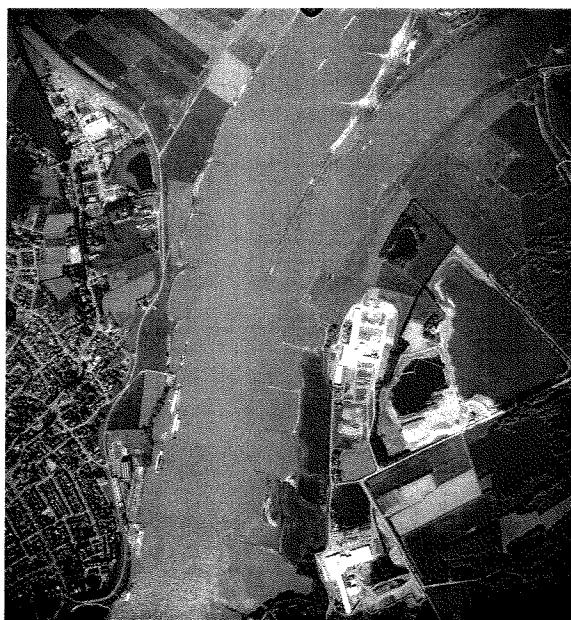


Bodemsprongen

Pannerdensche Kop en IJsselkop



Afstudeerverslag

TU Delft	Technische Universiteit Delft Faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen Sectie Waterbouwkunde	K.J.H.K. Asmerom Januari 2001
-----------------	---	----------------------------------

Bodemsprongen

Pannerdensche Kop en IJsselkop

de 1-dimensionale lokale bodemligging bij splitsingspunten van rivieren

Afstudeercommissie: Prof. dr. ir. H.J. de Vriend
Dr. ir. J. Sieben
Dr. ir. P.J. Visser
Ir. F.J. Havinga



RIZA
Rijksinstituut voor
Integraal Zoetwaterbeheer
en Afvalwaterbehandeling

TU Delft	Technische Universiteit Delft Faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen Sectie Waterbouwkunde	K.J.H.K. Asmerom Januari 2001
-----------------	---	----------------------------------

Voorwoord

Dit rapport “Bodemsprongen Pannerdensche Kop en IJsselkop” is geschreven als afstudeerscriptie bij de sectie Waterbouwkunde van de faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen van de TU Delft. Het onderwerp van deze scriptie is het gedrag van de bodemligging op een lokaal ruimtelijk schaalniveau bij splitsingspunten van rivieren. Het afstudeerwerk is verricht tijdens een 7 maanden durende stage bij het RIZA (Rijksinstituut voor Integraal Zoetwaterbeheer en Afvalwaterbehandeling), van waaruit de afstudeeropdracht is ontstaan.

In deze scriptie worden splitsingspunten op een 1-dimensionale wijze (dwarsdoorsnede geïntegreerd) beschouwd. Vanuit de theorie wordt begonnen met het verklaren van de ontwikkeling van meetdata betreffende de splitsingspunten Pannerdensche Kop en IJsselkop. Vervolgens is onderzocht in hoeverre de lokale bodemligging met een theoretisch model te reproduceren is. Tenslotte wordt gezocht naar de toepassing van vergaarde kennis, om het morfologisch gedrag van splitsingspunten t.g.v. nevengeulen te kunnen voorspellen.

Graag wil ik mijn afstudeercommissie, bestaande uit Prof. H.J. de Vriend, Dr. J. Sieben, Dr. P.J. Visser en Ir. F.J. Havinga, bedanken voor hun begeleiding gedurende het gehele traject. Tevens wil ik het RIZA hartelijk danken voor de afstudeerstage. Hierbij gaat mijn dank met name uit naar Arjan Sieben voor het vele leerzame overleg en naar Johan van Essen voor de hulp met de GIS bestanden. Tenslotte gaat mijn dank uit naar Antoine Wilbers van de Universiteit Utrecht, voor het ter beschikking stellen van de door hem voorbereide multibeam data.

Delft, januari 2001
Kasay Asmerom

Samenvatting

Ter vergroting van de afvoercapaciteit zullen er in de toekomst door aanleg van nevengeulen langs het riviereengebied nieuwe splitsingspunten ontstaan. Het is daarom belangrijk voldoende voorspellende kennis te hebben van het morfologisch gedrag van deze splitsingspunten.

In deze studie staat het 1-dimensionale gedrag van de lokale bodemligging t.p.v. splitsingspunten centraal. Bij een splitsingspunt zal de bodemligging zich namelijk stapsgewijs aanpassen aan de nieuwe omstandigheden benedenstrooms. De omvang van deze sprong in de bodemligging is afhankelijk van de geometrie en de in de tijd variërende hydraulische condities ter plaatse. Om tot meer inzicht te komen in het gedrag van bodemsprongen, zijn er in dit rapport meetdata betreffende de splitsingspunten Pannerdensche Kop en IJsselkop geanalyseerd.

Op lokaal schaalniveau wordt een splitsingspunt per benedenstroomse riviertak geschematiseerd als een overgangspunt naar een nieuwe rivierbreedte en als een onttrekkingspunt van afvoer en sediment. Hieruit volgt een evenwichtsuitdrukking voor de bodemsprong per riviertak. Tevens is er een relaxatiemodel af te leiden (Sieben, 1999) bestaande uit een gelineariseerde evenwichtsuitdrukking en een uitdrukking voor de morfologische tijdschaal. Met dit model, dat gebaseerd is op een quasi-stationaire rigid-lid benadering, wordt de aanpassing van bodemsprongen in de tijd beschreven.

M.b.v. een gevoeligheidsanalyse is de invloed nagegaan van een aantal coëfficiënten uit de evenwichtsuitdrukking voor de bodemsprong. Het meest opmerkelijk is hierbij de relatie tussen de k -waarde (machtscoëfficiënt afkomstig uit de knooppuntrelatie) en de n -waarde (machtscoëfficiënt afkomstig uit de transportformule van Engelund en Hansen). Vanwege falend limietgedrag voor grote afvoeronttrekkingen heeft k als hypothetische bovengrens de waarde van n . Deze hypothese lijkt enkel van belang te zijn bij splitsingspunten waar de afvoerverdeling sterk kan variëren en dus een extreme waarde aan kan nemen (kan bijvoorbeeld voorkomen bij splitsingspunten t.g.v. nevengeulen).

De bovenstaande hypothese lijkt met enkele aannames (afvoerverdeling is afhankelijk van de lokale bodemligging en morfologische tijdschaal is relatief kort) uitgebreid te kunnen worden tot een stabiliteitsvoorwaarde voor splitsingspunten gebaseerd op een lokaal schaalniveau. Wanneer k kleiner is dan n , is er sprake van een realistische maar instabiele beschrijving van de lokale bodemligging en wanneer k groter is dan n , geeft het model een niet-realistische maar wel stabiele beschrijving. Dit lijkt op de stabiliteitsvoorwaarde gebaseerd op een globaal schaalniveau (Wang, 1993), die luidt dat k groter moet zijn dan $n/3$ voor een stabiel splitsingspunt.

In de datasets met bodempeilingen betreffende de Pannerdensche Kop en de IJsselkop zijn de verschillende bodemsprongen duidelijk terug te vinden. In de lange termijn ontwikkeling van deze bodemsprongen is er tevens een sterke relatie waar te nemen met de hydraulische data.

Op basis van jaargemiddelde hydraulische invoer, geeft de evenwichtsuitdrukking voor het splitsingspunt Pannerdensche Kop een goede beschrijving van het lange termijn gedrag. De evenwichtsbodemligging t.p.v. het splitsingspunt IJsselkop is door toedoen van de stuwen in de Nederrijn sterk afvoerafhankelijk. Omdat in de bodempeilingen enkel de lokale

evenwichtsbodemligging behorende bij hoge afvoer is terug te vinden, lijkt dit splitsingspunt hoogwaterdominant te zijn. De evenwichtsbodemligging behorende bij lage afvoer wordt door de grotere morfologische tijdschaal niet bereikt. Toepassing van het relaxatiemodel met jaargemiddelde hydraulische invoer en een afvoerafhankelijke tijdschaal toont dit aan. De verhouding m_2/m_0 (lineaire coëfficiënten uit de transportformule van Engelund en Hansen) blijkt bij het afstemmen van de modelresultaten op de bodempeilingen een geschikte parameter te zijn voor de kalibratie.

Om het korte termijn gedrag van de lokale bodemligging te achterhalen, zijn multibeam data geanalyseerd van de Pannerdensche Kop bij hoogwateromstandigheden. Deze data lijken uit te wijzen, dat de morfologische tijdschaal van de bodemsprongen behorende bij deze extreme hydraulische omstandigheden een ordegrootte heeft van ongeveer een tiental dagen.

Inhoudsopgave

VOORWOORD	I
SAMENVATTING.....	II
LIJST VAN FIGUREN EN TABELLEN	VI
LIJST VAN SYMBOLEN	VIII
 HOOFDSTUK 1 INLEIDING.....	 1
1.1 ACHTERGROND VAN DE OPDRACHT.....	1
1.2 PROBLEEMSTELLING	2
1.3 DOELSTELLING	2
1.4 OPBOUW VAN HET RAPPORT.....	3
HOOFDSTUK 2 STUDIEGEBIED	4
HOOFDSTUK 3 THEORIE SPLITSINGSPUNTEN	8
3.1 INLEIDING	8
3.2 GLOBAAL NIVEAU	9
3.2.1 Inleiding en schematisatie.....	9
3.2.2 Evenwichtsoplossing	11
3.2.3 Evaluatie	13
3.3 LOKAAL NIVEAU	14
3.3.1 Inleiding en schematisatie.....	14
3.3.2 Evenwichtsoplossing	15
3.3.3 Relaxatiemodel.....	17
3.3.4 Evaluatie	21
HOOFDSTUK 4 GEVOELIGHEIDSANALYSE BODEMSPRONG.....	22
4.1 INLEIDING	22
4.2 PLOTS	23
4.3 VERKLARING VAN RESULTATEN.....	27
4.4 HYPOTHETISCHE STABILITEITSEIS BODEMSPRONG	29
4.5 KALIBRATIE EIGENSCHAPPEN.....	31
HOOFDSTUK 5 LANGE TERMIJN ONTWIKKELING.....	33
5.1 INLEIDING	33
5.2 ANALYSE MEETDATA	34
5.2.1 Waterstanden en afvoerdata	34
5.2.2 Bodempeilingen.....	36

5.3 MODELONDERZOEK	40
5.3.1 Toetsing evenwichtsuitdrukking.....	40
5.3.2 Toepassing relaxatiemodel	45
HOOFDSTUK 6 HOOGWATERONTWIKKELING.....	49
6.1 INLEIDING	49
6.2 ANALYSE MEETDATA	50
6.2.1 Waterstanden en afvoerdata	50
6.2.2 Multibeam data	52
6.3 MODELONDERZOEK	56
HOOFDSTUK 7 CONCLUSIES EN AANBEVELINGEN.....	60
7.1 CONCLUSIES	60
7.2 AANBEVELINGEN	62
LITERATUURLIJST	62
BIJLAGE 1 ACHTERGROND KNOOPPUNTRELATIE	63
BIJLAGE 2 STABILITEIT VAN HET EVENWICHT	66
BIJLAGE 3 KALIBRATIE.....	71
BIJLAGE 4 OPGESPLITSTE KALIBRATIE.....	73
BIJLAGE 5 OPGESPLITSTE KALIBRATIE (GELIN. UITDRUKKING).....	75
BIJLAGE 6 STATISTISCHE WAARDEN CLIPS	77

Lijst van figuren en tabellen

figuren:

- 1-1 bodemlangsprofiel Pannerdensche Kop (jaarlijkse dwarspeilingen, 1998)

- 2-1 Nederland ten tijde van de Romeinen
- 2-2 Splitsing van de Bovenrijn
- 2-3 huidige rivierloop + stuwen

- 3-1 assenstelsel
- 3-2 schematisatie globaal niveau (bovenaanzicht)
- 3-3 schematisatie lokaal niveau (langsdoorsnede)
- 3-4 onttrekkingslengte (bovenaanzicht)
- 3-5 werking relaxatiemodel

- 4-1 plots coëfficiënt k
- 4-2 plots coëfficiënt n
- 4-3 plots coëfficiënt m_2/m_0
- 4-4 stabiliteit bodemsprong
- 4-5 relatie tussen k en n

- 5-1 jaargemiddelde afvoer en waterhoogte
- 5-2 jaargemiddelde afvoerverdeling
- 5-3 raainummering
- 5-4 bodemlangsprofielen Pannerdensche Kop (10-jarig gemiddelde)
- 5-5 bodemlangsprofielen IJsselkop (10-jarig gemiddelde)
- 5-6 bodemsprongen Pannerdensche Kop
- 5-7 bodemsprongen IJsselkop
- 5-8 voortschrijdend gemiddelde Bovenrijnafvoer
- 5-9 bodemsprongen Pannerdensche Kop (dimensieloos)
- 5-10 bodemsprongen IJsselkop (dimensieloos)
- 5-11 bodemsprongen Pannerdensche Kop (dimensieloos, opgesplitste kalibratie)
- 5-12 bodemsprongen IJsselkop (dimensieloos, opgesplitste kalibratie)
- 5-13 relaxatiemodel op basis van daginvoer IJssel (1994)
- 5-14 toepassing relaxatiemodel Nederland
- 5-15 toepassing relaxatiemodel IJssel
- 5-16 bodemsprongen IJsselkop (dimensieloos, opgesplitste kalibratie, relaxatiemodel)

- 6-1 afvoer en waterhoogte gedurende hoogwater
- 6-2 afvoerverdeling gedurende hoogwater
- 6-3 multibeam data met clips (Pannerdensche Kop)
- 6-4 bodemlangsprofiel naar de Waal (6 clips)
- 6-5 bodemlangsprofiel naar de Waal (middeling van clips)
- 6-6 bodemlangsprofiel naar het Pannerdensch Kanaal (6 clips)
- 6-7 bodemlangsprofiel naar het Pannerdensch Kanaal (middeling van clips)

- 6-8 bodemsprong Waal in de tijd
- 6-9 bodemsprong Pannerdensch Kanaal in de tijd
- 6-10 bodemsprong Waal (evenwichtswaarden, multibeam data)
- 6-11 bodemsprong Pannerdensch Kanaal (evenwichtswaarden, multibeam data)
- 6-12 bodemsprong Waal (evenwichtswaarden, relaxatie model)
- 6-13 bodemsprong Pannerdensch Kanaal (evenwichtswaarden, relaxatie model)

- B1-1 sedimentverdeling Pannerdensche Kop (schaalmodel)
- B1-2 sedimentverdeling Pannerdensche Kop (metingen ter plaatse)
- B1-3 sedimentverdeling IJsselkop (schaalmodel)

- B2-1 fasediagrammen stabiliteit

tabellen:

- 4-1 kalibratie eigenschappen

- 5-1 kalibratie evenwichtsuitdrukking
- 5-2 opgesplitste kalibratie evenwichtsuitdrukking
- 5-3 opgesplitste kalibratie gelineariseerde evenwichtsuitdrukking

Lijst van symbolen

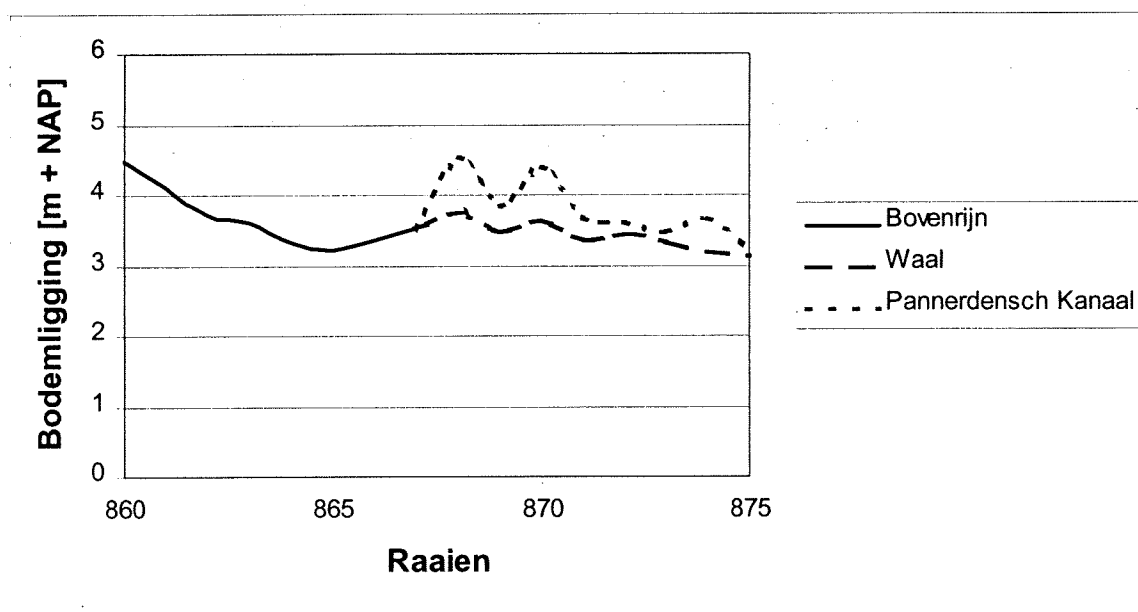
A	rivierdoorsnede	[m ²]
a	waterdiepte	[m]
B	rivierbreedte	[m]
C	Chézy coëfficiënt	[m ^{1/2} /s]
c	morfologische voortplantingssnelheid	[m/s]
D	korrelgrootte sediment	[m]
g	zwaartekracht versnelling	[m/s ²]
h	waterhoogte	[m]
i _b	bodemverhang	[-]
j	index	[-]
k	machtscoëfficiënt uit knooppuntrelatie	[-]
L	lengte	[m]
m	lineaire coëfficiënt uit sedimenttransport formule	[s ⁿ⁻¹ /m ⁿ⁻²]
n	machtscoëfficiënt uit sedimenttransport formule	[-]
Q	afvoer	[m ³ /s]
q	afvoer p.e.v. breedte (specifiek debiet)	[m ² /s]
S	sedimenttransport	[m ³ /s]
s	sedimenttransport p.e.v. breedte	[m ² /s]
T	tijdschaal	[s]
t	tijd	[s]
u	stroomsnelheid	[m/s]
V	volume	[m ³]
x	afstand langs rivieras	[m]
z	bodemligging	[m]
α	constante coëfficiënt	[-]
β	constante coëfficiënt	[-]
ΔQ	afvoeronttrekking	[m ³ /s]
ΔS	sedimentonttrekking	[m ³ /s]
Δz	bodemsprong	[m]
Δ	relatieve dichtheid	[-]
λ	eigenwaarde matrix	[-]

Hoofdstuk 1 Inleiding

1.1 Achtergrond van de opdracht

Om het rivierengebied te beschermen tegen hoogwater, is er in het project "Ruimte Voor Rijntakken" onderzocht hoe de waterafvoercapaciteit van de Rijn op een duurzame manier vergroot kan worden. De aanleg van nevengeulen is hierin één van de voorgestelde maatregelen.

Een logisch gevolg van het aanleggen van nevengeulen, is het ontstaan van splitsingspunten langs rivieren. Het is belangrijk kennis te hebben van het gedrag van deze splitsingspunten, i.v.m. het voorspellen van morfologische ontwikkelingen. Zo zal de lokale bodemligging t.p.v. het splitsingspunt zich stapsgewijs aanpassen aan de nieuwe omstandigheden in de benedenstroomse riviertakken. De omvang van deze sprong in de bodemligging is o.a. afhankelijk van de hydraulische condities ter plaatse en zal dus variëren in de tijd. Hierdoor zullen er benedenstrooms bodemgolven ontstaan (te zien in figuur 1-1) die bijvoorbeeld hinderlijk kunnen zijn voor de scheepvaart. Ook de verdere ontwikkeling van nevengeulen zal afhankelijk zijn van de lokale bodemligging bij het splitsingspunt, waardoor bij de aanleg voldoende voorspellende kennis noodzakelijk is.



figuur 1-1; bodemlangsprofiel Pannerdensche Kop (jaarlijkse dwarspeilingen, 1998)

Omdat er nog weinig ervaring is opgedaan met nevengeulen, heerst er over het morfologische gedrag van deze splitsingspunten onzekerheid. Meer is er bekend over normale splitsingspunten van rivieren. Zo beschikt het RIZA (Rijksinstituut voor Integraal Zoetwaterbeheer en Afvalwaterbehandeling) over veel meetgegevens betreffende de splitsingspunten Pannerdensche Kop en IJsselkop. Omdat een analyse van deze data een goed startpunt is, om tot meer inzicht te komen in het morfologische gedrag van

splitsingspunten in het algemeen, is bij de afdeling Rivieren van het RIZA deze afstudeeropdracht ontstaan.

In deze studie zullen splitsingspunten op een 1-dimensionale wijze (dwarsdoorsnede geïntegreerd) beschouwd worden. M.b.v. literatuuronderzoek is er begonnen met het verzamelen van theoretische kennis. Vervolgens worden meetdata betreffende de lange termijn ontwikkeling van de splitsingspunten Pannerdensche Kop en IJsselkop onderzocht, waarna geprobeerd wordt deze lokale bodemligging met een theoretisch model te reproduceren. Tenslotte zal het korte termijn gedrag van de lokale bodemligging tijdens hoogwateromstandigheden bestudeerd worden. Gedurende deze studie zal onderzocht worden in hoeverre vergaarde kennis van toepassing kan zijn om het morfologische gedrag van splitsingspunten t.g.v. nevengeulen te kunnen voorspellen.

1.2 Probleemstelling

Er is gebrek aan inzicht om het morfologische gedrag van splitsingspunten nauwkeurig te kunnen voorspellen. Hierbij staat in deze studie het 1-dimensionale gedrag van de lokale bodemligging centraal.

1.3 Doelstelling

De algemene doelstelling van deze studie is het verwerven van inzicht in de lokale bodemligging van splitsingspunten. Hierbij gaat het met name om het gedrag van de beide bodemsprongen ter plaatse.

Getracht wordt een antwoord te vinden op de volgende onderzoeksvragen:

- Hoe verloopt de lange termijn ontwikkeling van de lokale bodemligging t.p.v. de splitsingspunten Pannerdensche Kop en IJsselkop en op welke wijze beïnvloeden hoogwaters en rivierkundige ingrepen deze ontwikkeling?
- In hoeverre is deze lange termijn ontwikkeling van de lokale bodemligging met een theoretisch 1-dimensionaal model te reproduceren?
- Hoe is het korte termijn gedrag van de lokale bodemligging bij splitsingspunten tijdens hoogwateromstandigheden?
- Kan het verkregen inzicht gebruikt worden bij het voorspellen van het morfologisch gedrag van splitsingspunten t.g.v. nevengeulen?

1.4 Opbouw van het rapport

In hoofdstuk 2 wordt een omschrijving gegeven van het studiegebied (de splitsingspunten Pannerdensche Kop en IJsselkop). Hierin worden enkele belangrijke historische ingrepen en ontwikkelingen beschreven.

In hoofdstuk 3 wordt aan de hand van een literatuurstudie, de theoretische achtergrond van de morfologie van splitsingspunten op 1-dimensionale wijze behandeld. Hierbij wordt er onderscheid gemaakt tussen twee ruimtelijke schaalniveau's, globaal niveau (morfologie van riviertakken) en lokaal niveau (morfologie van het splitsingspunt).

Hoofdstuk 4 vervolgt met een gevoeligheidsanalyse van de evenwichtsuitdrukking voor de bodemsprong. In deze gevoeligheidsanalyse wordt de invloed van een aantal parameters op de omvang van de bodemsprong achterhaald. Dit wordt vervolgens uitgewerkt tot een tweetal hypothesen betreffende realistisch limietgedrag en lokale stabiliteit.

In hoofdstuk 5 wordt de lange termijn ontwikkeling van de splitsingspunten Pannerdensche Kop en IJsselkop geanalyseerd en nagespeeld. Dit gebeurt d.m.v. data analyse en modelonderzoek.

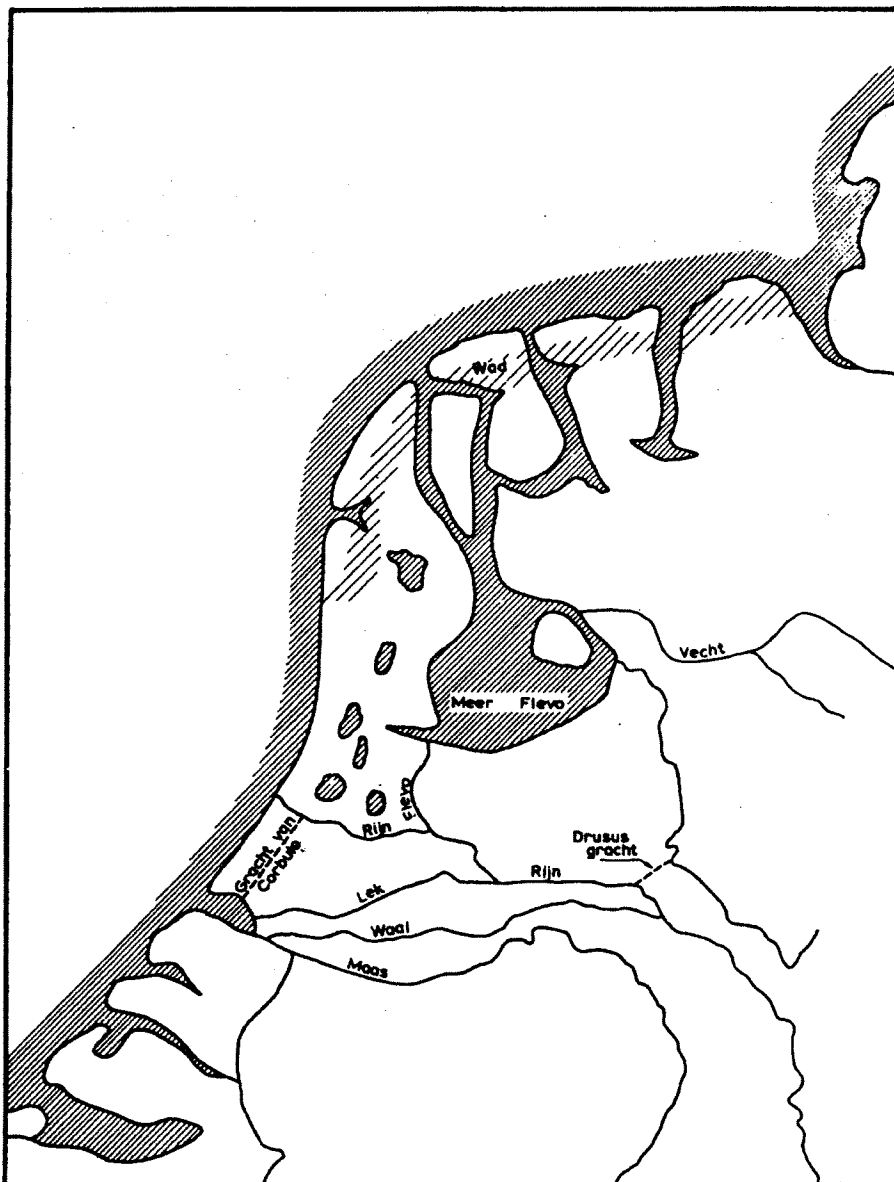
In hoofdstuk 6 wordt het korte termijn gedrag gedurende hoogwateromstandigheden onderzocht. Dit gebeurt eveneens d.m.v. data analyse en modelonderzoek.

Hoofdstuk 7 bevat tenslotte de conclusies en aanbevelingen.

Hoofdstuk 2 Studiegebied

Het Nederlandse rivierengebied is in het verleden aan vele veranderingen onderhevig geweest. De huidige benedenloop van de Rijn verschilt daarom in grote mate met de benedenloop in vroeger tijde.

Zo'n 200.000 jaar geleden werd tijdens de Saale-ijstijd de aanvankelijk in noordelijke richting stromende Rijn naar het westen afgebogen. In de periode die hierop volgde, het Eem-interglaciaal (90.000 – 70.000 v.C.) herstelde de stroomrichting zich en stroomde de Rijn via het huidige IJsseltracé noordwaarts. Gedurende de daaropvolgende Weichsel-ijstijd (70.000 – 9.000 v.C.), werd de stroomrichting wederom afgebogen naar het westen, wat vanaf toen de overwegende stroomrichting zou blijven.



figuur 2-1; Nederland ten tijde van de Romeinen

Ten tijde van de Romeinen splitste de Bovenrijn zich nabij Kleef (bovenstrooms van het huidige splitsingspunt Pannerdensche Kop) in de Waal en de Nederrijn. De Waal stroomde uit in een gezamenlijke zeemonding met de Maas, de Schelde, en enkele overige Rijntakken. De Nederrijn had tot aan Wijk bij Duurstede ongeveer zijn huidige rivierloop en ging vanaf daar verder via het tracé van de Kromme Rijn en de Oude Rijn. Een nevengeul ter hoogte van Wijk bij Duurstede heeft zich vervolgens door ontwikkeld tot de Lek en de Hollandsche IJssel.

Rond het begin van de jaartelling vond voor het eerst menselijk ingrijpen plaats met als doel de afvoerverdeling te beïnvloeden. De Romeinen legden bij de splitsing van de Bovenrijn een dam aan, om i.v.m. de bevaarbaarheid meer water naar de Nederrijn te sturen. Ook werden er kanalen gegraven om verschillende riviertakken met elkaar te verbinden, zo is waarschijnlijk de Drususgracht gegraven als verbindingsweg tussen de Oude IJssel en de Nederrijn (zie figuur 2-1).

Vanaf de Middeleeuwen werden, door een toename van de bevolkingsomvang, langs de rivieren veengronden ontgonnen. Door het creëren van deze polders, ontstond er een sterke inklinking van het veen en werd het keren van rivierwater steeds belangrijker. Op deze wijze ontstond de grootschalige bedijking van de rivieren. Dit leidde in de 12^e en 13^e eeuw tot de oprichting van de eerste waterschappen.

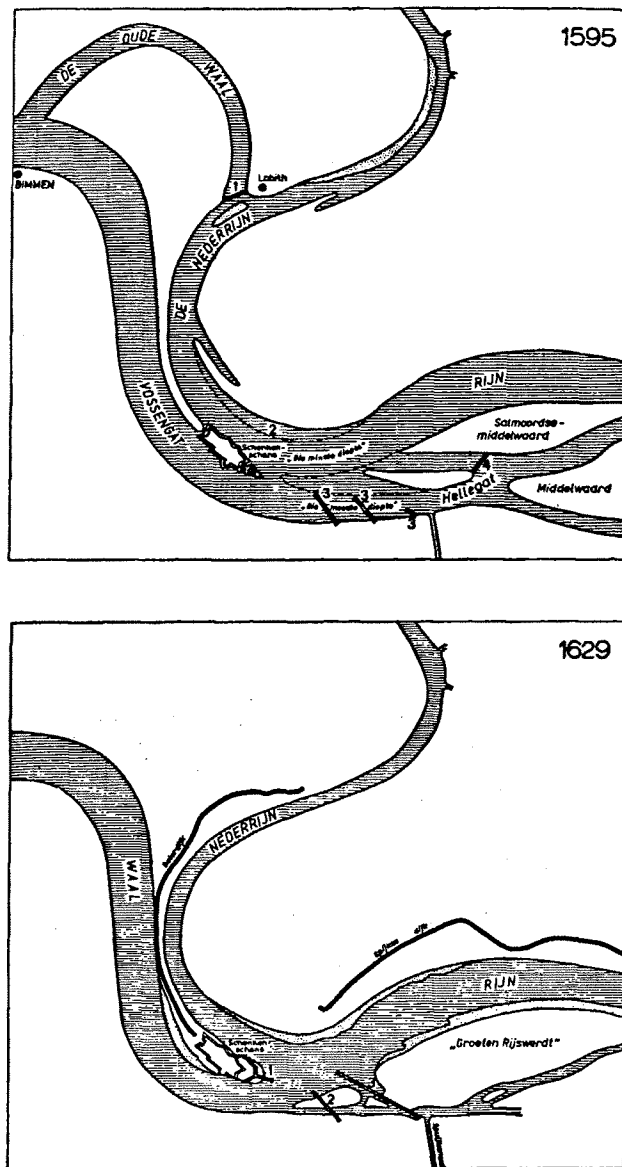
Een gevolg van de bedijking was dat sedimentatie zich ging beperken tot een smallere zone, waardoor het rivierbed omhoog kwam. Deze ontwikkeling versterkte de noodzaak van het keren van water. Ondanks de bedijking hadden de rivieren toch nog steeds een grote dynamiek. Tussen de bandijken waren er op vele plaatsen meerdere geulen aanwezig en er was nog geen sprake van een duidelijk zomer- en winterbed. Ook waren er regelmatig dijkdoorbraken waardoor er wielen (diepe kolken) achter de oorspronkelijke dijken ontstonden.

In de Middeleeuwen vonden enkele stormvloed plaats die van invloed zijn geweest op de vorming van het rivierenlandschap. De meest ingrijpende hiervan was de St. Elizabethsvloed (1421). Door deze stormvloed overstroomde de Grote Waard bij Dordrecht wat leidde tot het ontstaan van het getijdengebied de Biesbosch. Dit had een landinwaartse verschuiving van de monding van de Waal tot gevolg, waardoor het verhang van deze rivier steiler werd. Als reactie hierop is de Waal meer afvoer gaan opeisen, ten koste van de overige Rijntakken, de Nederrijn en de IJssel.

Ook veranderingen in de geometrie van het splitsingspunt hebben geleid tot een toename van de Waalafvoer. Zo was het splitsingspunt in eerste instantie T-vormig, wat ongunstig uitpakte voor de aftakkende Waal. Door een bovenstroomse doorbraak van een stroomrug ontstond er een nieuwe aftakking van de Waal nabij de vesting Schenkenschans (het Vossegat) die de taak van het oude splitsingspunt overnam (zie figuur 2-2). Dit nieuwe splitsingspunt had een zodanige geometrie dat de afvoer van de Waal toenam en die van de Nederrijn afnam.

De nieuwe afvoerverdeling was nadelig voor de steden benedenstrooms van de Nederrijn. Daarom vonden in de 17^e eeuw ingrepen plaats bij het splitsingspunt om de Nederrijn-afvoer te herstellen. Deze ingrepen waren vaak weinig succesvol en hadden soms een tegengesteld resultaat, bovendien was er tegenwerking door de steden benedenstrooms van de Waal (Nijmegen en Dordrecht). Naar schatting kwam eind 17^e eeuw door verzanding nog maar

1/24^e deel van de Bovenrijn-afvoer in de Nederrijn terecht. Voor de IJssel bleven de gevolgen hiervan nog enigszins beperkt dankzij de toevoer van enkele zijrivieren.



figuur 2-2; splitsing van de Bovenrijn

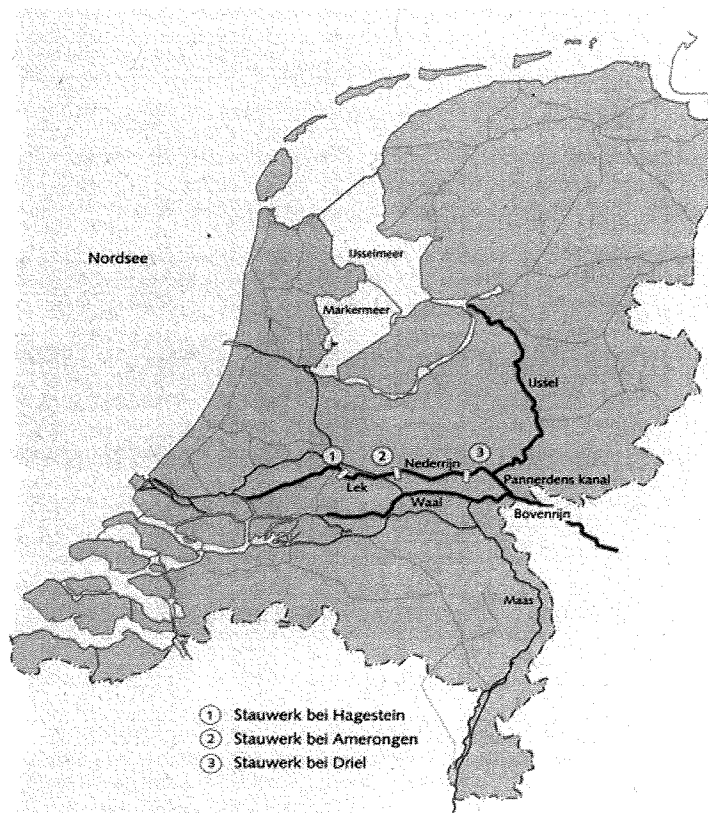
Begin 18^e eeuw werd i.v.m. de strategische barrière functie van de Nederrijn en de IJssel besloten tot grootschalige maatregelen. Er werd benedenstrooms van het oude splitsingspunt een nieuwe bovenmond voor de Nederrijn gegraven, het Pannerdensch Kanaal. De oude bovenmond, die de naam de Oude Rijnmond kreeg, werd afgesloten. Vervolgens werd er ook besloten om verbeteringswerken uit te voeren bij de IJsselkop, om een gelijke afvoerverdeling over dit splitsingspunt te verkrijgen.

Door uitschuring van het Pannerdensch Kanaal trad er echter al snel aanzanding op in de IJssel, wat tot gevolg had dat de Nederrijn teveel afvoer kreeg. Bovendien ging na verloop van tijd de Oude Rijnmond weer open, waardoor de Nederrijn nog een extra hoeveelheid water te verwerken kreeg. Het probleem van te lage rivierafvoeren veranderde in een probleem van wateroverlast.

Halverwege de 18^e eeuw werd na onderhandelingen overeenstemming bereikt over de afvoerverdeling. Vastgelegd werd een verdeling van 2/3 voor de Waal, 2/9 voor de Nederrijn en 1/9 voor de IJssel. Om dit te bereiken werden er maatregelen genomen om de verruiming van het Pannerdensch Kanaal tegen te gaan. Hiernaast werd eind 18^e eeuw de Oude Rijnmond opnieuw afgesloten en is er een nieuwe bovenmond voor de IJssel uitgegraven.

In de 19^e eeuw kwam de normalisatie van de rivieren op gang. Er werden dammen en zomerkaden aangelegd i.v.m. de winning van landbouwgrond en de steenfabricage. Ook vonden er enkele bochtafsnijdingen plaats en begon de grootschalige aanleg van kribben. Dit gebeurde aanvankelijk met name langs de Bovenrijn en de Waal vanwege het belang van deze scheepvaartroute. Eind jaren '20 van de 20^e eeuw was ook de aanleg van kribben langs de overige Rijntakken voltooid.

Halverwege de 20^e eeuw begon in Nederland de Rijnkanalisatie. Er werden in de Nederrijn stuwen aangelegd bij Hagestein, Amerongen en Driel (zie figuur 2-3), die vanaf 1970 in bedrijf gingen. Doel van deze stuwen is het reguleren van de afvoerverdeling en daarmee de waterstand. Bij een periode van lage rivierafvoer worden deze stuwen gesloten om het waterpeil van de Waal i.v.m. de scheepvaart, op niveau te houden. De stuwen, die zijn uitgerust met turbines, kunnen naast het reguleren van de afvoer ook nog energie opwekken.



figuur 2-3; huidige rivierloop + stuwen

Toekomstige plannen voor het rivierengebied zijn weergegeven in het project 'Ruimte voor Rijntakken'. Hierin worden maatregelen voorgesteld om de afvoercapaciteit van de Rijn te vergroten. Deze mogelijke ingrepen zijn samengesteld om de verschillende rivierfuncties (zoals veiligheid, scheepvaart, landbouw, natuur, etc.) op een goede wijze met elkaar te combineren. Het aanleggen van nevengeulen is zo'n mogelijke ingreep.

Hoofdstuk 3 Theorie splitsingspunten

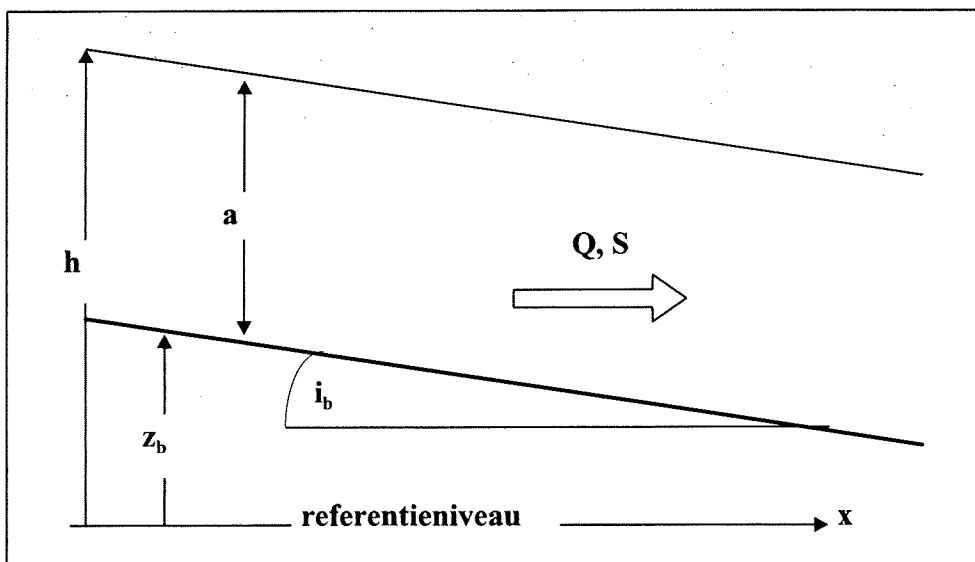
3.1 Inleiding

Op basis van literatuuronderzoek (zie literatuurlijst, blz. 62), wordt in dit hoofdstuk een theoretische achtergrond van de morfologie van splitsingspunten beschreven. Hierbij wordt er onderscheid gemaakt tussen twee ruimtelijke schaalniveau's, een globaal schaalniveau en een lokaal schaalniveau.

Paragraaf 3.2 behandelt splitsingspunten vanuit het globale schaalniveau. Het splitsingspunt wordt hierbij beschouwd als het verbindingspunt van riviertakken in een 1-dimensionaal netwerkmodel. Op deze schaal komt de morfologische ontwikkeling op riviertak niveau aan de orde t.g.v. de interactie tussen de takken via het splitsingspunt.

In paragraaf 3.3 wordt de morfologie van splitsingspunten op lokaal niveau beschreven. Bij deze ruimteschaal gaat het om de bodemligging t.p.v. het splitsingspunt zelf. Centraal hierbij staat het gedrag van de bodemsprong, een stapsgewijze aanpassing van de lokale bodemligging.

Het hieronder (figuur 3-1) gedefinieerde 1-D assenstelsel zal in het vervolg gebruikt worden. De verklaring van gebruikte symbolen is terug te vinden op blz. VIII.

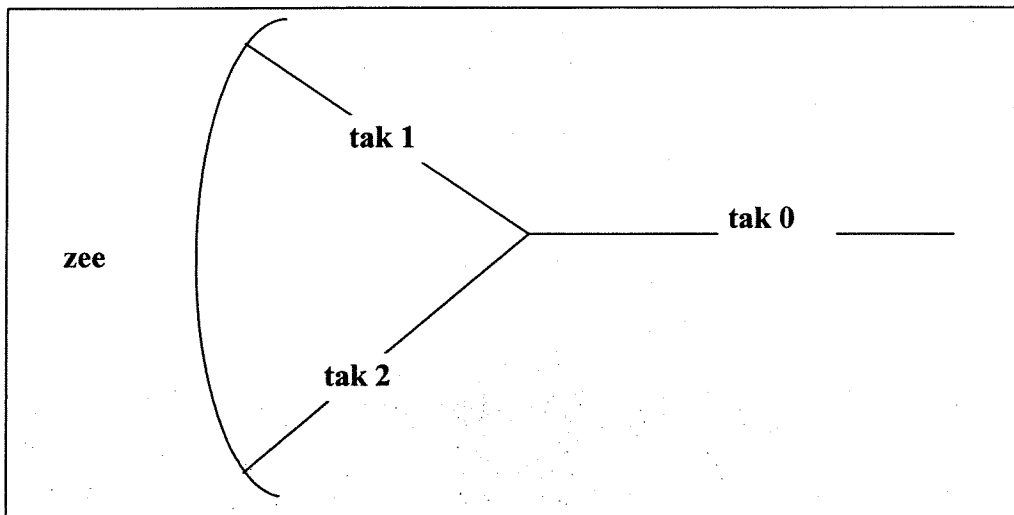


figuur 3-1; assenstelsel

3.2 Globaal niveau

3.2.1 Inleiding en schematisatie

Bij een splitsingspunt hebben de drie aanwezige riviertakken, bij een constante rivierafvoer, allen hun eigen evenwichtstoestand. Het splitsingspunt, het punt waar de takken elkaar ontmoeten, vormt de aansluiting.



figuur 3-2; schematisatie globaal niveau (bovenaanzicht)

De evenwichtstoestand van de bovenstroomse riviertak kan bepaald worden met de onderstaande formule (waterbewegingsvergelijking van Chézy) wanneer er naast de afvoer ook de rivierbreedte, de weerstand en het verhang van deze tak bekend zijn. Hierbij wordt uniforme stroming aangenomen.

$$a_{e0} = \sqrt[3]{\frac{Q_0^2}{B_0^2 C_0^2 i_0}} \quad (3.1)$$

De evenwichtstoestand van de twee benedenstroomse riviertakken wordt beschreven door acht onbekenden. Dit zijn per riviertak, de evenwichtsdiepte, het evenwichtsverhang, de afvoer en het sedimenttransport. Aangenomen wordt dat de rivierbreedte, de weerstand en de lengte van beide takken bekend zijn.

Om deze acht onbekenden op te lossen zijn er acht vergelijkingen nodig. Deze vergelijkingen zijn de volgende:

De waterbewegingsvergelijking voor beide riviertakken:

$$Q_j = B_j C_j a_j^{\frac{3}{2}} i_j^{\frac{1}{2}} \quad j = 1, 2 \quad (3.2)$$

De sedimenttransport vergelijking voor beide riviertakken:

$$S_j = B_j m_j C_j^n a_j^{\frac{n}{2}} i_j^{\frac{n}{2}} \quad j = 1, 2 \quad (3.3)$$

De continuïteitsvergelijkingen voor sediment en afvoer:

$$S_0 = S_1 + S_2 \quad (3.4)$$

$$Q_0 = Q_1 + Q_2 \quad (3.5)$$

De verhangvergelijking (de waterstand kan voor lage Froude getallen geen discontinuïteit vertonen):

$$L_1 i_1 = L_2 i_2 \quad (3.6)$$

En tenslotte een vergelijking die het aangevoerde sediment verdeelt over de twee benedenstroomse riviertakken, de knooppuntrelatie (zie verder bijlage 1).

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{Q_1}{Q_2} \right)^k \left(\frac{B_1}{B_2} \right)^{1-k} \quad (3.7)$$

3.2.2 Evenwichtsoplossing

Uitwerking van de, in de vorige paragraaf beschreven, acht vergelijkingen levert de evenwichtstoestand op van de benedenstroomse riviertakken. In deze situatie is het sedimenttransport in de benedenstroomse takken gelijk aan de sedimenttoelevering, opgelegd door de knooppuntrelatie.

Als voorbeeld wordt gekeken naar een splitsingspunt met twee symmetrische riviertakken, waarvoor de onderstaande kenmerken gelden:

- $B_1 = B_2 = B_0/2$
- $C_1 = C_2 = C_0$
- $L_1 = L_2$

Uitwerking, met de in de vorige paragraaf beschreven acht vergelijkingen, levert voor dit symmetrische splitsingspunt de volgende evenwichtstoestand op:

- $a_1 = a_2 = a_0$
- $i_1 = i_2 = i_0$
- $Q_1 = Q_2 = Q_0/2$
- $S_1 = S_2 = S_0/2$

Wanneer dit evenwicht in de benedenstroomse takken verstoort wordt (bijv. door baggerwerkzaamheden) zal de sedimenttoevoer niet meer gelijk zijn aan het sedimenttransport. Hierdoor zal er in deze riviertakken sedimentatie en erosie optreden. Het splitsingspunt kan zich als reactie hierop volgens drie scenario's verder ontwikkelen:

1. Terugkeer naar de oorspronkelijke evenwichtssituatie
2. Tak 2 sluit zich, alles via tak 1
3. Tak 1 sluit zich, alles via tak 2

Dit kan achterhaald worden door voor beide benedenstroomse riviertakken de onderstaande massabalans voor sediment uit te werken (Wang, Fokkink en Karssen, 1993; zie ook bijlage 2).

$$\frac{da_j}{dt} = \frac{S_{ej} - S_j}{B_j L_j} \quad j = 1, 2 \quad (3.8)$$

Afhankelijk van de grootte van de coëfficiënt k (afkomstig uit de knooppuntrelatie; vgl 3.7) kan voorspeld worden hoe de reactie van het splitsingspunt zal zijn op de verstoring van het evenwicht.

Wanneer k groter is dan $n/3$, zal er sprake zijn van een stabiel splitsingspunt. De verstoring zal uitdempen in de tijd en het splitsingspunt zal terugkeren naar de oorspronkelijke evenwichtstoestand.

Splitsingspunten waarbij k kleiner is dan $n/3$ zijn instabiel. De verstoring zal groeien, wat tot gevolg zal hebben dat een riviertak dichtslibt. Het splitsingspunt zal t.g.v. de verstoring ophouden te bestaan.

De onwaarschijnlijke situatie waarbij k gelijk is aan $n/3$, heeft tot gevolg dat iedere verstoring meteen een situatie van evenwicht is.

De tijdschalen (de tijdsduur waarin de verstoring groeit of slinkt met een factor e) van dit proces, worden met de volgende uitdrukkingen beschreven (Fokkink, 1995):

$$T = \begin{cases} \frac{2}{3k-n} \frac{B_0 a_0 L_j}{S_0} & (3.9) \\ \frac{1}{n} \frac{B_0 a_0 L_j}{S_0} & (3.10) \end{cases}$$

Van deze beide uitdrukkingen, zal de tijdschaal met de grootste absolute waarde dominant zijn. Te zien valt, dat dit afhankelijk is van de grootte van de coëfficiënt k .

3.2.3 Evaluatie

De knooppuntrelatie voor het splitsingspunt Pannerdensche kop ziet er als volgt uit (zie bijlage 1):

$$\frac{S_1}{S_2} = 0,51 \left(\frac{Q_1}{Q_2} \right)^{2,16} \quad (3.11)$$

Wanneer wordt aangenomen, dat de transportformule van Engelund en Hansen ($n = 5$) t.p.v. het splitsingspunt Pannerdensche Kop een geschikte bewegingsvergelijking voor sediment is, kan worden gesteld dat dit splitsingspunt stabiel is ($k > 5/3$).

Wegens het ontbreken van een knooppuntrelatie voor de IJsselkop, is het moeilijk om voor dit splitsingspunt een uitspraak te doen betreffende de stabiliteit. Door de stuwen in de Nederrijn is er namelijk een sterke regulering van de afvoerverdeling waardoor datasets een uitzonderlijke verdeling van het aangevoerde sediment aangeven. Deze datasets (zie bijlage 1) zijn niet te beschrijven met een knooppuntrelatie.

Om de ordegraote te bepalen van de tijdschaal voor de morfologische ontwikkelingen op globaal schaalniveau, zullen er enkele aannames gedaan moeten worden.

Voor het splitsingspunt Pannerdensche Kop worden de volgende geometrische groottes veronderstelt; $L = 100$ km, $B_0 = 340$ m, en $a_0 = 6$ m. Met een gemiddeld bovenstrooms sedimenttransport van $160 \text{ m}^3/\text{dag}$, wordt gevonden dat de relaxatietijd ongeveer $T = 300$ jaar zal bedragen.

3.3 Lokaal niveau

3.3.1 Inleiding en schematisatie

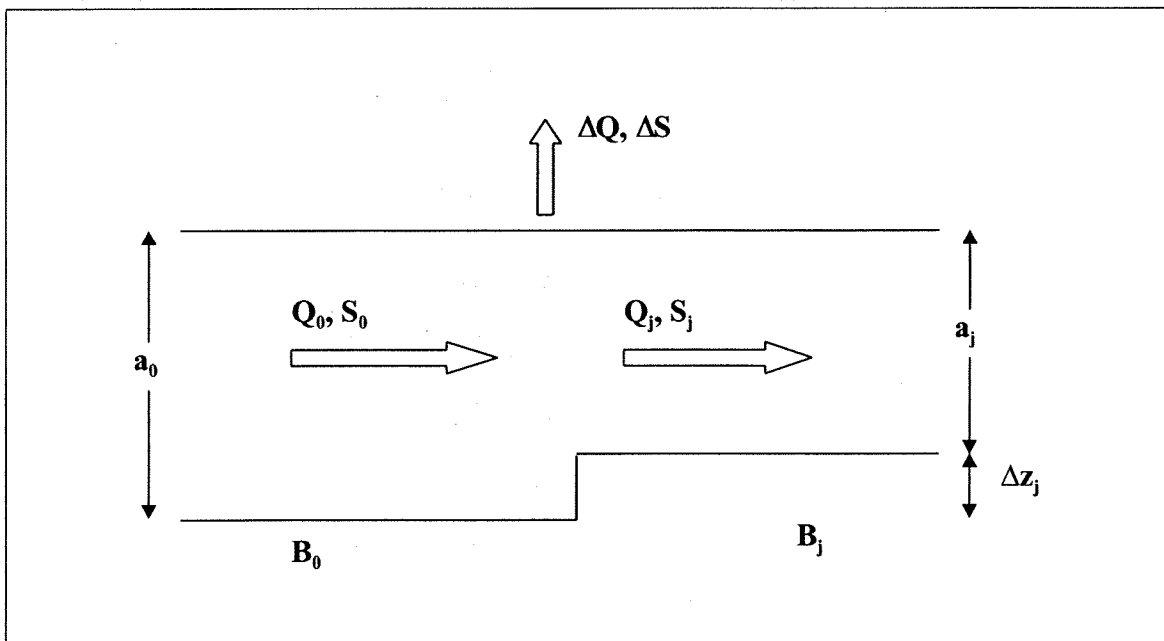
De lokale bodemligging bij splitsingspunten wordt meestal gekenmerkt door een stapsgewijze ruimtelijke verandering, een bodemsprong. Deze sprong in de bodemligging, is het gevolg van een geringere evenwichtsdiepte in de benedenstroomse riviertakken t.o.v. de evenwichtsdiepte in de bovenstroomse riviertak. Omdat de waterspiegel geen discontinuïteit kan vertonen, wordt de aansluiting ter plaatse van het splitsingspunt gevormd door de stapsgewijze aanpassing van de bodemligging.

Het verschil in evenwichtsdiepte wordt veroorzaakt door de andere omstandigheden benedenstrooms van het splitsingspunt. Deze verandering is voor de meeste splitsingspunten van dien aard dat er een bodemsprong optreedt.

Om een uitdrukking voor de bodemsprong op te stellen, kan een splitsingspunt op de volgende wijze geschematiseerd worden:

Als balansgebied worden de nabij het splitsingspunt gelegen delen van de bovenstroomse riviertak en de desbetreffende benedenstroomse riviertak (degene waarvan de bodemsprong uitgewerkt wordt) gekozen. De andere benedenstroomse riviertak wordt geschematiseerd als een onttrekking van sediment en afvoer.

Naast een onttrekkingspunt wordt het splitsingspunt ook geschematiseerd als een overgangspunt naar een nieuwe rivierbreedte. Bovenstrooms van het splitsingspunt de rivierbreedte B_0 , benedenstrooms van het splitsingspunt de rivierbreedte B_j .



figuur 3-3; schematisatie lokaal niveau (langsdoorsnede)

3.3.2 Evenwichtsoptlossing

In de evenwichtssituatie kan de bodemsprong per riviertak beschreven worden met de volgende relatie

$$\Delta z_j = a_{e0} - a_{ej} \quad j=1,2 \quad (3.12)$$

Hiernaast gelden voor een situatie van evenwicht de onderstaande balansen voor afvoer en sediment:

$$Q_j = Q_0 - \Delta Q \quad (3.13)$$

$$S_j = S_0 - \Delta S \quad (3.14)$$

Vervolgens wordt de onderstaande transportformule (Engelund en Hansen met bulktransport) gebruikt als de bewegingsvergelijking voor sediment:

$$S = Bmu^n \quad (3.15)$$

$$\text{met: } m = \frac{0,084}{\sqrt{g} C^3 \Delta^2 D_{50}} \quad \text{en} \quad n = 5 \quad (3.16)$$

Herschrijven en uitwerken van de bovenstaande vergelijkingen (3.12 t/m 3.15) leidt tot:

$$a_j B_j u_j = a_0 B_0 u_0 - \Delta Q \quad (3.17)$$

$$\text{met: } u_0 = \left(\frac{S_0}{B_0 m_0} \right)^{1/n} \quad (3.18)$$

$$u_j = \left(\frac{S_0 - \Delta S}{B_j m_j} \right)^{1/n} \quad (3.19)$$

$$a_j = a_0 - \Delta z_j \quad (3.20)$$

Op deze wijze ontstaat de onderstaande relatie voor de bodemsprong in een situatie van evenwicht.

$$\frac{\Delta z_j}{a_0} = 1 - \left(\frac{m_j}{m_0} \right)^{1/n} \left(\frac{B_j}{B_0} \right)^{(1-n)/n} \left(1 - \frac{\Delta Q}{Q_0} \right) \left(1 - \frac{\Delta S}{S_0} \right)^{-1/n} \quad (3.21)$$

Met behulp van deze vergelijking kan de invloed van de verschillende termen op de omvang van de bodemsprong bepaald worden.

Zo zal de relatieve bodemsprong groeien t.g.v. een toename van de afvoeronttrekking. Een afname van deze onttrekking zal leiden tot een kleinere bodemsprong.

De onttrekking van sediment heeft een matigende invloed op de omvang van de bodemsprong (een toename van enkel de sedimentonttrekking zal leiden tot een daling van de bodemsprong).

Verbreiding van de benedenstroomse riviertak (een toename van de breedteratio B_1/B_0), zal leiden tot een grotere omvang van de bodemsprong. Een afname van deze breedteratio heeft het tegengestelde resultaat.

De grootte van m_1 en m_0 is afhankelijk van een aantal parameters nl., de korreldiameter, de relatieve dichtheid van het sediment en de Chézy-waarde. De Chézy-waarde is vervolgens weer afhankelijk van de bodemruwheid en de waterdiepte. Een toename van de verhouding m_1/m_0 zal leiden tot een kleinere bodemsprong, terwijl een afname van deze verhouding een grotere bodemsprong tot gevolg heeft.

Door de knooppuntrelatie (vgl. 3.7) als volgt uit te schrijven kan de uitdrukking voor de bodemsprong herschreven worden.

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{B_1}{B_2} \right)^{1-k} \left(\frac{Q_1}{Q_2} \right)^k \quad (3.22)$$

$$\frac{\Delta S}{S_0 - \Delta S} = \left(\frac{B_1}{B_2} \right)^{1-k} \left(\frac{\Delta Q}{Q_0 - \Delta Q} \right)^k \quad (3.23)$$

$$\text{met: } S_2 = S_0 - \Delta S \quad (3.24)$$

$$Q_2 = Q_0 - \Delta Q \quad (3.25)$$

$$1 - \frac{\Delta S}{S_0} = \left(1 + \left(\frac{B_1}{B_2} \right)^{1-k} \left(\frac{\Delta Q / Q_0}{1 - \Delta Q / Q_0} \right)^k \right)^{-1} \quad (3.26)$$

Bij het herschrijven van de knooppuntrelatie, is de indexnummering van de benedenstroomse riviertakken vastgelegd. Voor de doorgaande riviertak is de index 2 gekozen, voor de als onttrekking geschematiseerde riviertak is de index 1 gekozen. Deze keuze levert een eenvoudigere schrijfwijze op.

Invullen hiervan in de uitdrukking voor de bodemsprong in de evenwichtssituatie leidt tot de onderstaande vergelijking voor de bodemsprong van tak 2:

$$\frac{\Delta z_2}{a_0} = 1 - \left(\frac{m_2}{m_0} \right)^{1/n} \left(\frac{B_2}{B_0} \right)^{(1-n)/n} \left(1 - \frac{\Delta Q}{Q_0} \right) \left(1 + \left(\frac{B_1}{B_2} \right)^{1-k} \left(\frac{\Delta Q / Q_0}{1 - \Delta Q / Q_0} \right)^k \right)^{1/n} \quad (3.27)$$

3.3.3 Relaxatiemodel

Wanneer bij een splitsingspunt de waterdiepte en de afvoercondities veranderen, zal de lokale bodemligging hierop reageren. De nieuwe condities zullen een nieuwe evenwichtstoestand opleggen, waar de bodemsprong zich naartoe kan gaan ontwikkelen. Met als doel deze aanpassing in de tijd te beschrijven kan het volgende relaxatiemodel afgeleid worden (Sieben, 1999). Dit relaxatiemodel is gebaseerd op de bewegings- en continuïteitsvergelijkingen voor water en sediment.

De bewegingsvergelijking voor water kan voor dit relaxatiemodel sterk vereenvoudigd worden.

Omdat veranderingen in de bodemligging vanwege hun grotere tijdschaal langzaam verlopen, zijn deze niet van invloed op de waterbeweging. Veronderstelt wordt dat de waterbeweging op elk moment volledig is aangepast aan de randvoorwaarden. Hierdoor kunnen de traagheidstermen verwaarloosd worden (quasi-stationaire benadering).

In verband met het lokale schaalniveau is ook de weerstandsterm verwaarloosbaar. Het verhang van de waterspiegel wordt over deze relatief korte afstand klein veronderstelt t.o.v. de bodemverandering. Deze vereenvoudiging wordt de rigid-lid (vaste deksel) benadering genoemd, de waterspiegel is hierbij onafhankelijk geworden van de bodemligging.

$$\frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (3.28)$$

$$\text{te herschrijven tot: } \frac{\partial a}{\partial x} = -\frac{\partial z}{\partial x} \quad (3.29)$$

Voor een stationaire afvoer is de continuïteitsvergelijking voor water in een balansgebied met een variabele breedte en een afvoeronttrekking over de lengte L (zie figuur 3-4) als volgt:

$$A \frac{\partial u}{\partial x} + u \left(a \frac{\partial B}{\partial x} + B \frac{\partial a}{\partial x} \right) = -\frac{\partial Q}{\partial x} = -\frac{\Delta Q}{L} \quad (3.30)$$

De bewegingsvergelijking voor sediment (Engelund en Hansen) luidt:

$$s = m \left(\frac{Q}{A} \right)^n \quad (3.31)$$

$$\text{met: } m = \frac{0,084}{\sqrt{g} C^3 \Delta^2 D_{50}} \quad \text{en} \quad n = 5 \quad (3.32)$$

En tenslotte voor sediment de continuïteitsvergelijking voor een balansgebied met variërende breedte en een sedimentonttrekking over de lengte L (zie figuur 3-4):

$$B \frac{\partial z}{\partial t} + B \frac{\partial s}{\partial x} + s \frac{\partial B}{\partial x} = - \frac{\partial S}{\partial x} = - \frac{\Delta S}{L} \quad (3.33)$$

Combinatie van de bewegingsvergelijking en de continuïteitsvergelijking voor water levert:

$$\frac{\partial Q_j}{\partial x} = A \frac{\partial u}{\partial x} + u \left(a \frac{\partial B}{\partial x} - B \frac{\partial z}{\partial x} \right) \quad (3.34)$$

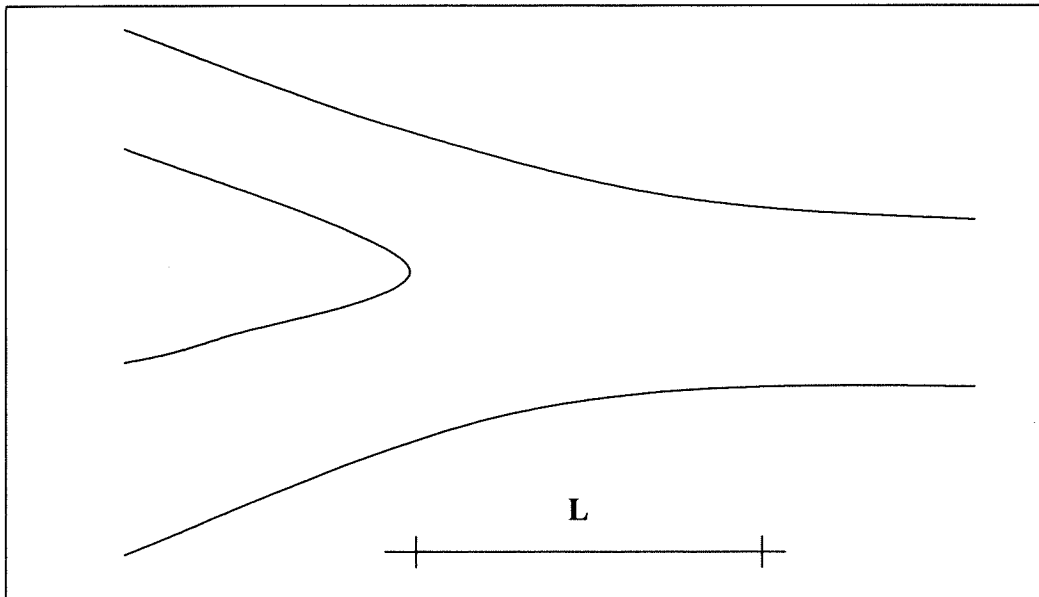
Wanneer de bewegingsvergelijking voor sediment wordt gedifferentieerd naar x ontstaat de volgende relatie voor de transportgradiënt:

$$\frac{\partial s}{\partial x} = \frac{s}{m} \frac{\partial m}{\partial x} + \frac{ns}{Q} \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{ns}{A} \left(a \frac{\partial B}{\partial x} - B \frac{\partial z}{\partial x} \right) \quad (3.35)$$

De relatie voor de transportgradiënt kan worden ingevuld in de continuïteitsvergelijking voor sediment (vgl. 3.33) waardoor de volgende vergelijking ontstaat:

$$\frac{A}{S} \frac{\partial z}{\partial t} + n \frac{\partial z}{\partial x} = - \frac{A}{Bm} \frac{\partial m}{\partial x} + n \frac{A}{B^2} \frac{\partial B}{\partial x} - \frac{A}{B^2} \frac{\partial B}{\partial x} - n \frac{A}{BQ} \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{A}{BS} \frac{\partial S}{\partial x} \quad (3.36)$$

Vervolgens kan aangenomen worden, dat de bodemsprong wordt opgebouwd over een traject L. Dit traject L kan gezien worden als de overgangslengte naar de nieuwe rivierbreedte en als de afstand waarover afvoer en sediment aan het balansgebied worden onttrokken.



figuur 3-4; onttrekkingslengte (bovenaanzicht)

Integratie van de beschreven continuïteitsvergelijking (3.36) over de afstand L, levert bij de aanname van een constante bodemsprong opbouw over deze lengte, de volgende vergelijking op. Deze vergelijking beschrijft de aanpassing van de bodemsprong in de tijd t.g.v. nieuwe condities.

$$\frac{AL\alpha}{S} \frac{d\Delta z}{dt} + n\Delta z = \frac{A}{B} \left(-\frac{\delta m}{m} + n \frac{\delta B}{B} - \frac{\delta B}{B} - n \frac{\delta Q}{Q} - \frac{\delta S}{S} \right) \quad (3.37)$$

$$\text{met de vormfactor: } \alpha = \frac{V}{LB\Delta z} \quad (3.38)$$

De constant aangenomen vormfactor relateert het volume V (m^3) van de bodemverandering aan de hoogte Δz . Voor een lineair opgebouwde bodemsprong geldt $\alpha = 0,5$.

Uitgaande van een afvoeronttrekking, een breedte vermindering en een afname van m , kan de bovenstaande vergelijking herschreven worden. De desbetreffende termen veranderen hierdoor van teken.

$$\frac{AL\alpha}{S} \frac{d\Delta z}{dt} + n\Delta z = \frac{A}{B} \left(\frac{\Delta m}{m} - n \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta B}{B} + n \frac{\Delta Q}{Q} - \frac{\Delta S}{S} \right) \quad (3.39)$$

Deze vergelijking is te herschrijven tot:

$$\frac{AL\alpha}{S} \frac{d\Delta z}{dt} + n\Delta z = \frac{A}{B} \left(\left(1 - \frac{m_j}{m_0} \right) + (1-n) \left(1 - \frac{B_j}{B_0} \right) + n \frac{\Delta Q}{Q} - \frac{\Delta S}{S} \right) \quad (3.40)$$

Het hierboven verkregen relaxatiemodel heeft de gedaante van een vervalvergelijking, een inhomogene differentiaalvergelijking van onderstaand type:

$$\frac{d\Delta z}{dt} = \frac{\Delta z_e - \Delta z}{T} \quad (3.41)$$

De oplossing van deze vergelijking is als volgt:

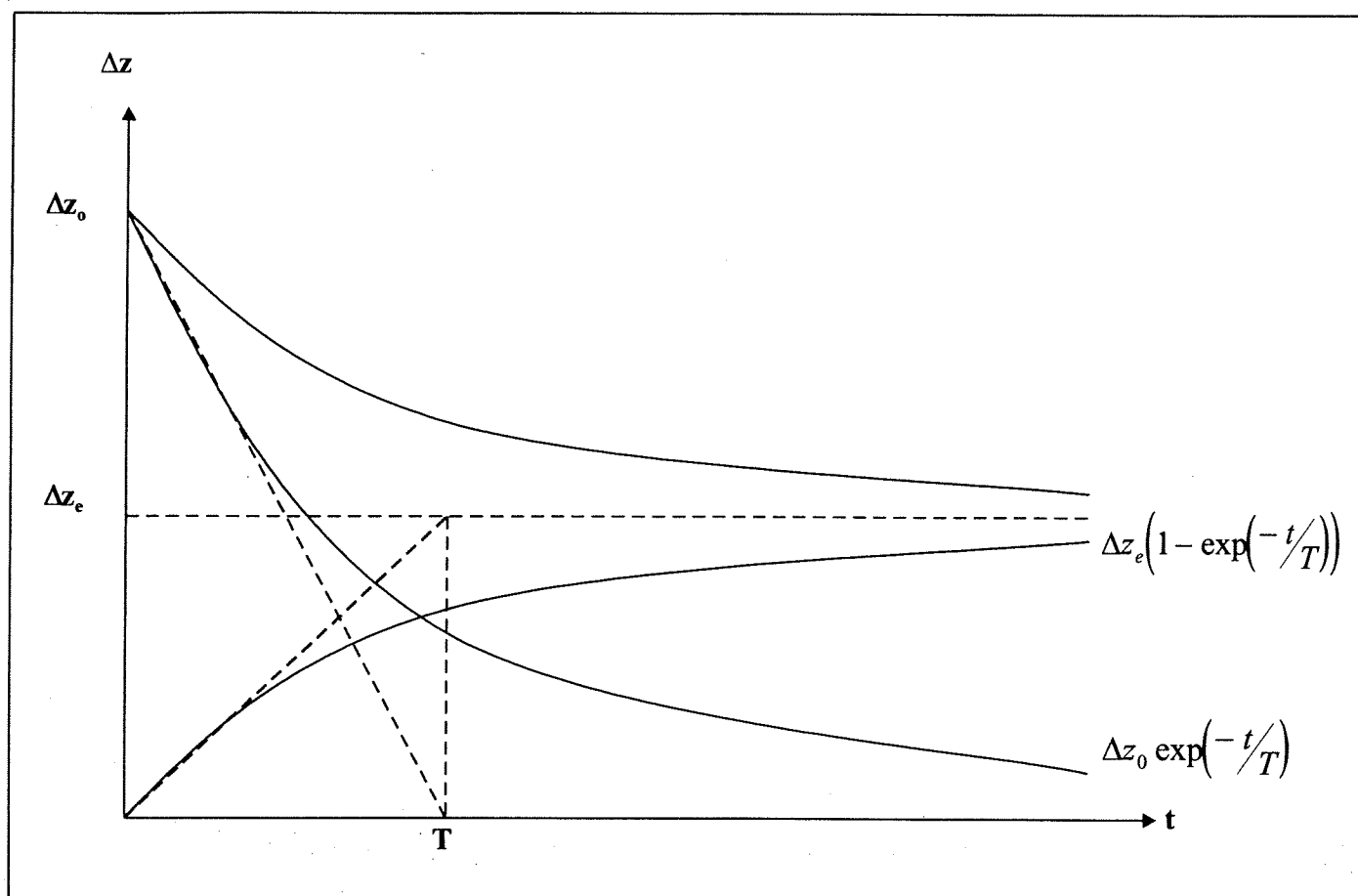
$$\Delta z(t) = \Delta z(0) \exp\left(-t/T\right) + \Delta z_e \left(1 - \exp\left(-t/T\right)\right) \quad (3.42)$$

Deze oplossing beschrijft de ontwikkeling in de tijd van de bodemsprong vanuit een beginsituatie op tijdstip $t = 0$ naar de evenwichtssituatie (zie ook figuur 3-5). De tijdschaal T is in deze vergelijking de relaxatietijd, de tijdsduur waarin het verschil met de evenwichtstoestand met een factor e slinkt.

Uitwerking levert de volgende uitdrukkingen op voor de tijdschaal en de evenwichtswaarde:

$$T = \frac{AL\alpha}{nS} = \frac{aL\alpha}{ns} \quad (3.43)$$

$$\frac{\Delta z_e}{a_0} = \frac{1}{n} \left(1 - \frac{m_j}{m_0} \right) + \left(\frac{1}{n} - 1 \right) \left(1 - \frac{B_j}{B_0} \right) + \frac{\Delta Q}{Q} - \frac{1}{n} \frac{\Delta S}{S} \quad (3.44)$$



figuur 3-5; werking relaxatiemodel

Te zien valt dat deze nieuwe evenwichtsuitdrukking (3.44) voor de bodemsprong een sterke overeenkomst vertoont met de eerder uitgeschreven relatie (3.27). De beide uitdrukkingen zijn opgebouwd uit dezelfde termen, die qua teken eenzelfde uitwerking hebben op de omvang van de bodemsprong.

De niet-lineaire, oorspronkelijke, evenwichtsuitdrukking is afgeleid d.m.v. substitutie van vergelijkingen. Bij het uitschrijven van het relaxatiemodel is een partiële differentiaalvergelijking geïntegreerd over de onttrekkingslengte L . Hiervoor is de tijdschaal onafhankelijk verondersteld van de herinrichting. Gevolg hiervan is een gelineariseerd model met een evenwichtsuitdrukking bestaande uit enkel lineaire termen. Wanneer de herschreven knooppuntrelatie (vgl. 3.26) wordt ingevuld, ontstaat de onderstaande uitdrukking. Door toedoen van deze substitutie is de onderstaande vergelijking niet meer lineair.

$$\frac{\Delta z_2}{a_0} = \frac{1}{n} \left(1 - \frac{m_2}{m_0} \right) + \frac{1-n}{n} \left(1 - \frac{B_2}{B_0} \right) + \frac{\Delta Q}{Q_0} - \frac{1}{n} \left(1 - \left(1 + \left(\frac{B_1}{B_2} \right)^{1-k} \left(\frac{\Delta Q / Q_0}{1 - \Delta Q / Q_0} \right)^k \right)^{-1} \right) \quad (3.45)$$

3.3.4 Evaluatie

Resultaat van de morfologische beschouwing van splitsingspunten op lokaal schaalniveau, is een evenwichtsuitdrukking en een relaxatiemodel voor de bodemsprong. Met dit relaxatiemodel kan de aanpassing van de bodemsprong aan vernieuwde omstandigheden (afvoerdeling en waterdiepte) bepaald worden.

Onderzocht zal worden of hiermee de lokale bodemligging t.p.v. de splitsingspunten Pannerdensche Kop en IJsselkop gemodelleerd kan worden. Dit zal gebeuren door bodempeilingen te vergelijken met de modelresultaten (hoofdstuk 5 en 6).

De evenwichtsvergelijking is opgebouwd uit een groot aantal parameters waarvan de invloed in het volgende hoofdstuk, m.b.v. een gevoeligheidsanalyse zal worden nagegaan. Dit zal eveneens gebeuren met de gelineariseerde, uit het relaxatiemodel afkomstige evenwichtsvergelijking.

Het relaxatie model is tevens opgebouwd uit een waarde voor de tijdschaal. Bij de volgende geometrische aannames (Pannerdensche Kop), $B_0 = 340$ m, $a_0 = 5$ m en $L = 1000$ m, met een gemiddeld aangenomen sedimenttransport van $S = 160$ m³/dag, wordt gevonden voor de tijdschaal $T = 3$ jaar.

Hoofdstuk 4 Gevoeligheidsanalyse bodemsprong

4.1 Inleiding

De uitdrukkingen voor de bodemsprong in de evenwichtssituatie (zowel de niet-lineaire vergelijking als de gelineariseerde vergelijking, afkomstig uit het relaxatiemodel) zijn opgebouwd uit een groot aantal parameters. Sommige van deze parameters variëren duidelijk in de tijd (de afvoerverdeling en de waterdiepte), de andere parameters blijven nagenoeg constant.

Deze uitdrukkingen kunnen worden gezien als functies, met de tijdsafhankelijke parameters als invoervariabelen. De overige parameters kunnen vervolgens beschouwd worden als de constante coëfficiënten van het functievoorschrift.

De evenwichtsuitdrukking voor de bodemsprong wordt nu als volgt behandeld:

$$\frac{\Delta z}{a_0} = f\left(\frac{\Delta Q}{Q_0}\right) \quad (4.1)$$

In dit hoofdstuk wordt de invloed van de verschillende constante coëfficiënten bepaald d.m.v. een gevoeligheidsanalyse. Met deze kennis zullen in een later stadium (hoofdstuk 5), na analyse van meetgegevens, de evenwichtsuitdrukking voor de bodemsprong en het relaxatiemodel gekalibreerd worden.

Achtereenvolgens zal in paragraaf 4.2 m.b.v. plots, de invloed van drie coëfficiënten nagegaan worden. Dit zijn de k -waarde (afkomstig uit de knooppuntrelatie), de n -waarde (afkomstig uit de machtsformule voor sedimenttransport) en de verhouding m_2/m_0 (eveneens afkomstig uit de machtsformule voor sedimenttransport). Enkele opvallende resultaten uit deze plots zullen vervolgens in paragraaf 4.3 analytisch verklaard worden, waarna in paragraaf 4.4 een hypothetische stabiliteitseis voor de bodemsprong wordt opgesteld. Tenslotte worden de kalibratie eigenschappen van de drie coëfficiënten, voor de splitsingspunten Pannerdensche Kop en IJsselkop, in paragraaf 4.5 samengevat.

4.2 Plots

In deze paragraaf worden de bodemsprongen t.p.v. de splitsingspunten Pannerdensch Kop en IJsselkop als functie uitgezet tegen de afvoeronttrekking. M.b.v. deze plots wordt achtereenvolgens de invloed van de parameters k , n en m_2/m_0 nagegaan. Deze analyse zal gebeuren voor de beide onderstaande uitdrukkingen (de niet-lineaire evenwichtsuitdrukking en de gelineariseerde uitdrukking, afkomstig uit het relaxatiemodel).

$$\frac{\Delta z_2}{a_0} = 1 - \left(\frac{m_2}{m_0} \right)^{1/n} \left(\frac{B_2}{B_0} \right)^{(1-n)/n} \left(1 - \frac{\Delta Q}{Q_0} \right) \left(1 + \left(\frac{B_1}{B_2} \right)^{1-k} \left(\frac{\Delta Q / Q_0}{1 - \Delta Q / Q_0} \right)^k \right)^{1/n} \quad (4.2)$$

$$\frac{\Delta z_2}{a_0} = \frac{1}{n} \left(1 - \frac{m_2}{m_0} \right) + \frac{1-n}{n} \left(1 - \frac{B_2}{B_0} \right) + \frac{\Delta Q}{Q_0} - \frac{1}{n} \left(1 - \left(1 + \left(\frac{B_1}{B_2} \right)^{1-k} \left(\frac{\Delta Q / Q_0}{1 - \Delta Q / Q_0} \right)^k \right)^{-1} \right) \quad (4.3)$$

Om de invloed van k te analyseren zijn er verschillende waarden voor deze parameter ingevuld. Voor het splitsingspunt Pannerdensch Kop zijn $k = 2$, $k = 4$ en $k = 6$ uitgezet. Voor het splitsingspunt IJsselkop is vervolgens ook nog de waarde $k = 0$ uitgezet. Reden hiervoor is het feit dat de sedimentverdeling t.p.v. het splitsingspunt IJsselkop volgens datasets niet goed beschreven kan worden met een knooppuntrelatie (zie bijlage 1). In deze serie plots, is niet gevarieerd met n en m_2/m_0 . Hiervoor zijn respectievelijk de waarden 5 en 1 gekozen.

In de tweede serie plots wordt de invloed van de parameter n onderzocht. Hierbij zijn de waarden $n = 4$ en $n = 6$ uitgezet, om de gevoeligheid van de door Englund en Hansen gekozen waarde $n = 5$ te bepalen.

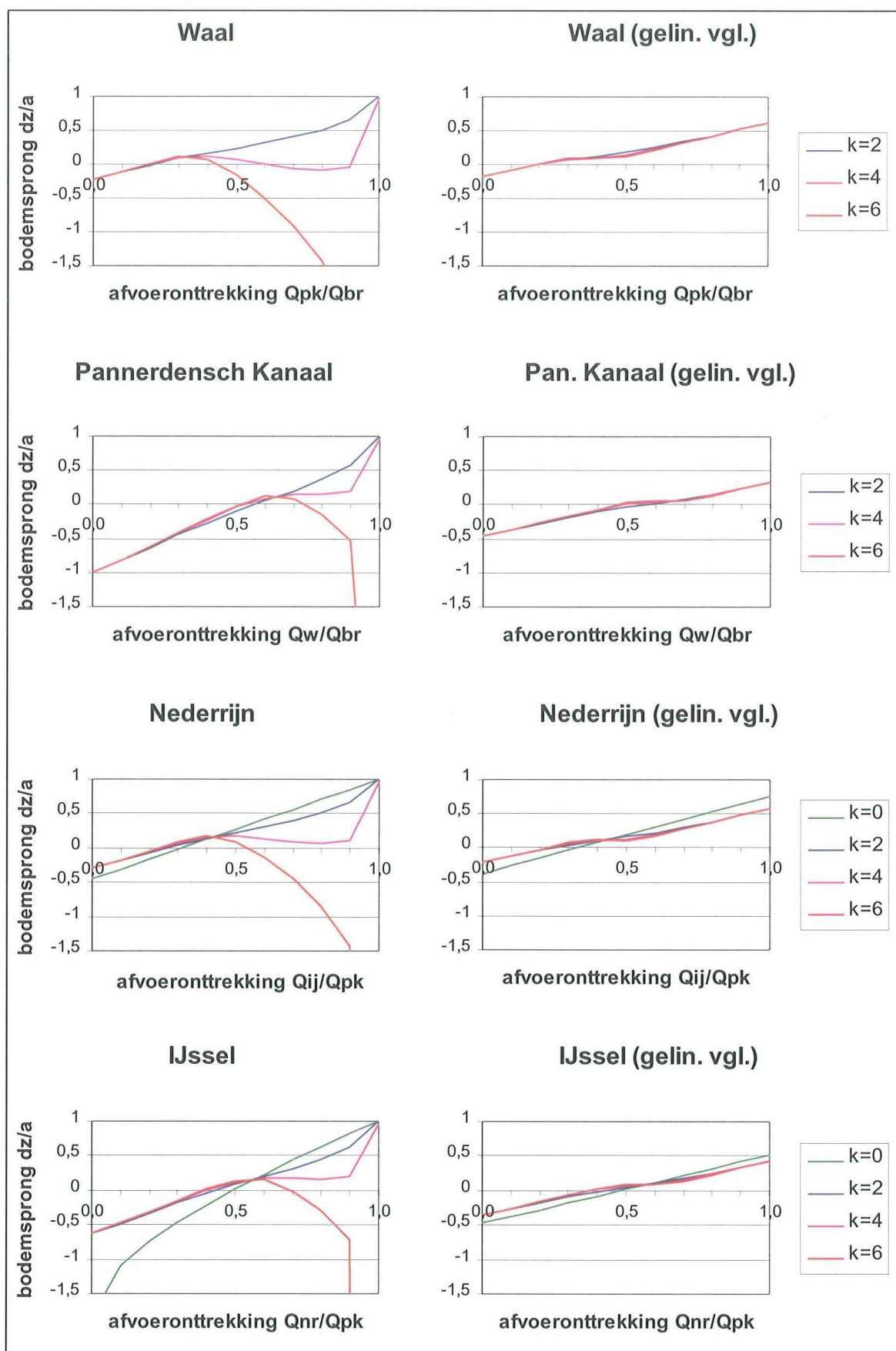
Met de overige parameters is wederom niet gevarieerd. Gekozen is voor $k = 2$ en $m_2/m_0 = 1$.

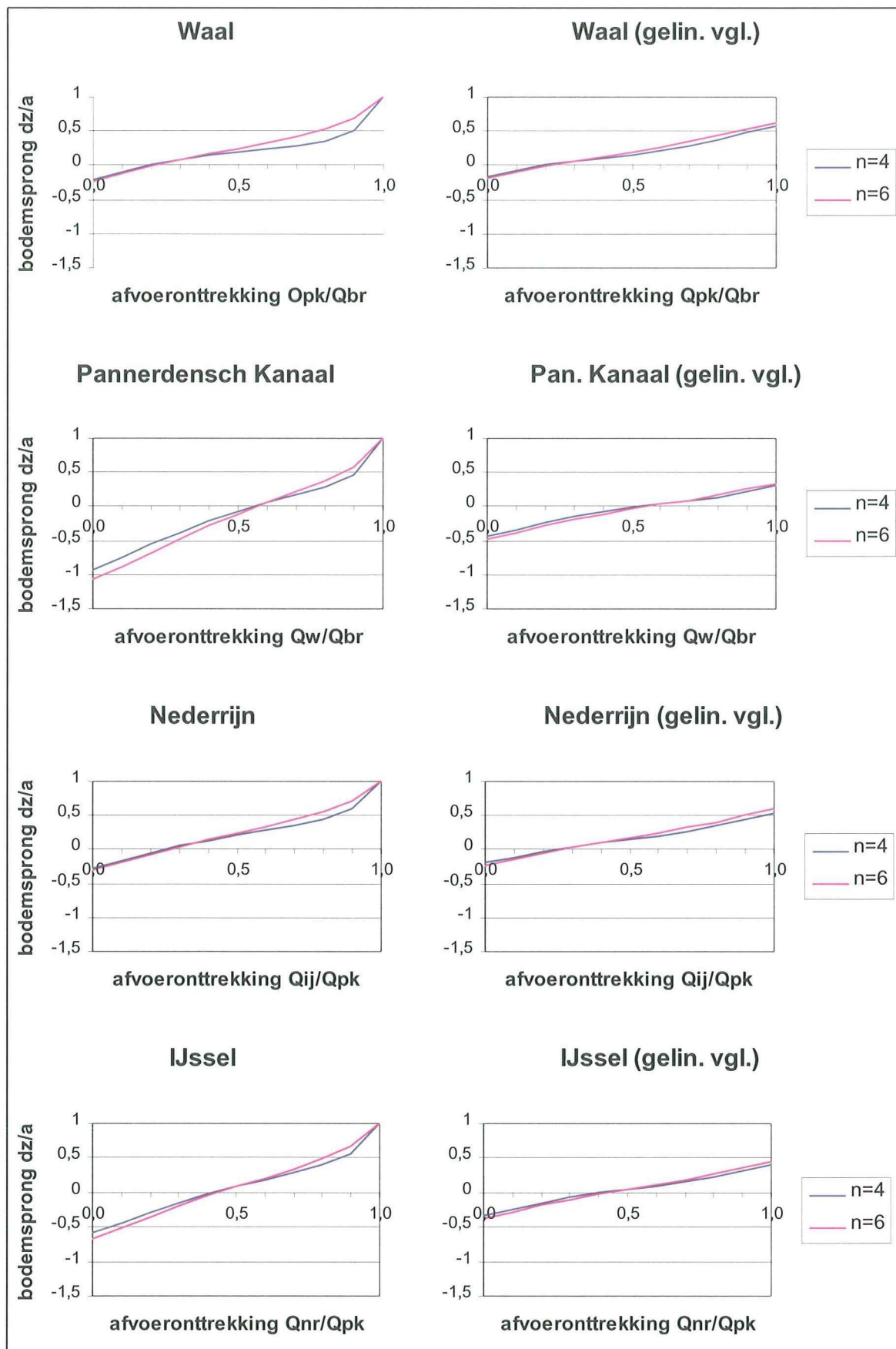
In de derde serie plots wordt tenslotte de invloed van de verhouding m_2/m_0 achterhaald. Hierbij zijn de groottes 0,8 en 1,2 ingevuld.

Voor de overige parameters is ingevuld: $k = 2$ en $n = 5$.

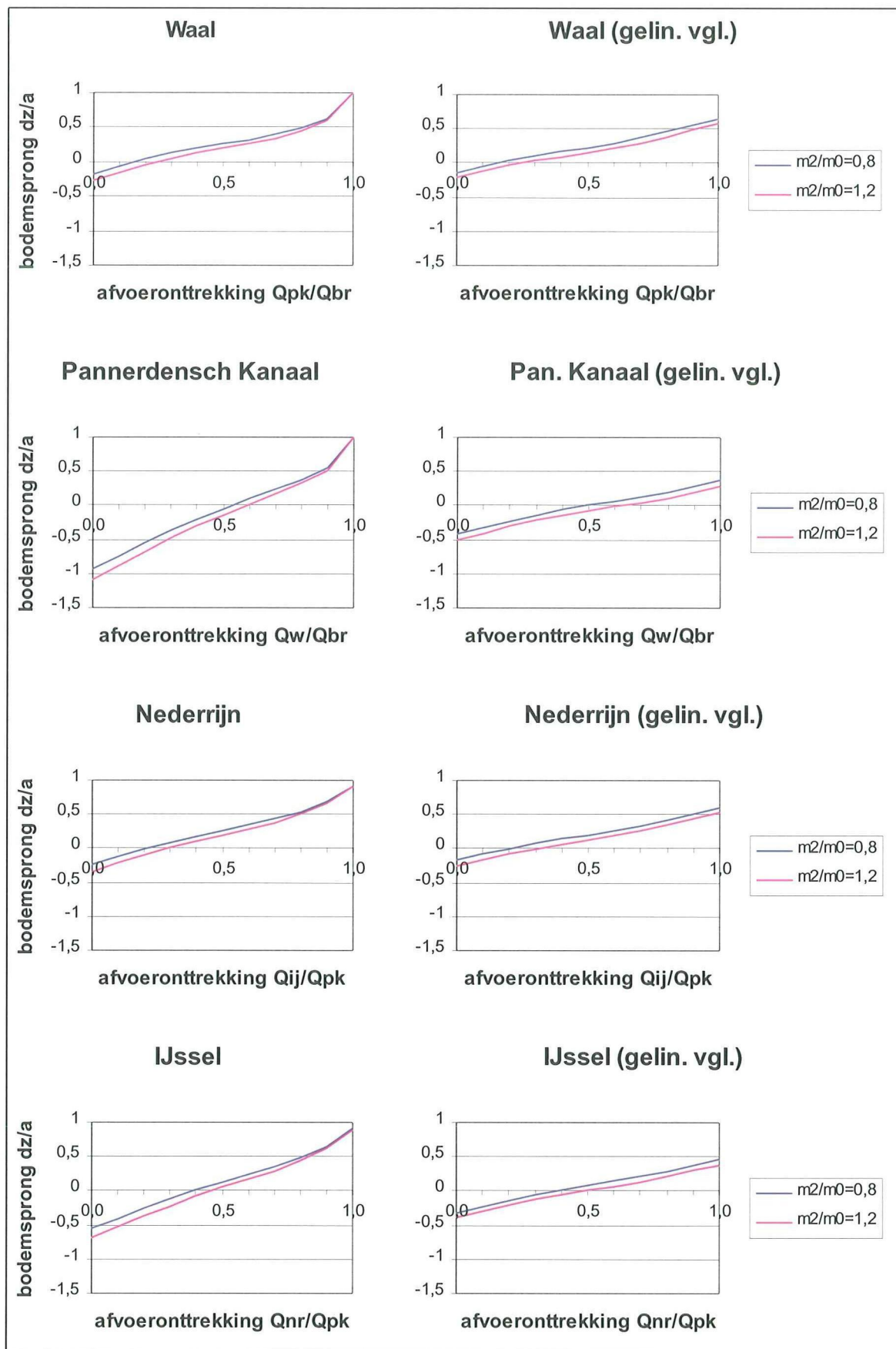
Alle hiervoor beschreven plots hebben de onderstaande invoer voor de verschillende rivierbreedtes. Deze waarden zijn gebaseerd op cijfers van de normaalbreedte (rivierbreedte tussen de kribben) van eind jaren '70.

- Bovenrijn 340 m
- Waal 260 m
- Pannerdensch Kanaal 140 m
- Nederrijn 100 m
- IJssel 75 m

figuur 4-1; plots coëfficiënt k



figuur 4-2; plots coëfficiënt n



figuur 4-3; plots coëfficiënt m_2/m_0

4.3 Verklaring van resultaten

Uit de plots komt het verschil tussen de beide evenwichtsuitdrukkingen duidelijk naar voren. Te zien valt, dat de gelineariseerde uitdrukking een vlakker curve verloop heeft als de niet-lineaire uitdrukking.

Voor een deel van het functiedomein komen de beide curven wel enigszins met elkaar overeen. Dit domein is ook het gebied waarbinnen de realistische afvoeronttrekkingen vallen (afvoerverdelingen die ongeveer overeenkomen met de breedteverhouding tussen de benedenstroomse takken). De twee curven verschillen echter wel aanzienlijk voor extreme afvoeronttrekkingen (zeer kleine en zeer grote onttrekkingen).

Het verschil tussen de twee uitdrukkingen is het meest opmerkelijk voor de serie plots waarin de invloed van k achterhaald wordt. Voor de gelineariseerde uitdrukking heeft de coëfficiënt k nauwelijks invloed (tenzij de nulwaarde ingevoerd wordt), terwijl deze coëfficiënt in de niet-lineaire uitdrukking vanaf een zekere afvoeronttrekking wel een zeer grote invloed krijgt.

Dit kan opgemaakt worden door de evenwichtsuitdrukking voor de bodemsprong uit te schrijven.

$$\frac{\Delta z_2}{a_0} = 1 - \left(\frac{m_2}{m_0} \right)^{1/n} \left(\frac{B_2}{B_0} \right)^{(1-n)/n} \left(1 - \frac{\Delta Q}{Q_0} \right) \left[1 + \left(\frac{B_1}{B_2} \right)^{1-k} \left(\frac{\Delta Q / Q_0}{1 - \Delta Q / Q_0} \right)^k \right]^{1/n} \quad (4.4)$$

De invloed van k vervalt wanneer de uitkomst van de onderstaande termen onafhankelijk wordt van k .

$$\left(\frac{B_1}{B_2} \right)^{1-k} \left(\frac{\Delta Q / Q_0}{1 - \Delta Q / Q_0} \right)^k = \left(\frac{B_1}{B_2} \right)^{1-k} \left(\frac{Q_1}{Q_2} \right)^k = \left(\frac{B_1}{B_2} \right) \left(\frac{Q_1 / Q_2}{B_1 / B_2} \right)^k \quad (4.5)$$

De breuk $(Q_1/Q_2)/(B_1/B_2)$ heeft een exponentieel stijgend verloop bij een toename van $\Delta Q/Q_0$. Zolang deze breuk kleiner is dan 1, wordt de term door het machtsverheffen met (een positieve) k gereduceerd, waardoor de waarde nul wordt genaderd. De grootte van de k -waarde bepaalt enkel hoe dicht de nul genaderd wordt. Nu resteert slechts de breedte ratio vermenigvuldigd met een getal dicht bij nul. Deze situatie doet zich voor bij onttrekkingen t.g.v. nevengeulen. Door de geringere diepte van de geul, is de uitkomst van deze breuk altijd kleiner dan 1. In schematisaties wordt bij nevengeulen hierdoor de onttrekking van sediment vaak verwaarloosd.

Wanneer de eerder genoemde breuk als uitkomst een waarde van ongeveer 1 heeft, vervalt opnieuw de invloed van k (snijpunten in figuur 4-1). Het getal 1 verheffen tot een macht heeft immers altijd dezelfde uitkomst. Voor deze situatie resteert enkel de breedte ratio vermenigvuldigd met een getal rond de 1.

Voor situaties waarbij de uitkomst van de breuk groter is dan 1, resulteert het machtsverheffen in een toename van de term. De grootte van deze toename is afhankelijk van de grootte van de k -waarde.

Samengevat kan gesteld worden dat de invloed van k (zolang deze positief is) grotendeels vervalt wanneer het volgende opgaat:

$$\frac{Q_1}{Q_2} \leq \frac{B_1}{B_2} \quad \text{te herschrijven tot:} \quad \frac{\Delta Q}{Q_0} \leq \frac{1}{\frac{B_2}{B_1} + 1} \quad (4.6)$$

Vanaf deze grenswaarde voor de afvoeronttrekking neemt de invloed van de k -waarde op de lokale bodemligging sterk toe.

Wanneer een zeer grote afvoeronttrekking beschouwd wordt ($\Delta Q/Q_0$ nadert 1), ligt het voor de hand dat de omvang van de bodemsprong uitgroeit tot een waarde ter grootte van de waterdiepte ($\Delta z/a_0 = 1$).

In de plots is te zien dat dit niet opgaat voor de situatie met $k = 6$. Dit kan achterhaald worden door de volgende limiet op te stellen:

$$\lim_{\Delta Q/Q_0 \uparrow 1} 1 - \left(\frac{m_2}{m_0} \right)^{1/n} \left(\frac{B_2}{B_0} \right)^{(1-n)/n} \left(1 - \frac{\Delta Q}{Q_0} \right) \left(1 + \left(\frac{B_1}{B_2} \right)^{1-k} \left(\frac{\Delta Q/Q_0}{1 - \Delta Q/Q_0} \right)^k \right)^{1/n} \quad (4.7)$$

Uitwerking van deze limiet laat zien dat de oplossing afhankelijk is van de grootte van de coëfficiënten k en n .

In de vergelijking zijn namelijk 2 termen terug te vinden met $\Delta Q/Q_0$. Deze twee termen hebben verschillende limietuitkomsten (nul en oneindig), waardoor de totaaluitkomst van de limiet opgelegd zal worden door de term van de hoogste orde.

Om de juiste term te laten winnen, zodat de totaaluitkomst van de limiet de waarde $\Delta z/a_0 = 1$ heeft, kan de onderstaande voorwaarde opgesteld worden:

$$k < n \quad (4.8)$$

De onwaarschijnlijke situatie waarbij k exact gelijk is aan n , heeft als limietuitkomst:

$$1 - \left(\frac{m_2}{m_0} \right)^{1/n} \left(\frac{B_2}{B_0} \right)^{(1-n)/n} \left(\frac{B_1}{B_2} \right)^{(1-k)/n} \quad (4.9)$$

Samenvattend kan nu de volgende hypothese geformuleerd worden:

De beschrijving van de bodemsprong is vanwege falend limietgedrag niet meer realistisch (vanaf de hierboven genoemde grenswaarde voor de afvoeronttrekking) wanneer k groter is dan n .

Bij splitsingspunten waar de afvoerverdeling sterk kan variëren en dus een extreme waarde aan kan nemen (zoals bijvoorbeeld splitsingspunten t.g.v. nevengeulen), lijkt het i.v.m. de bovenstaande hypothese niet juist om een knooppuntrelatie te gebruiken met een k -waarde die groter is dan n . Om de bodemsprong te beschrijven bij splitsingspunten met een nagenoeg constante afvoerverdeling (ongeveer overeenkomend met de breedte verhouding), is de relatie tussen k en n niet van belang.

4.4 Hypothetische stabiliteitseis bodemsprong

Wanneer verondersteld wordt dat de afvoerdeling bij een splitsingspunt afhankelijk is van de bovenstroomse afvoer (is bijvoorbeeld duidelijk het geval bij nevengeulen), kan de reactie van de bodemsprongen op een nieuwe afvoerdeling bepaald worden met de evenwichtsuitdrukking (vgl. 4.2). Vervolgens wordt aangenomen dat de tijdsduur van aanpassing van de bodemsprongen kort is t.o.v. de duur van een bepaald afvoerregime (waar dus een zekere afvoerdeling bij hoort), zodat de afvoerdeling verder beïnvloed kan gaan worden door de veranderde bodemsprongen. Deze invloed zal dan de stabiliteit bepalen van de lokale bodemligging.

Op lokaal schaalniveau wordt voor de verschillende riviertakken een Q-h relatie (vgl. 4.10) verondersteld, waarbij wordt aangenomen dat deze te herschrijven is tot een lineaire Q-a relatie (vgl. 4.11).

$$Q_j = f_j(h) \quad (4.10)$$

$$Q_j = \beta_j a_j \quad (4.11)$$

De afvoeronttrekking kan nu geschreven worden als:

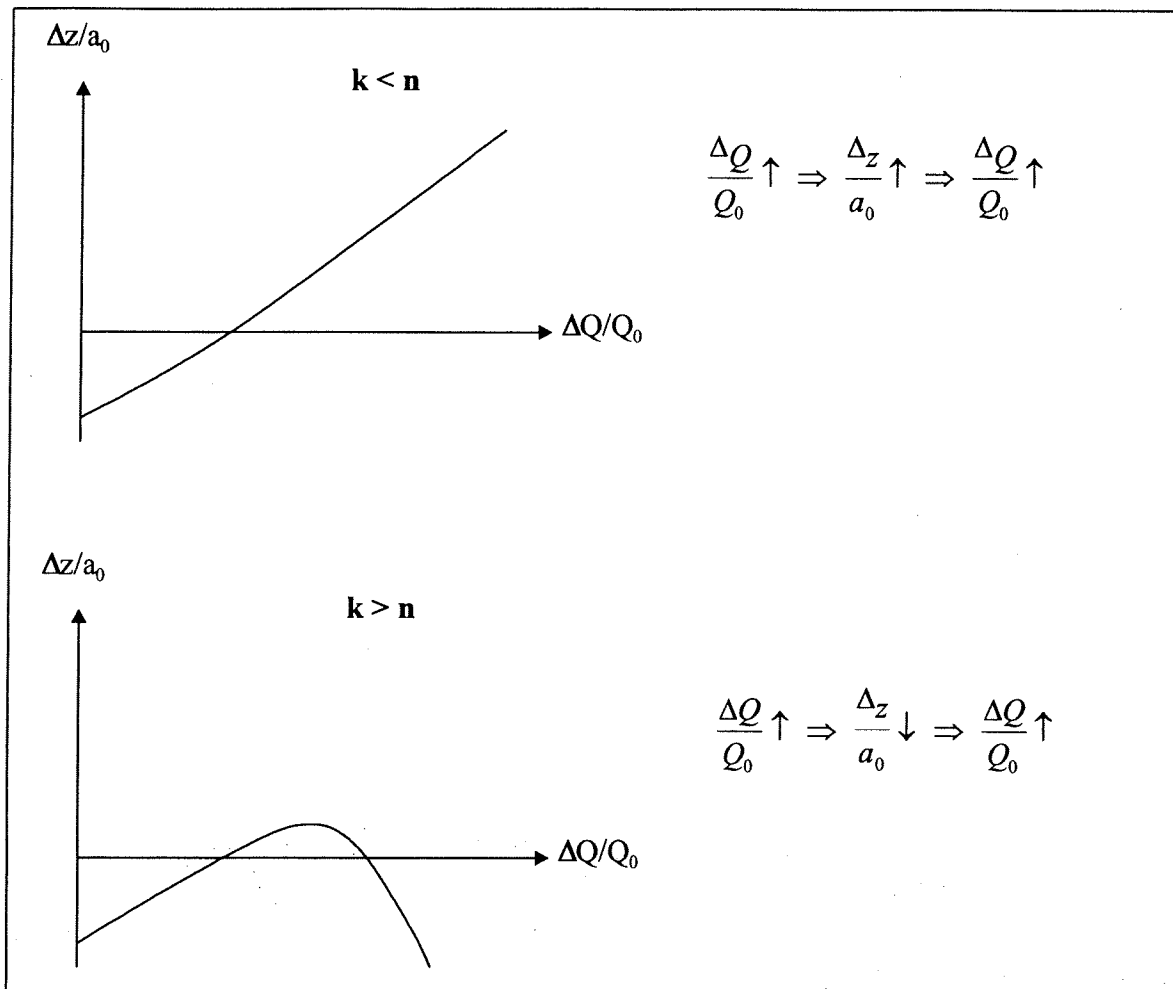
$$\frac{\Delta Q}{Q_0} = \frac{Q_0 - Q_2}{Q_0} = 1 - \frac{\beta_2}{\beta_0} \left(1 - \frac{\Delta z_2}{a_0}\right) \quad (4.12)$$

De bovenstaande relatie beschrijft hoe de afvoeronttrekking zich aanpast aan de omvang van de bodemsprong. Hiermee kan achterhaald worden, of de afvoeronttrekking t.g.v. de veranderde bodemsprong extremer zal willen worden, of zal willen terugkeren naar de oorspronkelijke grootte (zie ook figuur 4-4).

Wanneer de plots van de niet-lineaire evenwichtsuitdrukking uit figuur 4-1 bestudeerd worden, kan opgemaakt worden dat een toename van de afvoeronttrekking voor sommige curven leidt tot een afname van de bodemsprong. Deze afname van de bodemsprong leidt volgens vergelijking 4.12 weer tot een afname van de afvoeronttrekking, waardoor de situatie zich stabiliseert. Overige curven leiden bij een toename van de afvoeronttrekking tot een toename van de bodemsprong, wat vervolgens met vergelijking 4.12 leidt tot een verdere toename van de afvoeronttrekking (instabiele situatie).

De grens tussen deze twee verschillende typen van curven, ligt bij k is gelijk aan n (geeft aan wanneer welke limietuitkomst bereikt wordt).

De hierboven beschreven ontwikkeling lijkt goed op te kunnen gaan bij de bodemsprong naar een nevengeul, tijdens de overgang naar een periode met weinig afvoer. De afvoer door de nevengeul wordt dan minimaal zodat de bodemsprong zich afhankelijk van k en n, op twee manieren kan aanpassen.



figuur 4-4; stabiliteit bodemsprong

Samengevat kan de hypothese uit de vorige paragraaf als volgt aangevuld worden:

De grens ($k > n$) waarbij de beschrijving van de bodemligging niet meer realistisch is, kan tevens worden gezien als een stabiliteitsvoorwaarde gebaseerd op een lokaal schaalniveau.

De situatie met k is groter dan n , levert bij grote afvoeronttrekkingen een onrealistische maar stabiele beschrijving van de bodemsprong op, de situatie met k is kleiner dan n leidt tot een realistische maar instabiele instabiele beschrijving.

Omdat de stabiele modelsituatie waarbij k groter is dan n niet realistisch is, kan uit deze stabiliteitshypothese geconcludeerd worden dat de lokale bodemligging bij splitsingspunten met een sterk variërende afvoerdeling altijd instabiel is.

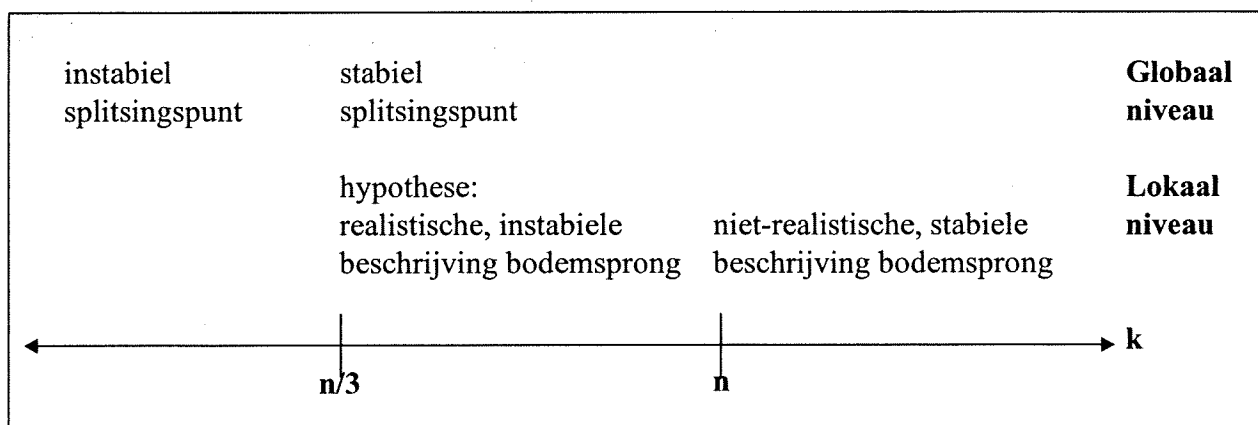
4.5 Kalibratie eigenschappen

Vanwege de verschillen tussen de twee evenwichtsuitdrukkingen, zal ook de kalibratie van deze beide uitdrukkingen met verschillende waarden moeten gebeuren. De coëfficiënten (met name k) hebben nl. voor beide uitdrukkingen, een verschillende uitwerking op de omvang van de bodemsprong.

In de niet-lineaire evenwichtsuitdrukking heeft de coëfficiënt k tot een zekere afvoeronttrekking een zeer minimale invloed op de omvang van de bodemsprong. Bij grotere afvoeronttrekkingen wordt de invloed van k wel merkbaar, t.g.v. een toename van k zal de omvang van de bodemsprong afnemen. De grootte van k is bij de kalibratie gebonden aan een tweetal relaties met n .

Ten eerste is er de stabiliteitsgrens $k = n/3$ gebaseerd op een globaal schaalniveau. Wanneer deze stabiliteitsgrens wordt overschreden zal er na een verstoring, geen sprake meer zijn van een terugkeer naar de evenwichtssituatie. T.g.v. de verstoring zal het splitsingspunt ophouden te bestaan, een van de takken zal dichtslibben (zie paragraaf 3.2 en bijlage 2). Ten tweede mag deze coëfficiënt waarschijnlijk niet groter zijn dan n . Wanneer dit wel het geval is, zal de uitdrukking voor de bodemsprong geen realistische uitkomsten meer geven wegens falend limietgedrag. De limietuitkomst voor grote afvoeronttrekkingen nadert dan naar min oneindig terwijl het in de lijn der verwachting ligt dat de bodemsprong dan zal uitgroeien tot de waterdiepte. Dit gebeurt wanneer $k < n$, de bodemsprong lijkt dan wel instabiel te worden i.t.t. de situatie waarbij $k > n$.

In figuur 4-5, wordt het bovenstaande samengevat.



figuur 4-5; relatie tussen k en n

Voor de gelineariseerde evenwichtsuitdrukking, heeft k over het gehele domein van afvoeronttrekkingen een zeer minimale invloed (tenzij $k = 0$). De hierboven beschreven grens ($k = n$), geldt dus ook niet voor deze uitdrukking.

De invloed van de coëfficiënt n verschilt ook per evenwichtsuitdrukking.

Voor de niet-lineaire evenwichtsuitdrukking heeft een toename van n , een groei van de bodemsprong tot gevolg. Tevens zullen door een toename van deze coëfficiënt, de verschillen tussen de modelresultaten onderling groter worden. Relatief grote bodemsprongen zullen namelijk t.g.v. een aanpassing van n , sterker veranderen dan de kleinere.

In de gelineariseerde evenwichtsuitdrukking voor de bodemsprong, is de invloed van n zeer minimaal. Variatie van de coëfficiënt n leidt nauwelijks tot veranderingen. Gedurende de kalibratie met n , moet de hierboven beschreven relatie met k in de gaten gehouden worden.

Een toename van de verhouding m_2/m_0 leidt in alle gevallen tot een daling van de bodemsprong. Voor de gelineariseerde uitdrukking is deze daling onafhankelijk van de afvoeronttrekking zodat een verandering van deze coëfficiënt leidt tot een translatie van modelresultaten. Voor de niet-lineaire uitdrukking leidt een verandering van m_2/m_0 tot zowel een translatie als een lichte rotatie. De modelresultaten zullen namelijk enigszins in elkaar schuiven.

In de onderstaande tabel worden de eigenschappen kort samengevat.

Toename coëfficiënt	Effect op modelresultaten (niet-lineaire uitdrukking)	Effect op modelresultaten (gelineariseerde uitdrukking)
k	afname Δz (vanaf $\frac{\Delta Q}{Q} > \frac{1}{B_2/B_1 + 1}$) in elkaar schuiven puntenreeks	minimaal
n	toename Δz uit elkaar schuiven puntenreeks	minimaal
m_2/m_0	afname Δz translatie puntenreeks in elkaar schuiven puntenreeks	afname Δz translatie puntenreeks

tabel 4-1; kalibratie eigenschappen voor modelresultaten uitgezet in de tijd

Hoofdstuk 5 Lange termijn ontwikkeling

5.1 Inleiding

Dit hoofdstuk behandelt de lange termijn ontwikkeling van de lokale bodemligging t.p.v. de splitsingspunten Pannerdensche Kop en IJsselkop. Hierbij wordt het gedrag van de bodemsprongen gevolgd d.m.v. data analyse en modelonderzoek.

In paragraaf 5.2 zullen de verschillende typen meetdata beschouwd worden. Begonnen zal worden met de model invoerdata (waterstanden en afvoergegevens). Vervolgens zullen ook bodempeilingen bij de analyse betrokken worden. Uit deze bodempeilingen kan de omvang van de bodemsprongen bepaald worden en het gedrag hiervan in de tijd. Deze data kunnen tevens dienen als vergelijkingsmateriaal voor de model uitvoer. Voor deze analyse zijn vrijwel complete datasets beschikbaar vanaf het jaar 1950.

De lokale bodemligging wordt in paragraaf 5.3 met modelonderzoek nagespeeld. Er zal begonnen worden met het toetsen van de evenwichtsuitdrukking voor de bodemsprong, waarna vervolgens ook het relaxatie model zal worden toegepast. Deze beide modellen zullen gekalibreerd worden met de in paragraaf 5.2 geanalyseerde bodempeilingen. De kalibratie zal tevens gebeuren op basis van de resultaten van de gevoeligheidsanalyse (hoofdstuk 4).

5.2 Analyse meetdata

5.2.1 Waterstanden en afvoerdata

Herkomst van data

Voor de verschillende stations langs het rivierengebied wordt op basis van de ter plaatse gemeten waterstand, de grootte van de rivierafvoer bepaald (Q-h relatie).

Het peilen van de waterstand gebeurt (onder normale omstandigheden) dagelijks, waardoor er ook dagwaarden voor de rivierafvoer zijn terug te vinden. Relevant voor de splitsingspunten Pannerdensch Kop en IJsselkop zijn de onderstaande meetstations:

- Lobith (Bovenrijn)
- Pannerdensch Kop (Waal)
- Pannerden (Pannerdensch Kanaal)
- Driel (Nederrijn)
- IJsselkop (IJssel)

Voor het splitsingspunt IJsselkop is er pas een compleet beeld op te maken van de afvoerverdeling, vanaf het jaar 1961. Afvoerdata van verder terug in de tijd zijn helaas niet meer terug te vinden in de RWS dataset.

Afvoerdata betreffende het splitsingspunt Pannerdensch Kop gaan terug tot begin vorige eeuw. Er is echter i.v.m. de beschikbaarheid van bodempeilingen, gekozen om vanaf het jaar 1950 te starten met deze analyse.

Data betreffende de waterhoogte zijn vanwege hun onderlinge relatie, voor dezelfde periodes beschikbaar als de afvoerdata (Pannerdensch Kop vanaf 1900, IJsselkop vanaf 1961).

Opnieuw is er gekozen om vanaf 1950 te starten met de analyse hiervan.

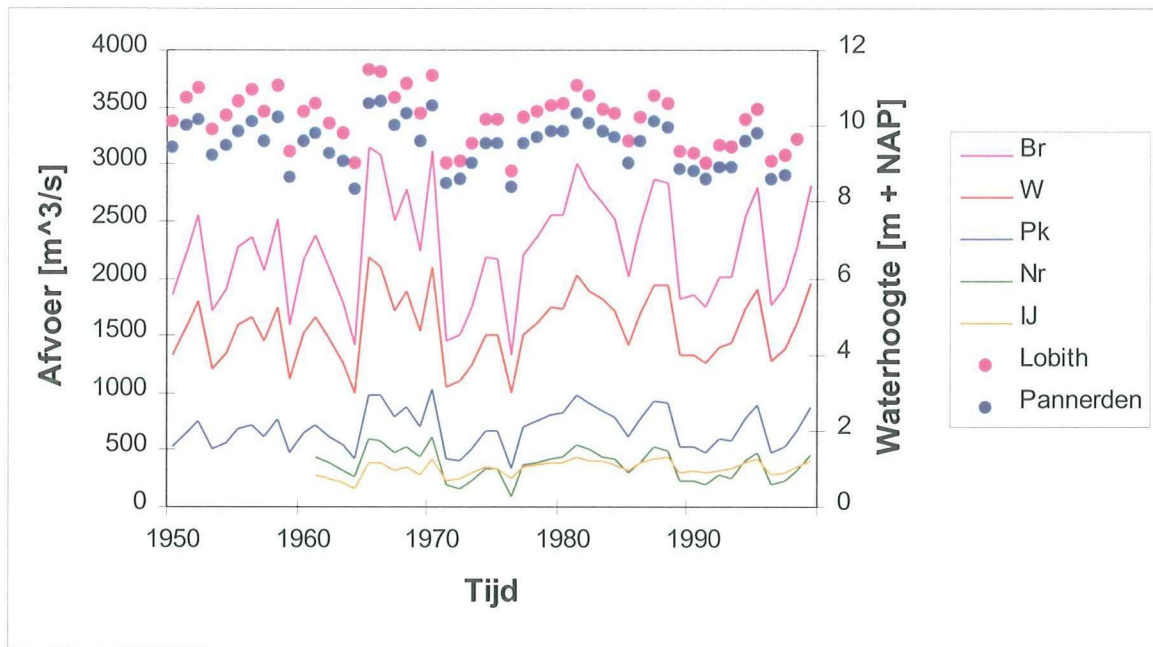
Omdat enkel de waterdiepte van de (t.o.v. het splitsingspunt) bovenstrooms gelegen riviertak is terug te vinden in de evenwichtsuitdrukkingen, zullen slechts waterstandsdata van twee stations beschouwd worden. Voor het splitsingspunt Pannerdensch Kop is dit dus de waterstand in de Bovenrijn. Voor het splitsingspunt IJsselkop gaat het om de waterstand in het Pannerdensch Kanaal.

Bewerking en verklaring van data

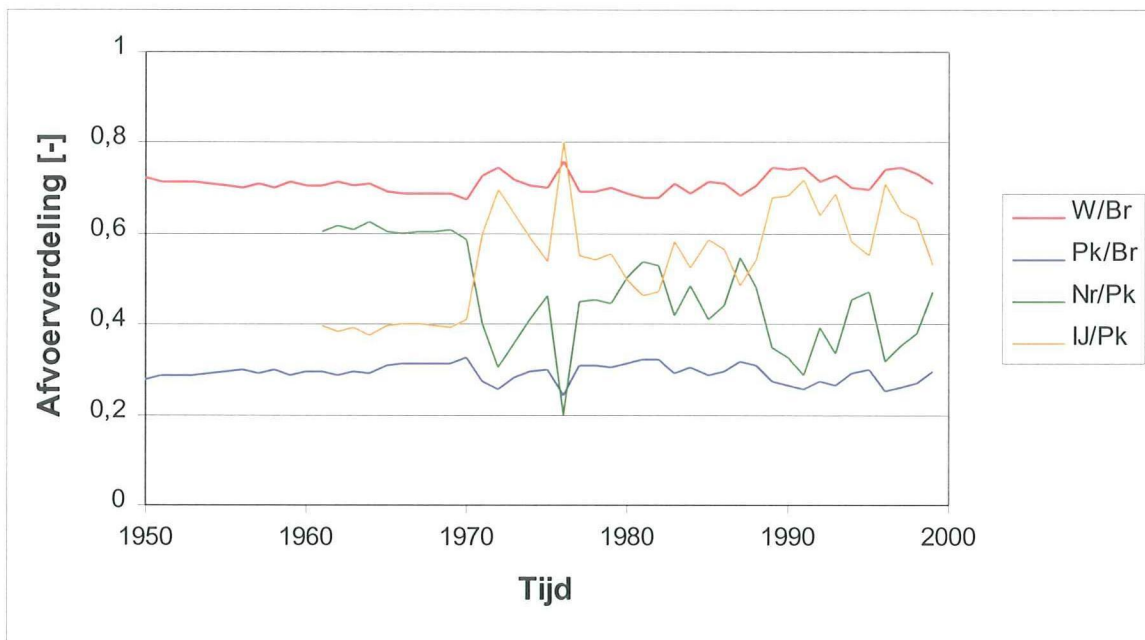
De dagelijkse afvoerdata en waterstanden zijn omgezet naar jaargemiddelden. Omdat de bodemligging op een jaarlijkse basis gepeild is, ligt het voor de hand om alle overige data ook naar jaarwaarden om te zetten.

Uit figuur 5-1 (waterstand en afvoer uitgezet tegen de tijd), valt het verband tussen de waterstand en de afvoer (Q-h relatie) duidelijk op te maken. Ook is te zien dat er tussen de jaargemiddelde waarden nog aanzienlijke verschillen bestaan.

Opvallend is dat vanaf begin jaren '70 de afvoerverdeling bij het splitsingspunt IJsselkop plotseling een stuk grilliger wordt. Dit beeld komt nog duidelijker naar voren wanneer figuur 5-2 bestudeert wordt. Hierin is de afvoerverdeling voor de beide splitsingspunten uitgezet tegen de tijd.



figuur 5-1; jaargemiddelde afvoer en waterhoogte



figuur 5-2; jaargemiddelde afvoerverdeling

De verklaring voor de plotselinge verandering in afvoerverdeling, ligt in de kanalisatie van de Nederrijn. Begin jaren '70 zijn er drie stuwen in gebruik genomen, die de afvoerverdeling zijn gaan reguleren. Bij een lage Bovenrijnafvoer worden deze stuwen gesloten, om de Waal voldoende afvoer (en dus waterdiepte) te geven i.v.m. de scheepvaart. Voor een periode met een hoge afvoer, worden de stuwen geopend om de afvoercapaciteit te vergroten. Hierdoor is de afvoerverdeling voor de IJsselkop zeer grillig geworden, wat in iets mindere mate opgaat voor de Pannerdensche Kop.

5.2.2 Bodempeilingen

Herkomst van data

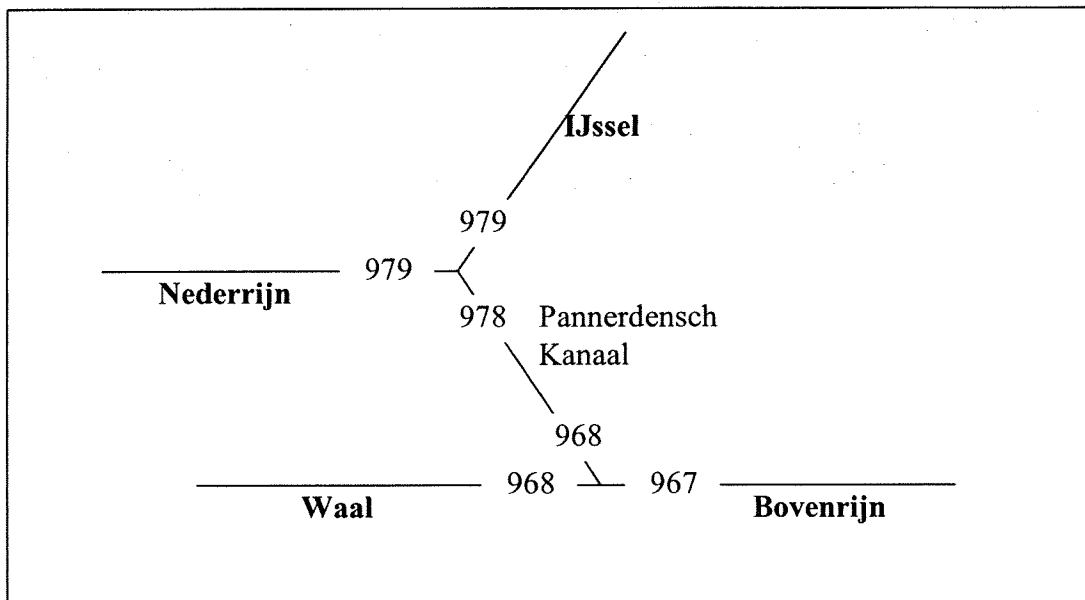
Om de lange termijn ontwikkeling van de bodemsprong te volgen, worden er jaarlijkse dwarspeilingen beschouwd. Deze data die de dwarsdoorsnede gemiddelde bodemligging weergeven, worden op een jaarlijkse basis gepeild.

Het uitvoeren van de jaarlijkse dwarspeilingen gebeurt onder normale omstandigheden waardoor de jaargemiddelde hydraulische condities zich laten vergelijken met de condities tijdens het peilen.

Al vanaf 1926 zijn er voor de Pannerdensche Kop sporadisch dwarspeilingen terug te vinden, de dataset begint echter pas compleet te worden vanaf 1950. Daarom is er gekozen om vanaf 1950 te starten met deze analyse.

Om de morfologische ontwikkeling van het riviereengebied te volgen, zijn de riviertakken onderverdeelt in raaien met een grootte van ongeveer een kilometer. Tot de jaren '70 werd er per raai een waarde voor de bodemligging bepaald. Hierna is men verder gegaan met een 100m rooster. Deze 100m data zijn vervolgens bewerkt tot data die de bodemligging van de verschillende raaien nauwkeuriger beschrijven.

In de onderstaande figuur is op een schematische wijze de raainummering van de verschillende takken weergegeven.



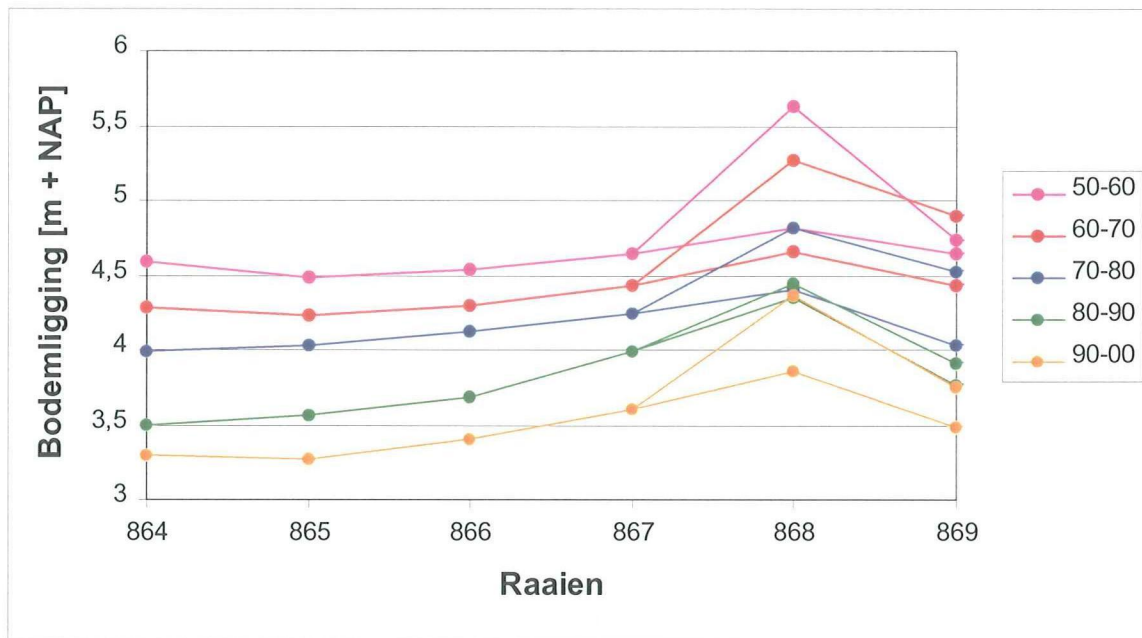
figuur 5-3; raainummering

Bewerking en verklaring van data

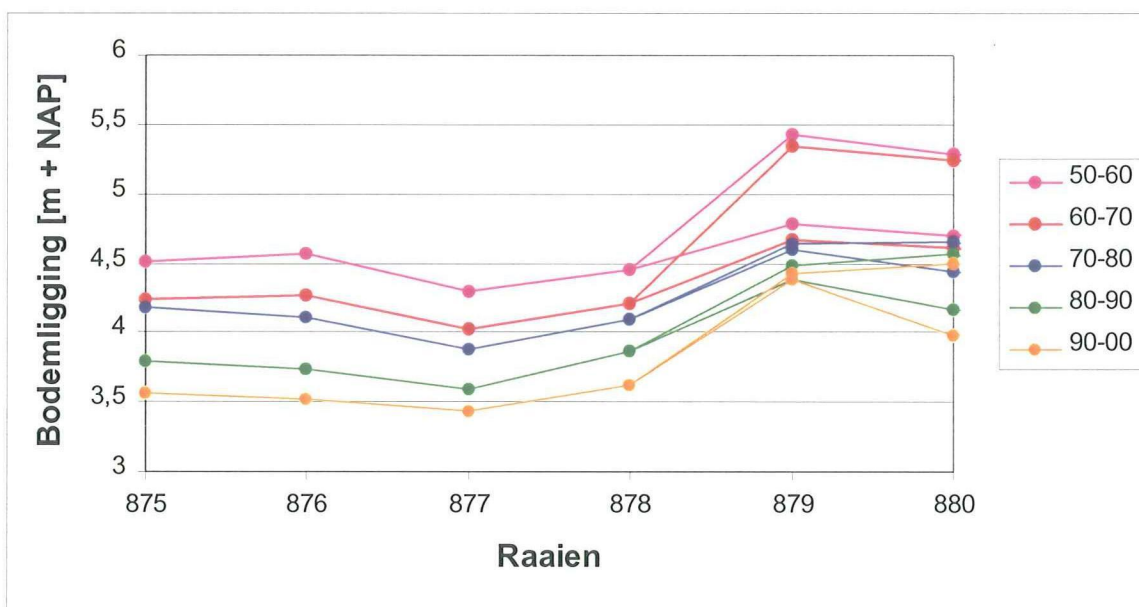
Om een beeld te krijgen van de omvang en de opbouw van de bodemsprong, wordt er begonnen met het omzetten van de dwarspeilingen naar bodemlangsprofielen. Dit is gedaan voor de riviertrajecten rondom de splitsingspunten, voor verschillende tijdsperioden. Er is gekozen om de bodempeilingen te middelen over perioden van 10 jaar, om zo tot gemiddelde profielen te komen voor de verschillende decennia.

M.b.v. deze bodemlangsprofielen kan de lengte (het aantal raaien) opgemaakt worden waarover de bodemsprong wordt opgebouwd. Dit is namelijk de lengte waarover het langsprofiel stijgt. Nu kan ook de grootte van de bodemsprong bepaald worden, door de twee peilingen (uiteinden van de opbouw lengte) van elkaar af te trekken.

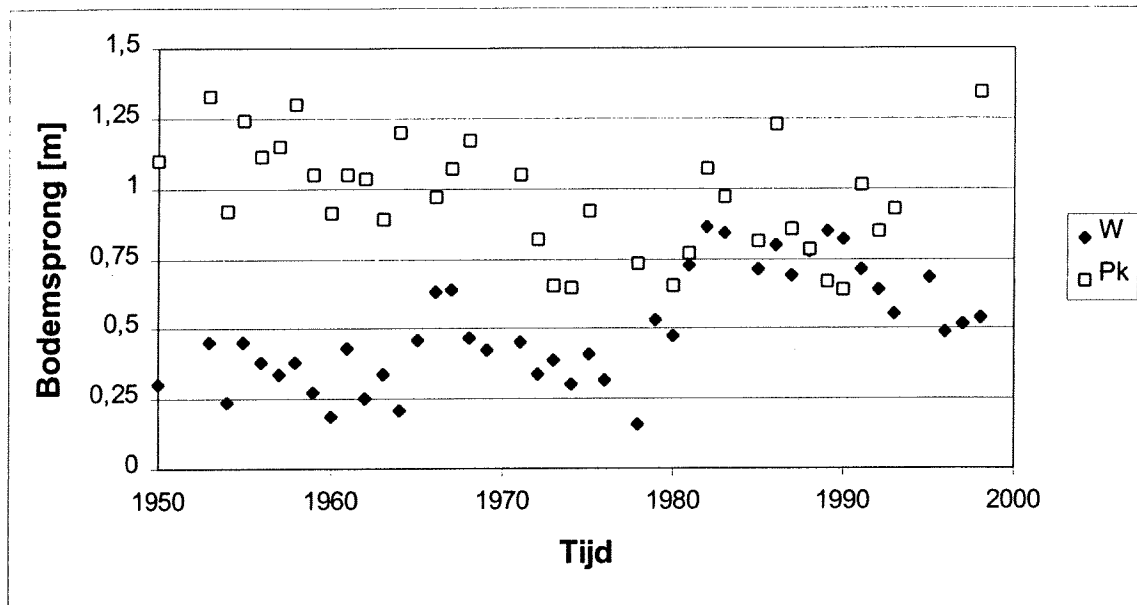
Uitwerking van de data, levert voor de Pannerdensche Kop een opbouw lengte van 3 raaien (865-868) op. De bodemsprongen t.p.v. de IJsselkop wordt gemiddeld gezien opgebouwd over 2 raaien, te weten 877-879. Hieruit valt af te leiden dat de opbouw van een bodemsprong voor een deel plaats vindt in de bovenstroomse riviertak.



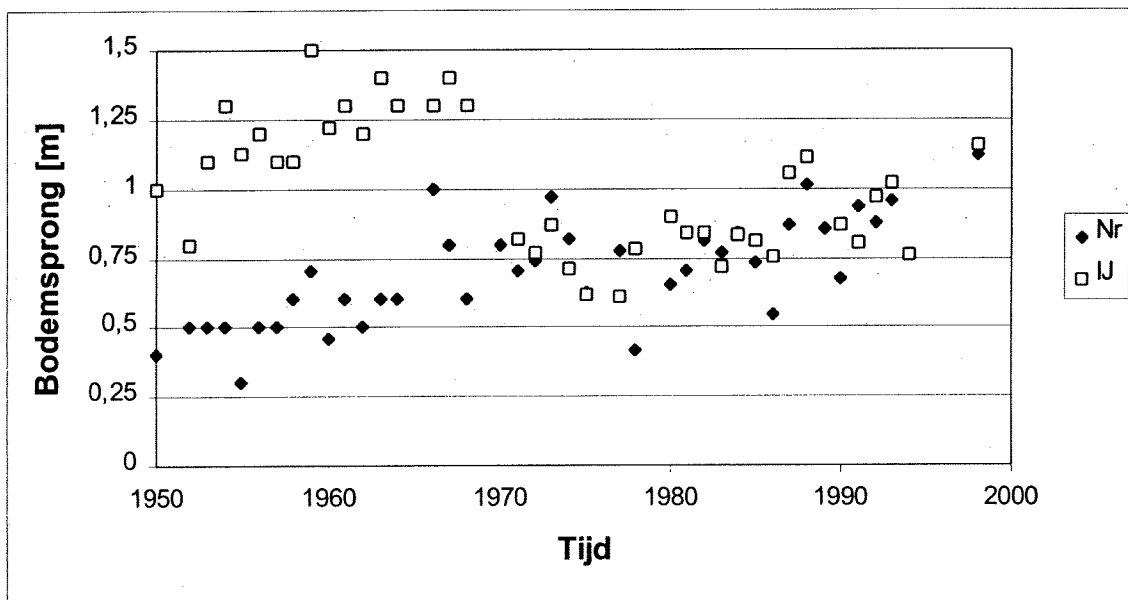
figuur 5-4; bodemlangsprofielen Pannerdensche Kop (10-jarig gemiddelde)



figuur 5-5; bodemlangsprofielen IJsselkop (10-jarig gemiddelde)



figuur 5-6; bodemsprongen Pannerdensche Kop



figuur 5-7; bodemsprongen IJsselkop

De ingebruikname van de stuwen in de Nederrijn, is duidelijk terug te vinden in de ontwikkeling van de bodemsprongen bij het splitsingspunt IJsselkop. Begin jaren '70 is er een plotselinge afname van de bodemsprong naar de IJssel waar te nemen, terwijl de omvang van de bodemsprong naar de Nederrijn juist toeneemt. De verklaring hiervoor ligt in de nieuwe, aangepaste afvoerverdeling.

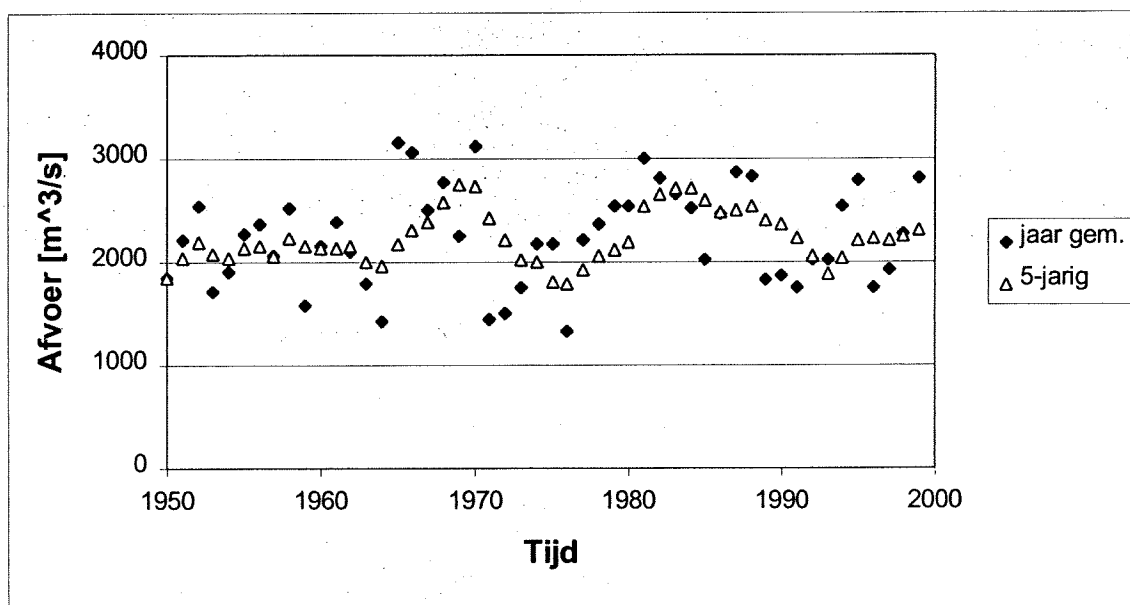
Door de aanleg van de stuwen is de gemiddelde afvoer via de Nederrijn vermindert. Hierdoor is ook de evenwichtswaterdiepte in deze riviertak afgenomen, wat heeft geleid tot een toename van deze bodemsprong. De gemiddelde afvoer via de IJssel is t.g.v. de stuwen toegenomen, wat een grotere evenwichtsdiepte tot gevolg heeft. Hierdoor is de bodemsprong naar deze riviertak juist afgenomen.

De natuurlijke afvoerverdeling bij de Pannerdensche Kop is aan een trendmatige verandering onderhevig (Schropp, 2000). Het aandeel voor de Waal lijkt af te nemen ten gunste van het Pannerdensch Kanaal, waardoor de IJsselpop meer afvoer te verdelen krijgt. In figuur 5-2 is deze trend tot de ingebruikname van de stuwen in de Nederrijn te herkennen. De doorwerking hiervan op de bodemsprongen, is in de figuren 5-6 en 5-7 terug te vinden. Tot '71 stijgt de bodemsprong naar de Waal (vanwege een afname van $\Delta Q/Q_0$) en daalt de bodemsprong naar het Pannerdensch Kanaal. Ook in het verloop van de bodemsprongen t.p.v. de IJsselpop is deze trend terug te vinden. Er is namelijk tot '71 een groei van deze beide bodemsprongen waar te nemen, die veroorzaakt wordt door een stijging van a_0 (door toename aandeel Pannerdensch Kanaal).

Het verloop van de bodemsprongen bij het splitsingspunt Pannerdensche Kop laat ook enigszins een golfbeweging zien. De maxima van deze golfbeweging zijn eind jaren '60 en halverwege de jaren '80 waar te nemen.

Deze golfbeweging is tevens terug te vinden in het afvoerterloop van de Bovenrijn. In de onderstaande figuur, waar voor de afvoer het voortschrijdend gemiddelde van 5 jaar is uitgezet, komt dezelfde golfbeweging duidelijk naar voren.

De golfbeweging is niet duidelijk terug te vinden in het verloop van de bodemsprongen bij de IJsselpop.



figuur 5-8; voortschrijdend gemiddelde Bovenrijnafvoer

5.3 Modelonderzoek

5.3.1 Toetsing evenwichtsuitdrukking

De invoer van de niet-lineaire evenwichtsuitdrukking voor de bodemsprong (vgl. 5.1) bestaat uit de dimensieloze afvoeronttrekking en de waterdiepte. Gekozen is voor het invoeren van jaargemiddelde data, omdat op deze wijze de modelresultaten zich beter laten vergelijken met de jaarlijkse dwarspeilingen.

De afvoeronttrekking ($\Delta Q/Q_0$) wordt bepaald door de jaargemiddelde afvoeren van de aftakkende riviertak en de bovenstroomse riviertak door elkaar te delen. De waterdiepte (a_0) is berekend door het jaargemiddelde van de bovenstroomse waterhoogte te verminderen met de bijbehorende jaarlijkse dwarspeiling.

Voor de verschillende rivierbreedtes is de desbetreffende normaalbreedte t.p.v. het splitsingspunt ingevuld (voor grootte, zie paragraaf 4.2).

$$\frac{\Delta z_2}{a_0} = 1 - \left(\frac{m_2}{m_0} \right)^{1/n} \left(\frac{B_2}{B_0} \right)^{(1-n)/n} \left(1 - \frac{\Delta Q}{Q_0} \right) \left(1 + \left(\frac{B_1}{B_2} \right)^{1-k} \left(\frac{\Delta Q/Q_0}{1 - \Delta Q/Q_0} \right)^k \right)^{1/n} \quad (5.1)$$

M.b.v. het spreadsheet programma Excel, zijn in grafieken voor een periode van vijftig jaar (1950 - 2000) de bodempeilingen vergeleken met modelresultaten (zie bijlage 3). Bij de onderstaande coëfficiëntgrootte (tabel 5-1) komen de modelresultaten grofweg, het best overeen met de peilingen. Aan deze waarden moet geen grote significantie worden ontleent, ze geven slechts een indicatie van de grootte die leidt tot overeenkomst tussen model en bodempeilingen. Bij het kalibreren is er tevens per bodemsprong, het gemiddelde van de jaarlijkse relatieve afwijking tussen de modelresultaten en de bodempeilingen bepaald. De kalibratie is gebonden aan de eis, dat de parameter k voor de splitsingspunten constant moet zijn. Deze waarde mag dus niet per bodemsprong verschillen. Verondersteld is, dat de parameter n en de verhouding m_2/m_0 wel mogen variëren per bodemsprong. Wanneer een coëfficiënt een minimale invloed heeft, wordt hiervoor de meest algemene waarde aangenomen ($k = 2$, $n = 5$ en $m_2/m_0 = 1$).

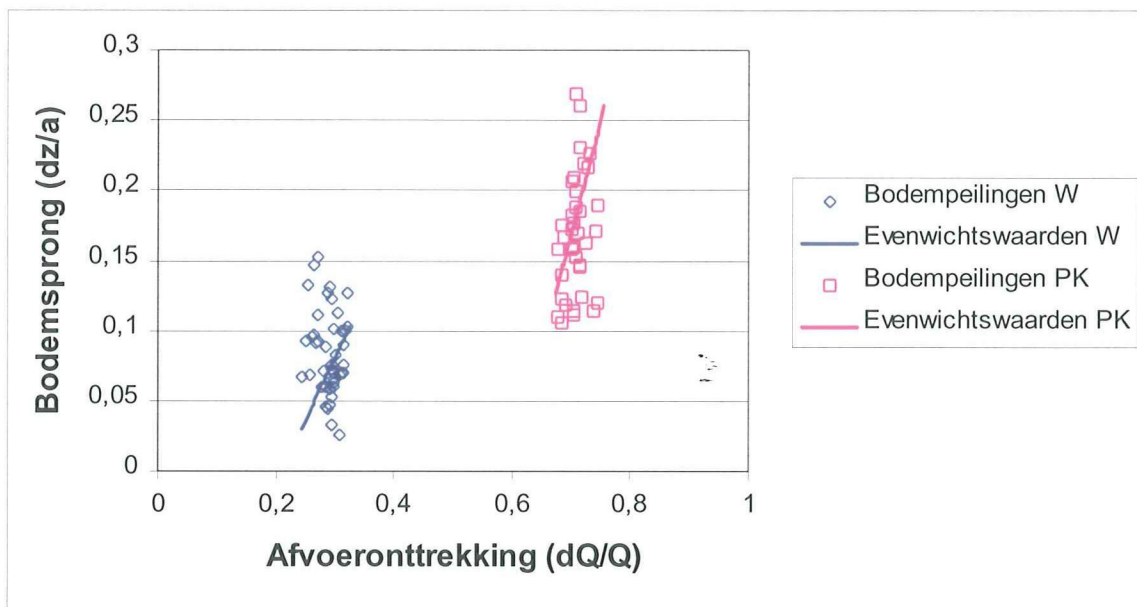
	Waal	Pannerdensch Kanaal	Nederrijn	IJssel
k	2	2	2	2
n	5	5	3	2
m_2/m_0	1	1,2	1,1	0,8
rel. afwijking	0,39	0,25	0,26	0,31

tabel 5-1; kalibratie

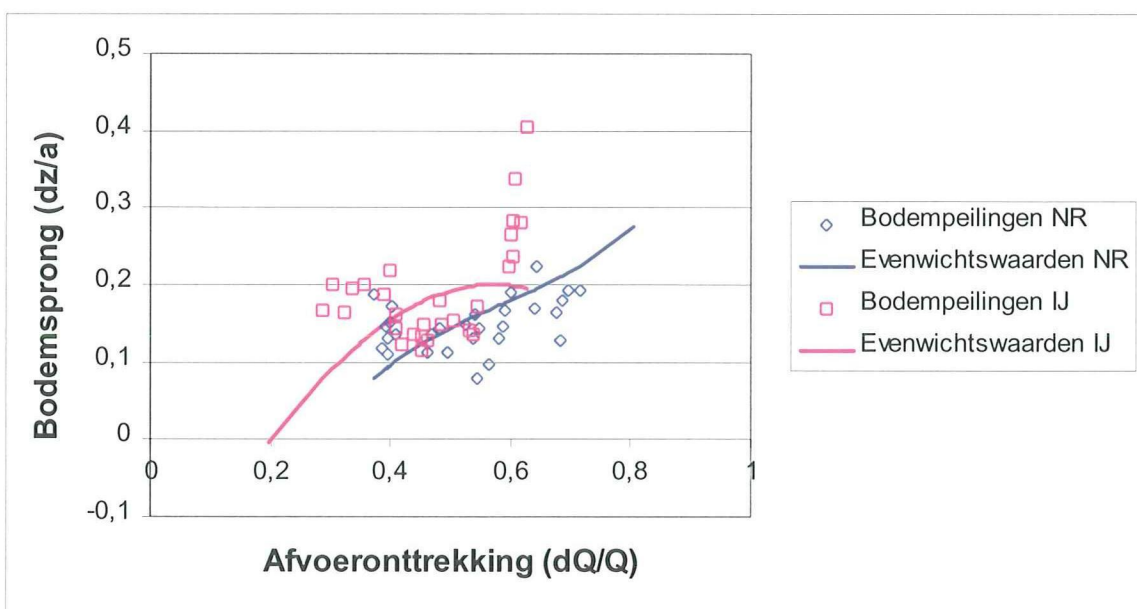
Uit de tabel blijkt dat de kalibratie van het splitsingspunt Pannerdensch Kop is geëindigd in vrij algemene (aannemelijke) waarden voor de verschillende coëfficiënten. Enkel de verhouding m_2/m_0 bleek geschikt te zijn om het model te kalibreren.

Voor het splitsingspunt IJsselkop zijn er meer aanpassingen gedaan. Zo is de coëfficiënt n gebruikt om de onderlinge verschillen tussen de modelresultaten te verkleinen en door het aanpassen van de verhouding m_2/m_0 zijn de modelresultaten verschoven.

Met deze kalibratie, kan de evenwichtsuitdrukking voor de bodemsprong vergeleken worden met de bodempeilingen. De dimensieloze bodemsprong ($\Delta z/a_0$) wordt hierbij in een grafiek uitgezet tegen de dimensieloze afvoeronttrekking ($\Delta Q/Q_0$).



figuur 5-9; bodemsprongen Pannerdensch Kop (dimensieloos)



figuur 5-10; bodemsprongen IJsselkop (dimensieloos)

Wanneer deze figuren bestudeerd worden, kunnen er (met name bij de IJsselkop) per bodemsprong grofweg twee puntenwolken van bodempeilingen worden waargenomen. Deze twee wolken beschrijven de situatie voordat in de Nederrijn stuwen zijn aangelegd, respectievelijk na aanleg van de stuwen. De bredere wolk (groter domein van afvoeronttrekkingen) is hierbij de situatie na aanleg, de smallere puntenwolk van de situatie ervoor.

Omdat het model gekalibreerd is op de totale reeks van bodempeilingen, proberen de modelresultaten een beschrijving te geven van beide puntenwolken. Door een nieuwe, opgesplitste kalibratie uit te voeren waarbij de coëfficiënten van waarde kunnen veranderen na aanleg van de stuwen, wordt geprobeerd een betere beschrijving te verkrijgen. De dataset wordt dus in twee afzonderlijke delen gesplitst.

Resultaat van deze opgesplitste kalibratie zijn de coëfficiënten in tabel 5-2. Voor de vier bodemsprongen wordt nu een betere beschrijving verkregen van de lange termijn ontwikkeling (zie bijlage 4). Ter indicatie valt uit de tabellen op te maken dat de relatieve afwijking is afgenomen.

	Waal		Pannerdensch Kanaal		Nederrijn		IJssel	
	tot '71	vanaf '71	tot '71	vanaf '71	tot '71	vanaf '71	tot '71	vanaf '71
k	2	2	2	2	2	2	2	2
n	5	5	5	5	3	3	2	2
m₂/m₀	1,1	0,8	1	1,4	0,9	1,2	0,7	0,8
rel. afwijking	0,33		0,19		0,17		0,27	

tabel 5-2; opgesplitste kalibratie

Opvallend is, dat enkel de verhouding m_2/m_0 is aangepast om de overgang naar een situatie met stuwen te beschrijven. Dit ligt echter in de lijn der verwachting, omdat de geometrie van het splitsingspunt en het type sedimenttransport niet zijn veranderd met de komst van de stuwen. Bij de kalibratie zijn de overige coëfficiënten (k en n) dan ook constant gebleven. De grootte van de coëfficiënt m wordt o.a. bepaald door de Chézy-waarde, die afhankelijk is van de ruwheid en de waterdiepte (zie vgl. 5.2 en 5.3).

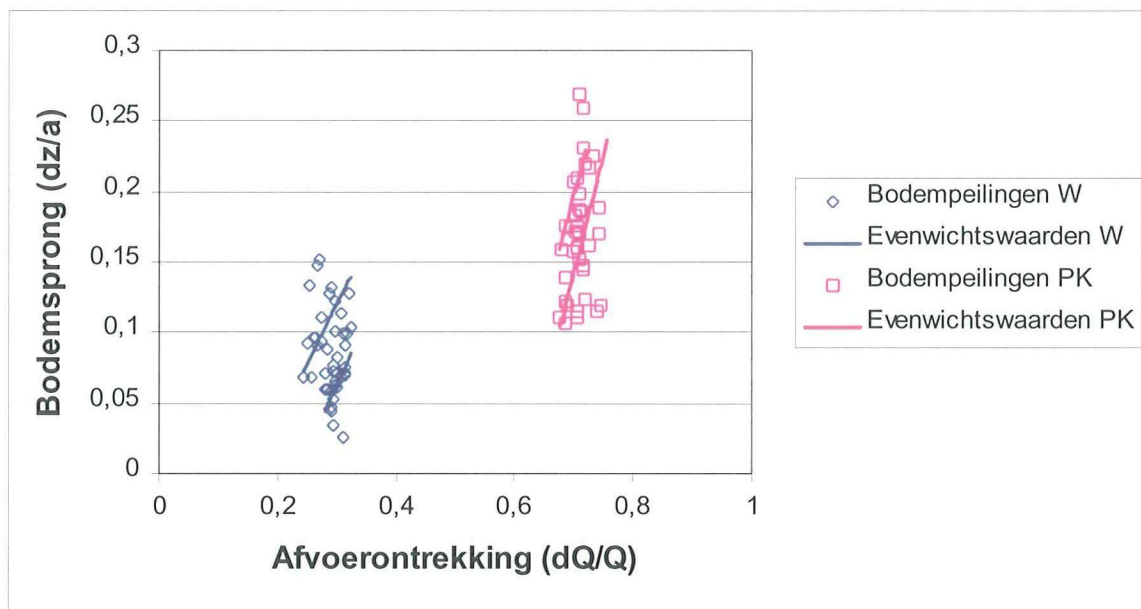
$$m = \frac{0,084}{\sqrt{g} C^3 \Delta^2 D_{50}} \quad (5.2)$$

$$C = 18 \log \frac{12a}{k} \quad (5.3)$$

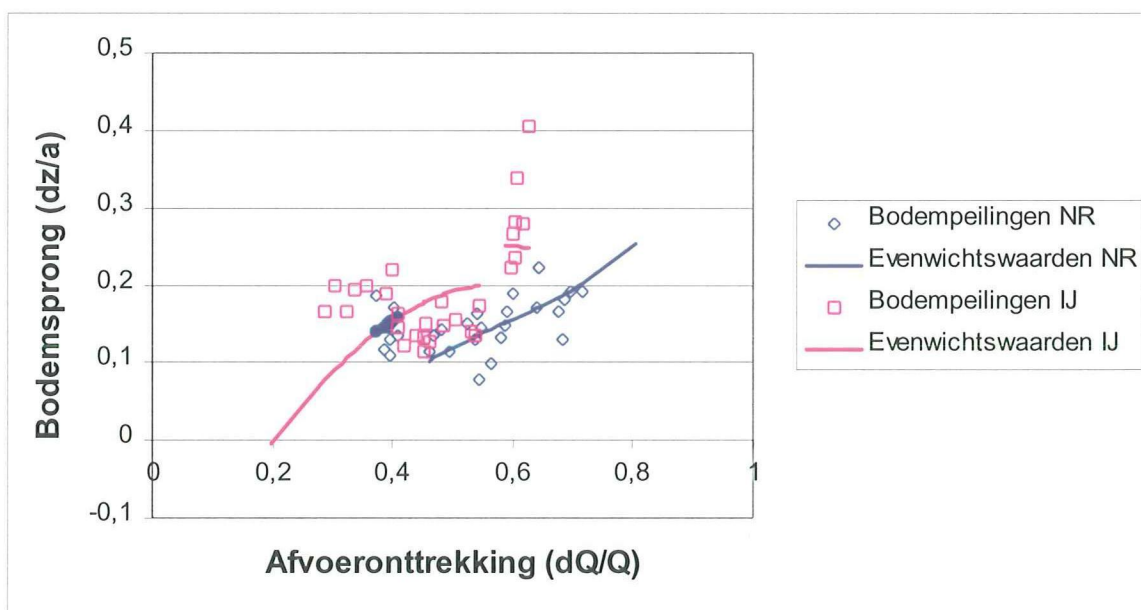
Met deze afhankelijkheid (tussen m en a) is de aanpassing van de verhouding m_2/m_0 te verklaren, die nodig is om de nieuwe reeks van bodempeilingen (vanaf '71) te beschrijven.

De plotselinge verandering van de bodemsprong (t.g.v. de stuwen) is namelijk te vertalen in een verandering van de verhouding a_2/a_0 en dus in een verandering van de verhouding m_2/m_0 . Dit resulteert t.p.v. de Pannerdensche Kop voor de plotseling dalende sprong naar de Waal in een afname van m_2/m_0 en bij de plotseling stijgende sprong naar het Pannerdesch Kanaal in toename van m_2/m_0 . Voor de IJsselkop gaat dit niet meer op, waarschijnlijk omdat ook de bodemligging van het Pannerdensch Kanaal (bovenstroomse riviertak) veranderd is.

Met deze opgesplitste kalibratie kunnen opnieuw de volgende figuren gemaakt worden. Hierin zijn per bodemsprong twee functies met modelresultaten terug te vinden, deze functies proberen een beschrijving te geven voor de beide wolken van bodempeilingen.



figuur 5-11; bodemsprongen Pannerdensche Kop (dimensieloos, opgesplitste kalibratie)



figuur 5-12; bodemsprongen IJsselkop (dimensieloos, opgesplitste kalibratie)

Opvallend blijven de bodemsprongen t.p.v. de IJsselkop, waarbij twee maal een zeer lage waarde voor de coëfficiënt n uit de kalibraties is voortgekomen.

Voor enkele extreme jaren, wat betreft de afvoerdeling (zeer weinig afvoer voor de Nederrijn), leidt de evenwichtsuitdrukking tot een negatieve bodemsprong voor de IJssel en tot een relatief grote bodemsprong voor de Nederrijn. In de bodempeilingen zijn deze uitschieters echter niet te herkennen. Om de modelresultaten daarom enigszins in de buurt van de bodempeilingen te laten krijgen, zijn ze bij de kalibratie in elkaar geschoven door een onrealistisch lage waarde te kiezen voor de coëfficiënt n .

Een mogelijke verklaring voor het, in eerste instantie, niet overeenkomen van de modelresultaten en de bodempeilingen t.p.v. de IJsselkop, ligt in de tijdschaal van bodemontwikkeling.

Gedurende een periode met weinig afvoer zullen de stuwen in de Nederrijn gesloten zijn en zal er i.p.v. het splitsingspunt IJsselkop sprake zijn van de rivierversmalling IJsselkop. Het water kan immers niet afgevoerd worden via de Nederrijn. T.g.v. deze situatie zal er voor de IJssel een negatieve bodemsprong willen ontstaan en voor de Nederrijn een zeer grote bodemsprong (de waterdiepte naderend). De tijdschaal van het tot stand komen, is echter relatief groot vanwege de lage rivierafvoer (tijdschaal is omgekeerd evenredig met de afvoer, zie vgl 3.40).

Wanneer er vervolgens een periode van hoge afvoer aanbreekt, waarbij de Nederrijn stuwen geopend worden, zal er weer sprake zijn van een splitsingspunt en zullen de bodemsprongen hun normale waarde willen aannemen. De tijdschaal van dit proces zal echter (door de hoge afvoer) korter zijn. Hierdoor zal deze toestand overheersen en daarom in de bodempeilingen terug te vinden zijn.

Samengevat kan de hypothese geformuleerd worden, dat de lokale bodemligging t.p.v. de IJsselkop hoogwater dominant is.

Ter controle hiervan zullen in de volgende paragraaf de bodemsprongen t.p.v. de IJsselkop nogmaals onderzocht worden. Wanneer deze bodempeilingen met een normalere waarde voor n en een variabele tijdschaal beter nagespeeld kunnen worden, kan de juistheid van de hypothese vastgesteld worden.

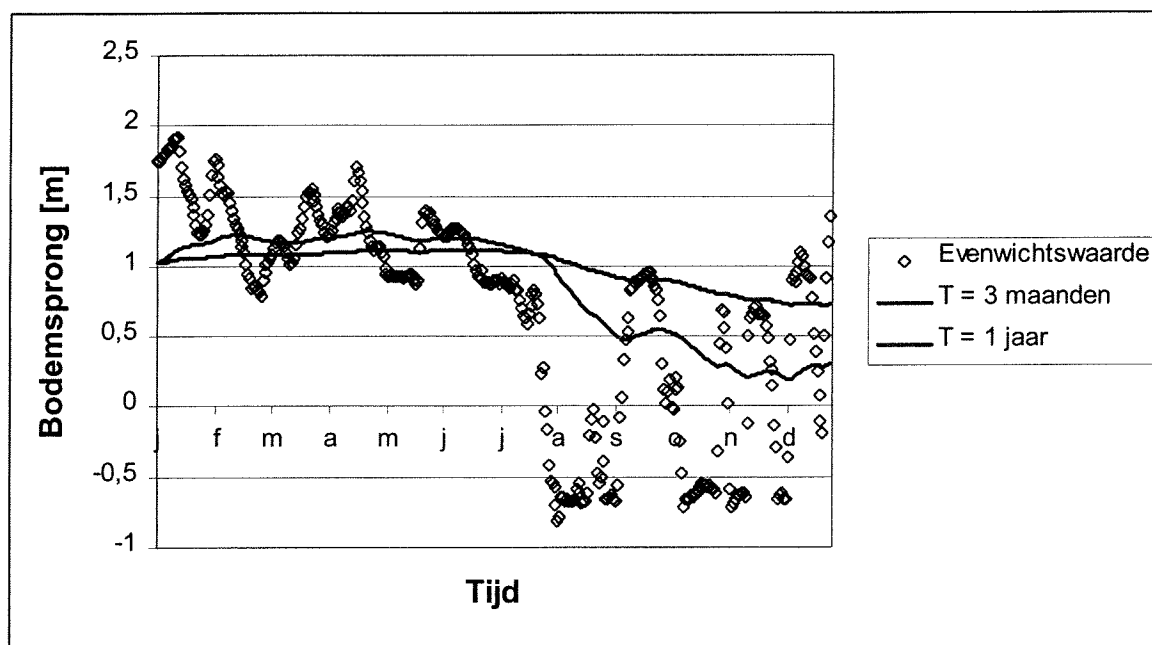
5.3.2 Toepassing relaxatiemodel

In deze paragraaf zal de hypothese getest worden, waarin gesteld wordt dat de lokale bodemligging t.p.v. de IJsselkop hoogwater dominant is (zie paragraaf 5.3.1). Tevens zal de toepasbaarheid van het relaxatiemodel onderzocht worden voor het splitsingspunt Pannerdensche Kop bij jaargemiddelde hydraulische invoer.

Om allereerst de werking van het relaxatiemodel op een duidelijke manier te demonstreren, wordt er als voorbeeld voor een tijdsperiode van een jaar gekozen voor daginvoer (i.p.v. jaargemiddelde invoer). Bij daginvoer ontstaan er nl. grote verschillen tussen de evenwichtswaarden en bovendien heeft bij deze invoer de veronderstelde tijdschaal (ongeveer een jaar, zie paragraaf 3.3.4) een andere orde van grootte als de tijdstap van invoer (dagen). Kortom, t.g.v. daginvoer zullen de ver uit elkaar liggende evenwichtswaarden niet worden bereikt.

In de onderstaande figuur is voor het jaar 1994, de bodemsprong naar de IJssel uitgezet voor verschillende constante tijdschalen. Dit houdt in dat de tijdschaal onafhankelijk is verondersteld van de afvoer.

Uit de figuur valt op te maken, dat t.g.v. een grote tijdschaal de modelresultaten uitvlakken. Tevens zijn in deze figuur ook duidelijk de periodes te herkennen waarin de Nederrijn stuwen gesloten zijn (als de evenwichtswaarde negatief is).



figuur 5-13; relaxatiemodel op basis van daginvoer IJssel (1994)

Om verder te gaan met de lange termijn ontwikkeling, zal er begonnen worden met het kalibreren van de gelineariseerde evenwichtsuitdrukking (vgl. 5.4) behorende bij het relaxatiemodel.

$$\frac{\Delta z_2}{a_0} = \frac{1}{n} \left(1 - \frac{m_2}{m_0} \right) + \frac{1-n}{n} \left(1 - \frac{B_2}{B_0} \right) + \frac{\Delta Q}{Q_0} - \frac{1}{n} \left(1 - \left(1 + \left(\frac{B_1}{B_2} \right)^{1-k} \left(\frac{\Delta Q / Q_0}{1 - \Delta Q / Q_0} \right)^k \right)^{-1} \right) \quad (5.4)$$

Deze uitdrukking heeft dezelfde jaargemiddelde hydraulische invoer als de niet-lineaire evenwichtsuitdrukking, nl. de dimensieloze afvoeronttrekking ($\Delta Q/Q_0$) en de bovenstroomse waterdiepte (a_0). Omdat in de vorige paragraaf naar voren is gekomen, dat de situatie beter gemodelleerd kan worden door de kalibratie op te splitsen in een situatie voor en na aanleg van de stuwen (dataset wordt opgesplitst), wordt dat bij deze uitdrukking opnieuw gedaan. De kalibratie (zie bijlage 5), levert de onderstaande groottes op voor de verschillende coëfficiënten:

	Waal		Pannerdensch Kanaal		Nederrijn		IJssel	
	tot '71	vanaf '71	Tot '71	vanaf '71	tot '71	vanaf '71	tot '71	vanaf '71
k	2	2	2	2	2	2	2	2
n	5	5	5	5	5	5	5	5
m_2/m_0	1	0,8	0,5	0,7	0,8	1,2	0,3	0,5
rel. afwijking	0,29		0,16		0,24		0,33	

tabel 5-3; opgesplitste kalibratie gelineariseerde uitdrukking

Te zien valt dat de gelineariseerde evenwichtsuitdrukking een vergelijkbare beschrijving geeft van de verschillende bodemsprongen als de niet-lineaire evenwichtsuitdrukking. Opnieuw ontstaan er ook bij deze uitdrukking extreme waarden voor de bodemsprongen t.p.v. de IJsselkop, die dit maal niet d.m.v. kalibratie dicht bij de overige waarden gekregen kunnen worden (n heeft nl. een minimale invloed op de uitkomst, zie hoofdstuk 4; Gevoeligheidsanalyse Bodemsprong). Dit heeft als voordeel, dat de hypothese (hoogwaterdominantie IJsselkop) met deze kalibratie goed te testen is.

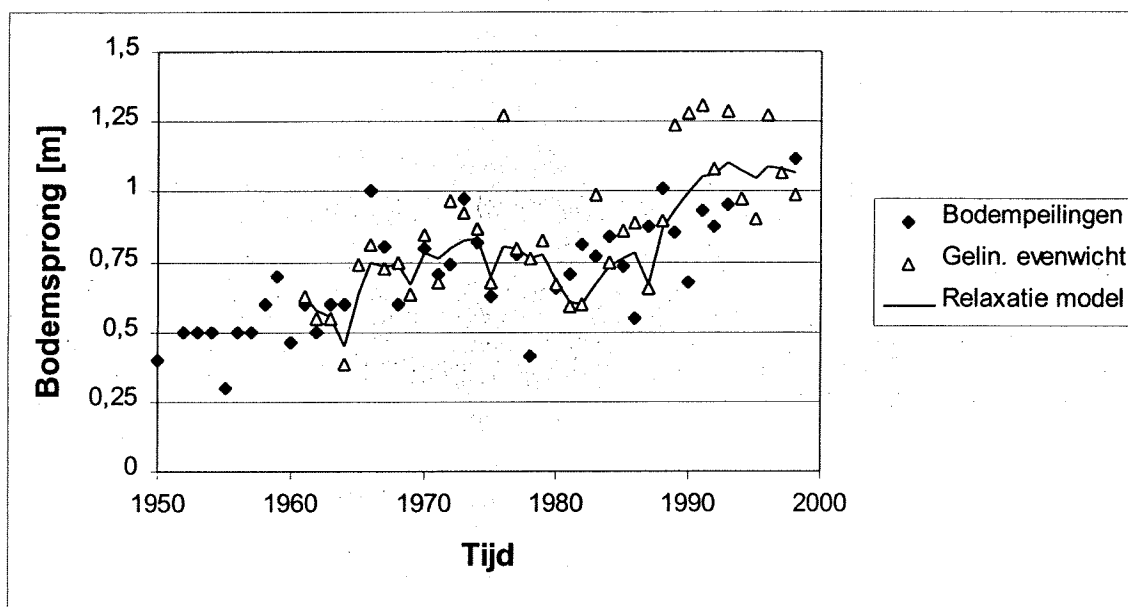
Door de figuren uit bijlage 4 en 5 te bestuderen, kunnen de volgende conclusies getrokken worden, betreffende de toepasbaarheid van het relaxatiemodel.

Voor de Pannerdensch Kop is de variatie van uitkomsten van de evenwichtsuitdrukkingen na kalibratie (met een normale waarde voor n) vergelijkbaar met de variatie van de bodempeilingen. De bodempeilingen liggen niet als een soort gemiddelde waarde tussen de modelresultaten in. Hieruit kan geconcludeerd worden dat de evenwichtswaarde op basis van jaargemiddelde invoer, ieder jaar nagenoeg bereikt wordt. De tijdschaal van aanpassing voor de jaargemiddelde invoer zal dus kleiner zijn dan een jaar, zodat het relaxatiemodel bij deze jaargemiddelde invoer niet van toepassing is op de bodemsprongen t.p.v. de Pannerdensch Kop.

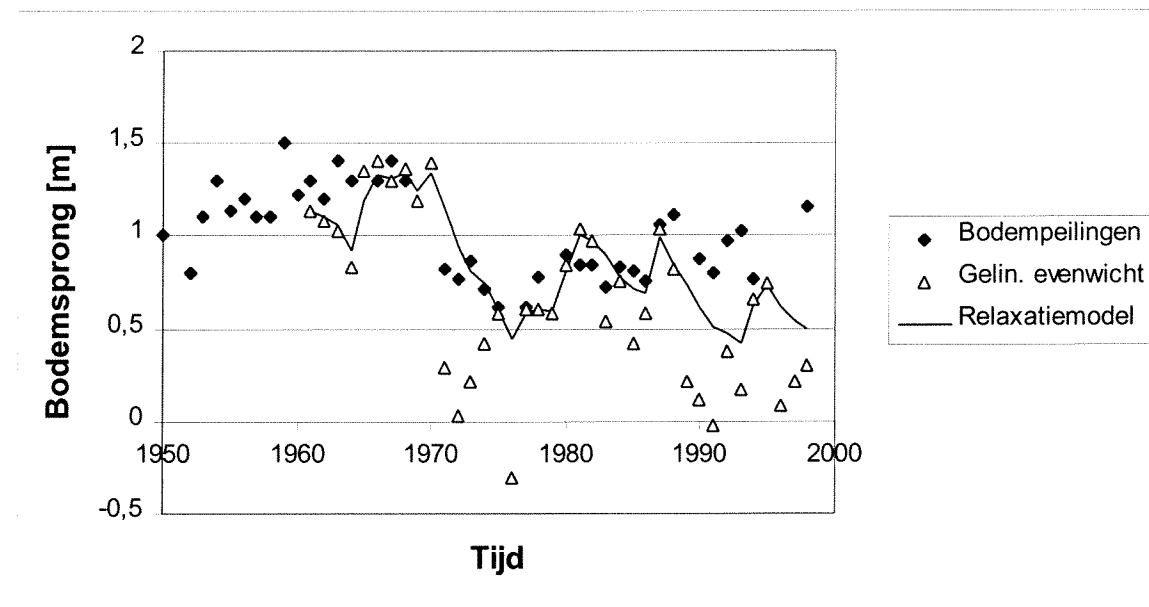
Voor de IJsselkop is er wel sprake van een sterke variatie van de uitkomsten van de evenwichtsuitdrukking (bij een normale waarde voor de coëfficiënt n). Deze sterke variatie valt te verklaren door de grote verschillen in de afvoerverdeling bij dit splitsingspunt t.g.v. de stuwen in de Nederrijn. Omdat de onderlinge variatie van de bodempeilingen minder sterk is, kan er geconcludeerd worden dat de verschillende evenwichtswaarden niet ieder jaar bereikt worden. Daarom zal voor dit splitsingspunt het relaxatiemodel worden toegepast.

Om nu de hypothese te toetsen, dat de bodemsprongen t.p.v. de IJsselkop hoogwater dominant zijn, wordt het relaxatiemodel toegepast met een variabele (afvoerafhankelijke) tijdschaal. Hierbij is er gekozen voor de volgende twee waarden voor de tijdschaal; $T = 5$ jaar bij weinig afvoer en $T = 0,5$ jaar bij veel afvoer. De grens tussen 'veel' en 'weinig' afvoer is vervolgens gerelateerd aan de afvoeronttrekking. Hiervoor is m.b.v. kalibratie de waarde $Q_{nr}/Q_{pk} = 0,45$ bepaald (is gelijk aan $Q_{ij}/Q_{pk} = 0,55$).

Voor het relaxatiemodel is de bijbehorende gelineariseerde evenwichtsuitdrukking gebruikt, die in deze paragraaf gekalibreerd is. Dit levert de volgende twee figuren op:



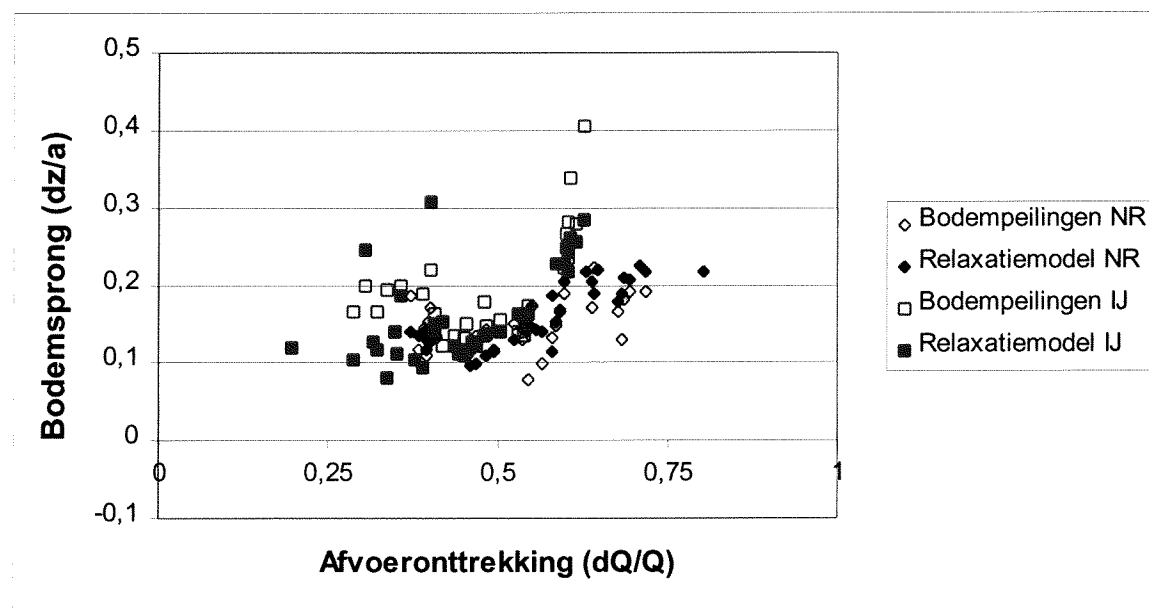
figuur 5-14; toepassing relaxatiemodel Nederrijn



figuur 5-15; toepassing relaxatiemodel IJssel

Uit deze beide figuren kan opgemaakt worden dat de bodempelingen beter nagespeeld kunnen worden met het relaxatiemodel en een variabele tijdschaal met aannemelijke waarden. Hieruit wordt de conclusie getrokken dat de lokale bodemligging t.p.v. de IJsselpop hoogwaterdominant is.

Op basis van de uitkomsten van het relaxatiemodel kan opnieuw de onderstaande dimensieloze figuur met de bodemsprongen t.p.v. de IJsselpop opgemaakt worden. Hierin is te zien, dat de modelresultaten geen curve meer vormen maar een puntenwolk (net zoals de bodempelingen).



figuur 5-16; bodemsprongen IJsselpop (dimensieloos, opgesplitste kalibratie, relaxatiemodel)

Hoofdstuk 6 Hoogwaterontwikkeling

6.1 Inleiding

Dit hoofdstuk behandelt het korte termijn gedrag van de lokale bodemligging bij de Pannerdensche Kop tijdens hoogwateromstandigheden. Door op een kleine tijdschaal (tijdsduur van het hoogwater) de ontwikkeling van de bodemsprongen te volgen, wordt er geprobeerd meer inzicht te verkrijgen in de snelheid en de wijze van aanpassing aan deze extreme hydraulische omstandigheden. Dit is aanvullend op het vorige hoofdstuk, waarin al de invloed van hoogwaters op de lange termijn ontwikkeling naar voren is gekomen. In paragraaf 6.2 zullen verschillende typen meetdata (afvoerdata, waterhoogten en multibeam data) met elkaar vergeleken worden. De multibeam data zijn rondom de Pannerdensche Kop op een dagelijkse basis gepeild, tijdens het hoogwater van najaar 1998. Om uit deze zeer uitgebreide dataset informatie te halen betreffende de bodemsprongen, zijn hiermee enkele bewerkingen uitgevoerd. De verschillende bewerkingen zullen in deze paragraaf aan de orde komen.

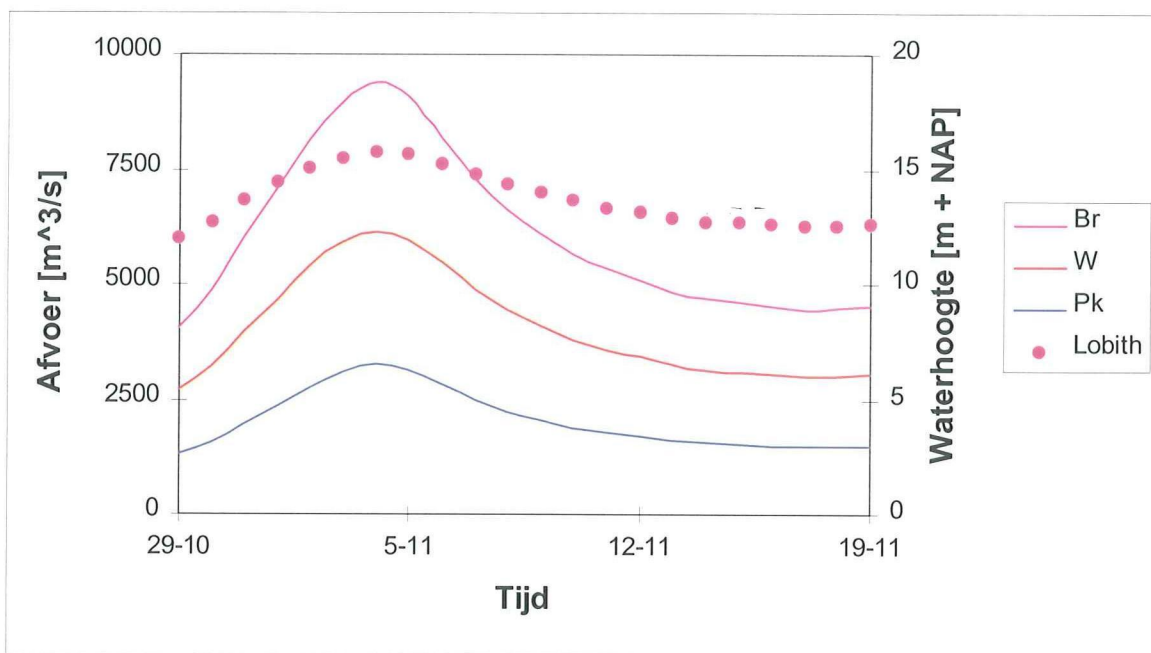
Paragraaf 6.3 vervolgt met het modelonderzoek van de hoogwater ontwikkeling. Hierin wordt onderzocht in hoeverre modelresultaten overeenkomen met de meetdata, waaruit vervolgens conclusies getrokken zullen worden betreffende het korte termijn gedrag.

6.2 Analyse Meetdata

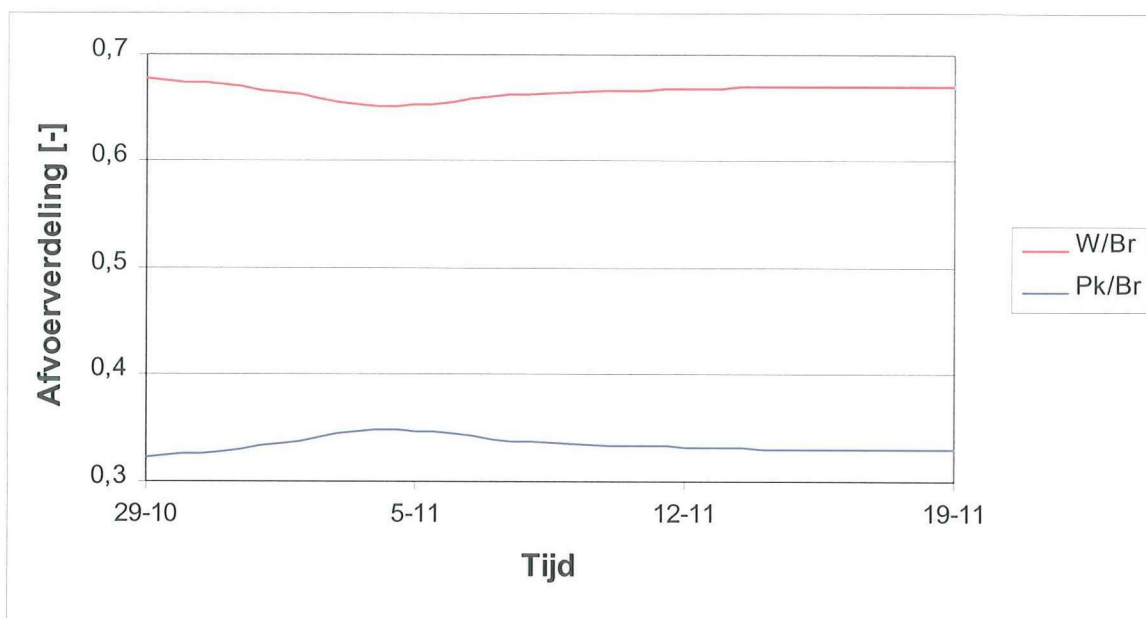
6.2.1 Waterstanden en afvoerdata

In het najaar van 1998 deed zich een hoogwater voor, behorende tot de 15 hoogste hoogwaters van de vorige eeuw. Van eind oktober tot eind november passeerde een afvoergolf, met een piek van 9500 m³/s bij Lobith op 4 november.

Met behulp van de Q-h relatie is bij de verschillende meetstations rond de Pannerdesche Kop uit de waterhoogte de grootte van de afvoer bepaald (figuur 6-1). Hiermee is vervolgens de afvoerverdeling bij de Pannerdensche Kop gedurende het hoogwater achterhaald (figuur 6-2). Te zien valt, dat de afvoerverdeling licht varieert gedurende het hoogwater. Hoe groter de bovenstroomse afvoer, hoe groter het aandeel voor het Pannerdensch Kanaal.



figuur 6-1; afvoer en waterhoogte gedurende hoogwater



figuur 6-2; afvoerdeling gedurende hoogwater

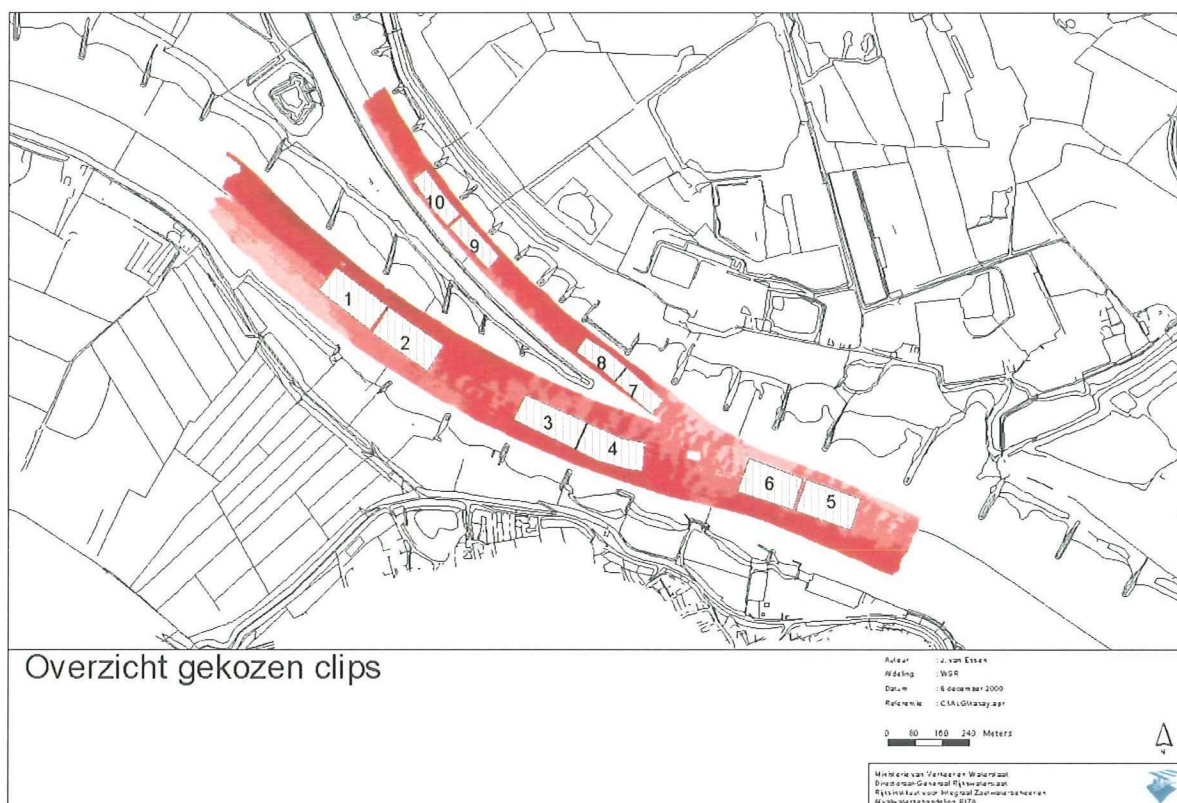
6.2.2 Multibeam data

Tijdens het hoogwater van '98, zijn er t.p.v. het splitsingspunt Pannerdensche Kop dagelijks bodempeilingen uitgevoerd met multibeam apparatuur. Het doel van deze meetcampagne was het bepalen van duinpatronen tijdens hoogwateromstandigheden, om zo m.b.v. de duinverplaatsmethode het bodemtransport te bepalen (Wilbers, 1999).

Deze multibeam data zijn opgeslagen in GIS bestanden, die voor elk meetpunt de x, y en z coördinaten van de bodemligging weergeven. In sommige gevallen is ook het exacte tijdstip opgeslagen, waarop het meetpunt is ingemeten.

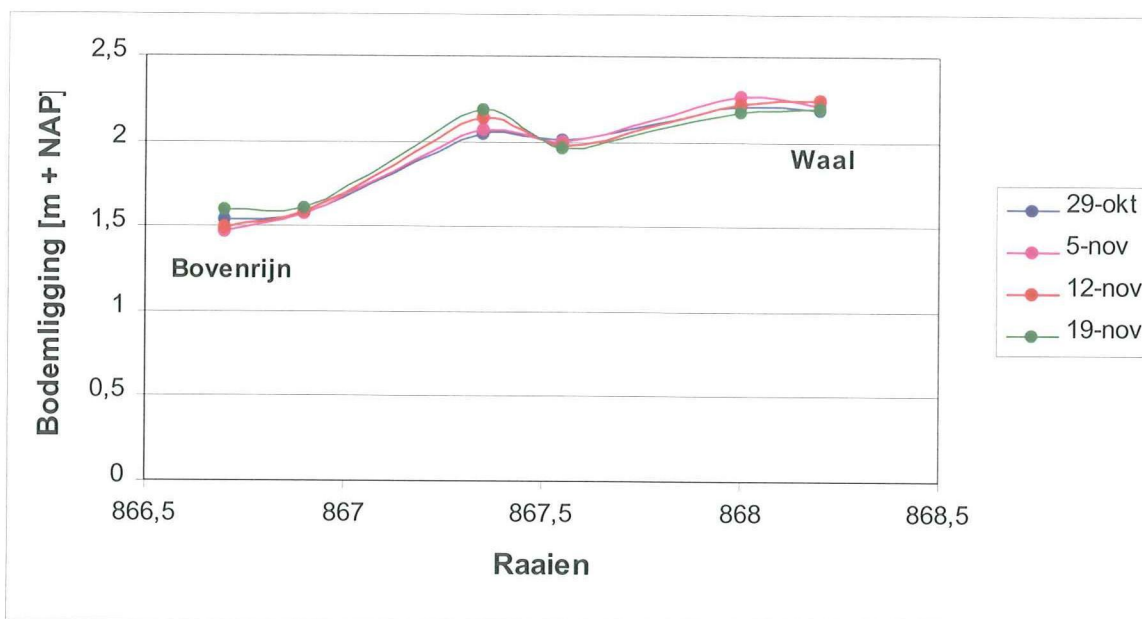
Om de ontwikkeling van de bodemsprongen te volgen gedurende dit hoogwater, worden er enkele bewerkingen uitgevoerd met de GIS bestanden. Gekozen is, om een aantal clips te maken waarbinnen de bodemligging wordt gemiddeld. De afmetingen van deze clips zijn een orde groter gekozen als de duinlengte, zodat het effect van de duinen wegvalt. Omdat de multibeam data niet de gehele rivierbreedte beslaan (voor sommige dagen is er slechts een smalle strook langs de rivieras gepeild), wordt de breedte van de clips smal gehouden. Op deze wijze zijn de dagelijkse waarden van de clips met elkaar te vergelijken. Door de relatief smalle clips kunnen er wel (in deze analyse niet gewenste) 2-d effecten gaan meespelen. In figuur 6-3 zijn de locaties van de verschillende clips aangegeven. In bijlage 6 is een tabel terug te vinden met de bijbehorende dagelijkse statistische waarden.

Om het aantal bewerkingen met de GIS bestanden te minimaliseren, is er gekozen om de clips in tweetallen op elkaar te laten aansluiten. Hierdoor is er nl. ook nog een verdere middeling mogelijk over deze tweetallen van clips.

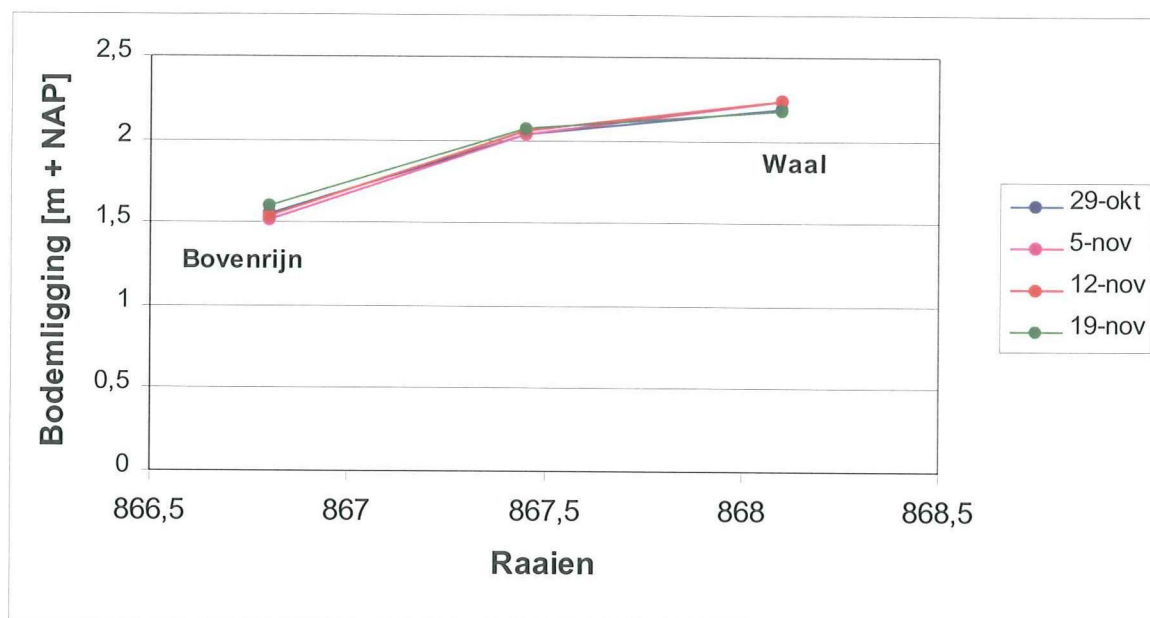


figuur 6-3; multibeam data met clips (Pannerdensche Kop)

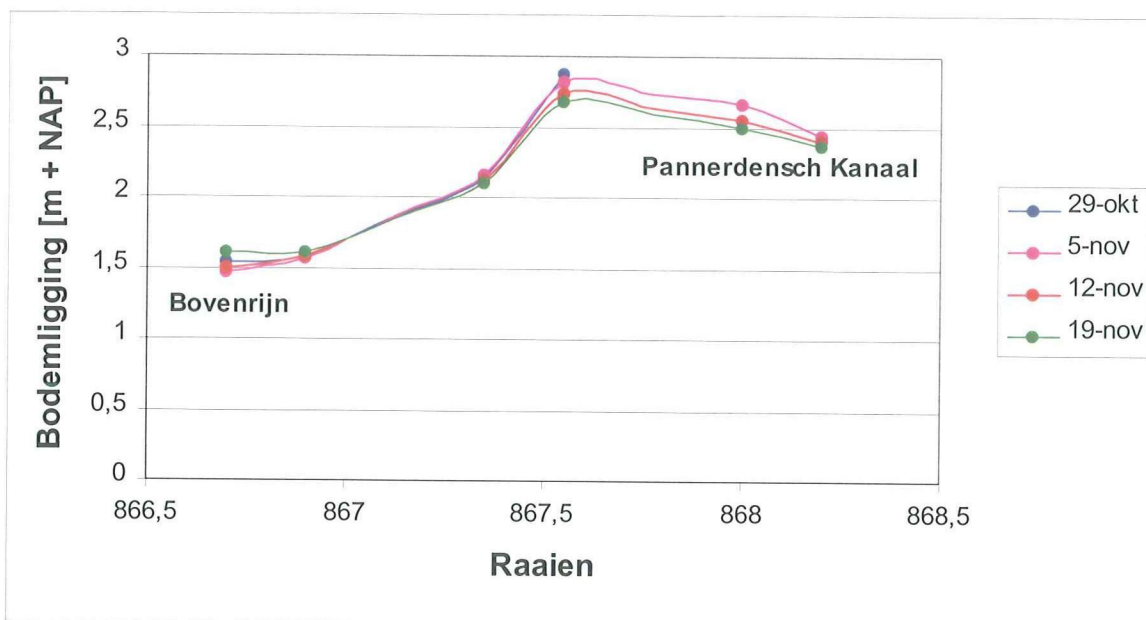
Om te zien of de bodemsprongen zijn terug te vinden in de multibeam data, is er begonnen met het maken van bodemlangsprofielen. Dit is gedaan voor vier verschillende tijdstippen, met een tussenperiode van een week (figuur 6-4 en 6-6). Tevens is dit gedaan met de gemiddelde waarde van de tweetallen van clips (figuur 6-5 en 6-7).



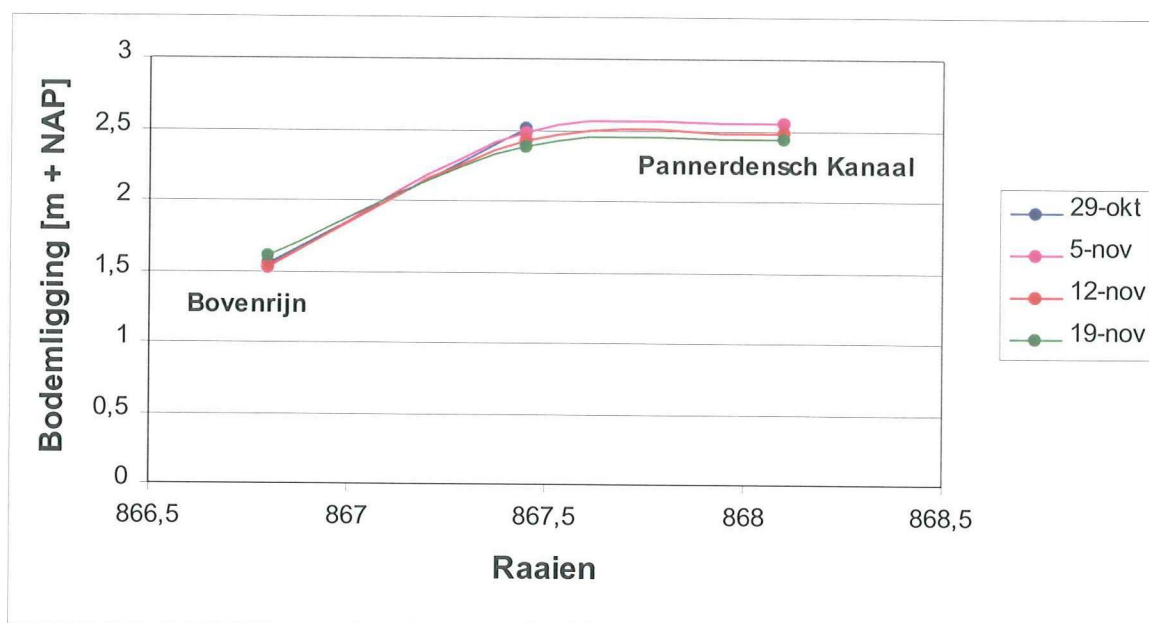
figuur 6-4; bodemlangsprofiel naar de Waal (6 clips)



figuur 6-5; bodemlangsprofiel naar de Waal (middeling van clips)



figuur 6-6; bodemlangsprofiel naar het Pannerdensch Kanaal (6 clips)

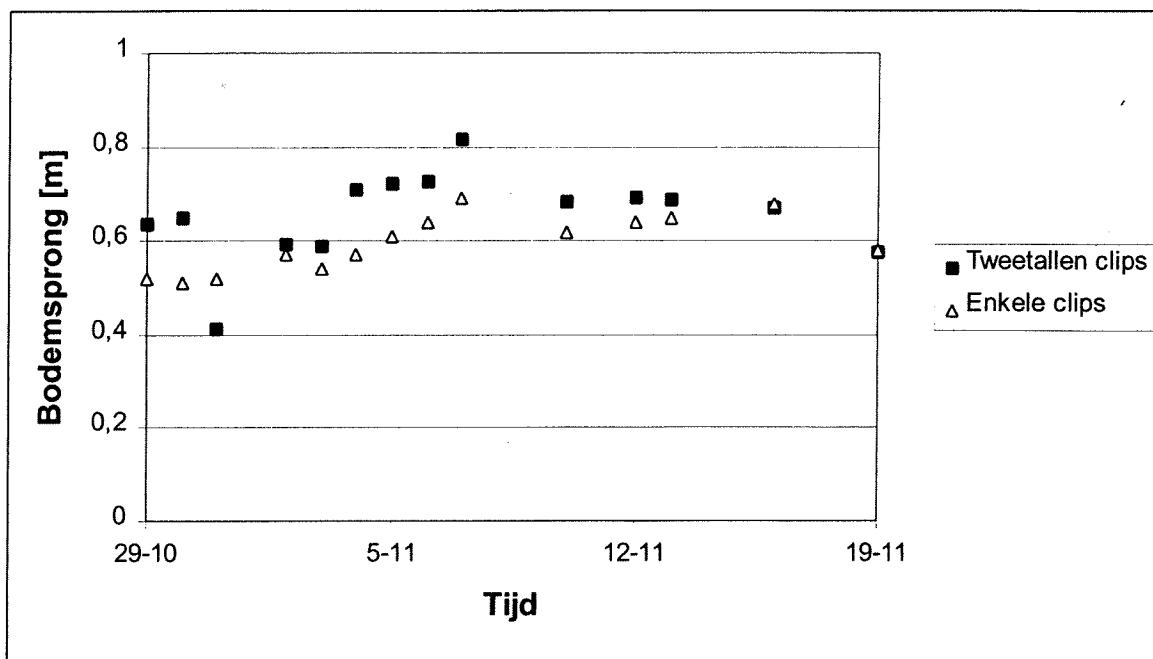


figuur 6-7; bodemlangsprofiel naar het Pannerdensch Kanaal (middeling van clips)

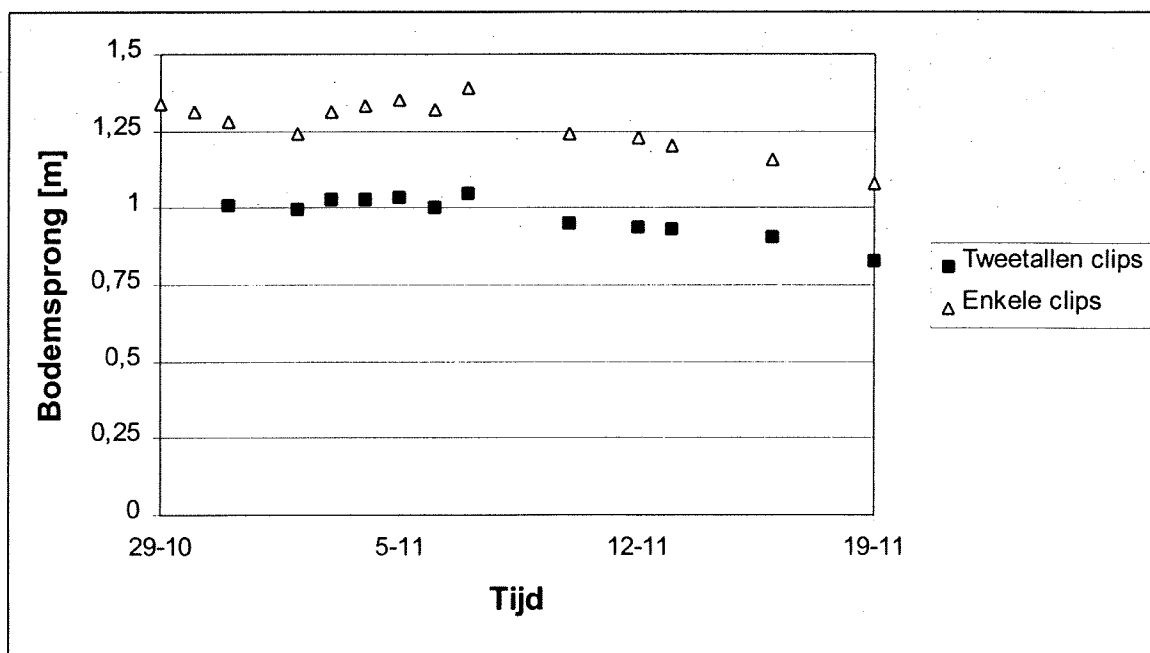
In de bodemlangsprofielen (figuren 6-4 t/m 6-7), zijn de bodemsprongen naar de Waal en het Pannerdensch kanaal duidelijk te herkennen. Ook valt op te maken dat de omvang van de bodemsprong licht veranderd gedurende het hoogwater.

De bodemlangsprofielen die uitgezet zijn op basis van zes clips, laten een enigszins slingerend verloop zien. Dit zou veroorzaakt kunnen worden door bodemgolven, die ontstaan door veranderingen in de omvang van de bodemsprong. Ook is het mogelijk dat hier 2-dimensionale effecten meespelen.

Om nu het tijdsafhankelijke gedrag van de bodemsprongen te achterhalen, worden de dagelijkse waarden van de clips van elkaar afgetrokken. Gekozen wordt, om dit zowel te doen voor de enkele clips waar het verschil in bodemligging extreem is (Waal; clip 4-5 en Pannerdensch Kanaal; clip 8-5), als voor de tweetallen van clips (Waal; clip (1+2)-(5+6) en Pannerdensch Kanaal; (9+10)-(5+6)).



figuur 6-8; bodemsprong Waal in de tijd



figuur 6-9; bodemsprong Pannerdensch Kanaal in de tijd

6.3 Modelonderzoek

Het modelonderzoek betreffende de hoogwaterontwikkeling bestaat uit het invullen van de evenwichtsuitdrukking voor de bodemsprong met daginvoer (waterdiepte en afvoerverdeling). Door deze modelresultaten te vergelijken met de analyse van de multibeam data, wordt nagegaan of de morfologische tijdschaal klopt met wat verwacht wordt.

Op basis van een analyse van de duinontwikkeling gedurende het hoogwater (Wilbers, 1999), bleek de migratiesnelheid van de duinen ongeveer een grootte te hebben van 50 m/dag. Wanneer wordt aangenomen dat de morfologische voortplantingssnelheid gelijk is aan deze migratiesnelheid, kan met de onderstaande formule (vgl. 3.43 herschreven tot vgl. 6.1) de te verwachten grootte van de morfologische tijdschaal bepaald worden. Hierbij wordt een opbouwlengthe van 1000m aangenomen voor de bodemsprong.

$$T = \frac{aL\alpha}{ns} \approx \frac{L}{c} \quad (6.1)$$

Op deze wijze wordt gevonden dat de morfologische tijdschaal (behorende bij de bodemsprongen gedurende hoogwateromstandigheden) een grootte zal hebben van ongeveer 20 dagen.

De invoer voor de onderstaande evenwichtsuitdrukking voor de bodemsprong, bestaat uit de dimensieloze afvoeronttrekking ($\Delta Q/Q_0$) en de bovenstroomse waterdiepte (a_0). De afvoeronttrekking wordt bepaald door de verschillende dagelijkse rivierafvoeren door elkaar te delen (zie figuur 6-2). De dagelijkse waterdiepte is berekend door de waterstand (h , zie figuur 6-1) van de bovenrijn te verminderen met de waarde van de bovenstroomse clips.

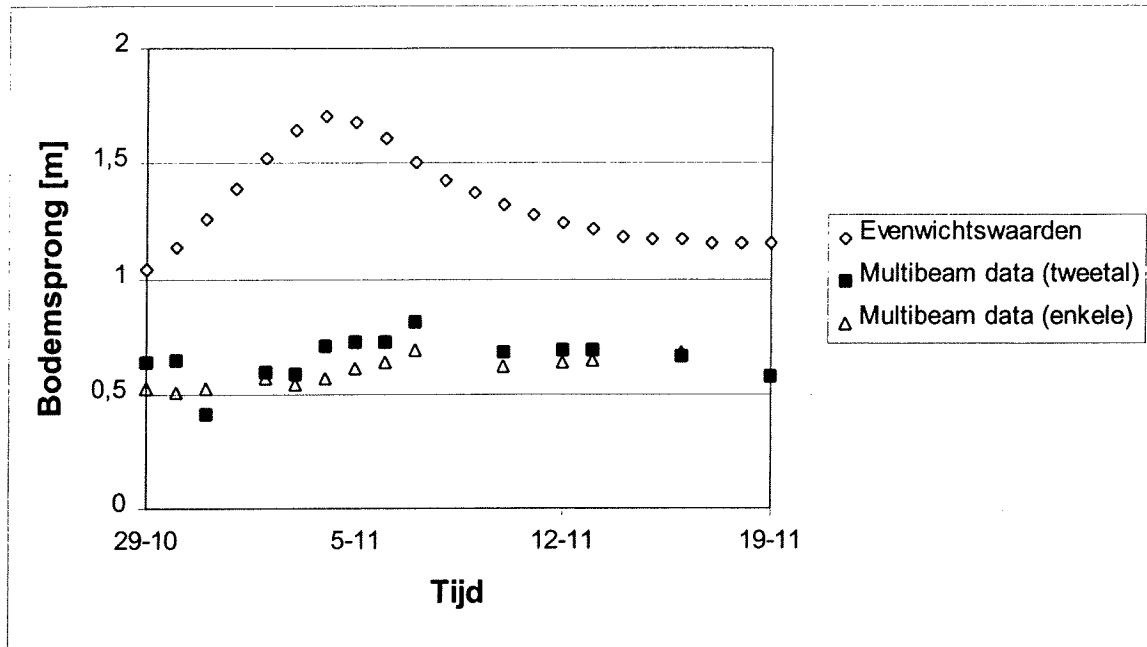
$$\frac{\Delta z_2}{a_0} = 1 - \left(\frac{m_2}{m_0} \right)^{1/n} \left(\frac{B_2}{B_0} \right)^{(1-n)/n} \left(1 - \frac{\Delta Q}{Q_0} \right) \left(1 + \left(\frac{B_1}{B_2} \right)^{1-k} \left(\frac{\Delta Q/Q_0}{1 - \Delta Q/Q_0} \right)^k \right)^{1/n} \quad (6.2)$$

Voor de verschillende coëfficiënten uit vgl. 6.2 worden de meest algemene waarden ingevuld ($k = 2$, $n = 5$ en $m_2/m_0 = 1$).

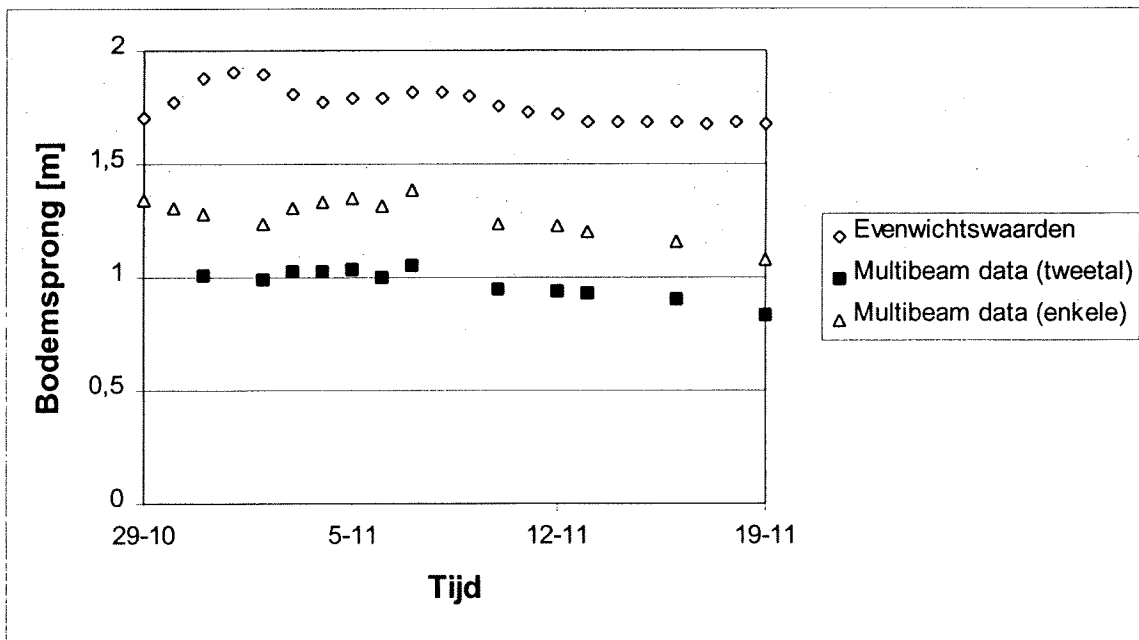
In de figuren 6-10 en 6-11 zijn deze modelresultaten en de meetresultaten (zowel op basis van de enkele als de tweetallen van clips) uitgezet in de tijd.

Uit deze figuren valt op te maken, dat de modelresultaten qua omvang sterk afwijken van de meetresultaten (zowel op basis van de tweetallen clips als de enkele). De evenwichtsuitdrukking is echter niet gekalibreerd zoals in hoofdstuk 5. Bovendien is het de verwachting, dat de bodemsprong ook gedeeltelijk opgebouwd wordt over een traject dat buiten het gebied van de multibeam data valt. De meetdata beschrijven dus niet de werkelijke omvang van de bodemsprong, maar slechts een deel hiervan.

Ook is de bodemligging t.p.v. de rivieras (waarde van de clips) lager als de gemiddelde bodemligging over de rivierbreedte, waardoor de modelresultaten een fractie te groot zullen zijn.

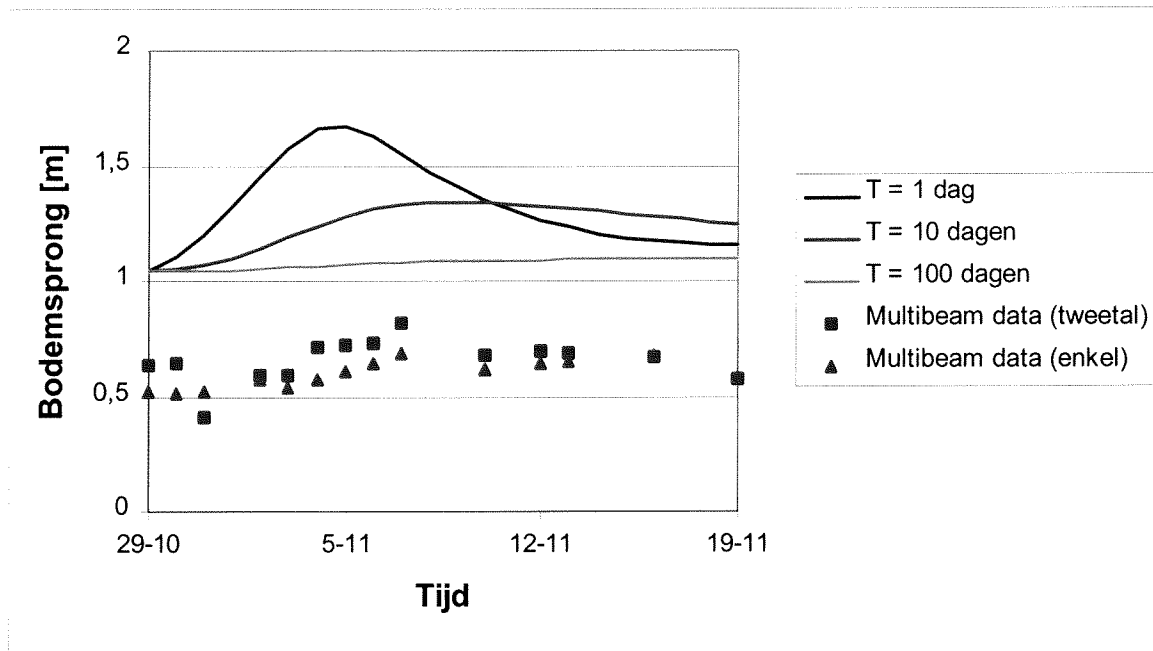


figuur 6-10; bodemsprong Waal (evenwichtswaarden, multibeam data)

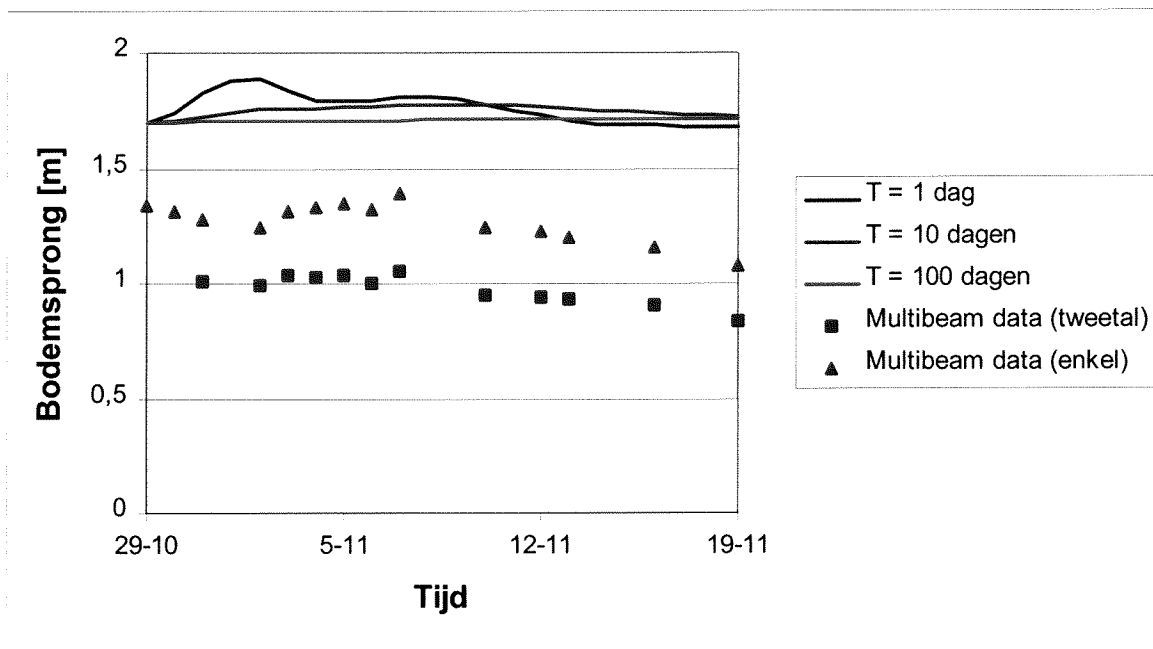


figuur 6-11; bodemsprong Pannerdensch Kanaal (evenwichtswaarden, multibeam data)

Om nu de morfologische tijdschaal gedurende hoogwateromstandigheden te achterhalen, is het relaxatiemodel toegepast waarbij verschillende waarden voor deze tijdschaal zijn ingevuld (6-12 en 6-13). Omdat het model niet gekalibreerd is, is als begintoestand de evenwichtswaarde van de beide bodemsprongen bij aanvang van het hoogwater gekozen.



figuur 6-12; bodemsprong Waal (relaxatiemodel, multibeam data)



figuur 6-12; bodemsprong Pannerdensch Kanaal (relaxatiemodel, multibeam data)

Te zien valt, dat het gedrag van de bodemsprongen niet overeenkomt met de modelresultaten waarbij $T = 1$ dag. Er is geen sprake van instantane aanpassing, de morfologische tijdschaal moet dus van een grotere orde zijn dan 1 dag.

De modelresultaten waarbij $T = 100$ dagen laten een enkel groeiende bodemsprong zien gedurende het gehele hoogwater. Omdat hier in de meetresultaten geen sprake van is (er is zowel groei als afname van de bodemsprong waar te nemen), moet de tijdschaal kleiner zijn.

Het relaxatiemodel vertoont bij beide bodemsprongen de grootste overeenkomst met de multibeam data bij $T = 10$ dagen. Hieruit wordt geconcludeerd, dat de morfologische tijdschaal van de bodemsprongen bij hoogwateromstandigheden een ordegrootte heeft van ongeveer 10 dagen. Dit komt overeen met de veronderstelling (gebaseerd op de migratiesnelheid van duinen) dat de tijdschaal een grootte heeft van 20 dagen.

Hoofdstuk 7 Conclusies en aanbevelingen

7.1 Conclusies

Gebaseerd op de voorgaande hoofdstukken wordt er in deze paragraaf antwoord gegeven op de vier gestelde onderzoeksvragen (zie paragraaf 1.3).

In de bodempeilingen rondom de splitsingspunten Pannerdensch Kop en IJsselpop zijn de verschillende bodemsprongen duidelijk terug te vinden. Tevens is de relatie tussen het gedrag van deze bodemsprongen en de hydraulische condities goed waarneembaar. Met name de reactie van de bodemsprongen op de stuwen in de Nederrijn is sterk terug te vinden.

De evenwichtsuitdrukking voor de bodemsprong geeft voor het splitsingspunt Pannerdensch Kop een goede beschrijving van de lange termijn ontwikkeling bij jaargemiddelde hydraulische invoer. De uitkomsten komen qua grootte en trends overeen met de jaarlijkse dwarspeilingen.

Door toedoen van de stuwen in de Nederrijn treden er t.p.v. de IJsselpop grote variaties op in de afvoerverdeling waardoor de evenwichtsbodemligging sterk afhankelijk is geworden van de bovenstroomse afvoer. Omdat enkel de evenwichtsbodemligging behorende bij een hoge rivierafvoer in de bodempeilingen is terug te vinden, lijkt de lokale bodemligging t.p.v. de IJsselpop hoogwater dominant te zijn. De verklaring hiervoor ligt in de afvoerafhankelijkheid van de morfologische tijdschaal. De evenwichtsbodemligging behorende bij een lage afvoer wordt vanwege de grote morfologische tijdschaal niet bereikt. Toepassing van het relaxatiemodel met een afvoerafhankelijke tijdschaal bij jaargemiddelde hydraulische invoer laat dit zien.

Bij beide splitsingspunten bleek de verhouding m_2/m_0 (verhouding van lineaire coëfficiënten uit transportformule, benedenstrooms/bovenstrooms) een geschikte parameter voor de kalibratie van de evenwichtsuitdrukking.

Analyse van multibeam data geeft aan dat de aanpassing van de bodemsprongen gedurende hoogwateromstandigheden niet instantaan is. De morfologische tijdschaal behorende bij deze extreme hydraulische omstandigheden lijkt een ordegrrootte te hebben van ongeveer tien dagen. Dit kan ook achterhaald worden, door de migratie snelheid van duinen in te vullen voor de morfologische voortplantingssnelheid.

Omdat de multibeam data gepeild zijn over een smalle strook langs de rivieras, is de omzetting van deze gedetailleerde data (d.m.v. clips) naar een over de breedte gemiddelde representatieve bodemligging moeilijk. Hierdoor spelen er hoogstwaarschijnlijk 2-d effecten mee in de verkregen ontwikkeling van de clips.

M.b.t. het modelleren van bodemsprongen bij splitsingspunten, kunnen er een tweetal hypothesen geformuleerd worden:

- Om een realistische beschrijving van de lokale bodemligging te verkrijgen moet k (exponentiële coëfficiënt uit knooppuntrelatie) kleiner zijn dan n (lineaire coëfficiënt uit transport formule). Wanneer dit niet het geval is, zal de evenwichtsuitdrukking voor de bodemsprong een oneindige waarde geven bij extreme afvoerverdelingen. Dit falende limietgedrag gaat niet op wanneer k kleiner is dan n .

- De hiervoor beschreven hypothetische grens voor realistische modelresultaten, kan tevens opgevat worden als een hypothetische stabiliteitsgrens voor de lokale bodemligging. Wanneer k groter is dan n , is de beschrijving van de bodemsprong niet meer realistisch maar wel stabiel. Wanneer k kleiner is dan n , is de beschrijving van de bodemsprong wel realistisch maar niet stabiel. Dit bij aanname van een relatief korte morfologische tijdschaal (korter dan de duur van een bepaald afvoerregime) en een lineair verband tussen Q en a .

I.v.m. de eerste hypothese is het niet juist om splitsingspunten met een sterk variërende afvoerverdeling (kan bijvoorbeeld het geval zijn bij nevengeulen), te modelleren met een knooppuntrelatie waarbij k groter is dan n . Bij splitsingspunten waarvoor de afvoerverdeling weinig varieert en een grootte heeft van ongeveer de rivierbreedte verhouding, is de bovengrens van k niet van belang.

Uit de stabiliteitshypothese kan geconcludeerd worden, dat de lokale bodemligging altijd instabiel is bij variaties in de afvoerverdeling. Het stabiele model waarbij k groter is dan n , beschrijft immers een niet-realistische situatie. Deze hypothese is echter afhankelijk van de geldigheid van de beide aannames (morfologische tijdschaal is relatief kort en de afvoerverdeling is afhankelijk van de lokale bodemligging).

7.2 Aanbevelingen

Aanbevelingen voor vervolgonderzoek:

- Het uitvoeren van soortgelijk modelonderzoek naar de lokale bodemligging bij andere splitsingspunten (bijv. nevengeulen en eventueel met andere sedimenttransport formules).
- Nadere analyse van de multibeam data, om met meer zekerheid een uitspraak te kunnen doen over de morfologische tijdschaal behorende bij het gedrag van bodemsprongen tijdens hoogwateromstandigheden.
- Onderzoek naar een geschikte knooppuntrelatie voor het splitsingspunt IJsselkop, waarbij gedacht kan worden aan een knooppuntrelatie die afhankelijk is van de bovenstroomse afvoer.
- Het testen van de hypothetische bovengrens voor k (bijvoorbeeld d.m.v. numerieke simulatie berekeningen met Sobek).
- Het uitwerken van een formele stabiliteitsanalyse voor de lokale bodemligging van splitsingspunten. Hierbij kan dezelfde werkwijze gehanteerd worden als bij de stabiliteitsanalyse op globaal schaalniveau (zie bijlage 2) met uitzondering van enkele vergelijkingen. Op lokaal schaalniveau zou misschien de vergelijking van Chézy vervangen kunnen worden door een energiebalans. Er is dan nog wel een relatie nodig, die de verhangvergelijking kan vervangen.

Literatuurlijst

- ESRI (1996), Using ArcView GIS, Environmental Systems Research Institute
- Fokkink R.J., Wang Z.B. (1993), Study on Fundamental Aspects of 1D-Network Morphodynamic Models, WL Delft Hydraulics
- Fokkink R.J. (1995), Theoretical Study of Nodal Point Relations for Suspended Sediment Transport, WL Delft Hydraulics
- Jansen P.Ph. (1979), Principles of River Engineering, Delftse Uitgevers Maatschappij
- Lely C. (1890), Rivieren, Gebr. van Cleef
- Ploeger B. (1992), Bouwen aan de Rijn, Directoraat Generaal Rijkswaterstaat
- R.W.S. Gelderland (1988), Informatiemap, Directoraat Generaal Rijkswaterstaat
- Schropp M.H.I. (2000), Trends in de Afvoerverdeling bij Laagwater, Directoraat Generaal Rijkswaterstaat RIZA
- Sieben J. (1998), Geulen in de Gamenrensch Uiterwaard, Directoraat Generaal Rijkswaterstaat RIZA
- Sieben J. (1999), Lokale Morfologische Effecten door Verlaging van Zomerkaden, Directoraat Generaal Rijkswaterstaat RIZA
- Wang Z.B., Fokkink R.J., Karssen B. (1993), Theoretical Analysis on Nodal Point Relations in 1D-Network Morphodynamic Models, WL Delft Hydraulics
- Wang Z.B., Kraaij van der Th. (1994), Morphodynamic Developments of Secondary Channel Systems along Rhine Branches in the Netherlands, WL Delft Hydraulics
- Wilbers A.W.E. (1999), Bodemtransport en Duinontwikkeling in de Rijntakken, Vakgroep Fysische Geografie Universiteit Utrecht

Bijlage 1 Achtergrond knooppuntrelatie

De knooppuntrelatie beschrijft de verdeling van het aangevoerde sediment over de twee benedenstroomse riviertakken. In tegenstelling tot de overige vergelijkingen, die bij elkaar de evenwichtstoestand van het splitsingspunt beschrijven, mist deze relatie een theoretische achtergrond.

Fysisch gezien is de sedimentverdeling afhankelijk van de geometrie van het splitsingspunt en de bijbehorende (3-dimensionale) waterstromingen ter plaatse. Dit kan echter niet meegenomen worden in een 1-dimensionaal netwerk model, zodat er een vergelijking voor de sedimentverdeling opgelegd moet worden.

Veronderstelt kan worden dat de knooppuntrelatie er als volgt uit zal zien:

$$\frac{S_1}{S_2} = f\left(\frac{B_1}{B_2}, \frac{Q_1}{Q_2}, \frac{C_1}{C_2}, \frac{h_1}{h_2}, \dots\right)$$

Modeltechnisch gezien, moet de functie f voldoen aan de volgende eisen:

- De functie moet symmetrisch zijn, het omdraaien van indexen mag geen gevolgen hebben.
- De functie moet alle fysisch realistische oplossingen kunnen weergeven.

Op grond van de eerste eis vallen knooppuntrelaties van het volgende type af:

$$\frac{S_1}{S_2} = \alpha \frac{Q_1}{Q_2} + \beta \quad (\text{tenzij } \alpha = 1 \text{ en } \beta = 0)$$

Dit type knooppuntrelatie valt ook af op grond van de tweede eis. Wanneer een riviertak volledig is dichtgeslibd, zou deze tak volgens de bovenstaande relatie nog steeds sediment toegeleverd krijgen. Dit is fysisch gezien niet een realistische situatie.

Een ander voorbeeld van een knooppuntrelatie die op grond van de tweede eis afvalt:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{B_1}{B_2}$$

De sediment verdeling is in deze relatie niet afhankelijk van de waterdiepte zodat een bijna volledig dichtgeslibde riviertak nog steeds eenzelfde hoeveelheid sediment zal krijgen toegeleverd, wat wederom fysisch niet realistisch is.

De knooppuntrelatie die over het algemeen gebruikt wordt en ook aan de modeltechnische eisen voldoet, is van het volgende type (Fokkink en Wang, 1993):

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)^k \left(\frac{B_1}{B_2}\right)^{1-k}$$

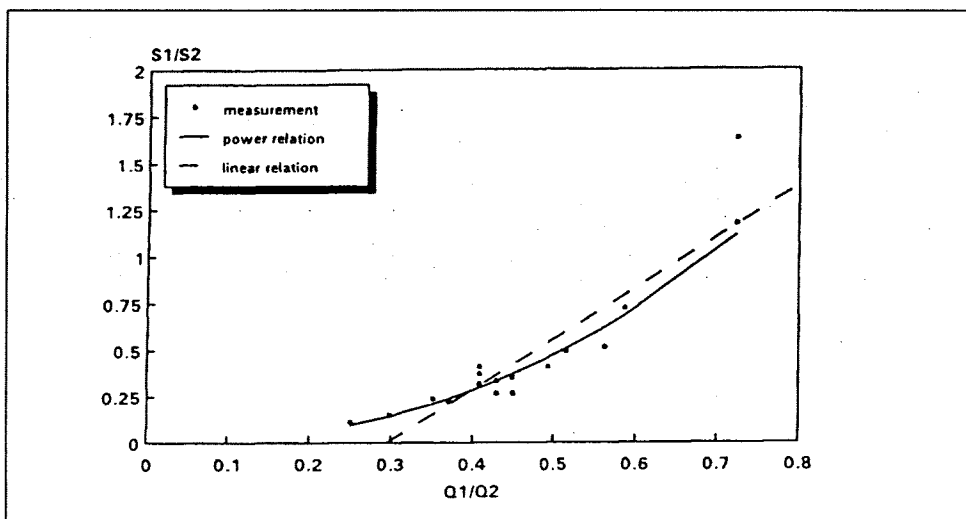
De k-waarde kan in deze relatie gezien worden als de mate van afwijking van de sediment verdeling t.o.v. de breedte verhouding en de afvoer verdeling.

Dit type knooppuntrelatie is voortgekomen uit een relatie, enkel bestaande uit de eerste term van het rechterlid (afvoerratio verheven tot de macht k). Echter bij toepassing van deze oorspronkelijke knooppuntrelatie heeft de ratio B_1/B_2 een te grote invloed op de evenwichtssituatie. Door deze ratio, verheven tot de macht $1-k$, mee te nemen in de knooppuntrelatie, vervalt deze invloed. Hierdoor zal er in de benedenstroomse takken geen verschil in evenwichtsdiepte zijn t.g.v. een verschil in rivierbreedte.

Voor het splitsingspunt Pannerdensche kop is de knooppuntrelatie op een tweetal manieren achterhaald.

Op basis van de resultaten uit een schaalmodel (v.d. Zwaard, 1981) bleek de onderstaande knooppuntrelatie een goede beschrijving te geven.

$$\frac{S_1}{S_2} = 0,51 \left(\frac{Q_1}{Q_2} \right)^{2,16}$$

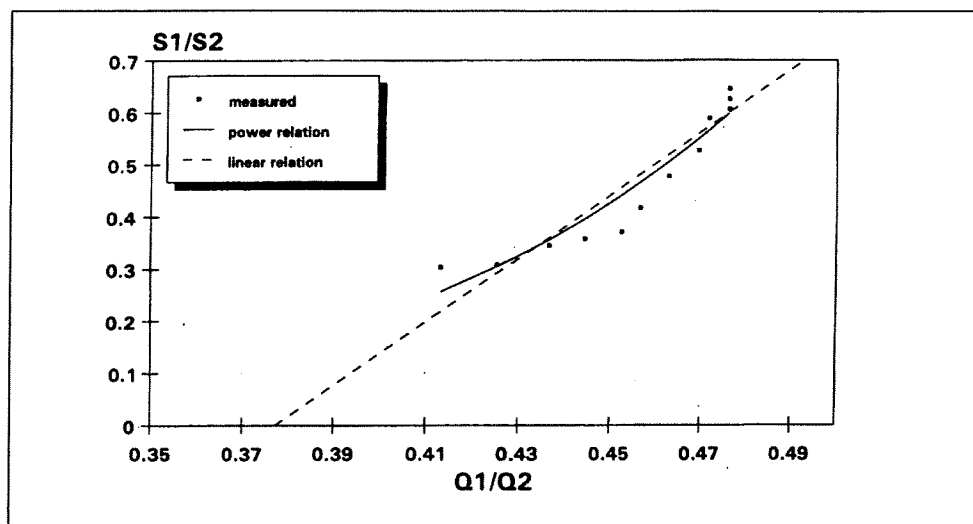


figuur B1-1; sedimentverdeling Pannerdensche kop (schaalmodel)

Met behulp van metingen op locatie is de volgende knooppuntrelatie bepaald:

$$\frac{S_1}{S_2} = 0,02 \left(\frac{Q_1}{Q_2} \right)^{5,99}$$

Deze twee relaties komen beide goed overeen met het eerder beschreven functie type van een knooppuntrelatie. Uitwerking van de coëfficiënten levert namelijk voor beide relaties een breedte ratio (breedte Waal / breedte Pannerdensch Kanaal) van ongeveer twee op. Deze waarde komt overeen met de werkelijke waarde (260m/140m).

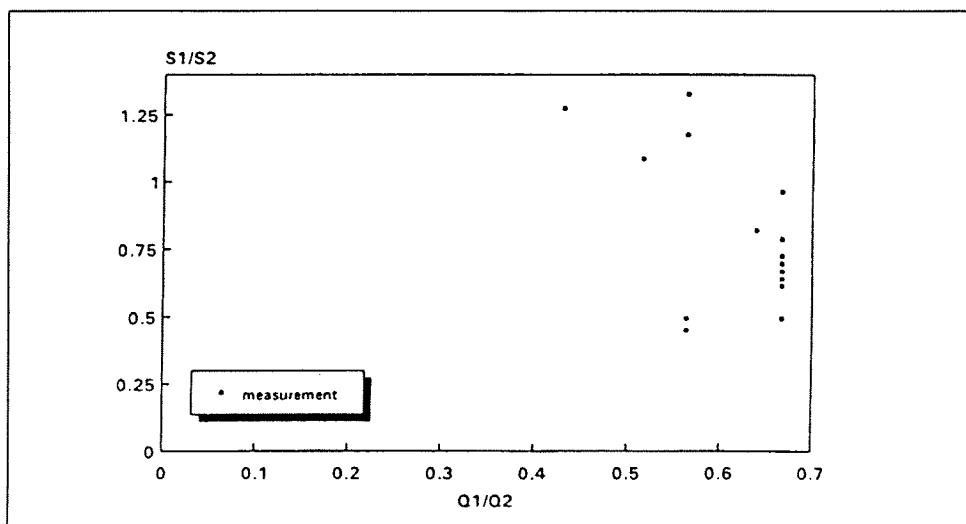


figuur B1-2; sedimentverdeling Pannerdensch kop (metingen ter plaatse)

Het verschil in coëfficiënten tussen de twee knooppuntrelaties kan gezocht worden in een aantal verklaringen (Fokkink, 1995). Zo is het meten van sedimenttransport in een schaalmodel een eenvoudigere opgave dan in de werkelijke situatie. Ook kon er bij het modelonderzoek ruim gevarieerd worden met de afvoer waardoor er een uitgebreidere dataset verkregen is. Het is echter moeilijk om het stromingspatroon ter plaatse van het splitsingspunt op een juiste wijze na te spelen, waardoor deze resultaten niet volledig betrouwbaar zijn. Toch wordt de voorkeur gegeven aan de knooppuntrelatie op basis van de schaalmodelresultaten.

De dataset van het splitsingspunt IJsselkop geeft een zeer uitzonderlijke sedimentverdeling aan. Hieruit blijkt namelijk dat een toename van de afvoerverdeling voor sommige situaties leidt tot een afname van de sedimentverdeling. Dit zou modeltechnisch gezien neerkomen op een negatieve waarde voor k . Er valt echter geen waarde voor k te bepalen, die deze sedimentverdeling goed beschrijft.

De uitzonderlijke sedimentverdeling valt te verklaren door de verstoring van de natuurlijke afvoerverdeling t.g.v. de stuwen in de Nederrijn.



figuur B1-3; sedimentverdeling IJsselkop

Bijlage 2 Stabiliteit van het evenwicht

Om te achterhalen naar welke evenwichtstoestand een splitsingspunt zich, t.g.v. een verstoring, zal gaan ontwikkelen, kan de massabalans voor sediment als volgt uitgewerkt worden (Wang, Fokkink en Karssen, 1993).

$$\frac{da_j}{dt} = \frac{S_{ej} - S_j}{B_j L_j} \quad (j = 1, 2)$$

Door de verhangvergelijking, de waterbewegingsvergelijking per tak en de continuïteitsvergelijking voor water te combineren ontstaat de volgende relatie:

$$Q_j = \frac{B_j C_j L_j^{-1/2} a_j^{3/2}}{B_1 C_1 L_1^{-1/2} a_1^{3/2} + B_2 C_2 L_2^{-1/2} a_2^{3/2}} Q_0 \quad (j = 1, 2)$$

Wanneer deze relatie vervolgens gecombineerd wordt met de sedimenttransport vergelijking ontstaat de onderstaande relatie voor het sedimenttransport per tak:

$$S_{ej} = \frac{B_j m_j C_j^n L_j^{-n/2} a_j^{n/2}}{\left(B_1 C_1 L_1^{-1/2} a_1^{3/2} + B_2 C_2 L_2^{-1/2} a_2^{3/2} \right)^n} Q_0^n \quad (j = 1, 2)$$

Door de continuïteitsvergelijking voor sediment te combineren met de knooppuntrelatie ontstaan de volgende relaties voor de sedimentverdeling:

$$S_1 = \frac{f(a_1 / a_2)}{1 + f(a_1 / a_2)} S_0$$

$$S_2 = \frac{1}{1 + f(a_1 / a_2)} S_0$$

De vier bovenstaande relaties voor S_1 , S_{e1} , S_2 en S_{e2} kunnen nu ingevuld worden in de twee massabalansen voor sediment. Zo ontstaat een stelsel van twee niet-lineaire eerste orde differentiaalvergelijkingen.

$$\frac{da_1}{dt} = \frac{Q_0^n}{B_1 L_1} \left(\frac{B_1 m_1 C_1^n L_1^{-n/2} a_1^{n/2}}{\left(B_1 C_1 L_1^{-1/2} a_1^{3/2} + B_2 C_2 L_2^{-1/2} a_2^{3/2} \right)^n} - \frac{f(a_1 / a_2)}{1 + f(a_1 / a_2)} \frac{m_0}{B_0^{n-1} a_0^n} \right)$$

$$\frac{da_2}{dt} = \frac{Q_0^n}{B_2 L_2} \left(\frac{B_2 m_2 C_2^n L_2^{-n/2} a_2^{n/2}}{\left(B_1 C_1 L_1^{-1/2} a_1^{3/2} + B_2 C_2 L_2^{-1/2} a_2^{3/2} \right)^n} - \frac{1}{1 + f(a_1/a_2)} \frac{m_0}{B_0^{n-1} a_0^n} \right)$$

Punten (a_1, a_2) waarvoor de uitkomst van het stelsel differentiaalvergelijkingen nul is (de beide tijdsafgeleiden zijn nul), worden singuliere punten genoemd.

Bij gelijkstelling aan nul, worden er voor het bovenstaande stelsel drie van deze singuliere punten gevonden. Deze punten kunnen gezien worden als de evenwichtstoestanden waar een verstoort splitsingspunt zich naartoe kan ontwikkelen.

Uitgewerkt voor een splitsingspunt met twee symmetrische riviertakken zijn deze drie singuliere punten als volgt:

1. Beide takken stroomvoerend, $a_1 = a_2 = a_0$ (oorspronkelijke evenwichtstoestand)
2. Tak 1 stroomvoerend, tak 2 gesloten, $a_1 = 2^{(n-1)/n} a_0$, $a_2 = 0$
3. Tak 2 stroomvoerend, tak 1 gesloten, $a_1 = 0$, $a_2 = 2^{(n-1)/n} a_0$

De situatie waarbij het verstoorte splitsingspunt terugkeert naar de oorspronkelijke evenwichtstoestand behoort bij een stabiel splitsingspunt. De overige twee scenario's, het sluiten van een riviertak, behoren bij een instabiel splitsingspunt.

Een niet-lineair stelsel differentiaalvergelijkingen kan voor stabiliteitsonderzoek in de buurt van de singuliere punten (x_0, y_0) , m.b.v. de Jacobiaan als volgt gelineariseerd worden.

$$\begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(x, y) \\ g(x, y) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0) & \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0) \\ \frac{\partial g}{\partial x}(x_0, y_0) & \frac{\partial g}{\partial y}(x_0, y_0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{pmatrix} = J(x_0, y_0) \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{pmatrix}$$

De oplossing van dit gelineariseerde stelsel differentiaalvergelijkingen, zal van de volgende vorm zijn:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = C_1 \overline{A_1} \exp(\lambda_1 t) + C_2 \overline{A_2} \exp(\lambda_2 t)$$

In deze vergelijking zijn C_1 en C_2 constante coëfficiënten, λ_1 en λ_2 de beide eigenwaarden van de Jacobiaan en A_1 en A_2 de bijbehorende eigenvectoren.

De grootte van de absolute waarde van de beide eigenwaarden kan gezien worden als de inverse van de relaxatietijd. De relaxatietijd is de tijdsduur waarin een verstoring slinkt of groeit met een factor e . Wanneer de eigenwaarden beide uit een negatief reëel deel bestaan, zal het desbetreffende singuliere punt analytisch stabiel zijn. Verstoringen zullen dan terugkeren naar de oorspronkelijke evenwichtssituatie.

Voor het splitsingspunt met twee symmetrische riviertakken, is de Jacobiaan voor het singuliere punt waarbij beide takken open zijn (a_0, a_0) als volgt:

$$J(a_0, a_0) = \frac{S_0}{B_0 a_0 L_1} \begin{pmatrix} -\frac{n}{4} - \frac{2a_0}{(1+f)^2} \frac{\partial f}{\partial a_1} & -\frac{3n}{4} - \frac{2a_0}{(1+f)^2} \frac{\partial f}{\partial a_2} \\ -\frac{3n}{4} + \frac{2a_0}{(1+f)^2} \frac{\partial f}{\partial a_1} & -\frac{n}{4} + \frac{2a_0}{(1+f)^2} \frac{\partial f}{\partial a_2} \end{pmatrix}$$

De eigenwaarden van deze matrix zijn:

$$-n \frac{S_0}{B_0 a_0 L_1} \quad \text{en} \quad \left(\frac{n}{2} + \frac{2a_0}{(1+f)^2} \left(\frac{\partial f}{\partial a_2} - \frac{\partial f}{\partial a_1} \right) \right) \frac{S_0}{B_0 a_0 L_1}$$

Hieruit valt op te maken dat de stabiliteit van het punt (a_0, a_0) afhankelijk is van de tweede eigenwaarde. Om een negatieve tweede eigenwaarde te verkrijgen kan de volgende voorwaarde opgesteld worden:

$$\frac{\partial f}{\partial a_1} - \frac{\partial f}{\partial a_2} > \frac{n(1+f)^2}{4a_0}$$

Wanneer deze voorwaarde uitgewerkt wordt volgt hieruit de onderstaande stabiliteitsgrens:

$$k > \frac{n}{3}$$

Deze stabiliteitsgrens geeft aan dat een splitsingspunt bij verstoring van de evenwichtstoestand, slechts terug zal keren naar het oorspronkelijke evenwicht als de k -waarde uit de knooppunt relatie voldoende groot is. Wanneer dit niet het geval is zal een andere situatie (afhankelijk van de beginvoorwaarde, één van de beide andere singuliere punten), de nieuwe evenwichtstoestand worden.

Deze voorwaarde geldt niet alleen voor het als voorbeeld uitgewerkte symmetrische splitsingspunt, maar kan toegepast worden op alle splitsingspunten.

De stabiliteit van een splitsingspunt is dus afhankelijk van de stabiliteitsanalyse in het singuliere punt waarvoor beide takken open zijn.

Voor de twee overige singuliere punten kan eenzelfde stabiliteitsanalyse uitgevoerd worden.

Uitgewerkt voor het splitsingspunt met symmetrische riviertakken, is de Jacobiaan in deze punten als volgt.

$$J(2^{(n-1)/n} a_0, 0) = \frac{S_0}{B_0 a_0 L_1} \begin{pmatrix} -\frac{n}{2^{(n-1)/n}} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

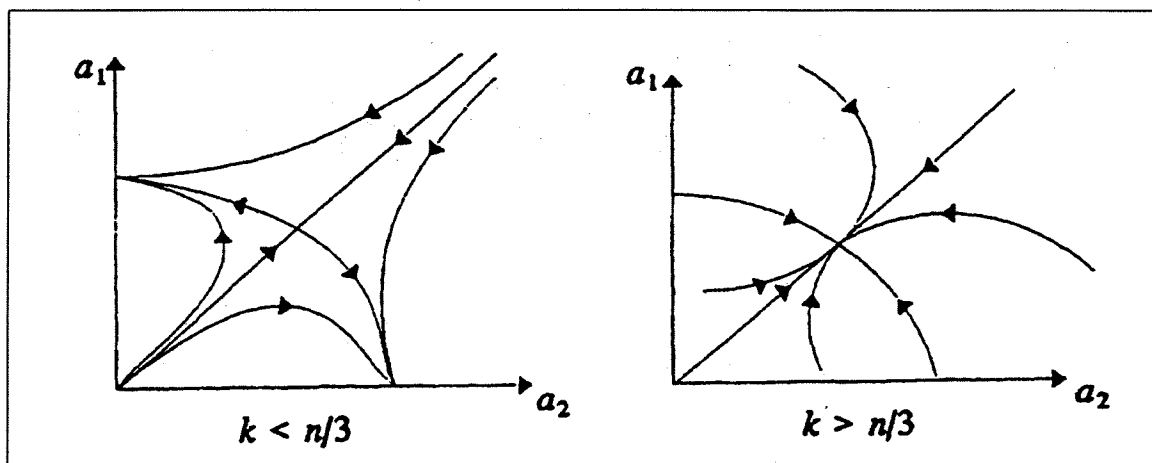
$$J(0, 2^{(n-1)/n} a_0) = \frac{S_0}{B_0 a_0 L_1} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{n}{2^{(n-1)/n}} \end{pmatrix}$$

Te zien is dat deze matrices onafhankelijk zijn van de knooppuntrelatie. Dit is logisch omdat voor deze twee evenwichtstoestanden het splitsingspunt niet meer bestaat.

Voor beide matrices wordt er een negatieve eigenwaarde $(-n/2^{(n-1)/n})$ en een uitkomst nul voor de andere eigenwaarde gevonden.

Het gedrag van het splitsingspunt is dus volledig afhankelijk van de stabiliteit van het singuliere punt waarbij beide takken open zijn.

In de onderstaande fase diagrammen is de stabiliteit van splitsingspunten grafisch weergegeven. Wanneer k kleiner is dan $n/3$ zal voor het symmetrische splitsingspunt, het punt (a_0, a_0) een zadelpunt zijn, voor k is groter dan $n/3$ zal iedere beginvoorwaarde uiteindelijk het punt (a_0, a_0) opleveren.



figuur B2-1; fase diagrammen stabiliteit

De hiervoor beschreven stabiliteitsanalyse kan herhaald worden met een specifiekere sedimenttransportformule (Wang en van der Kraaij, 1994) zoals die van Meyer-Peter-Müller voor bodemtransport:

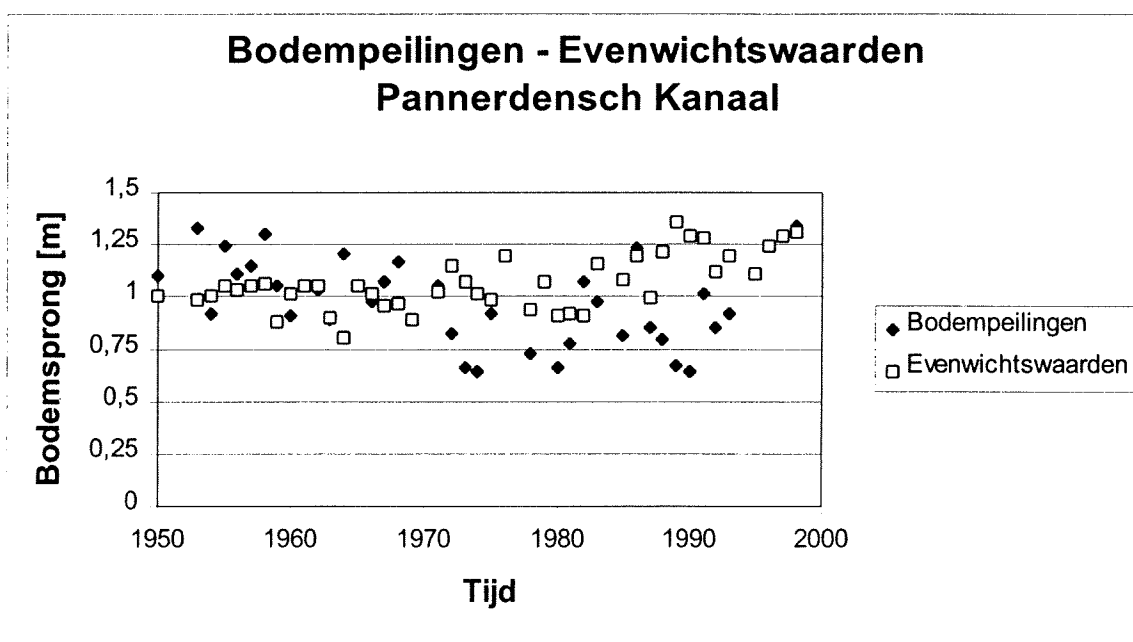
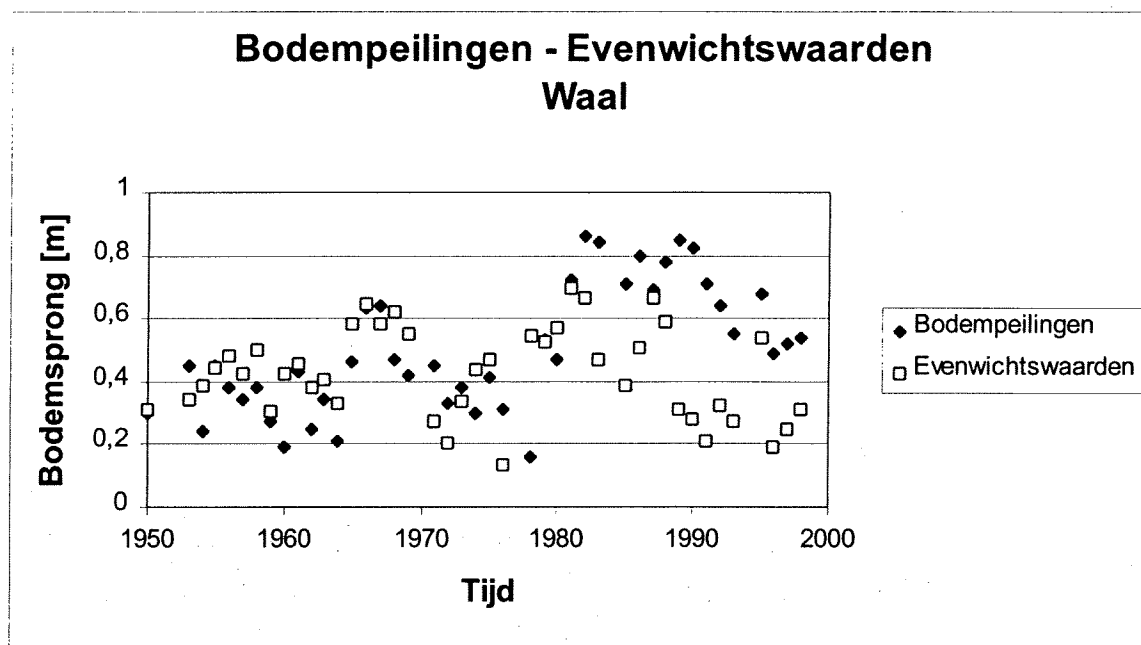
$$S = 13,3B \frac{\sqrt{g}}{\Delta} \left(\frac{u^2}{\sqrt{C_{D90}^3} C} - 0,047 \Delta D_m \right)^{\frac{3}{2}}$$

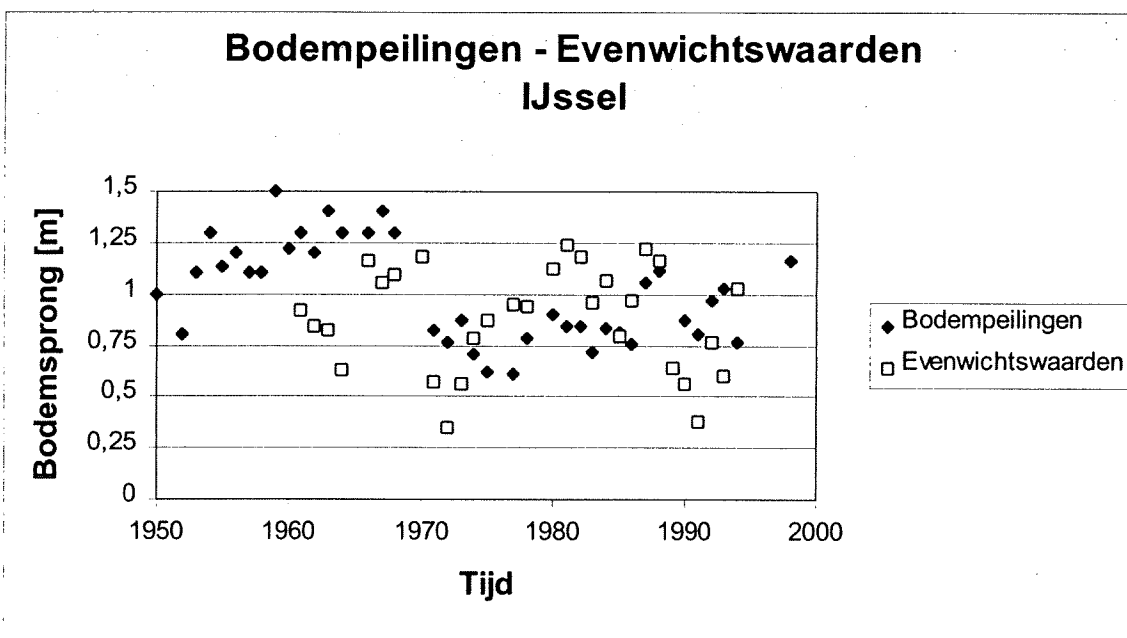
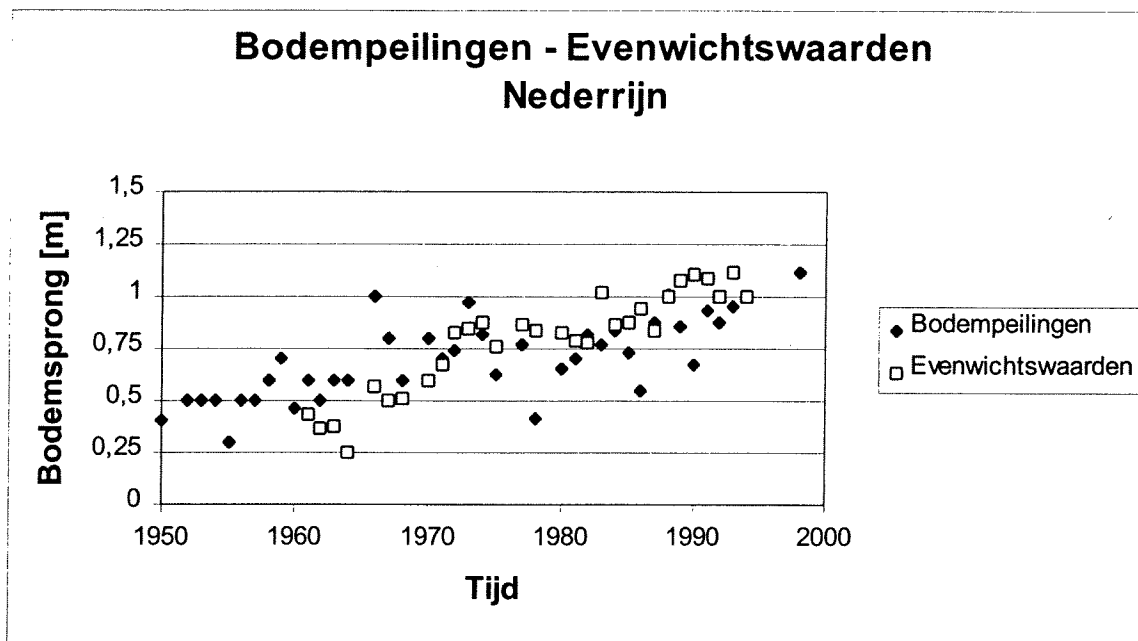
Omdat er in deze formule een drempelwaarde voor transport verwerkt zit, levert de uitwerking hiervan enigszins andere resultaten op dan bij gebruik van de machtsformule voor sedimenttransport.

Deze verschillen zijn voor het symmetrische splitsingspunt, kort samengevat, als volgt:

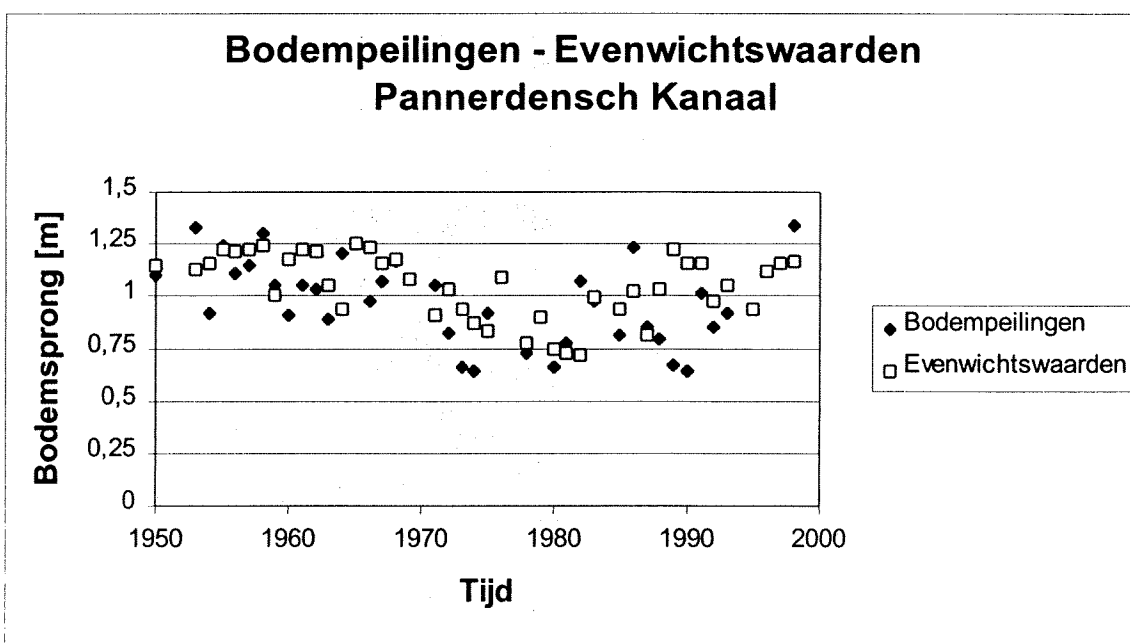
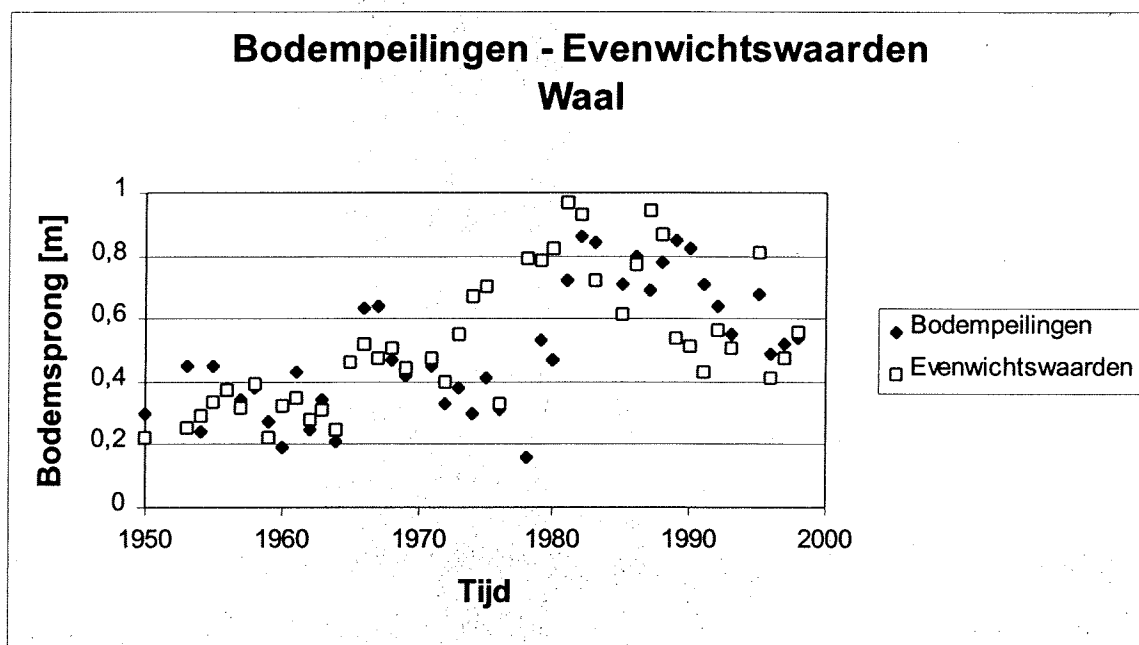
- Voor kleine k -waarden (kleiner dan ongeveer 1,3) worden er drie singuliere punten gevonden, waarvan een punt een situatie beschrijft waarbij beide takken stroomvoerend zijn. Dit punt is echter een zadelpunt, dus instabiel. De overige twee punten zijn wel stabiel. Deze situatie verschilt dus weinig met de voorgaande analyse.
- Voor grote k -waarden (groter dan ongeveer 1,3) zijn er vijf singuliere punten, waarvan er drie een situatie beschrijven waarbij beide takken stroomvoerend zijn. De twee extra gevonden punten zijn zadelpunten en dus instabiel. Door de aanwezigheid van meerdere singuliere punten is de begintoestand (de verstoring), van belang geworden op te bereiken evenwichtstoestand.
- De kritieke k -waarde is niet meer constant maar afhankelijk van de sedimenttransport parameter.

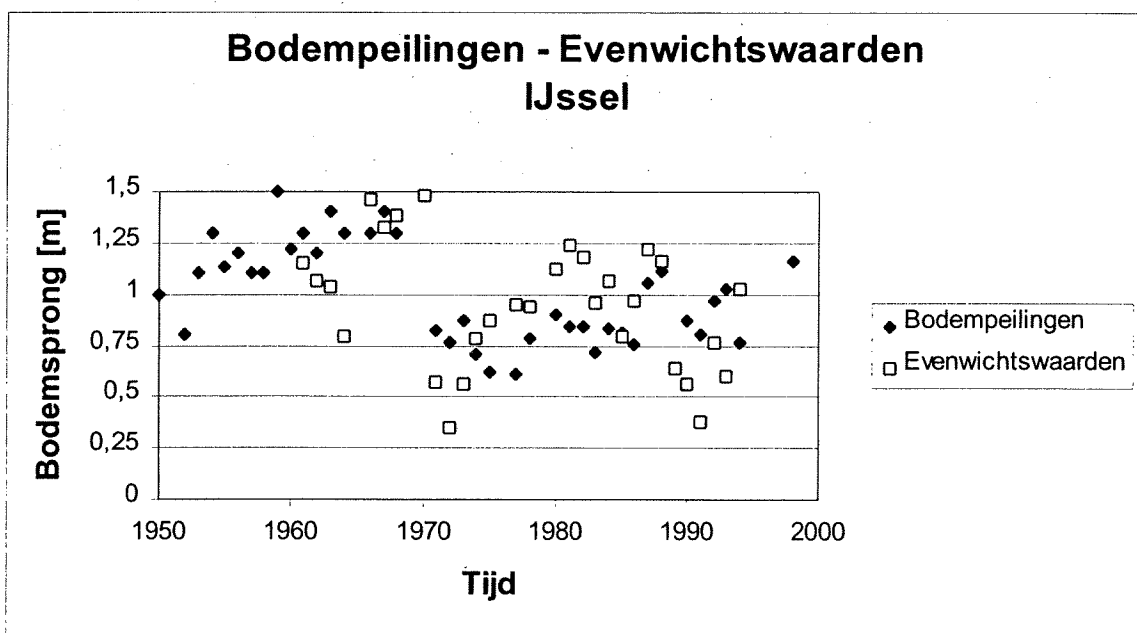
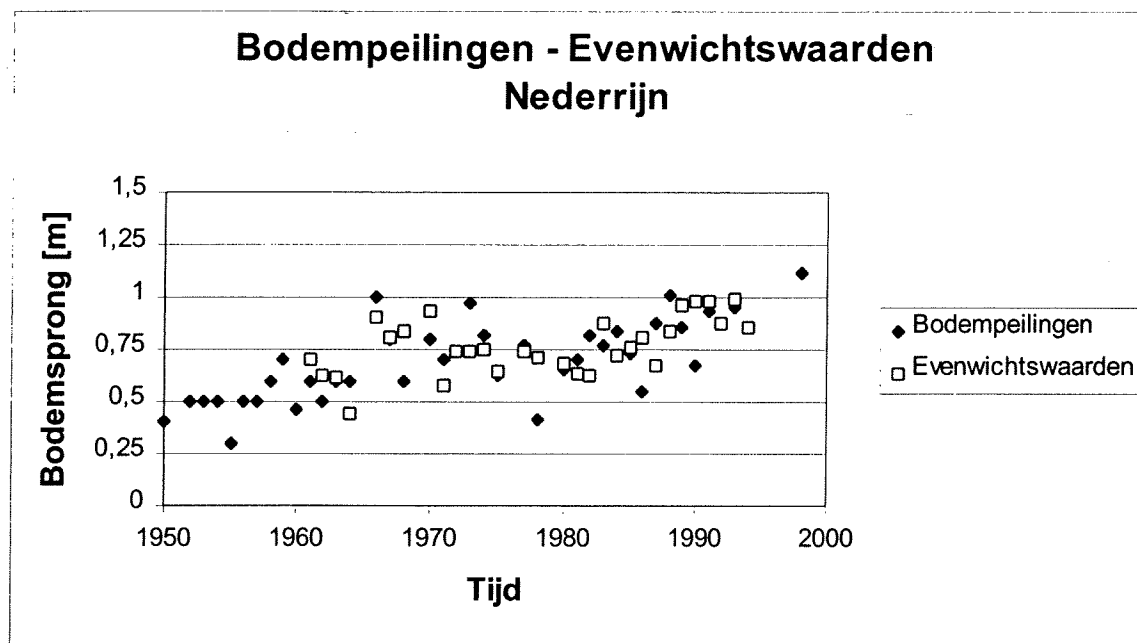
Bijlage 3 Kalibratie

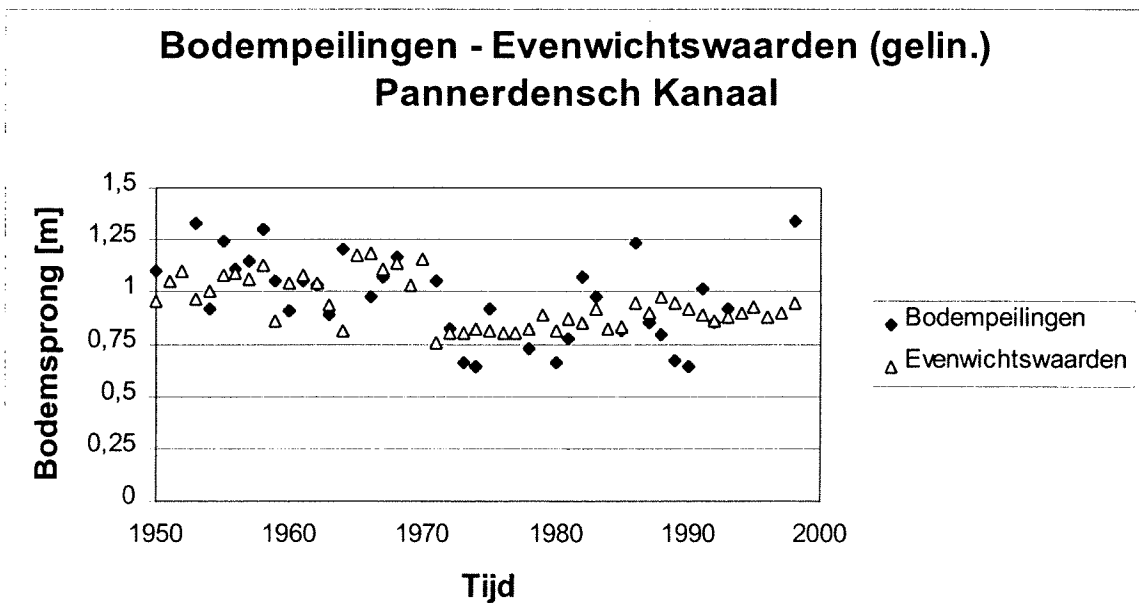
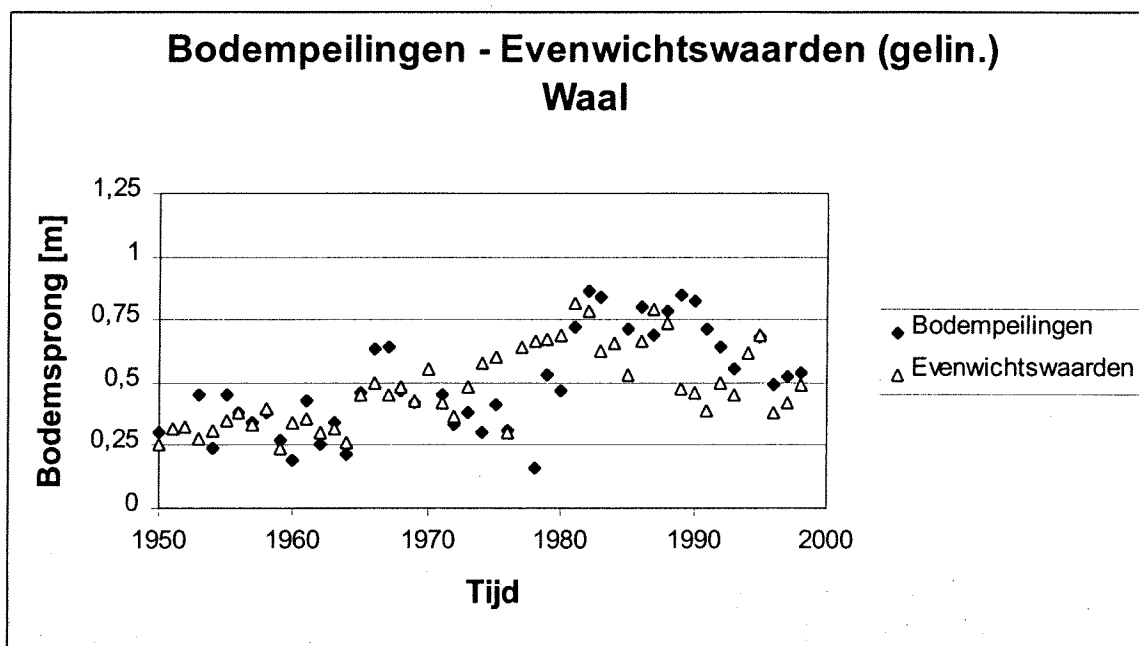


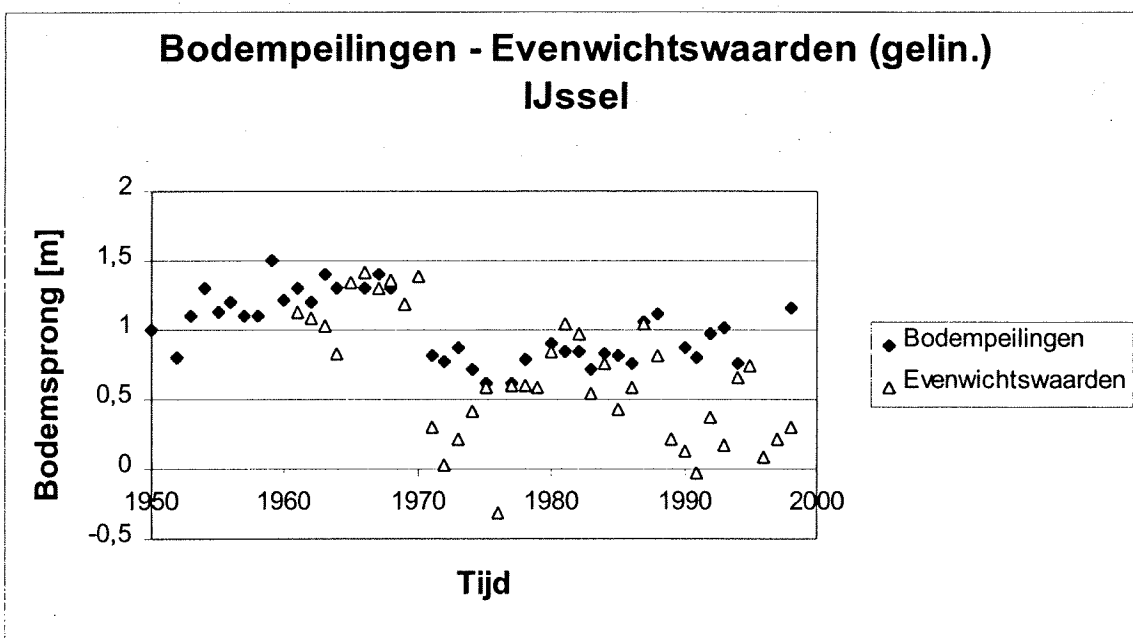
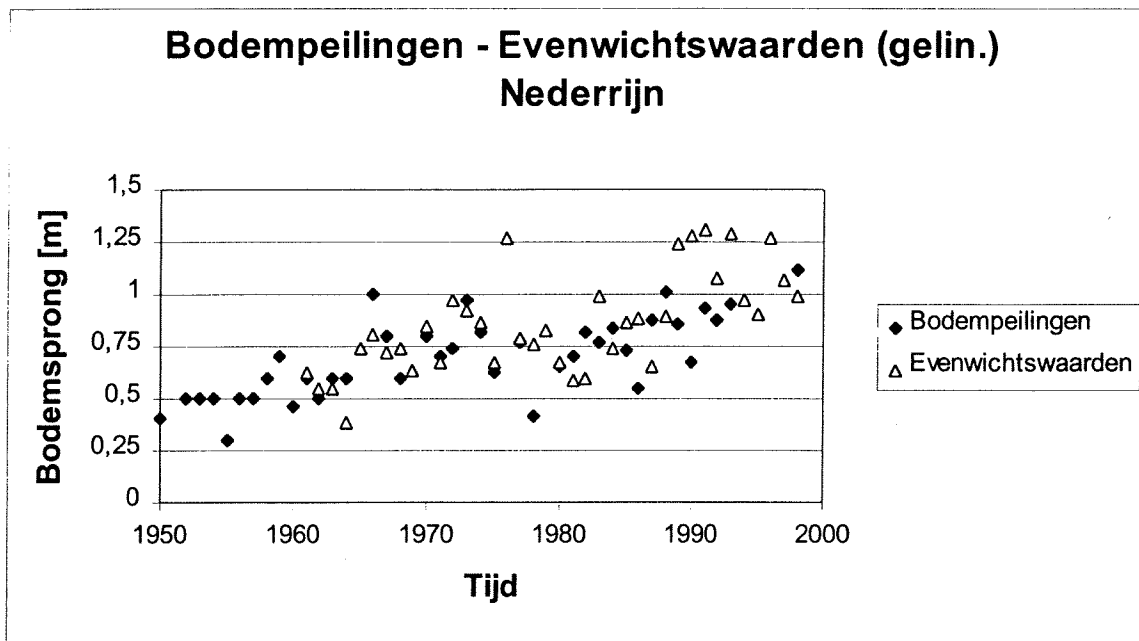


Bijlage 4 Opgesplitste kalibratie





Bijlage 5 Opgesplitste kalibratie (gelin. uitdrukking)



Bijlage 6 Statistische waarden clips

datum	bestandnr.	clipnr.	min.	max.	gem.	stdev.
29-10-98	dtm01	1	1,15	3,27	2,18	0,51
	dtm01	2	1,52	3,19	2,20	0,34
	dtm01	3	1,48	2,48	2,01	0,18
	dtm01	4	1,65	2,52	2,05	0,13
	dtm01	5	0,75	2,30	1,53	0,35
	dtm01	6	0,89	2,31	1,58	0,22
	dtm01	7	1,40	2,92	2,14	0,30
	dtm01	8	2,76	2,97	2,87	0,04
	dtm01	9nvt	nvt	nvt	nvt	
	dtm01	10nvt	nvt	nvt	nvt	
30-10-98	dtm02	1	1,12	3,30	2,18	0,52
	dtm02	2	1,51	3,15	2,22	0,36
	dtm02	3	1,47	2,51	2,01	0,18
	dtm02	4	1,53	2,49	2,04	0,15
	dtm02	5	0,72	2,33	1,53	0,34
	dtm02	6	0,89	2,24	1,57	0,22
	dtm02	7	1,41	3,04	2,20	0,33
	dtm02	8	2,44	3,14	2,84	0,11
	dtm02	9nvt	nvt	nvt	nvt	
	dtm02	10nvt	nvt	nvt	nvt	
31-10-98	dtm03	1	1,15	2,59	1,88	0,36
	dtm03	2	1,76	2,68	2,10	0,26
	dtm03	3	1,42	2,43	1,98	0,20
	dtm03	4	1,65	2,48	2,05	0,10
	dtm03	5	0,72	2,36	1,53	0,35
	dtm03	6	0,98	2,29	1,63	0,23
	dtm03	7	1,45	3,01	2,27	0,33
	dtm03	8	1,90	3,15	2,81	0,23
	dtm03	9	1,88	3,42	2,71	0,23
	dtm03	10	1,78	3,00	2,47	0,21
2-11-98	dtm04	1	0,98	3,06	2,04	0,51
	dtm04	2	1,36	3,02	2,14	0,34
	dtm04	3	1,20	2,53	1,98	0,21
	dtm04	4	1,45	2,84	2,03	0,21
	dtm04	5	0,55	2,47	1,46	0,39
	dtm04	6	0,72	2,46	1,54	0,27
	dtm04	7	1,14	2,88	2,12	0,34
	dtm04	8	1,84	3,07	2,70	0,21
	dtm04	9	1,69	3,14	2,62	0,26
	dtm04	10	1,55	3,04	2,37	0,26
3-11-98	dtm05	1	0,94	3,05	2,01	0,44
	dtm05	2	1,14	3,31	2,20	0,37
	dtm05	3	1,02	2,81	1,99	0,30
	dtm05	4	1,05	2,81	2,01	0,29
	dtm05	5	0,34	2,68	1,47	0,44
	dtm05	6	0,65	2,50	1,57	0,32
	dtm05	7	1,12	2,91	2,17	0,32
	dtm05	8	1,83	3,35	2,78	0,22
	dtm05	9	1,79	3,28	2,68	0,26
	dtm05	10	1,64	3,00	2,42	0,26

datum	bestandnr.	clipnr.	min.	max.	gem.	stdev.
4-11-98	dtm06	1	0,86	3,48	2,21	0,55
	dtm06	2	1,02	3,54	2,29	0,43
	dtm06	3	0,88	2,83	2,03	0,32
	dtm06	4	1,01	3,09	2,07	0,33
	dtm06	5	0,24	2,72	1,50	0,44
	dtm06	6	0,48	2,67	1,58	0,38
	dtm06	7	0,87	3,01	2,19	0,36
	dtm06	8	1,81	3,47	2,83	0,23
	dtm06	9	1,57	3,20	2,69	0,25
	dtm06	10	1,36	3,26	2,45	0,29
5-11-98	dtm07	1	0,81	3,58	2,21	0,57
	dtm07	2	0,85	3,51	2,27	0,44
	dtm07	3	0,93	2,74	1,99	0,35
	dtm07	4	1,00	3,03	2,07	0,36
	dtm07	5	-0,18	2,69	1,46	0,48
	dtm07	6	0,17	2,57	1,57	0,41
	dtm07	7	1,00	2,98	2,15	0,36
	dtm07	8	2,03	3,37	2,81	0,24
	dtm07	9	1,59	3,17	2,67	0,24
	dtm07	10	1,23	3,12	2,44	0,31
6-11-98	dtm08	1	0,77	3,54	2,24	0,57
	dtm08	2	0,83	3,61	2,30	0,46
	dtm08	3	0,90	2,90	2,00	0,38
	dtm08	4	1,09	3,33	2,12	0,38
	dtm08	5	-0,36	2,78	1,48	0,51
	dtm08	6	0,40	2,87	1,61	0,41
	dtm08	7	0,92	2,91	2,17	0,36
	dtm08	8	1,90	3,40	2,80	0,24
	dtm08	9	1,67	3,08	2,65	0,25
	dtm08	10	1,35	2,99	2,45	0,28
7-11-98	dtm09	1	0,67	3,56	2,28	0,55
	dtm09	2	1,10	3,49	2,39	0,40
	dtm09	3	0,95	2,90	1,99	0,37
	dtm09	4	0,93	3,25	2,09	0,43
	dtm09	5	-0,20	2,78	1,40	0,49
	dtm09	6	0,32	2,55	1,63	0,42
	dtm09	7	0,77	3,01	2,16	0,38
	dtm09	8	1,68	3,31	2,79	0,26
	dtm09	9	1,61	3,25	2,67	0,26
	dtm09	10	1,59	3,05	2,46	0,24
10-11-98	dtm10	1	0,84	3,51	2,23	0,57
	dtm10	2	1,29	3,45	2,23	0,40
	dtm10	3	0,84	3,07	1,96	0,33
	dtm10	4	0,97	2,93	2,12	0,32
	dtm10	5	-0,02	2,61	1,50	0,51
	dtm10	6	0,12	2,57	1,60	0,38
	dtm10	7	0,98	3,02	2,13	0,41
	dtm10	8	1,79	3,72	2,74	0,26
	dtm10	9	1,53	3,16	2,59	0,28
	dtm10	10	1,75	3,05	2,41	0,25

datum	bestandnr.	clipnr.	min.	max.	gem.	stdev.
12-11-98	dtm11	1	0,78	3,51	2,24	0,55
	dtm11	2	1,27	3,49	2,22	0,40
	dtm11	3	0,83	2,98	1,97	0,31
	dtm11	4	1,29	3,05	2,14	0,26
	dtm11	5	-0,11	2,56	1,50	0,49
	dtm11	6	0,61	2,59	1,58	0,33
	dtm11	7	0,93	2,85	2,11	0,42
	dtm11	8	1,78	3,55	2,73	0,26
	dtm11	9	1,62	3,12	2,55	0,28
	dtm11	10	1,79	3,00	2,40	0,23
13-11-98	dtm12	1	0,67	3,54	2,29	0,55
	dtm12	2	1,24	3,38	2,25	0,39
	dtm12	3	1,17	2,98	2,02	0,29
	dtm12	4	1,24	3,13	2,19	0,26
	dtm12	5	-0,02	2,71	1,54	0,45
	dtm12	6	0,69	2,52	1,62	0,33
	dtm12	7	1,24	2,88	2,15	0,39
	dtm12	8	1,98	3,59	2,74	0,25
	dtm12	9	1,73	3,14	2,57	0,26
	dtm12	10	1,91	2,89	2,45	0,18
16-11-98	dtm13	1	0,81	3,47	2,21	0,55
	dtm13	2	1,37	3,31	2,16	0,39
	dtm13	3	0,99	2,88	1,95	0,28
	dtm13	4	1,30	3,00	2,15	0,29
	dtm13	5	0,12	2,71	1,47	0,45
	dtm13	6	0,62	2,53	1,56	0,29
	dtm13	7	1,00	3,03	2,05	0,45
	dtm13	8	1,98	3,00	2,63	0,22
	dtm13	9	1,72	3,08	2,48	0,27
	dtm13	10	1,85	2,84	2,36	0,18
19-11-98	dtm14	1	1,03	3,56	2,19	0,54
	dtm14	2	1,41	3,26	2,17	0,37
	dtm14	3	1,18	2,57	1,96	0,26
	dtm14	4	1,46	2,90	2,18	0,27
	dtm14	5	0,43	2,72	1,60	0,41
	dtm14	6	0,78	2,44	1,61	0,26
	dtm14	7	1,20	2,80	2,10	0,42
	dtm14	8	2,06	3,07	2,68	0,20
	dtm14	9	1,72	3,33	2,50	0,25
	dtm14	10	2,00	2,77	2,37	0,16