



waterloopkundig laboratorium  
delft hydraulics laboratory

*afstudeerverslag Franken*

REKONSTRUKTIE VAN HET  
PALEO-GETIJKLIKAAT IN DE  
NOORDZEE

TEKST

---

X 0029-00

JUNI 1987

---

REKONSTRUKTIE VAN HET  
PALEO-GETIJKLIKAAT IN DE  
NOORDZEE

TEKST

A.F. FRANKEN

---

X 0029-00

JUNI 1987

Voor U ligt het rapport van een onderzoek naar de ontwikkeling van het paleo-getijklimaat in het Noordzee-bekken.

Het onderzoek is verricht als afstudeeropdracht bij de vakgroep Vloeistofmechanica van de faculteit der Civiele Techniek aan de Technische Universiteit Delft en heeft in 1986 plaatsgevonden bij het Waterloopkundig Laboratorium te Delft.

De begeleiding aan de T.U.D is verricht door de hoogleraren prof.dr.ir. J.P.Th Kalkwijk en prof.dr.ir. C.B. Vreugdenhil en door ir. C. Verspuy, de dagelijkse begeleiding bij het WL was in handen van dr.ir. H. Gerritsen; waarvoor dank.

Bij het tot stand komen van dit rapport gaat tevens een woord van dank uit naar drs. P.J.S. Honingh voor zijn aandeel in de korrektie werkzaamheden.

Tenslotte wil ik het WL bedanken voor het beschikbaar stellen van de faciliteiten en de medewerkers van het segment Zeeën voor hun steun, adviezen en vooral de prettige werksfeer waarin ik heb mogen werken.

A. Franken  
Delft, 22-06-87

## INHOUDSOPGAVE

### VOORWOORD

### TABELLEN FIGUREN

blz.

1	INLEIDING	
1.1	kustbeheer	6
1.2	projekt Kustgenese	6
1.3	projekt omschrijving	8
1.4	projekt opzet	8
1.5	samenvatting	9
2	DE GETIJBEWEGING	
2.1	historisch overzicht	10
2.2	de getijkkrachten	11
2.3	harmonische componenten van het getij	12
2.4	de ondiep-water-getijden	14
2.5	kenmerken van het getij	16
3	ANALYTISCHE BESCHOUWINGEN	
3.1	ondiep-water-vergelijkingen	18
3.2	analyse	19
3.3	Coriolis versnellingen	21
3.4	golfvergelijking en analytische oplossingen	22
3.5	invloed bodemwrijving en bodemhelling	25
3.6	verlaging van de middenstand	27
3.7	bolkoördinaten	28
4	NUMERIEKE REPRESENTATIE	
4.1	numerieke benadering van de vergelijkingen	
4.1.1	algemeen	30
4.1.2	het rooster	30
4.1.3	het A.D.I-proces	31
4.2	het Continental Shelf Model	
4.2.1	algemeen	32
4.2.2	modelleringsaspecten	
4.2.2.1	randvoorwaarden	33
4.2.2.2	bodemweerstand	34
4.2.2.3	bodemschematisatie	34
4.2.3	restrikties Continental Shelf Model	35
5	HET C.S.M-16	
5.1	roostertransformatie	36
5.2	aanbrengen van diepte en Chezy-waarden	37
5.3	aanbrengen van randvoorwaarden op de open rand	38
5.4	droogval procedure	39
5.5	resultaten	39

6 WERKWIJZE EN UITGANGSPUNTEN	
6.1 werkwijze	41
6.2 uitgangspunten	42
6.3 cyclische randvoorwaarden	43
7 GETIJSITUATIE BIJ VERSCHILLENDE MIDDENSTANDSNIVEAU'S	
7.1 getijbeweging bij onverlaagde middenstand	
7.1.1 inleiding	45
7.1.2 karakteristieke getijcomponenten	46
7.1.3 het verticale getij	48
7.2 De getijbeweging bij simulatie C10	
7.2.1 inleiding	48
7.2.2 karakteristieke getijcomponenten bij C10	49
7.2.3 het verticale getij bij C10	50
7.3 De getijbeweging bij simulatie C20	
7.3.1 inleiding	51
7.3.2 karakteristieke getijcomponenten bij C20	52
7.3.3 het verticale getij bij C20	53
8 AMPHIDROMISCHE SYSTEMEN	
8.1 inleiding	55
8.2 tweemaaldaagse amphidromische systemen	
8.2.1 het amphidromische systeem in de Zuidelijke Noordzee	56
8.2.2 amphidromische systemen in het noordelijke bekken	58
8.3 het amphidromisch systeem van de D1-komponent	59
9 DE FRANS-DEENSE KUSTBOOG NADER BESCHOUWD	
9.1 inleiding	62
9.2 amplituden	62
9.3 snelheden	65
10 SAMENVATTING, KONKLUSIES EN AANBEVELINGEN	
10.1 samenvatting	66
10.2 evaluatie	67
10.3 interpretatie	68
10.4 konklusies	70
10.5 aanbevelingen	71
REFERENTIES	73
APPENDICES	
.appendix A	
.appendix B	
.appendix C	
.appendix D	

## TABELLEN EN FIGUREN

In de tekst wordt verwezen naar de volgende tabellen en figuren, die te vinden zijn in het tweede deelrapport.

### TABELLEN

- TABEL 1. HARMONISCHE KOMPONENTEN VAN DE SLEEPKRACHT
- TABEL 2. ENKELE ONDIEPWATER KOMPONENTEN
- TABEL 3. AMPLITUDE EN FASE VAN DE CYCLISCHE KOMPONENTEN OP DE RANDSEKTOREN
- TABEL 4. GETIJKARAKTERISTIEKEN BIJ VERSCHILLENDE MIDDENSTANDEN
- TABEL 5. AMPLITUDE VAN DE CYCLISCHE GETIJKOMPONENTEN BIJ C01
- TABEL 6. MAXIMALE WAARDE VAN DE STROOMSNELHEID  $|U|$

### FIGUREN

- FIG. 1 KUSTONTWIKKELINGSKOMPONENTEN
- FIG. 2 AFLEIDING VAN DE GETIJPWEKKENDE KRACHT
- FIG. 3a VERDELING VAN DE SLEEPKRACHT  $F_s$  OP AARDE
- FIG. 3b HET DOOR DE MAAN VEROORZAakte EVENWICHTSGETIJ
- FIG. 4 GENERATIE VAN M4 UIT M2
- FIG. 5a ISOFASELIJNEN VAN HET TWEEMAALDAAGSE GETIJ (FASEN)
- FIG. 5b ISOAMPLITUDELIJNEN VAN HET TWEEMAALDAAGSE GETIJ (AMPLITUDEN)
- FIG. 6 SCHEMATISATIE ONDIEP WATER BEWEGING
- FIG. 7 GESCHEMATISEERD BEKKEN MET ENKELE KARAKTERISTIEKE AFMETINGEN
- FIG. 8 DEEL VAN HET AARDOPPERVLAK IN EEN KARTESISCH- EN BOLKOORDINATENSTELSEL
- FIG. 9 STAGGERED GRID
- FIG. 10 NUMERIEKE STROMINGSMODELLEN VAN DE NOORDZEE
- FIG. 11 SCHEMATISATIE VAN DE RANDEN IN WAQUA
- FIG. 12 VIER MOGELIJKE VARIANTEN BIJ DE TRANSFORMATIE NAAR WATERSTANDSPUNTEN
- FIG. 13 GEOGRAFISCHE KUSTLIJNEN EN HUN SCHEMATISATIE IN HET CSM-16
- FIG. 14 DIEPTEKONTUREN IN HET CSM-16

- FIG. 15 WATERSTANDKURVEN VOOR LOKATIE ABERDEEN VOOR CSM EN CSM-16
- FIG. 16 WATERSTANDKURVEN VOOR LOKATIE DOVER
- FIG. 17 WATERSTANDKURVEN VOOR LOKATIE HOEK VAN HOLLAND
- FIG. 18 WATERSTANDKURVEN VOOR LOKATIE STAVANGER
- FIG. 19 RELATIEVE ZEESPIEGELSTIJGING GEDURENDE DE LAATSTE 10.000 JAAR
- FIG. 20 GEOGRAFISCHE REKONSTRUKTIE VAN HET NOORDZEEBEKKEN CA 7800 JAAR GELEDEN
- FIG. 21a WATERSTANDKURVE LOKATIE N-BOUNDARY 3
- FIG. 21b WATERSTANDKURVE LOKATIE SCHEVENINGEN
- FIG. 22a STROOMVEKTOREN BIJ C01 BIJ LAAGWATER IN HOEK VAN HOLLAND.
- FIG. 22b STROOMVEKTOREN BIJ C01 3 UUR LATER
- FIG. 23 TWEEMAALDAAGSE GETIJKOMPONENT BIJ C01.
- FIG. 24 ENKELDAAGSE GETIJKOMPONENT BIJ C01
- FIG. 25 VIERMAALDAAGSE GETIJKOMPONENT BIJ C01
- FIG. 26 LOKATIES WAARIN HET VERTIKALE GETIJ WORDT BESCHOUWD
- FIG. 27 KUSTSCHEMATISATIE HET NOORDZEEBEKKEN IN C10
- FIG. 28 TWEEMAALDAAGSE GETIJKOMPONENT BIJ C10
- FIG. 29 ENKELDAAGSE GETIJKOMPONENT BIJ C10
- FIG. 30 VIERMAALDAAGSE GETIJKOMPONENT BIJ C10
- FIG. 31 INTERAKTIE TUSSEN DE D1 EN D2-KOMPONENT IN C01 EN C10
- FIG. 32 KUSTSCHEMATISATIE VAN HET NOORDZEEBEKKEN IN C20
- FIG. 33 TWEEMAALDAAGSE GETIJKOMPONENT BIJ C20
- FIG. 34 ENKELDAAGSE GETIJKOMPONENT BIJ C20
- FIG. 35 VIERMAALDAAGSE GETIJKOMPONENT BIJ C20
- FIG. 36 VERPLAATSING VAN HET D2-AMPHIDROMIE IN DE ZUIDELIJKE NOORDZEE
- FIG. 37 VERPLAATSING VAN DE D2-AMPHIDROMIEEN IN DE CENTRALE EN NOORDELIJKE NOORDZEE
- FIG. 38 VERPLAATSING VAN DE AMPHIDROMISCHE PUNTEN VAN DE D1-KOMPONENT
- FIG. 39 ISOFASELIJNEN VOOR DE D1-KOMPONENT IN C20
- FIG. 40 BESCHOUWDE LOKATIES LANGS DE FRANS-DEENSE KUSTBOOG
- FIG. 41 VERLOOP VAN DE HOOGWATERSTANDEN GEDURENDE DE SIMULATIES
- FIG. 42 VERLOOP VAN DE GETIJSLAG GEDURENDE DE SIMULATIES
- FIG. 43 VEKTORROOS VAN DE SNELHEID BIJ HOEK VAN HOLLAND IN C01 EN C20
- FIG. 44 STROOMVEKTOREN IN DE ZUIDELIJKE EN CENTRALE NOORDZEE BIJ DRIE VERSCHILLENDE DROOGVALKRITERIA
- FIG. 45 STROOMBEELD 2 UUR EERDER
- FIG. 46 STROOMBEELD 2 UUR LATER

## 1 INLEIDING

### 1.1 KUSTBEHEER

De ontwikkeling van een kust wordt bepaald door de veranderingen in het zeespiegelniveau, het golf- en getijklimaat, en het sedimenttransport. Op grond van de oorzaak van deze veranderingen kan onderscheid worden gemaakt in een tweetal componenten [fig .1]. Allereerst is er de autonome component, die afhankelijk is van geologische en klimatologische factoren. Hierop kan een component worden gesuperponeerd die geïnduceerd wordt door menselijke ingrepen. Afhankelijk van de aard van deze ingrepen gaat het hierbij om lokale of regionale veranderingen. Tevens kan de periode waarover de veranderingen optreden sterk variëren. Voorbeelden van dergelijke kustveranderingen zijn erosie achter een aangelegde havenpier (IJmuiden) of het ontstaan van vooroevers na het afsluiten van zeegaten (Zeeuwse estuaria).

Om verantwoord kustbeheer te kunnen plegen is kennis nodig van de processen die ten grondslag liggen aan de kustvorming, kennis welke tot op heden nog niet voldoende aanwezig is.

Het project kustgenese, binnen welk kader dit afstudeerproject valt, wil hieraan een bijdrage verlenen.

### 1.2 PROJEKT KUSTGENESE

De bijdrage die Kustgenese aan het kustbeheer wil leveren bestaat uit een toename van de kennis van de autonome kustontwikkeling, zoals blijkt uit de in 1985 geformuleerde doelstelling van het project:

"Het voor de Nederlandse kustzone vaststellen van de grootschalige kustvormende processen en met name van de sedimenthuishouding die bepalend is voor de huidige en toekomstige ligging van de kustlijn. Dit teneinde een gefundeerd beheer mogelijk te maken."

Een van de onderzoeksfilosofieën houdt in dat voor kustontwikkelingen in de toekomst ondermeer wordt gekeken



naar soortgelijke ontwikkelingen in het verleden.

Hiervoor is een drietal taakgroepen opgestart, te weten: de taakgroep 5000, 1000 en 100, waarbij de kode duidt op de onderzochte tijdsspanne. Het werk van de taakgroep 5000 heeft een beschrijvend karakter terwijl naarmate de onderzoeksperiode korter is er meer fysika ingebracht kan en zal worden.

De opdracht van de taakgroep 5000 is dus het maken van een rekonstruktie van de ontwikkeling van de Nederlandse kust over de periode 5000 BP-heden (BP= before present). Tot op heden werd de historische ontwikkeling van de Nederlandse kust vanuit de landzijde beschreven. Op grond van waarnemingen en hypothesen zijn er in de geologie theorieën ontwikkeld aangaande de (ver)vorming van de Nederlandse kust. Het heersende zeeregime wordt hierbij als een afgeleide beschreven. Een voorbeeld hiervan is de theorie binnen de Rijks Geologische Dienst (RGD), waarbij de verschijningsvorm van de kust gerelateerd wordt aan het getijregime, zie oa [7].

De hypothese is dat een klein getijdeverschil, het zgn "micro-tidal" (getijslag < 2m), correspondeert met een gesloten kust zoals in West Nederland. Is het getijdeverschil groter, het zgn "meso-tidal" (getijslag tussen de 2 à 3m), dan heeft de kust een meer open karakter zoals het Zeeuwse estuarium en de kleine Waddeneilanden. Bij een groot getijverschil, het zgn "macro-tidal" (getijslag > 3m), zou een open kust met platen en geulen behoren, landwaarts overgaand in kwelders. Een voorbeeld hiervan is de Duitse Bocht.

De op archeologische vondsten en grondboringen gebaseerde rekonstrukties van de Nederlandse kustlijn geven rond 5000 jaar geleden een gesloten kustlijn tussen Hoek van Holland en Den Helder te zien. Na 5000 BP breekt de kust tijdelijk open, waarna rond 4600 BP weer een gesloten kustlijn wordt gevonden. Op grond van bovenstaande hypothese zal de getijbeweging voor de Nederlandse kust gedurende een korte tijd een macro-tidal karakter moeten hebben gehad, om daarna weer over te gaan in een meso-tidal. Voorts zijn in een put nabij Rijswijk aanwijzingen gevonden dat aldaar rond 5000 BP een getijverschil van 2,5m moet hebben geheerst.

Om dergelijke theorieën te onderbouwen is het nuttig de historische kustontwikkeling vanuit de zee-zijde te rekonstrueren.

Als eerste aanzet wordt hierbij de getijbeweging, als belangrijkste component in kustvormingsprocessen, bekeken.

### 1.3 PROJEKT OMSCHRIJVING

De doelstelling van het afstudeerwerk kan als volgt omschreven worden:

"Het doel is om met behulp van een numeriek model de mogelijke ontwikkeling van de paleo-getijbeweging in het Noordzeebekken te rekonstrueren om zo enerzijds het inzicht in de ontwikkeling van de getijbeweging te vergroten en anderzijds de hypothese van de AGD, aangaande vroegere getijsituaties, te toetsen."

Om bovenstaande te bereiken zullen enige historische situaties gesimuleerd worden.

Het aksent komt te liggen op de grootschalige getijbeweging, die aan de hand van enkele karakteristieke komponenten bekeken zal worden. Daarnaast zal extra aandacht uitgaan naar de Frans-Deense kustboog, waarbij de ontwikkeling in getijamplitude en -snelheden zal worden bekeken.

### 1.4 PROJEKT OPZET

In dit rapport wordt eerst ingegaan op het fenomeen getij. Behandeld worden de opwekking van het getij, het opsplitsen ervan in komponenten en enkele kenmerkende aspecten van het getij.

De vergelijkingen die het getij in de Noordzee beschrijven worden in hoofdstuk 3 behandeld. Voor het theoretische geval van een rechthoekig bekken wordt de analytische oplossing voor de verticale getijbeweging gegeven, alsmede het effect van wrijving en verlaging van de waterstand hierop.

In hoofdstuk 4 wordt aandacht besteed aan de diskretisatie van de differentiaalvergelijking en de methode van oplossen. Een numeriek model dat op deze oplosmethode berust, het Continental Shelf Model, wordt behandeld in het tweede deel van hoofdstuk 4. Naast algemene aspecten komen de voordelen en restrikties van dit model aan de orde.

Deze restrikties leiden in hoofdstuk 5 tot een aangepaste versie van dit model, het CSM-16. Met het aldus verkregen instrument worden enkele simulaties verricht, waarbij de middenstand met stappen van 5 meter is verlaagd tot -20m. In hoofdstuk 7 wordt de getijbeweging bij een drietal middenstandsverlagingen beschreven.

De veranderingen in de maatgevende getijkomponenten worden

beschreven in hoofdstuk 8. Hierbij wordt gebruik gemaakt van de in hoofdstuk 3 opgedane kennis.

De effecten van de verlaging van de middenstand op het verticale getij langs de Frans-Deense kustboog worden in hoofdstuk 9 beschreven. Tevens worden in dit hoofdstuk de veranderingen in de snelheden langs de kustboog aangestipt. Het rapport wordt in hoofdstuk 10 afgesloten met de samenvatting en konklusies.

### 1.5 SAMENVATTING RESULTATEN

Met dit afstudeerwerk is een goed inzicht verkregen in de factoren die ten grondslag liggen aan de getijbeweging in de Noordzee. Dit is een dermate complex gebeuren dat, ondanks het feit dat de getijbeweging geschematiseerd kan worden tot een stelsel interfererende Kelvingolven, het effect van een verlaging van de middenstand niet op voorhand kwantitatief te bepalen is. Hierdoor is het gebruik van een numeriek model gewenst. In de eerste fase van het projekt is hiervoor het C.S.M-16 opgezet. De resultaten die hiermee verkregen zijn laten zien dat in het verleden de getijbeweging in het Noordzee-bekken minder intensief is geweest. Dit uit zich onder andere in een geringere getijslag langs de Nederlandse kust. Bij een middenstandsverlaging van 20m wordt zo een afname in de getijslag gevonden van 1 à 1.5m. De stromingsbeweging krijgt hierbij een twee dimensionaal karakter, waarbij de snelheden met ca. 40% zijn afgenomen. Hoewel met deze resultaten de bestaande theorie van de RGD aangaande het paleo-getijregiem voor de West-Nederlandse kust niet wordt ondersteund, is wel gebleken dat een numeriek model een bruikbaar en nuttig instrument is bij de toetsing en vorming van dergelijke theorieën. Tevens is met dit projekt een goede basis gelegd voor verder onderzoek binnen het projekt Kustgenese naar de paleo-getijbeweging voor de Nederlandse kust en de kustvormende processen die hierbij een rol hebben gespeeld.

## 2 DE GETIJBEWEGING

### 2.1 HISTORISCH OVERZICHT

De periodieke waterbeweging, die aan de kusten gepaard gaat met hoog- en laagwater en met stromingen van wisselende werking en kracht, gaf reeds in oude tijden aanleiding tot verschillende theorieën [5].

Als eerste bracht Sir Isaac Newton (1642-1727) het getijverschijnsel in verband met de algemene gravitatiewet. Hij vond dat zon en maan aanleiding geven tot het ontstaan van een krachten-veld rond de aarde, waarbij grootte en richting van de krachten periodiek wisselen.

Newton beschreef de toestand van een geheel met water bedekte aarde, waarbij op elk moment de watermassa in rust is onder invloed van de werkende krachten. Aldus werd de statische of evenwichtstheorie geformuleerd.

Ingezien werd dat de feitelijke getijbeweging niet geheel verklaard zou kunnen worden door de statische theorie; de wisselende krachten zullen waterbewegingen veroorzaken waarvan de grootte afhangt van de diepte.

Laplace (1749-1827) bracht de relatie tussen de getijkrachten en de waterbeweging tot stand en formuleerde de bewegingsvergelijkingen voor getijden op een roterende aarde. Hij werd hiermee de grondlegger van de dynamische theorie. Alhoewel Laplace met de nodige restricties werkte, gaf hij een stelling die nog steeds geldt als basis voor beschouwingen betreffende de getijbeweging:

"Wanneer op een watermassa periodiek krachten werken, zal op den duur de beweging periodiek zijn en dezelfde periode vertonen als de krachten".

Dit is dan ook de basis van de harmonische analyse die door Lord Kelvin (1824-1907) is ingevoerd. De analyse gaat uit van het feit dat de getijkracht ontleed kan worden in astronomische componenten, ieder met een eigen frekwentie. Volgens de stelling van Laplace zullen deze frekwenties, die gerelateerd zijn aan de periodiciteit van de beweging die diverse hemellichamen ten opzichte van elkaar uitvoeren, terug te vinden zijn in het getijsignaal.

(Naast deze astronomische frekwenties blijken er ook nog andere frekwenties in het signaal voor te komen).

De harmonische analyse geeft dus geen verklaring van de getijbeweging, doch analyseert de beweging op een bepaalde plaats, zodat men in staat is de getijbeweging voor elk ander tijdstip te (re)konstrueren.

## 2.2 DE GETIJKRACHTEN

De krachten die het getij op aarde genereren zijn de aantrekkingskrachten door aarde, zon en maan op elkaar uitgeoefend. De invloed van de andere hemellichamen is in eerste instantie te verwaarlozen.

In het navolgende zal voor het systeem aarde-maan een en ander uiteengezet worden. Het zal duidelijk zijn dat dit ook voor het systeem zon-aarde geldt. Voor literatuur betreffende de paragrafen 2.2, 2.3 en 2.4 wordt verwezen naar [1] en [6].

De afleiding voor de getijopwekkende kracht voor het systeem maan-aarde volgt uit figuur 2.

Beschouw de hemellichamen als vast en verwaarloos hun gemeenschappelijke beweging om de zon. Ten gevolge van de onderlinge gravitatiekracht zullen maan en aarde een baan beschrijven om het gemeenschappelijke zwaartepunt dat binnen de aarde valt.

Veronderstel dat de centripetale versnelling van de aarde in evenwicht is met de aantrekkingskracht van de maan op het massamiddelpunt van de aarde. De grootte van deze kracht  $F_2$  bedraagt per eenheid van massa:

$$F_2 = g \frac{M}{A} \frac{a^2}{d^2} \quad [\text{ms}^{-2}] \quad (2.1)$$

waarin  $g$  = gravitatie versnelling,  $A$  = massa aarde,  $M$  = massa van de maan,  $a$  = straal van de aarde en  $d$  = afstand tussen de twee zwaartepunten is.

De feitelijke aantrekkingskracht  $F_1$  van de maan op dezelfde eenheid van massa die zich op een willekeurige plaats op aarde bevindt, bedraagt:

$$F_1 = g \frac{M}{A} \frac{a^2}{r^2} \quad [\text{ms}^{-2}] \quad (2.2)$$

waarin  $r$  = de afstand tussen het punt  $P$  en het zwaartepunt van de maan. De verschilvektor van beide krachten wordt de getijopwekkende kracht  $F_3$  genoemd. Hiervan is alleen de komponent gericht langs het aardoppervlak van belang. Deze komponent wordt de sleepkracht  $F_s$  genoemd en blijkt groot te zijn:

$$F_3 = \frac{3M(a)^3}{2A(d)^3} g \sin 2\theta + O(\sin^3 \theta) \quad [\text{ms}^{-2}] \quad (2.3)$$

met  $\Theta$  = de hoek tussen de straal naar punt P en de as door de beide zwaartepunten [zie fig. 2]. De grootte van  $F_s$  blijkt af te hangen van de plaats van P op de aardbol. De verdeling van  $F_s$  is weergegeven in figuur 3a. Voor de punten P op de as door beide zwaartepunten ( $\Theta = 0^\circ$  en  $\Theta = 180^\circ$ ) als de punten P op de as loodrecht hierop ( $\Theta = 90^\circ$  en  $\Theta = 270^\circ$ ) is de sleepkracht nul. De maximale waarde voor de sleepkracht treedt halverwege tussen de nulpunten op. Substitutie van de getalwaarden  $M/A = 0.012$  en  $a/d = 0.0166$  geeft voor deze maximale kracht:

$$F_{\max} = 10^{-6} \quad [N] \quad (2.4)$$

Het evenwichtsgetij is de respons van een geheel met water bedekte aardbol op deze sleepkracht, waarbij de traagheids-effecten zijn verwaarloosd. Het zee-oppervlak stelt zich hierbij loodrecht op de resultante van de getij- en gravitatiekrachten. In dit zogenaamde potentiaalvlak is  $F_s$  in evenwicht met de horizontale drukgradient. De uitwijking van het oppervlak laat zich beschrijven door

$$\frac{\zeta}{a} = \frac{1}{2} \frac{M(a)^3}{A(d)^3} (3\cos^2\theta - 1) \quad (2.5)$$

De verdeling hiervan is weergegeven in figuur 3b. Het zee-oppervlak blijkt een ellipsoïde vorm aan te nemen met de grootste as naar de maan gericht.

Om enig inzicht in de orde van grootte van dit getij te krijgen kan worden nagegaan wat het maximale verschil in de waterstand is.

Volgens vgl. 2.5 komt dit overeen met:

$$\zeta_{\max} - \zeta_{\min} = \frac{3}{2} \frac{M(a)^3}{A(d)^3} a \quad (2.6)$$

Substitutie van bekende waarde voor M, A, a en d levert op dat het maximaal mogelijke verschil in het evenwichtsgetij van de maan ca. 0.5 m bedraagt.

### 2.3 HARMONISCHE KOMPONENTEN VAN HET GETIJ

In de formule voor de sleepkracht  $F_s$  hangen  $\Theta$  en d af van het hemellichaam, de lokatie op de aardbol en de (tijds-

afhankelijke) positie die de verschillende hemellichamen t.o.v. elkaar innemen. De resulterende sleepkracht is aldus een gekompliceerde functie in de tijd en kan ontwikkeld worden in een som van harmonische componenten, die op hun beurt opgebouwd zijn uit een combinatie van de verschillende relatieve bewegingen van de hemellichamen.

In tabel 1. zijn enkele belangrijke harmonische componenten van de sleepkracht weergegeven. Uit de tabel blijkt dat de astronomische componenten in een drietal categorieën op te delen zijn. Allereerst zijn er de tweemaaldaagse componenten met een periode van ca 12h. Daarnaast zijn er de zgn enkeldaagse componenten met een periode van ca 24h en de componenten met een periode van vele dagen. De astronomische amplitude van het evenwichtsgetij is een maat voor de relatieve belangrijkheid van de betreffende component.

Uitgaande van de stelling van Laplace kan het getijsignaal nu worden beschreven door een aantal componenten die eenzelfde frekwentie hebben als de componenten in de sleepkracht

$$h = h_0 + \sum_n^n f_n H_n \cos(\omega_n t + V_n + u_n - g_n) \quad (2.7)$$

waarin:

- h = getijsignaal
- h<sub>0</sub> = gemiddelde waarde van de waterstand
- H<sub>n</sub> = werkelijke amplitude van de getijkomponent
- ω<sub>n</sub> = frekwentie van de komponent
- t = lokale tijd
- V<sub>n</sub> + u<sub>n</sub> = astronomisch argument, waarvan
- V<sub>n</sub> = uniform veranderend deel als gevolg van tijdschaling bij het begin van de rekenperiode
- g<sub>n</sub> = verbeterd kappa-getal waarin korrektiefactoren zitten voor de lokatie en lokale tijd
- f<sub>n</sub>, u<sub>n</sub> = korrektiefactoren

De korrektiefactoren f en u zijn het gevolg van een maanbeweging met een periode van 18,6 jaar. In interactie met hogefrekventere astronomische componenten ontstaan hierdoor componenten met frekwenties die enigszins afwijken van de hoofdfrekwentie. Deze frekwenties worden niet apart in rekening gebracht maar, ondergebracht bij de hoofdfrekwentie. Het effect hiervan op de amplitude en fase wordt in rekening gebracht met de correctie- factoren f en u.

De grootheden H<sub>n</sub> en g<sub>n</sub>, de zogenaamde getij-konstanten, zijn voor iedere komponent alleen afhankelijk van de lokatie. Voor het astronomisch argument V<sub>n</sub>+u<sub>n</sub> en de amplitude faktor f<sub>n</sub> van een getijkomponent geldt echter dat deze onafhankelijk zijn van de lokatie, doch variëren in de tijd.

## 2.4 ONDIEP WATER GETIJDEN

Aan steile kusten van de oceanen zou men het getijsignaal redelijk kunnen beschrijven met de vgl. 2.7 gebruikmakend van de componenten uit tabel 1.

In het algemeen blijkt echter dat in het werkelijke getijsignaal ook hogere frekwenties voorkomen. Deze worden veroorzaakt door niet-lineaire invloeden, die zich bij de voortplanting van getijgolven in ondiepe zeeën sterker doen laten gelden.

Enkele van deze effecten zijn:

1.

### Wrijvingseffecten.

De invloed van de bodemweerstand op de waterbeweging is evenredig met het kwadraat van de snelheid  $u$ . Wordt verondersteld  $u = A \cos \omega t$ , dan is voor de wrijving te schrijven:

$$W :: \cos \omega t | \cos \omega t |$$

De absolute waarde wordt ingevoerd omdat de wrijving richtingsafhankelijk is. Bovenstaande uitdrukking laat zich in een fourierreeks ontwikkelen als

$$W :: \frac{8}{3\pi} \cos \omega t + \frac{8}{15\pi} \cos 3 \omega t + \dots$$

Deze relatie impliceert dat bv. uit het dubbelaldaagse M2-getij als gevolg van wrijvingseffecten zesmaalaldaagse, M6, en hogere componenten ontstaan.

Tevens is de wrijving  $W$  omgekeerd evenredig met de waterdiepte. Deze is in het algemeen bij benadering gelijk aan de ongestoorde diepte. In geval van ondiep water wordt de bijdrage van de verticale getijbeweging significant, waardoor de waterdiepte een cosinusachtig verloop krijgt. In deze ondiepe gebieden zal dus ten gevolge van de wrijving uit de tweemaalaldaagse getijcomponent viermaalaldaagse en achtmaalaldaagse componenten opgewekt worden, waarbij ook een bijdrage aan de gemiddelde waterstand wordt geleverd.

2.

### advektie

In de vergelijkingen die de getijbeweging beschrijven (paragraaf 3.1) komen advektieve termen voor, waarin de snelheid kwadratisch voorkomt (echter nu zonder absolute waarde). Hierdoor wordt, naast een bijdrage aan de gemiddelde waterstand, een component gegenereerd met een frekwentie die het dubbele is van de oorspronkelijke frekwentie. Uit het tweemaalaldaagse M2-getij ontstaat nu het viermaalaldaagse M4-getij.



3.

niet-konstante voortplantingssnelheid

Deze is afhankelijk van de onderliggende waterdiepte, zodat in ondiep water de golftop een grotere voortplantingssnelheid heeft dan het golfdal. Hierdoor ontstaat een vervormd golfprofiel zoals in fig. 4 is weergegeven met de gestippelde lijn. Het getijsignaal, dat nog steeds periodiek is, is nu te schrijven als een som van harmonische componenten met frekwenties die een veelvoud zijn van de oorspronkelijke frekwentie. Aldus zullen uit een M2-getij M4-, M6-, en M8-komponenten ontstaan.

Tot nu toe is steeds uitgegaan van een getij-komponent, waaruit door niet-lineaire effecten, de zgn nevencomponenten ontstaan.

Het feitelijke getijsignaal is echter opgebouwd uit een combinatie van meerdere componenten. Door de niet-lineaire effecten worden nu naast de nevencomponenten ook componenten gegenereerd met frekwenties die een combinatie zijn van de oorspronkelijke frekwenties, de zogenaamde samengestelde componenten [2]. Wordt bv. het getijsignaal opgebouwd gedacht uit een combinatie van een M2- en een S2-komponent,

$$y(t) = A\cos(\omega_{m2}t) + B\cos(\omega_{s2}t)$$

dan zullen door wrijving en advektie de volgende viermaaldaagse componenten gegenereerd worden:

M4 ---> freq.  $2 * \omega_{m2}$   
MS4 ---> "  $(\omega_{m2} + \omega_{s2})$   
S4 ---> "  $2 * \omega_{s2}$

Wrijving en interactie van de bovenstaande viermaaldaagse componenten met de tweemaaldaagse componenten zullen daarnaast ook leiden tot de volgende zesmaaldaagse componenten:

M6	-->	freq.	$3 * \omega_{m2}$	M2	-->	freq.	$\omega_{m2}$
2MS6	-->	"	$2 * \omega_{m2} + \omega_{s2}$	S2	-->	"	$\omega_{s2}$
2SM6	-->	"	$2 * \omega_{s2} + \omega_{m2}$	2MS2	-->	"	$2 * \omega_{m2} - \omega_{s2}$
S6	-->	"	$3 * \omega_{s2}$	2SM2	-->	"	$2 * \omega_{s2} - \omega_{m2}$

In tabel 2. zijn enkele ondiep-water-komponenten opgenomen. Naast de enkel- en tweemaaldaagse componenten zijn hier enkele drie-, vier- en zesmaaldaagse getijkomponenten weergegeven. Daar deze componenten niet van astronomische oorsprong zijn, zullen zij geen astronomische amplitude hebben. De relatieve belangrijkheid hangt af van de lokatie. Konkluderend kan gesteld worden dat het getijsignaal in het algemeen beschreven kan worden met vgl. 2.7 waarin de componenten bestaan uit primaire astronomische getijkomponenten aangevuld met ondiep-water-komponenten.

## 2.5 KENMERKEN VAN HET GETIJ

Eenmaal opgewekt plant een getijgolf zich voort over de oceanen en zeeën. De randzeën, zoals het Noorzee-bekken, zijn in principe te klein om een wezenlijk getij in op te wekken. De getijbeweging in dergelijke bekkens is dan ook een ko-oscillerende beweging met de aangrenzende oceanen. In het bekken zelf zullen diverse ondiep-water-komponenten opgewekt worden. De Coriolisversnellingen [paragraaf 3.3] en partiële reflekties van de getijgolven op de kusten geven de resulterende getijbeweging een twee-dimensionaal karakter. Worden er lijnen getrokken door de punten waar het hoogwater op hetzelfde tijdstip optreedt, dan blijkt dat deze radiaal lopen. Het middelpunt wordt gevormd door het zgn. amphidromisch punt, een punt waar de verticale getijbeweging (voor deze komponent!) nul is. Het getij draait als het ware om dit punt heen, waarbij de draairichting tegen de wijzers van de klok in is gericht. De amplitude wordt daarbij groter naarmate de afstand tot het amphidromisch punt toeneemt. Het geheel wordt een amphidromisch systeem genoemd. In fig. 5 zijn de amphidromische systemen van de tweemaaldaagse getij-komponent in de Noordzee weergegeven.

Wordt lokaal het getijsignaal beschouwd dan blijkt de interactie tussen de diverse getijcomponenten o.a. te leiden tot de volgende hoofdverschijnselen:

1.

### Daagse ongelijkheid.

De getijbeweging op de Noordzee wordt gedomineerd door de tweemaaldaagse getijcomponenten, waardoor er tweemaaldaags hoogwater is. Door interactie met enkeldaagse componenten zal dit hoogwater eenmaaldaags versterkt c.q. gereduceerd worden. Het verschil in de beide hoogwaters wordt de daagse ongelijkheid genoemd.

2.

### springtij-doodtij cyclus.

De cyclus wordt veroorzaakt door interactie van de S2 en M2-komponent. Stel:

$$y(t) = A \cos(\omega_{m2} t) + B \cos(\omega_{m2} t) =$$

$$A \cos(\omega_{m2} t) + B \cos[\omega_{m2} t + (\omega_{s2} - \omega_{m2})t]$$

als voor  $t=T1$  beide componenten in fase zijn dan zal dit ook gelden voor iedere  $t=T1+\Delta t$  waarvoor geldt

$$\Delta t = \frac{360^\circ}{\omega_{s2} - \omega_{m2}}$$

Substitutie van de waarden  $\omega S2=30^\circ/h$  en  $\omega M2= 28,98^\circ/h$  levert voor  $\Delta t$  de waarde op van  $\Delta t=14$  dagen 18 uur. Eens in de twee weken zullen de tweemaaldaagse zon- en maankomponent elkaar versterken, waardoor extra hoog hoogwater en laag laagwater optreedt (springtij). De getijslag, zijnde het verschil tussen deze waterstanden, zal hierbij groot zijn. Een week later zijn beide componenten in tegenfase, waardoor de uiterste waterstanden minder extreem zijn en de getijslag relatief klein zal zijn (doodtij).

3.

#### De agger.

Dit is het verschijnsel van een verlengd laagwater dat een relatief maximum vertoont. De agger, die zich globaal voordoet tussen Goeree en Scheveningen, wordt veroorzaakt door het feit dat de viermaaldaagse getijkomponent een maximum heeft tijdens de laagwaters van de tweemaaldaagse komponent. Voor de Zuidhollandse kust is de amplitude van de tweemaaldaagse getijkomponent relatief klein, terwijl de amplitude van de viermaaldaagse komponent juist grote waarden vertoont. Hierdoor is het verschijnsel van de agger goed waarneembaar. Het effect van de agger wordt tijdens springtij versterkt.

De viermaaldaagse getijkomponent is deels gebonden aan de tweemaaldaagse komponent, waaruit het wordt opgewekt. Daarnaast wordt de komponent echter ook bepaald door de resonantiekenarakteristieken van het bekken. Hierdoor zal de viermaaldaagse getijkomponent onafhankelijk van de tweemaaldaagse komponent 'bewegen', zodat de agger slechts in een beperkt gebied zal optreden.

### 3 ANALYTISCHE BESCHOUWINGEN

#### 3.1 ONDIEP-WATER-VERGELIJKINGEN

Bij de getijbeweging in het Noordzee-bekken gaat het om relatief traag fluktuerende, grootschalige stromingen in een gebied waarvan de horizontale afmetingen de vertikale afmetingen in orde van grootte ruim overtreffen. De stroming, die hierdoor (op grote schaal gezien) een tweedimensionaal karakter krijgt, kan beschreven worden met behulp van de zgn. ondiep-water-vergelijkingen:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} ((h+\xi)u) + \frac{\partial}{\partial y} ((h+\xi)v) = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - fv + \frac{gu}{C^2} \frac{(u^2+v^2)^{\frac{1}{2}}}{(h+\zeta)} - \frac{\tau_{wx}}{\rho(h+\zeta)} = 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + fu + \frac{gv}{C^2} \frac{(u^2+v^2)^{\frac{1}{2}}}{(h+\zeta)} - \frac{\tau_{wy}}{\rho(h+\zeta)} = 0 \quad (3.3)$$

waarin:

$\zeta$  = afstand waterspiegel tot referentievlak [zie fig. 6]

$h$  = afstand bodem tot referentie vlak

$u$  = diepte gemiddelde snelheid in de x-richting

$$u = \frac{1}{h+\zeta} \int u(z) dz$$

$v$  = diepte gemiddelde snelheid in de y-richting

$f$  = Coriolis parameter t.g.v de aardrotatie

$C$  = Chezy parameter voor de bodemwrijving

$\tau_{\omega}$  = windschuifspanningen in de x- resp. y-richting

Deze vergelijkingen ontstaan uit dieptemiddeling van de volledige drie-dimensionale Navier-Stokes vergelijkingen. De afleiding ervan is te vinden in bijvoorbeeld [11].

Enkele belangrijke aspecten bij deze afleiding zijn:

1.

In verticale richting zijn de versnellingen gering ten opzichte van de gravitatie versnelling, waardoor een

hydrostatische drukverdeling kan worden verondersteld:

$$p = \rho g (\zeta - z) \quad -h < z < 0$$

2.

De snelheid  $w$  in verticale richting is te verwaarlozen ten opzichte van de snelheidscomponenten  $u$  en  $v$ .

3.

De snelheden  $u(z)$  en  $v(z)$  moeten bij benadering uniform verdeeld zijn over de vertikaal. De (over de vertikaal) gemiddelde  $\overline{uv}$  is in het algemeen niet gelijk aan het produkt van de gemiddelde waarden  $\overline{u} \cdot \overline{v}$ . Het verschil wordt verdisconteerd in de zgn. distributie-coëfficiënten. Bij een uniforme verdeling over de vertikaal is het verschil tussen  $\overline{uv}$  en  $\overline{u} \cdot \overline{v}$  nul en heeft de distributie-coëfficiënt een waarde 1.

Daar het hier alleen gaat om de getijbeweging wordt de windschuifspanning in het verdere verloop buiten beschouwing gelaten. De vergelijkingen (3.1) - (3.3) vormen, samen met voorgeschreven randvoorwaarden, een stelsel, waarmee de onbekende variabelen  $\zeta(x,y,t)$ ,  $u(x,y,t)$  en  $v(x,y,t)$  bepaald kunnen worden.

### 3.2 ANALYSE

Om enig inzicht te krijgen in de orde van grootte van de verschillende termen in de vergelijkingen (3.1)-(3.3) worden de volgende dimensieloze parameters ingevoerd:

$$\begin{aligned} \zeta &= Z \zeta' \\ u &= U u' \\ v &= U v' \\ x &= L x' \\ y &= L y' \\ t &= T t' \\ h &= H h' \end{aligned}$$

De hoofdletters geven hier een karakteristieke waarde van de betreffende grootte aan; de geaksentueerde parameters  $u'$ ,  $x'$ , enz. zijn dimensieloos. Voor een getijgolf kan bv. als karakteristieke waarde voor de verticale uitwijking de golfhoogte genomen worden. Als karakteristieke lengtemaat geldt bv.  $1/4$  golflengte, waarbij de karakteristieke tijdsmaat  $1/4$  periode bedraagt.

De termen in de vergelijkingen blijken zich als volgt te verhouden (zie ook [12]):

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}((h+\zeta)u) + \frac{\partial}{\partial y}((h+\zeta)v) = 0$$

$$\frac{Z}{H} \frac{L}{UT} : 1 : 1$$
(3.5)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - fv + \frac{gu(u^2+v^2)}{C^2(h+\zeta)} = 0$$

$$\frac{L}{UT} : 1 : 1 : \frac{Z}{H} \frac{1}{Fr^2} : \frac{L}{H} \frac{1}{R_o} : \frac{g}{C^2} \frac{L}{H}$$
(3.6)

waarin:

$Fr = U/\sqrt{gH}$ , het Froude getal

$R_o = U/fH$ , het Rossby getal

Voor de impulsvergelijking in de y-richting kan een soortgelijke afschatting worden gemaakt.

In eerste instantie worden de Coriolis- en wrijvingsterm vergeleken. Het blijkt dat deze zich verhouden als

$$\frac{L}{H} \frac{1}{R_o} : \frac{g}{C^2} \frac{L}{H} \rightarrow \frac{fH}{U} : \frac{g}{C^2}$$

Substitutie van karakteristieke waarden voor de zuidelijke Noordzee,  $f=10^{-4}$  rad/s,  $H=25$  m,  $U=1$  m/s,  $g=10$  m/s en  $C=65$  m/s geeft een verhouding van:

$$2.5 \cdot 10^{-3} \approx 2.3 \cdot 10^{-3}$$

zodat beide termen van dezelfde orde van grootte zijn. Voor grotere waterdiepten zal, door toename van  $H$  en  $C$ , de Coriolis- en wrijvingsterm echter al snel groter zijn dan de weerstandsterm in 3.2.

Bij een getijbeweging geldt globaal

$$\frac{Z}{H} \frac{L}{UT} \approx 1$$

zodat alle termen in de continuïteitsvergelijking van dezelfde orde van grootte zijn.

Wordt de Zuidelijke Noordzee genomen dan gelden als karakteristieke waarden  $L=150$  km,  $T=10+4$  s,  $Z=2$  m,  $U=1$  m/s. De verhouding van de diverse termen in de impulsvergelijking 3.2. wordt hiermee:

$$15 : 1 : 1 : 20 : 15 : 14$$

Alle termen zijn, op de advektieve termen na, van dezelfde orde.

Wordt de verhouding echter voor diep water opgesteld dan blijkt dat ook de wrijving al snel een orde kleiner is. De Coriolis- en wrijvingsterm blijft qua orde van grootte gelijk aan de verhangsterm.

### 3.3 CORIOLIS VERSNELLING

In het voorgaande is aangetoond dat de Coriolissterm een belangrijke faktor is in de grootschalige getijbeweging. De oorzaak van deze term ligt in het feit dat de getijbeweging wordt bekeken ten opzichte van een roterend assenstelsel, waardoor de versnellingstermen uitgebreid worden. In de impulsvergelijkingen leidt dit tot de zgn. Coriolisversnellingen, die in de x- en y-richting  $-fv$  resp  $fu$  bedragen.

De parameter  $f$  wordt gegeven door:

$$f = 2\omega \sin\theta \quad [\text{rad/s}] \quad (3.7)$$

waarin:

$\omega$  = de hoeksnelheid van de aarde  $0.73 \cdot 10^{-4}$  (rad/s)

$\theta$  = breedte graad

Voor het effect van de Coriolisversnelling op de stroming wordt teruggegrepen naar de meest eenvoudige vorm van de impulsvergelijking in y-richting. De hoofdstroming is hierbij in de x-richting. Bij verwaarlozing van de wrijving geldt zo:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + fu = 0 \quad (3.8)$$

Wordt ook de dwarsnelheid  $v$  nul gesteld dan leidt (3.8) tot

$$\frac{\partial \zeta}{\partial y} = - \frac{f}{g} u \quad \Delta \zeta \sim - u \Delta y \cdot 10^{-5}$$

Ten gevolge van de Coriolisversnelling zal zich dus loodrecht op de hoofdstroming een dwarsverhang instellen, waarbij de waterstand (op het noordelijke halfrond) aan de rechterzijde toeneemt. Dit dwarsverhang is het grootst op het moment dat de stroomsnelheid maximaal is. Bij een staande golf in een bekken treedt dit op als het verhang in de hoofdrichting nul is. Op het moment van hoog- of laagwater aan een der hoofdzijden is de snelheid, en dus het dwarsverhang, nul.

Door de Coriolisversnellingen ontstaat aldus een oscillatie in dwarsrichting, die in fase  $1/4$  periode achterloopt. Hierdoor loopt het hoogwater tegen de klok in het bekken rond. De oorspronkelijke één-dimensionale beweging krijgt zodoende een twee-dimensionaal karakter.

### 3.4 GOLFVERGELIJKING EN ANALYTISCHE OPLOSSINGEN

Bij de beschouwingen in paragraaf 3.2 is gebleken dat in de impulsvergelijkingen als belangrijkste termen gelden de versnellingsterm, de verhangterm en de Coriolissterm. Wordt  $(h + \zeta)$  benaderd met  $h$  en worden alleen de bovenstaande termen in de impulsvergelijkingen meegenomen dan reduceren (3.1) - (3.3) tot:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uh) + \frac{\partial}{\partial y}(vh) = 0 \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - fv = 0 \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + fu = 0 \quad (3.11)$$

De vergelijkingen (3.9) - (3.11) zijn zodanig in elkaar uit te drukken dat er een vergelijking in  $\zeta$  ontstaat. In de appendix A is de afleiding hiervan te vinden.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) \zeta - \nabla \cdot (c_0^2 \nabla \zeta) \right] - fgJ(h, \zeta) = 0 \quad (3.12)$$

waarin  $c_0 = \sqrt{gh}$  de voortplantingssnelheid van een golf is. Met (3.10) en (3.11) zijn de snelheden  $u$  en  $v$  volgens de volgende relaties in  $\zeta$  uit te drukken:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) u = -g \left( \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial t} + f \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) \quad (3.13)$$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) v = -g \left( \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y \partial t} - f \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) \quad (3.14)$$

Beschouw het theoretische geval van een oneindig lang kanaal met breedte  $B$  en konstante diepte  $h$ , dat parallel aan de  $x$ -as georiënteerd is. Aan beide begrenzingsen zal geen dwarsstroming kunnen optreden, hetgeen volgens (3.14) impliceert:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y \partial t} - f \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0 \quad y=0, B \quad (3.15)$$



Daar de diepte konstant is, kan de tweede term in (3.12) buiten beschouwing worden gelaten. De oplossingen die aan (3.12) en (3.15) voldoen zijn in een drietal kategorien te splitsen (zie ook appendix B waarin de afleiding beschreven staat zoals deze is te vinden in [8]):

1.

Kelvingolven

Deze golven worden gegeven door

$$\omega = c_0 k \quad (3.16)$$

De waterstand  $\zeta$  en snelheid  $u$  worden hierbij beschreven door

$$\zeta = \zeta_0 e^{-fy/c_0} \cos(kx - \omega t + \phi) \quad (3.17)$$

$$u = \frac{\zeta_0}{h} e^{-fy/c_0} \cos(kx - \omega t + \phi) \quad (3.18)$$

De faktor  $\exp(-fy/c_0)$  geeft aan dat de amplitude van de golf exponentieel afneemt in de  $y$ -richting. De mate waarin dit gebeurt hangt af van de grootte van  $c_0$ . Kenmerkend voor de Kelvingolven is verder dat de snelheid in de dwarsrichting gelijk aan nul is. De Coriolis-versnelling in de dwarsrichting wordt gekompenseerd door de gradient in de waterstand.

2.

Poincarégolven

In deze klasse van oplossingen worden de frekwenties van de golven gegeven door

$$\omega = \left[ f^2 + c_0^2 \left( k^2 + \frac{n^2 \pi^2}{B^2} \right) \right]^{1/2} \quad n = 1, 2, 3, 4.. \quad (3.19)$$

De waterstand  $\zeta$  wordt hierbij beschreven door

$$\zeta = \zeta_0 \left\{ a_n \cos\left(\frac{n\pi y}{B}\right) - b_n \sin\left(\frac{n\pi y}{B}\right) \right\} \cos(kx - \omega t + \phi) \quad (3.20)$$

waarin  $a$  en  $b$  konstanten zijn.

De golven kenmerken zich door het feit dat de breedte  $B$  van het kanaal een  $n$ -aantal halve golflengten beslaat, waarbij op  $y=0$  en  $y=B$  buiken zijn.

3.

Traagheidsgolven

De laatste kategorie wordt gevormd door golven waarvan de frekwentie gelijk is aan

$$\omega = \pm f \quad (3.21)$$

De frekwentie hiervan is kleiner dan de getijfrekwentie,

zodat deze oplossing voor het beschouwde probleem niet relevant is.

In een als kanaalpannd geschematiseerd Noordzee-bekken blijken geen Poincarégolven tengevolge van de getijfrekwenties op te treden. Bij een breedte  $B=600$  km, een diepte  $h=160$  m en een Coriolisparameter  $f=1.21 \cdot 10^{-4}$  rad/s is bij een positief golfgetal  $k$  de frekwentie  $\omega$  voor Poincarégolven minimaal  $2.4 \cdot 10^{-4}$  rad/s, hetgeen groter is dan de getijfrekwenties. De getijfrekwenties kunnen in het bekken wel Kelvingolven opwekken.

De door een getijfrekwentie opgewekte getijgolf in dit kanaalpannd kan dus worden gezien als een Kelvingolf met een amplitude  $\zeta_{i_0}$  aan de bekkenzijde  $y=0$  [fig. 7]

$$\zeta_i = \zeta_{i_0} e^{-fy/c_0} \cos(kx - \omega t + \phi) \quad (3.22)$$

Deze golf wordt aan het gesloten eind van het bekken gereflekteerd en gaat daarbij over in een uitgaande Kelvingolf met een amplitude  $\zeta_{r_0}$  aan de bekkenzijde  $y=B$

$$\zeta_r = \zeta_{r_0} e^{-fy'/c_0} \cos(-kx - \omega t + \phi) \quad (3.23)$$

waarin  $y'=(b-y)$ .

Aan de zijde  $x=0$  geldt de eis  $u=0$ . Deze randvoorwaarde is met alleen de Kelvingolven niet te realiseren, zodat aan de rand zogenaamde gedwongen Poincaré modi opgewekt zullen worden, beschreven door

$$\zeta_p = \zeta_{p_0} e^{k_n x} \left[ a_n \cos\left(\frac{n\pi y}{B}\right) + b_n \sin\left(\frac{n\pi y}{B}\right) \right] \cos(\omega t + \phi) \quad (3.24)$$

Het imaginaire golfgetal  $k_n$  is hierbij

$$k_n = \left\{ \frac{n^2 \pi^2}{B^2} - \frac{(\omega^2 - f^2)}{gh} \right\}^{1/2} \quad (3.25)$$

Uit (3.24) en (3.25) blijkt dat de invloed van de Poincarégolven beperkt blijft als  $k_n^2 > 0$ . In dit geval nemen de Poincarégolven in negatieve  $x$ -richting af met een snelheid  $\exp(k_n x)$  of sneller en wordt de golfbeweging in het bekken al snel bepaald door superpositie van de beide Kelvingolven. Bij een tweemaaldaagse getijbeweging, waar  $\omega > f$ , wordt aan deze voorwaarde voldaan als de diepte  $h$  een kritieke waarde  $h_{kr}$  te boven gaat

$$h > h_{kr} \quad h_{kr} = (\omega^2 - f^2) \frac{B^2}{\pi^2 g} \quad (3.26)$$

Voor het noordelijke Noordzee-bekken komt dit neer op een kritieke diepte van ongeveer 20m.

Naast de breedte B en de (kritieke) diepte zijn de volgende karakteristieke afmetingen van belang om een beeld te krijgen van de golfbeweging in het bekken.

1.

de afstand waarover de amplitude van een Kelvingolf in zijdelingse richting is afgenomen met een faktor  $e^{-1}$ . Deze afstand, de Rosby straal is gelijk aan

$$R = \frac{\sqrt{gh}}{f} \quad (3.27)$$

en bedraagt voor dit Noordzee-bekken ongeveer 300km.

2.

de afstand waarover de amplitude van de Poincarégolf in negatieve x-richting is afgenomen met een faktor  $e^{-1}$ . Deze afstand, de verval afstand, is gelijk aan

$$R_p = k_1^{-1} = \left\{ \frac{\pi^2}{B^2} - \frac{(\omega^2 - f^2)}{gh} \right\}^{-\frac{1}{2}} \quad (3.28)$$

hetgeen voor het tweemaaldaags getij in dit Noordzee-bekken neerkomt op ongeveer 300km.

3.

de golflengte van de Kelvingolf

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega} \sqrt{gh} \quad (3.29)$$

Voor het tweemaaldaagse getij in Noordelijk Noordzee-bekken is dit globaal 2000km.

4.

de lengte L van het bekken

De verhouding tussen de diverse afmetingen geeft een indicatie van de bijdrage van de verschillende amplituden in de lokale verticale getijbeweging [fig. 7].

### 3.5 INVLOED BODEMWRIJVING EN BODEMHELLING

In het navolgende wordt een noord-zuid georiënteerd bekken beschouwd waarin de diepte de kritieke diepte ruim te boven gaat. Hierdoor kan de golfbeweging beschreven worden als een superpositie van een ingaande en gereflekteerde Kelvingolf. De afstand van het amphidromisch punt tot het gesloten bekkeneind, X, wordt bepaald door de plaats waar het fase-

verschil  $\Delta\phi$  tussen de ingaande en gereflekteerde Kelvingolf  $180^\circ$  is. Op deze raai treedt de amphidromie daar op waar de amplitude van de gereflekteerde Kelvingolf gelijk is aan de amplitude van de inkomende Kelvingolf. Bij de eerdergenoemde aannamen van horizontale bodem en afwezigheid van wrijving en advektie zal dit op halve breedte van het bekken zijn. De afstanden  $y$  en  $y'$  [vgl. 3.22 en 3.23] zijn hierbij beide gelijk aan  $0.5*B$ .

Om tegemoet te komen aan de realiteit worden in dit bekken een bodemhelling in dwarsrichting en de bodemwrijving geïntroduceerd.

De invloed van de bodemwrijving op het profiel van de Kelvingolf kan worden bepaald door uit te gaan van een lineaire bodemwrijving in de vorm  $W :: r*u$ , waarin  $r$  de lineaire wrijvingscoëfficiënt is. Op basis hiervan is door Hendershott & Speranza [3] afgeleid dat de Kelvingolf een gedaante aanneemt van:

$$\zeta = \zeta_0 \exp \left\{ \frac{-fy}{c_0 \sqrt{1+r/\omega}} \right\} \exp \left\{ -\frac{rx}{2k} \right\} \cos (kx - \omega t + \phi) \quad (3.30)$$

In de voortplantingsrichting van de golf vindt demping van de amplitude plaats met een faktor  $\exp(-0.5*rx/k)$ . Dit houdt in dat de randamplitude van de gereflekteerde golf ten gevolge van de wrijving sterker gedempt zal zijn.

De aanwezige bodemwrijving zal de Coriolisversnelling deels compenseren. Hierdoor kan de gradiënt van de amplitude in dwarsrichting geringer zijn. De amplitude in de buurt van de wand zal enigszins dalen; op grotere afstand van de wand mogen grotere amplituden verwacht worden.

De variatie van de bodem in dwarsrichting wordt ingevoerd door te stellen

$$h = h_0 \left( 1 + \frac{sy}{B} \right) \quad (3.31)$$

waarin  $s$  de bodemhelling is. Door de afhankelijkheid van  $h$  met de dwarsrichting is de Jacobiaan in de vergelijking 3.12 niet meer buiten beschouwing te laten. Voor kleine waarden van  $s$  zijn er analytische oplossingen voor de golfvergelijkingen te vinden, Appendix B. Het blijkt dat de bodemhelling aanleiding geeft tot een nieuw type golf met zeer lage frekwenties; de zgn Topografische Rossby-golf. Voor de getijbeweging zijn deze golven, vanwege de lage frekwenties, niet interessant. De bodemhelling blijkt geen konsekwenties te hebben op de Kelvingolven waarmee de getijgolf beschreven kan worden.

### 3.6 VERLAGING VAN DE MIDDENSTAND

Wordt in bovenstaande bekken de middenstand verlaagd, dan zal dit gevolgen hebben voor de inkomende en gereflekterde Kelvingolf en dus voor de positie van het amphidromisch punt. Worden de inkomende en gereflekterde Kelvingolf beschreven volgens 3.30 dan zullen de volgende effecten optreden:

1.

reduktie van de voortplantingssnelheid  $c_s = \sqrt{gh}$ .

Allereerst wordt hierdoor het faseverloop van beide Kelvingolven groter. Hierdoor zal de afstand  $X$  kleiner worden en verplaatst het amphidromisch punt zich in zuidwaartse richting naar het gesloten bekkeneinde. Daarnaast zal de afname van de voortplantingssnelheid resulteren in een kleinere Rossby straal en dus een sterkere gradiënt van de amplitude in de  $y$ -richting. Voor de gereflekterde Kelvingolf is de diepte minder en dus de toename van deze amplitude-gradiënt groter. Dit betekent dat ter plaatse van het oorspronkelijke amphidromisch punt de amplitude van de gereflekterde golf nu kleiner is dan de amplitude van de inkomende Kelvingolf. Doordat in de richting van de wand  $y=B$  de amplitude van de inkomende Kelvingolf afneemt terwijl de amplitude van de gereflekterde golf juist toeneemt kan zich, oostwaarts van het oorspronkelijke amphidromisch punt, een nieuwe amphidromie vormen.

2.

toename van de wrijving

Toename van de wrijving zal tot gevolg hebben dat de demping van de amplitude in de voortplantingsrichting toeneemt [vgl 3.30]. Daar het geakkumuleerde wrijvings-effect bij de gereflekterde golf groter is, zal hier een sterkere reductie van de amplitude optreden. Wederom betekent dit dat het oorspronkelijke amphidromisch punt verdwijnt en dat zich meer naar het oosten een nieuwe amphidromie zal vormen.

Door toename van de wrijving zal tevens de amplitude-gradiënt in  $y$ -richting afnemen [vgl 3.30]. De afname is voor de gereflekterde Kelvingolf groter dan voor de inkomende Kelvingolf. Hierdoor verplaatst de amphidromie zich in westwaartse richting.

3.

droogvallende kustgebieden

Wanneer de verlaging van de middenstand groot genoeg is zullen aan de zijde  $y=B$  gebieden droogvallen, zodat het bekken smaller wordt. Dit betekent dat de gereflekterde Kelvingolf naar het westen 'verschoven' is, waardoor in

het binnengebied de amplitude van deze Kelvingolf toeneemt. Dit resulteert in de vorming van een nieuw amphidromisch punt westelijk van het oorspronkelijke punt.

Uit vgl 3.30 blijkt dat lokaal de amplitude van de Kelvingolf mede bepaald wordt door de afstand van de beschouwde lokatie tot de betreffende wand. In het bovenstaande is er stilzwijgend vanuit gegaan dat het amphidromisch punt ongeveer op de lengte-as van het bekken ligt, zodat de afstanden  $y$  en  $y'$  ongeveer even groot zijn. Wanneer het amphidromisch punt eenmaal dicht bij een der wanden ligt dan zal de relatieve verandering in de amplitude van beide Kelvingolven mede bepaald worden door het verschil in de afstanden  $y$  en  $y'$ . Dit verschil zal in bovenstaande beschouwingen meegenomen moeten worden.

In hoofdstuk 8 wordt de bovenstaande kennis toegepast op de amphidromische systemen van de enkel- en tweemaaldaagse getijcomponenten in het Noordzee-bekken. Hoewel in de realiteit het bekken veel complexer is en de onregelmatigheden in bodem- en kustconfiguratie mede kunnen leiden tot verschuivingen van het amphidromisch punt, zijn bovenstaande effecten terug te vinden.

### 3.7 BOLKOORDINATEN

De vergelijkingen (3.1) - (3.3) zijn gebaseerd op een kartesisch assenstelsel. In het algemeen is de fysische ruimte waarin de stroming bekeken wordt zodanig klein dat het geoorloofd is de vergelijkingen (3.1) - (3.3) te gebruiken. Voor grotere gebieden, zoals het Noordzee-bekken, is de kromming van de aarde significant en is derhalve het kartesisch assenstelsel niet meer toepasbaar. Voor een juiste beschrijving van de fysika dienen de vergelijkingen (3.1) - (3.3) afgeleid te worden voor zgn. bolkoördinaten, waarbij de assen van het stelsel evenwijdig aan de aardbol liggen. De afgeleiden waarden van de verschillende parameters naar de  $x$  en  $y$ -richting worden hierbij vervangen door afgeleiden naar de (geografische) lengte- en breedtegraden. In figuur 8 zijn de beide stelsels schetsmatig weergegeven.

De bolcoördinaten-vergelijkingen voor (3.1) - (3.3) luiden als volgt:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{R \cos \phi} \left[ \frac{\partial}{\partial \psi} [(h+\zeta)u] + \frac{\partial}{\partial \phi} [(h+\zeta)v \cos \phi] \right] = 0 \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{R \cos \phi} \frac{\partial u}{\partial \psi} + \frac{v}{R \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} (u \cos \phi) + \frac{g}{R \cos \phi} \frac{\partial \zeta}{\partial \psi} - \\ - 2\omega v \sin \phi + \frac{gu}{C^2} \frac{(u^2+v^2)^{\frac{1}{2}}}{(h+\zeta)} = 0 \end{aligned} \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{u}{R \cos \phi} \frac{\partial v}{\partial \psi} + \frac{v}{R} \frac{\partial v}{\partial \phi} + u^2 \operatorname{tg} \phi + \frac{g}{R} \frac{\partial \zeta}{\partial \phi} + 2\omega u \sin \phi + \\ + \frac{gv}{C^2} \frac{(u^2+v^2)^{\frac{1}{2}}}{(h+\zeta)} = 0 \end{aligned} \quad (3.34)$$

waarin:

- $\psi$  = geografische lengtegraad
- $\phi$  = geografische breedtegraad
- $R$  = straal van de aarde

Hoewel (3.32) - (3.34) verschillen van de oorspronkelijke vergelijkingen, zijn de oplossingen zoals in dit hoofdstuk beschreven niet wezenlijk verschillend. De differentievergelijkingen in hoofdstuk 4, waarop het numeriek model werkt, zijn gebaseerd op deze bolcoördinaten.

## 4 NUMERIEKE REPRESENTATIE

### 4.1 NUMERIEKE BENADERING VAN DE VERGELIJKINGEN

#### 4.1.1 ALGEMEEN

De vergelijkingen (3.32) - (3.34) uit het vorige hoofdstuk worden opgelost d.m.v. het WAQUA-programma. Dit pakket is opgezet door de Amerikaanse Rand Corporation en verder ontwikkeld door het Waterloopkundig Laboratorium en de Dienst Getijdewateren van de Rijkswaterstaat. In de afgelopen jaren is het met succes toegepast bij het oplossen van een breed scala van problemen.

Het beschouwde gebied wordt hierbij geprojecteerd op een rooster, waarbij de fysische positie van een punt wordt vastgelegd met de coördinaten  $m$  en  $n$ . De differentialen in de vergelijkingen worden bij de numerieke oplosmethode benaderd door eindige differenties voor de variabelen in de roosterpunten, die vervolgens via een Alternating Direction Implicit (A.D.I.) techniek worden opgelost.

In deze paragraaf worden enkele belangrijke aspecten van de numerieke oplosmethode summier behandeld.

#### 4.1.2 HET ROOSTER

Bij het oplossen van de differentievergelijkingen wordt gewerkt met een "staggered grid", waarin de variabelen gediskretiseerd zijn in verschillende posities. In figuur 9 is het gebruikte Leendertse-type van een dergelijk "staggered grid" afgebeeld. De roosterafstanden zijn hierin uitgedrukt in  $\Delta x$  en  $\Delta y$ .

De voordelen van een "staggered grid" zijn beschreven door Stelling [10] en komen neer op:

1. bij gelijkblijvende nauwkeurigheid wordt het aantal variabelen gereduceerd met een faktor 4
2. de randvoorwaarden zijn, als het een waterstands- of snelheids/debietrand betreft, eenvoudig in te voeren

Als nadeel geldt:

1. een waarde van een grootte welke op een punt niet



bekend is moet uit middeling van de omliggende punten bepaald worden. Hoewel dit de nauwkeurigheid van de berekening niet beïnvloed, zal de rekentijd erdoor groter zijn.

#### 4.1.3 HET A.D.I-PROCES

De differentievormen van de vergelijkingen (3.32) - (3.34) zijn in Appendix C uitgeschreven (zie eveneens [15]). Er wordt hoofdzakelijk gewerkt met centrale differenties. De advectie termen worden beschreven met een tweede orde upwind differentie.

Het oplossen van de differentievergelijkingen volgens een A.D.I.-methode houdt in dat de tijdstap van  $t=k\Delta t$  naar  $t=(k+1)\Delta t$  in twee stappen S1 en S2 geschiedt, waarbij de koördinaatrichtingen altemnerend worden behandeld. Het tijdsinterval bij elke stap is  $1/2\Delta t$ .

S1

Uitgaande van de waarden van  $u, v, \zeta$  op tijdstap  $t=k\Delta t$ , wordt in de eerste stap allereerst de nieuwe waarde voor  $v$  impliciet bepaald. Voor de bepaling van deze waarde  $v^*$  worden de impuls- $v$ -vergelijkingen per kolom ( $m$  konstant,  $n$  variabel) opgelost. Het gebied wordt hierbij eerst in oplopende en vervolgens in aflopende kolomnummer doorlopen.

Vervolgens worden de variabelen  $u^*$  en  $\zeta^*$  bepaald uit de impuls- $u$ - en continuïteitsvergelijking. Deze vergelijkingen worden per rij ( $n$  konstant) en gekoppeld opgelost. Bij de bepaling wordt gebruik gemaakt van de reeds berekende waarde  $v^*$ . Ten behoeve van de nauwkeurigheid in de continuïteitsvergelijking worden per rij enige iteratieslagen gemaakt.

S2

In de tweede stap worden in principe dezelfde handelingen verricht.

Voor het nieuwe tijdstip  $t=(k+1)\Delta t$  wordt eerst  $u^*$  impliciet bepaald uit de impuls- $u$ -vergelijking. Voor  $v$  en  $\zeta$  worden de reeds berekende waarden  $v^*$  en  $\zeta^*$  uit S1 genomen.

Vervolgens worden de twee vergelijkingen voor  $\zeta$  en  $v$  gekoppeld opgelost.

Na het doorlopen van de beide stappen is voor het hele gebied op  $t=(k+1)\Delta t$  de toestand van de variabelen  $u, v$ , en  $\zeta$  bekend.

Bij het toepassen van deze A.D.I.-achtige methode ontstaan bij het oplossen van de differentievergelijkingen tridiagonale en tridiagonale/pentadiagonale matrices, die relatief eenvoudig op te lossen zijn.

Het impliciete karakter van het A.D.I.-proces zorgt voor onvoorwaardelijke instabiliteit, zodat het mogelijk is relatief grote tijdstappen te nemen.

## 4.2 HET CONTINENTAL SHELF MODEL

### 4.2.1 ALGEMEEN

In de afgelopen decennia zijn er voor de Noordzee diverse stromingsmodellen ontwikkeld [fig 10]. Het kenmerk van deze oudere modellen is de aanwezigheid van twee "open randen" (zee randen). Beide randen liggen op het continentale plat, relatief dicht bij het te onderzoeken Nederlands zeegebied. Voor de nauwkeurigheid van de resultaten is het wenselijk dat de randen (zo) ver (mogelijk) van het onderzoeksgebied af liggen, zodat de stroming zich goed kan instellen en eventuele randstoringen kunnen uitdempen (voor ze het gebied van interesse binnenlopen). Vandaar ook de ontwikkeling van steeds grotere modellen. Samen met de verschuiving van het aandachtsveld naar grootschalige lange termijn stromingen (seizoensstromingen, waterkwaliteitsonderzoek) leidde deze tendens in 1985 tot de ontwikkeling van het Continental Shelf Model (C.S.M.).

Het C.S.M. kenmerkt zich door de aanwezigheid van slechts één open rand (liggend op diep water juist buiten het continentale plat).

Het is het eerste WAQUA-model dat gebaseerd is op bolcoördinaten. De afmetingen van een roostercel zijn hierbij groot:  $\Delta\psi = 1/8$  geografische lengtegraad,  $\Delta\phi = 1/12$  geografische breedte graad. Dit komt overeen met ca  $9 \times 7$  km (van noord naar zuid gaand wordt de oost-west roosterafstand in meters steeds groter).

Om een drietal redenen is besloten bij de simulatie van de paleo-getijbeweging gebruik te maken van het C.S.M.:

1.

bij het onderzoek naar de paleo-getijbeweging is het gehele Noordzee-bekken onderzoeksgebied. Het C.S.M. is het enige model dat de randen voldoende ver van dit gebied heeft liggen.

2.

naar verwachting zal, in tegenstelling tot de situatie op het continentale plat, een verlaging van de middenstand de getijbeweging in diep water relatief weinig

verstoren, waardoor eenmaal aangebrachte randvoorwaarden mogelijk gehandhaafd kunnen worden.

3.

het gebruik van relatief grote roostercellen wordt gezien de kwalitatieve aard van het onderzoek akseptabel geacht.

#### 4.2.2 MODELLERINGSASPECTEN BIJ HET CONTINENTAL SHELF MODEL

##### 4.2.2.1 randvoorwaarden

In een numeriek model als het C.S.M. wordt het rekendomein omsloten door randen, die onder te verdelen zijn in twee soorten: open of zee-randen en gesloten randen.

De gesloten randen geven de overgang water-land aan en hebben derhalve een duidelijke fysische betekenis. Theoretisch is af te leiden dat voor een getijstroming bij een gesloten rand één randvoorwaarde vereist is. In het C.S.M. wordt gekozen voor de voorwaarde dat de normaalsnelheid nul is. Het nul stellen van de  $u$ - c.q.  $v$ -snelheidskomponent in het betreffende snelheidspunt leidt tot het trapsgewijs schematiseren van de kustlijn. De lijnen lopen daarbij van dieptepunt naar dieptepunt [zie figuur 11].

De open randen ontstaan door het feit dat het rekengebied een zeegebied omvat dat deel uit maakt van een groter geheel en hebben derhalve geen duidelijk fysische betekenis. Hoewel de theorie vereist dat bij uit- en instroming één resp. twee randvoorwaarden nodig zijn, wordt in het C.S.M. alleen de waterstand voorgeschreven. De schematisatie van de open rand loopt door de waterstandspunten [fig 11]. Als randvoorwaarde wordt het aldaar heersende verticale getij voorgeschreven. Daar de open rand zich buiten het continentale plat bevindt, kan het getij voldoende beschreven worden met een zestal astronomische componenten:

- . de enkeldaagse componenten :  $O_1$  en  $K_1$
- . de tweemaaldaagse componenten:  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$  en  $K_2$

Uit operationeel oogpunt is de open rand onderverdeeld in een aantal sekties. Op de uiteinden van elke sektie worden per komponent de amplitude en fase gedefinieerd. De waarden voor deze grootheden zijn gebaseerd op:

- . Global Ocean Model van Schwiderski
- . North East Atlantic Model van het I.O.S.

Voor de tussenliggende waterstandspunten langs de open rand vindt lineaire interpolatie plaats.

#### 4.2.2.2 bodemweerstand

De waarde van de bodemweerstandskoefficient  $C$  is in principe voor elk snelheidspunt te bepalen uit de formules van White-Colebrook (  $C=18 \log 12H/k_s$  ) of Manning (  $C=H^{1/6}/n$  ). In beide formules komt de lokale waterdiepte,  $H=h+\zeta$ , voor zodat  $C$  plaats en tijdsafhankelijk is. In een gebied als de Noordzee heeft  $C$  een waarde in de range 65 tot 90, waarbij de tijdsafhankelijkheid gering is.

In het C.S.M. is daarom gewerkt met konstante waarden voor  $C$ , gekoppeld aan de lokale dieptewaarde volgens de volgende vuistregel:

$h < 40$	---	$C=65$
$40 < h < 65$	---	$C=h+25$
$h > 65$	---	$C=90$

Hoewel deze bepaling vrij grof is, blijkt dat de globale weerstand in een gebied er goed mee wordt weergegeven.

De Chézy-waarden worden voor zowel de  $u$ - als  $v$ -snelheidskomponent bepaald en opgeslagen in de arrays CZU resp. CZV. Behalve voor het aangeven van de Chézy-waarde voor een betreffend snelheidspunt worden deze arrays ook gebruikt bij de bepaling van de geometrie. Hiertoe worden de Chézy-waarde in een drietal categorieën verdeeld. Wordt voor de eenvoud het snelheidspunt  $u(m,n)$  beschouwd, dan geldt:

$CZU(m,n) > 0$	---	$u(m,n)$ is een nat punt met als Chézy-waarde de waarde van $CZU(m,n)$
$CZU(m,n) = 0$	---	$u(m,n)$ is een permanent droog punt dat deel uit maakt van de kustlijn
$CZU(m,n) < 0$	---	$u(m,n)$ is tijdelijk drooggezet [zie droogval procedure, paragraaf 5.4 of appendix D]

#### 4.2.2.3 bodemschematisatie

In eerste instantie zijn de dieptewaarden  $h$  bepaald aan de hand van beschikbare meetgegevens en nautische kaarten. Daar een dieptewaarde representatief is voor een oppervlak van ca  $9 \times 7$  km, kan het nodig zijn de dieptewaarde zodanig aan te passen, dat sub-rooster effecten in bv. bodemwrijving en debiet uitgemiddeld worden.

De dieptewaarden zijn verder in een laat stadium van het afregelproces lokaal aangepast om ook lokaal de resultaten in overeenstemming te brengen met de meetgegevens.

#### 4.2.3 BEPERKING VAN HET C.S.M.

Het gebruik van het relatief fijnmazige rooster in het C.S.M. resulteert in meer dan 20.000 rekenpunten. Met dit aantal wordt de geheugenkapaciteit het computersysteem waarop het C.S.M. thans gedraaid wordt (UNIVAC, 250K) volledig benut.

Hiermee is tegelijkertijd een beperking van het model aangestipt: door het grote beslag op komputerkapaciteit zijn enkele mogelijkheden van het WAQUA-systeem noodgedwongen onbenut gebleven. Een daarvan is de zgn. "droogval procedure" [zie paragraaf 5.3], waarmee de tijdens de berekening droogvallende platen weergegeven kunnen worden. Bij de simulaties van de paleo-getijbeweging, waarbij de middenstand gevarieerd wordt, is het wenselijk over deze procedure te beschikken. De kustlijnen behoeven slechts eenmaal voor de huidige situatie geschematiseerd te worden, waarna de veranderingen ten gevolge van variaties in het middenstand automatisch meegenomen worden.

Om deze procedure te kunnen gebruiken is besloten de roostercellen met een faktor twee in beide richtingen te vergroten. Dit levert naast een besparing in de vereiste geheugenkapaciteit ook een besparing in de rekentijd op. De aanduiding van dit aangepaste model geschiedt op grond van de nieuwe celafmetingen en wordt derhalve: C.S.M.-16

## 5.1 ROOSTERTRANSFORMATIE

Door het feit dat er gebruik wordt gemaakt van een "staggered grid" kan de roostertransformatie gebaseerd worden op de vier posities van de grootheden in een rooster-cel.

In het streven de randvoorwaarden uit het C.S.M. zo min mogelijk aan te tasten is er bij de transformatie uitgegaan van twee mogelijkheden:

1

### transformatie naar waterstandspunten

De variabelen in het nieuwe rooster worden gediskretiseerd op de positie van de oude waterstandspunten. De open randen kunnen op hun plaats blijven of verschuiven over een afstand van  $\Delta\phi$ -oud. Daar de nieuwe dieptepunten ook op de positie van een oud waterstandspunt komen te liggen zullen alle kustschematisaties een verplaatsing moeten ondergaan van  $1/2 \Delta\phi$ -oud.

2.

### transformatie naar dieptepunten

De nieuwe variabelen worden hierbij gediskretiseerd op de positie van de oude dieptepunten. De open randen zullen derhalve zeker aangepast moeten worden (amplituden en fase). De kustschematisatie kan mogelijk geografisch op dezelfde plaats blijven of ondergaat een verplaatsing van  $\Delta\phi$ -oud.

De beide categorieën leveren elk in principe vier varianten op, zoals blijkt bij de transformatie naar waterstandspunten [fig 12].

Laat  $m$  en  $n$  de indices in het (oud) C.S.M-rooster en  $M$  en  $N$  de indices in het (nieuwe) C.S.M-16 rooster zijn. Het waterstandspunt  $Z(M,N)$  kan nu geplaatst worden op  $z(m,n)$ ,  $z(m+1,n)$ ,  $z(m,n+1)$  of  $z(m+1,n+1)$  waarmee de vier varianten ontstaan. Het dieptepunt  $H(M,N)$  wordt hierbij geplaatst op de positie van  $z(m+1,n+1)$ ,  $z(m+2,n+1)$ ,  $z(m+1,n+2)$  of  $z(m+2,n+2)$ .

Bij het schematiseren van de kustlijn in deze varianten is de aandacht vooral uitgegaan naar twee details:

1

### de Nederlandse kustlijn.

Daar deze kust het onderzoeksgebied vormt, is een goede weergave ervan gewenst.

2

het Nauw van Calais.

Deze doorgang is een "gevoelige plek" in het model. Goede weergave ervan is noodzakelijk om verstoringen in het stromingsbeeld te voorkomen. Gelet wordt hierbij op een voldoende brede doorgang en een 'vloeiende' toeloop. Gekozen is voor die variant waarbij wordt uitgegaan van de transformatie naar waterstandspunten. De oorsprong blijft hierbij gelijk:  $Z(1,1)=z(1,1)$ . Voor de roosterkoordinaten vindt een transformatie plaats, waarbij de cellen met indices  $(m,n)$ ,  $(m+1,n)$ ,  $(m,n+1)$  en  $(m+1,n+1)$  overgaan in  $(M,N)$ , met  $M=0.5*(m+1)$  en  $N=0.5*(n+1)$ . In dit rooster wordt de bathymetrie gemodelleerd en worden de nieuwe randvoorwaarden en bodemwrijving aangebracht.

## 5.2 AANBRENGEN VAN DE DIEPTE EN CHEZY-WAARDEN

De Chézy- en dieptewaarden in een roostercel van het C.S.M.-16 worden in principe bepaald uit middeling van de waarden in de korresponderende vier 'oude' roostercellen. In eerste instantie zijn de nieuwe Chézy-waarden bepaald. Hiertoe wordt het oude rooster doorlopen waarbij gesteld wordt:

1

betreft het een middeling van 4 natte snelheidspunten dan is het nieuwe snelheidspunt in het C.S.M.-16 ook nat, aangegeven met  $CZU(M,N)=100$

2

betreft het een middeling van 4 permanent droge punten, dan is ook het nieuwe snelheidspunt droog, aangegeven met  $CZU(M,N)=0$

3

betreft het een middeling van zowel droge als natte punten dan krijgt het nieuwe snelheidspunt de waarde  $CZU(M,N)=-99$  mee

De waarde  $CZU(M,N)=-99$  impliceert dat het betreffende snelheidspunt in de kuststrook ligt. Aan de hand van zee-kaarten en de kustlijnen van het C.S.M. zijn deze snelheidspunten doorgelopen en is de definitieve kustlijn in het C.S.M.-16 geschematiseerd.

Het toekennen van een reële Chézy-waarde voor de natte snelheidspunten gebeurt gelijktijdig met de invoering van de nieuwe dieptewaarden. Deze worden bepaald op dezelfde manier als de Chézy-waarden:

1

betreft het een middeling van 4 oude landpunten met  $h=0$ , dan is het nieuwe dieptepunt ook een landpunt, aangegeven met  $H(M,N)=0$ .

2

betreft het een middeling van 4 oude natte punten met elk  $h \neq 0$ , dan is het nieuwe dieptepunt ook een nat punt. De waarde van  $H(M,N)$  is hierbij gelijk aan het gemiddelde van de 4 oude waarden.

De Chézy-waarde wordt, mits  $CZU(M,N)=100$ , bepaald volgens de eerder genoemde vuistregel.

3

betreft het een middeling van zowel oude droge als natte punten (een of meerdere dieptewaarden gelijk 0), dan wordt het nieuwe dieptepunt gecontroleerd op de omliggende snelheidspunten. Geldt dat alle omliggende punten droog staan ( dwz  $CZU(M-1,N)=0$ ,  $CZV(M,N-1)=0$ ,  $CZU(M,N)=0$  en  $CZV(M,N)=0$  ), dan is het betreffende punt een landpunt en wordt dienovereenkomstig  $H(M,N)=0$  gesteld. In de andere gevallen wordt  $H(M,N)$  gelijkgesteld aan de gemiddelde waarde van de meetellende oude natte punten en wordt aan de Chézy-waarde, mits  $CZU(M,N) \neq 0$ , een reële waarde toegekend.

In figuur 13 zijn zowel de geografische kustlijnen als de schematisatie hiervan in het C.S.M-16 (boundary outlines) aangegeven. Enkele dieptelijnen van het model staan in figuur 14.

### 5.3 HET AANBRENGEN VAN DE RANDVOORWAARDEN OP DE OPEN RAND

Het zuidelijke en westelijke deel van de open rand liggen bij beide modellen op dezelfde geografische plaats. Hierdoor kunnen de randvoorwaarden uit het C.S.M over genomen worden. Het bepalen van de waarden voor de amplitude en fase op de sektie-uiteinden is gebeurd door lineaire interpolatie langs de rand.

Het noordelijke deel van de rand bevindt zich in het C.S.M op de rij  $n=173$ . Door een identieke rij  $n=174$  in te voeren wordt bewerkstelligd dat bij de roostertransformatie, waarbij de rijen met  $n=173$  en  $n=174$  overgaan in de rij met



N=87, de waterstandspunten van n=173 en N=87 op dezelfde lijn liggen. Omdat het noordelijke en westelijke deel geografisch op hun plaats blijven, zal ook het noordwestelijke deel dit doen. Voor deze randen kunnen dus ook de randvoorwaarden uit het C.S.M overgenomen worden. De waarden op de sectie-uiteinden worden weer bepaald door lineaire interpolatie langs de rand.

#### 5.4 DE DROOGVAL PROCEDURE

Het WAQUA-systeem bevat een tweetal controles op droogval-  
len. Naast de controle op de snelheidspunten, welke altijd  
geschiedt, is er de mogelijkheid tot een extra controle op  
de waterstandspunten.

Bij deze laatste controle wordt gecheckt of de totale water-  
diepte, zijnde de som van de waterdiepte en de waterstand,  
in een betreffend waterstandspunt een in te stellen drempel-  
waarde  $.5*VAR$  onderschrijft. Als dit het geval is wordt het  
punt uit de berekening gehaald door in de vier omliggende  
snelheidspunten de Chézy-waarde negatief te stellen. Het  
punt kan in een volgende tijdstap weer actief worden als bij  
de controle op snelheidspunten de totale waterdiepte de  
waarde  $VAR$  overschrijft.

Er is een drietal criteria waarop gecheckt kan worden [zie  
appendix D]. In het C.S.M-16 is gebruik gemaakt van het  
volgende criterium:

$$z(m,n) + .25*[h(m-1,n)+h(m,n-1)+h(m-1,n-1)+h(m,n)] < .5*VAR$$

Het verschil in drempelwaarde tussen het droogzetten en het  
weer actief maken is geïntroduceerd om te voorkomen dat een  
punt steeds van status verandert, waardoor ongewenste stoor-  
golven zouden ontstaan.

#### 5.5 RESULTATEN

De toetsing van het C.S.M-16 heeft plaats gevonden door met

dit model een simulatie te verrichten welke al eerder verricht is met het bestaande C.S.M. Als testcase is een getijsimulatie zonder wind uitgevoerd voor de periode 26/01 - 03/02 1983. De randvoorwaarden in het C.S.M-16 zijn afgeleid van die van het C.S.M. In de figuren 15 t/m 18 is voor beide modellen het verloop van de waterstand in diverse lokaties vergeleken. De getoonde periode beslaat de vijfde t/m de achtste dag van de simulatie. De getrokken lijnen zijn de resultaten van het C.S.M, de geblokte lijnen die van het C.S.M.-16. Het blijkt dat de resultaten van het C.S.M-16 voor diep water (Aberdeen) goed overeenkomen. Er is een kleine afwijking in de amplitude, wat duidt op een iets te grote wrijving. Ook voor Dover zijn de resultaten goed. Voor de Nederlandse kust blijkt dat het C.S.M-16 moeite heeft de agger goed weer te geven, hetgeen betekent dat de M2 en M4 componenten aldaar onderling in fase zijn verschoven. De oorzaak hiervan ligt waarschijnlijk in de bodemschematisatie. Voor Stavanger, dat nabij de amphidromische punten van de enkel- en tweemaaldaagse getijkomponenten ligt, lijken de resultaten minder goed te zijn. Wordt echter gekeken naar de absolute waarde van de afwijkingen dan blijken deze van dezelfde orde van grootte te zijn als die langs de Nederlandse kust. Verdere vergelijking van beide modellen leidt tot de konklusie dat de resultaten van een zodanig goede kwaliteit zijn dat het C.S.M-16, zonder fijnregeling, geschikt is voor verdere toepassing in het afstudeerprojekt. Een versie van het model is in het najaar 86 overgedragen aan RWS, Dienst Getijdewateren, waar het na verdere afregeling ingezet kan worden bij andere projekten.

## 6 WERKWIJZE EN UITGANGSPUNTEN

### 6.1 WERKWIJZE

De ontwikkeling van de Nederlandse kustlijn is, onder andere, beschreven in [4].

Na het laatste glaciële tijdperk, waarin Europa grotendeels met ijs bedekt was en de Noordzee droog land was, smolten de landijskappen af, waardoor het zeeniveau ging stijgen. In het onderzoek naar het verloop van de zeespiegelstijging is, naast de feitelijke zeespiegelstijging ook de tektonische beweging van het Noordzee-bekken en de omliggende landen betrokken. Dit resulteert in de zogenaamde relatieve zeespiegelstijging. In figuur 19 is deze relatieve zeespiegelstijging voor de laatste millennia weergegeven.

Wanneer de zeespiegel een niveau heeft bereikt dat ca 30m. beneden het huidige niveau ligt wordt de landbrug tussen Engeland en Nederland overspoeld: Het Kanaal staat op dit moment, ca 8300 jaar geleden, via een smalle doorgang in verbinding met het Noordzee-bekken. Gedurende deze tijd is de jaarlijkse relatieve stijging het grootst: 2m per eeuw. In de loop der tijd blijkt deze stijging af te nemen tot enkele cm per eeuw.

In het projekt wordt de ontwikkeling van de getijbeweging gerekonstrueerd vanaf het moment dat het zeeniveau zich 20m. onder het huidige niveau bevindt: ca 7800 BP. Er heeft zich dan een representatieve Noordzee gevormd [fig 20], waarin de relatieve zeespiegelstijging ca. 1m per eeuw bedraagt. Dit komt overeen met de hoogste schatting omtrent de snelheid van de zeespiegelstijging in de toekomst.

De ontwikkeling van de getijbeweging gedurende de periode van 7800 BP tot heden wordt gekarakteriseerd aan de hand van een vijftal simulaties. Hierbij wordt teruggewerkt van het heden naar het verleden.

Begonnen is met een simulatie van de huidige situatie. Deze simulatie draagt de kode C01 en geldt als referentie. Vervolgens zijn de simulaties C05 (5000 BP), C10 (6500 BP), C15 (7200 BP) en C20 (7800 BP) verricht. De middenstand, dat is het zeeniveau waarmee de simulatie gestart wordt, is hierbij -5m resp. -10m, -15m en -20m. Het gemiddelde zeeniveau is bij aanvang van de simulatie gelijk aan deze middenstand doch zal tijdens de simulatie een geringe ruimtelijke variatie krijgen.

## 6.2 UITGANGSPUNTEN

Bij het simuleren van de diverse historische getijsituaties worden de volgende uitgangspunten gehanteerd:

1.  
de voorgeschreven getijbeweging op de open rand in de oceaan zelf blijft in eerste instantie ongewijzigd.
2.  
de diverse kustlijnen bij middenstandsverlagingen volgen de huidige dieptelijnen.
3.  
de Chézy-waarden blijven volgens de in paragraaf 4.2.2.2 beschreven vuistregel aan de waterdiepte gerelateerd.

Aan het eerste uitgangspunt ligt de volgende gedachte ten grondslag: De open rand bevindt zich op diep water. Veranderingen in de getijbeweging aldaar kunnen alleen veroorzaakt worden door veranderingen in componenten van de sleepkracht of door een verandering in de respons van de oceanen hierop. Het eerste geval impliceert een verandering in de positie c.q. beweging van hemellichamen aarde, maan en zon. In de literatuur zijn hiervoor geen concrete aanwijzingen gevonden. De verlaging van de zeespiegel met maximaal 20 meter is marginaal tov. de gemiddelde waterdiepte van de oceanen, welke 4000m is. Ook de veranderingen aan de randen (droogvallende randzeeën en uitgebreidere ijskappen) zijn verwaarloosbaar klein in vergelijking met het totaal. Hierdoor kan gesteld worden dat de respons van het oceaانبekken op de getijopwekkende krachten gelijk blijft.

Het tweede uitgangspunt is minder vanzelfsprekend. Het ligt voor de hand te veronderstellen dat de bodem van het Noordzee-bekken reageert op de, met de relatieve stijging van zeespiegel gepaard gaande, veranderingen in de stromingen. Ook zullen veranderingen in de rivierdebieten en sedimentaanvoer door deze rivieren hun effect op de kustvorm hebben gehad. Voor zover deze veranderingen binnen de huidige kustlijnen hebben plaatsgevonden zijn zij in principe te rekonstrueren uit bodemonsters etc.. In het Noordzeebekken is het oorspronkelijke materiaal echter veelal geero-deerd waardoor de rekonstrukties een meer spekulatieve aard hebben. In eerste instantie is daarom aangenomen dat de historische kustlijnen door de huidige dieptelijnen gevormd worden. Deze aanname wordt gesterkt door de gedachte dat vaak lokale veranderingen in bodem- cq. kusttopografie het totaalbeeld vaak niet wezenlijk veranderen.

Het derde uitgangspunt impliceert dat de bodemruwheid vergelijkbaar is met de huidige ruwheid.

### 6.3 CYCLISCHE RANDVOORWAARDEN

De simulaties zijn verricht met cyclische randvoorwaarden. De getijbeweging op de rand, zoals die gedurende een periode  $T_1$  door de astronomisch getijkomponenten wordt beschreven, wordt hierbij Fouriergeanalyseerd. De Fourierkomponenten worden vervolgens als een nieuwe set "getij"komponenten op de open rand aangebracht. Het verticale getij op de open rand heeft hiermee een cyclisch karakter gekregen, waarbij de periode  $T_1$  is.

Het voordeel van het gebruik van cyclische randvoorwaarden is dat ook de waterbeweging in het binnengebied een cyclisch verloop krijgt, zodat het mogelijk is in alle simulaties, ongeacht de verschillende inspeeltijden, dezelfde situatie te analyseren.

De astronomische getijbeweging zal gedurende de periode  $T_1$  vaak niet geheel cyclisch zijn. Door de benadering met (cyclische) Fourierkomponenten zullen er dus afwijkingen van het werkelijke getij geïntroduceerd worden. Bovendien wordt elke periode  $T_1$  hetzelfde getij herhaald, waardoor de langdurige fluktuaties in het getij niet meegenomen kunnen worden.

Door een periode  $T_1$  te kiezen van 24h50m wordt het eerste nadeel opgevangen. De belangrijkste getijkomponenten vertonen gedurende deze periode een (bijna) cyclisch gedrag. Het tweede bezwaar is van minder belang: bij de rekonstruktie van het paleo-getij gaat de aandacht uit naar de getijkarakteristiek voor één dag en zullen de langdurige getijvariatiaties (met perioden van 2 weken, maand en half jaar) onderbelicht blijven.

In dit projekt is ervoor gekozen de historische simulaties te verrichten met een extreem sterke getijbeweging. De cyclische randvoorwaarden zijn daarom gebaseerd op de getijbeweging van 18-09-'86, wanneer er langs de Nederlandse kust maximaal springtij optreedt. Zowel de tweemaaldaagse M2 en S2 als de enkeldaagse O1 en K1 zijn nu onderling als met elkaar in fase. Bovendien geeft de Sa komponent een maximale positieve bijdrage.

Over de periode van 24h50m, overeenkomend met tweemaal de periode van de dominerende tweemaaldaagse M2 komponent, zijn voor alle sektie-einden op de rand van het model door middel van een simpele getijvoorspelling 10 minuten resultaten bepaald. Deze resultaten zijn vervolgens Fouriergeanalyseerd op basis van een zestal componenten; O1 t/m O6 genoemd. De periode meemt hierbij af van 24h50m voor de eenmaaldaagse O1 komponent tot 4h08m voor de zesmaaldaagse O6 komponent. Voor elk sektie-einde wordt zo per "getij"komponent een

nieuwe fase en amplitude verkregen [zie tabel 3.] .

In een eerste simulatie blijkt dat na ca 5 maan-dagen in het cyclisch verloop van de resultaten een afwijking zit van enkele centimeters. Na 10 maan-dagen is deze afwijking gereduceerd tot millimeters. Gekozen is de interpretatie van de resultaten te betrekken op de 12e maan-dag, zodat het model, ondanks eventuele vertragingen tengevolge van middenstandsverlaging, zeker met voldoende nauwkeurigheid cyclisch zal reageren.

## 7 GETIJSITUATIE BIJ VERSCHILLENDE MIDDENSTANDSNIVEAU'S

In dit hoofdstuk wordt nagegaan hoe het getij in het Noordzee-bekken zich manifesteert bij verschillende middenstanden. Allereerst wordt in paragraaf 7.2 bij de huidige situatie de getijbeweging lokaal, aan de hand van getijkurven, en globaal, aan de hand van snelheidsvektorplots en isolijnen, bekeken.

In de paragrafen 7.3 en 7.4 wordt het getij in C10 resp. C20 beschouwd, waarbij de veranderingen erin ten opzichte van C01 beschreven worden.

De resultaten hebben alle betrekking op de 12e en 13e dag van de simulatie.

### 7.1 DE GETIJBEWEGING BIJ ONVERLAAGDE MIDDENSTAND

#### 7.1.1 INLEIDING

In figuur 21 is het verloop van de waterstand gedurende de 12e en 13e dag voor enkele lokaties weergegeven. De bovenste kurve heeft betrekking op een lokatie aan de noordelijke rand, in de buurt van Noorwegen. Het tweemaaldaagse karakter van de getijbeweging is duidelijk te herkennen. De aanwezigheid van de enkeldaagse komponent versterkt één der hoogwaters en verzwakt de andere. Het verschil dat hierdoor ontstaat, de daagse ongelijkheid, bedraagt voor deze lokatie ongeveer 0.10m. De onderste kurve heeft betrekking op een lokatie voor de Nederlandse kust, ter hoogte van Scheveningen. Naast het tweemaaldaagse karakter van het getij en de daagse ongelijkheid is hier het verschijnsel van de agger [paragraaf 2.5] duidelijk waar te nemen. Het relatieve maximum blijkt zich langs de Nederlandse kust meer op de neergaande flank van de D2-komponent verplaatsen.

Naast deze lokale informatie is het mogelijk een overzichtsbild te krijgen van de getijbeweging. Hiertoe zijn in figuur 22 voor een deel van het gebied de stroom-vektoren op twee verschillende tijdstippen uitgezet. De lengte van de vektorpijl is representatief voor de grootte van de snelheid: 2 roosterzellen komen overeen met 1 m/s. In de bovenste figuur is de stroming weergegeven op het moment van laagwater nabij Hoek van Holland. Halverwege de Engelse kust,

bevindt zich het kenterpunt na hoogwater. Het kenterpunt na laagwater ligt ter hoogte van IJmuiden. Tussen deze kenterpunten is een sterke stroming zichtbaar die langs de Waddenkust afbuigt. In de Zuidelijke Noordzee is een geringe stroming in de richting van het Nauw van Calais.

De onderste figuur is drie uur later genomen, een kwart cyclus van het getij. De beide kenterpunten zijn gedurende deze periode naar het zuiden resp. het noorden verplaatst. De stroming in de Zuidelijke Noordzee is in intensiteit toegenomen en ook in Het Kanaal is er een sterke, naar het Nauw van Calais gerichte, stroming.

De stroming is het gevolg van waterstandsverschillen over het gebied en geeft weinig inzicht in absolute waarden van de waterstanden. Bovendien kan het faseverschil tussen het moment van maximale stroming en maximale waterstand lokaal sterk variëren. Hierdoor zijn uit het verloop van de stroomsnelheden geen gevolgtrekkingen voor de verticale waterbeweging te maken.

#### 7.1.2 KARAKTERISTIEKE GETIJKOMPONENTEN BIJ C01

Een beter overall-beeld van de verticale getijbeweging wordt gekregen met behulp van de zo genaamde isoamplitude- en isofasefiguren. Hierbij worden de resulterende waterstanden in het bekken over een periode  $T_1$  Fouriergeanalyseerd. Per komponent worden de punten met gelijke maximale verticale uitwijking in de isoamplitudefiguren verbonden. In de isofasefiguren worden lijnen getrokken waarop het tijdstip van de maximale uitslag gelijk is. Dit tijdstip is gerelateerd aan een begintijdstip en wordt uitgedrukt in een fasehoek. Door de periode  $T_1$  gelijk te nemen aan een maan-dag worden de resultaten in het binnengebied in dezelfde componenten opgesplitst als aangebracht op de open rand. Hoewel de simulaties verricht zijn met zes componenten op de rand, wordt in dit hoofdstuk hoofdzakelijk de meest relevante, namelijk de D1-, D2- en D4-komponent behandeld.

In figuur 23 zijn de isofase- en isoamplitudelijnen voor de tweemaaldaagse komponent gegeven. In hoofdstuk 3 is al uitgelegd dat, voor een getijkomponent in een rechthoekig bekken, door interferentie tussen de inkomende en gereflekteerde Kelvingolf een gedwongen twee-dimensionale golfbeweging ontstaat. De resulterende beweging heeft hierbij een zodanig faseverloop dat hij de gedaante heeft van een lopende golf, hoewel hij dit slechts ten dele is. Deze



zgn. resulterende getijgolf loopt rond de amphidromische punten in het bekken.

In werkelijkheid spelen wrijvingsinvloeden, partiële reflecties op de grillige kustlijnen en effecten ten gevolge van een variërende bodem een rol, zodat de twee-dimensionale golfbeweging, en daarmee het patroon van de resulterende getijgolf, complexer worden.

Voor de tweemaaldaagse D2-komponent ontstaat zo een resulterende getijgolf die, komend vanuit het noorden, langs de Engelse oostkust loopt. In het zuiden aangekomen splitst een deel van de golf zich af en doorloopt de Zuidelijke Noordzee. Nabij Den Helder sluit deze golf weer aan bij de golf die daar een volledige periode T1 later aankomt en loopt de getijgolf via de Wadden en Deense kust weer noordwaarts. Het amphidromisch systeem dat in de Zuidelijke Noordzee ontstaat heeft een middelpunt dat ongeveer in het midden van het bekken ligt. Dit impliceert ongeveer gelijke amplituden aan de Engelse en Nederlandse kust.

In de Centrale Noordzee is het amphidromisch punt, ten gevolge van energie-dissipatie langs de Waddenkust en in Duitse Bocht, naar het oosten opgeschoven. Het amphidromisch punt in de Noordelijke Noordzee ligt aan de Noorse kust; de noordwaarts lopende resulterende getijgolf is hier praktisch geheel uitgedempt.

In de amplitudefiguur is duidelijk te zien dat de amplitude vanuit het amphidromisch punt in radiale richting toeneemt. De resulterende getijgolf heeft langs de Engelse kust een amplitude van ca 2.00m. In de Zuidelijke Noordzee is de amplitude geringer om bij het Nauw van Calais weer toe te nemen.

Figuur 24 laat de enkeldaagse getijkomponent in het binnen-gebied zien. Door de lage frekwentie, en dus grote golflengte, kan zich slechts één amphidromisch systeem vormen. De energie dissipatie in de ondiepe gebieden leidt ertoe dat het amphidromisch punt vlak voor de Zuidnoorse kust ligt. De amplitude van deze resulterende enkeldaagse getijgolf is maximaal 0.35m, ca 15% van de maximale amplitude der D2-komponent.

In figuur 25 staan tenslotte de resultaten van de D4-komponent weergegeven. De amplitude is in de Noordelijke en Centrale Noordzee kleiner dan 0.05m, waarbij zich verscheidene, voor verdere analyse niet-relevante, amphidromische systemen vormen. Duidelijk is te zien dat de D4-komponent vooral in de ondiepere kustgebieden opgewekt wordt, met langs de Nederlandse kust maximale waarden groter dan 0.30m.

### 7.1.3 HET VERTIKALE GETIJ IN EEN TIENTAL LOKATIES

In tabel 4. is voor een tiental lokaties kwantitatief ingegaan op de verticale getijbeweging en de veranderingen daarin ten gevolge van middenstandsverlaging. Voor deze lokaties, die zijn aangegeven in figuur 26, zijn gedurende de twaalfde maan-dag de beide hoog- en laagwaters bepaald, alsmede het tijdstip van het optreden ervan na het begin van de cyclus.

In de laatste kolom is de getijslag, zijnde het verschil tussen deze twee extreme waterstanden, bepaald. In de tabel is de daagse ongelijkheid terug te vinden. Uit het verloop van de tijdstippen waarop bij de simulatie C01 het hoogwater optreedt tussen Lowestoft en Dk 2 is de voortplanting van de resulterende getijgolf door het bekken af te lezen. Deze komt vrijwel overeen met de voortplanting van de tweemaaldaagse komponent. In Hoek van Holland en Wadden 1 is het faseverschil tussen de verschillende komponenten onderling zodanig veranderd, dat de beide hoogwaters van 'status' zijn verwisseld. De getijslag blijkt, op het Nauw van Calais na, langs de gehele kustlijn ca 2.50m te zijn, om bij Denemarken en Noorwegen af te nemen.

## 7.2 DE GETIJBEWEGING BIJ DE SIMULATIE C10

### 7.2.1 INLEIDING

Ten gevolge van de verlaging van de middenstand zal allereerst de waterdiepte afnemen, wat resulteert in een afname van de voortplantingssnelheid van de resulterende getijgolf en een toename van de wrijving over het bekken. De lokale veranderingen in de voortplantingssnelheid en wrijving zijn afhankelijk van de relatieve verandering in de waterdiepte en zullen dus sterk variëren over het bekken.

Voor de resulterende getijgolf betekent dit dat het verloop van de fase en verdeling van de amplitude met een variatie over het bekken veranderen.

Door de geringere waterdiepte zullen niet-lineaire effecten toenemen, waardoor de opwekking van ondiepwater komponenten sterker wordt.

De verlaging van de middenstand kan verder leiden tot het droogvallen van ondiepe kuststroken. Hierdoor verdwijnen wrijvingsrijke gebieden, wat zijn invloed heeft op de ampli-

tudeverdeling in het bekken. Bovendien kunnen er veranderingen optreden in de resonantieverschijnselen van het bekken, waardoor het verloop van de fase van de resulterende getijgolf zal veranderen.

De faseverschillen in de verschillende componenten worden mede bepaald worden door de frekwentie. Hierdoor is lokaal de verandering in de fase van de verschillende componenten niet gelijk. Voor de totale verticale getijbeweging, die een sommatie is van de verschillende componenten, betekent dit dat effecten ten gevolge van interactie tussen verschillende getijkomponenten (aggr, daagse ongelijkheid) extra grote invloed op de totale waterstand kunnen hebben.

In figuur 27 is de kustschematisatie voor een deel van het Noordzee-bekken bij C10 aangegeven. De onderbroken lijnen geven de drooggevallen gebieden aan. Het blijkt dat bij 10m. middenstandsverlaging eigenlijk alleen in de Waddenzee en Duitse Bocht gebieden van betekenis drooggevallen zijn. De veranderingen in de getijkomponenten, die hierna beschreven worden, zullen hoofdzakelijk het gevolg zijn van de vermindering van de waterdiepte.

#### 7.2.2 DE KARAKTERISTIEKE GETIJKOMPONENTEN BIJ C10

In figuur 28 is voor de tweemaaldaagse D2-komponent het fase- en amplitudeverloop van de resulterende getijgolf bij C10 weergegeven. In vergelijking met figuur 23 blijkt dat langs de Engelse kust de verschuiving in fase enkele minuten bedraagt. De vermindering van de waterdiepte is hier relatief gering zodat de voortplantingssnelheid weinig verandert. Bij het opgaan van het ondiepe deel van het Noordzee-bekken wordt de vermindering van de diepte relatief groter. We zien hier dan ook een aanzienlijke faseverschuiving ontstaan: ca  $40^\circ$  bij Lowestoft. In de Zuidelijke Noordzee lopen de faseverschuivingen op via  $50^\circ$  [Calais] tot ruim  $90^\circ$  langs de Nederlandse kust. Langs de Nederlandse Waddenkust is de faseverschuiving nagenoeg konstant  $80^\circ$  om dan langs de Deense kust op te lopen tot ruim  $140^\circ$  [bijna 5 uur].

Uit de isoamplitudefiguren blijkt dat vlak langs de Engelse kust tot Lowestoft de amplituden enigszins groter zijn. In de Zuidelijke Noordzee zijn de isoamplitudelijnen, overeenkomstig het amphidromische punt terplekke, verschoven. De amplitude is in het Nauw van Calais met 0.50m afgenomen tot ca 2.00m. Langs de Nederlandse kust worden waarden gevonden van ca 0.75m, 25 centimeter kleiner dan bij C01. Langs de Deense kust neemt het verschil in amplitude verder af tot praktisch nul. Opvallend is de ligging van het meest

noordelijke amphidromisch punt dat in dit stadium naar de Westdeense kust verplaatst blijkt te zijn.

Voor de resulterende getijgolf van de D1-komponent zijn de fase en amplitude terug te vinden in figuur 29. De amplitude is langs de Engelse kust enkele millimeters groter (orde 1%) en neemt pas bij Lowestoft af. In de Zuidelijke Noordzee neemt de afname toe tot 0.05m [20%]. Langs de Nederlands-Deense kustlijn loopt de amplitude af van 0.20m tot 0.05m en is daarmee ongeveer 0.05m kleiner dan bij C01. Bij de isofaselijnen is te zien dat, evenals bij de D2-komponent, het amphidromisch punt nu aan de West-Deense kust ligt. Hierbij lopen de isofaselijnen dicht op elkaar, hetgeen duidt op een zeer geringe voortplantingssnelheid van de golf.

Het fase- en amplitudeverloop van de resulterende viermaal-daagse getijgolf is te vinden in figuur 30. Op relatief diep water is de amplitude slechts enkele centimeters, wat leidt tot een kompleks geheel van amphidromische systemen die voor het paleo-getij onderzoek niet relevant zijn. In vergelijking met figuur 25 neemt de amplitude al eerder in diep water toe tot waarden van ca 0.05m. Langs de Engelse kust neemt de amplitude naar het zuiden toe. Bij The Wash worden waarden van 0.30m bereikt. Ook in de buurt van het Nauw van Calais wordt een sterke D4-komponent opgewekt. Langs de Nederlandse kust is de amplitude daarentegen afgenomen met enkele centimeters, en is nu maximaal 0.30m.

### 7.2.3 HET VERTIKALE GETIJ BIJ C10 IN EEN TIENTAL LOKATIES

In het tweede blok van tabel 4. staan de resulterende hoog- en laagwaterstanden met hun tijdstippen van optreden. Naast de getijslag zelf is ook de verandering ervan ten opzichte van C01 getabelleerd.

De lokaties op diep water laten zonder uitzondering een vergroting van de uitwijking zien. Dit wordt veroorzaakt door de grotere amplitude van de D2-komponent aldaar. De getijslag is in deze lokaties een twintigtal centimeters groter.

Op ondieper water is de getijslag afgenomen. Bij het Nauw van Calais is de reductie van de getijslag het grootst: ca 1.00m. Deze afname is praktisch in zijn geheel terug te voeren op de afname in amplitude van de tweemaaldaagse komponent. De golf bereikt hier 1 à 1.5 uur later zijn maximum. Langs de Nederlandse kust loopt de vertraging op tot ruim 3 uur aan de Waddenkust.

Naast de veranderingen in de amplitude van de componenten afzonderlijk worden de reducties in de hoog- en laagwaters mede bepaald door de verschuiving in fase van de componenten onderling. Zo blijkt bij Hoek van Holland, dat in C01 de D1- en D2-componenten elkaar in de hoogste hoogwaterstand en laagste laagwaterstand versterken. In C10 zijn de componenten onderling zodanig in fase verschoven dat het maximum van de D2-komponent niet meer optreedt als de D1-komponent haar maximale waarde bereikt, doch samenvalt met de meer geringe waarden van D1 [figuur 31]. Hierdoor worden zowel de hoogste hoogwaterstand als de laagste laagwaterstand sterker gereduceerd dan de andere hoog- en laagwaterstand. Het gevolg is een sterkere afname in de getijslag en een nivellering wat betreft de daagse ongelijkheid.

Konkluderend kan gesteld worden dat de verlaging van de middenstand in het ondiepe deel van de Noordzee leidt tot een reductie van de amplitude van de verschillende componenten, welke kan oplopen tot enige tientallen procenten. De "amplituden" van de waterstanden zullen navenant geringer zijn geweest.

Samenvattend is de getijslag 6500 jaar geleden langs de Nederlandse kust globaal 0.50 à 1.00m kleiner geweest.

### 7.3 DE GETIJBEWEGING BIJ DE SIMULATIE C20

#### 7.3.1 INLEIDING

In de simulatie C20 is de middenstand verder verlaagd met 20m. De gesimuleerde situatie komt overeen met de situatie van ca 7800 jaar geleden. In de figuur 32 is de kustschematisatie weergegeven. De middenstandsverlaging geeft aanleiding tot verdere droogzetting in de Duitse Bocht en langs de Deense kust. Het Nauw van Calais doet zijn naam eer aan. Door droogval en middenstandsverlaging is ten opzichte van C01 het stroomvoerend oppervlak bij eb afgenomen met een faktor 4. De Zuidelijke Noordzee is veranderd in een ondiepte, waar, op een hoofdgeul na, de gemiddelde diepte ca 10m bedraagt. Door droogval langs de Engelse kust en een integrale verplaatsing van de Nederlandse kustlijn met een roostercel naar het westen zijn de horizontale afmetingen van dit bekken sterk afgenomen. De Zuidelijke Noordzee wordt scherp begrensd door de oorspronkelijke 30m dieptelijn. Deze loopt in het model ongeveer ter hoogte van de lijn N=34. Ten zuiden van deze

lijn is de waterdiepte in C20 ongeveer 10m, ten noorden ervan worden, vooral aan de Engelse zijde, al snel waarden van 25m en meer gevonden.

### 7.3.2 DE KARAKTERISTIEKE GETIJCAMPONENTEN BIJ C20

In figuur 33 staan de isofase- en isoamplitudelijnen voor de tweemaaldaagse komponent uitgezet. Wordt de resulterende getijgolf op zijn weg door het Noordzee-bekken gevolgd, dan blijkt dat de golf langs de Engelse kust vertraagd wordt. Bij The Wash is de getijgolf ten opzichte van C01  $60^\circ$ , dwz. 2 uur, achter. De amplitude langs de Engelse kust is met enkele decimeters afgenomen tot ca 2.00m. In The Wash wordt de golf lokaal sterk vertraagd en treden refractie verschijnselen op. De grote dichtheid van faselijnen duidt op een zeer geringe voorplantingssnelheid aldaar. Gezien de kromming in de faselijnen buigt de resulterende getijgolf noordelijk langs de Zuidelijke Noordzee af. De getijbeweging in de Zuidelijke Noordzee wordt hierdoor geringer. De amplitude van de golf bedraagt maximaal 0.50m. Voor de Hollandse kust is de amplitude met 0.25m afgenomen. Evenals in C01 wordt ook nu een amphidromisch systeem gevormd, waarbij het amphidromisch punt nu meer naar het zuidwesten ligt. Langs de Waddenkust is de amplitude gehalveerd tot 0.50m. Het verschil in fase ten opzicht van C01 loopt hierbij op van  $160^\circ$  tot  $215^\circ$ .\*\*

\*\* De diepte H ten noorden van de Nederlandse Waddeneilanden bedraagt in de simulatie C01 30 à 35m., terwijl het faseverloop over deze eilanden,  $\Delta\phi_{C01}$ ,  $120^\circ$  bedraagt. In C20 geldt voor de waterdiepte H=10 à 15m. Volgens

$$\Delta L = \sqrt{gH} \Delta T = \sqrt{gH} \Delta\phi / \omega = \text{konstant}$$

wordt zo gevonden

$$\Delta\phi_{C20} = \Delta\phi_{C01} \cdot \sqrt{H_1/H_{k0}} = 180^\circ \text{ à } 205^\circ$$

hetgeen goed overeenkomt met de gevonden waarde van  $190^\circ$

Bij de geringe amplitude in de Centrale Noordzee vormen zich, zeer dicht op elkaar, twee amphidromische systemen. Het rechter amphidromisch punt lijkt hierbij van de Noorse kust (C01) via de Deense kust (C10) naar het zuiden verplaatst te zijn. Langs de Noorse kust heeft zich nu een vierde amphidromie gevormd.

De isofase- en isoamplitudelijnen van de D1-komponent staan in figuur 34. Met name de amplitudelijnen lopen weinig glad, waarop later wordt teruggekomen [paragraaf 10.3].

Ook hier wordt een naar het zuiden toenemende faseverschuiving langs de Engelse kust gevonden. De amplitude verandert echter weinig. De 30m-dieptelijn geeft hier in versterkte mate de effecten die al bij de D2-komponent genoemd zijn. Doordat de resulterende getijgolf van de enkeldaagse komponent grotendeels langs de Waddenkust afbuigt is de amplitude langs de Waddenkust nauwelijks kleiner. Langs de Deense kust dempt de amplitude ten gevolge van de sterk toegenomen wrijving snel uit. Bij C20 ligt het amphidromisch punt eveneens in de Centrale Noordzee. De oorspronkelijke amphidromie aan de Noorse kust is compleet verdwenen.

De isofaselijnen aan de noordkant van de Zuidelijke Noordzee impliceren een sterk één-dimensionale getijbeweging aldaar. De amplitude van de resulterende getijgolf is over de hele breedte van het bekken 0.15m. In dit bekkendeel blijkt, door samenspel van Corioliskrachten en variatie in de bodemligging, dat de resulterende getijgolf naar de Nederlandse kust toe buigt. De amplitude is aan deze kust met een faktor 5 afgenomen tot 0.05 à 0.10m

De viermaaldaagse komponent geeft bij C20 in het algemeen een kleinere amplitude [figuur 35]. Uitzondering hierop vormt de Engelse kust, waar de amplitude van de golf enkele centimeters groter is, en The Wash waar de amplitude, ondanks de afname in de amplitude van de D2-komponent, oploopt tot 0.20m. Langs de Hollandse kust is de amplitude van de golf afgenomen tot minder dan een decimeter. Het verschijnsel van de agger is vrijwel verdwenen bij deze simulatie. Langs de Waddenkust is de amplitude gehalveerd tot 0.05m

### 7.3.3 HET VERTIKALE GETIJ BIJ C20 IN EEN TIENTAL LOKATIES

In tabel 4. staan de resultaten voor de verschillende lokaties in het onderste blok vermeld. Bij deze lage middenstand is Lowestoft drooggevallen. In de noordelijke, diepere lokaties is de getijslag toegenomen, waarbij het moment waarop de hoogwaterstanden optreden weinig verandert.

De oorzaak hiervan moet gevonden worden in het feit dat de getijbeweging hier in de invloedssfeer ligt van de, konstant gehouden, randvoorwaarden. Daar de diepteveranderingen in dit gebied relatief klein zijn zal de bijdrage van de vanuit de rand afkomstige getijbeweging nagenoeg niet veranderen. De invloed van de vanuit het bekken gereflekteerde golf op de resulterende getijbeweging is in deze noordelijk gelegen gebieden gering. Veranderingen hierin zullen dus slechts marginale veranderingen in de amplitude en fase van de resulterende getijbeweging tot gevolg hebben.

In de zuidelijk gelegen lokaties treden weer de grootste veranderingen op bij Dover en Calais; ca 3.0m. De getijgolf komt hier ruim 4 uur later aan. In Hoek van Holland zijn de enkeldaagse en tweemaaldaagse komponent onderling verder verschoven waardoor de daagse ongelijkheid is afgenomen. De reductie in het hoogste hoogwater en laagste laagwater ten opzichte van C01 is hier ongeveer 0.70m. Ook voor de Wadden- en Deense kust geldt in het algemeen een geringere getijslag.

In de volgende hoofdstukken zullen de veranderingen in de getijcomponenten en de daaruit resulterende waterstanden chronologisch behandeld worden.



## 8 AMPHIDROMISCHE SYSTEMEN

### 8.1 INLEIDING

In de diverse hoofdstukken is naar voren gekomen dat het getij in het Noordzee-bekken bepaald wordt door de tweemaal-daagse komponent, waarbij ook de enkeldaagse komponent van invloed is. De getijbeweging op de randen veroorzaakt hierbij een resulterende getijgolf in het bekken, die om de zgn amphidromische punten draait [paragraaf 7.1].

In de voorgaande hoofdstukken zijn de veranderingen in deze getijkomponenten, die ten grondslag liggen aan de veranderingen in het paleogetij, voor verschillende middenstands-niveau's beschreven. In dit hoofdstuk worden veranderingen in de getijkomponenten gedurende de vijf simulaties beschreven. De verschillende 'tijdsopnamen' worden hierin opgenomen. Dit zal gebeuren aan de hand van de amphidromische systemen. Naast verplaatsingen van de amphidromische punten zullen de veranderingen in de amplitude langs de kusten aan bod komen.

Bij de interpretatie van de resultaten zal gebruik worden gemaakt van de kennis die in hoofdstuk 3 is opgedaan.

### 8.2 DE TWEEMAALDAAGSE AMPHIDROMISCHE SYSTEMEN

In de figuren 36 en 37 zijn de positie van de amphidromische punten van de tweemaal-daagse komponent voor de verschillende simulaties nog eens weergegeven. Beide amphidromische punten blijken zich te verplaatsen binnen een beperkt gebied. Bovendien ontstaat er bij een verlaging van het uitgangsniveau van 10m of meer een derde amphidromisch systeem voor de Deense kust. Het gedegenereerde amphidromisch punt voor de Noorse kust blijft gedurende alle simulaties aanwezig. Bij de analyse van de ontwikkeling in de amphidromische systemen wordt het Noordzee-bekken in twee subsystemen opgedeeld: een zuidelijk bekken liggend ten zuiden van de lijn Waddeneilanden-Lowestoft en een noordelijk bekken.

### 8.2.1 HET AMPHIDROMISCHE SYSTEEM IN DE ZUIDELIJKE NOORDZEE

Het zuidelijke gedeelte van de Noordzee kan als een rechthoekig bekken worden beschouwd, dat aan de zuidzijde afgesloten is. In dit bekken, waar de gemiddelde diepte  $h=30\text{m}$  en de Coriolisparameter  $f=1.15 \cdot 10^{-4}\text{rad/s}$  bedragen, gelden de volgende karakteristieke afmetingen:

- \*bekkenbreedte  $B=200\text{km}$
- \*kritische diepte  $h_{kr}=2.5\text{m}$
- \*Rossby straal van de Kelvingolf  $R = 150\text{km}$
- \*vervalafstand van de Poincaré golf  $R_p=65\text{km}$
- \*golflengte van de Kelvingolf  $\lambda = 750\text{km}$
- \*lengte van het bekken  $L=300\text{km}$

Met behulp van bovenstaande afmetingen is een karakteristiek van het zuidelijk Noordzee-bekken te geven. Het golfpatroon is in eerste instantie te beschrijven door een inkomende en gereflekteerde Kelvingolf. In de omgeving van het Nauw van Calais zullen Poincaré-golven optreden, die echter al over een geringe afstand sterk afnemen. De lengte van het bekken is ongeveer gelijk aan een halve golflengte, zodat er geen tweede amphidromisch punt kan ontstaan. De Rossby straal van de optredende Kelvingolven is, vooral bij de grotere waterdiepten, fors groter dan de helft van de bekkenbreedte. Dit betekent dat overal in het bekken beide golven voor de resulterende getijbeweging van belang zijn. De resulterende amplitude vertoont daarbij een sterke gradient in de richting dwars op de lengte as van het bekken.

Uitgaande van de situatie voor  $C01$ ,  $Z0=0$ , is een ruwe afschatting te maken van de waterstanden nabij het amphidromisch punt.

Voor de inkomende Kelvingolf geldt een diepte  $h=35\text{m}$  en een amplitude  $\zeta_{i0}=0.95\text{m}$ , voor de gereflekteerde golf is dit  $25\text{m}$  resp.  $\zeta_{r0}=0.85\text{m}$ . Op een afstand  $y$  vanuit de Engelse kust wordt zodoende voor de waterstand gevonden:

$$\begin{array}{l} y=100\text{km} \quad \zeta = \zeta_i - \zeta_r = 0.51 - 0.41 = 0.10\text{m} \\ y=115\text{km} \quad \zeta = \zeta_i - \zeta_r = 0.47 - 0.47 = 0.00\text{m} \\ y=130\text{km} \quad \zeta = \zeta_i - \zeta_r = 0.42 - 0.51 = -0.09\text{m} \end{array}$$

waarbij  $\Delta y=15\text{km}$ , ongeveer gelijk is aan de afmeting van één roostercel.

Wil een verlaging van de middenstand van  $5\text{m}$  resulteren in een verplaatsing van het amphidromisch punt met één roostercel naar de Nederlandse kust, dan moet, bij gelijkblijvende  $\zeta_{i0}$ ,  $\zeta_{r0}$  afnemen tot  $0.71\text{m}$ .

Het verschil tussen beide amplituden is hierbij opgelopen van  $0.10\text{m}$  tot  $0.25\text{m}$ . Bovenstaande berekening geeft een indicatie van het verschil in amplitude dat nodig is om een verplaatsing van het amphidromisch punt te bewerkstelligen.

De door de middenstandsverlaging veroorzaakte amplitudeverschillen in het zuidelijk bekken blijken in het algemeen zo klein te zijn dat er geen spektakulaire verschuivingen van het amphidromische punt in dwarsrichting verwacht mogen worden.

Aan de hand van de bekkenschematisatie kan de verplaatsing van het amphidromisch punt in de Zuidelijke Noordezee, zoals dit in figuur 36 is weergegeven, worden onderbouwd.

Gedurende de eerste fase van de verlaging, C05 en C10, spelen droogvallende gebieden nog geen rol. Het amphidromisch punt verplaatst zich in deze fase langs de as van het bekken in de richting van Het Nauw van Calais. Dit als gevolg van de afname in de voortplantingssnelheid. De verplaatsing in C05 loodrecht op de as van het bekken is gering. In het licht van de uiteenzetting over de gradienten in de waterspiegel nabij het amphidromisch punt, impliceert dit slechts een kleine toename in het verschil tussen de amplituden  $\zeta_{i0}$  en  $\zeta_{r0}$  van de inkomende resp. gereflekteerde golf. Dit wordt in de isoamplitudefiguren terug gevonden. In C10 is de amplitude aan de Engelse kust 0.95m en aan de Nederlandse zijde 0.65m, waardoor het amphidromisch punt naar het oosten verschuift.

Een verdere verlaging tot -15m heeft aan de Engelse kust tot gevolg dat de waterdiepte in de omgeving van Lowestoft afneemt tot ca 10m. Bovendien valt de monding van de Theems grotendeels droog. Aan de Nederlandse kust worden eveneens grote gebieden drooggezet, waardoor de kustlijn integraal één roostercel naar het westen opschuift. Deze veranderingen in bathymetrie hebben tot gevolg dat het amphidromisch punt ten opzichte van C10 zich allen in westwaartse richting verplaatst. Door de afgenomen voortplantingssnelheid mag verwacht worden dat het amphidromisch punt zich in de richting van het Nauw van Calais verplaatst. Kennelijk wordt dit gecompenseerd door het droogvallen van de monding van de Theems. Dit leidt tot een geringere faseverschuiving bij de reflectie van de Kelvingolf aan het bekkeneind en zo tot een noordwaartse verplaatsing van het amphidromisch punt.

Voorts zal door het droogvallen van de monding van de Theems een belangrijk wrijvingsrijk gebied verdwijnen, waardoor de amplitude voor de Nederlandse kust minder gedempt is. Samen met de afgenomen amplitude aan de Engelse kust (in Lowestoft is de amplitude nu ca. 0.75m) leidt dit tot een verplaatsing van het amphidromisch punt naar het westen.

Bij een verlaging tot -20m vindt verdere droogzetting plaats aan de Nederlandse kust, rond Het Nauw van Calais en de monding van de Theems, waardoor dezelfde effecten als bij C15 optreden. In het noorden van het bekken wordt de waterdiepte zeer gering, ca 10m., en vindt plaatselijk droogval plaats. De amplitude aan de Engelse kust neemt hierbij sterk

af. Dit resulteert in een aanzienlijke verplaatsing van het amphidromisch punt in noord-westelijke richting.

### 8.2.2 AMPHIDROMISCHE SYSTEMEN IN HET NOORDELIJKE BEKKEN

Bij de analyse van de amphidromische systemen in de centrale en noordelijke Noordzee wordt wederom uitgegaan van een rechthoekig bekken dat aan het eind uit een deels open en deels gesloten rand bestaat. Bij het gesloten gedeelte, gevormd door de Nederlandse Waddeneilanden, zijn gedwongen Poincarégolven nodig om te voldoen aan de voorwaarde dat de normaalsnelheid op de rand nul is. Door de aanwezigheid van het zuidelijke bekken vervalt deze voorwaarde op het open gedeelte van de rand en behoeven daar niet a-priori gedwongen Poincarégolven opgewekt te worden. Evenals bij het zuidelijke bekken worden ook voor dit noordelijk bekken de karakteristieke afmetingen bepaald.

\*Coriolisparameter  $f=1.2 \cdot 10^{-4}$  rad/s

\*bekkenbreedte  $B=600$ km

\*gemiddelde diepte voor de Centrale Noordzee bedraagt voor C01  $h=40$ m

\*kritieke diepte  $h_{kr}=19.3$ m

\*Rossby straal voor de Kelvingolf  $R=165$ km ( C20: 120km)

\*vervalafstand voor Poincaré golf 260km ( C20: 1050km)

\*golflengte van de Kelvingolf  $\lambda=885$ km ( C20: 625km)

Dit noordelijk gedeelte is een relatief ondiep bekken waarvan de breedte groot is ten opzichte van de Rossby straal van de Kelvingolven. Hierdoor zal de invloed van de inkomende Kelvingolf op de resulterende getijbeweging aan de oostzijde van het bekken gering zijn, terwijl aan de westzijde het verticale getij hoofdzakelijk bepaald wordt door de inkomende Kelvingolf. In het centrum van het gebied zijn de (gradiënten in de) amplitude van beide Kelvingolven gering. Ten gevolge van de bathymetrie is de vervalafstand van de Poincarégolven in vergelijking met de Rossbystralen groot.

De waterdiepte langs de Waddeneilanden en Deense kust is, in vergelijking met de rest van het bekken, zeer gering wat leidt tot het droogvallen van kustgebieden bij grote verlagingen van het uitgangsniveau. Door de in zee uitstekende ondiepte halverwege de Deense kust worden de amplitude sterk gereduceerd.

Voor de amphidromisch punten heeft dit een verloop tot gevolg dat aangegeven is in figuur 37. De verplaatsingen van het amphidromisch punt in de Centrale Noordzee zijn, vergeleken met de verplaatsingen in de Zuidelijke Noordzee, groot. Het amphidromisch punt aan de Noorse kust verplaatst

zich zuidwaarts en komt bij middenstandsverlagingen van 10m en meer in de Centrale Noordzee te liggen. De aanwezigheid van de dubbele amphidromie valt niet te verklaren met het systeem van interfererende Kelvingolven. De afstand tussen de beide amphidromische punten is hiervoor te klein, terwijl ook het faseverloop in bv. C20 duidt op andere invloeden dan enkel die van Kelvingolven. Een mogelijke verklaring wordt gevonden door de aanwezigheid van de Poincarégolven. Zoals al is opgemerkt is de vervalafstand hiervan bij C01 aanzienlijk en neemt deze toe bij afnemende waterdiepte. Daar de amplitude van de Kelvingolven bij afnemende waterdiepte door de grotere wrijving afnemen kan de invloed van de Poincarégolven op de resulterende getijbeweging bij grote middenstandsverlagingen niet langer verwaarloosd worden. Uit interactie van beide Kelvingolven met enkele Poincarégolven kan de dubbele amphidromie gevormd worden. Om deze hypothese te onderbouwen is verder onderzoek gewenst. Aan de Noorse kust ontstaat bij grote middenstandsverlagingen een nieuwe, enigszins gedegenereerde amphidromie.

### 8.3 HET AMPHIDROMISCH SYSTEEM VAN DE D1 KOMPONENT

Voor de enkeldaagse component in het Noordzee-bekken geldt een getijfrequentie  $\omega = 7.03 \cdot 10^{-5}$  rad/s en een Coriolisparameter  $f = 1.21 \cdot 10^{-4}$  rad/s (genomen op 56 NB). Het bekken zelf heeft horizontale afmetingen van  $B = 600$  km en  $L = 900$  km. De diepte in het bekken varieert: ca 160m in het noorden, 80m in het centrale deel en ca 45m in het zuidelijke deel. De golflengte  $\lambda$  van de getijgolf heeft hierbij een waarde van 2000 tot 3500 km, zodat zich slechts één amphidromie kan vormen. De Rossbystraal van de Kelvingolf is in het noorden ruim 300 km om naar het zuiden toe af te nemen tot ca 180 km. Daar de getijfrequentie kleiner is dan de Coriolisparameter is er bij de enkeldaagse component geen sprake van een kritieke diepte [zie paragraaf 3.4]. De aanwezige Poincarégolven nemen daarom, ongeacht de diepte, bij het bekkeneind in negatieve x-richting exponentieel af.

In figuur 38 is de verplaatsing van het amphidromisch punt aangegeven. In de situatie met onverlaagde middenstand bevindt het amphidromisch punt zich voor de Zuidnoorse kust. De aanwezigheid van dit punt aan de rand van het bekken impliceert dat de inkomende Kelvingolf sterk domineert over de gereflekterde golf. De resulterende getijgolf loopt vanuit het noorden om dit punt heen en dempt daarbij tegen

de Nederlands-Deense kustboog uit. De amplitude is aan de Engelse kust ca 0.30m. Langs de Nederlands-Deense kustboog neemt de amplitude af van ruim 0.25m tot enkele centimeters om vervolgens noordelijk van het amphidromisch punt weer toe te nemen.

Een verlaging van de middenstand van 5m. heeft tot gevolg dat het amphidromisch punt verdwijnt. Faseverschuiving ten gevolge van de afgenomen voortplantingssnelheid is hier debet aan. Er wordt een nieuw systeem van beperkte omvang gevormd aan de Noorddeense kust. Door de toename van de wrijving is de amplitude langs de Nederlands-Deense kustboog afgenomen met ca. 0.05m.

Een verlaging van 10m zal voor de inkomende Kelvingolf in het noordelijke, diepe deel nauwelijks invloed hebben. In het zuidelijke deel zal de wrijving echter toenemen waardoor de amplitude van de golf afneemt. De amplitude van de gereflekterde golf zal hierdoor minder groot zijn en bovendien op zijn beurt verder afnemen. In het noordelijk deel zal derhalve de invloed van de gereflekterde Kelvingolf op de resulterende golfbeweging gering zijn. Hierdoor ontstaat een één-dimensionale lopende golfbeweging. Dit komt tot uiting in figuur 39, waar de isofaselijnen vrijwel recht en parallel aan elkaar lopen.

Ten zuiden van dit gebied is de verhouding tussen de amplitude van de inkomende en gereflekterde Kelvingolf zodanig dat, gegeven de horizontale en verticale afmetingen van het bekken, een twee-dimensionale golfbeweging ontstaat. Hierbij is de amplitude van de inkomende Kelvingolf ten gevolge van de afgenomen voortplantingssnelheid in dwarsrichting zodanig afgenomen dat, ondanks de afname in de amplitude van de gereflekterde golf door wrijving, de resulterende getijgolf een amphidromisch punt voor de Deense kust heeft. De grote dichtheid in faselijnen duidt op een geringe voortplantingssnelheid. De toegenomen wrijving veroorzaakt een verdere afname met enkele centimeters van de amplitude aan de Nederlandse- en Wadden kust.

Bij de afname van de middenstand met 15 en 20m treden er slechts kleine veranderingen in fase en amplitude op in het noordelijke gebied waar de resulterende golfbeweging één-dimensionaal is. Dit gebied kan dan in feite gezien worden als een soort 'harde' randvoorwaarde voor het centrale en zuidelijk deel van de Noordzee.

Langs de Engelse kust is ter hoogte van The Wash de diepte gering in vergelijking met het overige deel van de Centrale Noordzee, waardoor de voortplantingssnelheid van de getijgolf kleiner is. Naarmate de middenstand verder verlaagd wordt neemt het relatieve verschil in de voortplantingssnelheid toe. Bij een middenstandsverlaging van 15, of meer leidt dit tot een 'knik' in de isofaselijnen: ten gevolge van refraktie buigt een deel van de golf af naar de

Zuidelijke Noordzee, terwijl de 'hoofdbeweging' langs de Waddenkust trekt (zie de isofaselijnen van de D1-komponent bij C20). Het Zuidelijke Noordzee-bekken, begrensd door de 30m lijn tussen Engeland en Nederland, krijgt hierdoor sterk het karakter van een zelfstandig bekken. De getijdoor-dringing wordt nu gering en door de sterk toegenomen dissipatie is de amplitude voor de Nederlandse kust klein. In C20 is de amplitude afgenomen tot 0.05 à 0.10m, hetgeen slechts 25% is van de waarde in C01.

Voor de Centrale Noordzee betekent een en ander dat de amplitude van de gereflekteerde Kelvingolf groter is. In C10 was al waar te nemen dat de afname van de amplitude langs de Waddenkust en in de Duitse Bocht geringer was dan aan de West-Nederlandse kust. In C15 en C20 wordt dit effect sterker en neemt de amplitude zelfs toe. In C20 is de amplitude ca 0.18m, een toename van 0.05m ten opzichte van C10. De grotere amplitude van de gereflekteerde Kelvingolf heeft tot gevolg dat, naast de zuidwaartse verplaatsing, ook een westwaartse verplaatsing van het amphidromisch punt plaatsvindt.

## 9 DE FRANS-DEENSE KUSTBOOG NADER BESCHOUWD

### 9.1 INLEIDING

In dit hoofdstuk wordt de aandacht gericht op de Frans-Deense kustboog, het gebied van interesse als het gaat om de kustontwikkeling. Aan de hand van de veranderingen in de verschillende getijkomponenten zullen de veranderingen in de hoogwaterstanden en de getijslag beschouwd worden. Deze grootheden worden bekeken in een tiental lokaties langs de kustboog. In figuur 40 zijn deze lokaties met hun koördinaten weergegeven.

Verder wordt summier het gevolg van de middenstandsverlaging op de stroomsnelheden aangestipt.

### 9.2 AMPLITUDEN

Zoals uit tabel 3 blijkt, zijn op de open rand de enkel- en tweemaaldaagse getijkomponent van belang. De ondiep-waterkomponenten worden voornamelijk in het binnengebied opgewekt door de niet-lineaire effecten in de impulsvergelijkingen (wrijving en advektie) en continuïteitsvergelijking. Eenmaal opgewekt kunnen de amplitude van deze componenten lokaal versterkt worden door resonantie verschijnselen.

In tabel 5. zijn voor de kustlokaties de amplituden van vijf componenten voor C01 weergegeven. In vergelijking met de amplitude op de open rand is de amplitude van de D1-komponent in het binnengebied niet veel veranderd. De amplitude van de D2-komponent neemt toe aan de Waddenkust en in het zuiden van de Zuidelijke Noordzee. Ook in het binnengebied is deze component sterk dominant. De D3- en D6-komponent, die hoofdzakelijk door de wrijving worden opgewekt [paragraaf 2.4], zijn langs de Deense kust nog ongeveer even groot, maar meer naar het zuiden toe is de D6-komponent sterker. Opvallend zijn de grote waarden bij Marsdiep en Calais. Daar beide lokaties in de buurt van een smalle doorstroomopening liggen (het Nauw van Calais resp. De Waddenzee) zal waarschijnlijk de aanwezige kustkonfigura-



tie (opstuwingsseffekten) hiervan de oorzaak zijn.

Ook de viermaaldaagse komponent heeft in de Zuidelijke Noordzee zijn grootste waarde. Het feit dat de breedte van de Zuidelijke Noordzee ongeveer gelijk is aan een halve golflengte van de D4-komponent draagt er mede toe bij dat de amplitude aan de kusten groot is. Aan de Nederlandse kust is de amplitude van gelijke orde van grootte als de amplitude van de enkeldaagse komponent.

Het effect van de middenstandsverlaging op de amplitude van de enkeldaagse en tweemaaldaagse komponent is in hoofdstuk 8 aan de orde gekomen. De amplitude van de enkeldaagse komponent neemt in de Zuidelijke Noordzee bij elke 5m middenstandsverlaging met gemiddeld ca 0.05m af. Langs de Waddenkust en Denemarken neemt de amplitude in eerste instantie af, om bij een verlaging van 10m of meer weer langzaam toe te nemen tot ongeveer dezelfde waarde als in C01.

Het verloop van de amplitude van de D2-komponent is gekompliceerder. In de meeste lokaties is de tendens dat de amplitude afneemt bij toenemende middenstandsverlaging. De amplitude is hierbij in C20 met ca 40-60% gereduceerd. Voor de lokaties IJmuiden en Marsdiep neemt de amplitude in C05 en C10 echter toe, waarna zij in C15 en C20 afneemt.

Het effect van de middenstandsverlaging op de amplitude van de ondiep-water-komponenten is tweeledig. Enerzijds zullen de niet-lineaire effecten toenemen wat leidt tot een sterkere opwekking van de ondiep-water-komponenten. Anderzijds echter, is de amplitude van de ondiep-water-komponenten direkt gekoppeld aan de amplitude van de grondkomponent en zullen zo mede afhankelijk zijn van de veranderingen hierin.

Voor de viermaaldaagse komponent houdt dit in dat de amplitude langs de Deense kust snel minder wordt tot ca 0.02m. In The Wash neemt de amplitude van de D4-komponent in eerste instantie toe door toename in de wrijving bij gelijkblijvende amplitude van de D2-komponent. Bij middenstandsverlaging van 15 en 20m neemt echter de amplitude van de D2-komponent af en worden, ondanks de toename van de wrijving, geringere waarde voor de amplitude van de D4-komponent gevonden.

In de Zuidelijke Noordzee blijven de amplituden, mede als gevolg van de verhouding tussen de bekkenbreedte en golflengte, relatief groot. Zo is de amplitude in C15 voor de lokaties Hoek van Holland en Scheveningen ca 0.17m, een reductie van slechts 0.06m. In C20 is het bekken zodanig verkleind dat dit versterkend effect grotendeels verdwijnt; er worden amplituden gevonden van ca 0.10m.

De amplitude van de D6-komponent neemt relatief sterk af en bedraagt bij een middenstandsverlaging van 10m of meer slechts enkele centimeters. Zij is dan van dezelfde orde als

de amplitude van de D3-komponent. In C05 is de amplitude in de lokatie Marsdiep gehalveerd, hetgeen een gevolg is van het sluiten van de stroomopening naar de Waddenzee.

Uit het voorgaande blijkt dat de afname in amplitude in absolute zin bij de dominerende D2-komponent het grootst is. Als eerste orde benadering kan de verandering in de getijgroottheden door deze komponent beschreven worden. Worden meer componenten in de beschouwing meegenomen dan zullen, naast de veranderingen in de amplitude van elk der componenten, ook de veranderingen in de faseverschillen tussen de componenten onderling een rol gaan spelen.

In figuur 41 en 42 is voor de lokaties 2 t/m 10 het maximale hoogwater resp. de getijslag weergegeven. De getijslag is hier wederom gedefinieerd als het verschil tussen het hoogste hoog- en laagste laagwater van de cyclische maandag. Het blijkt uit figuur 42 dat de getijslag 7800BP langs de gehele kustboog kleiner is geweest. De variatie erin is bovendien gering: de getijslag ligt langs de Hollandse en Deense kust in de range 0.80-1.00m, langs de Waddenkust is dit enkele decimeters meer. Bij stijging van de zeespiegel wordt de getijbeweging in het Noordzee-bekken intensiever. Dit houdt vooral voor de Waddenkust (als 'gesloten eind' van het hoofdbekken) een sterke stijging van de getijslag in. In de Zuidelijke Noordzee neemt in eerste instantie de getijslag langs de gehele kust toe, waarbij het verschil in de getijslag langs de kust toeneemt. Bij de overgang van C10 naar C05 komt hierin verandering: de lokaties Hoek van Holland en Scheveningen laten een verdere stijging van de getijslag zien, in de lokaties IJmuiden en Marsdiep neemt de getijslag daarentegen af. De toe- of afname hangt af van de positie van de lokatie ten opzichte van het amphidromisch punt. Gedurende deze laatste fase van zeespiegelstijging verplaatst het amphidromisch punt zich sterk in noordwaartse richting. Voor de lokaties ten zuiden ervan betekent dit dat de afstand tot het amphidromisch punt en daarmee de amplitude groter wordt. Voor de lokaties IJmuiden en Marsdiep betekent dit dat het amphidromisch punt dichterbij komt te liggen en dus de amplitude afneemt. Daar in de simulatie C05 de amphidromieën van de enkel- en tweemaaldaagse komponent naar de zuidkust van Noorwegen verplaatst zijn wordt in deze simulatie een geringe amplitude de Noorddeense lokaties gevonden.

### 9.3 STROOMSNELHEDEN

De grootte van de stroomsnelheid  $|\vec{U}|$  wordt gegeven door:

$$|\vec{U}| = \sqrt{u^2 + v^2}$$

waarin  $u$  en  $v$  de snelheidskomponenten zijn. In tabel 6. staat de maximale waarde voor  $|\vec{U}|$  gedurende de cyclische maan-dag.

In de simulatie C20 is de getijbeweging in het Noordzeebekken gering en zijn de bijbehorende maximale stroomsnelheden klein: ca 0.5m/s.

Worden voor Hoek van Holland gedurende een maan-dag elk uur de stroomvectoren uitgezet dan blijkt dat de gevormde vektorroos sterk twee dimensionaal is [figuur 43]. Bij overgang naar C15 wordt de getijbeweging intensiever; resulterend in een smallere vektorroos waarin een duidelijke hoofdrichting te herkennen is. De stroomsnelheden in de Zuidelijke Noordzee nemen in deze fase sterk toe. Bij verdere stijging van de middenstand zijn de veranderingen in het stromingsbeeld geleidelijker. De snelheden nemen nog iets verder toe en de stroming wordt sterker één-dimensionaal.

De grote veranderingen in de maximale snelheden in Calais tussen C20 en C05 zijn het gevolg van de ontsluiting van het Nauw van Calais. In C20 is de waterdiepte hier ca 25m en is de doorgang één rooster cel breed. Met de toenemende waterdiepte wordt tevens de doorgang meer ontsloten door snelheidspunten die nat gezet worden. In C05 hebben de kustlijnen hun huidige vorm aangenomen en wordt de doorstroomopening alleen nog vergroot door de stijgende waterdiepte. De verandering in de maximale snelheids grootte, die in het beginstadium ca 0.20m/s per 5m middenstandsverhoging bedroeg, is dan afgenomen tot 0.08m/s gedurende de laatste 5m stijging.

## 10 SAMENVATTING, KONKLUSIES EN AANBEVELINGEN

### 10.1 SAMENVATTING

Met behulp van een numeriek model dat de grootschalige horizontale stroming op het Noordwest Europees continentale plat simuleert, is onderzocht hoe het getij- en stromingsregiem in de Noordzee er bij een aantal situaties met lagere middenstand (gemiddelde zeespiegel) heeft uitgezien.

Het getij is samengesteld uit een aantal componenten, die elk te beschrijven zijn als een interferentie van een inkomende en gereflekteerde Kelvingolf, waarop bodemwrijving en bathymetrie hun invloed hebben. Door verlaging van de middenstand zijn de Kelvingolven aan veranderingen onderhevig. Toename van de wrijving heeft tot gevolg dat de demping van de amplitude in de voortplantingsrichting toeneemt en de Rossby straal groter wordt. Daarentegen leidt de kleinere waterdiepte tot een geringere voortplantingsnelheid van de Kelvingolven en (zo) tot een afname van de Rossby stralen. Samen met veranderingen in de kustkonfiguratie heeft dit veranderingen in de amphidromische systemen van de getijkomponenten tot gevolg. Simulaties met het Continental Shelf Model-16 tonen aan dat, gegeven de randvoorwaarden, de verlaging van de middenstand op diep water ( $h > ca\ 80m$ ) weinig invloed heeft. De getijbeweging wordt hier hoofdzakelijk bepaald door de inkomende Kelvingolf en heeft daarom een sterk één-dimensionaal karakter. De grootste veranderingen in fase en amplitude vinden plaats ten zuiden van de 50m dieptelijn. Bij grote verlaging van de middenstand wordt naast de Kelvingolven ook de zogenaamde Poincarégolven relatief belangrijk. In de Centrale Noordzee vormen zich bij de tweemaaldaagse komponent twee dicht op elkaar gelegen amphidromische systemen. Voor dit verschijnsel is nog geen volledig afdoende verklaring gevonden.

Bij grote middenstandsverlagingen wordt de Zuidelijke Noordzee als het ware op natuurlijke wijze door de 30m dieptelijn van de overige Noordzee afgegrensd. De getijdoordringing is dan in dit zuidelijke bekken gering en door de grote energie-dissipatie zijn de amplitude (vooral bij de enkel-daagse komponent) sterk afgenomen.

In het algemeen stijgt de amplitude van de getijkomponenten bij stijgende middenstand. Hierdoor vertonen de hoogwaterstanden en de getijslag in het Noordzee-bekken ook een

stijgende tendens. De verandering in de waterstanden wordt tevens bepaald door de verschuiving in fase van de getijkomponenten onderling en de positie van de lokatie ten opzichte van de amphidromische punten. Zo vertonen de waterstanden langs de Noord-Hollandse kust tussen C10 en C01 een dalende lijn ten gevolge van het feit dat het amphidromisch punt van de tweemaaldaagse komponent zich richting Den Helder verplaatst, terwijl zuidelijk van de amphidromie de waterstanden toenemen.

De intensievere getijbeweging bij stijgende middenstand komt ook tot uiting in de stroomsnelheden, die in de Zuidelijke Noordzee toenemen naarmate de middenstand stijgt. In het zuiden van dit bekken neemt de toename af bij stijgende middenstand, in het noorden van de Zuidelijke Noordzee blijkt juist dat de toename in de snelheids grootte groter wordt bij stijgende middenstand. Naast een toename in de grootte van de snelheid resulteert de intensievere getijbeweging ook in een sterker één-dimensionaal karakter van de stroming.

## 10.2 EVALUATIE

In 1986 is door Rijks Waterstaat [9] met het C.S.M een aantal simulaties verricht voor een Noordzee-bekken waarin de middenstand varieert van -2.5m tot +5.0m ten opzichte van het huidige niveau. Uit dit onderzoek komt onder andere naar voren dat de middenstandsverhoging langs de Nederlandse en Waddenkust een stijging van de hoogste hoogwaterstand en getijslag laat zien. De uitzondering hierop vormt Den Helder waar juist een reductie te vinden is. Dit vergelijkend met figuur 41 blijkt, dat de daarin getoonde tendensen zich in de resultaten van het onderzoek van Rijks Waterstaat voortzetten. Niet alleen kwalitatief, maar ook kwantitatief wordt overeenstemming gevonden. Een verhoging van de middenstand van -5m tot het huidige niveau geeft in de omgeving van Hoek van Holland een verhoging in de getijslag van 26%. Bij verdere verhoging van de middenstand tot +5m (RWS) blijkt de getijslag met 21% te stijgen. Ook de verplaatsing van het amphidromisch punt van de tweemaaldaagse komponent geeft eenzelfde tendens te zien.

Voor meer historische situaties is er geen kwantitatief vergelijkingsmateriaal voorhanden. Kwalitatief kunnen er, zij het voorzichtig, vergelijkingen getrokken worden. In figuur 9 staan zandruggen gerekonstrueerd zoals die volgens

Jelgersma [4] gevormd zijn bij 20m middenstandsverlaging. Voor de groepen van zandbanken aan de monding van de Theems en ten noord-oosten van Lowestoft blijkt dat het in dit projekt gevonden stromingsbeeld redelijk overeenstemt met de richting van de stroming die volgens Zimmerman [16] voor deze zandbanken vereist is. Bovendien blijkt de maximale stroomsnelheid in het noordelijke gebied groter te zijn dan voor de monding van de Theems, hetgeen in overeenstemming is met de stelling dat de afmeting van de zandbanken bepaald wordt door de grootte van de stroomsnelheid. De zandbanken voor het Zeeuwse estuarium zijn daarentegen niet in overeenstemming met het gevonden snelheidsbeeld.

De hypothese van de Rijks Geologische Dienst dat het getijregiem zich rond 500BP heeft ontwikkeld tot een macro-tidal regiem (met getijslagen van ruim 2.5m) alvorens af te nemen tot het huidige getijregiem wordt niet door dit onderzoek bevestigd. De resultaten laten in het algemeen een geleidelijke toename van de getijslag zien. De periode waarop deze hypothese betrekking heeft laat zich het best vergelijken met de simulatie COS. Uit de resultaten hiervan blijkt dat langs de Nederlandse kust de getijslag rond de 2.0m is geweest. Hierbij moet gerealiseerd worden dat de simulatie verricht is met maximale springtij-situatie, zodat de gevonden waarden voor de getijslag extreme waarden zijn. Het getij 5000 jaar geleden langs de Nederlandse kust zal dus eerder een micro-tidal karakter hebben gehad dan het veronderstelde macro-tidal.

### 10.3 INTERPRETATIE

Zoals bij elke numerieke berekening geldt ook hier dat de resultaten bepaald worden door de keuzes in het model: de getijbeweging op de open rand, de bodem- en kustschematisatie en de bodemwrijving. Bij een onverlaagde middenstand leiden deze randvoorwaarden tot resultaten die goed overkomen met de waarnemingen.

In hoofdstuk 6 zijn reeds de uitgangspunten besproken die ten grondslag liggen aan de gebruikte randvoorwaarden bij de overige simulaties.

Voor wat betreft de Chézy-waarden kunnen vraagtekens geplaatst worden bij het voortdurend hanteren van de gegeven vuistregel. Voor de Zuidelijke Noordzee, waar de diepte bij CO1 reeds kleiner is dan 40m, betekent dit dat de Chézy-

waarde in alle simulaties hetzelfde is. Voor grote middenstandsverlagingen wordt derhalve met een té gladde bodem gerekend. Meer reële waarden voor de Chézy-waarde geven in C20 een toename van de wrijving in de orde van 25%, waardoor de amplitude sterker gedempt zal worden.

De bodemkonfiguratie in alle simulaties gelijkgehouden aan de huidige. De kustlijnen in de verschillende simulaties worden daarbij gegeven door de huidige dieptelijnen. Hoewel deze aanname bruikbaar is bij een verkennende studie, is het duidelijk dat hierdoor een historisch niet noodzakelijk juiste situatie wordt gesimuleerd. Ook hier mogen bij grote middenstandsverlaging grotere verschillen in de aangenomen en werkelijke bathymetrie verondersteld worden.

Bij de aanname van konstante randvoorwaarden op de open rand wordt verondersteld dat deze onafhankelijk zijn van de getijbeweging in het binnengebied. Met andere woorden; dat de rand voldoende ver van het binnengebied af ligt. Vooral bij grote veranderingen in het bekken is het de vraag of deze veronderstelling gerechtvaardigd is en of de amplitude en fase aan (vooral de Noord-) rand niet bijgesteld moeten worden. Het antwoord op deze vraag is alleen te verkrijgen door dezelfde simulaties te verrichten met een model dat de open rand verder op de oceaan heeft liggen.

Uit bovenstaande blijkt dat de resultaten, vooral manneer het grote middenstandsverlagingen betreft, met de nodige voorzichtigheid gehanteerd moeten worden.

Het gebruik van de controle op droogvallende platen zorgt voor een "dynamisch" kombergend oppervlak. De numerieke golven die hierdoor opgewekt worden, zijn in de waterstandkurven terug te vinden als hoogfrequentie storingen op het signaal. Voor simulaties met grote middenstandsverlaging geldt dat dit dynamische kombergendoppervlak groter, terwijl de totale komberging kleiner is. Dit leidt tot relatief grotere storingen in het signaal.

Aan de noordrand blijkt het model bij grote middenstandsverlagingen niet geheel stabiel te zijn. Vermoedelijk ten gevolge van de schematisatie geeft lokatie North Boundary 3, nabij de Noorse kust, een hoogfrequentie storing in de waterstanden en v-snelheden aldaar te zien. Bij C15 en C20 resulteren deze oneffenheden in weinig gladverlopende isoamplitudelijnen voor de D1 en D4-komponent. Tevens blijkt dat in de cyclische resultaten langzame variaties in de orde van 1 à 2 centimeter blijven bestaan.

#### 10.4 KONKLUSIES

Uit dit onderzoek kunnen de volgende konklusies worden getrokken:

1.

Met het tot stand komen van het C.S.M-16 is er een goed bruikbare, grofmazige versie van het Continental Shelf Model toegevoegd aan de reeds bestaande numerieke stromingsmodellen van de Noordzee. Door de reductie van het aantal rekenpunten is het beslag op de geheugenkapaciteit van het computersysteem afgenomen, waardoor extra faciliteiten van het WAQUA-systeem benut kunnen worden. Het C.S.M-16 kan zo mogelijk ook als basis gaan dienen voor een toekomstig meer-lagen model of stofverspreidingsmodel. Tevens leidt de reductie van geheugenbeslag tot een vermindering van de rekentijd met een faktor 4. Voor operationeel gebruik van het C.S.M-16 zal echter nog verdere afregeling van het model moeten plaatsvinden.

2.

Het is gebleken dat het zeer goed mogelijk is numerieke stromingsmodellen in te zetten ter ondersteuning van de studies aangaande de Nederlandse kustvorming.

De getijbeweging in de Noordzee is te kompleks voor een analytische benadering, zodat het gebruik van een numeriek stromingsmodel noodzakelijk is om het paleo-getijregiem te rekonstrueren. Bij dergelijke simulaties is de modellering van de bodem- en kustligging afhankelijk van de geografische rekonstrukties. Hierdoor ontstaat een iteratief proces, waarbij de aannames achteraf getoetst moeten worden. Naast de lokale kwantitatieve resultaten die hiermee worden verkregen, neemt ook het inzicht toe in de grootschalige getijbewegingen.

3.

De resultaten die met het C.S.M-16 verkregen worden stemmen, wat geringe middenstandsveranderingen betreft, goed overeen met andere onderzoeksresultaten. Ook voor grotere middenstandsverlagingen lijken de resultaten in overeenstemming met aanwijzingen uit de literatuur. Wel moet er hierbij rekening mee gehouden worden dat de aannamen aangaande de randvoorwaarde minder sterk zijn.

4.

Uit de resultaten volgt dat de sterkte van de getijbeweging in het Noordzee-bekken in het algemeen toeneemt met toenemende middenstand. De getijslag langs de Nederlandse kust is gedurende de afgelopen 7500jaar ruwweg verdubbeld.



5.

De hypothese van de Rijks Geologische Dienst aangaande de ontwikkeling van het getijregiem voor de Nederlandse kust wordt niet door dit onderzoek bevestigd. In plaats van de veronderstelde toegenomen getijslag rond 5000BP wordt met het model, gegeven de gehanteerde randvoorwaarden een getijslag gevonden die tot 0.6m kleiner is dan de huidige.

## 10.5 AANBEVELINGEN

In dit verslag is reeds aan de orde gekomen dat de getijbeweging in de Noordzee re kompleks is voor een analytische benadering. Voor een beter inzicht in de getijbeweging is het aan te bevelen specifieke (deel-) onderzoeken te verrichten naar belangrijke aspecten die de getijbeweging beïnvloeden. Hierbij kan bv. gedacht worden aan de invloed van de wrijving of de invloed van de aanwezigheid van de Zuidelijke Noordzee op de getijbeweging in het noordelijke bekken.

De aanwezigheid van de twee dicht op elkaar gelegen amphidromische punten in de Centrale Noordzee vraagt tevens om een nader onderzoek naar de preciese oorzaak ervan en de kondities waaronder het optreedt. Naast numerieke simulaties zal dit moeten gebeuren aan de hand van analytische beschouwingen voor een geschematiseerd rechthoekig bekken, om zo de achterliggende processen te bestuderen.

Wat betreft de rekonstruktie vn het paleo-getij is de horizontale getijbeweging summier aan de orde gekomen. Voor de beschrijving van de morfologische ontwikkeling van de Nederlandse kust is het noodzakelijk dit aspect nader te onderzoeken. Gedacht kan worden aan een onderzoek naar het verloop in de reststromen.

Bij de konklusies is naar voren gekomen dat het bij het gebruik van een numeriek model in de studies naar de Nederlandse kustvorming om een iteratief proces gaat. Als follow-up van deze studie is het mogelijk om, in samenwerking met de RGD, een aantal scenario's op te zetten waaronder de door de RGD veronderstelde getijontwikkeling mogelijk heeft plaatsgevonden.

Bij verder gebruik van het model is het wenselijk de Chézy-waarde voor gebieden waar de waterdiepte geringer is dan 40m nader te specificeren. Voorts zullen veranderingen in de bathymetrie geïnventariseerd en gemodelleerd moeten worden. Bij het modelleren van de bathymetrie moet gerealiseerd

worden dat de roostercellen ca 18 x 16km bedragen, zodat enkel grootschalige effecten meegenomen kunnen worden. Deze relatief grote roostercellen maken het model minder geschikt het paleo-getij gericht lokaal te onderzoeken c.q. te rekonstrueren. Om dit te realiseren zal het model 'genest' moeten worden.

## REFERENTIES

- [ 1] Bowden K.F.  
"physical oceanography of coastal waters"  
Chichester (GB), Ellis Horwood Ltd, 1983
- [ 2] Doodson A.T. and Warburg H.D.  
"admiralty manual of tides"  
Londen, Her Majesty's stationary office, 1941
- [ 3] Hendershott M.C. and Speranza A.  
"Co-oscillating tides in long, narrow bays; the Taylor  
problem revisited."  
Deep-Sea research, 1971, vol 18, pp 959-980
- [ 4] Jelgersma S.  
"Sea-level changes in the North Sea basin"  
Uppsala, Acta. University Uppsala, 1979  
Symposium Uppsala "Annum Quingentesium Celebrantis"  
"The Quarternary History of the North Sea" 233 248
- [ 5] "overzicht der getijleer"  
Den Haag, Ministerie van Marine, 1949
- [ 6] Kalkwijk J.P.Th.  
"De analyse van getijden"  
Delft, Technische Universiteit/Civiele Techniek, 1979  
collegediktaat B75
- [ 7] Beets D., Jelgersma S. en Schüttenhelm R.  
"kust ontwikkeling, verleden, heden en toekomst"  
Pt/c, 1985, vol 11
- [ 8] Pedlosky J.  
"Geophysical fluid dynamics"  
New York, Springer, 1979
- [ 9] "Worstelen met wassend water"  
Rijswijk, Rijks Waterstaat/Dienst Getijdewateren, 1986
- [ 10] Stelling G.S  
"on the construction of computational methods for  
shallow water flow problems"  
Delft University of Technology, Delft 1983
- [ 11] Verspuy C.  
"Lange golven I"  
Delft, Technische Universiteit/Civiele Techniek, 1984  
handleiding kollege B73
- [ 12] Vreugdenhil C.B.  
"Waterloopkundige berekeningen II"  
Delft, Technische Universiteit/Civiele //techniek, 1985  
handleiding kollege B85
- [ 13] "Gebruik en toepassing van WAQUA"  
Delft, Waterloopkundig Laboratorium, 1985  
cursus handleiding

- [ 14] "Enkele aspecten van het nieuwe rekenschema in WAQUA"  
Delft, Waterloopkundig Laboratorium, 1985  
nota S584-1
- [ 15] Willemse J.B.T.M., Stelling G.S. en Verboom G.K.  
"Solving the shallow water equations with an orthogonal  
coordinate transformation"  
Delft, Waterloopkundig Laboratorium, 1986  
publicatie no 356
- [ 16] Zimmerman J.T.F  
"Diffusion and geomorfological significance of tidal  
residual eddies"  
Nature, 1981, april, vol 290, pp 549-555

APPENDIX A

De afleiding van vergelijking (3.12) uit (3.9) - (3.11) komt als volgt tot stand:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (uh) + \frac{\partial}{\partial y} (vh) = 0 \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - fv = 0 \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + fu = 0 \quad (3.9)$$

Met  $U = uh$  en  $V = vh$  gaan bovenstaande vergelijkingen over in

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} U + \frac{\partial}{\partial y} V = 0 \quad (A-1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + gh \frac{\partial \zeta}{\partial x} - fV = 0 \quad (A-2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + gh \frac{\partial \zeta}{\partial y} + fU = 0 \quad (A-3)$$

Manipulatie met (A-2) en (A-3) geeft de volgende twee vergelijkingen

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial x} \right\} - f \left\{ \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} \right\} = -g \nabla \cdot \{h \nabla \zeta\} \quad (A-4)$$

$$f \left\{ \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} \right\} = -g \left\{ \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right\} \quad (A-5)$$

waaruit volgt:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) \left\{ \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial x} \right\} = \\ & -g \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \{h \nabla \zeta\} - fg \left\{ \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right\} \end{aligned} \quad (A-6)$$

De vergelijking (3.12) wordt hieruit verkregen met gebruik van (A-1)

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) \zeta - \nabla \cdot (c_0^2 \nabla \zeta) \right] - gfJ(h, \zeta) = 0 \quad (3.12)$$

Hierin is  $c_0 = \sqrt{gh}$ .

APPENDIX B

Beschouw het theoretische geval van een oneindig lang kanaal, met breedte B en konstante diepte h, dat parallel aan de x-as georiënteerd is [fig. B1].

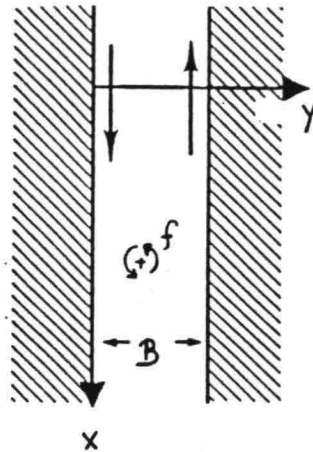


Fig. B1 het oneindig lange kanaal roterend met hoeksnelheid  $\omega = f/2$

De geldende vergelijkingen zijn:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) \zeta - \nabla \cdot (c_0^2 \nabla \zeta) \right] - fgJ(h, \zeta) = 0 \quad (3.12)$$

en

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) v = -g \left( \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y \partial t} - f \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) = 0 \quad (3.14)$$

Aan beide begrenzingsen in de y-richting zal geen in of uitstroming kunnen optreden, hetgeen in samenhang met (3.14) impliceert:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial y \partial t} - f \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0 \quad y = 0, B \quad (B-1)$$

Daar de diepte h konstant is kan de tweede term in (3.12) buiten beschouwing worden gelaten. Een oplossing voor  $\zeta$  welke voldoet aan (3.12) kan geschreven worden in de vorm

$$\zeta = \text{Re} \left\{ \bar{\zeta}(y) e^{i(kx - \omega t)} \right\} \quad (B-2)$$

waarin:

$\bar{\zeta}(y)$  = de amplitude variërend in de y-richting

$k$  = het golfgetal =  $2\pi/\lambda$

$\omega$  = frekwentie van de golfbeweging

Substitutie van (B-2) en (B-1) levert op:

$$\frac{\partial^2 \bar{\zeta}}{\partial y^2} + \left[ \frac{\omega^2 - f^2}{c_0^2} - k^2 \right] \bar{\zeta} = 0 \quad (\text{B-3})$$

$$\frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial y} + \frac{fk}{\omega} \bar{\zeta} = 0 \quad y = 0, B \quad (\text{B-4})$$

De algemene oplossing voor (B-3) is

$$\bar{\zeta} = A \sin \alpha y + B \cos \alpha y \quad (\text{B-5})$$

met

$$\alpha^2 = \frac{\omega^2 - f^2}{c_0^2} - k^2 \quad (\text{B-6})$$

Toepassing van (B-4) in de beide randvoorwaarde vergelijkingen levert twee vergelijkingen voor A en B op

$$\alpha A + \frac{fk}{\omega} B = 0 \quad (\text{B-7})$$

$$A[\alpha \cos \alpha B + \frac{fk}{\omega} \sin \alpha B] + B[\frac{fk}{\omega} \cos \alpha B - \alpha \sin \alpha B] = 0 \quad (\text{B-8})$$

Niet-triviale oplossingen voor A en B kunnen gevonden worden door de determinant van het stelsel nul te stellen. Dit levert de volgende relatie op

$$(\omega^2 - f^2)(\omega^2 - c_0^2 k^2) \sin \alpha B = 0 \quad (\text{B-9})$$

Vergelijking (B-9) heeft de drie oplossingen die in hoofdstuk 3 beschreven staan:  $\omega^2 - c_0^2 k^2 = 0$  leidt tot de Kelvingolven,  $\sin \alpha B = 0$  tot de Poincarégolven en  $\omega^2 - f^2 = 0$ , tenslotte, tot de traagheidsgolven.

## INVLOED VAN EEN BODEMHELLING

In bovengenoemd kanaal wordt de variatie van de bodem in de dwarsrichting ingevoerd door te stellen

$$h = h_0 \left(1 - \frac{sy}{B}\right) \quad (\text{B-10})$$

waarin  $s$  de bodemhelling is.

Door de afhandelbaarheid van  $h$  met  $y$  is de Jacobiaan in vergelijking 3.12 niet buiten beschouwing te laten.

Wederom wordt een oplossing voor  $\zeta$  gezocht in de vorm

$$\zeta = \text{Re} \left\{ \bar{\zeta}^-(y) e^{i(kx - \omega t)} \right\} \quad (\text{B-11})$$

Substitutie van (B-10) en (B-11) levert nu een vergelijking in  $\bar{\zeta}$  op van

$$\left(1 - \frac{sy}{B}\right) \frac{\partial^2 \bar{\zeta}}{\partial y^2} - \frac{s}{B} \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial y} + \bar{\zeta} \left[ \frac{(\omega^2 - f^2)}{gh_0} - \zeta \left[ k^2 \left(1 - \frac{sy}{B}\right) - \frac{fs}{B\omega} k \right] \right] = 0 \quad (\text{B-12})$$

Daar  $\frac{y}{B} \leq 1$  kan, voor kleine  $s$ , in een eerste benadering van  $\omega$  vergelijking (B-12) geschreven worden als:

$$\frac{\partial^2 \bar{\zeta}}{\partial y^2} - \frac{s}{B} \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial y} + \bar{\zeta} \left[ \frac{\omega^2 - f^2}{gh_0} - k^2 - \frac{fsk}{B\omega} \right] = 0 \quad (\text{B-13})$$

De oplossing voor vergelijking (B-13) is

$$\bar{\zeta} = e^{sy/2B} [A \sin ay + B \cos ay] \quad (\text{B-14})$$

met

$$\alpha^2 = \frac{\omega^2 - f^2}{gh_0} - \left(k^2 + \frac{s^2}{4B^2}\right) - \frac{fks}{\omega B} \quad (\text{B-15})$$

Wordt deze uitdrukking voor  $\bar{\zeta}$  gesubstitueerd in de randvoorwaarden dan wordt analoog aan (B-9) verkregen:



$$(\omega^2 - f^2)(\omega^2 - k^2 C_0^2) \sin \alpha B = 0 \quad (\text{B-16})$$

De termen vóór  $\sin \alpha B$  zijn gelijk als in het geval van vlakke bodem; zodat, de kleine bodemhelling  $s$  geen invloed heeft op de traagheids- en Kelvingolven.

Uit de wortel  $\sin \alpha B = 0$  volgen twee categoriën golven: de eerder verkregen Poincarégolven, waarbij  $\omega > f$ , en de zgn. topografische Rossbygolven waarin  $\omega < f$  en die dus voor de getijbeweging weinig interessant zijn. Voor de vorm van deze golf zie [8], hoofdstuk 3.

Voor grote waarden van  $s$  zal de benadering door (B-13) niet meer zuiver zijn. In principe zal dan de volledige vergelijking (B-12) opgelost moeten worden. Om oplossingen te vinden voor deze differentiaalvergelijking wordt verondersteld dat de oplossing bestaat uit de vorm

$$\zeta = \zeta_0 + \frac{s}{B} \zeta_1 + \left(\frac{s}{B}\right)^2 \zeta_2 + \dots \quad (\text{B-17})$$

Substitutie hiervan in de differentiaalvergelijking (B-12) levert bij verwaarlozing van de hogere termen van  $\frac{s}{B}$  op:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta_0}{\partial y^2} + \left(\frac{\omega^2 - f^2}{gh_0} - k^2\right) \zeta_0 + \frac{s}{B} \left\{ \frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial y^2} - y \frac{\partial^2 \zeta_0}{\partial y^2} - \frac{\partial \zeta_0}{\partial y} \right. \\ \left. + k^2 y^2 \zeta_0 + \left(\frac{\omega^2 - f^2}{gh_0}\right) \zeta_1 \right\} = 0 \end{aligned} \quad (\text{B-18})$$

Vergelijking (B-18) moet voldoen voor elke  $\frac{s}{B}$ , dus ook  $\frac{s}{B} = 0$ . Dit levert de bekende oplossingen op voor een kanaal met vlakke bodem.

$$\zeta_0(y) = A_0 e^{i\alpha_1 y} + B_0 e^{-i\alpha_1 y} \quad (\text{B-19})$$

waarin  $A_0$  en  $B_0$  te bepalen konstantes zijn en  $\alpha_1^2 = \frac{\omega^2 - f^2}{gh_0} - k^2$ .

Voor elke andere waarde van  $\frac{s}{B}$  zal in vergelijking (B-18) het gedeelte tussen accoladen gelijk nul moeten zijn. Na substitutie van de reeds bekende oplossing voor  $\zeta_0$  geeft dit de volgende vergelijking:

$$\frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial y^2} + \alpha_1^2 \zeta_1 = A_0 e^{i\alpha_1 y} \left[ -y \alpha_1^2 + i\alpha_1 - k^2 y + \frac{fk}{\omega} \right] \quad (\text{B-20})$$

$$+ B_0 e^{-i\alpha_1 y} \left[ -y \alpha_1^2 + i\alpha_1 - k^2 y + \frac{fk}{\omega} \right] = 0$$

met voor  $\alpha_1$  de eerder gegeven uitdrukking.

De differentiaalvergelijking (B-20) heeft een homogeen en twee partikuliere gedeeltes.

De homogene vergelijking

$$\frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial y^2} + \alpha_1^2 \zeta_1 = 0 \quad (\text{B-21})$$

heeft dezelfde oplossingsvorm als de vergelijking voor  $\zeta_0$ :

$$\zeta_1(y) = A_1 e^{+i\alpha_1 y} + B_1 e^{-i\alpha_1 y} \quad (\text{B-22})$$

De partikuliere oplossing voor de termen met  $A_0$  wordt gezocht in de vorm:

$$\zeta_{1p}(y) = (C_1 y + C_2 y^2) e^{i\alpha_1 y} \quad (\text{B-23})$$

Substitutie hiervan in vergelijking (B-20) geeft als oplossing

$$\zeta_{1p}(y) = A_0 e^{i\alpha_1 y} \left\{ \frac{1}{2} y + \frac{1}{2} \alpha_1^2 y^3 + \frac{1}{2} k^2 y^3 - \frac{1}{2} \frac{fk}{\omega} y^2 \right\} \quad (\text{B-24})$$

Evenzo wordt voor de tweede partikuliere oplossingen gevonden:

$$\zeta_{1p}^1(y) = B_0 e^{-i\alpha_1 y} \left\{ -\frac{1}{2} y + \frac{1}{2} \alpha_1^2 y^3 + \frac{1}{2} k^2 y^3 - \frac{1}{2} \frac{fk}{\omega} y^2 \right\} \quad (\text{B-25})$$

De totale oplossing voor  $\zeta(y)$  bestaat nu uit de oplossing voor  $\zeta^0$  [vergelijking (B-19)] en de oplossing voor  $\frac{S}{B} \zeta_1(y)$  [vergelijking (B-22), (B-24) en (B-25) vermenigvuldigd met  $\frac{S}{B}$ ] en wordt derhalve:

$$\begin{aligned}
\zeta(y) = & A_0 e^{i\alpha_1 y} \left[ 1 + \frac{s}{B} \left( \frac{1}{2} y - \frac{1}{2} \frac{fk}{\omega} y^2 \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\omega^2 - f^2}{gh_0} \right) y^3 \right] \\
& + \frac{sA_1}{B} e^{i\alpha_1 y} + B_0 e^{-i\alpha_1 y} \left[ 1 + \frac{s}{B} \left( -\frac{1}{2} y - \frac{1}{2} \frac{fk}{\omega} \right) y^2 + \right. \\
& \left. + \frac{1}{2} \left( \frac{\omega^2 - f^2}{gh_0} \right) y^3 \right] + \frac{s}{B} B_1 e^{-i\alpha_1 y} \qquad (B-27)
\end{aligned}$$

Het blijkt, gezien de onveranderde term in de e-macht, dat de gedaante van de golven hetzelfde blijft. Wel ontstaan er golven waarvan de amplitude afhankelijk is van de y-koordinaat.

Deze uitdrukking voor  $\zeta$  moet voor zowel de termen zonder  $\frac{s}{B}$  als met  $\frac{s}{B}$  voldoen aan de randvoorwaarden uit vergelijking (B-4).

Dit leidt tot grote complicaties. Gezien het kader van het afstudeerwerk en de beschikbare tijd is er vanaf gezien hier dieper op in te gaan.

## APPENDIX C

In deze appendix worden de numerieke differenties van de niet lineaire vergelijkingen (3.32) - (3.34) beschreven. Er wordt gebruik gemaakt van de volgende notities en operatoren (zie [15]):

$\Delta\psi$  = diskretisatie in x-richting

$\Delta\phi$  = diskretisatie in y-richting

$\Delta t$  = diskretisatie in tijd

$$f_{m,n}^k := f(m\Delta\psi, n\Delta\phi, k\Delta t)$$

$$E_{+\psi} f_{m,n}^k := f_{m+1,n}^k$$

$$\overline{f_{m,n}^k}^{\psi} := \frac{1}{2} (f_{m+\frac{1}{2},n}^k + f_{m-\frac{1}{2},n}^k) \quad \text{middelings operator in } \psi \text{ richting}$$

$$D_{0\psi} f_{m,n}^k := (f_{m+\frac{1}{2},n}^k - f_{m-\frac{1}{2},n}^k) * \frac{1}{\Delta\psi}$$

$$D_{1\psi} f_{m,n}^k := (f_{m+1,n}^k - f_{m-1,n}^k) * \frac{1}{2\Delta\psi} \quad \text{centrale differenties}$$

$$D_{2\psi} f_{m,n}^k := (f_{m+2,n}^k - f_{m-2,n}^k) * \frac{1}{4\Delta\psi}$$

$$D_{+\psi} f_{m,n}^k := (f_{m+1,n}^k - f_{m,n}^k) * \frac{1}{\Delta\psi} \quad \text{upwind differentie}$$

Op dezelfde wijze worden operatoren met indices  $\phi$  en  $t$  gebruikt.

In paragraaf 4.1.3 is uitgelegd dat in de A.D.I. methode elke tijdstap in twee stappen  $S_1$  en  $S_2$  verdeeld wordt. Daar  $S_1$  en  $S_2$  in principe gelijkwaardig zijn wordt hier alleen de eerste stap beschouwd.

Allereerst wordt de impuls-v-vergelijking benaderd door:

$$v^{[0]} = v^k \quad (C-1a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{v^{[q+1]} - v^k}{\frac{1}{2}\Delta t} + \frac{1}{R \cos \phi} S_{2\psi}(U^{\overline{k\psi\phi}}; v^{[q]}; v^{[q+1]}; \delta(q+q')) + \\ & + \frac{v^k}{R} D_{1\phi} v^{[q+1]} \frac{-(u^{\overline{k\psi\phi}})^2}{R \cos \phi} D_{1\phi} \cos \phi + \frac{g}{R} D_{0\phi} \zeta^k + \\ & + f u^{\overline{k\psi\phi}} + g \frac{v^{[q+1]} ((u^{\overline{k\psi\phi}})^2 + (v^k)^2)^{\frac{1}{2}}}{c^2 (\overline{h\psi} + \zeta^k)} = 0 \text{ voor } q = 0, 1 \end{aligned} \quad (C-1b)$$

$$v^* = v^{[2]} \quad \zeta^{\overline{k\phi}} \quad (C-1c)$$

waarin:

$$\begin{aligned} S_{1\phi}(v; u) = & V \left[ \frac{1}{12\Delta\phi} (u_{m,n+2}^k + 4u_{m,n+1}^k - \right. \\ & \left. - 4u_{m,n-1}^k - u_{m,n-2}^k) \right] \end{aligned} \quad (C-2)$$

$$S_{2\psi}(u; v^{[q]}; v^{[q+1]}; \delta(q+q')) : =$$

$$a) \quad u \left( \frac{3}{2} v^{[q+\delta]} - 2E_{-\psi} v^{[q+\delta]} + \frac{1}{2} E_{-2\psi} v^{[q+\delta]} \right) * \frac{1}{\Delta\psi} \text{ als } u \geq 0 \quad (C-3)$$

$$b) \quad U \left( -\frac{3}{2} v^{[q+\delta]} + 2E_{+\psi} v^{[q+\delta]} - \frac{1}{2} E_{+2\psi} v^{[q+\delta]} \right) * \frac{1}{\Delta\psi} \text{ als } u \leq 0$$

met:  $q' = 0$  als  $u \geq 0$  en  $1$  als  $u \leq 0$

$$\delta = \frac{1}{2} (1 + (-1)^{q+q'})$$

De vergelijking C-1b wordt per kolom (m konstant) opgelost, waarbij eerst het gebied in stijgende m-richting doorlopen wordt (q=0) en vervolgens weer in dalende m-richting (q=1).

De term  $\partial v / \partial x$  wordt benaderd door een upwind-differentie. De konstruktie van  $S_{2\psi}$  is zodanig dat, als de richting waarin de kolommen worden doorlopen samenvalt met de lokale u-snelheid,  $\partial v / \partial x$  benaderd wordt op het nieuwe iteratie niveau (upwind), en als de lokale u-snelheid tegengesteld gericht is aan de iteratie richting  $\frac{\partial v}{\partial x}$  benaderd wordt op het oude iteratie niveau (upwind).

Het gevolg van deze aanpak is dat de term  $\partial v / \partial x$  impliciet benaderd wordt.

Nadat de impuls-v-vergelijking is opgelost worden impuls-u-en continuïteitsvergelijking benaderd en, voor n = konstant, gekoppeld opgelost.

$$u^{[0]} = u^k \quad \zeta^{[0]} = \zeta^k \quad (C-4a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{u^{[p+1]} - u^k}{\frac{1}{2}\Delta t} + \frac{u^{[p+1]}}{R \cos \phi} D_{1\psi} u^k + \frac{1}{R} S_{1\phi} (\overline{v}^* \psi^\phi; u^k) + \\ & + \frac{u^k \overline{v}^* \psi^\phi}{R \cos \phi} D_{0\phi} \cos \phi + \frac{g}{R \cos \phi} D_{0\psi} \zeta^{[p+1]} - \\ & - \overline{fv}^* \psi^\phi + \frac{g u^{[p+1]} ((u^k)^2 + (\overline{v}^* \psi^\phi)^2)^{\frac{1}{2}}}{c^2 (h^\phi + \zeta^k \overline{\psi}^\phi)} = 0 \end{aligned} \quad (C-4b)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\zeta^{[p+1]} - \zeta^k}{\frac{1}{2}\Delta t} + \frac{1}{R \cos \phi} \{ D_{0\psi} (\overline{h}^\phi u^{[p+1]}) + \zeta^{[p]} D_{0\psi} (u^{[p+1]}) + \\ & + u^{[p]} D_{0\psi} (\zeta^{[p+1]} \overline{\psi}^\phi) + D_{0\phi} [(\overline{h}^\phi + \zeta^k) v \cos \phi] \} = 0 \end{aligned} \quad (C-5)$$

voor  $p = 0, 1, \dots, P$

$$u^* = u[P]$$

$$\zeta^* = \zeta[P]$$

In (C-4) en (C-5) zijn de niet-lineaire termen lineair benaderd, zodat er enige iteratie slagen per rij nodig zijn voordat de gewenste nauwkeurigheid behaald is.

De waarde voor  $P$  is ca. 6 à 10.

Voor de differentie benaderingen aan de rand (open of gesloten) wordt verwezen naar [10].

## APPENDIX D

### DROOGVAL PROCEDURE

Gedurende een rekenstap vindt er in het WAQUA-systeem twee controles plaats waarop een snelheidspunt inactief kan worden en één waarop het snelheidspunt weer actief gemaakt kan worden. Het inactief maken van een snelheidspunt gebeurt door de betreffende Chezy-waarde een negatieve waarde te geven.

Voor de eenvoud wordt in het navolgende enkel de u-richting beschouwd. Voor de v-richting is de procedure hetzelfde.

Aan het begin van elke rekenstap worden alle punten in de rij langsgelopen. Bij snelheidspunten die een negatieve Chezy-waarde hebben (in de vorige tijdstap inactief gemaakt) wordt gecontroleerd of de lokale waterdiepte een drempelwaarde VAR overschrijdt:

$$0.5*[h(m,n) + h(m,n-1) + z(m,n) + z(m+1,n)] > VAR$$

waarin  $h(m,n)$  de dieptewaarde en  $z(m,n)$  de waterstand is in het punt met coördinaten  $(m,n)$ . Indien dit het geval is wordt  $CZU(m,n)$  weer positief gesteld en het punt in de berekening opgenomen. Deze controle vooraf vindt altijd plaats.

Tijdens het oplossen van de vergelijkingen vindt altijd een controle op de snelheidspunten plaats. De debieten worden bepaald volgens  $Q = u.A$ . Om te voorkomen dat deze debieten tegengesteld zijn aan de stroomsnelheid  $u$ , hetgeen fysisch onmogelijk is, wordt vooraf de doorstroomopening t.p.v. het snelheidspunt gecontroleerd. Als criterium voor het inactief maken geldt:

$$0.5*[z(m,n) + z(m+1,n) + h(m,n) + h(m,n-1)] < 0.5*VAR$$

Als ekstra controle kan er een controle op waterstandspunten plaatsvinden. Ook hier wordt gecontroleerd of de lokale waterdiepte beneden  $0.5*VAR$ , daalt. Is dit het geval dan wordt het waterstandspunt drooggezet door in de vier omliggende snelheidspunten de Chezy-waarde negatief te stellen. Wordt een snelheidspunt inactief gesteld dan wordt de berekening in de rij opnieuw uitgevoerd over de dan actieve punten.



Bij de controle op waterstandspunten zijn er een drietal opties waaruit kan worden gekozen:

- a: het minimum- of Leendertse criterium  
$$z(m,n) + 0.5 * [\min\{h(m-1,n); h(m,n-1)\} + \min\{h(m-1,n-1); h(m,n)\}] < 0.5 * VAR$$
- b: het gemiddelde-kriterium  
$$z(m,n) + 0.25 * [h(m-1,n) + h(m,n-1) + h(m-1,n-1) + h(m,n)] < 0.5 * VAR$$
- c: het maximum-kriterium  
$$z(m,n) + 0.5 * [\max\{h(m-1,n); h(m,n-1)\} + \max\{h(m-1,n-1) + h(m,n)\}] < 0.5 * VAR$$

Het minimum-kriterium zal het eerst tot droogzetting van het betreffende waterstandspunt leiden, het maximum-kriterium het laatst. Een voorbeeld hiervan is fig. 44 waar de drie criteria zijn toegepast op een Noordzee waar het uitgangsniveau met 10 meter verlaagd is. De situatie bij het maximum-kriterium beijkend valt het op dat alleen in de Waddenzee lokaal droogzetting van waterstandspunten optreedt. Het gemiddelde-kriterium zet in de ondiepe Duitse Bocht, Waddenzee en Nederlandse kust een groter gebied droog. Ook in de ondiepere delen langs de Engelse kust (The Wash, de monding van de Thames) vallen gebieden droog. Het Nauw van Calais wordt bij gebruik van dit criterium enigszins vernauwd door droogzetting bij Dover. De verschillen tussen het gemiddelde- en het maximum-kriterium zijn echter niet zo groot. Anders ligt dit bij het gebruik van het minimum-kriterium. Het blijkt dat zeer grote delen langs de Wadden- en Deense kust droogvallen. Ook in de Zuidelijke Noordzee worden langs de kustlijnen grote delen droog gezet. Het Nauw van Calais wordt zeer sterk versmald doordat zowel aan de Engelse als Franse kust waterstandspunten droog gezet worden.

Met de keuze van het droogvalkriterium wordt via de komberging (en de verandering hiervan in de tijd) de getijbeweging beïnvloedt. Een voorbeeld hiervoor vormen de figuren 44 t/m 46.

In fig. 45, dat de situatie weergeeft twee uur voor fig. 44, zijn de stroombeelden voor alle drie de situaties globaal hetzelfde. Aan de Deense kust is de waterstand relatief hoog waardoor afstroming optreedt. In fig. 44 is deze afstroming voor het minimum-kriterium door de beperkte komberging veel geringer tov. de andere twee situaties. In fig. 46, dat de situatie twee uur na fig. 44 weergeeft, is dit fase verschil verder opgelopen. Bij het minimum-kriterium vindt er al enigszins toestroming plaats, terwijl bij de andere twee situaties het getij nog aan het kenteren is. Het blijkt dat door verschil in komberging het getij op dit moment bij het minimum-kriterium langs de Deense kust ruim een uur in fase voorloopt. Het effect van deze fase verandering werkt door tot voor de hollandse kust.

Aan de hand van diepte kontourlijnen zijn de verschillende droogvalkriteria getoetst. In vergelijking met de 10 meter dieptelijn laat het minimum-kriterium te veel droogvallen. Dit geldt vooral in het Nauw van Calais waar sterke gradienten in de bodem optreden.

De resultaten voor de twee andere criteria komen wat dit betreft beter overeen. Het maximum-kriterium is in de vlakke regio's (Waddenzee, Duitse Bocht, etc) echter te 'zuinig' met droogzetten.

Op grond van deze toetsing wordt in het verdere verloop van dit projekt gebruik gemaakt van het gemiddelde-kriterium.



p.o. box 177

2600 mh delft

the netherlands