Untersuchung des Strömungsfeldes eines senkrecht zur Wasseroberfläche gerichteten Tragflügels

Von W. H. Isay und K. Brunnstein

1. Einleitung. In der vorliegenden Arbeit wird das Strömungsfeld eines nahe der Wasseroberfläche fahrenden Einzeltragflügels mit Spannweitenrichtung senkrecht zur Wasseroberfläche behandelt.¹

Die Untersuchungen betreffen sowohl die Zirkulations- und Druckverteilung des Tragflügels und die Flügelkräfte als auch die Deformation der freien Wasseroberfläche durch den Einfluß des Flügels. Auch die Wirkung der Oberflächenspannung des Wassers wird behandelt. In der vorliegenden Arbeit werden in erster Linie numerische Ergebnisse mitgeteilt und diskutiert, die durch die Auswertung² einer Theorie gewonnen wurden, welche der erstgenannte Verfasser bereits früher zur Behandlung dieser Probleme entwickelt hat.³ Die Kenntnis dieser Theorie wird im folgenden vorausgesetzt, und es werden die Formeln aus Arbeit I ohne neue Erklärung übernommen.

Weiteres Ziel der hier mitgeteilten Untersuchungen war es unter anderem, mit den erhaltenen Ergebnissen einen Ausgangspunkt für die theoretische Behandlung des sog. "Luftansaugungsvorganges"⁴ bei Wassertragflügeln bzw. bei Propellerflügeln zu gewinnen. Leider wurde dieses Ziel bisher nicht erreicht; wir verfügen zur Zeit noch nicht über eine begründete Theorie zur quantitativen Behandlung des eigentlichen Luftansaugungsvorganges. Wahrscheinlich werden zur Klärung dieses komplizierten Problems zunächst systematische Experimente notwendig sein.

Auf Grund der in der vorliegenden Arbeit enthaltenen Ergebnisse über das Druckfeld an der Saugseite eines Wassertragflügels und über die Form der freien Wasseroberfläche in der Nähe des Tragflügels ist es jedoch möglich, durch Vergleich der verschiedenen Fälle qualitative Aussagen über die relative Gefährdung der Flügel durch Luftansaugung zu machen. Und zwar in Abhängigkeit von der Froudeschen Zahl, dem Seitenverhältnis, der Eintauchtiefe und Druckverteilung.

2. Die Flügelzirkulation $\Gamma(z)$ (Auftriebsverteilung). Abb. 1 zeigt die Bezeichnungen und Koordinatensysteme am senkrechten Unterwassertragflügel. In den Abb. 2 bis 7 sind Ergebnisse für die mit Hilfe der erweiterten Traglinientheorie gemäß Arbeit I, Ziff. 3 und 6 berechneten Flügel-



Abb. 1. Koordinaten und Bezeichnungen am senkrechten Unterwassertragflügel.

Abb. 2. Über die Spannweite gemittelte Zirkulation $(\Gamma)_m$ bezogen auf den Wert $(\Gamma_{\infty})_m$ für unbegrenztes Wasser $(Z_0 \rightarrow \infty)$ ohne Berücksichtigung der Oberflächenspannung.

¹ Die hier vorgelegte Arbeit wurde von der Deutschen Forschungsgemeinschaft in dankenswerter Weise durch eine Sachbeihilfe unterstützt.
 ² Die numerischen Rechnungen wurden auf dem Rechenautomaten TR 4 der Universität Hamburg durchgeführt.
 ³ W. H. Isay, Ing.-Arch. 33 (1963/64) S. 51 (Arbeit I). Alle Bezeichnungen der vorliegenden Arbeit sind

genau wie in Arbeit I. ⁴ W. H. Isay, Propellertheorie, Hydrodynamische Probleme, S. 228; Berlin-Göttingen-Heidelberg 1964.

27*



Abb. 3. Zirkulation wie in Abb. 2 für sehr große und sehr kleine Froudesehe Zahlen in Abhängigkeit von der Eintauchtiefe.

















W. H. Isay und K. Brunnstein: Untersuchung des Strömungsfeldes

zirkulation $\Gamma(z)$ und ihren über die Spannweite gemittelten Werten

$$(\Gamma)_m = \frac{1}{2b} \int_{-b}^{b} \Gamma(z) dz$$
 (1)

enthalten. Man erkennt, daß wie bei einem gewöhnlichen Flügel parallel zur Wasseroberflächc⁵ der Einfluß der freien Wasseroberfläche bei kleinen Froudeschen Zahlen $u_0/\sqrt{g \ b} = 1/\sqrt{k_0 \ b}$ (mit $k_0 = g/u_0^2$, wobei u_0 die Anströmgeschwindigkeit ist) eine Erhöhung, bei großen Froudeschen Zahlen eine Abminderung der Flügelzirkulation bewirkt. Und zwar ist der Effekt um so ausgeprägter, je kleiner das Seitenverhältnis des Flügels ist (vgl. Abb. 2 und 3). Abb. 3 zeigt für sehr große und sehr kleine Froudesche Zahlen die Abhängigkeit des Einflusses der Wasseroberfläche von der Eintauchtiefe des Flügels. Ein wesentlicher Unterschied zwischen dem Flügel mit Spannweitenrichtung senkrecht zur Wasseroberfläche und dem gewöhnlichen Flügel parallel zur Wasseroberfläche bestcht jedenfalls bei großen und mittleren Seitenverhältnissen darin, daß beim senkrechten Flügel die sonst im Bereich mittlerer Froudescher Zahlen bekannte starke Abminderung des Auftriebes⁵ nicht auftritt (vgl. Abb. 2). Daraus läßt sich schließen, daß das nachlaufende Wellensystem beim senkrechten Unterwassertragflügel eine geringere Bedeutung hat, und seine Erzeugung einen relativ kleineren Energieaufwand bedingt als bei einem Flügel, der parallel zur Wasseroberfläche fährt. Dieses Resultat ist anschaulich verständlich.

Außerdem ist natürlich bei der Verteilung der Zirkulation $\Gamma(z)$ über der Spannweite eine Unsymmetrie (gegenüber dem Fall des unbegrenzten Mediums $z_0 \rightarrow \infty$) durch den Einfluß der Wasseroberfläche bedingt, wie dieses auch aus den Abb. 6 und 7 hervorgeht.⁶

Bei kleinen Seitenverhältnissen $b/a \approx 1$ der Flügel und bei den kleinen Froudeschen Zahlen $0.5 \leq \frac{1}{\sqrt{k_0 b}} \leq 1.2$ tritt durch den Einfluß der Wasseroberfläche eine überraschend starke Erhöhung der Flügelzirkulation auf (vgl. Abb. 2). Eine genauere Untersuchung zeigt, daß es sich hierbei um einen Welleneffekt handelt, der an die Voraussetzung kleiner Seitenverhältnisse gebunden ist. Für eine kurze Erläuterung betrachten wir den von dem wellenförmigen Potentialanteil Φ_4 am Flügel bei x = a und y = 0 (erweiterte Traglinientheorie) induzierten Anstellwinkel (vgl. Formel 16 der Arbeit I): ($\chi^* = \chi b, \zeta^* = \zeta/b$)

$$\frac{1}{u_0} \frac{\partial \Phi_4}{\partial y}\Big|_{\substack{x=a\\y=0}} = -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{u_0} \int_{-b}^{b} \Gamma(\zeta) d\zeta \int_{k_0}^{\infty} e^{-\chi (2z_0-z-\zeta)} \cos\left(a\sqrt{\chi k_0}\right) \cdot \sqrt{\chi (\chi - k_0)} d\chi$$
$$= -\frac{1}{2\pi} \int_{-1}^{+1} \frac{\Gamma(\zeta^*)}{u_0 b} d\zeta^* \int_{k_0 b}^{\infty} e^{-\chi^* \frac{2z_0-z-\zeta}{b}} \cos\left(a\sqrt{\chi k_0}\right) \cdot \sqrt{\chi^* (\chi^* - k_0 b)} d\chi^*.$$
(2)

Entscheidend für den Wert des Integrals (2) ist wegen der exponentiellen Dämpfung der Wert des Integranden im Anfangsbereich $\chi^* \ge k_0 b$. Ist nun $a k_0 \ge \pi/2$, so ergibt (2) einen positiven, auftriebsverstärkenden Anstellwinkel. Bei kleinem Seitenverhältnis b/a = 1 folgt aus der Relation $a k_0 = \pi/2$ auch $k_0 b = \pi/2$. Für b/a = 4 folgt dagegen $k_0 b = 2\pi$. Mit zunehmendem $k_0 b$ wird aber der Wert von (2) schnell kleiner, so daß der induzierte positive Anstellwinkel bei kleinem Seitenverhältnis besonders groß ist, wie dieses auch aus Abb. 2 hervorgeht.

Die Abbildungen 4 bis 7 geben einen Überblick über den Einfluß der Oberflächenspannung σ_0 auf die Flügelzirkulation Γ . Es zeigt sich, daß dieser Einfluß für Fahr- bzw. Anströmgeschwindigkeiten

$$u_0 \gtrsim 1.5 \text{ m/s}$$

⁵ Vgl. Fußnote 4.

⁶ Es sei noch auf folgendes hingewiesen: Die Abb. 2, 3, 4 und 5, welche nur relative I-Werte enthalten, gelten im Rahmen der bezüglich des Flügelanstellwinkels δ_{α} linearisierten Theorie (Arbeit I) für beliebige δ_{α} -Werte. Dagegen beziehen sich die I'/u_0 b-Werte in Abb. 6 und 7 auf $\delta_{\alpha} = -0,2$. Die I'/u_0 b-Werte für ein anderes δ_{α}^* erhält man dann einfach durch Multiplikation mit dem Faktor $\delta_{\alpha}^*/\delta_{\alpha}$.

Ingenieur-Archiv

oder für Oberflächenspannungskennzahlen

$$\Omega = \frac{\varrho \, u_0^2}{g \, \sigma_0} \gtrsim 7000$$

praktisch immer vernachlässigbar ist; mit weiter abnehmendem u_0 d. h. auch abnehmendem Ω gewinnt die Oberflächenspannung an Bedeutung, und zwar besonders bei großen *Froude*schen Zahlen

 $1/\sqrt{k_0 b}$ und kleinen Seitenverhältnissen b/a. Für $\Omega=10$, d. h. $u_0=0.3 \frac{m}{sek}$ ist der Effekt schon sehr stark (vgl. Abb. 5). Dieses Ergebnis ist verständlich; denn bei großen Froudeschen Zahlen ist (bei vorgegebener Anströmgeschwindigkeit u_0) die geometrische Abmessung, z. B. die Spannweite, des Flügels entsprechend klein, und bei einem kleinen Modellflügel ist der Einfluß der Oberflächenspannung natürlich bedeutsamer als in der Großausführung; außerdem ist es klar, daß der Einfluß der Oberflächenspannung mit abnehmendem Seitenverhältnis zunimmt, da bei kleinem Seitenverhältnis die zur Wasseroberfläche parallele Tiefenerstreckung des Flügels eine größere Bedeutung für den Auftrieb hat (vgl. Abb. 4 und 5).

Die Oberflächenspannung wirkt meistens zirkulations- bzw. auftriebssteigernd; nur bei kleinen Froudeschen Zahlen und kleinen Seitenverhältnissen bewirkt sie eine merkliche Abschwächung der oben mit Formel (2) diskutierten Zirkulationssteigerung (vgl. Abb. 5). Letzteres ist verständlich, denn bei Berücksichtigung der Oberflächenspannung (vgl. Formel 40 aus Arbeit I) steht in dem (2) entsprechenden Ausdruck für $\frac{1}{u_0} \frac{\partial \Phi_4}{\partial y}\Big|_{\substack{x=a \ y=0}}$ im Integranden an Stelle von $\sqrt{\chi^2 - \chi k_0}$ nunmehr

der kleinere Faktor $\sqrt{\chi^2 - \chi k_0 - \chi^3/k_0 \Omega}$; somit verkleinert sich der zusätzliche Anstellwinkel gegenüber dem Fall $\Omega \to \infty$.

Aus der Flügelzirkulation $\Gamma(z)$ ergeben sich nach dem Kutta-Joukowskischen Satz die Flügelkräfte K_y und K_x (pro Längeneinheit in Spannweitenrichtung) gemäß Formel (25) und (49) aus Arbeit I. Aus ihnen läßt sich durch Integration über die Flügelspannweite die Gesamtauftriebskraft K_A und der Gesamtwiderstand K_w des Flügels berechnen. Da $K_y = \varrho \ u_0 \ \Gamma$ und $K_A = 2b\varrho u_0(\Gamma)_m$ direkt proportional Γ bzw. (Γ)_m sind, erübrigt sich hier eine besondere Diskussion dieser Anteile.



Abb. 8. Gesamtwiderstand K_{uo} bezogen auf den Wert $(K_{uo})_{\infty}$ für unbegrenztes Wasser. $(Z_o/b = 1,01)$. Ausgezogene Kurven: Ohne Berücksichtigung der Oberflächenspannung.

Die für K_w erhaltenen Ergebnisse sind in Abb. 8 dargestellt. Für die Diskussion betrachten wir zunächst die K_w -Werte ohne Berücksichtigung der Oberflächenspannung. Bei großen und mittleren Seitenverhältnissen, wie b/a = 4 und 6, ergibt sich für kleine Froudesche Zahlen $1/\sqrt{k_0}$ b eine Abminderung, bei großen Froudeschen Zahlen eine Erhöhung des Widerstandes K_w im Verhältnis zu dem Wert $(K_w)_\infty$ für unbegrenztes Wasser. Dieses Resultat ist auch aus Formel (25) zu verstehen, da für große k_0 -Werte der dritte Summand von K_x keine Bedeutung mehr hat, und die Zirkulation Γ sich bei Seitenverhältnissen 4 und 6 nur wenig von dem für unbegrenztes Wasser gültigen Wert (mit dem $(K_w)_\infty$ berechnet ist!) unterscheidet (vgl. Abb. 2.)

Ein ganz anderes Verhalten zeigt der Flügel mit dem Seitenverhältnis b/a = 1. Hier ergibt sich bei kleineren *Froude*schen Zahlen eine sehr starke Erhöhung des Widerstandes gegenüber dem

Wert $(K_w)_\infty$, während bei großen Froudeschen Zahlen eine Widerstandsabnahme zu verzeichnen ist (vgl. Abb. 8). Bei kleinen Seitenverhältnissen wird also das Verhalten des K_w -Wertes in erster Linie durch die Flügelzirkulation arGamma bestimmt, die ja wesentlich von ihrem Wert im unbegrenzten Wasser abweicht (Abb. 2), und weniger vom Verhältnis der einzelnen Summanden in Formel (25) aus Arbeit I.

Der Einfluß der Oberflächenspannung bewirkt in den meisten Fällen eine Erhöhung des Widerstandes; bei kleinem Seitenverhältnis wird allerdings die starke Widerstandsspitze bei $k_0 \, b pprox 1$ durch den Einfluß der Oberflächenspannung etwas abgebaut. Beide Effekte stehen in Analogie zu dem bereits oben besprochenen Verhalten der Zirkulation bei Berücksichtigung der Oberflächenspannung. Bei der Betrachtung der Abb. 8 fällt auf, daß der Widerstand mit abnehmendem arOmega nicht monoton ansteigt (wie man dieses jedenfalls bei größeren Froudeschen Zahlen erwarten würde, vgl. Abb. 4 und 5), sondern es liegt der K_w -Wert von $\Omega = 100$ über demjenigen von $\Omega = 10$. Der Grund hierfür ist, daß der dritte Summand in Formel (49) aus Arbeit I (der eine Widerstandserhöhung bewirkt) mit abnehmendem arOmega schnell an Bedeutung verliert; dieser Effekt ist von etwa arOmega=100 an stärker als die mit abnehmendem arOmega eintretende Zirkulationserhöhung.

3. Die Form der Wasseroberfläche. Die Abb. 9 bis 14 zeigen Berechnungsergebnisse für die Form Z(x, y) der freien Wasseroberfläche (ohne Berücksichtigung der Oberflächenspannung) auf der Flügelsaugseite y > 0 in der näheren Umgebung des Flügels.⁷ Wir haben uns dabei auf die Darstellung des Bereiches y>0 beschränkt, denn einmal ist die Saugseite für die Luftansaugung von Bedeutung, und zum anderen ist die Form der Wasseroberfläche auf der Druckseite entgegengesetzt gleich wie auf der Saugseite; dieses folgt aus der leicht zu verifizierenden Relation

$$[Z(x, -y) - z_0] = - [Z(x, y) - z_0], \qquad (3)$$

(vgl. die Formeln 27 und 52 aus Arbeit I). Der gebundene Wirbel \varGamma des Flügels liegt dabei bei $x = 0, y = 0, -b \le z \le b$ (vgl. Abb. 1).

Für die Diskussion der erhaltenen Ergebnisse ist es zweckmäßig, gleichzeitig die Formel für den durch das Potential $arPsi_4$ bedingten wellenförmigen Anteil der Oberflächendeformation zu betrachten; dieser Anteil ist nach Gleichung (27) der Arbeit I gegeben durch

$$\left(\frac{Z-\cdot_{0}}{z_{0}}\right)_{|\phi_{4}} = -\frac{1}{2\pi} \frac{b}{z_{0}} \int_{-1}^{1} \frac{\Gamma(\zeta^{*})}{u_{0}b} d\zeta^{*} \int_{k_{0}b}^{\infty} \sqrt{\frac{\chi^{*}}{k_{0}b}} e^{-\chi^{*} \frac{z_{0}-\zeta}{b}} \sin\left(\sqrt{\chi^{*}(\chi^{*}-k_{0}b)}\frac{y}{b}\right) \sin\left(\sqrt{\chi^{*}k_{0}b}\frac{z}{b}\right) d\chi^{*}.$$
(4)

Darin ist $\zeta = \zeta^* b$ und $\chi = \chi^*/b$ gesetzt. Aus Abb. 9 bis 14 ergibt sich zunächst erwartungsgemäß, daß die Deformation $(Z - z_0)/z_0$ mit wachsendem Abstand z_0/b des Flügels von der Wasseroberfläche abnimmt; das gleiche geht auch aus Formel (4) hervor wegen der Dämpfung der Exponentialfunktion im Integranden und wegen des Vorfaktors b/z₀. Für ein bestimmtes Seitenverhältnis b/a wächst $(Z - z_0)/z_0$ mit zunehmender Froudescher Zahl $1/\sqrt{k_0 b}$, wie man aus Abb. 9 bis 14 erkennt.⁸ Dieser Effekt ist dadurch bedingt, daß die Dämpfungswirkung der Exponentialfunktion (d. h. auch die Dämpfung der Wellenamplitude) in (4) mit abnehmendem k_0 b geringer wird. Vergleicht man andererseits bei gleicher Froudescher Zahl $1/\sqrt{k_0 b}$ Flügel verschiedener Seitenverhältnisse b/a, so erkennt man: Die Deformation $(Z - z_0)/z_0$ ist längs der Flügeltiefe um so stärker und auch um so steiler (d. h. $a \frac{\partial}{\partial x} (Z - z_0)/z_0$ um so größer) je kleinerdas Seitenverhältnis ist. Dieses erkennt man auch aus Formel (4), denn zunächst wächst der Wert von $\Gamma/u_0 \, b$ mit abnehmendem Seitenverhältnis, wie auch aus der normalen Tragflügeltheorie bekannt ist; außerdem zeigt (4), daß $a \frac{\partial}{\partial x} (Z - z_0)/z_0$ jedenfalls für kleine x-Werte proportional zu a/b ist, und auch $(Z-z_0)/z_0$ ist für kleine x/a proportional zu a/b.

Die Wellenlänge in x-Richtung $\varDelta x$ der Deformation ($Z=z_0)/z_0$ ist nach (4) proportional zu $1/k_0$, also

$$\frac{\Delta x}{a} \sim \frac{1}{k_0 b} \frac{b}{a},\tag{5}$$

die Formeln (27) und (52) aus Arbeit I nicht mehr gültig sind.

⁷ Die Diagramme Abb. 9 bis 14 beziehen sich auf den Anstellwinkel $\delta_a = -0.2$; für einen anderen Anstell-winkel δ_a^* sind die $(Z - z_0)/z_0$ -Werte entsprechend mit δ_a^*/δ_a zu multiplizieren. ⁸ Dabei ist der Grenzübergang $k_0 \to 0$ zu sehr großen Froudeschen Zahlen ausgeschlossen, da in diesem Fall die Formeln (27) und (52) aus Arbeit I nicht mehr miltig zieht.

d. h. die Wellenlänge wird mit abnchmendem Seitenverhältnis und abnehmender Froudeschen Zahl kleiner. Diese Tatsache geht auch klar aus den in Abb. 9 bis 14 dargestellten Ergebnissen hervor; insbesondere erkennt man, daß im Fall $\sqrt{k_0 b} = \sqrt{2}$ und b/a = 1 das Maximum der Absenkung schon bei x/a = 0.5 erreicht ist (Abb. 10), und für größere x/a schon ein Wellenberg auftritt, es sich also um eine sehr kurzwellige Deformation handelt in Übereinstimmung mit der Aussage (5).

Bei der Auftragung der Ergebnisse für $(Z - z_0)/z_0$ bei Flügeln verschiedener Seitenverhältnisse und gleichem Anstellwinkel $\delta_a = -0,2$ für verschiedenc Froudesche Zahlen wurde noch nichts übcr



den Gesamtauftrieb K_A der Flügel vorausgesetzt. Bekanntlich ist

$$K_{A} = \varrho \ u_{0} \ 2 \ b(\Gamma)_{m} = \varrho \ \frac{\pi}{2} \ u_{0}^{2} \ b^{2} \ A_{1} \ , \tag{6}$$

 $(A_1 \text{ gemäß Gleichung 23 der Arbeit I})$, und es ergibt sich z. B. für $z_0 \to \infty$ (unbegrenztes Medium): $\frac{b}{a} = 1: \frac{A_1}{\delta_a} = -1,82; \quad \frac{b}{a} = 4: \frac{A_1}{\delta_a} = -1,14; \quad \frac{b}{a} = 6: \frac{A_1}{\delta_a} = -0,89.$ Wir wollen im folgenden einige charakteristische Abhängigkeiten diskutieren und dabei der Einfachheit halber stets von der Bedingung ausgehen, daß die betrachteten Flügel im unbegrenzten Medium die gleiche Gesamtauftriebskraft $K_{A_{\infty}}$ haben sollen.

a) Betrachtet man zwei Flügel bei gleichem Anstellwinkel δ_a , so kann man die in Abb. 9 bis 14 dargestellten Ergebnisse direkt verwenden. Man hat dann z. B. bei zwei verschiedenen *Froude*schen



Zahlen $F_1 = \frac{u_{01}}{\sqrt[]{g b_1}}$ und $F_2 = \frac{u_{02}}{\sqrt[]{g b_2}}$ wegen (6) die Relation zu erfüllen: $\frac{b_1}{b_2} = \frac{u_{02}}{u_{01}} = (F_2/F_1)^{2/3}$. Haben dagegen die beiden Flügel verschiedene Seitenverhältnisse aber die gleiche Froudesche Zahl, so muß gelten: $\left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{3/2} = \left(\frac{u_{01}}{u_{02}}\right)^3 = \left(\frac{A_{12}}{A_{11}}\right)^{1/3}$.

b) Betrachtet man zwei Flügel mit verschiedenem Seitenverhältnis aber gleichem b und u_0 , so muß der Flügel mit dem kleineren Seitenverhältnis auch einen kleineren Anstellwinkel haben, und zwar gilt: $\delta_{a_1}/\delta_{a_2} = \frac{(A_1/\delta_a)_2}{(A_1/\delta_a)_1}$, entsprechend sind auch die Ergebnisse in Abb. 9 bis 14 zu modifizieren (vgl. Fußnote 7 auf S. 5).

c) Betrachtet man zwei Flügel mit gleichem Seitenverhältnis aber verschiedenen Anstellwinkeln, so kann man entweder *b* oder u_0 konstant halten. Für konstantes *b* ist $\frac{u_{02}}{u_{01}} = F_2/F_1$ und $\delta_{a_1}/\delta_{a_2} = (F_2/F_1)^2$. Für konstantes u_0 ist dagegen $F_2/F_1 = \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}$ und $\delta_{a_1}/\delta_{a_2} = (F_1/F_2)^4$. Entsprechend den Anstellwinkeln sind dann wieder die in Abb. 9 bis 14 dargestellten Ergebnisse zu modifizieren.

Bei der Beurteilung der in Abb. 9 bis 14 dargestellten Deformationen $\frac{1}{z_0}(Z-z_0)$ muß man stets bedenken, daß diese Ergebnisse mit einer linearisierten Theorie gewonnen wurden. Die Randbedingung der Wasseroberfläche wurde ja statt an der wirklichen gekrümmten Oberfläche nur an der Ebene $z = z_0$ erfüllt. Infolgedessen können auch die Ergebnisse nur solange als zuverlässig ange-



Abb. 15. Form der Wasseroberfläche auf der Saugseite des Flügels bei der Froudeschen Zahl $(k_o b)^{-1/4} = \sqrt{2}$ mit Berücksichtigung der Oherflächenspannung.







Abb. 17. Form der Wasseroberfläche auf der Saugseite des Flügels bei der FroudeschenZahl $(k_0 \ b)^{-1}l^2 = \sqrt{10}$ mit Berücksichtigung der Oberflüchenspannung.

XXXIV. Band 1965 W. H. Isay und K. Brunnstein: Untersuchung des Strömungsfeldes

sehen werden, als sich nicht nachträglich bei der Berechnung von Z(x, y) eine zu stark⁹ gekrümmte Oberfläche ergibt. Andernfalls muß der Flügelanstellwinkel δ_a eben soweit verkleinert werden, daß die Gültigkeitsgrenze der linearen Theorie nicht überschritten wird (vgl. Fußnote 7, S. 377). Aus diesem Grunde wurden die in Abb. 15 bis 17 dargestellten Ergebnisse für die Form $\frac{1}{z_0}(Z - z_0)$ der Wasseroberfläche mit Berücksichtigung der Oberflächenspannung für verkleinerte Anstellwinkel δ_a

aufgetragen. Bei den gewählten Beispielen ist der Einfluß der Oberflächenspannung recht groß; bei der Betrachtung der Kurven in Abb. 15 bis 17 fällt für $\Omega = 10$ zunächst die sehr steile Absenkung der Wasseroberfläche auf. Trotzdem sind die Amplituden der Wellen jedoch sehr klein.

Man muß nämlich berücksichtigen, daß z. B. im Fall $\Omega = 10$ und $\frac{1}{\sqrt{k_0 b}} = \sqrt{10}$ die Flügelspann-

weite 2 b nur 0,18 cm beträgt! Daher ist es verständlich, daß die Wellenlänge in x-Richtung wesentlich größer als die Flügeltiefe 2 a ist. Einen Anhaltspunkt für die Wellenlänge in x-Richtung kann dabei die bekannte "Grenzwellenlänge" L = 1,72 cm zwischen Kapillar- und Schwerewellen geben (sie entspricht $\Omega = 4$). Man erkennt ferner aus Abb. 15 bis 17, daß in dem Bereich $\Omega < 100$ (in dem die Kapillarwellen bereits eine wesentliche Rolle spielen) die Absenkung vor dem Flügel (x < 0) fast ebenso stark ist wie hinter dem Flügel (x > 0), da sich die Kapillarwellen im Gegensatz zu den Schwerewellen stromaufwärts vom Flügel ausbreiten. Mit wachsendem Ω , d. h. abnehmendem

Einfluß der Oberflächenspannung nimmt $\frac{1}{z_0}$ (Z - z₀) wieder die reinen Schwerewellen entspre-

chende Form an, wie sie in Abb. 9 bis 14 dargestellt ist. Dabei ist es klar, daß dieser Übergang bei gleicher Anströmgeschwindigkeit u_{01} also gleichem Ω um so eher erfolgt, je kleiner die *Froude*sche Zahl, also je größer die Abmessung des Flügels ist. Letztere Tatsache ist auch durch Vergleich der Abb. 15 und 17 klar zu erkennen. Die Abb. 15 bis 17 zeigen ferner, daß die absolute Absenkung $Z - z_0$ bei gleicher *Froude*scher Zahl mit abnehmendem Ω kleiner wird.

4. Die relative Gefährdung der Flügel durch Luftansaugung. Wie bereits in der Einleitung gesagt wurde, ist es bisher nicht gelungen, eine physikalisch begründete Theorie zur quantitativen Behandlung des Luftansaugungsvorganges zu entwickeln. Unter Berücksichtigung der in Ziff. 2 und 3 erhaltenen Ergebnisse lassen sich aber doch einige qualitative Aussagen über die Gefährdung der Flügel durch Luftansaugung machen, und zwar in Abhängigkeit von den wichtigsten Parametern, nämlich Froudescher Zahl, Maßstab des Flügels, Abstand von der Wasseroberfläche, Seitenverhältnis, Flügelanstellwinkel und Druckverteilung.

Dazu gehen wir von der einfachen, aus der Anschauung folgenden Vorstellung aus, daß die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die unter dem Atmosphärendruck $p_0 \sim 1 \text{ kp/cm}^2$ stehende Luft von der Wasseroberfläche in ein Unterdruckgebiet (bzw. in eine Kavitationsblase) mit dem Druck pan der Saugseite des Flügels eingesogen wird, um so geringer ist, je kleiner die Druckdifferenz Δp $= p_0 - p$ und je größer die Dicke h der "Wasserdecke" zwischen der Wasseroberfläche und dem Unterdruckgebiet ist. Man könnte also daran denken, das Verhältnis $\Delta p/h$ als Maß für die Gefährdung eines Flügels durch Luftansaugung einzuführen; dieses ließe sich in der Form

$$L=\frac{1}{\varrho g}\frac{\Delta p}{h}$$

auch als dimensionslose "Luftansaugungskennzahl" schreiben. Allerdings darf dem Wert von Lkeine wirkliche quantitative Bedeutung beigelegt werden; denn schon allein eine sachgemäße, dem physikalischen Vorgang voll gerecht werdende Bestimmung der "Wasserdecken-Dicke" h ist ohne die bisher fehlende genauere theoretische Durchdringung des Problems nicht möglich. Außerdem ist es ja nicht sicher, ob die Größen Δp und h wirklich in der einfachen Form $\Delta p/h$ und nicht vielmehr in einem allgemeineren funktionalen Gesetz $f(\Delta p, h)$ anzusetzen sind.

Im folgenden wollen wir versuchen, zu einigen qualitativen Aussagen über die Luftansaugung zu kommen.

⁹ Eine genaue Gültigkeitsgrenze ist dabei schwer angebbar, da es eine Theorie, bei der die Randbedingung längs einer gekrümmten Wasseroberfläche erfüllt wird, bisher nicht gibt. Als Anhaltspunkt mag die Überlegung dienen, daß in der linearisierten Theorie $\left(\frac{1}{u_0} \partial \Phi / \partial z\right)^2 \ll 1$ vorausgesetzt wird, und somit wegen $\frac{1}{u_0} \frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\partial Z}{\partial x}$ auch die Bedingungen $\left(\frac{\partial Z}{\partial x}\right)^2 \ll 1$, $\left(\frac{\partial Z}{\partial y}\right)^2 \ll 1$ gefordert werden müssen. Vgl. hierzu auch: *W. H. Isay*, Propellertheorie, S. 195 u. 221/22. a) Für die Praxis von besonderer Wichtigkeit ist die Frage, ob es ausreichend ist, das Froudesche Ähnlichkeitskriterium für die Großausführung und das Modell eincs Flügels zu erfüllen, um gleiche Gefährdung durch Luftansaugung zu erhalten und somit aus dem Modellversuch auf das Verhalten der Großausführung schließen zu können. In diesem Fall hat man also geometrische Ähnlichkeit, d. h. gleiches b/a, z_0/b und δ_a ; außerdem gleiches F, d. h. $\frac{u_{02}^2}{b_2} = \frac{u_{01}^2}{b_1}$, $b_2 < b_1$, $u_{02} < u_{01}$. Der Absolutwert von Δp ist dann proportional zu u_0^2 . Nach der Profiltheorie ist mit γ als gebundener Wirbeldichte bekanntlich näherungsweise:

$$\frac{2\,\Delta p}{\varrho\,u_0^2} = \frac{\gamma}{u_0} \left(1 + \frac{1}{4}\,\frac{\gamma}{u_0}\right)\,,$$

und daraus folgt mit $\gamma \approx \frac{\Gamma}{2a}$ die für unsere hier durchgeführten qualitativen Betrachtungen genügend genaue Relation:

$$\frac{\Delta p}{\varrho} \approx \frac{u_0^2}{4} \frac{b}{a} \frac{\Gamma}{u_0 b} \left(1 + \frac{1}{8} \frac{b}{a} \frac{\Gamma}{u_0 b} \right) \sim u_0^2 \frac{b}{a} \frac{\Gamma}{u_0 b}.$$
(7)

Die außer Δp und u_0^2 in dieser Beziehung enthaltenen Größen stimmen bei Modell und Großausführung überein. Ebenso ist die absolute Absenkung der Wasseroberfläche $Z - z_0$ proportional zu b, da die relative Absenkung für Modell und Großausführung identisch ist. Es ist somit möglich, gleiche Bedingungen für Modell und Großausführung zu schaffen, da einem kleineren Δp des Modells auch eine kleinere Absenkung $Z - z_0$ entspricht. Nehmen wir an, daß $h \sim b$ und $\Delta p \sim u_0^2$ ist, so folgt aus unserer Kennzahl

$$L_2/L_1 = rac{u_{02}^2}{b_2} rac{b_1}{u_{01}^2}$$
 ,

und die Bedingung der gleichen Gefährdung durch Luftansaugung wäre identisch mit dem Froudeschen Ähnlichkeitskriterium. Bei einem anderen formelmäßigen Aufbau von L erhielte man dagegen eine zusätzliche Bedingung; das würde bedeuten, daß man mit dem Maßstab des Modelles d. h. mit dem Verhältnis b_2/b_1 nicht mehr frei wäre. Aber immerhin ließe sich auch dieses noch crfüllen, um gleiche Luftansaugungsbedingungen zu sichern.

b) Die Gefährdung der Flügel durch Luftansaugung nimmt (bei sonst gleichem Strömungszustand und gleichen Abmessungen) mit wachsender Eintauchtiefe z_0/b rasch ab, da mit zunehmcndem z_0/b auch die Absenkung der Wasseroberfläche kleiner wird. Die Gefährdung steigt mit zunehmendem Flügelanstellwinkel, da dann sowohl das Druckminimum an der Saugseite stärker wird als auch die Absenkung der Wasseroberfläche zunimmt.

c) Zum Einfluß der Druckverteilung über Flügeltiefe auf die Luftansaugung kann gesagt worden, daß sich ein ausgeprägtes Druckmiminum in der Nähe der Vorderkante und Druckansticg zur Hinterkante hin günstig auswirkt, da ja die Hauptabsenkung der Wasseroberfläche mehr im Bereich der Flügelhinterkante eintritt. Vom Standpunkt der Luftansaugung aus ist also ein anderer Druckverlauf wünschenswert als vom Standpunkt der Grenzschichttheorie.

d) Der Einfluß des Seitenverhältnisses der Flügel auf die Luftansaugung hängt von verschicdenen Faktoren ab. Vergleicht man Flügel mit demselben Gesamtauftrieb $K_{A\infty}$ und gleichem b und u_0 , so muß bei dem kleineren Seitenverhältnis auch ein kleinerer Anstellwinkel δ_a zugrunde gelegt werden (vgl. Ziff. 3.2). Die Absenkung der Wasseroberfläche wird dann mit abnehmendem Seitenverhältnis etwas größer (*h* kleiner), (vgl. Abb. 9 bis 14). Andererseits wird Δp nach (7) mit abnehmendem Seitenverhältnis kleiner, da $\frac{\Gamma}{u_0 b} \sim A_1$ konstant bleibt, so daß hier zwei Effekte gegeneinander wirken, und eine eindeutige Aussage kaum möglich ist.

Betrachtet man Flügel mit gleichem $K_{A_{\infty}}$, δ_a , z_0/b und gleicher Froudescher Zahl, so wächst Δp nach (7) mit zunehmendem Seitenverhältnis an, da außer b/a auch $\frac{\Gamma}{u_0 b} \sim A_1$ größer wird und $u_0^2 \sim (A_1)^{-1/3}$ nur wenig abnimmt (vgl. Ziff. 3.1). Andererseits nimmt die absolute Absenkung $Z - z_0$ der Wasseroberfläche trotz der Relation $b \sim (A_1)^{-1/3}$ mit wachsendem Seitenverhältnis ab (vgl. Abb. 9 bis 14). Somit wirken auch hier zwei Umstände im entgegengesetzten Sinne, und eine klare Aussage über die Abhängigkeit der Luftansaugung vom Seitenverhältnis ist nicht möglich. Immerhin kann man im Rahmen der hier durchgeführten rein qualitativen Betrachtungen feststellen, daß das Seitenverhältnis (bei gleichem Gesamtauftrieb $K_{A_{\infty}}$) wahrscheinlich keinen großen

Einfluß auf die Gefährdung des Flügels durch Luftansaugung hat. Bei diesen Betrachtungen wurde die relative geringe Abhängigkeit der A_1 - bzw. $(\Gamma)_m$ -Werte von der jeweiligen Froudeschen Zahl vernachlässigt, da der Einfluß des Seitenverhältnisses auf A_1 überwiegt.

e) Der Einfluß der Froudeschen Zahl auf die Luftansaugung ist beachtlich. Vergleicht man Flügel mit demselben $K_{A_{\infty}}$, b/a, δ_a , z_0/b , so wird Δp nach (7) mit zunehmender Froudescher Zahl größer, da $u_0 \sim (F)^{2/3}$ ist. Dagegen tritt der Einfluß des mit wachsender F-Zahl etwas abnehmenden $\frac{\Gamma}{u_0 b}$ -Wertes zurück. Die relative Absenkung der Wasseroberfläche $\frac{1}{z_0} (Z - z_0) \approx \frac{1}{b} (Z - z_0)$ wächst zwar mit zunehmendem F, jedoch bleibt die für die Luftansaugung wesentliche absolute Absenkung $Z - z_0$ annähernd konstant, da ja $b \sim (F)^{-2/3}$ mit F abnimmt. Die Gefährdung durch Luftansaugung nimmt also mit wachsender Froudescher Zahl zu.

Betrachtet man Flügel mit gleichem $K_{A_{\infty}}$, b/a und z_0/b , so kann man entweder b oder u_0 konstant halten. Bei konstantem b bleibt Δp wegen $u_0 \sim F$ und $\delta_a \sim F^{-2}$ annähernd unabhängig von F; die Absenkung $Z - z_0$ wird wegen $\delta_a \sim F^{-2}$ (vgl. auch Abb. 9 bis 14) mit steigendem F geringer, so daß die Gefährdung durch Luftansaugung mit wachsender Froudescher Zahl (bei konstantem b) abnimmt. Bei konstantem u_0 hat man dagegen ein umgekehrtes Verhalten; da dann $b \sim F^{-2}$ und $\delta_a \sim F^4$ ist, ergibt sich eine starke Vergrößerung von Δp bei zunehmender F-Zahl. Dazu kommt, daß sich die relative Absenkung $\frac{1}{z_0} (Z - z_0) \approx \frac{1}{b} (Z - z_0)$ der Wasseroberfläche bei wachsender

F-Zahl wegen $\delta_a \sim F^4$ und unter Berücksichtigung der Ergebnisse aus Abb. 9 bis 14 erheblich verstärkt. Die Zunahme der für die Luftansaugung wesentlichen absoluten Absenkung $Z - z_0$ ist allerdings geringer, da $b \sim F^{-2}$ ist; dennoch bleibt in diesem Fall (u_0 konstant) eine sehr starke Zunahme der Luftansaugungsgefahr mit wachsender *Froude*schen Zahl.

f) Der Einfluß der Oberflächenspannung auf die Luftansaugung ist i.a. gering. Für das Strömungsfeld spielt, wie bereits gesagt, die Oberflächenspannung nur dann eine Rolle, wenn die Anströmgeschwindigkeit klein ist, d. h. etwa für $u_0 < 1$ m/sek oder $\Omega < 10^3$, und zwar auch dann im wesentlichen nur bei mittleren und großen Froudeschen Zahlen. Dieses bedeutet, daß auch die Flügelabmessungen bereits sehr klein sind, z. B. für $\Omega = 10^2$ und $\frac{1}{\sqrt{k_0 b}} = \sqrt{2}$ ist die Spannweite 2 b = 2.8 cm. Eine Nichtberücksichtigung der Oberflächenspannung würde in diesen allerdings maktisch nicht sohr bedeutenzen Fällen zu einen felstenz

praktisch nicht sehr bedeutsamen Fällen zu einer falschen und zwar wesentlich zu geringen Einschätzung der Luftansaugungsgefahr führen. Denn sowohl für die Absenkung $Z - z_0$ (vgl. Abb. 15 bis 17) als auch für die Zirkulation Γ bzw. Δp (vgl. Abb. 4 und 5) ergibt sich ohne Berücksichtigung der Oberflächenspannung ein zu kleiner Wert.

Unter 4.a hatten wir das Problem des Modellversuches zur Klärung des Luftansaugungsverhaltens besprochen und waren dabei (im Rahmen der hier durchgeführten rohen qualitativen Betrachtungen) zu der Gültigkeit des Froudeschen Ähnlichkeitskriteriums gekommen. Dabei war die relative Absenkung $\frac{1}{z_0}(Z-z_0)$ der Wasseroberfläche für Modell und Großausführung als gleich angenommen worden. Unter Berücksichtigung der Oberflächenspannung (die ja überhaupt nur für das Modell eine Rolle spielen kann) wird $\frac{1}{z_0}(Z-z_0)$ eher größer sein als bei der Großausführung. Somit gibt die Durchführung des Modellversuches nach dem Froudeschen Ähnlichkeitskriterium erst recht eine sichere Aussage über die Gefährdung der Großausführung durch Luftansaugung, da ja die Verhältnisse am Modell wegen des Einwirkens der Oberflächenspannung ungünstiger sind.

5. Bemerkung über die Berechnung der Druckverteilung des Flügels. Für die Bcrechnung der Druckverteilung ist zunächst die Bestimmung der gebundenen Wirbeldichte $\gamma(x, z)$ mit Hilfe der Tragflächentheorie erforderlich. Um den sehr großen Aufwand einer Tragflächentheorie bei Unterwassertragflügeln zu umgehen, wurde in Ziff. 9 der Arbeit I ein Näherungsverfahren zur Berechnung der Zirkulationsdichte γ angegeben, bei dem teilweise von Formeln der ebenen Profiltheorie Gebrauch gemacht wird. Einen Anhaltspunkt für den Anwendungsbereich dieses Näherungsverfahrens erhält man durch Vergleich der beiden Integrale

$$\frac{1}{4\pi}\int_{-b}^{b}\frac{a\,\Gamma(\zeta)\,d\zeta}{\sqrt[3]{a^2+(z-\zeta)^{2^3}}}\qquad \text{bzw.}\qquad \frac{1}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{a\,\Gamma(z)\,d\zeta}{\sqrt[3]{a^2+(z-\zeta)^{2^3}}}$$

Ingenieur Archiv

der ebenen bzw. der räumlichen Theorie; der Ausdruck

$$1 - rac{1}{2 \Gamma(z)} \int_{-b}^{b} rac{a^2 \Gamma(\zeta) d\zeta}{\sqrt{a^2 + (z - \zeta)^{2^3}}}$$

kann somit als ein Maß für den relativen Fehler des genannten Verfahrens angesehen werden. Erwartungsgemäß ist er um so größer, je kleiner das Seitenverhältnis b/a der Flügel ist. Noch bei Seitenverhältnissen $b/a \approx 4$ beträgt der Fehler etwa 12%.

Nun macht der Einfluß der Wasseroberfläche auf die Zirkulationsverteilung am Flügel bei Seitenverhältnissen b/a = 4 bis 6 ja selbst nicht mehr als etwa 10% bis 20% aus (vgl. Abb. 2 und 6), so daß die Genauigkeit des erwähnten Verfahrens für die Erfassung dieser Effekte nicht ausreicht. Bei kleinen Seitenverhältnissen, bei denen zwar der Einfluß der Wasseroberfläche ausgeprägter ist, kann das Näherungsverfahren erst recht nicht angewendet werden.

Für eine zuverlässige Ermittlung des Einflusses der freien Wasseroberfläche auf die Wirbeldichte γ (und damit auf die Druckverteilung) der Flügel muß somit doch auf die reguläre dreidimensionale Tragflächentheorie zurückgegriffen werden. Auf die Durchführung solcher Rechnungen haben die Verfasser jedoch in Anbetracht des sehr großen Aufwandes verzichtet. Dazu kommt, daß eine Berechnung der Druckverteilung am senkrechten Unterwassertragflügel solange nicht als vordringlich erscheint, als deren Ergebnisse nicht zur quantitativen Anylase des Luftansaugungsvorganges benötigt werden. Davon sind wir jedoch heute noch weit entfernt.

(Eingegangen am 18. Mārz 1965.)

Anschrift der Verfasser: Professor Dr.-Ing. W. H. Isay und Dipl.-Phys. K. Brunnstein, Institut für Schiffbau der Universität Hamburg, Hamburg 33, Lämmersieth 90.