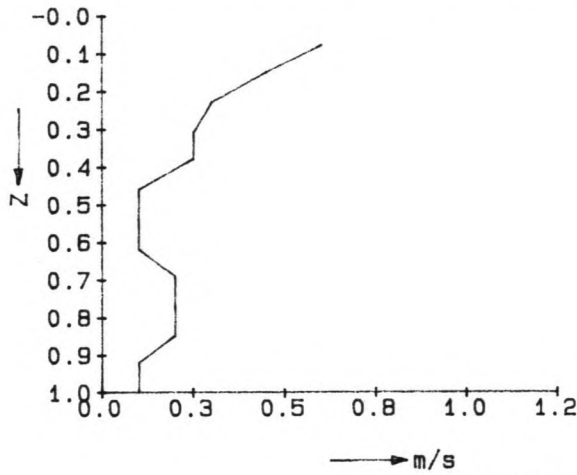
BEREKEND :

— X RICHTING

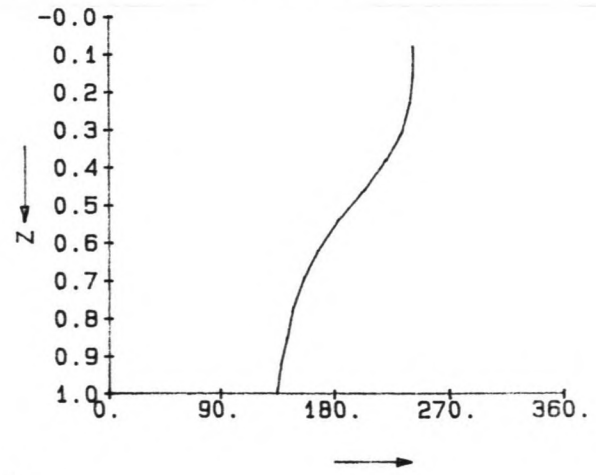
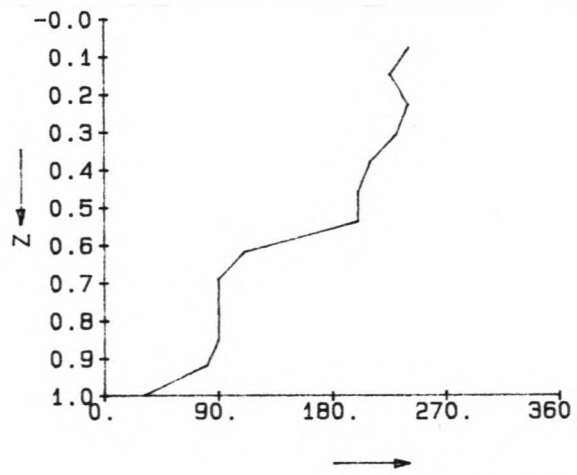
- - - Y RICHTING



SNELHEIDSCOMPONENTEN



STROOMSNELHEID



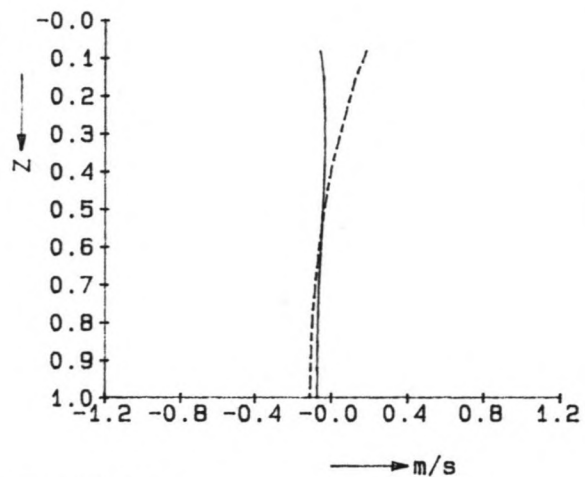
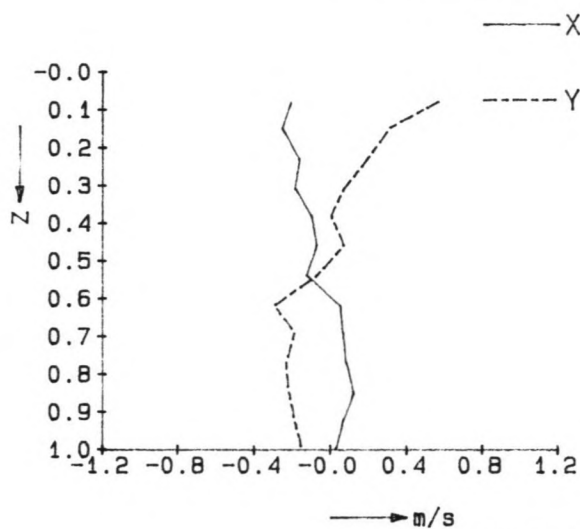
STROOMRICHTING

TIJD: 15.00 WIND: 10 m/s uit 50  
 DATUM: 3-9-'88 DIEPTE: 28 m

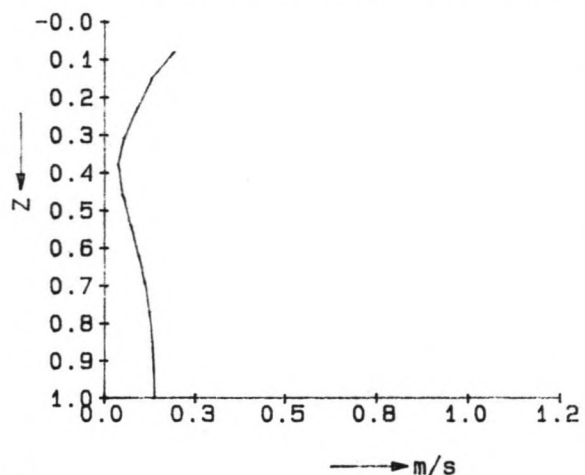
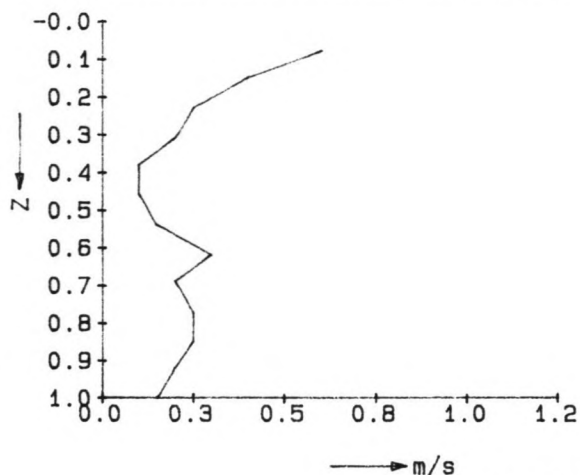
# STROOMGEGEVENS ALS FUNCTIE VAN DE GENORMEERDE DIEPTE

GEMETEN :

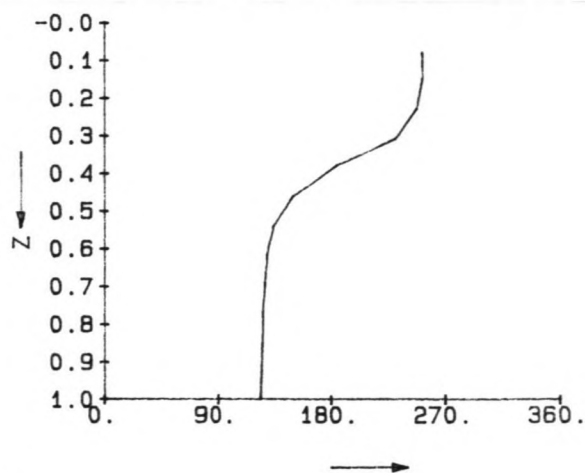
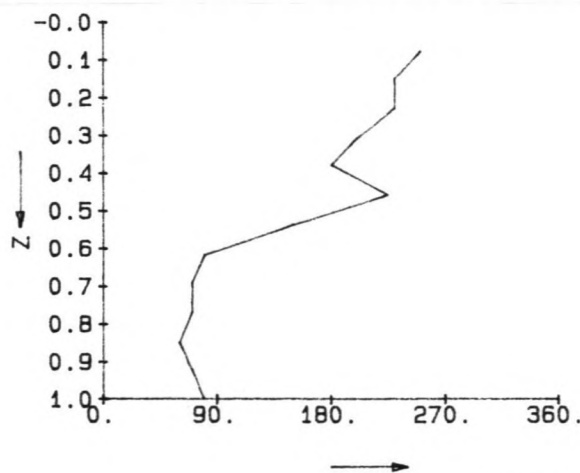
BEREKEND :



SNELHEIDSCOMPONENTEN



STROOMSNELHEID



STROOMRICHTING

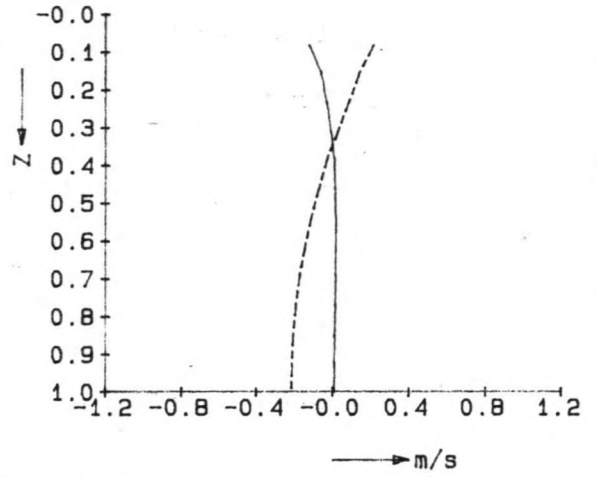
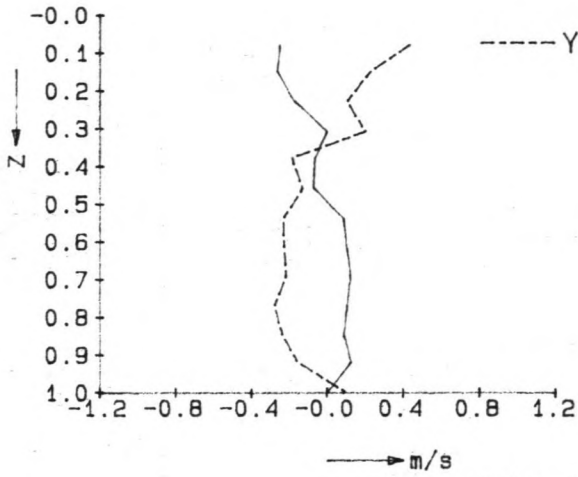
TIJD: 15.30 WIND: 9.5 m/s uit 60  
 DATUM: 3-9-'88 DIEPTE: 28 m

STROOMGEGEVENS ALS FUNCTIE VAN DE GENORMEERDE DIEPTE

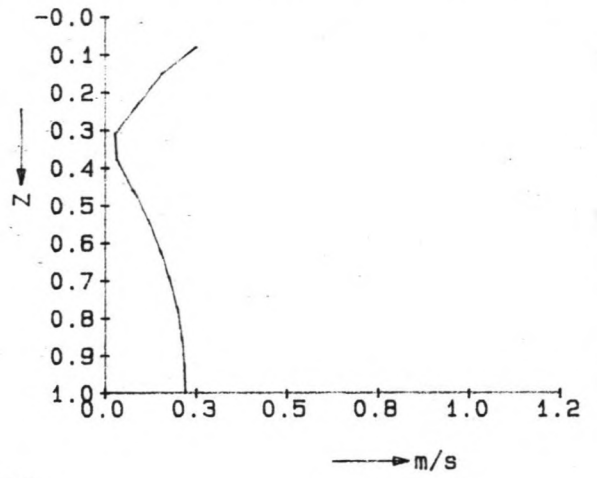
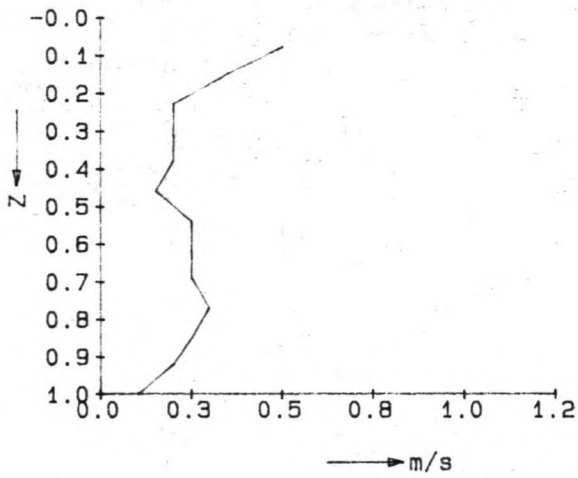
GEMETEN :

BEREKEND :

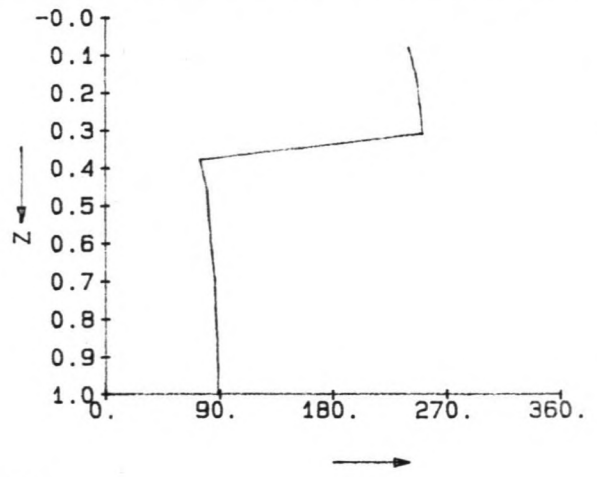
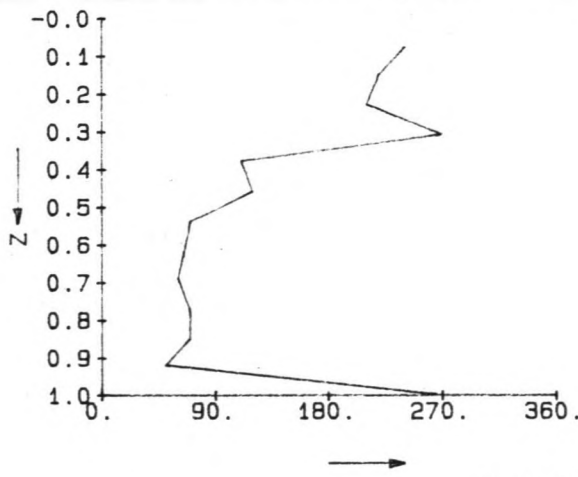
— X RICHTING  
 - - - Y RICHTING



SNELHEIDSCOMPONENTEN



STROOMSNELHEID



STROOMRICHTING

TIJD: 16.00 WIND: 12 m/s uit 40  
 DATUM: 3-9-'88 DIEPTE: 28 m

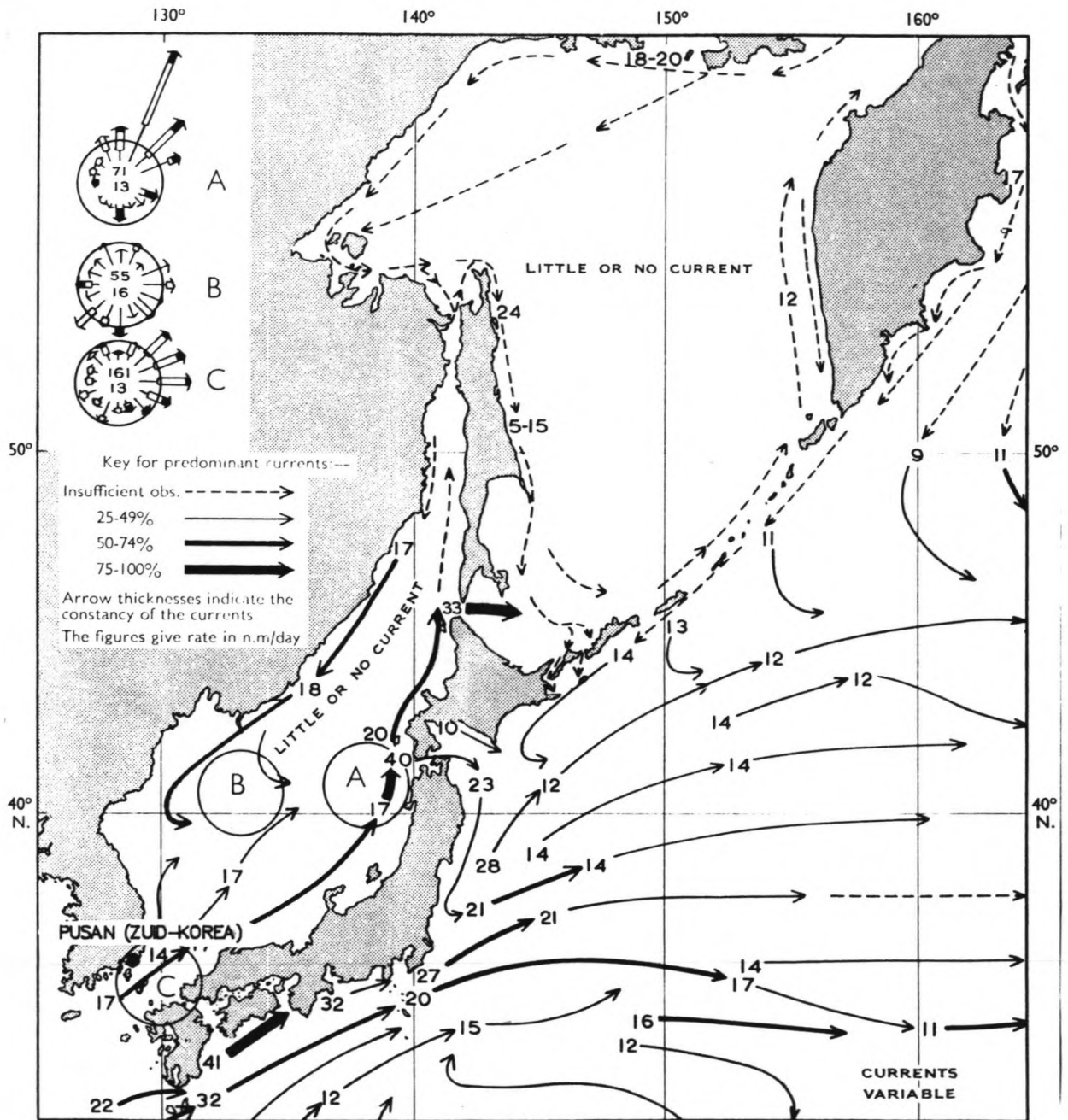
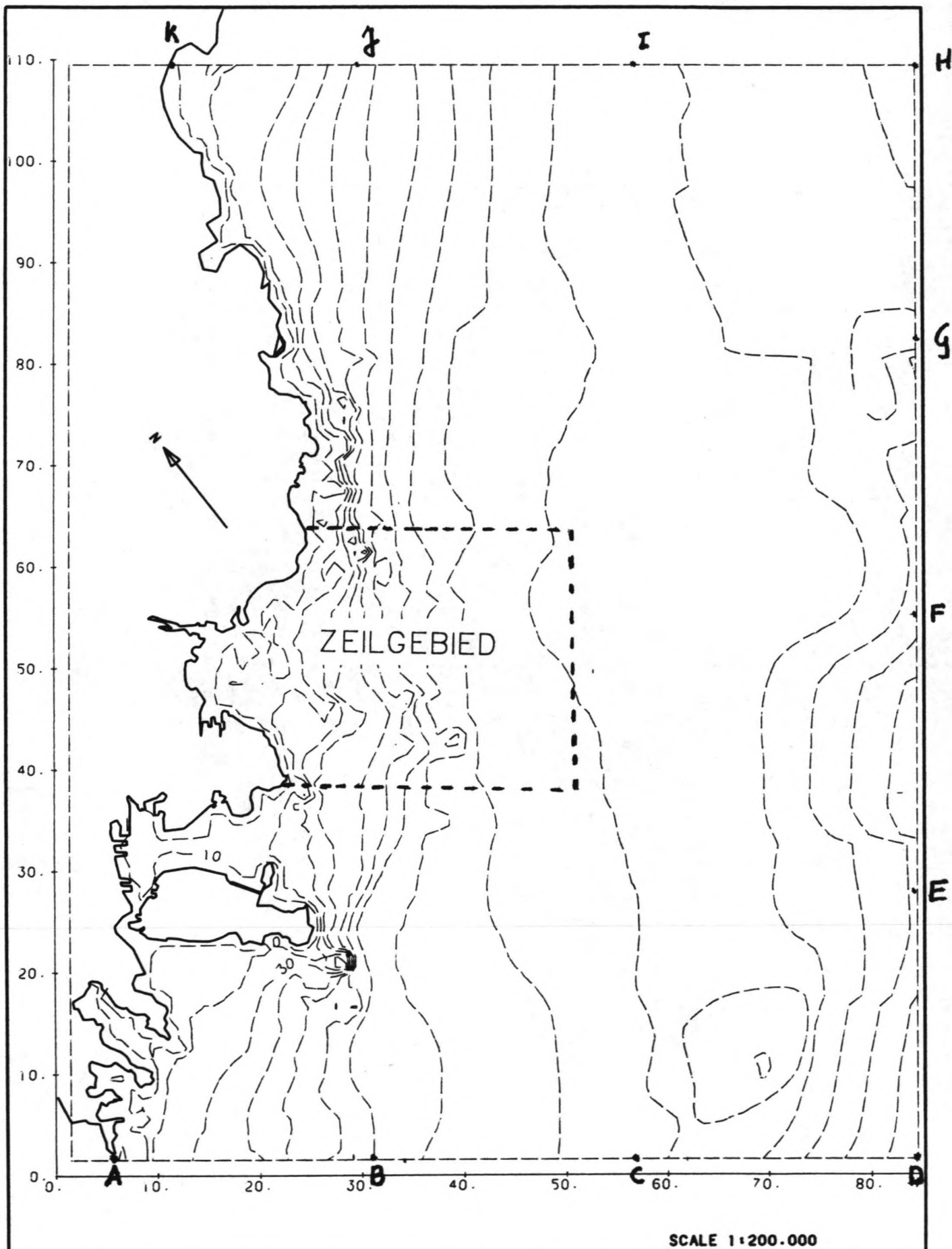


Fig. D. Predominant currents and current frequencies — September, October, November

FIG 5.1 Strooming langs de kust van Zuid-Oost Azië a.g.v. grootschalige oceaancirculatie's, ontleend aan de Pilot [8].



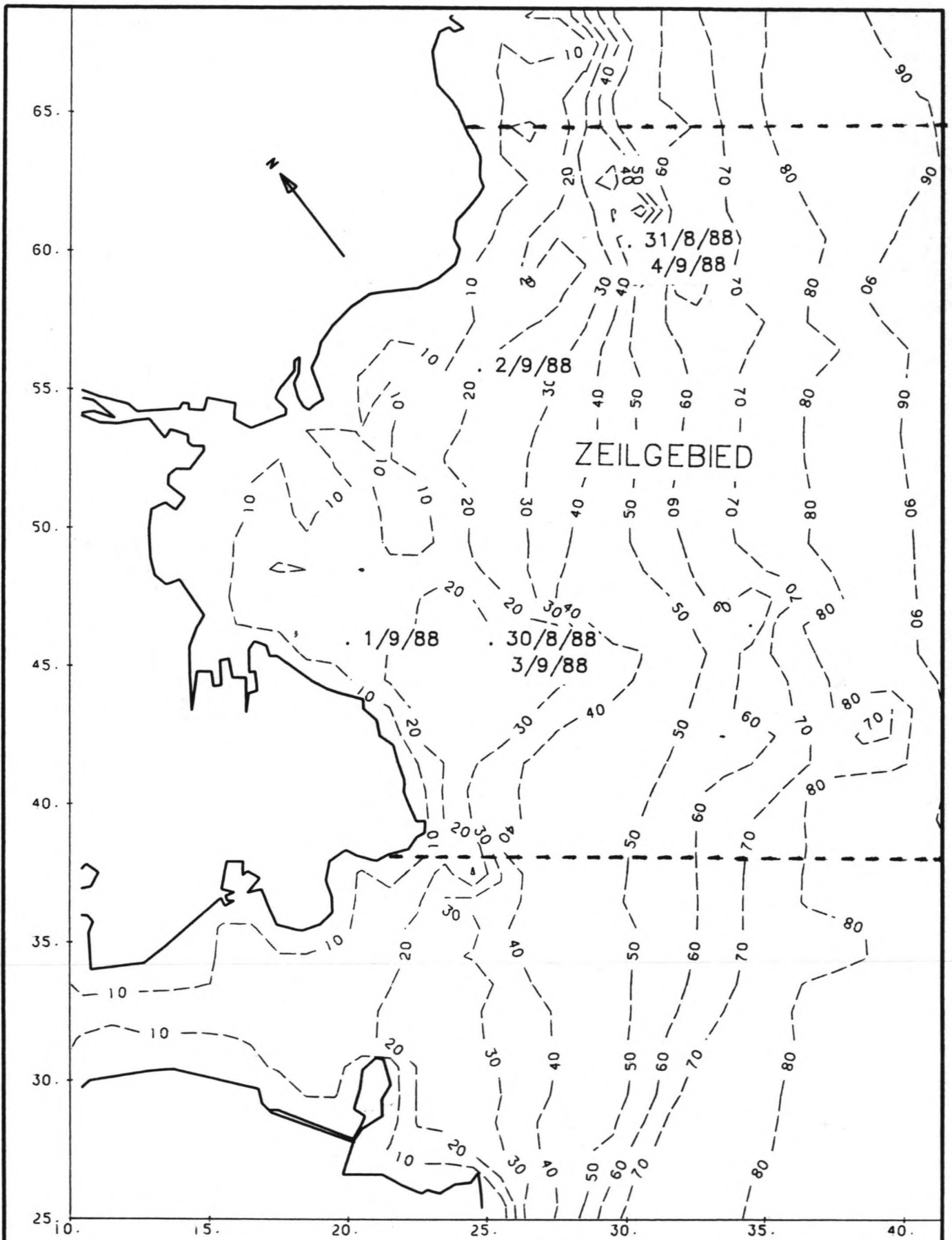


SCALE 1:200.000

DIEPTELIJNEN GETIJ-MODEL

DELFT HYDRAULICS

FIG 5.3.1



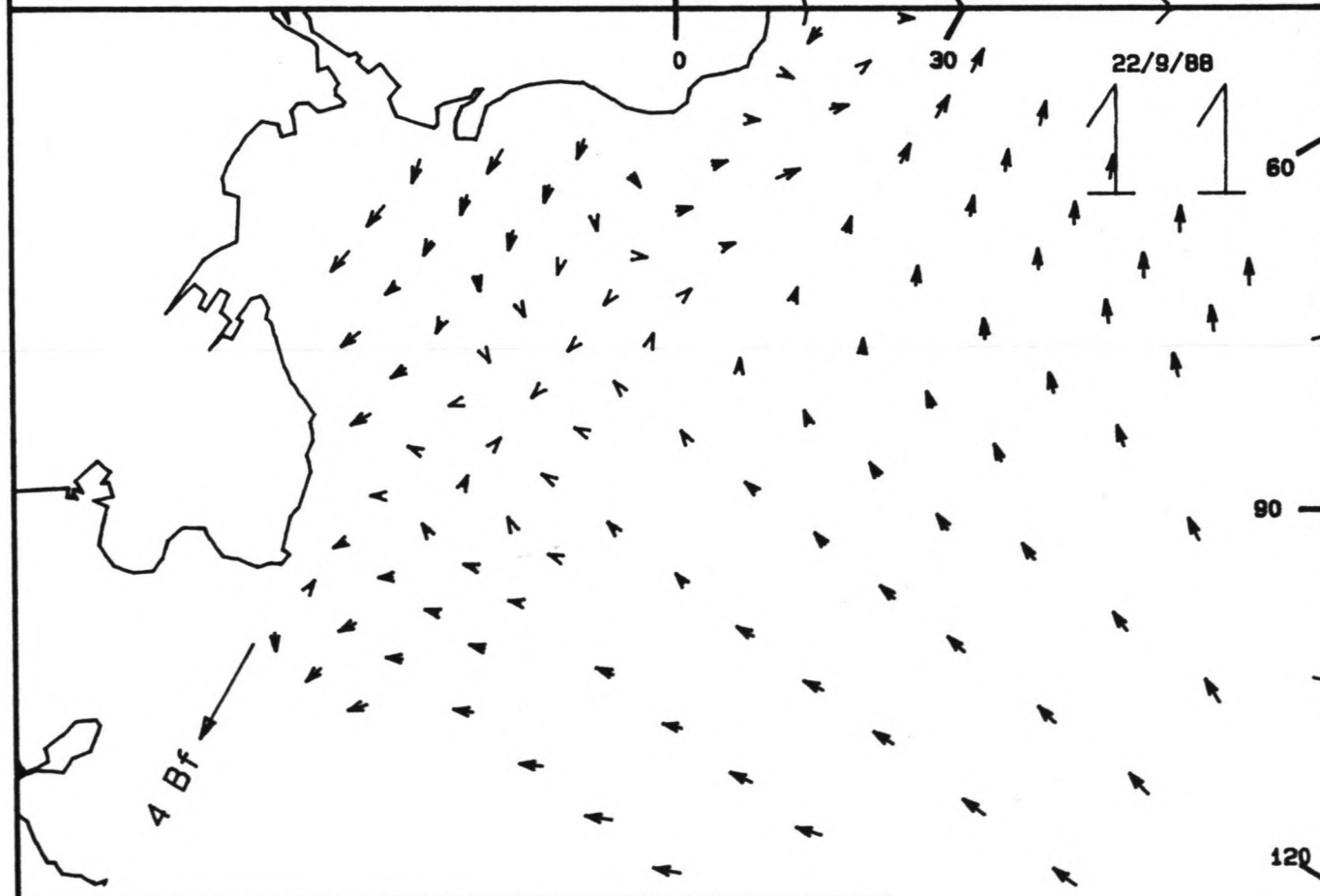
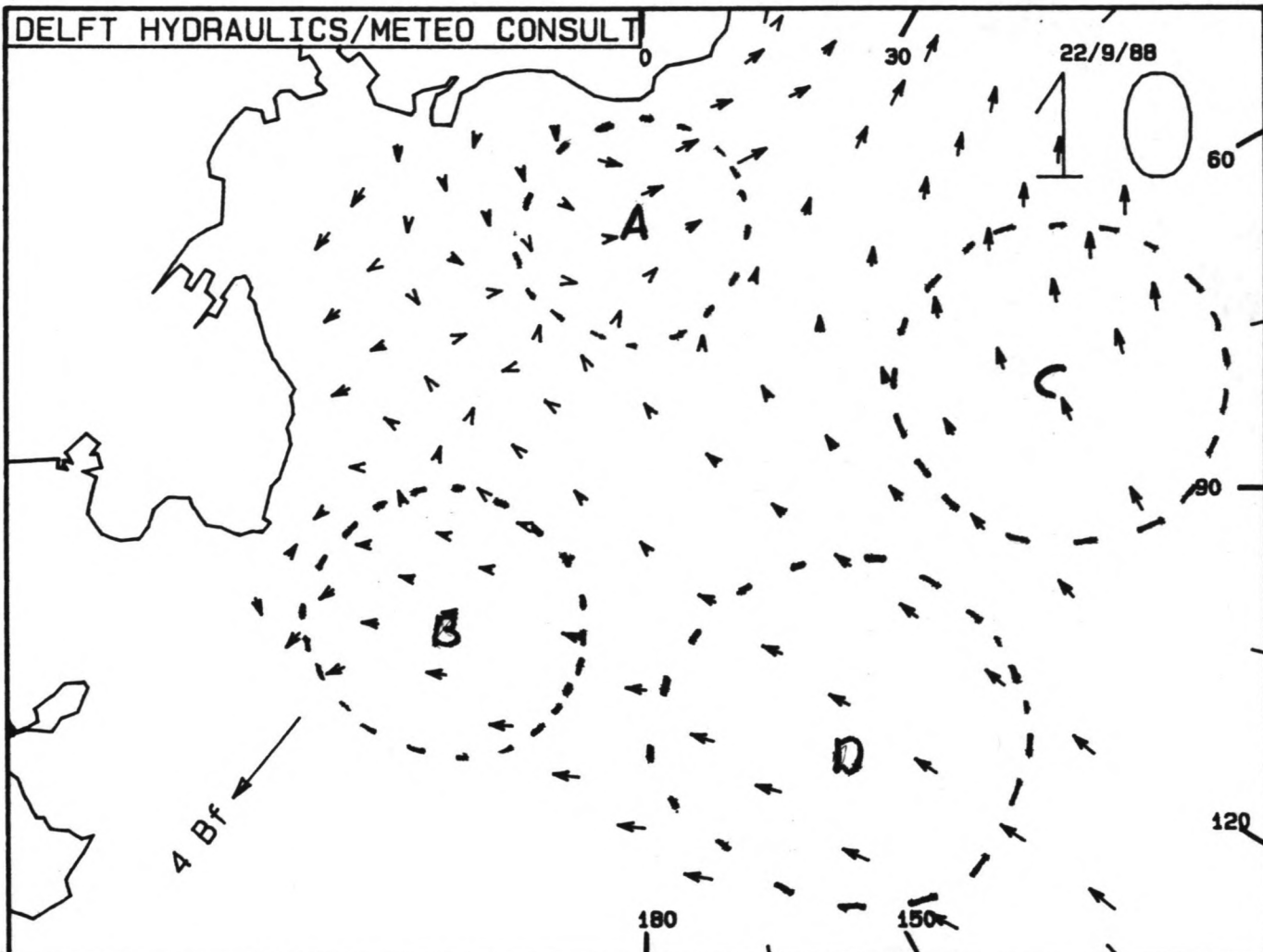
SCALE 1:75.000

DIEPTELIJNEN GETIJ-MODEL - DETAIL

DELFT HYDRAULICS

FIG 5.3.2

22/9/88

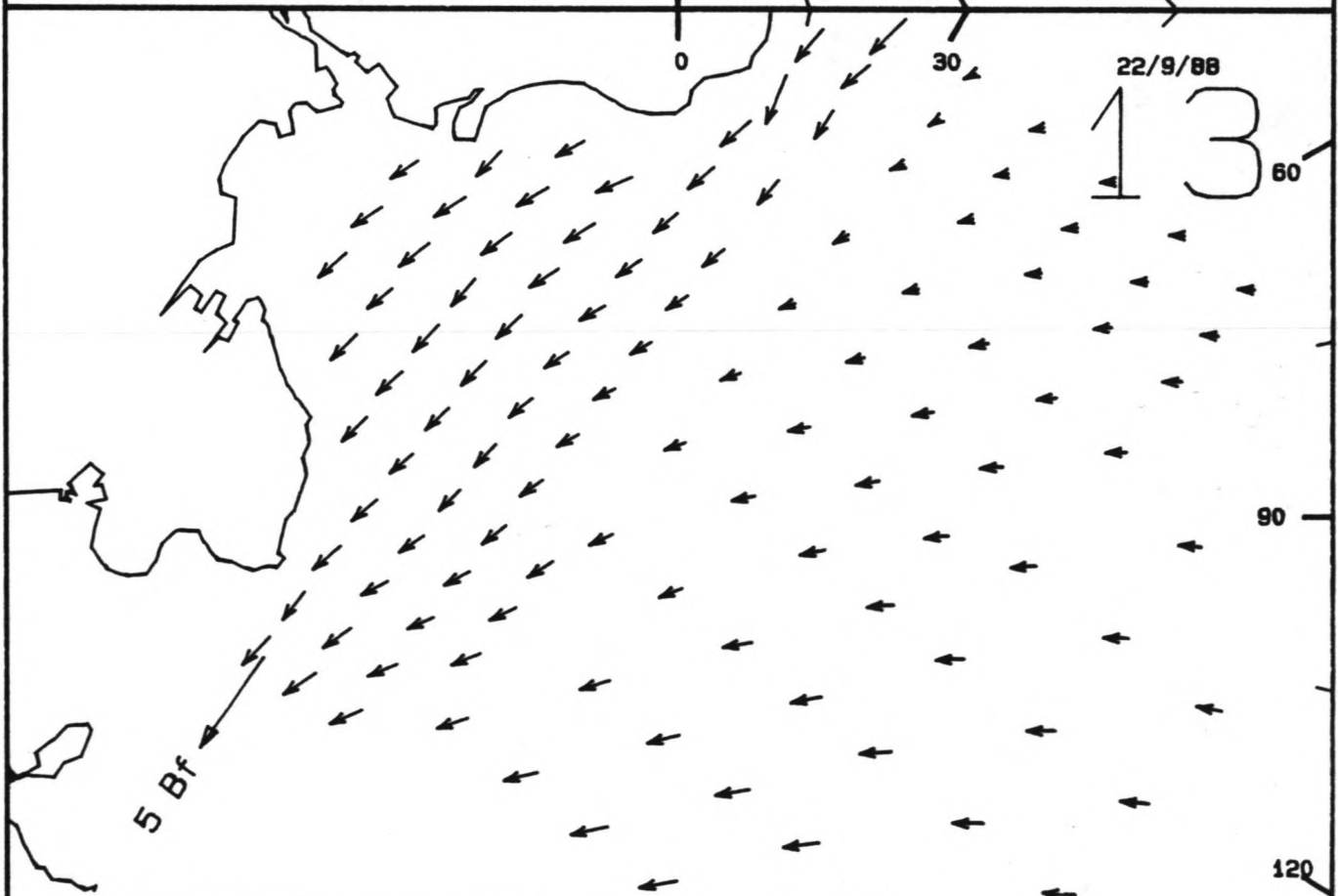
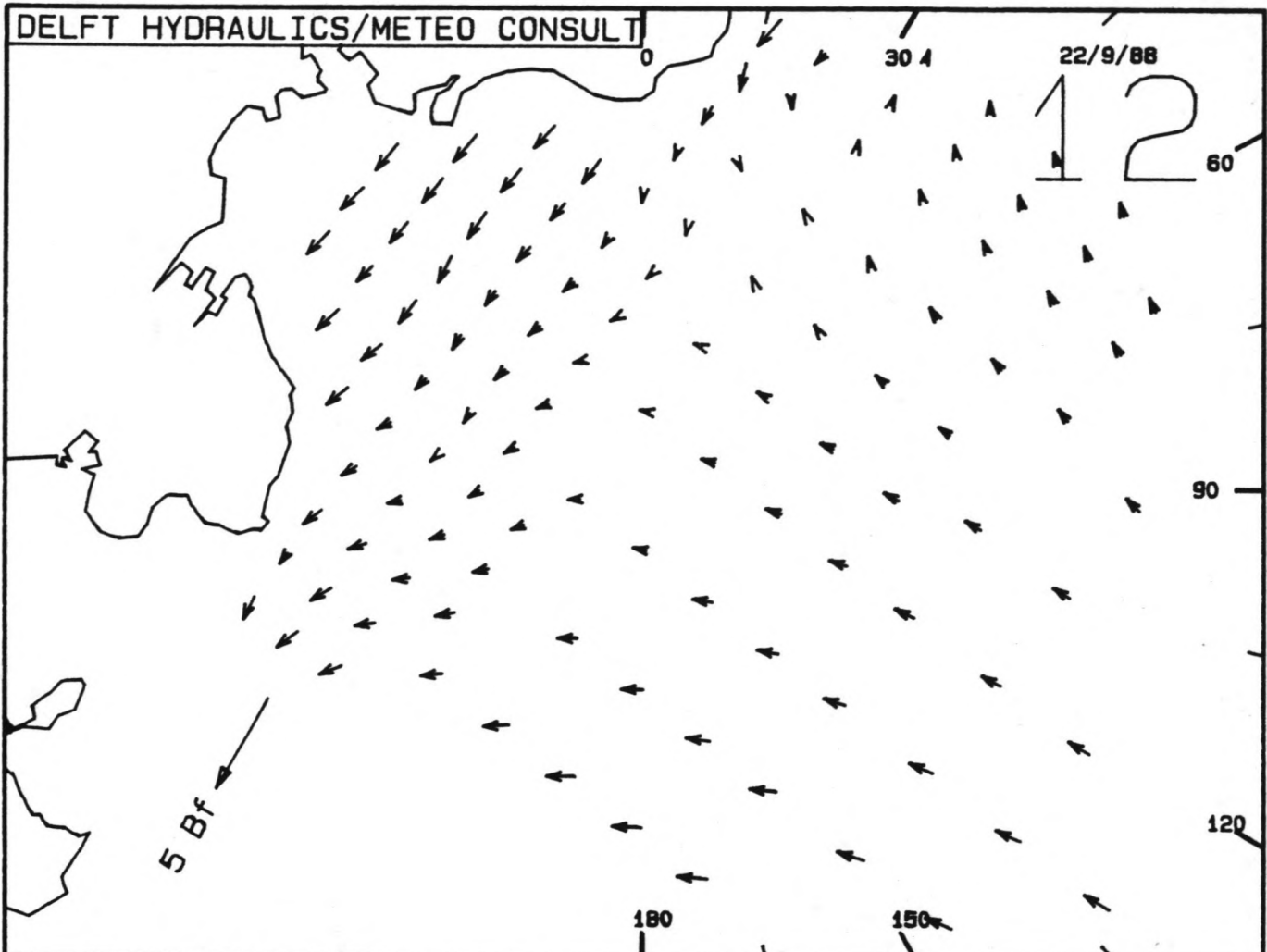


schaal 1 cm = 1000 m

snelheidsschaal 1cm = 0.5 m/s



FIG 5.6.1



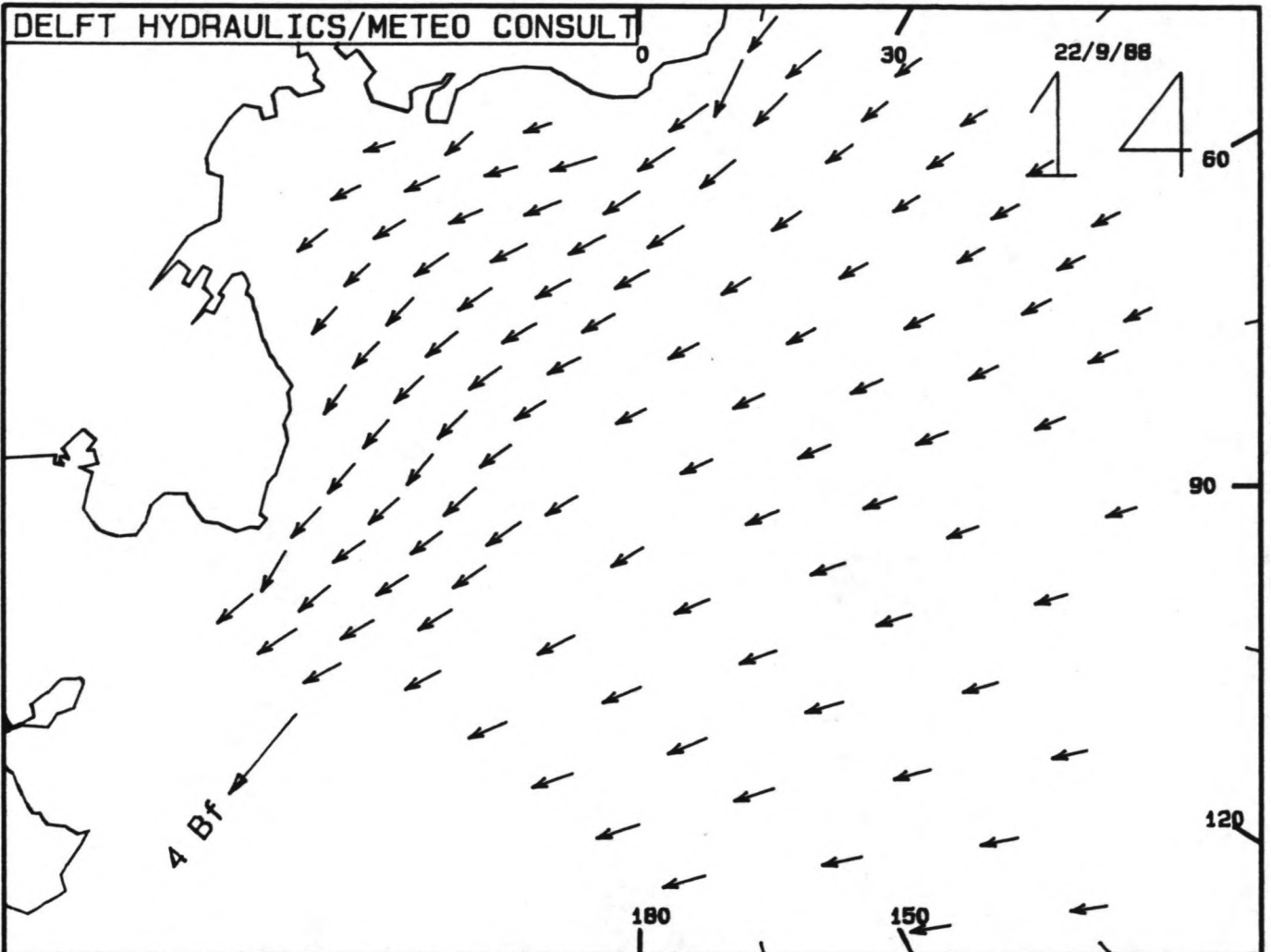
N  
↑  
schaal 1 cm = 1000 m  
→ NU  
snelheidschaal 1cm = 0.5 m/s

150

FIG 5.6.2

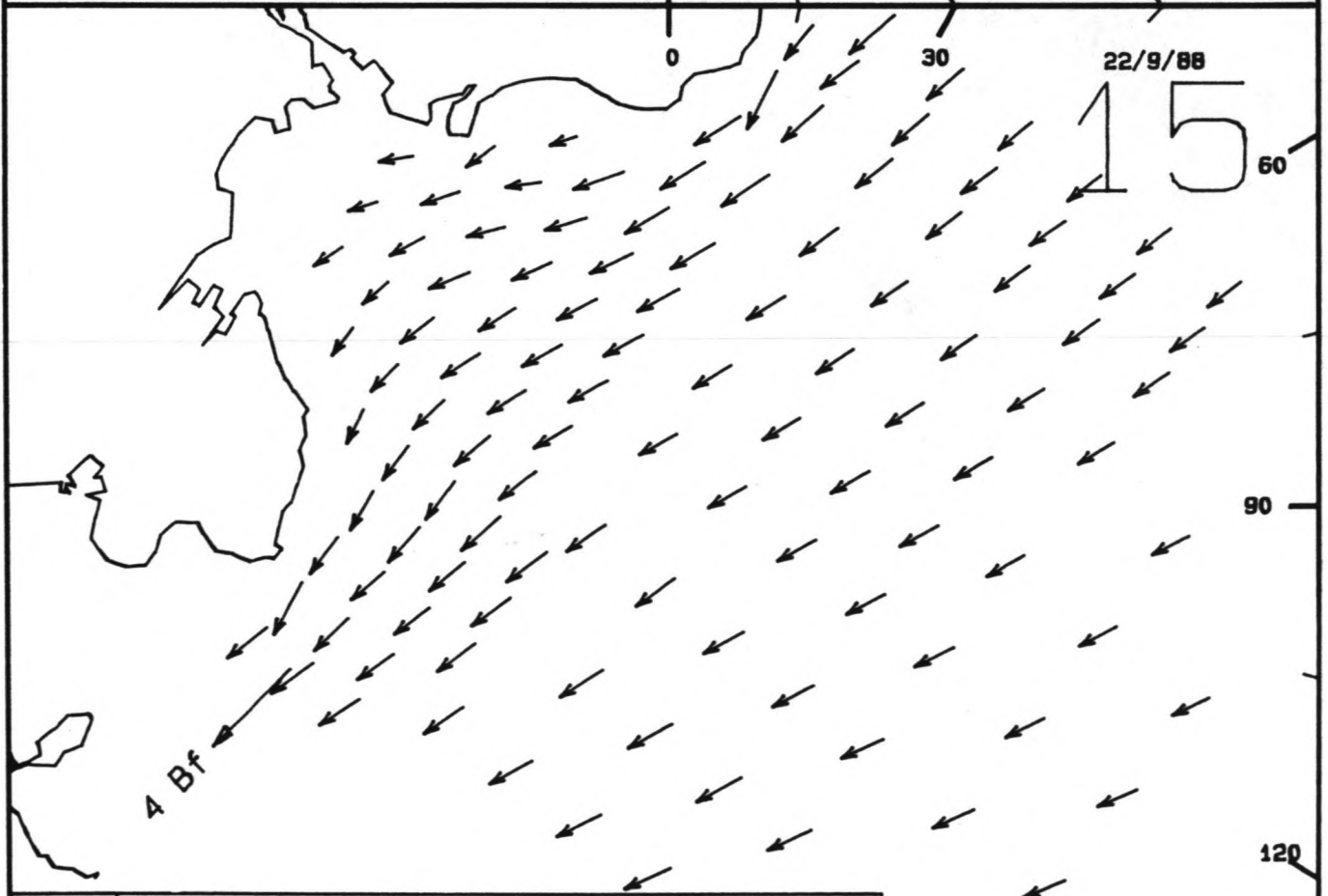
22/9/88

14



22/9/88

15



schaal 1 cm = 1000 m

→ NU

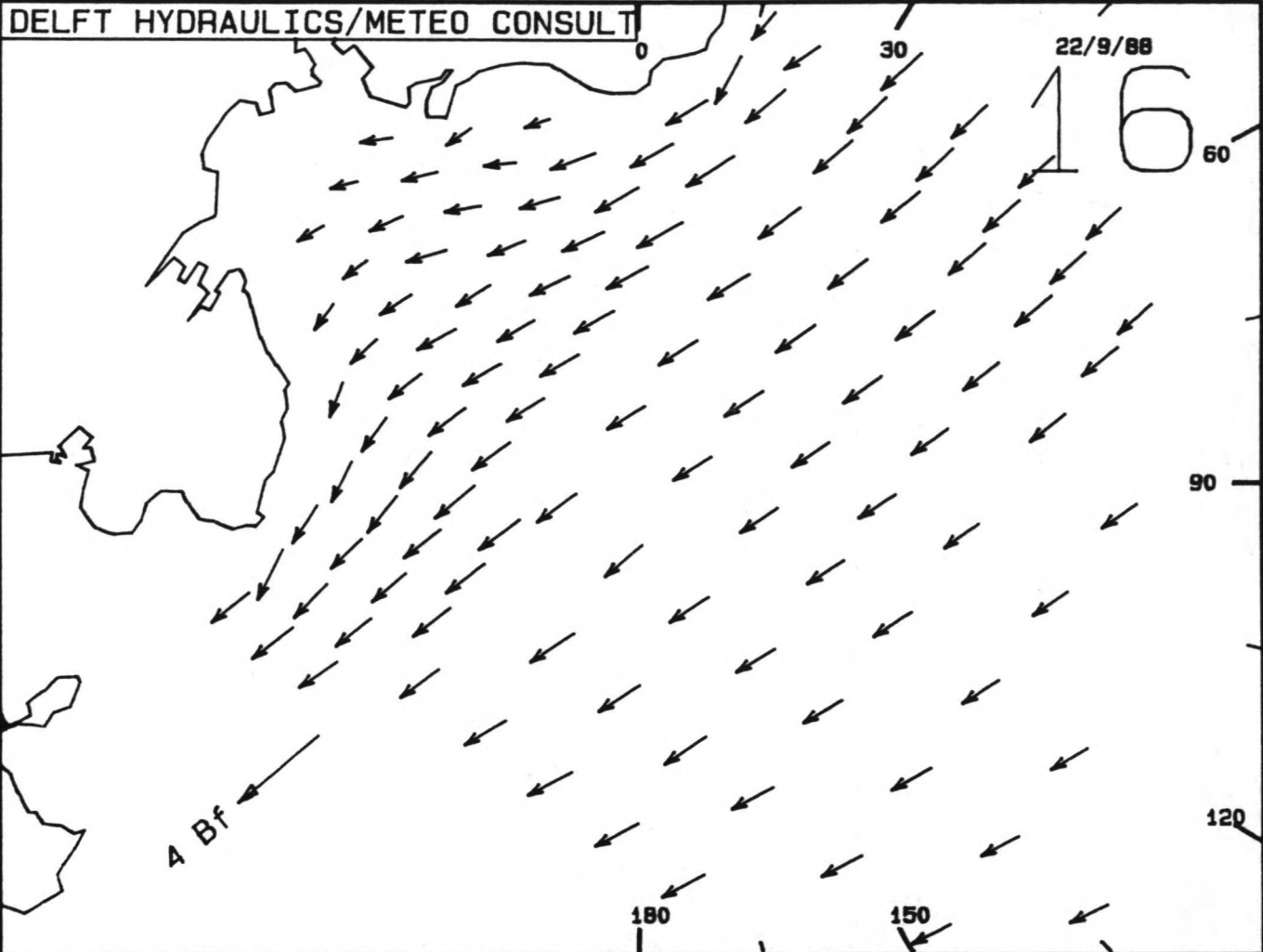
snelheidsschaal 1cm = 0.5 m/s

150

FIG 5.6.3

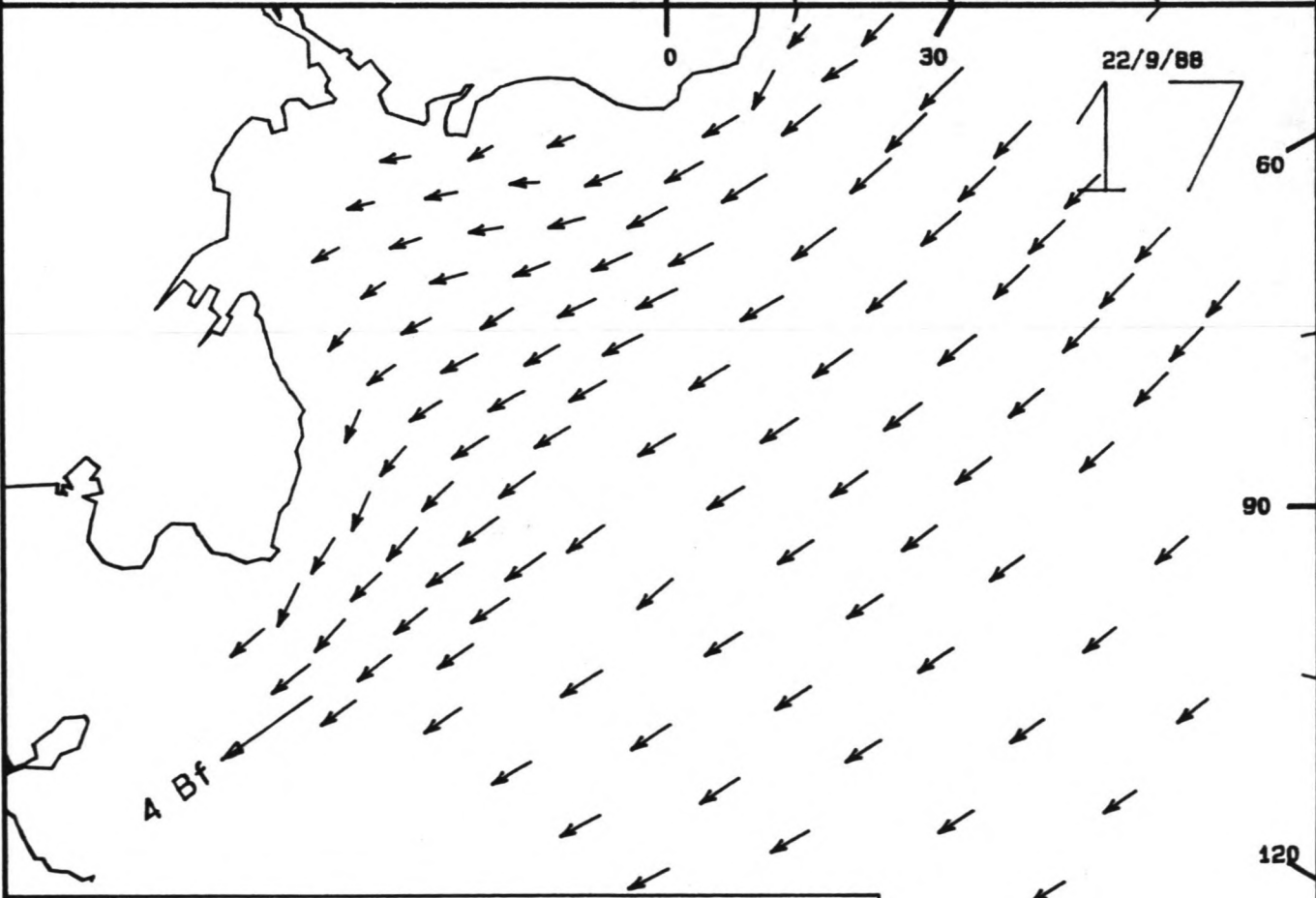
22/9/88

16



22/9/88

17



schaal 1 cm = 1000 m  
snelheidschaal 1cm = 0.5 m/s

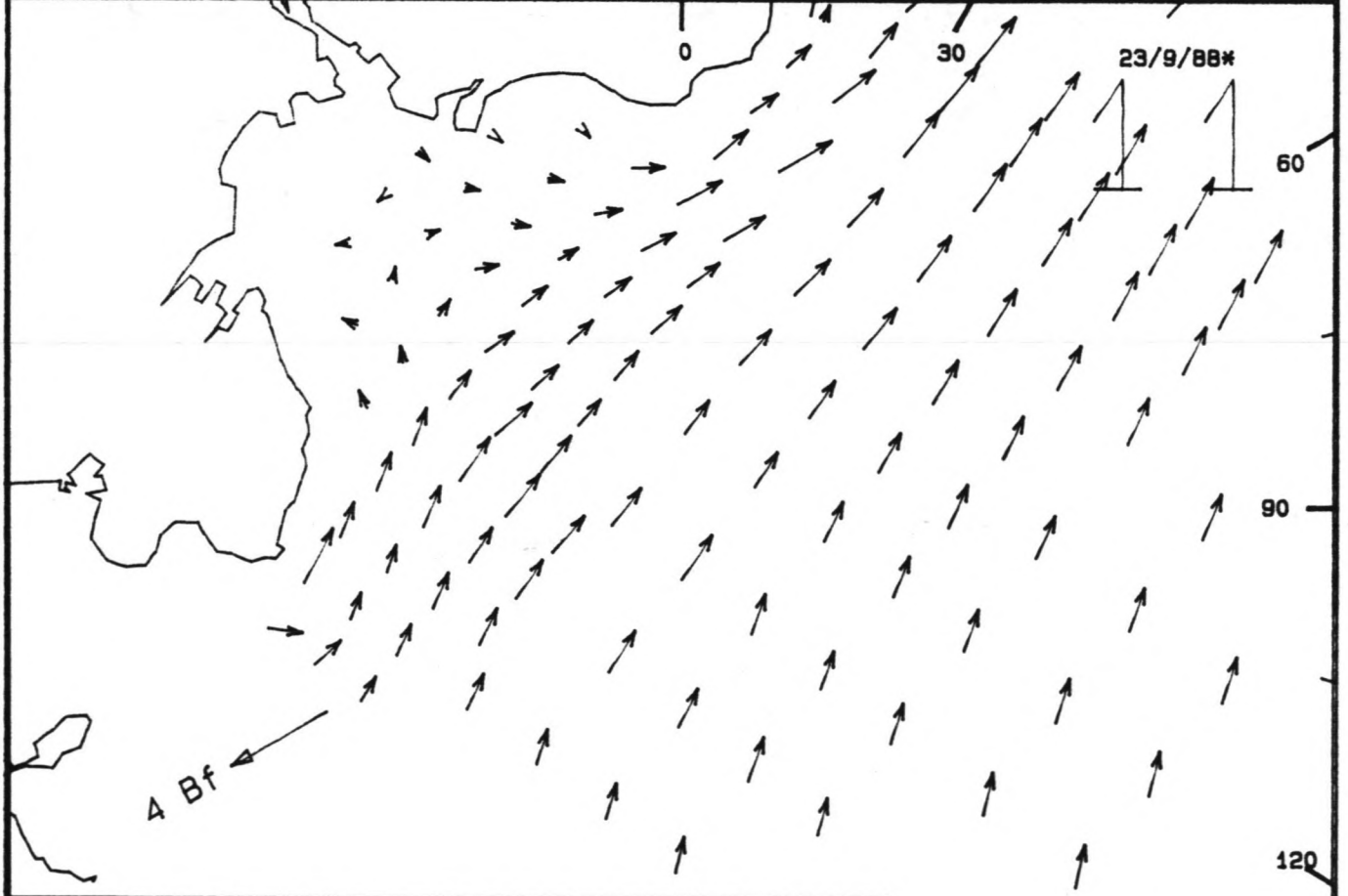
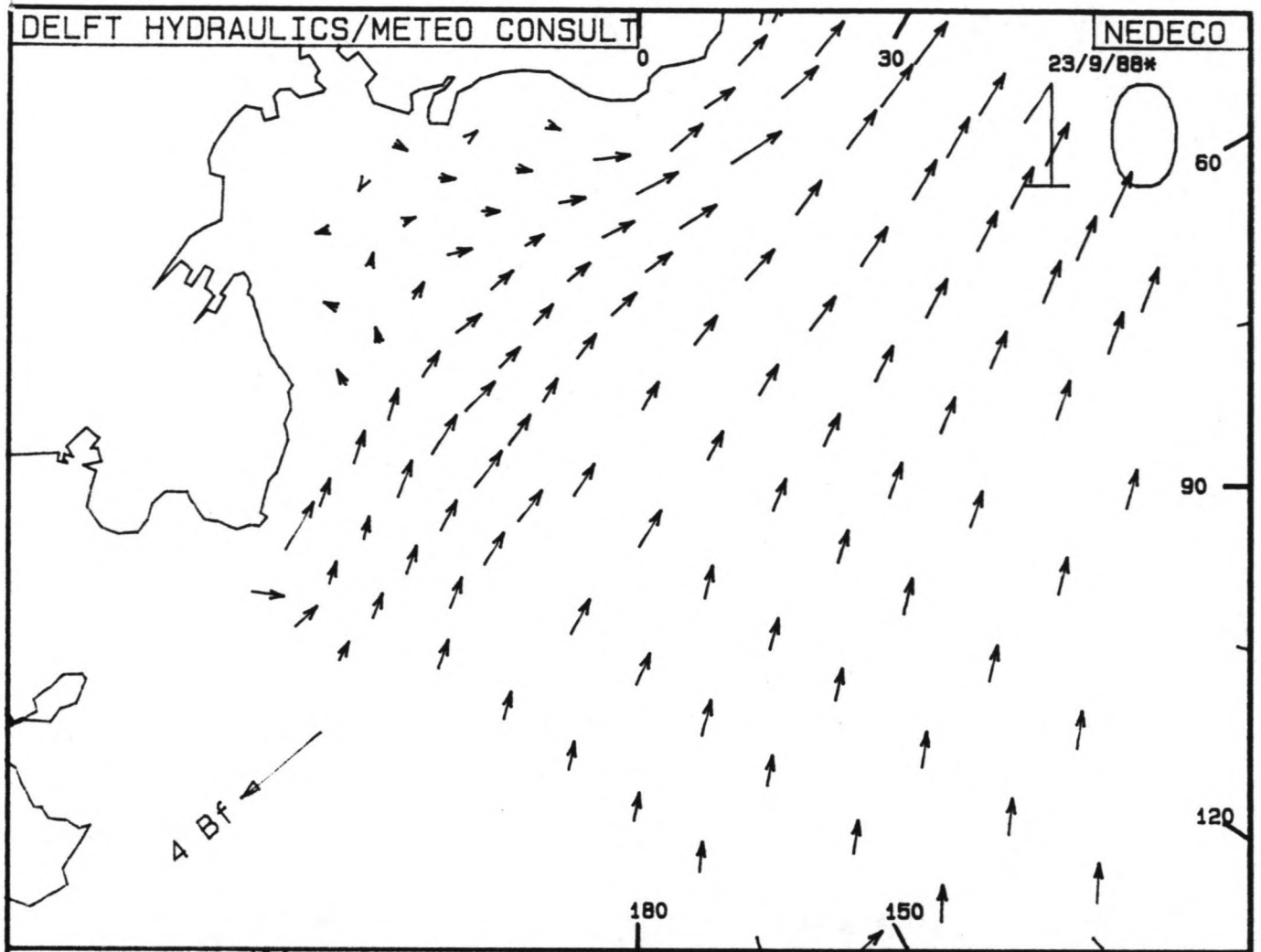


150

FIG 5.6.4



23/9/88\*



schaal 1 cm = 1000 m

snelheidschaal 1cm = 0.5 m/s

→ NU

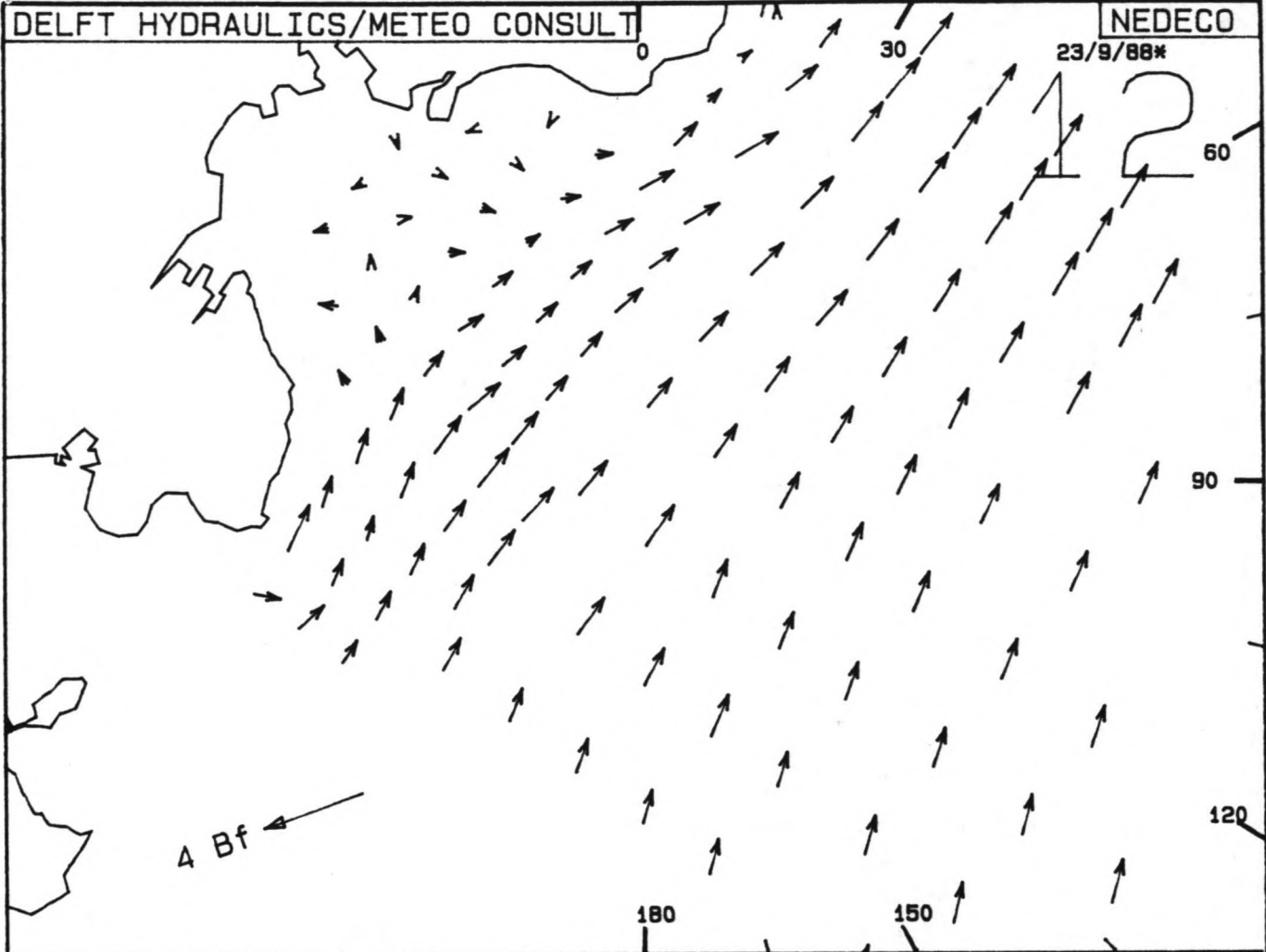
— 1 uur later

150 ↑

FIG 5.6.5

23/9/88\*

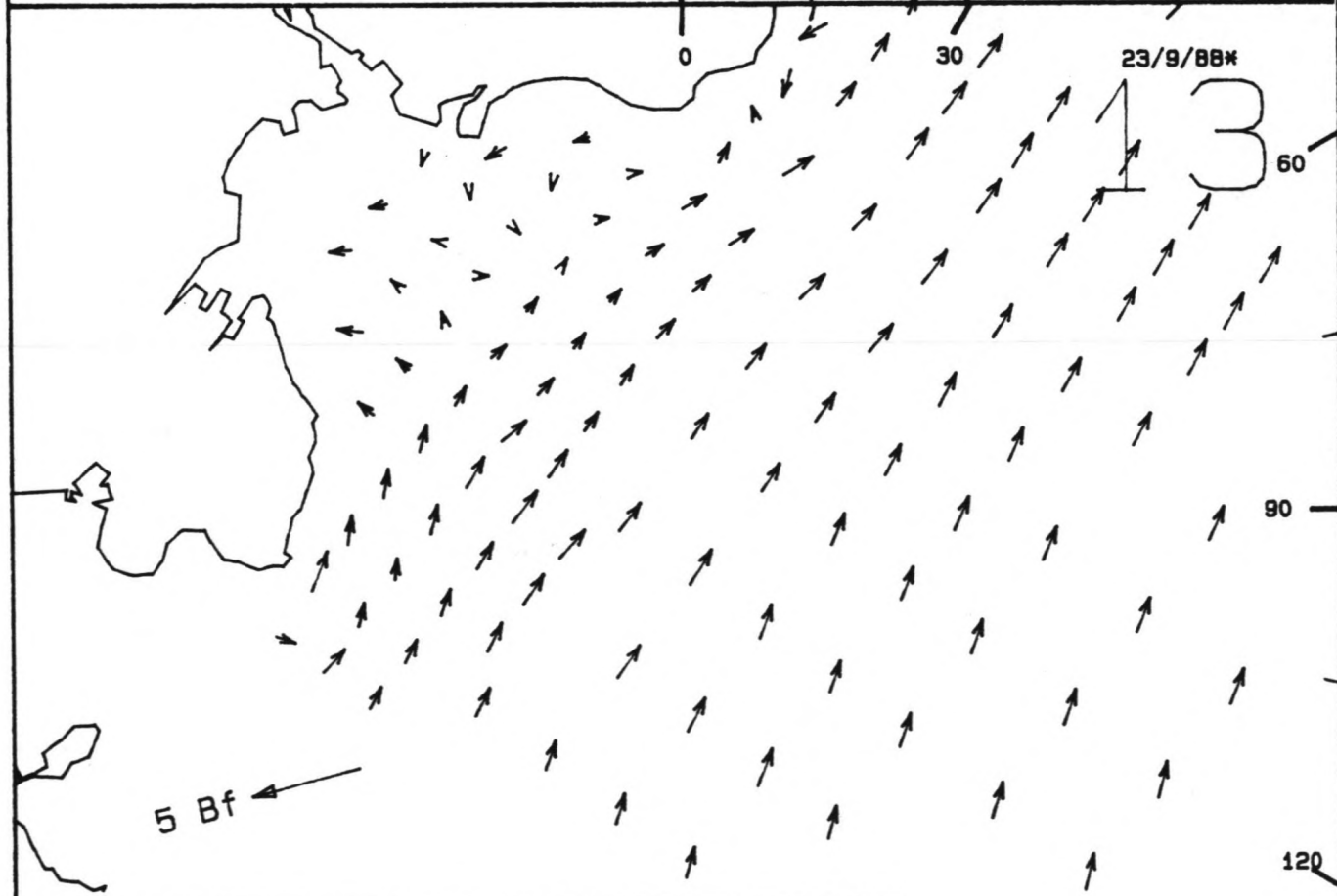
12



4 Bf

180

150



23/9/88\*

13

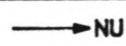
5 Bf

180

150



schaal 1 cm = 1000 m  
snelheidschaal 1cm = 0.5 m/s



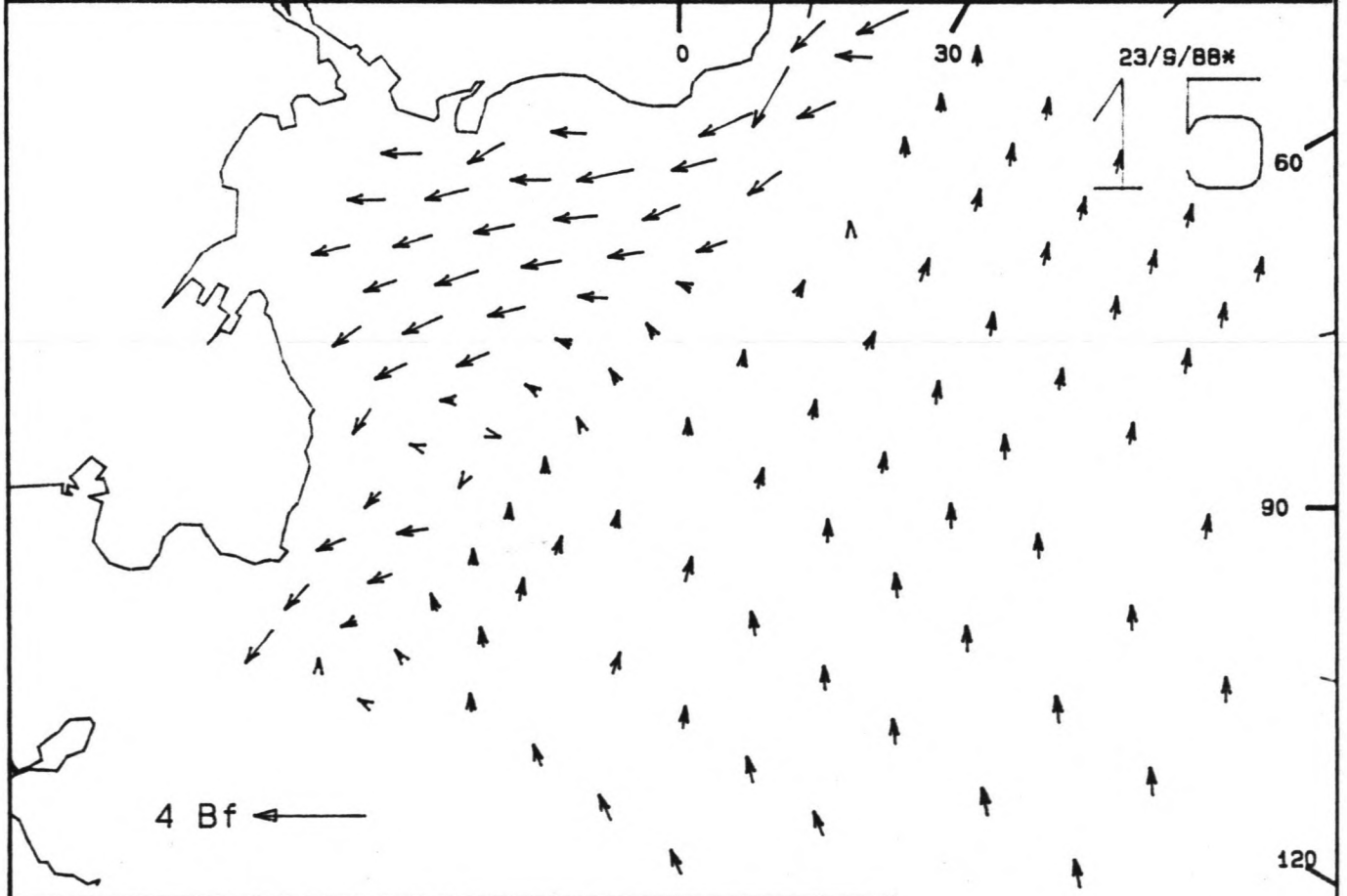
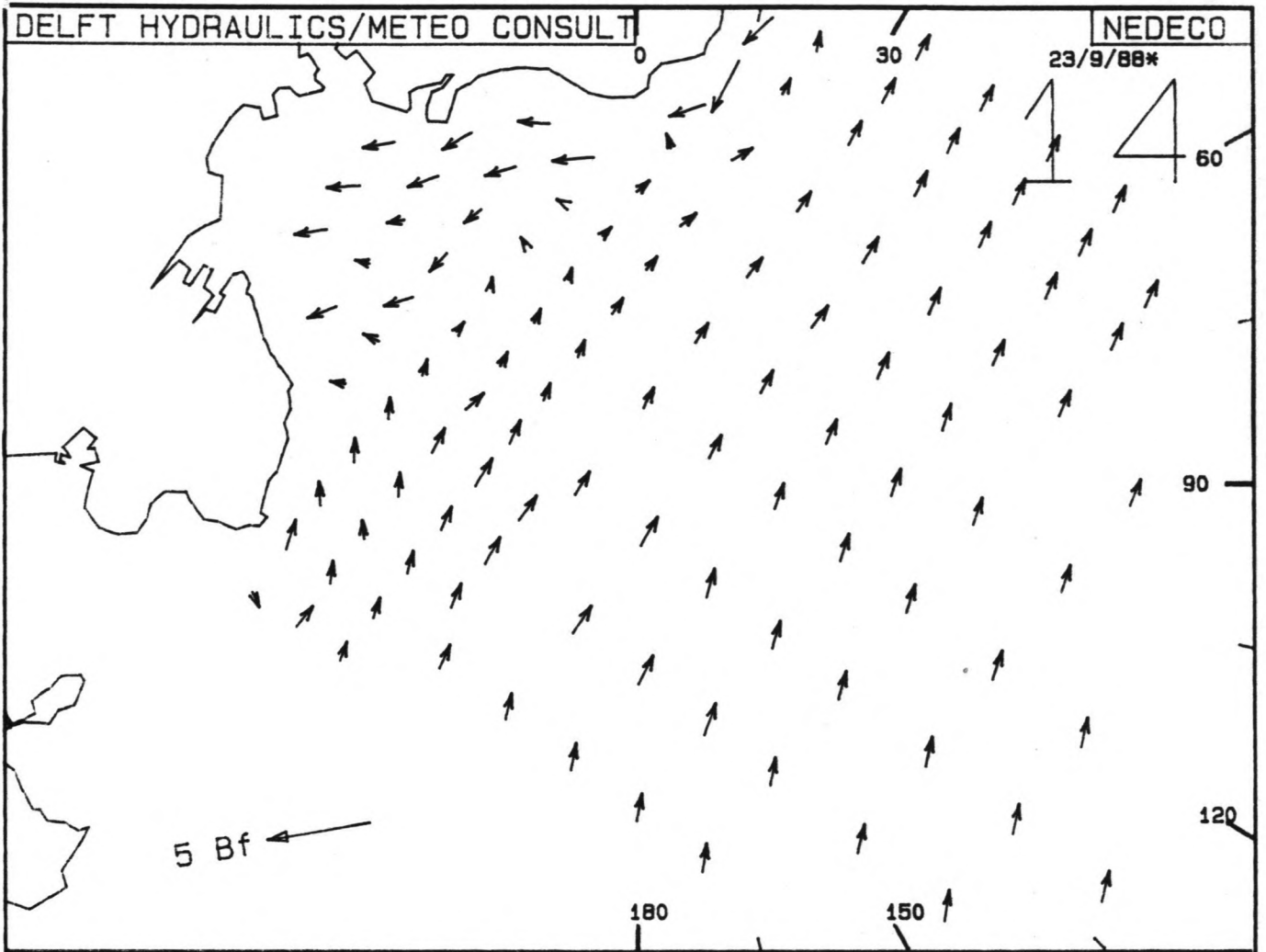
150



FIG 5.6.6



23/9/88\*



schaal 1 cm = 1000 m  
 snelheidschaal 1cm = 0.5 m/s

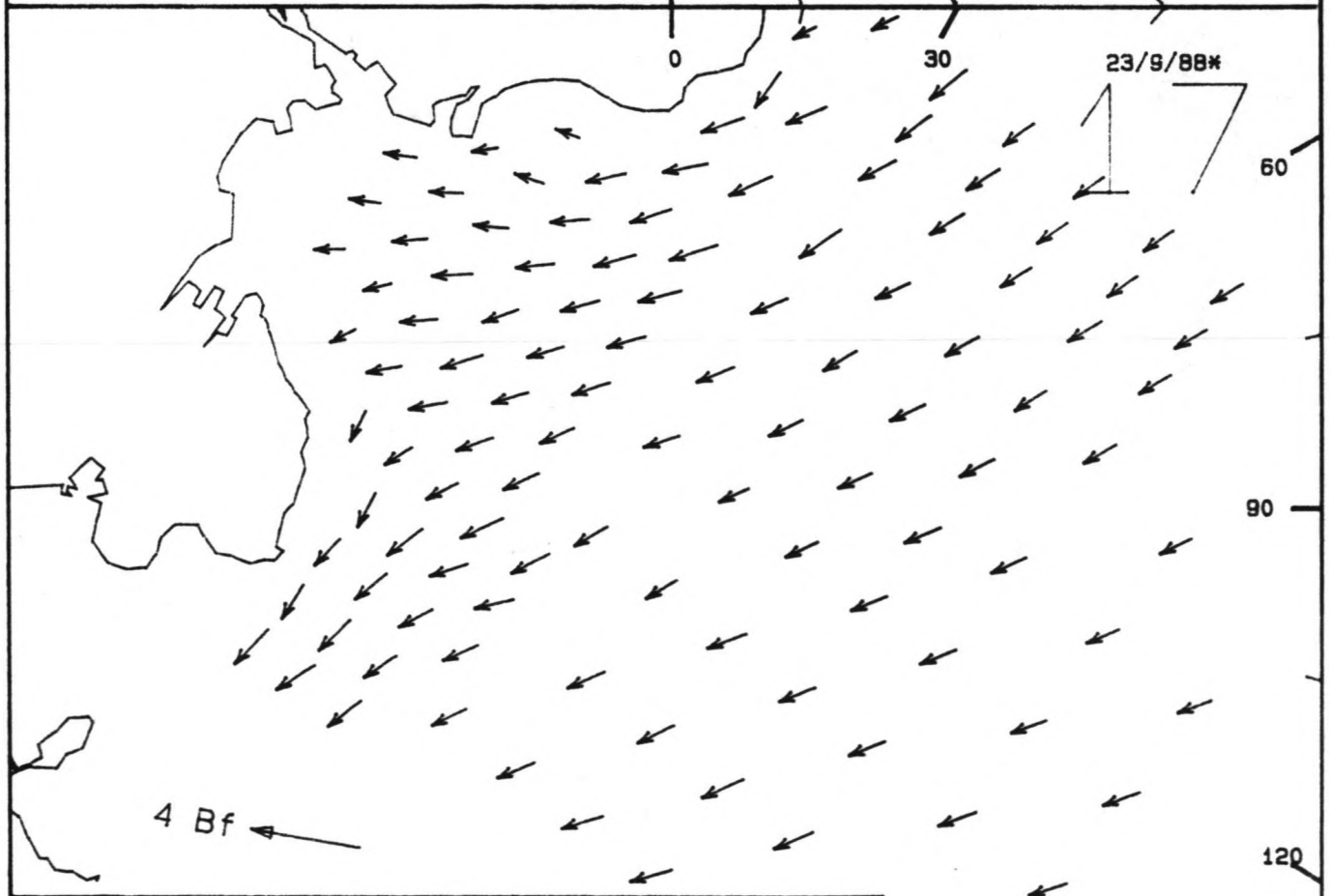
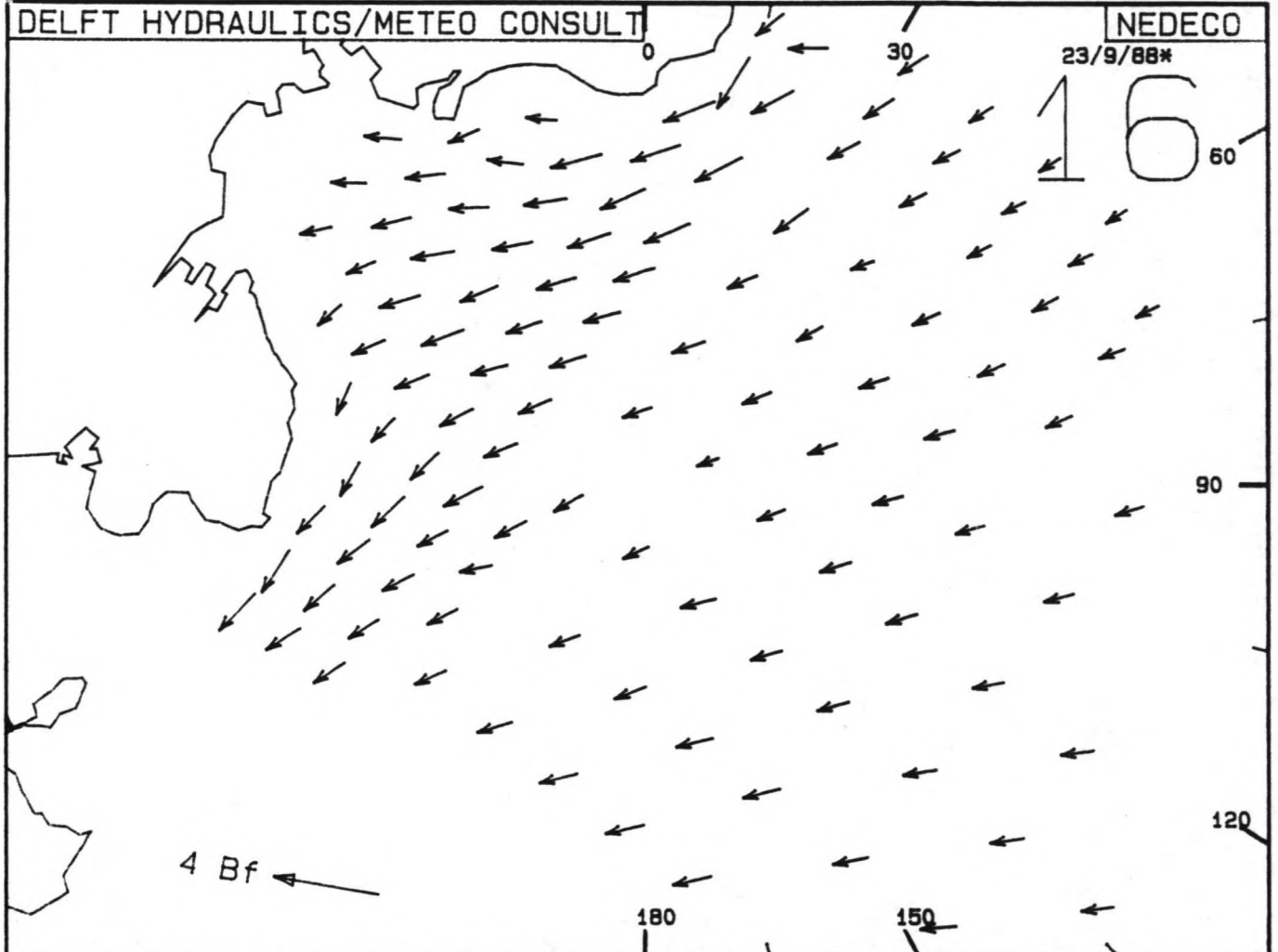


150

FIG 5.6.7

23/9/88\*

16



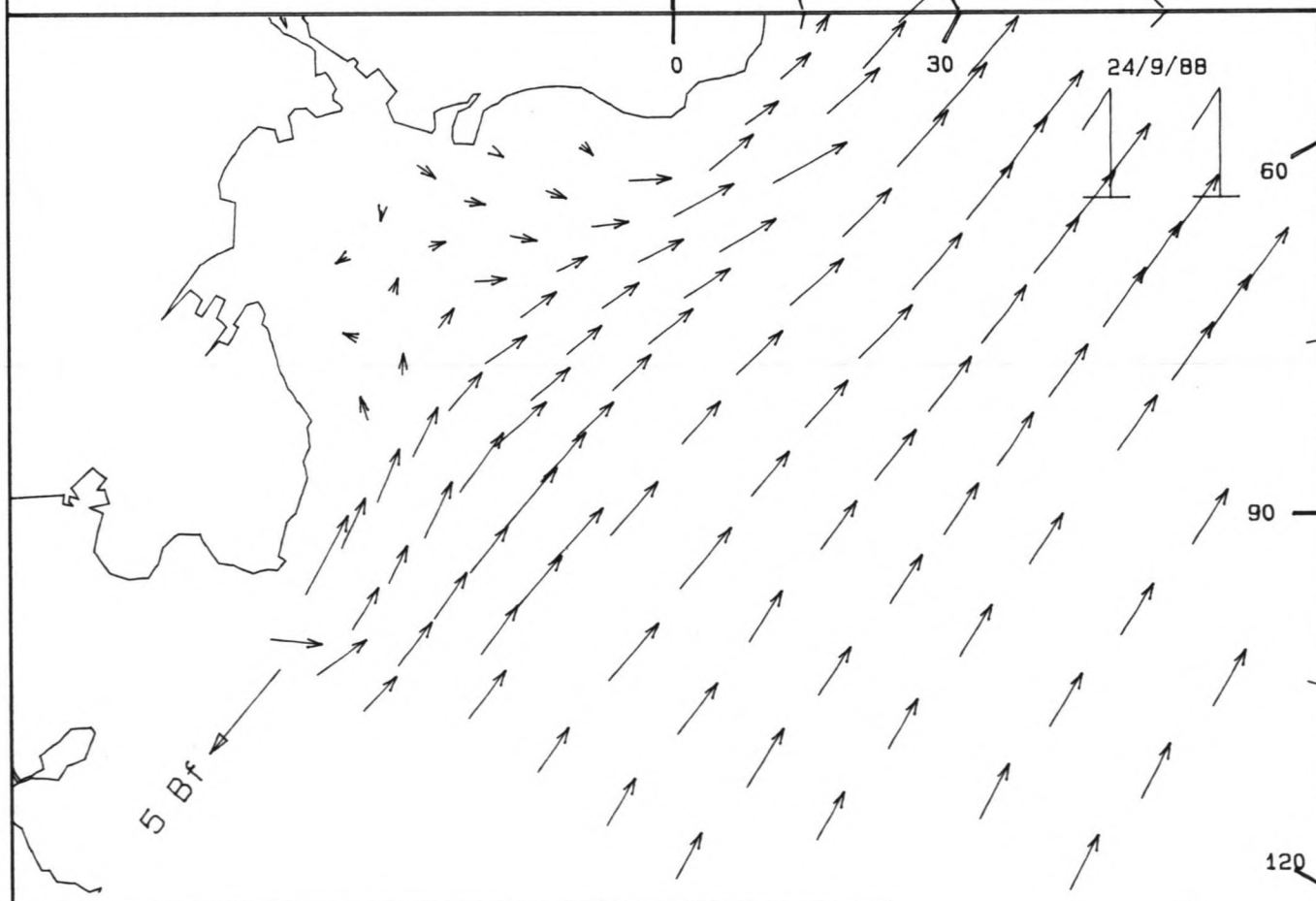
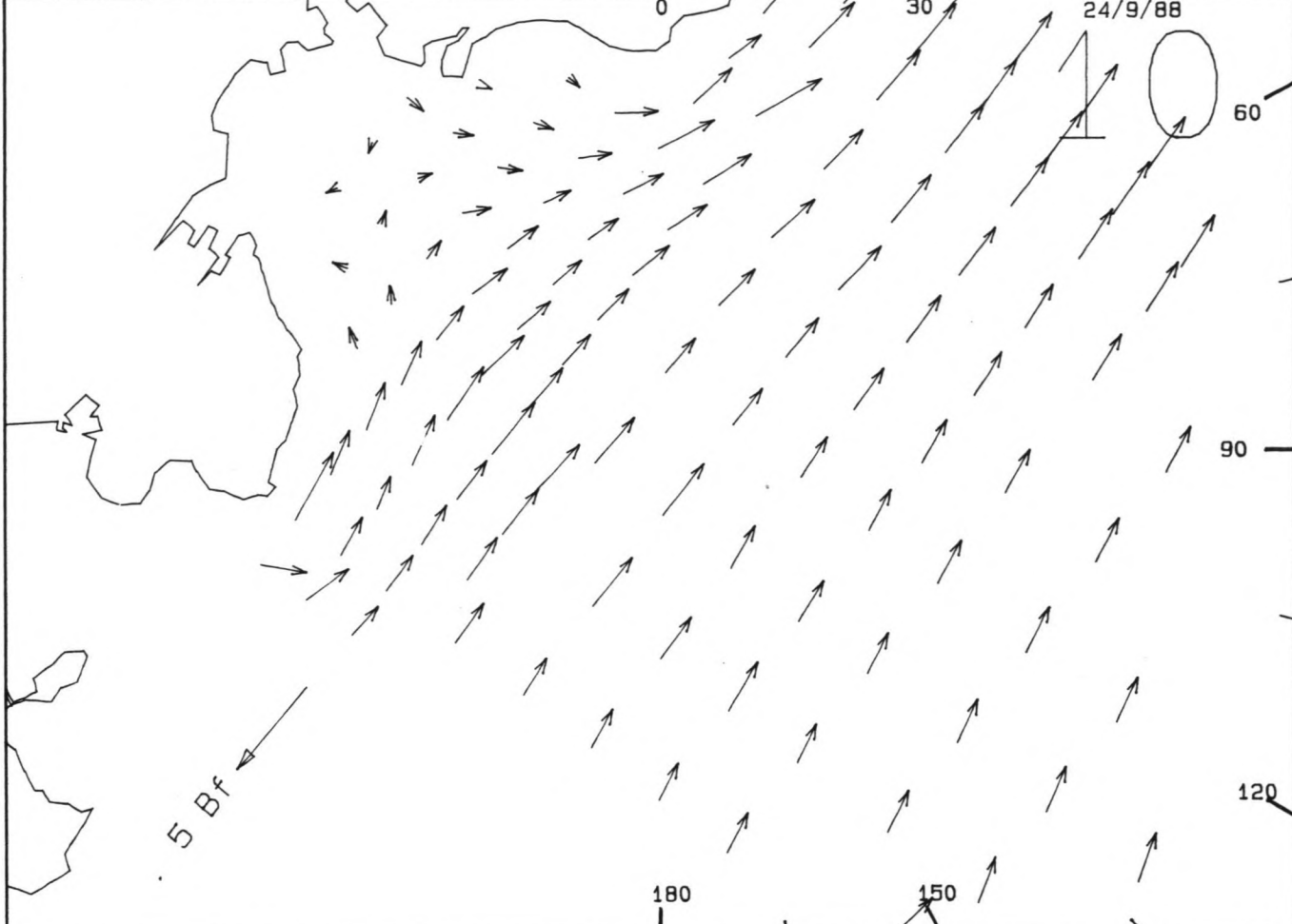
schaal 1 cm = 1000 m

→ NU

snelheideschaal 1cm = 0.5 m/s

150

FIG 5.6.8

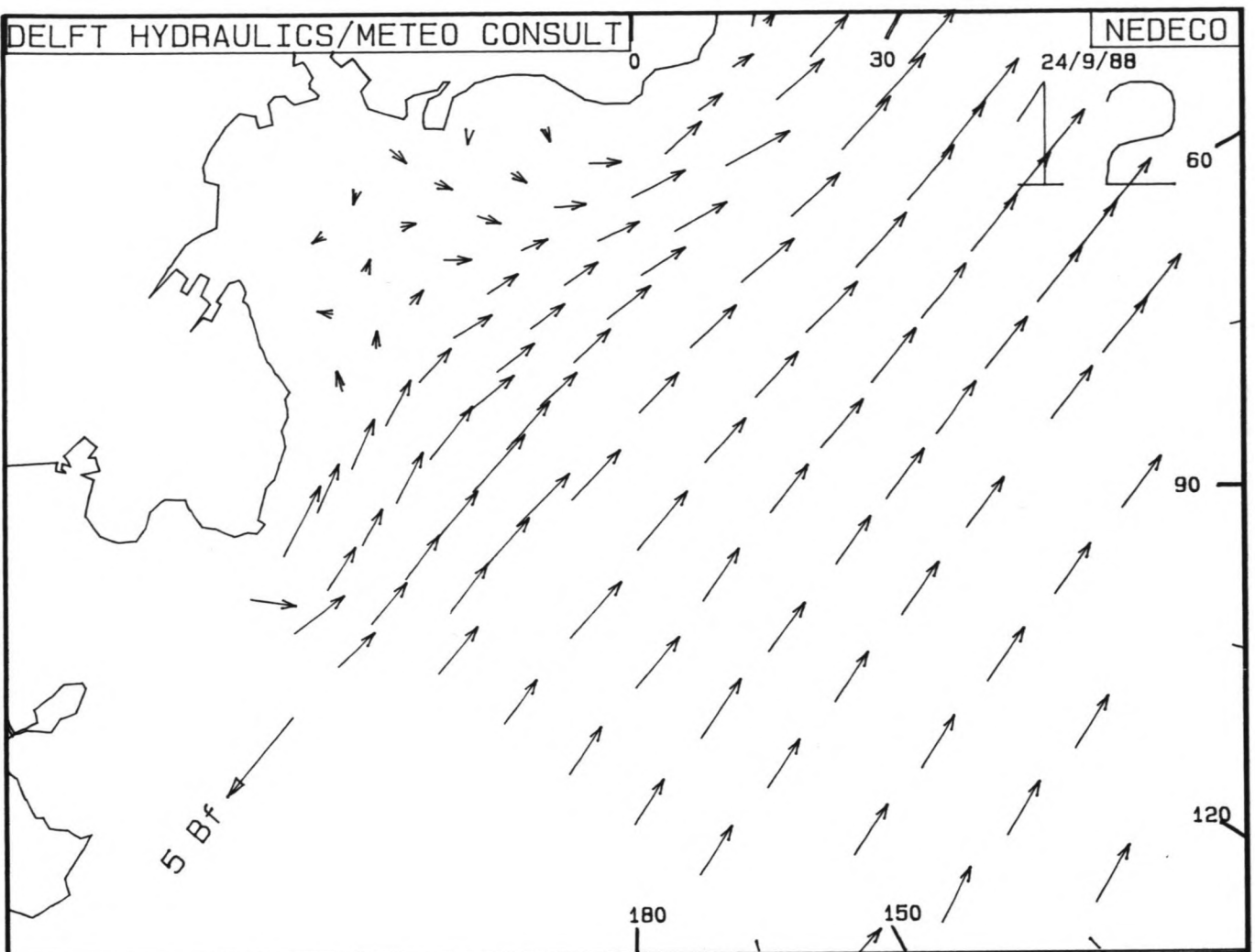


N  
↑  
schaal 1 cm = 1000 m  
→ NU  
snelheidsschaal 1cm = 0.5 m/s

FIG 5.6.9

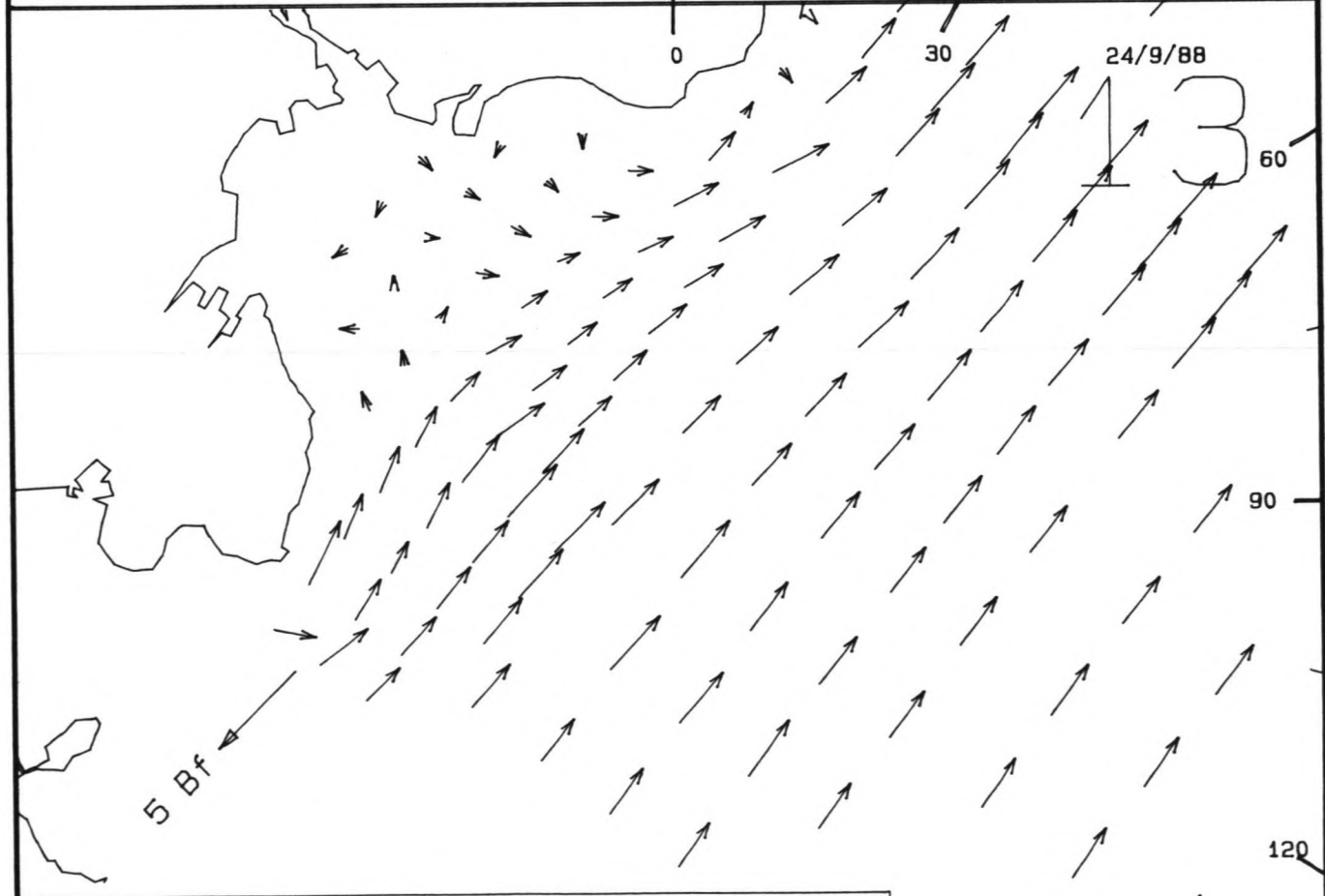
24/9/88

12



24/9/88

13



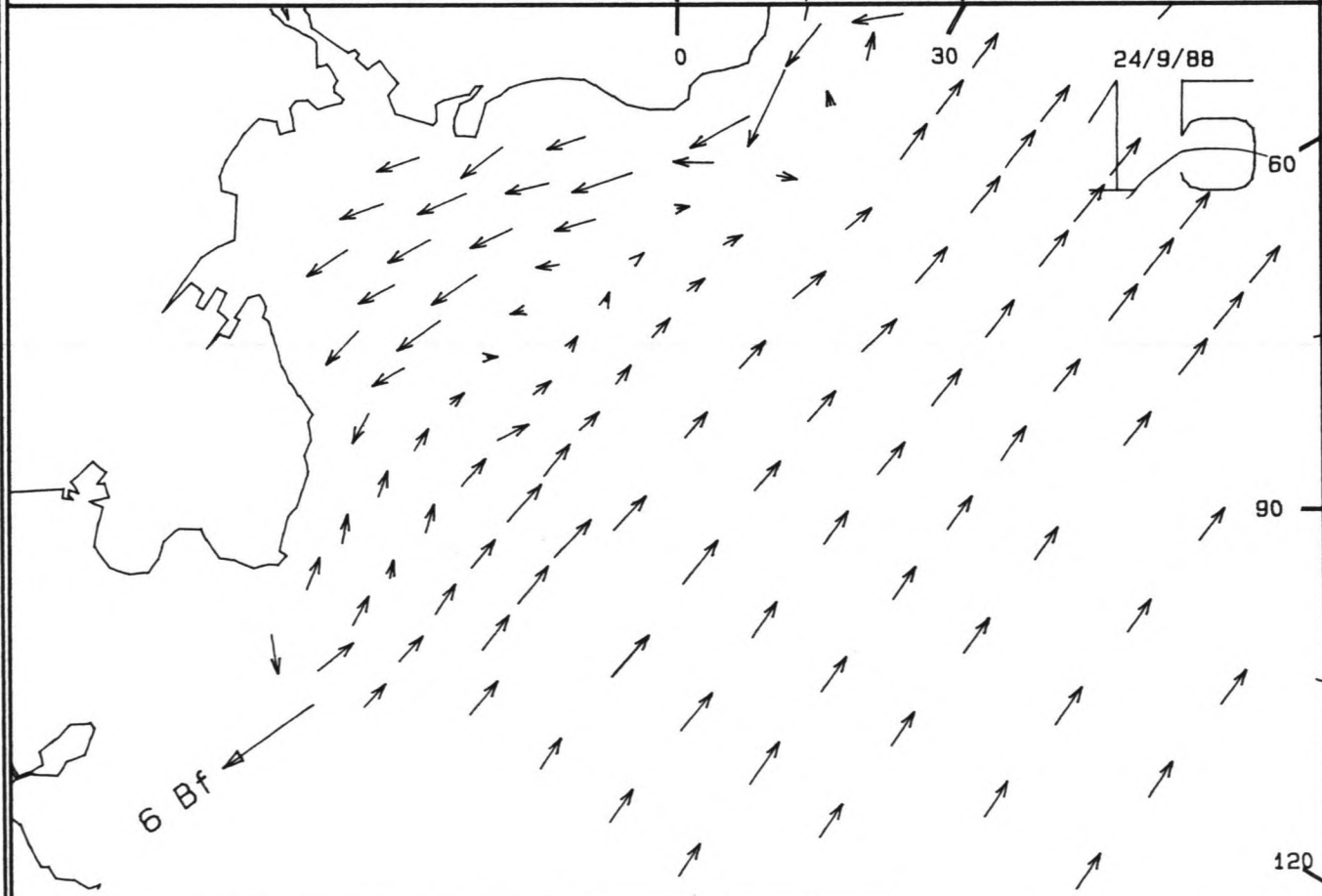
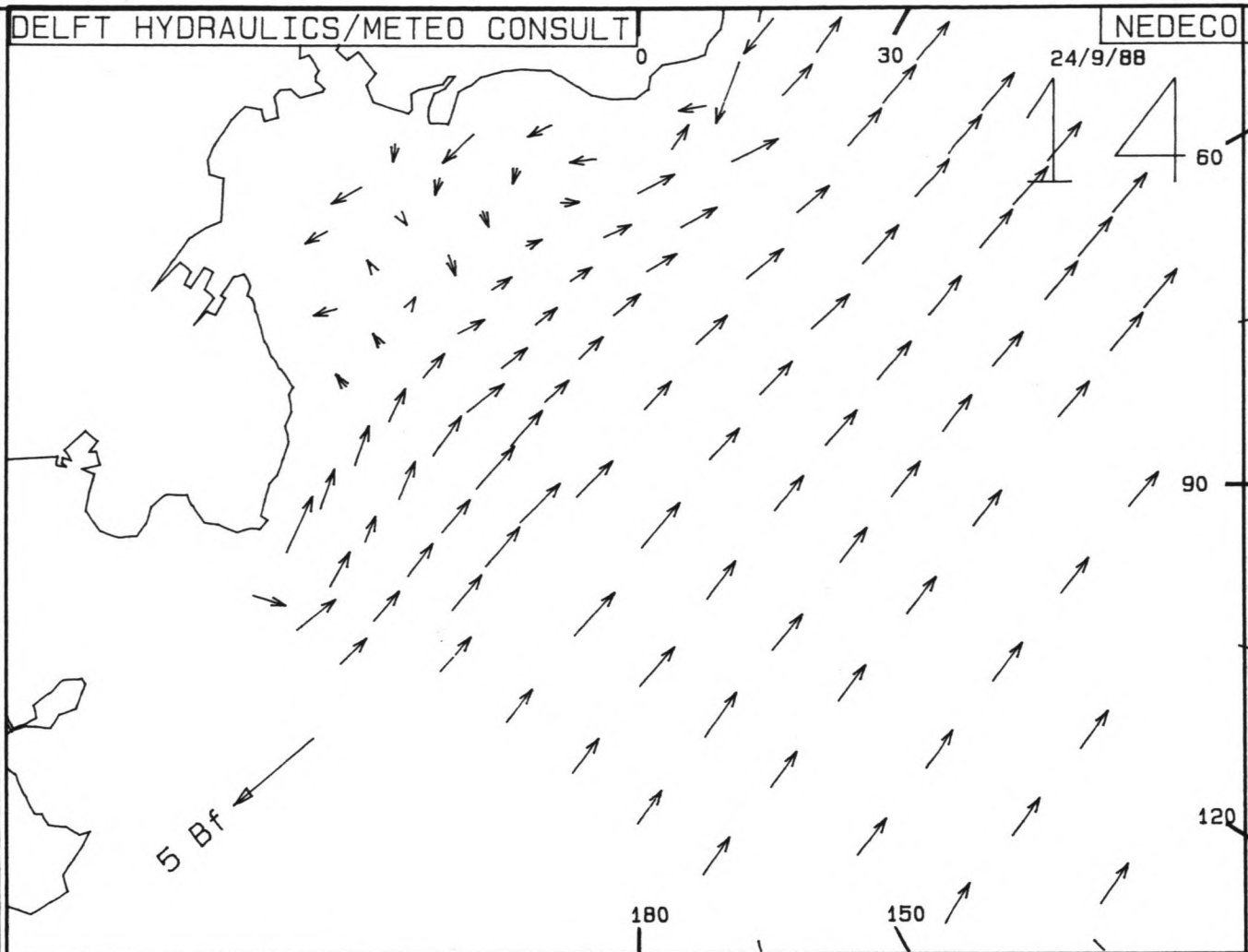
schaal 1 cm = 1000 m  
 snelheidsschaal 1cm = 0.5 m/s



150

FIG 5.6.10

24/9/88



schaal 1 cm = 1000 m



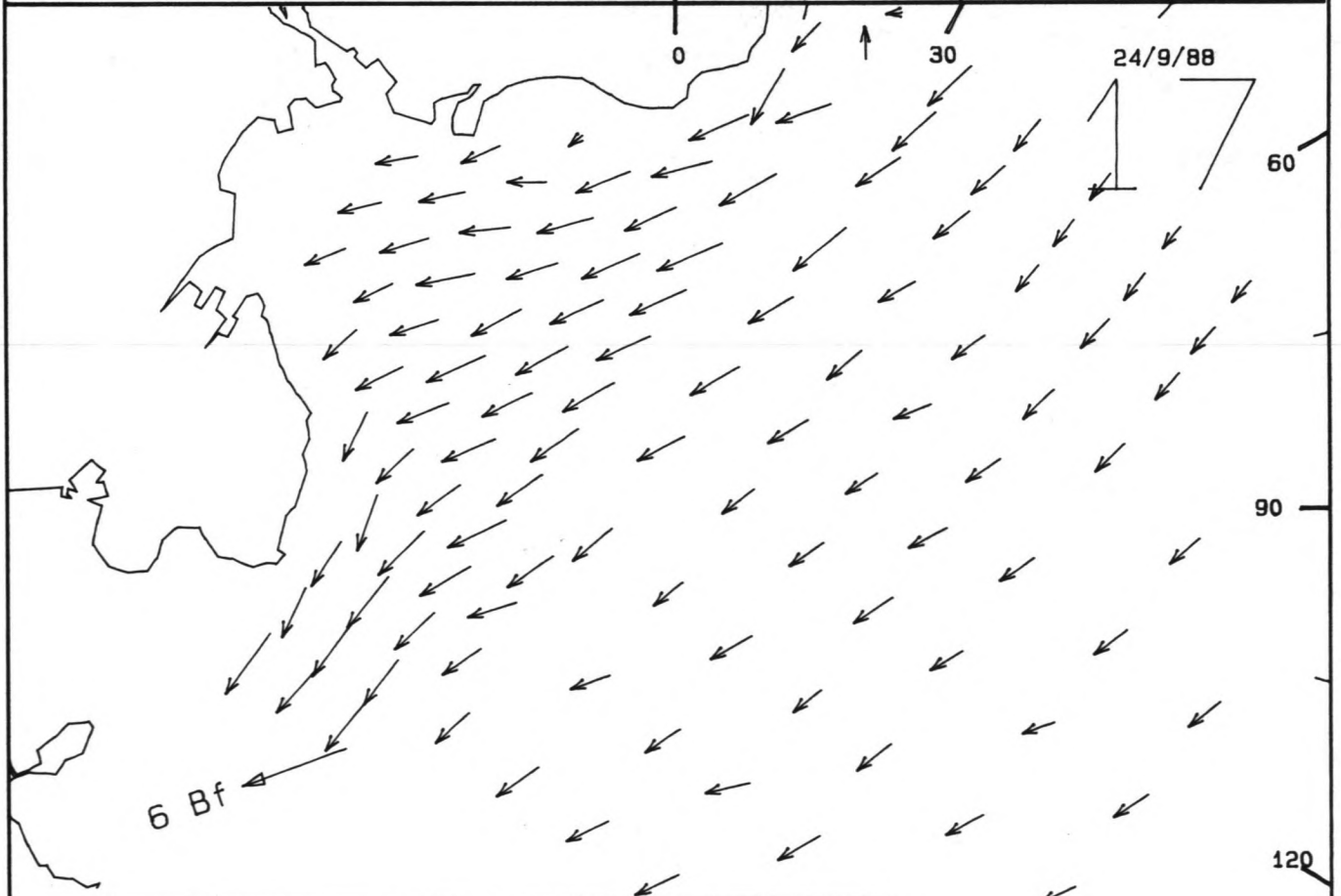
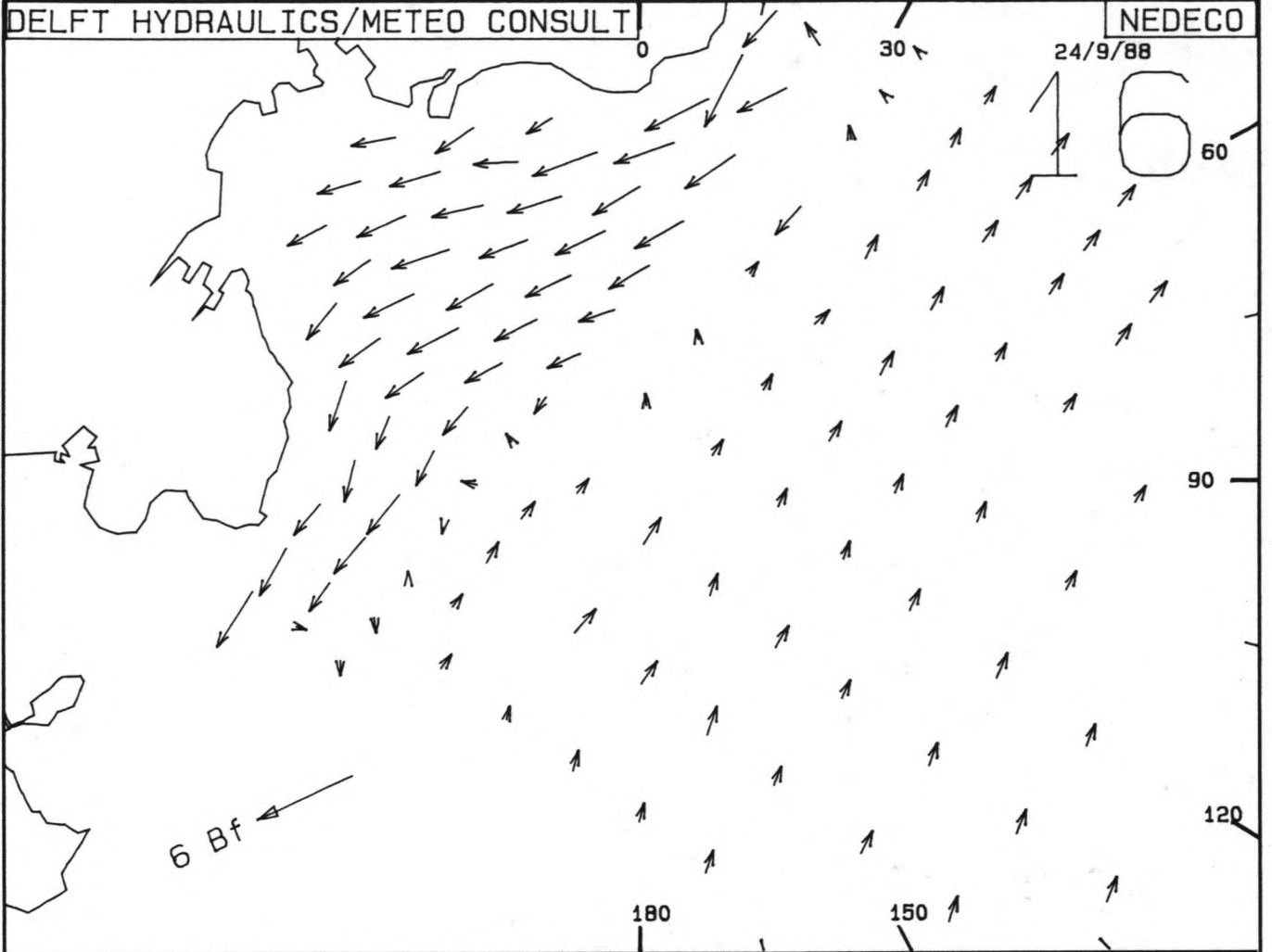
snelheidsschaal 1cm = 0.5 m/s

150

FIG 5.6.11

24/9/88

16



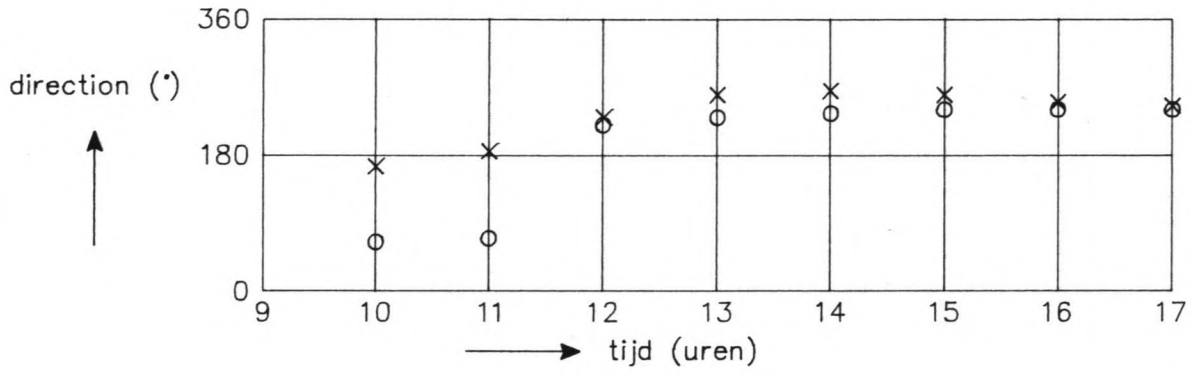
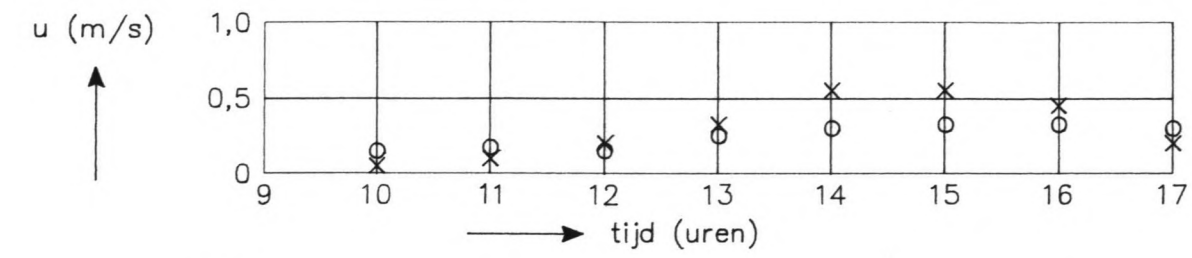
24/9/88

17

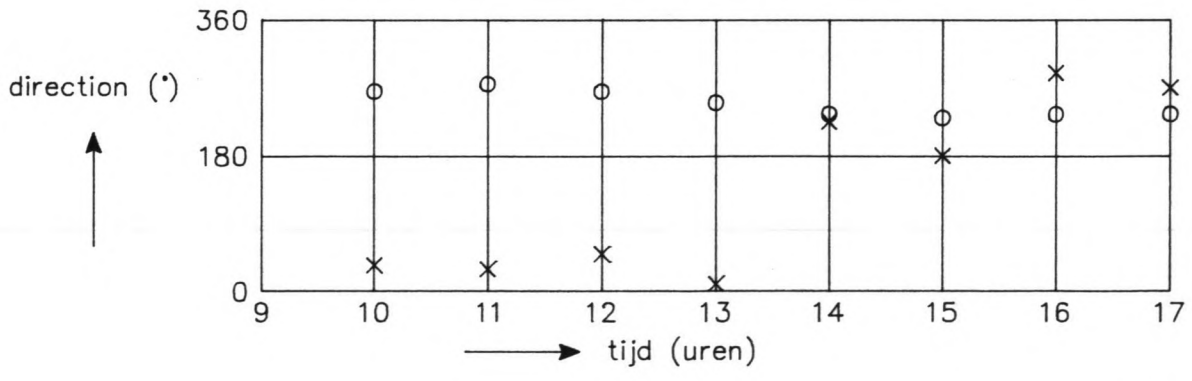
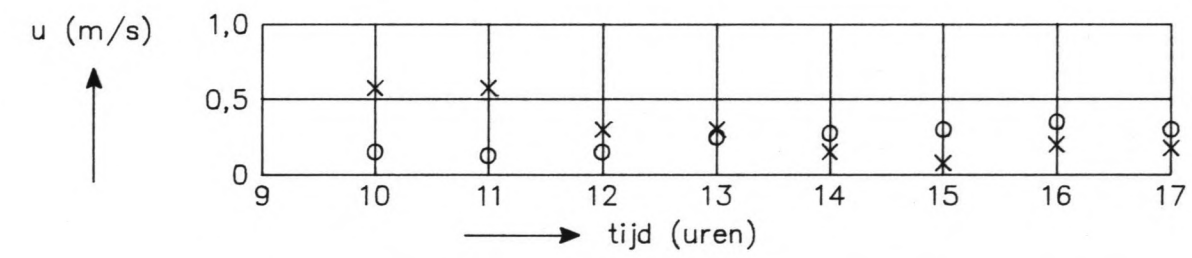
N  
 schaal 1 cm = 1000 m  
 snelheidsschaal 1cm = 0.5 m/s  
 —→ NU

150

FIG 5.6.12



BAAN A



BAAN B

- voorspelling (W.L.)
- × meting (Koreanen)

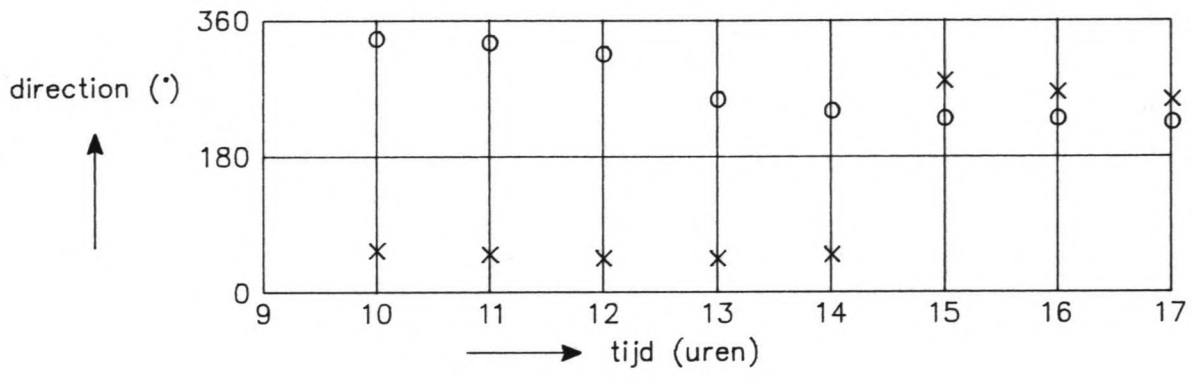
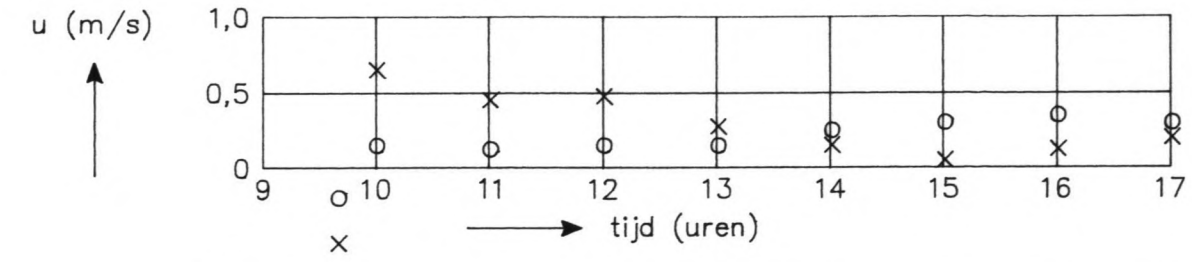
VERGELIJKING TUSSEN STROOMMETINGEN VAN DE  
KOREAANSE HYDRAUGRAFISCHE DIENST MET  
STROOMVOORSPELLINGEN VAN HET W.L.

22 SEPTEMBER 1988

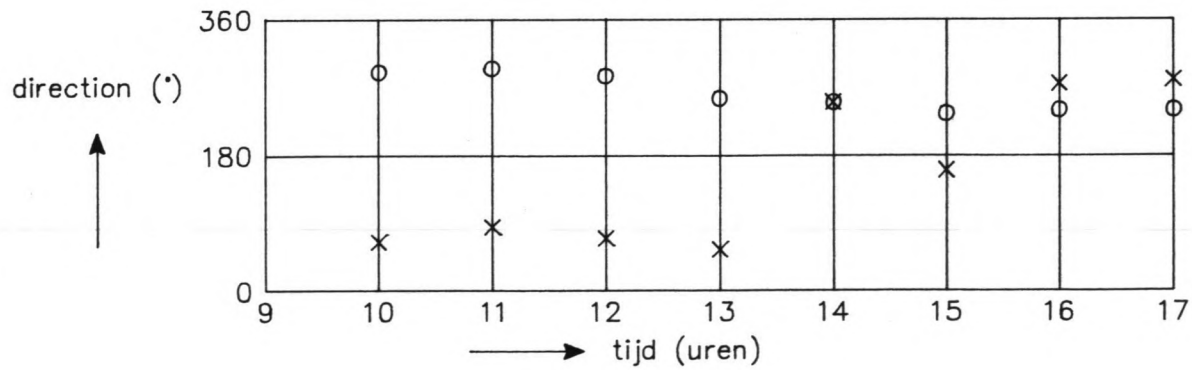
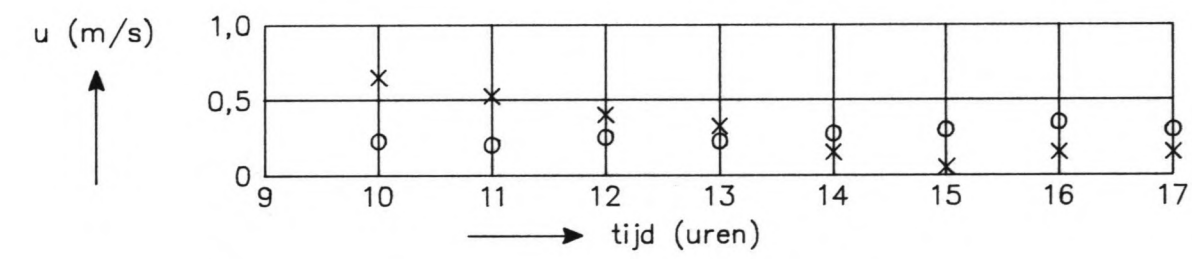
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

FIG. 6.1





BAAN C



BAAN D

o voorspelling (W.L.)  
 x meting (Koreanen)

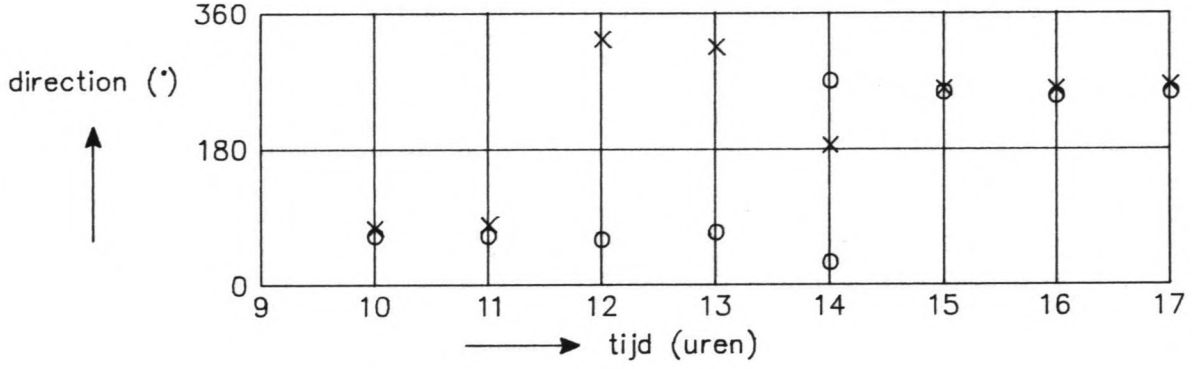
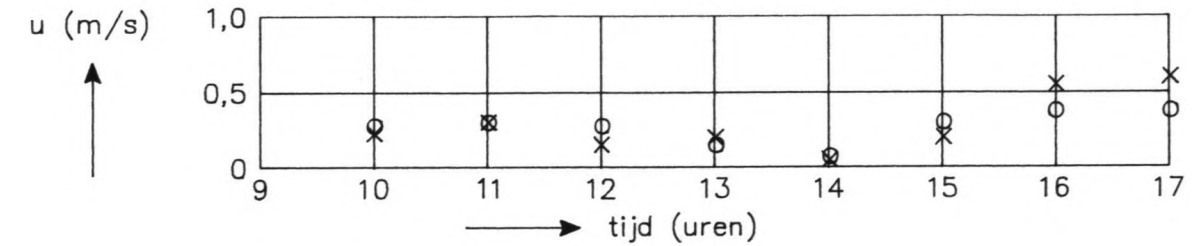
VERGELIJKING TUSSEN STROOMMETINGEN VAN DE  
 KOREAANSE HYDRAUGRAFISCHE DIENST MET  
 STROOMVOORSPELLINGEN VAN HET W.L.

22 SEPTEMBER 1988

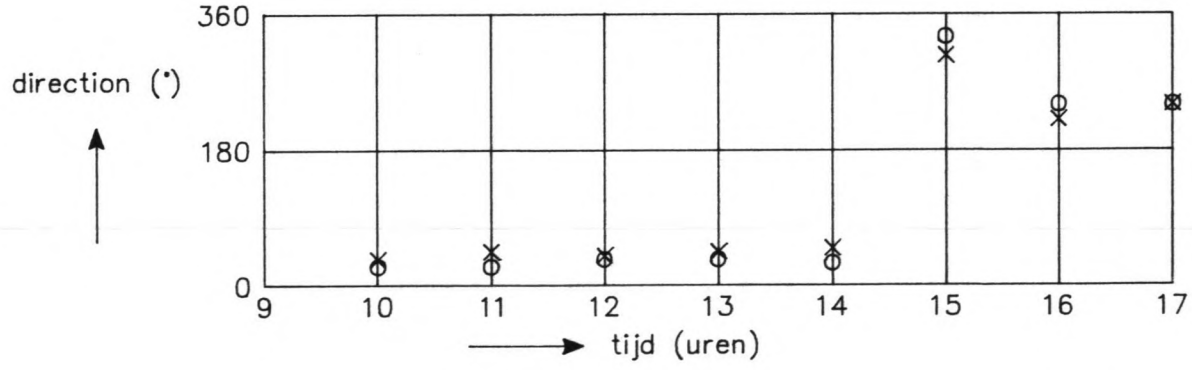
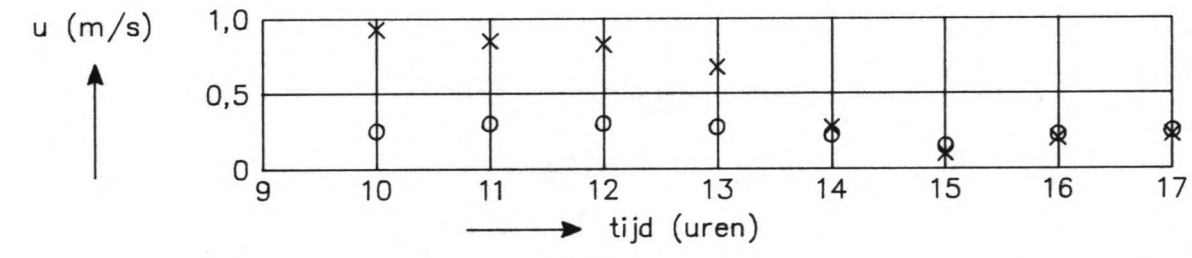
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

FIG. 6.2





BAAN A



BAAN B

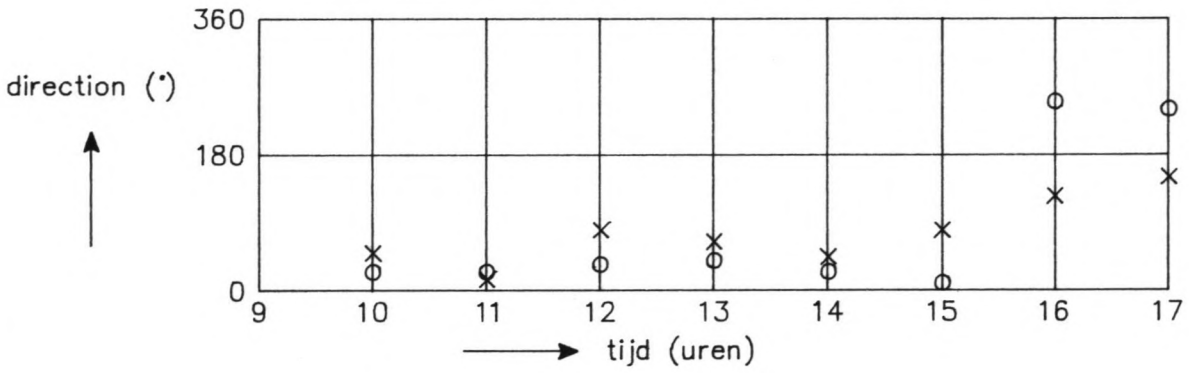
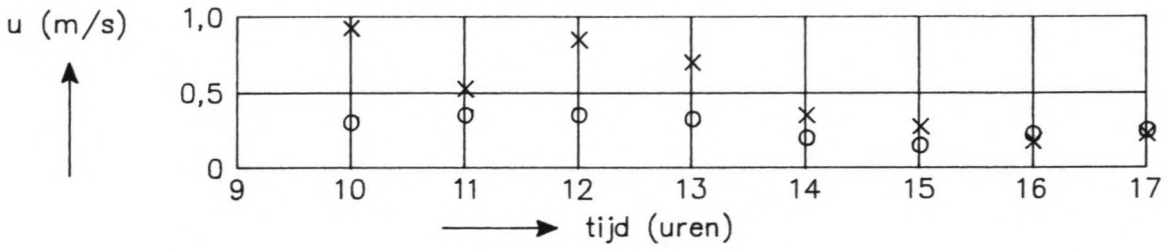
o voorspelling (W.L.)  
 x meting (Koreanen)

VERGELIJKING TUSSEN STROOMMETINGEN VAN DE  
 KOREAANSE HYDRAUGRAFISCHE DIENST MET  
 STROOMVOORSPELLINGEN VAN HET W.L.

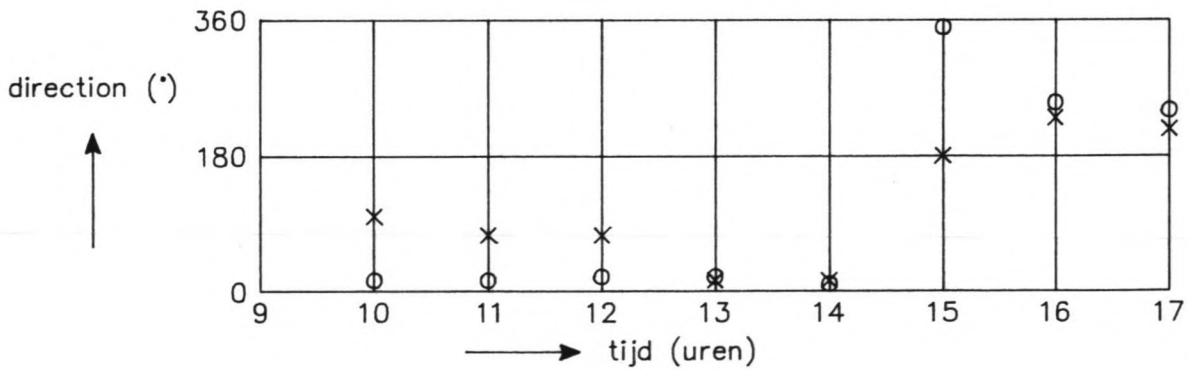
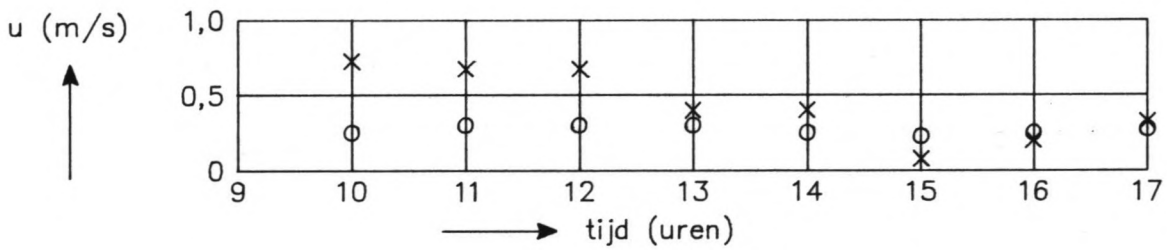
23 SEPTEMBER 1988

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

FIG. 6.3



BAAN C



BAAN D

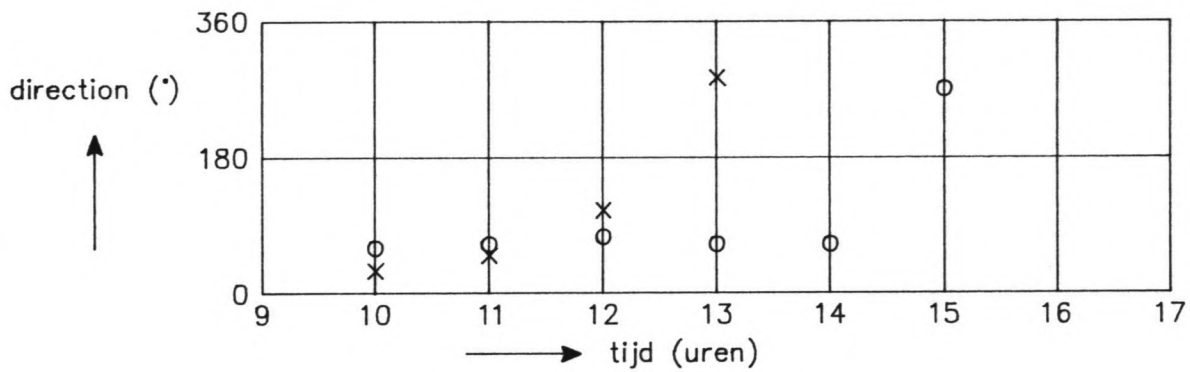
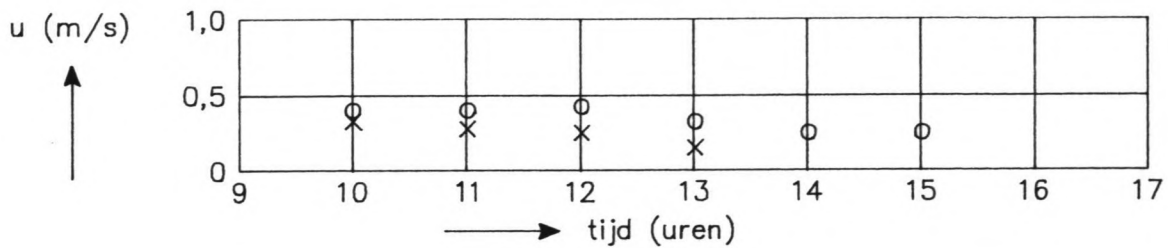
- o voorspelling (W.L.)
- x meting (Koreanen)

VERGELIJKING TUSSEN STROOMMETINGEN VAN DE  
KOREAANSE HYDRAUGRAFISCHE DIENST MET  
STROOMVOORSPELLINGEN VAN HET W.L.

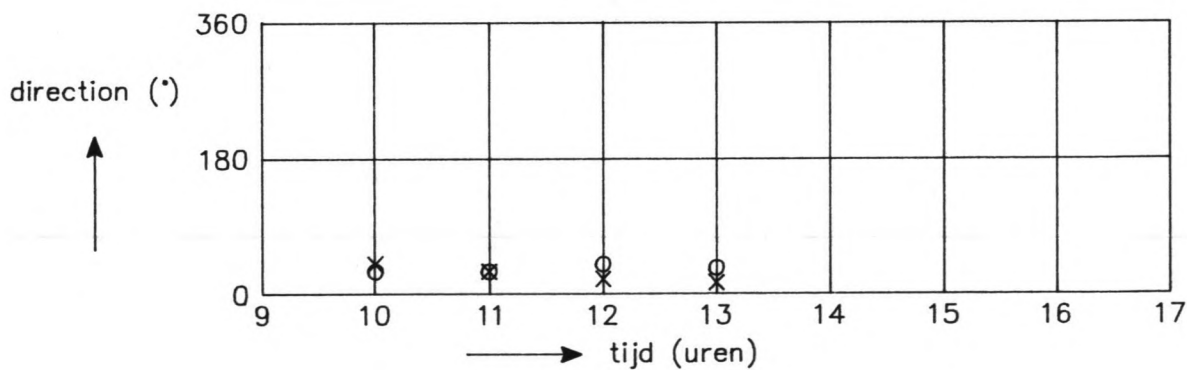
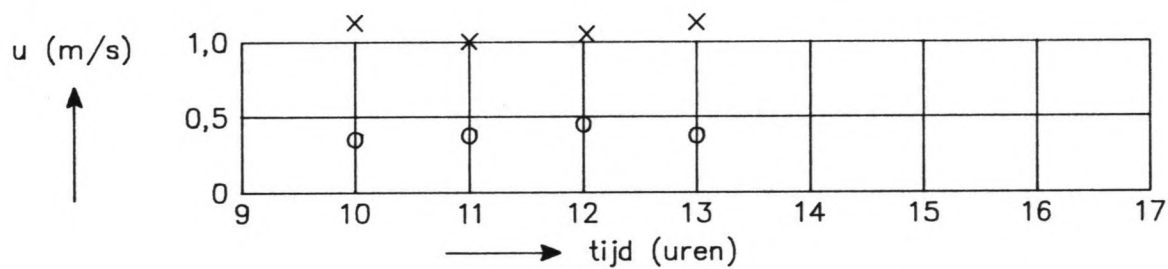
23 SEPTEMBER 1988

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

FIG. 6.4



BAAN A



BAAN B

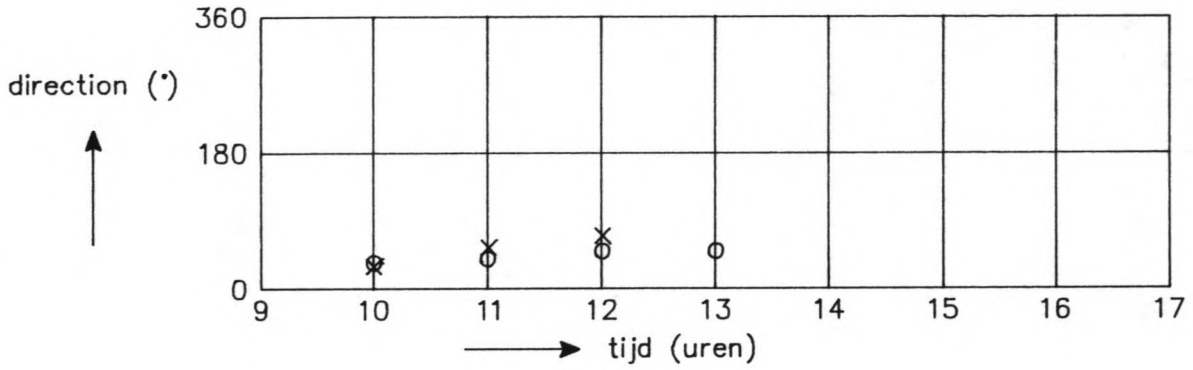
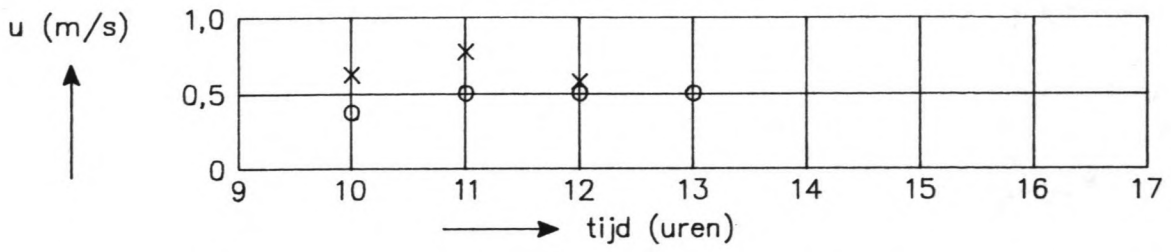
- o voorspelling (W.L.)
- x meting (Koreanen)

VERGELIJKING TUSSEN STROOMMETINGEN VAN DE  
KOREAANSE HYDRAUGRAFISCHE DIENST MET  
STROOMVOORSPELLINGEN VAN HET W.L.

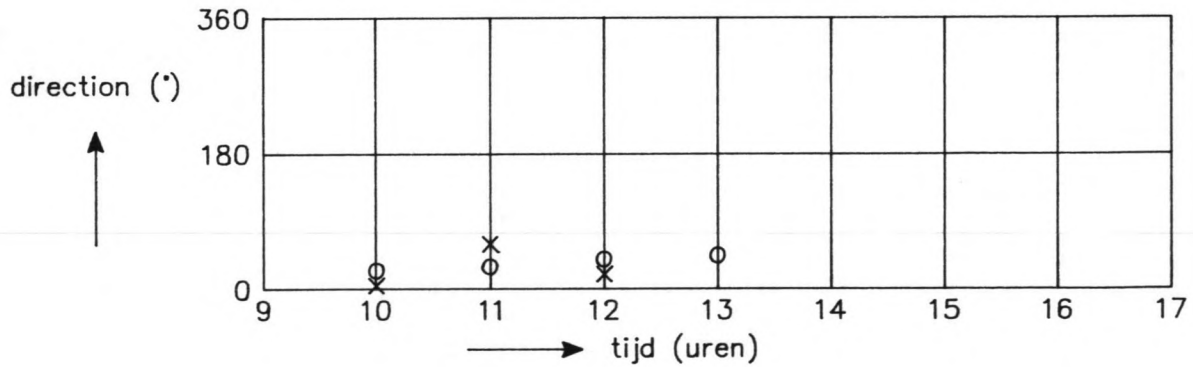
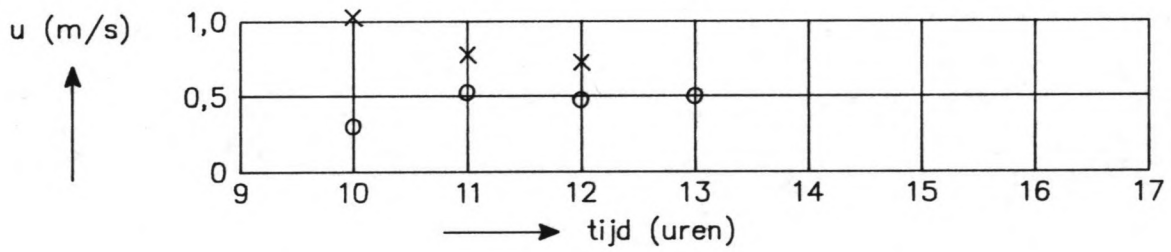
24 SEPTEMBER 1988

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

FIG. 6.5



BAAN C



BAAN D

- o voorspelling (W.L.)
- x meting (Koreanen)

VERGELIJKING TUSSEN STROOMMETINGEN VAN DE  
KOREAANSE HYDRAUGRAFISCHE DIENST MET  
STROOMVOORSPELLINGEN VAN HET W.L.

24 SEPTEMBER 1988

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

FIG. 1

Sea Currents  
depth 5m under searsurface

Position of weather ship  
A: 35°08'20"N 129°11'20"E  
B: 35°05'00"N 129°09'30"E  
C: 35°06'50"N 129°15'08"E  
D: 35°04'00"N 129°13'00"E  
Buoy: 35°05'56"N 129°12'50"E

Sep. 23 1988

course time	A			B			C			D			Buoy		
	Dir.	speed (cm/s)	speed kn	Dir.	speed (cm/s)	speed kn	Dir.	speed (cm/s)	speed kn	Dir.	speed (cm/s)	speed kn	WAVE Height (m)	Period	H MAX (m)
07:00															
20	45	35	0.7	55	17	0.3	20	40	0.8	70	40	0.8			
40	50	27	0.5	130	39	0.8	25	37	0.7	155	76	1.5			
08:00	50	37	0.7	120	68	1.3	70	50	1.0	60	97	1.9			
20	50	27	0.7	105	75	1.5	60	73	1.4	0	98	1.9			
40	50	24	0.7	60	89	1.7	55	76	1.5	80	83	1.6			
09:00	50	27	0.6	20	105	2.0	55	70	1.5	60	70	1.0			
20	85	25	0.5	40	96	1.9	55	79	1.5	80	76	1.5			
40	70	25	0.5	40	86	1.7	55	90	1.8	105	81	1.6			
10:00	70	26	0.5	25	89	1.9	50	100	1.9	105	78	1.5			
20	80	29	0.6	30	84	1.8	70	71	1.4	15	68	1.3			
40	80	31	0.6	30	83	1.6	25	57	1.1	75	75	1.5			
11:00	25	28	0.6	40	89	1.7	15	55	1.1	80	6.9	1.3			
20	5	22	0.4	40	89	1.7	10	67	1.3	80	71	1.4			
40	45	25	0.5	25	94	1.8	25	78	1.5	85	76	1.5			
12:00	320	14	0.3	25	84	1.6	75	89	1.7	80	68	1.3			
20	150	12	0.2	35	98	1.9	75	78	1.5	70	75	1.5			
40	260	8	0.2	30	89	1.7	75	83	1.6	60	70	1.4			
13:00	320	20	0.4	40	68	1.3	65	71	1.4	15	40	0.8			
20	255	9	0.2	15	68	1.3	70	55	1.1	15	44	0.9			
40	195	10	0.2	25	49	1.0				30	39	0.8			
14:00	185	6	0.1	55	27	0.5	45	37	0.7	10	40	0.8			
20	310	8	0.2	0	23	0.4	65	30	0.6	15	33	0.6			
40	315	13	0.3	325	14	0.3	70	35	0.7	0	15	0.3			
15:00	255	17	0.3	300	12	0.2	80	32	0.6	170	10	0.2			
20	270	45	0.9	305	22	0.4	75	21	0.4	140	7	0.1			
40	260	45	0.9	285	17	0.3	115	13	0.3	220	11	0.2			
16:00	260	55	1.1	215	18	0.4	120	20	0.4	230	19	0.4			
20	260	55	1.1	215	22	0.4	120	25	0.5	235	28	0.5			
40	265	59	1.1	220	20	0.4	150	26	0.5	210	29	0.6			
17:00	260	60	1.2	240	24	0.5	145	27	0.5	210	29	0.6			
20															

Appendix I Koreaanse stroommetingen van 23 september 1988.



