

S. II - C. 4

RAPPORT

par

M. Ramon IRIBARREN CAVANILLES,

Professeur à l'Ecole Spéciale d'Ingénieurs des Ponts et Chaussées,
Directeur du Groupe de Ports de Guipuzcoa — Espagne.

et

M. CASTO NOGALES y OLANO,

Ingénieur des Ponts et Chaussées à la Direction Générale des Ports
et de la Signalisation Maritime.

(Annexes : 5 planches et un tableau.)

PROTECTION DES PORTS.

I. — PLANS DE HOULE.

(Première approximation) (*).

Le tracé en plan des ouvrages d'abri d'un port constitue un des problèmes les plus délicats qu'ait à résoudre l'Ingénieur projeteur de travaux maritimes.

Avant l'application des plans de houle, on avait recours à la simple intuition pour déterminer la forme et l'orientation en plan des ouvrages de protection projetés, ou bien l'on acceptait, généralement, comme la meilleure des méthodes connues la brutale délimitation de la zone abritée par des lignes droites, aussi arbitraires dans leur forme que dans leur orientation.

(*) La méthode des plans de houle a été publiée tout d'abord dans le numéro du mois de janvier 1941 de la *Revista de Obras Publicas* et elle a été appliquée, par la suite, dans de nombreux cas en Espagne et dans d'autres pays; partout on a vérifié ses résultats, dans leurs grandes lignes, à l'exception de quelques détails qui ont déjà été mis au point. Cette méthode des plans de houle a été traduite et publiée dans la revue anglaise *The Dock and Harbour Authority* en 1942, dans la revue portugaise *Técnica* en 1945 et dans les *Annales des Ponts et Chaussées* en 1946. La présente étude n'est autre que celle publiée en 1941, dûment développée et précisée jusqu'à ce jour et qui pourra probablement être améliorée encore à l'avenir, bien que son degré d'exactitude actuel soit déjà suffisant pour la plupart des applications pratiques.

On ne tenait absolument pas compte, en effet, dans l'étude des zones abritées, des phénomènes d'une grande importance comme la propagation ou l'expansion latérale de l'onde, en arrière de l'obstacle qu'elle heurte constitué par l'ouvrage lui-même ou par une saillie quelconque de la côte, ni de la déviation progressive de la direction de la lame, ni, par conséquent, de la variation de sa forme en plan en fonction des profondeurs variables sur lesquelles elle se propage.

Les essais sur modèles réduits constituent un procédé plus acceptable, mais on ne dispose pas toujours des moyens nécessaires pour les réaliser avec les soins scrupuleux et la délicate précision qu'ils exigent, étant donné l'échelle réduite employée; et il ne faut pas oublier que la difficulté d'appliquer rigoureusement la loi des similitudes et d'interpréter exactement les résultats obtenus sur un modèle réduit est généralement rendue ici insurmontable par la réduction excessive des échelles et par la complexité des phénomènes rencontrés.

Il ne faut pas oublier non plus, comme le montre l'exemple du Port de Palma ci-après exposé, qu'il est fréquemment nécessaire d'étudier la propagation de la tempête maritime originaire au-dessus de zones étendues de la plate-forme côtière dépassant 30 kms. et qui, même à l'échelle réduite du 1/100, exigeraient des bacs d'essai (couverts de préférence pour éviter l'action du vent), de plus de 300 mètres, sans appuis intermédiaires, dont il n'est pas facile de disposer, et aux centres desquels il n'est pas facile non plus de faire des mesures.

De ces observations préliminaires ressort l'intérêt qui s'attache au développement d'une méthode pratique permettant de résoudre les problèmes posés, approximativement sans doute, mais correctement.

Dans cette étude, on n'a pas l'intention d'arriver à une exactitude théorique utopique, mais plus modestement à une approximation pratique acceptable.

Nous considérons sincèrement que la méthode que nous allons exposer et qui peut être dite des plans de houle, sera assez précise pour la plupart des applications pratiques.

Cette méthode consiste, tout simplement, à déterminer comment se propage une houle de caractéristiques et d'orientation connues au large, vers une côte déterminée, où les profondeurs et les courbes bathymétriques sont également connues ainsi que la forme et l'orientation de la côte ou bathymétrique zéro, et les ouvrages de protection réalisés ou supposés construits.

Dans ce but, nous nous baserons sur la théorie trochoïdale, généralement admise aujourd'hui pour la plupart des applications pratiques et qui explique, de façon satisfaisante les phénomènes observés, comme nous allons le constater ci-après.

On sait que suivant cette théorie, les orbites des molécules liquides, agitées par la houle, sont des cercles, dans le cas d'un milieu de propagation de profondeur indéfinie et des ellipses au-dessus des profondeurs réduites. Bien que théoriquement, il faille que cette profondeur H soit infinie pour pouvoir la considérer comme indéfinie, il suffit pratiquement qu'elle soit égale ou supérieure à la demi-longueur d'onde pour que les conditions de propagation de la houle puissent être confondues avec celles de la houle de mêmes caractéristiques se propageant sur de plus grandes profondeurs.

Un simple examen des courbes de la figure 5, par rapport à leurs asymptotes, justifie cette approximation pratique, ce qui se concrétise en disant que la lame qui se propage au-dessus de profondeurs décroissantes arrive à toucher pratiquement le fond, et commence par suite à se déformer en modifiant ses conditions de propagation, quand la profondeur H de la mer est égale ou inférieure à la demi-longueur L_0 de la lame originale.

Cette étude de première approximation se rapporte, plutôt qu'à la lame complexe réelle, résultante de plusieurs lames de caractéristiques différentes, à la houle simple pratiquement équivalente, c'est-à-dire, à celle de période et de hauteur équivalentes ou mieux, pour tenir compte du coefficient de sécurité nécessaire, de hauteur légèrement supérieure à celle de la houle maximum résultante et de période la plus grande.

Cette houle simple de caractéristiques supérieures à celles de l'ondulation maximum réelle possible, devrait plutôt être appelée houle maximum de calcul; de même que dans la technique terrestre, il faut, en effet, effectuer les calculs de la technique maritime avec la marge de sécurité nécessaire.

a) Caractéristiques des houles.

Dans ce qui suit, nous supposons connues, au moyen d'observations directes, la hauteur $2 h_0$ et la longueur $2 L_0$ de la plus grande vague possible, ou un peu supérieure à celle-ci, au large ou en mer profonde, soit pour $H \geq L_0$, et qui aborde dans une direction déterminée, la plateforme côtière sur laquelle nous avons projeté de construire l'ouvrage.

Il faut rappeler qu'il est nécessaire, pour que ces observations soient acceptables, qu'outre la garantie que leurs mesures aient été effectuées d'une manière acceptable, elles s'étendent sur un nombre suffisant d'années, en général 40, 50 ou plus, afin d'acquérir la certitude que la plus grande tempête possible a été observée et mesurée.

Etant donné que, malheureusement, ces conditions ne sont pas souvent remplies, il faut déterminer les caractéristiques maxima de la vague de calcul par le procédé indiqué ci-après et qui, bien qu'indirect, est en général d'une garantie plus grande que les observations directes mal effectuées ou effectuées sur une trop courte période.

Il est indubitable que le mouvement des vagues étant produit, dans une mer ou un océan, par le vent, dans des zones océaniques à des profondeurs fort supérieures à leur longueur, si le vent a suffisamment duré, les caractéristiques des lames, c'est-à-dire leur longueur $2 L$ (ou leur période $2 T = 2 \sqrt{\frac{\pi}{g}} L$) et leur hauteur $2 h$, constitueront des fonctions définies de l'intensité ou de la vitesse du vent V et du parcours de la houle depuis son origine sur la côte opposée (fetch) F ; on peut donc écrire :

$$2 h = f_1 (F, v)$$

$$2 L = f_2 (F, v)$$

Seule nous intéresse, exception faite de quelques cas rares et spéciaux qui pourraient aussi être étudiés comme nous l'indiquons plus loin, la détermination de l'abri des ports et la stabilité de leurs ouvrages dans les condi-

tions les plus défavorables, c'est-à-dire dans le cas de la houle maximum, qui doit certainement correspondre au vent maximum V max. possible; si nous désignons par $2 h_0$ et $2 L_0$ les caractéristiques de ladite houle maximum possible, nous aurons immédiatement :

$$2 h_0 = f_1 (F, V \text{ max.})$$

$$2 L_0 = f_2 (F, V \text{ max.})$$

Si, par analogie avec les instructions en vigueur pour la technique terrestre, où un vent maximum possible pour les zones montagneuses, les plaines et les côtes, etc. ... est généralement fixé, techniquement et légalement, nous admettons d'une manière plus logique encore dans notre cas où il n'y a pas de variations topographiques, une valeur limite supérieure pour le vent maximum possible, soit $V \text{ max} = \text{Constante}$, ou si, avec un degré d'approximation encore plus grand, nous admettons (et nous le vérifierons également plus loin) que cette valeur maximum du vent, ou mieux, cette valeur efficace maximum du vent pour une mer ou un océan étendus, est aussi une fonction définie de la distance sur laquelle il règne, ou fetch, c'est-à-dire $V \text{ max} = f_3(F)$, nous obtiendrons finalement pour les caractéristiques de la vague maximum de calcul :

$$2 h_0 = f_4 (F)$$

$$2 L_0 = f_5 (F)$$

Bien que la forme de ces fonctions puisse être déduite d'une manière théorique, il est plus convaincant et aussi probablement plus près de la réalité, de les déduire directement de l'observation.

A partir des données qu'on a pu réunir et dont quelques unes s'étendent sur le nombre d'années nécessaire, les expressions suivantes ont été établies (*).

$$2 h_0 = 1,2 \times \sqrt[4]{F}$$

$$2 L_0 = 3,1 \times \sqrt[3]{F}$$

où $2 h_0$ et $2 L_0$ sont exprimés en mètres si le fetch est mesuré en kilomètres.

De ces expressions on déduit immédiatement la période

$$2 T = 2 \sqrt{\frac{\pi}{g} L_0} = 4,45 \cdot \sqrt[6]{F},$$

et le rapport de la longueur à la hauteur de la vague dans les tempêtes maxima de calcul

$$\frac{2 L_0}{2 h_0} = 25,8 \cdot \sqrt[12]{F}.$$

(*) La première est celle publiée en 1941 et elle s'est montrée acceptable pour les données obtenues postérieurement. La deuxième par contre a été modifiée, car les longueurs, ou plutôt les périodes correspondantes, mesurées directement sur les côtes et qui sont celles réellement intéressantes pour les projets des ports et de leurs ouvrages de protection, sont supérieures à celles déterminées au large, qui furent à la base de l'établissement de la formule primitive; ceci étant la cause de l'anomalie existant seulement en apparence qui est dûment expliquée plus loin lorsqu'on étudie les plans de houle en deuxième approximation.

En attribuant à F des valeurs numériques, nous obtenons le tableau suivant dont nous déduisons les courbes de la figure 1.

Caractéristiques des ondes au large.				
$\frac{\text{Fetch}}{\text{Km.}}$	$\frac{2 h_0}{\text{m.}}$	$\frac{2 L_0}{\text{m.}}$	$\frac{2 L_0}{2 h_0}$	$\frac{2 T}{\text{sec.}}$
1	1,20	31,00	25,8	4,5
2	1,43	39,06	27,3	5,00
5	1,79	53,01	29,5	5,8
10	2,13	66,79	31,2	6,5
20	2,54	84,15	33,1	6,7
50	3,19	113,20	35,5	8,5
100	3,80	139,89	36,9	9,4
200	4,51	181,29	40,2	10,8
400	5,37	228,41	42,6	12,1
600	5,94	261,46	44,0	12,9
800	6,35	287,78	45,3	13,5
1.000	6,75	310,00	46,0	14,1
2.000	8,03	390,60	48,7	15,8
3.000	8,88	447,08	50,3	16,9
4.000	9,54	492,09	51,6	17,8
5.000	10,09	530,10	52,6	18,4
7.000	10,98	593,00	54,0	19,5
9.000	11,69	644,80	55,2	20,3
11.000	12,29	689,44	56,1	21,0
13.000	12,81	728,90	56,9	21,6
15.000	13,28	765,52	57,5	22,2

Les fetch maritimes se situant en fait entre quelques centaines de kilomètres et près de 15.000 kms. pour l'Océan Pacifique ou les mers du Sud, nous obtiendrons des vérifications dignes de foi et réparties d'une manière acceptable; bien qu'elles ne soient pas très nombreuses, elles sont par contre beaucoup plus acceptables que celles pouvant être obtenues dans quelques cas particuliers douteux et d'une étendue restreinte, étant donné que chacune des dites vérifications se rapporte à de nombreux cas similaires embrassant un grand nombre d'années. Ces vérifications sont énumérées ci-après :

— dans la Méditerranée, avec des fetch d'environ 1.000 kms., on observe des vagues dont la hauteur n'atteint pas 7 mètres et d'une période de près de 14 secondes ;

— dans l'Atlantique, avec des fetch de l'ordre de 4.000 kms., les vagues s'approchent de 9,50 m. de hauteur et de 18 secondes de période ;

— et, dans les mers du Sud, avec des fetch d'environ 15.000 kms. les vagues dépassent de peu la hauteur de 13 m. et les 22 secondes de période.

Tout ceci s'accorde d'une manière très acceptable avec les résultats obtenus dans le tableau ci-dessus.

On dispose ainsi d'expressions ou de courbes correspondantes permettant de déterminer les caractéristiques $2 h_0$ et $2 L_0$ des vagues maxima de calcul.

Mais si dans certains cas on désire serrer de plus près ces valeurs maxima, en les réduisant d'une manière justifiée et prudente, on peut raisonner comme suit :

Si nous déterminons en un point ou dans une zone quelconque le diagramme des distances parcourues par le vent pendant l'année, ou encore mieux, pendant l'été et l'hiver dans chacun des hémisphères (ces diagrammes devant comprendre réellement plusieurs années), et si nous prenons sur chaque direction de la rose des vents employée, à huit ou mieux à seize divisions, une longueur proportionnelle à la distance parcourue par le vent dans cette direction, sa résultante ou la résultante d'agitation de Lenz, déterminera le parcours du vent pendant le délai d'observation.

S'il n'existait aucune cause agissant sur l'atmosphère d'une manière permanente, ce parcours devrait être nul, d'après la loi des grands nombres; en divisant ledit parcours en kilomètres, par le nombre d'heures de la période d'observation, on obtiendra l'intensité ou vitesse correspondante au vent occasionné par la cause permanente mentionnée.

Nous obtiendrons ainsi, en définitive, les vitesses correspondantes à la circulation générale atmosphérique permanente, soit celles se rapportant, essentiellement, aux vents alizés NE dans l'hémisphère boréal et SE dans l'hémisphère austral, et aux cinq régimes anticycloniques dont deux des-torsum correspondant à l'Atlantique Nord et au Pacifique Nord et trois sinistrorsum correspondant à l'Atlantique Sud, au Pacifique Sud et à l'Océan Indien, ainsi qu'aux deux régimes cycloniques correspondant aux extrêmes Nord du Pacifique et de l'Atlantique.

Disposant de ces cartes générales des vents, on peut suivre le procédé expliqué ci-après; les vents accidentels, par opposition à ceux antérieurement considérés, peuvent souffler indistinctement dans une direction et avec une intensité quelconques, et peuvent agir, indistinctement aussi dans le sens de la circulation générale permanente, ou en sens contraire; autrement dit, les vents permanents de la circulation générale atmosphérique ont, logiquement, des causes permanentes auxquelles viennent se superposer des causes accidentelles, les vents résultants respectifs devant être ajoutés vectoriellement.

Les formules antérieures déterminent les valeurs maxima de $2 h_0$ et de $2 L_0$ pour les cas les plus défavorables, c'est-à-dire pour ceux où les vents accidentels maxima agissent dans le sens des vents permanents en totalisant les V max. antérieurement indiquées; on ne peut diminuer leurs valeurs, tout en conservant une marge de sécurité prudente, que dans le cas où la composante desdits vents permanents, selon le fetch considéré, diminue l'intensité ou agit dans un sens contraire.

Dans ce but, et toujours du point de vue pratique, on a utilisé le diagramme num. III, publié dans le Mémoire n° 135/45 du Service Naval Anglais de Météorologie, dont l'auteur est l'Instructeur Commander C. T. Suthoms, et où les hauteurs de la vague simple en fonction du vent de gradient sont déterminées pour chaque fetch.

La hauteur maximum de la vague de calcul pouvant être, comme son auteur l'indique, environ 40 % plus grande que celle indiquée sur le diagramme, et en prenant 0,7 comme valeur du vent superficiel (moyenne des limites extrêmes 0,5 et 0,9) du vent de gradient, on aboutit immédiatement au graphique représenté sur la fig. 2, établie en unités métriques décimales.

Sur la base de l'expression $2 h_0 = 1,2 \sqrt[4]{F}$, on détermine facilement la

courbe de $V \text{ max} = f_3 (F)$ ci-dessus mentionnée et qui, tracée sur la figure 1, nous permet de vérifier que lesdits vents maxima sont presque constants pour les fetch vraiment océaniques.

Plus fermement appuyés sur ce résultat, nous pouvons à présent admettre qu'aussi bien les vents accidentels maxima que les vents permanents, qui au total conduiront à cette vitesse maximum $V \text{ max}$, sont aussi presque constants dans les vastes zones à l'échelle océanique; prudemment par défaut, et par comparaison avec les vents permanents régnant réellement dans les zones atlantique et méditerranéenne qui ont constitué la base principale pour l'établissement de l'expression citée $2 h_0 = 1,2 \sqrt[4]{F}$, nous pouvons fixer l'intensité des vents permanents favorables, compris dans cette expression, à $v_f = 5 \text{ kms.}$ par heure.

En faisant décroître de 5 en 5 kilomètres/heure la vitesse de $V \text{ max}$, nous obtenons immédiatement sur la fig. 2 les courbes correspondantes qui, transportées sur la fig. 3, déterminent en restant toujours en dedans des prudentes hypothèses admises, les hauteurs des vagues de calcul correspondantes à un vent permanent favorable, ou nul, ($v_f = v_c = 0$), ainsi qu'aux vents permanents contraires ($v_c = 5 \text{ kms./h}$; $v_c = 10 \text{ kms./h}$, etc;...)

En général et dans le cas où les vents permanents ne varient pas trop tout le long du fetch, il suffit de prendre une valeur moyenne ou efficace v_f ou v_c des composantes de même sens ou opposées, suivant ledit « fetch », des vents permanents, en utilisant la courbe correspondante, mais si l'on désire une approximation plus grande et si les vents permanents mentionnés varient trop tout le long du « fetch », on peut approximativement opérer comme il est indiqué sur la fig. 4, où la partie supérieure représente le fetch $0 F_4$, considéré depuis son origine 0 au port F_4 divisé en plusieurs tronçons : $0 F_1$ à composante nulle; $F_1 F_2$, à composante de même sens $V_{f1} \approx 5 \text{ kms./h}$; $F_2 F_3$, à composante de sens contraire V_{c2} et le tronçon final $F_3 F_4$ à composante de même sens $V_{f3} \approx 5 \text{ kms./h}$.

La partie inférieure de la figure représente schématiquement les lois de variation des hauteurs en fonction du fetch, dessinées sur un papier à calquer placé sur les diagrammes de la fig. 3 et où sont représentées les courbes correspondantes aux vents permanents régnant dans les divers tronçons du fetch considéré.

Il est prudent d'utiliser seulement les courbes dessinées sur ladite figure et non pas leurs interpolations, en employant pour chaque cas la plus défavorable des deux qui l'encadrent.

En partant de l'origine 0 et en suivant la courbe $v_f = v_c = 0$, on arrive, dans le diagramme de 0 à h_1 . Pour continuer dans le tronçon $F_1 F_2$, où règne la composante de même sens $v_{f1} \approx 5 \text{ kms./h}$ en déterminera le fetch $0 F'_1$ équivalent ou de hauteur égale, $h'_1 = h_1$, à $0 F_1$, en poursuivant l'avance sur la courbe correspondante suivant $F'_1 F'_2 = F_1 F_2$, par le déplacement parallèlement à lui-même du tronçon $h'_1 h'_2$ en $h_1 h_2$. Il règne sur le tronçon suivant une composante contraire et opposée v_{c2} ; on détermine le fetch $0 F''_2$ équivalent à $0 F_2$ sous la condition que la hauteur h''_2 soit égale à h_2 , et on poursuit sur la courbe $v_c = v_{c2}$ le tronçon $h''_2 h'_3$ suivant un fetch $F''_2 F'_3 = F_2 F_3$, en déplaçant ledit tronçon $h''_2 h'_3$ en $h_2 h_3$. A l'origine du dernier tronçon $F_3 F_4$ dans lequel $v_{f3} \approx 5 \text{ kms./h}$, on détermine sur cette courbe le

fetch $0 F_3''$ équivalent à $0 F_3$ sous la condition $h_3 = h_3''$ en avançant de F_3 $F_4' = F_3 F_4$ sur celle-ci et en déplaçant le tronçon $h_3'' h_4'$ en $h_3' h_4$, et on obtient ainsi la hauteur finale h_4 ; le tracé $0 h_1 h_2 h_3 h_4$ représente avec une approximation pratique acceptable, la loi de variation des hauteurs de la houle dans les conditions supposées.

Avec une approximation aussi généralement acceptable, mais inférieure, on peut déterminer la longueur d'onde de calcul $2 L_4$ qui correspond à F_4 , en partant du fetch équivalent $0 F_4'$ pour $v_f \geq 5$ kms./h, c'est-à-dire, pour $2 h_0 = 1,2 \sqrt[4]{F_4}$, sur la courbe donnant, à la figure I, les longueurs en fonction dudit fetch équivalent.

Si l'on ne dispose pas de données concrètes plus exactes on peut prudemment admettre, généralement par défaut, que les vents alizés de l'hémisphère Nord ont une vitesse de 15 kms./h; ceux du Sud de 20 kms./h; les autres vents des cinq régimes anticycloniques permanents Atlantique, Nord et Sud, Pacifique, Nord et Sud, et Indien, ainsi que les deux régimes cycloniques Atlantique Nord et Pacifique Nord, 5 kms./h; les Moussons 10 kms./h et les vents de l'Ouest des mers du Sud 20 kms./h. Même en extrapolant à l'extrême et en considérant les lacs à l'intérieur des terres, où les vents maxima sont déjà moins intenses, on peut admettre que leur courbe limite supérieure correspondante serait $v_f = 0$, ou bien s'ils sont entourés par des zones montagneuses, celle de $v_c = 5$ kms./h, laquelle est de 10 kms./h inférieure à la vitesse maximum.

Comme vérification intéressante de la méthode exposée, on peut mentionner le fait que son application aux côtes africaines de la Méditerranée occidentale avec un fetch d'environ 1.000 kms. et des vents favorables, conduit à une hauteur de la lame de 6,8 mètres; par contre, sur les côtes françaises d'en face, et avec des vents contraires $v_c \simeq 5$ kms./h, on obtient une hauteur de 5 m. Aux côtes Ouest et Nord de la presqu'île Ibérique, avec des fetchs d'environ 4.000 kms. et des vents favorables, on obtient des hauteurs de 9,5 mètres; par contre, aux Açores, avec des fetchs d'environ 2.500 kms. et des vents contraires $v_c \simeq 5$ kms./h, on obtient des hauteurs de calcul de 6,5 mètres, sur les côtes espagnoles du S.O. où il existe une grande longueur d'environ 5.500 kms. par suite des vents contraires très intenses régnant sur ces régions dont l'estimation serait $v_c \simeq 10$ kms./h, cette courbe n'arrive qu'à 7 m de hauteur pour la lame maximum de calcul. Tous ces résultats et bien d'autres dont la description serait prolix, s'avèrent tout à fait satisfaisants et très acceptablement approchés de la réalité observée; même dans l'énorme et par conséquent dangereuse extrapolation qu'implique l'application de cette méthode océanique au petit lac de Genève qui, dans la zone d'observation ne compte qu'une longueur de 15 kms, la courbe $v_c = 5$ kms/h donne une hauteur de 1,8 m. très proche de la hauteur réelle de la houle maximum.

Nous connaissons donc, au moins approximativement, les caractéristiques de la lame maximum de calcul se propageant relativement près du port en mer profonde, $H \simeq L_0$, c'est-à-dire sa hauteur $2 h_0$, sa célérité $c_0 = \sqrt{\frac{g}{\pi} \cdot \frac{L_0}{K_0}}$, sa période $2 T_0 = 2 \sqrt{\frac{\pi}{g}} L_0 K_0$, et le rapport des demi-axes orbitaires superficiels $K_0 = \coth \frac{\pi H}{L_0}$; ce rapport, qui se rapproche beaucoup de l'unité dans

ces grandes profondeurs, montre à nouveau que si $H \gg L_0$, ces orbites sont pratiquement circulaires et qu'il est juste de simplifier les expressions ci-dessus. en faisant $K_0 = 1$.

b) Plan de la houle.

Nous pouvons maintenant déterminer les caractéristiques de cette vague, $2h$, $2L$, C et K , lorsqu'elle se propage sur la plate-forme côtière, à une profondeur H connue et inférieure à L_0 ; à cet égard nous commençons par indi-

quer que $T = T_0$, c'est-à-dire $\sqrt{\frac{\pi}{g} L K} = \sqrt{\frac{\pi}{g} L_0}$, ce qui équivaut à admettre

qu'une fois la tempête établie, il y a évidemment, pendant un délai déterminé, le même nombre de lames (*) passant par la partie extrême de la plate-forme côtière ou par un point quelconque de celle-ci; l'équation, $L K = L_0$ jointe

à $K = \text{Coth } \pi \frac{H}{L}$, nous permet de déterminer les valeurs de L et K , puisque L_0 et H sont connues.

L'expression de la théorie trochoïdale $C = \sqrt{\frac{g}{\pi} \frac{L}{K}}$ nous permet également de déterminer la célérité qui correspond à cette profondeur réduite H .

Pour simplifier le travail on a établi le tableau suivant où sont déterminées les caractéristiques L , K et C correspondantes à des profondeurs réduites $H \leq L_0$, en fonction du rapport ou de la profondeur unitaire $\frac{H}{L}$ et de

la demi-longueur d'onde originaire L_0 ou de la demi-période $T = \sqrt{\frac{\pi}{g} L_0} = T_0$.

(*) Mais en comptant les vagues dans une mer profonde on pourra trouver des écarts déjà signalés, qui seront justifiés ci-après dans l'étude des plans de houle en deuxième approximation.

Caractéristiques des ondes sur des profondeurs réduites.

(1)	(2)	(3)	(4) = (3) × (1)	(5) = $\frac{1}{(3)}$	(6) = (3) $\sqrt{\frac{g}{\pi}}$	(7) = (2) [(5) - (3)]
$\frac{H}{L}$	$\frac{\pi H}{L}$	$\frac{L}{L_0} = \frac{1}{K}$ = $\text{tgh } \frac{\pi H}{L}$	$\frac{H}{L_0} = \frac{H}{L} \cdot \frac{L}{L_0}$	$K = \text{cotgh } \frac{\pi H}{L}$	$\frac{C}{\sqrt{L_0}} = \sqrt{\frac{g}{\pi}} \frac{1}{K}$	$\frac{\pi H}{L} (K - \frac{1}{K})$
1	3,14159	0,99627	0,99627	1,00374	1,76051	0,02347
0,95	2,98451	0,99490	0,94515	1,00513	1,75808	0,02347
0,90	2,82743	0,99302	0,89372	1,00703	1,75477	0,03959
0,85	2,67035	0,98905	0,84189	1,00963	1,75024	0,05119
0,80	2,51327	0,98696	0,78957	1,01321	1,74406	0,06597
0,75	2,35620	0,98219	0,73665	1,01813	1,73563	0,08467
0,70	2,19912	0,97571	0,68300	1,02488	1,72418	0,10813
0,65	2,04204	0,96696	0,62852	1,03417	1,70870	0,13726
0,60	1,88496	0,95493	0,57296	1,04720	1,68745	0,17392
0,55	1,72788	0,93880	0,51634	1,06518	1,65895	0,21837
0,50	1,57080	0,91715	0,45858	1,09053	1,62069	0,27203
0,45	1,41372	0,88828	0,39973	1,12577	1,56968	0,33574
0,40	1,25664	0,85013	0,34005	1,17629	1,50227	0,40985
0,35	1,09956	0,80034	0,28012	1,24947	1,41428	0,49384
0,30	0,94248	0,73636	0,22091	1,35800	1,30121	0,58589
0,25	0,78540	0,65579	0,16395	1,52487	1,15885	0,68257
0,20	0,62832	0,55689	0,11138	1,79568	0,98408	0,77835
0,15	0,47124	0,43920	0,06588	2,27687	0,77611	0,86598
0,10	0,31416	0,30421	0,03042	3,28714	0,53766	0,93711
0,05	0,15708	0,15580	0,00779	6,41847	0,27531	0,98374
0,04	0,12566	0,12501	0,00500	7,99959	0,22090	0,98955
0,03	0,09425	0,09397	0,00282	10,64171	0,16605	0,99410
0,02	0,06283	0,06275	0,00126	15,93641	0,11041	0,99737
0,01	0,03142	0,03141	0,00031	31,84135	0,05550	0,99934
0,00	0,000	0,000	0,000	∞	0,000	1,000

Justifications $L_0 = L K$.

$$C = \sqrt{\frac{g}{\pi} \cdot \frac{L}{K}}$$

$$= \sqrt{\frac{g}{\pi} \cdot \frac{L_0}{K^2}}$$

Pour des applications ultérieures.

De ce tableau on déduit, en prenant comme abscisses les valeurs des profondeurs relatives $\frac{H}{L_0}$ de la colonne (4) et comme ordonnées les valeurs correspondantes des autres colonnes, les courbes relatives à chaque caractéristique (fig. 5) et dont l'utilisation pratique est extrêmement simple.

Etant donné la demi-longueur originaire L_0 et la profondeur H correspondante au point envisagé sur la plate-forme côtière, nous connaissons le rapport $\frac{H}{L_0}$ que nous portons en abscisse.

L'ordonnée correspondante détermine sur chaque courbe et en fonction de L_0 , les autres caractéristiques de l'onde, se rapportant à cette profondeur de propagation réduite H .

Il n'est pas nécessaire de souligner que la théorie trochoïdale de la houle se propageant sur des profondeurs réduites (orbites elliptiques et autres aspects du phénomène) ne conduit dans le cas de profondeurs réduites et variables qu'à des résultats approchés; mais ces résultats de première approximation sont encore pratiquement très acceptables s'ils sont convenablement interprétés et s'ils résultent d'une judicieuse application de la théorie.

Leur exactitude est pour le moins comparable à celle des résultats obtenus dans la plupart des problèmes techniques; en particulier, le degré d'approximation des résultats obtenus en matière de travaux terrestres et que l'on a généralement tendance à considérer comme mathématiquement exacts, n'est pas fréquemment supérieur à celui que l'on peut atteindre par l'application rationnelle des méthodes que nous préconisons pour les travaux maritimes.

Les défenseurs des simples mais trop souvent catastrophiques procédés que nous pourrions dénommer intuitifs ou de valeur illusoire, et qui étaient employés en général avant l'existence des plans de houle pour l'établissement de projets d'ouvrages maritimes, résistent avec ténacité à l'application de méthodes nouvelles qu'ils accusent d'être peu approchées. Alors qu'en matière de travaux terrestres l'emploi de coefficients de sécurité élevés est universellement admis, il serait injuste en matière de travaux maritimes, où l'on affirme trop facilement une ignorance excessive, de condamner définitivement toute théorie scientifique dont l'application réclame quelque prudence.

Nous estimons sincèrement qu'avec des coefficients de sécurité inférieurs à ceux employés dans de nombreux ouvrages terrestres, on peut considérer comme sûrs les résultats obtenus par les méthodes que nous proposons pour les ouvrages maritimes, et qui seront perfectionnés au moyen d'études ultérieures et d'observations réfléchies.

Un aspect qu'il faut éclaircir est celui de la profondeur H , que nous avons à appliquer dans les formules ou dans les courbes, pour déterminer les caractéristiques approchées des lames se propageant sur des profondeurs variables.

Il va sans dire que dans les mouvements orbitaires admirablement ordonnés des molécules liquides, produits par le passage de la lame, des discontinuités brusques ne pourront se produire que dans des cas extrêmes, et qu'en raison de la loi du travail minimum les glissements des molécules les unes par rapport aux autres, seront progressifs.

Cela se traduit, pratiquement, par une certaine raideur qui gêne la déformation de l'onde et son adaptation immédiate aux variations de pente et de forme du fond sur lequel elle progresse : les caractéristiques de la houle en un point considéré étant fonction de la profondeur moyenne d'une zone, d'une certaine étendue, comprenant le point considéré.

Quelle étendue correspond, donc, pratiquement et avec une approximation suffisante à cette zone ? Il semble que l'on puisse déduire logiquement des considérations qui précèdent, en particulier de la *profondeur L* qui affecte le mouvement orbitalaire, et aussi de la théorie de la houle trochoïdale et des équations de la trochoïde elle-même (*), dans lesquelles la demi-longueur d'onde *L* est toujours considérée comme l'unité de longueur, que cette demi-longueur représente aussi bien dans le sens longitudinal que dans le sens transversal la dimension de la zone qui régit les caractéristiques de la houle en cet endroit (**). Cette hypothèse paraît d'ailleurs confirmée par de nombreux résultats expérimentaux et notamment ceux avancés par Harris.

Nous considérons donc, ce que nous pourrions dénommer le « quadrilatère d'avance » du point envisagé, qui peut être défini comme suit :

« Les caractéristiques du mouvement ondulatoire de la mer en un point de la surface et à un instant déterminé, correspondent à peu près aux caractéristiques moyennes à cet instant dans la zone comprenant le point et limitée dans les trois dimensions (c'est-à-dire, longueur dans le sens de la propagation, largeur dans le sens transversal et profondeur) à la moitié de la longueur de l'onde), ou mieux encore à partir du point, en avant et en arrière, à droite et à gauche, au quart de longueur de l'onde correspondante, et en profondeur à la moitié de la longueur d'onde. »

Dans le cas général où la pente du fond sur lequel la lame avance, est pratiquement uniforme, tout cela perd de l'intérêt, car il suffit de prendre comme profondeur *H* celle qui correspond au point envisagé, et il faut seulement déterminer la profondeur moyenne du quadrilatère d'avance ou profondeur virtuelle quand il existe sur le fond une discontinuité d'une certaine importance, comme il arrive sur les côtes rocheuses et aux abords des ouvrages.

Ceci posé, nous connaissons tous les éléments nécessaires à la détermination des conditions de propagation sur la plate-forme côtière, d'une tempête de direction et de longueur d'onde connues, au large.

Soit la droite *M N* (fig. 6) la crête de la lame qui avance vers la côte dans une direction normale à elle-même, en se propageant à des profondeurs supérieures à sa demi-longueur *L₀* précédemment déterminée.

Au bout de la demi-période $T = T_0$ chaque point $1_1, 2_1, 3_1, 4_1, 5_1$, etc., séparés entre eux par une distance arbitraire *A₀*, qui peut être prise égale à *L₀*, aura pris une nouvelle position $1_2, 2_2, 3_2, 4_2, 5_2$ sur une droite parallèle à la précédente, chacun des points ayant avancé d'une demi-longueur d'onde $L = L_0$ dans le sens normal à *A B*. Pour des raisons de commodité d'échelle on peut prendre au lieu de *L₀* l'un de ses multiples *n L₀*, bien que la précision obtenue par la suite soit plus faible.

(*) Pour n'en rappeler que quelques-unes, nous avons pour les demi-axes orbitaires

$$r = h \frac{Ch\pi \frac{H - Z_0}{L}}{Sh\pi \frac{H}{L}} \quad r' = h \frac{Sh\pi \frac{H - Z_0}{L}}{Sh\pi \frac{H}{L}}; \text{ la phase } \varphi = r \left(\frac{t}{T} - \frac{x_0}{L} \right)$$

La valeur $K = coth\pi \frac{H}{L}$; toutes les autres longueurs sont toujours mesurées avec l'unité *L*.

(**) Même dans le sens profondeur car on a constaté également que seul un fond situé à la profondeur $H < L$ perturbe la propagation de l'onde.

Le phénomène se poursuivra ainsi par avances successives égales et rectilignes, jusqu'à ce qu'une partie de l'onde — celle de la partie inférieure de la figure — rencontre dans son avance des profondeurs inférieures à L_0 .

A chaque point de cette zone, ou à son quadrilatère d'avance dans le cas de fonds discontinus, correspondra une profondeur H ; connaissant le rapport $\frac{H}{L_0}$, l'ordonnée correspondante de la figure 5 détermine, sur les diverses courbes, les caractéristiques de l'onde qui se propage sur cette profondeur H ; la courbe (3) donne en particulier le rapport $\frac{L}{L_0}$, c'est-à-dire la valeur de L ou celle de l'avance cherchée, correspondant à la demi-période ou à son multiple au point envisagé.

Dans quelques cas spéciaux, où une plus grande précision est nécessaire, on peut prendre pour valeur de L , ou de son multiple fixé par la considération d'échelle, la moyenne des valeurs correspondantes à l'origine et à la fin de l'avance cherchée; on peut alors opérer par tâtonnements, d'une manière semblable à celle indiquée ci-après pour le quadrilatère d'avance.

On trace les normales avec le plus grand soin et si l'angle formant le prolongement de l'une d'elles avec la suivante n'est pas très petit, il faut corriger le sens de la première en la plaçant parallèlement à la bissectrice dudit angle.

On peut aussi employer, au lieu de la courbe 3 de la figure 5, le tableau duquel elle a été déduite, en complétant ce tableau par deux colonnes supplémentaires donnant : l'une, les profondeurs H en mètres, c'est-à-dire, les valeurs de la colonne (4) multipliées par la valeur de L_0 correspondante en mètres, pour avoir H mètres = $\frac{H}{L_0} \times L$ mètres, et l'autre relative aux avances res-

pectives, déjà exprimées en millimètres à l'échelle du plan $\frac{1}{n'}$, c'est-à-dire, celles de la colonne (3) multipliées par la longueur représentative de L_0 en mètres, ou de son multiple adapté à l'échelle du plan, pour avoir $n L$ millimètres = $n \frac{L}{L_0} \times L_0$ mètres $\times \frac{1.000}{n'}$.

Il serait plus commode encore, pour le dessin du plan de houle, de calquer, sur papier millimétré transparent, la courbe (3) de la figure (5) en faisant les simples corrections d'échelles (abscisses et ordonnées) que nous venons d'indiquer, et ainsi l'on obtient tout de suite, pour chaque profondeur H en mètres, l'avance correspondante en millimètres sur le plan.

Pour déterminer, le cas échéant, et avec une précision suffisante, le quadrilatère d'avance, par exemple celui qui correspond au point 2₄ de la figure 6, composé des tronçons de lignes d'onde $a b$ et $c d$ et de leurs normales correspondantes $b c$ et $a d$, il faut opérer par tâtonnements, en présupposant la demi-longueur L de l'avance cherchée, qui servirait comme il est indiqué sur la figure, à la construction du quadrilatère mentionné, tout en vérifiant, comme nous venons de l'expliquer, qu'elle coïncide ou qu'elle se rapproche assez de celle supposée. Avec un peu de pratique il suffit généralement d'un premier tâtonnement pour obtenir une précision suffisante; car, comme disait textuellement l'inoubliable professeur M. Eugène Rivera, en parlant avec sa profonde expérience de la majorité des problèmes techniques : « Il ne sert à rien de pousser les calculs jusqu'au 1/1000 si les hypothèses ou les données ne le sont pas jusqu'au 1/10 ». Dans la majorité des cas il suffit de prendre comme profondeur moyenne du quadrilatère $a b c d$ la moyenne arithmétique des profondeurs correspondantes aux points m , n , p et q .

Dans le cas exceptionnel où le fond est très irrégulier il vaut mieux déterminer préalablement en de nombreux points les profondeurs virtuelles ou moyennes des quadrilatères d'avance, lesquelles seront différentes pour

chaque L_0 ou période, $T_0 = \sqrt{\frac{\pi}{g} L_0}$, de la houle, et en déduire les courbes

bathymétriques virtuelles, sur lesquelles se propagerait la houle comme au-dessus de profondeurs ponctuelles.

Tant pour les tâtonnements déjà indiqués que pour de nombreux autres calculs techniques approchés où il y a de nombreuses opérations à faire, il est utile de rappeler que la précision obtenue avec la règle à calcul est suffisante.

Les lignes d'onde, c'est-à-dire les positions successives des crêtes, des creux ou d'une phase quelconque, seront les courbes résultant de la jonction des points correspondants; par exemple $1_4, 2_4, 3_4, 4_4$, etc., et les normales pourront être constituées par des tronçons de droites, tracés soigneusement normaux à la ligne d'onde précédente. Ainsi la $2_4, 2_5$ pourra être une droite normale en 2_4 , à la courbe $1_4, 2_4, 3_4$, etc., pourvu qu'il ne soit pas nécessaire d'effectuer la correction précédemment indiquée.

Dans le cas où le quadrilatère d'avance est coupé par la côte ou par un ouvrage quelconque, comme au point P de la figure 7, il peut être admis qu'il suffit de considérer, pour déterminer la profondeur moyenne de propagation de l'onde, la partie mouillée dudit quadrilatère, c'est-à-dire, a, b, n, m , qui est la seule pouvant influencer les caractéristiques de l'onde, au lieu de la surface totale a, b, e, d , car les mouvements orbitaires se rapportent seulement à cette partie mouillée.

Il est possible de déterminer avec plus de précision encore la profondeur moyenne dans le cas de réflexion de l'onde, en tenant compte aussi bien de la partie mouillée du quadrilatère d'avance de l'onde incidente, que de la partie mouillée de l'onde réfléchie, c'est-à-dire de la partie symétrique, par rapport à la paroi, de la partie sèche de ce quadrilatère.

Nous possédons ainsi tous les éléments nécessaires pour déterminer avec une précision suffisante la forme d'avance, en plan, de la lame, car nous pouvons dessiner ses positions successives, que nous avons dénommées lignes d'onde, ainsi que ses normales.

Il est utile de faire remarquer qu'au moins dans cette première approximation, le plan de houle dépend seulement de la période et de la direction de la houle originaire et des profondeurs ou bathymétriques sur lesquelles elle se propage; cette période étant connue en chaque point, $2 T = T_0$, ainsi que les profondeurs réelles, ou mieux virtuelles, H , toutes les caractéristiques de la houle sont déterminées, la hauteur exceptée.

c) Elévation de la houle.

Il nous reste seulement à déterminer la hauteur de la lame en n'importe quel point, pour arriver à résoudre, d'une manière générale, le problème que nous nous sommes posé.

Pour cela, rappelons que l'énergie relative à la largeur A_0 (fig. 6) de l'onde originaire, dans une mer profonde et comprise dans la longueur de la lame, vaut $E_0 = A_0 \rho g L_0 h_0^2$, formule dans laquelle ρ est la densité du liquide, g l'accélération de la pesanteur et h_0 et L_0 la demi-hauteur et la demi-longueur déterminées au début de cette étude.

L'expression analogue $E = A \rho g L h^2$ peut être employée pour les profondeurs réduites (*).

Nous pouvons admettre, en première approximation, que si l'énergie E_0 se conservait dans l'avance de l'onde jusqu'à des profondeurs très réduites, les raccourcissements de L_0 , qui se réduit à la valeur L correspondant au point considéré, impliqueraient un accroissement de h_0 , devenue la hauteur correspondante.

Comme d'ailleurs l'observation nous montre que sur les pentes côtières d'environ un pour cent, la hauteur des lames au-dessus des profondeurs très réduites n'est guère supérieure à la hauteur au large, nous pouvons admettre, en première approximation, que la consommation d'énergie causée par l'avance de l'onde compense sensiblement, depuis les grandes profondeurs jusqu'à des profondeurs proches du déferlement, l'accroissement de la demi-hauteur h qui devrait être la conséquence du raccourcissement de la demi-longueur L ; les pentes de la valeur indiquée (1 %) sont fréquentes sur les plateformes côtières.

Bien que de plus fortes pentes puissent, peut-être, accroître un peu ces hauteurs, et que des pentes plus faibles puissent les réduire sensiblement, comme il sera précisé plus loin, il est beaucoup plus important, dans la plupart des cas pratiques et du point de vue de la variation de hauteur de propagation de l'onde, de déterminer son expansion dans le sens transversal à son avance, par le fait de la divergence des lignes normales précédemment mentionnée. Cette expansion sera dénommée frontale pour la distinguer de l'expansion latérale dont nous parlerons ensuite.

Si, par exemple, sur la figure 6, la largeur originaire A_0 de la position initiale $1_1, 2_1, 3_1, 4_1$, etc., se transforme, par suite de l'expansion frontale en largeur A comprise entre 2_3 et 3_3 , et si nous admettons le maintien de la hauteur, dont l'augmentation théorique est approximativement compensée par la perte d'énergie, on obtient la hauteur approchée correspondante à ce

(*) Plus exactement l'expression de l'énergie serait :

$$E = A \rho g L h^2 \times \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi h K}{L} \right)^2 \right];$$

$$C_t = \frac{C}{2} \left[1 + \frac{\frac{2 \pi H}{L}}{s h \frac{2 \pi H}{L}} \right] \text{ étant la célérité de transmission de cette énergie, il en résulte que l'énergie transmise, par période, vaut :}$$

$$E_t = \frac{A \rho g L h^2}{2} \times \left[1 + \frac{\frac{2 \pi H}{L}}{s h \frac{2 \pi H}{L}} \right] \times \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi h K}{L} \right)^2 \right] \text{ qui pour les}$$

grandes profondeurs ou les faibles profondeurs se réduit à :

$$E_t = \frac{1}{2} A \rho g L h^2. \text{ Cela est précisé plus loin.}$$

tronçon, au moyen de l'expression simple $A_0 h_0^2 = A h^2$; c'est-à-dire

$$h = h_0 \sqrt{\frac{A_0}{A}}.$$

En effet, s'il n'y avait pas d'expansion du tronçon d'onde 2₁, 3₁ dans son avance jusqu'à 2₆, 3₆ et si la compensation de hauteurs indiquée se produit, l'énergie du tronçon, correspondant à la longueur de l'onde ou à sa période $2 T = 2 T_0$ et situé dans la zone 2₆, 3₆, serait $E = A_0 \rho g L h_0^2$. L'expansion fait que cette énergie est répartie sur la largeur A, donc $E = A_0 \rho g L h_0^2 = A \rho g L h^2$, et il en résulte l'expression indiquée ci-dessus (*).

Par ce procédé nous pouvons obtenir, approximativement il faut le répéter, toutes et chacune des hauteurs moyennes correspondant aux tronçons où les lignes d'ondes sont divisées par leurs normales et il est possible de dessiner la section verticale tout le long des crêtes des lames, en représentant, suivant la forme échelonnée indiquée à la figure 6', les demi-hauteurs moyennes relatives à chaque tronçon.

Cette figure 6' se rapporte à la ligne d'onde 1₅, 6₅, où, dans le tronçon 6₅ 4₅, la demi-hauteur h de l'onde est conservée, car il ne s'y produit pas une expansion appréciable. Dans les tronçons 4₅ 3₅, 3₅ 2₅ et 2₅ 1₅ il y a une diminution de la hauteur qui peut être déterminée de la façon déjà indiquée, et qui est la conséquence de la divergence des normales limitant ces tronçons.

On peut passer de la représentation échelonnée de la hauteur à la forme continue indiquée sur la figure 6', et on peut obtenir autant de points de cette courbe qu'on le désire, en subdivisant, sur le plan de houle, chaque tronçon en autant de parties qu'il le faut et en traçant les normales correspondantes.

Il est utile d'indiquer que, pour la plupart des cas et à cause de la très faible pente transversale de l'expansion frontale, il n'y a probablement pas de cession latérale appréciable d'énergie.

d) Cas particuliers — Expansion latérale.

Nous allons maintenant, à la lumière des explications qui précèdent, nous occuper de deux cas particuliers très intéressants.

Tout d'abord, lorsque l'ondulation converge vers une côte ou un ouvrage, comme sur la figure 7, il faut remarquer que ce n'est pas le point A dessiné sur la première position de l'onde qui se déplace jusqu'en B, mais que c'est le point C de l'onde qui, dans son avance, arrive en B.

(*) Si, en accord avec ce que nous avons précédemment indiqué, nous égalons les énergies transmises par période dans les grandes profondeurs et dans les profondeurs réduites, nous obtenons l'équation :

$$\frac{1}{2} A_0 \rho g L_0 h_0^2 = \frac{1}{2} A \rho g L h^2, \text{ c'est-à-dire, } h = h_0 \sqrt{\frac{A_0}{A}} \times \sqrt{\frac{L_0}{L}}, \text{ et si l'accroissement de hauteur est représenté par le facteur } \sqrt{\frac{L_0}{L}} \text{ est compensé pour des}$$

pentes d'environ un pour cent, par la consommation d'énergie causée par l'avance de l'onde, on obtient aussi l'expression simple et approximative

$$h = h_0 \sqrt{\frac{A_0}{A}}. \text{ Tout cela est également précisé plus loin.}$$

Il est utile aussi d'indiquer que, si la pente de l'ouvrage ou de la côte est assez faible — nous dirons ci-après comment déterminer cette pente — pour produire le déferlement total de la lame, celle-ci disparaît, son énergie étant annulée; mais si, au contraire, le talus est assez raide pour que le déferlement n'arrive pas à se produire, même partiellement, l'onde sera réfléchiée et renvoyée à la mer suivant les lois simples et bien connues de la réflexion, que nous rappellerons.

Dans le cas contraire, que nous appellerons d'expansion latérale pour le différencier de l'expansion frontale déjà traitée, c'est-à-dire quand l'ondulation diverge de l'ouvrage ou de la côte, tendant à s'en séparer à partir du point B comme le montre la figure 8, la lame précisément coupée en B par l'obstacle, s'avance suivant les règles déjà posées dans la direction de la normale B B₁ B₂ B₃, etc., et en s'épanouissant vers B', B'' et B''', etc., dès qu'elle a dépassé l'extrémité de l'ouvrage, au dépens de l'énergie puisée dans la zone que nous pouvons dénommer d'alimentation et qui s'étend vers A A₁ A₂ A₃ etc.

Dans ce cas-là, les points B', B'', B''', etc., qu'il faut situer soigneusement afin de tracer la forme de l'onde d'épanouissement, sont des points successifs de l'avance de l'onde bien que, comme nous le verrons ensuite, ils ne seront parfois que des points virtuels dans cette première approximation, l'onde n'arrivant pas dans son épanouissement latéral primaire jusqu'à la partie, que nous pourrions dénommer interne, de l'obstacle représenté par la digue ou par la côte.

Pour se faire une idée des conditions approximatives dans lesquelles le phénomène se développe, nous allons l'observer avec une certaine attention, en commençant par faire son étude en plan et en supposant, tout d'abord, que les profondeurs soient constantes.

Dans la partie de l'onde située sur la figure sous la normale QB, nous sommes dans le cas précédent d'avance convergente vers l'obstacle, et par conséquent elle doit déferler ou se réfléchiir sur lui, mais son étude ne nous intéresse pas pour ce qui suit, car nous allons nous occuper seulement de la propagation du tronçon d'onde avançant au-dessus de ladite normale QB.

Si dans le sens B B₃ il existait un écran vertical indéfini, rien de particulier ne se produirait, car l'onde continuerait son avance appuyée latéralement sur l'écran, la zone B₃ B B''' restant entièrement abritée.

La non existence de cet appui occasionne la cession ou l'expansion latérale de l'onde, qui met en agitation une partie de la dite zone B₃ B B''', que nous appellerons zone d'expansion.

Le passage de l'onde est l'origine, au point B, d'une oscillation harmonique se propageant radialement et avec la même célérité dans tous les sens, puisque la profondeur et la période sont partout égales, et qui donne naissance aux lignes d'onde circulaires dessinées sur la figure 8.

Si les profondeurs n'étaient pas constantes, et si nous supposons que sur le plan de houle qui constitue ladite figure on a $n = \frac{1}{2}$, c'est-à-dire que le temps séparant deux lignes d'onde soit $t = n T = \frac{1}{2} T_0$, ou que leur distance soit égale à $\frac{L}{2}$, si l'une d'elles représente une crête, la précédente correspondra, approximativement, au niveau moyen, celle qui la précède à un

creux, etc.; le quadrilatère d'avance du point B renferme toute la zone B B₁ B'; et par conséquent cette première avance peut être considérée approximativement, comme circulaire, et en partant de celle-ci les avances successives pourront être dessinées d'après la méthode générale des plans de houle en profondeurs variables, sans que les lignes d'onde diffèrent beaucoup, dans la plupart des cas, des circonférences de la figure 8.

Pour déterminer ce qui se passe en élévation, c'est-à-dire dans le sens de la hauteur de la lame, nous remarquons que simultanément à l'avance de l'onde, ou plus précisément de la demi-onde positive qui, de niveau moyen à niveau moyen, comprend la crête, il doit y avoir une cession latérale d'énergie ou un simple déversement latéral de cette demi-onde, due au manque d'appui B B₂, que nous appelons logiquement ligne d'origine ou limite de la zone d'expansion.

Il est plus que probable que dans ces phénomènes de gravité, tant en ce qui concerne les mouvements orbitaires que l'avance de l'onde, la propagation latérale signifie propagation normale aux normales, c'est-à-dire propagation suivant les lignes d'onde; en effet, si tout le long de ces lignes d'onde, ou lignes de même phase tout se passait identiquement, il n'y aurait aucune propagation latérale; s'il n'en est pas ainsi, il est logique que ladite propagation ait lieu à chaque instant suivant lesdites lignes d'onde, ou de même phase.

Nous aurons donc, pour la demi-onde positive envisagée, une demi-onde positive transversale de création de hauteurs ou de cession d'énergie qui se propagera selon les lignes d'ondes depuis l'origine, ou limite d'expansion, vers l'intérieur de l'ouvrage, et une autre onde négative, de diminution de hauteurs ou de captation d'énergie qui avancera, aussi suivant les lignes d'onde, depuis ladite limite d'expansion vers l'extérieur.

Les ondes de captation et cession d'énergie correspondant à la demi-onde négative comprise entre niveau moyen et niveau moyen, en passant par le creux, seront semblables, mais de signe contraire.

Quelle sera la célérité de propagation de ces ondes latérales? Si, comme nous l'avons déjà fait remarquer, la célérité d'onde, ou bien la vitesse d'avance de chaque phase, est fonction uniquement de la période de la houle et de la profondeur réelle, ou mieux virtuelle, du point envisagé, raisonnablement et aussi avec une approximation pratique suffisante, on peut admettre que, la période et la profondeur étant les mêmes dans le sens transversal, les célérités des ondes transversales seront à peu près égales à celles des ondes longitudinales (*).

Le phénomène de l'expansion latérale commence pour la demi-onde positive et se poursuit d'une manière analogue mais inversement pour la demi-onde négative quand la ligne de niveau moyen arrive en B, c'est-à-dire quand la crête est en B₀, ce qui est réellement le début du phénomène; il est utile de faire remarquer qu'il correspond aussi, dans ce cas, au début du stade où le quadrilatère d'avance de B₀ est affecté par l'expansion autour de B.

Un quart de période après, c'est-à-dire à l'instant du passage de la crête

(*) Ces célérités transversales de cession d'énergie seront, en réalité, égales à la célérité du groupe, c'est-à-dire qu'elles se réduiront à leur moitié dans les grandes profondeurs. Dans les profondeurs réduites, où l'on construit les digues, l'hypothèse admise est suffisamment approchée et suppose une marge convenable de sécurité.

au point B, la demi-onde positive transversale aura créé l'énergie que comporte la partie d'onde positive située en B B₁ B' par captation, jusqu'en A, de l'énergie de la zone BA = $\frac{L}{2}$.

Dans le cas des profondeurs constantes de la figure 8 et, comme on l'a indiqué, sur la base de célérités transversales égales aux célérités longitudinales, la limite de la zone affectée par la perte d'énergie ou limite d'alimentation, serait la droite à 45° dont les points correspondants à chaque ligne d'onde seront déterminés par la condition générale B₂A₂'' = BB₂ + $\frac{L_B}{2}$ et la limite de la zone de cession d'énergie, ou limite d'agitation, serait la spirale également définie par la condition générale B₂ B₁'' = B B₂ + $\frac{L_B}{2}$, dont l'asymptote serait la droite parallèle à la droite à 57,3°, ou 1 radian, et éloignée de $\frac{L_B}{2}$ de celle-ci.

Dans le cas de profondeurs variables, on passe, tout aussi généralement, d'un point quelconque de la ligne limite d'alimentation A₂'' au suivant A₃''' à la condition :

B₃ A₃''' = B₂ A₂'' + A₂'' A₃', A₂'' A₃' étant l'avance correspondante au point A₂''.

De même, pour passer d'un point B₁'' de la ligne limite d'agitation au suivant B₁''' il suffit de prendre :

B₃ B₁''' = B₂ B₁'' × B₁'' B₃''', B₁'' B₃''' étant l'avance de B₁''.

C'est seulement, nous le répétons, dans le cas particulier d'une profondeur constante, que les trois lignes limites seraient les droites A A₃' et B B₃, indiquées à la figure 8, et la ligne B₁'' B₁''' que l'on obtient par addition, suivant les crêtes à partir des points correspondants à la droite B B₂'' de l'arc de cercle de longueur constante $\frac{L_B}{2}$, mais de rayon variable.

Dans les cas ordinaires, les lignes limites ne seront pas très différentes de ces trois lignes ainsi déterminées. Il est aussi possible que l'onde dont la position initiale affecte en plan une forme sensiblement circulaire, se propage suivant des directions radiales, en s'épanouissant frontalement.

Les résultats auxquels conduisent les deux hypothèses sont comparables, bien que la limite de la zone que nous avons désignée sous le nom de zone d'agitation, déterminée en se basant sur la théorie de l'expansion frontale, puisse se rapprocher et même atteindre la face intérieure de la digue ou de l'obstacle, l'agitation entre les deux lignes demeurant d'ailleurs négligeable (*).

Nous avons ainsi tout ce qu'il faut pour déterminer la demi-hauteur moyenne, ou plutôt efficace, correspondant à chaque position de l'onde, dans

(*) La faible portion d'énergie ainsi cédée à la zone située au delà de la ligne limite de la zone d'agitation, sera la cause d'une légère diminution des hauteurs dans la zone d'expansion et les coefficients de sécurité dans cette zone seront, par suite, légèrement augmentés.

la zone affectée par l'expansion latérale, car si, par exemple, on envisage la position $A_3''' B_1'''$ de la figure 8, nous obtenons sa demi-hauteur h' , représentée à la figure 8' au moyen de la simple expression $h' = h \sqrt{\frac{A_3''' B_3}{A_3''' B_1'''}}$

où h est la demi-hauteur moyenne correspondante à la zone d'alimentation $A_3''' B_3$.

Il faut ensuite passer de cette représentation échelonnée de hauteur à la représentation continue, plus proche de la réalité.

Dans le cas général, semblable à celui de la figure 8 où la ligne intérieure de l'ouvrage ou de la côte, cause de l'expansion latérale, reste en dehors de la ligne limite de la zone agitée, l'expansion est totale.

Dans ce cas général, et si comme il arrive fréquemment, les profondeurs que les lignes d'onde rencontrent dans leur avance ne sont pas très différentes tout le long de chacune de celles-ci, l'énergie représentée (**) par le rectangle $A_3''' B_3 B A_1$, de longueur $A = A_3''' B_3 = B_3 B_1'''$ de la figure 8' se répartit dans le rectangle $A_3''' B_1''' B' A_1$ de longueur double $2 A = A_3''' B_1'''$, ou avec une plus grande précision dans le quart de sinusoire $A_3''' B_1''' B' A_1$, de la même longueur $2 A$, qui peut très bien être la représentation continue des demi-hauteurs de la lame épanouie, puisque l'énergie représentée dans le rectangle $A_3''' B_3 B A_1$ est égale à celle correspondante au quart de sinusoire $A_3''' B_1''' B' A_1$ de longueur double.

En effet, si $h_1 = h \cos a$, représente la loi de variation des demi-hauteurs correspondant au quart de sinusoire mentionné, de longueur $2 A$, on doit vérifier sur la figure 8' la relation suivante :

$$\frac{x}{2 A} = \frac{a}{\frac{\pi}{2}}, \text{ donc } a = \frac{\pi \cdot x}{4 A}, \text{ et } d x = \frac{4 A}{\pi} \cdot d a,$$

et par conséquent :

$$\int_0^{2 A} h_1^2 \cdot d x = A h_2$$

donc l'énergie représentée par le quart de sinusoire,

$$\rho g L \int_0^{2 A} h_1^2 \cdot d x, \text{ est équivalente à celle correspondant au rectangle}$$

$\rho g L A h^2$; de plus, ce quart de sinusoire, dont le maximum est en A_1 , ou bien au point correspondant à la limite de la zone d'alimentation, passe par B' , c'est-à-dire par le point correspondant à la limite de la zone d'expansion, et il est placé dans le rectangle de la représentation échelonnée des hauteurs;

(**) Dans cette hypothèse, le raisonnement est aussi valable pour les énergies transmises.

il s'annule en B_1 , c'est-à-dire au point correspondant à la limite d'agitation, et par suite on peut l'admettre, avec raison, comme loi de variation des hauteurs, ou comme son enveloppe, dans l'expansion latérale complète.

Dans presque tous les autres cas, même celui où, par suite de l'orientation de la ligne, telle que $B P$ sur la figure 8, l'expansion totale de l'extrémité de l'onde n'est pas permise, la méthode exposée peut être généralisée avec une approximation suffisante, car en raison de la célérité transversale du mouvement, la portée des lignes d'onde qui devraient dépasser la digue se réfléchit, et il suffit d'ajouter les effets des hauteurs h_1 et h_2 , comme on l'indique ensuite pour la figure 10. Si, l'angle $B_3 B P$ où a lieu l'expansion latérale, appelé angle d'expansion α , est inférieur à 1 radian, l'expansion limitée par $B P$ est incomplète pour toutes les lignes d'onde, pour chacune desquelles on pourra effectuer avec une approximation suffisante, la construction indiquée sur la figure 10.

Si l'angle d'expansion est plus grand qu'un radian, l'expansion est en général complète, mais à proximité du musoir la pointe limite de la zone agitée tend toujours à dépasser la digue, ce qui est la cause d'un petit épanouissement secondaire, cause principale de la faible agitation produite au-delà de la limite de la zone agitée proprement dite, et qu'il faut quelquefois déterminer.

Pour tenir compte de ce phénomène secondaire de l'expansion complète et pour déterminer la pénétration maximum de la spirale à travers la digue, on a tracé sur la figure 9, — qui n'est qu'un plan de houle détaillé où sont indiqués les rapports de la hauteur d'onde en chaque point avec celle de l'onde incidente, — la tangente à ladite spirale parallèle à la position de la digue $B B''$ et dont le point de contact est T .

D'après les lois simples et bien connues de la réflexion sans consommation appréciable d'énergie, nous déterminerons, aussi bien en plan qu'en élévation, la partie de l'onde $A T$, symétrique de $A T$ par rapport au côté qui la réfléchit; en partant de cette position, elle se propagera, en s'épanouissant frontalement comme précédemment déterminée, c'est-à-dire que les hauteurs seront inversement proportionnelles à la racine carrée du rapport des rayons de propagation, et que l'onde sera toujours appuyée à l'intérieur de la digue, agitant ainsi légèrement la zone $M B B''$ et en donnant l'impression d'une expansion latérale suivant les lignes d'onde, (qui ne seront circulaires que dans le cas de profondeurs constantes) et qui s'étendront au-delà de la spirale limite d'agitation en atteignant le flanc à l'intérieur de la digue.

Pour totaliser, le cas échéant, deux ondes de même longueur ou de même période, et qui se propagent dans le même sens, on ne doit pas totaliser tout simplement leurs hauteurs, mais comme l'indique la figure 10, déterminer la hauteur h_t afin que l'énergie totale soit la somme de celle des composantes ($h_t^2 = h_1^2 + h_2^2$).

Pour éviter la propagation à l'intérieur du port de cette agitation secondaire, un procédé acceptable serait de placer à l'intérieur de la digue et normalement à sa direction, une jetée de longueur minimum $\frac{L}{2}$, ou plutôt L , à une distance $\frac{L}{2}$, au encore mieux L dudit musoir. Dans l'angle extérieur il est utile de placer une rampe brise-lames pour annuler l'énergie de l'onde qui y pénètre.

e) Application au port de Palma de Majorque.

(Première approximation.)

Le premier cas d'utilisation pratique de la méthode exposée fut son application au projet de la digue de protection du port de Palma de Majorque en 1941.

Après ce que nous venons d'exposer, il suffit d'une explication sommaire des méthodes suivies pour déterminer les trois plans de houle ci-joints (figures 11, 12 et 13).

Par suite de l'orientation de la baie de Palma, celle-ci est exposée seulement aux tempêtes dont la direction peut varier de SO à SE, et pour cette raison nous avons étudié ces deux tempêtes extrêmes et la tempête intermédiaire du Sud.

Les fetchs correspondants à ces trois directions approchant respectivement de 600, 300 et 400 km., les hauteurs maxima de la lame originaire obtenues moyennant l'application de la formule $2 h_0 = 1,2 \sqrt[4]{F}$, vaudront respectivement 5,93, 5,04 et 5,36 mètres, et leurs longueurs corrélatives, obtenues par application de l'expression $2 L_0 = 3,5 (2 h_0)^2$, seraient de 123, 89 et 100 mètres (*).

Avec ces données approximatives on a commencé par dessiner les plans de houle correspondants sur la carte du Comité Hydrographique, appelée Carte de l'Île de Majorque, et sur chacune des droites représentatives de la lame originaire, au large, on a pris pour la commodité du dessin, des points équidistants de $A_0 = 50 L_0$, c'est-à-dire 3.075, 2.225 et 1.750 mètres respectivement.

A l'aide des avances successives de ces points, correspondant à 50 demi-périodes ou 50 L, et suivant la méthode déjà exposée, les trois plans de houle relatifs aux tempêtes SO, S et SE, ont été dessinés avec leurs lignes d'onde et leurs normales.

Sur le plan relatif à la tempête SO (figure 11) on remarque une nette expansion latérale à partir du point A, car la normale A 2' s'éloigne de la côte située à sa gauche.

L'expansion maximum correspond à la position de la lame 1, 2, 3, 4, 5.

Les demi-hauteurs correspondant aux points 2 et 3 subsistent jusqu'en 2' et 3', car il n'y a pas d'expansion sensible entre les tronçons 2-3 et 2'-3', et par conséquent nous connaissons aussi bien en plan qu'en élévation, les caractéristiques et l'emplacement dudit tronçon 2'-3', que nous reportons sur le plan dénommé Plan du Port de Palma, pour suivre l'avance de l'onde à une échelle plus convenable (fig. 11').

L'échelle plus réduite de ce plan de détail nous permet d'étudier avec précision les avances des lignes d'onde, en réduisant à cinq demi-périodes seulement le temps correspondant à l'avance, au lieu de cinquante comme nous l'avons fait pour le plan d'ensemble. Par conséquent, les avances correspondantes seront de 5 L, c'est-à-dire de 5 demi-longueurs au lieu de 50 L.

Dans ce plan de houle relatif à la tempête SO, on constate une expansion latérale à partir de l'extrémité de la digue projetée; les lignes limites des

(*) Cette expression a été déterminée en 1941; postérieurement et pour des raisons déjà exposées elle a été modifiée, devenant $2 L_0 = 31 \sqrt[3]{F}$, ce qui, malgré la différence, ne change pas trop les plans de houle établis.

zones d'alimentation, d'expansion et d'agitation sont clairement déterminées par la méthode exposée, d'où l'on tire également les quarts de sinusoides représentatifs des hauteurs des ondes épanouies latéralement et totalement.

Nous dessinons ainsi le plan de houle correspondant, où sont déterminées, avec une précision suffisante pour les besoins pratiques, aussi bien la direction que la hauteur de la lame en n'importe quel point du futur port, ainsi que les zones totalement abritées.

La ligne limite de la zone agitée ne dépassant pas le musoir de la digue actuellement construite, le port actuel restera totalement protégé de la tempête venant du SO.

En suivant une méthode analogue dans le cas de tempête S (fig. 12), on dessine son plan général de houle à échelle réduite, sur lequel on ne constate que de petites expansions frontales jusqu'à ce que l'onde originale, au large, arrive à la position 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8, dont les hauteurs moyennes et le profil continu approximatif sont dessinés sur le graphique correspondant.

Nous reportons ensuite le tronçon 3-5 et ses hauteurs au plan à échelle supérieure (fig. 12') et l'on continue à déterminer, comme dans le cas de tempête SO, ses avances et hauteurs successives, en tenant compte de ce que dans ce cas de tempête S, il y a une expansion latérale à partir de l'extrémité de chacune des digues, projetée et construite, il se produira un peu d'agitation à l'intérieur du port actuel.

Sur le plan général de houle, à échelle réduite, relatif à la tempête SE, (fig. 13) il se produit une grande expansion frontale qui fait que l'onde originale en arrivant, dans son avance, à la position 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8 éprouve une grande diminution de hauteur sur sa partie droite, qui est représentée sur le profil d'onde correspondant; on reporte le tronçon 6-7 sur le plan à échelle supérieure (fig. 13') afin de suivre son avance et de dessiner le plan de houle relatif à cette direction de tempête SE.

L'examen de ces trois plans de houle, relatifs aux tempêtes SO, S et SE, fait ressortir que les violences des deux premières sont comparables, et que la protection produite par la digue projetée est plus efficace pour la tempête SO que pour celle du S; celle-ci est à son tour, la plus redoutable pour l'ouvrage lui-même, par suite de l'attaque normale des ondes.

La digue projetée conduit à une protection bien moindre contre la tempête SE, qui pénétrera à l'intérieur de presque tout le port futur, mais qui heureusement, perdra de sa violence possible en raison de l'abri naturel produit par la forme et l'orientation de la côte, et par la disposition des profondeurs.

On a donc déterminé, avec une précision suffisante pour la plupart des besoins pratiques, au moyen de cette méthode des plans de houle, tout ce qu'il faut connaître pour résoudre n'importe quel problème posé; pour étudier par exemple s'il est plus convenable, aussi bien économiquement que pratiquement, d'améliorer l'abri du port futur par la construction d'une contre-digue partant de terre sensiblement dans la direction Nord-Sud, ou s'il est possible ou préférable d'obtenir un résultat semblable, au moyen du prolongement de la digue projetée dans la direction la plus convenable pour le but envisagé.

Pour rendre les dessins plus clairs on n'a pas tenu compte, dans les exemples précédents, de l'expansion latérale secondaire ni des réflexions possibles sur les digues et sur la côte.

Il est à peine nécessaire d'indiquer que, dans les mers à marée, la méthode des plans de houle peut être employée pour n'importe quel état de ladite marée, le plus intéressant étant celui qui correspond à la haute mer de vive eau, car c'est le moment où les ouvrages et le port sont le plus exposés,

mais il y a des cas où il est intéressant de connaître le plan de houle relatif à la basse mer (évidemment différent de celui de haute mer) ou bien celui d'un état intermédiaire quelconque de la marée.

f) Double expansion latérale ou expansion bilatérale.

Nous allons maintenant étudier une application de la méthode des plans de houle au cas, assez fréquent, de l'agitation produite lors de l'existence simultanée d'une digue et d'une contredigue, provoquant deux expansions latérales, tantôt partielles, tantôt totales.

La méthode des plans de houle peut être appliquée quelles que soient les orientations relatives de l'entrée du port et de la tempête. Plaçons-nous dans le cas de la figure 15a, avec une digue et une contredigue. L'onde rentre dans le port, coupée par le musoir de la digue autour de laquelle se produit une expansion latérale (que nous supposons complète pour plus de généralité). Elle poursuit son avance jusqu'à sa coupure par la contredigue, qui détermine l'énergie rentrant dans le port et, comme nous le verrons ci-après, sa hauteur efficace h_e . Si, comme d'habitude et pour donner à notre exposé une plus grande clarté, nous supposons que les profondeurs sont constantes — si elles ne l'étaient pas il serait possible d'en déterminer la conséquence comme nous l'avons déjà indiqué — l'onde, en arrivant à la position $B_1 F_1 C_1 D_1 E_1$ conserve toute sa hauteur jusqu'au point C_1 de la limite d'alimentation, et depuis celui-ci jusqu'à E_1 décroît suivant la loi sinusoïdale, la hauteur correspondant au point D_1 , étant $h_2 = \frac{h_1}{\sqrt{2}}$, puisque les rectangles $C_1 C_1' D_1 D_1$ et $C_1 C_1' E_1 E_1$ sont équivalents (figure 15b). Dans les positions de l'onde pour lesquelles les deux limites d'alimentation ne se sont pas encore coupées, nous en sommes encore au cas de deux simples expansions latérales et la hauteur de lame dans le tronçon $F_2 C_2$ est conservée, mais décroît d'un côté et de l'autre jusqu'à A_2 et jusqu'à E_2 suivant les deux sinusoïdes dessinées (figure 15c). Lorsque la lame arrive dans son avance au point P_3 commun aux deux limites d'alimentation, les sinusoïdes sont tangentes en P_3 , leur maximum commun, et commence alors la véritable expansion bilatérale ou expansion à alimentation incomplète (figure 15d). Dans les positions suivantes le maximum de hauteur correspondra aux points analogues à P_4 situés sur la normale d'avance du point P_3 .

L'énergie rentrant dans le port est représentée par le rectangle $B_1 B_1' D_1 D_1$ de la figure 15b, et se répartit sur la largeur $A_4 E_4$ avec une demi-hauteur efficace, $h_{e4} = h_{e1} \times \sqrt{\frac{B_1 D_1}{A_4 E_4}}$; on obtient ainsi la représentation échelonnée des hauteurs $A_4 A_4' E_4' E_4$. Pour la représentation continue, dont le maximum doit être en P_4 , les deux sinusoïdes ayant une tangente commune en ce point et s'annulant en A_4 et E_4 , la hauteur maximum $P_4 P_4'$ sera $P_4 P_4' = h_{e4} \times \sqrt{2}$, puisque chacun des rectangles suivant lesquels $P_4 P_4'$ divise la représentation échelonnée est équivalent au quart de sinusoïde qui lui correspond dans la représentation continue $A_4 P_4' E_4$ ainsi obtenue (*).

(*) Avec les hypothèses faites, les énergies transmises seront aussi équivalentes.

Dans le cas général d'expansions frontales et lorsque la hauteur de la houle varie suivant une loi quelconque, qui pourrait être représentée par la figure 15b, la hauteur efficace équivalente peut être déterminée par la formule:

$$h_{e_1}^2 \times B_1 E_1 = \int_{B_1}^{E_1} h^2 dx ,$$

d'où :

$$h_{e_1} = \sqrt{\frac{\int_{B_1}^{E_1} h^2 dx}{B_1 E_1}} .$$

Pour une onde quelconque la hauteur efficace sera :

$$h_{e_4} = h_{e_1} \cdot \sqrt{\frac{B_1 E_1}{A_4 E_4}} ,$$

et la hauteur maximum au point P₄ sera : P₄ P'₄ = h_{e₄} × √2. En complétant le tracé au moyen de deux quarts de sinuséide on obtient une représentation continue acceptable de la propagation de la lame à l'intérieur du port, toujours dans les limites d'approximation de notre étude, suffisantes pour la plupart des applications pratiques.

Pour ces expansions bilatérales complètes on peut tenir compte des phénomènes secondaires que nous venons d'exposer et pour les expansions incomplètes on peut aussi les déterminer par le procédé déjà exposé.

g) Annulation ou réflexion de la houle.

Comme il a déjà été indiqué, si l'ouvrage ou la côte sur lequel arrive la houle est à faible pente (dont la limite pratique sera indiquée plus loin), les lames y déferlent et leur énergie s'annule, mais si la pente est forte, ou la paroi verticale, jusqu'à une profondeur suffisante les lames après l'avoir abordée sont renvoyées à la mer suivant les lois de la réflexion.

Ces lois de la réflexion, simples et connues de tous (angle d'incidence égal à celui de réflexion; et caractéristiques de l'onde réfléchie — y compris la hauteur si l'on néglige la consommation insignifiante d'énergie de réflexion — égales à celles de l'onde incidente) sont d'une application si facile, qu'on les utilisait en Espagne et ailleurs depuis longtemps et qu'on n'a pas estimé nécessaire de les mentionner en 1941, lors de la publication de la méthode des plans de houle.

Il convient d'indiquer seulement, que l'onde réfléchie ainsi est également soumise, à l'extrémité de l'obstacle réfléchissant ou point de coupure de l'onde réfléchie, à l'expansion latérale de la manière déjà exposée, avec les lignes limites d'alimentation, d'expansion et d'agitation correspondantes.

Il n'est pas nécessaires de rappeler que, comme pour toute réflexion, pour obtenir la forme des ondes réfléchies et aussi celle de leurs normales, aux approches du mur réfléchissant, il suffit de supposer une propagation symétrique à travers celui-ci sur des fonds également symétriques, pour dessiner, toujours par symétrie, les lignes d'onde et les normales, et poursuivre ensuite le tracé du pan de houle dû à une réflexion quelconque; pour déterminer, par superposition, l'agitation totale.

Bien que cela ne soit pas nécessaire, mais à titre d'exemple d'application seulement, nous indiquons sur les figures 16 les schémas de quelques réflexions, tout en rappelant que pour calmer l'intérieur des ports, il est préférable, chaque fois que cela est possible, d'éviter la première réflexion par la construction de brise-lames en pente douce, soit découverts, soit recouverts par des quais sur piliers ou sur arcs, dans les zones où le plan de houle montre la première réflexion des ondes, spécialement dans les angles, car si l'on évite la première réflexion on évite également toutes les autres.

Il n'est pas nécessaire non plus de rappeler que, dans le cas d'incidence d'ondes normales à un mur réfléchissant droit, il peut se produire le mouvement stationnaire résultant (clapotis) avec ses ventres verticaux à la distance L du mur réfléchissant et ses nœuds, l'oscillation horizontale étant maximum, aux zones centrales des ventres.

h) Déferlement des lames.

Le déferlement peut être logiquement expliqué, à partir de la théorie trochoïdale, suivant laquelle le processus du phénomène peut être interprété dans la plupart des cas avec une approximation suffisante.

Soit (figure 17) un profil instantané et superficiel de l'onde et les trajectoires elliptiques ou circulaires des molécules qui, à l'instant considéré, occupent la crête de l'onde. Au bout du temps t toujours petit la crête aura avancé d'une longueur $c \times t$, c étant la célérité, et sera passée de M à M' . Ceci ne veut pas dire que la molécule 1, occupant la position M à l'instant considéré, soit passée en M' , mais au contraire, qu'elle est passée en 2, intersection de l'orbite qu'elle décrit avec la nouvelle position du profil instantané, en descendant sur la partie postérieure de la trochoïde.

Ceci arrive parce que, comme il est facile de le voir dans la généralité des cas, la célérité c est supérieure à la vitesse orbitaire des molécules, qui par suite restent en arrière. Par exemple, pour une vague de tempête de 7 mètres de hauteur et de 300 mètres de longueur, se propageant à des grandes profondeurs, supérieures à sa demi-longueur de 150 mètres, c'est-à-dire pour

$K \approx 1$, la célérité vaut $c = \sqrt{\frac{g}{\pi}} \times 150 = 21,8$ m/s.; la demi-période serait

$T = \sqrt{\frac{\pi}{g}} \cdot 150 = 6,9$ secondes, et la vitesse superficielle moléculaire maximum

à la crête, atteint seulement $v_s = \frac{\pi h}{T} \approx \frac{\pi \times 3,5}{6,9} = 1,6$ m/s. En pénétrant

sur la plateforme côtière, où les profondeurs de propagation vont en diminuant, la célérité décroît comme nous le savons et comme on peut le déterminer au moyen du graphique de la figure 5; par contre, v_s augmente, puisque

à des profondeurs réduites elle vaut $v_s = \frac{\pi r_s}{T} = \frac{\pi h K}{T}$, et en conséquence elle

croît avec K qui, comme on le voit sur ladite figure, le fait à la fin très rapidement. La demi-période T reste constante, comme nous l'avons déjà indiqué, et la hauteur h , même si elle diminue un peu dans certains cas particuliers comme elle peut le faire par suite de l'action des ouvrages de protection, elle le fera toujours finalement dans une proportion bien moindre que l'intense accroissement de K indiqué.

Nous voyons donc que, si dans des conditions ordinaires de propagation au-dessus des grandes profondeurs, $c > v_s$, quand l'onde avance sur la plateforme côtière et quand les profondeurs de propagation diminuent, la première

de ces valeurs décroît, tendant vers zéro, et la deuxième tend à augmenter. Par suite, il arrivera un moment où elles deviendront égales $v_s = c$, et alors la molécule I se maintiendrait, théoriquement et constamment sur la crête sans possibilité de retour, les ellipses orbitaires s'allongeant et se brisant pour ainsi dire et la lame déferlant à son tour.

Si, logiquement, les profondeurs diminuent encore davantage et si l'on arrive à $v_s > c$, la molécule s'avancera au delà de la crête et sera poussée en avant pour tomber sur le flanc antérieur de la lame. Le déferlement commence donc, en accord avec l'observation, par la crête, où les vitesses moléculaires sont plus grandes, en se propageant successivement vers le bas au fur et à mesure que les orbites correspondantes satisfont aux conditions de déferlement $v_{\max} = c$.

Le début du déferlement superficiel suppose physiquement l'égalité de la vitesse et de la célérité; étant donné que r_s est le demi-axe horizontal de l'orbite superficielle, cette condition s'écrit mathématiquement $v_s = c = \frac{\pi r_s}{T} = \frac{\pi h K}{T}$, c'est-à-dire $\pi r_s = \pi h K = c T = L$, d'où la condition de déferlement, $\frac{\pi h \cdot K}{L} = 1$. Géométriquement cette condition suppose qu'à l'instant du déferlement, le profil superficiel trochoïdal devient cycloïdal, puisque $R = \frac{L}{\pi}$ étant le rayon de la roulette et $\pi r_s = L$, il en résulte $r_s = R$, qui est la condition pour que la trochoïde, circulaire ou elliptique, devienne cycloïde.

La fraction $\frac{\pi r_s}{L} = \frac{\pi h K}{L}$ sera dénommée « fraction de déferlement » de la lame, parce qu'elle représente réellement un indice de la proximité plus ou moins grande de la houle à son déferlement. Avant ce dernier sa valeur est très petite, et même pour les lames proches du déferlement cette valeur reste encore beaucoup plus petite que l'unité; c'est seulement très près du déferlement et à la surface que cette fraction augmente rapidement, tendant vers l'unité.

La vitesse moléculaire maximum se produit à la crête de la lame en déferlant, et elle vaut $v_s = c = \sqrt{\frac{g}{\pi} \cdot \frac{L}{K}}$, mais comme au déferlement $L = \pi h K$, on obtient $v_s = \sqrt{g \cdot h}$, relation générale et indépendante de K . La surélévation du niveau moyen superficiel vaut, comme on sait :

$s_n = \frac{\text{surface orbitaire}}{\text{longueur}} = \frac{\pi r_s \cdot r'_s}{2L} = \frac{\pi h^2 K}{2L}$ et comme dans ce cas $L = \pi h K$, on obtient $s_n = \frac{h}{2}$, qui, on le voit, est aussi indépendante de K .

On sait que $K = \coth \pi \frac{H}{L}$, et qu'au déferlement $L = \pi h K$; par conséquent $K = \coth \pi \frac{H}{L} = \coth \frac{\pi H}{\pi h K} = \coth \frac{H}{h K}$. Pour étudier la question intéressante de savoir à quelle profondeur la lame déferle, nous dessinons la courbe de la figure 18, en prenant comme variables K et le rapport $\frac{H}{h}$, rapportées par commodité, à leurs asymptotes $K = 1$, et $\frac{H}{h} = 1$, et avec cette courbe nous pouvons étudier la profondeur à laquelle la lame déferle.

Pour la valeur $K = 1$ on a $\coth \frac{H}{h} = 1$, c'est-à-dire $\frac{H}{h} = \infty$, qui est le cas de la profondeur indéfinie où les orbites sont circulaires. La lame, par conséquent, peut déferler pour des valeurs de $\frac{H}{h}$ très grandes, même au large, comme il peut arriver dans la mer dite moutonnée ou de vent, dont l'action intense sur les petites lames naissantes tend à augmenter leur hauteur, et par suite les profils superficiels peuvent arriver à être cycloïdaux et à déferler.

Outre ce cas particulier du déferlement de petites lames naissantes, — produit par l'action intense du vent qui, bien qu'avec beaucoup moins d'efficacité, peut aussi faire sentir son influence en avançant un peu le déferlement des grandes lames de tempête, occasionné principalement, comme nous l'avons exposé, par la diminution des profondeurs de propagation —, nous allons nous occuper, maintenant, de cette cause fondamentale du déferlement des grandes lames de tempête qui nous intéressent principalement.

Si, raisonnant en première approximation comme nous l'avons fait jusqu'ici, K continuait à augmenter indéfiniment lorsque les profondeurs diminuent, nous serions à l'extrémité de la droite de la figure 18, où les valeurs de K sont grandes et où $\frac{H}{h} \simeq 1$; le déferlement devrait alors se produire de la façon indiquée schématiquement par la figure 19, le fond restant à découvert lorsque le creux arrive et la masse liquide de la crête, qui déferle, tombant directement sur lui. Cette forme, plutôt théorique que réelle, du déferlement se rapproche, dans une certaine mesure, de celle observée sur des fonds très inclinés comme sont fréquemment ceux des plages à gros cailloux ou de quelques digues en enrochements.

Sur la pente faible de la plateforme côtière ou sur les plages, le déferlement se produit d'ordinaire de la façon indiquée à la figure 20 et à des profondeurs égales ou très supérieures pour les lames de tempête, à la hauteur de la vague, c'est-à-dire en tenant compte de la surélévation superficielle $\frac{h}{2}$, à des profondeurs qui seraient au minimum en mouvement, $H \geq 2h + \frac{h}{2} = 2,5 h$, soit $\frac{H}{h} \geq 2,5$, valeur à laquelle correspond $K \simeq 1$ sur la courbe de la figure 18 (1).

Cette apparente anomalie, d'après laquelle K s'accroît au fur et à mesure que les profondeurs de propagation diminuent pour se rapprocher à nouveau de l'unité au déferlement, s'explique d'une manière satisfaisante en seconde approximation, qui permet d'obtenir des formes limites de déferlement beaucoup plus proches de la réalité que celles de première approximation.

Il est d'un grand intérêt de déterminer le talus limite entre le déferlement et la réflexion de l'onde, en fonction des caractéristiques de cette dernière. Il existe théoriquement un talus limite qui participe des deux phénomènes et qui les sépare l'un de l'autre et tel que, pour des talus plus rigides, l'onde se réfléchit et, pour des talus plus doux, l'onde déferle, mais dans la

(1) En deuxième approximation, on trouvera que la hauteur de déferlement est supérieure; d'où une réduction du rapport $\frac{H}{h}$ et une augmentation de K .

pratique il y a une gamme de talus où l'onde déferle et se réfléchit en partie, l'un ou l'autre phénomène prédominant jusqu'à ce qu'on arrive à un talus de déferlement total ou de réflexion totale. On ne peut pas dire nettement qu'un talus soit doux ou raide, car cela dépend des caractéristiques de l'onde qui l'attaque.

Le talus limite théorique, en première approximation, qu'il s'agit de déterminer ici, c'est dans tous les cas un talus raide et de grande pente pour l'onde considérée, puisqu'il est le talus limite maximum de déferlement de celle-ci et au-dessus duquel se produit la réflexion. Dans ces circonstances, le déferlement aura lieu dans les conditions théoriques et extrêmes de la courbe de la figure 18, qui correspond également aux forts talus de la fig. 19, c'est-à-dire pour $\frac{h}{H} \simeq 1$ et K très grand. Or, puisque $L = \pi h K \simeq \pi H K$, nous aurons $\frac{\pi H}{L} \simeq \frac{1}{K} = th \frac{\pi H}{L}$ et par conséquent nous pouvons remplacer, comme il est logique en faible profondeur, $th \frac{\pi H}{L}$ par son argument $\frac{\pi H}{L}$, c'est-à-dire que la célérité vaudra :

$$c = \sqrt{\frac{g}{\pi} \cdot \frac{L}{K}} = \sqrt{\frac{g}{\pi} L \cdot th \frac{\pi H}{L}} = \sqrt{gH},$$

fonction de la profondeur uniquement et non pas des caractéristiques de l'onde.

Pour déterminer le talus limite théorique, ou la pente i , envisagé, soit sur la figure 21, une onde qui arrive à la côte au point P, dont la profondeur réelle est nulle, mais dont la profondeur virtuelle ou moyenne du quadrilatère d'avance, est déduite de la condition limite imposée de réflexion sans déferlement, à savoir, la superposition du quadrilatère d'avance de l'onde incidente de longueur $\frac{L}{2}$ à partir de P, à celui de l'onde réfléchie. La profondeur virtuelle correspondante au point de réflexion P déjà indiqué serait donc $H = \frac{L}{4} \times i$, et puisque $L = T \times c = \sqrt{gH}$, on obtient $H = \frac{g T^2 i^2}{16}$ ou bien $i = \frac{1}{T} \sqrt{\frac{16 H}{g}}$, et en tenant compte, comme nous l'avions déjà dit, de ce que, dans ces conditions limites de déferlement, celui-ci se produit théoriquement pour $H = h$, nous obtenons l'expression de la pente limite entre réflexion et déferlement : $i = \frac{4}{T} \sqrt{\frac{h}{g}}$.

Le talus doit avoir au minimum la longueur nécessaire pour que le phénomène se produise de la façon exposée, c'est-à-dire pour que le quadrilatère d'avance soit contenu dans le talus même; cette longueur vaudra $\frac{L}{2} = \frac{T}{2} \sqrt{g h}$, et la profondeur à l'extrémité Q sera $H_e = 2 H = 2 h$.

Ces formules appliquées, par exemple, à une houle de hauteur $2 h = 7$ m., et de demi-période $T = \sqrt{\frac{\pi}{g} L_0} = \sqrt{\frac{\pi}{g} 150} = 6,9$ secondes, donne la pente limite de déferlement $i = \frac{1}{6,9} \sqrt{\frac{16 \times 3,5}{9,8}} \simeq \frac{1}{3}$, mais pour que ce déferle-

ment se produise il faudra qu'elle s'étende au minimum à une largeur $\frac{L}{2} = \frac{6,9}{2} \sqrt{9,8 \times 3,5} = 20,3$ m., ou bien jusqu'à une profondeur $2 H = 2 h = 7$ m.

Afin de vérifier les résultats obtenus, nous avons fait des expériences dans le canal à essais, en disposant à l'extrémité opposée à la palette productrice de houle, une rampe dont on faisait varier la pente jusqu'à atteindre le déferlement total ou la réflexion totale de l'onde en mesurant les pentes sur lesquelles l'un ou l'autre phénomène était observé; on détermine ainsi le talus moyen que l'on peut admettre comme limite théorique entre la réflexion et le déferlement.

Les essais réalisés sont résumés dans le tableau suivant, dont le résultat ne pourrait pas être plus satisfaisant, puisque la différence entre les pentes moyennes et celles calculées au moyen de la formule ne dépasse pas 0,03.

Caractéristiques de l'onde		Mesure des pentes			Pentes calculées $i = \frac{4}{T} \sqrt{\frac{h}{g}}$
$\frac{2 h}{\text{cm}}$	$\frac{2 T}{\text{sec}}$	Déferlement total	Réflexion totale	Moyenne	
5,5	0,66	0,42	0,86	0,64	0,66
4,5	0,92	0,29	0,59	0,44	0,42
4,5	1,00	0,33	0,49	0,41	0,38

Nous vérifierons plus loin que ladite formule peut être aussi appliquée à l'onde de ressac et que l'on peut même en effectuer une énorme extrapolation à l'onde de marée.

Par application de ces formules, on peut résoudre des questions d'un grand intérêt, comme la détermination des dimensions et des pentes qu'il faut donner aux brise-lames à l'intérieur des ports, pour éviter la réflexion de la houle, qui est souvent la cause d'un accroissement d'agitation. Elles nous permettent aussi d'établir nettement le classement des digues et même des côtes, en différenciant les brise-lames et les pentes réfléchissantes.

II. — VARIATION DE HAUTEUR DE LA HOULE DANS L'HYPOTHESE DE CONSERVATION DE L'ENERGIE.

Après l'exposé des études précédentes, en première approximation, suffisante, comme nous le verrons, pour la plupart des applications pratiques, et avant de passer à la seconde approximation, il est utile d'étudier les conditions de propagation de la houle dans l'hypothèse de la conservation ou d'une consommation négligeable d'énergie.

L'expression exacte de l'énergie comprise, en plan, dans l'unité de largeur et dans la longueur $2 L$, est :

$$E_1 = \rho \cdot g \cdot L h^2 \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi h \cdot K}{L} \right)^2 \right],$$

et par unité de longueur ou par unité de surface en plan, elle sera :

$$\frac{E_1}{2L} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot h^2 \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi h \cdot K}{L} \right)^2 \right].$$

La célérité, ou vitesse de propagation de cette énergie, égale à la célérité de groupe est :

$$C_g = \frac{1}{2} c \left[1 + 2 \frac{\pi H}{L} \frac{1}{\operatorname{Sh} 2\pi \frac{H}{L}} \right] = \frac{1}{2} c \left[1 + \frac{\pi H}{L} \left(K - \frac{1}{K} \right) \right]$$

et par conséquent, la puissance transmise à travers une section transversale, verticale, de largeur unité et de profondeur H, serait :

$$P = \frac{E_1}{2L} C_g = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g h^2 \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi h K}{L} \right)^2 \right] \cdot \frac{1}{2} c \left[1 + \frac{\pi H}{L} \left(K - \frac{1}{K} \right) \right]$$

L'énergie transmise à travers ladite section verticale, pendant une période 2T, serait :

$$E = \frac{E_1}{2L} \cdot C_g \cdot 2T = \rho \cdot g \cdot L \cdot h^2 \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi h K}{L} \right)^2 \right] \cdot \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\pi H}{L} \left(K - \frac{1}{L} \right) \right] \quad (1)$$

Si l'on admet que, faute d'expansion, la houle s'est établie en régime permanent, et qu'aucune perte d'énergie ne se produit, cette valeur se maintient constante dans toutes les sections transversales de largeur unité. A l'origine, à la profondeur $H = L_0$, avec la demi-hauteur d'onde h_0 , nous aurons :

$$E = \rho g L_0 h_0^2 \left[1 - \frac{1}{2} \pi^2 K_0^2 \left(\frac{h_0}{L_0} \right)^2 \right] \cdot \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\pi H_0}{L_0} \left(K_0 - \frac{1}{K_0} \right) \right] \quad (2)$$

et en outre :

$$K_0 = \operatorname{coth} \pi \frac{H_0}{L_0} = \operatorname{coth} \pi = 1.033; \quad \frac{1}{2} \pi^2 K_0^2 = 4.971;$$

$$\frac{1}{2} \left[1 + \frac{\pi H_0}{L_0} \left(K_0 - \frac{1}{K_0} \right) \right] = 0.5115$$

donc : $E = \rho \cdot g \cdot L_0 \cdot h_0^2 \left[1 - 4.971 \left(\frac{h_0}{L_0} \right)^2 \right] \times 0.5115$. En égalant cette expression avec (1) et en posant

$$P = 1 - 4.971 \left(\frac{h_0}{L_0} \right)^2 \times 0.5115; \quad m = \frac{1}{2} \pi^2 K^4 \quad \text{et} \quad n = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\pi H}{L} \left(K - \frac{1}{K} \right) \right] \cdot \frac{1}{K}$$

on obtient, puisque $\frac{L_0}{L} = K$, $\left(\frac{h}{h_0} \right)^2 \left[1 - m \left(\frac{h_0}{L_0} \right)^2 \left(\frac{h}{h_0} \right)^2 \right] \cdot n = P \quad (3)$

$$\text{d'où} \quad \left(\frac{h}{h_0} \right)^2 = \frac{1 - \sqrt{1 - 4 \frac{m}{n} \cdot P \left(\frac{h_0}{L_0} \right)^2}}{2 m \left(\frac{h_0}{L_0} \right)^2}$$

\underline{m} et \underline{n} peuvent être calculés en fonction de la profondeur relative $\frac{H}{L_0}$,

et par conséquent on peut en déduire les valeurs du rapport des hauteurs $\left(\frac{h}{h_0} \right)$

pour les différentes valeurs de la cambrure de la houle originale $\frac{h_0}{L_0}$, et de la profondeur relative $\frac{H}{L_0}$.

Il y a intérêt à déterminer la condition de déferlement théorique $\frac{\pi h K}{L} = 1$, que l'on peut écrire : $\pi K^2 \cdot \frac{h}{H} \cdot \frac{H}{L_0} = 1$, d'où l'on tire : $\frac{h}{H} = \frac{1}{\pi K^2 \frac{H}{L_0}}$. Avec cette

condition de déferlement l'équation (3) se réduit à :

$$\left(\frac{h}{h_0}\right)^2 \times \frac{1}{2} \times n = P, \text{ puisque } 1 - m \left(\frac{h_0}{L_0}\right)^2 \left(\frac{h}{h_0}\right)^2 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2},$$

et par conséquent $\frac{h}{h_0} = \sqrt{\frac{2P}{n}}$; l'intersection de cette courbe avec les autres détermine sur les graphiques de la fig. 22 les points de déferlement.

Il est beaucoup plus intéressant encore de déterminer comment la valeur $\frac{h}{h_0}$ est influencée par les trois facteurs que nous pouvons dénommer de longueur, de déferlement et de transmission d'énergie.

$$\sqrt{\frac{L_0}{L}} = \sqrt{K} ; \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{2} \pi^2 K_0^2 \left(\frac{h_0}{L_0}\right)^2}{1 - \frac{1}{2} \pi^2 K^2 \left(\frac{h}{L}\right)^2}} = \sqrt{\frac{b_0}{b}} ;$$

$$\sqrt{\frac{\frac{1}{2} \left[1 + \frac{\pi H_0}{L_0} \left(K_0 - \frac{1}{K_0} \right) \right]}{\frac{1}{2} \left[1 + \frac{\pi H}{L} \left(K - \frac{1}{K} \right) \right]}} = \sqrt{\frac{a_0}{a}}$$

car ils dépendent, respectivement, de la longueur d'onde, de la fraction de déferlement $\frac{\pi h K}{L}$, et de la célérité de transmission de l'énergie; on déduit de la constance de l'énergie E en égalant (1) et (2)

$$\frac{h}{h_0} = \sqrt{\frac{L_0}{L}} \times \sqrt{\frac{b_0}{b}} \times \sqrt{\frac{a_0}{a}}$$

Dans le tableau ci-joint et sur les courbes de la figure 22, les valeurs des trois facteurs $\sqrt{\frac{L_0}{L}}$, $\sqrt{\frac{b_0}{b}}$, $\sqrt{\frac{a_0}{a}}$, sont déterminées ainsi que celles de leurs produits, et l'étude de ces courbes, exactes dans les hypothèses admises, est très intéressante. La valeur du facteur de déferlement $\sqrt{\frac{b_0}{b}}$ varie entre 1,

ou très près de 1 en mer profonde, et $\sqrt{2}$ au moment du déferlement, pour de faibles profondeurs, puisque c'est seulement à ce moment-là que la fraction de déferlement devient $\frac{\pi h K}{L} = 1$, la valeur du facteur de déferlement étant très proche de l'unité même dans le cas où l'onde est très proche du déferlement, comme on le constate par la forme des courbes correspondantes, lesquelles commencent pratiquement à augmenter à des profondeurs relatives $\frac{H}{L_c}$, qui diffèrent de celles de déferlement d'un peu plus de 0.05. Cela permet de simplifier l'étude de la propagation de l'onde qui peut être faite en faisant abstraction du dit facteur de déferlement dans presque toute son avance ($\frac{h}{h_0} \simeq \sqrt{K} \sqrt{\frac{a_0}{a}}$), pour n'en tenir compte qu'au déferlement, dont la hauteur serait celle obtenue dans l'hypothèse précédente multipliée par $\sqrt{2}$; cette remarque permet de dessiner facilement, si on le désire, la courbe finale rapidement croissante arrivant à ce point de déferlement.

Les courbes totales exactes $\frac{h}{h_0} = \sqrt{K} \times \sqrt{\frac{a_0}{a}} \times \sqrt{\frac{b_0}{b}}$, et même les courbes approximatives $\frac{h}{h_0} = \sqrt{K} \sqrt{\frac{a_0}{a}}$, sont tangentes à $\frac{h}{h_0} = 1$ aux grandes profondeurs $H > L_0$; elles décroissent jusqu'à la profondeur relative $\frac{H}{L_0} \simeq 0,3$ où elles approchent de $\frac{h}{h_0} \simeq 0,91$ pour croître de nouveau à $\frac{h}{h_0} \simeq 1$ pour $\frac{H}{L_0} \simeq 0,13$ et s'élever rapidement ensuite par suite aussi de la brusque influence du facteur de déferlement, jusqu'à ce que celui-ci se produise.

Le tronçon inférieur de ces courbes, le plus long, à savoir, celui compris entre $\frac{H}{L_0} > 1$ et $\frac{H}{L_0} \simeq 0,13$ s'écarte seulement de 9 % au maximum de la droite horizontale $\frac{h}{h_0} = 1$, admise, en première approximation, pour la plupart des plateformes côtières dont les pentes sont de l'ordre de 1 %.

Ce petit écart de 9 % au maximum, négligeable au degré d'approximation où se déroule notre étude, par suite, principalement de la mesure difficile et imprécise des hauteurs maxima des houles de tempête, est situé dans le sens favorable à la sécurité et c'est ce qui rend cette première approximation très acceptable pour la plupart des cas pratiques.

Même à des profondeurs relatives plus réduites, $\frac{H}{L_0} \leq 0,13$, où commence à se faire rapidement sentir l'effet brusque du facteur de déferlement, il faudrait multiplier par $\sqrt{2}$, comme nous venons de l'indiquer, aussi bien les ordonnées de la droite horizontale $\frac{h}{h_0} = 1$ de première approximation, que les valeurs correspondantes de la courbe également approximative, $\frac{h}{h_0} = \sqrt{K} \times \sqrt{\frac{a_0}{a}}$, dans l'hypothèse, en général moins exacte, de la conservation de l'énergie, en traçant les courbes croissantes correspondantes. Dans

ces intéressantes profondeurs réduites, on vérifiera plus loin que la courbe des hauteurs réelles de la houle — obtenue en tenant compte de la consommation de l'énergie — est beaucoup plus proche sauf de rares cas exceptionnels — de celle obtenue en première approximation $\frac{h}{h_0} = 1$ que de celle déduite de l'hypothèse en général inexacte de conservation de l'énergie.

De toute façon, et dans tous les cas où il est exceptionnellement prouvé que cette hypothèse de la conservation de l'énergie est acceptable, on peut utiliser la courbe approximative $\frac{h}{h_0} = \sqrt{K} \times \sqrt{\frac{a_0}{a}}$, dessinée à la figure 22, où les valeurs correspondantes de la septième colonne du tableau suivant, en multipliant les hauteurs obtenues sur le plan de houle, en première approximation, par les dites valeurs correspondant à chaque profondeur relative $\frac{H}{L_0}$.

Mais il sera toujours beaucoup plus proche de la réalité d'opérer, au besoin, en deuxième approximation, de la façon indiquée ci-après, en tenant compte de la consommation de l'énergie.

III. — PLANS DE HOULE EN DEUXIEME APPROXIMATION.

a) Perte d'énergie. — b) Houle en mer profonde.

a) Perte d'énergie (*).

Dans le chapitre II on a étudié la variation de la hauteur de la houle, depuis les profondeurs indéfinies jusqu'au déferlement, dans l'hypothèse de la conservation de l'énergie, en traçant sur les figures numéro 22 établies dans cette hypothèse les courbes exacte et approchée de cette variation.

Il reste à déterminer la perte d'énergie due principalement à la présence du fond; celle qui est occasionnée par frottement interne ou viscosité est beaucoup plus faible que la première.

Dans une tranche de largeur unité et de longueur dx , l'effort s'opposant au mouvement peut être considéré comme proportionnel à la vitesse des molécules du fond, v_f (**), et, par conséquent, si nous appelons χ le coefficient de proportionnalité, cet effort sera $dR = \chi v_f dx$, mais comme le chemin parcouru dans le temps dt par la molécule du fond est $v_f dt$, le travail ou l'énergie perdue pour une onde complète dans le même temps dt serait :

$$dE = dt \int_0^{2L} \chi v_f^2 dx.$$

Si nous désignons par h_0 la demi-hauteur de la lame en profondeur indéfinie; par h la demi-hauteur en profondeur réduite dans l'hypothèse de la conservation de l'énergie, et par h' la demi-hauteur correspondante dans

(*) Ce sujet a été traité pour la première fois dans un article très intéressant publié dans la *Revista de Obras Públicas* — Madrid — Espagne, datée du 1^{er} juillet 1946, par M. Fernando Rodriguez Péres.

(**) Cette hypothèse simplificatrice est également admise pour les oscillations amorties par viscosité et dans plusieurs autres études relatives à cette force.

L'hypothèse d'une perte d'énergie, la vitesse moléculaire au fond sera :

$$v_f = \frac{\pi}{T} \cdot r_f \cos \varphi = \frac{\pi}{T} \cdot \frac{h'}{8 h \pi \frac{H}{L}} \cos \varphi \quad \text{et puisqu'au fond } \frac{\pi r}{L} \text{ est faible par}$$

rapport à l'unité on peut approximativement admettre que l'on a, au fond seulement : $dx \simeq dx_0$. On obtient ainsi :

$$- dE = \frac{\pi^2}{T^2} \frac{h'^2}{8 h^2 \pi \frac{H}{L}} \cdot \chi dt \cdot \int_0^{2L} \cos^2 \varphi dx_0 =$$

$$\frac{\pi^2}{g} \cdot L \cdot \coth \pi \frac{H}{L} \frac{h'^2}{8 h^2 \pi \frac{H}{L}} \chi dt \cdot L = \pi \chi g \cdot h'^2 \left(K - \frac{1}{K} \right) dt.$$

La perte d'énergie par unité de largeur pendant un temps $2 T$ et pour la longueur $2 L$, dans laquelle la hauteur h' est pratiquement constante, serait par conséquent : $-\Delta E = 2 \pi \chi g h'^2 \left(K - \frac{1}{K} \right) \cdot T$.

L'énergie transmise à travers une section verticale de largeur unité et pendant un temps $2 T$ sera, sauf à l'approche du déferlement et lors du déferlement : $E = \frac{1}{2} \rho g L h'^2 \left[1 + \frac{\pi H}{L} \left(K - \frac{1}{K} \right) \right]$ et par conséquent la perte unitaire d'énergie transmise par longueur d'onde, sera :

$$\begin{aligned} -\frac{\Delta E}{E} &= 4 \pi \frac{\chi}{\rho} \frac{K - \frac{1}{K}}{1 + \frac{\pi H}{L} \left(K - \frac{1}{K} \right)} \cdot \frac{T}{L} = 4 \pi \frac{\chi}{\rho} \frac{K - \frac{1}{K}}{1 + \frac{\pi H}{L} \left(K - \frac{1}{K} \right)} \cdot \frac{T}{g T^2 \frac{1}{\pi K}} \\ &= 2 \pi^2 \frac{\chi}{\rho g} \cdot \frac{1}{T} \left(K - \frac{1}{K} \right) \cdot \frac{T}{\frac{1}{2} \left[1 + \frac{\pi H}{L} \left(K - \frac{1}{K} \right) \right]} \end{aligned}$$

En appelant p le rapport $\frac{h}{h_0}$ on a :

$$\begin{aligned} p = \frac{h}{h_0} &= \sqrt{K} \sqrt{\frac{a_0}{a}} = \sqrt{K} \frac{\sqrt{\frac{1}{2} \left[1 + \frac{\pi H_0}{L_0} \left(K_0 - \frac{1}{K_0} \right) \right]}}{\sqrt{\frac{1}{2} \left[1 + \frac{\pi H}{L} \left(K - \frac{1}{K} \right) \right]}} \\ &= \sqrt{K} \frac{\sqrt{0,5115}}{\sqrt{\frac{1}{2} \left[1 + \frac{\pi H}{L} \left(K - \frac{1}{K} \right) \right]}} \end{aligned} \tag{1}$$

nous aurons :

$$\frac{\frac{K}{2} \left[1 + \frac{\pi H}{L} \left(K - \frac{1}{K} \right) \right]}{1} = \frac{p^2}{0,5115}, \text{ et puisque } \rho g = 1 \text{ T /m}^3, \text{ il vient :}$$

$$- \frac{\Delta E}{E} = 2 \pi^2 \chi \cdot \frac{1}{T} \cdot \frac{1}{0,5115} \cdot p^2 \left(K - \frac{1}{K} \right) = 38,59082 \chi \frac{1}{T} \cdot p^2 \left(K - \frac{1}{K} \right)$$

et avec $Q = 38,59082 \chi$ on a :

$$- \frac{\Delta E}{E} = \frac{Q}{T} \cdot p^2 \left(K - \frac{1}{K} \right)$$

Si nous considérons l'avance de l'onde sur la plateforme côtière, de $2L$ en $2L$, et si nous appelons $E_0, E_1, E_2 \dots E_n$ l'énergie transmise à travers une section verticale placée à l'origine $H = L_0$, (puisque à de plus fortes profondeurs les vitesses moléculaires au fond sont presque nulles, ainsi que la perte d'énergie) et à des distances égales à ces avances $2L$, et si nous appelons également $\Delta E_0, \Delta E_1 \dots \Delta E_{n-1}$ les pertes d'énergie dans les tronçons respectifs de longueur $2L$, nous aurons :

$$E_1 = E_0 - \Delta E_0 = E_0 \left(1 - \frac{\Delta E_0}{E_0} \right)$$

$$E_2 = E_1 - \Delta E_1 = E_1 \left(1 - \frac{\Delta E_1}{E_1} \right) = E_0 - \Delta E_0 - \Delta E_1$$

$$E_3 = E_2 - \Delta E_2 = E_2 \left(1 - \frac{\Delta E_2}{E_2} \right) = E_0 - \Delta E_0 - \Delta E_1 - \Delta E_2$$

$$E_n = E_{n-1} - \Delta E_{n-1} = E_{n-1} \left(1 - \frac{\Delta E_{n-1}}{E_{n-1}} \right) = E_0 - \sum_0^{n-1} \Delta E$$

En multipliant membre à membre, il vient :

$$E_n = E_0 \left(1 - \frac{\Delta E_0}{E_0} \right) \left(1 - \frac{\Delta E_1}{E_1} \right) \left(1 - \frac{\Delta E_2}{E_2} \right) \dots \left(1 - \frac{\Delta E_{n-1}}{E_{n-1}} \right) = E_0 - \sum_0^{n-1} \Delta E \quad (2)$$

et par suite on tire de (1) et (2) :

$$\begin{aligned} \frac{E_n}{E_0} &= \frac{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot L_n \cdot h_n^2 \left[1 + \frac{\pi H_n}{L_n} \left(K_n - \frac{1}{K_n} \right) \right]}{\frac{1}{2} \rho \cdot g \cdot L_0 \cdot h_0^2 \left[1 + \frac{\pi H_0}{L_0} \left(K_0 - \frac{1}{K_0} \right) \right]} = \frac{h_n^2}{h_0^2} \times \frac{1}{p_n^2} \\ &= \left(1 - \frac{\Delta E_0}{E_0} \right) \left(1 - \frac{\Delta E_1}{E_1} \right) \dots \left(1 - \frac{\Delta E_{n-1}}{E_{n-1}} \right) \end{aligned}$$

d'où en appelant p'_n le rapport $\frac{h'_n}{h_0}$ on a finalement :

$$\frac{h'_n}{h_0} = P'_n = P_n \sqrt{\left[1 - \frac{C}{T} P_0^2 \left(K_0 - \frac{1}{K_0}\right)\right] \left[1 - \frac{C}{T} P_1^2 \left(K_1 - \frac{1}{K_1}\right)\right] \dots \dots \dots \left[1 - \frac{C}{T} P_{n-1}^2 \left(K_{n-1} - \frac{1}{K_{n-1}}\right)\right]}$$

expression qui nous donne la hauteur de la lame dans chacun des tronçons de longueur $2L$ considérés, en fonction des valeurs $K = \coth \pi \frac{H}{L}$ et du rapport $\frac{h}{h_0} = P$ correspondant à l'hypothèse de conservation de l'énergie.

Si au lieu d'opérer de $2L$ en $2L$, nous voulons calculer la perte d'énergie, ou plutôt de hauteur, dans un tronçon plus long A-B comprenant n avances ou longueurs $2L$, nous pouvons raisonner comme suit :

Puisque :

$$\frac{h'_A}{h_0} = P'_A = P_A \sqrt{\left[1 - \frac{C}{T} P_0^2 \left(K_0 - \frac{1}{K_0}\right)\right] \left[1 - \frac{C}{T} P_1^2 \left(K_1 - \frac{1}{K_1}\right)\right] \dots \dots \dots \left[1 - \frac{C}{T} P_{A-1}^2 \left(K_{A-1} - \frac{1}{K_{A-1}}\right)\right]}$$

et

$$\frac{h'_B}{h_0} = P'_B = P_B \sqrt{\left[1 - \frac{C}{T} P_0^2 \left(K_0 - \frac{1}{K_0}\right)\right] \left[1 - \frac{C}{T} P_{A-1}^2 \left(K_{A-1} - \frac{1}{K_{A-1}}\right)\right] \dots \dots \dots \left[1 - \frac{C}{T} P_{B-1}^2 \left(K_{B-1} - \frac{1}{K_{B-1}}\right)\right]}$$

on déduit :

$$\frac{h'_B}{h'_A} = \frac{P_B}{P_A} \sqrt{\left[1 - \frac{C}{T} P_A^2 \left(K_A - \frac{1}{K_A}\right)\right] \left[1 - \frac{C}{T} P_{A+1}^2 \left(K_{A+1} - \frac{1}{K_{A+1}}\right)\right] \dots \dots \dots \left[1 - \frac{C}{T} P_{B-1}^2 \left(K_{B-1} - \frac{1}{K_{B-1}}\right)\right]}$$

Par rapport aux caractéristiques du point moyen M on obtient approximativement :

$$\frac{h'_B}{h'_A} = \frac{P_B}{P_A} \sqrt{\left[1 - \frac{C}{T} P_M^2 \left(K_M - \frac{1}{K_M}\right)\right]} n h \text{ avec } n = \frac{A_B}{2L_M} = \frac{A_B K_M}{2L_0}$$

Pour que le calcul soit acceptablement approché, il faut que K_B ne dépasse pas K_A de plus de 4 p. c., précaution qu'il convient également de prendre pour tout ce qui concerne les plans de houle.

Il ne nous reste maintenant qu'à déterminer les coefficients χ ou Q . De même que la généralité des coefficients de l'Hydraulique (coefficients de Chézy, par exemple) ces coefficients ne seront pas constants, mais fonction des données même du problème. Ils varieront en particulier en fonction de la profondeur, pour augmenter au fur et à mesure que cette profondeur diminuera, en raison :

- d'une part, du brassage des matériaux du fond qui doit augmenter la viscosité du mélange,
- d'autre part, du fait que la viscosité n'est pas une fonction linéaire de la vitesse.

Faute de temps, il ne nous est pas possible actuellement de donner des précisions supplémentaires sur les coefficients χ ou Q et sur la forme de la fonction qui réglera leur variation.

Nous espérons pouvoir le faire, au moins sous une forme provisoire, avant la réunion du Congrès de la Navigation.

Nous espérons pouvoir également, avant cette réunion, donner sur la forme de l'onde, une théorie en deuxième approximation susceptible de conduire à des résultats pratiques intéressants.

b) La houle en mer profonde et en profondeur réduite.

Pour faciliter l'étude du phénomène complexe de la houle en mer profonde, il faut prendre en considération — outre les deux ondes composantes principales généralement admises, de hauteur, de sens de propagation et de longueur ou période, peu différentes et qui par elles-mêmes expliquent d'une façon satisfaisante des principes aussi fondamentaux que l'égalité de la célérité de groupe et de celle de transmission de l'énergie — plusieurs autres trains d'ondes de caractéristiques inférieures et de directions peut être différentes des précédentes (1).

Si nous ajoutons à cela que les fortes profondeurs constituent un milieu dispersif de la propagation de la houle, — où la célérité de propagation de chaque onde composante, de différente période ou longueur, est différente des autres et donne lieu à des groupes d'ondes constamment déformées dans leur avance, — on conçoit la complexité du phénomène établi dans de telles conditions; en plus des crêtes principales dues à ces ondes composantes de caractéristiques maxima, il existe d'autres ondes secondaires produites par les ondes de période inférieure.

Si, comme on le fait généralement pour déterminer la période, on compte le nombre de crêtes passant par un point en un temps donné, il est évident que la période moyenne ainsi obtenue sera inférieure à celle des ondes composantes maxima ou période de la houle de calcul.

Au contraire, sur les profondeurs réduites de la plate-forme côtière, à l'approche du déferlement, le phénomène s'ordonne et se simplifie notablement.

D'abord, et comme on pourrait le vérifier par les plans de vagues correspondants, les directions de propagation de la plupart des ondes composantes (les ondes principales et celles de caractéristiques peu inférieures) tendent à coïncider suivant la direction des normales aux courbes bathymétriques, c'est-à-dire, suivant les lignes de plus grande pente du fond.

(1) La hauteur de la houle de calcul déterminée par de longues et de nombreuses observations doit être un peu supérieure au total des ondes composantes.

Les célérités des diverses ondes composantes tendant à devenir fonction de la seule profondeur, avec pour limite $C = \sqrt{gH}$, et non pas de la période ou de la longueur d'onde, les groupes d'ondes se propageant sur ces profondeurs réduites conserveraient leur forme d'ensemble, en modifiant seulement leur longueur et leur hauteur.

Il est plus intéressant encore de faire remarquer qu'en ces profondeurs réduites, où le déferlement des ondes composantes maxima est proche, le passage de leurs crêtes doit produire un effet efficace de balayage et entraîner par suite d'élimination des ondes composantes inférieures. Car, de même que le déferlement est déterminé, comme on l'a déjà vu, par la condition que la vitesse moléculaire horizontale maxima à la crête soit égale à la célérité et que par conséquent la molécule considérée soit entraînée par l'avance de cette crête, il suffit approximativement, dans le cas présent, que la vitesse moléculaire horizontale d'entraînement, augmentée de la célérité de la petite onde considérée, soit égale à la célérité de la composante maximum, pour que l'effet d'entraînement, de rassemblement et d'élimination des petites ondes soit efficace, la période apparente résultante étant seulement celle des composantes maxima.

Cela est encore plus marqué dans la zone même du déferlement, car la profondeur de déferlement étant fonction de la hauteur de la lame, le déferlement des vagues les moins hautes sera produit par celui des vagues les plus hautes qui se briseront les premières et dont la période demeure ainsi nettement définie.

Cela explique fort bien l'anomalie apparente résidant dans le fait que même après l'établissement du régime de la tempête maritime, les périodes déterminées au large soient inférieures à celles obtenues sur les côtes, celles-ci correspondant aux ondes composantes maxima, qui nous intéressent réellement dans la technique portuaire.

IV. — COURANTS ET OSCILLATIONS DE RESSAC A L'INTERIEUR DES PORTS.

Le phénomène le plus gênant qui se produit durant les fortes tempêtes, à l'intérieur de certains ports, est le ressac; nous appellerons uniquement ainsi, afin d'éviter des confusions, les courants alternatifs dont la période est beaucoup plus grande que celle de la houle.

Il arrive que leur violence soit telle, principalement dans certains petits ports de pêche, qu'ils occasionnent la rupture des fortes amarres, mettant ainsi en grand danger les embarcations mouillées dans les bassins.

Bien que généralement de violence moindre, ils sont également gênants et même dangereux dans certains grands ports et c'est pourquoi l'étude générale du ressac est intéressante.

Les opinions sont encore très divergentes à l'heure actuelle sur les causes, le processus de formation et les moyens de combattre ce gênant et redoutable phénomène.

Sans prétendre avoir résolu totalement les problèmes complexes qui s'y rattachent, nous estimons utile de faire connaître aux collègues qui s'y intéressent, les observations effectuées et les conclusions qui en découlent.

C'est seulement grâce à l'enthousiaste et efficace collaboration de tous — et nous ne doutons pas de l'obtenir — qu'il serait possible de résoudre ces problèmes avec une approximation pratique suffisante.

Nous avons pu déduire des nombreuses observations effectuées, en premier lieu, dans les darses des petits ports de pêche de Guipuzcoa (Espagne), que la période de ces courants alternatifs, facilement mesurables à leur embouchure, où ils sont maxima, est beaucoup plus grande que celle de la houle qui atteint 18 sec. lors des tempêtes les plus fortes.

Il arrive même que les périodes de ces courants maxima de ressac atteignent 250 sec., soit un peu plus de 4 minutes.

Durant les tempêtes de moindre violence, on observe des courants de ressac qui, quoique moins dangereux, sont cependant dignes d'être notés et qui ont des périodes de 3 min. $\frac{1}{2}$ soit environ 220 sec.

Les amplitudes maxima des oscillations verticales qui se produisent généralement à l'extrémité opposée à l'embouchure de la darse, où les courants horizontaux s'annulent pratiquement, atteignent fréquemment et dépassent même 1,5 m. de hauteur.

On peut observer le phénomène à l'extérieur des ports, le long des plages où certains groupes de vagues maxima montent, avec un certain rythme, le long des faibles pentes, plus haut que les groupes suivants.

Dans les canaux qui se forment quelquefois dans le fond sablonneux ou fangeux des embouchures et où les vagues n'arrivent pas, on observe également de lentes pulsations rythmées. On constate, malgré la variation logique de ces complexes phénomènes naturels que les périodes moyennes approchées de ces oscillations rythmiques coïncident sensiblement avec celles indiquées pour les courants du ressac.

Par contre, l'amplitude verticale de ces oscillations de la mer en dehors des ports est beaucoup plus faible que celle observée à l'intérieur des darses, soumises à un ressac intense. Elle se réduit, en effet, à quelques décimètres de hauteur.

Après de très nombreuses observations à l'extérieur et à l'intérieur des bassins il vient logiquement à l'idée qu'étant donné la concordance des périodes et la grande différence des amplitudes, ces intenses oscillations dans les bassins soumis aux ressacs maxima, sont causées simplement par l'oscillation rythmée du niveau moyen de la mer pendant les tempêtes, amplifiée par résonance, chaque fois que la période propre d'oscillation de la masse d'eau contenue dans la darse coïncide approximativement avec celle de l'oscillation relativement faible du niveau moyen de la mer, oscillation dont la période est beaucoup plus longue et l'amplitude beaucoup plus faible que celle de la houle, comme nous l'avons indiqué.

Nous appellerons cette onde du niveau moyen, onde de ressac, parce qu'elle est probablement la cause de l'intéressant et redoutable phénomène qui nous occupe.

Comme nous l'avons déjà indiqué, on observe dans la zone extérieure des embouchures des darses, les courants horizontaux et alternatifs maxima, tandis que la variation verticale du niveau y est minimum, ce qui paraît indiquer que cette zone constitue un nœud du mouvement, supposition logique, parce que cette zone extérieure de l'embouchure est située en mer, dont le niveau moyen (qui n'est pas le niveau superficiel des vagues), varie relativement peu.

Dans la partie de la darse opposée à l'embouchure, on observe les amplitudes verticales maxima comme signalé plus haut. Les courants horizontaux y sont presque nuls, ce qui montre que cette partie constitue un ventre de l'oscillation étudiée.

Nous sommes donc sûrement en présence de la classique et fréquente oscillation amplifiée par résonance, du 1/4 de longueur d'onde, comprise entre un nœud situé dans les environs immédiats de l'extérieur de l'embouchure et un ventre situé à l'extrémité opposée, c'est-à-dire au fond de la darse.

Dans le cas fréquent de darses allongées et de forme peu compliquée, la mesure de cette longueur moyenne de la darse, que nous appellerons L_p et qui est comprise entre l'embouchure ou nœud et l'extrémité opposée ou ventre, est facile.

Dans les autres cas, on peut également déterminer mais d'une façon moins précise, cette longueur du 1/4 de longueur d'onde de ressac s'étendant à l'intérieur de la darse.

En raison des grandes périodes de l'onde du ressac déjà signalée et même pour des périodes beaucoup plus courtes, il est facile de vérifier, comme nous le ferons plus loin, que, pour les profondeurs intérieures des ports, généralement inférieures à $H = 10$ m., on peut substituer avec une approximation suffisante à $\text{Th } \frac{\pi H}{L}$ son argument $\frac{\pi H}{L}$, moyennant quoi l'expression de la vitesse $C = \sqrt{\frac{g}{\pi} \cdot \frac{L}{K}} = \sqrt{\frac{g}{\pi} L \cdot \text{Th } \frac{\pi H}{L}}$, se réduit à $C = \sqrt{gH}$.

Si on tient compte, en outre, du fait que, dans les conditions exposées, le quadrilatère d'avance embrasse toute la darse, on peut en déduire que la profondeur approximative de propagation de l'onde de ressac correspond sensiblement à la profondeur moyenne de cette darse, facile à déterminer pour chaque état de marée.

Si nous appelons L_p et H_p respectivement la longueur et la profondeur dangereuses de la darse ainsi déterminées et correspondant à la résonance du 1/4 de longueur d'onde du ressac $L_r/2$, pour que la redoutable résonance se produise, il faut que la condition suivante soit vérifiée :

$$L_p = \frac{L_r}{2} = \frac{T_r}{2} C_r = \frac{T_r}{2} \sqrt{gH_p} : \text{soit} : L_p = \frac{T_r}{2} \sqrt{gH_p}$$

expression qui détermine pour chaque période $2 T_r$ de l'onde de ressac, la profondeur dangereuse H_p correspondant à la longueur L_p de la darse, ou bien, définit pour chaque profondeur de darse H_p , sa longueur dangereuse.

On arrive naturellement à la même expression, en écrivant la période $2 T_D$ d'oscillation propre de la darse, en fonction de la longueur d'onde

$4 L_p : 2 T_D = \frac{4 L_p}{C} = \frac{4 L_p}{\sqrt{gH_p}}$ qui, en résonance, doit être égale à la période de la cause, c'est-à-dire à celle de l'onde de ressac $2 T_R$, d'où :

$$2 T_D = \frac{4 L_p}{\sqrt{gH_p}} = 2 T_R, \text{ qui est la formule obtenue plus haut.}$$

Sur la figure 26, on a représenté les familles de paraboles correspondant à la condition mentionnée plus haut. Dans cette famille de courbes la zone dangereuse correspondant au Golfe Cantabrique, et qui probablement avec une approximation suffisante peut s'appliquer à la plupart des zones côtières atlantiques européennes, est pour la raison que nous verrons plus loin, celle comprise entre les paraboles correspondant à $2 T_r = 252$ sec. et $2 T_r = 224$ sec. Remarquons que la zone proche de la première présente un danger plus grand car elle correspond à des tempêtes plus intenses.

Cette constatation intéressante qui, sans aucun doute, devra faire l'objet de corrections à la suite de multiples observations ultérieures, a été appliquée à plusieurs petits ports de pêche de Guipuzcoa et toujours avec un résultat satisfaisant.

Dans le bassin de pêche du Port de St-Sébastien, on a constaté durant les jours de forte mer s'étendant généralement sur plusieurs marées, des ressacs très gênants et dangereux pour les petits bateaux qui y sont mouillés, même pour ceux dont l'amarrage était renforcé.

La distance entre l'embouchure et l'extrémité de la darse est $L_p = 180$ m. et sa profondeur moyenne en B. M. V. E. alors qu'une partie de la darse est laissée à sec, est $H = -0,10$ m. étant considérées comme négatives les profondeurs situées au-dessus du niveau considéré.

On déduit du graphique ou de l'équation correspondante que pour cette longueur $L_p = 180$ m. de la darse, la profondeur de danger maximum correspondant à $2 T_r = 252$ sec. est $H_p = 0,83$ m. tandis que les ressacs correspondant à $2 T_r = 224$ sec., soit à la profondeur $H_p = 1,05$ m., sont déjà moins dangereux.

Et en effet, pour des états de marée pour lesquels les cotes au-dessus de la B. M. V. E. étaient comprises entre $H = 0,83$ m. + $0,10 = 0,93$ m. et $H = 1,05 + 0,10 = 1,15$ on observait les ressacs les plus intenses.

Pour éviter cette situation et les profondeurs étant limitées par les fondations des murs de quai, on a dragué la darse jusqu'à la profondeur moyenne $H_p = 1,75$ m. sous B. M. V. E. pour laquelle la résonance ne peut se produire à aucun état de marée, et les eaux de la darse sont restées calmes même pendant les plus fortes tempêtes constatées postérieurement.

Dans le port de Guétaria, dont la longueur approximative, compte tenu de sa forme plus complexe, est $L_p = 300$ m., la profondeur correspondant au danger maximum est $H_p = 2,30$ m. et celle de danger moindre $H_p = 2,90$ m.

La profondeur moyenne de la darse sous B. M. V. E. étant de $2,10$ m. la formule indique que les profondeurs pour lesquelles les ressacs maxima doivent se produire et, en effet, se produisent, correspondent à l'état de marée dont le niveau au-dessus des B. M. V. E. est compris entre $H = 2,3 - 2,1 = 0,2$ m. et $H = 2,9 - 2,1 = 0,8$ m., soit aux environs de la marée basse.

Ce fait, dûment vérifié, que dans certains ports l'intensité maximum du ressac correspond aux marées basses pendant lesquelles l'agitation de la mer est la moins intense le long de la zone côtière prouve également que nous sommes en présence d'un phénomène amplifié par résonance.

On a dragué la darse de Guétaria jusqu'à une profondeur moyenne $H = 3,50$ m. et, depuis lors on a constaté que les ressacs avaient pratiquement disparu même aux marées basses correspondant aux fortes tempêtes. Avant le dragage ils avaient une intensité telle qu'ils obligeaient les embarcations à quitter la darse et à aller mouiller dans des conditions moins mauvaises en dehors du port à l'abri naturel du mont St-Antonio.

Le cas du port de Motrico, où les dragages projetés n'ont pas encore été effectués, est encore plus intéressant à étudier pour vérifier que nous sommes en présence d'un phénomène amplifié par résonance.

La darse extérieure de ce port a une longueur de $L_p = 320$ m. à laquelle correspond une profondeur de danger maximum de $H_p = 2,60$ m. et une autre de danger moindre $H_p = 3,30$ m. La profondeur moyenne de la darse sous B. M. V. E. est $H = 3$ m. et l'on constate, en effet, que cette darse subit un violent ressac à marée basse de vive eau, et que celui-ci disparaît pratiquement avant la mi-marée.

Par contre, la darse intérieure, qui communique uniquement avec la mer par la darse extérieure, commence précisément à subir un ressac intense vers la mi-marée tandis que ce phénomène se fait à peine sentir à marée basse, alors qu'à ce moment dans la darse contiguë ou extérieure, le niveau des eaux oscille intensément.

La longueur de cette darse intérieure, de forme compliquée, est approximativement $L_p = 260$ m. à laquelle correspond une profondeur de danger maximum $H_p = 1,70$ m. et une profondeur de moindre danger $H_p = 2,20$ m. Sa profondeur, sous B. M. V. E. est de $H = -20$ cm. alors qu'une partie de la darse est à sec.

Il s'ensuit que les oscillations maxima doivent être observées entre les hauteurs mesurées au-dessus de la B. M. V. E. de $H = 1,70 + 0,20 = 1,90$ m. et $H = 2,20 + 0,20 = 2,40$ m., c'est-à-dire, en accord avec l'observation, vers la marée moyenne dont la côte, dans ce port, atteint approximativement $H = 2,25$ m.

Le fait que, durant les fortes tempêtes qui, comme nous l'avons déjà indiqué, persistent pendant plusieurs marées, la darse extérieure oscille principalement par marée basse et que c'est seulement vers marée moyenne, c'est-à-dire quand la darse extérieure est calme, que la darse intérieure communiquant uniquement avec la mer, par l'intermédiaire de la darse extérieure, commence à osciller fortement, prouve une fois de plus que ces oscillations, dont la violence ou l'amplitude dépend davantage de la coïncidence de la période propre avec celle de la cause extérieure que de l'amplitude de cette cause, sont dues à la résonance ou à son voisinage.

Quoique davantage freinés par la viscosité, il peut se produire des phénomènes de résonance entre l'embouchure de la darse ou nœud et son extrémité opposée ou ventre, non seulement quand cette distance est la longueur dangereuse L_p correspondant à sa profondeur H_p , mais aussi quand cette distance est un multiple impair (ou mieux la somme d'un nombre impair de longueurs L_p correspondant aux profondeurs H_p moyennes).

Il peut se produire également des phénomènes de résonance entre deux murs de quai, extrémités de darses ou ventres de l'oscillation, pour autant que leur distance soit un multiple pair ou une somme d'un nombre pair de fois L_p .

Dans le cas de darses de forme régulière et simple, il n'est pas difficile de déterminer les longueurs L_p nécessaires pour l'étude du ressac, mais le problème se complique singulièrement dans le cas de darses de forme irrégulière ou dont l'embouchure n'est pas située à l'extrémité.

Dans ce cas, il y a lieu d'étudier les oscillations possibles dans toutes les directions car, à chacune d'elles peut correspondre un phénomène de résonance, pourvu que les valeurs de L_p et H_p correspondent à celles déterminées par la formule ou le graphique dont il a été question plus haut.

Etant donné la grande longueur de l'onde de ressac qui, pour une période $2 T_r = 250$ et une profondeur $H = 10$ m. atteint $2 L_r = 2 T_r \times \sqrt{gH} = 250 \times \sqrt{g \times 10} = 2.480$ m., son quadrilatère d'avance prend une grande extension et par conséquent sa réflexion peut avoir lieu non seulement sur des surfaces planes et verticales, mais sur des surfaces de forme plus complexe et inclinées, convenablement déterminées, ce qui rend plus compliquée et plus difficile la détermination des longueurs L_p correspondantes.

Le rapport des dimensions de l'embouchure et de celles de la darse peut avoir aussi une influence sur ces oscillations.

Il ne faut pas oublier que l'onde de ressac peut se réfléchir sans déferler, même sur des faibles pentes comme celles de plage.

Appliquons en effet l'expression, obtenue en première approximation, de la pente limite entre la réflexion et le déferlement :

$$i = \frac{4}{T} \sqrt{\frac{h}{g}}$$

Pour une onde de ressac de demi-hauteur d'environ 0,20 mètres et de demi-période $T_R = 100$ secondes, on obtient :

$$i = \frac{4}{100} \cdot \sqrt{\frac{0,2}{9,81}}$$

plus faible encore que celle de la plupart des plages. La longueur sur laquelle cette pente doit se maintenir pour briser l'onde serait :

$$\frac{L}{2} = \frac{T}{2} \cdot \sqrt{gH} = \frac{100}{2} \cdot \sqrt{9,81 \times 0,20} = 70 \text{ m.}$$

Il est intéressant de faire remarquer que l'application de ces simples formules donne des résultats acceptables, tout au moins en ordre de grandeur, même pour des extrapolations aux cas de la houle et de l'onde de marée.

Comme nous l'avons vu, pour une lame de hauteur $2 L_r = 7$ m. et de demi-période $T = 6,93$ secondes, on obtient $i \simeq \frac{1}{3}$; pour une onde semidiurne de marée, de hauteur $2 L_r = 4$ mètres et de demi-période $T = 22.350$ secondes :

$$i = \frac{4}{22350} \cdot \sqrt{\frac{2}{9,81}} \simeq \frac{1}{12500}$$

$$\text{et } \frac{L}{2} = \frac{22350}{2} \cdot \sqrt{9,81 \times 2} = 49.500 \text{ m.}$$

Dans le cas de ports existants à l'intérieur desquels on observe du ressac, il convient d'effectuer une véritable auscultation des darses en déterminant par observations directes non seulement leur période, mais également les ventres ou zones où les oscillations verticales sont maxima et les nœuds ou zones où les oscillations verticales sont minima et les oscillations horizontales, c'est-à-dire les courants alternatifs, maxima.

Ce n'est qu'après avoir déterminé et précisé ces oscillations qu'on pourra agir en parfaite connaissance pour essayer d'éviter leurs effets.

Si dans une mer à marée les oscillations maxima ou ressac se constatent à marée basse ou à un autre état déterminé de la marée et diminuent quand cet état de marée est passé, il est plus que probable que l'exécution de dragages jusqu'à une profondeur telle qu'on réalise à marée basse des profondeurs supérieures à celles correspondant à l'état de marée dangereux, fera disparaître le ressac ou l'amointrira notablement.

Eu égard à la grande longueur d'onde du ressac indiquée antérieurement $2 L_r \simeq 2.480$ M., on comprend la difficulté de se défendre contre lui au moyen d'épis destinés à abriter l'embouchure, parce que pour que la ligne limite d'agitation de cette onde de ressac reste en dehors de cette embouchure, il serait nécessaire d'établir des épis d'une longueur de l'ordre de $\frac{L_r}{2} \simeq 620$ m., difficile à réaliser, principalement dans les petits ports. Si on

le désire, il est possible de faire le plan de propagation de l'onde de ressac, semblable aux plans de houle, pour vérifier la difficulté d'obtenir une protection convenable contre cette onde longue.

Il convient également de signaler que les périodes $2 T_r$ que nous avons indiquées antérieurement pour le Cantabrique devront vraisemblablement être modifiées ou du moins être rectifiées en particulier si on veut les appliquer à d'autres mers. Dans ce but et dans celui de perfectionner ou même de rectifier nos idées relatives à la complexe technique maritime, nous recherchons la collaboration de tous nos collègues intéressés par ces questions et susceptibles de nous faire profiter de leurs observations, car l'ampleur et l'envergure du sujet traité sont telles que c'est seulement moyennant un labour intense, non seulement personnel mais collectif, qu'il sera possible d'arriver à un résultat définitif.

Les courbes de marégraphes de certains ports que nous avons pu nous procurer (étant entendu qu'il s'agit des marégraphes dont les puits ont des orifices d'entrée de dimensions suffisantes) permettent de vérifier l'existence de l'onde de ressac coïncidant avec les tempêtes; les jours de mer calme les courbes sont régulières, les jours de forte houle, au contraire, elles apparaissent festonnées par des oscillations dont l'amplitude et les périodes $2 T_r$, qui approchent de celles indiquées, augmentent avec l'intensité de ces tempêtes.

Il n'est pas nécessaire d'insister sur le fait que ces phénomènes naturels compliqués ne se produisent pas avec une absolue régularité, mais que, aussi bien les houles que les ondes de ressac ou de niveau moyen varient pendant chaque tempête, même après l'établissement du régime normal entre certaines limites, aussi bien en hauteur qu'en période. Mais il convient de déterminer ces limites maxima et ne pas oublier que le phénomène se situe généralement au stade initial de la résonance.

Après cet exposé, qui a toute probabilité d'être certain, bien qu'il convienne de le vérifier et de le préciser davantage, nous essayerons maintenant d'expliquer, sinon d'affirmer, ne fût-ce qu'à titre de curiosité, quelle pourrait être l'une des causes de l'intéressante onde de ressac ou de niveau moyen.

L'observation indique que la variation de hauteur des vagues durant une tempête dont le régime est établi, se produit avec un certain rythme. Des renseignements, peu précis et peu nombreux, que nous avons pu rassembler, il paraît découler que, pendant les tempêtes du Golfe Cantabrique, les lames les plus hautes se produisent toutes les douze vagues en moyenne, avec maximum de quatorze vagues, lorsque cette variation de hauteurs ainsi que l'onde de ressac s'établissent réellement, ce qui n'arrive ni toujours, ni constamment.

L'irrégularité de ces complexes phénomènes naturels dont nous venons de faire mention, rend très difficile le rassemblement de ces renseignements qu'il ne sera possible d'améliorer et de corriger qu'au moyen d'une documentation très précise et très développée dont nous ne disposons pas à l'heure actuelle.

Si on admet que lors des plus fortes oscillations, les plus hautes lames s'établissent environ toutes les quatorze vagues et si, comme il est logique de le supposer, l'amplitude de ces oscillations produites par leur passage, ne diminue pas brusquement, mais plutôt d'une façon graduelle et continue jusqu'aux vagues de hauteur minima, pour s'élever ensuite d'une manière analogue jusqu'aux vagues maxima suivantes, le profil instantané de la mer pendant cette tempête, plus théorique que réel, s'établit approximativement comme il est indiqué à la figure 27.

Comme on l'a vérifié à partir de plans photogrammétriques de vagues, si le profil longitudinal réel de celles-ci diffère de la trochoïde théorique, par contre, la figure résultante de plusieurs profils est presque exactement cette trochoïde. La figure 27 représente donc non un profil instantané quelconque, réel, mais plutôt la moyenne d'une série de profils.

Par grandes profondeurs, les surélévations superficielles $S_h = \frac{\pi h^2 \cdot K}{2L}$ sont faibles et ne nous intéressent pas. En profondeurs réduites, dans les ports et les bassins, ces surélévations acquièrent de l'importance, et comme elles sont proportionnelles au carré de la 1/2 hauteur h des vagues du train ainsi modulé, celui-ci adoptera une forme semblable à celle indiquée à la figure 28, son niveau moyen n'étant pas horizontal mais ondulé comme l'indique cette figure.

Les profondeurs étant très réduites non seulement pour cette onde de niveau moyen, mais aussi pour les vagues de tempête, la célérité des deux ondes sera approximativement $C = \sqrt{gH}$.

Sur de telles profondeurs réduites, qui sont précisément celles où le ressac acquiert l'intensité maximum, le train de vagues modulées avancera en même temps que l'onde de niveau moyen dont la période sera celle des vagues multipliée par le nombre de celles-ci comprises entre deux vagues de hauteur maximum.

Pour que l'expression $C = \sqrt{gH}$ soit suffisamment approchée pour la plus petite de ces ondes, il suffit que cette expression soit également approximativement égale à l'expression théoriquement exacte :

$$C = \sqrt{\frac{g}{\pi} \cdot \frac{L}{K}} = \sqrt{\frac{g}{\pi} L \cdot T h \frac{\pi H}{L}};$$

c'est-à-dire qu'il suffit que :

$$T h \frac{\pi H}{L} \sim \frac{\pi H}{L}$$

Pour la profondeur $\frac{H}{L} = 0,10$, $\frac{\pi H}{L} = 0,314$ et $T h \frac{\pi H}{L} = 0,304$, d'où il résulte que l'erreur provenant de cette substitution dans l'expression de la célérité est inférieure à 1 %.

Comme à la profondeur relative $\frac{H}{L} = 0,10$ correspond la profondeur unitaire $\frac{H}{L_0} = 0,03$ il résulte que l'erreur sera de l'ordre de 1 % pour les vagues de tempête de $L_0 = 250$ m. qui se propagent au-dessus de profondeurs $H = 250 \times 0,03 = 7,50$ m., rarement dépassées dans les darses des ports.

De ce que nous avons dit plus haut, il résulte que la période de l'onde de niveau moyen peut varier, pendant les grandes tempêtes du Cantabrique, entre $2T = 18 \times 14 = 252$ sec., pour les tempêtes les plus violentes, et $2T = 16 \times 14 = 224$ sec., pour les tempêtes les moins violentes.

Ces périodes se rapprochent beaucoup de celles indiquées antérieurement pour l'onde de ressac, qui pourrait bien être cette onde de niveau moyen produite par la propagation des vagues modulées en profondeur réduite.

S'il était licite de généraliser ce résultat, et pour cela il s'agira d'abord de posséder une forte documentation, les périodes limites pour la Méditerranée dont les houles maxima paraissent être de 14 sec. s'établiraient

approximativement à $2 T_r = 14 \times 14 = 196$ sec. et $2 T_r = 12 \times 14 = 168$ sec. Ce sont celles indiquées sur le graphique pour des ressacs de tempête de moindre violence et qui logiquement seront donc moins intenses que celles du Cantabrique. Mais nous le répétons encore, on ne pourra se référer à ce graphique qu'après une longue période d'observation directe.

Pour d'autres mers, d'autres côtés et d'autres ports, on peut rencontrer d'autres périodes de ressac qu'il sera nécessaire de déterminer aussi par des observations directes très nombreuses et très détaillées.

Poussés par notre insatiable curiosité, nous désirons savoir quelle est l'origine de ces modulations de la houle.

Il est peut être hasardeux, aussi longtemps que nous ne possédons pas des renseignements plus concrets, de vouloir donner une explication du phénomène. Il pourrait néanmoins s'expliquer par la superposition de deux ou plusieurs trains d'ondes de hauteur et de période constantes mais légèrement distinctes entre elles (*).

Une autre explication possible c'est que la vague la plus haute, une fois produite, pour une cause accidentelle telle que la variation de l'intensité du vent, protège les vagues précédentes de l'action du vent et celles-ci atteignent, par suite, une hauteur moindre. Mais tout ceci n'est que conjectures aussi longtemps que nous ne possédons pas de renseignements plus concrets.

V. — CONDITIONS D'ENTREE DANS LES PORTS.

Il ne serait pas normal de terminer cette étude sur la protection des ports, sans parler de leur condition antinomique, c'est-à-dire, de l'entrée, car si celle-ci n'existait pas l'abri serait total.

La protection et l'entrée sont des conditions antinomiques et il est indubitable qu'en améliorant la seconde on facilite généralement aussi la pénétration de la houle; ainsi donc il ne faut pas oublier que l'entrée doit être étudiée durant les tempêtes ou les plus fortes houles, car c'est le moment où elle devient difficile et où le bateau est contraint d'arriver au port avec les lames presque en poupe, c'est-à-dire, en suivant presque la direction d'une normale du plan de houle.

En opérant comme toujours, avec une certaine marge de sécurité, on doit admettre que le vaisseau suit cette normale, tangente au cercle de sécurité de rayon r tracé autour du musoir de la digue, et virant à partir de ce point de tangence avec un rayon minimum pour gagner la zone abritée aussi rapidement que possible.

Le rayon minimum d'évitage R du vaisseau, dépend de différentes circonstances, mais on peut admettre avec une certaine marge de sécurité qu'il varie de 3 longueurs pour les petits bateaux pêcheurs jusqu'à 7 longueurs pour les grands transatlantiques, le rayon moyen s'établissant donc à 5 longueurs pour les bateaux de capacité moyenne.

Le rayon de sécurité du musoir de la contredigue pourrait être égal à celui de la digue, et tous les deux s'approcher au minimum d'une demi-longueur pour permettre le redressement d'une déviation quelconque de la route, subie par le bateau, par suite de l'action de la mer ou du vent, pendant sa manœuvre difficile, pour gagner le port.

(*) Bien que la réalité soit plus complexe, on pourrait supposer l'onde modulée de la figure 27 constituée de deux ondes composantes simples de même période et ayant pour hauteurs respectives 5 mètres et 2 mètres.

On a indiqué à la figure 29 cette route d'entrée, ainsi que le sens de la tempête et les lignes limites d'alimentation, d'expansion et d'agitation.

Si l'entrée du port est ouverte à la tempête, le musoir de la contredigue serait en A et la largeur de l'entrée serait $2r$. Si nous voulions chercher l'abri total du port, nous le trouverions au point B, intersection de la limite d'agitation par la circonférence lieu géométrique des musoirs de la contredigue. Il est fréquent de mettre l'entrée en travers par rapport à la tempête, dans le sens de la normale à l'origine ou limite d'expansion, de sorte qu'il n'entre dans le port d'autre agitation que celle de l'expansion latérale. La position du musoir de la contredigue C est obtenue, dans ce cas, en traçant par M la normale à la droite MO. La largeur MC est moyenne proportionnelle entre les deux segments en lesquels le point M divise le diamètre de la circonférence de centre O et le rayon $R + r$, c'est-à-dire $MC^2 = MA [2 (R + r) - MA] = 2r \times 2R$, soit $MC = 2 \sqrt{Rr}$.

Avec les valeurs de $r = \frac{E}{2}$, et $R = 5E$ déjà indiquées on obtient la largeur d'entrée en travers de la tempête, $MC = E \sqrt{10} = 3,16 E$, laquelle coïncide avec la largeur approximative de 3 longueurs de vaisseau, recommandée par un grand nombre de traités, sans qu'en soient données les raisons.

Mais si, au contraire, l'entrée est tout à fait ouverte à la tempête, ou si le musoir de la contredigue est placé en la position A, l'on obtient la largeur minimum d'une longueur de vaisseau, puisque $AM = 2r = 2 \frac{E}{2} = E$, limite excessivement réduite à laquelle il ne serait pas convenable de descendre.

En général, il est convenable de placer le musoir de la contredigue sur l'arc de cercle compris entre A et C avec des largeurs d'entrée comprises entre un peu plus d'une longueur et un peu moins de trois longueurs. Les plans de houle correspondants permettront de vérifier les conditions d'abri et d'entrée données par les solutions envisagées et de choisir, en juste connaissance de cause, celle qui serait, vis-à-vis des deux conditions antagonistes, sinon idéale, du moins acceptable, car l'amélioration de l'une des deux conditions entraîne l'aggravation de l'autre.

A partir de ce qui précède, le bon sens de l'auteur du projet pourra résoudre les cas particuliers nombreux et variés pouvant se présenter et qu'il serait absurde de vouloir embrasser dans une étude générale comme celle-ci.

Nous avons donc résolu avec une certaine approximation, ou tout au moins, nous sommes en voie de pouvoir résoudre l'intéressant problème proposé.

Avant de finir nous devons répéter, une fois de plus, que nous ne considérons pas avoir abouti à des solutions exactes, loin de là, mais nous sommes persuadés avoir atteint un degré d'approximation suffisant pour la plupart des cas pratiques, et semblable à celui atteint dans beaucoup de solutions adoptées pour la technique terrestre.

Nous avons l'espoir de perfectionner encore davantage cette méthode des plans de houle au moyen des études théoriques-pratiques entreprises et, si comme nous l'avons déjà indiqué, les essais sur modèles réduits sont difficilement applicables dans les cas généraux très complexes, nous les considérons

néanmoins d'une grande utilité pour arriver à étudier des cas particuliers plus simples, mais intéressants et instructifs, judicieusement choisis et par suite nous utiliserons ces modèles réduits aussitôt qu'il nous sera possible d'en avoir à notre disposition adaptés à ces cas particuliers.

Probablement, les observations faites sur la mer même, seront aussi d'une grande utilité et pour en tirer des conséquences utiles aussi bien que pour apporter quelque clarté sur ces questions intéressantes, nous demandons la collaboration de tous nos collègues qui s'y intéressent, non pas sur le plan de polémiques spectaculaires généralement stériles parce que trop passionnées, mais sur celui plus modeste et plus efficace d'une franche et enthousiaste collaboration qui rend aussi précieuses les observations confirmant les idées exposées, que celles qui tendent à les modifier ou à les perfectionner.

TABLE DES MATIERES.

	Pages
I. — Plans de houle (Première approximation)	1
a) Caractéristiques des houles	3
b) Plan de la houle	9
c) Elévation de la houle	14
d) Cas particuliers. — Expansion latérale	16
e) Application au Port de Palma de Majorque	22
f) Double expansion latérale ou expansion bilatérale	24
g) Annulation ou réflexion de la houle	25
h) Déferlement des lames	26
II. — Variation de hauteur de la houle dans l'hypothèse de conservation de l'énergie	30
III. — Plans de houle en deuxième approximation	34
a) Perte d'énergie	34
b) La houle en mer profonde et à des profondeurs réduites	38
IV. — Courants et oscillations de ressac à l'intérieur des ports	39
V. — Conditions d'entrée des ports	47

SUMMARY.

In order to be able to determine commotion inside harbours it is necessary to know, in the first place, the characteristics of the largest possible wave, in the offing or in deep water, as well as its variation during the advance of the swell over the coastal bed at decreasing depths until it reaches the coast or harbour.

In cases where precise observations are lacking, which should moreover cover a sufficient number of years, the formulæ $2 h_0 = 1,2 \sqrt[4]{F}$ and $2 L_0 = 31 \sqrt[3]{F}$ should be used to deduce, in metres, the height and length of the largest wave calculated in function of the Largo or Fetch expressed in kilometres, inserting the requisite corrections in case the general atmospheric circulation is in a contrary direction to the Fetch. As regards the largest seas and oceans on our globe, it is seen that the formulas mentioned and the corresponding diagrams give results that are acceptable, as compared to what is observed in reality.

The method called « Swell-plans » developed in 1941, is based on the trochoidal theory; it enables us to ascertain the variation of the plane shape of the advance of the wave, caused by its propagation at different and varying depths, as well as the quadrilateral of advance, the concept of which proves to be equally interesting for all matters concerning maritime technique.

This layout in plan is completed by the determination of wave heights at any point whatsoever, determination which can be effected easily as a first approximation, if we presume that the consumption of energy due to the advance of the wave counter-balances the increase in height caused by the shortening of the length on inclines of about 1 %, such as are very frequent on coastal beds.

A survey is given of the case of frontal expansion in a transversal direction to the advance of the wave, determined by the divergence of the perpendiculars, as well as of simple or double lateral expansion produced at the moment when the wave advances in a direction diverging from the structure or coast, and the limit of commotion which separates the calm zone of a harbour from the commotion-zone, as well as the laws of variation of wave heights for each instance. This method is then applied, as an example, to the harbour of Palma Majorca; in addition, several other graphical examples of reflection of swell are given.

After ending the first approximation of the method, there is a discussion of the breaking of the wave, and the extreme slope between breaking and reflection of the wave is deduced in order to decide upon the characteristics of the break-water rises to be built inside the harbour to prevent reflection of the swell, which otherwise causes increased commotion.

Taking the exact formula of energy as a basis, the laws of variation of wave heights are deduced, from deep water until breaking, in the hypothesis of conservation of energy.

The loss of energy caused by the presence of the bottom is determined, as well as the decrease of the corresponding height.

There is an account of the oscillations of surf inside harbours, taking as a basis data obtained from observation in the small fishing harbours at Guipuzcoa, the possible causes of which are analysed, with an indication of how to avoid them. A mention is made of the results obtained in cases where the procedure has been applied.

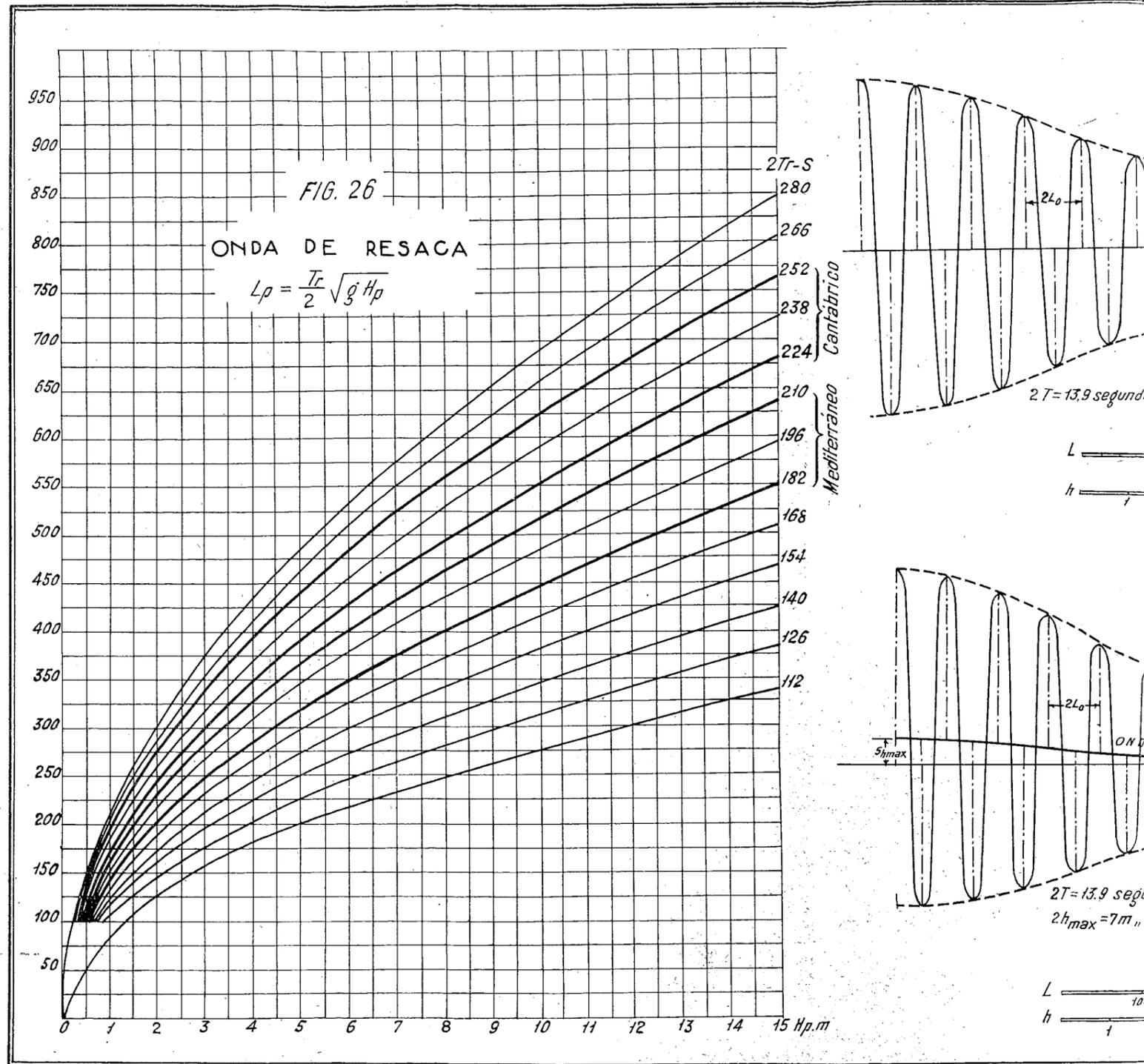
The paper ends with indications as to the entry way, the situation and orientation of the entrance to harbours, concluding that if the explanations given are followed, it is possible to determine fairly approximately, for actual practice, protective conditions for all solutions considered for a harbour being planned.

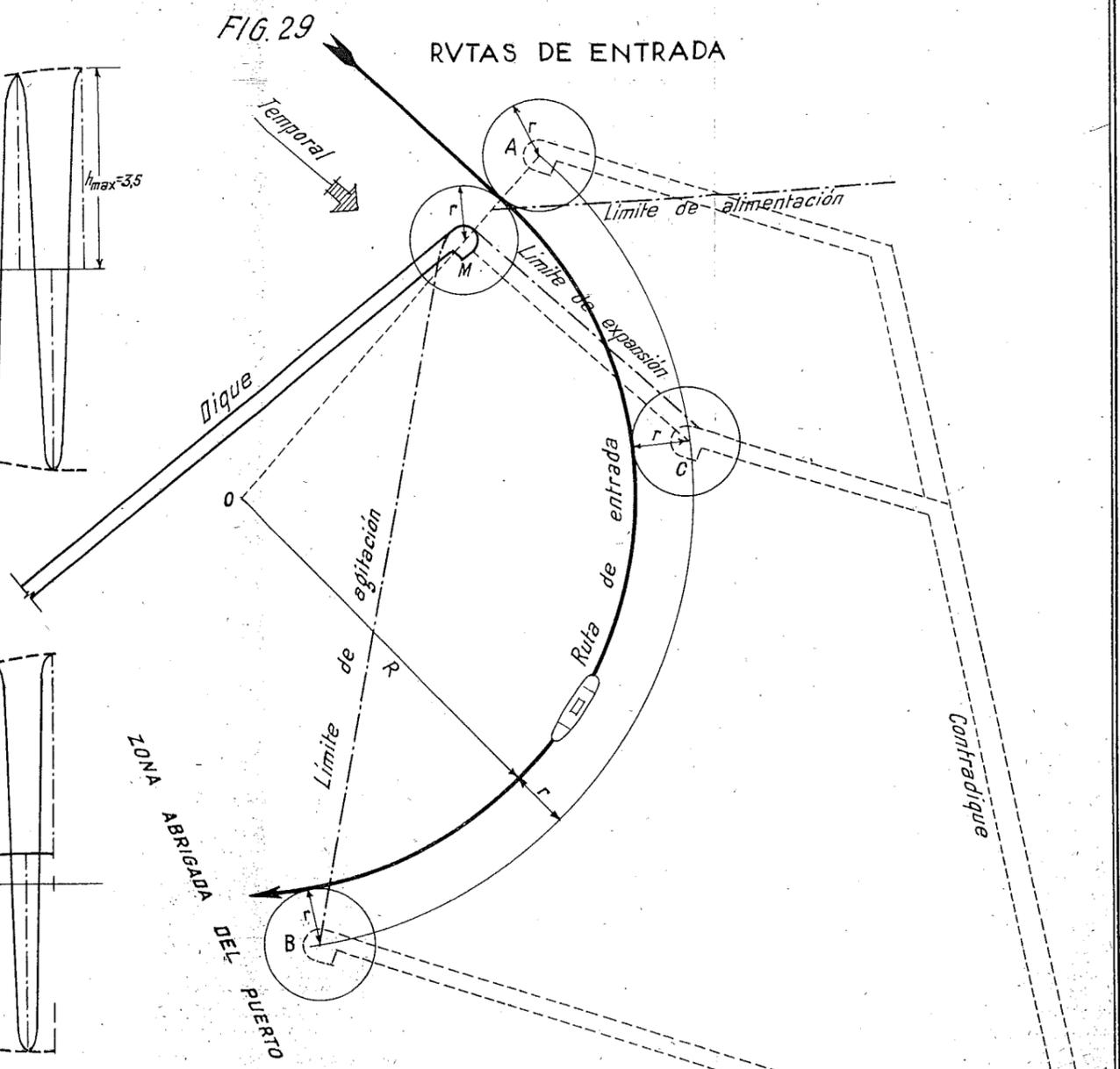
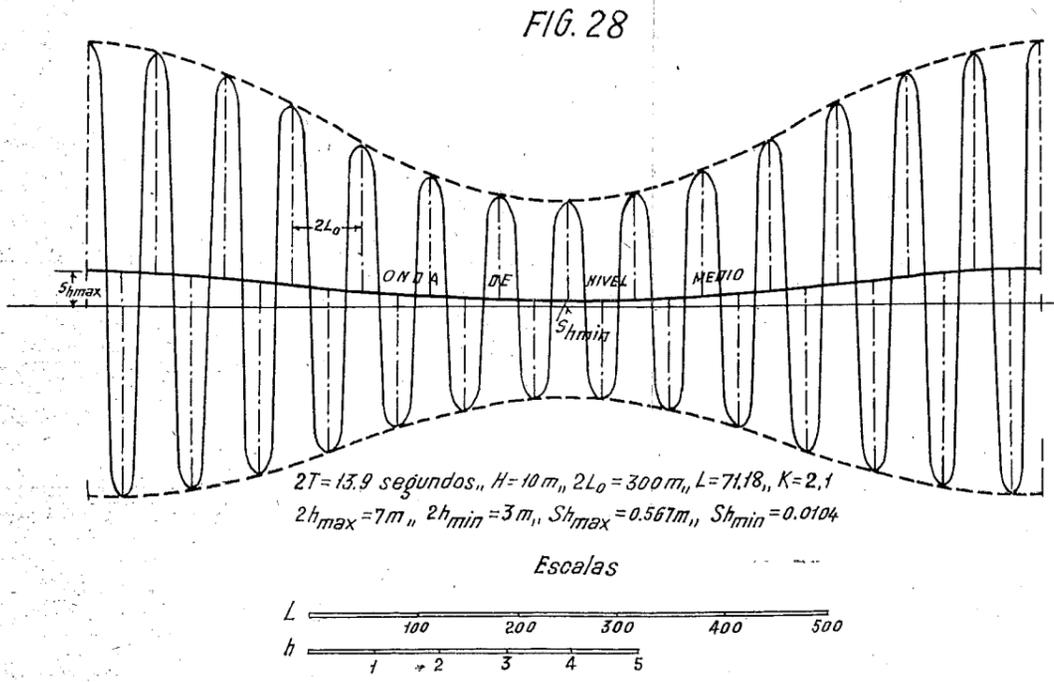
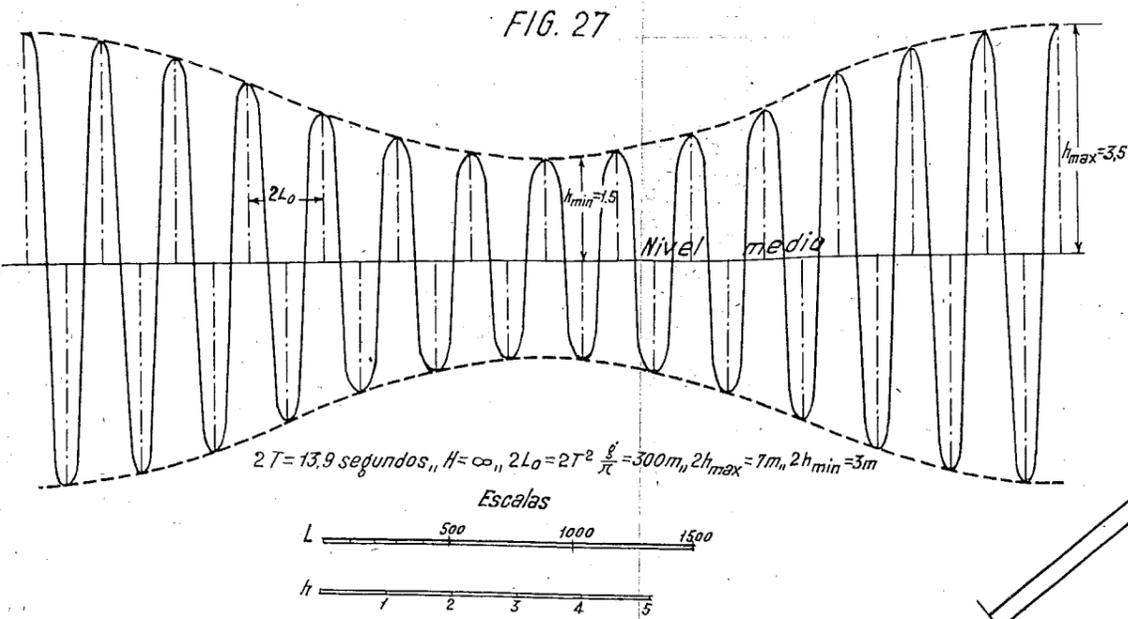
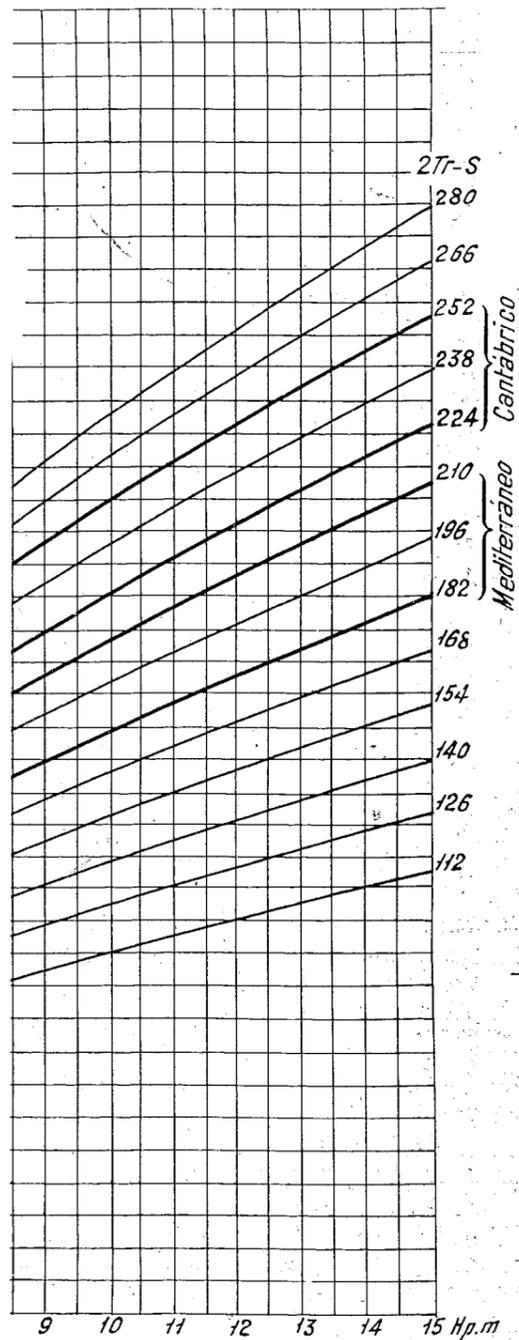
We hope to be able to assemble before the date of the Congress, the sufficient experimental information to determine the value and the form of the coefficients which will permit to evaluate the loss of energy of wave during its propagation.

We hope also to be able to give a theory of the form of wave, in second approximation.

TRADUCTION DU TEXTE ESPAGNOL DE LA PLANCHE.
TRANSLATION OF SPANISH WORDING ON PLATE.

FIG. 26.		
Onda de resaca	= Onde de ressac	= Surf-wave.
Mediterraneo	= Méditerranée	= Mediterranean.
Cantabrico	= Cantabrique	= Cantabrico.
FIG. 27 & 28.		
Nivel media	= Niveau moyen	= Mean level.
Segundos	= Segondes	= Seconds.
Escalas	= Echelles	= Scales.
FIG. 29.		
Rutas de entrada	= Routes d'entrée	= Entrance routes.
Zona abrigada del puerto	= Zone protégée du port	= Protected area of the harbour.
Contradigue	= Contre-digue	= Counter-dike (break-water).
Temporal	= Tempête	= Gale.
Limite de alimentacion — de expansion — de agitacion	= Limite d'alimentation — d'expansion — d'agitacion	= Limit of feeding — of expansion — of commotion.





TRADUCTION DU TEXTE ESPAGNOL DE LA PLANCHE.
TRANSLATION OF SPANISH WORDING ON PLATE.

FIG. 22.

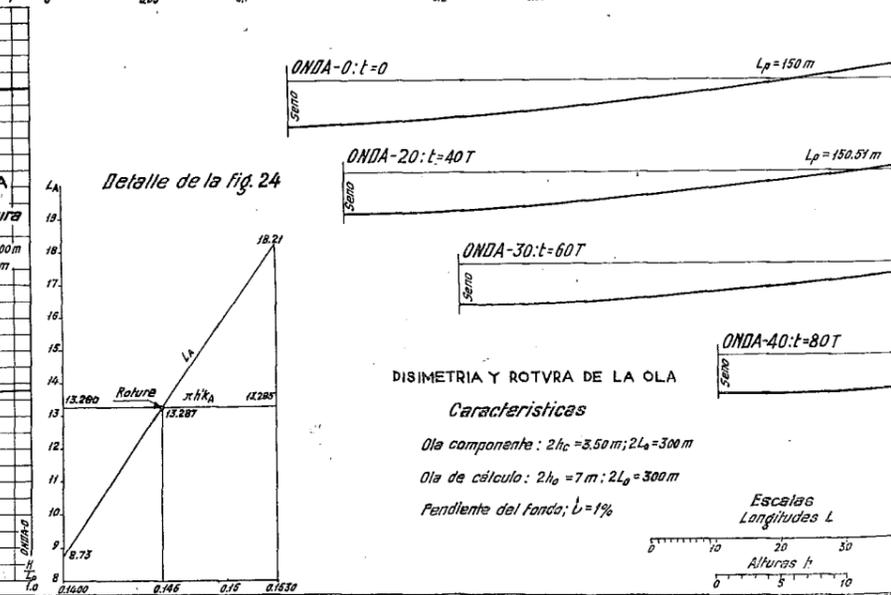
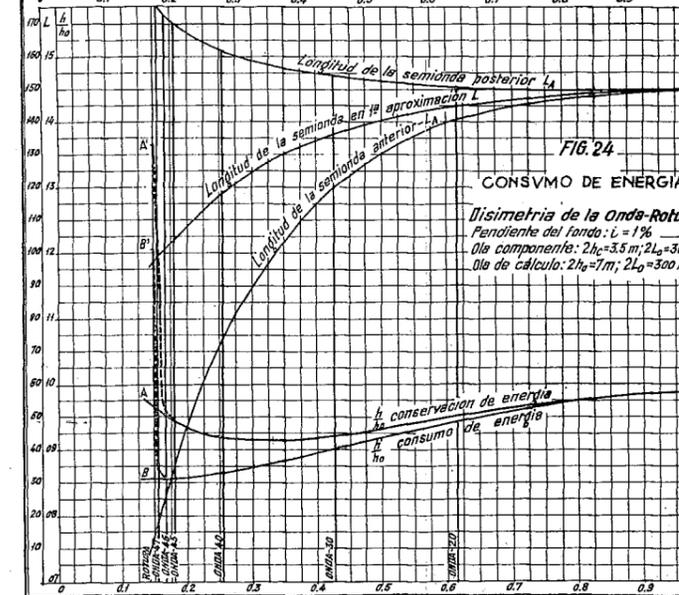
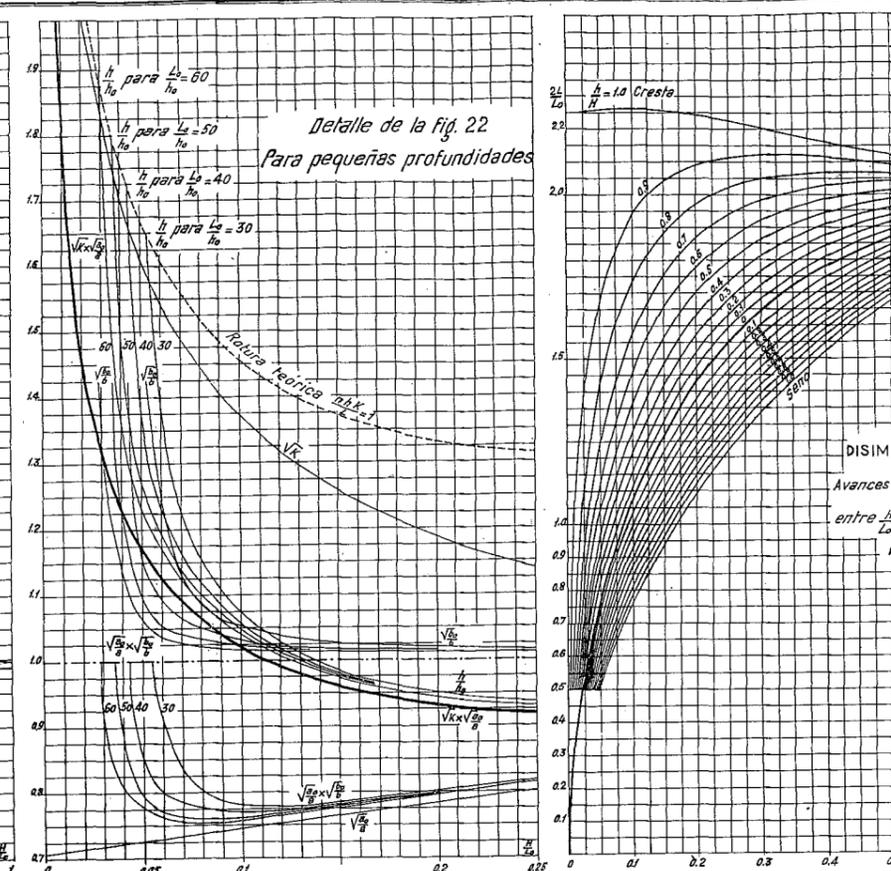
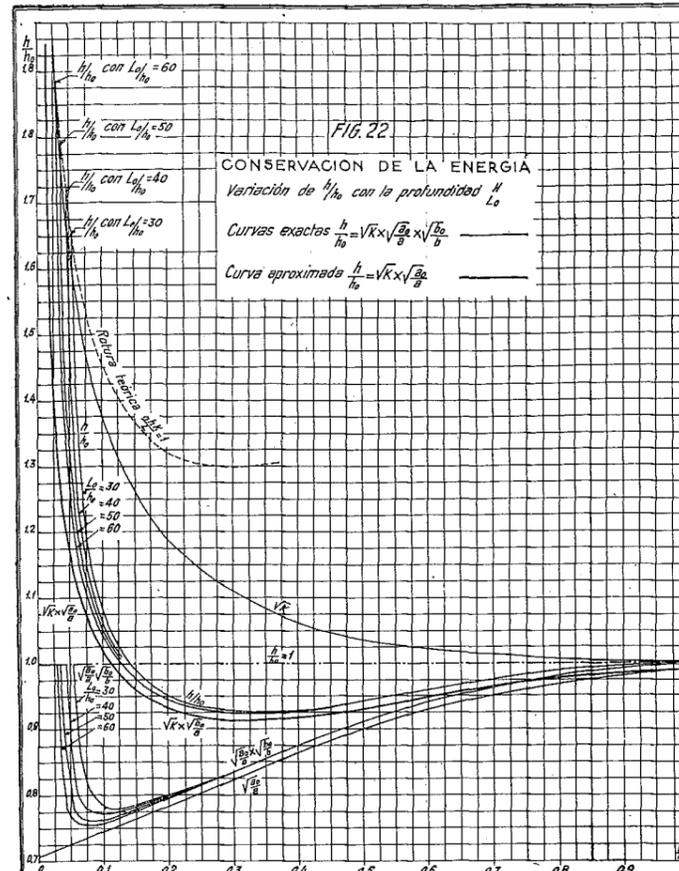
Conservacion de la energia	=	Conservation de l'énergie	=	Conservation of the energy.
Variacion de ... con la profundidad ...	=	Variation de ... avec la profondeur ...	=	Variation of ... with the depth ...
Curvas exactas	=	Courbes exactes	=	Exact curves.
Curva aproximada	=	Courbes approximatives	=	Approximative curves.
Detalle de la fig. 22	=	Détail de la fig. 22	=	Detail of fig. 22.
Para pequenas profundidades	=	Pour petites profondeurs	=	For slight depths.
Rotura teorica	=	Déferlement théorique	=	Theoretical breaking.

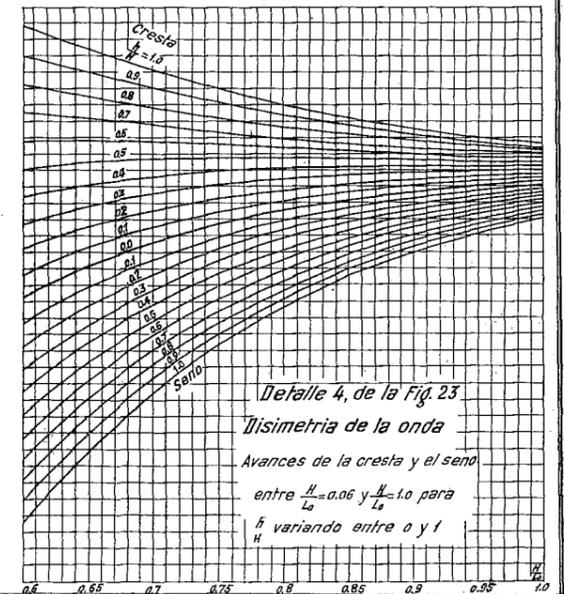
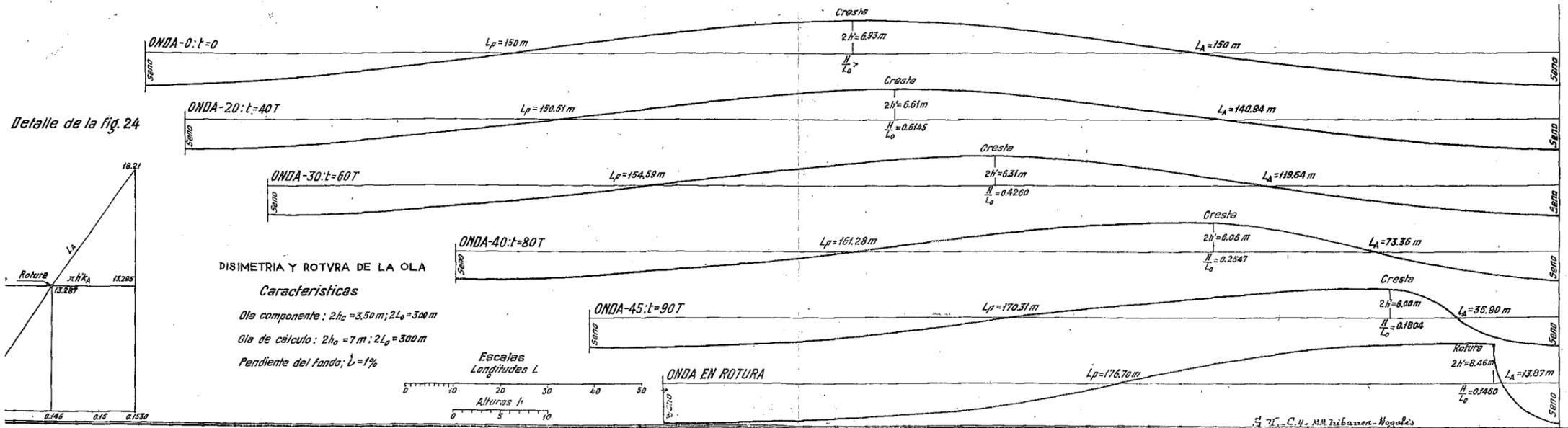
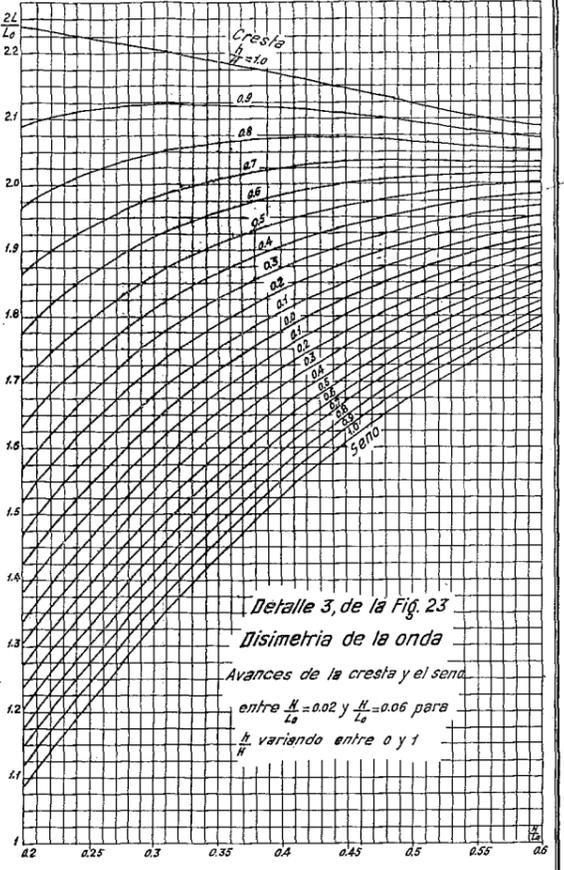
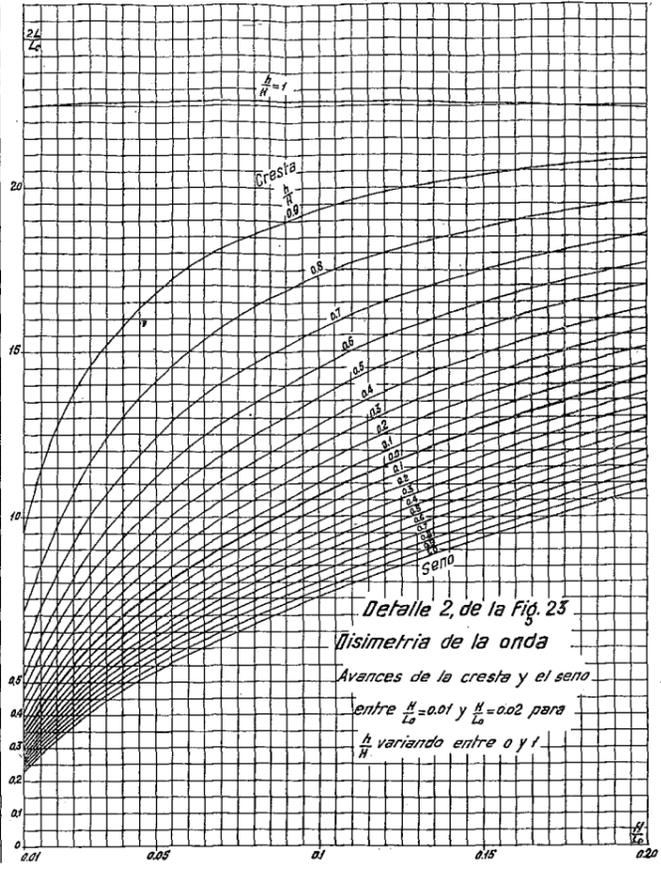
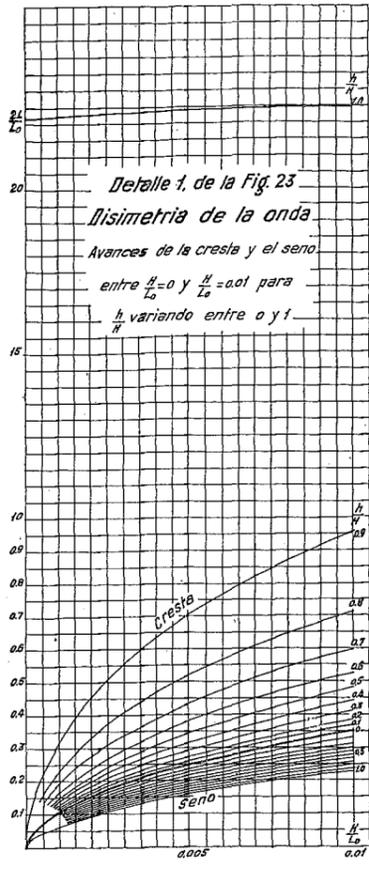
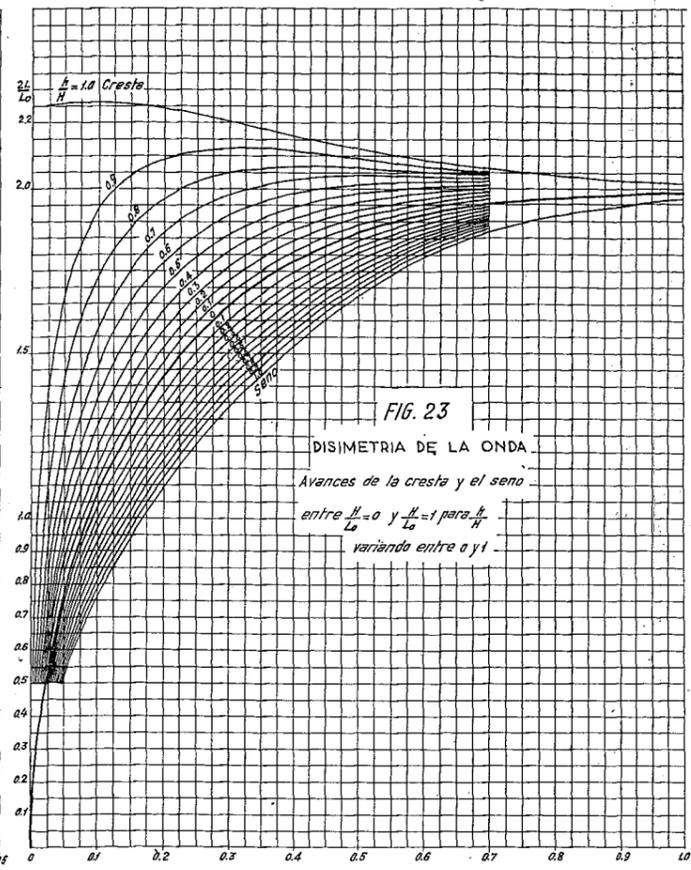
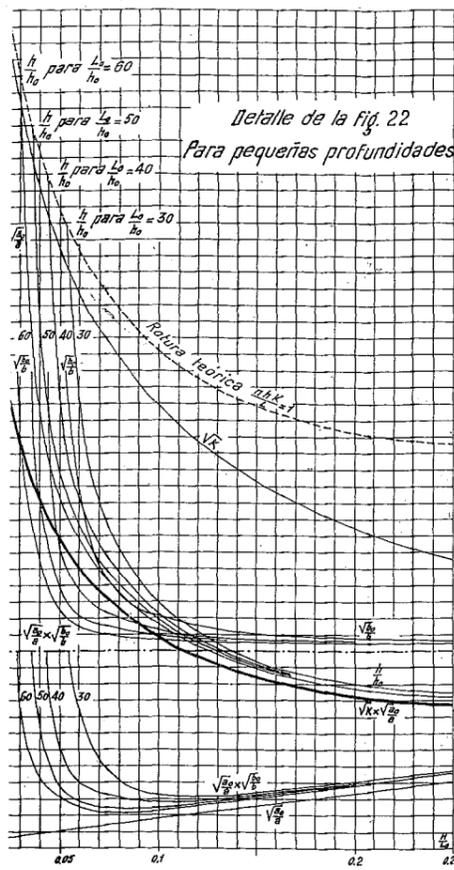
FIG. 23.

Disimetria de la onda	=	Dissymetrie de l'onde	=	Dissymmetry of the wave.
Avances de la cresta y del seno entre ... y ... para ... variando entre ...	=	Avances de la crête et du creux entre ... et ... pour ... variant entre ...	=	Advances of the crest and hollow between ... and ... varying from ...

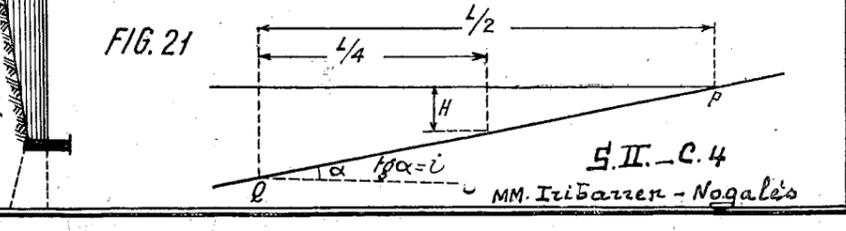
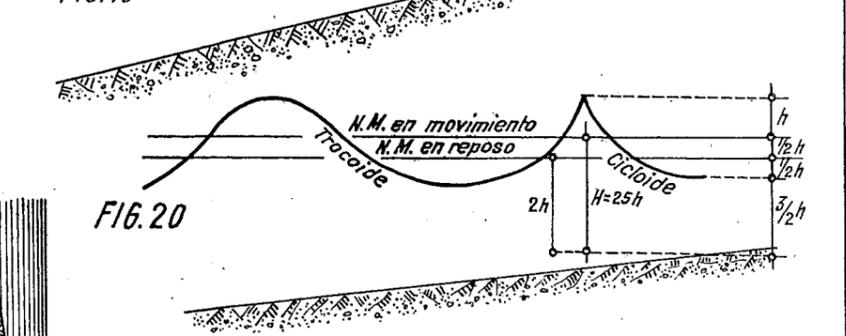
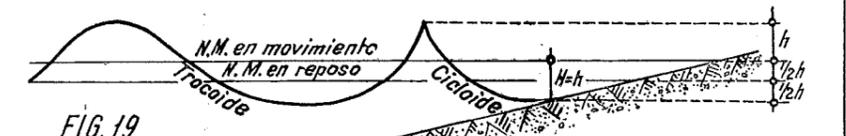
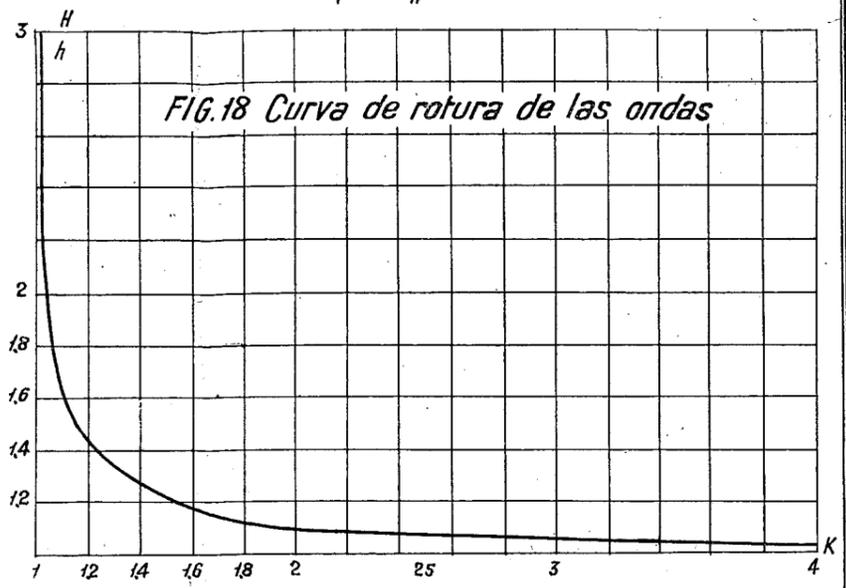
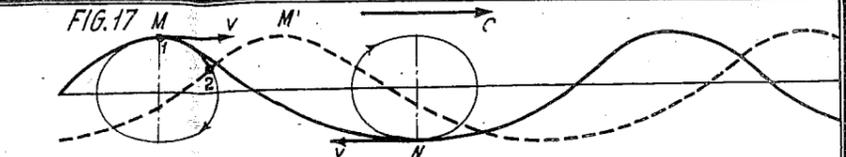
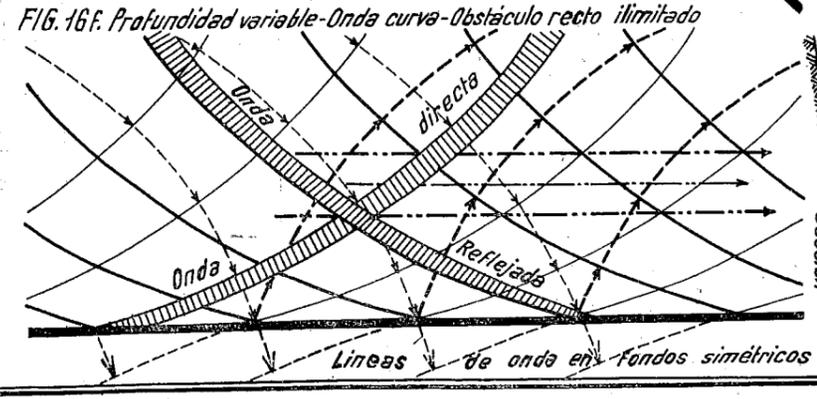
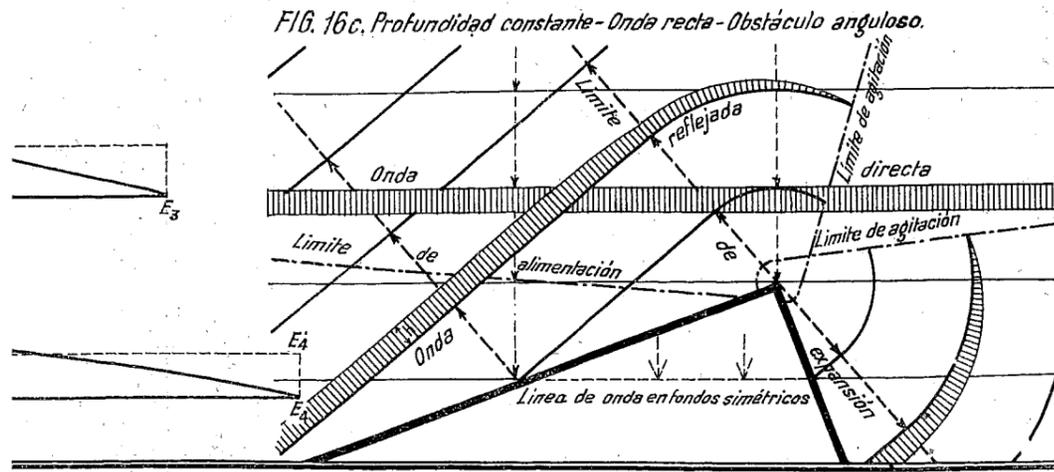
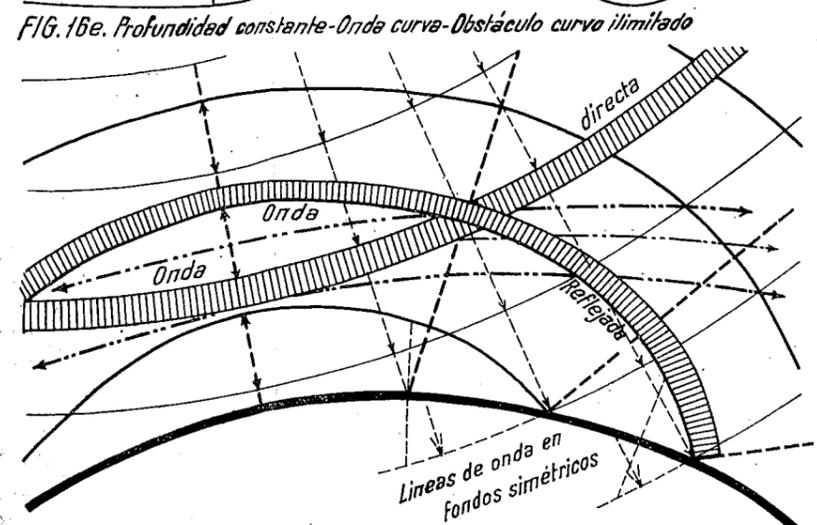
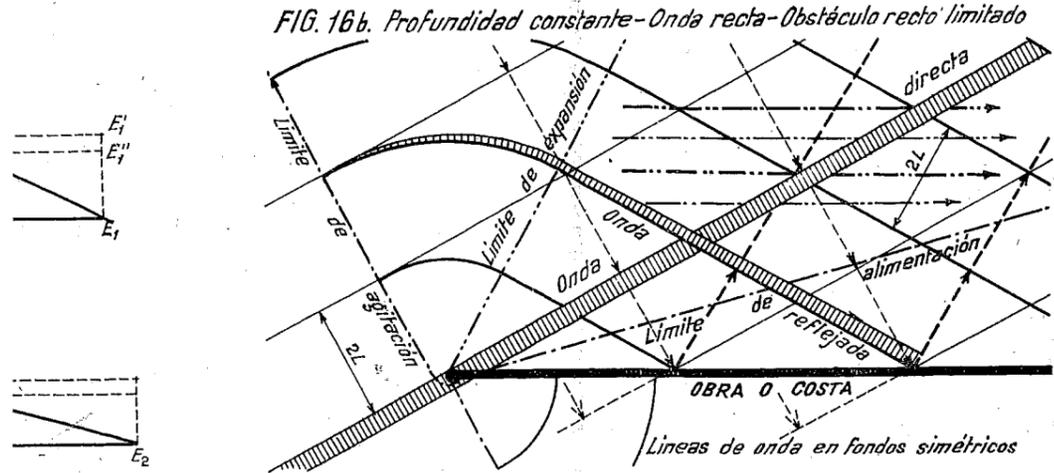
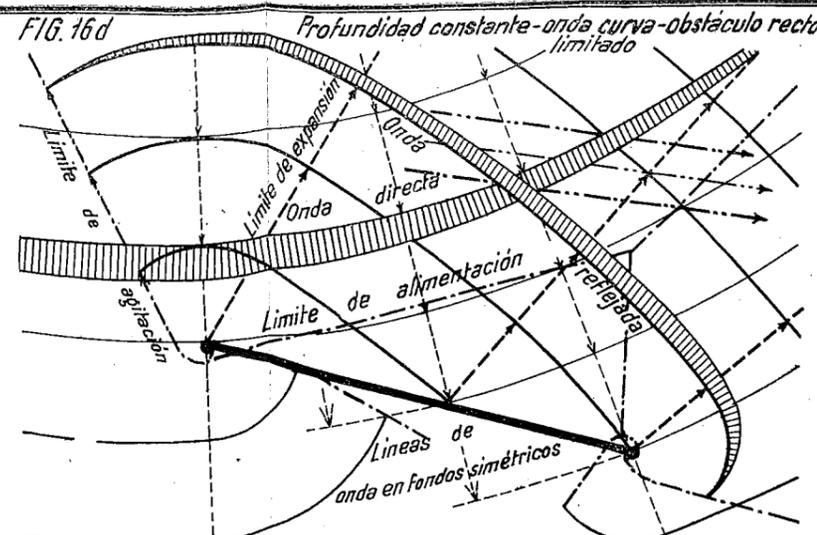
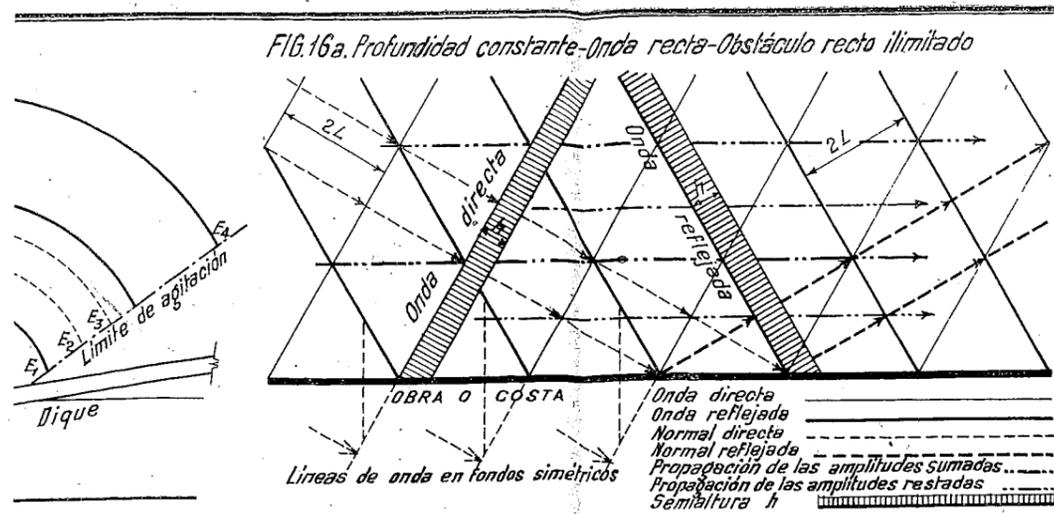
FIG. 24.

Consumo de energia	=	Consommation d'énergie	=	Energy consumption.
Disimetria de la Onda-Rotura	=	Dissymetrie de l'onde déferlante	=	Dissymmetry of the breaking wave.
Pendiente del fondo	=	Pente du fond	=	Slope of the bottom.
Ola componente	=	Houle composante	=	Composing wave.
Ola de calculo	=	Houle calculée	=	Calculated wave.
Longitud de la semionda posterior L_A — anterior L_A	=	Longueur de la demi-onde postérieure L_A — antérieure L_A	=	Length of posterior half wave L_A — anterior half wave L_A
Longitud de la semionda en 1ª aproximacion L	=	Longueur de la demi-onde en 1 ^{re} approximation L	=	Length of the half wave in first approximation L
Detalle de la fig. 24.	=	Détail de la fig. 24.	=	Detail of fig. 24.
Disimetria y rotura de la ola	=	Dissymetrie et déferlement de la houle	=	Dissymmetry and breaking of the wave.
Onda	=	Lame	=	Wave.
Cresta	=	Crête	=	Crest.
Onda en rotura	=	Lame déferlante	=	Breaking wave.





J. C. U. M. M. Tubaron. Nogales



TRADUCTION DU TEXTE ESPAGNOL DE LA PLANCHE.
TRANSLATION OF SPANISH WORDING ON PLATE.

FIG. 11', 12', 13'.

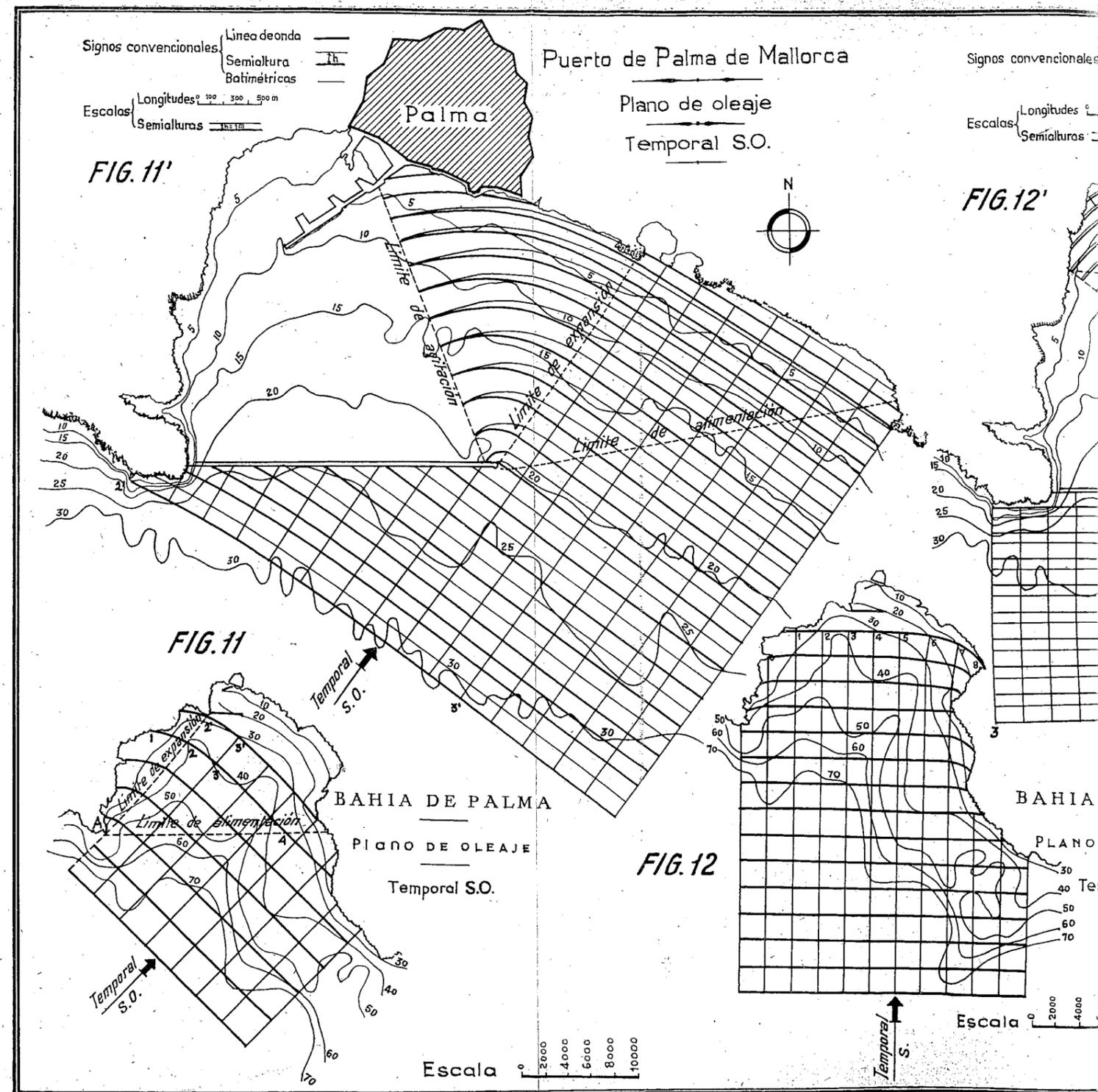
Puerto de Palma de Mallorca	= Port de Palma de Majorque	= Palma de Majorca Harbour.
Plano de oleaje	= Plan de houle	= Wave-plan.
Temporal ...	= Tempête ...	= ... gale.
Signos convencionales	= Signes conventionnels	= Conventional signs
Línea de onda	Ligne d'onde	Wave-line
Semialtura	Demi-hauteur	Half height
Batimétricas	Bathymétriques	Bathymetrics
Escalas { Longitudes Semialturas	= Echelle { Longueurs Demi-hauteurs	= Scale of { Lengths Half Heights
Limite de agitacion — de expansion — de alimentacion	= Limite d'agitation — d'expansion — d'alimentacion	= Limit of commotion — of expansion — of feeding.

FIG. 11, 12, 13.

Bahia de Palma	= Baie de Palma	= Palma Bay.
----------------	-----------------	--------------

FIG. 14.

Perfiles de ondas	= Profils d'onde	= Wave-profiles.
-------------------	------------------	------------------



ia de Mallorca

oleaje
al S.O.

Signos convencionales: Línea de onda —, Semialtura $\frac{1}{2}h$, Batimétricas —

Escala: Longitudes 0 100 300 500 m, Semialturas 1 m

FIG.12'

Puerto de Palma de Mallorca

Plano de oleaje
Temporal S.

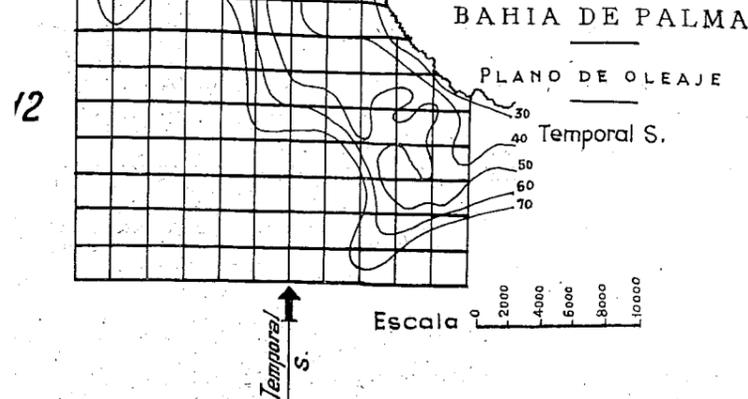
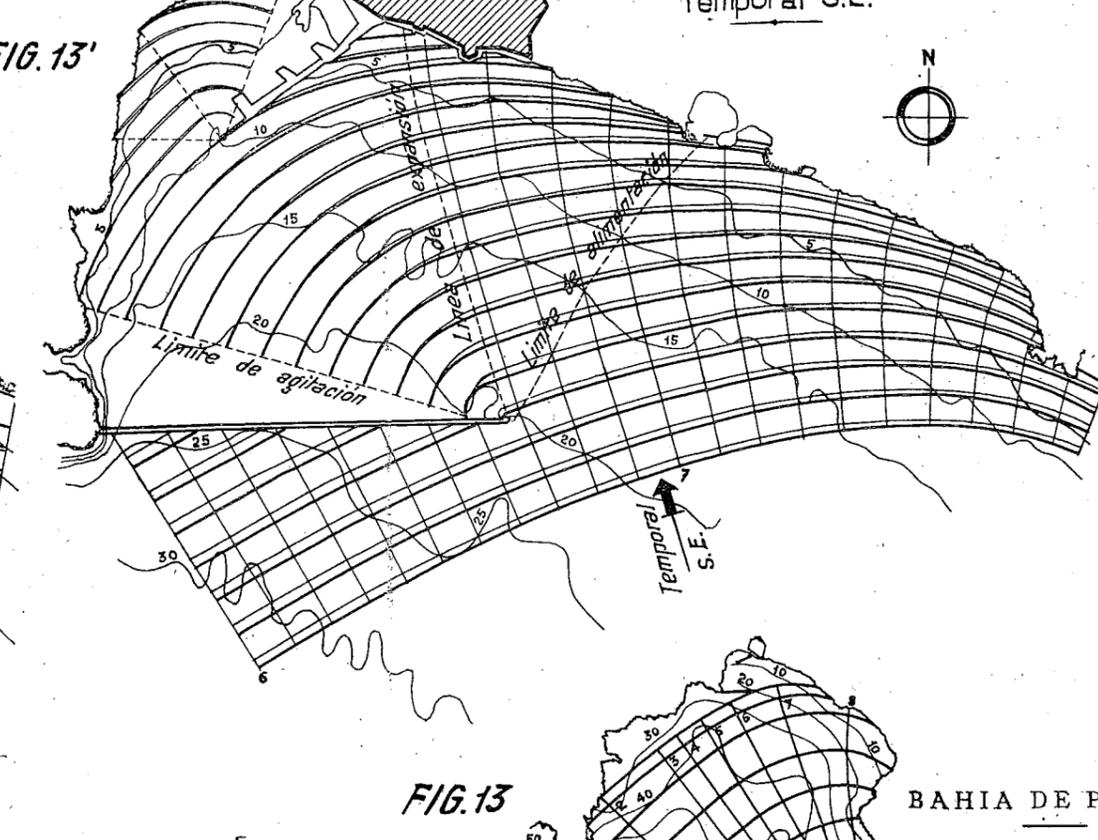
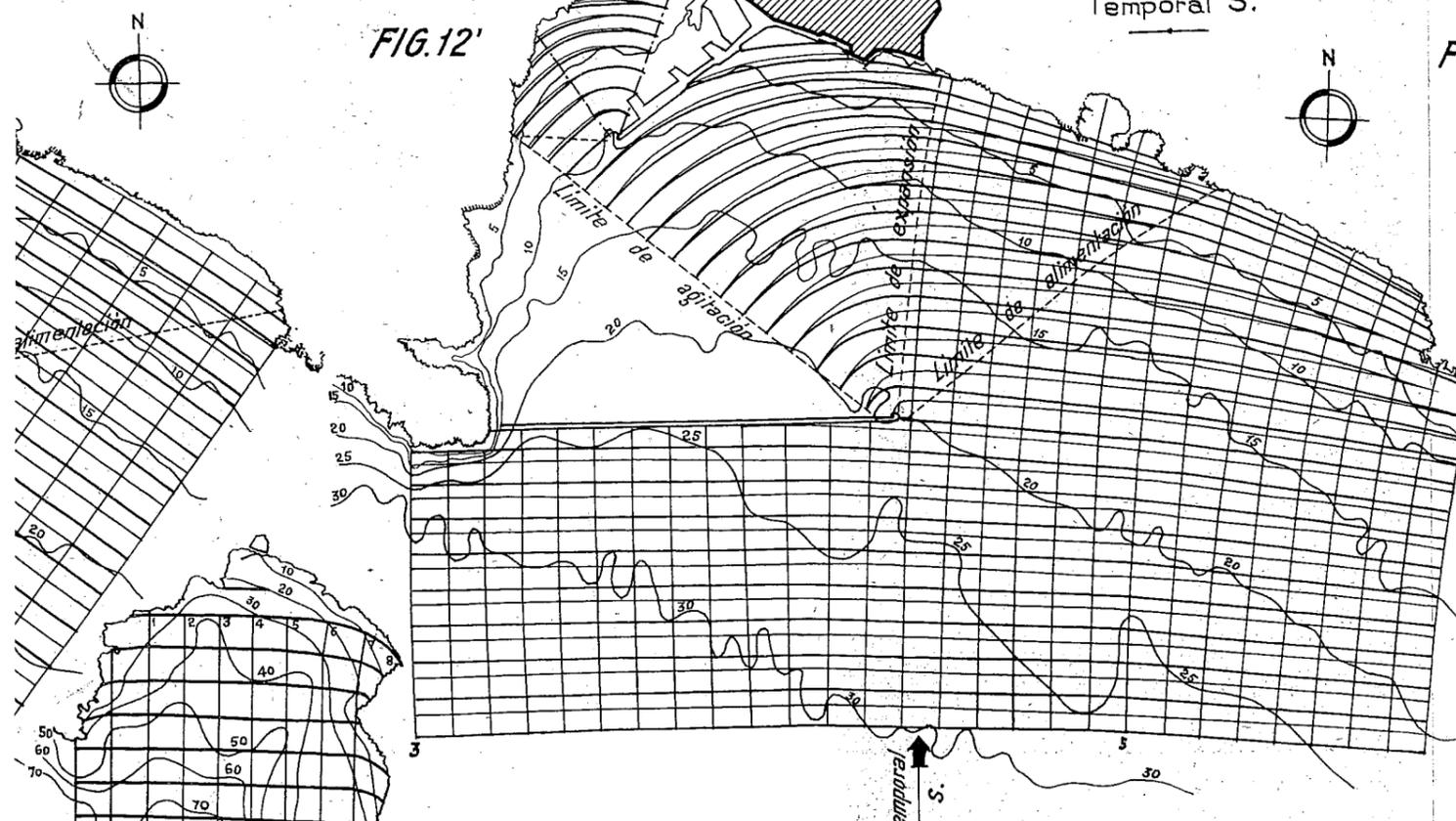
Signos convencionales: Línea de onda —, Semialtura $\frac{1}{2}h$, Batimétricas —

Escala: Longitudes 0 100 300 500 m, Semialturas 1 m

FIG.13'

Puerto de Palma de Mallorca

Plano de oleaje
Temporal S.E.



Perfiles de ondas
Fig.14

ESCALA

Longitudes 0 2000 4000 6000 8000 10000 m

Semialturas 1 m

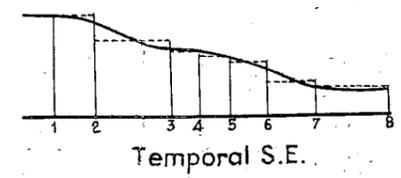
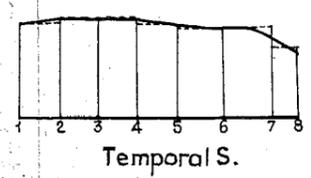
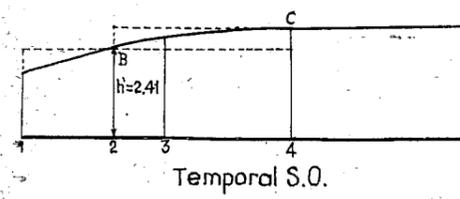


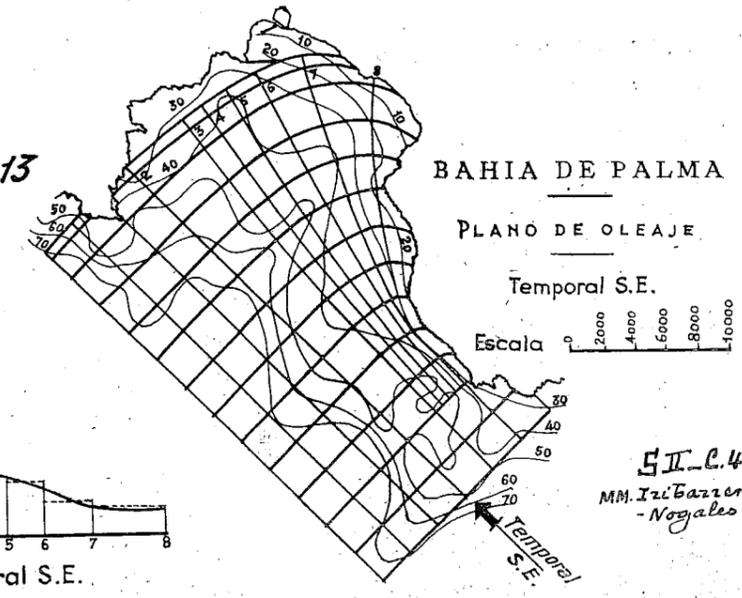
FIG.13

BAHIA DE PALMA

PLANO DE OLAJE

Temporal S.E.

Escala 0 2000 4000 6000 8000 10000



S.I.C.4.
MM. Izquierdo
- Nogales

TRADUCTION DU TEXTE ESPAGNOL DE LA PLANCHE.
TRANSLATION OF SPANISH WORDING ON PLATE.

is necessary to
e wave, in the
ce of the swell
harbour.
moreover cover
 $\sqrt[3]{F}$ should
wave calculated
ig the requisite
trary direction
it is seen that
sults that are

the trochoidal
of the advance
ths, as well as
ally interesting

heights at any
irst approxima-
advance of the
g of the length

versal direction
perpendiculars,
moment when
coast, and the
m the commo-
each instance.
alma Majorca;
are given.

a discussion of
and reflection
of the break-
he swell, which

riation of wave
esis of conser-

determined, as

s, taking as a
at Guipuzcoa,
to avoid them.
edure has been

and orientation
n are followed,
protective con-

, the sufficient
the coefficients
propagation.

second appro-

FIG. 1.
Longitud, altura, periodo y celeridad de la ola de alta mar en funcion del Largo (Fetch) = Longueur, hauteur, période et célérité de la houle de haute mer en fonction du Fetch = Length, height, period and translation velocity of swell of high water in function of the Fetch.
Viento maximo en funcion del Largo (Fetch) = Vent maximum en fonction du Fetch = Maximum wind in function of the Fetch.
Fetch en Kilometros = Fetch en Kilomètres = Fetch in Kilometres.
Detalle de la fig. 1 = Détail de la fig. 1 = Detail of fig. 1.

FIG. 2.
Altura de ola en funcion de la velocidad del viento y del largo (Fetch) = Hauteur de la houle en fonction de la vitesse du vent et du Fetch = Wave height in function of the wind velocity and of the Fetch.
Viento permanente opuesto al Fetch = Vent permanent opposé au Fetch = Permanent wind opposed to Fetch.
Altura de ola en metros = Hauteur de la houle en mètres = Wave height in metres.
Velocidad del viento real en Km/hora = Vitesse du vent réel en Km/h. = Velocity of real wind in Km/h.
V. max° posible = Vent maximum possible = Possible maximum wind.

FIG. 3.
Altura de la ola maxima en funcion del Largo (Fetch) y de la intensidad de los vientos permanentes = Hauteur de la houle maximum en fonction du Fetch et de l'intensité des vents permanents = Maximum wave-height in function of the Fetch and of the permanent winds intensity.

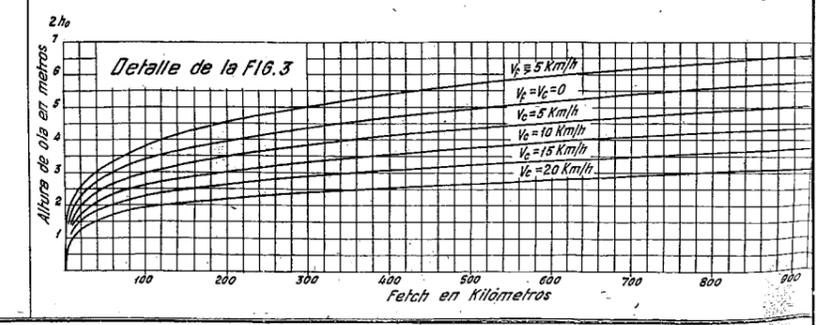
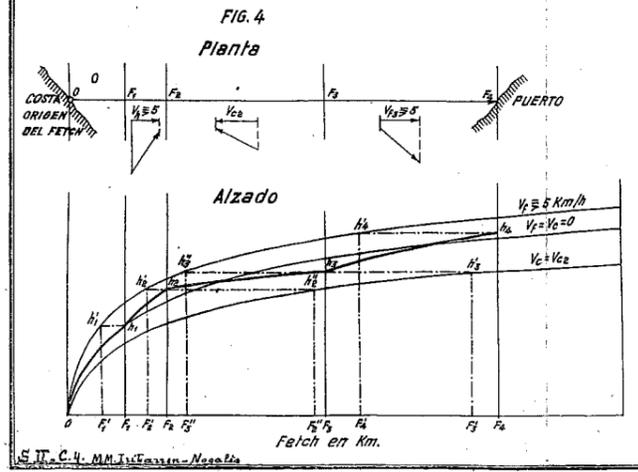
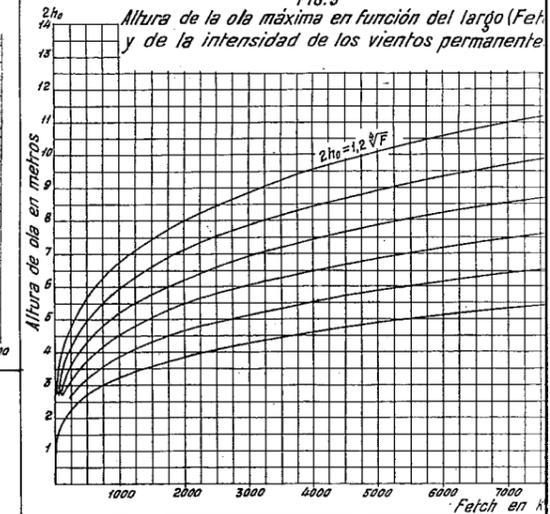
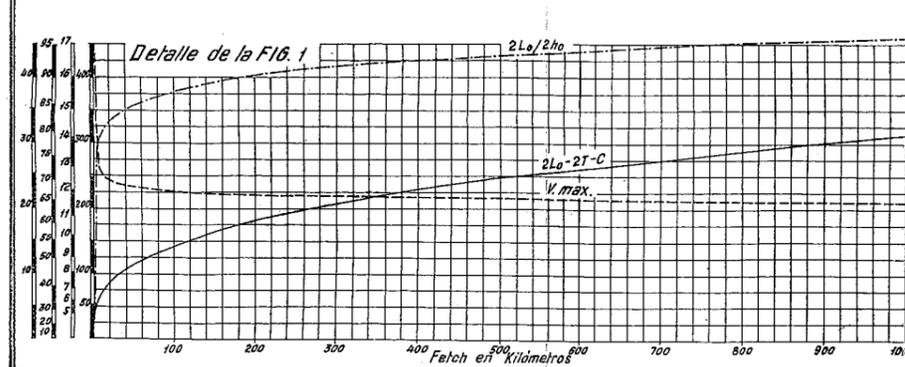
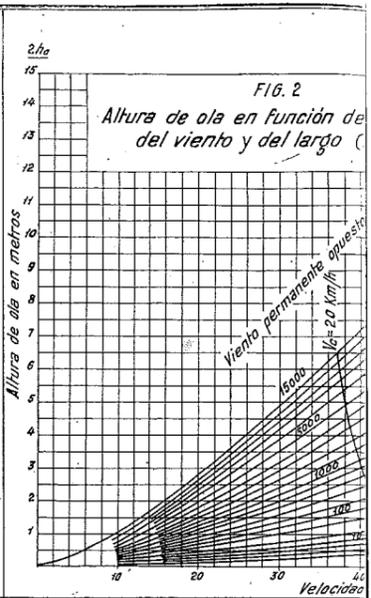
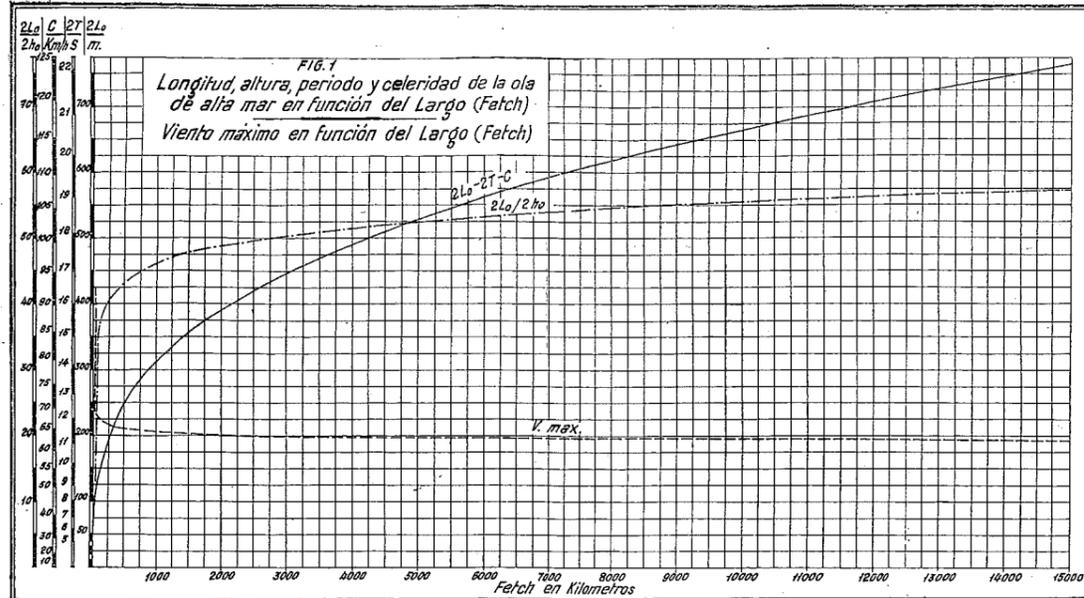
FIG. 4.
Planta = Plan = Plan.
Costa origine du Fetch = Côte origine du Fetch = Origin-coast of Fetch.
Puerto = Port = Harbour.
Alzado = Elévation = Elevation.

FIG. 5.
Caracteristicas de las ondas en profundidades reducidas = Caractéristiques des ondes en profondeurs réduites = Characteristics of waves in restricted depths (shallow water).
Profundidades relativas = Profondeurs relatives = Relative depths.

FIG. 6 & 7.
Lineas de onda = Lignes d'onde = Wave-lines.
Normales = Normales = Perpendiculars.
Direccion del temporal = Direction de la tempête = Direction of gale.
Obra o casta = Ouvrage ou côte = Structure or coast.

FIG. 8 & 9.
Temporal = Tempête = Gale.
Limite de la zona de alimentacion — de expansion — de agitacion = Limite de la zone d'alimentation — d'expansion — d'agitacion = Limit of feeding-zone — expansion-zone — commotion-zone.
Radian = Rayon = Radius.
Asintota = Asymptote = Asymptote.
Escalas Longitudes = Echelle des Longeurs = Horizontal scale.
Alturas = Echelle des Hauteurs = Vertical scale.
Tangente correspondiente = Tangente correspondante = Corresponding tangent.

FIG. 10.
Digue = Digue = Dike (breakwater).



S.T.C.4. MM. Inca... No... 20...

