

Ein Beitrag zur Beurteilung der Stabilität schneller Schiffe bei gekoppelter Gier-, Quer- und Rollbewegung

Yang Bao-an*)

EINLEITUNG

Zur Sicherheit und Wirtschaftlichkeit eines Schiffes leisten Querstabilität und Gierstabilität durch ihre Bedeutung für die Kenter-sicherheit und die Fähigkeit des Kurshaltens wesentliche Beiträge. Bis vor kurzem wurden von den meisten Autoren Fragen der Quer- und der Gierstabilität getrennt behandelt. So wurde in den sechziger Jahren z.B. die Gierstabilität in einigen theoretischen Untersu-chungen [1], [2] nach den linearisierten Bewegungsgleichungen behandelt, ohne auf Kopplungen zwischen Roll- und Querbewegung ein-zugehen. In den letzten zwanzig Jahren hat der Seeverkehr mit grös-seren, schnelleren Schiffen zugenommen, bei denen besondere Risiken hinsichtlich beider Stabilitätsarten auftreten können. Daher gilt es, für diese Schiffstypen bereits im Projektstadium auch den Manö-vriereigenschaften des Schiffes besondere Aufmerksamkeit zu schen-ken.

Zur Beurteilung des Manövrierverhaltens von Schiffen wurden in [4] drei Kriterien vorgeschlagen:

Drehfähigkeit
Gierstabilität
Hand-Steuerbarkeit

Diese Kriterien wurden in [4] ohne Berücksichtigung einer Kopplung mit dem Rollen definiert.

Nachstehend sollen im gleichen Zusammenhang die gekoppelten Gier-, Quer- und Rollbewegungen untersucht werden. Bei Schiffen, die bei höheren Geschwindigkeiten operieren, spielen hydrodynamische Kopplungseinflüsse zwischen Gieren und Rollen eine besondere Rolle und sind i.a. nicht vernachlässigbar. So hat bereits Eda [3] auf die Bedeutung des hydrodynamischen Giermoments infolge von Rollen (den Term $N_{\phi\phi}$), hingewiesen. Außerdem gibt es entsprechende Kopp-lungsterme mit ϕ und ϕ . Jedoch wurden diese Einflüsse bisher selten berücksichtigt.

Im folgenden Beitrag werden zunächst die linearisierten Bewegungs-gleichungen des Schiffes in der horizontalen Ebene, jedoch unter Be-rücksichtigung der Kopplung mit der Rollbewegung, aufgestellt, d.h. die Bewegungsgleichungen werden nach kleinen Störungsparametern ent-wickelt. Die Theorie linearer Systeme führt dann nach den Hurwitz-schen Stabilitätskriterien auf gewisse Stabilitätsgrenzen.

Diese Grenzen lassen sich in einem Diagramm (metazentrische Höhe \overline{GM} , Gierstabilitätsindex C_1) darstellen. Danach ergibt der Koeffizient a der charakteristischen Gleichung eine Hyperbel als Stabilitätsgren-ze. Die übrigen Hurwitzschen Bedingungen ergeben in diesem Falle

+) Dozent an der Nordwestlichen Technischen Universität in Xia'n, V.R. China -
z.Zt. Gastwissenschaftler am Institut für Schiffs- und Meeres-technik der Technischen Universität Berlin - **Delft University of Technology**
Eingereicht am 7.12.1982. **Ship Hydromechanics Laboratory**

Library

Mekelweg 2 - 2628 CD Delft
The Netherlands

tel. 31 15 786873 - Fax: 31 15 781836

keine weitere Verschärfung. Daher kann man die Bedingung $a_0 > 0$ als einzig maßgebendes Stabilitätskriterium bezeichnen. Diese Folge- rung, die qualitativ auch in anderen neueren Untersuchungen [3], [8] anklingt, wird in der vorliegenden Arbeit durch eine genauere Be- weisführung verdeutlicht.

FORMEIGENSCHAFTEN SCHNELLERER SCHIFFE

Wie Eda [3] beschrieben hat, bringen die Formeigenschaften schnellerer Schiffe (großes L/B, kleines GM, Schwerpunkt hinter Haupt- spant, Bugwulst, relativ großes Ruder) ziemlich starke hydrodyna- mische Kopplungseinflüsse zwischen Gier-Quer-Roll- und Ruderbewe- gungen mit sich.

Einer der wichtigsten Kopplungsterme, nämlich das Giermoment durch Rollen, kann durch die Umströmung des gekrängten Rumpfes nach Art eines gewölbten Tragflügels kleinen Seitenverhältnisses bzw. näherungsweise durch Gleichsetzen der Spantflächenschwerpunkte mit einer Profilwölbungsline zumindest qualitativ erklärt werden [3]. Abb. 1 zeigt ein Beispiel der Rumpfform-Wölbungsline. Wenn der Krängungswinkel ungleich Null ist, dann ist die senkrechte Projektion der Spantschwerpunkte auf die Wasseroberfläche keine Gerade, sondern eine geneigte, gewölbte Kurve, wie die Abbildung zeigt; es entsteht ein hydrodynamisches Giermoment und eine Querkraft. In der nachfolgenden Diskussion der Stabilität wird hauptsächlich diese Kopplung berücksichtigt.

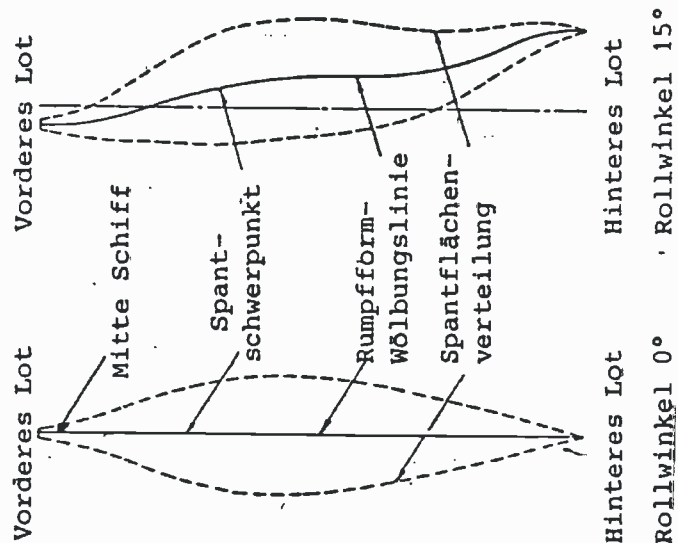
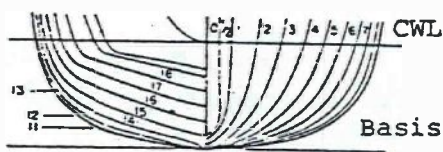


Abb. 1: Asymmetrische Verteilung über die Länge durch Rollen [3] (Rumpfform-Wölbungs- linie)

MATHEMATISCHES MODELL

Bewegungsgleichungen in der horizontalen Ebene mit Rollen.

Im Spezialfall der horizontalen Bewegung, gekoppelt mit einer Roll- bewegung gelten folgende Bewegungsgleichungen (Abkowitz [1]):

$$X = m (\dot{u} - r v - x_G \dot{r}^2 + p r Z_G)$$

$$Y = m (\dot{v} + r u + x_G \dot{r} - Z_G \dot{p})$$

$$N = I_Z \dot{r} + m X_G (\dot{v} + r u)$$

$$K = I_x \dot{p} - m Z_G (\dot{v} + r u)$$

(1)

Dabei wurde angenommen:

$$y_G = 0, \quad I_{xz} = I_{zx} = 0$$

Die Gleichungen (1) sind die Bewegungsgleichungen in einem schiffsfesten Bezugssystem, dessen Ursprung in einer vertikalen Ebene durch den Gewichtsschwerpunkt G liegt.

Abb. 2 zeigt das Koordinatensystem sowie die Definition der benötigten Symbole.

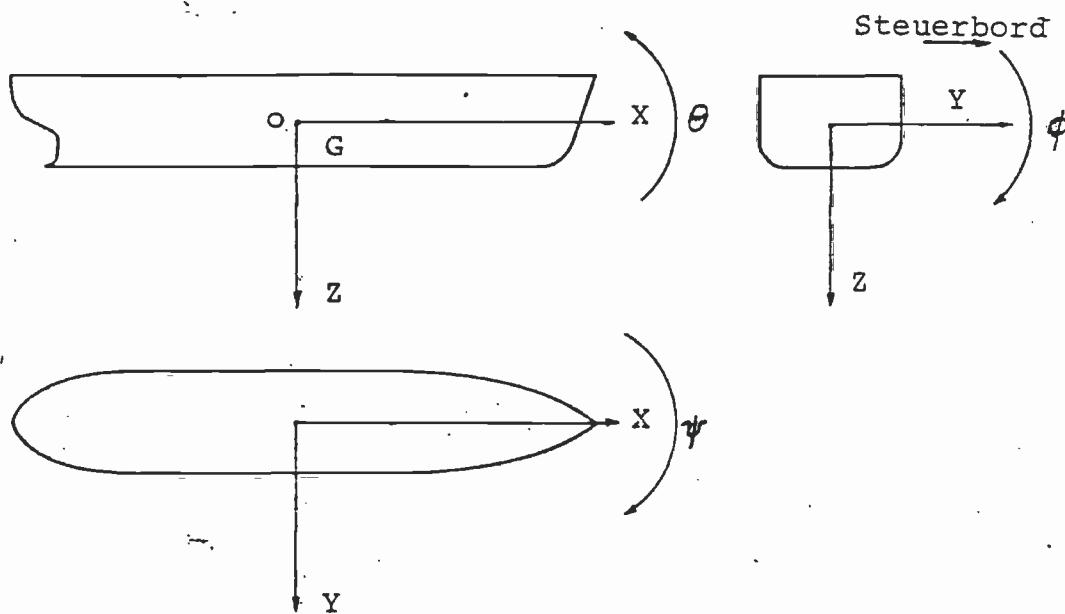


Abb. 2: Koordinatensystem und Definitionen

Äußere Kräfte

Im folgenden werden die Kräfte auf das Unterwasserschiff in glattem Wasser betrachtet. Die Kräfte X, Y und die Momente K und N hängen ab vom Bewegungszustand des Schiffes, dem Krängungswinkel ϕ , dem Ruderwinkel δ und der Propellerdrehzahl n :

$$X = (u, \dot{u}, v, \dot{v}, r, \dot{r}, p, \dot{p}, \phi, \delta, n)$$

$$Y = (u, \dot{u}, v, \dot{v}, r, \dot{r}, p, \dot{p}, \phi, \delta, n)$$

$$K = (u, \dot{u}, v, \dot{v}, r, \dot{r}, p, \dot{p}, \phi, \delta, n)$$

$$N = (u, \dot{u}, v, \dot{v}, r, \dot{r}, p, \dot{p}, \phi, \delta, n)$$

(2)

Hierbei wird angenommen, daß die Kräfte und Momente zur Zeit t nur von den Geschwindigkeiten und Beschleunigungen zur selben Zeit abhängen.

Linearisierte Bewegungsgleichungen

Die Linearisierung der Bewegungsgleichungen ist aus der Literatur bekannt ([1], [5]). Geht man entsprechend vor, jedoch unter Berücksichtigung des Rollens, so erhält man unter Weglassung der Längskraftgleichung [5] die linearisierten Bewegungsgleichungen in Matrixform:

$$\begin{bmatrix} \underbrace{(K_p - I_x)}_{\bar{K}_p} & \underbrace{(K_v + mZ_G)}_{\bar{K}_v} & K_r \\ \underbrace{(Y_p + mZ_G)}_{\bar{Y}_p} & \underbrace{(Y_v - m)}_{\bar{Y}_v} & \underbrace{(Y_r - mX_G)}_{\bar{Y}_r} \\ N_p & \underbrace{(N_v - mX_G)}_{\bar{N}_v} & \underbrace{(N_r - I_z)}_{\bar{N}_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p} \\ v \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_p & K_v & \underbrace{(K_r + mZ_G u_0)}_{\bar{K}_r} \\ Y_p & Y_v & \underbrace{(Y_r - m u_0)}_{\bar{Y}_r} \\ N_p & N_v & \underbrace{(N_r - mX_G u_0)}_{\bar{N}_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ v \\ \gamma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_\phi \\ Y_\phi \\ N_\phi \end{bmatrix} \phi(t) = \begin{bmatrix} -K_\delta \\ -Y_\delta \\ -N_\delta \end{bmatrix} \delta(t) \quad (3)$$

Im folgenden sollen zur Vereinfachung der Schreibweise die Abkürzungen \bar{K}_p usw., wie in Gleichung (3) angegeben, benutzt werden.

STABILITÄTSKRITERIUM

Die Bewegungsgleichungen (3) gelten infolge der Linearisierung für kleine Störungen des Ausgangszustands. Man kann die Stabilität der Bewegungsgleichungen durch Betrachtung der freien Schwingungen (für $\delta = 0$) nach einer kleinen Störung der stationären Bewegung untersuchen. Die Ausgangsbewegung findet bei stationärem geradlinigem Kurs statt.

Ansatz für die Stabilitätsgleichung

Die Gleichungen der Schiffsbewegung (3) lassen sich als lineares System mit konstanten Koeffizienten auffassen. Man führt den Differential-Operator $\mathcal{D} = \frac{d}{dt}$ ein, so daß

$$\dot{v} = \mathcal{D}v, \quad \dot{\gamma} = \mathcal{D}\gamma, \quad \dot{p} = \mathcal{D}p \quad \text{usw.} \quad (4)$$

Setzt man diese Ausdrücke in (3) ein, so erhält man für $\delta = 0$:

$$\begin{bmatrix}
 \underbrace{\bar{K}_p \mathcal{D}^2 + K_p \mathcal{D} + K_\phi}_{a_{11}} & \underbrace{\bar{K}_v \mathcal{D} + K_v}_{a_{12}} & \underbrace{K_r \mathcal{D} + \bar{K}_r}_{a_{13}} \\
 \underbrace{\bar{Y}_p \mathcal{D}^2 + Y_p \mathcal{D} + Y_\phi}_{a_{21}} & \underbrace{\bar{Y}_v \mathcal{D} + Y_v}_{a_{22}} & \underbrace{\bar{Y}_r \mathcal{D} + \bar{Y}_r}_{a_{23}} \\
 \underbrace{N_p \mathcal{D}^2 + N_p \mathcal{D} + N_\phi}_{a_{31}} & \underbrace{\bar{N}_v \mathcal{D} + N_v}_{a_{32}} & \underbrace{\bar{N}_r \mathcal{D} + \bar{N}_r}_{a_{33}}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \phi \\
 v \\
 r
 \end{bmatrix}
 = 0 \quad (5)$$

Diese drei linearen, homogenen Gleichungen für die drei Unbekannten ϕ , v , r haben dann und nur dann eine nichttriviale Lösung, wenn die Determinante der Koeffizientenmatrix verschwindet:

$$\begin{vmatrix}
 a_{11} & a_{12} & a_{13} \\
 a_{21} & a_{22} & a_{23} \\
 a_{31} & a_{32} & a_{33}
 \end{vmatrix}
 = 0 \quad (6)$$

Beim Auswerten der Determinante ergibt sich die im folgenden dargestellte charakteristische Gleichung.

Charakteristische Gleichung und Stabilitätskriterium nach Hurwitz

Die charakteristische Gleichung ist vierten Grades. Sie hat die Form:

$$a_4 \mathcal{D}^4 + a_3 \mathcal{D}^3 + a_2 \mathcal{D}^2 + a_1 \mathcal{D} + a_0 = 0 \quad (7)$$

Im einzelnen ist hierbei:

$$a_4 = -\bar{K}_p A_1 + [\bar{K}_v (\bar{Y}_p \bar{N}_r - N_p \bar{Y}_r) - K_r (\bar{Y}_p \bar{N}_v - N_p \bar{Y}_v)]$$

$$a_3 = -\bar{K}_p B_1 - K_p A_1 + [\bar{K}_v A_2 + K_v (\bar{Y}_p \bar{N}_r - N_p \bar{Y}_r) - \bar{K}_r (\bar{Y}_p \bar{N}_v - N_p \bar{Y}_v) - K_r A_3]$$

$$a_2 = -\bar{K}_p C_1 - K_p B_1 - K_\phi A_1 - K_r B_3 + \bar{K}_v B_2 + (K_v A_2 - \bar{K}_r A_3) \quad (8)$$

$$a_1 = -K_p C_1 - K_\phi B_1 + K_v B_2 + \bar{K}_v C_2 - \bar{K}_r B_3 - K_r C_3$$

$$a_0 = -K_\phi C_1 + (K_v C_2 - \bar{K}_r C_3)$$

worin:

$$A_1 = \bar{Y}_v \bar{N}_r - \bar{Y}_r \bar{N}_v$$

$$B_1 = \bar{Y}_v \bar{N}_r + \bar{N}_r Y_v - \bar{Y}_r N_v - \bar{N}_v \bar{Y}_r$$

$$C_1 = Y_v \bar{N}_r - N_v \bar{Y}_r$$

$$A_2 = \bar{Y}_p \bar{N}_r + Y_p \bar{N}_r - N_p \bar{Y}_r - N_p \bar{Y}_r$$

$$B_2 = Y_p \bar{N}_r + Y_\phi \bar{N}_r - N_p \bar{Y}_r - N_\phi \bar{Y}_r$$

$$C_2 = Y_\phi \bar{N}_r - N_\phi \bar{Y}_r$$

$$A_3 = \bar{Y}_p N_v + Y_p \bar{N}_v - N_p Y_v - N_p \bar{Y}_v$$

$$B_3 = Y_p N_v + Y_\phi \bar{N}_v - N_p Y_v - N_\phi \bar{Y}_v$$

$$C_3 = Y_\phi N_v - N_\phi Y_v$$

Die Größe von a_4 hängt hauptsächlich von $(-\bar{K}_p A_1)$ ab. Dieser Term ist durchweg positiv ($\bar{K}_p < 0, A_1 > 0$).

Die Frage der Stabilität läßt sich nun mit Hilfe der charakteristischen Gleichung (7) entscheiden. Nach Hurwitz ist nämlich für die Stabilität des Systems das Bestehen der Relationen

$$\begin{aligned} a_0 > 0, a_1 > 0, a_3 > 0 \quad (\text{bei } a_4 > 0) \\ \text{und } R = a_1 a_2 a_3 - (a_1^2 a_4 + a_0 a_3^2) > 0 \end{aligned} \quad (9)$$

notwendig und hinreichend.

Deutung der Stabilitätsbedingung $a_0 > 0$ (bei $a_4 > 0$)

Angenommen, der durch Gl. (8) definierte Koeffizient a_0 wäre negativ, so gäbe es sicher eine positive reelle Wurzel σ der charakteristischen Gleichung (7). Die Wurzeln der charakteristischen Gleichung eines stabilen Systems müssen jedoch negativ sein, wenn reell ([1]). Daher stellt

$$a_0 > 0 \quad (10)$$

eine notwendige Bedingung für die Stabilität des Systems dar.

Aufgrund der Formeln (8) ist

$$a_0 = -K_\phi C_1 - \bar{K}_Y C_3 + K_Y C_2 \quad (11)$$

mit

$$-K_\phi = \overline{GM} \cdot \rho \cdot g \cdot \nabla$$

$$C_1 = Y_V(N_V - m X_G U_0) - N_V(Y_V - m U_0)$$

Durch Variation des Gierstabilitätsindex (C_1) und der metazentrischen Höhe (\overline{GM}) kann man den Koeffizienten a_0 über Entwurfsmaßnahmen beeinflussen.

Es liegt daher nahe, diese Koeffizienten unter Konstanthalten aller übrigen Daten eines bestimmten Schiffes als variabel anzusehen und die Grenzen der Stabilität in einem $(\overline{GM}-C_1)$ -Diagramm (mit allen übrigen Daten konstant) darzustellen.

So ergibt (11) als Stabilitätsgrenzen zwei Hyperbeln bei $a_0 = 0$ (s. Abb. 3).

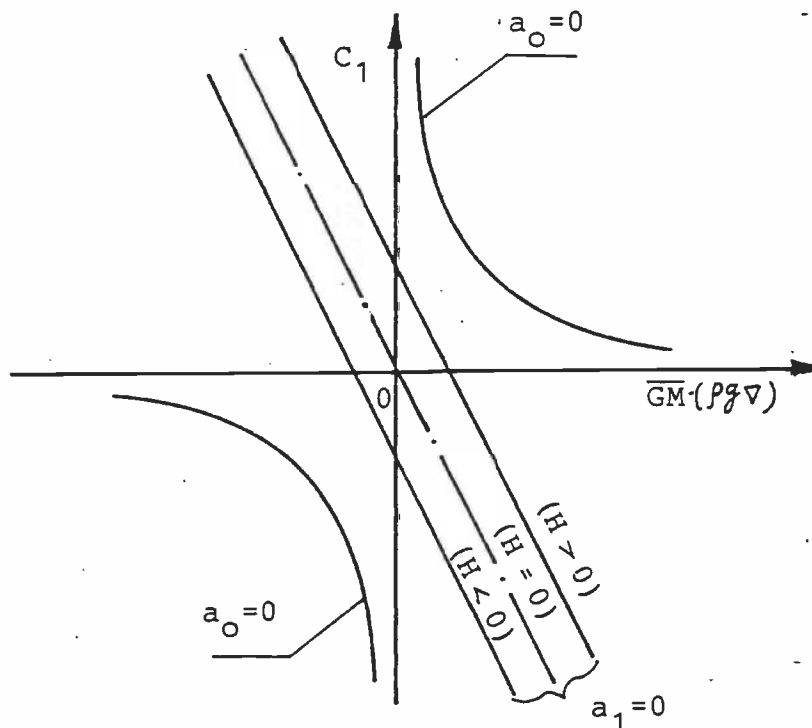


Abb. 3: Zur Diskussion der Hurwitzschen Bedingungen $a_0 > 0$ und $a_1 > 0$ in der $(\overline{GM}-C_1)$ -Ebene

Wegen der praktischen Bedingung $\overline{GM} > 0$ kommt hier als praktisch interessierender Bereich nur die Hyperbel im ersten Quadranten in Betracht.

Sonstige Stabilitätsbedingungen

Nun kann man prüfen, ob außer der Bedingung $a_0 > 0$ auch die sonstigen Stabilitätsbedingungen eingehalten sind.

Die Grenzbedingung $a_1 = 0$ wird auf der Geraden

$$-K_P C_1 - K_\phi B_1 - H = 0 \quad (12)$$

$$\text{mit } H = [(\bar{K}_r B_3 + K_r C_3) - (K_v B_2 + \bar{K}_v C_2)]$$

erreicht, die eine negative Steigung besitzt, also die in Abb. 3 skizzierte Lage hat.

$$\text{Ferner wird} \quad R = a_1 a_2 a_3 - a_1^2 a_4 - a_0 a_3^2 \quad (13)$$

Wie bei der Betrachtung $a_0 > 0$ schon gesagt wurde, behandelt man die Größen $-K\phi = x$, $C_1 = y$ als variabel und schreibt die Grenzbedingung (13) demgemäß in der Form:

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dx + 2ey + f = 0 \quad (14)$$

Die Gl. (14) ist eine allgemeine Gleichung von Kurven zweiter Ordnung. Jedoch ist der Typ des Kegelschnitts noch nicht bekannt. Um diesen zu ermitteln, nimmt man zunächst näherungsweise an, wie durch spätere Beispielrechnung gut begründbar, daß die Größen \bar{Y}_p , N_p , Y_p und N_p gleich Null sind. Hieraus ergeben sich die Koeffizienten zu:

$$a = -A_1 K_p A_1 B_1$$

$$2b = -2 \bar{K}_p B_1 K_p A_1$$

$$c = -\bar{K}_p^2 K_p B_1$$

$$2d = [K_p \bar{K}_p B_1^3 + K_p^2 B_1^2 A_1 + A_1^2 K_p (\bar{K}_v B_3 + K_v C_3 - K_v B_2 - \bar{K}_v C_2) - \bar{K}_p A_1 B_1 (\bar{K}_v B_3 + K_v C_3 - K_v B_2 - \bar{K}_v C_2) + (K_v B_3 - \bar{K}_v B_2) \bar{K}_p B_1^2 + (K_v B_3 - \bar{K}_v B_2) K_p A_1 B_1]$$

$$2e = [-\bar{K}_p K_p^2 B_1^2 - K_p^3 B_1 A_1 - \bar{K}_p^2 B_1 (\bar{K}_v B_3 + K_v C_3 - K_v B_2 - \bar{K}_v C_2) + \bar{K}_p A_1 K_p (\bar{K}_v B_3 + K_v C_3 - K_v B_2 - \bar{K}_v C_2) - (K_v B_3 - \bar{K}_v B_2) \bar{K}_p K_p B_1 - (K_v B_3 - \bar{K}_v B_2) K_p^2 A_1] \quad (15)$$

$$f = [-K_p \bar{K}_p B_1^2 (\bar{K}_v B_3 + K_v C_3) + K_p \bar{K}_p B_1^2 (K_v B_2 + \bar{K}_v C_2) - K_p^2 B_1 A_1 (\bar{K}_v B_3 + K_v C_3) + K_p^2 B_1 A_1 (K_v B_2 + \bar{K}_v C_2) - (K_v B_3 - \bar{K}_v B_2) \bar{K}_p B_1 (\bar{K}_v B_3 + K_v C_3) + (K_v B_3 - \bar{K}_v B_2) \bar{K}_p B_1 (K_v B_2 + \bar{K}_v C_2) - (K_v B_3 - \bar{K}_v B_2) K_p A_1 (\bar{K}_v B_3 + K_v C_3) + (K_v B_3 - \bar{K}_v B_2) K_p A_1 (K_v B_2 + \bar{K}_v C_2) + \bar{K}_p A_1 (\bar{K}_v B_3 + K_v C_3 - K_v B_2 - \bar{K}_v C_2)^2 + (\bar{K}_p^2 B_1^2 + K_p^2 A_1^2 + 2 \bar{K}_p B_1 K_p A_1) (\bar{K}_v C_3 - K_v C_2)]$$

weil $\delta = \begin{vmatrix} a & b \\ b & c \end{vmatrix} = ac - b^2 = A_1^2 K_p^2 B_1^2 \bar{K}_p^2 - \bar{K}_p^2 B_1^2 K_p^2 A_1^2 = 0$

ist, stellt die Grenzbedingung $R = a_1 a_2 a_3 - a_1^2 a_4 - a_0 a_3^2 = 0$ im x, y -Diagramm eine Parabel dar.

(Falls man $\bar{Y}_p, N_p, \bar{K}_v, K_r$ statt \bar{Y}_p, N_p, Y_p, N_p Null annimmt,

ergibt sich ebenfalls $\delta = \begin{vmatrix} a & b \\ b & c \end{vmatrix} = 0$).

Nun ist für die Stabilität die Lage der Parabel von Bedeutung. Um die Vorzeichen der Koeffizienten leichter beurteilen zu können, aber ohne wesentlichen Verlust an Allgemeinheit, setzt man ferner $\bar{K}_v, K_r, \bar{K}_r$ und sogar Y_0 gleich Null. An den Vorzeichen der Koeffizienten in Gl. (15) erkennt man die Lage der Parabel (s. Anhang). Die Grenzkurve ist eine nach links unten geöffnete Parabel (s. Parabel im Beispiel von Abb. 5). Schließlich ist festzustellen, daß die Bedingung $a_3 > 0$ physikalisch nicht von Bedeutung ist, da die Terme $(-K_p B_1)$ und $(-K_p A_1)$ immer groß und positiv sind, so daß a_3 stets positiv bleibt.

Stabilitätsbereich - Stabilitätsgrenzen

Es liegt nahe, die Grenzen der Stabilität, nämlich

$$a_0 = 0, \quad a_1 = 0, \quad a_3 = 0 \quad \text{und} \quad R = a_1 a_2 a_3 - a_1^2 a_4 - a_0 a_3^2 = 0$$

in einem $(\bar{GM} - C_1)$ -Diagramm darzustellen.

Man stellt nun leicht fest, daß a_3 überhaupt nicht von diesen Größen abhängt und die Bedingung $a_3 = 0$ daher keine Stabilitätsgrenze in diesem Sinne liefert.

Die übrigen Grenzbedingungen für a_0, a_1 und R sind in Abb. 4 dargestellt. Man erkennt hieraus, daß nur die a_0 -Bedingung im praktisch interessierenden ersten Quadranten liegt, während die anderen Bedingungen und der Zweig der a_0 -Hyperbel im 3. Quadranten keine verschärfenden Kriterien für den Fall positiver Anfangsstabilität \bar{GM} liefern.

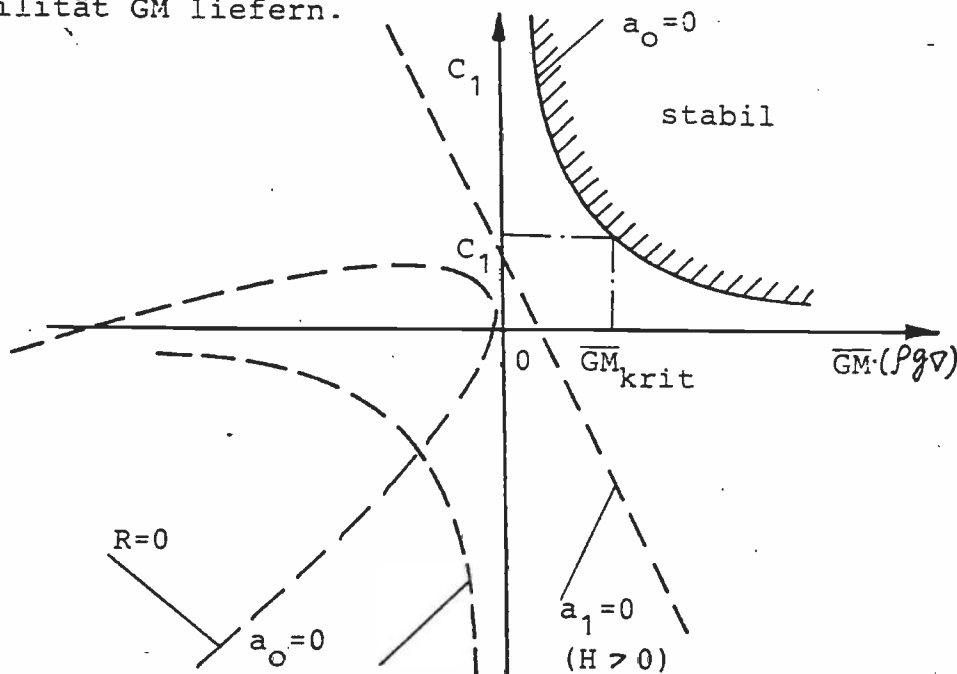


Abb. 4: Stabilitätsbereich in der $(\bar{GM} - C_1)$ -Ebene

Daher kann man die Bedingung

$$a_0 = -K_\phi C_1 - K_V \bar{Y}_V N_\phi + (K_V \bar{Y}_\phi \bar{N}_V + \bar{K}_V N_\phi Y_V - \bar{K}_V Y_\phi N_V) > 0 \quad (16)$$

als einziges Stabilitätskriterium bezeichnen. Die Gleichung (16) gibt auch in der Form

$$\bar{GM} > [K_V \bar{Y}_V N_\phi - \bar{K}_V Y_V N_\phi - (K_V Y_\phi \bar{N}_V - \bar{K}_V Y_\phi N_V)] \cdot \frac{1}{C_1 \cdot \rho g \nabla} \quad (17)$$

den kritischen Mindestwert von GM an. Bei kleinem Y_ϕ vereinfacht sich die Gleichung (17) zu:

$$\bar{GM}_{\text{krit}} = [K_V N_\phi (Y_V - m u_0) - (K_V + m Z_G u_0) Y_V N_\phi] \cdot \frac{1}{C_1 \cdot \rho g \nabla} \quad (18)$$

Der kritische Wert \bar{GM} hängt daher in großem Maße von N_ϕ und von dem vorhandenen Gierstabilitätsindex C_1 ab.

Beispiel

Da bisher keine eigenen Versuchsergebnisse für die hydrodynamischen Ableitungen und übrigen Koeffizienten vorliegen, die für die Auswertung des Stabilitätskriteriums (18) notwendig sind, ist es besonders zu begrüßen, daß in der Literatur in einer kürzlich erhaltenen Arbeit von Son und Nomoto [8] für ein Containerschiff entsprechende Daten aus Messungen und z.T. aus Berechnungen vorliegen. Für dieses Schiff mit den Daten

L	= 175.0 m	∇	= 21222 m ³
B	= 25.4 m	C_B	= 0.559
T_{VORN}	= 8.0 m	C_P	= 0.58
T_{HINTEN}	= 9.0 m	C_{WP}	= 0.686
KM	= 10.39 m	K_G	= 10.09 m
\bar{GM}	= 0.3 m	K_B	= 4.62 m

Verdrängungsschwerpunkt: 1,8 % hinter \bar{X} .

Ruderfläche : 33.0 m²

Seitenverhältnis : 1.82

Schlengerkiele : 1 x h = 43.75 x 0.45 m²

Propeller : Einschrauber mit D = 6.53 m

sind die benötigten Daten, angepaßt an die Symbole und Vorzeichenfestlegungen dieses Beitrags, in Tabelle 1 zusammengestellt. Hierin bedeuten die gestrichelten Symbole dimensionslose Größen nach dem Schema von [4] und [8].

Tabelle 1: Dimensionslose hydrodynamische Ableitungen und Koeffizienten eines Containerschiffes

Y'_V	-0.012035	N'_V	- 0.0038436	K'_V	0.000314
$(Y'_V - m')$	-0.01497	$(N'_V - I'_Z)$	- 0.000875	$(K'_P - I'_Z)$	- 0.000021
$(Y'_R - m')$	-0.00522	N'_R	- 0.00243	K'_R	- 0.0000692
Y'_R	-0.0003525	N'_ϕ	0.000213	K'_R	0.0
Y'_ϕ	0.0	N'_ϕ	- 0.0001468	K'_P	- 0.0000113
Y'_ϕ	-0.0000704	N'_P	0.0	K'_V	0.0002205
Y'_P	0.0002205	N'_V	- 0.0003525	Eigene Annahme: $X'_G = Z'_G = 0.$	

Mit diesen Zahlen läßt sich die Kurve für die Grenzbedingung $R = 0$ berechnen, um die Lage dieses Kriteriums im GM-C₁-Diagramm zu bestätigen. Über die Auswertung der quadratischen Gleichung (A 4) des Anhangs unter der zusätzlichen Annahme $\bar{K}_V = \bar{K}_R = K'_R = Y_\phi = 0$, mit den Zahlenwerten

$$\begin{aligned}
 a &= 0.831 \cdot 10^{-19} & 2b &= -2.691 \cdot 10^{-19} & c &= 2.178 \cdot 10^{-19} \\
 2d &= 2.311 \cdot 10^{-23} & 2e &= 0.567 \cdot 10^{-23} & f &= 2.63 \cdot 10^{-28}
 \end{aligned}$$

ergibt sich die in Abb. 5 gezeigte Lage der Parabel (Scheitel bei

$$\{x_0, y_0\} = \{-0.146 \cdot 10^{-4}, 0.0523 \cdot 10^{-4}\}.$$

Die Parabelgleichung in Normalform lautet [6]: $y'^2 = 2 \cdot 0.376 \cdot 10^{-4} x'$. Läßt man die Vereinfachung $\bar{K}_V = \bar{K}_R = K'_R = Y_\phi = 0$ fallen, so verschiebt sich die Parabel geringfügig, bleibt aber in der linken Halbebene.

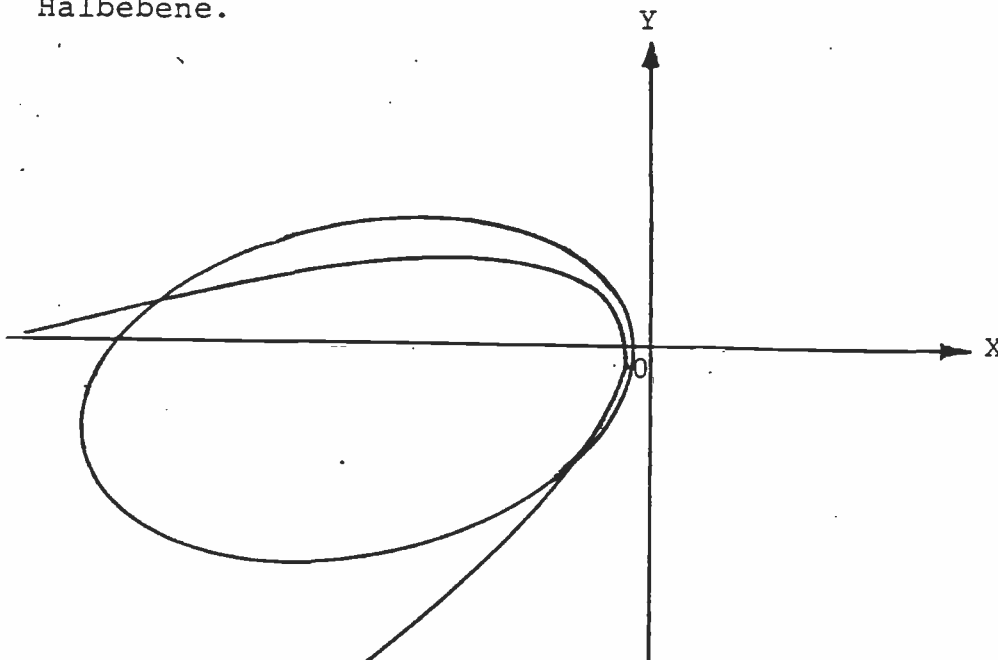


Abb.5: Zur Diskussion der weiteren Grenzbedingung $R = 0$

Im allgemeinen Fall müssen auch noch die Voraussetzungen $\bar{Y}_p = N_p = Y_p = N_D = 0$, die dem Fall im Anhang zugrundeliegen, aufgehoben werden. Dann ergibt als Grenzkurve für $R=0$ mit den modifizierten Koeffizienten

$$\begin{aligned} a &= 0.707 \cdot 10^{-11}, & 2b &= -0.781 \cdot 10^{-19}, & c &= 1.838 \cdot 10^{-19} \\ 2d &= 1.880 \cdot 10^{-23}, & 2e &= 0.383 \cdot 10^{-23}, & f &= 1.445 \cdot 10^{-28} \end{aligned}$$

eine Ellipse in der Form (Abb. 5):

$$\frac{x'^2}{(0.850 \cdot 10^{-4})^2} + \frac{y'^2}{(1.556 \cdot 10^{-4})^2} = 1$$

Die Ergebnisse zeigen, daß in keinem Fall die Bedingung $R=0$ einen Einfluß im praktisch wichtigen ersten Quadranten ausübt.

Für den kritischen Mindestwert von \bar{GM} erhält man aus den gleichen Ausgangsdaten nach Gl. (18), dimensionslos gemacht:

$$W' \bar{GM}' = \frac{1}{C_1'} [K_V' (Y_R' - m') N_\phi' - K_R' Y_V' N_\phi]$$

über $C_1' = Y_V' N_R' - N_V' (Y_R' - m') = 0.918 \cdot 10^{-5}$

$$W' \bar{GM}' = -0.395 \cdot 10^{-4}$$

In dimensionsbehafteter Form ergibt sich hieraus für eine Schiffsgeschwindigkeit [8] von $V=24.15$ Knoten, $F_n=0.3$

$$\bar{GM} = W' \bar{GM}' \left(\frac{1}{2} \rho L^3 V^2 \right) \cdot \frac{1}{\rho g \nabla} = 0.078 \text{ m}$$

Diese Bedingung ist mit dem vorhandenen $\bar{GM}=0.3$ m leicht erfüllt. Bei höherer Geschwindigkeit $V=32.2$ Knoten, $F_n=0.4$ ergibt eine entsprechende Rechnung den Mindestwert $\bar{GM}=0.139$ m, der hier auch unkritisch ist. Beim vorliegenden Schiff bleibt die Gierstabilität also offenbar auch bei Berücksichtigung der Kopplungen ungefährdet.

In anderen Fällen, wo vom Entwurf her niedrige Kursstabilitätsreserven, d.h. niedrige C_1 -Werte vorliegen, kann das erforderliche \bar{GM} weit größer sein, so daß der Kopplungseinfluß auf die Gierstabilität kritisch werden kann.

ZUSAMMENFASSUNG

Für die gekoppelte Gier-Quer-Rollstabilität wurde ein Stabilitätskriterium abgeleitet, das auf der metazentrischen Höhe \bar{GM} und dem Gierstabilitätsindex C_1 basiert. Die hauptsächlichsten Ergebnisse sind folgende:

1. Die hydrodynamischen Kopplungsterme zwischen Gier-, Quer- und Rollbewegung spielen in der Beurteilung der Stabilität eine Rolle. Wichtig ist insbesondere der Kopplungsterm $N_\phi \phi$ zwischen Gieren und Rollen (in Verbindung mit K_V usw.).
2. Für die Gier-Quer-Rollstabilität des Schiffes liefert die Bedingung $a_0 > 0$ das einzige, maßgebliche Stabilitätskriterium.
3. Durch die Kopplung nach 1. ergibt sich die Möglichkeit einer Instabilität der Bewegung. Die gekoppelte Gierstabilität nimmt grundsätzlich mit Verminderung von \bar{GM} ab. Hat ein Schiff eine

große ungekoppelte Gierstabilität (Index C_1), so bleibt das Schiff auch bei relativ kleinem GM noch stabil. Hat das Schiff dagegen nominell nur eine kleine oder marginale Gierstabilität und ist die Kopplung über N_ϕ stark, dann kann es größerer GM -Werte bedürfen, um Instabilität zu vermeiden.

4. Nach Abschluß des vorliegenden Manuskriptes wurde dem Verfasser noch die neue Arbeit von Bishop, Neves und Price [7] zu einem sehr verwandtem Thema bekannt. Es wurde festgestellt, daß die theoretischen Grundlagen, insbesondere die allgemeine Form der linearisierten Bewegungsgleichungen und der Stabilitätstheoretische Ansatz, sich fast vollständig entsprechen. Allerdings vernachlässigen diese Autoren im Ansatz die Glieder $Y_\phi \phi$ und $N_\phi \phi$ mit der Begründung, daß diese Einflüsse hydrostatisch bedingt sind und sich insoweit herausheben. Es gibt jedoch in beiden Fällen auch einen hydrodynamischen Anteil dieser Kopplungsterme zwischen Rollwinkel und Querkraft bzw. Giermoment, was Eda [3] gut begründet hat. Daher erscheinen dem Verfasser diese Einflüsse i.a. nicht vernachlässigbar, insbesondere wirkt sich der Term $N_\phi \phi$ im Stabilitätskriterium (18) deutlich aus.

Ferner sei darauf hingewiesen, daß das von Bishop et al. [7] nicht näher untersuchte Stabilitätskriterium (13) hier als physikalisch nicht maßgeblich nachgewiesen werden konnte.

Die erzielten Ergebnisse sind insgesamt von möglicher praktischer Bedeutung für schnellere Schiffe mit kleinem GM und relativ kleinem Gierstabilitätsindex C_1 .

DANKSAGUNG

Das Gebiet des Schiffsmanövrierens ist für mich noch neu. Seit Ende 1981 befinde ich mich am Institut für Schiffs- und Meerestechnik, Fachgebiet Schiffsentwurf, und habe angefangen, auf diesem Fachgebiet bei Prof. Nowacki zu studieren. Bei meiner Arbeit habe ich seine Hilfe und Unterstützung erhalten, wofür ich dankbar bin. Ich danke Herrn Dr. A. Papanikolaou für seine wertvollen Ratschläge beim Formulieren des Textes und auch allen anderen hier nicht namentlich genannten Mitarbeitern des Instituts, die mir mit der deutschen Sprache geholfen haben. Darüber hinaus danke ich den Herren Professor Schmiechen für seine hilfreichen Hinweise und Professor Söding für seine konstruktiven Vorschläge zur Erstellung der Schlußfassung dieses Beitrages.

SYMBOLERKLÄRUNG

C_1	Gierstabilitätsindex
G	Gewichtsschwerpunkt
GM	Metazentrische Höhe
I_x	Massenträgheitsmoment um die x-Achse
I_z	Massenträgheitsmoment um die z-Achse
I_{xz}, I_{zx}	Deviationsmomente
K	Äußeres Moment um die x-Achse
N	Äußeres Moment um die z-Achse

n	Propellerdrehzahl
O	Koordinatenursprung im Schiff
P	Drehgeschwindigkeit um die x-Achse
r	Drehgeschwindigkeit um die z-Achse
U, U ₀	Bahngeschwindigkeit von 0 und Anfangswert bei
V	Schiffsgeschwindigkeit Manöverbeginn
u, v	Komponenten von U in x, y-Richtung
X, Y	Kraft in x, y-Richtung
x, y, z	Schiffsfeste Koordinaten
X _G , Y _G , Z _G	Schiffsfeste Koordinaten von G
δ	Ruderwinkel
θ	Stampfwinkel
ρ	Wasserdichte
φ	Rollwinkel
ψ	Kurswinkel
V	Verdrängungsvolumen
K _{φφ}	Aufrichtendes Moment $K_{\phi\phi} = -\overline{GM} \cdot \rho g \cdot V \cdot \phi$

Indizes:

Die Zeichen Y, N, K mit unteren Indizes u, v, φ, r, ü, v̇, ṙ, p, ṗ, bedeuten die Proportionalitätsfaktoren von Kräften und Momenten, z.B. Y_v, Y_{v̇}, Y_r, Y_{ṙ}, N_φ, K_v, K_r, K_φ, K_p, K_{ṗ} usw.

Sonderzeichen:

Punkt (·) bedeutet zeitliche Ableitung, z.B. $\dot{u} = du/dt$,
Strich (') bedeutet dimensionslose Form des Beiwerts nach [4], [8].

LITERATUR

- 1 Abkowitz, M.A.: Lectures on Ship Hydrodynamics - Steering and Manoeuvrability. Hy-A, Report No. Hy. 5, 1964, (Denmark).
- 2 Principles of Naval Architecture. Written by a Group of Authorities, Society of Naval Architects and Marine Engineers. 74 Trinity Place, New York, N.Y. 10006, 1967.
- 3 Eda, H.: Rolling and Steering Performance of High Speed Ships - Simulation Studies of Yaw-Roll-Rudder Coupled Instability - October 6 - 10, 1980, 13th Symposium on Naval Hydrodynamics, Office of Naval Research. Tokyo.
- 4 Clarke, D.: The Application of Manoeuvring Criteria in Hull Design Using Linear Theory. The Royal Institution of Naval Architects, Spring Meeting 1982.
- 5 Söding, H.: Bewegungsgleichungen. Institut für Schiffbau der Universität Hamburg, 18. Fortbildungskurs, 1. - 4. März 1982.
- 6 Bronstein, I.N.; Semendjajew, K.A.: Taschenbuch der Mathematik. Verlag Harri Deutsch, Zürich und Frankfurt/M., 1971.
- 7 Bishop, R.E.D.; Neves, M. de A.S.; Price, W.G.: On the Dynamics of Ship Stability. The Naval Architect, September 1982.
- 8 Son, K.; Nomoto, K.: On the Coupled Motion of Steering and Rolling of a High Speed Container Ship, (japanisch), Journal of the Society of Naval Architects of Japan, Vol. 150 (1981).

Anhang: Diskussion der Hurwitzschen Bedingung $R > 0$

Die Grenzbedingung ist $R = a_1 a_2 a_3 - (a_1^2 a_4 + a_0 a_3^2) = 0$. (A1)

Werden \bar{Y}_p , N_p , Y_v und N_v zu Null angenommen, so ist

$$\begin{aligned}
 R &= a_1 a_2 a_3 - a_1^2 a_4 - a_0 a_3^2 = \\
 &= \left[-A_1 K_p A_1 B_1 \right] K_\emptyset^2 + \left[2 \bar{K}_p B_1 K_p A_1 \right] C_1 K_\emptyset + \left[-\bar{K}_p^2 K_p B_1 \right] C_1^2 \\
 &+ \left[-A_1 K_p A_1 (\bar{K}_r B_3 + K_r C_3 - K_v B_2 - \bar{K}_v C_2) - K_p \bar{K}_p B_1^3 \right. \\
 &\quad - K_p K_p B_1^2 A_1 + \bar{K}_p A_1 B_1 (\bar{K}_r B_3 + K_r C_3 - K_v B_2 - \bar{K}_v C_2) \\
 &\quad \left. - (K_r B_3 - \bar{K}_v B_2) \bar{K}_p B_1^2 - (K_r B_3 - \bar{K}_v B_2) K_p A_1 B_1 \right] K_\emptyset \\
 &+ \left[-\bar{K}_p^2 B_1 (\bar{K}_r B_3 + K_r C_3 - K_v B_2 - \bar{K}_v C_2) + \bar{K}_p A_1 K_p \cdot \right. \\
 &\quad (\bar{K}_r B_3 + K_r C_3 - K_v B_2 - \bar{K}_v C_2) - \bar{K}_p K_p^2 B_1^2 - K_p K_p^2 B_1 A_1 \\
 &\quad \left. - (K_r B_3 - \bar{K}_v B_2) \bar{K}_p K_p B_1 - (K_r B_3 - \bar{K}_v B_2) K_p^2 A_1 \right] C_1 \\
 &+ \left[-K_p \bar{K}_p B_1^2 (\bar{K}_r B_3 + K_r C_3) + \bar{K}_p \bar{K}_p B_1^2 (K_v B_2 + \bar{K}_v C_2) \right. \\
 &\quad - K_p K_p B_1 A_1 (\bar{K}_r B_3 + K_r C_3) + K_p K_p B_1 A_1 (K_v B_2 + \bar{K}_v C_2) \\
 &\quad \left. - (K_r B_3 - \bar{K}_v B_2) \bar{K}_p B_1 (\bar{K}_r B_3 + K_r C_3) + (K_r B_3 - \bar{K}_v B_2) \cdot \right. \\
 &\quad \bar{K}_p B_1 (K_v B_2 + \bar{K}_v C_2) - (K_r B_3 - \bar{K}_v B_2) K_p A_1 (\bar{K}_r B_3 + K_r C_3) \\
 &\quad \left. + (K_r B_3 - \bar{K}_v B_2) K_p A_1 (K_v B_2 + \bar{K}_v C_2) + K_p A_1 (\bar{K}_r B_3 \right. \\
 &\quad \left. + K_r C_3 - K_v B_2 - \bar{K}_v C_2)^2 + (\bar{K}_p^2 B_1^2 + K_p^2 A_1^2 \right. \\
 &\quad \left. + 2 \bar{K}_p B_1 K_p A_1) (\bar{K}_r C_3 - K_v C_2) \right] \quad (A2)
 \end{aligned}$$

Mit den Abkürzungen $-K_\emptyset = x$, $C_1 = y$ ergibt sich aus (A2) ein Ausdruck in Form der allgemeinen Gleichung von Kurven zweiter Ordnung: (A3)

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dx + 2ey + f = 0 \quad (A4)$$

Die Koeffizienten von (A4) sind bereits in Gl. (15) definiert worden.

Zusätzlich wird nun angenommen:

$$K_r = \bar{K}_r = \bar{K}_v = Y_\emptyset = 0 \quad (A5)$$

Dann gilt:

$$\begin{aligned}
 2d &= [K_p B_1^3 \bar{K}_p + K_p^2 A_1 B_1^2 + K_p A_1^2 \bar{Y}_r K_v N_\phi - A_1 B_1 \bar{K}_p \bar{Y}_r K_v N_\phi] \\
 2e &= [-\bar{K}_p K_p^2 B_1^2 - K_p^3 B_1 A_1 - \bar{K}_p^2 B_1 \bar{Y}_r K_v N_\phi + \bar{K}_p A_1 K_p \bar{Y}_r K_v N_\phi] \\
 f &= [-K_p \bar{K}_p B_1^2 \bar{Y}_r K_v N_\phi - K_p^2 B_1 A_1 \bar{Y}_r K_v N_\phi \\
 &\quad + \bar{K}_p A_1 \bar{Y}_r^2 K_v^2 N_\phi^2 + (\bar{K}_p^2 B_1^2 + K_p^2 A_1^2 + 2 \bar{K}_p B_1 K_p A_1) \\
 &\quad \bar{Y}_r K_v N_\phi] \tag{A6}
 \end{aligned}$$

wegen $\begin{vmatrix} a & b \\ b & c \end{vmatrix} = ac - b^2 = 0$ ist der Kegelschnitt eine Parabel.

Die Lage der Parabel ergibt sich aus den Vorzeichen:

$$a = -[A_1^2 K_p B_1] \quad (+) \text{ positiv} \\
 >0 <0 >0$$

$$2b = -[2 (K_p - I_x) K_p B_1 A_1] \quad (-) \text{ negativ} \\
 <0 <0 >0 >0$$

$$c = -[(K_p - I_x)^2 K_p B_1] \quad (+) \text{ positiv} \\
 >0 <0 >0$$

$$\begin{aligned}
 2d &= [\underbrace{K_p B_1^3 (K_p - I_x)}_{>0} + \underbrace{K_p^2 A_1 B_1^2}_{>0} + \underbrace{K_p A_1^2 (Y_r - mx_G) K_v N_\phi}_{<0 >0} \\
 &\quad \underbrace{- A_1 B_1 (K_p - I_x) \cdot (Y_r - mx_G) K_v N_\phi}_{>0 <0 <0 >0 <0}] \\
 &\quad >0
 \end{aligned}$$

Die Vorzeichen des ersten und zweiten Terms sind also immer positiv. Beim dritten und vierten Term, hängt das Vorzeichen von \bar{Y}_r ab, das positiv oder negativ sein kann; in jedem Falle haben diese beiden Terme aber entgegengesetzte Vorzeichen. Der Betrag der Differenz zwischen dem dritten und vierten Glied ist aber praktisch durchweg klein im Vergleich zu den ersten beiden Termen, so daß 2d insgesamt ein positives Vorzeichen besitzt. Aus ähnlichen Gründen ist auch 2e positiv:

$$\begin{aligned}
 2e &= [\underbrace{-K_p^2 (K_p - I_x) B_1^2}_{>0} - \underbrace{K_p^3 B_1 A_1}_{>0} \\
 &\quad \underbrace{- (K_p - I_x)^2 B_1 (Y_r - mx_G) K_v N_\phi}_{<0} \\
 &\quad + \underbrace{(K_p - I_x) A_1 K_p (Y_r - mx_G) K_v N_\phi}_{>0}]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f &= \left[\underbrace{(K_{\dot{p}} - I_x)^2}_{>0} \underbrace{B_1^2}_{>0} \underbrace{(Y_r - mU_0)}_{<0} \underbrace{K_v}_{>0} \underbrace{N\phi}_{<0} \right. \\
&\quad + \underbrace{K_p^2}_{>0} \underbrace{A_1^2}_{>0} \underbrace{(Y_r - mU_0)}_{<0} \underbrace{K_v}_{>0} \underbrace{N\phi}_{<0} \\
&\quad + \underbrace{2 (K_{\dot{p}} - I_x) B_1 K_p A_1 (Y_r - mU_0) K_v N\phi}_{>0} \\
&\quad - \underbrace{K_p B_1^2 (K_{\dot{p}} - I_x) (Y_{\dot{r}} - mx_G) K_v N\phi}_{<0} \\
&\quad + \underbrace{(K_{\dot{p}} - I_x) A_1 (Y_{\dot{r}} - mx_G)^2 K_v^2 N\phi^2}_{<0} \\
&\quad \left. - \underbrace{K_p^2 B_1 A_1 (Y_{\dot{r}} - mx_G) K_v N\phi}_{<0} \right]
\end{aligned}$$

Daher ist das Vorzeichen von f auch positiv.

Damit sind die Koeffizienten a, c, d, e, f positiv, nur b ist negativ. Zum gleichen Ergebnis kann man auch gelangen, wenn man die Annahme $K_{\dot{r}} = \bar{K}_r = \bar{K}_v = Y_{\phi} = 0$ nicht trifft.

Wegen der Vorzeichen der Koeffizienten ist nun aber die Parabel nach links unten geöffnet. Ferner hängt die Lage des Scheitels der Parabel vom Vorzeichen des Koeffizienten f ab. Weil f positiv und relativ groß ist, hat die Parabel die in Abb. 5 skizzierte Lage.

D i s k u s s i o n

=====

Prof. Michael Schmiechen, VWS, Berlin

In der Arbeit von Herrn Yang wird das interessante Problem der Stabilität der gekoppelten Roll-, Quer- und Gierbewegungen schneller Schiffe behandelt. Leider erlaubt die notorische Undurchsichtigkeit des verwendeten Kriteriums von Hurwitz keine einfache Überprüfung der Ergebnisse und keine klare Einsicht in deren logische und faktische Implikationen, wie sie für praktische Anwendungen unbedingt notwendig sind. In persönlichen Diskussionen mit dem Verfasser ist daher eine transparentere Darstellung angeregt worden, die den Wert der Ergebnisse wesentlich gesteigert hätte.

Da eine rationelle Diskussion nicht ohne eine angemessene Darstellung des Problems möglich ist, muß diese hier zunächst entwickelt werden. Die homogenen Teile der Bewegungsgleichungen (3) lassen sich in den beiden Matrizenungleichungen

$$T\dot{V} = -Rv - Sw$$

$$S\dot{w} = +Sv$$

und folglich in der einen Gleichung

$$UV = -WV$$

zusammenfassen. Stabilität herrscht sicher dann, wenn die Energie der Eigenbewegungen nie zunimmt, d. h. wenn die Bedingung

$$dE/dt = d(VUV/2)/dt = VUV = -VWV \leq 0$$

erfüllt ist, folglich wenn die Matrizen U und W positiv semi-definit sind. Die Anschaulichkeit dieses direkten Ansatzes nach Ljapunov ist natürlich unübertrefflich.

Die genannten Stabilitätsbedingungen sind erfüllt, wenn die Trägheitsmatrix T und die Dämpfungsmatrix R positiv definit sind und wenn sowohl die Rollsteifigkeit S_{11} als auch die Determinante der Matrix

$$C = \begin{vmatrix} S_{11} & R_{12} & R_{13} \\ S_{21} & R_{22} & R_{23} \\ S_{31} & R_{32} & R_{33} \end{vmatrix}$$

positiv sind, d. h. wenn, bei zusätzlicher Forderung statischer Stabilität, auch die Matrix C positiv definit ist. Selbstverständlich sind diese drei Kriterien unabhängig von der Wahl des Bezugspunktes für die Quergeschwindigkeit und die Momente.

Während die Bedingung positiv definiten (Gesamt-)Trägheit T stets erfüllt ist, lassen sich die beiden übrigen Bedingungen z. B. in der Form der nicht-trivialen Bedingungen

$$S_{11} \geq \max(0, S_{21}R_{12}/R_{22}, (S_{21}D_2 - S_{21}D_3)/D_1)$$

$$R_{11} \geq \max(0, R_{21}R_{12}/R_{22}, (R_{21}D_2 - R_{21}D_3)/D_1)$$

für die Rollsteifigkeit bzw. die Rolldämpfung darstellen, wenn positive Dämpfung R_{22} und Gierstabilität (s.u.) vorausgesetzt werden! Dabei bezeichnen D_1 (= C_1 bei Yang), D_2 , D_3 die Determinanten der den Matrizen R und C gemeinsamen Untermatrizen. Der Bedingung

$$D_1 > 0$$

entspricht Gierstabilität.

In der Arbeit von Yang wird nur die erste Bedingung als kritisch dargestellt, während die zweite offenbar als erfüllt vorausgesetzt wird. Nun wird aber die zweite Bedingung trotz der äußeren Ähnlichkeit weder von der ersten Bedingung impliziert, noch gibt es ein Prinzip, demzufolge die Dämpfungsmatrix positiv definit sein müßte. Es ist durchaus möglich, daß den betrachteten Freiheitsgraden aus der Strömung Energie zugeführt wird.

Prof. Dr.-Ing. S.D. Sharma, Hamburg

Einem Grundgedanken von Eda (1980) folgend, hat Herr Yang die komplizierten Stabilitätskriterien für die gekoppelte Gier-, Quer- und Rollbewegung von Schiffen (bei mittschiffs liegendem Ruder) auf der Grundlage linearisierter Bewegungsgleichungen sorgfältig abgeleitet und im Detail analysiert. Zurecht hat der Verfasser die rollinduzierten Terme Y_{ϕ} (Seitenkraft) und N_{ϕ} (Giermoment) beibehalten und die irrige Meinung von Bishop et al. (1982) verworfen, daß sich diese Effekte aus Gründen des hydrostatischen Gleichgewichts selbst aufheben würden. Denn diese Terme sind tatsächlich hydrodynamischer Genese nach der überzeugenden Begründung von Eda (1980).

Für praktische Zwecke versucht der Verfasser die vier Stabilitätskriterien nach Gl. (9) zu vereinfachen. Es ist einleuchtend, wenn der Verfasser aus Gl. (17) einen Hinweis dafür gewinnen will, wie man bei vorliegender Schiffsförm etwa die Ladung so verteilen müsse, daß der für die gekoppelte Stabilität notwendige Mindestwert für die metazentrische Höhe \overline{GM} erreicht werde. Es ist jedoch nicht einzusehen, wenn man in Gl. (11) die zwei Größen \overline{GM} und C_1 als variabel und die übrigen als konstant ansieht, wie es der Verfasser anscheinend in Abb. (3) ff. tut. Denn den Gierstabilitätsindex C_1 kann man nur über die Derivativa $N_v, \overline{N}_r, Y_v, \overline{Y}_r$ beeinflussen, welche jedoch zwangsläufig auch die Terme C_2 und C_3 verändern. Ein vereinfachtes Stabilitätskriterium von der Gestalt $\overline{GM} \cdot C_1 \geq \text{const}$ erscheint daher kaum sinnvoll.

Für die weitere Arbeit zu dieser Frage muß auf zwei wesentliche Punkte hingewiesen werden. Erstens muß die Stabilitätsbetrachtung den Einfluß des manuell oder automatisch gesteuerten Ruders einschließen. Die Stabilität des Schiffs bei mittschiffs liegendem Ruder hat zwar eine gewisse Bedeutung für die Auslegung des Selbststeuers oder die manuelle Handhabung im Notfall, ist jedoch kein Entwurfskriterium für die Schiffssicherheit. Zweitens ist zu bedenken, daß Fragen der Schiffssicherheit leider nicht durch linearisierte Stabilitätsbetrachtungen zu beantworten sind. Die beteiligten Kräfte sind nuneinmalhochgradig nichtlinear. Wer wollte behaupten, daß \overline{GM} ein zureichendes Maß für die Kentersicherheit sei? Um so mehr gilt dies für die gekoppelte Gier-, Quer- und Rollstabilität. Zuverlässige Aussagen bekommt man eher durch Simulation der Schiffsbewegungen bei realistisch großen Störungen unter Berücksichtigung vieler nichtlinearer Terme wie bei Eda (1980). Das soll aber nicht heißen, daß detaillierte lineare Stabilitätsbetrachtungen wie die vorliegende keinen Erkenntniswert haben.

Stellungnahme des Autors

Zunächst möchte ich mich bei den Herren Professoren Schmiechen und Sharma für ihre interessanten Diskussionsbeiträge und hilfreichen Hinweise bedanken.

Mit Herrn Sharma stimme ich darin überein, daß das Stabilitätskriterium für den erforderlichen Mindestwert von \overline{GM} von allen hydrodynamischen Derivativa, und damit auch von C_2 und C_3 und nicht nur von C_1 abhängt. Denn es gilt allgemein nach Hurwitz gemäß Gl. (9):

$$\overline{GM} > \max (X_{R=0}, X_{a_1=0}, X_{a_0=0}) \quad (19)$$

worin $X_{R=0} < 0$, d.h. nicht relevant, da in negativer Halbebene von Abb. 4.

$$X_{a_1=0} = (K_p C_1 + H) / B_1$$

$$X_{a_0=0} = (\overline{K}_r C_3 - K_v C_2) / C_1$$

Wie in der Arbeit gezeigt, ist

$$\max (X_{R=0}, X_{a_1=0}, X_{a_0=0}) = X_{a_0=0}$$

und daher

$$\overline{GM} > \left[K_v \overline{Y}_r N_{\phi} - \overline{K}_r Y_v N_{\phi} - (K_v Y_{\phi} \overline{N}_r - \overline{K}_r Y_{\phi} N_v) \right] \cdot \frac{1}{C_1 \rho g \nabla} \quad (17)$$

Die Aussage der Auftragungen nach Abb. 3 und 4 ist also lediglich, daß für ein Schiff gegebener Form und hydrodynamischer Beiwerte das Kriterium nach Gl. (17) über die übrigen Stabilitätskriterien dominiert.

Die linearisierten Stabilitätsbetrachtungen mit Ruder in Mittel-lage können selbstverständlich keine Aussagen über die Stabi-lität bei größeren Störungen liefern, die sich erst mit nichtli-nearen Modellen, z.B. durch Simulationen, erfassen lassen. Jedoch können sie - ähnlich wie die Anfangsstabilität (GM) - im Projekt-stadium als Orientierungshilfe dienen. Dies gilt im vorliegenden Falle besonders dann, wenn man anstrebt, das Schiff auch mit Ruderla-ge mittschiffs gierstabil zu machen, um zu häufiges Ruderlegen mit Rücksicht auf den Brennstoffverbrauch zu vermeiden.

Herr Schmiechen vergleicht in seinem Beitrag die Stabilitäts-kriterien nach Hurwitz, die von der Bewegungsgleichung ausgehen, mit denen von Ljapunov, die auf einer Energiebetrachtung beruhen.

Beide Überlegungen gehen vom gleichen linearisierten System aus und beziehen sich daher auf kleine Störungen des Gleich-gewichtszustandes. Nach meiner Auffassung sind auch die Ergeb-nisse äquivalent, wenn auch nicht formal identisch. Dies läßt sich auf folgendem Wege begründen:

Die Matrizen R, S, T von Schmiechen sind nach meiner Notation:

$$\begin{aligned}
 R &= \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_p & -K_v & -\bar{K}_r \\ -Y_p & -Y_v & -\bar{Y}_r \\ -N_p & -N_v & -\bar{N}_r \end{bmatrix} \\
 S &= \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_\emptyset & 0 & 0 \\ -Y_\emptyset & 0 & 0 \\ -N_\emptyset & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 T &= \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{K}_p & -\bar{K}_v & -\bar{K}_r \\ -\bar{Y}_p & -\bar{Y}_v & -\bar{Y}_r \\ -\bar{N}_p & -\bar{N}_v & -\bar{N}_r \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Die vollständigen Stabilitätsbedingungen des Systems sind nach Ljapunov:

$$S_{11} > \max(0, (R_{12}C_2 - R_{13}C_3)/C_1) \quad (20)$$

$$R_{11} > \max(0, R_{21}R_{12}/R_{22}, \left[\frac{R_{21}(R_{12}R_{33} - R_{13}R_{32}) - R_{31}(R_{12}R_{23} - R_{13}R_{22})}{C_1} \right]) \quad (21)$$

$$T_{11} > \max(0, T_{21}T_{12}/T_{22}, \left[\frac{T_{12}(T_{21}T_{33} - T_{23}T_{31}) - T_{13}(T_{21}T_{32} - T_{22}T_{31})}{A_1} \right]) \quad (22)$$

Hierin ist, wie man leicht zeigen kann, die Bedingung (20) äquivalent zu meinem Ergebnis $a_0 > 0$. Der Bedingung (22), dritter Ausdruck, entspricht in meiner Version $a_4 > 0$. Das Stabilitätskriterium (21) kann in der Tat nicht auf die beiden anderen zurückgeführt werden. Es entspricht physikalisch, da es die Dämpfungen betrifft, den übrigen Hurwitz-Bedingungen für a_1 und R. Über diese Bedingungen dürfte daher indirekt auch dem R_{11} -Kriterium Rechnung getragen werden.

Unter den von mir getroffenen Annahmen für die Vorzeichen und Größenordnungen der hydrodynamischen Ableitungen und Terme in den Stabilitätsgleichungen habe ich mich davon überzeugt, daß die Hurwitz-Bedingungen erfüllt sind und gleichzeitig die Dämpfungsmatrix positiv definit ist. Damit ist, wie Herr Schmiechen richtig feststellt, kein allgemeiner Beweis geführt, daß diese Matrix positiv definit sein muß. Aber die Einflüsse, die sich physikalisch auf den Zustand der Dämpfungsmatrix beziehen, sind in der Hurwitz-Lösung keineswegs vernachlässigt worden.