

AEGEHANDELD

Rijkswaterstaat-DWW

zand-watermengselstromingen;
wiskundig model terrasvormig stort

Bagt. 432

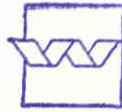
het storten van zand onder water, 6

deel I

hoofdrapport



1	geheim
2	niet ter inzage derden
<input checked="" type="checkbox"/>	niet ter inzage derden gedurende 10 jaar
<input checked="" type="checkbox"/>	openbaar

Z0299-1



bibliotheek
postbus 177 - 2600 MH Delft

waterloopkundig laboratorium | WL

	bibliotheek postbus 177 - 2600 MH Delft waterloopkundig laboratorium/WL
BB	3041
WL	Z 0299 - 1
EXPL	 R0004698

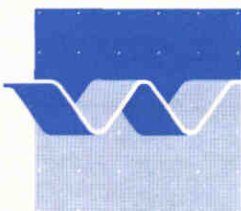
zand-watermengselstromingen; wiskundig model terrasvormig stort

Bagt. 432

het storten van zand onder water, 6

D.R. Mastbergen

deel I



waterloopkundig laboratorium | WL

INHOUDSOPGAVE DEEL I, HOOFDRAPPORT

LIJST VAN FIGUREN.....	3
SYMBOLENLIJST.....	5
DEFINITIES.....	7
HOOFDSTUK 1 SAMENVATTING, CONCLUSIES EN AANBEVELINGEN.....	10
HOOFDSTUK 2 INLEIDING.....	15
2.1 Opdracht.....	15
2.2 Fenomenologische beschrijving.....	17
2.2.1 Stortparameters.....	18
2.2.2 Morfologische tijdschaal.....	18
2.2.3 Beddingvormen.....	20
2.3 Inhoud rapport.....	23
HOOFDSTUK 3 WISKUNDIG MODEL.....	24
3.1 Inleiding.....	24
3.1.1 Doel en mogelijkheden.....	24
3.1.2 Karakteristiek van het zandtransport.....	25
3.2 Het stelsel vergelijkingen.....	26
3.2.1 Karakter van het stelsel.....	26
3.2.2 Aannamen bij de afleiding van het stelsel.....	29
3.3 Basisvergelijkingen.....	30
3.3.1 Bewegingsvergelijking.....	31
3.3.2 Continuïteitsvergelijking zand.....	32
3.3.3 Continuïteitsvergelijking water.....	34
3.4 Hydraulisch systeem.....	34
3.5 Morfologisch systeem.....	36
3.6 Rand- en aansluitvoorwaarden.....	38
3.6.1 Terras.....	40
3.6.2 Drempel.....	42

INHOUDSOPGAVE DEEL I (VERVOLG)

HOOFDSTUK 3

3.6.3	Stapje.....	43
3.6.4	Mengselsprong.....	45
3.7	Analytische uitwerking van het hydraulisch systeem.....	48
3.8	Uitbreidingen.....	50
3.8.1	Uitbreiding gespreide stroming.....	50
3.8.2	Uitbreiding voor dichtheidsstroming onder water..	51
3.8.3	Basisvergelijkingen.....	56
3.8.4	Hydraulisch systeem; algemeen.....	57

HOOFDSTUK 4

BEREKENINGSRESULTATEN.....60

4.1	Hydraulische berekeningen bovenwaterstort, Kantelgootproeven 47, 59.....	61
4.2	Morfologische berekeningen bovenwaterstort.....	64
4.3	Hydraulische berekeningen onderwaterstort.....	66
4.4	Morfologische berekeningen onderwaterstort, Stortproeven P04 t/m P08, Q01 t/m Q04.....	68
4.5	Berekeningen met spreiding.....	76

HOOFDSTUK 5

LITERATUURVERZICHT.....77

BIJLAGE A

AFLEIDING BASISVERGELIJKINGEN

A.1	Bewegingsvergelijking.....	1
A.2	Continuïteitsvergelijkingen.....	6
A.3	Hydraulisch systeem.....	10
A.4	Morfologisch systeem.....	14
A.5	Erosiefunctie.....	16

Voor verdere informatie over het gebruik van het rekenmodel wordt verwezen naar DEEL II, HANDLEIDING COMPUTERMODEL.

LIJST VAN FIGUREN

HOOFDSTUK 2

Fotoblad 1:	
foto 1	Luchtfoto zandstort
foto 2	Luchtfoto bovenwatersort met geulen
Fotoblad 2:	
foto 3	Geulvorming
foto 4	Terrasvorming; gespreid stort
Fig 2.1	Bovenwaterstort
Fig 2.2	Principeschets terrasvormig stort
Fig 2.3, 2.4	Beddingvormenregimes

HOOFDSTUK 3

Fig 3.1	Principeschets van 1 duin met randvoorwaarden
Fig 3.2	Hydraulisch evenwicht
Fig 3.3	Morfologisch evenwicht
Fig 3.4	Verhanglijnen met invloed erosie en sedimentatie
Fig 3.5a t/m e	Optreden terras en stapje in I, F vlak
Fig 3.6	Spreiding mengselstroom
Fig 3.7	Hydraulische berekening onderwaterstort
Fig 3.8	Rekenschema

HOOFDSTUK 4

Fig 4.1a	Berekening evenwichtshelling voor 120 μm
Fig 4.1b	Berekening evenwichtshelling voor 225 μm
Fig 4.2a	Gemeten en berekende duinvorm; Kantelgootproef 47
Fig 4.2b	Gemeten en berekende duinvorm; Kantelgootproef 59
Fig 4.3a t/m d	Berekening bovenwaterstort, hydraulisch evenwicht
Fig 4.4a, b	Idem, maar met hogere beginconcentratie
Fig 4.5a, b	Idem, maar met lagere beginconcentratie
Fig 4.6a, b	Idem, maar met grotere korreldiameter

Lijst van figuren (vervolg)

HOOFDSTUK 4

- Fig 4.7a t/m d Berekening bovenwaterstort morfologisch
(PRESENT-plots Cyber-versie)
- Fig 4.8a t/m d Idem (LOTUS-plots pc-versie)
- Fig 4.9a t/m d Gemeten en berekende stortontwikkeling;
Stortproef P09, hydraulische berekening
- Fig 4.10 Kritieke storthoogte voor zettingsvloeiing
- Fig 4.11a t/m d Gemeten en berekende stortontwikkeling;
Stortproef P04, morfologische berekening
- Fig 4.12a t/m d Idem, Stortproef P05
- Fig 4.13a t/m c Idem, Stortproef P06
- Fig 4.14a t/m d Idem, Stortproef P08
- Fig 4.15a t/m c Idem, Stortproef P09
- Fig 4.16a t/m c Idem, Stortproef Q01
- Fig 4.17a t/m d Idem, Stortproef Q02
- Fig 4.18a t/m d Idem, Stortproef Q03
- Fig 4.19a t/m e Idem, Stortproef Q04
- Fig 4.20a, b Berekening bovenwaterstort met spreidingshoek 30°
- Fig 4.21a, b Idem, met spreidingshoek 60°
- Fig 4.22a t/m c Berekening Stortproef P08 met spreiding

BIJLAGE A

- Fig A1 Impulsbeschouwing volumemootje dx
- Fig A2 Continuïteit zand en water
- Fig A3 Continuïteit bodem
- Fig A4 Sigmafuncties
- Fig A5 Erosiefunctie

Symbolenlijst

A, a	coëfficiënt erosiefunctie	(-)
A	wrijvingscoëfficiënt	(-)
B	coëfficiënt erosiefunctie	(-)
b	breedte	(-)
b_0	beginbreedte, bij $x = 0$	(m)
c	dieptegemiddelde zand-volumeconcentratie	(-)
c_0	beginconcentratie, bij $x = 0$	(-)
d, D	mediane korreldiameter	(m)
D*	korrelparameter	(-)
E	erosie	(kg/sm ²)
f_0	d'Arcy-Weisbach wrijvingscoëfficiënt	(-)
f_i	interne wrijvingscoëfficiënt	(-)
fk_i	verhouding interne- en bodemwrijvingscoëfficiënt	(-)
Fr	Froudegetal	(-)
Fr_0	Froudegetal bij $x = 0$	(-)
Fr_i	intern Froudegetal	(-)
g	versnelling zwaartekracht	(m/s ²)
h	mengseldiepte	(m)
i, i_{gem}	lokale of gemiddelde bodemhelling	(-)
I	lokale bodemhelling	
K, K_1	erosiesnelheid	(m/s)
K_2	zandverliessnelheid	(m/s)
K_3	entrainment- of aanzuigsnelheid	(m/s)
L	lengte	(m)
n	poriëngehalte bodem	(-)
q	specifiek mengseldebiet	(m ² /s)
q_0	specifiek mengseldebiet bij $x = 0$	(m ² /s)
Q, Q_{tot}	totaal mengseldebiet	(m ³ /s)
r_0	spreidingsstraal	(m)

Symbolenlijst (vervolg)

rk_2	factor voor zandverliessnelheidsfunctie	(-)
rk_3	factor voor entrainmentsnelheidsfunctie	(-)
s	specifiek zandtransport	(kg/sm)
S	sedimentatie	(kg/sm ²)
S_{tot}	totale zandproductie	(kg/s)
S, S_1, S_2, S_3	stromings- en dichtheidsparameters	(-)
t	tijdcoördinaat	(s)
T	temperatuur	(°C)
u	dieptegemiddelde mengselstroomsnelheid	(m/s)
u^*	schuifspanningssnelheid	(m/s)
v_{erosie}	erosiesnelheid	(m/s)
v_{zand}	zandverliessnelheid	(m/s)
v_{ent}	entrainment- of aanzuigsnelheid	(m/s)
w_0	valsnelheid enkel deeltje	(m/s)
w_s	valsnelheid in suspensie	(m/s)
x	horizontale plaatscoördinaat	(m)
z	vertikale plaatscoördinaat	(m)
z_b	bodemligging	(m)
z_{b0}	bodemligging bij $x = 0$	(m)
z_v	potentieel zandverlies	(kg/sm ²)

Griekse symbolen

α	hoek stapje	(°)
β	hoek terras	(°)
Δ	relatieve korreldichtheid	(-)
ϵ	relatieve mengseldichtheid	(-)
ϕ	hoek natuurlijk talud	(°)

Griekse symbolen (vervolg)

ψ	spreidingshoek	($^{\circ}$)
Φ	erosieparameter	(-)
μ	dynamische viscositeit	(kg/sm)
ρ_m	dichtheid mengsel	(kg/m ³)
ρ_s	dichtheid zand	(kg/m ³)
ρ_w	dichtheid water	(kg/m ³)
$\sigma, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	dichtheidsparementers	(-)
θ	schuifspanningsparementer	(-)
τ_0	bodemschuifspanning	(Pa)
τ_i	interne schuifspanning	(Pa)
ν	kinematische viscositeit	(m ² /s)
χ	plaatscoördinaat langs gemiddelde bodemhelling	(m)
ζ	plaatscoördinaat loodrecht op gemiddelde bodemhelling	(m)

Definities

A	$= (f_0 + f_i) / 8$	totale wrijvingscoëfficiënt	(-)
D*	$= D \sqrt[3]{\frac{\Delta \rho}{\rho \nu^2}}$	korreleparementer	(-)
Fr	$= \frac{u}{\sqrt{(g h)}}$	Froudegetal	(-)
Fr _i	$= \frac{u}{\sqrt{(e g h)}}$	intern Froudegetal	(-)
F	$= Fr^2, Fr_i^2$	Froude ²	(-)
fk _i	$= f_i / f_0$	verhoudingsfactor wrijving	(-)

Definities (vervolg)

h_{gr}	$= \sqrt[3]{\left(\frac{q^2}{g}\right)}$	grensdiepte	(m)
h_e	$= \sqrt[3]{\left(\frac{f_0 q^2}{8 g i}\right)}$	evenwichtsdiepte	(m)
I	$= - dz_b / dx$	bodemhelling	(-)
K_1	$= v_{erosie} = K$	erosiesnelheid	(m/s)
K_2	$= z_v / \rho_s = v_{zand}$	zandverliessnelheid	(m/s)
K_3	$= v_{ent}$	entrainmentsnelheid	(m/s)
q	$= u h = \frac{Q}{b}$	specifiek mengseldebiet	(m ² /s)
Q_0	$= q_0 b_0$	totaal mengseldebiet	(m ³ /s)
s	$= \rho_s q c$	specifiek zandtransport	(kg/sm)
S_0	$= \rho_s Q_0 c_0$	totale zandproductie	(kg/s)
S_1	$= \sigma_1 (1/2 + F) + 2 F = S$ een parameter		(-)
S_2	$= \sigma_2 (1/2 + F) + 2 F$ idem		(-)
S_3	$= \sigma_3 (1/2 + F) - 2 F$ idem		(-)
	τ_0		
u^*	$= \sqrt{\left(\frac{\tau_0}{\rho_m}\right)}$	schuifspanningssnelheid	(m/s)

Definities (vervolg)

v_{entr}	$= rk_3 u Fr_i^2$	entrainmentsnelheid	(m/s)
v_{zand}	$= rk_2 f_i u c$	zandverliessnelheid	(m/s)
z_v	$= \rho_s v_{zand} = rk_2 \rho_s f_i u c$	potentieel zandverlies	(kg/sm ²)
Δ	$= \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_w}$	relatief dichtheidsverschil zand	(-)
Φ	$= \frac{E}{\rho_s \sqrt{(\Delta g D)}}$	een erosieparameter	(-)
ρ_m	$= \rho_w (1 + \Delta c)$	mengseldichtheid	(kg/m ³)
σ_1	$= \frac{\Delta (1 - n - c)}{1 + \Delta c} = \sigma$	dichtheidsparameter	(-)
σ_2	$= \frac{\Delta (1 - c)}{1 + \Delta c}$	dichtheidsparameter	(-)
σ_3	$= \frac{\Delta c}{1 + \Delta c} (= \epsilon)$	dichtheidsparameter	(-)
θ	$= \frac{u_*^2}{\Delta g D}$	schuifspanningsparameter	(-)
τ_0	$= - \frac{1}{8} f_0 \rho_m u^2$	bodemschuifspanning	(Pa)
τ_i	$= - \frac{1}{8} f_i \rho_m u^2$	interne schuifspanning	(Pa)

1 SAMENVATTING, CONCLUSIES EN AANBEVELINGEN

Samenvatting

Om de processen die optreden bij de stroming van een zand-watermengsel over een terrasvormig boven- of onderwaterstort te simuleren, is een wiskundig model ontwikkeld. Het stort wordt hierbij geschematiseerd tot een aaneengesloten serie duinen, elk bestaande uit een terras, een stapje en een mengselsprong. Het model beschrijft het verloop van sedimentatie en erosie, bodemligging, mengseldiepte, stroomsnelheid, zandtransport en nog een aantal andere grootheden van de mengselstroom, als functies van plaats en tijd en als functie van de in te voeren stortparameters, zoals korreldiameter en zandproductie. Tevens kan de evenwichtshelling van het stort berekend worden, de helling waarbij geen netto erosie of sedimentatie optreedt.

Het wiskundig model bestaat uit een stelsel van 4 differentiaalvergelijkingen met rand- en beginvoorwaarden en heeft een 1-dimensionaal, niet-uniform, quasi-stationair karakter. Een aantal fysische processen, welke speciaal bij hooggeconcentreerde zand-watermengselstromingen van belang zijn, zoals de invloed van de concentratie op de erosie en de sedimentatie en de invloed van concentratieveranderingen op impuls- en volumebalans, zijn in de modellering meegenomen. Hierbij is o.m. gebruik gemaakt van experimentele kennis, verkregen bij eerder uitgevoerde proeven in de kantelgoot en in de Cuttergoot met betrekking tot de stroming van zand-watermengsels op boven- en onderwaterstorts.

Met behulp van een aantal oplosroutines is een numeriek model ontwikkeld, dat operationeel is op een PC. Met dit numerieke model (ZSTORTOW) kunnen hydraulische of morfologische berekeningen uitgevoerd worden, d.w.z. berekeningen van een heel stort, bestaande uit meerdere duinen achter elkaar of de ontwikkeling van één duin in de tijd. Verder kan de berekening voor een boven- of onderwaterstort uitgevoerd worden en kan er desgewenst een bepaalde spreidingshoek ingevoerd worden. Met een apart model (ZSTORTEV) kan de evenwichtshelling berekend worden, behorende bij de ingevoerde stortparameters. Een handleiding bij het computermodel wordt gegeven in deel II van het voorliggende rapport.

Met het numerieke model zijn een aantal simulatieberekeningen uitgevoerd, waarvan de resultaten grafisch zijn weergegeven in een serie figuren. Een aantal kantelgootproeven en alle stortproeven in de Cuttergoot zijn nagerekend. Ook is de invloed van een gespreide stroming onderzocht. Geconcludeerd kan worden, dat de hydraulische en morfologische processen goed weergegeven worden. Echter, wanneer grondmechanische processen de stortontwikkeling gaan domineren verliest het model zijn geldigheid.

Conclusies

De volgende conclusies kunnen worden geformuleerd:

1. Met het gepresenteerde wiskundige model kan de ontwikkeling van een terrasvormig zandstort onder invloed van een hooggeconcentreerde zand-watermengselstroming, als functie van stortparameters zoals zandproductie en korreldiameter, goed gesimuleerd worden. Een aantal relevante fysische verschijnselen, karakteristiek voor hooggeconcentreerde zand-watermengselstromingen, zijn in de modellering meegenomen, zoals afwisselend sub- en superkritische stroming, mengselsprongen, sedimentatie en erosie bij hoge concentraties en de effecten van dichtheidsveranderingen op impuls- en volumebalans (zie paragrafen 3.1 en 3.2). Deze verschijnselen doen zich ook in mindere of meerdere mate voor bij aanverwante processen als troebelingsstromen, zandtransport bij hoge stroomregimes, zettingsvloeiïngen en bresvorming, zie paragrafen 4.1, 4.2, 4.3 en 4.4.
2. Het verloop van mengseldiepte, stroomsnelheid, concentratie en zandtransport van de mengselstroom over het stort kan met het model gedetailleerd berekend worden, evenals karakteristieke kenmerken van het terrasvormige stort, zoals terraslengte en duinvoortplantingssnelheid. De resultaten zijn vergeleken met prototype- en laboratoriummetingen [10, 17, 25, 20]. De overeenkomsten zijn goed (zie paragrafen 4.1 en 4.2).
3. Met een aparte versie van het computermodel (ZSTORTEV, zie ook deel II) kan de evenwichtsstorthelling boven- of onder water berekend worden, als

functie van de stortparameters. De proeven in de kantelgoot, betreffende een mengselstroom boven water, zijn met het model nagerekend. De gevonden evenwichtshellingen komen goed overeen met de metingen (paragraaf 4.1).

4. Met het model kan een gevoeligheidsanalyse uitgevoerd worden en kunnen ook allerlei niet experimenteel beproefde situaties doorgerekend worden. Door vergelijking van de resultaten met metingen kan gevoel ontwikkeld worden t.a.v. de waarden van de invoerparameters waarmee de praktijksituatie het best beschreven wordt. Tevens kunnen de grenzen van de toepasbaarheid, voorzover nog niet bekend, verkend worden (zie paragraaf 3.6 en deel II). Uit de berekeningen blijkt onder meer, dat de typerende terrassenstructuur verdwijnt bij hoge specifieke debieten, wat ook in werkelijkheid is waargenomen.

5. Met de algemene versie van het model (ZSTORTOW, zie ook deel II) kan de ontwikkeling van één duin in de tijd (morfologische optie) of de ontwikkeling van een heel stort, bestaande uit meerdere duinen achter elkaar, in langsrichting (hydraulische optie), al of niet in evenwicht, berekend worden (paragrafen 3.4 en 3.5). De berekening kan voor een boven- of een onderwaterstort uitgevoerd worden en al of niet met spreiding (paragraaf 3.8). Uit de uitgevoerde berekeningen blijkt, als resultaat van de hydraulische optie van ZSTORTOW, dat het stort bij overwegend sedimentatie of erosie een holle of bolle vorm gaat vertonen; in een evenwichtssituatie is het stort recht (paragraaf 4.1). De berekende duinvoortplantingssnelheden, een resultaat van de morfologische optie van ZSTORTOW, komen overeen met veld- en gootwaarnemingen [20, 25].

6. De stortproeven in de Cuttergoot zijn met de morfologische onderwateroptie (van ZSTORTOW) nagerekend (paragrafen 4.3 en 4.4). De berekende stortontwikkeling in het beginstadium van de proeven en het verloop van de concentratie en de mengselstroomsnelheid in de goot, evenals de karakteristieke sedimentatielengte, komen goed overeen met de waarnemingen [28, 30]. Bij de proeven bleek echter, dat grondmechanische verschijnselen, zoals zettingsvloeiingen en de vorming van steile bressen, dominant werden wanneer het stort een bepaalde kritieke hoogte bereikte. Deze verschijnselen kunnen niet met het model berekend worden. Uit de resultaten

kan wel afgeleid worden wanneer grondmechanische instabiliteiten verwacht kunnen worden, bijvoorbeeld met behulp van de kentallen, zoals geformuleerd bij het laboratoriumonderzoek [28].

7. Met de spreidingsoptie van het model kunnen de resultaten van de stortproeven, uitgevoerd in de 0,5 m brede Cuttergoot, geëxtrapoleerd worden naar een situatie met een over grotere breedte spreidende mengselstroom (paragraaf 4.5). Uit de berekeningen blijkt dat de sedimentatielengte in dat geval sterk afneemt, waardoor het stort in sterkere mate versteilt en grondmechanische instabiliteiten eerder zullen optreden.

Aanbevelingen

De volgende aanbevelingen kunnen worden geformuleerd:

1. Aanbevolen wordt een gevoeligheidsanalyse uit te voeren, door berekeningen uit te voeren met variatie van de in te voeren stortgrootheden, zoals debiet, concentratie, korreldiameter, Froudegetal, temperatuur enz. Dit kan inzicht geven in het fysische gedrag van een zand-watermengselstroming op een stort. In paragraaf 4.1 is bijvoorbeeld de invloed van het specifiek debiet op de evenwichtshelling boven water nagerekend. Daarnaast kan hiermee de gevoeligheid van het rekenmodel voor variatie van allerlei in te voeren coëfficiënten en experimenteel bepaalde constanten bepaald worden (zie ook conclusie 5).

2. Aanbevolen wordt de gebruikte erosiefunctie (Bijlage A, paragraaf A.5) in grondmechanische zin zodanig uit te breiden, zie bijvoorbeeld [23], dat ook situaties met grondwateronderspanningen doorgerekend kunnen worden. Dergelijke situaties kunnen zich voordoen op het eroderende stapje bij iets minder losgepakte zanden, zoals bij het storten en bressen van zand, waarbij de taludhelling steiler dan het natuurlijk talud kan worden.

3. Het numerieke model is toegespitst op toepassing op een terrasvormig stort. Het gebruikte stelsel vergelijkingen is in principe ook geschikt

voor het berekenen van andere typen stromingen waarbij dichtheidsverschillen, sedimentatie en erosie van belang zijn, zoals troebelingsstromen (turbidity currents, zie bijv. paragraaf 3.7), geconcentreerde slib-watermengsel-stromingen en zand-watermengselstromingen onder andere condities (verticaal pijpstorten met spreiding rondom, opspuiten langs een begintalud). Aanbevolen wordt de aansluit- en randvoorwaarden van het numerieke model zodanig aan te passen, dat ook deze andere situaties doorgerekend kunnen worden (zie ook conclusie 3).

4. Met de morfologisch optie kan zolang doorgerekend worden als numeriek of fysisch-hydraulisch gezien mogelijk is. Het is mogelijk dat het zo ontstane stort in grondmechanische zin al eerder instabiel is geworden. Door middel van grondmechanische criteria (bijvoorbeeld kentallen voor zettingsvloeiingen, zie conclusie 7, paragraaf 4.4) kan deze instabiliteit vastgesteld worden. Zomogelijk kan met een grondmechanisch model het verloop van de zettingsvloeiing berekend worden, waarna met de nieuw ontstane bodemligging weer verder gerekend kan worden met het morfologische model, enz. De grondmechanische criteria zijn echter nog niet voldoende kwantitatief van aard dat deze zinvol in de modellering kunnen worden opgenomen. Nader onderzoek naar deze criteria wordt daarom aanbevolen.

2 INLEIDING

2.1 Opdracht

In 1984 is door de toenmalige Deltadienst van Rijkswaterstaat het meerjarenonderzoek MODVLO opgestart. Het doel van dit onderzoek is het verkrijgen van meer inzicht in het gedrag van hoog-geconcentreerde zand-watermengselstromingen, zoals deze optreden in de praktijk, met name bij het opbouwen van zandlichamen met behulp van persleidingen. Ten gevolge van de toename van de productie- en transportcapaciteit van het moderne baggermateriaal, is de mogelijkheid van het opspuiten van grootschalige zandlichamen meer en meer in de belangstelling komen te staan. Hierbij kan gedacht worden aan zanddammen, strandsuppleties en kunstmatige eilanden in zee, en bouwterreinen en wegen op land. Directe aanleiding voor het opstarten van het MODVLO-project waren de zandsluitingen van de Compartimenteringsdammen in de Oosterschelde, gerealiseerd in 1986 en 1987. Naast direct toepasbare resultaten ten behoeve van deze werken, had het onderzoek tot doel het verkrijgen van een meer fundamenteel inzicht in de fysische processen, welke een rol spelen bij de stroming van het zand-watermengsel en de opbouw van het zandlichaam, als gevolg van sedimentatie van zand uit de mengselstroom. Deze kennis, gecombineerd met de vele praktijkervaringen opgedaan bij de uitvoering van de zandsluitingen, biedt de mogelijkheid om toekomstige werken in Nederland of daarbuiten, zowel in de ontwerp- als in de uitvoeringsfase, efficiënter wat betreft kosten en kwaliteit te realiseren.

Het MODVLO onderzoek is, in opdracht van Rijkswaterstaat, Dienst Weg- en Waterbouwkunde, gezamenlijk uitgevoerd door het Waterloopkundig Laboratorium, de Technische Universiteit Delft en Grondmechanica Delft. Op de Technische Universiteit Delft is in het kader van het MODVLO programma al in 1986 een aanzet gegeven op de wiskundige modelontwikkeling van de mengselstroom op een terrasvormig stort [16], (zie fig. 2.1 en 2.2).

Het doel van een wiskundig model voor een zandstort was in eerste instantie de simulatie van het op een bovenwaterstort van een zandsluiting waargenomen patroon van duinen, met afwisselend sub- en superkritische

mengselstroming en mengselstrongen, waar meer algemene stortkenmerken, zoals de gemiddelde helling uit afgeleid kunnen worden.

Na een verkennend experimenteel onderzoek [15] en een uitgebreide literatuurstudie [14] in 1985, is op WL in 1986 een meer kwantitatief experimenteel onderzoek uitgevoerd betreffende de stroming van een zand-watermengsel op een bovenwaterstort [20]. Dit onderzoek is uitgevoerd in een 7 m lange kantelgoot, met specifieke mengseldebieten tot $0,15 \text{ m}^2/\text{s}$ en zand-volumeconcentraties tot meer dan 30 %. Tegelijkertijd is toen met de wiskundige model-ontwikkeling van de zand-watermengselstroming begonnen, [21]. Het doel van dit wiskundig model is een gedetailleerde simulatie van het op een bovenwaterstort van een zandsluiting en in de kantelgoot van WL waargenomen patroon van duinen. Met dit model kan vervolgens worden aangegeven wat de invloed is van de in de praktijk belangrijke stortparameters, zoals mengseldebiet, concentratie, korreldiameter, stortbreedte, temperatuur e.d. op de resulterende ontwikkeling van het bovenwaterstort. Van belang zijn daarbij bijv. de gemiddelde storthelling en het verloop van het zandtransport, wat bepaalt of er sprake is van netto sedimentatie of netto erosie van het stort, of van een evenwichtssituatie. Weliswaar geven de experimentele studies al antwoorden in deze richting, maar met een simulatiemodel kunnen ook allerlei niet beproefde situaties doorgerekend worden.

De modelontwikkeling, waarvan het voorliggende verslag een resultaat is, heeft sedertdien parallel gelopen aan de verdere experimentele onderzoeksactiviteiten. Zodoende konden steeds de laatste experimentele resultaten en inzichten verwerkt worden. In 1987 is, mede in opdracht van de Combinatie Speurwerk Baggertechniek en in samenwerking met Grondmechanica Delft, het experimentele onderzoek op WL voortgezet in een grootschalige faciliteit, de 32 m lange en 2,5 m diepe Cuttergoot, gericht op de zand-watermengselstroming op een onderwaterstort en de resulterende stortontwikkeling [28]. In 1988 is aan het onderzoek Storten van Zand nog een vervolgonderzoek toegevoegd, uitgevoerd met een grovere zandsoort [30]. Er konden specifieke zandproducties tot maximaal 80 kg/sm gerealiseerd worden, bij een stortdiepte van 2 m.

Na deze proeven, medio 1988, is de model-ontwikkeling weer ter hand genomen [26] en is het doel van de werkzaamheden verruimd, in de zin dat getracht zou worden ook de onder-waterstort situatie te simuleren. Met

het model is dat mogelijk, zolang de grondmechanische verschijnselen niet dominant zijn. De resultaten van het experimenteel onderzoek hebben inzicht gegeven onder welke omstandigheden dit het geval zal zijn. Om de gehele stortontwikkeling onder water te simuleren is er naast het model van de mengselstroom een grondmechanisch model nodig, dat het gedrag van het reeds gesedimenteerde zandlichaam beschrijft, bijv. in het geval van een zettingsvloeiing.

Een verdere uitbreiding van het model, dat inmiddels is omgezet in een PC-versie, is de mogelijkheid tot de simulatie van een spreidende mengselstroom. Aan de hand van metingen ten tijde van de zandsluitingen [10, 12] bestond de indruk, dat een spreiding zich voordoet op het onderwaterstort. Met het aldus uitgebreide model kunnen de experimenteel verkregen resultaten, betrekking hebbend op een stroming in een goot met constante breedte, getransformeerd worden naar een situatie met spreiding.

In de volgende paragrafen wordt het verschijnsel van een terrasvormig stort, waarvan het model een simulatie geeft, in kwalitatieve zin nader omschreven, op grond van natuurwaarnemingen en literatuurgegevens. Verder worden de mogelijkheden van en de werkwijze met het model en de verdere inhoud van het rapport beschreven. De modelontwikkeling, de berekeningen en de rapportage zijn uitgevoerd door ir. D.R. Mastbergen. De ontwikkeling van de rekenroutines en de programmering is uitgevoerd door ing. A.A. van Rij en de projectleiding is verzorgd door ir. J.C. Winterwerp.

2.2 Fenomenologische beschrijving

Wanneer men tijdens de uitvoering van een opspuitwerk op het stort rondloopt (voorzover mogelijk zonder direct levensgevaar!) en de processen waarneemt, die zich voordoen bij de interactie tussen zand en water, zijn er twee opvallende verschijnselen te onderscheiden. Het eerste heeft betrekking op de vorm van het stort als geheel, het tweede, meer gedetailleerd bekeken, op het patroon van bodemvormen, dat zich op het stort ontwikkelt.

2.2.1 Stortparameters

Om een indruk te krijgen van de dimensies van de zand-watermengselstroming op een stort volgen hier eerst enige karakteristieke kentallen van de belangrijkste stortparameters debiet, concentratie (tezamen de zandproductie) en de korreldiameter van het zand. De debieten zijn van de orde van $1 \text{ m}^3/\text{s}$ per pijpleiding. Omdat in een vrije, alluviale waterloop, zoals een rivier of een geul op een stort, de breedte toeneemt met het totale debiet, zij het niet altijd lineair, en de morfologische processen met name bepaald worden door stroomsnelheid en diepte, kan de stroming het best gekarakteriseerd worden met het specifieke debiet, het debiet per eenheid van breedte. Met een geul- of stortbreedte van de orde van 10 tot 100 m volgt voor het specifieke debiet een waarde van 0,01 tot $1 \text{ m}^2/\text{s}$. De stroming is daarbij sterk turbulent. De zandvolume-concentraties zijn van de orde van 5 tot 30 % , overeenkomend met mengseldichtheden van 1100 tot $1500 \text{ kg}/\text{m}^3$ of gewichtsconcentraties van enige honderden grammen per liter. Omdat het volume zand een wezenlijk aandeel vormt in het totale mengselvolume wordt er gesproken van een zand-watermengselstroming. De karakteristieken van het sediment op een stort zijn in het algemeen gelijk aan die in een rivier of in zee. Gedacht moet worden aan korreldiameters rond de $200 \text{ }\mu\text{m}$. Zie [10, 12, 17, 25].

2.2.2 Morfologische tijdschaal

Tijdens het opspuiten van een zand-watermengsel op een bovenwaterstort doen zich in kort tijdsbestek en op een kleine lengteschaal een aantal morfologische processen voor, welke een sterke analogie vertonen met de geomorfologische, alluviale ontwikkelingen van een rivierbedding, [29].

In de bovenloop van een rivier is het verval groot en de stroomsnelheden en Froudegetallen hoog, de stroming is vaak superkritisch (stroomversnellingen). Er vindt een sterke erosie van bodemmateriaal plaats, waardoor de stroming zich steeds dieper in het landschap invreest en er diepe bergdalen (of canyons) ontstaan. Het getransporteerde sediment is vaak vrij grof van structuur. Daarna stabiliseert de rivier zich in de middenloop, met gematigd verhang, waar de stroming min of meer uniform is

en het sedimenttransport constant. In de benedenloop tenslotte vertraagt de rivier, het verhang is gering, de stroming is geheel subkritisch. De diepte en de breedte, gerelateerd aan het debiet, nemen toe, totdat de zeerand is bereikt. In dit gebied vindt overwegend sedimentatie plaats, ook de fijnere deeltjes bezinken.

Op een stort is voornamelijk het zand en niet de slibfractie van belang voor het morfologische proces. In een estuarium, de monding van een rivier in zee, kan echter ook de slibfractie van belang zijn. De stroming meandert over een groot oppervlak uit en vormt uiteindelijk een delta in zee, waar al het nog aanwezige, fijne sediment bezinkt. Onder water vormt zich een kegelvormig sedimentdepot met een vrij steil onderwatertalud. Door de voortdurende sedimentaanvoer versteilt dit talud, waardoor er af en toe een deel bezwijkt. Daardoor wordt er een troebelingsstroom gegenereerd en wordt het sediment naar nog dieper gelegen regionen van de zee getransporteerd. Ten gevolge van zeespiegelvariatiës, met een tijdschaal van de orde van de geomorfologische tijdschaal van de rivier, zal het verhang van de rivier over grote lengte veranderen. Deze zeespiegelvariatiës zullen morfologische veranderingen van de rivierbedding tot gevolg hebben, welke zich stroomopwaarts zullen voortplanten, totdat er een nieuw evenwichtssituatie is ontstaan. De tijdschaal van deze processen, de tijdsduur waarover zich significante morfologische veranderingen voordoen, is zeer groot, van de orde van enige honderden jaren, de lengteschaal van de orde van honderden kilometers.

Al deze verschijnselen doen zich ook voor op een stort, het stort is als het ware een morfologisch schaalmodel van een rivier (foto 1). De tijdschaal is van de orde van een uur. De analogie met de bovenloop van een rivier met erosie doet zich vooral voor in het geval van een zeespiegeldaling ten gevolge van het getij, waarbij diepe geulen ontstaan. Bij een constant of toenemend zeespiegelpeil is vooral de analogie met de midden- en benedenloop, inclusief onderwaterdelta treffend. De sedimentlast ontstaat dan niet tengevolge van erosie, maar wordt al aangeboden ter plaatse van de spuitmond van de zandpersleiding (fig 2.1).

De karakteristieke lengtemaat voor een stort is van de orde 100 m en voor een rivier van de orde 100 km. De lengteschaal is dus van de orde 10^3 . Het verschil in de lengtemaat van de morfologische processen op een stort en in het stroomgebied van een rivier kan worden verklaard door de

geringere debieten op het stort. Het debiet in de meanderende geulen op een stort is van de orde $1 \text{ m}^3/\text{s}$ en in een rivier van de orde $1000 \text{ m}^3/\text{s}$. De schaal van het debiet is dus eveneens van de orde 10^3 .

Op grond van de veronderstelling dat bij een zelfde schaal voor lengte en debiet de tijdschaal ongeveer 1 zal zijn, mag verwacht worden dat voor een stort, als morfologisch schaalmodel van een rivier, de processen globaal even snel zullen verlopen. De karakteristieke tijdsduur voor morfologische veranderingen op een stort is echter van de orde 1 uur en voor een rivier is deze van de orde 100 jaar. De tijdschaal is dus van de orde 10^6 . Dit komt door de relatief hoge sedimenttransporten. De schaal van het sedimenttransport is namelijk niet van de orde 10^3 , zoals op grond van de schaal voor de debieten verwacht mocht worden, maar van de orde 250 kg/s en voor een rivier van de orde $10^7 \text{ ton/jaar} = 300 \text{ kg/s}$, zodat de schaal van het sedimenttransport van de orde 1 is. Dat de tijdschaal dus van de orde 10^6 en niet van de orde 10^3 is (dit zou een karakteristieke tijdsduur van zes weken betekenen voor een stort) is een gevolg van de hoge zandconcentraties in de mengselstroom, globaal een factor 10^3 hoger dan in een rivier. Op een stort zijn de concentraties van de orde van 10 % ofwel $300\,000 \text{ ppm}$ en in een rivier 0,01 % of 300 ppm . Het morfologische proces op een stort vindt dus sterk versneld plaats.

2.2.3 Beddingvormen

Wanneer er wordt gekeken naar het patroon van beddingvormen, dat zich op het stort ontwikkelt, dan valt direct de terras- of trapjesvorm op, welke gepaard gaat met mengselsprongen [16, 25]. Deze situatie treedt met name op als de mengselstroom zich over een zekere breedte kan uitspreiden, in tegenstelling tot een meer geconcentreerde stroming in geulen. Karakteristieke waarden voor het specifiek debiet op de terrassen zijn $0,05$ à $0,1 \text{ m}^2/\text{s}$, in de geulen een factor 10 hoger. De geulen ontstaan vooral wanneer het verval over het stort is toegenomen en er sterke erosie plaatsvindt, bijvoorbeeld doordat de zeespiegel daalt bij eb, of doordat de spuitmond verplaatst wordt bij pijpverlenging, of, tijdelijk, door de toevallige lokale bodemligging. Tijdens het erosieproces ontstaat er een trapjesstructuur met een steile bres in een scherp begrensde geul (foto 2,

3). Na verloop van tijd vlakt de trapjesstructuur uit en stelt zich een min of meer uniforme stroming in. Dit proces is ook in het laboratorium waargenomen, na afloop van een stortproef [30].

Wat meer diffuse, enigszins hoefijzervormige terrassen (foto 4) verschijnen op een stort dat in evenwicht verkeert of waarop netto sedimentatie plaatsvindt. Dit is de meest gewenste situatie voor een bovenwaterstort. Tengevolge van het getij en het tijdelijk stopzetten van de werkzaamheden bij het verlengen van de pijpen, kunnen er faseverschillen ontstaan tussen stortontwikkeling en benedenwaterstand, waardoor de terrassen verdwenen en eerdergenoemde geulen ontstaan. Aan het eind van ieder terras versnelt de stroming en ontwikkelt zich een mengselsprong. De bodem loopt hier vrij steil naar beneden, het stapje, en er vindt erosie plaats. Op het terras daarentegen is de bodem vrij vlak en vindt er sedimentatie plaats. Tengevolge van deze afwisselende sedimentatie en erosie ontstaat er een duinenpatroon, waarbij elk duin bestaat uit een terras, een stapje en een mengselsprong (zie fig 2.2). Omdat de erosie juist optreedt op het stroomafwaarts gelegen deel van het duin, het stapje, plant het duinenpatroon zich gestadig stroomopwaarts voort. De voortplantings- of duinsnelheid is een karakteristieke grootte, welke bij de metingen op een stort is bepaald. Daarbij werden getallen gevonden van de orde van 1 m/minuut ofwel 0,02 m/s.

Wordt nu de interactie beschouwd tussen de mengselstroom en een alluviale bodem (een bodem bestaande uit hetzelfde loskorrelige, cohesieloze materiaal dat ook getransporteerd wordt), dan zullen zich bij toename van het verhang successievelijk een aantal morfologische processen voordoen, zie fig 2.3, [7, 14]. Hierbij kan bijvoorbeeld gedacht worden aan een kantelgoot met zandbodem en constant circulatiedebiet, waarvan de helling langzaam opgevoerd wordt. Eerst is de bodem vlak en is er nog geen transport, maar op een gegeven moment komt er wat bodemtransport op gang. Er vormen zich ribbels, die uitgroeien tot langgerekte duinen en gestaag stroomafwaarts voortbewegen t.g.v. sedimentatie aan de lijzijde en erosie aan de loefzijde. De stroming is nog steeds subkritisch, dus het Froudegetal is kleiner dan 1, en bevindt zich nog in het zg. lower regime. Het wateroppervlak, zo dit al door de bodemvormen beïnvloed wordt, beweegt zich in tegenfase met de bodemligging. Dit heeft een stabiliserend effect op de groei van de bodemvormen. De duinen veroorzaken extra

energiedissipatie en turbulentie, de wrijvingscoëfficiënt neemt dus toe, zie fig 2.4. De zandtransportformule van Engelund en Hansen bijvoorbeeld, is hierop gebaseerd. Bij de overgang naar het upper regime wordt de bodem weer vlak, waarna bij verder toenemend verhang de stroming kritisch en zelfs superkritisch of schietend, met Froudegetallen groter dan 1, wordt. Het bodemmateriaal gaat in toenemende mate in suspensie en er ontwikkelen zich zg. anti-duinen, duinen welke op hun plaats blijven of gestaag stroomopwaarts bewegen t.g.v. erosie aan de lijzijde en sedimentatie aan de loefzijde. Het wateroppervlak beweegt nu in fase met de bodem. De bodemligging heeft nu een sterke invloed op het wateroppervlak, de situatie is erg instabiel. De groei van de bodemvormen is een zichzelf versterkend proces geworden. Een lokale hindernis in de superkritische, eroderende stroming kan echter een plotselinge stroomvertraging in de vorm van een mengselsprong tot gevolg hebben. Er kan weer sedimentatie plaatsvinden. De stroming wordt abrupt subkritisch en gaat daardoor weer in tegenfase met de bodem bewegen, waardoor de stroomsnelheid en het Froudegetal weer toeneemt, enz. Er is een chute-pool regime ontstaan met afwisselen sub- en superkritische stroming en mengselsprongen. In dit regime wordt erg veel energie gedissipeerd in de mengselsprong, waardoor de stroming zeer turbulent is. Bij nog hogere verhangen c.q. stroomsnelheden zal de stroming geheel superkritisch worden. De bodemvormen zullen weer uitvlakken en het bodemmateriaal kan als een slurystroming afgevoerd worden.

Welk beddingvorm-regime optreedt kan nu gekarakteriseerd worden met een stromingsparameter, het Froudegetal (Fr) bijvoorbeeld, en een sedimentparameter, waarvoor het kritieke Shieldsgetal gekozen kan worden (θ_{cr}). Het op het stort waargenomen duinenpatroon (fig 2.1) behoort volgens deze beddingvormtheorie tot het upper regime, met name het chute-pool system, dat optreedt bij hoge Froude- en lage Shieldsgetallen, dus bij hoge stroomsnelheden c.q. steile hellingen en fijn zand (bijvoorbeeld een stroomsnelheid van tenminste ca 0,5 m/s bij een korreldiameter van ca 200 μm). Het suspensietransport domineert het totale sedimenttransport. De energiedissipatie (turbulentieproduktie) vindt voornamelijk plaats in de mengselsprongen; de gemiddelde wrijvingscoëfficiënt is hoog vergeleken met die van een vlakke bodem bestaande uit hetzelfde materiaal (fig 2.4).

2.3 Inhoud rapport

Het complete rapport is gesplitst in twee delen. Deel I bevat de achtergronden van de wiskundige modellering en de afleiding van het stelsel vergelijkingen. In hoofdstuk 1 wordt een samenvatting met de belangrijkste conclusies gegeven. In hoofdstuk 2 wordt een algemene inleiding gegeven, met in het kort de historische achtergronden van het project, een beschrijving van het verschijnsel op het stort, de betekenis voor de praktijk en de raakvlakken met andere velden van onderzoek. In hoofdstuk 3 wordt het wiskundige model beschreven, het doel en de mogelijkheden, de basisvergelijkingen, het karakter van het stelsel en een analytische uitwerking. De resultaten van een aantal berekeningen met het numerieke model worden gegeven in hoofdstuk 4. De berekeningen geven een simulatie van de eerder uitgevoerde experimenten met zand-watermengselstromingen boven en onder water [20, 28, 30]. De resultaten worden vergeleken met metingen in het laboratorium en in de natuur. Tenslotte volgt een literatuuroverzicht in hoofdstuk 5. In bijlage A wordt de algemene afleiding gegeven van de basisvergelijkingen.

Een nauwkeurige handleiding voor het gebruik en de werkwijze van het numerieke model ZSTORT, met voorbeelden, wordt gegeven in hoofdstuk 2 van deel II. Bijlage A van deel II geeft twee voorbeelden van de printuitvoer van het numerieke model. Bijlage B geeft de listings van de Fortran-programma's. Bij Deel II is tevens een floppy disk met de nodige software gevoegd.

3 WISKUNDIG MODEL

3.1 Inleiding

3.1.1 Doel en mogelijkheden

Nadat er vrij uitgebreid experimenteel onderzoek is gedaan en er veel praktijkmetingen zijn verzameld, ontstond er behoefte deze kennis samen te bundelen in een wiskundig model, waarmee de processen op het stort gesimuleerd kunnen worden. Doel van dit model is aan te geven wat de invloed is van de in de praktijk belangrijke stortparameters, zoals mengseldebiet, concentratie, korreldiameter, stortbreedte, temperatuur e.d. op de resulterende ontwikkeling van het bovenwaterstort. Van belang zijn daarbij bijv. de gemiddelde storthelling en het verloop van het zandtransport, wat bepaalt of er sprake is van netto sedimentatie of netto erosie van het stort, of van een evenwichtssituatie. Weliswaar geven de experimentele studies al antwoorden in deze richting, maar met een simulatiemodel kunnen ook allerlei niet beproefde situaties doorgerekend worden. Met het model kan geïnterpoleerd en ook geëxtrapoleerd worden, waarbij de grenzen van het toepassingsgebied kunnen worden verkend, van het numerieke model, maar ook van de fysica van het terrasvormig stort volgens het chute-pool regime. Met een gevoeligheidsanalyse kan de invloed van alle stortparameters systematisch onderzocht worden, wat experimenteel een ondoenlijke en dure zaak is. De experimentele proefresultaten worden gebruikt om het simulatiemodel te ijken en te verifiëren.

Het simulatiemodel is uitgebreid voor een radiaal spreidende stroming, over een in te voeren spreidingshoek. Bovendien is het model uitgebreid voor toepassing op een onderwaterstort (zie paragraaf 3.8). Zodoende kan ook het verloop van het zandtransport en de ontwikkeling van het onderwaterstort gesimuleerd worden. Een beperking van de onderwatersversie van het simulatiemodel is, dat grondmechanische verschijnselen, welke op het onderwaterstort, met name bij lage specifieke zandproducties van groot belang bleken, niet gemodelleerd kunnen worden. Het model geeft de ontwikkeling van het stort ten gevolge van sedimentatie

uit de mengselstroom in de beginfase, tot het moment waarop een zettingsvloeiing optreedt. Uit het experimentele onderzoek zijn richtlijnen gededistilleerd, omtrent de condities waaronder dit kan optreden.

Gericht op de praktijk van het bouwen met zand, ten behoeve van ontwerp- en uitvoeringsdoeleinden, kan het model aangeven wat de invloed is van belangrijke, beïnvloedbare stortparameters op het resulterende zandstort.

Daarnaast kan het model, ten behoeve van studiedoeleinden, meer inzicht geven in het gedrag van hoog-geconcentreerde zand-watermengselstromingen over een loskorrelige zandbodem, bij hoge stroomregimes boven water, en in het gedrag van zand-waterdichtheidsstromingen en troebelingsstromingen (turbidity currents), onder water. Daarbij bestaan duidelijke raakvlakken met het onderzoek op het gebied van slurystromingen, sedimenttransport, erosieprocessen, zettingsvloeiingen, vertroebelingen en mudflows. Deze processen spelen een rol bij baggerwerkzaamheden, hydraulisch transport van korrelige materialen en de rivier- en kustmorfologie.

3.1.2 Karakteristiek van het zandtransport

Het zandtransport op het stort vindt hoofdzakelijk plaats in de vorm van suspensietransport, waarbij de zandkorrels door interacties met het turbulent stromende water in suspensie gehouden worden, [19]. Om de grote sedimentlasten met de relatief kleine debieten te kunnen afvoeren, c.q. om een hoge concentratie te kunnen handhaven, moet de stroming een hoog transportvermogen per volume-eenheid hebben. Het transportvermogen wordt geleverd door de zwaartekracht. In de mengselstroom wordt potentiële gravitatie-energie omgezet in kinetische energie van de hoofdstroom en van de turbulentie, en verder direct of na uitdemping van de turbulentie gedissipeerd in warmte. De sedimentconcentratie wordt bepaald door de intensiteit van deze energie-omzetting, berekend per tijds- en volume-eenheid, en door de sedimenteigenschappen, zoals relatieve dichtheid en korrelafmetingen, welke het benodigde transportvermogen per massa-eenheid sediment bepalen. Omdat de beschikbare energie geheel door de zwaartekracht moet worden geleverd, is het verhang c.q. de storthelling van

doorslaggevend belang. In gesloten leidingen doen zich vergelijkbare processen voor, maar dan is de drukgradiënt de aandrijvende kracht. In een gesloten leiding is bovendien de stroomsnelheid bij een bepaald debiet niet variabel. Voor een vrije mengselstroom geldt, bij gegeven debiet en sedimentsoort, dat hoe groter het verhang is, hoe groter de stroomsnelheid, hoe hoger de sedimentconcentratie en hoe hoger het sedimenttransport zijn. Hiermee samenhangend nemen de stroomsnelheid en het Froudegetal van de stroming toe en daarmee de turbulentieproductie. In de meeste sedimenttransportformules wordt daarom het transport gekoppeld aan stroomsnelheid of schuifspanningssnelheid. De toename van het sedimenttransport kan doorgaan totdat het beschikbare volume in de mengselstroom, bepaald door het poriëngehalte, verzadigd raakt. Bij zand-watermengselstromingen kan deze bovengrens inderdaad bereikt worden, de toename is dan ook veel minder sterk dan klassieke sedimenttransportformules, afgeleid voor lage concentraties, doen vermoeden.

3.2 Het stelsel vergelijkingen

3.2.1 Karakter van het stelsel

Het wiskundige model bestaat uit een viertal differentiaalvergelijkingen en een aantal aansluit- en randvoorwaarden. Door oplossing van de vier DV's kunnen de vier onbekende grootheden mengsel diepte, mengselstroomsnelheid, concentratie en bodemligging, als functies van de variabelen plaats en tijd beschreven worden. De vier DV's zijn afgeleid uit vier basisvergelijkingen, namelijk een impulsbeschouwing van het mengsel, in zijn algemeenheid bekend als de Navier-Stokes vergelijking, een continuïteitsvergelijking van het zand, een continuïteitsvergelijking van het water en een continuïteitsvergelijking van de bodem, de drie behoudsvergelijkingen van massa. Het model simuleert met behulp van deze vier DV's het gedrag van een zand-watermengselstroming over één duin (zie fig 2.2 en 3.1), bestaande uit een terras, een drempel, een stapje en een mengselsprong. Dit duin vormt een onderdeel van een terrasvormig stort, bestaande uit een aaneengesloten serie duinen. Vervolgens kunnen de

berekeningen in ruimte of tijd herhaald worden. Het model is een morfologisch model, in de zin dat er een wederzijdse invloed bestaat tussen bodemligging en mengselstroom.

De in te voeren randvoorwaarden zijn de stortparameters specifiek debiet en concentratie, en het Froudegetal aan het begin van het duin. De overige in te voeren stortparameters zijn de korreldiameter, het natuurlijk talud en het poriëngehalte van het zand en de temperatuur en dichtheid van het water. Daarnaast moeten er nog enige coëfficiënten ingevoerd worden. Behalve de vier onbekende grootheden mengsel diepte, mengselstroomsnelheid, concentratie en bodemligging worden ook een aantal afgeleide grootheden berekend, zoals mengseldebiet, zandtransport, waterstand, erosiesnelheid en Froudegetal, en voor een onderwaterstort ook de zandverlies- en entrainmentsnelheid.

De interacties tussen bodem en mengselstroom, de erosie en sedimentatie, worden gemodelleerd met behulp van een empirisch bepaalde erosiefunctie en een concentratieafhankelijke valsnelheid. De erosiefunctie wijkt af van klassieke formuleringen, afgeleid voor sedimenttransport in rivieren en kanalen, wat wordt veroorzaakt door de hoge concentraties. Effecten als hindered settling en hindered erosion spelen hier duidelijk een rol. De functie is gecalibreerd met metingen van erosiesnelheden van duinen in de kantelgoot, tijdens proeven met zand-watermengselstromingen met specifieke debieten en concentraties van dezelfde range als die in de praktijk worden aangetroffen [20]. De resulterende duinvoortplantingssnelheden kunnen ter verificatie vergeleken worden met praktijkwaarden. Een tweetal coëfficiënten van deze functie kunnen in het model nog gevariëerd worden.

Door de terugkoppeling van bodemveranderingen op de mengselstroom ontstaat een morfologisch model. Een eigenschap van een morfologisch model is, dat het berekende resultaat voor langere tijdsperioden in toenemende mate bepaald wordt door toevallige, lokale omstandigheden en niet meer door de beginsituatie. Deze eigenschap doet zich ook voor bij meteorologische modellen, waarvan de voorspellende waarde sterk afneemt met de tijdsduur. In feite is dit niet het gevolg van de wiskundige modellering, maar is het een inherente eigenschap van het fysische proces zelf.

De interacties tussen mengselstroom en bovenliggend water, entrainment en zandverlies, in het geval van een onderwaterstort, zijn

gemodelleerd op grond van uitsluitend literatuurgegevens, omdat hierover te weinig experimentele gegevens voorhanden waren. De coëfficiënten kunnen gevarieerd worden.

Door uitwisseling van zand en water bij de bodem en onder water ook door het bovengrensvlak, verandert de concentratie van zand in het mengsel. In een zand-watermengselstroming zijn de zand-volumeconcentraties vaak zo hoog, dat veranderingen van het zandvolume niet te verwaarlozen zijn t.o.v. het totale volume en de aanname van een constant mengseldebiet niet meer verantwoord is. Bovendien ontstaan er door deze uitwisselingen dichtheidsverschillen in lengterichting, welke niet-verwaarloosbare drukgradiënten veroorzaken. Tegelijkertijd bereikt de mengselstroom regelmatig hoge stroomsnelheden en hoge Froudegetallen, wat betekent dat de dichtheidsverschillen ook een belangrijke invloed op de convectieve termen hebben, in tegenstelling tot bijv. dichtheidsstromingen tengevolge van saliniteitsverschillen [8]. Om deze redenen kunnen de beweging van zand en water niet onafhankelijk van elkaar berekend worden, stroomsnelheid, mengseldiepte en concentratie moeten geïntegreerd opgelost worden.

De meeste overeenkomsten zijn er te vinden met de modellering van troebelingsstromen. In de gangbare stelsels voor troebelingsstromen worden de aandrijvende dichtheidseffecten, ook voor hogere Froudegetallen, wel meegenomen [5, 6, 22]. Echter, bij troebelingsstromingen zijn de sedimentconcentraties in het algemeen vrij laag, zodat de effecten op het volumedebiet en op de sedimentatie en erosie, net als bij sedimenttransport in rivieren, verwaarloosd mogen worden. Het in dit rapport afgeleide stelsel voor zand-watermengselstromingen is daarom uitgebreider dan de gangbare stelsels voor sedimenttransport in rivieren en estuaria, zout-zoet dichtheidsstromingen en troebelingsstromingen. Door verwaarlozing van één of meer van de termen in het stelsel DV's kunnen de stelsels voor de genoemde, meer eenvoudige gevallen, herleid worden.

Al deze effecten op het gedrag van de mengselstroming worden in de modellering meegenomen. Het beoogt daarmee een uitbreiding te zijn van het op de TU Delft ontwikkelde verkennende model [16].

3.2.2 Aannamen bij de afleiding van het stelsel

De DV's zijn 1-dimensionaal, niet-uniform en quasi-stationair van karakter. Ruimtelijk 1-dimensionaal wil zeggen, dat alleen veranderingen in horizontale richting beschouwd worden. Wel zijn alle oplossingen een functie van de bodemligging, dus zowel van de horizontale x - als de verticale z -coördinaat, maar in de berekeningen is alleen de x -coördinaat een vrije variabele. Er kunnen dus geen snelheids- of concentratieprofielen berekend worden. Daarmee wordt aangenomen, dat de mengselstroming homogeen is, ofwel dat de mengselstroom voldoende representatief wordt beschreven met de dieptegemiddelde waarden van de verschillende grootheden. Deze aanname is verantwoord zolang de turbulentieproductie c.q. het Froudegetal hoog is (rond 1) en het zand voldoende fijn (korreldiameter kleiner dan ca 200 à 300 μm) c.q. het kritieke Shieldsgetal voldoende laag is. Dit betekent dat het suspensietransport overheerst en de stroming in het upper regime moet liggen. De aanname van een homogeen mengsel betekent, dat de korrels en de vloeistof in het mengsel dezelfde snelheid hebben. Deze aanname wordt losgelaten bij het beschouwen van de interactie tussen bodem en mengselstroom. De valsnelheid, de verschilsnelheid tussen korrels en vloeistof, ook al is deze erg klein, is immers van essentieel belang om het sedimentatieproces te kunnen beschrijven.

Het 1-dimensionale karakter houdt verder in dat er geen dwarsstromingen berekend kunnen worden. Het model is weliswaar uitgebreid voor een axiaal-symmetrisch spreidende stroming, waarmee de stroming zich over de gehele 3-dimensionale ruimte en in de tijd kan uitstrekken, maar de berekening behoudt niettemin nog steeds een 1-dimensionaal karakter.

Dat het model niet-uniform is betekent, dat de veranderingen van de verschillende grootheden in lengterichting niet verwaarloosd worden. Hiermee o.a. onderscheidt het wiskundig model zich van de beschrijving van een zand-watermengselstroom met behulp van bijv. een sedimenttransport-formule. Dit zou een 0-dimensionaal model genoemd kunnen worden.

Stationair, tenslotte, wil zeggen, dat de invloed van tijdsafhankelijke versnellingen of vertragingen van de mengselstroom, zoals traagheids- en inspeleffecten, verwaarloosd worden. De traagheidsterm in de impulsvergelijking van het mengsel wordt dus verwaarloosd ten opzichte van de gravitatie- en convectietermen. De tijdsafhankelijke

bodemveranderingen, als gevolg van de interactie tussen mengselstroom en bodem, worden echter wel in rekening gebracht. Bovendien wordt de invloed van deze bodemveranderingen op de mengselstroming weer teruggekoppeld, zodat het model een morfologisch karakter krijgt. Het stelsel in zijn geheel is dus wel tijdsafhankelijk, maar er wordt aangenomen, dat de mengselstroom zich instantaan aanpast aan de nieuwe bodemligging. Dit is de reden waarom de kwalificatie quasi-stationair van toepassing is. Deze aanname is verantwoord zolang de tijdschaal van de bodemveranderingen, de morfologische tijdschaal, groot is ten opzichte van de tijdschaal van de veranderingen c.q. aanpassingen van de mengselstroom, wat vrijwel altijd het geval is voor de hier beschouwde zand-watermengselstromingen.

Het stelsel DV's kan nu gesplitst worden in drie plaatsafhankelijke hydraulische DV's die de mengselstroom beschrijven bij gegeven bodemligging, dus voor een bepaal tijdstip, en één morfologische DV die de bodemverandering beschrijft in een bepaalde tijdsduur, ten gevolge van de heersende mengselstroming. Deze twee stelsels kunnen om de beurt opgelost worden, waarmee uiteindelijk alle grootheden als functie van plaats en tijd berekend kunnen worden.

3.3 Basisvergelijkingen

Uit een 1-dimensionale, quasi-stationaire impulsbeschouwing van de mengselstroming kan de basis-bewegingsvergelijking worden afgeleid, zie bijlage A. Hierbij wordt de positieve x-richting horizontaal, in de richting van de mengselstroomsnelheid gekozen. De positieve z-richting is dan vertikaal omhoog gericht, tegengesteld aan de richting van de versnelling van de zwaartekracht, g. De basisvergelijkingen worden hier eerst gegeven voor een zand-watermengselstroom boven water, zonder spreiding. In paragraaf 3.8 worden de uitbreidingen voor een mengselstroom onder water en met spreiding gegeven.

3.3.1 Bewegingsvergelijking mengsel

De impulsvergelijking luidt in algemene vorm (Bijlage A.1):

$$\rho_m g b h \frac{d(h + z_b)}{dx} + \frac{1}{2} g h^2 \frac{d(\rho_m b)}{dx} + \frac{d}{dx} (\rho_m Q u) - \tau_0 b = 0 \text{ (N/m)} \quad (3.3.1)$$

In (3.3.1) komt in twee termen de dichtheidsgradiënt $d\rho_m/dx$ voor. Zijn de dichtheidsverschillen klein, zoals in zeeën en rivieren, dan kunnen beide termen verwaarloosd worden. Spelen dichtheidsverschillen wel een rol, maar is de stroming steeds zeer rustig (Froudegetal $\ll 1$), zoals bij de instroming van rivieren in getijdewateren (estuaria) of meren, dan kan de tweede dichtheidsterm, $q u d\rho_m/dx$, verwaarloosd worden t.o.v. de eerste, $1/2 g h^2 d\rho_m/dx$. Deze verwaarlozing staat bekend als de Boussinesq-benadering. Voor zand-watermengselstromingen, waarbij grote dichtheidsverschillen en hoge Froudegetallen optreden, met zelfs superkritische stroming zijn deze benaderingen niet toelaatbaar. De Boussinesq-benadering gaat daarom niet meer op.

De termen in het linkerlid van (3.3.1) kunnen vergeleken worden met de in (3.3.1) niet meegenomen, verwaarloosbaar kleine tijdsafhankelijke versnellings- of traagheidsterm, $\rho_m h du / dt$. Aangezien mogelijke versnellingen du/dt veroorzaakt worden door bodemveranderingen ten gevolge van erosie of sedimentatie, de randvoorwaarden zijn immers constant in de tijd, wordt de geldigheid van deze verwaarlozing bepaald door de grootte van de erosiesnelheid.

Worden bodemwrijving, breedtevariatiën en dichtheidsverschillen verwaarloosd, dan volgt uit (3.3.1) de vergelijking van Bernoulli:

$$\frac{d}{dx} \left[g (h + z_b) + \frac{1}{2} u^2 \right] = 0 \quad (\text{m}^2/\text{s}^2) \quad (3.3.2)$$

In het kader van het onderzoek naar zand-watermengselstromingen is op de TU Delft een analytische methode afgeleid om de bodemwrijving in (3.3.2) in rekening te brengen, met het zogenaamde Bakkerpeil, zie [16]. Omdat de stroming er sterk versnelt en de lengte gering is, zou de bodemwrijving op het stapje verwaarloosd kunnen worden. De bodemwrijving speelt echter ook een rol in het erosieproces.

De vergelijking voor een uniforme stroming kan uit (3.3.1) afgeleid worden door alle plaatsafgeleiden, behalve die van de bodemligging, nul te stellen:

$$\rho_m g h \frac{dz_b}{dx} - \tau_0 = 0 \quad (\text{Pa}) \quad (3.3.3)$$

waarin $i = - dz_b/dx$.

3.3.2. Continuïteitsvergelijking zand

Erosiefunctie

De erosie door de mengselstroom, als functie van vooral de stroomsnelheid en de lokale bodemhelling wordt gemodelleerd met een empirische functie [20], zie bijlage A.5.

De erosie en de sedimentatie, welke onder bepaalde omstandigheden tegelijkertijd of elk apart kunnen optreden, bepalen tezamen de bodemveranderingen. In de literatuur kunnen veel empirische formuleringen voor beide processen in turbulente stromingen gevonden worden. Ook kunnen uit de gangbare sedimenttransportformuleringen functies voor de uitwisseling van zand bij de bodem afgeleid worden [9, 14]. Voor de hoge

concentraties van zand in de hier beschouwde mengselstromen zijn deze formuleringen echter niet toepasbaar. Bij de sedimentatie speelt het hindered-settling effect een belangrijke rol, bij de erosie het feit, dat de stroming al dicht bij het verzadigingspunt zit, waarbij de concentratie niet verder kan toenemen, zie ook paragraaf 2.2.3.

De erosie (E) wordt daarom beschreven met een empirisch afgeleide formule, gebaseerd op proeven met duinvorming in de kantelgoot. Omdat de helling van het eroderend gedeelte vaak steil is, speelt de zwaartekracht een belangrijke rol in het erosieproces. Naarmate de helling steiler wordt, neemt de benodigde schuifspanning voor het losmaken van het zand af. In de buurt van het natuurlijk talud wordt deze zelfs 0, het zand kan al vanzelf afstromen. Het opnemen van het losgemaakte zand in de mengselstroom wordt beïnvloed door de al aanwezige concentratie. Deze opname zal belemmerd worden bij hogere concentraties (hindered erosion). Al deze effecten zijn verdisconteerd in de erosiefunctie.

De erosie kan soms zo sterk zijn, dat er in het zandbed ter plaatse wateronderspanningen worden gegenereerd, met name bij fijn zand, met een lage doorlatendheid. Daardoor kan de helling zelfs steiler dan het natuurlijk talud worden, dit effect is onderzocht door van Rhee, zie [23]. In het huidige erosiemodel is dit effect niet meegenomen, bij niet al te hoge bressen kan het verwaarloosd worden.

De sedimentatie (S) wordt beschreven met behulp van een formulering voor de valsnelheid van een enkel deeltje en het reducerende effect van de concentratie op de valsnelheid van de deeltjes in de suspensie (zie Bijlage A.5).

De continuïteitsvergelijking voor het zand in een zand-watermengselstroom boven water, in woorden: verandering zandtransport = netto erosie, luidt nu (zie Bijlage A.2):

$$\frac{\rho_s d(q c)}{dx} = \frac{ds}{dx} = E - S \quad (\text{kg/sm}^2) \quad (3.3.5)$$

ofwel, uitgedrukt in de erosiesnelheid v_{erosie} van de bodem, als netto resultaat van erosie E en sedimentatie S:

$$\frac{d(q-c)}{dx} = \frac{E-S}{\rho_s} = v_{\text{erosie}}(1-n) \quad (\text{m/s}) \quad (3.3.6)$$

3.3.3. Continuïteitsvergelijking water

Op analoge wijze als in 3.3.2 kan de balans voor het water, in volume-eenheden, opgesteld worden. Wordt de bodemsamenstelling nader beschouwd, zie Bijlage A.2, dan blijkt dat per volumedeel zand er tevens $n/(1-n)$ volumedelen water sedimenteren of eroderen, waarbij n de porositeit van de bodem is. Er volgt dan de algemene continuïteitsvergelijking voor het water:

$$\frac{d\{q(1-c)\}}{dx} = \frac{E-S}{\rho_s} \frac{n}{1-n} = n v_{\text{erosie}} \quad (\text{m/s}) \quad (3.3.7)$$

3.4 Hydraulisch systeem

Met drie onafhankelijke differentiaalvergelijkingen kunnen de hydraulische grootheden stroomsnelheid (u), laagdikte (h) en concentratie (c) als functie van de plaatscoördinaat (x) stap voor stap opgelost worden bij gegeven bodemligging (z_b). In Bijlage A.3 is dit stelsel van drie DV's afgeleid. Dit stelsel wordt aangeduid met de term hydraulisch systeem, omdat er de hydraulische grootheden mee berekend kunnen worden, maar veranderingen van de bodemligging in de tijd er nog niet in zijn opgenomen. Wel kunnen de veranderingen in het zandtransport t.g.v. van sedimentatie en erosie berekend worden, evenals de invloed daarvan op de mengselstroom, die voor hoge concentraties wezenlijk kunnen zijn. Met het hydraulisch systeem kunnen daarom wel de initiële bodemveranderingen berekend worden, maar nog niet de teruggekoppelde invloed van deze bodemveranderingen op de mengselstroom. Daarvoor is een morfologisch systeem noodzakelijk, waarop in de volgende paragraaf verder wordt ingegaan.

Het hydraulisch evenwicht wordt gedefinieerd als de toestand waarbij de hydraulische grootheden, zoals mengselstroomsnelheid en diepte, zich op elk duin periodiek herhalen, zie figuur 3.2. Dit betekent tevens, dat de concentratie en het zandtransport zich dan periodiek moeten herhalen, i.v.m. de koppeling van deze grootheden via de continuïteitsvergelijking. Bij klassieke zandtransport-modellen worden deze grootheden meestal onafhankelijk berekend, wat een verantwoorde vereenvoudiging is bij lage concentraties ($c < 1 \%$).

Uit de drie plaatsafhankelijke basis-differentiaalvergelijkingen van het hydraulisch systeem, (3.3.1), (3.3.6) en (3.3.7), kunnen de differenties van de drie grootheden mengseldiepte (h), stroomsnelheid (u) en zandconcentratie (c) afgeleid worden. Met deze differenties kunnen de gevraagde grootheden numeriek opgelost worden. Er volgt:

a. voor de mengseldiepte (h):

$$\frac{dh}{dx} = \frac{I - AF - KS/u}{1 - F} \quad (-) \quad (3.4.1)$$

b. voor de stroomsnelheid (u):

$$\frac{du}{dx} = \frac{K}{h} - \frac{u}{h} \frac{dh}{dx} \quad (s^{-1}) \quad (3.4.2)$$

c. voor de zandconcentratie (c):

$$\frac{dc}{dx} = \frac{K}{q} (1 - n - c) \quad (m^{-1}) \quad (3.4.3)$$

waarin:

$F = u^2 / (g h)$	het Froudegetal ($=Fr^2$)	(-)
$A = f_0 / 8$	de wrijvingscoëfficiënt	(-)
$I = - dz_b / dx$	de bodemhelling	(-)
$K = v_{erosie}$	erosiesnelheid	(m/s)

$$S = \sigma (1/2 + F) + 2 F + 2/3 (1 - F) \quad \text{een parameter} \quad (-)$$

$$\sigma = \frac{\Delta (1 - n - c)}{1 + \Delta c} \quad \text{een dichtheidsparameter} \quad (-)$$

Vergelijking (3.4.1) is een soort verhanglijnvergelijking waarin ook dichtheidsverschillen een rol spelen, net als bij dichtheidsstromen en turbidity currents. Het stelsel differentiaalvergelijkingen (3.4.1), (3.4.2) en (3.4.3) kan met gegeven randvoorwaarden numeriek opgelost worden met behulp van een directe voorwaartse differentiemethode, b.v. Runge-Kutta. De mengselstroming kan dan, bij gegeven bodemligging, wrijvingscoëfficiënt en erosiefunctie (zie Bijlage A.5) volledig beschreven worden met stroomsnelheid (u), mengseldiepte (h) en concentratie (c) als functies van de plaats (x). Fig 3.8 geeft het schema voor deze berekeningswijze.

Worden alleen de dichtheidsverschillen verwaarloosd en is de bodemhelling constant, dan volgt uit (3.4.1) de bekende verhanglijnvergelijking van Bélanger voor rivieren en kanalen:

$$\frac{dh}{dx} = i \left(\frac{h^3 - h_e^3}{h^3 - h_{gr}^3} \right) \quad (-) \quad (3.4.4)$$

Hieruit volgt weer voor een uniforme stroming $h = h_e$, de evenwichtsdiepte.

3.5 Morfologisch systeem

Door veranderingen in het zandtransport zal de bodemligging eveneens veranderen. Deze veranderingen in het zandtransport worden veroorzaakt door erosie en sedimentatie bij de bodem, zie paragraaf 3.3.2 en bijlage A.5. De verandering van de bodemligging en de invloed daarvan op de mengselstroming zelf geeft het stelsel een morfologisch karakter. De morfologie van het zandbed wordt 1-dimensionaal beschreven met de variabele bodemligging z_b met de bodemvergelijking:

$$\frac{dz_b}{dt} = -v_{\text{erosie}} = -\frac{E - S}{\rho_s (1 - n)} \quad (\text{m/s}) \quad (3.5.1)$$

Indien met behulp van het 1-D hydraulisch systeem, de vergelijkingen (3.4.1), (3.4.2) en (3.4.3), de mengselstroming berekend wordt, kan de nieuwe bodemligging na een zekere tijdstap Δt berekend worden met vgl. (3.5.1). Met deze nieuwe bodemligging kan het hydraulisch systeem, quasi-stationair, opnieuw doorgerekend worden, etc. Zodoende ontstaat een morfologisch systeem, waarmee alle grootheden als functies van de plaats (x) en de tijd (t) berekend kunnen worden.

Het morfologisch evenwicht wordt nu gedefinieerd als de toestand waarbij niet alleen alle mengselstroomgrootheden op elk duin zich periodiek herhalen, maar ook de vorm van het duin behouden blijft, terwijl het duinenpatroon als geheel gestadig langs de gemiddelde bodemhelling stroomopwaarts beweegt, zie fig 3.3. Voor een evenwichtssituatie, met een langs de gemiddelde bodemhelling i met het duin meebewegend assenstelsel (χ, ζ) geldt (zie Bijlage A.4):

$$\rho_s (1 - n) \left(\frac{dz_b}{d\chi} - i \right) v_{\text{duin}} + \frac{ds}{d\chi} = 0 \quad (\text{kg/sm}^2) \quad (3.5.2)$$

waarin v_{duin} de duinvoortplantingssnelheid in χ -richting is, volgens:

$$v_{\text{duin}} = \frac{E - S}{\rho_s (1 - n) \sin \alpha} = \frac{v_{\text{erosie}}}{\sin \alpha} \quad (\text{m/s}) \quad (3.5.3)$$

Hiermee is de tijdafgeleide geëlimineerd, maar impliciet is dan aangenomen dat de terugschrijdsnelheid van het duin constant is en de vorm van het duin behouden blijft. Dat geldt alleen in een evenwichtssituatie (fig 3.3).

Als beginvoorwaarde kan een bepaalde duingeometrie opgegeven worden. Bij een vast assenstelsel betekent dit wel, dat de plaats waar de randvoorwaarden opgelegd worden, steeds verandert. Meer algemeen zijn dus (3.4.1) en (3.4.2) geldig, waaruit volgt:

$$\frac{dz_b}{dt} = \frac{E - S}{\rho_s (1 - n)} \quad (\text{kg/sm}^2) \quad (3.5.4)$$

3.6. Rand- en aansluitvoorwaarden

Het karakteristieke beddingvormenpatroon, dat wordt aangetroffen op een stort, bestaat uit een aantal aaneengesloten duinen, of, iets preciezer geformuleerd anti-duinen of chute-pool systems (zie foto 3, 4 en figuur 2.1). Deze karakteristieke duinvorm kan alleen bestaan bij een bepaalde combinatie van sediment- en stromingsparameters, volgens de beddingvormtheorie bijvoorbeeld het Froudegetal en het kritieke Shieldsgetal. Dit komt door de gecompliceerde interacties tussen bodem en mengselstroming. In de wiskundige modellering wordt de duinvorm in belangrijke mate bepaald door de toegepaste erosiefunctie. De momenteel beschikbare formuleringen zijn allemaal specifiek van toepassing in één bepaald regime. Voor het normale rivierregime worden in [9] en [14] geschikte formuleringen gegeven. De hier gebruikte erosiefunctie, [20], zie Bijlage A.5, is specifiek bepaald voor het anti-duinen regime. Het is dus (nog) niet mogelijk met één model c.q. één erosiefunctie alle regimes door te rekenen. Dit betekent, dat niet voor elke willekeurige serie invoerparameters een sluitend systeem voor de betreffende beddingvorm hoeft te bestaan. Wel kunnen de grenzen van het anti-duinen of chute-pool regime met het model verkend worden.

Om de bodemligging te bepalen in het hydraulisch model, c.q. de initiële bodemligging in het morfologische model, worden het terras en het stapje geschematiseerd weergegeven door rechte vlakjes, gekarakteriseerd door de terras- en de staphelling (fig 3.1). Afhankelijk van het verloop van de stroming bepaalt het model vervolgens zelf de terras- en staplengte en daarmee de gemiddelde helling over het duin. Op de drempel gaat de

stroming over van sub- naar superkritisch, hier wordt het Froudegetal groter dan 1. De stroming op het stapje gaat zover door, totdat de mengseldiepte na de sprong weer gelijk is aan de oorspronkelijke mengseldiepte. Doordat de duinlengte en het verval over het duin op deze manier afhankelijk zijn van het gedrag van de mengselstroom, zoals bijv. het verloop van de erosiesnelheid, zal ook de vorm van het gehele stort op deze manier afhankelijk zijn van het verloop van de mengselstroming. Met behulp van het geschematiseerde duin kan deze vorm van het stort, bijv. hol, bol of recht, berekend worden met het hydraulische model van een aantal duinen achter elkaar.

Het duin kan geschematiseerd worden tot een samenstelsel van een viertal verschillende onderdelen (zie figuur 3.1), namelijk:

1. het terras, met een licht oplopend talud, waar het subkritisch stromende mengsel opgestuwd wordt en waar sedimentatie plaatsvindt,
2. de drempel, waar de bodemligging een lokaal maximum bereikt en waar het mengsel overgaat van sub- naar superkritische, schietende stroming,
3. het stapje of trapje, met een steil aflopend talud waar de stroming superkritisch is en waar erosie plaatsvindt,
4. de mengselsprong, waar de stroming abrupt overgaat van super- naar subkritische stroming en waar veel turbulentie wordt geproduceerd.

Het stelsel DV's waarmee de mengselstroming beschreven wordt, geldt in principe voor elk van deze onderdelen. De randvoorwaarden verschillen echter. Men kan niet zonder meer doorrekenen over de grenzen tussen de vier onderdelen heen. De gehele berekening zal dus gesplitst moeten worden in de vier genoemde onderdelen. Met een aantal aanvullende of vervangende randvoorwaarden kunnen de onderdelen aan elkaar gekoppeld en het gehele systeem, bestaande uit een zich stroomopwaarts bewegend anti-duin, sluitend gemaakt worden. Verder kunnen op bepaalde onderdelen vereenvoudigingen worden toegepast, bijvoorbeeld op de drempel of in de sprong (zie paragrafen 3.6.2 en 3.6.4).

3.6.1 Terras

Kenmerkend voor het terras is een geleidelijk versnellende, opgestuwde, subkritische stroming over een horizontaal tot licht oplopend talud. De opstuwing wordt veroorzaakt door de bodemwrijving en de oplopende terrashelling en gaat door tot de stroming kritisch wordt, aan het einde van het terras.

Aanvankelijk vindt er netto sedimentatie plaats, maar door de versnellende stroming neemt de erosie toe, totdat sedimentatie en erosie in evenwicht zijn en de erosiesnelheid 0, ongeveer op de top van het duin, aan het einde van het terras. De sedimentatie uit de turbulente suspensiestroom wordt bepaald door de sedimenteigenschappen en de concentratie. De sedimentatie vertoont een optimumverloop met een maximum bij $c = 20 \%$ ten gevolge van het hindered settling effect [16].

De rekenrichting kan zowel stroomop- als stroomafwaarts zijn. Om het hydraulische systeem op te lossen zijn er bij gegeven debiet twee randvoorwaarden nodig, in de vorm van een mengseldiepte, stroomsnelheid of Froudegetal. Omdat de stroming wordt beïnvloed door zowel benedenstroomse als bovenstroomse condities, kan dit complicaties opleveren bij de aansluiting van de berekeningen van het terras op die van de drempel. Bij gegeven beginbodempligging (z_{b0}) worden aan het begin van het terras, waar de oorsprong van de x-coördinaat ligt (zie fig 3.1), nog twee vrij te kiezen randvoorwaarden opgelegd. Gekozen is voor het specifiek debiet (q_0) en het Froudegetal (Fr_0), waarmee de mengseldiepte (h_0) en de mengselstroomsnelheid (u_0) tevens vastliggen, volgens:

$$h_0 = \sqrt[3]{(q_0^2 / (g Fr_0^2))} \quad (\text{m}) \quad (3.6.1)$$

en

$$u_0 = q_0 / h_0 \quad (\text{m/s}) \quad (3.6.2)$$

Aan de andere kant van het terras, bij de drempel, geldt als randvoorwaarde $Fr = 1$. Deze randvoorwaarde bepaalt het kenmerkende karakter van de opgestuwde terrasstroming op het duin. Het hydraulisch systeem dreigt nu overbepaald te raken, aangezien er nu meer dan twee randvoorwaarden opgelegd worden, namelijk het mengseldebiet en de Froudegetallen aan het begin en aan het einde van het terras, waar de stroming kritisch wordt. Daarom wordt bij de oplossing van het hydraulisch stelsel één variabele vrij gehouden, namelijk de bodemligging en daarmee de terraslengte. De vorm van het terras wordt vastgelegd door het terras te schematiseren als een hellend vlak met een helling β t.o.v. de horizontaal (zie fig 3.1). Voor een oplopend terras heeft β een negatieve waarde. Uitgaande van de randvoorwaarden bij $x = 0$ kan nu steeds een stapje Δx verder stroomafwaarts gerekend worden, totdat $Fr = 1$ voldoende nauwkeurig is bereikt. De lengte van het terras volgt dus uit de voorwaarde $Fr = 1$ op de drempel. De op deze wijze gevonden terrasvorm kan vervolgens dienen als beginbodemligging ($t = 0$) voor berekeningen met het morfologische systeem.

Omdat ook het verloop van het zandtransport en de invloed daarvan op de mengselstroming berekend moeten worden, is er behalve het debiet en het Froudegetal nog een randvoorwaarde nodig bij $x = 0$, betreffende de zand/water verhouding. Gekozen is voor de concentratie (c_0). Aangezien met de continuïteitsvergelijking debiet en concentratie direct gekoppeld zijn, levert deze randvoorwaarde geen extra restricties op voor het hydraulisch systeem. Het zandtransport aan het begin van het terras (s_0) ligt nu ook vast, volgens:

$$s_0 = \rho_s q_0 c_0 \quad (\text{kg/sm}) \quad (3.6.3)$$

Aan het einde van het terras gaat de stroming nu eerst over op de drempel, alvorens op het stapje veel sterker te gaan versnellen.

3.6.2 Drempel

De drempel vormt de overgang van het terras naar het stapje, waar de stroming vrijwel kritisch is. De gradiënt van de mengseldiepte bij kritische stroming ($Fr \sim 1$) is fysisch en mathematisch onbepaald, d.w.z. deze kan waarden zowel groter als kleiner dan 0 aannemen. De stroming kan dus zowel gaan vertragen als versnellen. Dit blijkt onder meer uit vergelijking (3.4.1) voor dh/dx , welke onbepaald wordt voor $Fr = 1$. Uiteraard moet er wel aan de continuïteit voldaan worden. Omdat de stroming op het terras versnelt en op het stapje, mits voldoende steil, verder wil versnellen, kan op de drempel het punt $Fr = 1$ fysisch gezien probleemloos doorlopen worden. Mathematisch-numeriek gezien is er nog wel een probleem. Omdat de gradiënten blijven toenemen kan de hydraulische bewegingsvergelijking hier niet opgelost worden. Op het terras moet dus doorgerekend worden tot het Froudegetal in de buurt van 1 komt. Vervolgens kan pas verder gerekend worden, op het stapje, met een Froudegetal dat wat groter is dan 1. Om de zo ontstane discontinuïteit op te vangen is de drempel geïntroduceerd.

De lengte van de drempel wordt gerelateerd aan de mengseldiepte ter plaatse. Aangenomen wordt dat de lengte van de drempel gelijk is aan de grensdiepte, dus:

$$L_{\text{drempel}} = h_{gr} \quad (\text{m}) \quad (3.6.5)$$

Omdat de lengte van de drempel relatief kort is ten opzichte van de mengseldiepte, kan deze feitelijk niet meer als een volkomen lange overlaat beschouwd worden. Dat betekent dat bij de overgang op het stapje, met een steile helling, de verticale versnellingen niet meer verwaarloosd kunnen worden en de mengseldiepte kleiner dan de grensdiepte kan worden. Op de TU Delft zijn proeven uitgevoerd betreffende de hydraulische aspecten van de terrasstroming [25].

Bij deze proeven werd geconstateerd dat op de drempel net vóór het stapje voor de waterdiepte ongeveer gold:

$$h_{\text{drempel}} = 0,7 h_{\text{gr}} \quad (\text{m}) \quad (3.6.6)$$

wat overeenkomt met $Fr = 1,7$. Daarom wordt dit als bovenrandvoorwaarde voor de berekening van het stapje aangehouden. De mengseldiepte op de drempel wordt lineair geïnterpoleerd tussen de waarden aan het einde van het terras (de onderlimiet $Fr = 0,99$) en het begin van het stapje ($Fr = 1,7$), waarna ook de snelheden berekend kunnen worden. Vervolgens kunnen de sedimentatie en de erosie en de resulterende bodemveranderingen berekend worden. Op de drempel zal in principe de netto sedimentatie overgaan in netto erosie en dus de erosiesnelheid positief worden. De drempel wordt beschouwd als een deel van het terras, de totale terraslengte wordt daarom gedefinieerd als de som van de lengte van het terras en die van de drempel (fig 3.1).

3.6.3 Stapje

Het stapje of trapje wordt gekenmerkt door een versnellende, superkritische stroming over een steil talud. Er is weinig energieverlies, zodat er tevens weinig turbulentie geproduceerd wordt. Op het stapje vindt netto erosie plaats, d.w.z. er wordt zand losgemaakt en afgevoerd. Door de erosie verplaatst het stapje zich gestadig stroomopwaarts. Dit erosieproces vergt veel energie, waardoor de turbulentieproductie geremd wordt en de schijnbare bodemwrijvingscoëfficiënt hoog is. Omdat de helling, α , zo steil is, speelt de zwaartekracht een belangrijke rol in het erosieproces, dit effect is verdisconteerd in de erosiefunctie (zie paragraaf 3.5 en bijlage A.5). Bij een hoog en steil stapje en bij zeer fijn zand zullen de waterspanningen een rol gaan spelen en kan er een bres ontstaan, welke steiler is dan het natuurlijk talud, ϕ . Dit verschijnsel is waargenomen bij het "invreten" van geulen op het bovenwaterstort [17] en bij enkele stortproeven onder water, met name P09 [28]. Op een gewoon bovenwaterstort speelt dit effect geen belangrijke rol.

Het stapje wordt, net als het terras, met het complete hydraulische systeem berekend. De randvoorwaarden moeten bovenstrooms

opgelegd worden, de rekenrichting is met de stroom mee. De twee randvoorwaarden aan het begin zijn het Froudegetal ($Fr = 1,7$) en het debiet, waaraan toegevoegd een randvoorwaarde voor het zandtransport, de concentratie. Deze randvoorwaarden volgen uit de berekening van de drempel, zie paragraaf 3.6.2. De stroming moet wel superkritisch zijn, dus de bodemhelling voldoende steil, de condities benedenstrooms hebben dan geen invloed op de stroming. Er kan niet stroomopwaarts gerekend worden, omdat de stroming niet beïnvloed wordt door benedenstroomse condities, een kenmerk van superkritische stroming.

Wordt de bodemhelling ter plaatse van het stapje, α , net als op het terras vastgelegd, dan is de plaats waar de mengselsprong optreedt en dus de lengte van het stapje in principe onbepaald. Als periodiciteitseis kan worden gesteld, dat de mengseldiepte na de sprong (zie paragraaf 3.6.4) gelijk moet zijn aan die aan het begin van het terras, dus:

$$h_2 = h_0 \quad (m) \quad (3.6.7)$$

Een bezwaar van deze voorwaarde is, dat deze niet dimensieloos is, waardoor bijvoorbeeld bij afname van het debiet de staplengte moet toenemen om toch een zelfde mengseldiepte te bereiken. Daarom wordt nu gesteld, dat het Froudegetal na de sprong gelijk moet zijn aan het Froudegetal aan het begin van het vorige terras, dus:

$$Fr_2 = Fr_0 \quad (-) \quad (3.6.8)$$

De periodiciteit van één grootheid, de mengseldiepte of het Froudegetal, wordt daarmee opgelegd. Dat wil nog niet zeggen, dat ook de stroomsnelheid of het debiet daarmee vanzelf periodiek zijn. Immers, het debiet hoeft niet constant te zijn vanwege concentratieveranderingen. Het is in principe ook mogelijk de periodiciteit van een andere grootheid, bijv. de concentratie op te leggen. Alleen als alle grootheden periodiek zijn, is er sprake van een hydraulisch evenwicht (zie fig 3.2).

Met deze eis wordt de plaats van de sprong en daarmee de lengte van het stapje vastgelegd. Er wordt dus net zolang doorgerekend op het stapje totdat aan de eis voldaan wordt en vervolgens wordt de sprong berekend. Met het morfologisch systeem kan de ontwikkeling van het stapje in de tijd berekend worden en daarmee de voortplantingssnelheid van het duin.

3.6.4 Mengselsprong

De mengselsprong wordt gekenmerkt door een abrupte overgang van een snelstromende, superkritische naar een traagstromende, subkritische mengselstroming, waarbij een groot deel van de stromingsenergie wordt omgezet in turbulentie. Het blijkt, dat het meeste energieverlies van de mengselstroom over een duin en dus over het stort plaatsvindt in de sprong. De vormweerstand van het duin is dus veel belangrijker dan de bodemwrijving, wat tot uiting komt in hoge waarden voor de wrijvingscoëfficiënt.

De turbulentie opgewekt in de sprong zal gedurende de stroming over het terras uitdempen en uiteindelijk zal alleen nog de turbulentie opgewekt bij de bodem van belang zijn. Door de lokaal hoge turbulentieproductie kan al het zand, dat op het stapje geërodeerd is, in de sprong weer in suspensie gebracht en homogeen over de diepte verdeeld worden. Hierdoor ontstaat een homogeen, turbulent zand-watermengsel, dat pas nadat de turbulentie van de sprong grotendeels uitgedempt is weer uitzakt naar een minder homogeen evenwichtsconcentratieprofiel. Zouden ook berekeningen van de concentratie- en snelheidsverdelingen over de diepte gewenst zijn, dan is een 2-dimensionaal model (2-DV) noodzakelijk, waarin de diffusiecoëfficiënt een rol speelt. Deze zal nu een functie zijn van de afstand vanaf de sprong, het energieverlies en de viscositeit van het mengsel. Uit de resultaten van de al eerder genoemde proeven uitgevoerd op de TU Delft, kan worden afgeleid dat de uitdempingslengte globaal $50 h_{gr}$ bedraagt [25]. De terraslengte is meestal niet groter dan deze waarde. Uiteraard is ook de valsnelheid en dus de korreldiameter van belang: hoe grover het materiaal, hoe minder homogeen het mengsel. Geconcludeerd kan worden, dat er twee processen een rol spelen. Ten eerste het losmaken van

het zand op het stapje, de erosie, ten gevolge van de bodemschuifspanning. Ten tweede de mengselvorming, ofwel het in suspensie brengen van het zand in de sprong, tengevolge van de turbulentie. Vanwege de hoge turbulentiegraad in de sprong is de aanname van een homogeen mengsel voor niet al te grof materiaal (korreldiameter niet groter dan ca 400 μm) verantwoord.

Om het voor het stort typerende chute-pool systeem te kunnen handhaven, moet de mengselsprong vrij blijven. De rand- en aansluitvoorwaarden moeten voorzien in deze eis. Bij zeer hoge debieten ($q > 0,5$ à $1 \text{ m}^2/\text{s}$) en zeer flauwe storthellingen ($i < 0,001$) kan niet meer aan deze eis worden voldaan, de sprong zal verdrinken. Als criterium om het einde van het stapje en het begin van de sprong vast te leggen, wordt de sprongvergelijking gebruikt. Hoe verder de mengseldiepte op het stapje (h_1) afneemt en de stroomsnelheid tegelijkertijd toeneemt, hoe groter de mengseldiepte (h_2) en hoe kleiner de stroomsnelheid nà de mengselsprong, dus hoe sterker de vertraging en hoe groter het energieverlies. Uit een impulsbeschouwing van de mengsel-stroming, toegepast op de mengselsprong, waarbij dichtheidsveranderingen in de sprong en wrijvingsverliezen verwaarloosd worden (zie Bijlage A.1), volgt:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2} (\sqrt{(1 + 8 F_1^2)} - 1) \quad (-) \quad (3.6.9)$$

De lengte van een watersprong kan in zijn algemeenheid niet berekend worden, maar er is wel enige experimentele kennis voorhanden. Er kan onderscheid gemaakt worden tussen de lengte van de sprong, de lengte waarover de diepte h_2 wordt bereikt, en de lengte van de neer of "roller", de lengte waarover nog retourstroming aan het oppervlak optreedt. De spronglengte, kleiner dan de rollerlengte, is hier van belang, maar is minder goed te bepalen. Uit de resultaten van een experimenteel onderzoek betreffende watersprongen, [1], kon globaal afgeleid worden:

$$L_{\text{sprong}} = 8 h_1 \quad (-) \quad (3.6.10)$$

In een recent verschenen artikel, [36], wordt speciaal ingegaan op de karakteristieken van een sprong aan het einde van een steil talud, zoals het stapje. Voor gematigde Froudegetallen werd gevonden dat de lengte van de roller globaal $6 h_2$ bedraagt. Voor de lengte van de sprong wordt hier verder $8 h_1$ aangehouden.

In het algemeen zal er aan het begin van de sprong nog erosie optreden, maar verder voornamelijk sedimentatie. Het netto dichtheidsverschil over de sprong zal daarom klein zijn. De mengseldiepte in de sprong wordt lineair geïnterpoleerd tussen de waarde aan het eind van het stapje (h_1) en de met (3.6.9) berekende eindwaarde (h_2), waarna ook de snelheden berekend kunnen worden. Vervolgens kunnen de sedimentatie en de erosie en de resulterende bodemveranderingen berekend worden, op analoge wijze als op de drempel. De totale duinlengte kan nu gedefinieerd worden als de som van de lengte van het terras, inclusief de drempel, het stapje en de sprong (fig 3.1).

Na de berekening van de sprong is de bodemligging op elk onderdeel van het duin bekend. In het geval van hydraulisch evenwicht, waarbij $s_2 = s_0$, is de gemiddelde helling over één duin tevens de gemiddelde helling van een aaneengesloten serie duinen, dus de storthelling. Deze kan dan berekend worden met:

$$i_{\text{gem}} = \frac{z_{b2} - z_{b0}}{L_{\text{duin}}} \quad (-) \quad (3.6.11)$$

3.7 Analytische uitwerking van het hydraulisch stelsel

In een interessante studie naar de wiskundige modellering van een troebelingsstroom of turbidity current [5] leiden Chu, Pilkey en Pilkey criteria af voor de toe- of afname van het Froudegetal van de stroming. De afgeleide criteria zijn overigens niet geheel correct, omdat er geen rekening is gehouden met de tekenwisseling van de factor $1 - F$, ten gevolge van de overgang van sub- naar superkritische stroming en omgekeerd. Op analoge wijze als Chu, Pilkey en Pilkey hebben gedaan, kan uit de vergelijkingen (3.4.1), (3.4.2) en (3.4.3), het hydraulisch systeem, worden afgeleid:

$$\frac{1}{F} \frac{dF}{dx} = \frac{AF - I + KS/u}{1/3 h (1 - F)} \quad (m^{-1}) \quad (3.7.1)$$

Deze vergelijking laat zien dat de onderlinge verhouding van bodemwrijving (AF), bodemhelling (I) en erosiesnelheid (KS / u) het gedrag van de stroming bepaalt (zie fig 3.4). Bij een gewone vloeistofstroming zijn alleen de eerste twee termen, AF en I, van belang. Bij de mengselstroming komt daar een derde term, de erosie (KS / u) bij. Deze erosie heeft, zoals blijkt uit (3.7.1), een zelfde effect op de stroming als de bodemwrijving, of een negatieve bodemhelling. Uit (3.7.1) blijkt verder dat uniforme stroming, waarbij $dF/dx = 0$, kan optreden indien:

$$I = AF + KS / u \quad (-) \quad (3.7.2)$$

Aangezien altijd geldt $F \geq 0$ en $S > 0$ volgt uit deze vergelijking, dat de stroming versnelt, dus $dF/dx > 0$, indien:

$$\begin{aligned} &0 < F < 1 \quad \underline{\text{en}} \quad I < AF + KS / u \\ \underline{\text{of}} & & & & & & (3.7.3) \\ &F > 1 \quad \underline{\text{en}} \quad I > AF + KS / u \end{aligned}$$

In woorden betekent dit, dat een subkritische stroming kan versnellen op flauwe c.q. negatieve bodemhellingen en een superkritische stroming op steile hellingen, afhankelijk van bodemwrijving en netto erosie. Voor een vertragende stroming gelden precies tegengestelde

relaties. Kenmerkend voor een terras is nu, dat de stroming subkritisch en versnellend is en voor een stapje superkritisch en versnellend, dus:

terras: $0 < F < 1$ en $dF/dx > 0$

stapje: $F > 1$ en $dF/dx > 0$

Met behulp van deze relaties kan nu aangegeven worden bij welke combinaties van bodemwrijving, helling en erosiesnelheid een terras resp. een stapje kan optreden.

In een andere interessante studie naar turbidity currents geeft Pantin [6] een aantal relevante relaties grafisch weer m.b.v. een z.g. fase-vlak-analyse. Een dergelijke aanpak is ook hier illustratief. Worden alle combinaties van bodemhelling, Froudegetal en erosiesnelheid als een drie-dimensionale halfruimte gezien, waarin I , F en KS / u langs de drie assen uitgezet worden, dan vormt (3.7.2) een grensvlak en geven de relaties (3.7.3) een bepaalde afbakening van deze ruimte, waar een stapje resp. een terras kunnen optreden. In de figuren 3.5 a t/m e zijn een aantal karakteristieke doorsneden van deze ruimte gegeven, steeds voor een bepaalde waarde van de erosiesnelheid, KS / u .

3.8 Uitbreidingen van het wiskundig model

3.8.1 Uitbreiding voor gespreide stroming

In paragraaf 3.3 zijn de vergelijkingen gegeven voor een zand-watermengselstroming op een bovenwaterstort, waarbij er is uitgegaan dat de breedte waarover de stroming plaatsvindt constant blijft. In de praktijk is dit vaak het geval, hetzij door natuurlijke omstandigheden, bijvoorbeeld in geulen, hetzij tot stand gebracht met technische hulpmiddelen, zoals bulldozers en perskaden. Wat op het bovenwaterstort, maar met name ook op het onderwaterstort kan plaatsvinden, is echter dat de mengselstroming na het verlaten van de pijp resp. aan de waterlijn zich gaat spreiden over een toenemende breedte. Vindt deze spreiding plaats met een constante hoek dan is er sprake van een radiale spreiding. Hierdoor zal het specifiek debiet snel afnemen. In het geval van radiale spreiding van de mengselstroom op het stort is de breedte dus niet constant, maar wel een bekende functie van x , namelijk (zie fig. 3.6):

$$b = 2 (r_0 + x) \tan \left(\frac{1}{2} \psi \right) \quad (\text{m}) \quad (3.8.1)$$

waarin r_0 de spreidingsstraal bij $x = 0$ en ψ de spreidingshoek in graden

is. De spreidingshoek ψ mag niet al te groot worden ($\psi < 90^\circ$), omdat de stroming dan een te grote zijwaartse component krijgt en niet meer 1-dimensionaal beschreven kan worden. Het spreidingspatroon wordt bepaald door twee parameters. De beginbreedte, de breedte van het stort ter plaatse van $x = 0$, kan ook als spreidingsparameter gebruikt worden (zie fig 3.6).

De spreidingsstraal kan hieruit afgeleid worden met:

$$r_0 = \frac{1}{2} b_0 / \left(\tan \frac{1}{2} \psi \right) \quad (\text{m}) \quad (3.8.2)$$

De spreiding van de mengselstroom begint dus vanuit één punt, de spuitmond van de persleiding. De rand waar het terrasvormige stort begint, het punt $x = 0$, ligt op een afstand r_0 hiervanaf. Bij gegeven specifiek debiet en concentratie ter plaatse van $x = 0$ zijn dan ook het totale mengseldebiet en de totale zandproductie vastgelegd, namelijk:

$$Q_0 = q_0 b_0 \quad (\text{m}^3/\text{s}) \quad (3.8.3a)$$

en

$$S_0 = \rho_s Q_{\text{tot}} c_0 \quad (\text{kg/s}) \quad (3.8.3b)$$

De berekeningen kunnen verder gewoon 1-dimensionaal langs de x-as uitgevoerd worden, alleen neemt het specifiek debiet nu niet alleen af ten gevolge van sedimentatie, maar in nog veel sterkere mate ook ten gevolge van de spreiding. Dit effect kan in het stelsel DV's ingebracht worden met behulp van de spreidingsstraal, welke volgens (3.8.2) een functie is van de spreidingshoek en de beginbreedte. In bijlage A.1 wordt de algemene afleiding van het stelsel vergelijkingen gegeven, waarin ook een variabele breedte is meegenomen.

3.8.2 Uitbreiding voor dichtheidsstroming onder water

In paragraaf 3.3 zijn de vergelijkingen afgeleid voor een zand-watermengselstroming op een bovenwaterstort. Voor de situatie onder water gelden andere omstandigheden (zie fig 3.7), welke echter op analoge manier beschreven kunnen worden. Het belangrijkste effect onder water is het gereduceerde dichtheidsverschil tussen mengselstroming en omgeving. Dit kan beschreven worden met het interne Froudegetal. Daarnaast spelen de wrijving langs het interne grensvlak en de uitwisseling van zand en water door dit grensvlak een rol.

a. Dichtheidsverschil

Het belangrijkste verschil met de situatie boven water is het gereduceerde dichtheidsverschil, dat beschreven kan worden met de factor ϵ ofwel het interne Froudegetal Fr_i . De relatieve mengseldichtheid ϵ is gedefinieerd als:

$$\epsilon = \frac{\rho_m - \rho_w}{\rho_w} \quad (-) \quad (3.8.4)$$

Is de concentratie van het zand in de mengselstroom onder water gelijk aan c en bevat het bovenliggende water geen zand, dan is ϵ gelijk aan $\Delta c / (1 + \Delta c)$. Het interne Froudegetal luidt nu:

$$Fr_i = \frac{u}{\sqrt{(\epsilon g h)}} \quad (-) \quad (3.8.5)$$

Het interne Froudegetal is dus sterk afhankelijk van de concentratie. Het Froudegetal boven water is slechts zwak afhankelijk van de concentratie t.g.v. debietveranderingen. De stroomsnelheden zullen daardoor bij een zelfde debiet onder water veel geringer zijn en de mengseldiepten veel groter. Vergelijking (3.8.5) is in feite een meer algemene formulering voor het Froudegetal, met ρ_w de dichtheid van het omringende medium en ρ_m de dichtheid van de stromende vloeistof. Op het bovenwaterstort is de lucht het omringende medium, waarvan de dichtheid verwaarloosbaar klein is t.o.v. die van het mengsel. De relatieve mengseldichtheid ϵ heeft volgens (3.8.4) dan een waarde van vrijwel 1, zodat (3.8.5) dan het gewone Froudegetal geeft.

b. Wrijving

Naast de bodemwrijving speelt nu ook de wrijving langs het interne grensvlak een rol. In het algemeen kan gesteld worden dat ook deze wrijving evenredig is met het kwadraat van het stroomsnelheidsverschil. De interne wrijvingscoëfficiënt kan, bij superkritische stroming, belangrijk groter zijn dan die van de bodem. Bovendien hoeft deze coëfficiënt geen constante te zijn, maar kan hij afhankelijk zijn van bv. het Froudegetal [16]. Over de grootste lengte van het duin is de mengselstroming echter subkritisch. Daarom wordt aangenomen dat de interne wrijvingscoëfficiënt gerelateerd is aan de bodemwrijvingscoëfficiënt.

$$\tau_i = - f_i / 8 \rho_m u^2 \quad (\text{Pa}) \quad (3.8.6)$$

De totale schuifspanning t.g.v. de wrijving langs bodem en grensvlak kan dan geschreven worden als:

$$\tau_{\text{tot}} = - (f_0 + f_i) / 8 \rho_m u^2 \quad (\text{Pa}) \quad (3.8.7)$$

Bodem- en grensvlakwrijving zijn in het algemeen aan elkaar gekoppeld. Daarom wordt een verhoudingsgactor fk_i ingevoerd, gedefinieerd als:

$$f_i = fk_i f_0 \quad (-) \quad (3.8.8)$$

In de literatuur over dichtheidsstromingen met gematigde Froude- en Richardsongetallen wordt fk_i vaak op 1/3 gesteld [14]. Op de TU Delft zijn kleinschalige laboratoriumproeven uitgevoerd [17]. Daarbij werd de coëfficiënt voor de interne wrijving gecorreleerd aan de bodemwrijvingscoëfficiënt en het specifieke debiet. Er werden waarden gevonden voor fk_i variërend van 0,19 tot 0,49. In [16] wordt fk_i berekend als functie van het Reynoldsgetal met behulp van een experimentele formule (Bo Pedersen).

c. Zandverlies

De mengselstroming onder water kan zand verliezen zowel door sedimentatie naar de bodem, wat ook boven water het geval is, als door zandverlies door het interne grensvlak, bv. door een overtrekkende dwarsstroming. Dit zandverlies heeft invloed op de continuïteit van zand en water, maar ook op de impulsbalans. Het zandverlies z_v wordt gedefinieerd als de netto hoeveelheid zand, die per oppervlakte-eenheid door het interne grensvlak verloren gaat (in kg/sm^2). Een negatieve waarde van z_v betekent dat er zand door het grensvlak in de mengselstroming opgenomen wordt uit het bovengelegen water. Het zandverlies kan, overeenkomend met de beschrijving volgens het quasi-uniforme TU rekenmodel voor zand-watermengselstroming op een onderwaterstort [16], gemodelleerd worden als:

$$z_v = \rho_s v_{\text{zand}} = rk_2 \rho_s f_i u c \quad (\text{kg}/\text{sm}^2) \quad (3.8.9)$$

waarin rk_2 in principe een waarde van $1/8$ heeft. Met behulp van de verticale turbulente diffusievergelijking en een geschematiseerde weergave van de menglaag is (3.8.9) in [16] afgeleid. In deze formulering speelt het Richardsongetal (Ri) een rol, dat een criterium is voor de stabiliteit van de menglaag van een dichtheidsstroming, zie [16]. De afleiding is geldig voor turbulente, stabiel gelaagde dichtheidsstromingen, waarvoor $Ri > ca$ $0,4$ en $Fr_i < 1$ (subkritisch).

d. Entrainment

De mengselstroming onder water kan door het interne grensvlak water opnemen, bv. ten gevolge van de turbulentie. Deze opname van water wordt aangeduid met de term entrainment- of aanzuigsnelheid v_{entr} , gedefinieerd als de netto hoeveelheid water, die per eenheid van oppervlakte door de mengselstroom wordt opgenomen (in m^3/m^2s dus m/s). Deze entrainment wordt in analogie met een troebelingsstroom gemodelleerd [11, 14] volgens:

$$v_{entr} = rk_3 u Fr_i^2 \quad (m/s) \quad (3.8.10)$$

waarin voor rk_3 in de genoemde literatuur een waarde van 0,0015 wordt gegeven.

De op deze wijze verkregen modellering is uiteraard zeer schematisch en nog niet getoetst aan experimentele gegevens op prototypeschaal. Met behulp van de factoren fk_1 , rk_2 en rk_3 , welke als invoerparameters in het model opgegeven moeten worden, kan een gevoeligheidsanalyse worden uitgevoerd. In het algemeen zal blijken, dat de snelheden v_{zand} en v_{entr} kleiner zijn dan de erosie- of sedimentatiesnelheid v_{eros} en dus van minder direct belang voor de mengselstroming zelf. Toch kunnen bijvoorbeeld debiet, concentratie en duinlengte beïnvloed worden door deze factoren. Wanneer er een overtrekkende dwarsstroming aanwezig is, zoals bij een zandsluiting, is het zandverlies (z_v) van belang voor de totale zandbalans. Al het uit de mengselstroom opgewervelde zand kan dan worden afgevoerd en zal mogelijkerwijs pas buiten het gebied van het onderwaterstort weer bezinken. Het opgewervelde zand draagt dan bij aan het totale zandverlies, zie ook [13, 16].

3.8.3 Basisvergelijkingen

a. Bewegingsvergelijking

De effecten a t/m d van paragraaf 3.8.2 zijn in de basisvergelijkingen van paragraaf 3.4 opgenomen, zie hiervoor Bijlage A. In de impulsvergelijking, (3.4.1), verschijnt nu overal waar de versnelling van de zwaartekracht g stond het product ϵg . De zwaartekracht wordt a.h.w. gereduceerd met een factor ϵ . Verder komt er de totale schuifspanning τ_{tot} i.p.v. de bodemschuifspanning τ_0 te staan, zodat:

$$\rho_m \epsilon g b h \frac{d(h + z_b)}{dx} + \frac{1}{2} \epsilon g h^2 \frac{d(\rho_m b)}{dx} + \frac{d}{dx} (\rho_m Q u) - (\tau_0 + \tau_i) b = 0$$

(Pa) (3.8.11)

b. Continuïteitsvergelijkingen zand en water

Stel eerst (zie ook Bijlage A):

$$v_{erosie} = \frac{E - S}{\rho_s (1 - n)} \quad (m/s) \quad (3.8.12)$$

de erosiesnelheid,

$$v_{entr} = v \quad (m/s) \quad (3.8.13)$$

de aanzuig- of entrainmentsnelheid,

$$v_{zand} = z_v / \rho_s \quad (m/s) \quad (3.8.14)$$

de zandverliessnelheid.

Hieruit volgt de algemene continuïteitsvergelijking voor het zand (zie bijlage A):

$$\frac{\rho_s d(Qc)}{b dx} = E - S - z_v \quad (\text{kg/sm}^2) \quad (3.8.15)$$

en voor het water:

$$\frac{d\{Q(1-c)\}}{b dx} = v_{\text{erosie}} n + v_{\text{ent}} \quad (\text{m/s}) \quad (3.8.16)$$

3.8.4 Hydraulisch systeem; algemeen

Uit de drie plaatsafhankelijke basis-differentiaalvergelijkingen van het hydraulisch systeem, (3.8.11), (3.8.15) en (3.8.16), kunnen de differenties van de drie grootheden mengseldiepte (h), stroomsnelheid (u) en zandconcentratie (c) opgelost worden. Voor de volledige DV, dus met dichtheids- en spreidingseffecten, kan worden afgeleid (zie Bijlage A):

a. voor de mengseldiepte (h):

$$\frac{dh}{dx} = \frac{I - AF - (K_1 S_1 - K_2 S_2 + K_3 S_3)/u - (1/2 - F) h/(r_0 + x)}{1 - F} \quad (-) \quad (3.8.17)$$

b. voor de stroomsnelheid (u):

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{h} (K_1 - K_2 + K_3 - u \frac{dh}{dx}) - \frac{u}{r_0 + x} \quad (\text{s}^{-1}) \quad (3.8.18)$$

c. voor de zandconcentratie (c):

$$\frac{dc}{dx} = \frac{1}{q} [(1 - n - c) K_1 - (1 - c) K_2 - c K_3] \quad (m^{-1}) \quad (3.8.19)$$

Verder kan worden afgeleid voor het Froudegetal (Fr):

$$\frac{1}{F} \frac{dF}{dx} = \quad (m^{-1}) \quad (3.8.20)$$

$$AF - I + 2/3(1 - F)(K_1 - K_2 + K_3)/u + (K_1 S_1 - K_2 S_2 + K_3 S_3)/u - 1/3 h(1/2 - F)/(r_0 + x)$$

$$1/3 h (1 - F)$$

waarin:

$$F = u^2 / (\epsilon g h) \text{ het interne Froudegetal } (=Fr_i^2) \quad (-)$$

$$A = (f_0 + f_i) / 8 \text{ de wrijvingscoëfficiënt} \quad (-)$$

$$I = - dz_b / dx \text{ de bodemhelling} \quad (-)$$

$$K_1 = v_{\text{erosie}} \text{ de erosiesnelheid } (=K) \quad (m/s)$$

$$K_2 = z / \rho_s = v_z \text{ de zandverliessnelheid} \quad (m/s)$$

$$K_3 = v_{\text{ent}} \text{ de entrainmentsnelheid} \quad (m/s)$$

$$S_1 = \sigma_1 (1/2 + F) + 2 F \text{ een parameter} \quad (-)$$

$$S_2 = \sigma_2 (1/2 + F) + 2 F \text{ idem} \quad (-)$$

$$S_3 = \sigma_3 (1/2 + F) - 2 F \text{ idem} \quad (-)$$

$$\sigma_1 = \frac{\Delta (1 - n - c)}{1 + \Delta c} (= \sigma) \quad \text{een dichtheidsparameter} \quad (-)$$

$$\sigma_2 = \frac{\Delta (1 - c)}{1 + \Delta c} \quad \text{een dichtheidsparameter} \quad (-)$$

$$\sigma_3 = \frac{\Delta c}{1 + \Delta c} (= \varepsilon) \quad \text{een dichtheidsparameter} \quad (-)$$

Het gedrag van de dichtheidsparameters σ_1 , σ_2 en σ_3 als functies van de concentratie c is geschetst in fig. A.4 van Bijlage A. De vergelijkingen voor het bovenwaterstort zonder spreiding volgen uit deze DV's door $K_2 = K_3 = 0$, $r_0 = \infty$, ε in het Froudegetal F gelijk aan 1 en de interne wrijving in A gelijk aan 0 te stellen.

Het blijkt, dat de entrainment en het zandverlies soortgelijke effecten op het gedrag van de mengselstroom bewerkstelligen als de erosiesnelheid. Ook de spreidingsfactor heeft een soortgelijk effect. Om al deze effecten grafisch weer te geven in een fase-vlak analyse, zoals in paragraaf 3.7 is gedaan, zou een multi-dimensionale ruimte nodig zijn. Het is echter voldoende om de termen in de DV onderling te vergelijken om een indruk van het netto effect te krijgen.

BEREKENINGSRESULTATEN

Uitgaande van de basisvergelijkingen en de aansluitvoorwaarden geformuleerd in hoofdstuk 3 is een numeriek computermodel ontwikkeld (zie ook deel II). Er zijn twee opties van het model ontwikkeld, een morfologische, waarmee gebruikmakend van het complete stelsel DV's van punt tot punt de wederzijdse, tijdsafhankelijke interactie tussen bodemligging en mengselstroom op één duin kan worden berekend, en een hydraulische, waarmee slechts de initiële bodemveranderingen kunnen worden berekend, maar waarmee meerdere duinen achterelkaar kunnen worden doorgerekend.

Twee versies zijn operationeel op een Personal Computer, namelijk ZSTORTOW en ZSTORTEV. Met de eerste versie kunnen vier verschillende situaties doorgerekend worden, namelijk enerzijds onder of boven water en anderzijds hydraulisch of morfologisch, al of niet in dynamisch evenwicht verkerend. Met de tweede versie kan de hydraulische evenwichtssituatie op een boven- of onderwaterstort berekend worden. Berekeningsresultaten met de versies van het computermodel worden gegeven in de paragrafen 4.1 t/m 4.4. Deze paragrafen sluiten aan op de paragrafen 2.3.1 t/m 2.3.4 van deel II, waar de precieze werkwijze met het numerieke model, de range van de invoerparameters, enz. wordt toegelicht.

4.1 Hydraulische berekeningen bovenwaterstort

Met ZSTORTEV zijn een aantal proeven in de kantelgoot, waarmee een simulatie van een bovenwaterstort op vrijwel prototypeschaal gerealiseerd kon worden, zie [20], nagerekend. Vergelijking van de resultaten met de metingen kan op verschillende manieren gedaan worden. Er kan gekeken worden naar de evenwichtshellingen, de duinlengte en -vorm en de verandering van de duinen in de tijd.

De berekende evenwichtshellingen zijn in grafiekvorm uitgezet als functie van het specifiek debiet (fig 4.1a en b). Al eerder is gebleken [15, 32], dat de evenwichtshelling voor uniforme stroming vooral een functie is van het specifieke debiet q en de korreldiameter d_{50} . Verder bleek, dat duinvorming begon op te treden bij hellingen, die niet veel flauwer (ca 0,001 rad) waren. Enkele metingen op het stort Slaak [25] gaven globaal eenzelfde resultaat. Met ZSTORTEV zijn de evenwichtshellingen berekend voor verschillende specifieke debieten, variërend van 0,01 tot 0,15 m²/s en twee korreldiameters, 120 en 225 μ m. Bovendien is de beginwaarde van de terrashelling (β) gevarieerd. De overige invoerparameters zijn zoveel mogelijk constant gehouden. Zodoende zijn de kantelgootproeven [20] gesimuleerd. De resultaten zijn gegeven in fig. 4.1a en b, elk punt is het resultaat van een berekening. De in [20] experimenteel gevonden waarden zijn weergegeven met een lijn. Uit deze figuren blijkt, dat de eerder gevonden relatie voor de evenwichtshelling wordt bevestigd door de numerieke experimenten. De gevonden waarden vertonen hetzelfde verband met q en d_{50} . Ze liggen wel steeds iets onder de experimenteel gevonden lijn. Dit is te verwachten, omdat de duinvorming in de kantelgoot ontstond ten gevolge van sedimentatie en de evenwichtshelling gedefiniëerd was als de helling waarbij nog net geen sedimentatie optrad en de stroming nog uniform was.

Het blijkt dat ook andere parameters nog van invloed kunnen zijn. Bij de uniforme stroming in de kantelgoot was de invloed van de beginconcentratie gering, in de range van 10 tot 30 % . Bij de berekeningen van de niet-uniforme terrassen is wel invloed geconstateerd. Waarschijnlijk komt dit door de invloed van de concentratie op het erosieproces op het stapje. Verder blijkt, dat de beginwaarde van het Froudegetal van invloed is. In de natuur (prototype en laboratorium) zal deze waarde waarschijnlijk

gekoppeld zijn aan de overige stortparameters, zoals het debiet en dus niet geheel onafhankelijk gekozen kunnen worden, zoals in het rekenmodel.

Behalve de evenwichtshelling kan met de hydraulische versie ook de duinlengte en de geschematiseerde duinvorm nagerekend worden. Twee van de kantelgootproeven met duinvorming, 47 en 59, zijn bij wijze van voorbeeld nagerekend, zie figuur 4.2a en b. Daartoe zijn dezelfde debieten en concentraties ingevoerd en globaal dezelfde terras- en staphelling α en β . De duinlengte blijkt redelijk gesimuleerd te kunnen worden met het model. Een probleem bij het vergelijken van de duinvormen zoals deze geconstateerd zijn in de kantelgoot, is dat deze vaak nog niet geheel volgroeid waren. De tijdregistraties in [15] en [20] laten zien dat de duinen groeiden en tegelijkertijd hoger en steiler werden. In het begin waren de duinen zeer flauw, met α slechts enkele graden. De duinen liepen uiteindelijk de goot uit. Het rekenmodel berekent volgroeide duinen, met α van 20 tot 30°. Op het stort [10, 25] zijn de duinen steeds volgroeid.

Met ZSTORTOW kan een aaneengesloten stort doorgerekend worden, met de gevonden evenwichtsterrashelling β en de bijbehorende stortparameters. Fig 4.3 laat een evenwichtssituatie zien. De invoerparameters waren hierbij:

$$q_0 = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}, c_0 = 10 \%, d = 120 \text{ }\mu\text{m}, Fr_0 = 0,5,$$

$$\alpha = 20^\circ, \beta = -0,5^\circ, T = 20^\circ\text{C}, \rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3,$$

$$\text{bodewrijvingscoëfficiënten } f_{0t} = f_{0s} = 0,1,$$

$$\text{coëfficiënten erosiefunctie } A = 0,012, B = 1,3,$$

Fig 4.3a laat het stort met de mengselstroom zien (vertrokken schaal!), de figuren 4.3b achtereenvolgens het verloop van het zandtransport, de concentratie, de erosiesnelheid en het Froudegetal.

De figuren 4.4, 4.5 en 4.6 geven de vorm van het stort en het bijbehorende zandtransport in het geval van netto erosie en netto sedimentatie, ten gevolge van de variatie van één van de stortparameters. De berekeningen van de figuren 4.4 en 4.5 zijn uitgevoerd met verschillende beginconcentraties c_0 . De berekening van fig 4.4 is uitgevoerd met een beginconcentratie van 30 % . Het zandtransport neemt in eerste instantie snel af door sterke sedimentatie. De berekening van fig 4.5 is uitgevoerd met een beginconcentratie van 0 %, dus met schoon water. Het zandtransport neemt nu in eerste instantie snel toe door erosie en lijkt zich vervolgens te stabiliseren. Uiteindelijk kan er dus een nieuwe evenwichtsituatie ontstaan met een andere gemiddelde storthelling. Het stort kan een rechte, een holle of een bolle vorm krijgen, afhankelijk van het verloop van het zandtransport. Het blijkt dus, dat de concentratie wel van invloed is op de vorm van het terrasvormige stort, vooral als er nog geen sprake is van een evenwichtssituatie. Door sedimentatie en/of erosie kan zich een nieuwe evenwichtssituatie instellen, waarbij ook het specifiek debiet verandert. Figuur 4.6 tenslotte geeft dezelfde situatie, maar nu met een grotere korreldiameter, namelijk $d = 225 \mu\text{m}$. Ook nu vindt er sterke sedimentatie plaats en neemt het zandtransport snel af.

Op deze wijze kan de invloed van alle stortparameters onderzocht worden. Met een uitgebreide gevoeligheidsanalyse, die hier nog niet is uitgevoerd, kan de invloed van al deze parameters op de ligging van het stort afgeschat worden.

4.2 Morfologische berekening bovenwaterstort

Uit de resultaten van de morfologische berekeningen met ZSTORTOW kan o.m. de duinvoortplantingssnelheid gedestilleerd worden en vergeleken worden met prototypemetingen [10, 25] en laboratoriummetingen [20].

Met het morfologisch model is de ontwikkeling van een duin in de tijd berekend, alsmede de bijbehorende stortgrootheden, uitgaande van een situatie zoals ook in de kantelgoot is opgetreden en representatief is voor een stort. De invoerparameters waren:

$$\alpha = 30^\circ, \beta = -0,5^\circ, \phi = 32^\circ,$$

$$\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3, \text{ temperatuur } T = 25^\circ\text{C},$$

$$\text{bodemprijvingscoëfficiënten } f_{0t} = f_{0s} = 0,1,$$

$$\text{porositeit } n = 0,40, \text{ korreldiameter } d_{50} = 120 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 0,00012 \text{ m},$$

$$\text{coëfficiënten erosiefunctie } A = 0,012, B = 1,3,$$

beginvoorwaarden:

$$z_{b0} = 0,1 \text{ m}, q_0 = 0,05 \text{ m}^2/\text{s},$$

$$Fr_0 = 0,5, \text{ dus } h_0 = 0,1 \text{ m en } u_0 = 0,5 \text{ m/s},$$

$$c_0 = 0,10, \text{ dus } s_0 = 13,3 \text{ kg/sm},$$

In de figuren 4.7a t/m 4.7d zijn de resultaten grafisch weergegeven. Er zijn 240 duinen (bij de morfologische optie zijn dit 240 rekenlussen) doorgerekend met een tijdstap Δt van 0,1 seconde. In deze periode (dus 24 seconden) is het duin over bijna een kwart van de oorspronkelijke lengte (ca 1,30 m) opgeschoven en wel met een gemiddelde voortplantingssnelheid van 12,5 mm/s (0,75 m/min). Deze getallen komen overeen met de metingen, 5 tot 15 mm/s, [20], 0,75 tot 1,75 m/min [25]. Fig. 4.7a geeft de ontwikkeling van de bodemligging en de waterstand, fig. 4.7b de bijbehorende mengselstroomsnelheden, fig. 4.7c de zandtransporten en fig. 4.7d de netto erosie- c.q. sedimentatiesnelheden, allemaal als functie van x voor de verschillende tijdstippen. De berekeningen zijn uitgevoerd met de oorspronkelijke CYBER-versie van het computermodel, de grafische weergave is gerealiseerd met PRESENT (geüniformeerde plotroutine van WL/RWS). De verandering van de verschillende grootheden is in de figuren in detail afleesbaar. Verder is te zien dat de gemiddelde bodemhelling over het duin toeneemt en daarmee corresponderend het gemiddelde zandtransport. Aanvankelijk is er nog sprake van netto sedimentatie, uiteindelijk van netto erosie. Na de genoemde rekenperiode werd de stroming op het terras min of meer kritisch, waardoor de overgang naar het stapje vervaagde. Met het morfologisch model kan onder bepaalde omstandigheden een duin blijkbaar gedetailleerd en over een relatief lange periode doorgerekend worden. Het is echter niet mogelijk de gehele periodieke levenscyclus van het ontstaan en weer verdwijnen van een duin, of de ontwikkeling van een geheel stort van aaneengesloten duinen over een langere periode door te rekenen. Daartoe zouden meerdere duinen achter elkaar in de tijd doorgerekend moeten worden.

Vergelijkbare berekeningen zijn ook uitgevoerd met de PC-versie en grafisch weergegeven met LOTUS. Fig 4.8a t/m d geeft een voorbeeld van een vergelijkbare berekening als fig 4.7a t/m d, uitgevoerd op PC. Dergelijke plots kunnen ook gemaakt worden met andere spreadsheetprogramma's, zoals Symphony of Quattro (zie ook deel II).

4.3 Hydraulische berekeningen onderwaterstort

Het optreden van een evenwichtssituatie onder water is aan veel meer restricties gebonden als boven water. Veranderingen in de mengseldichtheid leiden rechtstreeks tot veranderingen van het Froudegetal, bovendien speelt de uitwisseling door het interne grensvlak nog een rol. Verder zijn de stroomsnelheden onder water veel geringer, zodat erosie pas bij hogere mengseldebieten zal optreden. Het ontstaan en zich handhaven van een terrasvormig onderwaterstort is dus niet onder alle omstandigheden mogelijk. Met een gevoeligheidsanalyse kunnen de grenzen verkend worden.

Met de onderwaterversie van ZSTORTEV en ZSTORTOW zijn een aantal onderwatersituaties doorgerekend, waarbij zoveel mogelijk is aangesloten op de situaties ten tijde van de stortproeven in de Cuttergoot [28, 30]. Uit berekeningen met ZSTORTEV bleek dat met de stortparameters van proef P09, een proef met fijn zand, een hoog debiet en een niet zo hoge concentratie, een evenwichtssituatie met mengselsprongen kon optreden. Met ZSTORTOW zijn vervolgens een aantal duinen achterelkaar doorgerekend, zie figuren 4.9a t/m d. In fig. 4.9a zijn tevens de tijdens Stortproef P09 fotografisch vastgelegde taludlijnen geschetst, zoals deze zijn gegeven in [28]. Bij deze taludlijnen zijn de ook in [28] opgenomen tijdstippen vermeld. De berekende en gemeten karakteristieke duinlengte en de globale storthelling komen redelijk overeen.

De invoerparameters bij de berekening waren achtereenvolgens:

$$\alpha = 30^\circ, \beta = -4^\circ, \phi = 32^\circ,$$

$$\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3, \text{ temperatuur } T = 20^\circ\text{C},$$

$$\text{bodemprijvingscoëfficiënten } f_{0t} = f_{0s} = 0,1,$$

$$\text{porositeit } n = 0,44, \text{ korreldiameter } d_{50} = 135 \cdot 10^{-6} \text{ m},$$

coëfficiënten erosiefunctie $A = 0,012$, $B = 1,3$,

factor interne wrijvingscoëfficiënt $f_{ki} = 0,333$,

factor zandverlies $r_{k2} = 0,125$,

factor entrainment $r_{k3} = 0,0015$,

beginvoorwaarden:

$z_{b0} = 1,60$ m, zodat de mengselstroom ongeveer op de hoogte van de waterstand in de goot, 2 m, op het onderwaterstort komt,

$q_0 = 0,1$ m²/s, $Fr_0 = 0,5$,

$c_0 = 0,12$, dus $s_0 = 32$ kg/sm, $h_0 = 0,3$ m en $u_0 = 0,33$ m/s.

Bij proef P09 werden inderdaad de meest markante mengselsprongen, gepaard gaande met steile bressen, waargenomen.

4.4 Morfologische berekeningen onderwaterstort

Met ZSTORTOW zijn alle stortproeven, uitgevoerd in de Cuttergoot in het kader van het onderzoek Storten van Zand, [28, 30], gesimuleerd. Als beginwaarde voor de terrashelling β is een waarde 0 opgegeven, evenals de beginbodempligging z_{b0} , om daarmee de horizontale gootbodempligging te beschrijven.

In sommige gevallen is men alleen geïnteresseerd in het terrasgedeelte, waar sedimentatie plaatsvindt, of het stapedeelte, waar erosie plaatsvindt. Dan kan toch een volledig duin doorgerekend worden en de overige gedeelten buiten beschouwing gelaten worden. Hier wordt met name het terras beschouwd.

De opgegeven waarden van de stortparameters debiet, concentratie, korreldiameter, temperatuur, porositeit en dichtheid water komen overeen met de gemeten waarden bij de desbetreffende proeven. De overige invoerparameters zijn constant gehouden. De invoerparameters waren dus achtereenvolgens:

$$\alpha = 30^\circ, \beta = 0^\circ, \phi = 32^\circ,$$

$$\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3, \text{ temperatuur } T = 20^\circ\text{C},$$

$$\text{bodewrijvingscoëfficiënten } f_{0t} = f_{0s} = 0,1,$$

$$\text{porositeit } n = 0,44,$$

$$\text{korreldiameter } d_{50}: \text{ afhankelijk van proefomstandigheden } 135 \text{ of } 225 \cdot 10^{-6} \text{ m},$$

$$\text{coëfficiënten erosiefunctie } A = 0,012, B = 1,3,$$

$$\text{factor interne wrijvingscoëfficiënt } f_{ki} = 0,333,$$

$$\text{factor zandverlies } r_{k2} = 0,125,$$

$$\text{factor entrainment } r_{k3} = 0,0015,$$

beginvoorwaarden, afhankelijk van de proefomstandigheden:

$$z_{b0} = 0 \text{ m,}$$

$$q_0 = 0,01, 0,025 \text{ of } 0,1 \text{ m}^2/\text{s,}$$

$$Fr_0 = 0,5 \text{ of } 0,4 \text{ (dus bij de roosters),}$$

$$c_0 = 0,12, 0,21 \text{ of } 0,30.$$

Omdat het sedimentatieproces op het terras langzamer verloopt dan het erosieproces van het stapje, zoals berekend in paragraaf 4.3, en bij deze berekeningen vooral de sedimentatie van belang is, kon de tijdstap veel groter gekozen worden, er is gerekend met tijdstappen van 1 tot 10 sec. Het aantal duinen (rekenlussen) is gevariëerd van 180 tot 2000, zodat een periode van 20 minuten tot een half uur storttijd is doorgerekend, afhankelijk van de stortparameters. Daarbij bouwde het stort op tot ca 2 meter hoogte, de waterlijn bij de meeste proeven. De figuren 4.11a t/m 4.19a laten de stortontwikkeling en de bovengrens van de mengselstroom zien binnen de grenzen van de Cuttergoot, namelijk een lengte van 30 m en een waterdiepte van 2 m. In deze figuren zijn tevens de met behulp van foto's tijdens de stortproeven vastgelegde taludlijnen geschetst, welke zijn overgenomen uit de figuren van [28] resp. [30]. Het tijdstip van de gebruikte foto-opnames staat bij deze lijnen vermeld. Vergelijking van de gemeten c.q. fotografisch vastgelegde taludlijnen met de berekende lijnen geeft een indruk hoe goed bijv. de hellingen worden gesimuleerd.

Bedacht moet worden, dat de stroming over de gootbodem c.q. het terras steeds subkritisch is. Bij een vlakke bodem versnelt de stroming nog ten gevolge van de bodem- en grensvlakwrijving en de entrainment. Door het tegenwerkende effect van de sedimentatie vertoont het grensvlak, de verhanglijn (zie paragraaf 3.7), een bolle vorm en versnelt de stroming uiteindelijk toch naar $Fr = 1$. Na verloop van tijd ontstaat er een positieve bodemhelling, waardoor de stroming juist gaat vertragen en de mengseldiepte toeneemt.

Verder blijkt uit de berekeningen dat de concentratie in het algemeen snel afneemt. Na enige afstand kan er in feite nauwelijks meer van een grensvlak gesproken worden, omdat de mengselstroom sterk verdund is. De concentratie in deze laag is zo gering, dat er nauwelijks nog van een dichtheidsstroming gesproken kan worden. De figuren laten behalve stort (de bodemligging) en mengselstroom (de ligging van het interne grensvlak), fig. 4.11a t/m 4.19a, ook het verloop van de concentratie, fig. 4.11c t/m 4.19c, en de mengselstroomsnelheid, fig. 4.11b t/m 4.19b zien. Deze twee grootheden zijn tijdens de stortproeven gemeten. De metingen gaven steeds een profiel van de mengselstroom te zien, waarin de snelheid en de concentratie toenamen. Daaruit bleek het 2-dimensionale karakter van de snelheids- en concentratieverdelingen. Het model berekent dieptegemiddelde waarden van de snelheid en de concentratie. De berekende gemiddelde waarden liggen steeds in de gemeten range.

Voor een aantal proeven is bovendien het verloop van de sedimentatiesnelheid, fig. 4.11d t/m 4.19d en de mengseldiepte, fig. 4.19e, geplot. Het bereik van de x-as in de figuren is variabel, met een maximum van 30 m, de lengte van de Cuttergoot. De z-as loopt steeds tot 2 m, de waterdiepte in de Cuttergoot. Bedacht moet worden dat de stortontwikkeling en dus de storthellingen met een vertrokken schaal worden weergegeven.

Uit het verloop van de concentratie kan de feitelijke sedimentatielengte afgeleid worden, de lengte waarover de mengselstroom grotendeels is uitgedempt. Deze lengte blijkt een karakteristieke grootheid te zijn voor de verschillende proeven. In [28] wordt een berekeningswijze gegeven voor de lengte, waarbinnen 90 % van het zand is gesedimenteerd. De resultaten, weergegeven in de desbetreffende figuren van [28], kunnen vergeleken worden met de uitkomsten van het numerieke model, dus de x-waarde waarvoor de concentratie vrijwel 0 is geworden in de fig. 4.11c t/m 4.19c of de x-waarde van de teen van het stort in de fig. 4.11a t/m 4.19a. Gemeten en berekende waarden komen goed overeen.

In de berekeningen ontstaat er na verloop van tijd een discontinuïteit ter plaatse van het stapje. Dit komt omdat de stroming zich steeds verder uitstrekt buiten het gebied, dat in de initiële rekenlus is gedefiniëerd, dus voor $t = 0$. Deze discontinuïteit kan dus beter buiten beschouwing gelaten worden. Verder is te zien, dat de zandverlies- en entrainmentsnelheden vrij klein zijn ten opzichte van de sedimentatiesnelheid. Het gedrag van de mengselstroom wordt dus met name bepaald door de wrijving en de sedimentatie (paragraaf 3.5.2).

Op een gegeven moment kan zich een bodemvorm ontwikkeld hebben die in grondmechanisch opzicht niet meer stabiel is. Dit kan bijv. optreden indien de sedimentatielengte kort is t.o.v. de terras- of stortlengte, dus $L < 1$, zie [28, 33]. Na zekere tijd zal de storthoogte dan te groot worden ($H > 1$) en kan er een zettingsvloeiing optreden of een bres ontstaan [34]. Deze gebeurtenissen kunnen niet met het model beschreven worden, maar wel kan worden onderzocht onder welke omstandigheden en na hoeveel tijd een dergelijke kritische situatie zich kan ontwikkelen. Bij de proeven met het fijne zand was de kritieke waarde 1,5 à 2 m, bij het grovere zand in ieder geval meer dan 2 m. Enige kennis op dit gebied, afkomstig van de stortproeven, de zandsluitingen en de bouw van kunstmatige eilanden in de Canadese Beaufortzee, zie [35], is verzameld, zie figuur 4.10. Enigszins speculatief is op basis van deze gegevens en een grondmechanische analyse van Bezuijen in [30, 37], waaruit een min of meer lineaire relatie met de korreldiameter volgt, een formule opgesteld, welke luidt:

$$h_{\text{krit}} = 50 \cdot 10^3 d_{50} - 5 \quad d_{50} \geq 100 \cdot 10^{-6} \quad (\text{m}) \quad (4.4.1)$$

In fig. 4.10 is deze relatie weergegeven, met de waarnemingen. Voor het fijne zand volgt een kritieke waarde van 1,75 m, voor het grovere zand meer dan 6 m, een waarde welke in de Cuttergoot nooit bereikt kan worden. Deze relatie verklaart tevens waarom de bouw van één van de Beauforteilanden (Nerlerk) wel fataal moest aflopen (zie fig. 4.10), de storthoogte was bij dit eiland immers veel groter dan de kritieke storthoogte. Hetzelfde was het geval met het Gioia Taura stort.

De overgang van op- naar uitbouw, waarbij zich een bovenwaterstort gaat ontwikkelen, zal plaatsvinden op het moment dat het stort de waterlijn, op ca 2 m, bereikt. Op dat moment ontstaat een nieuwe situatie met andere randvoorwaarden, waarvoor geen berekeningen zijn uitgevoerd. Een morfologische berekening met een positieve terras(begin-)helling is niet zonder meer mogelijk, omdat de stroming dan direct superkritisch wordt. Er moet dan begonnen worden met een stapje, zodat het terras onder water niet bij de waterlijn, maar iets daaronder begint. Bij de proeven in de Cuttergoot is ook waargenomen, dat zich direct onder de waterlijn een stapje ontwikkelt. Voor Stortproef P09 is wel een hydraulische berekening voor deze situatie gemaakt (zie paragraaf 4.3).

Stortproef P04 [28]

$q_0 = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$, $c_0 = 30 \%$, dus $s_0 = 8 \text{ kg/sm}$, , $d_{50} = 135 \text{ }\mu\text{m}$.

Zie figuren 4.11 a t/m c. Bij deze hoge concentratie komt het optimumverloop van de sedimentatie t.g.v. het hindered settling effect duidelijk naar voren. De sedimentatie neemt in eerste instantie toe en gaat pas afnemen nadat enige afstand is overbrugd. De bodemligging gaat dientengevolge een bult vertonen. Na verloop van tijd gaat de stroming door de aanvankelijk negatief geworden bodemhelling zodanig versnellen, dat $Fr = 1$ wordt bereikt en er zich een stapje met sprong wil ontwikkelen.

Stortproef P05 [28]

$q_0 = 0,025 \text{ m}^2/\text{s}$, $c_0 = 12 \%$, dus $s_0 = 8 \text{ kg/sm}$, $d_{50} = 135 \text{ }\mu\text{m}$.

Zie figuren 4.12 a t/m c. De zandproductie bij deze proef is gelijk aan die van P04, de concentratie echter veel geringer, zodat het karakteristieke optimumverloop van de sedimentatie zich hier niet zo sterk manifesteert. Er zijn 2000 duinen doorgerekend met een, kleine, tijdstap van 1 seconde, dus ruim een half uur stroomtijd. Deze berekening vergt op een gewone PC, uiteraard uitgerust met een rekenprocessor, wel zeer veel

rekentijd, in verband met het grote aantal lengtestappen per duin en het grote aantal duinen. Behalve de stortontwikkeling, de concentratie en de mengselstroomsnelheid laten de figuren ook het verloop zien van het debiet, het zandtransport, de mengseldiepte, het Froudegetal en, in één figuur, de sedimentatiesnelheid, de zandverliessnelheid en de aanzuig- of entrainmentsnelheid. Uit de figuren blijkt, dat de mengselstroom vrij snel uitdempt, de concentratie, het zandtransport en de stroomsnelheid nemen vrij snel af. Omdat het debiet minder sterk afneemt neemt de laagdikte toe.

Bij proef P05 had de mengselstroom een meer turbulent karakter dan bij proef P04 en traden er vaker mengselsprongetjes op. Zowel bij P04 als bij P05 traden enkele belangrijke zettingsvloeiingen op. De berekende hellingen vóór vloeiing komen overeen met de metingen, maar na vloeiing niet meer (fig. 4.12a).

Stortproef P06 [28]

$q_0 = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$, $c_0 = 12 \%$, dus $s_0 = 3,2 \text{ kg/sm}$, $d_{50} = 135 \text{ }\mu\text{m}$.

Zie figuren 4.13 a t/m c. Bij deze proef was de zandproductie erg laag. Uit de berekening volgt dat de mengselstroom zich niet ver uitstrekt en het stort sterk versteilt. Bij proef P06 traden enkele grote zettingsvloeiingen op. Evenals bij de proeven P04 en P05 geldt hier, dat de hellingen vóór vloeiing overeen komen met de metingen, maar na vloeiing niet meer (fig. 4.13a).

Stortproef P08 [28]

$q_0 = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}$, $c_0 = 30 \%$, dus $s_0 = 80 \text{ kg/sm}$, $d_{50} = 135 \text{ }\mu\text{m}$.

Zie figuren 4.14 a t/m c. Bij deze proef was de zandproductie juist bijzonder hoog. Uit de berekeningen en uit de metingen (fig. 4.14a) volgt dat de mengselstroom zich tot het einde van de goot uitstrekt en het stort vrij flauw blijft. De sedimentatielengte was dus meer dan 30 m. Bij deze hoge beginconcentratie komt het optimumverloop van de sedimentatie

t.g.v. het hindered settling effect naar voren, evenals bij P04. Bij proef P08 was de mengselstroom zeer prominent aanwezig, over de volle lengte van de goot. Er ontwikkelden zich enkele grote mengselsprongen. Zettingsvloeiingen waren niet van belang voor de ontwikkeling van het stort.

Stortproef P09 [28]

$q_0 = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}$, $c_0 = 12 \%$, dus $s_0 = 32 \text{ kg/sm}$, , $d_{50} = 135 \text{ }\mu\text{m}$.

Zie figuur 4.15a, b en c. Bij deze proef was de zandproductie ook vrij hoog. Uit de berekening volgt dat de mengselstroom zich tot halverwege de goot uitstrekt. Aan het einde van het terras bleek, dat de mengselstroom een sterke neiging had tot het vormen van een stapje met mengselsprongen. De stroming was erg instabiel (zie ook paragraaf 4.3). Bij deze proef ontwikkelden zich steile bressen en een regelmatig terrassenpatroon met mengselsprongen (zie ook fig. 4.9a).

Stortproef Q01 [30]

$q_0 = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}$, $c_0 = 12 \%$, dus $s_0 = 32 \text{ kg/sm}$, , $d_{50} = 225 \text{ }\mu\text{m}$.

Zie figuur 4.16a, b en c. Bij deze proef was de zandproductie ook vrij hoog, gelijk aan die van P09. Door de grovere zandsoort bezinkt de mengselstroom echter veel sneller en wordt het stort steiler, zoals blijkt uit de metingen en uit de berekeningen (fig. 4.16a).

Stortproef Q02 [30]

$q_0 = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}$, $c_0 = 21 \%$, dus $s_0 = 56 \text{ kg/sm}$, , $d_{50} = 225 \text{ }\mu\text{m}$.

Zie figuur 4.17a, b en c. Bij deze proef was de zandproductie erg hoog. Het hindered settling-effect komt bij deze proef tot uiting, doordat de sedimentatie over grote lengte vrij constant blijft, waardoor het stort vrij vlak blijft. Desalniettemin was het stort niet zo lang als bij proef P08 en ook niet zo vlak, wat zowel de metingen als de berekeningen laten zien. Gemeten en berekende storthellingen komen goed overeen (fig. 4.17a).

Stortproef Q03 [30]

$q_0 = 0,025 \text{ m}^2/\text{s}$, $c_0 = 12 \%$, dus $s_0 = 8 \text{ kg/sm}$, , $d_{50} = 225 \text{ }\mu\text{m}$.

Zie figuur 4.18a, b en c. Bij deze proef waren de stortparameters gelijk aan die van proef P05, behalve de korreldiameter. Door de grovere zandsoort bezinkt de mengselstroom veel sneller. De gemeten en berekende hellingen (zie fig. 4.18a) op het moment dat het stort begint uit te bouwen, komen goed overeen. Bij deze proef traden geen zettingsvloeiingen op bij uitbouw, de helling bleef dus constant. De vrijwel horizontale taludlijn bij de bodem geeft het zand weer, dat al voor de proef aanwezig was.

Stortproef Q04 [30]

$q_0 = 0,01 \text{ m}^2/\text{s}$, $c_0 = 12 \%$, dus $s_0 = 3,2 \text{ kg/sm}$, , $d_{50} = 225 \text{ }\mu\text{m}$.

Zie figuur 4.19a, b en c. Bij deze proef was de zandproductie gelijk aan die bij proef P06. Door de grovere zandsoort bezinkt de mengselstroom nog veel sneller. De sedimentatielengte was bij deze proef het kleinst, nog geen 2 m. In tegenstelling tot proef P06, met eenzelfde zandproductie, traden er geen zettingsvloeiingen op.

4.5 Berekeningen met spreiding

Er zijn twee hydraulische berekeningen van een bovenwaterstort met spreiding uitgevoerd, respect. met een spreidingshoek ψ van 30 en van 60 ° en een beginbreedte b_0 van 10 m, zie figuren 4.20 en 4.21a en b. De spreidingsstraal was hiermee 18,7 resp. 8,7 m. De invloed van de spreiding neemt af naarmate de afstand x groot wordt t.o.v. deze spreidingsstraal. De overige proefomstandigheden zijn gelijk gehouden aan die van de berekeningen van paragraaf 4.1 (figuren 4.3 t/m 4.6). Duidelijk zichtbaar is (fig 4.20a) dat de terraslengte afneemt, evenals het zandtransport (fig 4.20b). Dit wordt voornamelijk veroorzaakt door de afname van het specifiek debiet, waardoor de schaal van de duinen afneemt. Bij een grotere spreidingshoek (fig 4.21a en b) is dit effect nog sterker.

Vanwege de sterke verandering van het specifiek debiet werd het noodzakelijk het Froudegetal en niet de mengseldiepte als criterium voor het einde van het stapje (zie paragraaf 3.6.3 en 4) te kiezen. Anders zou de spronghoogte namelijk sterk moeten toenemen, om bij afnemend debiet toch een zelfde mengseldiepte op te leveren als bij het begin van het duin. Daardoor zou ook de erosie toenemen en het zandtransport een sterk fluctuerend karakter krijgen. Het Froudegetal is dimensieloos en daarom een meer geschikt criterium. Hetzelfde probleem zou zich overigens ook voordoen in het geval van sterke erosie of sedimentatie, waardoor het specifiek debiet ook verandert (zoals in de figuren 4.4 t/m 4.6).

5. Literatuuroverzicht

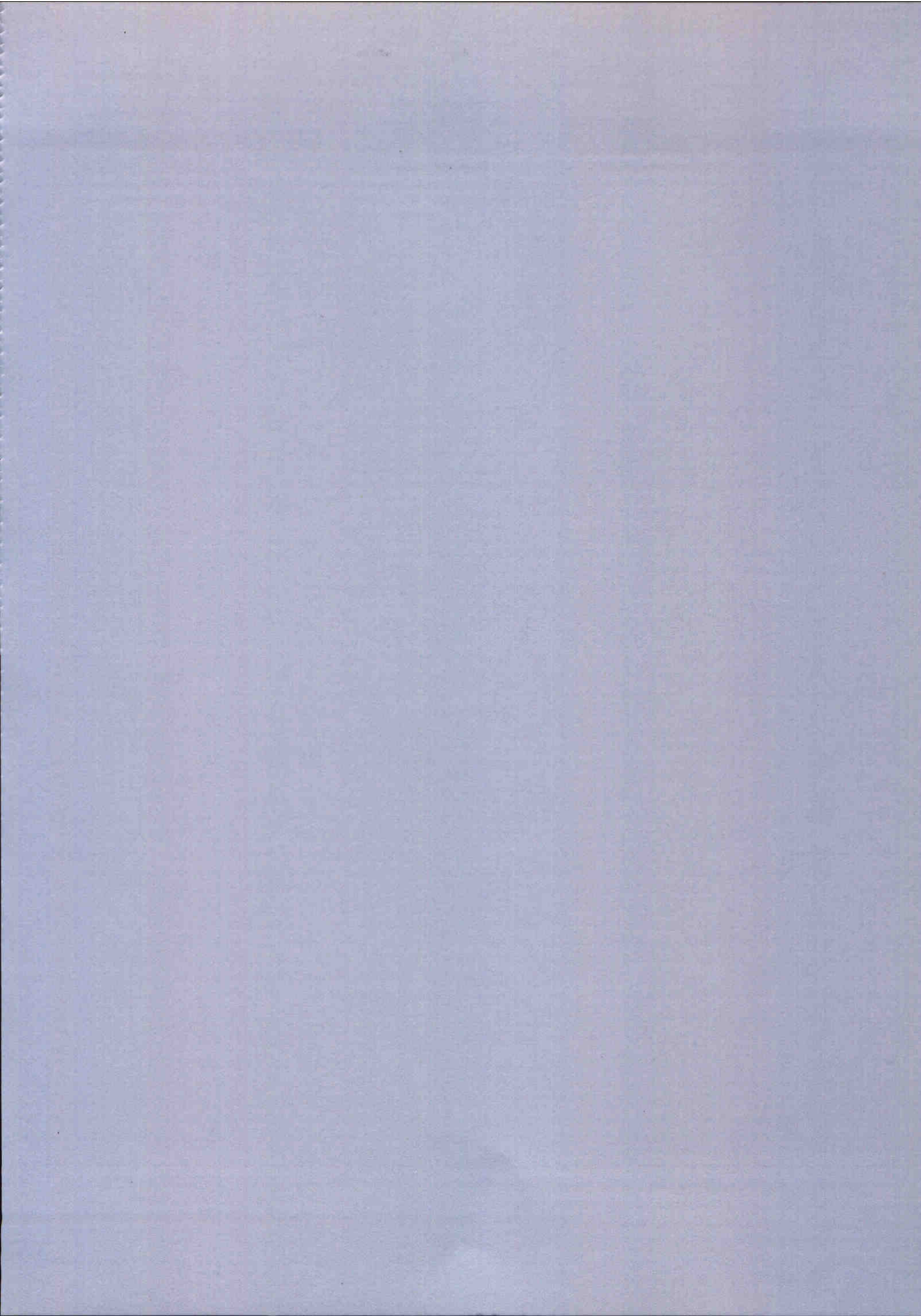
- [1] Theory of hydraulic jump, 1949
Report Research Institute of Fluid Engineering
T. Tsubaki
Kyushu University, vol. 5, no. 2, p. 16-29
- [2] Hydraulic jumps in turbidity currents, 1971
P.D. Komar
Geologic Soc. of Am. Bull., vol. 82
- [3] M1118, 1973
Sluiting Tijdelijke Toegang Europoort
Onderzoek taludhellingen onder water aangebracht zand
J. Jorritsma, Waterloopkundig Laboratorium
- [4] Viscosity of liquid water in the range -8 to 150 °C, 1978
J. Kestin, M. Sokolov, W.A. Wakeham
Jo. Phys. Chem. Ref. Data, Vol. 7, no. 3
- [5] Analytical study on turbidity current steady flow, 1979
F.H. Chu, W.D. Pilkey, O.H. Pilkey
Marine Geology, 33, p. 205-220
- [6] Interaction between velocity and effective density in turbidity
flow; Phase-plane analysis, with criteria for autosuspension, 1979
H.M. Pantin
Marine Geology, 31, p.59-99, 1979
- [7] Sediment ripples and dunes, 1982
F. Engelund, J. Fredsøe
Annual review of Fluid Mechanics, vol. 14, 1982

- [8] WWZW 11.004.02, juni 1983
Inventarisatie onderzoeksmiddelen voor het Noordelijk Deltabekken,
Technisch-inhoudelijke verantwoording van diverse modelconcepten,
Waterloopkundig Laboratorium, M1775-deel IIa
- [9] Sediment pick-up functions, 1984
L.C. van Rijn
Journal of Hydraulic Engineering, 110, 10, p. 1494-1502, 1984
- [10] DDWT-85.002, 1985
Evaluatie metingen op het stort Speelmansplaten I
M.J. Koster, Rijkswaterstaat
- [11] Turbidity current with erosion and deposition, 1985
J. Akiyama, Y. Fukushima
Jo. of Hydr. Eng., vol. III, No. 12, 1985
- [12] CO-285230/18, 1986
Zandsluiting Slaak
Meetverslag onderwaterstort
F. Silvis, Grondmechanica Delft
- [13] GWA0-86.213, 1986
Meer geavanceerde zandverliesberekeningen
H. van Rossum, Rijkswaterstaat
- [14] Z65-10, 1986.
Zand-watermengselstromingen.
Verslag literatuurstudie.
J.C. Winterwerp, P.W. Besselink, Waterloopkundig Laboratorium
- [15] Z65-20, 1986.
Zand-watermengselstromingen.
Verslag experimentele studie
J.C. Winterwerp, Waterloopkundig Laboratorium

- [16] Het gedrag van zand-watermengselstromingen bij zandsluitingen, 1986
D.R. Mastbergen, W. Leeuwestein, W.T. Bakker
T U Delft, Faculteit der Civiele Techniek
- [17] Onderzoek naar zand-watermengselstromen bij zandsluitingen, 1986
Deel 1, 2
G. Delver, H. Verwoert
TU Delft, Faculteit der Civiele Techniek
- [18] Ontwikkeling stroomgat en debiet bij dijkdoorbraak, 1986
Deelstudie voor een Pomp Accumulatie Bekken
P.J. Visser, J.S. Ribberink, J.P.Th. Kalkwijk
TU Delft, Faculteit der Civiele Techniek
- [19] Lecture notes on sediment transport 1, 1986
H.N.C. Breusers
Int. Course in Hydr. Eng., Delft
- [20] Z46-02, 1987.
Zand-watermengselstromingen.
Het gedrag van zand-watermengselstromingen boven water,
Verslag experimentele vervolgstudie.
D.R. Mastbergen, J.C. Winterwerp, Waterloopkundig Laboratorium
- [21] Z46-30, 1987
Het gedrag van zand-watermengselstromingen boven water
Tussenverslag wiskundige modelvorming
D.R. Mastbergen, Waterloopkundig Laboratorium
- [22] Experiments on turbidity currents over an erodible bed, 1987
G. Parker, M. Garcia, Y. Fukushima, W. Yu
Jo. of Hydr. Research, Vol. 25, no. 1

- [23] U34-2, BAGT 388, 1987
Beïnvloeding taludhelling bij in- en uitstromend water
C. van Rhee, Waterloopkundig Laboratorium
- [24] Zandstorten onder water, 1987
F.T. Heezen
TU Delft, Faculteit der Civiele Techniek
- [25] Experimenteel onderzoek naar mengselsprongen, 1987
E.V. Meijer
T U Delft, Fac. Civiele Techniek
- [26] Z228-95, 1987
Zand-watermengselstromen; wiskundige modelontwikkeling
Voorstel vervolgonderzoek
J.C. Winterwerp, Waterloopkundig Laboratorium
- [27] GWAO-87.296, 1987
Zandopwerveling en zandverliezen t.g.v. zettingsvloeiingen
H. van Rossum, Rijkswaterstaat
- [28] Z216/J376, CO-284462/45, BAGT 417, 1988
Het storten van zand onder water
Verslag experimentele studie
D.R. Mastbergen, A. Bezuijen
Waterloopkundig Laboratorium/Grondmechanica Delft
- [29] Lecture notes on river dynamics, 1988
H.N.C. Breusers
Delft Hydraulics
- [30] Z261, CO-294750, BAGT 420, 1988
Het storten van zand onder water
Verslag experimentele vervolgstudie middelgrof zand
D.R. Mastbergen, A. Bezuijen
Waterloopkundig Laboratorium/Grondmechanica Delft

- [31] Hyperconcentrated sand-water mixture flow over a flat bed, 1988
J.C. Winterwerp, M.B. de Groot, D.R. Mastbergen, H. Verwoert.
(in preparation)
- [32] Slopes and densities of hydraulically placed sands, 1988
M.B. de Groot, F.T. Heezen, D.R. Mastbergen, H. Stefess
Hydraulic Fill Structures, ASCE Geot. Div. Spec. Conf.,
Fort Collins, USA
- [33] On the construction of sand fill dams, 1988
Part I, Hydraulic aspects
D.R. Mastbergen, A. Bezuijen, J.C. Winterwerp
Int. Symp. on Modelling Soil-Water-Structure Interactions,
Delft, 1988.
- [34] On the construction of sand fill dams, 1988
Part II, Soil mechanical aspects
A. Bezuijen, D.R. Mastbergen
Int. Symp. on Modelling Soil-Water-Structure Interactions,
Delft, 1988.
- [35] Liquefaction slides in hydraulically placed sands, 1984
D.E. Mitchell
37th Can. Geotechn. Conf. on Can. Case Histories-Landslides
Toronto, 1984
- [36] B-jump in sloping channel, 1988
W.H. Hager
Jo. of Hydraulic Research, Vol. 27, no. 1
- [37] Liquefaction of a sandbody constructed by means
of hydraulic fill, 1989
A. Bezuijen, D.R. Mastbergen
12th ICSMFE, Rio de Janeiro, 1989



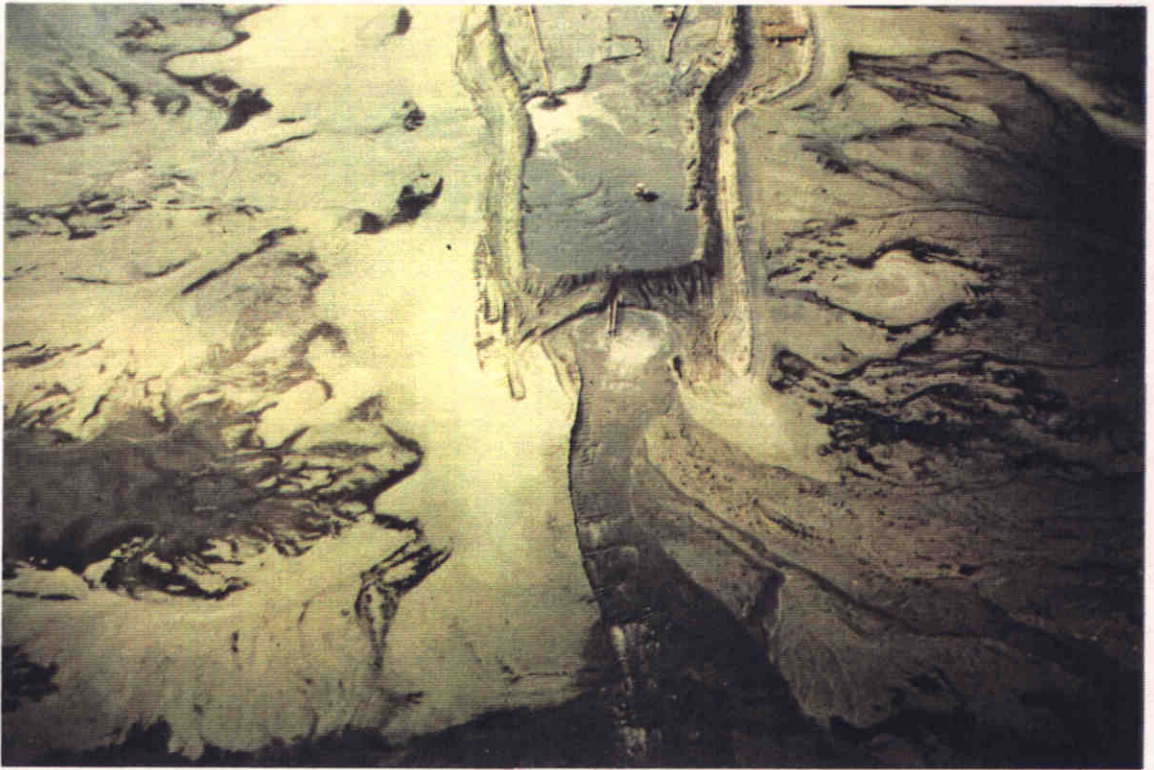


FOTO 1 ZANDSTORT



FOTO 2 BOVENWATERSTORT MET GEULEN

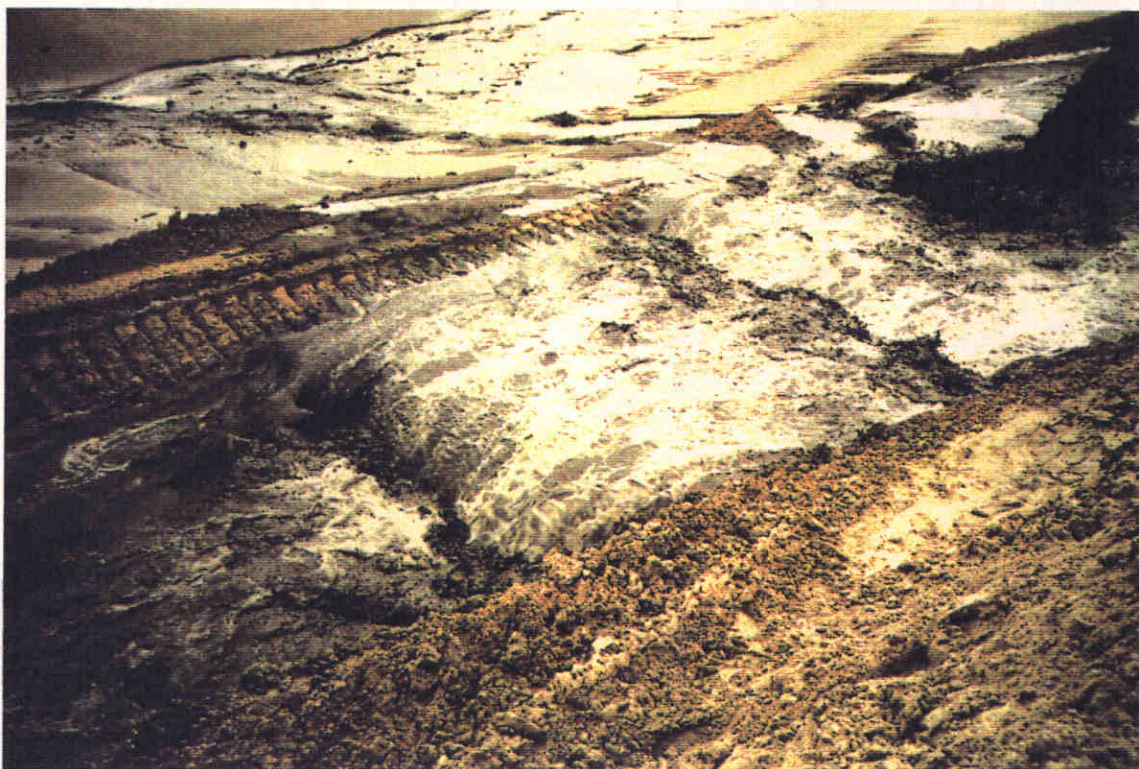


FOTO 3 GEULVORMING

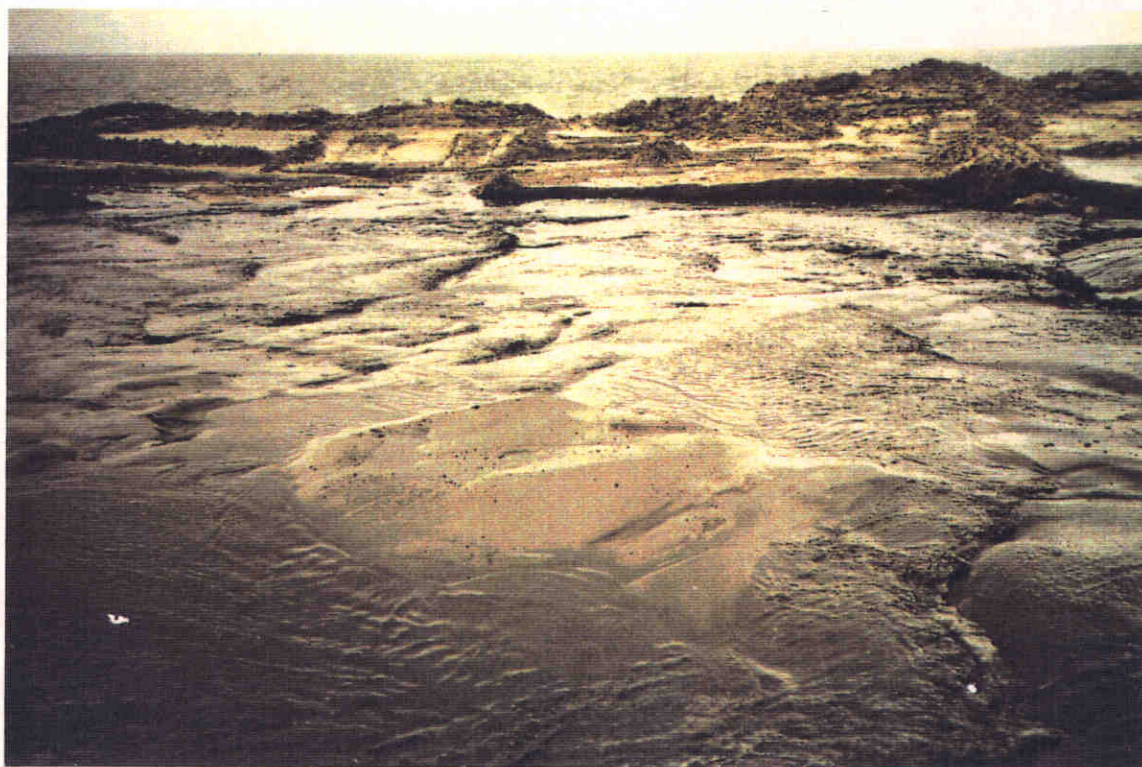


FOTO 4 TERRASVORMING, GESPREID STORT



FIG. 2.1 BOVENWATERSTORT

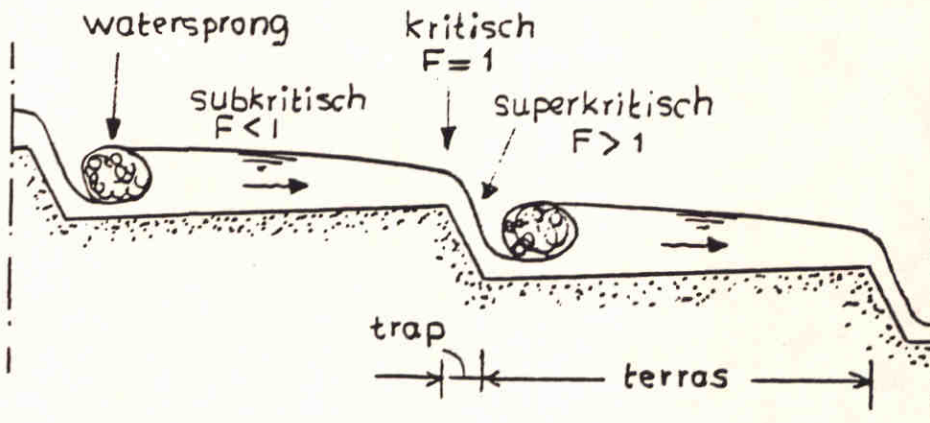


FIG. 2.2 PRINCIPE SCHETS TERRASVORMIGE STORT
UIT [16]

		A4
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM	Z - 299	FIG. 2.1 2.2

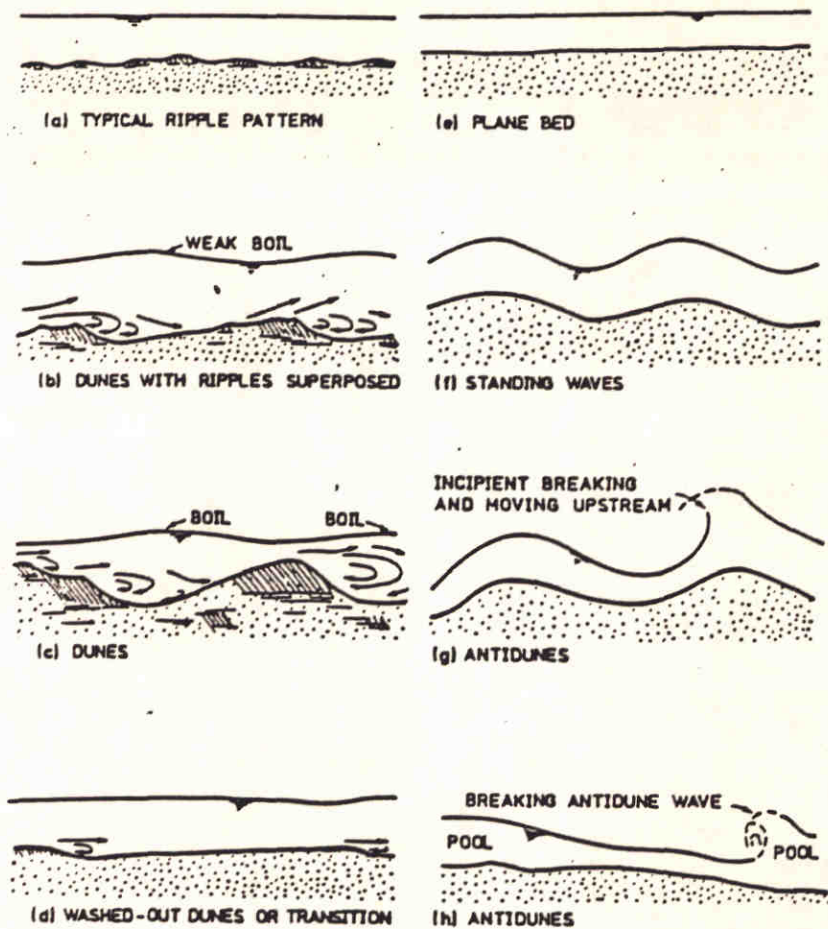


FIG. 2.3 BEDDINGVORMEN-REGIMES UIT [14]

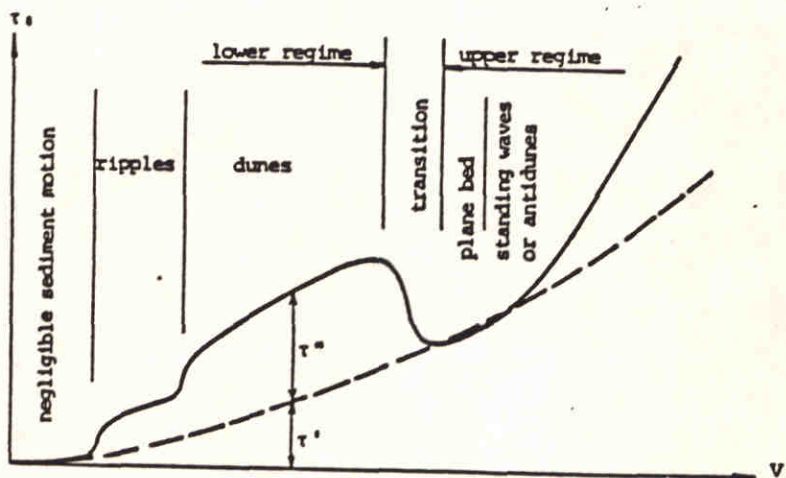
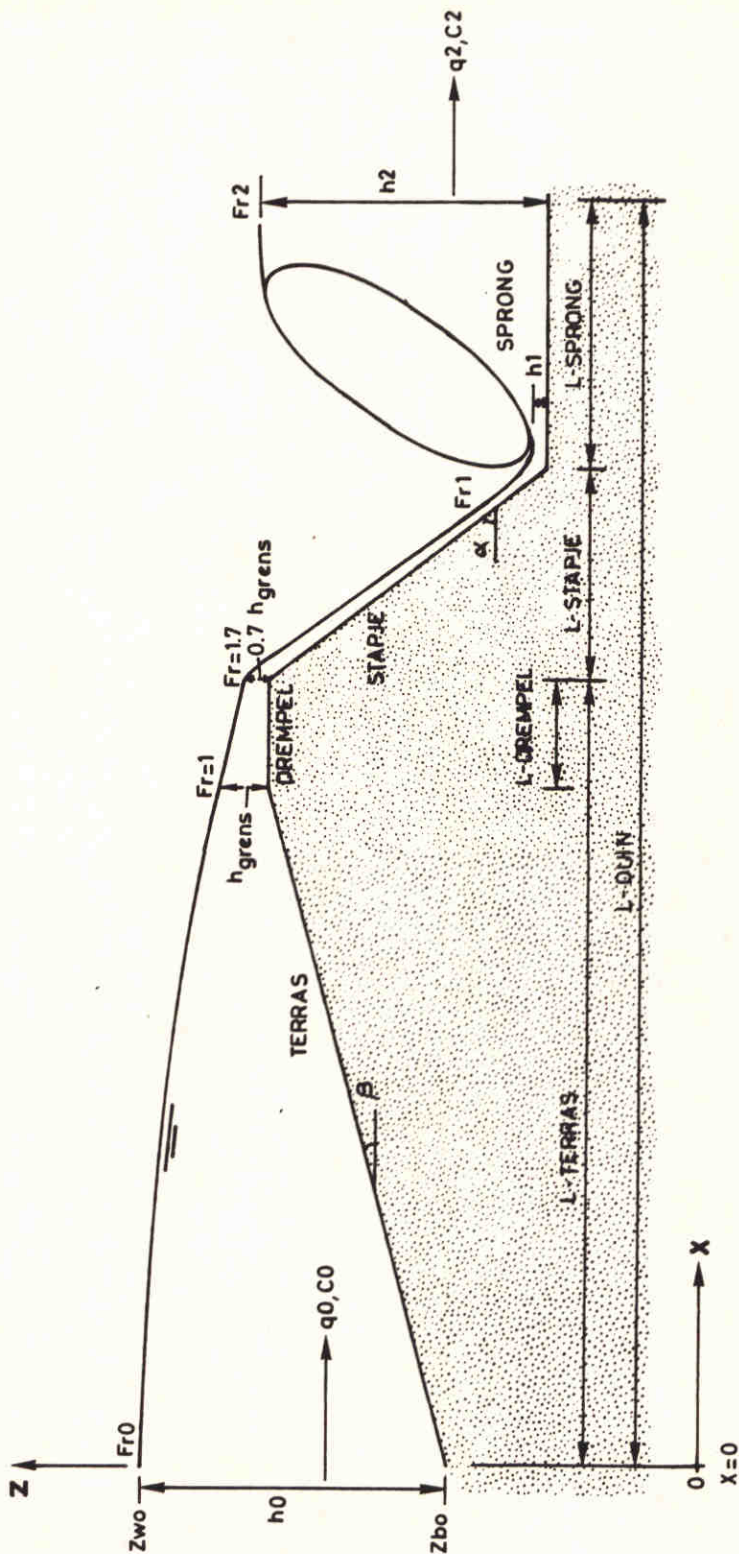
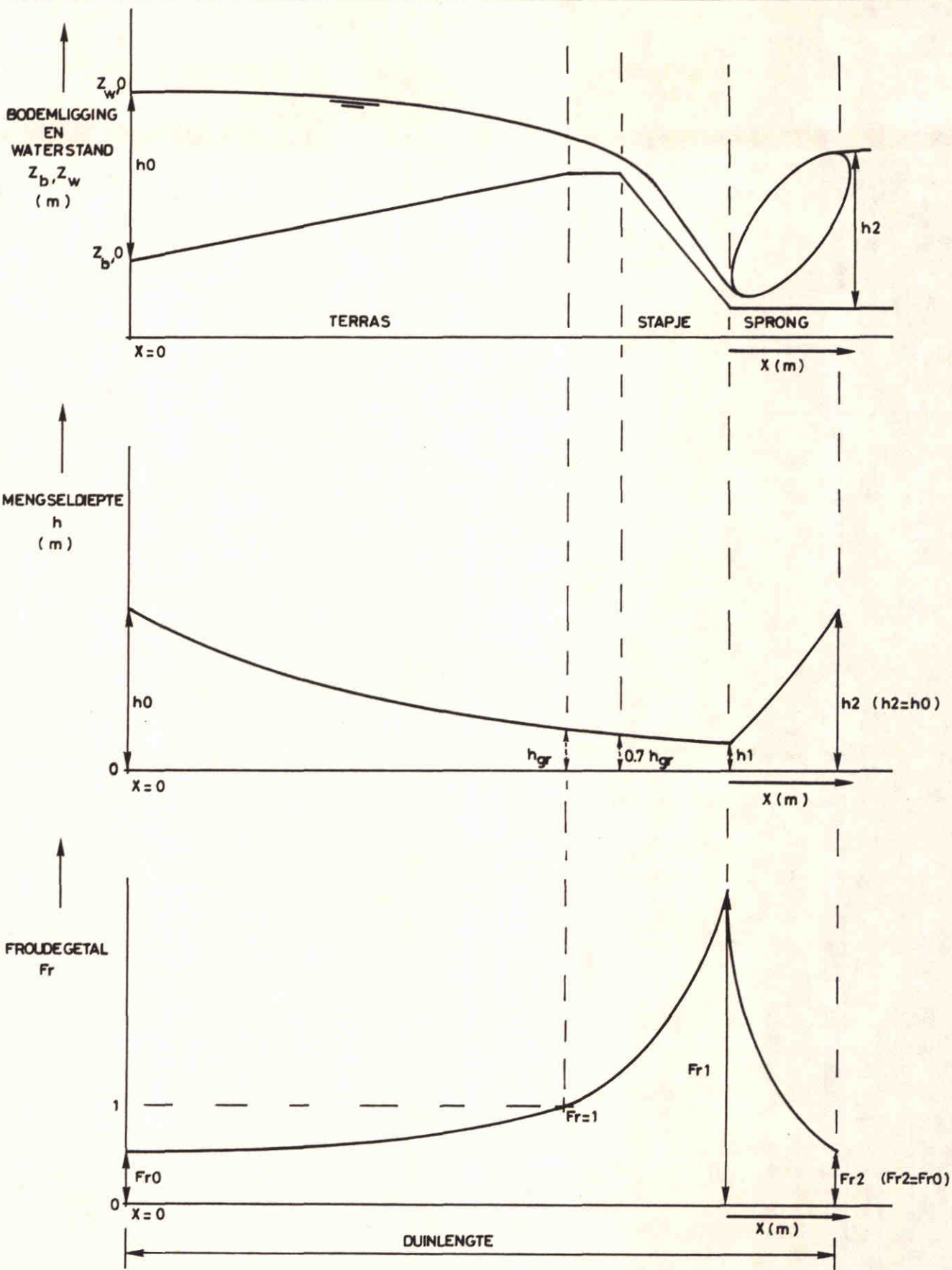


FIG. 2.4 BEDDINGVORMEN-REGIMES UIT [14]

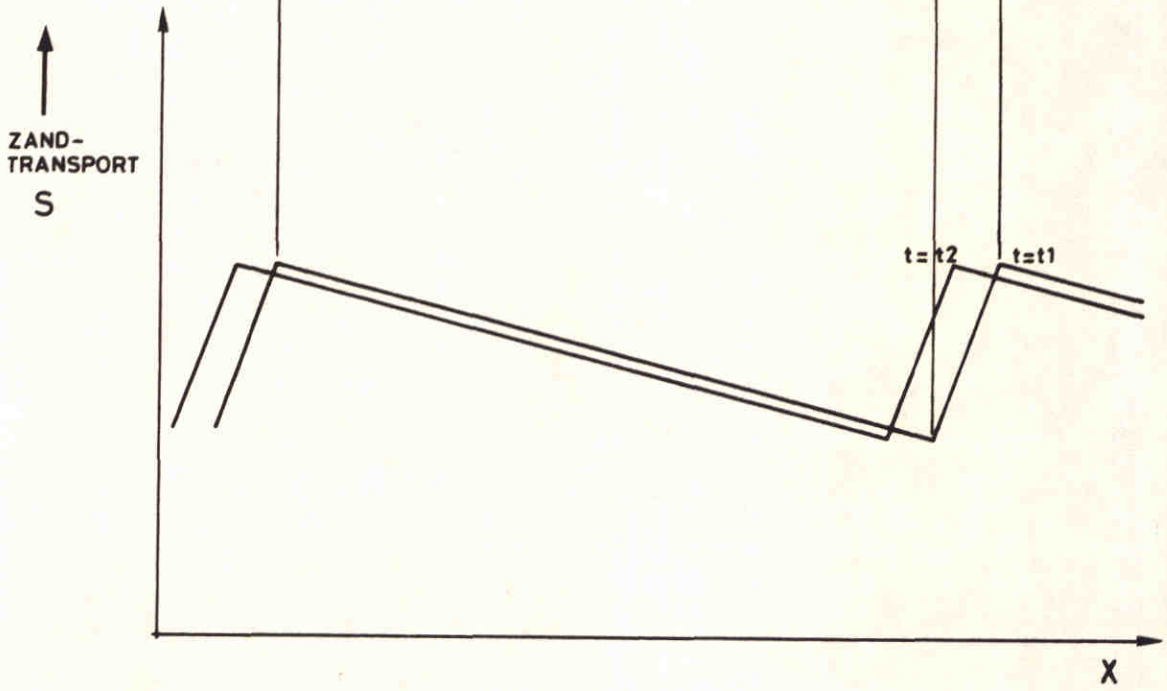
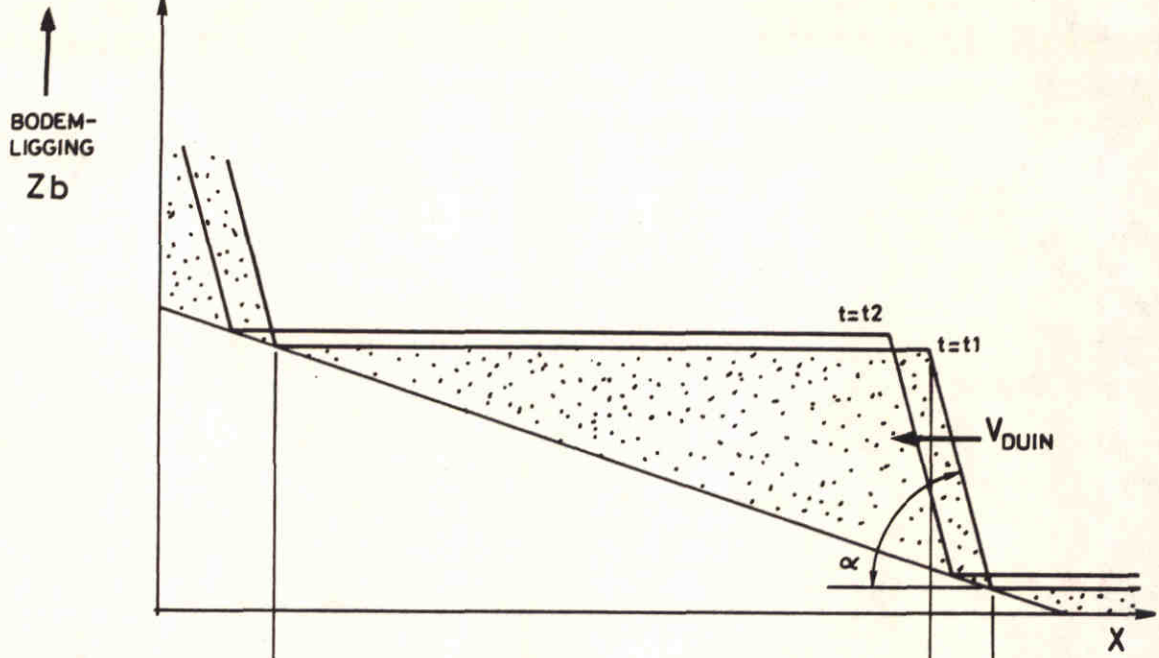


PRINCIPE SCHETS VAN 1 DUIN MET RANDVOORWAARDEN



HYDRAULISCH EVENWICHT: ALLE GROOTHEDEN OP HET DUIN ZIJN PERIODIEK.

A4



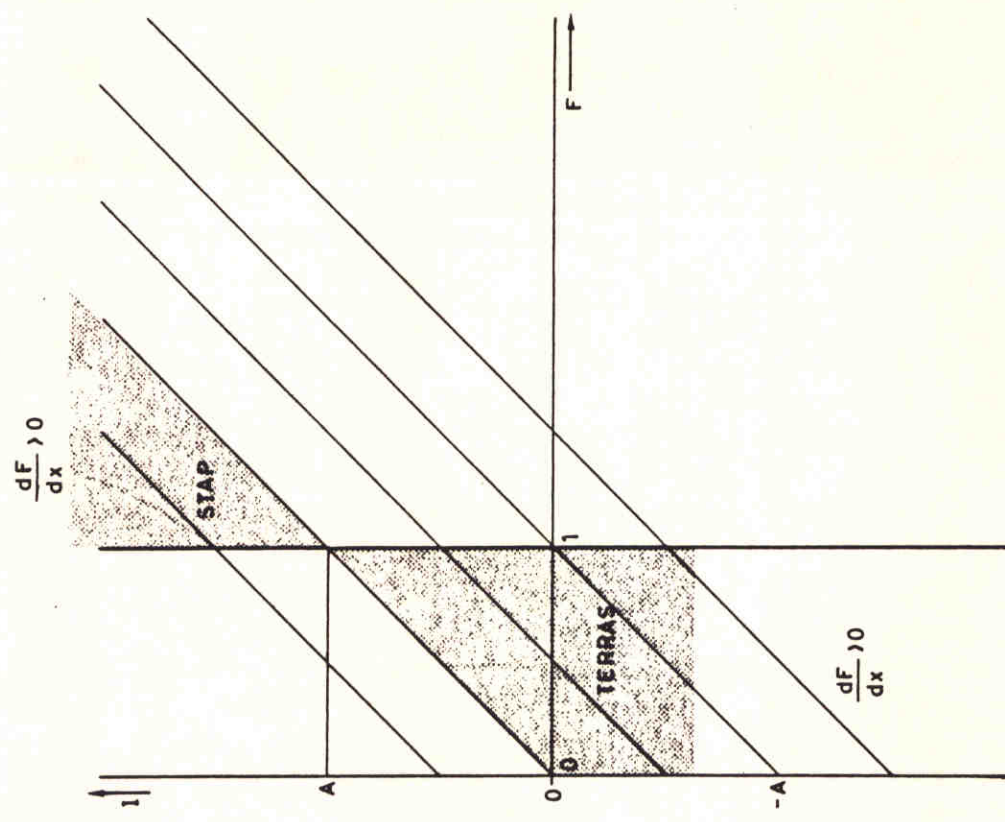
MORFOLOGISCH EVENWICHT, DUINVORM BLIJFT BEHOUDEN.

A4

	$f_0 = 0$	$Verosie = 0$	$I = 0$	$f_0 = 0$
FROUDE	$I < 0$	$I > 0$	$Verosie > 0$	$Verosie < 0$
$0 < F < 1$				
$F > 1$				

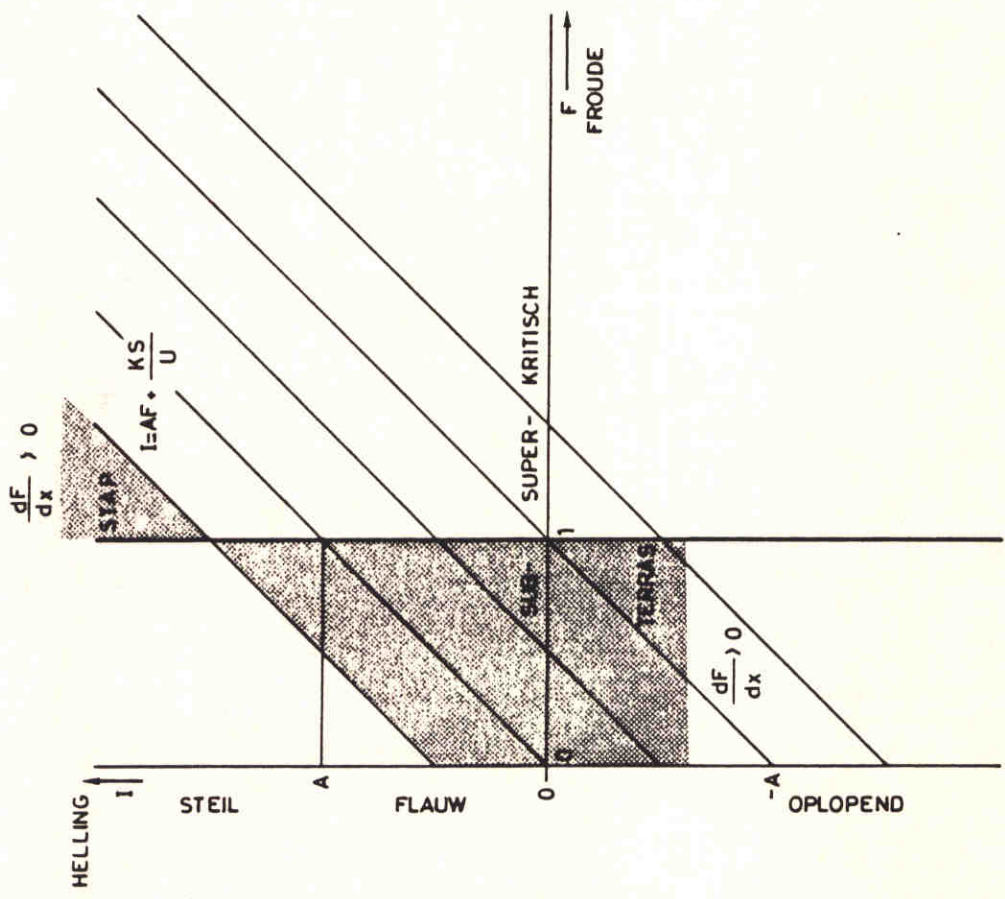
INVLOED $I, f_0, Verosie$

VERHANGLIJNEN MET INVLOED EROSIE EN SEDI-MENTATIE



B) $\frac{KS}{U} = 0$

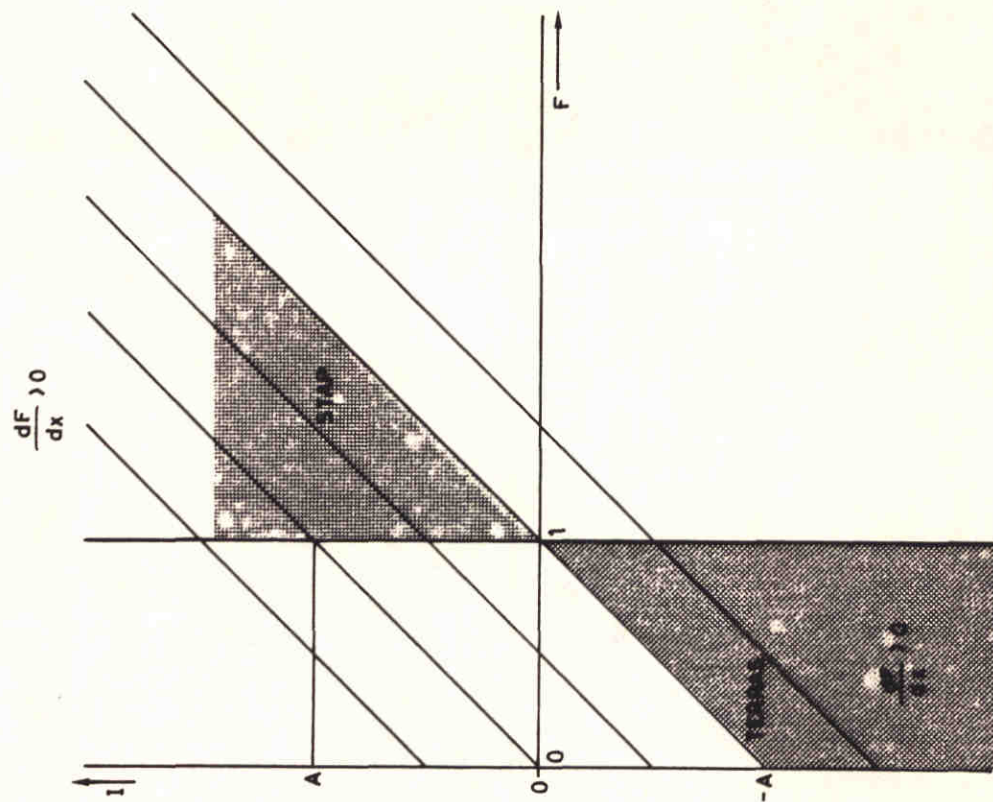
GEEN EROSIE
OF SEDIMENTATIE



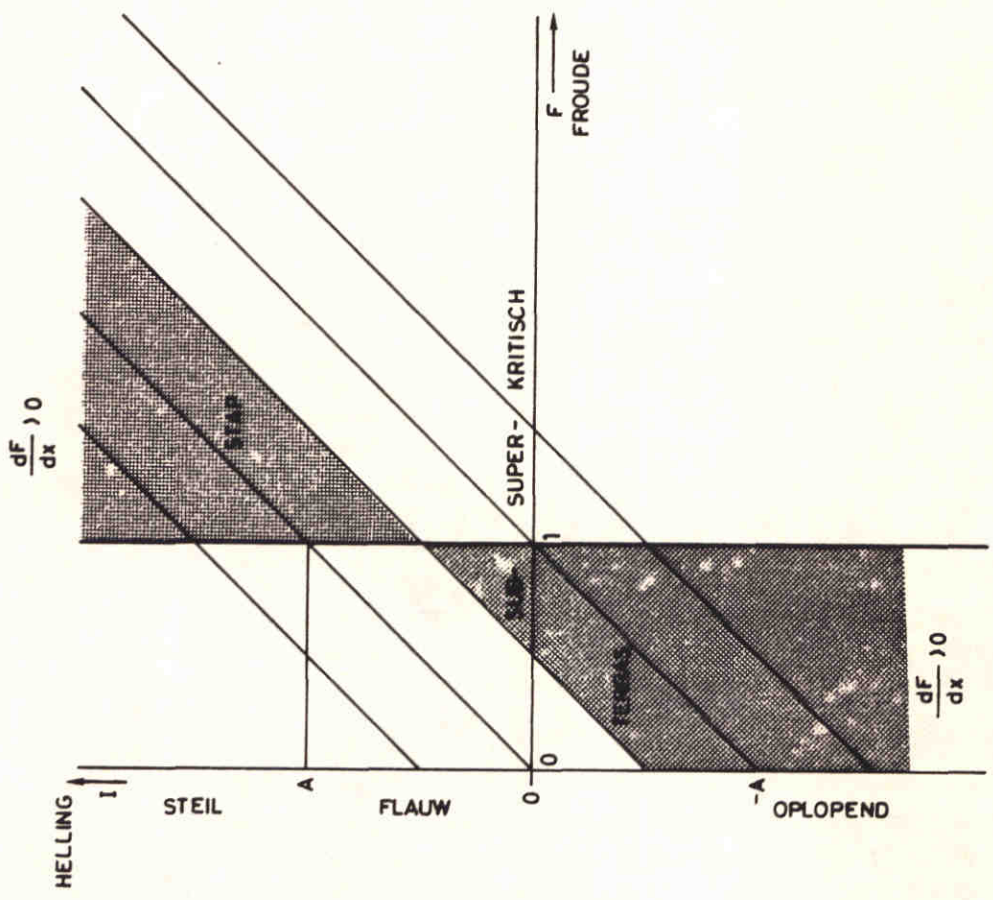
A) $\frac{KS}{U} > 0$

EROSIE

OPTREDEN TERRAS EN STAPJE IN I,F VLAK

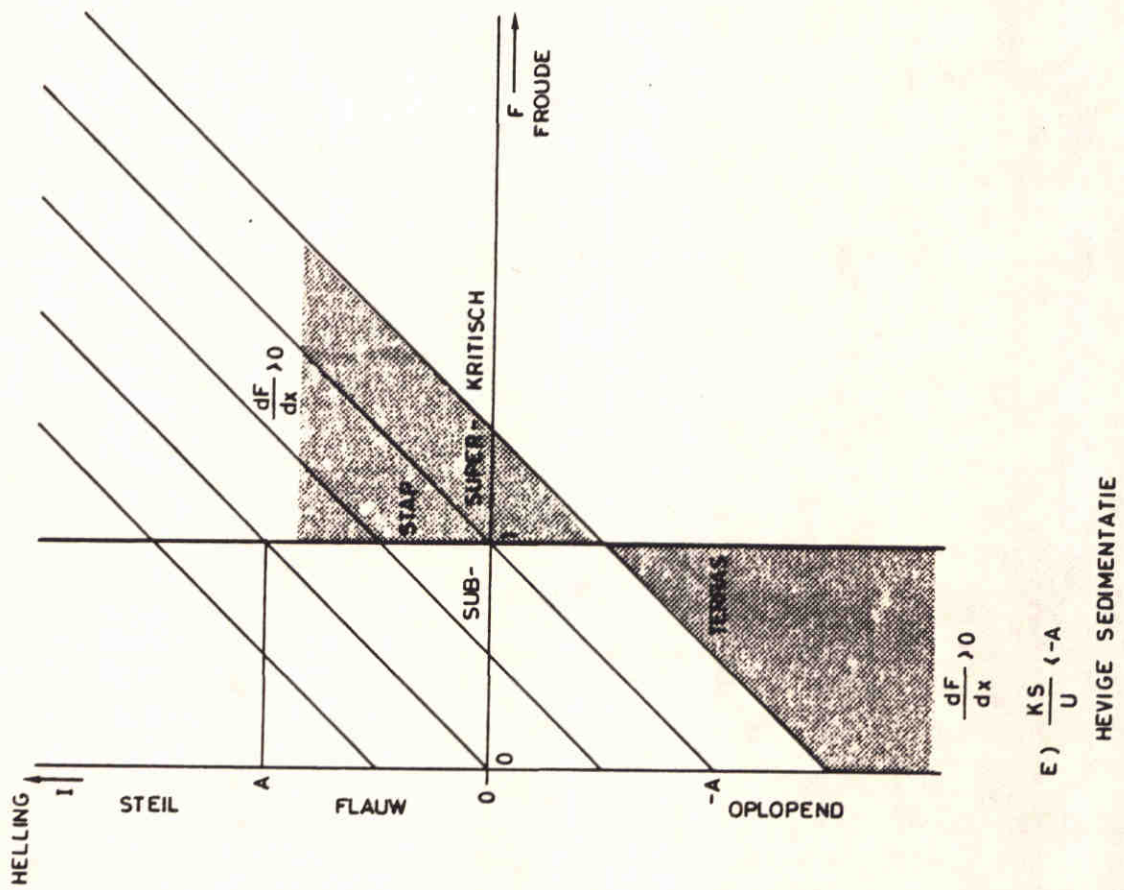


D) $\frac{KS}{U} = -A$
SEDIMENTATIE



C) $0 < \frac{KS}{U} < -A$
MATIGE SEDIMENTATIE

OPTREDEN TERRAS EN STAPJE IN I,F VLAK



OPTREDEN TERRAS EN STAPJE IN I, F VLAK

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

Z - 299

FIG. 35E

A4

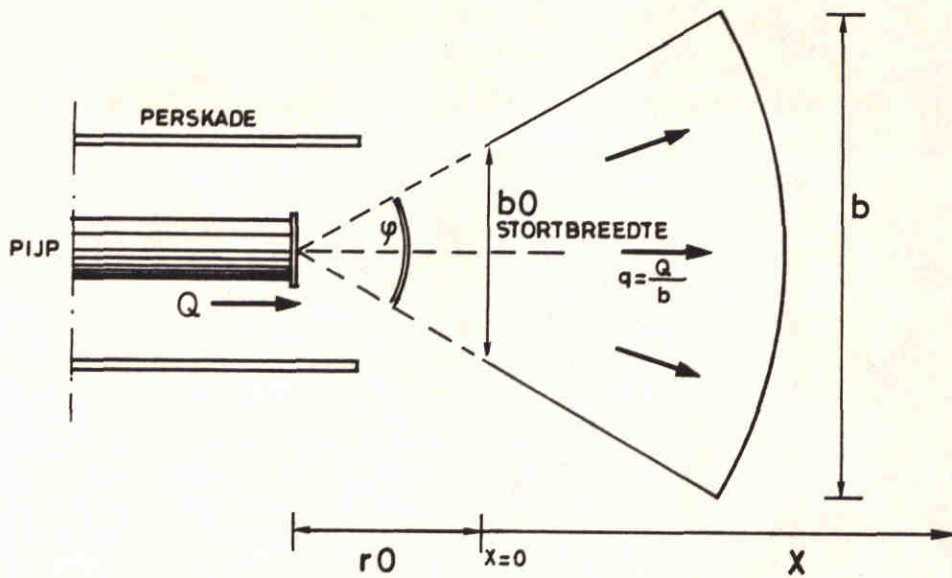


FIG. 3.6 SPREIDING MENGSELSTROOM

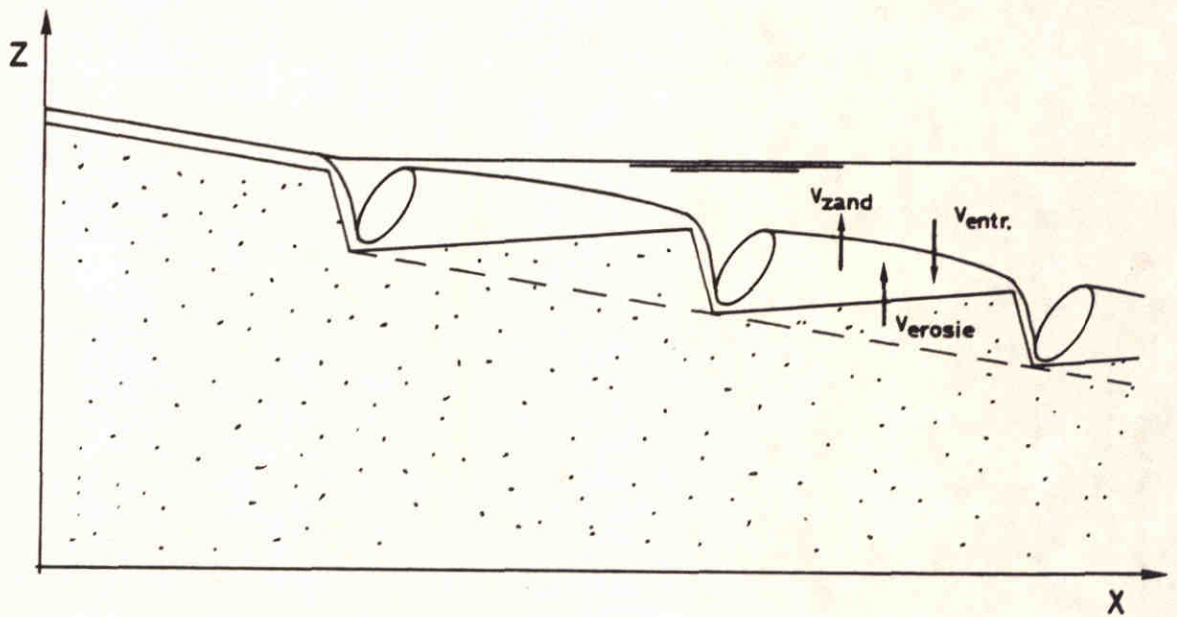
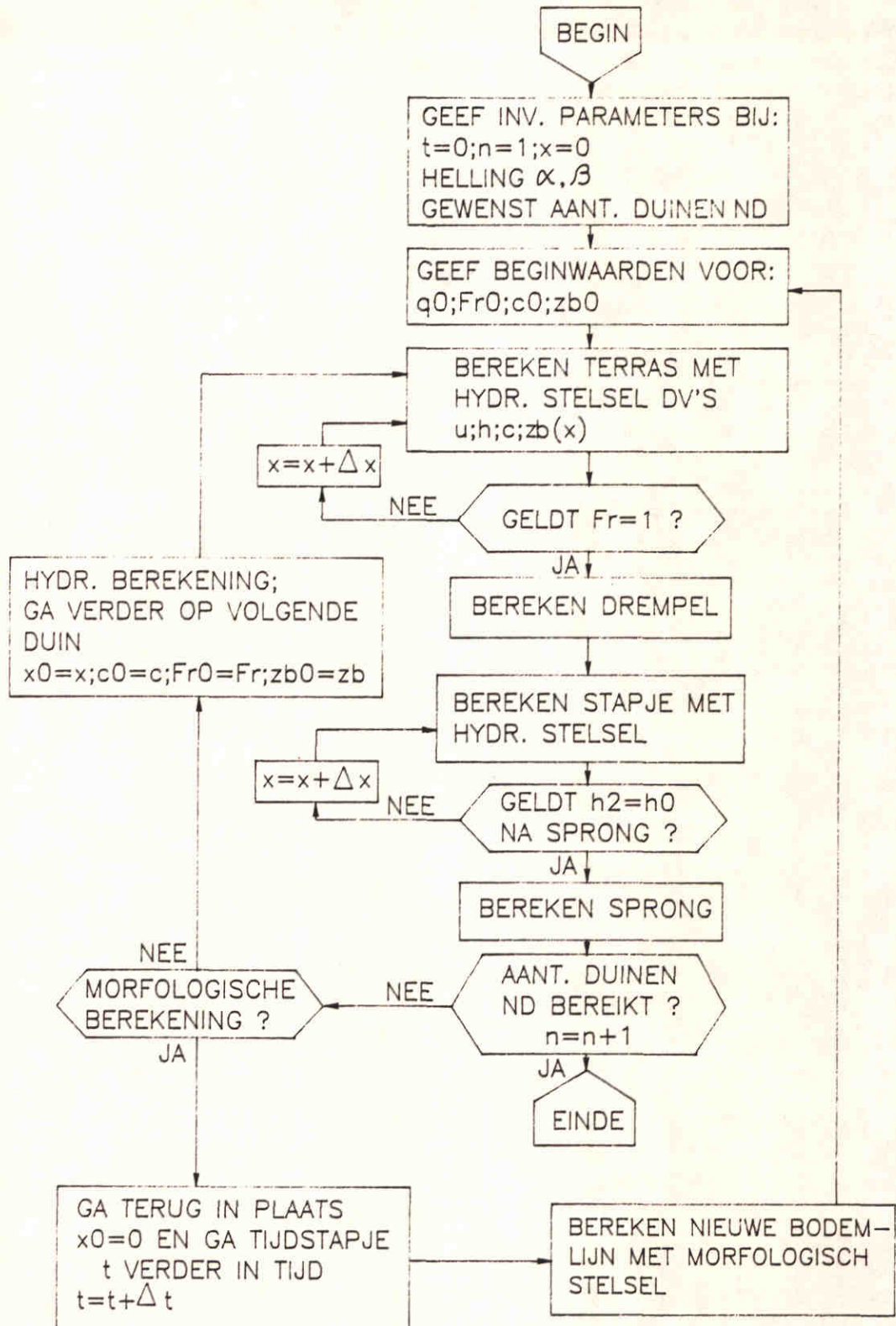
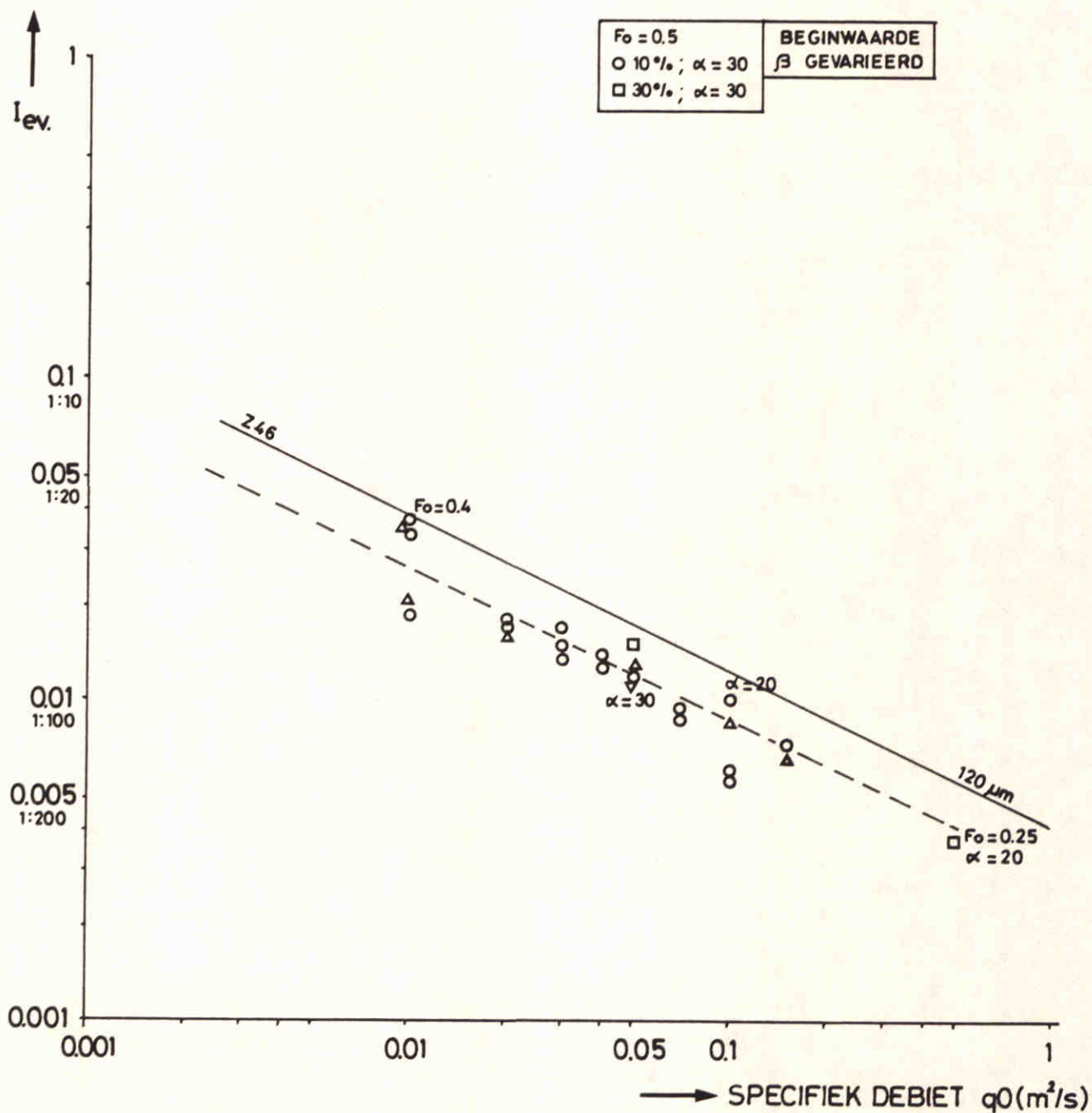


FIG. 3.7 HYDRAULISCHE BEREKENING ONDERWATERSTORT.

		A4
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM	Z - 299	FIG. 3.6 3.7

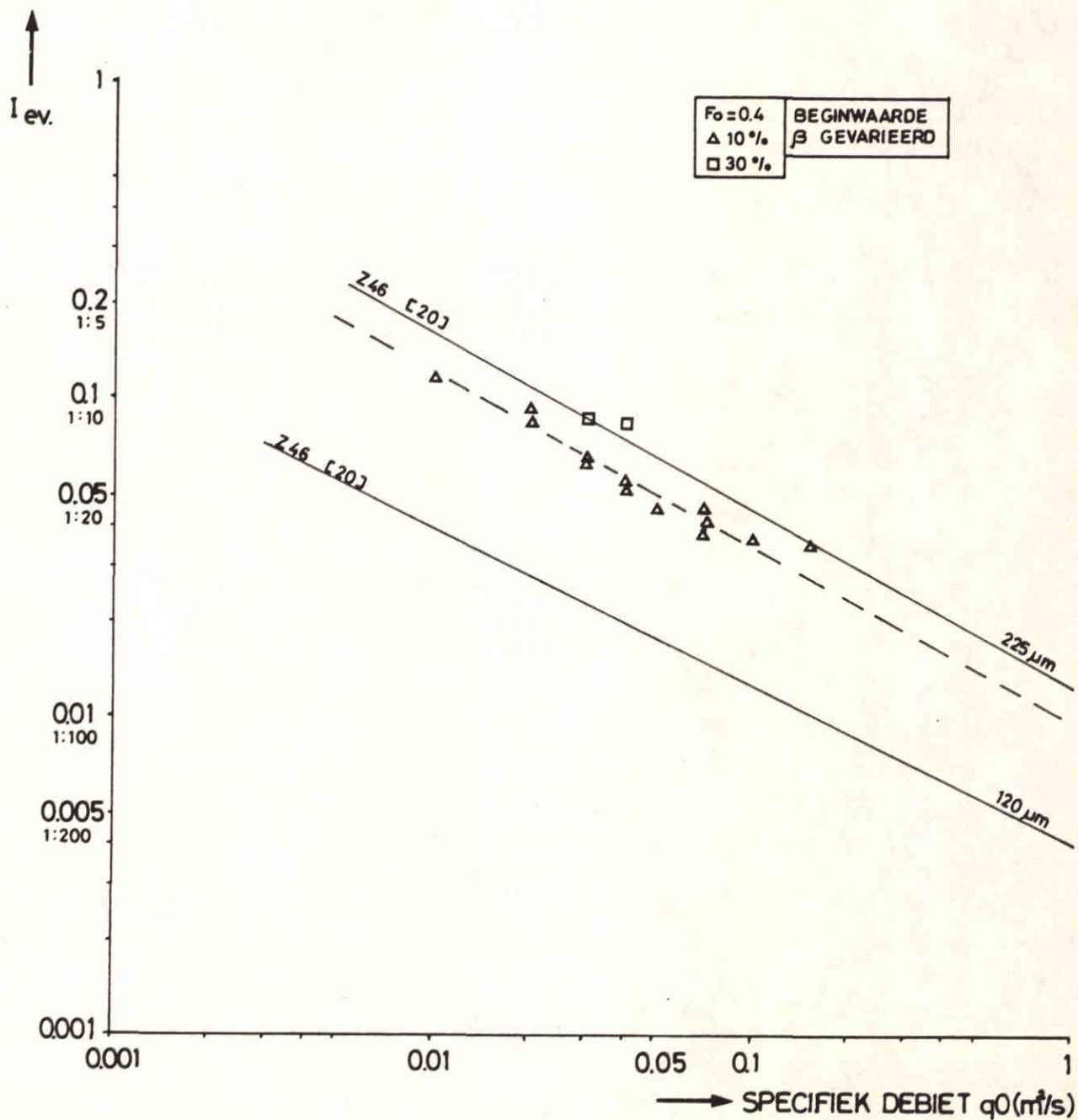


REKENSHEMA



BEREKENING EVENWICHTSHELLING VOOR:
 $D50 = 120 \mu m$

A4



BEREKENING EVENWICHTSHELLING VOOR:
 D50 = 225 μ m

A4

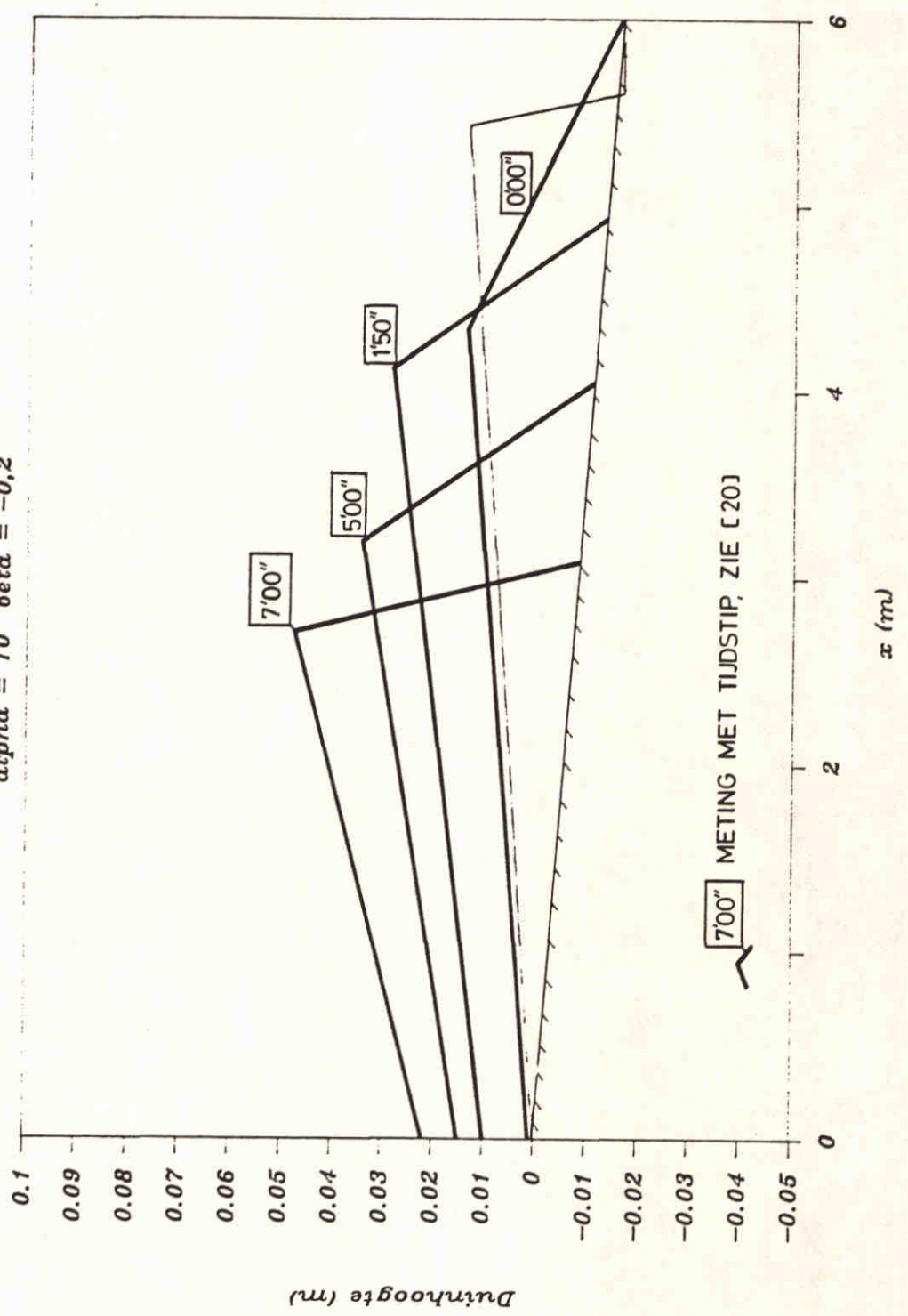
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

Z - 299

FIG. 4.1b

Kantelgootproef 47

$\alpha = 10$ $\beta = -0,2$



GEMETEN EN BEREKENDE DUINVORM

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

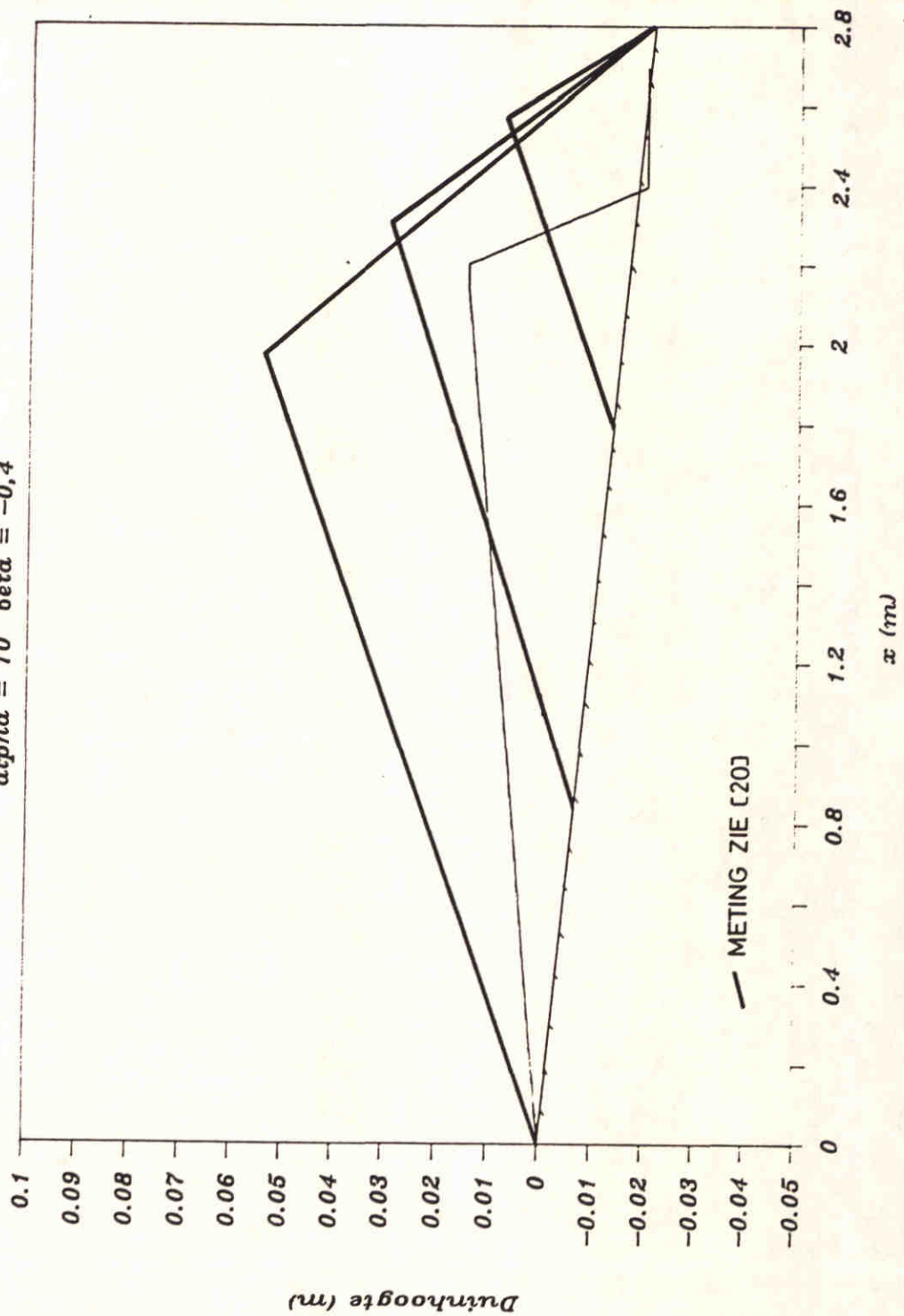
Z 299

A4

FIG.4.2a

Kantelgootproef 59

$\alpha = 10$ $\beta = -0,4$



GEMETEN EN BEREKENDE DUINVORM

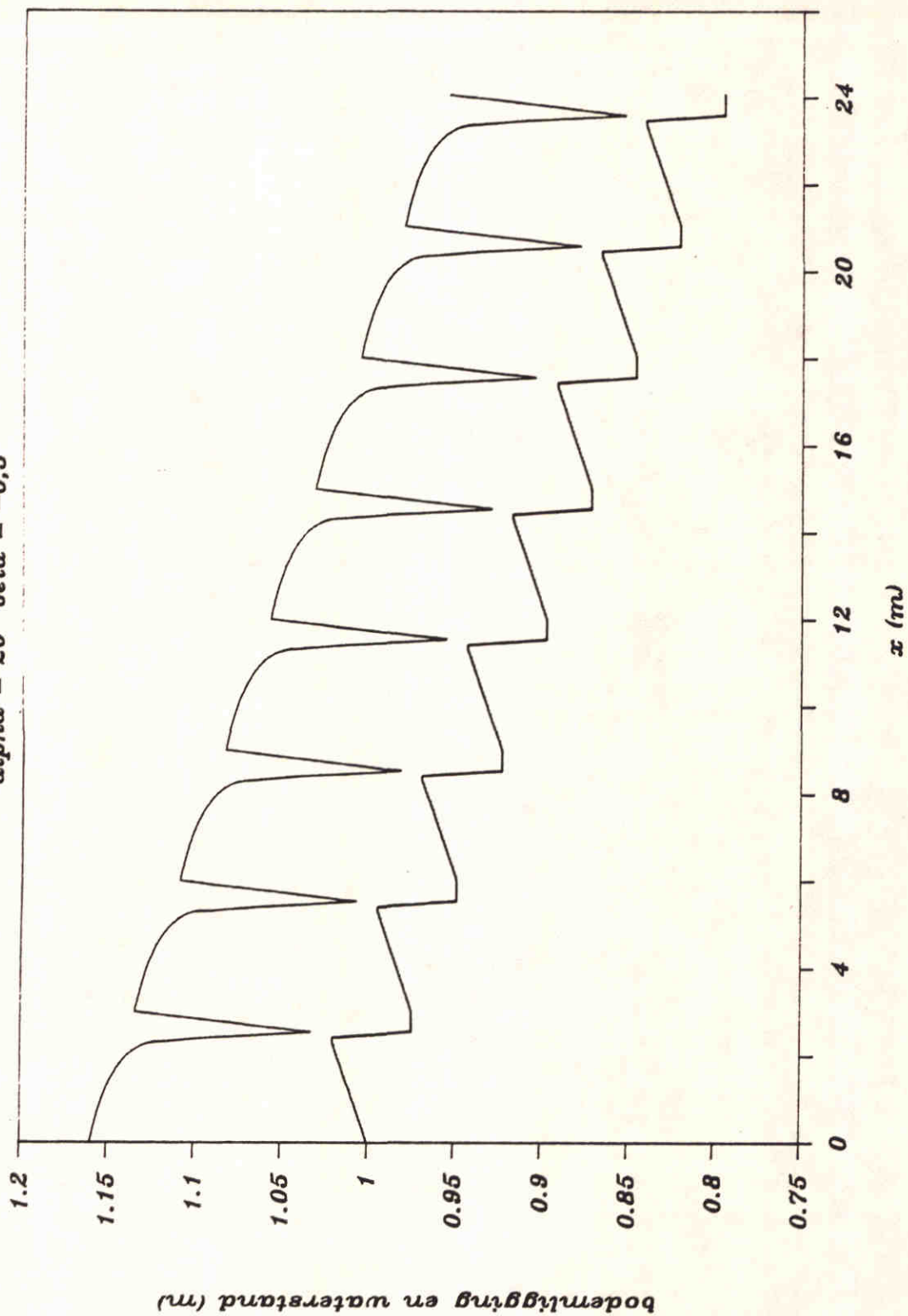
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

Z 299

A4

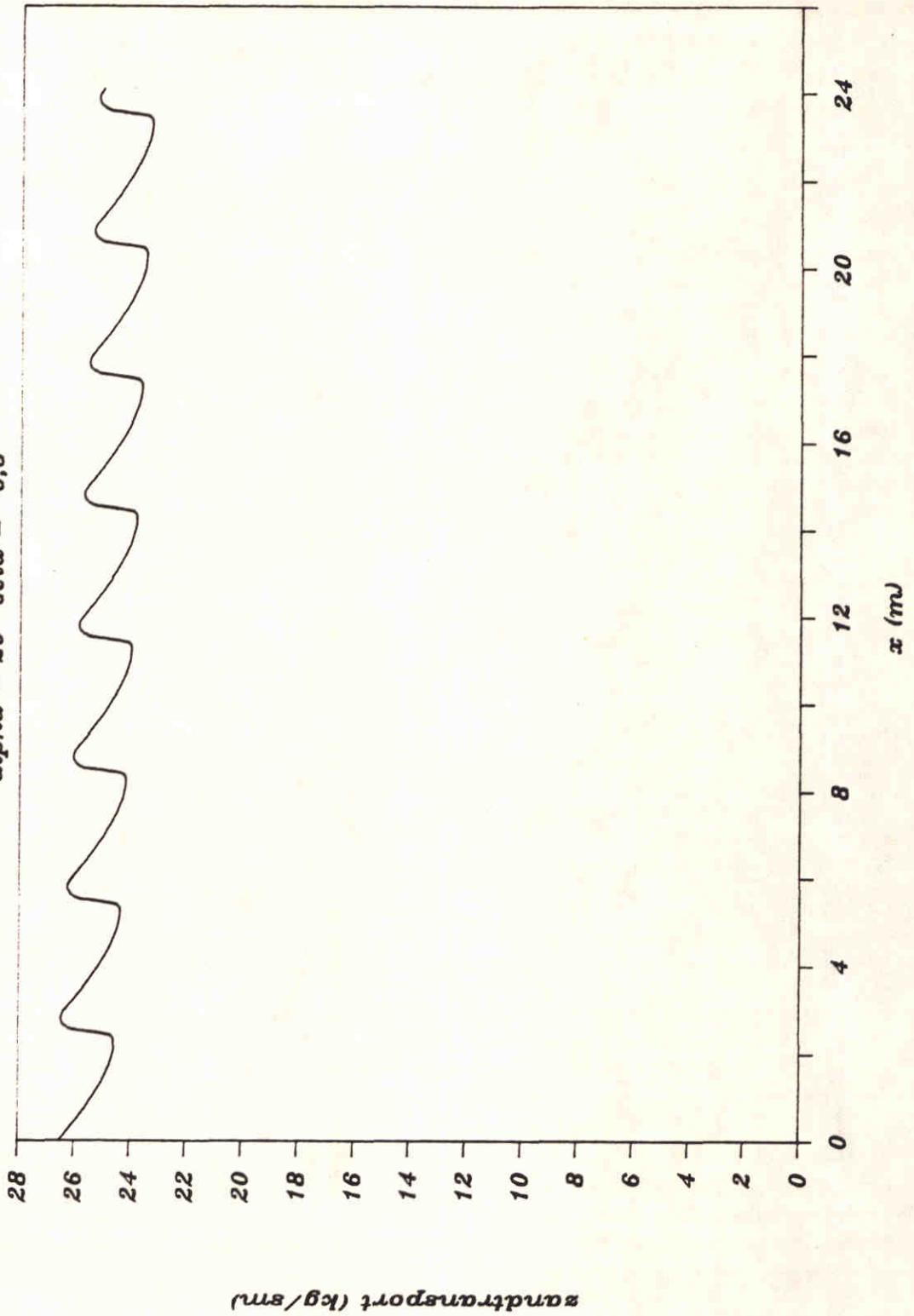
FIG.4.2_b

$q = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}$ $c = 10 \%$ $d = 120 \text{ mu}$
 $\alpha = 20$ $\beta = -0,5$

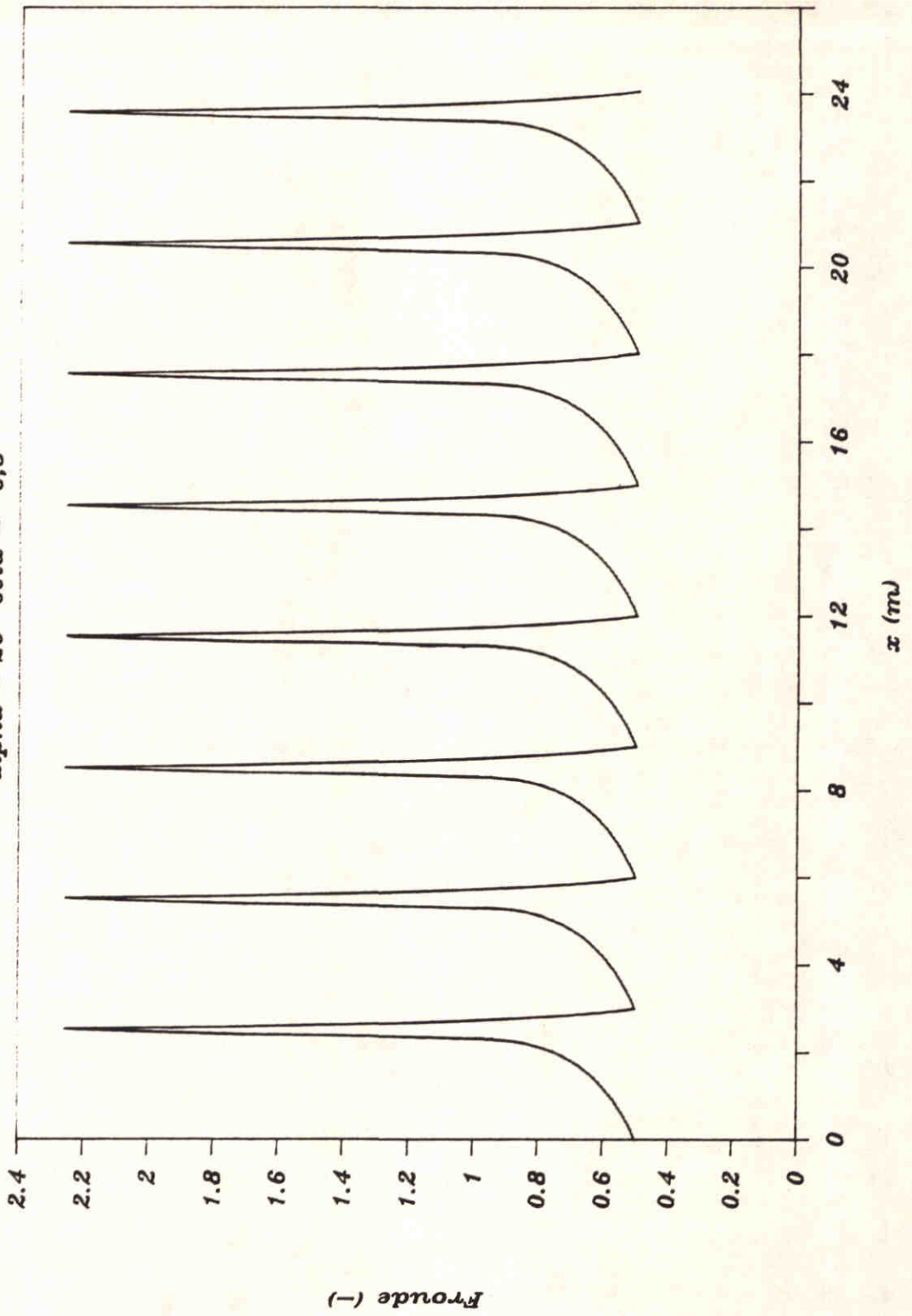


$q = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}$ $c = 10 \%$ $d = 120 \text{ mu}$

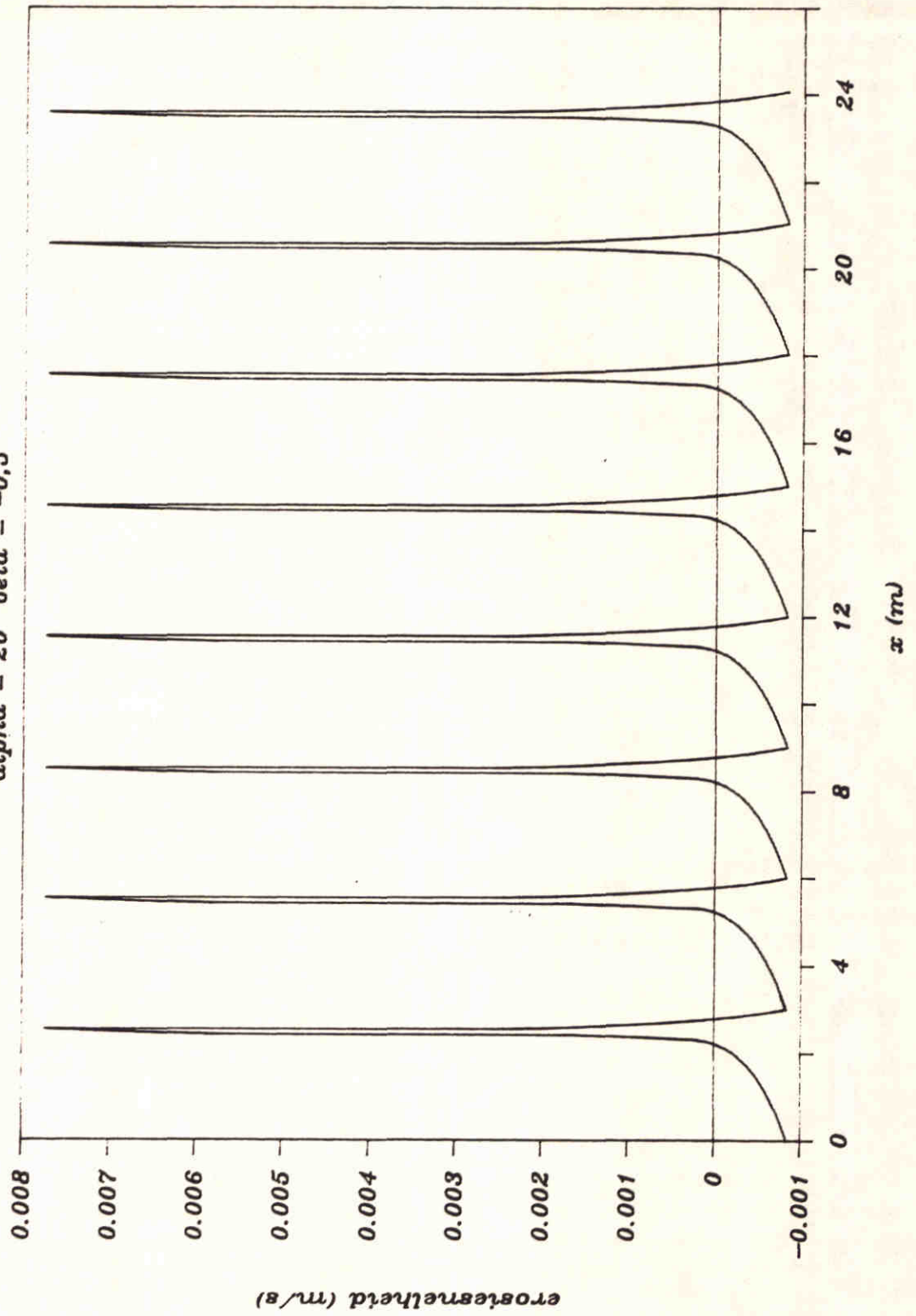
$\alpha = 20$ $\beta = -0,5$



$q = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}$ $c = 10 \%$ $d = 120 \text{ mu}$
 $\alpha = 20$ $\beta = -0,5$

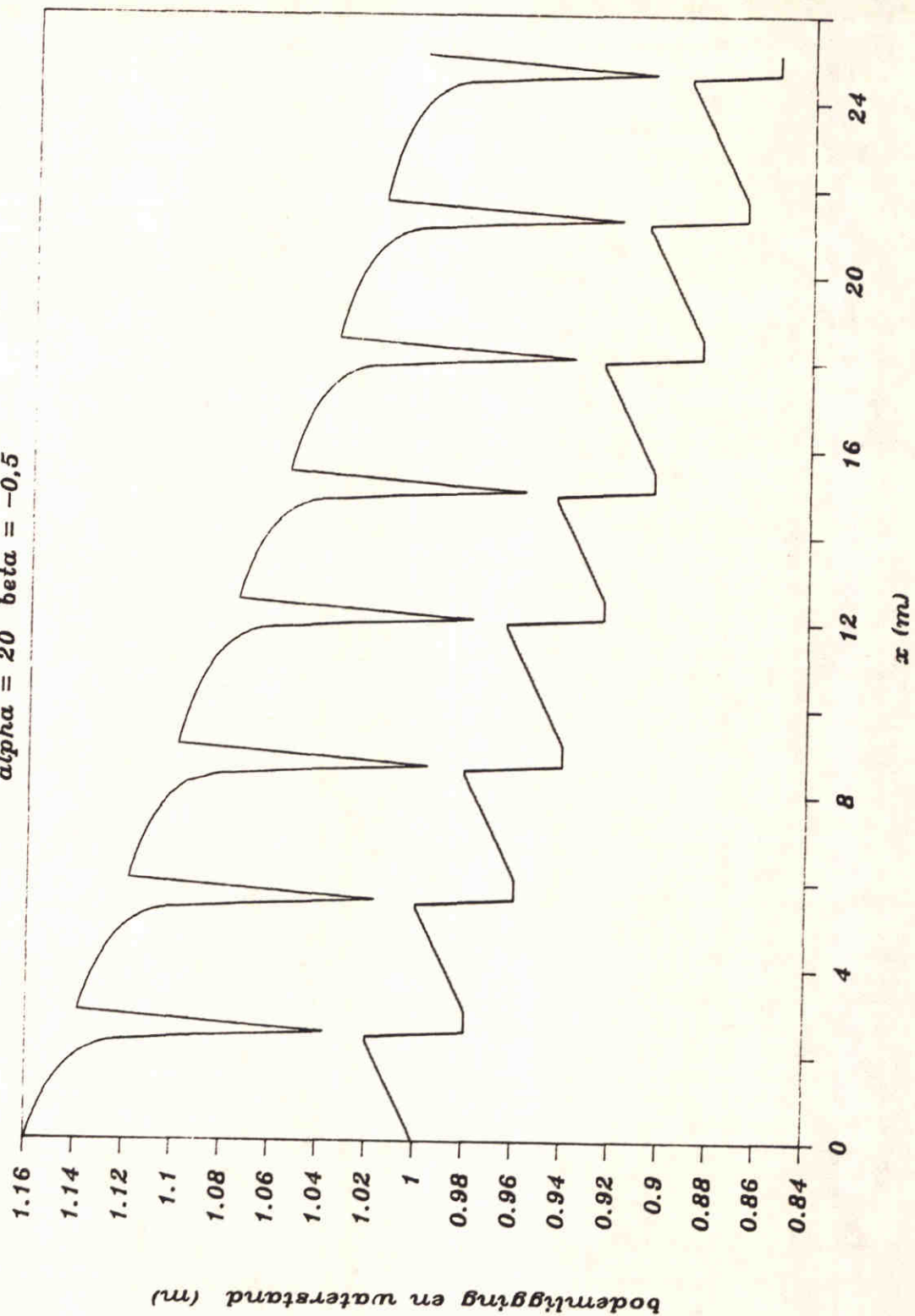


$q = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}$ $c = 10 \%$ $d = 120 \text{ mu}$
 $\alpha = 20$ $\beta = -0,5$

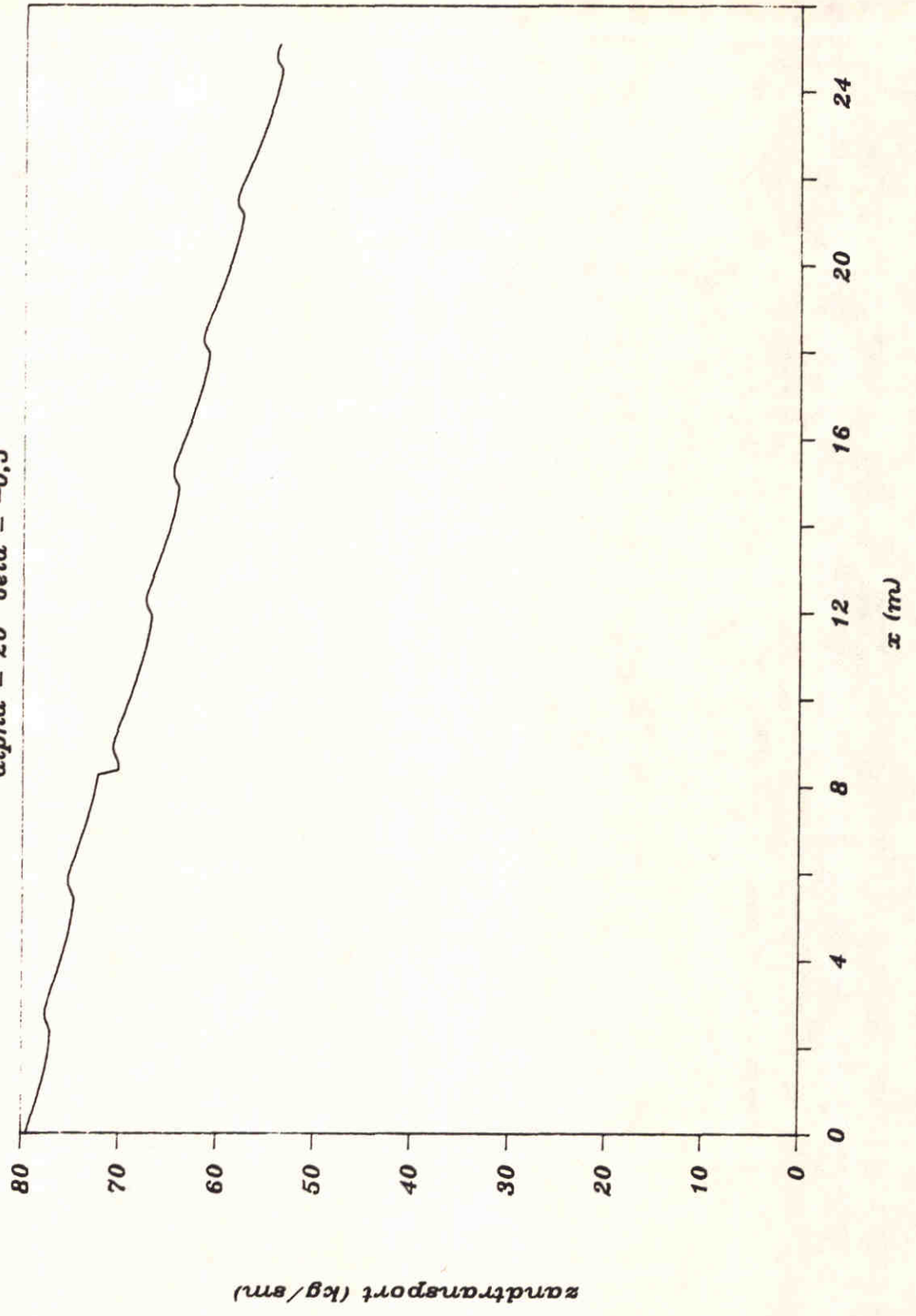


$q = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}$ $c = 30 \%$ $d = 120 \text{ mu}$

$\alpha = 20$ $\beta = -0,5$

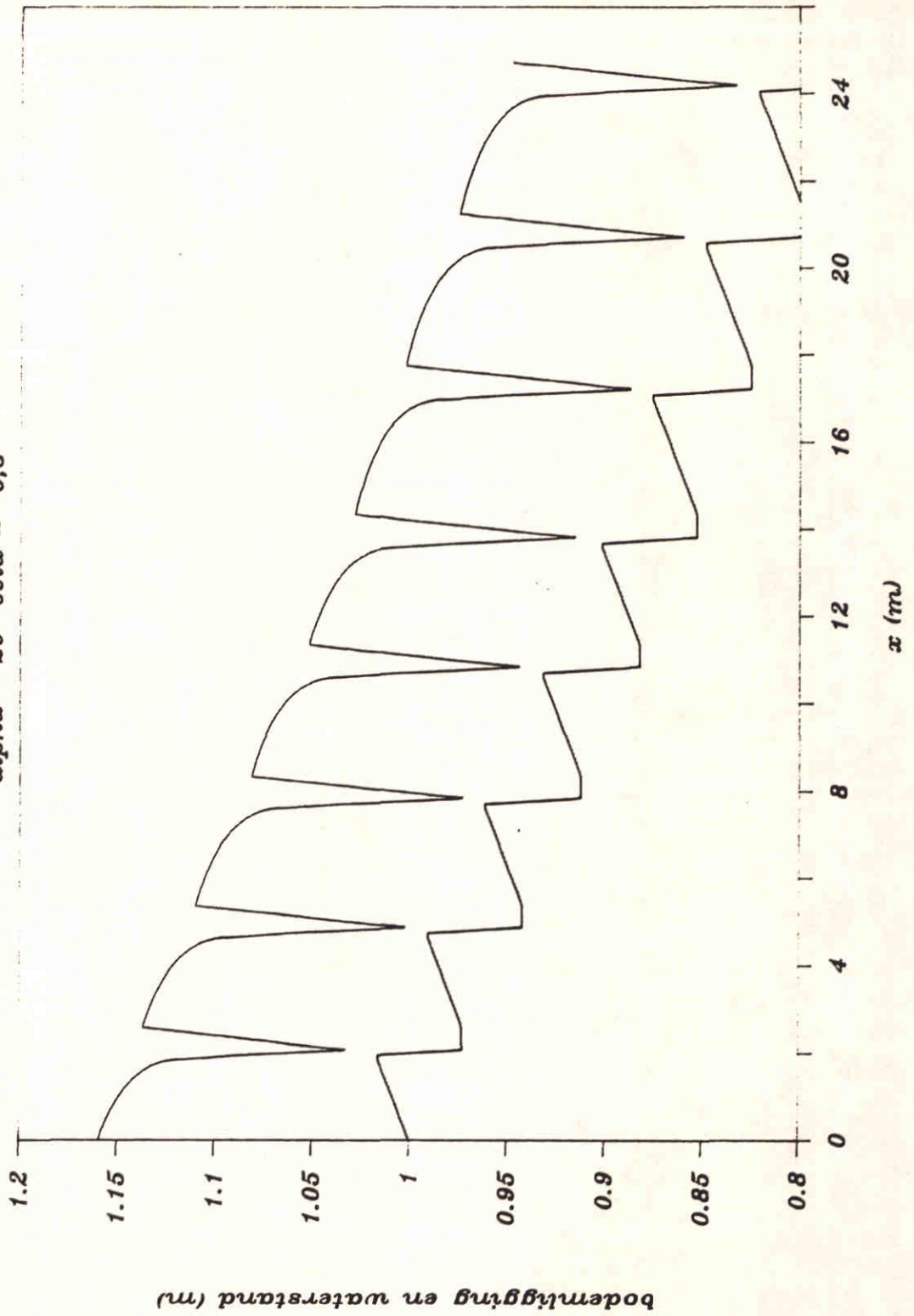


$q = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}$ $c = 30 \%$ $d = 120 \text{ mu}$
 $\alpha = 20$ $\beta = -0,5$



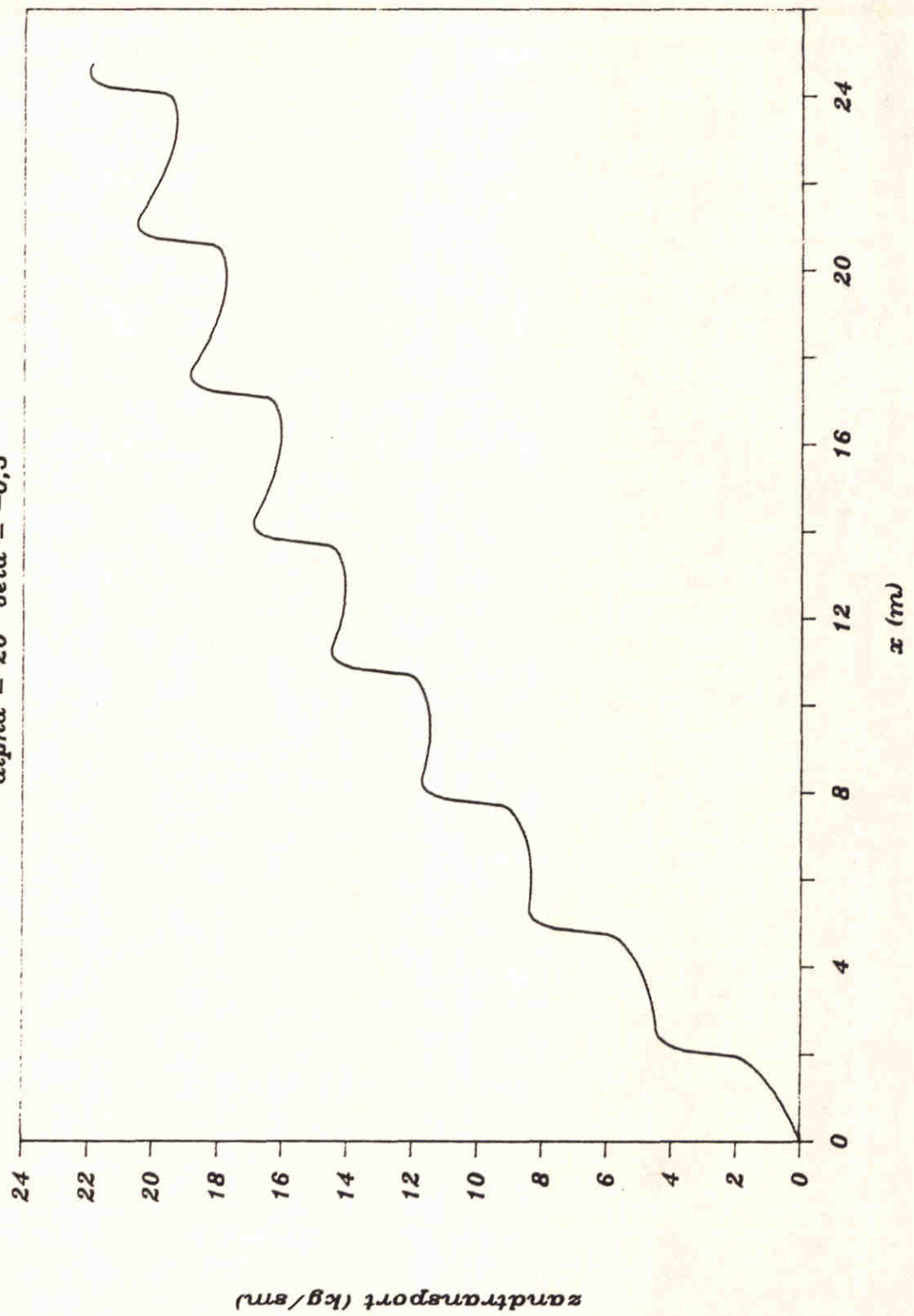
$q = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}$ $c = 0 \%$ $d = 120 \text{ mu}$

$\alpha = 20$ $\beta = -0,5$



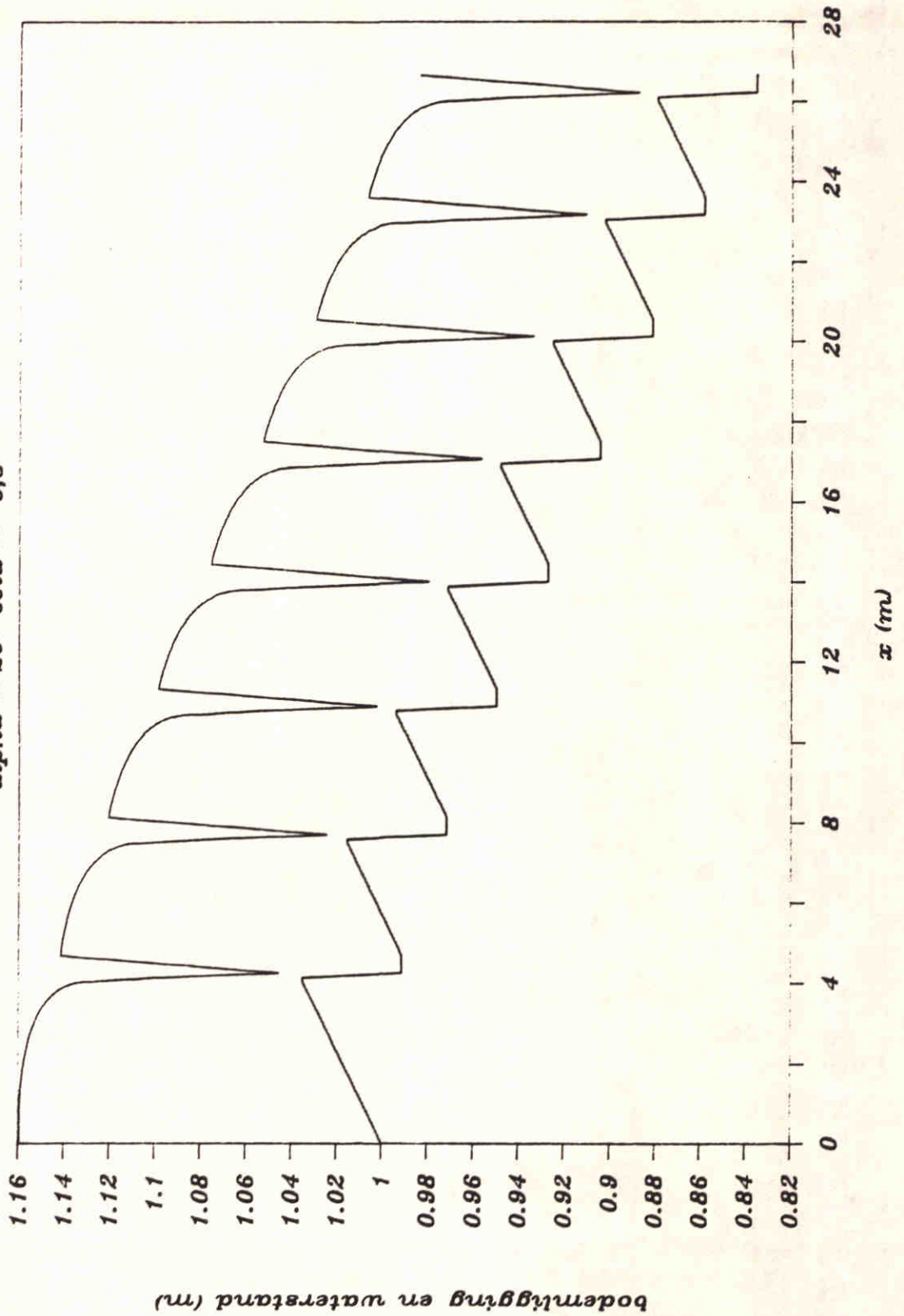
$q = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}$ $c = 0 \%$ $d = 120 \text{ mu}$

$\alpha = 20$ $\beta = -0,5$



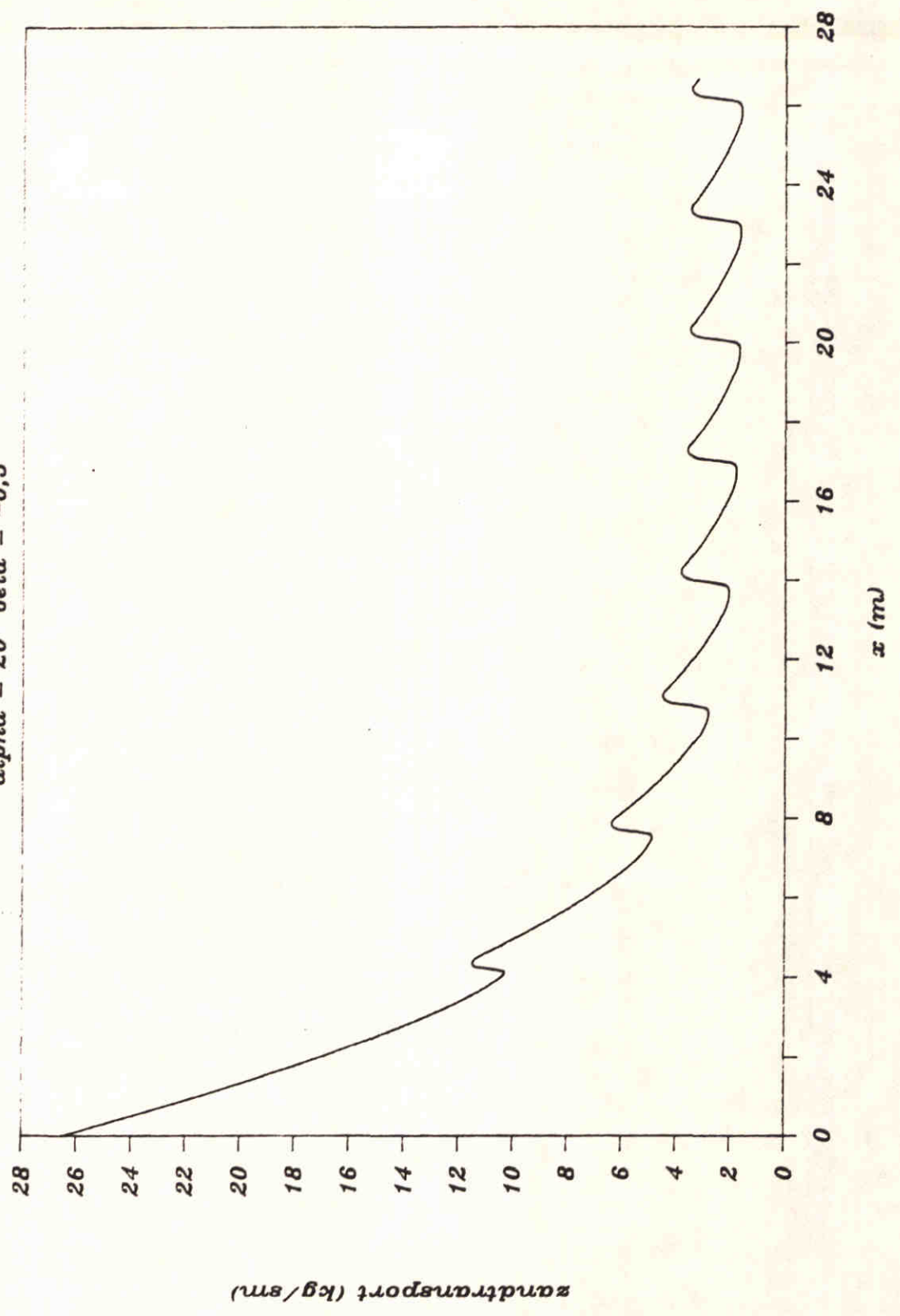
$q = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}$ $c = 10 \%$ $d = 225 \text{ mu}$

$\alpha = 20$ $\beta = -0,5$



WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM	Z - 299	A4
	FIG4.6 a	

$q = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}$ $c = 10 \%$ $d = 225 \text{ } \mu\text{m}$
 $\alpha = 20$ $\beta = -0,5$



— BODEMLIGGING ZB T = 0,8, 16 en 24 sec
 — WATERSTANDEN ZW T = 0,8, 16 en 24 sec

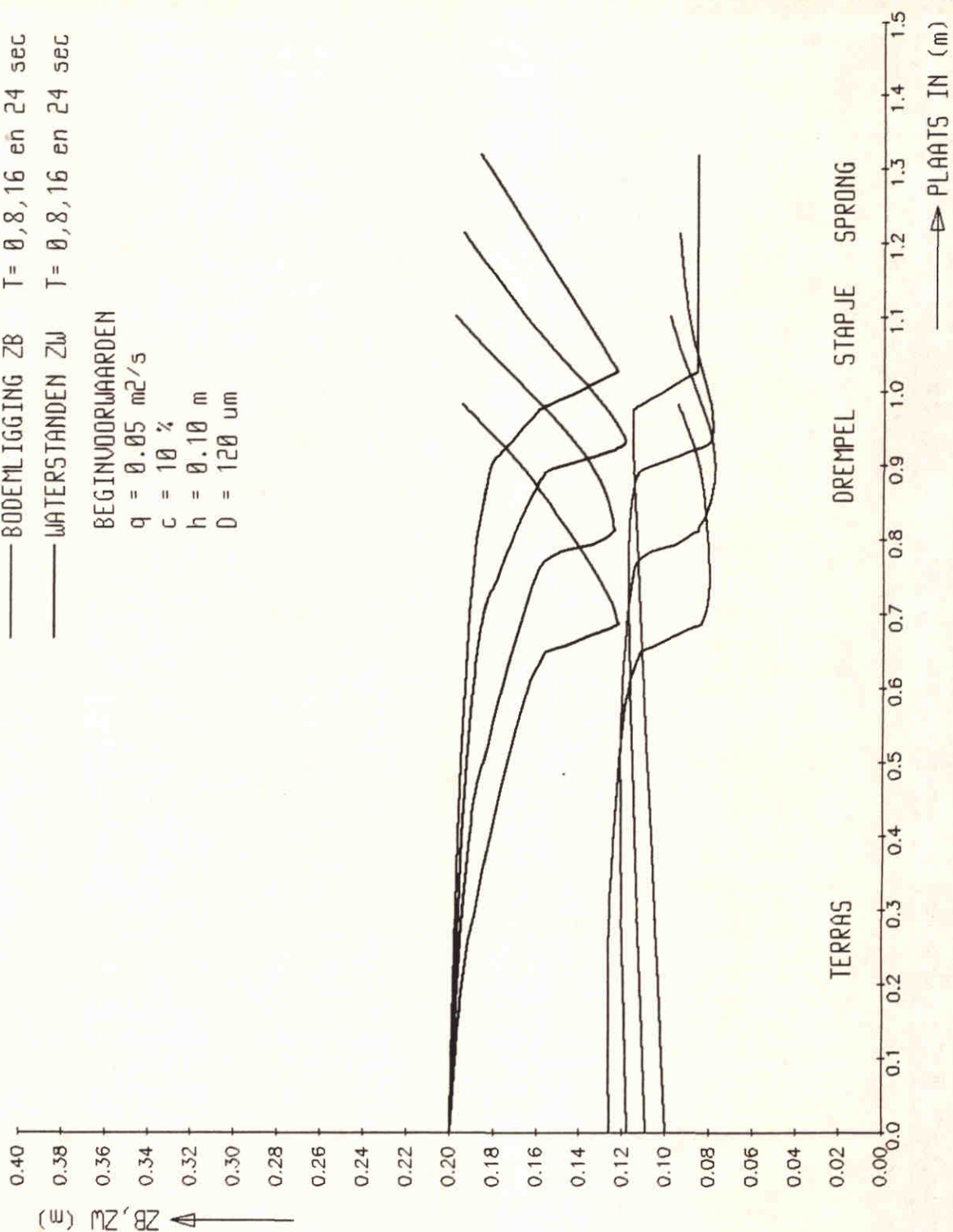
BEGINVOORWAARDEN

$q = 0.05 \text{ m}^2/\text{s}$

$c = 10 \%$

$h = 0.10 \text{ m}$

$D = 120 \text{ } \mu\text{m}$



MORFOLOGISCH MODEL TERRASVORMIG STORT

BODEMLIGGING EN WATERSTAND

DUIN 1

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

Z-299

Fig.4.7_a

— T = 0, 8, 16 en 24 sec

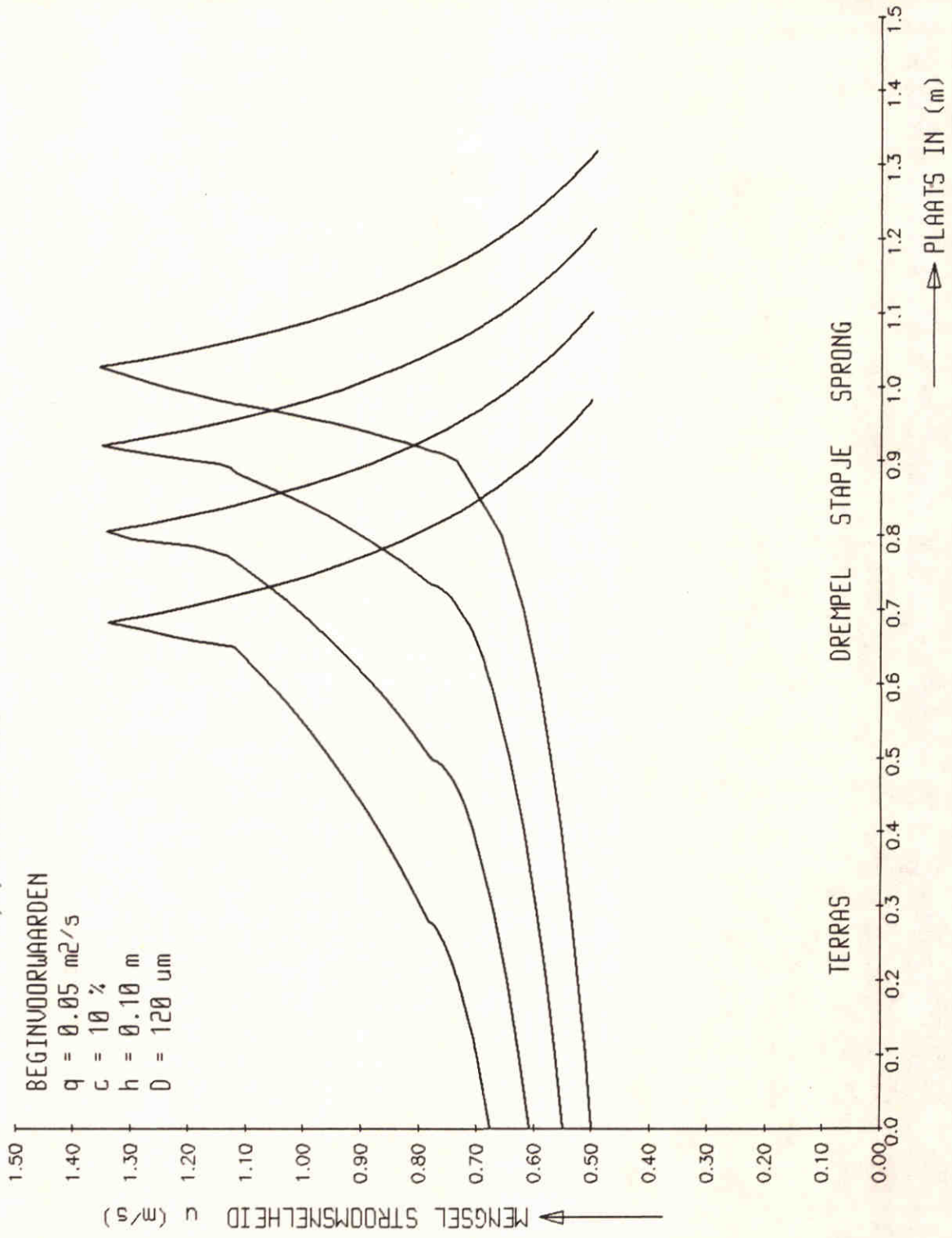
BEGINVOORWAARDEN

q = 0.05 m²/s

c = 10 %

h = 0.10 m

D = 120 μm



MORFOLOGISCH MODEL TERRASVORMIG STORT

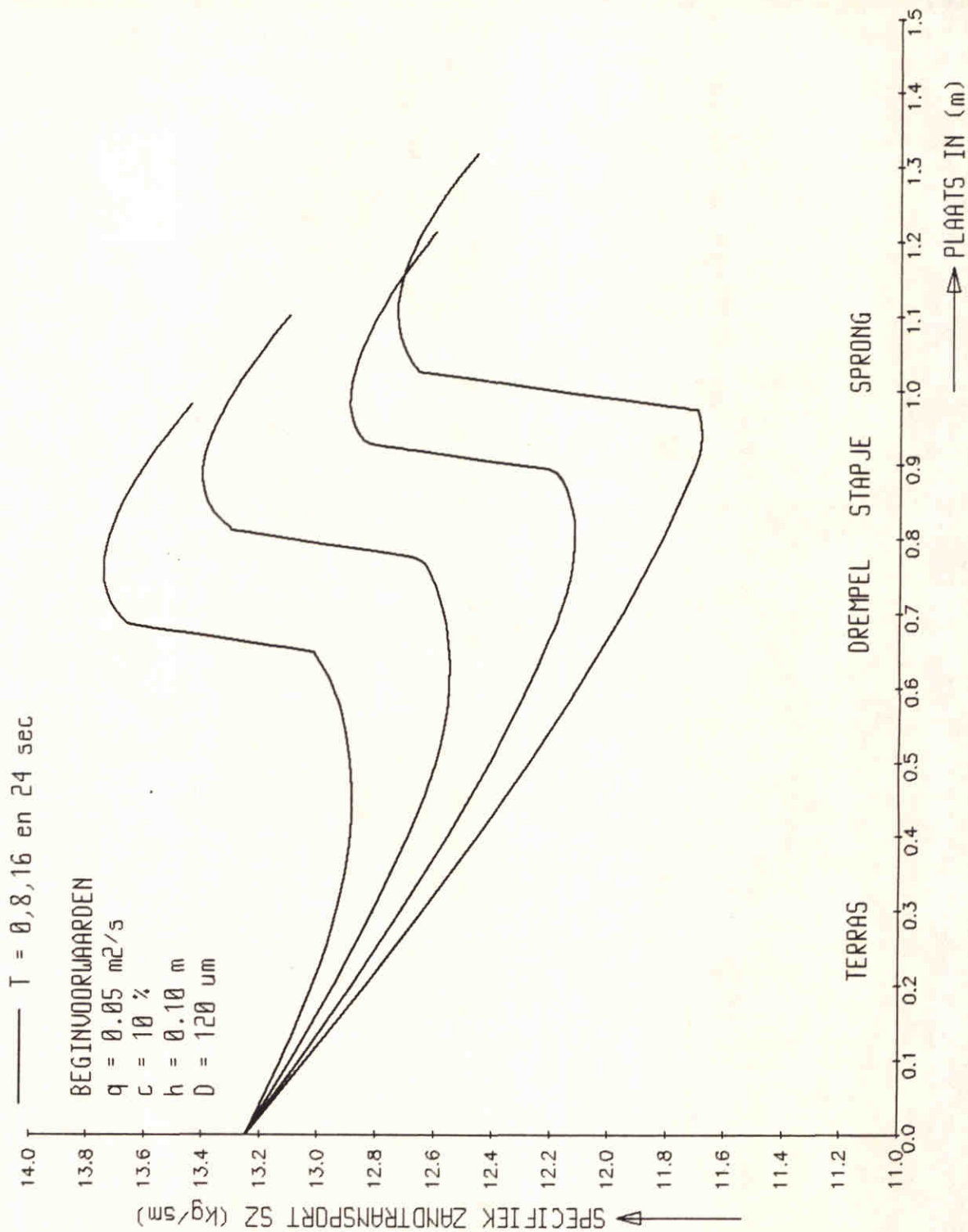
MENGSEL STROOMSNELHEID

DUIN 1

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

Z - 299

Fig.4.7b



MORFOLOGISCH MODEL TERRASVORMIG STORT

SPECIFIEK ZANDTRANSPORT

DUIN 1

WATERLODPKUNDIG LABORATORIUM

Z- 299

Fig 4.7c

— T = 0, 8, 16 en 24 sec

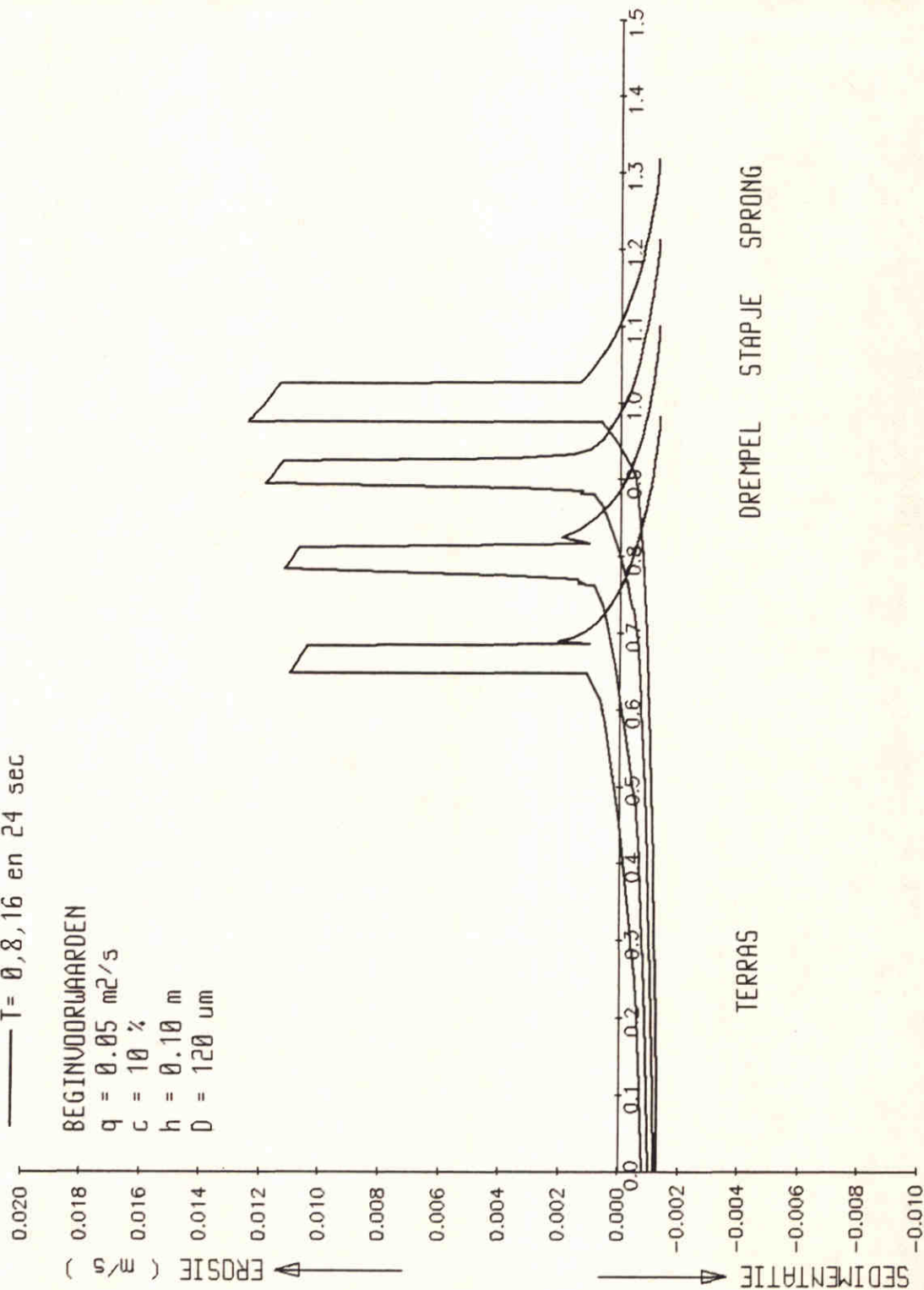
BEGINVOORWAARDEN

q = 0.05 m²/s

c = 10 %

h = 0.10 m

D = 120 μm



MORFOLOGISCH MODEL TERRASVORMIG STORT

EROSIE- EN SEDIMENTATIESNELHEID

DUIN

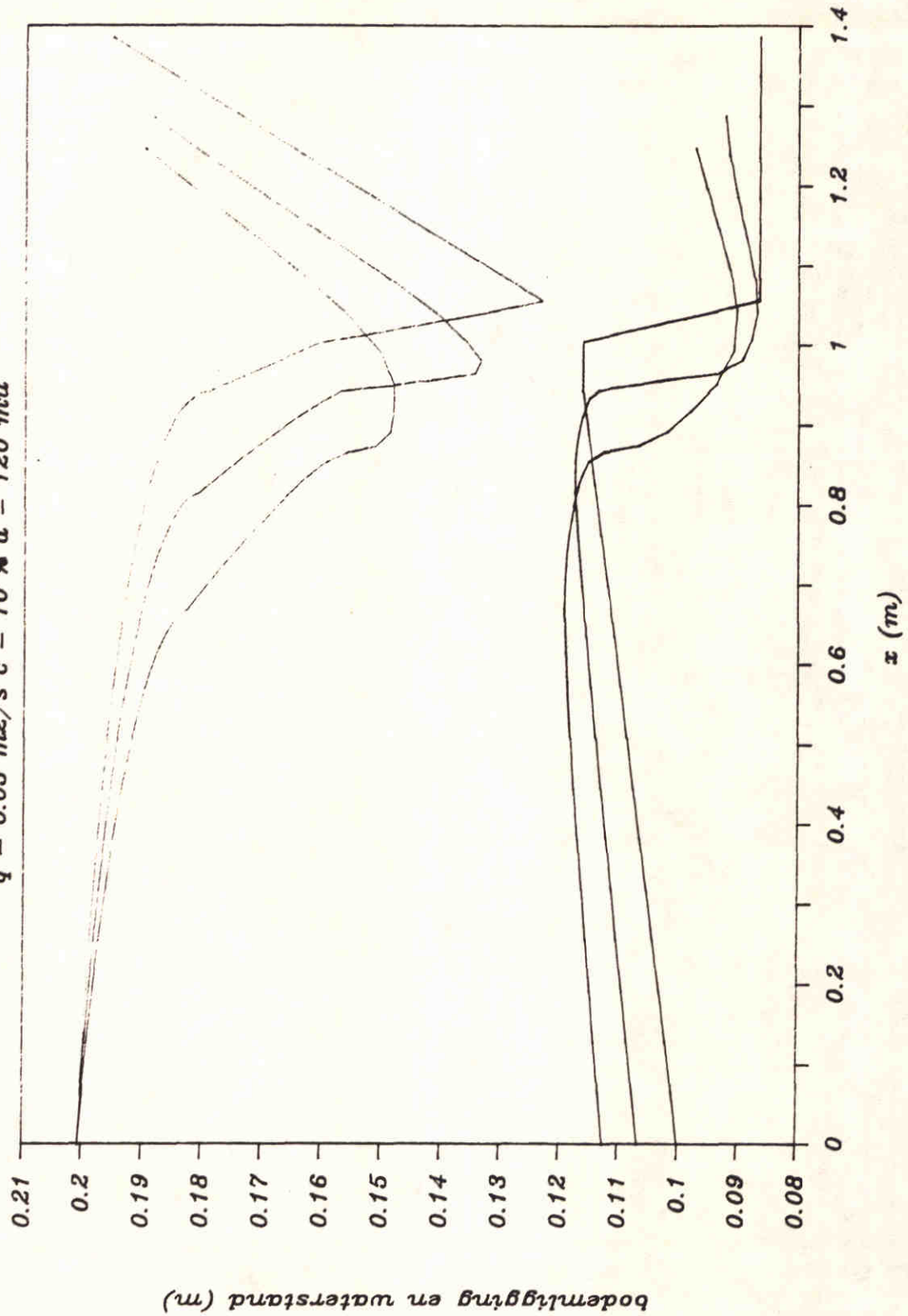
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

Z-299

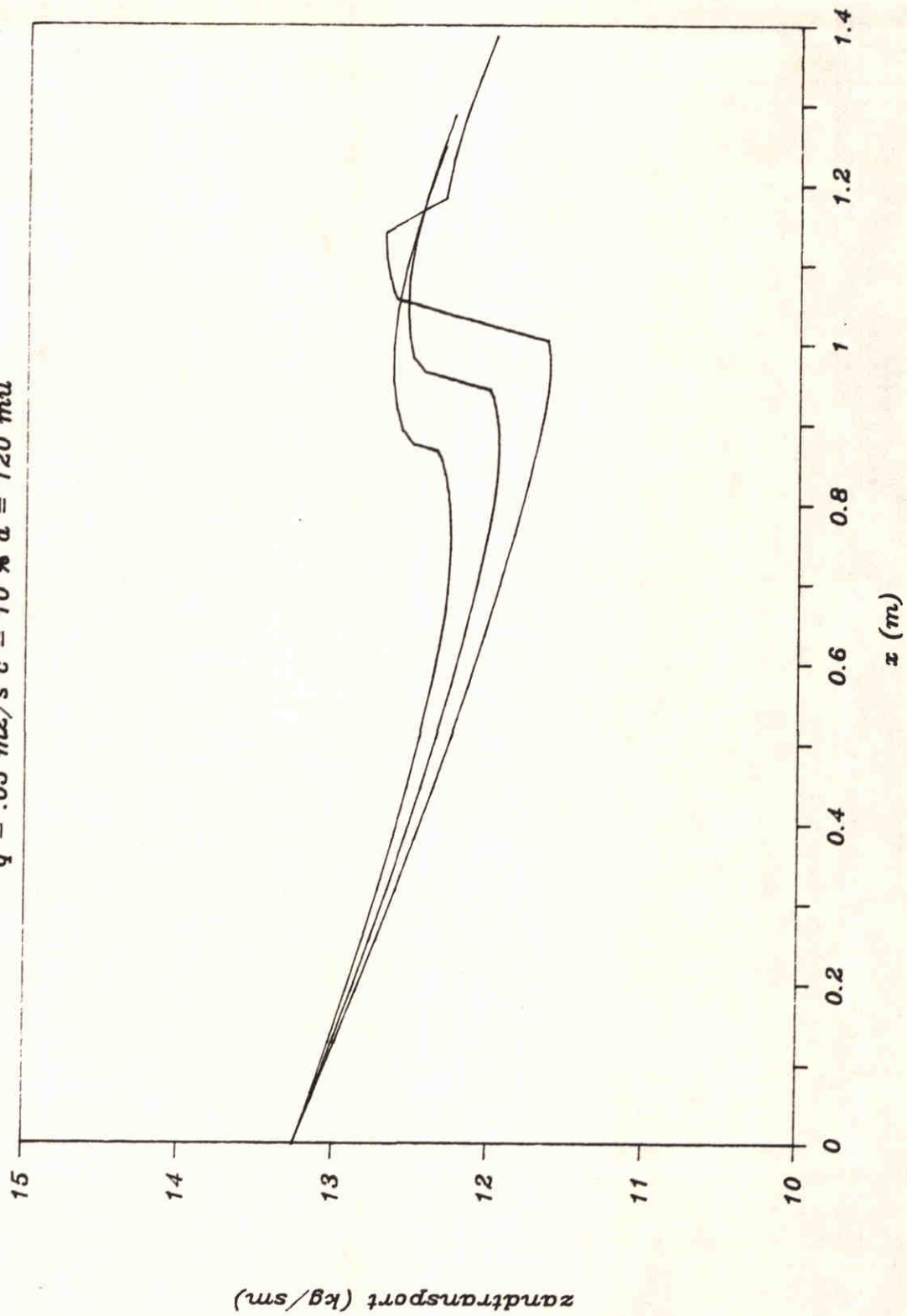
Fig.4.7d

$t = 0 - 10 \text{ sec } dt = .1 \text{ sec}$

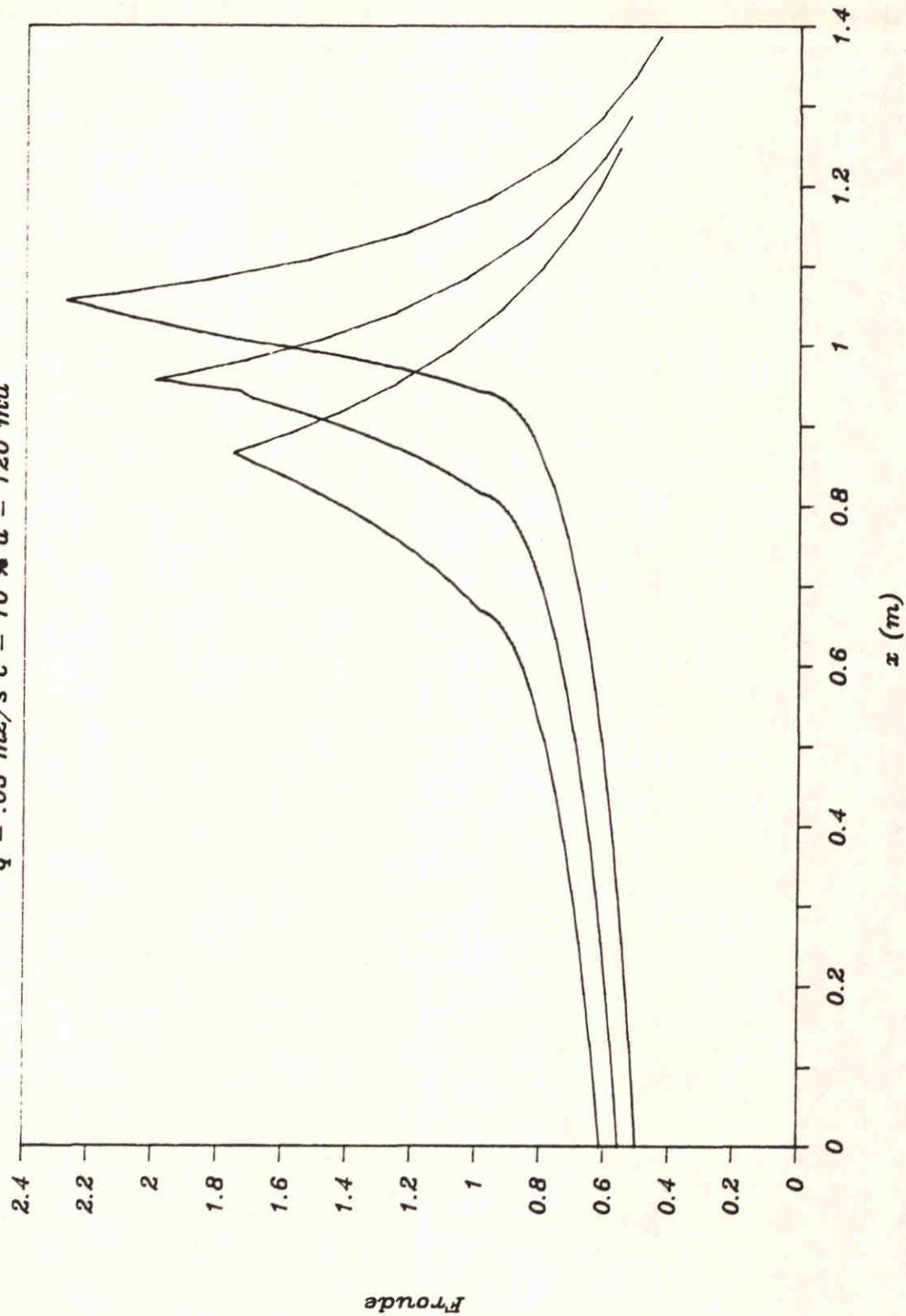
$q = 0.05 \text{ m}^2/\text{s } c = 10 \% d = 120 \text{ mu}$



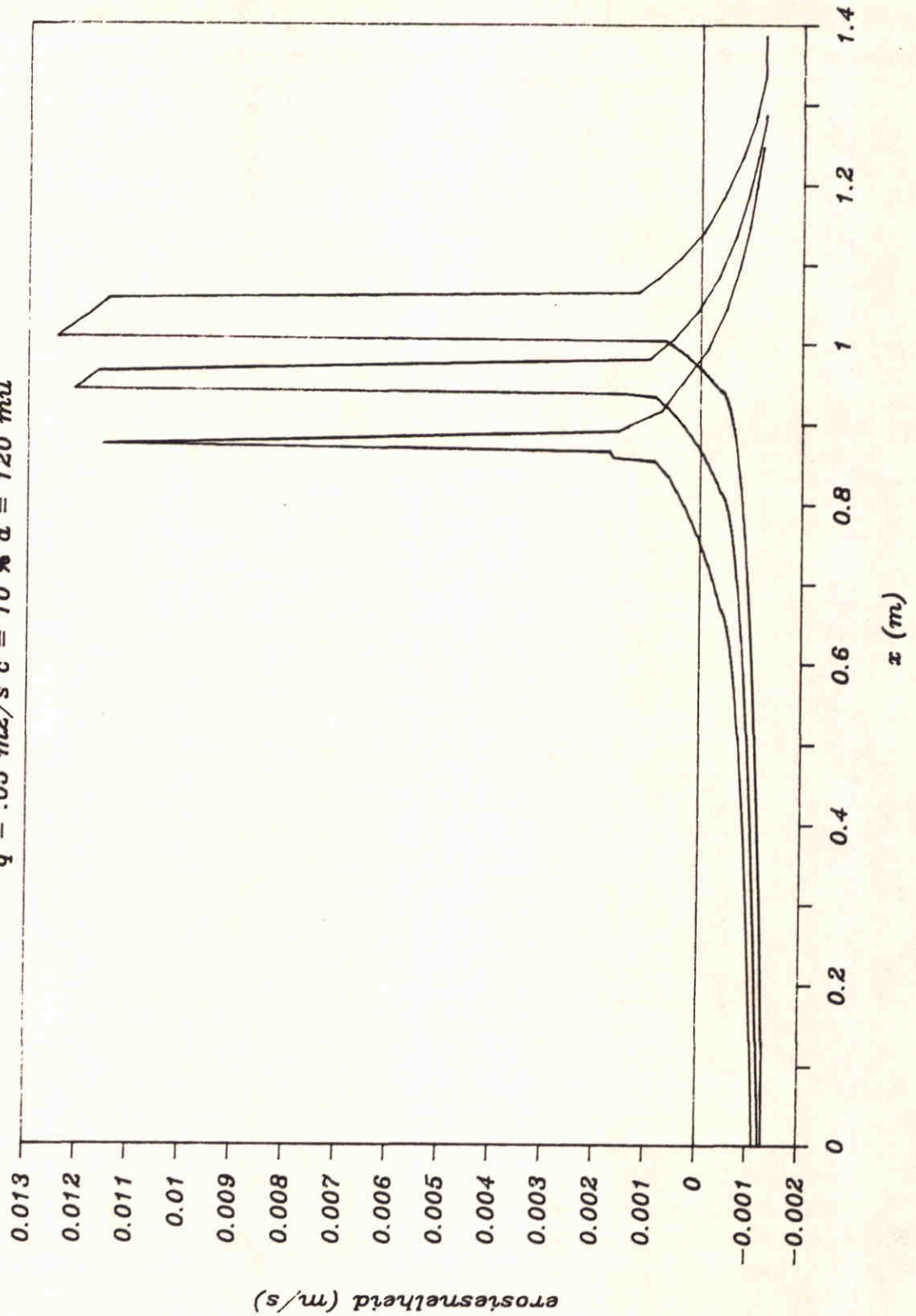
$t = 0 - 10 \text{ sec } dt = .1 \text{ sec}$
 $q = .05 \text{ m}^2/\text{s } c = 10 \% d = 120 \text{ mu}$



$t = 0 - 10 \text{ sec } dt = .1 \text{ sec}$
 $q = .05 \text{ m}^2/\text{s } c = 10 \% d = 120 \text{ mu}$

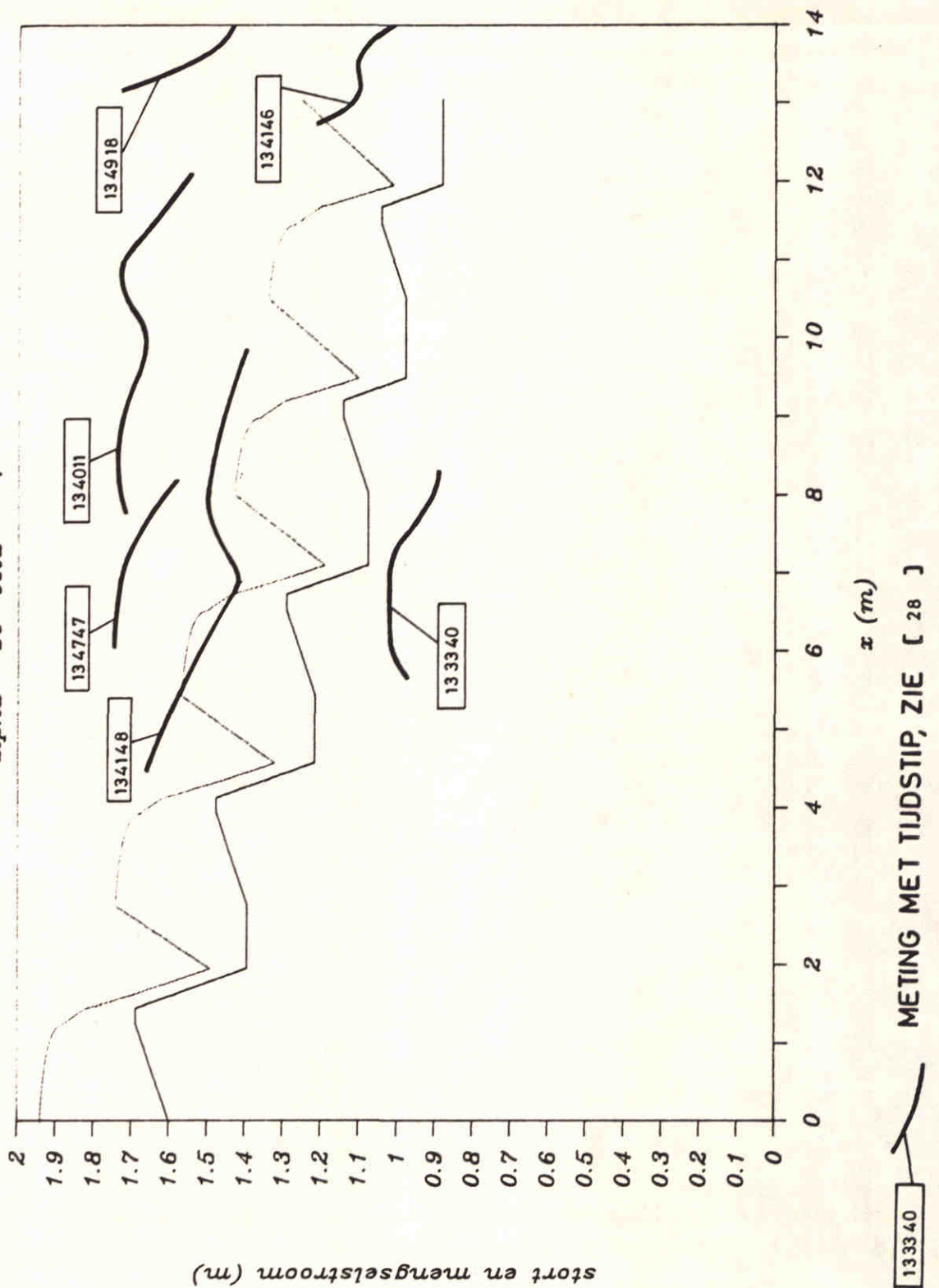


$t = 0 - 10 \text{ sec}$ $dt = .1 \text{ sec}$
 $q = .05 \text{ m}^2/\text{s}$ $c = 10 \%$ $d = 120 \text{ mm}$



Stortproef P09

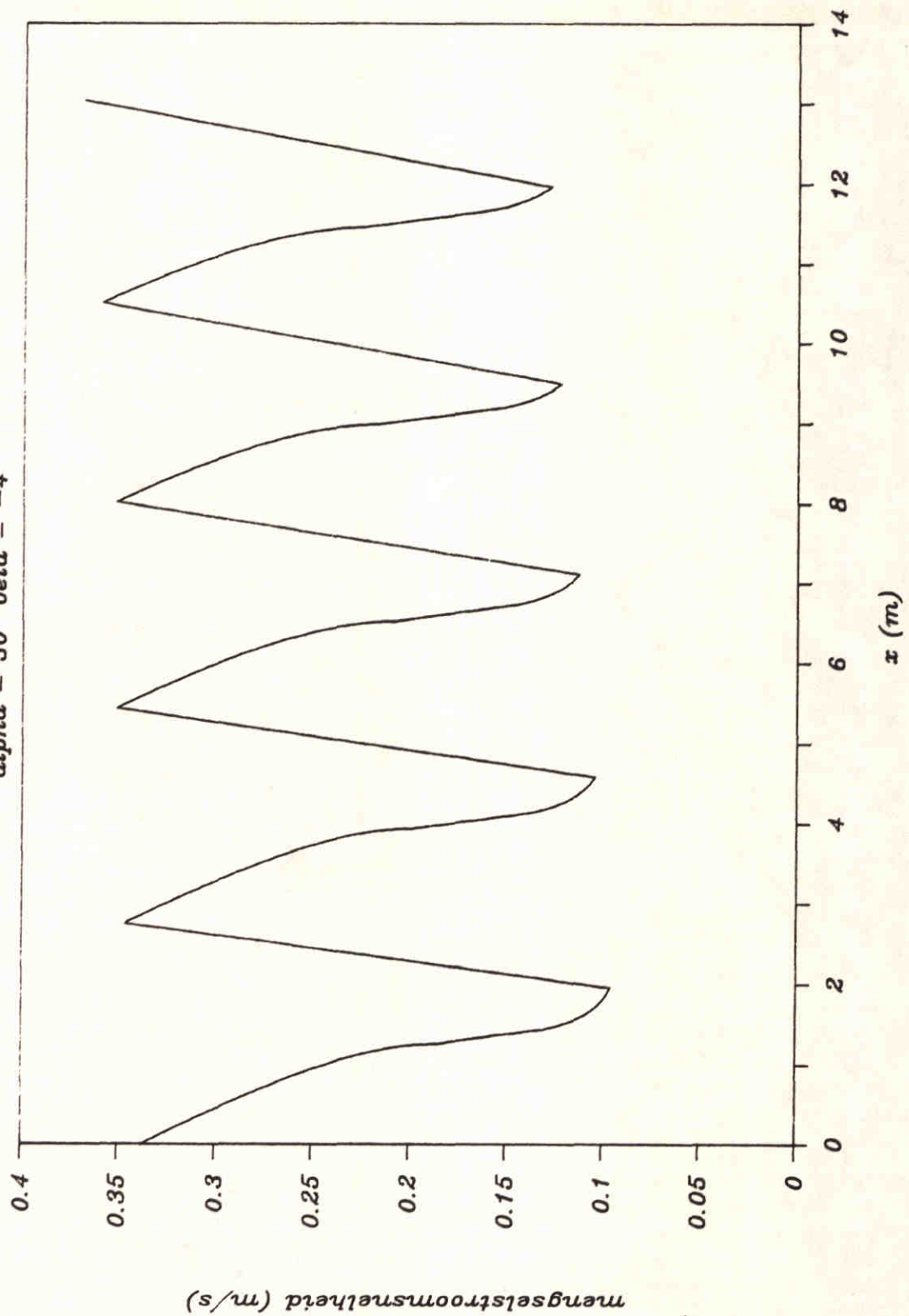
$\alpha = 30$ $\beta = -4$



GEMETEN EN BEREKENDE STORTONTWIKKELING

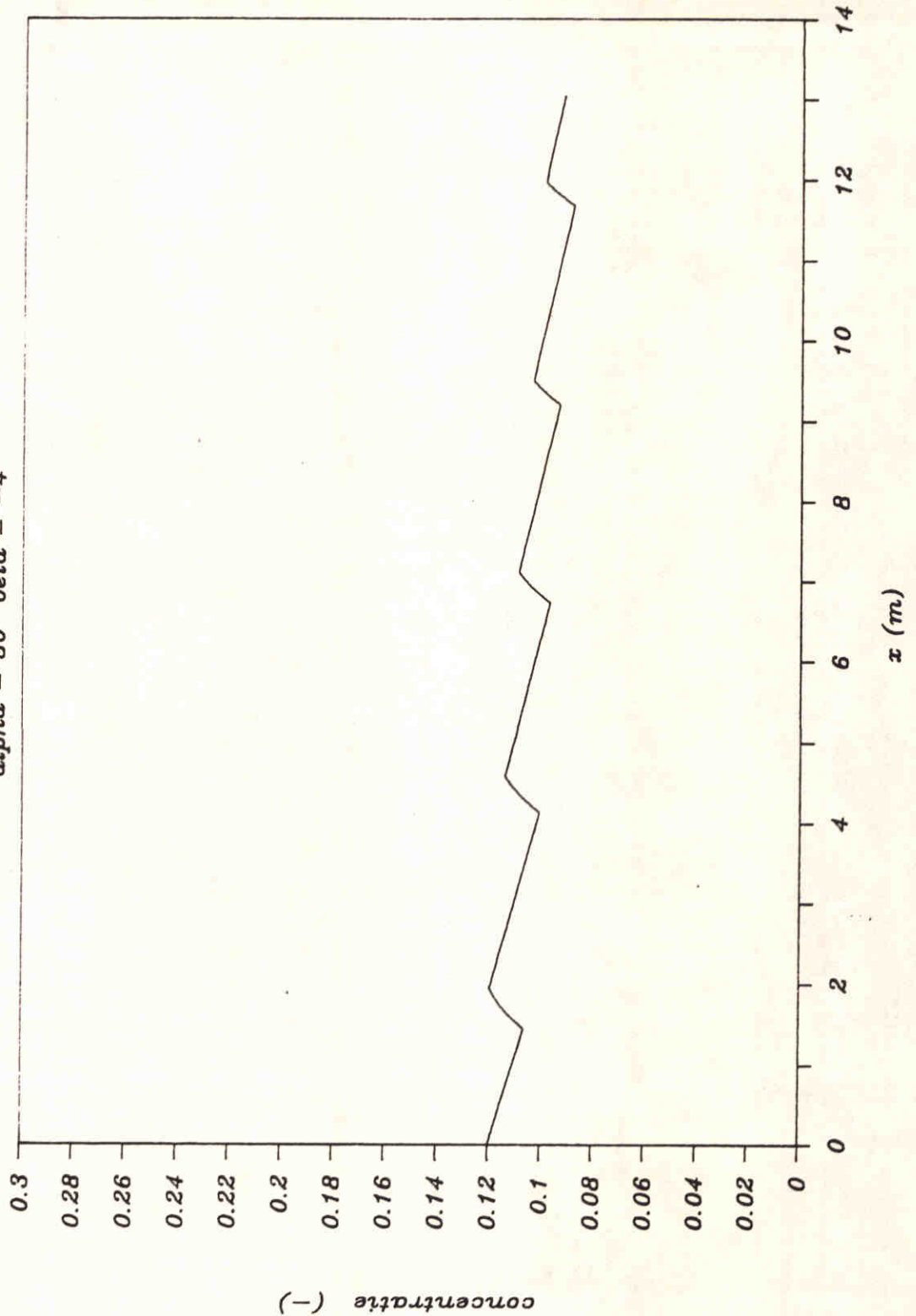
Stortproef P09

$\alpha = 30$ $\beta = -4$



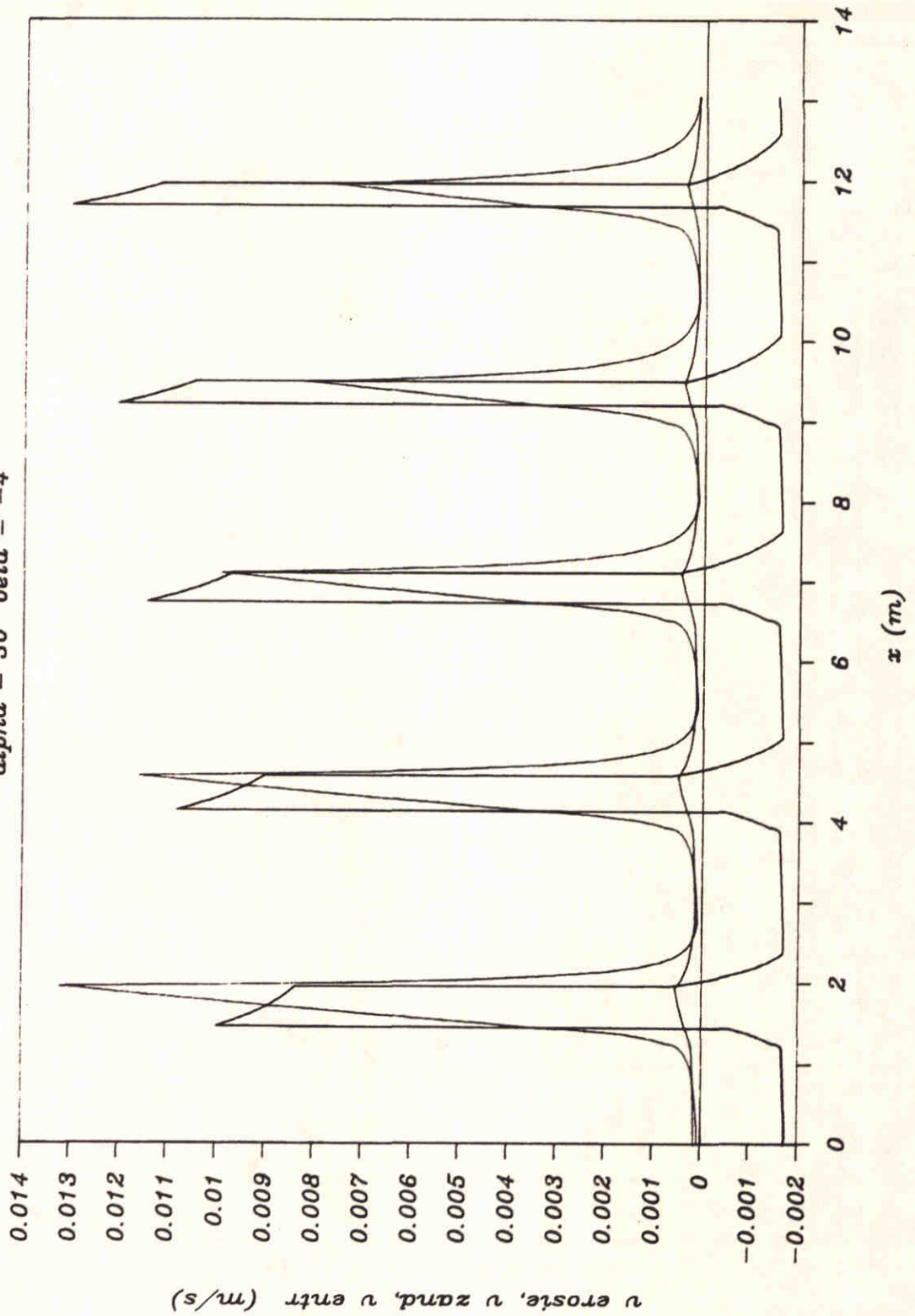
Stortproef P09

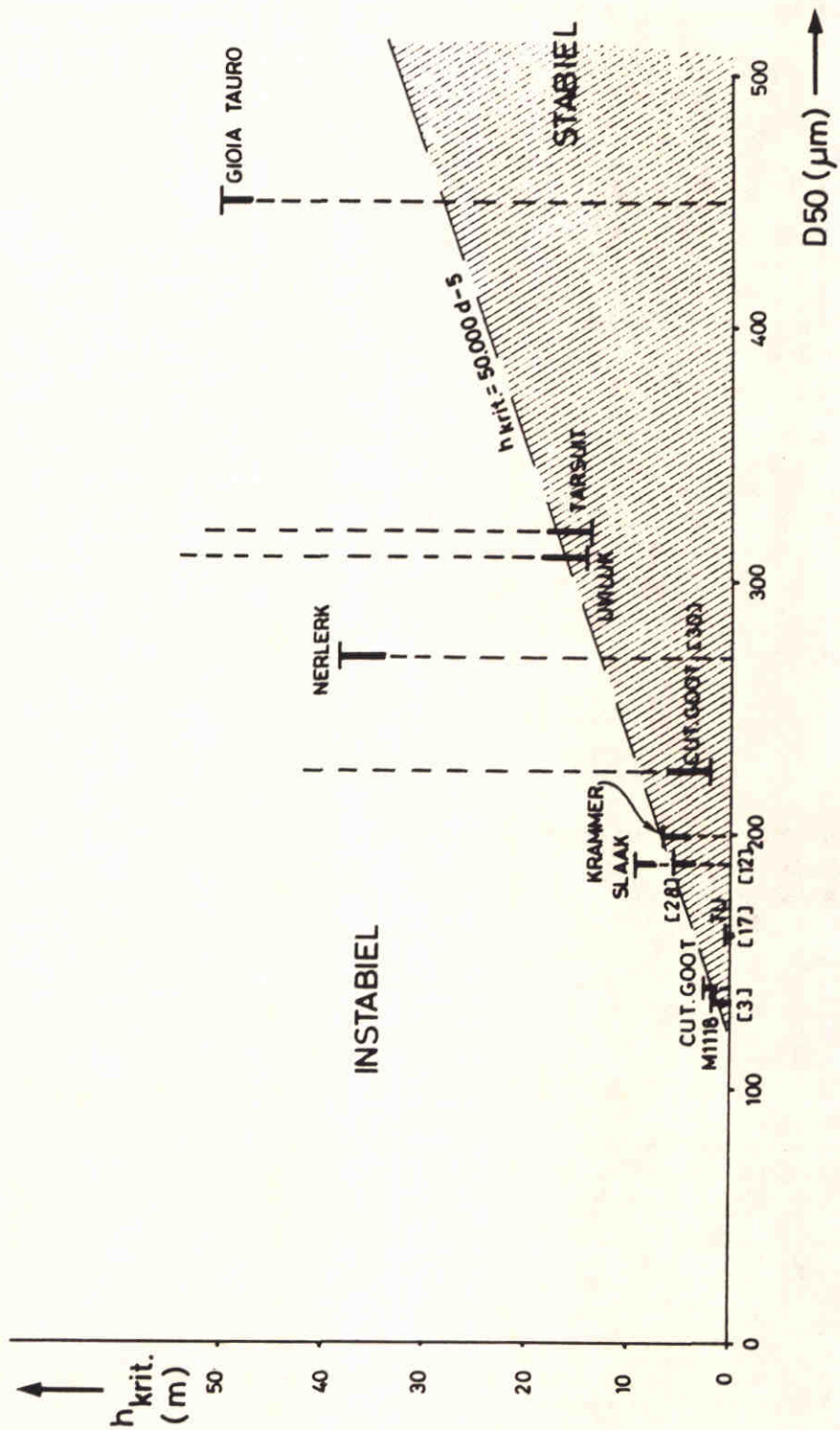
$\alpha = 30$ $\beta = -4$



Stortproef P09

$\alpha/\beta = 30$ $\beta = -4$





KRITIEKE STORHOOGTE VOOR ZETTINGSVLOEIING
(VELDWAARNEMINGEN)

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

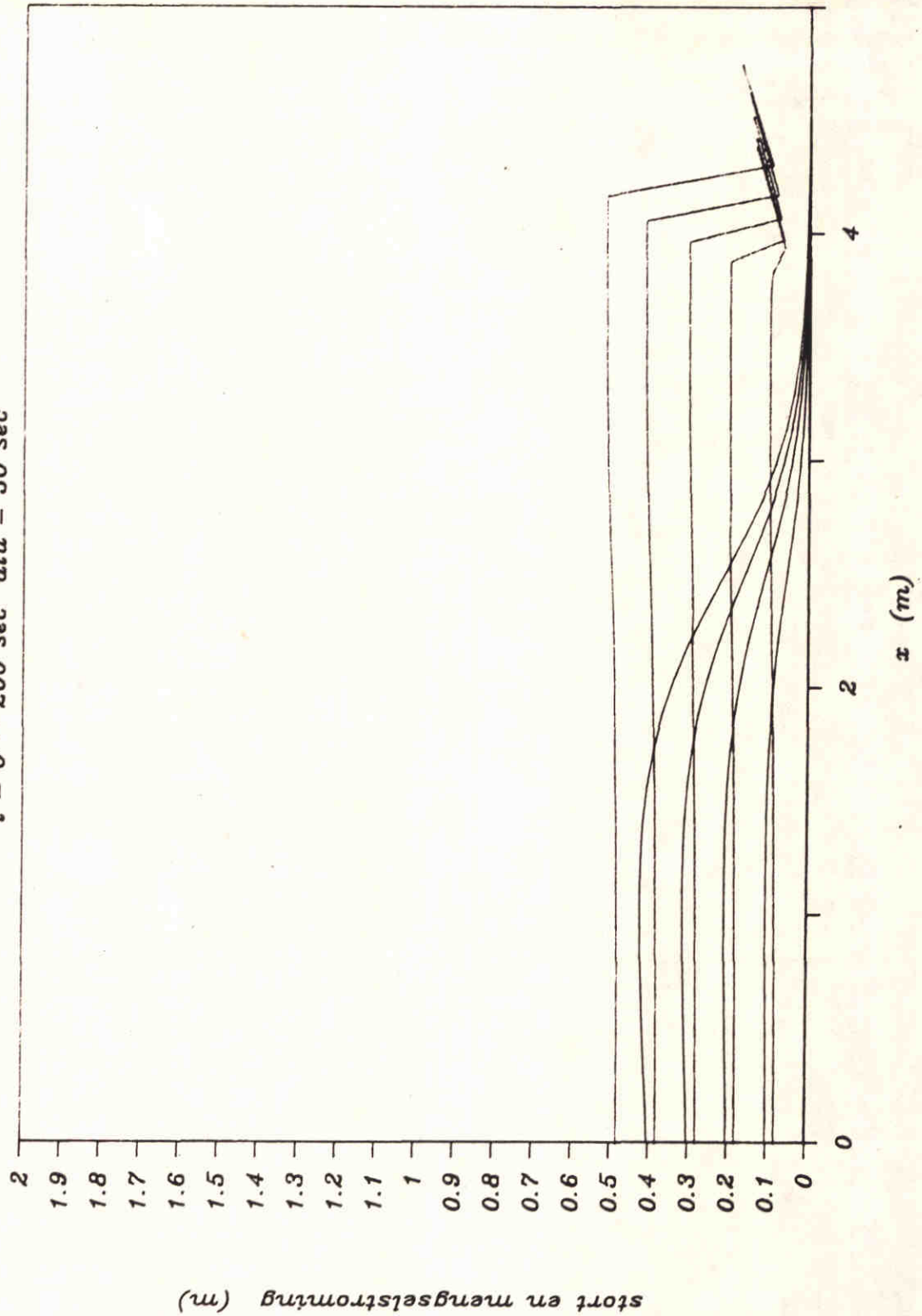
Z - 299

FIG.4.10

A4

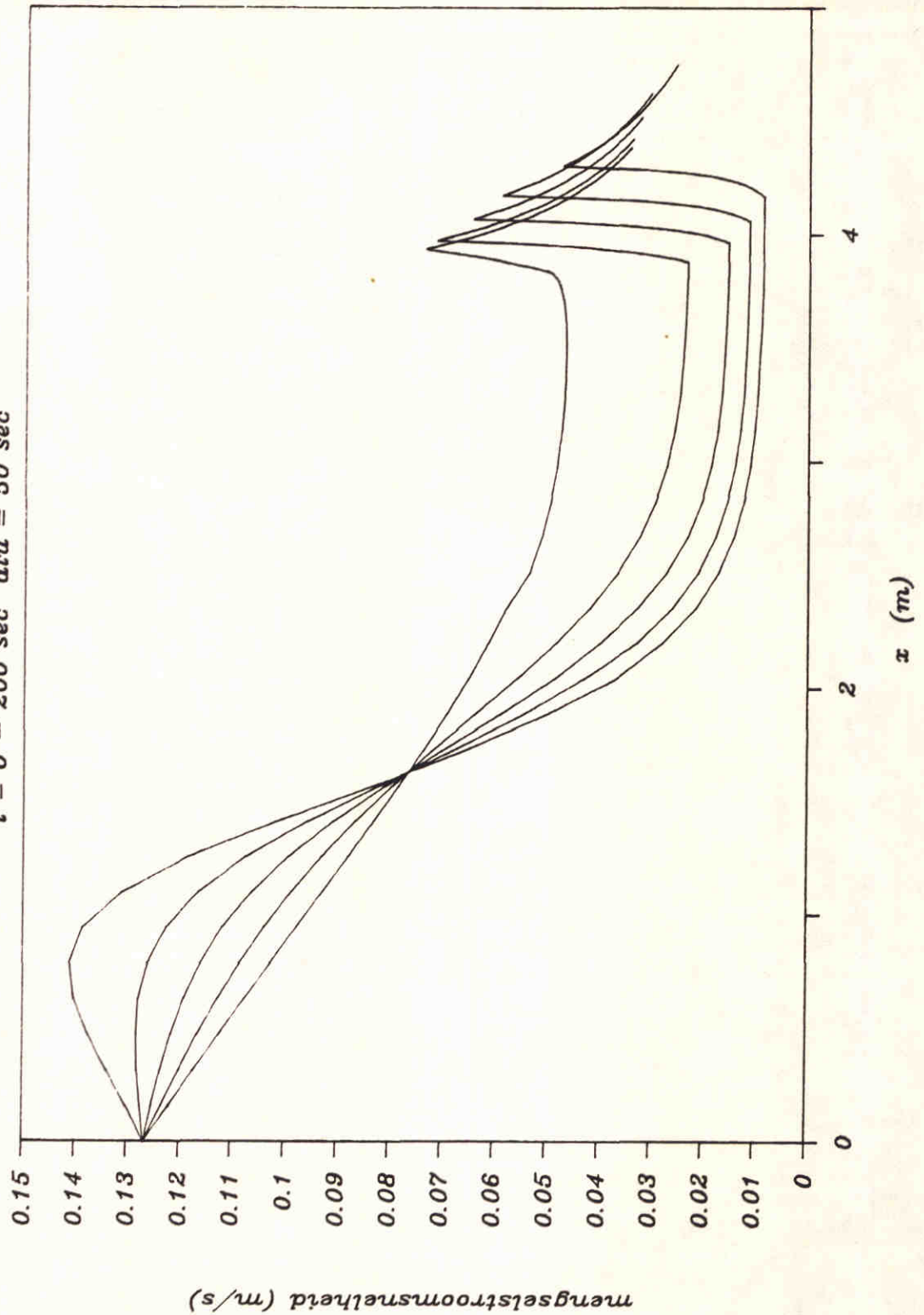
Stortproef P04

$t = 0 - 200 \text{ sec}$ $dtu = 50 \text{ sec}$



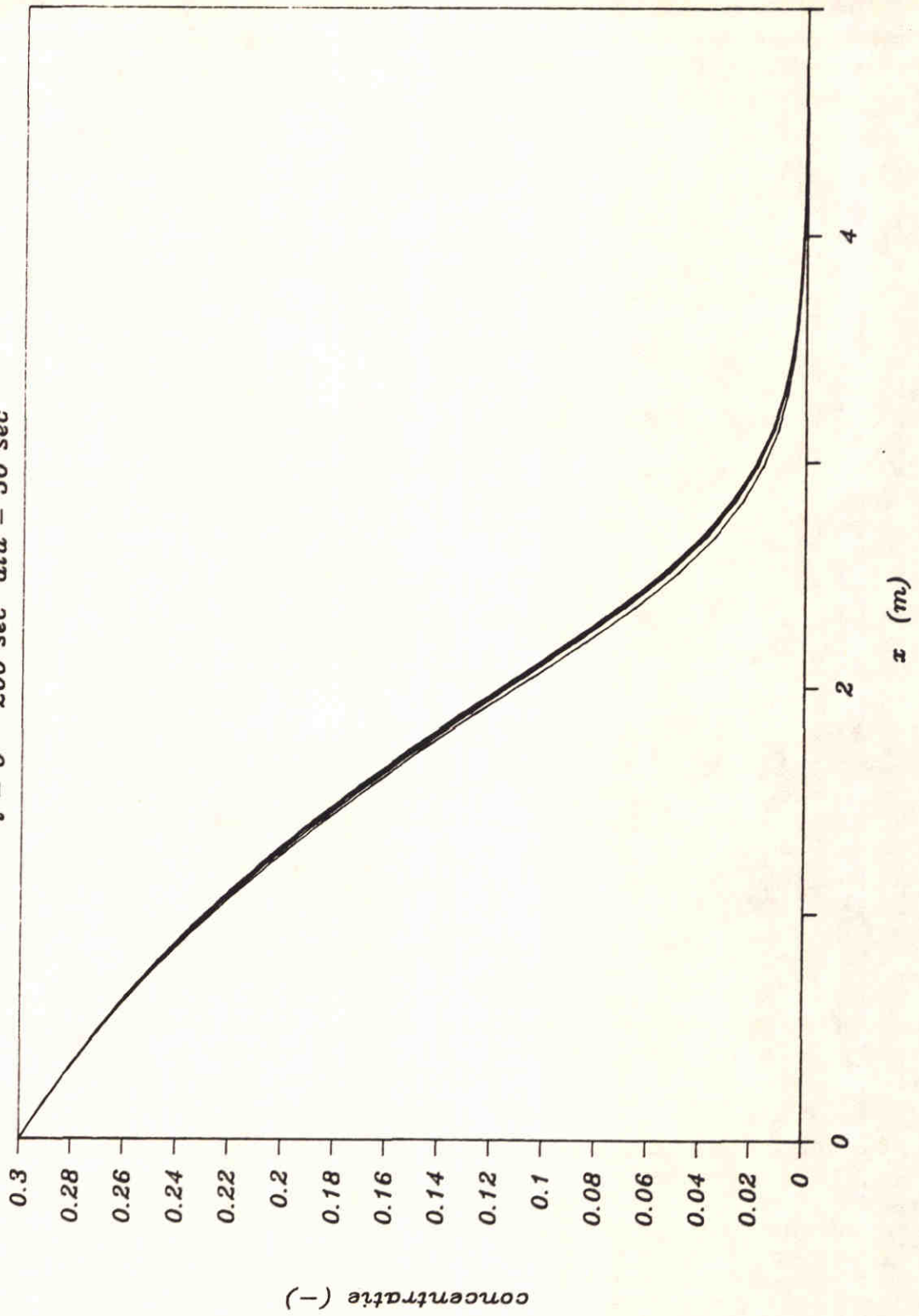
Stortproef P04

$t = 0 - 200 \text{ sec}$ $dtu = 50 \text{ sec}$



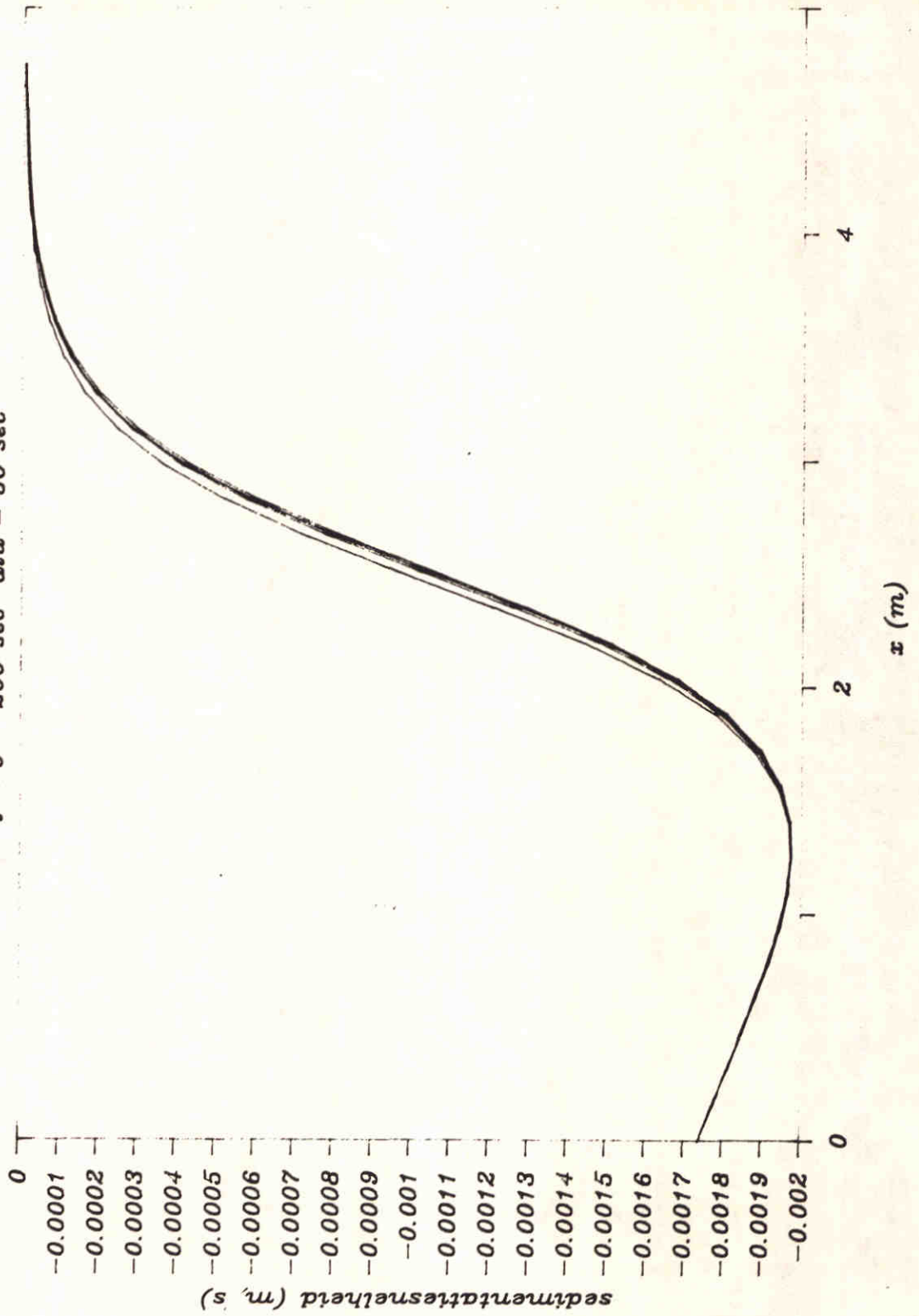
Stortproef P04

$t = 0 - 200 \text{ sec}$ $dtu = 50 \text{ sec}$



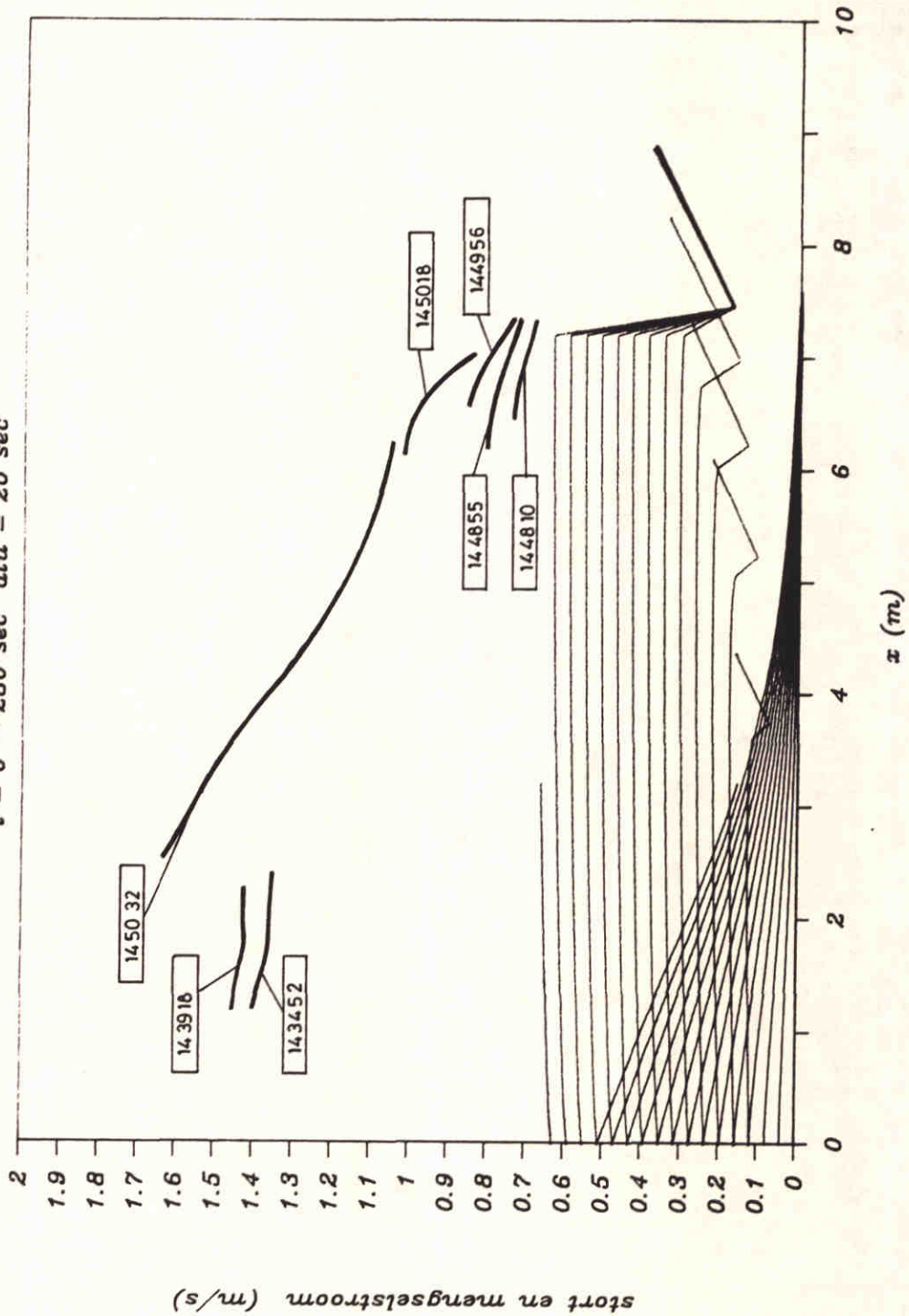
Stortproef P04

$t = 0 - 200 \text{ sec}$ $dtu = 50 \text{ sec}$



Stortproef P05

$t = 0 - 280 \text{ sec}$ $dtu = 20 \text{ sec}$



METING MET TIJDSTIP, ZIE [28]

145032

GEMETEN EN BEREKENDE STORTONTWIKKELING

A4

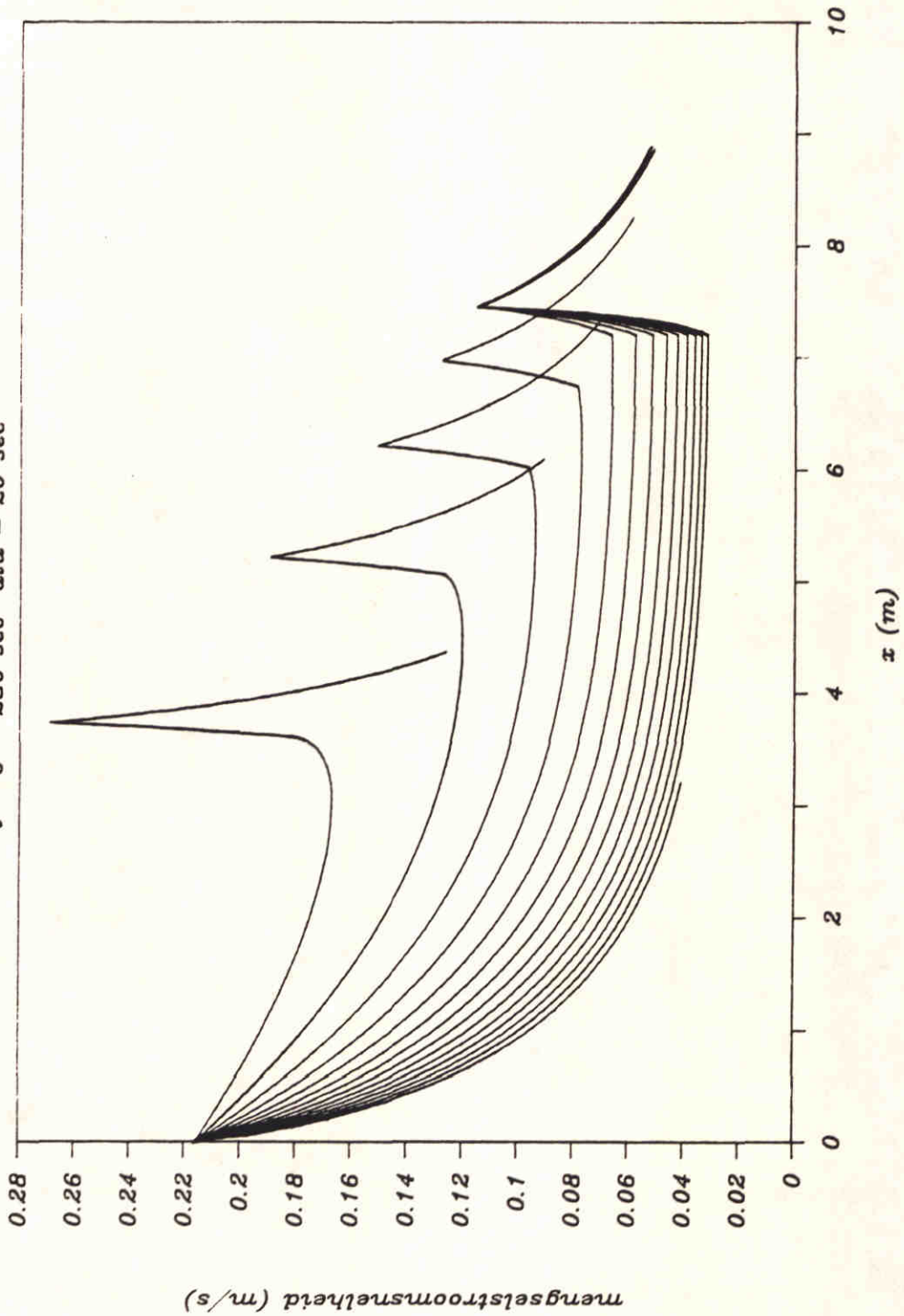
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

Z - 299

FIG.4.12a

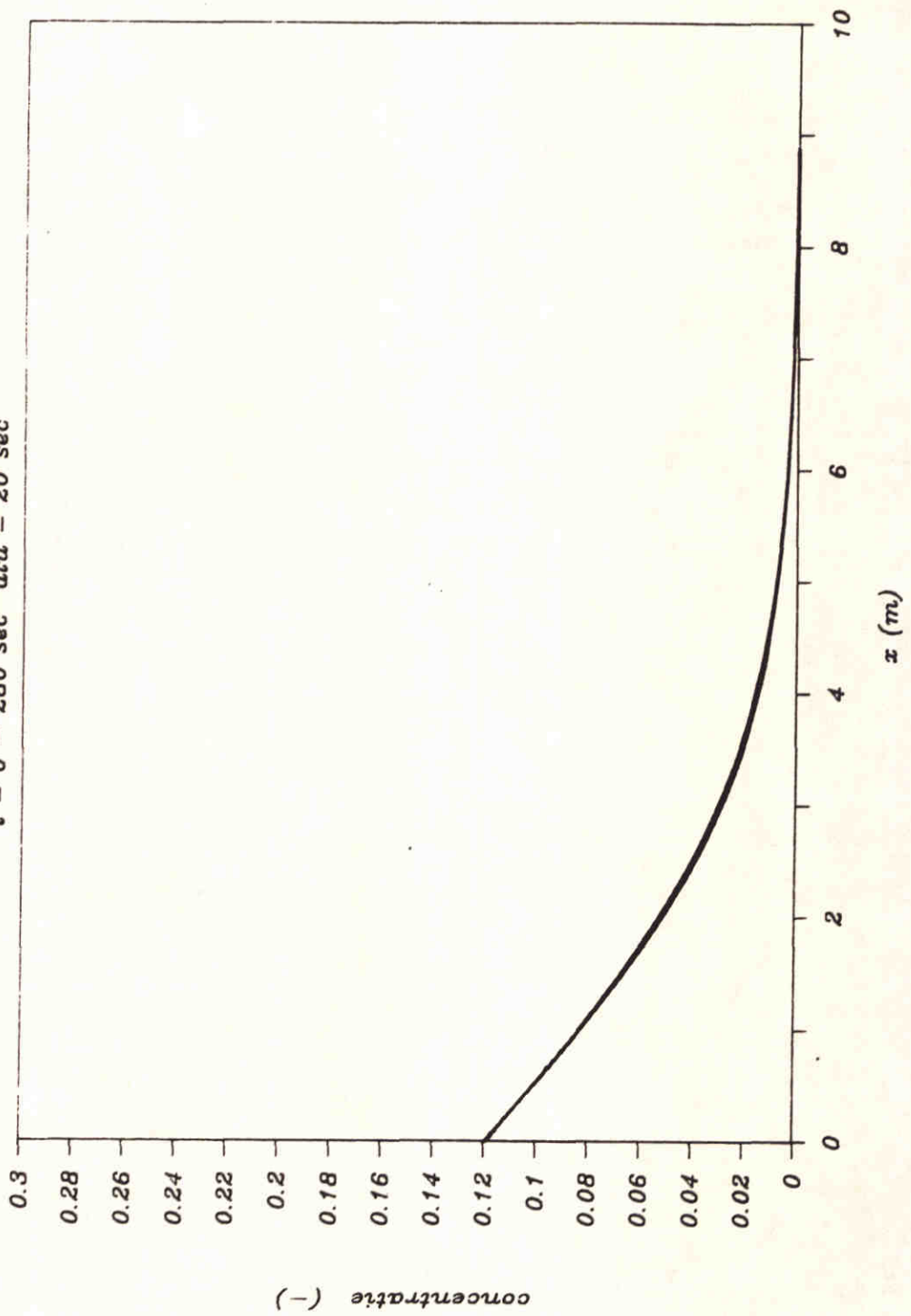
Stortproef P05

$t = 0 - 280 \text{ sec}$ $dtu = 20 \text{ sec}$



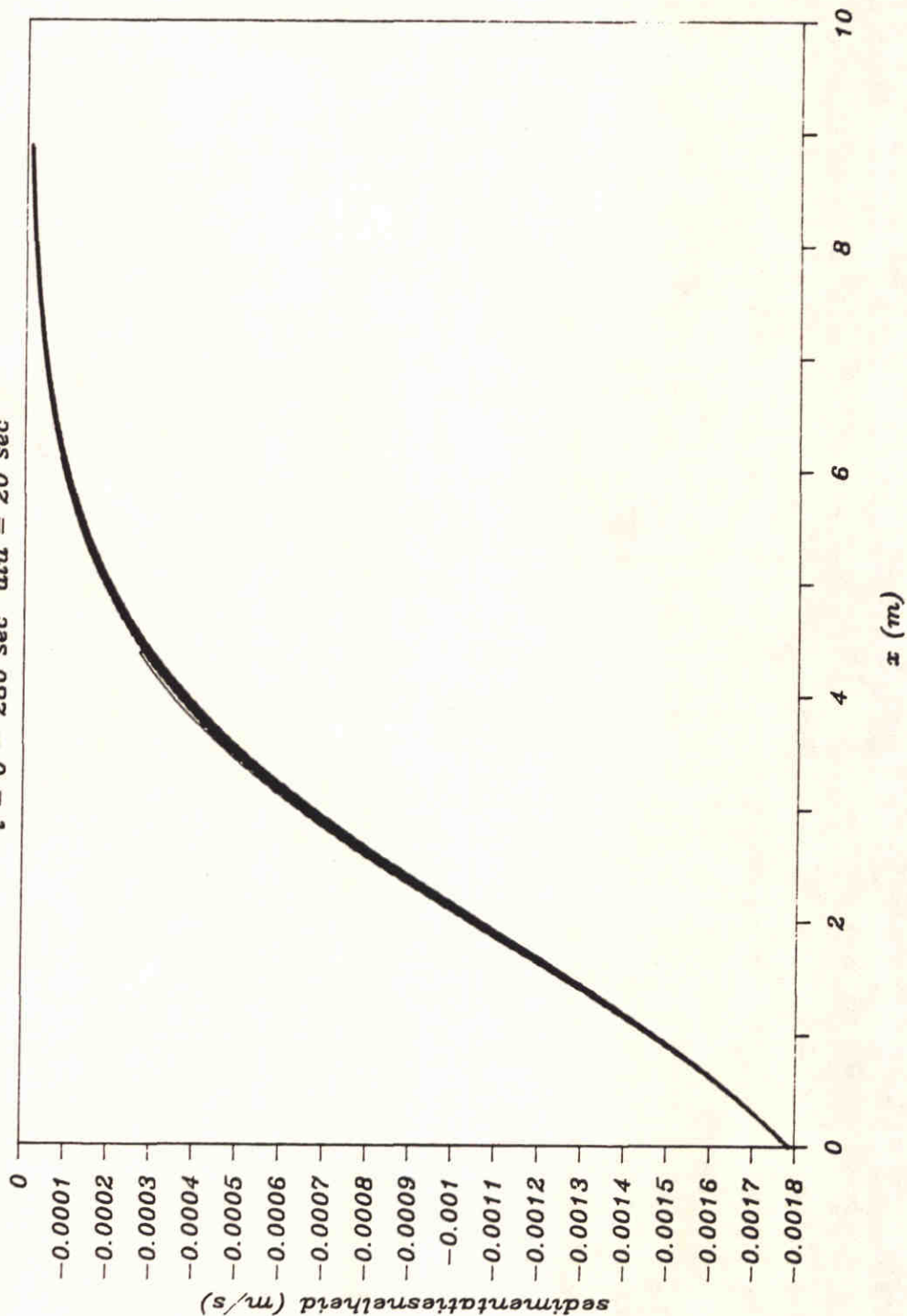
Stortproef P05

$t = 0 - 280 \text{ sec}$ $dtu = 20 \text{ sec}$



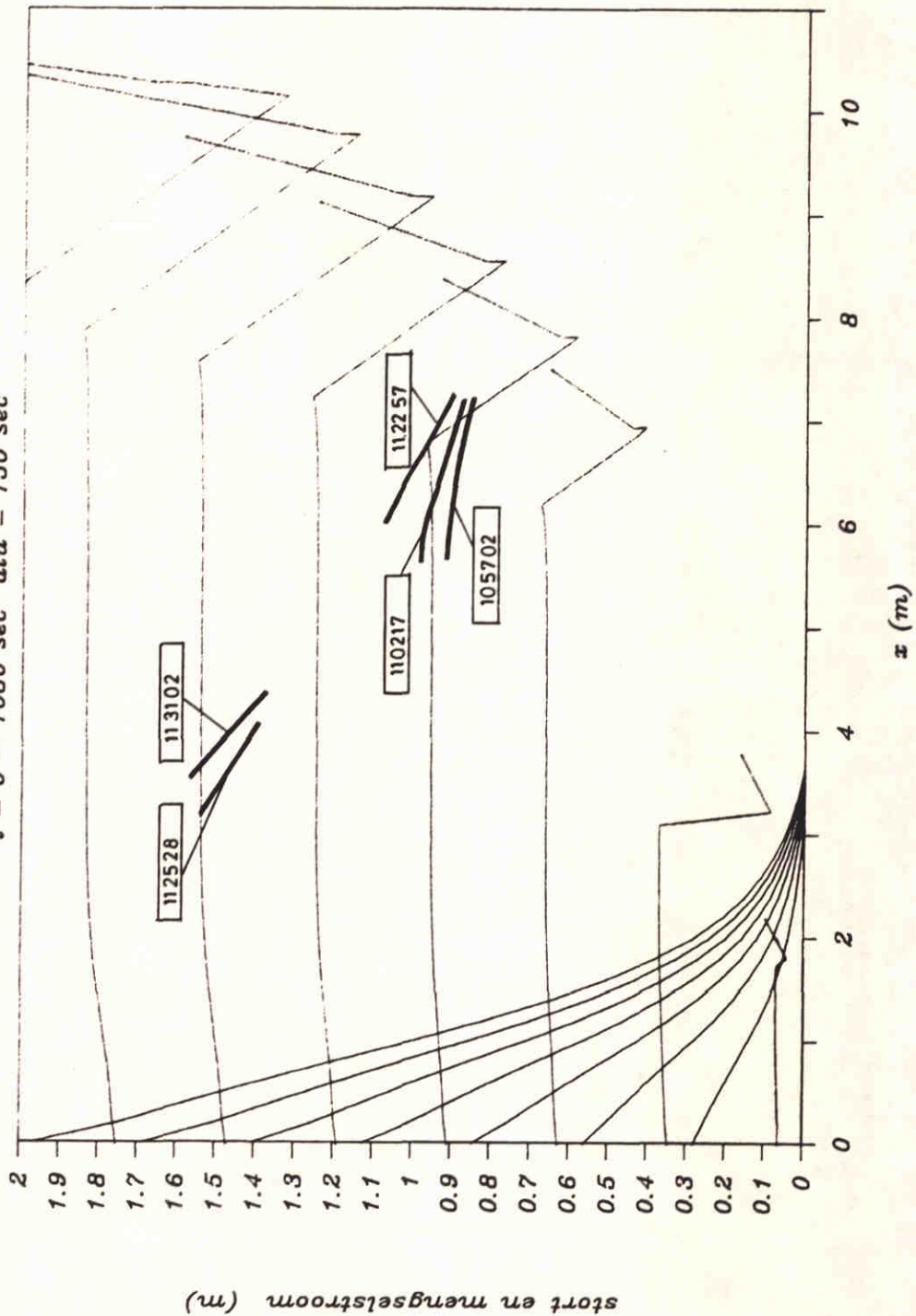
Startproef P05

$t = 0 - 280 \text{ sec}$ $dtu = 20 \text{ sec}$



Stortproef P06

$t = 0 - 1050 \text{ sec}$ $dtu = 150 \text{ sec}$



METING MET TIJDSTIP, ZIE [28]

105702

GEMETEN EN BEREKENDE STORTONTWIKKELING

A4

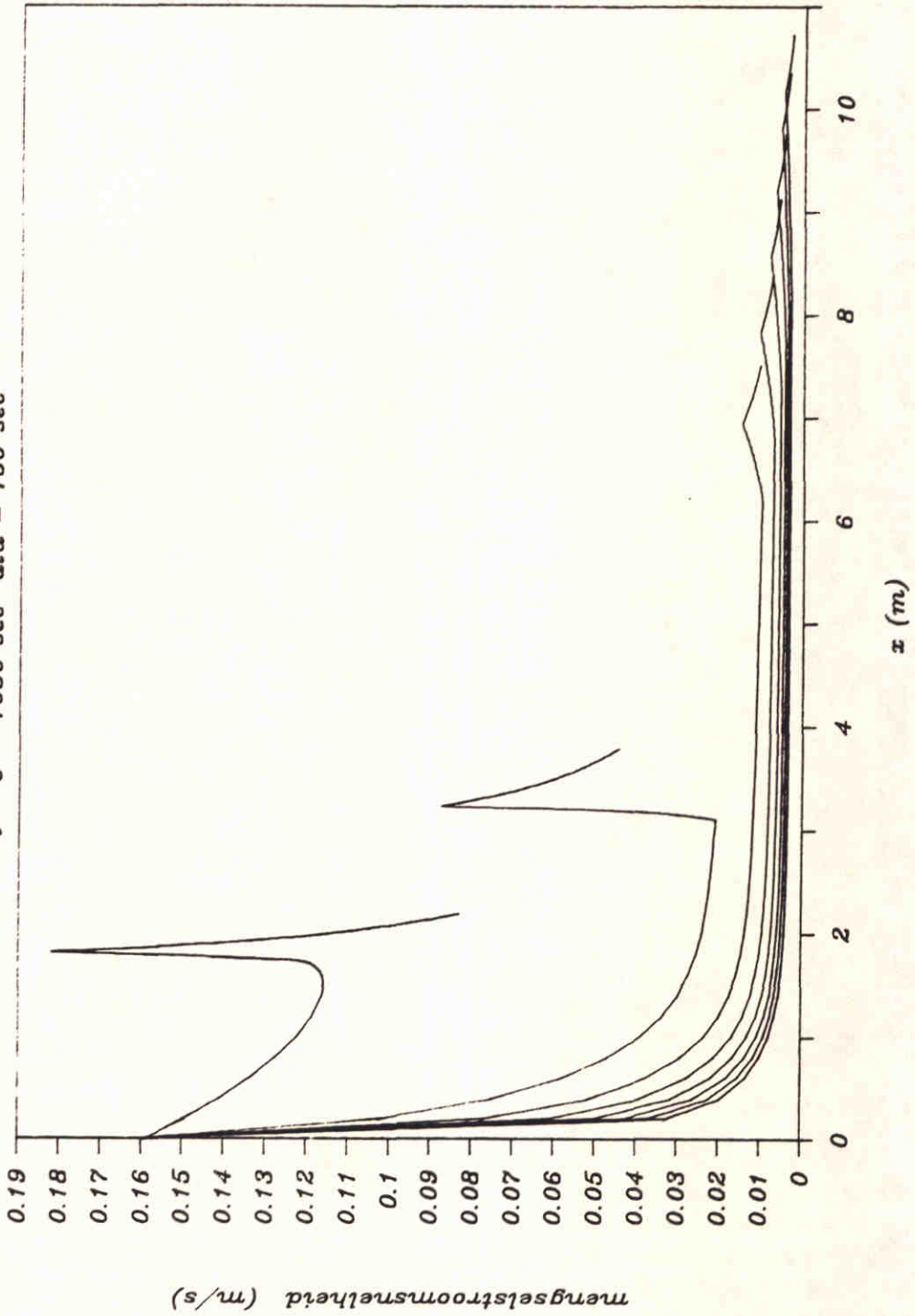
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

Z- 299

FIG.4.13a

Stortproef P06

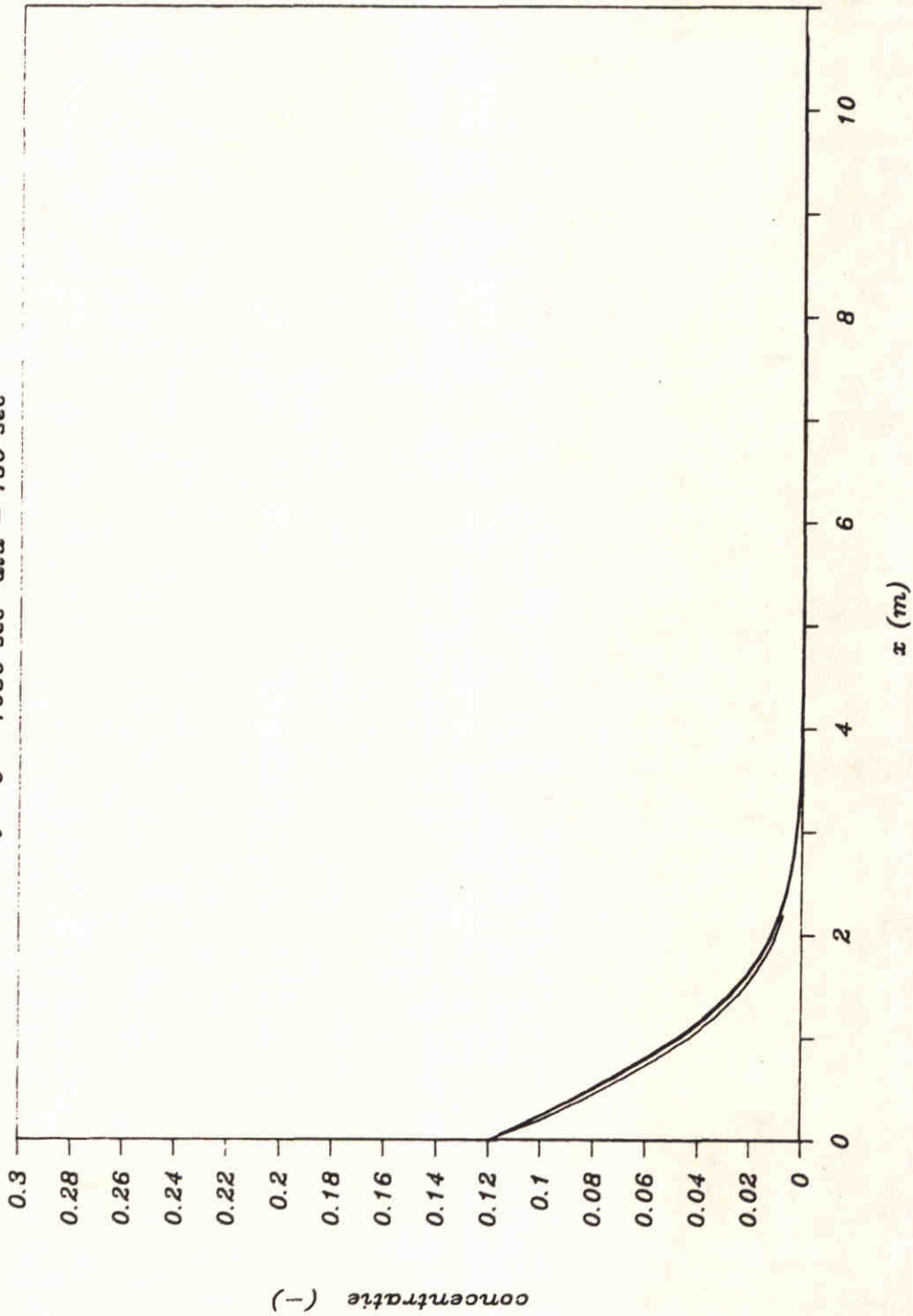
$t = 0 - 1050 \text{ sec}$ $dtu = 150 \text{ sec}$



WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM		
	Z- 299	A4
		FIG.4.13b

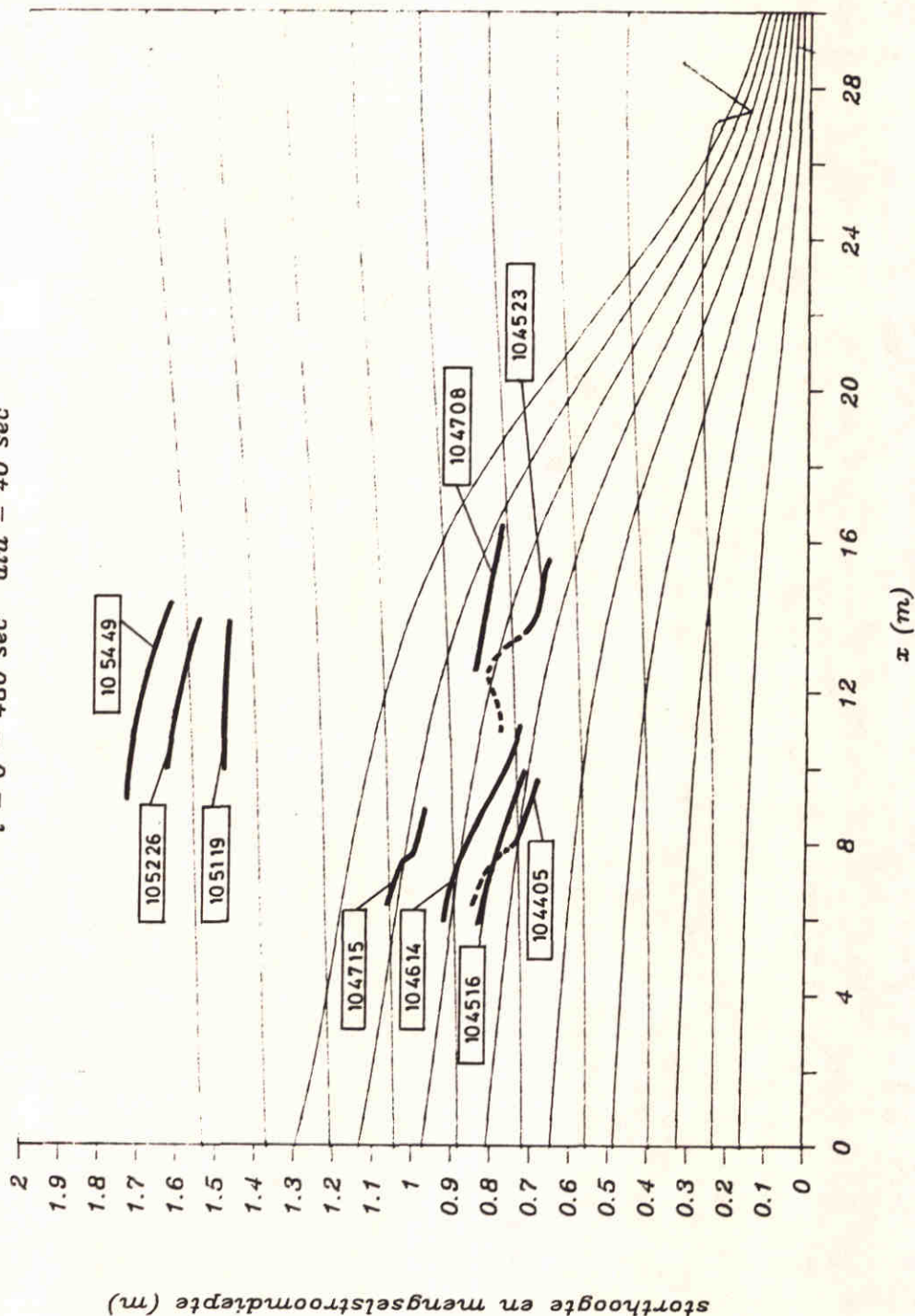
Stortproef P06

$t = 0 - 1050 \text{ sec}$ $dtu = 150 \text{ sec}$



Stortproef P08

$t = 0 - 480 \text{ sec}$ $dtu = 40 \text{ sec}$



METING MET TIJDSTIP, ZIE [28]

10 45 23

GEMETEN EN BEREKENDE STORTONTWIKKELING

A4

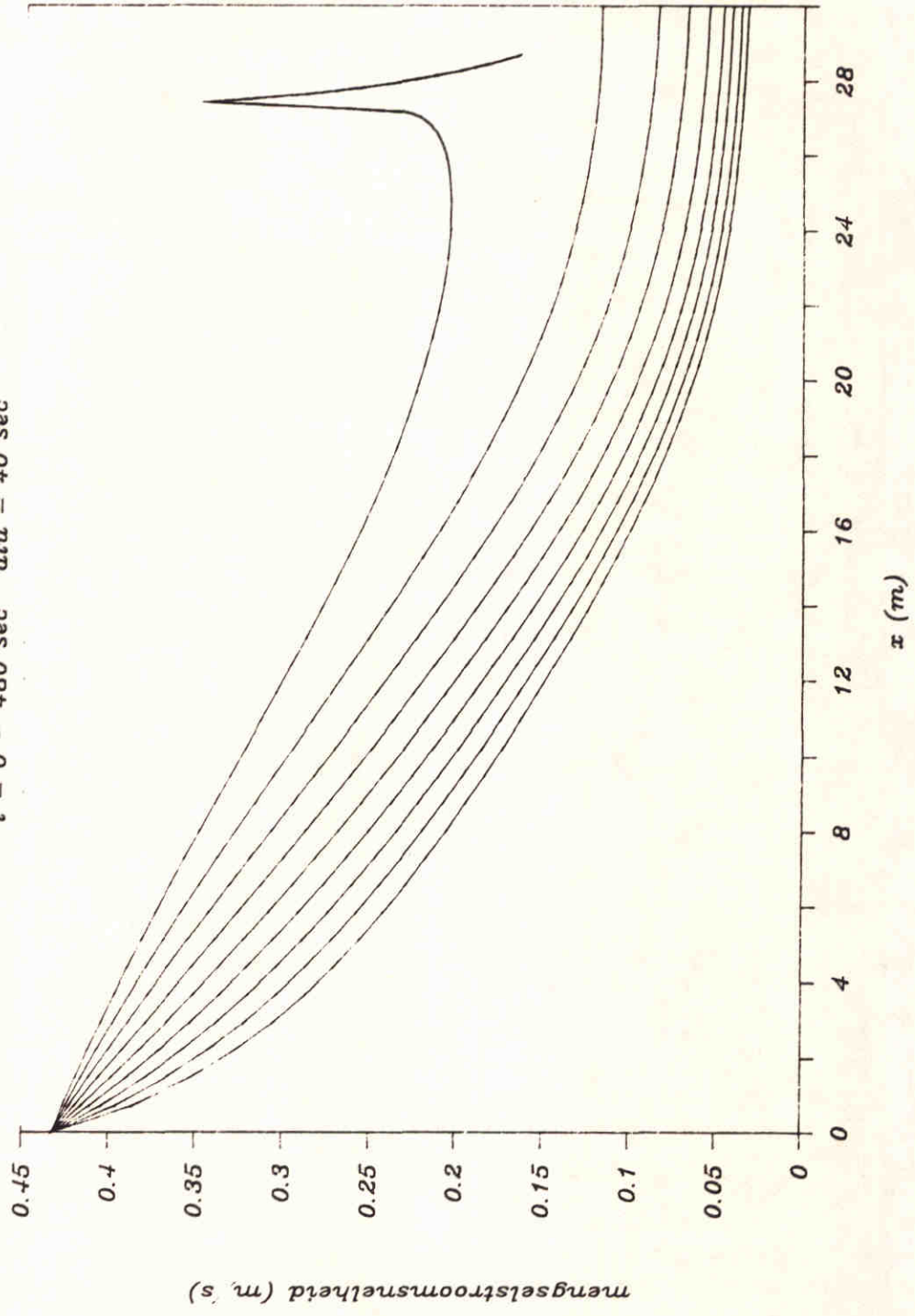
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

Z-299

FG.4.14a

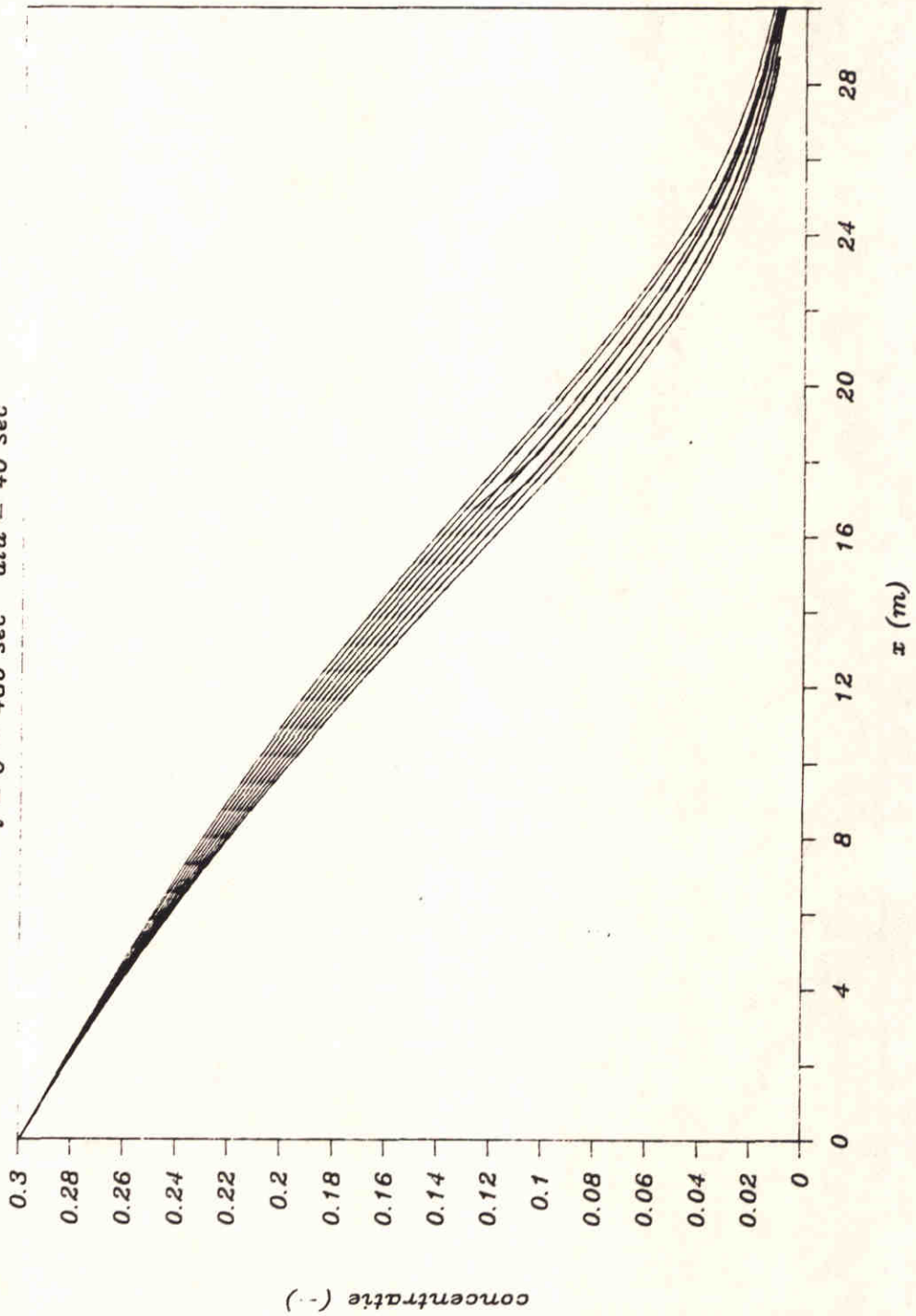
Stortproef P08

$t = 0$ -- 480 sec $dtu = 40$ sec



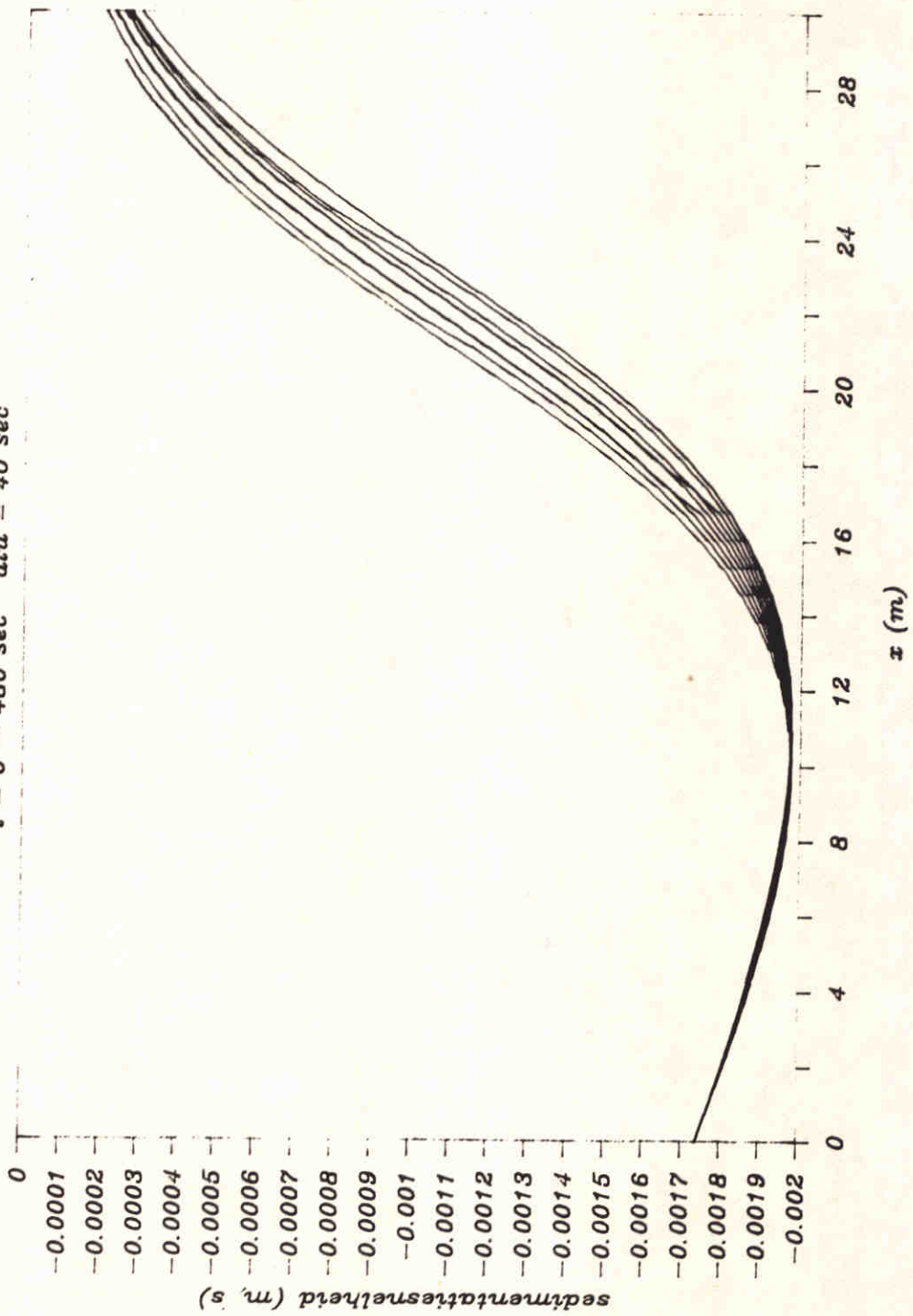
Stortproef P08

$t = 0 - 480 \text{ sec}$ $dtu = 40 \text{ sec}$



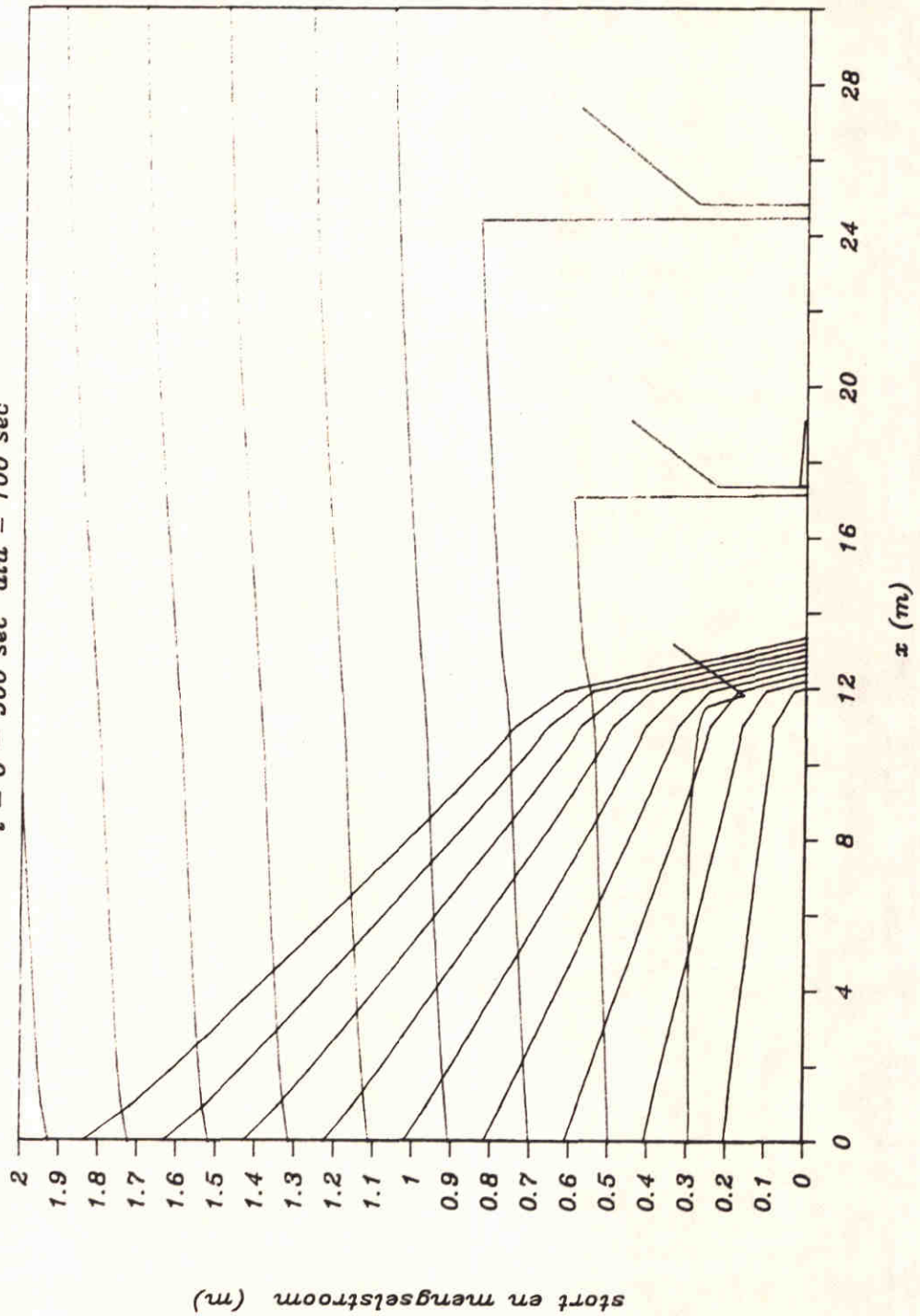
Stortproef P08

$t = 0 - 480 \text{ sec}$ $dtu = 40 \text{ sec}$



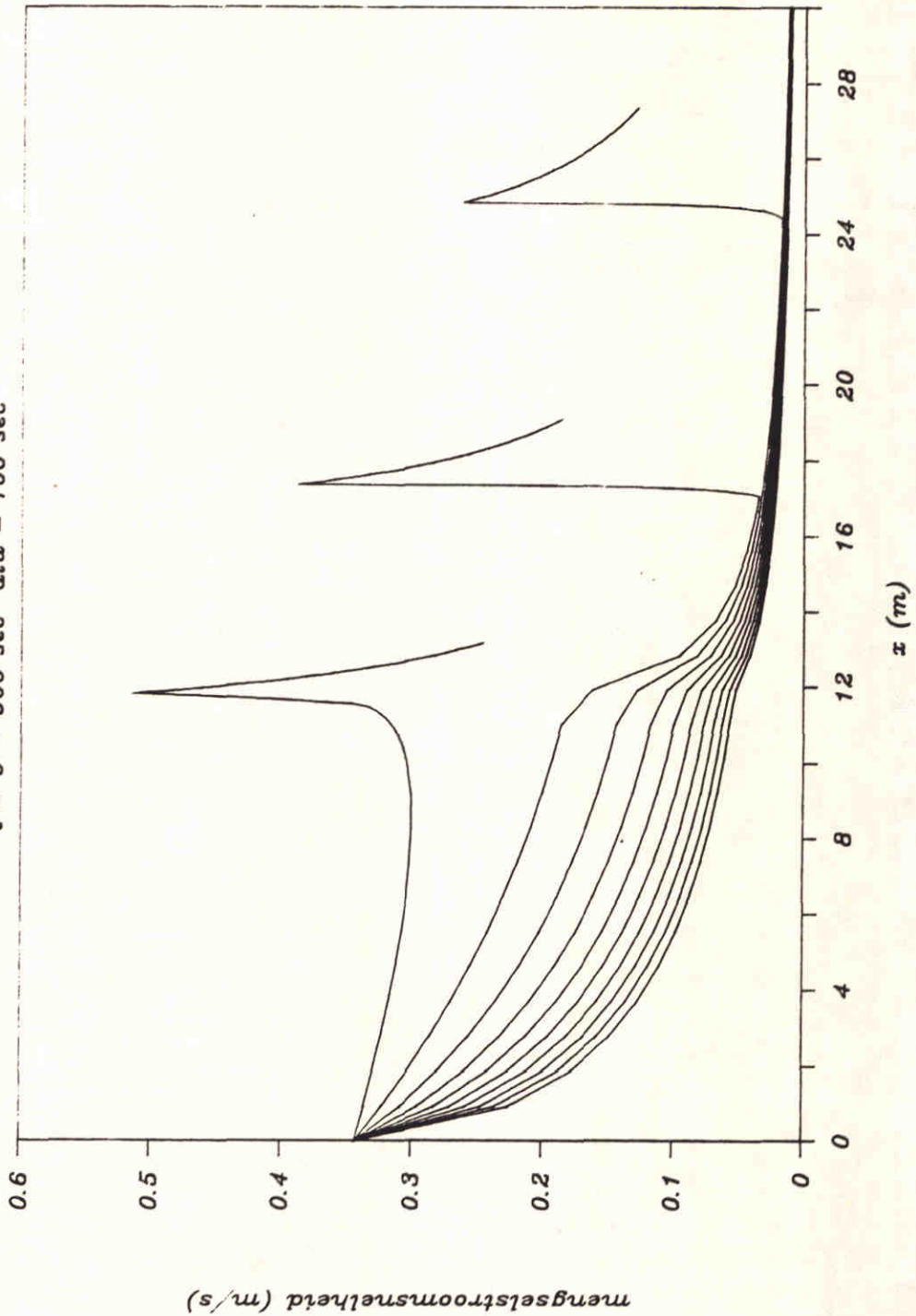
Stortproef P09

$t = 0 - 900 \text{ sec}$ $dtu = 100 \text{ sec}$



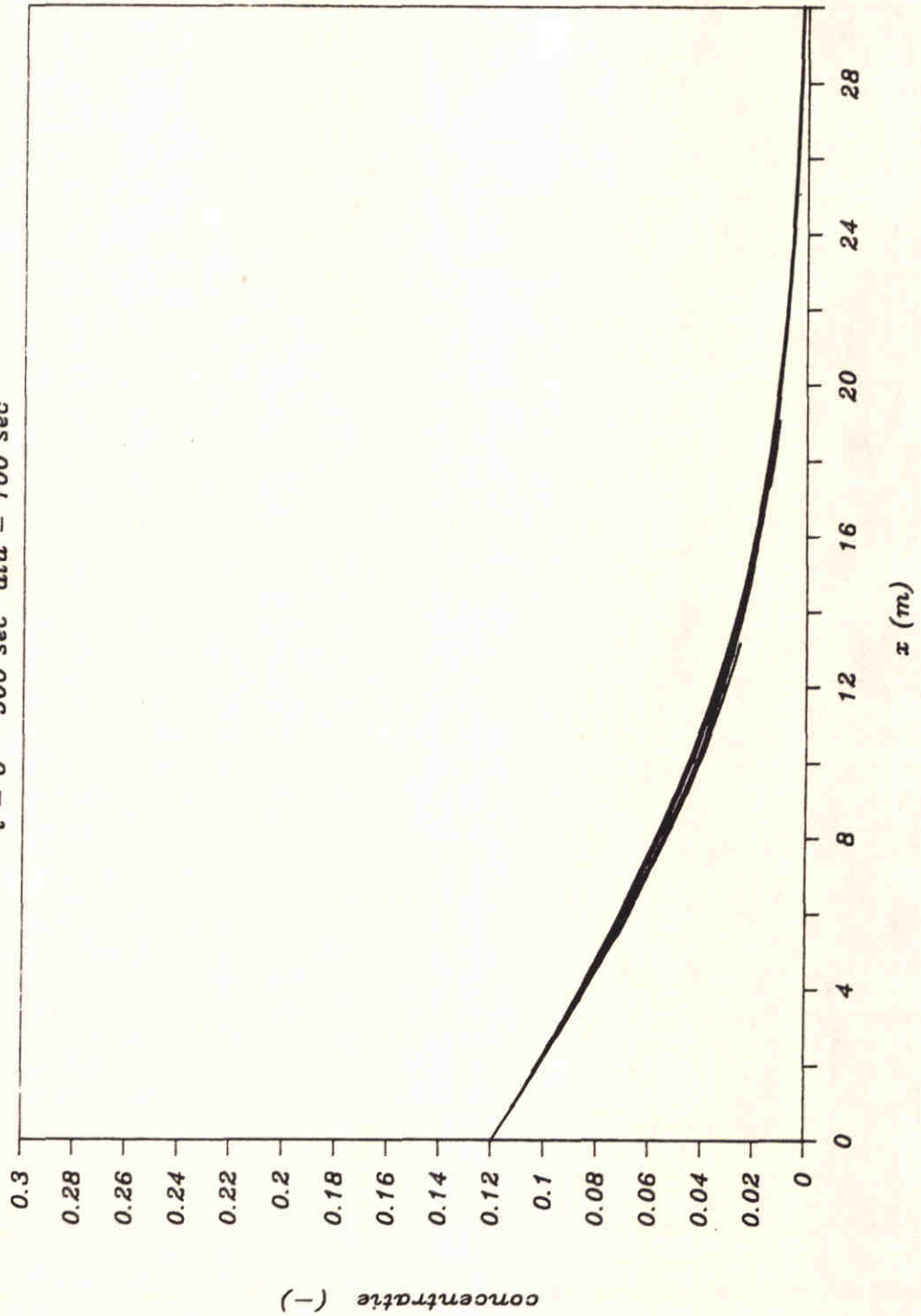
Stortproef P09

$t = 0 - 900 \text{ sec}$ $dtu = 100 \text{ sec}$



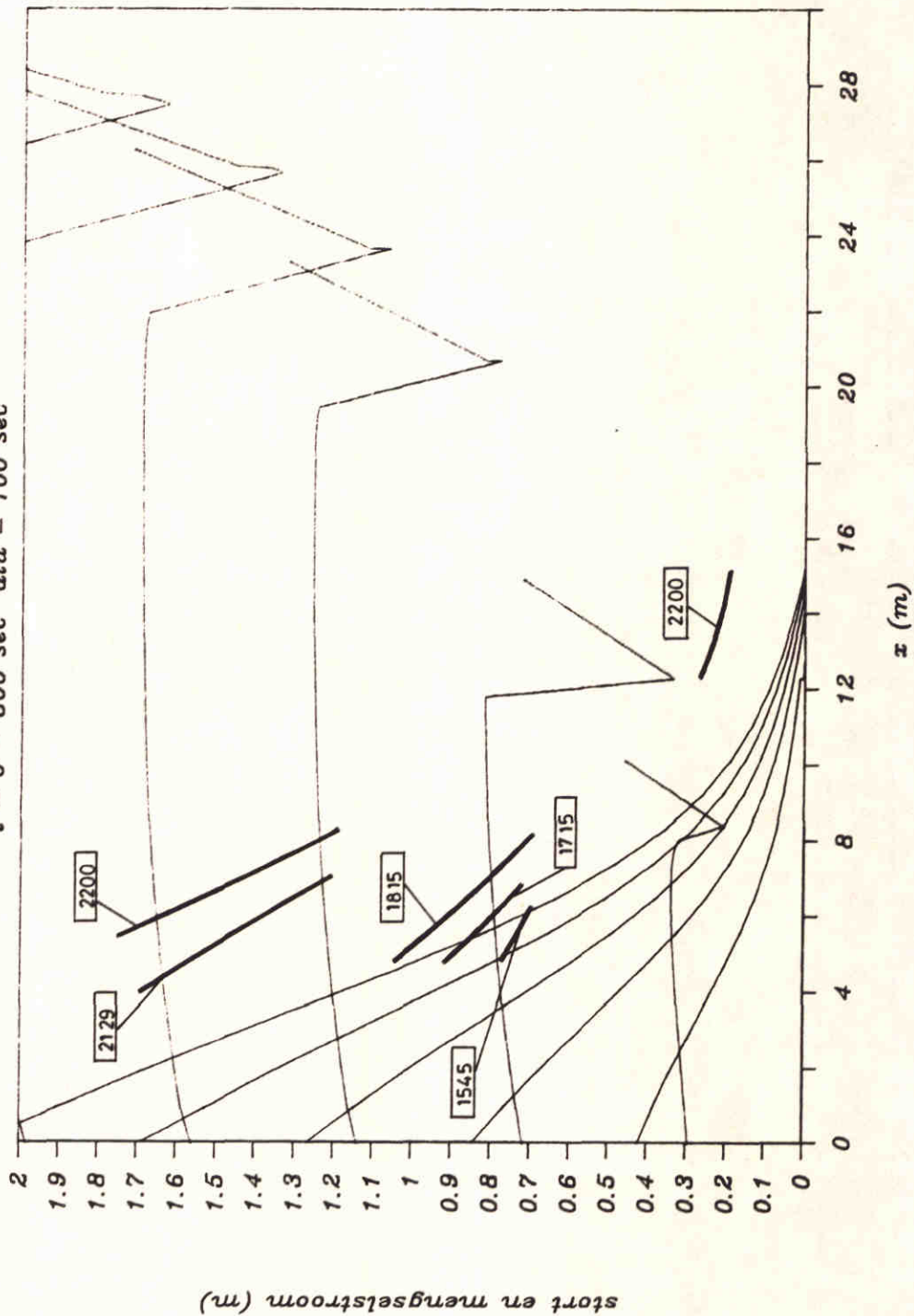
Stortproef P09

$t = 0 - 900 \text{ sec}$ $dtu = 100 \text{ sec}$



Stortproef Q01

$t = 0 - 500 \text{ sec}$ $dtu = 100 \text{ sec}$



METING MET TIJDSTIP, ZIE [30]

1715

GEMETEN EN BEREKENDE STORTONTWIKKELING

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

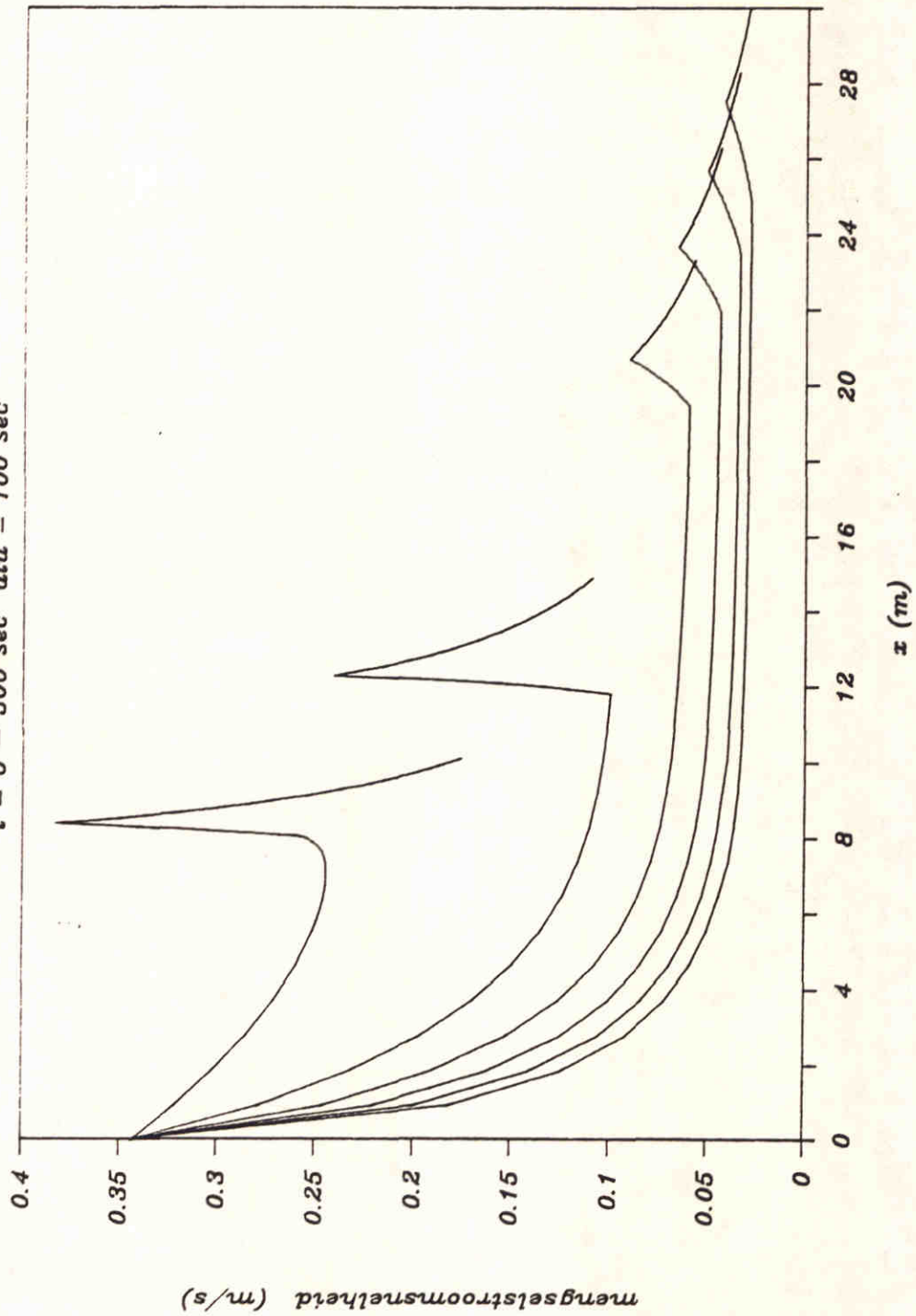
Z - 299

FIG.4.16a

A4

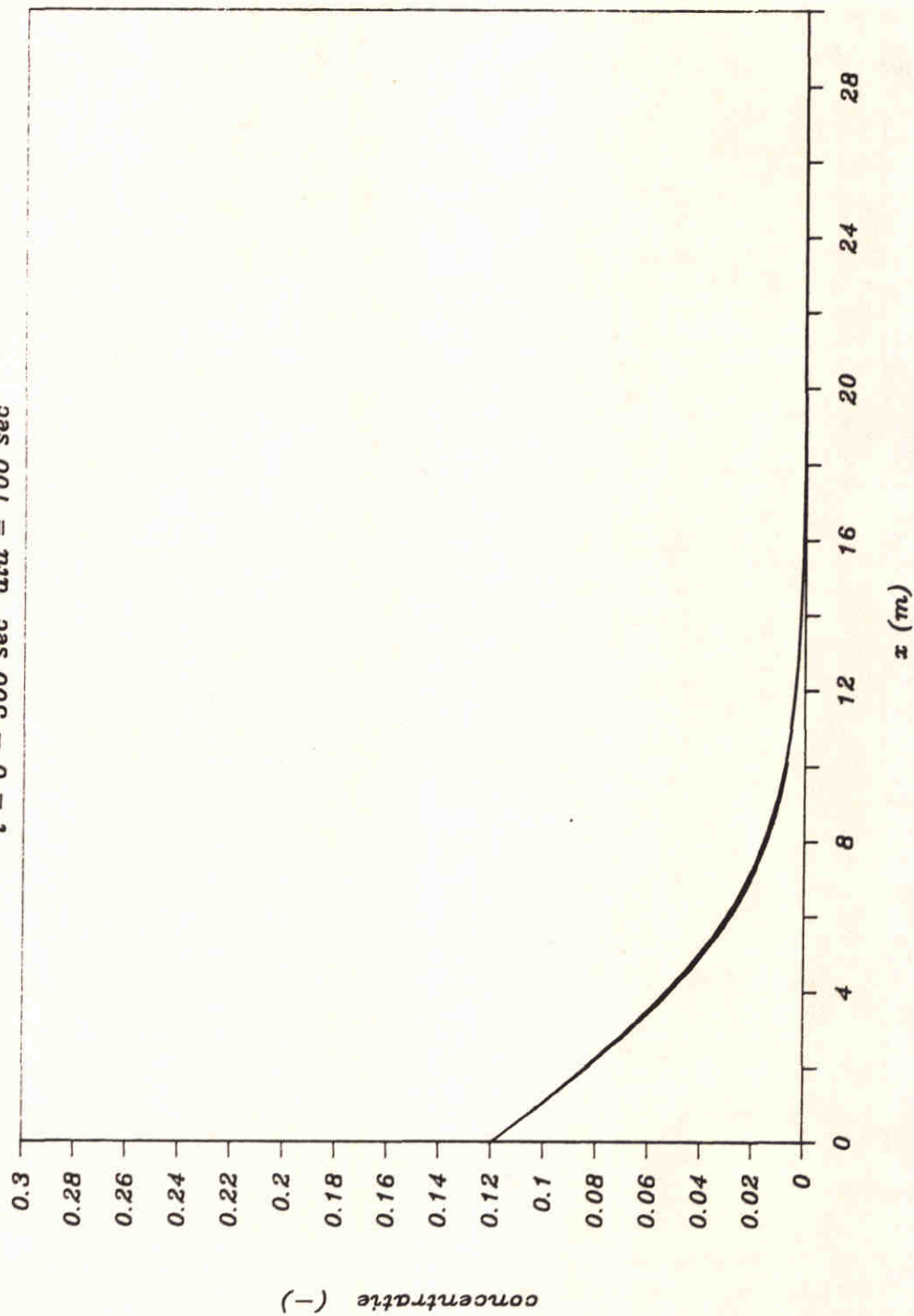
Stortproef Q01

$t = 0 - 500 \text{ sec}$ $dtu = 100 \text{ sec}$



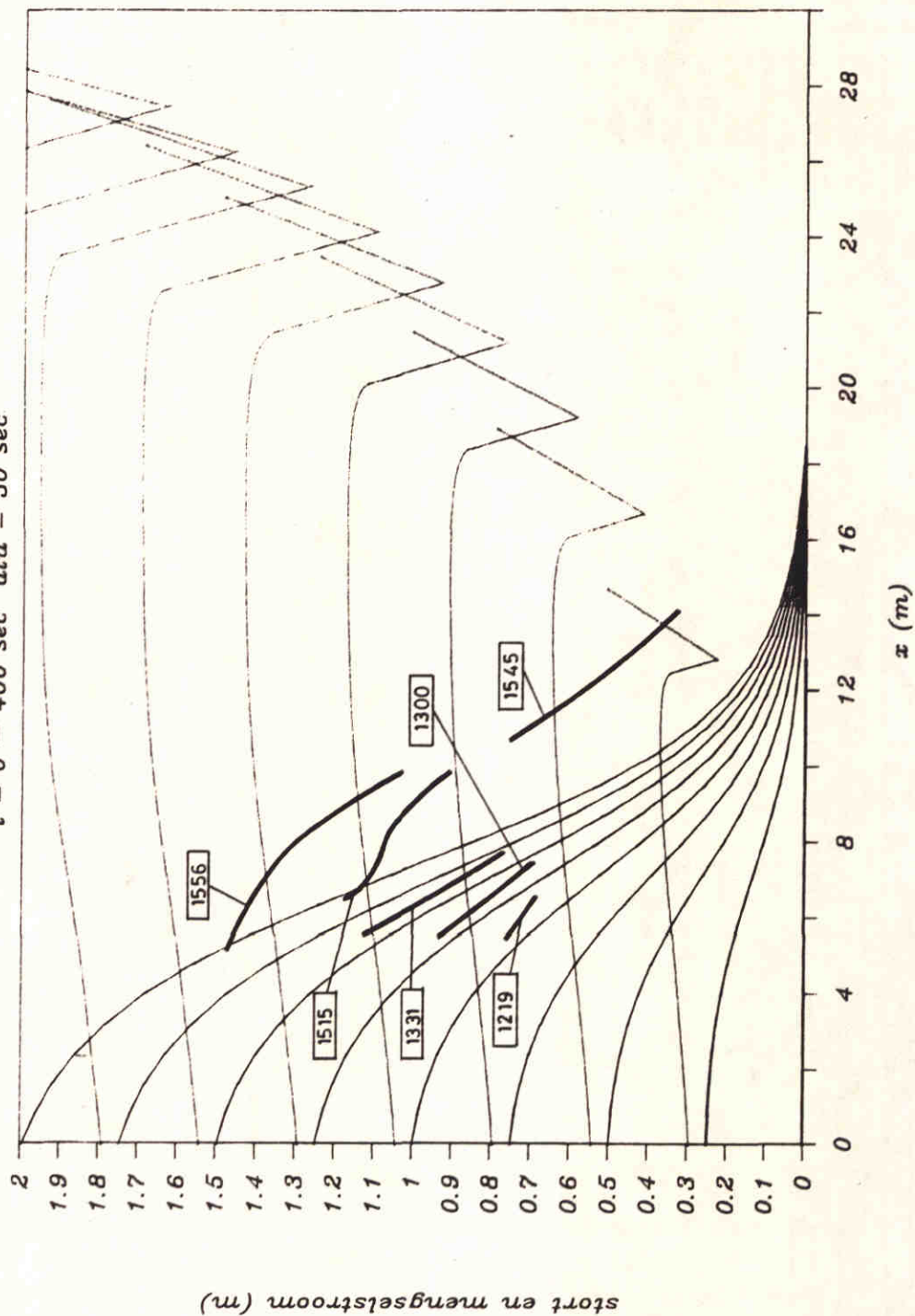
Stortproef Q01

$t = 0 - 500 \text{ sec}$ $dtu = 100 \text{ sec}$



Stortproef Q02

$t = 0 - 400 \text{ sec}$ $dtu = 50 \text{ sec}$



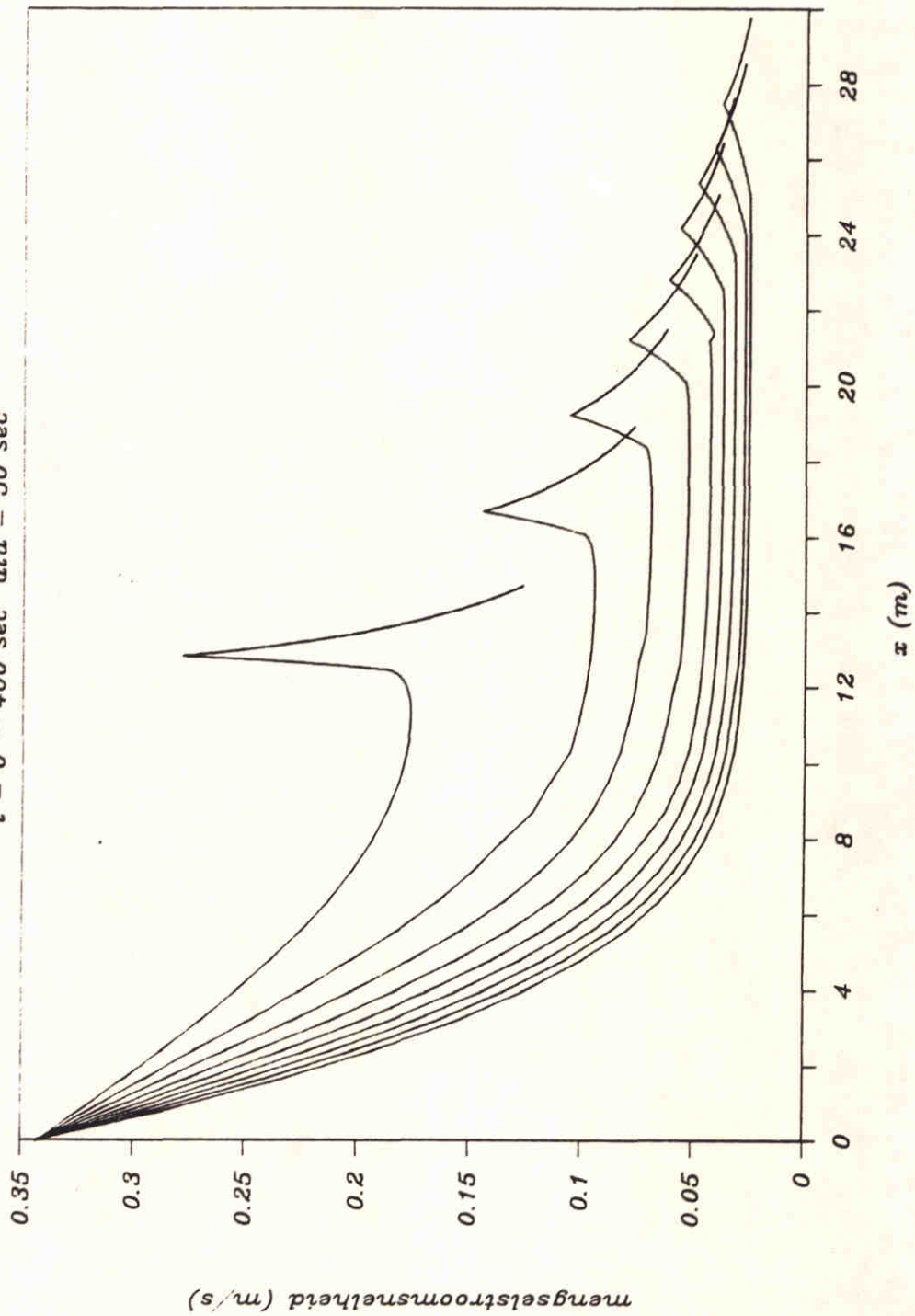
1545

METING MET TIJDSTIP, ZIE [30]

GEMETEN EN BEREKENDE STORTONTWIKKELING		
		A4
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM	Z - 299	FIG.17 a

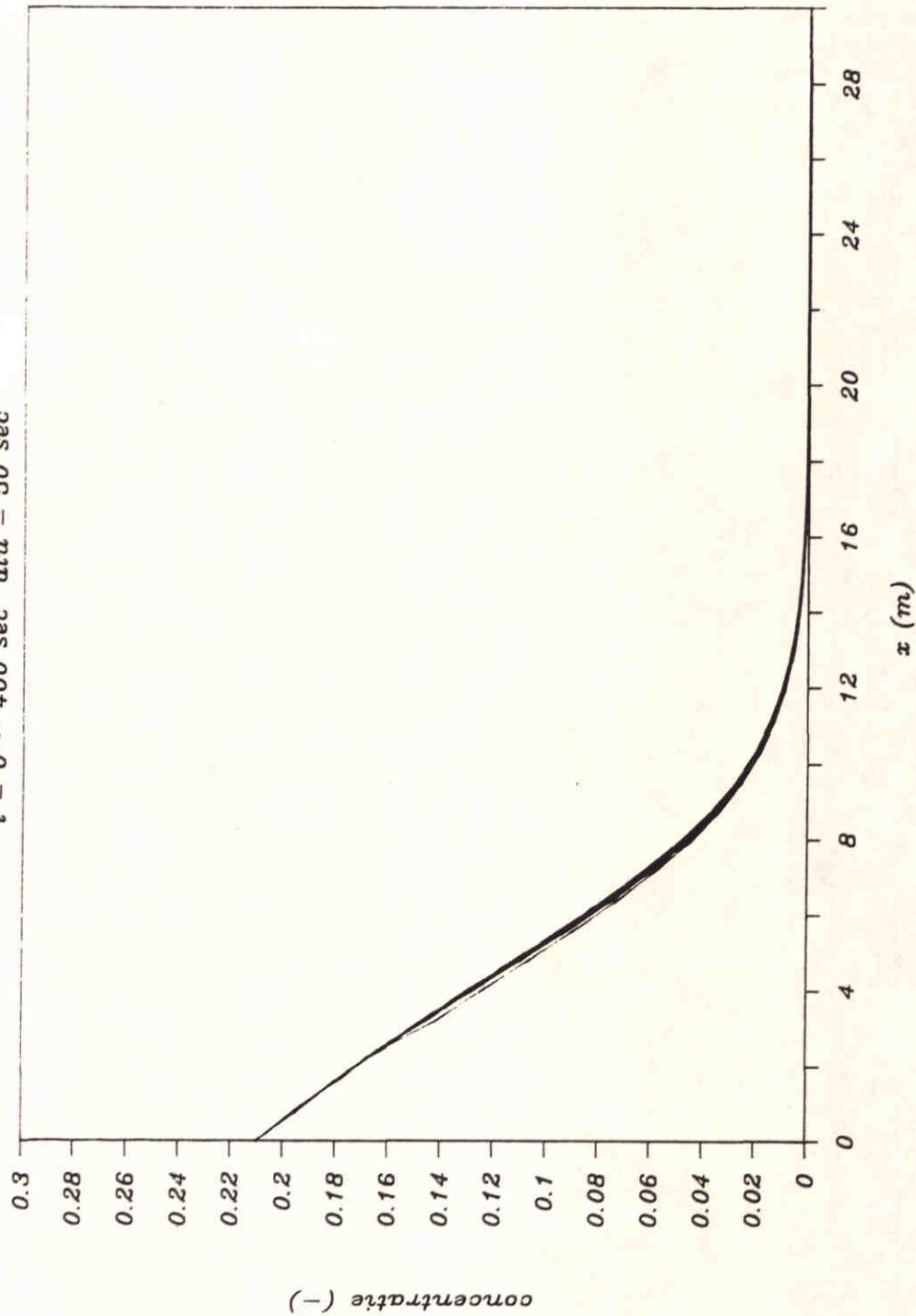
Stortproef Q02

$t = 0 - 400 \text{ sec}$ $dtu = 50 \text{ sec}$



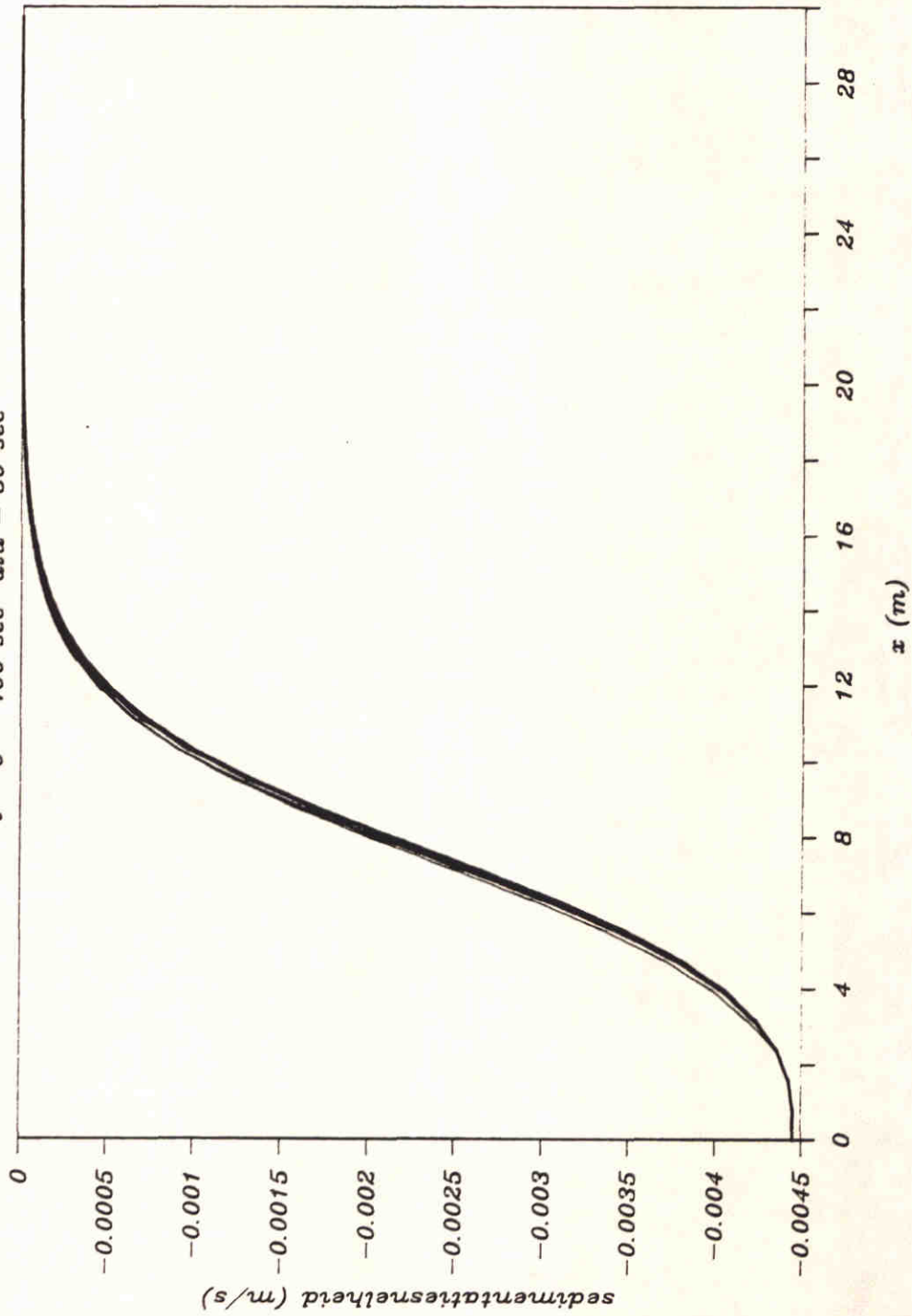
Stortproef Q02

$t = 0 - 400 \text{ sec}$ $dtu = 50 \text{ sec}$



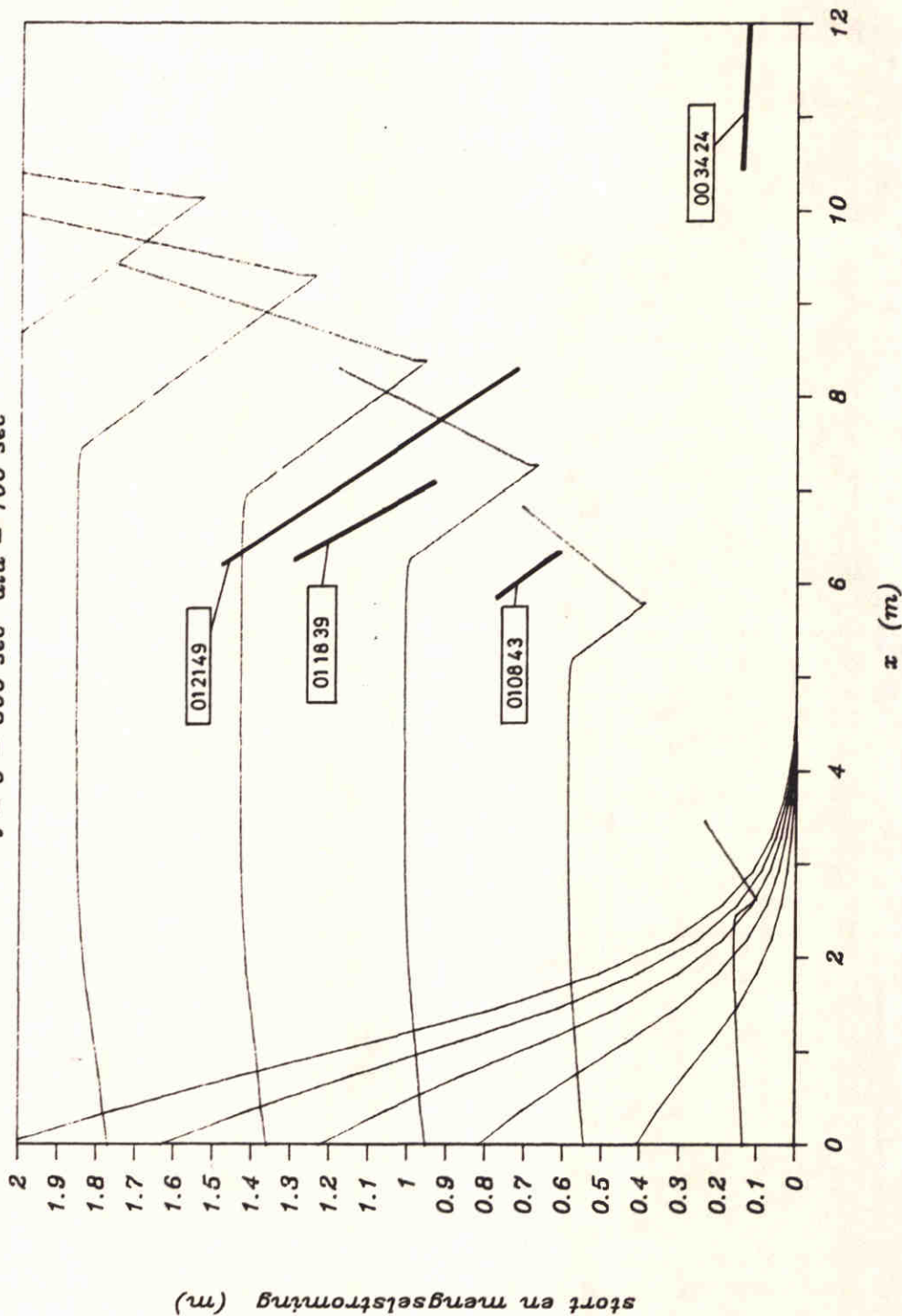
Stortproef Q02

$t = 0 - 400 \text{ sec}$ $dtu = 50 \text{ sec}$



Stortproef Q03

$t = 0 - 500 \text{ sec}$ $\Delta t = 100 \text{ sec}$



METING MET TIJDSTIP, ZIE [30]

010843

GEMETEN EN BEREKENDE STORTONTWIKKELING

A4

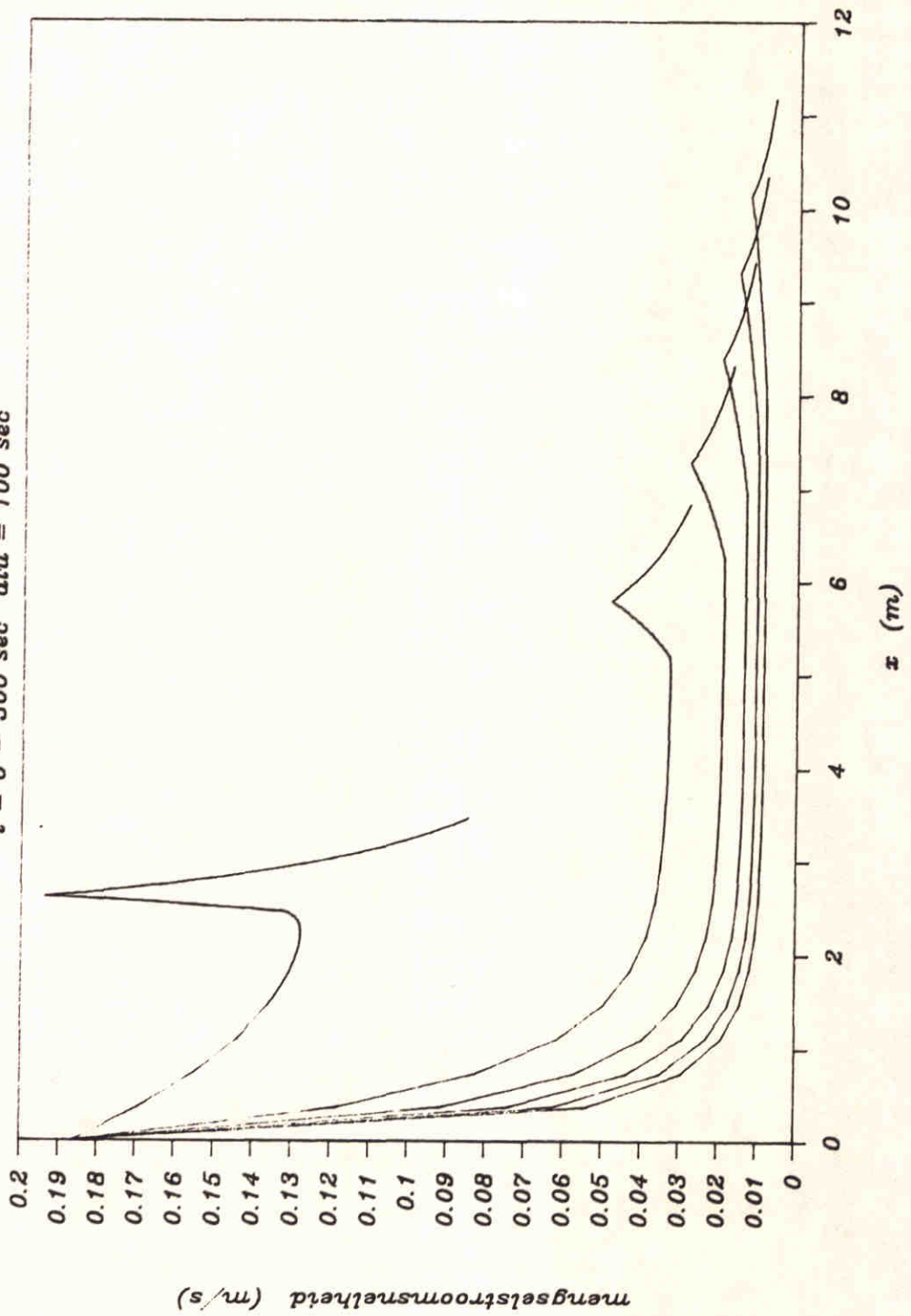
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

Z-299

FIG.4.18a

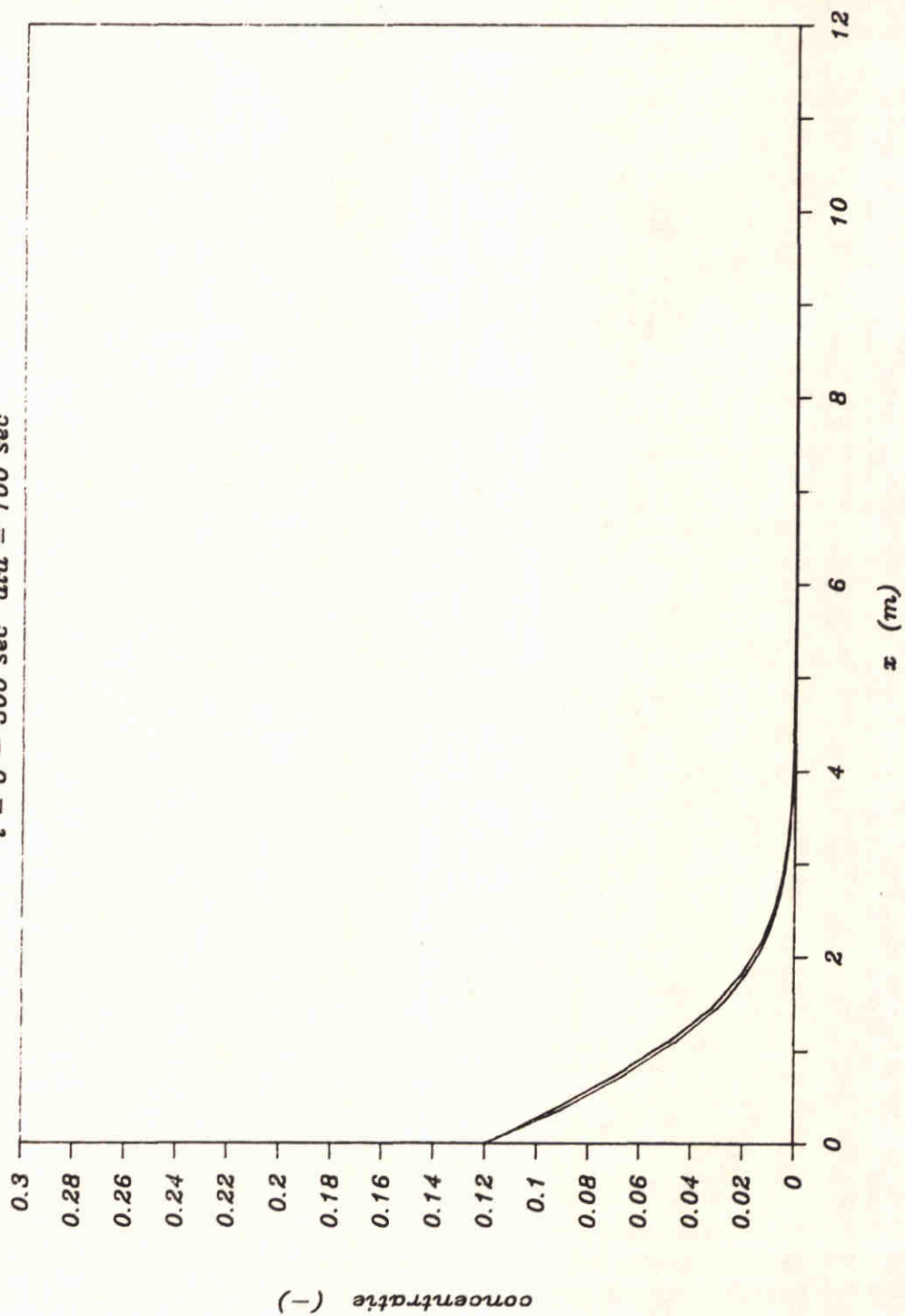
Stortproef Q03

$t = 0 - 500 \text{ sec } dtu = 100 \text{ sec}$



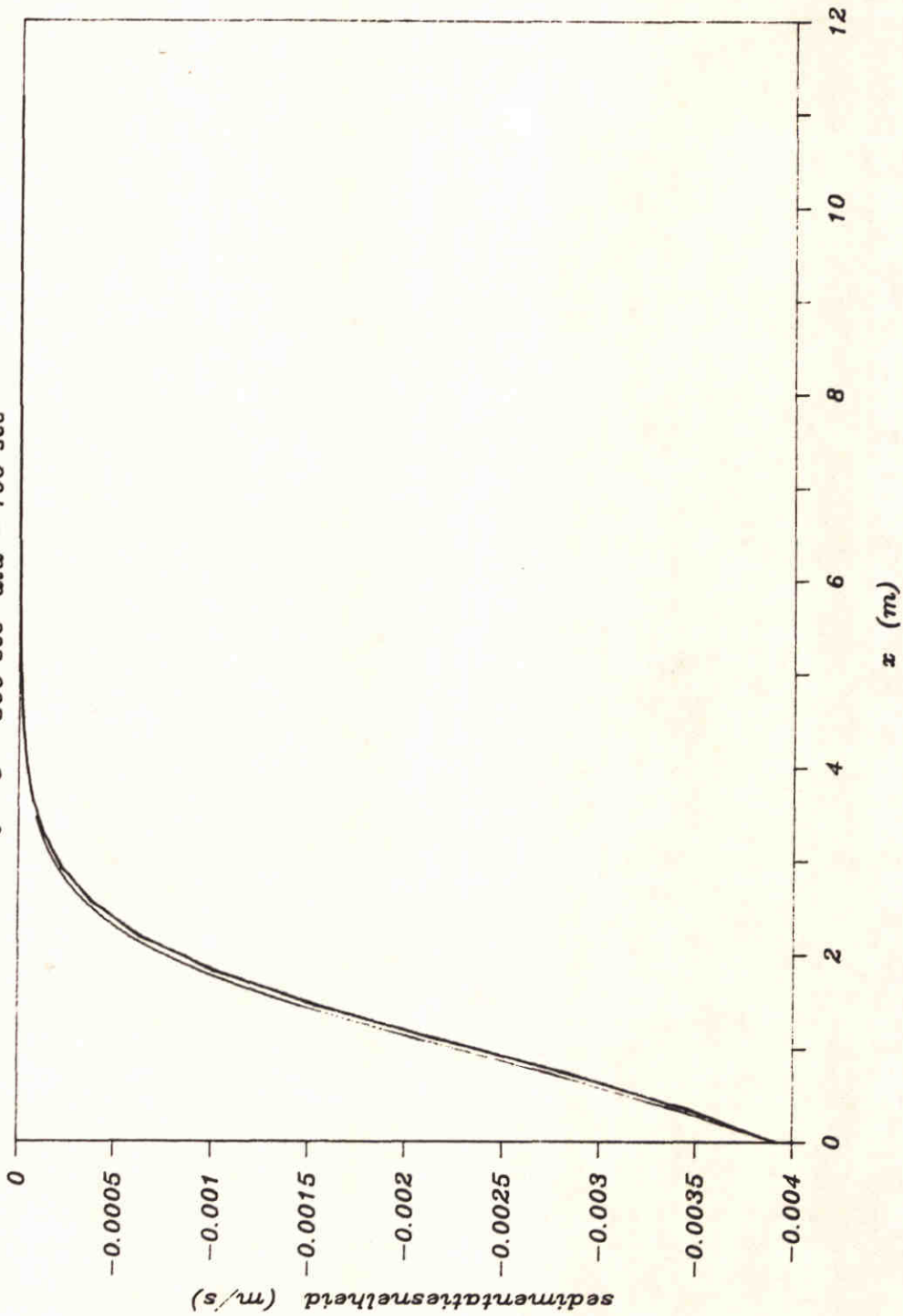
Stortproef Q03

$t = 0 - 500 \text{ sec}$ $dtu = 100 \text{ sec}$



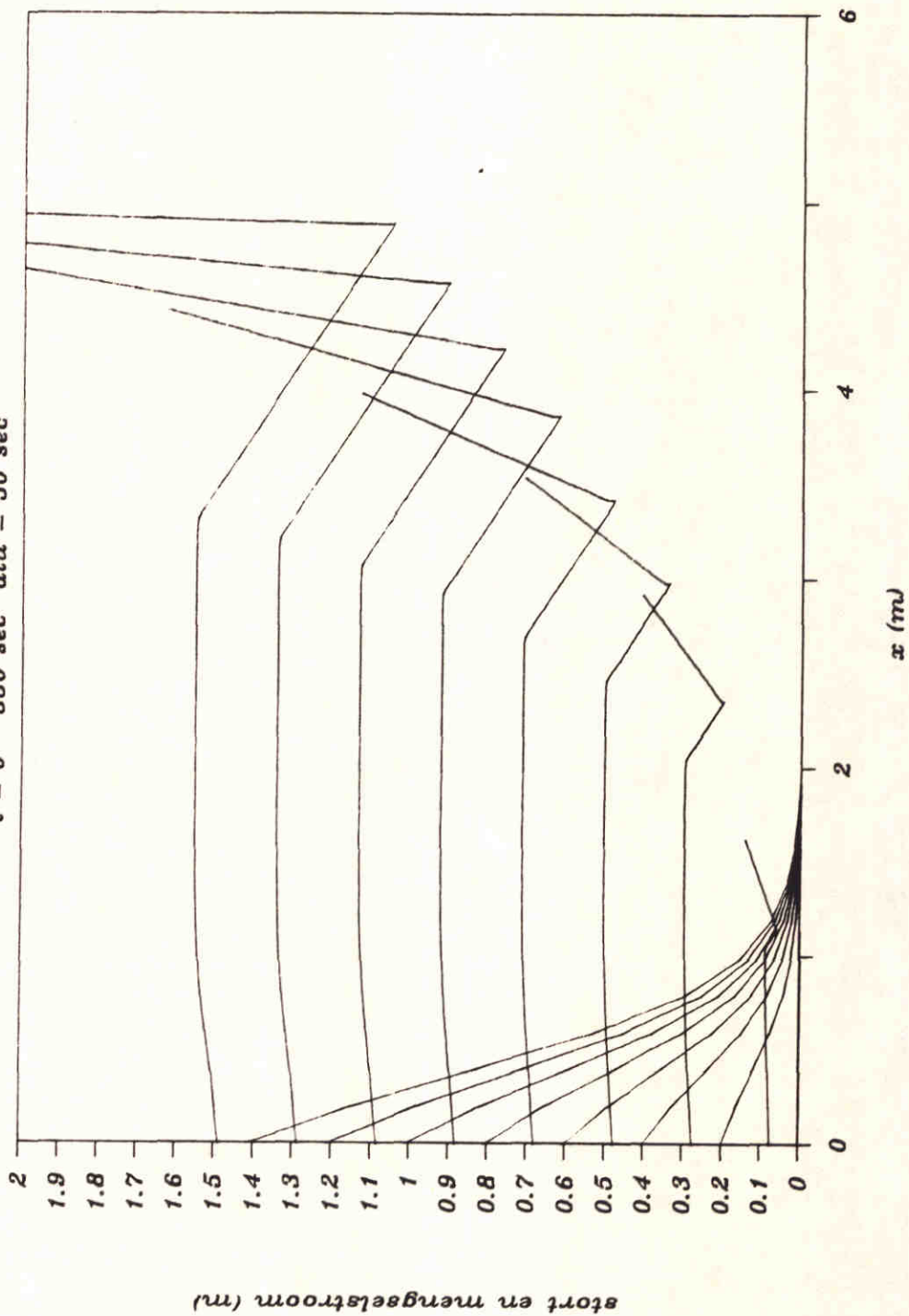
Stortproef Q03

$t = 0 - 500 \text{ sec}$ $dtu = 100 \text{ sec}$



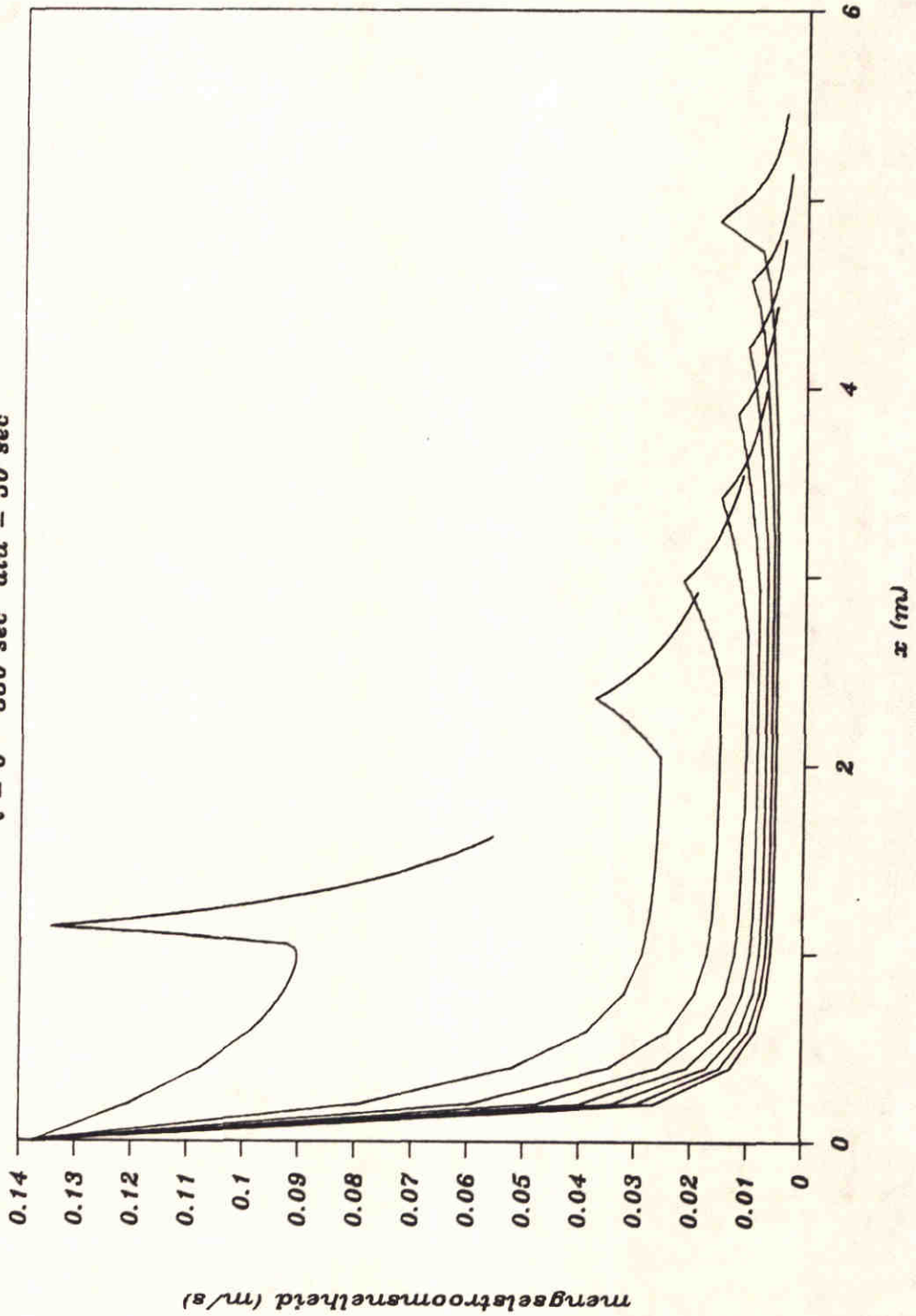
Stortproef Q04

$t = 0 - 350 \text{ sec}$ $dtu = 50 \text{ sec}$



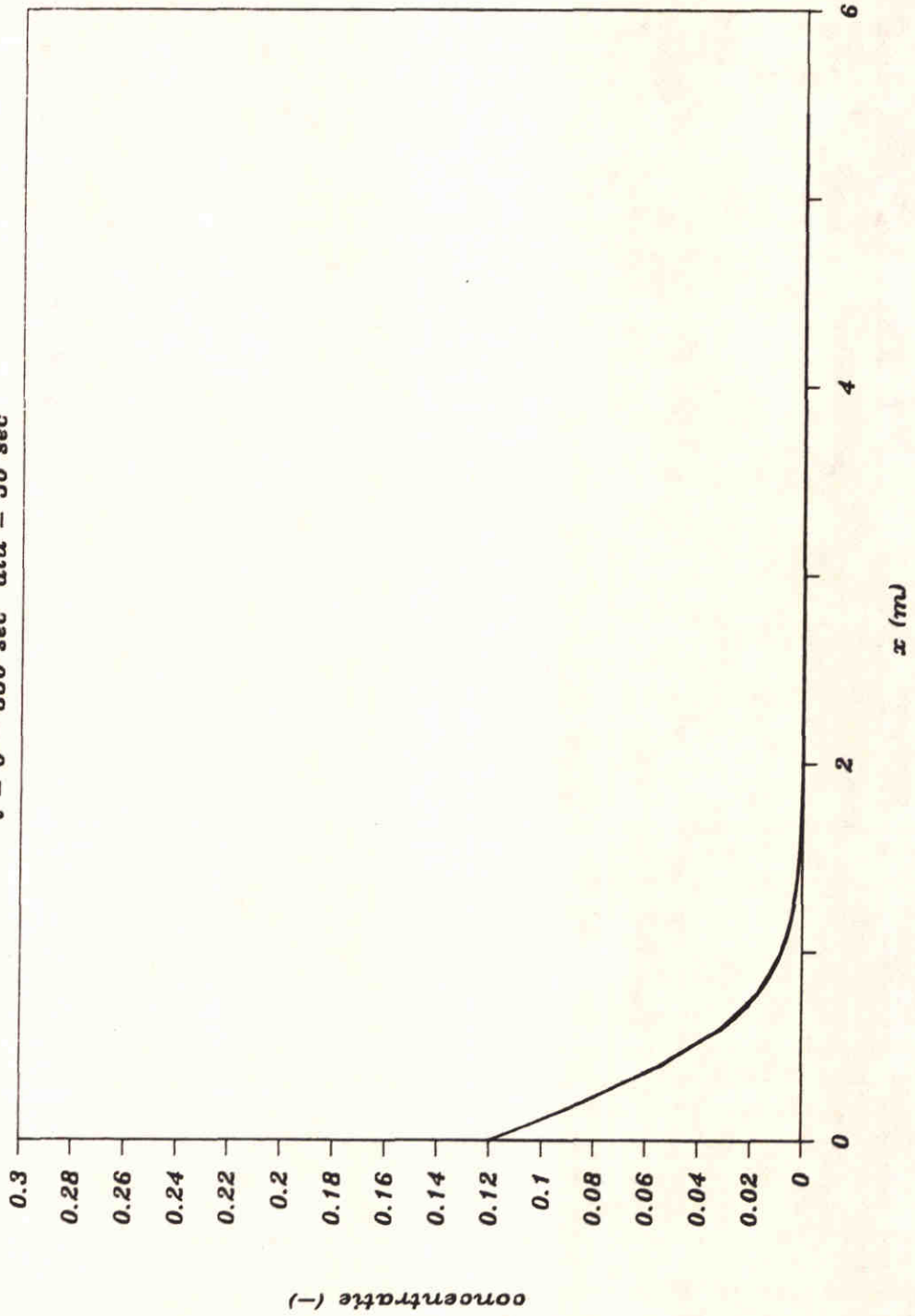
Stortproef Q04

$t = 0 - 350 \text{ sec}$ $dtu = 50 \text{ sec}$



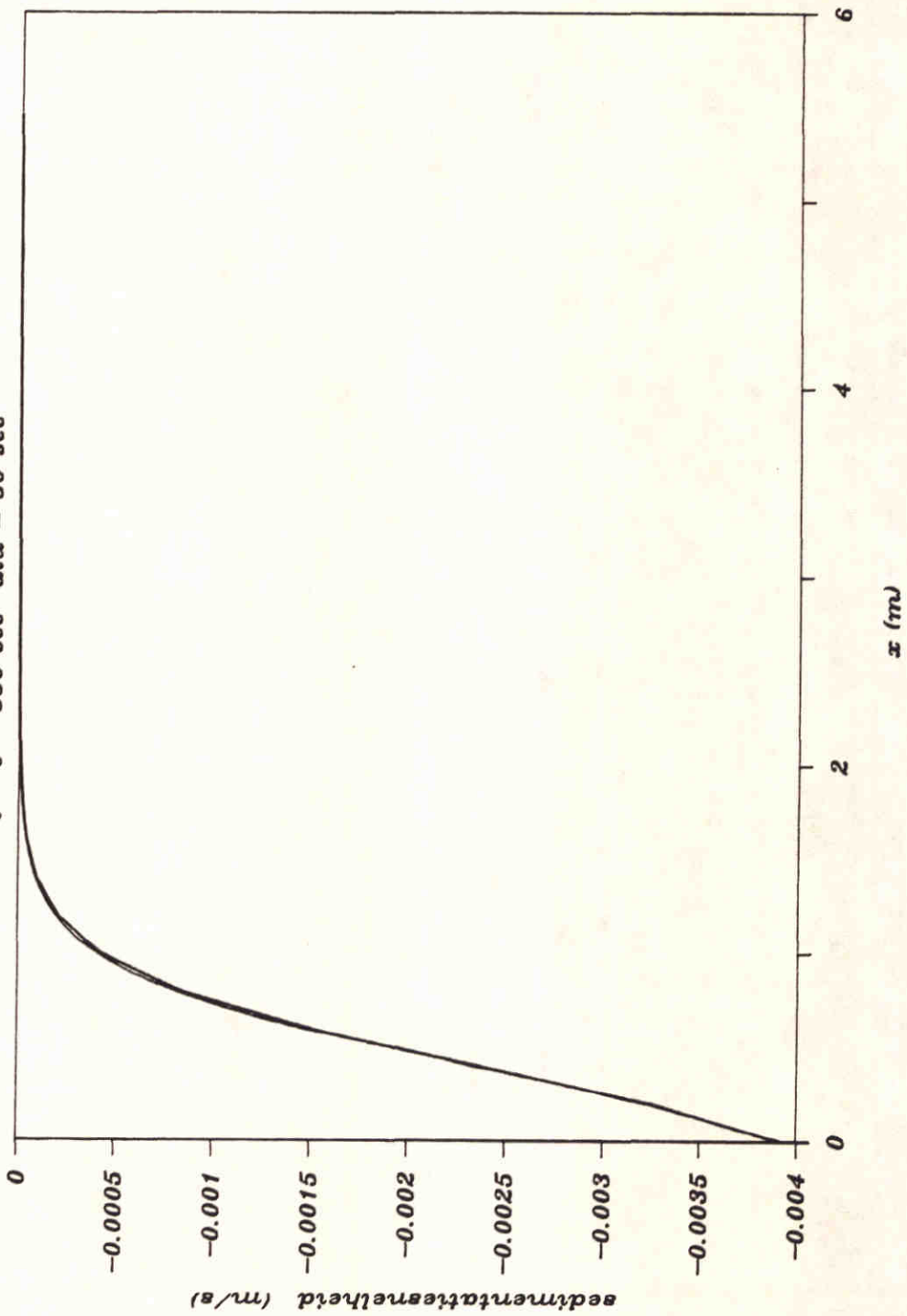
Stortproef Q04

$t = 0 - 350 \text{ sec}$ $dtu = 50 \text{ sec}$



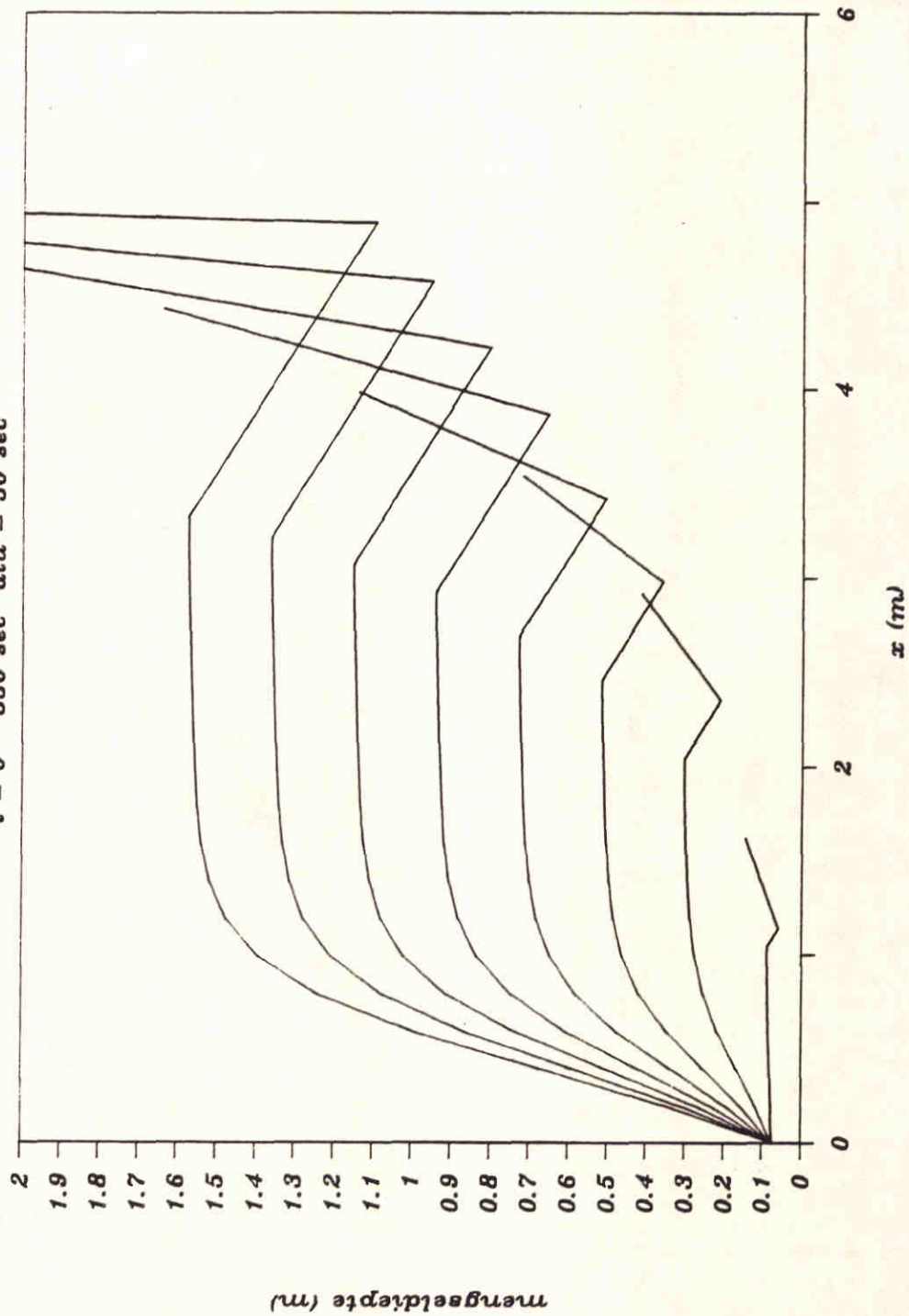
Stortproef Q04

$t = 0 - 350 \text{ sec}$ $dtu = 50 \text{ sec}$

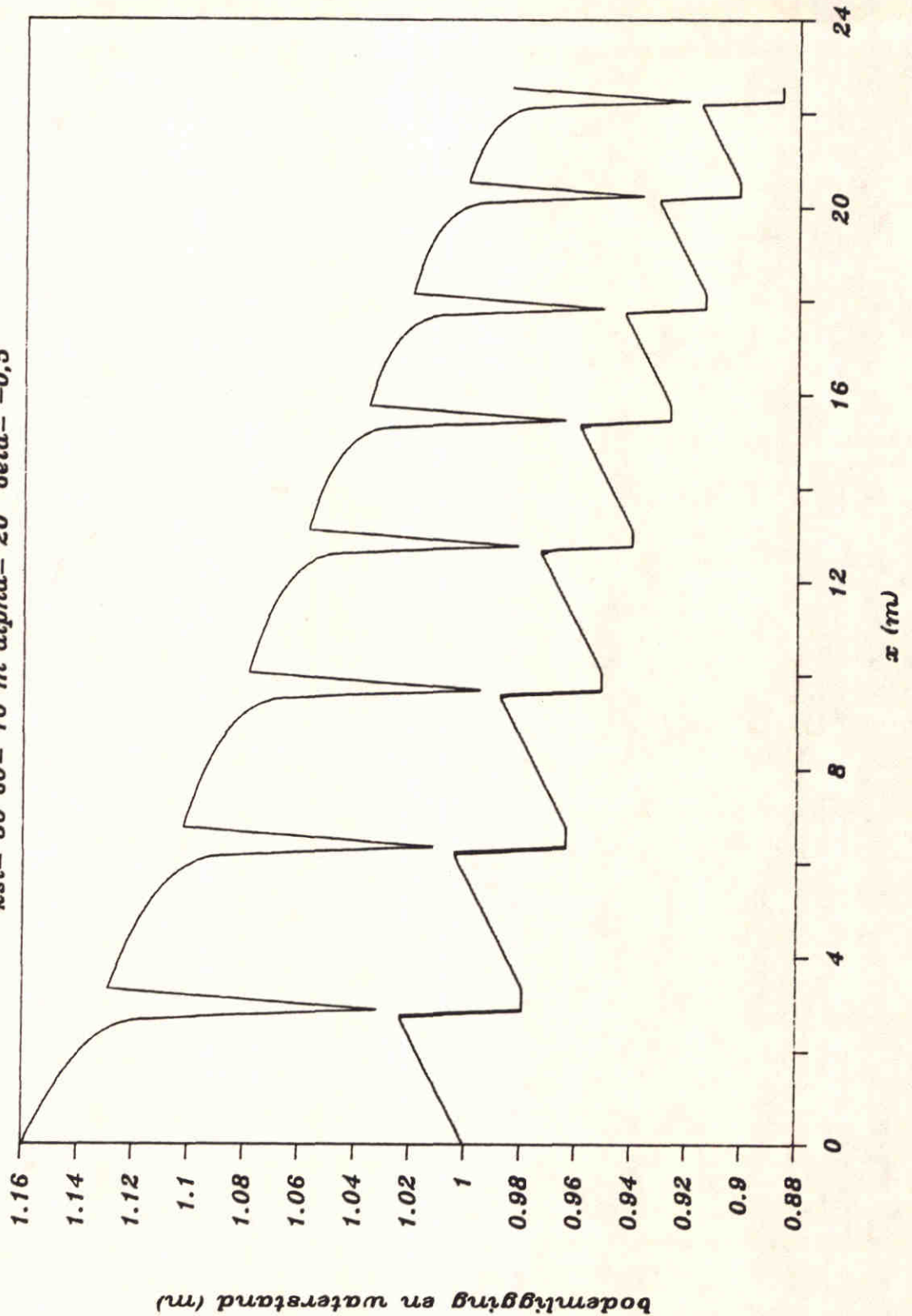


Stortproef Q04

$t = 0 - 350 \text{ sec}$ $dtu = 50 \text{ sec}$

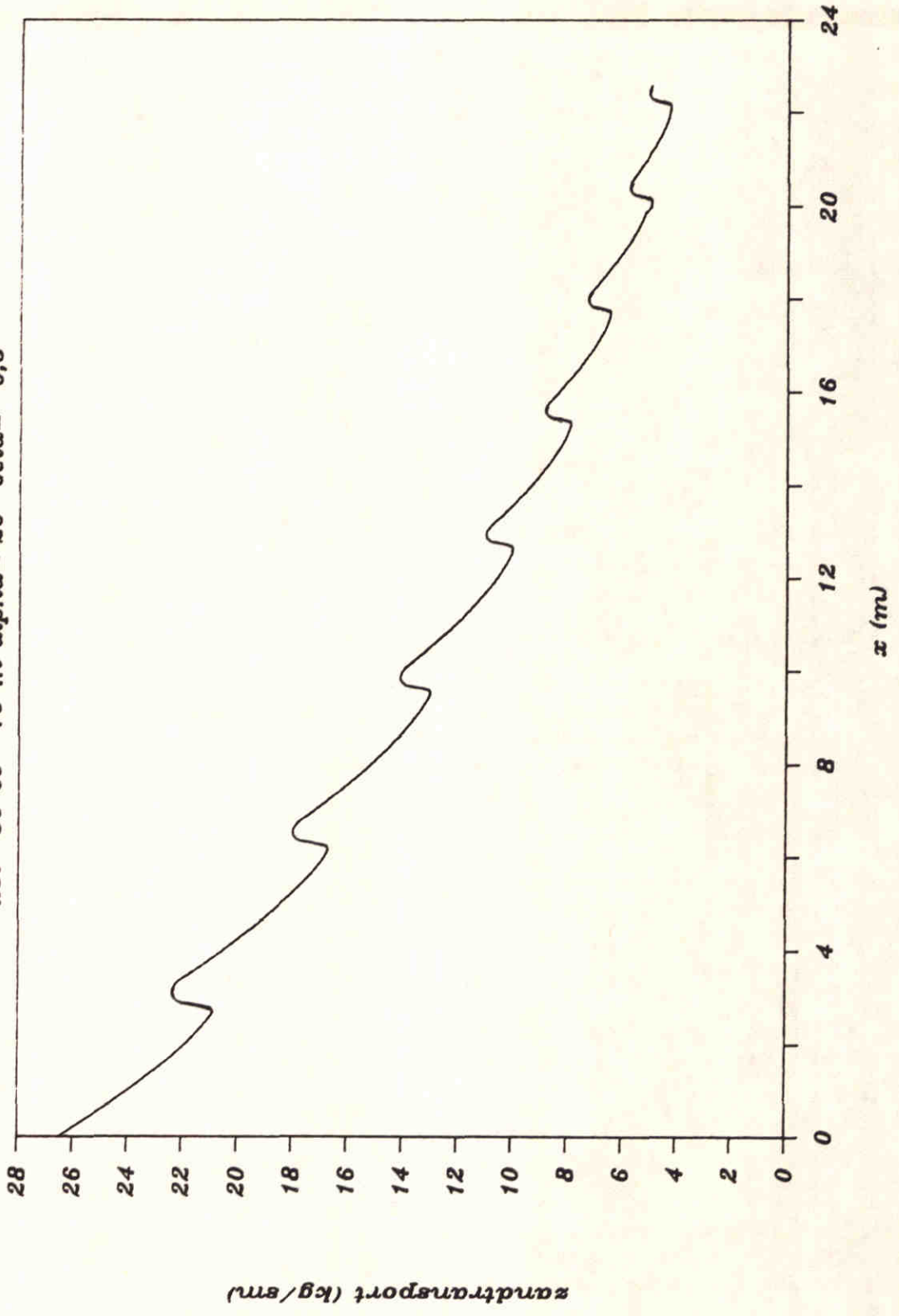


$q = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}$ $c = 10 \%$ $d = 120 \text{ m}$
 $k_{si} = 30 \text{ b}0 = 10 \text{ m}$ $\alpha = 20$ $\beta = -0,5$



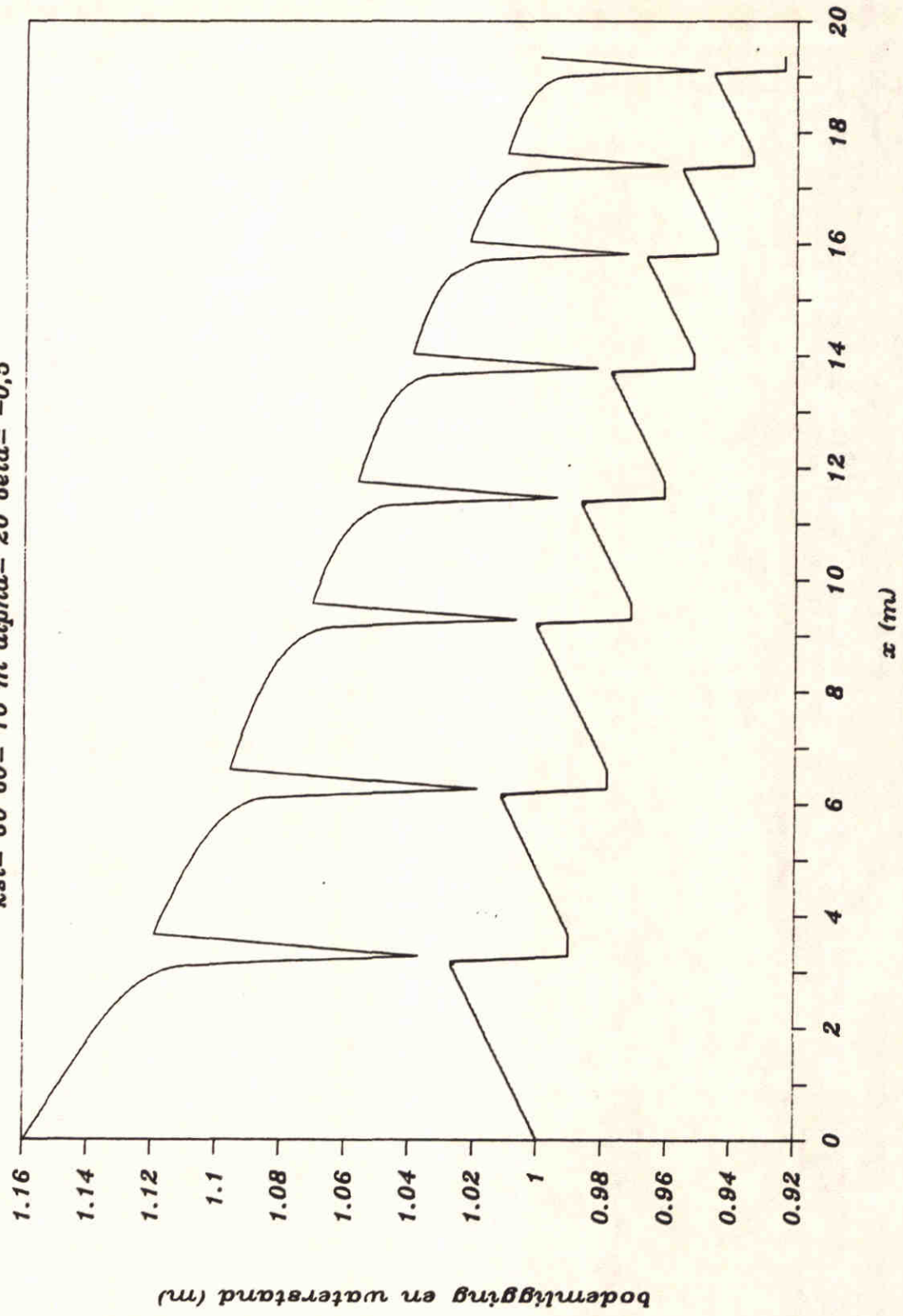
$q = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}$ $c = 10 \%$ $d = 120 \text{ mu}$

$k_{st} = 30$ $b_0 = 10 \text{ m}$ $\alpha = 20$ $\beta = -0,5$



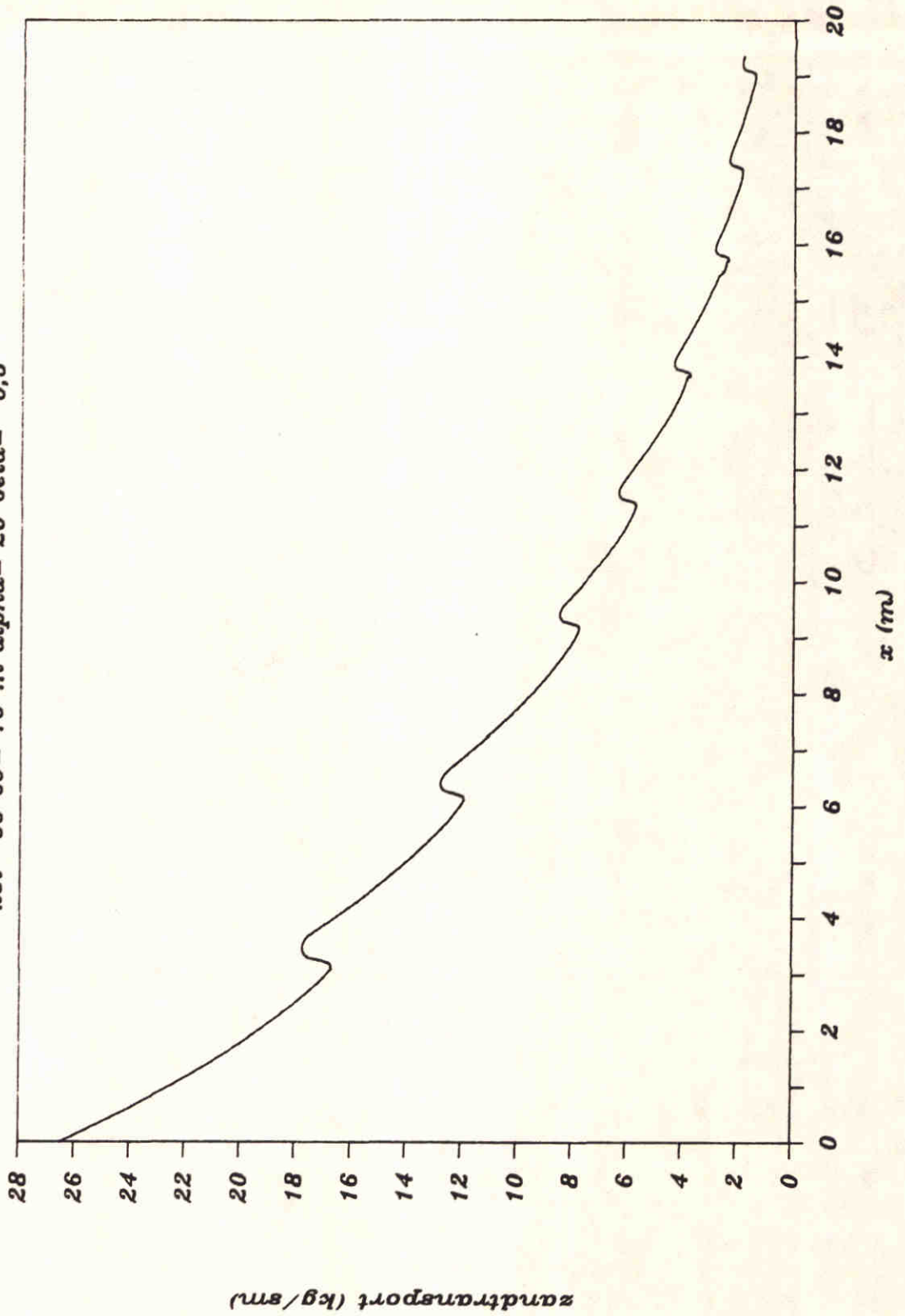
$q = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}$ $c = 10 \%$ $d = 120 \text{ mu}$

$k_{si} = 60$ $b_0 = 10 \text{ m}$ $\alpha = 20$ $\beta = -0,5$



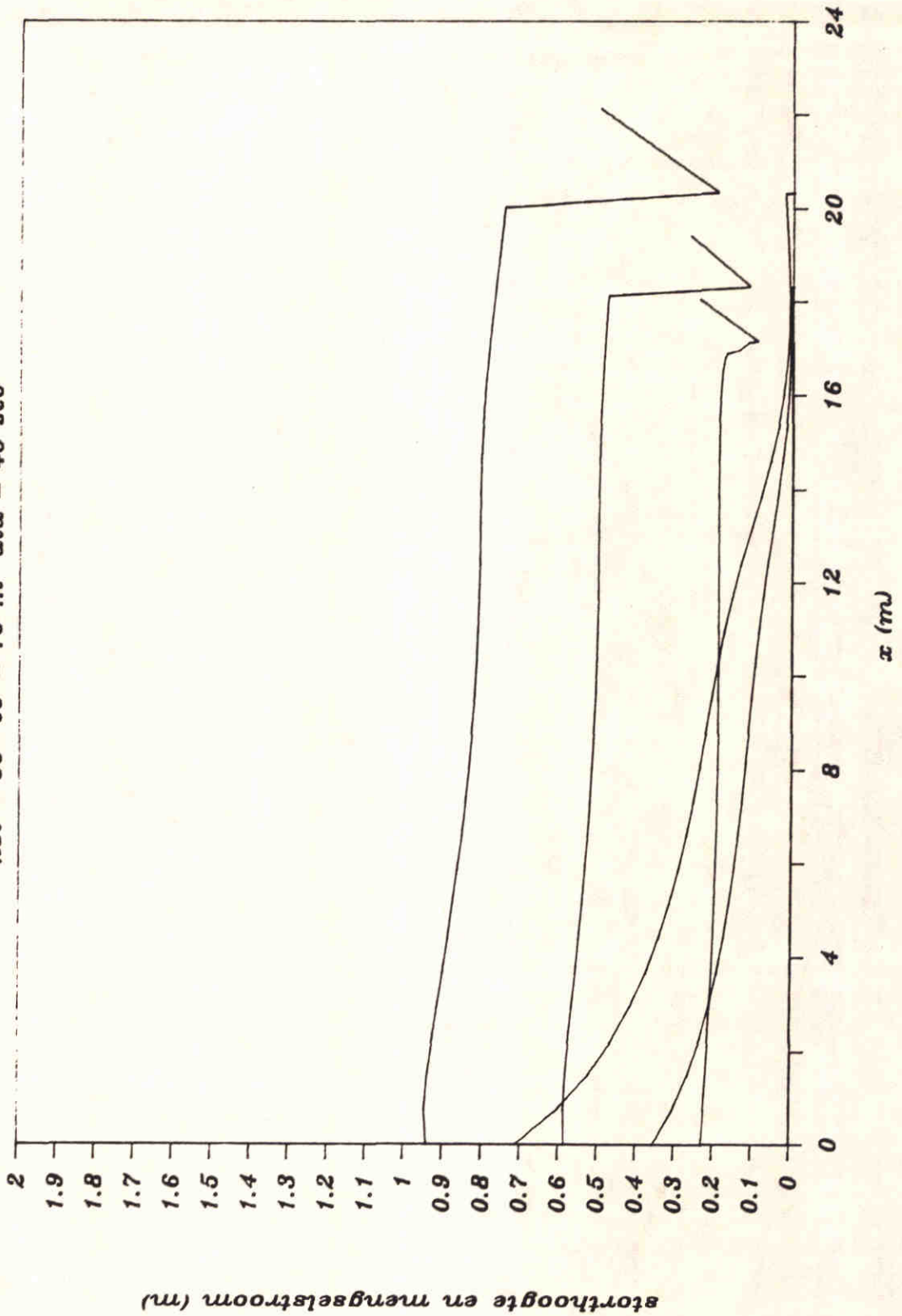
$q = 0,1 \text{ m}^2/\text{s}$ $c = 10 \%$ $d = 120 \text{ mu}$

$k_{si} = 60$ $b_0 = 10 \text{ m}$ $\alpha = 20$ $\beta = -0,5$



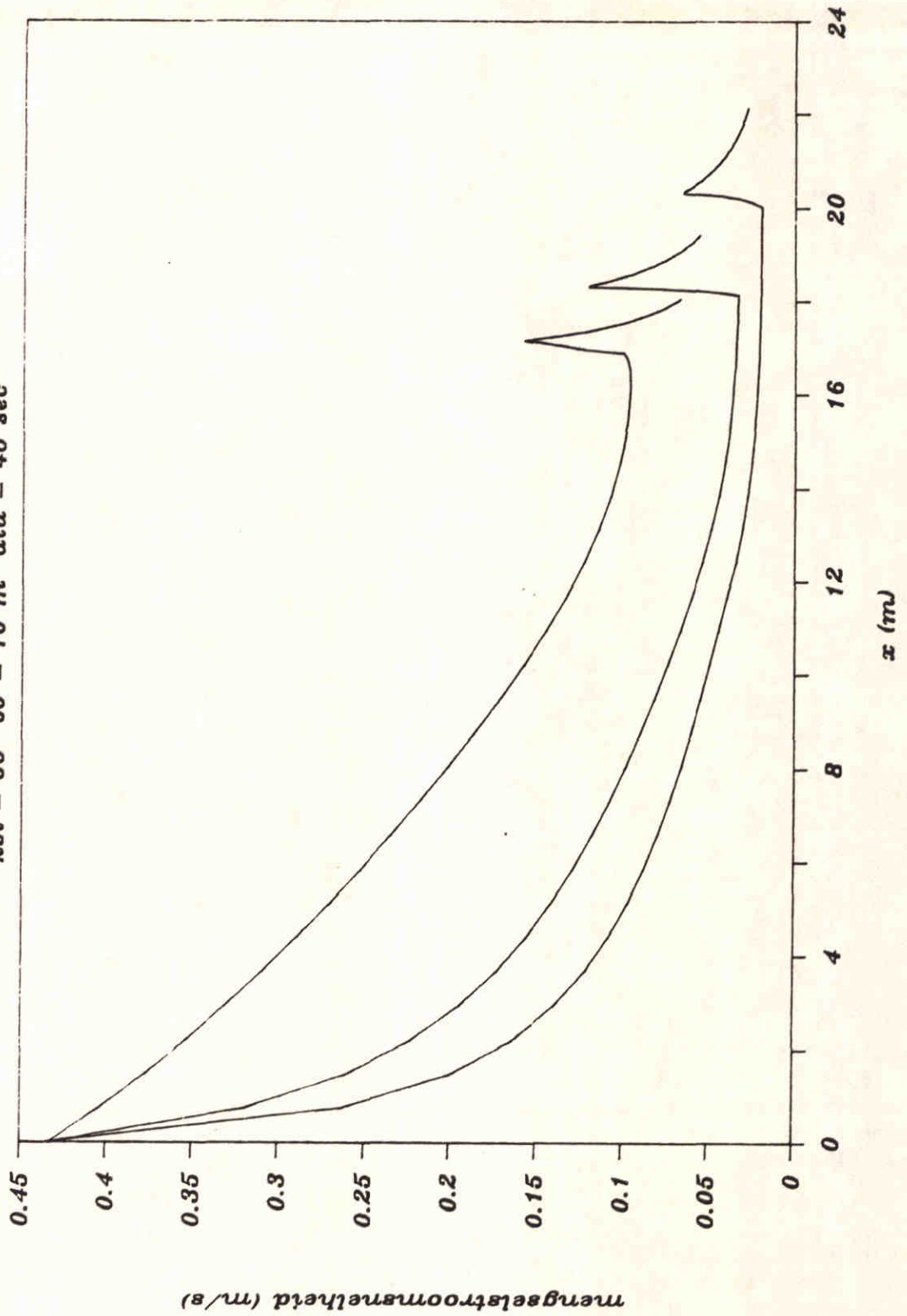
Stortproef P08 met spreiding

$k_{si} = 60$ $b_0 = 10$ m $dtu = 40$ sec



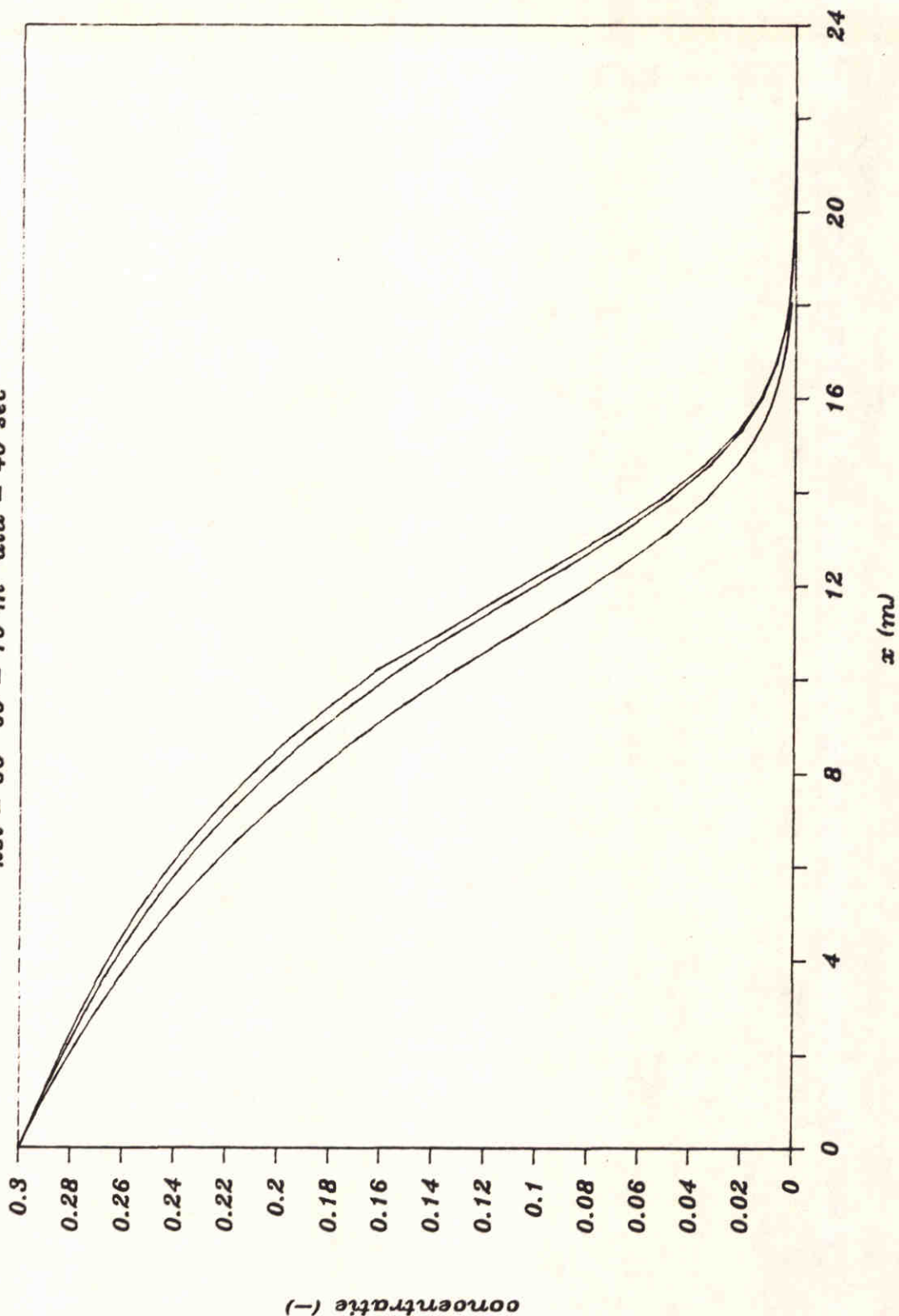
Stortproef P08 met spreiding

$k_{si} = 60$ $b_0 = 10$ m $dtu = 40$ sec



Stortproef P08 met spreiding

$k_{si} = 60$ $b_0 = 10$ m $dtu = 40$ sec



BIJLAGE A AFLEIDING BASISVERGELIJKINGEN

A.1 Bewegingsvergelijking

De homogene en quasi-stationaire bewegingsvergelijking voor een zand-watermengselstroming kan afgeleid worden uit een impulsbeschouwing in x-richting voor een volumemootje dx (zie fig. A.1). De elementaire vergelijking voor het behoud van impuls luidt:

$$\Sigma \vec{F} = d(m \vec{v}) / dt \quad (N) \quad (A.1.1)$$

waarin $\Sigma \vec{F}$ de vectoriële som van de krachten, werkend op het beschouwde lichaam is, m de massa en \vec{v} de snelheid van het lichaam.

De krachten die op het mootje dx werken zijn de hydrostatische drukkrachten van het zand-watermengsel op het linker- en het rechtervlak (fig. A.1), de bodemschuifspanning en de component van de zwaartekracht in de x-richting.

Wordt een vast controle-volume ter grootte van b h dx beschouwd, dan komt in het rechterlid van (A.1.1) de verandering van de impulsstroom te staan, namelijk $d(\rho_m Q u)$. Nu worden eerst de krachten in het linkerlid $\Sigma \vec{F}$ beschouwd. De drukkracht werkend op het linkergrensvlak van het controlevolume, bij x, volgt uit een integratie van de druk over de mengseldiepte ter plaatse. Door de aanname van quasi-stationaire en homogene stroming kan deze drukkracht berekend worden volgens:

$$\rho_m g h \int_0^h b dx \quad (N) \quad (A.1.2)$$

Over het stukje dx kunnen mengseldiepte, dichtheid en breedte veranderen. De drukkracht werkend op het rechtergrensvlak, bij x + dx, luidt daarom:

$$- (\rho_m + d\rho_m) g (h + dh) \int_0^{h+dh} (b + db) dx \quad (N) \quad (A.1.3)$$

De resulterende drukkracht op het mootje dx is het verschil tussen deze twee drukkrachten. Bij verwaarlozing van de termen waarin het produkt van twee differenties staan, dus bijv. $dh d\rho_m$ of $(dh)^2$, volgt voor de netto drukkracht:

$$\frac{1}{2} g h^2 d(\rho_m b) - \rho_m g b h dh \quad (N) \quad (A.1.4)$$

De component van de zwaartekracht is een volumekracht, werkend in de stroomrichting (zie fig. A.1). Deze kan geschreven worden als:

$$\rho_m g h b dx \sin \arctan (-dz_b/dx) \quad (N) \quad (A.1.5)$$

Voor niet al te grote bodemhellingen dz_b/dx kan gesteld worden, dat $\sin \arctan x$ ongeveer gelijk is aan x . De derde kracht die hier een rol speelt is de schuifkracht langs de bodem, ter grootte van:

$$- \tau_0 b dx \quad (N) \quad (A.1.6)$$

waarin de bodemschuifspanning, met min-teken, is gedefinieerd volgens:

$$\tau_0 = - f_0 / 8 \rho_m u^2 \quad (Pa) \quad (A.1.7)$$

Na substitutie van (A.1.4), (A.1.5) en (A.1.6) in (A.1.1) en delen door dx volgt voor de volledige impulsvergelijking:

$$\rho_m g b h \frac{d(h + z_b)}{dx} + \frac{1}{2} g h^2 \frac{d(\rho_m b)}{dx} + \frac{d}{dx} (\rho_m Q u) - \tau_0 b = 0 \quad (N/m) \quad (A.1.8)$$

Zijn de veranderingen in de breedte, db/dx , zo klein dat de termen in (A.1.8) waarin deze voorkomen, verwaarloosbaar zijn t.o.v. de andere termen, dan kunnen deze geschrapt worden en kan de vergelijking gedeeld worden door b . Er kan dan gerekend worden met het specifieke debiet q i.p.v. het totale debiet Q . Dan luidt de vergelijking:

$$\rho_m g h \frac{d(h + z_b)}{dx} + \frac{1}{2} g h^2 \frac{d\rho_m}{dx} + \frac{d}{dx} (\rho_m q u) - \tau_0 = 0 \quad (Pa) \quad (A.1.9)$$

Spreiding

In het geval van radiale spreiding van de mengselstroom op het stort is de breedte niet constant, maar wel een bekende functie van x , namelijk (zie fig. A.2):

$$b = 2 (r_0 + x) \tan \left(\frac{1}{2} \phi \right) \quad (m) \quad (A.1.10)$$

waarin r_0 de spreidingsstraal bij $x = 0$ en ϕ de spreidingshoek in graden is. Uit (A.1.10) volgt direct $db / dx = 2 \tan \left(\frac{1}{2} \phi \right)$. Deze afleiding geldt in principe voor kleine spreidingshoeken, globaal tot 45° à 90° ofwel $\pi/4$ à $\pi/2$ radialen. Daarboven gaan 2-dimensionale effecten, zoals zijwaartse stroming een rol spelen. Vergelijking (A.1.8) kan nu voor het geval van radiale spreiding uitgeschreven worden.

Onder water

Wordt de impulsvergelijking op geheel analoge wijze afgeleid voor een zand-water dichtheidsstroom onder water (zie fig. A.1), dan blijkt dat overal waar in (A.1.8) de zwaartekrachtsversnelling g staat, deze gereduceerd moet worden met een factor ε , het relatieve dichtheidsverschil tussen de dichtheidsstroom en het omringende water, gedefinieerd volgens:

$$\varepsilon = \frac{\rho_m - \rho_w}{\rho_m} \quad (-) \quad (A.1.11)$$

Is de concentratie van het zand in de mengselstroom onder water gelijk aan c en bevat het bovenliggende water geen zand, dan is ε gelijk aan $\Delta c / (1 + \Delta c)$. Verder werkt er niet alleen een schuifspanning langs de bodem, maar ook langs het interne grensvlak, τ_i , gedefinieerd volgens:

$$\tau_i = - f_i / 8 \rho_m u^2 \quad (Pa) \quad (A.1.12)$$

De totale schuifspanning t.g.v. de wrijving langs bodem en grensvlak kan dan geschreven worden als:

$$\tau_{\text{tot}} = - (f_0 + f_i) / 8 \rho_m u^2 \quad (\text{Pa}) \quad (\text{A.1.13})$$

Bodem- en grensvlakwrijving zijn in het algemeen aan elkaar gekoppeld. Daarom wordt een verhoudingsgactor fk_i ingevoerd, gedefinieerd als:

$$f_i = fk_i f_0 \quad (-) \quad (\text{A.1.14})$$

De waarde van fk_i kan in het model ingevoerd worden. Voor subkritische stroming geldt volgens de literatuur een waarde van 1/3 [14], zie paragraaf 3.8.2 punt b. De impulsvergelijking wordt nu:

$$\rho_m \varepsilon g b h \frac{d(h + z_b)}{dx} + \frac{1}{2} \varepsilon g h^2 \frac{d(\rho_m b)}{dx} + \frac{d}{dx} (\rho_m Q u) - (\tau_0 + \tau_i) b = 0$$

(Pa) (A.1.15)

Is de dichtheid van het omringende medium verwaarloosbaar klein, dan kan ε op 1 gesteld worden, zoals in het geval van een zand-watermengselstroming boven water. Dan gaat (A.1.15) over in (A.1.8), aangezien f_i in dat geval 0 is. Vergelijking (A.1.15) is dus de meest algemene vorm van de impulsvergelijking.

Benaderingen

De bodemwrijving kan verwaarloosd worden, indien de stroming sterk versnelt en de lengte gering is. Worden bovendien de dichtheidsverschillen en de breedtevariatiës verwaarloosd, dan volgt uit (A.1.8) de vergelijking van Bernoulli:

$$\frac{d}{dx} [g (h + z_b) + \frac{1}{2} u^2] = 0 \quad (\text{m}^2/\text{s}^2) \quad (\text{A.1.16})$$

De vergelijking voor een uniforme stroming kan uit (A.1.8) afgeleid worden door alle plaatsafgeleiden, behalve die van de bodemligging, nul te stellen:

$$\rho_m g h \frac{dz_b}{dx} - \tau_0 = 0 \quad (\text{Pa}) \quad (\text{A.1.17})$$

waarin $dz_b/dx = -i$.

Sprong

Uit de impulsvergelijking, toegepast voor een vrije mengselsprong, net vóór (index 1) en net na de sprong (index 2, zie ook fig. 3.1), volgt:

$$\left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3 - \frac{\rho_1}{\rho_2} (1 + 2 F_1^2) \frac{h_2}{h_1} + 2 \left(\frac{q_2}{q_1}\right)^2 F_1^2 = 0 \quad (-) \quad (\text{A.1.18})$$

Deze vergelijking kan gebruikt worden om de sprong te berekenen, onder de voorwaarde dat de sprong vrij is en dus de drempel tussen terras en stapje als een volkomen overlaat functioneert. De snelheid (u) en de mengseldiepte (h) in de sprong zelf kunnen niet berekend worden. Een redelijke benadering is het lineair interpoleren van de mengseldiepte tussen h_1 en h_2 over de lengte van de sprong.

Indien de dichtheidsverschillen over de sprong verwaarloosbaar zijn, kan (A.1.18) vereenvoudigd worden tot de bekende, simpele sprongfunctie:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2} (\sqrt{(1 + 8 F_1^2)} - 1) \quad (-) \quad (\text{A.1.19})$$

De lengte van de sprong wordt op $8 h_1$ gesteld, zie paragraaf 3.6.4. In het algemeen zal er aan het begin van de sprong nog erosie optreden, maar aan het eind van de sprong sedimentatie. Het netto dichtheidsverschil over de sprong zal daarom klein zijn. Het verlies aan energiehoogte over de sprong, dat ten goede komt aan een verhoogd turbulentieniveau in de mengselstroom, bedraagt:

$$\Delta H = h_2 - h_1 + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} \quad (\text{m}) \quad (\text{A.1.20})$$

A.2 Continuïteitsvergelijkingen

Het volumedebiet zand in de zand-watermengselstroming, ter grootte van $Q c$, is in het algemeen niet te verwaarlozen ten opzichte van het volumedebiet water, $Q (1 - c)$, vanwege de hoge concentraties, globaal $c > 5$ %. Concentratieveranderingen, ten gevolge van bijvoorbeeld sedimentatie en erosie bij de bodem, hebben daarom ook mengseldebietveranderingen tot gevolg. Bij de interactie tussen bodem en mengselstroom speelt bovendien niet alleen het zand een rol, maar ook het water, dat in de bodem in de poriën aanwezig is.

Voor een controlevolume $b h dx$, zie figuur A.2, kunnen continuïteitsvergelijkingen voor het zand en voor het water afgeleid worden. Behalve door sedimentatie en erosie kunnen de zand- en waterbalans nog beïnvloed worden door uitwisseling door het bovengrensvlak, de entrainment en het zandverlies. Deze processen zijn alleen van belang voor een mengselstroom onder water.

Erosiesnelheid

Zie paragraaf A.5.

Zandverlies

De mengselstroming onder water kan zand verliezen zowel door sedimentatie naar de bodem, wat ook boven water het geval is, als door zandverlies door het interne grensvlak, bv. door een overtrekkende (dwars)stroming. Dit zandverlies heeft invloed op de continuïteit van zand en water, maar ook op de impulsbalans. Het zandverlies wordt gemodelleerd met:

$$z_v = \rho_s v_{\text{zand}} = rk_2 \rho_s f_i u c \quad (\text{kg/sm}^2) \quad (\text{A.2.1})$$

waarin rk_2 ingevoerd kan worden, maar in principe een waarde van 1/8 heeft zie paragraaf 3.8.2.c en [16].

Entrainment

De mengselstroming onder water kan door het interne grensvlak water opnemen, bv. ten gevolge van de turbulentie. Deze opname van water wordt aangeduid met de term entrainment- of aanzuigsnelheid v_{ent} . Deze entrainment wordt gemodelleerd volgens:

$$v_{\text{ent}} = rk_3 u Fr_i^2 \quad (\text{m/s}) \quad (\text{A.2.2})$$

waarin ook rk_3 ingevoerd kan worden, een waarde van 0,0015 wordt in de literatuur gegeven, zie paragraaf 3.8.2.d en [11].

Balans

Stel nu:

$$v_{\text{erosie}} = \frac{E - S}{\rho_s (1 - n)} \quad (\text{m/s}) \quad (\text{A.2.3})$$

de erosiesnelheid,

$$v_{\text{entr}} = v \quad (\text{m/s}) \quad (\text{A.2.4})$$

de aanzuig- of entrainmentsnelheid,

$$v_{\text{zand}} = z_v / \rho_s \quad (\text{m/s}) \quad (\text{A.2.5})$$

De zandbalans voor het beschouwde volume, in algemene bewoordingen: ingaand - uitgaand zandtransport = berging, in massa-eenheden, luidt:

$$\rho_s dt \{Q c - (Q + dQ) (c + dc)\} = b dx dt (E - S - z_v) \quad (\text{kg}) \quad (\text{A.2.6})$$

Hieruit volgt de algemene continuïteitsvergelijking voor het zand:

$$\frac{\rho_s d(Q c)}{b dx} = E - S - z_v \quad (\text{kg/sm}^2) \quad (\text{A.2.7})$$

Zijn er geen belangrijke veranderingen in de breedte dan kan b in (A.2.7) geschrapt worden en voor het totale debiet Q het specifieke debiet q ingevuld worden. Vindt er geen uitwisseling van zand door het bovengrensvlak plaats dan geldt $z_v = 0$.

Op analoge wijze kan de balans voor het water, in volume-eenheden, opgesteld worden. Wordt de bodemsamenstelling nader beschouwd, zie fig. A.3, dan blijkt dat per volumedeel zand er tevens $n / (1 - n)$ volumedelen water sedimenteren of eroderen, waarbij n de porositeit van de bodem is. Er volgt dan de algemene continuïteitsvergelijking voor het water:

$$\frac{d\{Q (1 - c)\}}{b \, dx} = \frac{E - S}{\rho_s} \frac{n}{1 - n} + v_{ent} = v_{erosie} n + v_{ent} \quad (\text{m/s}) \quad (\text{A.2.8})$$

Zijn er geen belangrijke veranderingen in de breedte dan kan b in (A.2.8) geschrapt worden en voor het totale debiet Q het specifieke debiet q ingevuld worden. Vindt er geen uitwisseling van water door het bovengrensvlak plaats dan geldt $v_{ent} = 0$. Voor een zandwatermengselstroming op een bovenwaterstort, met $v_{ent} = v_{zand} = 0$, kunnen (A.2.7) en (A.2.8) gecombineerd worden tot:

$$\frac{d}{dx} (Q c) = \frac{1 - n}{n} \frac{d}{dx} \{Q (1 - c)\} \quad (\text{m}^2/\text{s}) \quad (\text{A.2.9})$$

In het algemeen geldt, eveneens na combinatie van (A.2.7) en (A.2.8), de algemene continuïteitsvergelijking voor het mengsel:

$$\frac{dQ}{b \, dx} = \frac{E - S}{\rho_s} \frac{n}{1 - n} - \frac{z_v}{\rho_s} + v_{ent} = v_{erosie} n - v_{zand} + v_{ent} \quad (\text{m/s}) \quad (\text{A.2.10})$$

Benaderingen

Zijn de concentratieveranderingen relatief klein, bijv. bij lage beginconcentraties en lage stroomsnelheden, zoals in rivieren en kanalen, dan zijn de resulterende veranderingen van het debiet verwaarloosbaar klein. Dan ontstaan er twee onafhankelijke vergelijkingen voor het water, Q , en het zand, c , namelijk:

$$\frac{dQ}{dx} = 0 \quad \text{en} \quad (\text{m}^2/\text{s}) \quad (\text{A.2.11})$$

$$\frac{dc}{dx} = \frac{1}{h} \left\{ \frac{v_{erosie}}{u} (1 - n) - \frac{v_{zand}}{u} \right\} \quad (\text{m}^{-1}) \quad (\text{A.2.12})$$

Zonder spreiding en zonder onderwatereffecten volgt hieruit:

$$\frac{dq}{dx} = 0 \quad \text{en} \quad (\text{m/s}) \quad (\text{A.2.13})$$

$$\frac{dc}{dx} = \frac{v_{\text{erosie}}}{q} (1 - n) \quad (\text{m}^{-1}) \quad (\text{A.2.14})$$

A.3 Hydraulisch systeem

Er zijn nu twee onafhankelijke continuïteitsvergelijkingen, één voor het zand en één voor het water of voor het mengsel, (A.2.7) en (A.2.8) of (A.2.9) of (A.2.10), en een bewegingsvergelijking, (A.1.15), afgeleid, waarmee de onbekenden h , de mengseldiepte, u , de mengselstroomsnelheid en c , de zandvolumeconcentratie als functies van x berekend kunnen worden, bij gegeven begin- en randvoorwaarden. Dit stelsel van drie differentiaalvergelijkingen wordt aangeduid als het hydraulisch systeem, ter onderscheid van het morfologisch systeem, omdat alleen de hydraulische grootheden u , h en, vanwege het gestelde in paragraaf A.2 ook c , berekend worden. In de volgende paragraaf wordt ingegaan op het morfologisch systeem.

Eén randvoorwaarde is de bodemligging, welke beschreven wordt met z_b en b als functies van x . De beginvoorwaarden, eigenlijk ook randvoorwaarden, zijn bijv. snelheid en diepte, of twee andere grootheden, zoals debiet en Froudegetal, bij $x=0$. Om het stelsel differentiaalvergelijkingen numeriek op te kunnen lossen en ook om het verder te kunnen analyseren, worden nu eerst de differenties dh/dx , du/dx en dc/dx afgeleid.

Uit (A.1.15) volgt, met $Q = u b h$, $\rho_m = \rho_w (1 + \Delta c)$, $F = u^2 / (\epsilon g h)$ en $A = (f_0 + f_1) / 8$, na deling door $\rho_m \epsilon g b h$:

$$\begin{aligned} \frac{dh}{dx} (1 + F) + \frac{dz_b}{dx} + h \left(\frac{1}{2} + F \right) \left(\frac{\Delta}{1 + \Delta c} \frac{dc}{dx} + \frac{db}{b dx} \right) + \\ + A F + 2 F \frac{h}{u} \frac{du}{dx} = 0 \quad (-) \quad (\text{A.3.1}) \end{aligned}$$

Uit de twee continuïteitsvergelijkingen, bijv. (A.2.8) en (A.2.9), kunnen de differenties dc/dx en du/dx berekend worden. Uit deze twee continuïteitsvergelijkingen volgt voor de concentratie (c):

$$\frac{dc}{dx} = \frac{1}{h} \left\{ \frac{v_{erosie}}{u} (1 - n - c) - \frac{v_{zand}}{u} (1 - c) - \frac{v_{ent}}{u} c \right\} \quad (m^{-1}) \quad (A.3.2)$$

en voor de stroomsnelheid (u):

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{h} \left\{ v_{erosie} - v_{zand} - v_{ent} - u \frac{dh}{dx} - \frac{u}{b} \frac{db}{dx} \right\} \quad (m^{-1}) \quad (A.3.4)$$

Na invulling van deze resultaten in de impulsvergelijking, (A.3.1), volgt voor de mengseldiepte (h):

$$\frac{dh}{dx} = \frac{I - AF - \{v_{erosie}/u S_1 - v_{zand}/u S_2 - v_{ent}/u S_3\} - h/b db/dx (1/2 - F)}{1 - F} \quad (-) \quad (A.3.5)$$

Worden alleen de dichtheidsverschillen verwaarloosd en is de bodemhelling constant, dan volgt uit (A.3.5) de bekende verhanglijnvergelijking van Bélanger:

$$\frac{dh}{dx} = i \left(\frac{h^3 - h_e^3}{h^3 - h_{gr}^3} \right) \quad (-) \quad (A.3.6)$$

Aangezien het topje van het duin als een volkomen overlaat beschouwd kan worden, wordt hier als randvoorwaarde opgelegd $Fr = 1$, ofwel:

$$h = h_{gr} \quad (m) \quad (A.3.7)$$

Essentieel is hierbij de aanname dat de mengselsprong benedenstrooms vrij is, d.w.z. niet tegen het trapje aanligt. Is dit wel het geval, dan kan de overlaat onvolkomen zijn en geldt randvoorwaarde (A.3.7) niet meer. Bovendien kan de mengselsprong dan niet berekend worden.

Met behulp van de uitdrukking voor de breedte bij radiaal spreidende stroming gaan (A.3.2) t/m (A.3.5) over in de volgende drie vergelijkingen, tezamen het hydraulisch systeem vormend.

a. voor de mengseldiepte (h):

$$\frac{dh}{dx} = \frac{I - AF - (K_1 S_1 - K_2 S_2 + K_3 S_3)/u - (1/2 - F) h/(r_0 + x)}{1 - F} \quad (-) \quad (A.3.8)$$

b. voor de stroomsnelheid (u):

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{h} (K_1 - K_2 + K_3 - u \frac{dh}{dx}) - \frac{u}{r_0 + x} \quad (s^{-1}) \quad (A.3.9)$$

c. voor de zandconcentratie (c):

$$\frac{dc}{dx} = \frac{1}{q} [(1 - n - c) K_1 - (1 - c) K_2 - c K_3] \quad (m^{-1}) \quad (A.3.10)$$

d. voor het Froudegetal (Fr):

$$\frac{1}{F} \frac{dF}{dx} = \quad (m^{-1}) \quad (A.3.11)$$

$$\frac{AF - I + 2/3(1 - F)(K_1 - K_2 + K_3)/u + (K_1 S_1 - K_2 S_2 + K_3 S_3)/u - 1/3 h (1/2 - F)/(r_0 + x)}{1/3 h (1 - F)}$$

waarin:

$F = u^2 / (\epsilon g h)$	het interne Froudegetal ($=Fr_i^2$)	(-)
$A = (f_0 + f_i) / 8$	de wrijvingscoëfficiënt	(-)
$I = - dz_b / dx$	de bodemhelling	(-)
$K_1 = v_{erosie}$	de erosiesnelheid ($=K$)	(m/s)
$K_2 = z_v / \rho_s = v_{zand}$	de zandverliessnelheid	(m/s)
$K_3 = v_{ent}$	de entrainmentsnelheid	(m/s)

$$S_1 = \sigma_1 (1/2 + F) + 2 F \quad \text{een parameter} \quad (-)$$

$$S_2 = \sigma_2 (1/2 + F) + 2 F \quad \text{idem} \quad (-)$$

$$S_3 = \sigma_3 (1/2 + F) - 2 F \quad \text{idem} \quad (-)$$

$$\sigma_1 = \frac{\Delta (1 - n - c)}{1 + \Delta c} \quad (= \sigma) \quad \text{een dichtheidsparameter} \quad (-)$$

$$\sigma_2 = \frac{\Delta (1 - c)}{1 + \Delta c} \quad \text{een dichtheidsparameter} \quad (-)$$

$$\sigma_3 = \frac{\Delta c}{1 + \Delta c} \quad (= \varepsilon) \quad \text{een dichtheidsparameter} \quad (-)$$

De dichtheidsparameters σ_1 t/m σ_3 zijn functies van de concentratie c , zie fig A.4. De vergelijkingen (A.3.8) t/m (A.3.10) vormen tezamen het hydraulische systeem, waarmee u , h , en c opgelost kunnen worden. Uit deze vergelijkingen kunnen bepaalde, meer eenvoudige speciale gevallen weer herleid worden. Vindt er geen uitwisseling door het interne grensvlak plaats dan zijn K_2 en K_3 beiden nul. Is er ook geen sprake van spreiding, dan geldt $r_0 = \infty$ en gaan de vgl. (A.3.8) t/m (A.3.9) over in de eerder afgeleide vgl. voor het bovenwaterstort. Boven water geldt $v_{\text{ent}} = v_{\text{zand}} = 0$, $f_i = 0$ en $\varepsilon = 1$, (A.3.11) gaat dan over in:

$$\frac{1}{F} \frac{dF}{dx} = \frac{AF - I + [2/3 (1 - F) + S_1] K_1 / u}{1/3 h (1 - F)} = \frac{AF - I + KS/u}{1/3 h (1 - F)} \quad (-) \quad (\text{A.3.12})$$

waarin:

$$S = \sigma (1/2 + F) + 2 F + 2/3 (1 - F) \quad \text{een parameter} \quad (-)$$

$$\sigma = \frac{\Delta (1 - n - c)}{1 + \Delta c} \quad (= \sigma_1) \quad \text{een dichtheidsparameter} \quad (-)$$

$$K = v_{\text{erosie}} \quad \text{de erosiesnelheid} \quad (=K_1) \quad (\text{m/s})$$

Bij lage concentraties boven water kan de invloed van de concentratie op de mengselstroom verwaarloosd worden. Dan kan ook de erosiesnelheid in (A.3.8) en (A.3.9) gelijk aan 0 gesteld worden. Vergelijking (A.3.8) gaat dan weer over in de verhanglijnvergelijking van Bélanger. Kan vervolgens ook nog de wrijving verwaarloosd worden, dan verschijnt de vergelijking van Bernoulli.

A.4 Morfologisch systeem

Omdat de tijdschaal waarmee de morfologische processen zich voordoen zoveel groter is dan de tijdschaal waarmee eventuele instationaire stromingsverschijnselen zich voordoen, is de aanname van quasi-stationaire stroming gerechtvaardigd. Met het hydraulische systeem worden dus geen tijdsafhankelijke berekeningen uitgevoerd. Dit kan wel met het morfologische systeem, waarin niet alleen de plaats x , maar ook de tijd t een variabele is.

Het morfologisch systeem bestaat uit het hydraulisch systeem van A.3 met daaraan toegevoegd een vergelijking waarmee de bodemligging in de tijd beschreven wordt. Er zijn dan drie hydraulische en een morfologische vergelijking beschikbaar, waarmee de onbekenden u , h en c en tevens z_b als functies van x en t kunnen worden berekend. Eerst wordt dus het hydraulisch stelsel opgelost voor een bepaald tijdstip t , dan wordt de nieuwe bodemligging t.g.v. de heersende stromingssituatie op het tijdstip $t + \Delta t$ berekend met de morfologische vergelijking en de resultaten van het hydraulisch stelsel en vervolgens wordt de nieuwe stromingssituatie berekend, behorend bij de nieuwe bodemligging. Er is dus sprake van een interactie tussen mengselstroming en bodemveranderingen.

De morfologische vergelijking volgt uit een continuïteitsbeschouwing van het zand en de bodem (zie fig. A.3) en luidt:

$$\rho_s (1 - n) \frac{dz_b}{dt} + \frac{ds}{dx} = 0 \quad (\text{kg/sm}^2) \quad (\text{A.4.1})$$

waarin:

$$\frac{ds}{dx} = E - S \quad (\text{kg/sm}^2) \quad (\text{A.4.2})$$

Voor de verandering van de bodemligging kan nu worden afgeleid (fig A.3):

$$\frac{dz_b}{dt} = - \frac{E - S}{\rho_s (1 - n)} = - v_{\text{erosie}} \quad (\text{m/s}) \quad (\text{A.4.3})$$

In een morfologische evenwichtssituatie blijft de vorm van het duin in de tijd behouden. Met een langs de gemiddelde bodemhelling i met een duin meebewegend assenstelsel χ , ζ volgt dan:

$$\rho_s (1 - n) \left(\frac{dz_b}{d\chi} - i \right) v_{\text{duin}} + \frac{ds}{d\chi} = 0 \quad (\text{kg/sm}^2) \quad (\text{A.4.4})$$

waarin v_{duin} de duinvoortplantingssnelheid is, volgens:

$$v_{\text{duin}} = \frac{E - S}{\rho_s (1 - n) \sin \alpha} \quad (\text{m/s}) \quad (\text{A.4.5})$$

Hiermee is de tijdafgeleide geëlimineerd, maar impliciet is dan aangenomen dat de terugschrijdsnelheid van het duin constant is en de vorm van het duin behouden blijft. Dat geldt alleen in de morfologische evenwichtssituatie (fig. 3.3). Met een vast assenstelsel betekent dit, dat de plaats waar de randvoorwaarden opgelegd worden steeds verandert. Meer algemeen is dus (A.4.3) geldig.

A.5. Erosiefunctie

Belangrijk voor het gedrag van een mengselstroming zijn de dichtheidsverschillen, die ontstaan door sedimentatie en erosie van zand, waardoor drukgradiënten en debietveranderingen ontstaan. Maar vooral ook de bodemligging en de verandering daarvan in de tijd en het verloop van het zandtransport en de concentratie, worden bepaald door de uitwisseling van zand met de bodem.

Op grond van experimentele gegevens, verkregen tijdens de proeven in de kantelgoot, zie [20], is de volgende erosiefunctie voor zand-watermengselstromingen afgeleid (zie figuur A.5):

$$\Phi = 0 \qquad 0 \leq \theta < B^2 \qquad (-) \quad (A.5.1)$$

$$\Phi \left(1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \phi}\right) = A (\theta^{0,5} - B) d^{*0,3} \qquad \theta \geq B^2 \qquad (-) \quad (A.5.2)$$

Aangevuld met een eveneens experimenteel gevonden formule voor de maximale erosie (hindered erosion):

$$\Phi_{\max} = 0,033 \frac{1 - n - c}{c}, \qquad c > 0,01 \qquad (-) \quad (A.5.3)$$

waarin:

$$\Phi = \frac{E}{\rho_s \sqrt{(\Delta g d)}} \qquad \text{een erosieparameter,} \qquad (-)$$

$$A = 0,012 \qquad \text{een experimentele coëfficiënt,} \qquad (-)$$

$$B = 1,3 \qquad \text{idem} \qquad (-)$$

$$d^* = d \sqrt[3]{\left(\frac{\Delta g}{\nu^2}\right)} \qquad \text{een korrelparameter} \qquad (-)$$

$$\theta = \frac{u^{*2}}{\Delta g d} \qquad \text{een schuifspanningsparameter} \qquad (-)$$

α	= lokale bodemhelling, $\alpha < \phi$	($^{\circ}$)
ϕ	= natuurlijk taludhelling	($^{\circ}$)
n	= poriëngehalte bodem	(-)
E	= erosie of pick-up rate van zand	(kg/sm ²)
d	= mediane korreldiameter	(m)
u^*	= $\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho_m}}$, de schuifspanningssnelheid	(m/s)
ν	= kinematische viscositeit van het water	(m ² /s)

In de functie voor de erosie, (A.5.1) t/m (A.5.3), wordt geen rekening gehouden met waterspanningen in het eroderende zandpakket. De helling α kan dan niet steiler worden dan het natuurlijk talud ϕ . Wateronderspanningen, met hellingen α steiler dan ϕ , en wellicht nog hogere waarden voor de erosie E , kunnen optreden bij hoge bressen en fijn zand, met een lage doorlatendheid, zie ook paragraaf 3.6.3, [23, 28].

De invloed van de concentratie op de valsnelheid kan goed beschreven worden door een reductie van de valsnelheid in rekening te brengen (hindered settling), volgens:

$$w_s = w_0 (1 - c)^\alpha \quad (\text{m/s}) \quad (\text{A.5.4})$$

waarin:

w_s	= valsnelheid in zand-watermengsel,	(m/s)
w_0	= valsnelheid in helder water,	(m/s)
α	= coëfficiënt, $2 < \alpha < 6$	(-)

De valsnelheid zal dus sterk afnemen bij hogere concentraties. De valsnelheid van de zandkorrels in helder water kan beschreven worden met de o.m. in [16, 28] genoemde empirische formule volgens van Rijn:

$$w_0 = \frac{10\nu}{d} \left\{ \sqrt{\left(1 + \frac{\Delta g d^3}{100 \nu^2}\right)} - 1 \right\} \quad (\text{m/s}) \quad (\text{A.5.5})$$

die geldig is voor $100 \mu\text{m} < d < 1000 \mu\text{m}$.

De kinematische viscositeit ν als functie van de temperatuur kan als volgt berekend worden. Een nauwkeurige, experimentele formule van Kestin et al, [4], voor de dynamische viscositeit μ van het water ten opzichte van de waarde bij 20 °C, luidt:

$$\log \frac{\mu}{\mu_{20}} = \frac{20 - T}{96 + T} \{1,2364 - 0,00137 (20 - T) + 5,7 \cdot 10^{-6} (20 - T)^2\} \quad (-) \quad (\text{A.5.6})$$

waarin de temperatuur, T , moet liggen tussen 0 en 40 °C. De nauwkeurig gemeten, internationaal geaccepteerde standaardwaarde van de dynamische viscositeit van water bij 20 °C, μ_{20} , bedraagt 0,001002 kg/sm. De kinematische viscositeit is gedefinieerd als:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho_w} \quad (\text{m}^2/\text{s}) \quad (\text{A.5.7})$$

De sedimentatie kan nu geschreven worden als produkt van valsnelheid en concentratie bij de bodem. Omdat in het model met dieptegemiddelde waarden wordt gerekend, wordt hier in plaats van de bodem- de gemiddelde concentratie gebruikt. In het numerieke model wordt voor de coëfficiënt α een waarde van 4 aangehouden. Voor de invloed van deze coëfficiënt zie [28]. De formule luidt dan:

$$S = \rho_s w_0 c (1 - c)^4 \quad (\text{kg}/\text{sm}^2) \quad (\text{A.5.8})$$

De sedimentatie wordt in feite bepaald door de concentratie in de turbulente suspensiezone bij de bodem. De concentratie is daar in het algemeen hoger dan de dieptegemiddelde concentratie c , die hier gebruikt wordt. Dit effect is met name van belang bij grote waterdiepten (meer dan ca 2 m), waar het meeste zand langs of dicht langs de bodem beweegt als suspensie- en als bodemtransport, zoals in rivieren en kanalen.

De concentratie neemt toe, totdat de bodemwaarde, ca 60 % is bereikt. Deze gradiënt is aanwezig in een dun laagje, waarin directe korrel-korrel-interacties optreden en er dus sprake is van bodemtransport. Bij de kantelgootproeven kon de concentratie tot dicht bij de bodem gemeten worden, maar niet tot in de bodem. Er is in feite geen sprake van de concentratie bij de bodem. Ook in de bodemtransportlaag zal de concentratie toenemen.

Om de balans tussen erosie en sedimentatie in de suspensiezone vast te kunnen stellen, moet er een zekere referentiediepte met bijbehorende referentieconcentratie gekozen worden, liefst dicht bij de bodem, maar nog wel in de suspensiezone, zie bijv. [19]. Daar worden vervolgens de randvoorwaarden opgelegd voor de suspensievertikaal. In principe is deze keuze willekeurig. Bij een zand-watermengselstroming, welke zich bij de hier beschouwde korreldiameters en specifieke debieten gedraagt als een sterk turbulente suspensiestroom, is het suspensietransport tamelijk homogeen verdeeld over de diepte.

Een ander aspect is, dat bij de hier beschouwde niet-uniforme mengselstroming over een duinenpatroon de concentratieprofielen zich voortdurend moeten aanpassen aan de variabele mengseldiepte en stroomsnelheid. Afhankelijk van de grootte van het suspensiegetal Z of de sedimentatielengte L_{sed} zal deze aanpassing sneller of langzamer verlopen. Het is heel goed mogelijk dat het concentratieprofiel niet de gelegenheid krijgt een evenwichtsprofiel te bereiken, nl. als $L_{terras} \ll L_{sed}$. Met name in de mengselsprong zal het zand steeds homogeen gemengd worden, waarna het weer zal uitzakken naar het evenwichtsprofiel.

De netto invloed van erosie en sedimentatie op zand-watermengsel en bodem kan tenslotte worden weergegeven met de erosiesnelheid:

$$v_{erosie} = \frac{E - S}{\rho_s (1 - n)} \quad (m/s) \quad (A.5.9)$$

Dit is de snelheid waarmee de bodem, bij gegeven E en S , omlaag gaat. Is er sprake van netto sedimentatie, dan gaat de bodem omhoog en is (A.5.9) negatief.

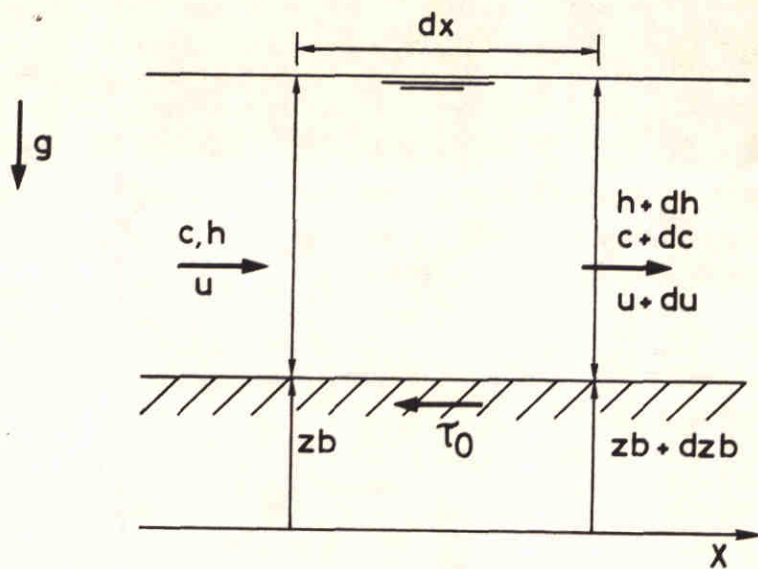


FIG. A.1
IMPULSBALANS
MENGSELSTROOM.

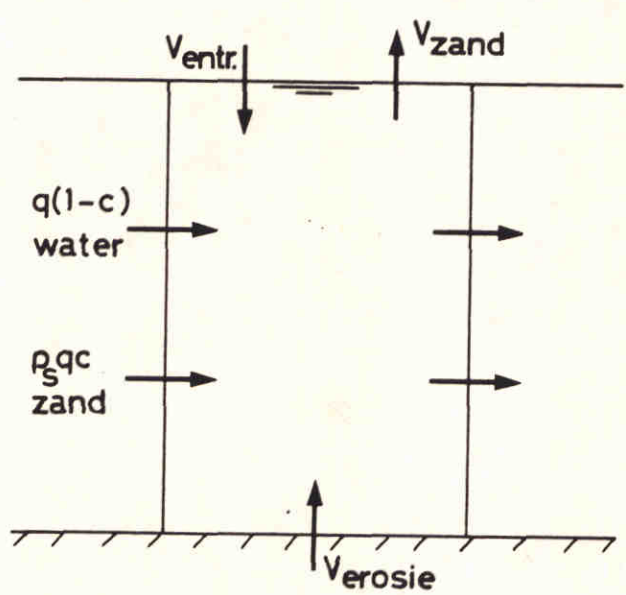


FIG. A.2
CONTINUITEITSBALANS
MENGSELSTROOM.

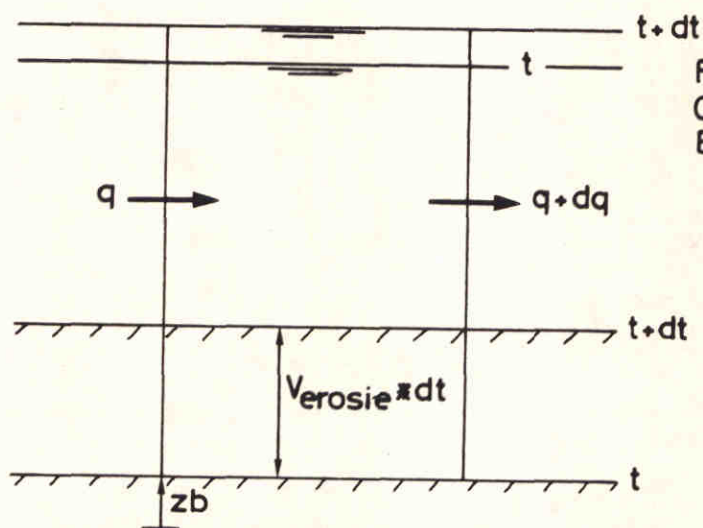


FIG. A.3
CONTINUITEITSBALANS
BODEM.

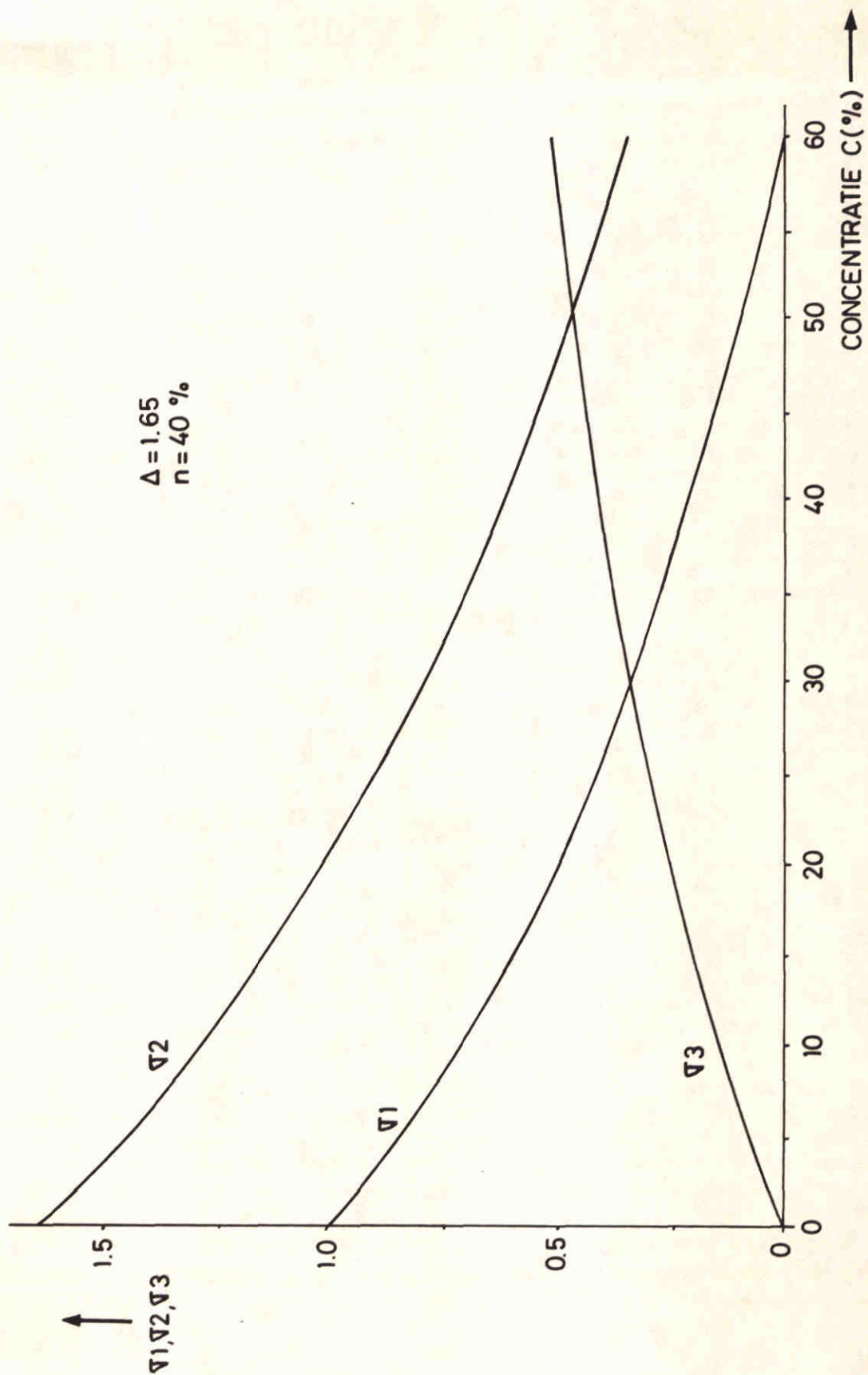
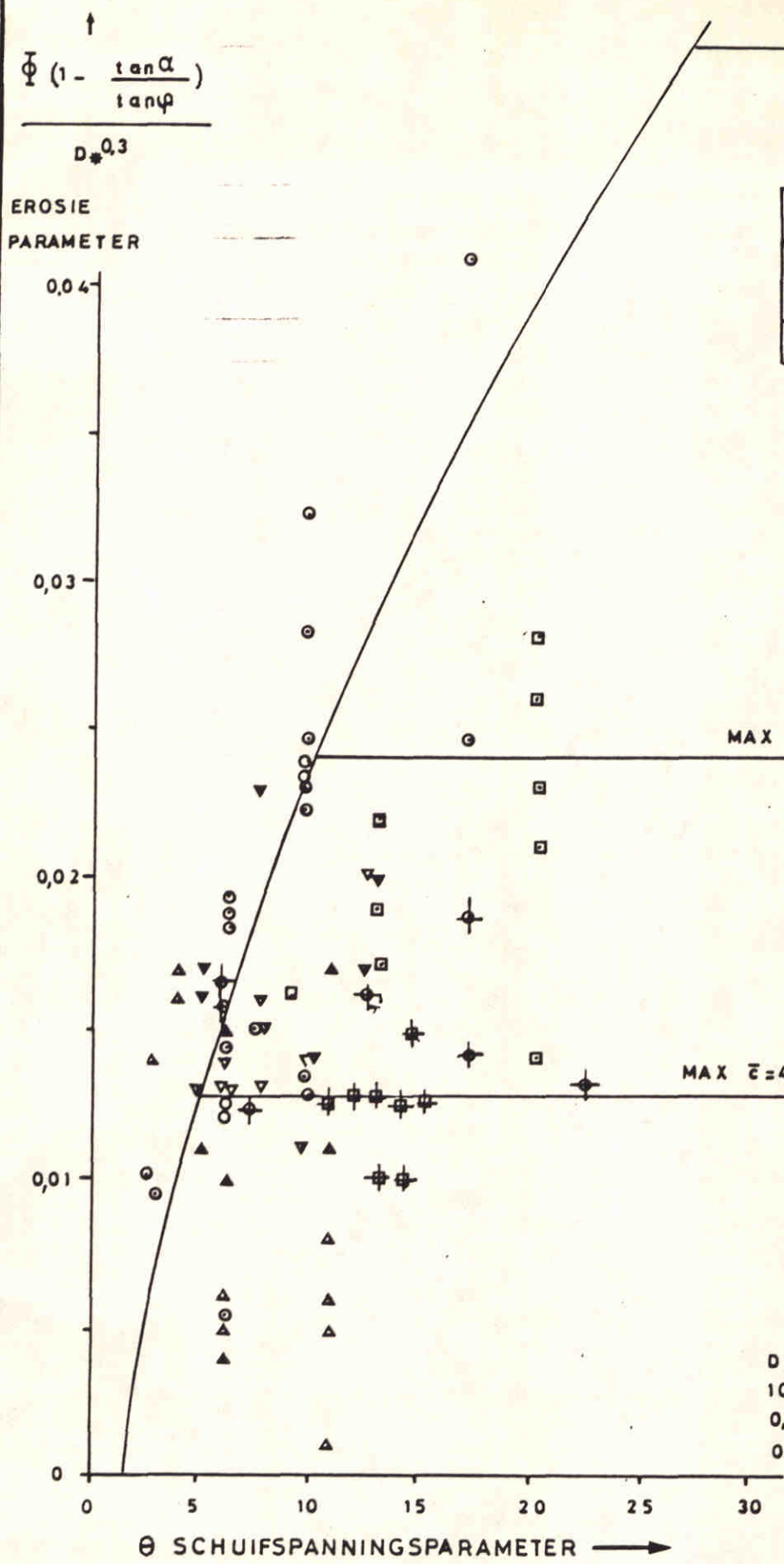


FIG. A.4 DICHTHEIDSPARAMETERS v_1, v_2, v_3



METINGEN

D = 120 μm					225 μm
proef ○	▲	▼	⊕	⊖	□
59,60	VIDEO	52,53	34,6	48	VIDEO
c = 10%		20%	40%	30%	10%

$0,01 \leq q \leq 0,15 \text{ m}^2/\text{s}$
 $D = 120, 225 \mu\text{m}$
 $10 \leq \bar{z} \leq 40\%$
 $0,5 \leq \bar{u} \leq 3 \text{ m/s}$
 $0 \leq \alpha \leq 30^\circ$

EROSIEFUNKTIE VOOR EEN ZAND-WATER MENGSELSTROOM



hoofdkantoor
Rotterdamseweg 185
postbus 177
2600 MH Delft
telefoon (015) 56 93 53
telefax (015) 61 96 74
telex 38176 hydnl

locatie 'De Voorst'
Voorsterweg 28, Marknesse
postbus 152
8300 AD Emmeloord
telefoon (05274) 29 22
telefax (05274) 35 73
telex 42290 hylvo-nl

