

UNIVERSITÉ DE NANTES  
FACULTÉ DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES

ECOLE DOCTORALE  
SCIENCES POUR L'INGENIEUR,  
GÉOSCIENCE, ARCHITECTURE

**Delft University of Technology**  
Ship Hydromechanics Laboratory  
**Library**

Mekelweg 2 2628 CD Delft  
Phone: +31 (0)15 2786873  
E-mail: [p.w.deheer@tudelft.nl](mailto:p.w.deheer@tudelft.nl)

Année 2010

N° attribué par la bibliothèque

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

# Simulation dynamique du comportement mécanique de navires, application à la propulsion éolienne

THÈSE DE DOCTORAT

Discipline : Sciences pour l'ingénieur

Spécialité : Génie mécanique

*Présentée*

*et soutenue publiquement par*

**Jérôme VÉDRENNE**

Le XX octobre 2010, devant le jury ci-dessous

Rapporteurs J.A. KEUNING

D. EYHERAMENDY

Examineurs J.Y. BILLARD

T. LOISELEUX

P. CASARI

P. PALLU DE LA BARRIERE

Examineur invité J.M. KOBUS

*Directeur de thèse : M. Pascal CASARI*

n° ED 0367-XXX

# Remerciements

Page blanche

<b>Sommaire</b>
-----------------

<b>Sommaire.....</b>	<b>3</b>
<b>Introduction générale.....</b>	<b>11</b>
<b>PARTIE I : METHODE.....</b>	<b>15</b>
<b>Chapitre I :Problématique.....</b>	<b>17</b>
Notations.....	18
I.1 Introduction.....	19
I.1.a La mécanique du navire.....	19
I.1.b Les outils de prédiction de performances.....	21
i) Programmes de prédiction de performances.....	21
ii) Estimation des efforts.....	22
Essais en bassin de carènes.....	22
Essais en soufflerie.....	22
Les codes numériques.....	23
Les essais au réel.....	23
iii) Limites des outils existants.....	23
I.1.c Perspectives : vers la modélisation dynamique.....	23
I.2 Problématique de la modélisation dynamique.....	24
I.2.a Repères.....	25
I.2.b Équations du mouvement.....	26
i) Équations de Newton-Euler.....	26
Principe fondamental de la dynamique.....	26
Équations de Newton-Euler.....	26
Expression dans un repère mobile.....	27
ii) Équations de Lagrange.....	28
Théorème d'Alembert.....	28
Travail virtuel des quantités d'accélération.....	28
Travail virtuel des efforts appliqués au système.....	29
Expression des efforts internes, multiplicateurs de Lagrange.....	29
Équations de Lagrange.....	31
Expression de l'énergie cinétique.....	31
I.2.c Systèmes multicorps.....	32
i) Systèmes en chaîne ouverte et systèmes en chaîne fermée.....	33
ii) Formulations pour la dynamique des systèmes multicorps.....	34

## Sommaire

iii)Liaison cinématiques.....	35
I.2.d Efforts appliqués sur le navire.....	35
i)Efforts hydrodynamiques.....	35
Efforts hydrostatiques.....	36
Amortissements hydrodynamiques.....	36
Masses ajoutées.....	37
ii)Efforts aérodynamiques.....	38
Détermination des coefficients de masse ajoutée.....	39
I.2.e Modélisation de l'environnement.....	39
i)Perturbation du milieu.....	40
ii)Exemple de champs de description de l'environnement.....	40
I.2.f Systèmes de contrôle.....	40
I.3 Conclusions.....	41
<b>Chapitre II :Formulation pour la simulation dynamique de navires.....</b>	<b>43</b>
Notations.....	45
II.1 Repères et systèmes de coordonnées.....	47
II.1.a Repères.....	47
i)Repère galiléen.....	47
ii)Repère local terrestre.....	47
iii)Repère locaux.....	47
Repère du corps.....	48
Repère hydrodynamique.....	48
Repère vent apparent.....	48
II.1.b Origine du repère.....	48
II.1.c Orientation du repère.....	48
i)Définition.....	49
ii)Changement de repère.....	49
iii)Problème inverse : calcul des angles d'Euler à partir de la matrice de passage.....	50
II.1.d Repère pour l'expression des équations de la dynamique.....	51
II.2 Expression de l'énergie cinétique, définition de la matrice masse.....	52
II.2.a Expression dans le repère galiléen.....	54
II.3 Choix des paramètres, expression des vitesses.....	56
II.3.a Choix des paramètres pour la résolution.....	56
II.3.b Expression des vitesses dans le repère Galiléen.....	56
II.3.c Expression des vitesses dans le repère lié au corps.....	57
II.4 Équations de Lagrange.....	59
II.4.a Travail virtuel des quantités d'accélération.....	59
i)Dans le repère lié au corps.....	60
ii)Dans le repère galiléen.....	60
II.4.b Travail virtuel des efforts extérieurs.....	61
II.5 Résolution pour un ensemble de corps.....	62

II.6 Contraintes de liaisons cinématiques.....	63
II.6.a Expression des liaisons cinématiques.....	63
II.6.b Quatre liaisons cinématiques de base.....	64
i) Liaison « normale de type 1 ».....	64
ii) Liaison « normale de type 2 ».....	64
iii) Liaison « rotule ».....	64
iv) Liaison « rotule-rotule ».....	65
II.6.c Autres liaisons cinématiques.....	65
i) Liaison pivot.....	65
ii) Liaison « parallèle ».....	66
II.6.d Dérivation des équations de contraintes.....	66
i) Liaison « normale de type 1 ».....	67
ii) Liaison « normale de type 2 ».....	68
iii) Liaison « rotule ».....	69
iv) Liaison « rotule-rotule ».....	70
II.7 Méthodes de résolution.....	70
II.7.a Méthode de substitution.....	71
i) Méthode.....	71
ii) Respect des équations de contraintes.....	72
II.7.b Stabilisation de la méthode de pénalité.....	73
i) Justification de la méthode de Baumgarte.....	74
II.7.c Méthode de pénalité.....	74
II.8 Méthodes d'intégration numérique.....	75
II.9 Définition des conditions initiales.....	76
II.10 Systèmes de contrôle.....	78
II.11 Modélisation de l'environnement.....	82
II.11.a Champ de vent.....	83
II.11.b Champ de vague.....	84
II.11.c Autre champs.....	84
II.12 Exemples de modèles de navires.....	84
II.12.a Exemple 1 : voilier monocoque.....	85
II.12.b Exemple 2 : voilier équipé d'une quille pendulaire.....	85
II.13 Conclusions.....	86
<b>Chapitre III : Efforts hydrodynamiques.....</b>	<b>87</b>
Notations.....	88
III.1 Efforts hydrostatiques.....	90
III.1.a Définition de la surface libre.....	90
III.1.b Pour une section transversale.....	90
III.1.c Pour la carène complète.....	91

## Sommaire

III.2 Amortissements hydrodynamiques sur la coque.....	92
III.2.a Repère des efforts hydrodynamiques.....	92
III.2.b Méthodes de détermination des efforts hydrodynamiques.....	93
i)Essais en bassin.....	93
ii)Codes de calculs.....	94
iii)Résultats.....	95
III.2.c Moment d'assiette.....	95
III.2.d Effort vertical.....	96
III.3 Amortissements hydrodynamiques sur les appendices.....	96
III.3.a Repère.....	96
III.3.b Caractéristiques bidimensionnelles.....	97
III.3.c Extension des caractéristiques bidimensionnelle au-delà du décrochage.....	99
III.3.d Caractéristiques tridimensionnelles.....	100
III.3.e Prise en compte des mouvements du navire.....	101
III.4 Masses ajoutées.....	104
III.4.a Prise en compte des masses ajoutées dans les équations de la dynamique.....	106
III.4.b Repère de calcul pour les masses ajoutées.....	106
III.4.c Masse ajoutée en cavement.....	106
III.4.d Masse ajoutée bidimensionnelles.....	107
III.4.e Masses ajoutées pour la carène.....	108
i)Changement d'origine du point de calcul des masses ajoutées.....	109
III.4.f Masses ajoutées pour les appendices.....	109
III.5 Conclusions.....	110
<b>Chapitre IV :Efforts aérodynamiques.....</b>	<b>113</b>
Notations.....	114
IV.1 Définitions.....	117
IV.1.a Géométrie des plans de voilure.....	117
IV.1.b Vent apparent et incidence.....	118
IV.1.c Repère du plan de voilure.....	118
IV.1.d Repère du vent apparent.....	119
IV.1.e Coefficients aérodynamiques.....	120
IV.2 Environnement.....	120
IV.2.a Vent apparent.....	120
i)Gradient de vent.....	121
ii)Influence des mouvements du voilier.....	122
iii)Vent apparent effectif.....	122
IV.3 Modèle pour les amortissements aérodynamiques du plan de voilure.....	124
IV.3.a Plan de voilure "IMS".....	125
i)Caractéristiques individuelles des voiles.....	125
ii)Coefficients pour le plan de voilure.....	126

iii)Trainée induite.....	127
iv)Efforts sur le plan de voilure.....	127
IV.3.b Prise en compte du vrillage.....	129
IV.3.c Calcul complet du torseur aérodynamique.....	130
IV.3.d Influence du roulis.....	132
IV.3.e Virement de bord.....	133
IV.4 Masses ajoutées.....	135
IV.5 Fardage.....	136
IV.6 Conclusions.....	137
<b>Chapitre V :Architecture informatique.....</b>	<b>139</b>
V.1 Généralités.....	140
V.2 Fonctionnalités.....	141
V.2.a Modélisation dynamique du système mécanique.....	141
i)Modélisation des masses, des forces centrifuges et de Coriolis.....	142
ii)Modélisation des efforts connus.....	142
iii)Liaisons mécaniques et méthode de résolution.....	142
iv)Méthode d'intégration.....	143
V.2.b Spécificités du navire.....	143
i)Modèles physiques.....	143
ii)Interactions physiques (autres que mécaniques).....	144
iii)Systèmes de contrôle.....	144
iv)Modélisation du milieu.....	144
V.2.c Fonctionnalités informatiques.....	145
V.3 Organisation informatique, description des classes.....	145
V.3.a Projet.....	146
V.3.b Système.....	146
V.3.c Corps.....	147
V.3.d Liaison.....	147
V.3.e Modèle physique.....	148
V.3.f Repère.....	148
V.3.g Système de contrôle.....	149
V.3.h Champ.....	149
V.3.i Méthode d'intégration numérique.....	150
V.3.j Méthode de résolution .....	150
V.3.k Variables.....	150
V.4 Modules externes.....	152
V.4.a Fonctionnement.....	153
V.4.b Affectation des variables.....	153
V.5 Validation.....	154

Sommaire

V.5.a Modèle.....	154
V.5.b Résultats.....	156
V.6 Conclusions.....	158
<b>PARTIE II : APPLICATIONS.....</b>	<b>159</b>
<b>Chapitre VI :Simulation du Bus de Mer.....</b>	<b>161</b>
Notations.....	162
VI.1 Description du navire.....	163
VI.2 Modèle dynamique.....	164
VI.2.a Repères.....	164
VI.2.b Traînée en trajectoire rectiligne.....	165
VI.2.c Efforts en rotation.....	167
VI.2.d Modélisation du système de propulsion à pods.....	175
VI.2.e Critique du modèle.....	178
VI.3 Essais.....	179
VI.3.a Descriptif du système.....	179
VI.4 Comparaison des mesures avec la simulation.....	182
VI.4.a Mouvement en régime stationnaire.....	182
i)Conditions des essais.....	182
ii)Efforts sur le système propulsif.....	183
iii)Résultats.....	184
VI.4.b Accélération en ligne droite.....	185
VI.4.c Giration.....	187
VI.5 Conclusions.....	192
<b>Chapitre VII :Simulation d'un voilier IACC.....</b>	<b>195</b>
Notations.....	196
VII.1 Caractéristiques du navire.....	197
VII.2 Modèle dynamique.....	198
VII.2.a Données inertielles.....	198
VII.2.b Modèle hydrodynamique.....	199
i)Traction droite.....	199
ii)En rotation.....	200
iii)Appendices.....	202
VII.2.c Modèle aérodynamique.....	204
VII.3 Description des essais.....	205
VII.3.a Conditions de navigation.....	205
VII.3.b Caractéristiques de la simulation.....	208

VII.3.c Comparaison avec la simulation.....	211
VII.3.d Fonctionnement des appendices.....	216
VII.4 Variations de la simulation.....	216
VII.5 Conclusions.....	218
<b>Chapitre VIII :Exemples de simulations dynamiques.....</b>	<b>219</b>
VIII.1 Modèle.....	220
VIII.2 Simulations.....	224
VIII.2.a Pilote automatique.....	224
VIII.2.b Influence du réglage des voiles.....	227
VIII.2.c Inclinaison de la quille.....	229
VIII.2.d Fluctuation du vent.....	233
VIII.3 Conclusions.....	237
<b>CONCLUSIONS.....</b>	<b>239</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>241</b>
<b>ANNEXES.....</b>	<b>249</b>
A1 - Opérateur matriciel du produit vectoriel.....	249
A2 - Expression matricielle du travail virtuel des quantités d'accélération.....	249
A3 - Centre de rotation.....	251
A4 - Méthode d'intégration de Runge-Kutta 4.....	252
A5 - Équations de Newton.....	258
A6 - Exemple de code C++ d'un modèle physique externe (DLL).....	262

## Introduction générale

L'étude des performances des navires, de plus à propulsion éolienne, qui sont quasiment exclusivement des voiliers, soit de plaisance soit de compétition, demande une approche pluridisciplinaire. Les domaines les plus présents étant la mécanique du solide et la mécanique des fluides. Bien que de nombreux parallèles puissent être fait avec d'autres domaines industriels, tels que l'aviation pour les aspects aérodynamiques ou les navires de commerce pour le côté hydrodynamique navale, le fonctionnement des voiliers possède des spécifications fortes qui demandent une étude particulière. Parmi ces particularités, citons le fait que les voiliers naviguent à l'interface de deux fluides, l'air et l'eau, et tirent leur énergie du mouvement relatif de ces deux fluides. L'attitude (la position) du navire est grandement variable sous les efforts auxquels celui-ci est soumis, ce qui implique que la géométrie de la partie immergée de la coque, la carène, est également fortement modifiée pour une forme de coque donnée ce qui influe largement sur l'hydrodynamique de l'écoulement autour de la carène. D'autre part, ces navires utilisent des voiles souples, dont l'agencement et la géométrie peuvent être modifiés en cours d'utilisation.

Les concepteurs et architectes de ces navires peuvent s'appuyer sur un ensemble d'outils complémentaires, expérimentaux ou numériques, afin de les aider dans le processus de conception. L'évolution et la diffusion des outils et du matériel informatique au cours des trente dernières années a permis de mettre à la disposition des acteurs du nautisme des outils de conception et de prédiction de performances de plus en plus performants.

Ces outils couvrent différents aspects de la conception :

- logiciels de dessin de carènes
- calcul des caractéristiques hydrostatiques des carènes
- calculs de structures
- code numériques de mécanique des fluides
- essais en bassin de carène
- essais en soufflerie
- prédiction de performance en régime stationnaire (*Velocity prediction program – VPP*)
- analyse du comportement dans la houle
- analyse de la stabilité de route

## Introduction générale

Dans le cadre plus restreint du calcul de performances, les codes numériques de mécanique des fluides ainsi que les moyens expérimentaux (bassins de carènes, soufflerie) permettent d'évaluer les efforts qui s'exercent sur les différentes parties du navire en fonction des conditions de navigation (vitesse du navire, vitesse et direction du vent, gîte, assiette,...). Ces outils, utilisés séparément ou conjointement, permettent de prédire le comportement stationnaire du navire en état d'équilibre. C'est à dire que les performances sont évaluées en supposant constants tous les paramètres de fonctionnement du navire. Ce sont les programmes de type VPP qui ont pour rôle de calculer l'ensemble des paramètres de fonctionnement du navire en fonction des conditions de navigation en régime permanent en assurant l'équilibre mécanique du navire. Ces programmes utilisent comme données d'entrées les résultats des calculs numériques ou les résultats expérimentaux pour réaliser des modèles mathématiques permettant de calculer les efforts qui s'exercent sur le navire. Au cours des dernières années, cette approche a permis de faire progresser sensiblement les performances des voiliers, tant en terme de vitesse que de sécurité.

Cependant, le milieu dans lequel évoluent les navires est instable par nature. Le mer est en mouvement et le vent est variable en force, en direction et géographiquement. Il en résulte que le navire est en constante adaptation par rapport à son milieu, et que la navigation est en pratique constituée d'une succession de phases de transitions. La performance réelle du bateau correspond alors à sa performance moyenne, prise sur une durée significative, et non à une performance optimale qu'il est en réalité difficile d'atteindre et impossible de maintenir.

L'analyse des effets dynamiques n'est pas nouvelle dans le domaine naval, elle est cependant principalement développée dans le domaine fréquentiel avec l'estimation des mouvements de navires dans la houle et la prise en compte de la stabilité de route par des méthodes linéarisées.

L'importance des aspects dynamiques non-linéaires peut donc être clairement observée et apparaît comme un facteur primordial de la performance d'un navire. De nombreux dessins, aux performances prometteuses à partir d'une étude stationnaire se révèlent décevants lors de leur utilisation dans les conditions réelles. Citons quelques exemples :

- Problème de stabilité de route pour les voiliers naviguant au plus près du vent
- Voiliers dotés d'une quille tandem, dont les performances théoriques sont supérieures à celle d'une quille classique mais dont les faibles capacités manoeuvrières, en particulier au virement de bord, ne permettent pas de tirer parti du gain escompté
- Les navires à *foils*, dont les problèmes de stabilité longitudinale en rendent le pilotage critique

Ce travail réalisé au sein du CRAIN<sup>1</sup> qui est un organisme qui propose des études et des outils aux acteurs du nautisme permettant d'évaluer, selon divers aspects, les performances des navires, en particulier à propulsion éolienne, porte donc sur la réalisation d'un nouvel outil informatique destiné à

<sup>1</sup> Centre de Recherche pour l'Architecture et l'Industrie Nautiques – [www.craintechnologies.com](http://www.craintechnologies.com)

évaluer les performances et le comportement dynamiques des navires.

Cet outil est destiné à proposer aux acteurs du nautisme, en particulier aux concepteurs et architectes de navires à voile, des études permettant de prendre en compte les aspects dynamiques non linéaires du comportement du navire dans le domaine temporel. Cet outil est basé sur le même principe que les VPP en régime stationnaire dans le sens où les efforts s'exerçant sur les différentes parties du navire sont calculés à partir de modèles mathématiques élaborés à partir de résultats de code numériques ou de résultats expérimentaux, à contrario d'un programme qui chercherait à résoudre intégralement le calcul des efforts par l'intermédiaire des équations de la mécanique des fluides. N'étant pas dédié à un projet spécifique, cet outil devra être capable de traiter une large variété de situations et de configurations sans que des travaux de développement conséquents soient nécessaires. Il faut également, pour être accessible aux acteurs de nautisme que les coûts d'étude, et donc la mise en œuvre de cet outil, soient modérés.

Ce travail est très largement axé sur la prise en compte de la propulsion éolienne, néanmoins la méthode de prise en compte de la dynamique de ces navires fait qu'il est également possible de traiter des navires utilisant une propulsion conventionnelle, à hélice, avec des modifications mineures. De ce fait ce sujet sera également traité.

Ce mémoire se décompose en deux parties principales. La première, plus théorique et qui concerne les chapitres I à V, pose tout d'abord les enjeux de la simulation dynamique du navire et positionne le projet par rapport aux outils existants destinés aux calculs de performances des navires. Les différents phénomènes impliqués dans un tel problème sont évoqués ainsi que certaines solutions possibles.

Le second chapitre propose une méthode pour la résolution du problème. Les sujets abordés sont la formulation des équations de la dynamique, la modélisation multicorps, les méthodes numériques associées à la résolution du problème ainsi que les différents systèmes annexes nécessaires au bon déroulement de la simulation.

Les chapitres III et IV décrivent respectivement les moyens d'obtenir les efforts hydrodynamiques et aérodynamiques qui s'exercent sur le navire en se basant sur les modèles initialement élaborés pour les besoins des études de performances en régime stationnaire puis étendent ces modèles pour couvrir les besoins de la simulation dynamique.

Le chapitre V décrit l'architecture informatique du programme réalisé, montre comment les spécifications de l'outil peuvent être respectées et détaille les mécanismes permettant d'ouvrir le programme à l'utilisateur par l'intermédiaire de modules externes qui viennent augmenter les capacités initiale du programme.

La seconde partie, composée des chapitres VI à VIII, propose la confrontation des résultats obtenus avec des essais réalisés en mer et montre quelques possibilité d'application de l'outil réalisé.

## Introduction générale

Le chapitre VI concerne le « Bus de Mer » un navire électrique à transport de passagers. Le modèle réalisé est décrit puis les résultats de la simulation sont confrontés aux mesures des essais en mer.

Le chapitre VII détaille le modèle dynamique réalisé pour un voilier de compétition puis compare les résultats de la simulation aux mesures pour une manœuvre de virement de bord. Ce type de manœuvre fait intervenir tous les aspects purement dynamique de la simulation et représente donc un exemple parmi les plus complexe de ce qu'il est possible de traiter.

Le dernier chapitre propose quant à lui quelques exemples de simulation qui n'ont pas été traités dans les chapitre précédents ainsi que la nature des informations qui peuvent être obtenus avec le programme réalisé.

**PARTIE I : METHODE**

Page blanche

## Chapitre I : Problématique

<b>Chapitre I :Problématique.....</b>	<b>17</b>
Notations.....	18
I.1 Introduction.....	19
I.1.a La mécanique du navire.....	19
I.1.b Les outils de prédiction de performances.....	21
i) Programmes de prédiction de performances.....	21
ii) Estimation des efforts.....	22
iii) Limites des outils existants.....	23
I.1.c Perspectives : vers la modélisation dynamique.....	23
I.2 Problématique de la modélisation dynamique.....	24
I.2.a Repères.....	25
I.2.b Équations du mouvement.....	26
i) Équations de Newton-Euler.....	26
ii) Équations de Lagrange.....	28
I.2.c Systèmes multicorps.....	32
i) Systèmes en chaîne ouverte et systèmes en chaîne fermée.....	33
ii) Formulations pour la dynamique des systèmes multicorps.....	34
iii) Liaison cinématiques.....	35
I.2.d Efforts appliqués sur le navire.....	35
i) Efforts hydrodynamiques.....	35
ii) Efforts aérodynamiques.....	38
I.2.e Modélisation de l'environnement.....	39
i) Perturbation du milieu.....	40
ii) Exemple de champs de description de l'environnement.....	40
I.2.f Systèmes de contrôle.....	40
I.3 Conclusions.....	41

## I - Problématique

### Notations

$\Sigma$	Système mécanique
$A$	Matrice masse ajoutées
$C$	Matrice jacobienne des contraintes
$E_c$	Énergie cinétique
$E_p$	Énergie potentielle
$\vec{F}$	Vecteur force
$J$	Matrice d'inertie d'un corps
$m$	Masse
$M$	Matrice masse
$M_A$	Matrice masse complète (inertie et masse ajoutées)
$\vec{N}$	Moment
$P$	Matrice de passage d'un repère à un autre (les indices indiquent les repères considérés)
$Q$	Vecteur des efforts appliqués au système
$q$	Paramètres décrivant la position d'un corps
$\delta q$	Déplacement virtuel
$R_g$	Repère galiléen
$R_s$	Repère lié au corps
$R$	Vecteur des forces centrifuges et de Coriolis
$\vec{R}$	Résultante dynamique
$t$	Le temps
$\vec{V}$	Vecteur vitesse de translation
$X, Y, Z$	Composantes des efforts
$K, M, N$	Composantes des moments
$\vec{\delta}$	Moment dynamique
$\delta W_a$	Travail virtuel des quantité d'accélération
$\delta W_f$	Travail virtuel des efforts extérieurs
$\delta W_L$	Travail virtuel des efforts de liaisons
$\Phi$	Équations de contraintes
$\lambda$	Multiplicateurs de Lagrange
$\vec{\omega}$	Vecteur vitesse de rotation instantanée
$v$	Composantes du vecteur vitesse

En notation matricielle, les matrices sont écrites en gras. Les dérivées temporelles sont écrite avec un point au dessus du terme considéré.

Ce chapitre de présentation générale introduit dans un premier temps la mécanique du navire et positionne son implication sur le calcul des performances d'un navire, tout d'abord dans son traitement conventionnel par une résolution en régime stationnaire, puis dégage l'intérêt d'une simulation dynamique. Dans un second temps, est exposée la problématique de la simulation dynamique avec une revue des thèmes et des méthodes qui seront exposées plus en détails dans les chapitres suivants. Ceci comprend le traitement des équations de la dynamiques adapté à la prise en compte d'un système multicorps, le bilan des efforts qui s'exercent sur le navire et également la modélisation de l'environnement dans lequel évolue le navire et les systèmes de contrôle nécessaire à la conduite de la simulation dynamique.

## **I.1 Introduction**

### *1.1.a La mécanique du navire*

Un navire de surface, qui navigue à l'interface de deux milieux, l'un liquide et l'autre gazeux, respectivement l'eau et l'air, en mouvement relatif l'un par rapport à l'autre, est soumis à un ensemble d'efforts qui, lorsque le navire progresse en ligne droite et à vitesse constante, s'équilibrent. Les principaux efforts, dont un exemple illustre le cas du voilier dans la figure 1, sont :

- la gravité, liée au poids du navire à laquelle s'oppose la poussée hydrostatique liée au volume de la carène et des appendices et à la masse volumique du fluide.
- les efforts hydrodynamiques exercés sur les parties placées dans le milieu liquide. Ces efforts concernent principalement la carène, le système de propulsion et les appendices.
- les efforts aérodynamiques exercés sur les parties placées dans le milieu gazeux. Ces efforts concernent principalement les voiles et la traînée des superstructures et du gréement.

Le navire peut être considéré en première approche comme un solide à six degrés de liberté. Ce nombre peut être réduit en tenant compte des considérations suivantes :

## I - Problématique

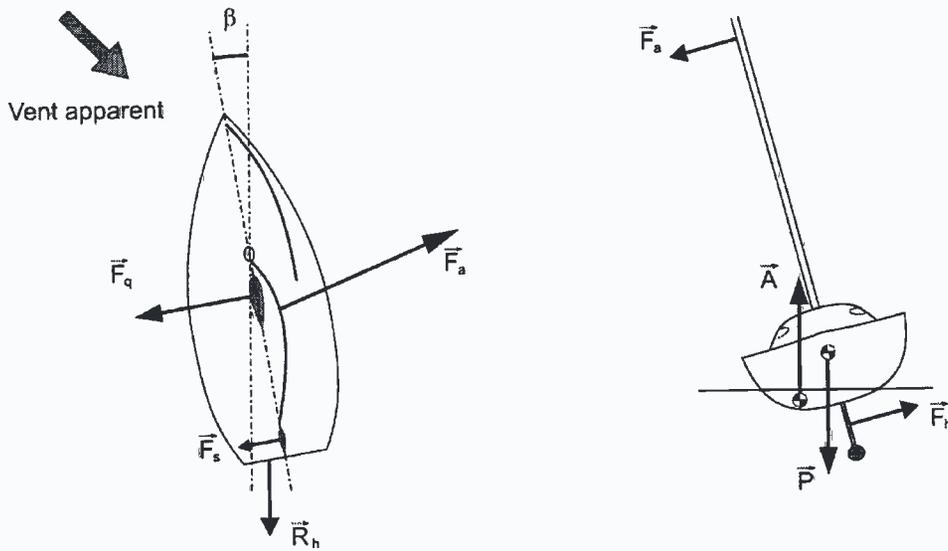


Figure 1: Principaux efforts sur un voilier

En première approximation, la poussée hydrostatique équilibre de poids du navire, ce qui permet de découpler l'équation d'équilibre selon l'axe vertical

Dans le cas d'un navire à moteur, ou le calcul de performance correspond à la recherche de la vitesse du navire en fonction de la puissance et du régime moteur, la principale équation est la résolution de l'équilibre selon l'axe longitudinal du navire, où la force propulsive du moteur et de son hélice vient équilibrer la résistance totale du navire à une vitesse donnée. Dans ce cas le plus simple de calcul de performance, les autres degrés de liberté sont négligés.

Dans le cas d'un voilier, le problème ne peut plus être résolu de façon aussi simple car la génération d'une force propulsive aérodynamique par les voiles est liée à une importante force latérale dans la plupart des cas. Cette force latérale, devra être équilibrée par l'hydrodynamique du navire et de ses appendices. De plus, située en hauteur par rapport au niveau de la surface libre, la force latérale induit alors un moment, dit moment de chavirement qui tend à faire giter le voilier et qui doit être équilibré par un moment de redressement, issu de la forme de la carène et de la position du centre de gravité. Pour le voilier, un couplage fort existe donc au moins entre trois des six degrés de libertés qui ne peuvent donc être considérés indépendamment les uns des autres.

Les mouvements du navire sont illustrés sur la figure 2, et sont pour les translations le cavalement suivant  $x$ , l'embarquée suivant  $y$  et le pilonnement suivant  $z$ . Pour les rotations, les mouvements sont le roulis autour de  $x$ , le tangage autour de  $y$  et le lacet autour de  $z$ . Dans le vocabulaire maritime, les angles associés à ces rotations sont respectivement la gîte, l'assiette et la dérive.

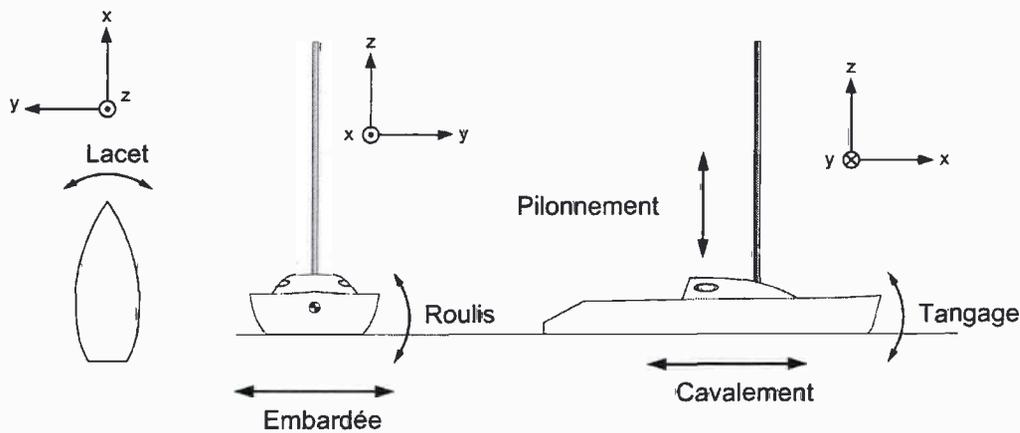


Figure 2: Mouvements du navire

### I.1.b Les outils de prédiction de performances

#### i) Programmes de prédiction de performances

Afin de calculer les performances du navire, c'est à dire de déterminer l'ensemble des paramètres de fonctionnement pour des conditions données, la première approche est de considérer un mouvement stationnaire du navire, soit la constance de ces paramètres de fonctionnement. Avec cette hypothèse, la somme des efforts s'exerçant sur le navire est nulle, ce que traduit l'équation (I.1).

Les outils actuels à la disposition des concepteurs de voiliers qui permettent de calculer cet équilibre sont organisés autour de programmes appelés VPP (*Velocity Prediction Program*). Ce type de logiciel a pour but de déterminer les paramètres de fonctionnement du navire qui permettent de réaliser l'équilibre de l'ensemble des efforts s'exerçant sur ce navire en fonction des conditions rencontrées par celui-ci. Les bases des premiers programmes de prédiction de performance pour les voilier ont été posées par Kerwin [KER78] et restent d'actualité dans les développements programmes récents comme celui réalisé par l'Offshore Racing Council utilisé pour calculer les performances relatives de navire devant régater ensemble [ORC09].

$$\sum \vec{F}_i = 0 \quad (I.1)$$

Le navire possédant six degrés de liberté, l'équation (I.1) correspond donc à autant d'équations d'équilibre à vérifier par la recherche d'un nombre équivalent de paramètres. En pratique, ce nombre d'équation est très souvent ramené à trois, à savoir l'équilibre des forces selon les axes longitudinaux et latéraux et l'équilibre des moments autour de l'axe longitudinal ; l'équilibre des moments autour des axes verticaux et transversaux est alors négligé. Les paramètres variables sont dans ce cas la vitesse du

## I - Problématique

navire, sa gîte et sa dérive. Le résultat est un état de fonctionnement, pour des conditions données, du navire en route droite et à vitesse constante.

Pour déterminer chacun des efforts s'appliquant le navire, un VPP a besoin de modèles physiques qui permettent de calculer ces efforts avec une précision suffisante pour chacun des degrés de liberté examinés. La richesse des résultats dépend de la qualité des modèles ; pour cela, les concepteurs utilisent des résultats qui proviennent d'expériences (essais en bassin de carènes ou soufflerie), de modèles théoriques, de calcul numériques ou de tests grandeur nature.

Le nombre de paramètres, la complexité des expériences ou encore les limitations théoriques des codes de calcul rendent difficiles l'établissement de modèles capables de prendre en compte parfaitement l'ensemble des paramètres impliqués dans la marche du navire.

Le VPP apparaît donc comme un outil réalisant la synthèse des informations concernant la performance du navire.

### ii) Estimation des efforts

Pour déterminer l'ensemble des efforts s'exerçant sur un navire, ce qui constitue la matière première à partir de laquelle les programmes de prédiction de performances peuvent calculer l'équilibre du navire, les concepteurs disposent d'une palette d'outils et de moyens d'essais, choisis suivant la partie du bateau à examiner et suivant les moyens à disposition pour l'étude. La méthode générale consiste à isoler un certain nombre de paramètres représentatifs des phénomènes à mettre en évidence pour évaluer leur influence sur le comportement global du bateau. Sont listés ici les principaux moyens d'obtenir ces valeurs ainsi que la nature des informations récoltées.

#### - Essais en bassin de carènes

Les bassins de carène permettent de tracter une maquette de coque de navire, avec ou sans appendices, par un chariot équipé d'une balance de mesure. Ces essais permettent de d'évaluer les efforts hydrodynamiques et l'attitude de la carène en fonction des paramètres de l'essai (par exemple vitesse, gîte, dérive,...). Ces essais sont long et coûteux en raison de la préparation nécessaire et des moyens mis en œuvre. Des précisions concernant les méthodes et les résultats obtenus par ces essais sont disponibles dans les articles et thèses des auteurs suivants : Teeters [TEE93], Talotte [TAL94], De Bord [DEB04], Fassardi [FAS02],...

#### - Essais en soufflerie

Ils peuvent être utilisés pour déterminer les efforts s'exerçant sur les voiles ou les appendices immergés du bateau. La maquette est placée dans une veine dans laquelle une circulation d'air est établie. Une balance dynamométrique mesure les efforts s'exerçant sur la maquette. Les essais en soufflerie

demandent une mise en œuvre et des infrastructures plus abordables que les essais en bassins mais reste coûteux pour la majorité des projets de voiliers. Parmi les références traitant du sujet, il est possible de consulter Claughton [CLA94], Fossen [FOS06],...

- Les codes numériques

Ce sont des programmes informatiques qui modélisent les écoulements sur une partie du navire (carène, appendices, voiles,...). Ces outils sont relativement récents, et, très gourmands en puissance de calcul, leur qualité augmente rapidement avec la puissance des ordinateurs.

De nombreux programmes de ce type existent, basés sur des théories variées, qui permettent de calculer avec plus ou moins de précision les écoulements autour des différents éléments du navire selon qu'ils sont bi ou tri-dimensionnels, avec ou sans surface libre, en fluide parfait (Delhommeau [DEL88], Rosen [ROS93], Caponetto [CAP99],...) ou avec prise en compte des phénomènes visqueux (Alessandrini [ALE93a],[ALE93b],...).

Ces programmes sont le moyen le plus économique d'obtenir des informations sur les efforts appliqués au navire et leur mise en œuvre est maintenant relativement aisée.

- Les essais au réel

C'est le moyen de reproduire le plus fidèlement l'ensemble des effets influents sur le comportement du navire dans un milieu réel, cependant leur mise en œuvre est extrêmement complexe et délicate ; de plus il est particulièrement difficile d'isoler les paramètres de fonctionnement afin d'en extraire des modèles utilisables pour une simulation.

iii) Limites des outils existants

L'ensemble des outils existants sont centrés sur la prédiction stationnaire, pour une trajectoire rectiligne et à vitesse constante, des performances du navire. L'amélioration des caractéristiques des navires, tant en performances qu'en qualités marines (sécurité) depuis les trente dernières années valide la pertinence du travail effectué dans ce domaine.

Il apparaît cependant qu'un nombre important de phénomènes qui dégradent les performances des bateaux sont de nature dynamique, ce que les outils présentés ci-dessus ne permettent pas de mettre en évidence.

*1.1.c Perspectives : vers la modélisation dynamique*

L'analyse précédente montre les capacités et les limites des outils existants. Certaines publications récentes, comme l'article de De Ridder [RID04], celui de Keuning [KEU05], ou des études internes au CRAIN montrent qu'il est possible de mettre en évidence des comportements dynamiques influents

## I - Problématique

significativement sur la marche du navire à partir des données existantes.

La prise en compte des aspects dynamiques n'est pas nouvelle dans le domaine naval, les premières applications concernent la détermination des mouvements et surtout des efforts le long de la coque du navire par une étude dynamique dans le domaine fréquentiel. Tout d'abord en employant des méthodes de calcul par tranches (Frank [FRA67], Salvesen [SAL70], Kobus [KOB76]) puis en utilisant des codes en fluide parfait (Delhommeau [DEL88]). Ces méthodes se concentrent sur le calcul des mouvements du navire soumis à la houle, mais n'abordent pas la manœuvrabilité du navire.

Concernant l'étude de la stabilité de route, le modèle de Nomoto [NOM57] est populaire, il se limite cependant à une formulation linéaire autour du point d'équilibre du navire en ligne droite.

A partir de ce constat, il devient intéressant de chercher à poser les bases d'un outils permettant de traiter la dynamique des navires à propulsion éolienne, de manière non-linéaire et dans le domaine temporel, en s'attachant à ce que ce cadre ait la capacité de traiter un large éventail de problèmes posés dans ce domaine.

Cet outil est basé sur le même concept que les VPP dans le sens où les efforts sont calculés par l'intermédiaire de modèles mathématiques et non par un calcul complet des équations de la mécanique des fluide autour du navire, comme le propose Jacquin [JAC05], ce type modélisation posant encore beaucoup de difficultés et étant d'un mise en œuvre complexe. Il peut être vu comme une extension à la dynamique des VPP existants puisque les modèles utilisés dans le cadre de la simulation en régime permanent seront adaptés et étendus aux besoins de la simulation dynamique.

Ce type d'approche de la dynamique, dans le domaine temporel et non-linéaire, est également celle de Fossen [FOS04] mais dont le travail est centré sur les système de contrôle des navires de commerce à moteur.

### **1.2 Problématique de la modélisation dynamique**

La caractérisation dynamique d'un système mécanique passe par l'établissement d'équations adaptées à ce système puis par leur résolution. Les différentes expressions des équations du mouvement sont donc présentées.

Il faut également connaître la nature des efforts qui s'exerceront sur ce système, ce qui orientera le choix de la formulation retenue. Une brève revue des efforts, qui sera complétée aux chapitres III et IV, s'exerçant sur un navire à propulsion éolienne est effectuée, en insistant sur les spécificités des efforts dynamiques.

Dans le cas d'un unique corps solide évoluant dans un repère considéré comme galiléen, ces équations sont relativement simples et conduisent à un système différentiel du deuxième ordre qui peut aisément être intégré numériquement par une méthode appropriée.

Dans le cas de systèmes multicorps, le système mécanique est constitué de différents corps mobiles les uns par rapport aux autres, sous la contrainte de liaisons cinématiques qui réduisent les degrés de liberté entre ces corps. Le problème devient donc plus complexe, car ces liaisons introduisent dans le système des contraintes qu'il faut satisfaire et transforment le système différentiel initial en un système algèbro-différentiel car les efforts issus des liaisons entre les corps sont à priori inconnus.

Les méthodes de modélisation de tel système deviennent alors nombreuses et les références dans la littérature abondantes, en particulier pour les applications robotiques ou industrielles de modélisation de systèmes dynamiques. Les objectifs de ces méthodes sont variés, suivant la nature du système, est-il en chaîne ouverte ou en chaîne fermée ? le nombre de corps est-il important ? la vitesse de résolution du système est-elle critique ?

Ensuite il faut caractériser le milieu dans lequel évolue le navire et avec lequel il interagit fortement.

Finalement, les systèmes de contrôles, qui permettent d'interagir avec le système sont rapidement abordés.

### *1.2.a Repères*

Les repères sont présents à tous les niveaux de la simulation. Ils servent à exprimer les vecteurs caractérisant les grandeurs mise en jeu dans la modélisation du système, tels la position et le mouvement des corps ainsi que les efforts qui s'exercent des différents éléments constitutifs du système.

Pour des raisons de compréhension de la physique associée à chaque élément présent dans la simulation, les différentes grandeurs doivent être exprimées dans un repère pratique pour l'utilisateur.

Parmi ces repères, il convient de mentionner dès à présent :

- le repère galiléen  $R_g$  : c'est un repère dans lequel les équations de la dynamique sont valides.
- le repère inertiel associé à un corps (ou repère propre à un corps),  $R_s$  : repère dans lequel l'expression de la matrice masse est invariante au cours du mouvement.
- Repère propre à un modèle physique : repère local qui facilite l'expression des grandeurs physiques associées au modèle, par exemple le repère du plan de voilure. De tels repères seront définis pour chaque élément de la modélisation.

Chaque grandeur exprimée dans son repère initial devra être transposée dans le repère commun utilisé pour la résolution des équations de la dynamique, on notera  $P_{gs}$ , la matrice de passage permettant d'exprimer dans le repère  $R_g$  un vecteur initialement connu dans le repère  $R_s$ , ainsi pour un vecteur  $\vec{a}$  quelconque :

## I - Problématique

$$\vec{a}_{(g)} = \mathbf{P}_{gs} \cdot \vec{a}_{(s)} \quad (I.2)$$

### 1.2.b Équations du mouvement

Les équations du mouvement peuvent être abordées par deux formalismes différents, les équations de Newton-Euler et les équations de Lagrange. Ces deux méthodes sont présentées.

#### i) Équations de Newton-Euler

##### - Principe fondamental de la dynamique

Le comportement dynamique d'un système matériel est régie par le principe fondamental de la dynamique qui s'énonce de la manière suivante :

*"Il existe un référentiel absolu (repère absolu Ra et temps absolu) tel qu'à chaque instant et pour tout système matériel ( $\Sigma$ ), le torseur dynamique associé au mouvement de ( $\Sigma$ ) par rapport à Ra est égal au torseur des efforts extérieurs et actions mécaniques s'exerçant sur ( $\Sigma$ )."*

$$\{A, \Sigma / R_a\} = \{F_e \rightarrow \Sigma\} \quad (I.3)$$

Ce qui conduit, pour la résultante dynamique à :

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_i \quad (I.4)$$

et pour le moment dynamique à :

$$\vec{\delta} = \sum \vec{N}_i \quad (I.5)$$

##### - Équations de Newton-Euler

Ce principe conduit aux équations du mouvement, dites de Newton-Euler en explicitant le torseur dynamique associé au mouvement de (T) et le torseur des efforts extérieurs et actions mécaniques s'exerçant sur (T).

La résultante du torseur dynamique, s'exprime par :

$$\vec{R} = \int_{\Sigma} \dot{\vec{V}}(P) dm \quad (I.6)$$

$$\vec{R} = \frac{d}{dt} \int_{\Sigma} \vec{V}(P) dm = \frac{d}{dt} [m \vec{V}(G)] \quad (I.7)$$

Dans le cas d'un solide unique, de masse constante, en mouvement par rapport à un repère galiléen, nous obtenons la forme la plus simple de ces équations, exprimées dans ce même repère galiléen :

$$\begin{aligned} \vec{R} &= m \dot{\vec{v}}_G = \sum \vec{F}_i \\ \vec{\delta} &= J \dot{\vec{\omega}} = \sum \vec{N}_i \end{aligned} \quad (I.8)$$

- Expression dans un repère mobile

Pour d'évidentes raisons pratiques, il est préférable de pouvoir résoudre ces équations dans un repère lié au solide, mais qui est mobile par rapport au repère galiléen dans lequel le principe fondamental de la dynamique est valide. Soit  $R_s$ , un repère d'origine O, mobile par rapport à un repère galiléen  $R_g$  et lié au solide, choisissons alors d'écrire cette équation dans le repère  $R_s$ , ce qui est le choix effectué par Fossen [FOS02].

Alors, la vitesse d'un point P du ce système matériel par rapport à  $R_g$ , peut être exprimée de la manière suivante :

$$\vec{V}(P) = \vec{V}(O) + \vec{\omega} \wedge \vec{OP} \quad (I.9)$$

$$\vec{V}(P)_{(g)} = \mathbf{P}_{gs} \cdot \vec{V}(P)_{(s)} \quad (I.10)$$

$$\vec{R} = m \frac{d}{dt} [\mathbf{P}_{gs} \cdot (\vec{V}(O) + \vec{\omega} \wedge \vec{OG})] \quad (I.11)$$

I - Problématique

$$\vec{R} = m \dot{\vec{P}}_{gs} \cdot (\vec{V}(O) + \vec{\omega} \wedge \vec{OG}) + m \vec{P}_{gs} \cdot \frac{d}{dt} [\vec{V}(O) + \vec{\omega} \wedge \vec{OG}] \quad (I.12)$$

or  $\dot{\vec{P}}_{gs} = \vec{P}_{gs} \cdot \vec{\omega} \wedge$  et le repère  $R_s$  est lié au solide, soit  $\frac{d}{dt} \vec{OG}_{(s)} = \vec{0}$ , donc :

$$\vec{R} = m \vec{P}_{gs} \left[ \dot{\vec{V}}(O) + \dot{\vec{\omega}} \wedge \vec{OG} + \vec{\omega} \wedge \vec{V}(O) + \vec{\omega} \wedge \vec{\omega} \wedge \vec{V}(O) \right] \quad (I.13)$$

Pour les efforts,  $\vec{F}_{(g)} = \vec{P}_{gs} \cdot \vec{F}_{(s)}$ , ce qui conduit finalement à

$$m \left( \dot{\vec{V}}(O) + \dot{\vec{\omega}} \wedge \vec{OG} + \vec{\omega} \wedge \vec{V}(O) + \vec{\omega} \wedge \vec{\omega} \wedge \vec{V}(O) \right) = \vec{F}_{(s)} \quad (I.14)$$

Le même développement est conduit pour le moment dynamique, ce qui amène à :

$$J \dot{\vec{\omega}} + \vec{\omega} \wedge J \vec{\omega} + m \vec{V}(G) \wedge \left( \dot{\vec{V}}(O) + \vec{\omega} \wedge \vec{V}(O) \right) = \vec{N}_{(s)} \quad (I.15)$$

ii) Équations de Lagrange

- Théorème d'Alembert

Les équations de Lagrange sont basées sur un principe variationnel. Leur point de départ est le théorème d'Alembert ou théorème des travaux virtuels, qui s'énonce de la manière suivante :

*"Dans une transformation virtuelle quelconque d'un système matériel ( $\Sigma$ ) donné, la somme des travaux virtuels de toutes les forces extérieures (connues ou inconnues) et de tous les efforts intérieurs tels qu'ils existent à l'instant  $t$  est égale au travail virtuel des quantités d'accélération absolues du système considéré (calculées par rapport à un repère considéré comme galiléen)."*

- Travail virtuel des quantités d'accélération

Le travail virtuel des quantités d'accélération s'écrit en fonction de l'énergie cinétique du système par :

$$\delta W_a = \left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial q} \right]^T \cdot \delta q \quad (I.16)$$

- Travail virtuel des efforts appliqués au système

Le travail des efforts appliqués au système s'écrit de manière générale sous la forme :

$$\delta W_f = F^T \cdot \delta q \quad (I.17)$$

Les efforts peuvent être décomposés en trois termes :

- les forces conservatives, connues, dérivant d'un potentiel  $E_c$ . Elles peuvent se mettre sous la forme :

$$F_c = - \frac{\partial E_p}{\partial q} \quad (I.18)$$

- les forces non conservatives, connues,  $F_{nc}$
- les efforts internes, inconnus, liés aux contraintes internes de liaison,  $F_L$

Finalement, le travail virtuel des efforts appliqués au système s'écrit :

$$\delta W_f = \left( - \frac{\partial E_p}{\partial q} + F_c^T + F_L^T \right) \cdot \delta q \quad (I.19)$$

- Expression des efforts internes, multiplicateurs de Lagrange

Si les efforts extérieurs appliqués au système sont connus, les efforts internes, en revanche, ne le sont pas. Ceux-ci sont définis par des équations de contrainte que le système doit vérifier à chaque instant, et en particulier pour les conditions initiales. Pour résoudre le système dynamique, il faut donner une expression de ces efforts internes.

Les contraintes internes au système mécanique sont un système d'équations de la forme :

## I - Problématique

$$\Phi(t, q, \dot{q})=0 \quad (I.20)$$

Il convient ici de diviser ces contraintes en deux catégories, les contraintes de type holonôme, qui ne dépendent pas des vitesses et les contraintes de type non holonôme qui elles sont liées aux vitesses. Le Houedec [HOU93] nous indique que ces contraintes non holonomes sont de type cinématiques et qu'elles s'écrivent en pratique comme une combinaison linéaire des vitesses, ce qui sera vérifié dans la section II.6, page 63.

Les contraintes sont donc constituées du système suivant :

$$\begin{aligned} \Phi_h(t, q) &= 0 \\ \Phi_n(t, q, \dot{q}) &= 0 \end{aligned} \quad (I.21)$$

Dans le cas des liaisons holonomes et pour un déplacement virtuel compatible, ces équations de liaisons sont respectées, ce qui permet d'écrire :

$$\sum_j \frac{\partial \phi_i^h}{\partial q_j} \cdot \delta q_j = 0 \quad (I.22)$$

Dans le cas des liaisons non holonomes, le calcul est plus direct puisque celles-ci sont en pratique une combinaison linéaire des vitesses et peuvent donc s'écrire :

$$\Phi_n = \phi_{ij}^n \cdot \dot{q}_j + f(t) = 0 \quad (I.23)$$

Ce qui peut encore s'écrire :

$$\phi_{ij}^n \cdot dq_j + f(t) dt = 0 \quad (I.24)$$

et conduit, pour un champ de déplacements virtuels compatibles à

$$\phi_{ij}^n \cdot \delta q_j = 0 \quad (I.25)$$

La matrice Jacobienne des contraintes est alors définie par :

$$C = [c_{ij}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_{ij}^h}{\partial q_j} \\ \phi_{ij}^n \end{bmatrix} \quad (I.26)$$

Il est alors possible de démontrer [HOU93] que les efforts de liaison peuvent s'exprimer sous la forme d'une combinaison linéaire des coefficients de la matrice Jacobienne des contraintes, ce qui conduit à :

$$\delta W_L = \sum_i \sum_j c_{ij} \cdot \lambda_j \cdot \delta q_i = C^T \lambda \delta q \quad (I.27)$$

Les coefficients  $\lambda_j$  sont les multiplicateurs de Lagrange, inconnus et qui devront être déterminés lors de la résolution du système.

#### - Équations de Lagrange

Les développements précédents nous conduisent à l'expression des équations de Lagrange :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial q} = - \frac{\partial E_p}{\partial q} + F_c + C^T \cdot \lambda \quad (I.28)$$

En posant  $Q = - \frac{\partial E_p}{\partial q} + F_c$ , il vient :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial q} = Q + C^T \cdot \lambda \quad (I.29)$$

## I - Problématique

### - Expression de l'énergie cinétique

D'autre part, l'énergie cinétique du système peut s'écrire en fonction des paramètres  $q$  décrivant complètement la position du système, sous la forme donnée par la relation 1.30 et qui sera justifiée au paragraphe II.2 :

$$E_c = \frac{1}{2} \dot{q}^T M \dot{q} \quad (1.30)$$

ce qui conduit finalement, après dérivation du travail virtuel des quantités d'accélération sous forme matricielle et dont la justification est donnée en annexe à :

$$M \ddot{q} + \dot{M} \dot{q} - \frac{1}{2} \dot{q}^T \frac{\partial M}{\partial q} \dot{q} = Q + C^T \lambda \quad (1.31)$$

Définissons alors  $R$ , le vecteur des forces centrifuges et de Coriolis :

$$R = \dot{M} \dot{q} - \frac{1}{2} \dot{q}^T \frac{\partial M}{\partial q} \dot{q} \quad (1.32)$$

Ce qui conduit au système algèbro-différentiel suivant :

$$\begin{aligned} M \ddot{q} &= Q - R + C^T \lambda \\ \Phi &= 0 \end{aligned} \quad (1.33)$$

### I.2.c Systèmes multicorps

Les modèles dynamiques utilisés dans le domaine naval considère généralement le navire comme un seul solide, dont la matrice masse est constante au cours de la simulation. Les parties mobiles, en particulier les appendices (safran ou stabilisateur) ayant une masse très faible devant la masse complète du système, leur influence sur la matrice masse du système peut être négligée.

Dans le cadre de cette étude, cette hypothèse peut être largement remise en cause, avec des navires

dont les parties mobiles sont d'une masse non négligeable par rapport à l'ensemble, il convient alors de modéliser le système, non plus par un corps unique mais par un ensemble de corps possédants un certain nombre de degrés de liberté entre eux. Ces systèmes sont appelés systèmes multicorps.

Les systèmes multicorps font l'objet d'une littérature abondante et concernent principalement des applications robotiques ou des simulations de systèmes mécaniques (robot d'usinage, suspension de véhicule, ...).

Les objectifs des méthodes récentes dans ces domaines sont :

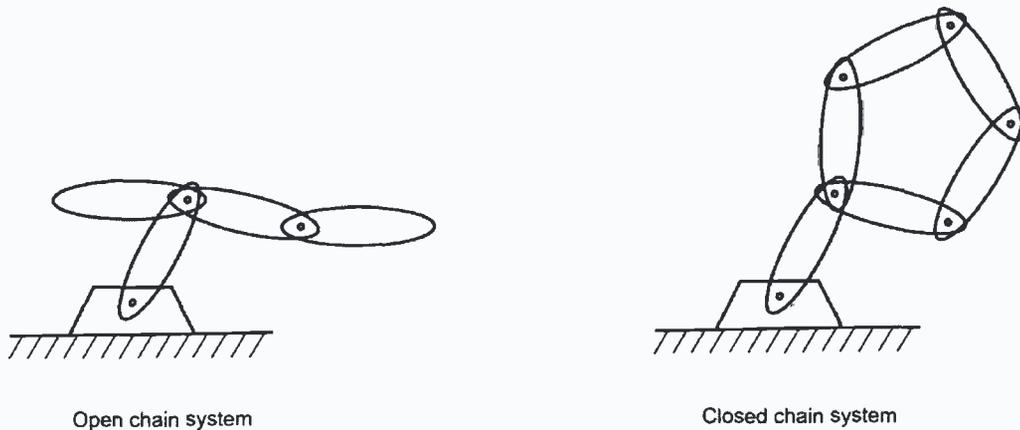
- diminuer les temps de résolution, en trouvant des algorithmes permettant de tendre vers de la simulation en temps-réel pour des systèmes comportant un grand nombre de corps (100 ou 150 par exemple)
- d'améliorer la précision sur le respect des contraintes ou les efforts de liaison
- de diminuer la dérive sur les positions du au schéma d'intégration lors des simulations longues

Dans notre cas, les objectifs de la simulation sont moins ambitieux puisque qu'un nombre limité de corps constituent le système. Il est facile d'imaginer qu'un navire modélisé par 3 ou 4 corps sera déjà un système complexe pour le type de simulation souhaité.

#### i) Systèmes en chaîne ouverte et systèmes en chaîne fermée

Pour les systèmes en chaîne ouverte (*open chain system*), le nombre de coordonnées correspond au nombre de coordonnées relatives définies par les liaisons cinématiques. Pour les systèmes en chaîne fermée (*closed chain system*), ces coordonnées relatives sont liées par des contraintes supplémentaires. Les systèmes en chaîne fermée nécessitent des méthodes de résolution spécifiques et ne seront pas pris en compte dans cette étude.

## I - Problématique



**Figure 3: Systèmes multicorps**

### ii) Formulations pour la dynamique des systèmes multicorps

Différentes formulations sont possibles pour traiter le problème de la dynamique des systèmes multicorps [NIK04]. Ces formulations sont basées sur le choix du type de coordonnées utilisées pour décrire le système et dont la conséquence est de modifier l'expression des équations du mouvement. D'autre part, suivant le type de formulation retenu, la nature du système à résoudre change, allant d'un système différentiel du second ordre à un système algèbro-différentiel (qui comporte alors le système différentiel et les équations de contraintes du système). Finalement ces formulations reposent sur l'une ou l'autre des expressions des équations du mouvement, c'est à dire soit sur les équations de Newton-Euler, soit sur les équations de Lagrange.

Ces formulations se distinguent par :

- les équations du mouvement employées : les équations de Newton-Euler ou les équations de Lagrange
- le nombre de coordonnées avec les méthodes de projection qui cherchent à réduire le nombre de coordonnées dans le système ou les méthodes d'augmentation dans lesquelles de nouvelles inconnues sont introduites
- le système de coordonnées utilisé :
- la méthode de résolution

parmi ces formulations, citons :

- *Body-coordinate* formulation (ou *absolute coordinate*) : Le corps est doté d'un jeu de six

coordonnées exprimées dans un repère fixe (ou galiléen). Cette description est probablement la plus simple mais n'est pas la plus efficace en terme de temps de résolution (ce qui n'est peut-être pas un problème dans notre cas). Cette formulation est basée sur les équations de Lagrange et c'est celle qui sera utilisée dans cette étude.

- *Coordinate transformation* : A partir de la formulation précédente, les équations du mouvement sont transformées pour réduire le nombre d'équations.
- *Point-coordinate formulation* : Le système multi-corps est représenté comme une collection de points inter connectés au niveau des liaisons, ces points sont affectés d'une masse telle que la répartition sur les points du système respecte la masse et l'inertie totale du système. Cette méthode permet de diminuer les approximations dans la méthode et aussi de réduire le nombre d'équations. C'est une méthode utilisée lorsqu'un grand nombre de corps sont présent dans le système.
- *Coordonnées cartésiennes relatives* : les positions et vitesses d'un corps sont exprimés en coordonnées cartésiennes relativement au corps précédent. La résolution basée sur les équations de Newton-Euler donne lieu à des algorithmes récursifs ou semi-récursifs qui suppriment la résolution algébrique des équations de contraintes [ROD04].

### iii) Liaison cinématiques

Les liaisons cinématiques permettent de définir les degrés de liberté entre les différents corps et représentent les possibilités de mouvement entre deux corps en connections. Elle introduisent des contraintes algébrique dans le système.

L'expression des contraintes issues des liaisons cinématiques nécessite la connaissance de la formulation choisie pour le problème et de sa méthode de résolution associée.

#### *1.2.d Efforts appliqués sur le navire*

Les efforts appliqués sur un navire sont nombreux et d'une grande variété, selon la partie du navire sur laquelle ils s'appliquent et les phénomènes physiques impliqués (efforts de gravité, hydrostatique, hydrodynamique sur la coque, les appendices, aérodynamiques sur la coque, les voiles ou tout autre parties du navire,...). Pour chaque type d'effort, il faut établir des lois de comportement suffisamment précises pour capter les principaux phénomènes régissant les mouvements du navire.

D'une manière très générale, pour chaque corps possédant six degrés de liberté, il faut définir un jeu de 108 coefficients dépendant de la position du corps (raideur), de sa vitesse (amortissement) et de son accélérations (masse ajoutée).

Les efforts seront notés :

- $X$ ,  $Y$  et  $Z$  pour les composantes de la résultante des efforts

## I - Problématique

- $K, M, N$  pour les composantes du moment résultant

### i) Efforts hydrodynamiques

Les modèles utilisés pour les efforts hydrodynamiques sont détaillés au chapitre III. Les principaux efforts hydrodynamiques s'exerçant sur le bateau sont :

- les efforts hydrostatiques, ou force d'Archimède
- les amortissements hydrodynamiques, qui sont présents à partir du moment où un corps est placé dans un écoulement fluide et dépendent de la vitesse relative de l'écoulement par rapport au corps. Ils sont de nature visqueuse ou potentielle, les premiers existent dès les vitesses les plus faibles et les seconds sont liés à la génération des vagues par la coque évoluant à l'interface de l'air et de l'eau
- les masses ajoutées, qui sont des efforts proportionnels aux accélérations du navire. Ces efforts n'apparaissent pas lorsque le bateau possède une vitesse constante. Ces efforts sont liés à l'inertie du fluide mis en mouvement par le navire, c'est à dire que le corps doit mettre en mouvement sa masse mais également la masse du fluide environnant lors d'un changement de vitesse.

### - Efforts hydrostatiques

Les efforts hydrostatiques correspondent à la poussée d'Archimède. Ils sont verticaux dans le repère terrestre, s'appliquent au centre du volume immergé et sont égaux au poids du volume de liquide qu'occuperait la partie immergée du corps sur lequel ils s'appliquent. Ils correspondent à l'intégrale des pressions hydrostatiques exercées sur la coque.

Bien que cette formulation ne soit pas valide pour un navire avec une vitesse d'avance en raison de la modification du champ de pression, cette modélisation est largement utilisée en y ajoutant éventuellement les efforts hydrodynamiques dus au mouvement de la carène.

$$\vec{P} = \rho_e g \Delta \vec{z} \quad (I.34)$$

Dans le cas des voiliers, cette donnée est primordiale sur les performances et le comportement du navire, en particulier le déplacement du centre du volume immergé qui régit la stabilité latérale du bateau en générant un moment de redressement qui s'oppose à celui créé par les voiles et la quille qui tend à faire chavirer le bateau.

De plus, les mouvements d'un voilier peuvent être de grande amplitude, en particulier pour la gîte, ce qui entraîne des modifications importantes des caractéristiques hydrostatiques au cours de la navigation.

- Amortissements hydrodynamiques

Ce sont des efforts lié à la vitesse d'avance du navire (la plupart du temps à son carré) et généralement opposé à celle-ci. Il est courant de décomposer les efforts s'appliquant sur une carène se déplaçant à vitesse constante en résistance visqueuse et résistance de vague. De nombreux modèles existent, qui servent à prédire les performances statique d'un navire, qui sont issus soient de modèles empiriques prenant en compte les principales grandeurs de la carène, soient des modèle expérimentaux issus d'essais en bassin de carène pour une forme particulière de coque ou encore provenant de calculs numériques.

Leur formulation générale prend en compte l'attitude du navire, c'est à dire sa position par rapport à la surface de l'eau. Les principales données sont la vitesse du navire, sa gîte et son assiette.

D'une manière générale ces efforts s'expriment sous la forme :

$$\begin{Bmatrix} \vec{F} \\ \vec{N} \end{Bmatrix} = \vec{f}(V, \phi, \theta, \dots) \quad (I.35)$$

- Masses ajoutées

Ces termes sont liés aux accélérations d'un corps en mouvement dans un fluide. Du point de vue hydrodynamique, ces efforts sont issus de la variation de la quantité de mouvement du fluide à proximité de la carène.

Ces efforts sont directement liés à la géométrie de la carène et aux accélérations de celles-ci dans le fluide, ils doivent donc être initialement exprimés dans un repère lié à la géométrie. Dans le cas d'une oscillation forcée, ces coefficients sont également dépendants de la fréquence d'excitation du corps immergé. Un navire évoluant dans une mer en présence de vague subit une telle excitation.

Contrairement aux autres efforts intervenants dans les équations du mouvement, ces coefficients sont placés dans le membre gauche des équations du mouvement.

Soit  $A = a_{ij}$  la matrice des coefficients de masse ajoutée, alors les efforts associés s'écrivent, dans un repère lié au navire par :

$$\vec{F}_A = A \cdot \ddot{q} \quad (I.36)$$

Fossen [FOS02] montre alors que les équations du mouvement peuvent être écrites en considérant une

## I - Problématique

matrice masse incluant ces coefficients de masse ajoutée :

$$M_A = M + A \quad (I.37)$$

Ce qui amène aux équations du mouvement sous la forme :

$$M_A \ddot{q} + \dot{M}_A \dot{q} - \frac{1}{2} \dot{q}^T \frac{\partial M_A}{\partial q} \dot{q} = Q + C^T \lambda \quad (I.38)$$

Ce qui revient à exprimer l'énergie cinétique du fluide mis en mouvement par le navire par :

$$E_c = \frac{1}{2} \dot{q}^T M_A \dot{q} \quad (I.39)$$

### ii) Efforts aérodynamiques

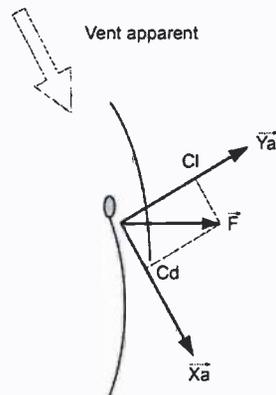
La modélisation des efforts aérodynamiques est détaillée au chapitre IV. Les efforts aérodynamiques, tout comme les efforts hydrostatiques au paragraphe précédent sont des phénomènes qui dépendent fortement de la position du corps, de sa vitesse et de son accélération.

Le vent étant en mouvement par rapport à la surface de l'eau qui est prise comme référence, le vent apparent sera une composition du vent réel (c'est à dire défini par rapport à la surface de l'eau ou de la terre) et de la vitesse du navire. Cette spécificité est à la base même du fonctionnement des systèmes de propulsion éoliens. Les efforts aérodynamiques seront donc exprimés dans un repère lié à cet écoulement apparent, c'est à dire supporté par la direction de l'écoulement perçu par le corps autour duquel circule le fluide, comme illustré sur la figure 4.

Les efforts aérostatiques sont négligés en raison de la faible masse volumique de l'air. Les amortissements aérodynamiques, fonction de la vitesse de l'écoulement apparent sur le navire seront des fonctions de la même forme que celle mentionnée dans l'équation I.35. Ce sont ces modèles qui régissent les performances aérodynamiques dans le cas d'un calcul en régime stationnaire et leur détermination constitue une des difficultés les plus sérieuses de l'évaluation des performances des navires à propulsion éolienne. De même que pour les efforts d'amortissement hydrodynamique, les publications sur ce sujet sont extrêmement nombreuses mais ne couvrent pas l'ensemble des aspects de la simulation dynamique car centrées sur l'évaluation des performances en régime stationnaire.

De même que pour les efforts hydrodynamiques, l'aérodynamique amène des coefficients dépendants

des accélérations qui devront être pris en compte.



**Figure 4: Vent apparent et efforts aérodynamiques**

#### Détermination des coefficients de masse ajoutée

Ces efforts, qui n'interviennent pas dans les équations des programmes statiques de calcul de performance, ajoutent 36 coefficients supplémentaires à déterminer pour caractériser le fonctionnement dynamique du système.

Certaines considérations, de symétrie par exemple, permettent de réduire le nombre de coefficients à déterminer, cependant la littérature traitant de la détermination de ces termes est majoritairement adaptée à des navires de travail, de type cargo, dont les mouvements et les caractéristiques géométriques sont bien différentes de celles des navires qui nous concernent.

L'évaluation de ces coefficients peut être effectuée par des essais en bassin spécifiques, par l'utilisation de code de calculs dédiés. Plusieurs méthodes théoriques, basées sur le même concept et nommées « Strip theory », développées par différents auteurs ([GER67],[SAL70]), semblent donner des résultats satisfaisants. Une présentation de la méthode est également disponible dans le livre de Lloyd [LLO89]. Des programmes de calcul en fluide parfait permettent d'appréhender ce problème de manière tridimensionnelle, tel « Aquaplus » [[DEL88]].

#### I.2.e Modélisation de l'environnement

Le navire navigue à l'interface de deux phases, l'une liquide (l'air) et l'autre liquide (l'eau). Ces deux milieux sont caractérisés par un certain nombre de grandeurs physiques (vitesse et direction du vent, masse volumique de l'eau...).

Dans un programme de prédiction de performance conventionnel (VPP), ces grandeurs sont définies en un point, jugé représentatif de l'endroit où navigue le bateau. Dans le cadre d'une simulation dynamique, le navire se déplace dans son environnement et l'un des intérêts d'une telle simulation est de modéliser son comportement lors de variations des conditions extérieures.

## I - Problématique

Pour cela, les caractéristiques du milieu doivent être définies en tout point de l'espace et du temps concernés par la durée de la simulation, ce qui revient à définir un ensemble de champs (scalaires ou vectoriels) pour les grandeurs caractéristiques du milieu.

$$g = f(t, x, y, z) \quad (I.40)$$

$$\vec{g} = \vec{f}(t, x, y, z) \quad (I.41)$$

### i) Perturbation du milieu

Le milieu est perturbé par la présence du navire sous plusieurs aspects, citons par exemple la modification du champ de vent par les voiles, la création de vagues par la carène,... Sans présager du degré de modélisation atteint par le programme, il faut envisager des moyens de simuler ces perturbations. Pour cela, chaque élément présent dans le programme aura la possibilité d'ajouter un champ de perturbation à l'un des champs décrivant le milieu.

Cette décomposition suppose une superposition linéaire des différents champs de perturbations et suppose également que la perturbation créée par une entité ne soit pas dépendante des autres entités présentes.

### ii) Exemple de champs de description de l'environnement

- masse volumique de l'air
- viscosité cinématique de l'air
- vecteur vitesse du vent
- masse volumique de l'eau
- viscosité cinématique de l'eau
- vecteur vitesse du courant
- hauteur de vague
- profondeur

### *1.2.f* Systèmes de contrôle

Contrairement aux modélisations en régime stationnaire où la direction d'avance du navire est connue et fixée (définie en général comme un angle par rapport à la direction du vent réel), la modélisation dynamique laisse libre l'évolution du navire dans son environnement.

La stabilité du système n'étant pas assurée, il est nécessaire de le doter d'un système de contrôle dont le rôle est de maintenir le bateau au plus proche d'un certain nombre d'objectifs.

L'objectif le plus simple est d'assurer au bateau un cap constant ou une trajectoire rectiligne, à la manière du barreur ou d'un pilote automatique, ou de conserver un angle constant par rapport à la direction du vent.

Pour atteindre ces objectifs, les systèmes de contrôle doivent être capables de modifier les paramètres du système afin de le faire réagir, comme par exemple l'angle de barre.

Ces systèmes sont décrits en détails dans le livre de Fossen [FOS02] dans le cadre d'étude de navires à moteurs.

### **I.3 Conclusions**

Dans ce chapitre ont été évoqués les travaux antérieurs concernant l'évaluation des performances de navires, en particulier des voiliers dont le traitement est plus complexe que celui des navires à moteurs. De ces travaux découle l'intérêt de se munir d'un outil de simulation dynamique qui apparaît comme l'évolution naturelle des outils de prédiction de performances. La position du présent travail a également été définie par rapport aux travaux existants tant dans le domaine du calcul des performances que dans celui plus général et complémentaire des moyens d'obtention des efforts qui s'exercent sur un navire et sont utilisés en amont de l'outil de calcul de performances en lui-même.

Dans un deuxième temps, les divers aspects de la problématique de la simulation dynamique ont été évoqués ainsi qu'un certain nombre d'alternatives permettant de traiter le problème. Les choix réalisés et les méthodes détaillées ayant conduit à la réalisation de ce travail vont maintenant être exposées dans les chapitres suivants de la première partie.

Page blanche

## Chapitre II : Formulation pour la simulation dynamique de navires

<b>Chapitre II :Formulation pour la simulation dynamique de navires.....</b>	<b>43</b>
Notations.....	45
II.1 Repères et systèmes de coordonnées.....	47
II.1.a Repères.....	47
i)Repère galiléen.....	47
ii)Repère local terrestre.....	47
iii)Repère locaux.....	47
II.1.b Origine du repère.....	48
II.1.c Orientation du repère.....	48
i)Définition.....	49
ii)Changement de repère.....	49
iii)Problème inverse : calcul des angles d'Euler à partir de la matrice de passage.....	50
II.1.d Repère pour l'expression des équations de la dynamique.....	51
II.2 Expression de l'énergie cinétique, définition de la matrice masse.....	52
II.2.a Expression dans le repère galiléen.....	54
II.3 Choix des paramètres, expression des vitesses.....	56
II.3.a Choix des paramètres pour la résolution.....	56
II.3.b Expression des vitesses dans le repère Galiléen.....	56
II.3.c Expression des vitesses dans le repère lié au corps.....	57
II.4 Équations de Lagrange.....	59
II.4.a Travail virtuel des quantités d'accélération.....	59
i)Dans le repère lié au corps.....	60
ii)Dans le repère galiléen.....	60
II.4.b Travail virtuel des efforts extérieurs.....	61
II.5 Résolution pour un ensemble de corps.....	62
II.6 Contraintes de liaisons cinématiques.....	63
II.6.a Expression des liaisons cinématiques.....	63
II.6.b Quatre liaisons cinématiques de base.....	64
i)Liaison « normale de type 1 ».....	64
ii)Liaison « normale de type 2 ».....	64
iii)Liaison « rotule ».....	64

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

iv)Liaison « rotule-rotule ».....	65
II.6.c Autres liaisons cinématiques.....	65
i)Liaison pivot.....	65
ii)Liaison « parallèle ».....	66
II.6.d Dérivation des équations de contraintes.....	66
i)Liaison « normale de type 1 ».....	67
ii)Liaison « normale de type 2 ».....	68
iii)Liaison « rotule ».....	69
iv)Liaison « rotule-rotule ».....	70
II.7 Méthodes de résolution.....	70
II.7.a Méthode de substitution.....	71
i)Méthode.....	71
ii)Respect des équations de contraintes.....	72
II.7.b Stabilisation de la méthode de pénalité.....	73
i)Justification de la méthode de Baumgarte.....	74
II.7.c Méthode de pénalité.....	74
II.8 Méthodes d'intégration numérique.....	75
II.9 Définition des conditions initiales.....	76
II.10 Systèmes de contrôle.....	78
II.11 Modélisation de l'environnement.....	82
II.11.a Champ de vent.....	83
II.11.b Champ de vague.....	84
II.11.c Autre champs.....	84
II.12 Exemples de modèles de navires.....	84
II.12.a Exemple 1 : voilier monocoque.....	85
II.12.b Exemple 2 : voilier équipé d'une quille pendulaire.....	85
II.13 Conclusions.....	86

**Notations**

$E_c$	Énergie cinétique
$m$	Masse
$M$	Matrice masse
$P$	Matrice de changement de repère
$\dot{q}$	Vecteur vitesse du corps (en translation et en rotation)
$R_x(\alpha)$	Matrice de rotation (d'angle $\alpha$ autour de $\bar{x}$ )
$S()$	Matrice opérateur produit vectoriel
$\bar{s}_i$	Vecteur lié au corps i
$\bar{V}$	Vecteur vitesse
$\psi$	Angle de lacet
$\phi$	Angle de gîte
$\theta$	Angle d'assiette
$\bar{\omega}$	Vecteur vitesse de rotation
$J$	Matrice d'inertie
$q$	Vecteur paramètres de position du corps
$\dot{q}$	Vecteur composantes de la vitesse du corps $\dot{q}^T = [\dot{v}^T, \dot{\mu}^T]$
$v$	Paramètres de position du corps en translation
$\dot{v}$	Vitesse du corps en translation
$\dot{\mu}$	Vitesse du corps en rotation ( = $\bar{\omega}$ )
$\mu$	Paramètres de position du corps en rotation
$\Omega$	Matrice d'expression des vitesses en fonction des paramètres de position
$\Phi$	Équations de contraintes
$\delta W_a$	Travail virtuel des quantité d'accélération
$\delta W_f$	Travail virtuel des efforts extérieurs
$\delta W_L$	Travail virtuel des efforts de liaisons

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

Ce chapitre décrit l'ensemble des méthodes implémentées dans l'outil de simulation dynamique réalisé, à l'exception de l'expression des efforts qui sont détaillés dans les chapitres III et IV. Il précise le choix des méthodes utilisées parmi celles évoquées au premier chapitre et détaille l'aspect théorique de ces méthodes, en particulier pour la résolution des équations de la dynamique. Ce chapitre débute par la définition du système de coordonnées des corps qui sont utilisés pour décrire les positions, vitesses, accélérations des corps ainsi que les différents repères nécessaires à l'expression des efforts auxquels est soumis le système. Le système de coordonnées retenue sont des coordonnées cartésiennes avec les angles d'Euler pour décrire les rotations.

En ce qui concerne la résolution des équations de la dynamique, le choix se porte sur une formulation basée sur les équations de Lagrange, qui permet de traiter nativement les équations de contraintes cinématiques nécessaires à la modélisation multicorps. Cette méthode implique que les vitesses des corps, calculées à partir des paramètres choisis pour représenter l'état du système, soient exprimées dans un repère galiléen pour un calcul correct de l'énergie cinétique du système. Sont donc décrits le calcul de la matrice masse, l'expression des vitesses en fonction des paramètres choisis puis l'expression de la formulation de Lagrange, soit dans le repère Galiléen, soit directement dans le repère du corps.

La formulation multicorps, lorsque les différents corps sont dépendants les uns des autres<sup>2</sup>, introduit des équations de contraintes cinématique. Les différents types de liaison sont évoqués, les équations qui leur sont associées sont développées et intégrées dans la formulation de Lagrange.

Cette formulation conduit à introduire un nombre de paramètres supérieur au nombre de degrés de liberté du système puisque l'introduction d'un corps dans le système apporte six nouveaux paramètres qui sont éventuellement liés aux autres par les équations de liaison. Le système à résoudre est donc de type algèbro-différentiel. Diverses méthodes de résolutions sont disponibles qui conduisent à une expression des multiplicateurs de Lagrange et celles utilisées sont exposées.

Le système différentiel doit être intégré numériquement, ce qui est réalisé par la méthode de Runge-Kutta à l'ordre 4 et donne des résultats satisfaisants.

A partir de ce moment, l'expression de la méthode pour la résolution des équations de la dynamique est complète, cependant, dans le cadre de la simulation du navire il faut tenir compte de problèmes annexes que sont la définition des conditions initiales, la structure des systèmes de contrôle et la modélisation de l'environnement extérieur, dans lequel évolue le navire. Ces sujets constituent les derniers paragraphes de ce chapitre.

Puisque l'expression des efforts n'est pas développée dans ce chapitre, son application n'est pas spécifique à la simulation du navire mais constitue la boîte à outils nécessaire à la conduite de la simulation dynamique.

---

<sup>2</sup> Il est possible de simuler deux navires complètement indépendants

### II.1 Repères et systèmes de coordonnées

La connaissance complète de la position d'un corps dans l'espace, ou par rapport à un repère de référence, nécessite six paramètres, trois indiquant la position de l'origine et trois autres liés à son orientation par rapport au repère de référence. D'autre part, les différentes quantités vectorielles doivent être projetées dans une base afin d'être traitée mathématiquement. Chacun de ces vecteurs aura une base naturelle dans laquelle son expression est facilitée et devra ensuite être exprimé dans une base commune nécessaire à l'écriture cohérente des équations de la dynamique. Pour chaque modèle utilisé, il est possible de définir un repère spécifique permettant une expression aisée de la physique associée, cependant certains de ces repères revêtent une importance plus particulières et sont décrits ci-dessous.

Ensuite différents choix sont possibles quant aux paramètres de positionnement et surtout d'orientation des repères utilisés. La première possibilité concerne le choix du repère de référence pour exprimer la position d'un repère lié. Les repères peuvent être positionnés soit par rapport à un repère commun, considéré comme fixe, soit chacun de manière relative par rapport à un autre repère éventuellement mobile. Le choix est ici d'exprimer la position de chacun des repères par rapport au repère de référence de la simulation. Dans le cas où la position d'un repère est déduite de la position d'un autre repère, cela implique de recalculer sa position par rapport au repère de référence. En revanche, lorsque des modèles physiques interagissent entre eux, il est facile d'exprimer les grandeurs dans le repère commun de référence.

#### II.1.a Repères

Parmi les nombreux repères utilisés pour l'ensemble de la modélisation, certains méritent une attention particulière.

##### i) Repère galiléen

Les vitesses conduisant à l'expression de l'énergie cinétique doivent être exprimées dans un repère galiléen (ou supposé comme tel) pour que les équations de Lagrange soient valables. La terre étant animée d'un mouvement de rotation, un repère lié à la surface terrestre n'est pas donc pas galiléen. Cependant, la vitesse de rotation étant faible ( $7.2921 \cdot 10^{-5}$  rad/s), un repère lié à la surface terrestre (donc de l'eau dans notre cas) pourra être considéré comme galiléen.

##### ii) Repère local terrestre

C'est un repère placé sur la surface terrestre, dont l'axe  $\vec{z}$  est vertical ascendant et les axes  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$  sont parallèles à la surface terrestre de façon à obtenir un repère orthonormé, son origine est placé au niveau moyen de l'eau. C'est ce repère qui sera considéré comme galiléen pour les équations du mouvement. C'est dans ce repère que sera exprimé le champ de vent dans lequel évolue le navire.

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

### iii) Repère locaux

Des repères locaux, propres à chaque modèle physique sont utilisés intensivement dans le programme. Ces repères sont définis au cas par cas de manière à avoir une représentation pratique de la physique mise en jeu. Les principaux sont :

#### - Repère du corps

Le repère du corps est le repère dans lequel les grandeurs associées à un solide sont constantes, en particulier la position du centre de gravité et la matrice d'inertie. C'est également un repère dans lequel l'expression des vitesses a une représentation intuitive immédiate.

#### - Repère hydrodynamique

C'est le repère utilisé pour exprimer les efforts hydrodynamiques exercés sur la coque. Il correspond à une rotation du repère local terrestre tel que, soit la projection de la vitesse dans le plan  $(xOy)$ , soit la projection de l'axe longitudinal du navire, supporte l'axe  $\vec{x}$ . L'axe  $\vec{z}$  est vertical (ascendant ou descendant, suivant les auteurs et les domaines d'application) et l'axe  $\vec{y}$  est tel que le repère soit orthonormé direct. Nous reviendrons sur cette définition au chapitre III.

#### - Repère vent apparent

Les efforts aérodynamiques sont définis par rapport à la direction du vent apparent. Il est donc pratique de définir quand cela est nécessaire un repère permettant d'exprimer facilement ces efforts. Les repères "vent apparent" ont un axe support du vecteur vitesse vent apparent. Les autres axes sont définis suivant la géométrie considérée. La définition de ce repère sera détaillée au chapitre IV.

### II.1.b Origine du repère

L'origine du repère d'un corps est définie par trois paramètres  $x$ ,  $y$  et  $z$  indiquant la position de l'origine par rapport à celle du repère Galiléen.

### II.1.c Orientation du repère

Si le choix des paramètres pour l'origine du repère est simple, celle du choix des paramètres pour l'orientation est moins immédiate. Une des formulations les plus utilisées en mécanique est le choix des angles d'Euler, qui traduisent les rotations successives autour d'axes mais dont la formulation n'est pas bijective, c'est à dire qu'il n'est pas possible de revenir à la connaissance des angles à partir de la matrice de passage d'une base à une autre. Une alternative pour contourner ce problème est l'utilisation des quaternions, cependant cela introduit une équation de contrainte supplémentaire dans le système. D'autres possibilités ont également été évoquées dans le premier chapitre, cependant elles sont destinées à des modélisations de système multicorps complexes et requièrent une formulation spécifique des

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

équations de la dynamique. La singularité présente dans l'utilisation des angles d'Euler n'est pas critique dans le cas du navire car elle correspond à un angle d'assiette de  $\pi/2$  alors que cet angle reste généralement proche de zéro en pratique. C'est donc ce choix qui est fait et qui offre l'intérêt de la simplicité.

### i) Définition

Les trois angles d'Euler sont : la précession ( $\psi$ ) autour de  $\vec{z}_0$ , la nutation ( $\theta$ ) autour de  $\vec{y}_1$  et la rotation propre ( $\phi$ ) autour de  $\vec{x}_2$ . Ou en termes maritimes la dérive (*yaw*), le tangage (*pitch*) et le

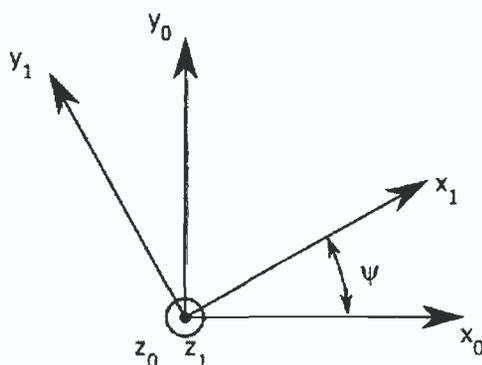


Figure 5: Rotation

roulis (*roll*).

### ii) Changement de repère

Soit  $R_z(\psi)$  la matrice de rotation d'un angle  $\psi$  autour de  $\vec{z}_0$

$$R_z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.1})$$

Alors cette matrice correspond également au passage d'un vecteur depuis  $R_1$  dans  $R_0$ . On note  $P_{01}$  cette matrice de passage.

$$P_{01} = R(\psi, \vec{z}_0) = R_z(\psi) \quad (\text{II.2})$$

Donc un vecteur quelconque  $\vec{A}$ , exprimé dans  $R_1$ , aura pour coordonnées dans  $R_0$  :

II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

$$\vec{A}_{(0)} = P_{01} \cdot \vec{A}_{(1)} \quad (\text{II.3})$$

De même, on déduit les matrices de changement de passage pour les autres rotations :

$$P_{12} = R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (\text{II.4})$$

et

$$P_{23} = R_x(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (\text{II.5})$$

Finalement,

$$P_{03} = P_{01} \cdot P_{12} \cdot P_{23} = R_z \cdot R_y \cdot R_x \quad (\text{II.6})$$

L'expression complète de la matrice de changement de repère est :

$$P_{03} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cdot \cos \theta & \cos \psi \cdot \sin \theta \cdot \sin \phi - \sin \psi \cdot \cos \phi & \cos \psi \cdot \sin \theta \cdot \cos \phi + \sin \psi \cdot \sin \phi \\ \sin \psi \cdot \cos \theta & \sin \psi \cdot \sin \theta \cdot \sin \phi + \cos \psi \cdot \cos \phi & \sin \psi \cdot \sin \theta \cdot \cos \phi - \cos \psi \cdot \sin \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \cdot \sin \phi & \cos \theta \cdot \cos \phi \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

Il faut également noter que :

$$P_{03}^{-1} = P_{03}^T \quad (\text{II.8})$$

iii) Problème inverse : calcul des angles d'Euler à partir de la matrice de passage

$$\psi = \tan_2^{-1}(P_{21}, P_{11}) \text{ pour } \theta \neq \pm \frac{\pi}{2}^3 \quad (\text{II.9})$$

$$\phi = \tan_2^{-1}(P_{32}, P_{33}) \text{ pour } \theta \neq \pm \frac{\pi}{2} \quad (\text{II.10})$$

$$\theta = -\tan_2^{-1}\left(-P_{31}, \frac{P_{33}}{\cos \phi}\right) \quad (\text{II.11})$$

Le problème de cette modélisation, qui est que la fonction qui permet de passer des angles d'Euler à la matrice de passage n'est pas bijective, est bien démontré ici. Lorsque  $\theta > \pi/2$  ou  $\theta < -\pi/2$ , la détermination du cadran pour  $\phi$  et  $\psi$  est faussée. De plus, dans le cas où  $\theta = \pi/2$ , il n'est possible que de connaître la valeur de  $\phi - \psi$ . L'utilisation des quaternions pourrait remédier à ce problème, au prix d'une équation de contrainte supplémentaire, cependant si  $\theta$  représente l'angle d'assiette d'un navire, sa valeur reste proche de 0 dans la plupart des situations et le choix de cette modélisation ne pose pas de problème.

#### II.1.d Repère pour l'expression des équations de la dynamique

Les équations de la dynamique, quelle que soit la formulation retenue, doivent être écrites dans un repère unique pour chaque corps. Deux possibilités apparaissent immédiatement, soit d'exprimer l'ensemble des grandeurs par rapport au repère Galiléen, soit de se placer dans le repère propre à chaque corps.

La première possibilité offre la simplicité d'avoir un unique repère de référence, cependant l'expression des différentes grandeurs, en particulier les vitesses et les accélérations est peu intuitive dans ce repère.

La seconde possibilité est physiquement plus naturelle à plusieurs titres :

- Le calcul des efforts est facilité puisque ceux-ci sont exprimés plus directement dans le repère du corps
- La connaissance des vitesses et accélérations est directement interprétable
- Le centre de gravité et la matrice d'inertie sont généralement connus et constants dans ce repère

3 La fonction  $\tan_2^{-1}(y, x)$  est la fonction  $\tan^{-1}(y/x)$  où le cadran de l'angle est déterminé à partir des signes des paramètres.

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

Cependant les interactions entre les divers corps doivent être exprimés dans un repère commun avant d'être calculées dans le repère propre à chaque corps.

Le programme réalisé permettant d'utiliser ces deux formulations, les deux seront présentées.

### II.2 Expression de l'énergie cinétique, définition de la matrice masse

Dans l'établissement des équations de Lagrange au chapitre I, nous avons supposé dans la relation (I.30) que l'énergie cinétique du système pouvait se mettre sous une forme quadratique de la dérivée temporelle des paramètres de position du corps. C'est ce que nous allons établir dans ce paragraphe.

L'énergie cinétique d'un solide est définie par l'expression :

$$E_c = \int_S \frac{1}{2} \vec{V}(P)^2 dm \quad (\text{II.12})$$

Soit  $R_s$ , un repère lié au solide  $S$ , d'origine  $O$ , alors la vitesse d'un point  $P$  du solide est donnée par :

$$\vec{V}(P) = \vec{V}(O) + \vec{\omega} \wedge \vec{OP} \quad (\text{II.13})$$

d'où

$$E_c = \frac{1}{2} \int_S (\vec{V}(O) + \vec{\omega} \wedge \vec{OP})^2 dm \quad (\text{II.14})$$

$$E_c = \frac{1}{2} \int_S \vec{V}(O)^2 + 2 \vec{V}(O) \cdot \vec{\omega} \wedge \vec{OP} + (\vec{\omega} \wedge \vec{OP})^2 dm \quad (\text{II.15})$$

or  $(\vec{\omega} \wedge \vec{OP})^2 = (\vec{\omega} \wedge \vec{OP}) \cdot (\vec{\omega} \wedge \vec{OP}) = \vec{\omega} \cdot (\vec{OP} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{OP}))$ , par permutation circulaire à l'intérieur du produit mixte, donc :

$$\int_S (\vec{\omega} \wedge \vec{OP})^2 dm = \vec{\omega} \cdot \int_S \vec{OP} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{OP}) dm \quad (\text{II.16})$$

soit sous forme matricielle :

$$\int_S (\vec{\omega} \wedge \vec{OP})^2 dm = \vec{\omega}^T \cdot \mathbf{J} \cdot \vec{\omega} \quad (\text{II.17})$$

où  $\mathbf{J}$  est exprimée par rapport au point  $O$ .

D'autre part :

$$\int_S \vec{V}(O)^2 dm = \vec{V}(O)^2 \int_S dm = m \cdot \vec{V}(O)^2 \quad (\text{II.18})$$

Le troisième terme de l'intégrale peut s'écrire sous la forme :

$$\int_S 2 \vec{V}(O) \cdot \vec{\omega} \wedge \vec{OP} dm = 2 \vec{V}(O) \cdot \vec{\omega} \wedge \int_S dm = 2 m \vec{V}(O) \cdot \vec{\omega} \wedge \vec{OG} \quad (\text{II.19})$$

$$2 m \vec{V}(O) \cdot \vec{\omega} \wedge \vec{OG} = m \vec{V}(O) \cdot \vec{\omega} \wedge \vec{OG} + m \vec{\omega} \cdot \vec{OG} \wedge \vec{V}(O) \quad (\text{II.20})$$

Soit, sous forme matricielle en utilisant l'opérateur matriciel du produit vectoriel :

$$\int_S 2 \vec{V}(O) \cdot \vec{\omega} \wedge \vec{OP} dm = \vec{V}(O)^T \cdot \mathbf{S}(-m \vec{OG}) \cdot \vec{\omega} + \vec{\omega}^T \cdot \mathbf{S}(m \vec{OG}) \cdot \vec{V}(O) \quad (\text{II.21})$$

Finalement

$$2 \cdot E_c = m \cdot \vec{V}(O)^2 + \vec{\omega}^T \cdot \mathbf{J} \cdot \vec{\omega} + \vec{V}(O)^T \cdot \mathbf{S}(-m \vec{OG}) \cdot \vec{\omega} + \vec{\omega}^T \cdot \mathbf{S}(m \vec{OG}) \cdot \vec{V}(O) \quad (\text{II.22})$$

Ce qui conduit à l'expression de l'énergie potentielle sous la forme [HOU93], et supposée dans l'équation (I.30) :

II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

$$E_c = \frac{1}{2} \dot{\vec{q}}^T M \dot{\vec{q}} \quad (\text{II.23})$$

avec

$$\dot{\vec{q}} = \begin{bmatrix} \vec{V}(O) \\ \vec{\omega} \end{bmatrix} \quad (\text{II.24})$$

et

$$M = \begin{bmatrix} m \cdot I_{3 \times 3} & -m S(\vec{OG}) \\ m S(\vec{OG}) & J \end{bmatrix} \quad (\text{II.25})$$

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & m z_g & -m y_g \\ 0 & m & 0 & -m z_g & 0 & m x_g \\ 0 & 0 & m & m y_g & -m x_g & 0 \\ 0 & -m z_g & m y_g & I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ m z_g & 0 & -m x_g & -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -m y_g & m x_g & 0 & -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (\text{II.26})$$

Cette écriture est simplifiée lorsque les points  $O$  et  $G$  sont confondus, c'est à dire lorsque l'origine du repère  $R$ , lié au corps est le centre de gravité de ce corps. Cependant, dans le cas d'un navire dont la masse est variable (ballast liquide, déplacement d'équipage,...) il peut être intéressant de ne pas procéder à cette simplification et d'exprimer la matrice masse dans un repère lié au navire, constant au cours de la simulation.

Cette écriture est indépendante du repère dans lequel sont exprimés les vecteurs qui la compose à partir du moment où tous les termes sont exprimés dans le même repère et représentent bien l'énergie cinétique du corps dans son mouvement par rapport à un repère galiléen.

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

### II.2.a Expression dans le repère galiléen

Dans l'expression (II.25), la matrice  $J$  est généralement connue et souvent constante dans le repère  $R_s$  lié au corps, de même que la position du centre de gravité. Dans le cas où la résolution du système est réalisée dans le repère galiléen, il est nécessaire d'exprimer l'énergie cinétique et la matrice masse dans le repère  $R_g$  à partir de sa connaissance dans le repère  $R_s$ . Soit  $P_{gs}$  la matrice de changement de repère de  $R_s$  dans  $R_g$ , alors :

$$\dot{q}_{(g)} = P_6 \dot{q}_{(s)} \quad (\text{II.27})$$

soit

$$\dot{q}_{(s)} = P_6^T \dot{q}_{(g)} \quad (\text{II.28})$$

Avec

$$P_6 = \begin{bmatrix} P_{gs} & 0 \\ 0 & P_{gs} \end{bmatrix} \quad (\text{II.29})$$

La relation (II.23), écrite dans le repère du corps est :

$$E_c = \frac{1}{2} \dot{q}_{(s)}^T M_{(s)} \dot{q}_{(s)} \quad (\text{II.30})$$

et en remplaçant par l'expression des vitesses dans le repère  $R_g$  donné par (II.28), il vient :

$$E_c = \frac{1}{2} \dot{q}_{(g)}^T P_6 M_{(s)} P_6^T \dot{q}_{(g)} \quad (\text{II.31})$$

Soit par identification

$$E_c = \frac{1}{2} \dot{q}_{(g)}^T M_{(g)} \dot{q}_{(g)} \quad (\text{II.32})$$

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

d'où

$$M_{(g)} = P_6 M_{(s)} P_6^T \quad (\text{II.33})$$

Finalement, la matrice masse dans  $R_g$  à partir de la connaissance de la matrice d'inertie et du centre de gravité dans le repère  $R_s$ , est donnée par :

$$M_{(g)} = \begin{bmatrix} m \cdot I_{3 \times 3} & -m P S(O\vec{G}_{(s)}) P^T \\ m P S(O\vec{G}_{(s)}) P^T & P \cdot J_{(s)} \cdot P^T \end{bmatrix} \quad (\text{II.34})$$

### II.3 Choix des paramètres, expression des vitesses

#### II.3.a Choix des paramètres pour la résolution

Pour les translations, les trois paramètres choisis sont les positions du corps dans le repère galiléen, soit :

$$v^T = [x, y, z] \quad (\text{II.35})$$

Pour les rotations, les trois paramètres choisis sont les angles d'Euler qui permettent de passer du repère galiléen  $R_g$  au repère propre du corps  $R_s$ , soit :

$$\mu^T = [\phi, \theta, \psi] \quad (\text{II.36})$$

Le vecteur paramètre est alors  $q$  tel que :

$$q^T = [v^T, \mu^T] = [x, y, z, \phi, \theta, \psi] \quad (\text{II.37})$$

Il faut alors exprimer les vitesses en translation et en rotation telles qu'elles interviennent dans l'expression de l'énergie cinétique, écrite en (II.23), en fonction de ces paramètres et de leur dérivée. L'expression des vitesses est alors dépendante du repère choisi pour l'écriture des équations de la dynamique.

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

### II.3.b *Expression des vitesses dans le repère Galiléen*

La vitesse en translation est obtenue directement à partir de la dérivée temporelle des paramètres choisis :

$$\dot{\vec{v}} = \dot{v} \quad (\text{II.38})$$

Le vecteur rotation instantanée s'écrit à partir des différents repères intervenant dans les transformations liées aux angles d'Euler de la manière suivante :

$$\vec{\omega} = \dot{\psi} \vec{z}_0 + \dot{\theta} \vec{y}_1 + \dot{\phi} \vec{x}_2 \quad (\text{II.39})$$

soit, en exprimé dans le repère  $R_g$  par :

$$\vec{\omega} \begin{bmatrix} -\sin \psi \dot{\theta} + \cos \theta \cos \psi \dot{\phi} \\ \cos \psi \dot{\theta} + \cos \theta \sin \psi \dot{\phi} \\ \dot{\psi} - \sin \psi \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (\text{II.40})$$

Ce qui peut se mettre sous la forme :

$$\vec{\omega} = \dot{\vec{\mu}} = \mathbf{\Omega}_r \cdot \dot{\vec{\mu}} \quad (\text{II.41})$$

avec

$$\mathbf{\Omega}_r = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \cos \theta \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ -\sin \theta & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.42})$$

Ce qui permet d'écrire les vitesses du corps en fonction des paramètres choisis pour le calcul de l'énergie cinétique par :

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

$$\dot{\tilde{q}} = \mathbf{\Omega} \cdot \dot{q} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & \mathbf{\Omega}_r \end{bmatrix} \cdot \dot{q} \quad (\text{II.43})$$

### II.3.c Expression des vitesses dans le repère lié au corps

Dans ce repère, l'expression de la vitesse en translation devient :

$$\vec{V}(O)_{(s)} = \mathbf{P}^T \cdot \vec{V}(O)_{(g)} \quad (\text{II.44})$$

Ce qui amène à

$$\dot{\tilde{v}} = \mathbf{\Omega}_r \cdot \dot{v} \quad (\text{II.45})$$

avec

$$\mathbf{\Omega}_r = \mathbf{P}^T \quad (\text{II.46})$$

Le vecteur rotation instantanée est également exprimé dans le repère lié au corps et l'expression de la matrice  $\mathbf{\Omega}_r$  devient :

$$\mathbf{\Omega}_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (\text{II.47})$$

Finalement :

$$\dot{\tilde{q}} = \mathbf{\Omega} \cdot \dot{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Omega}_r & 0 \\ 0 & \mathbf{\Omega}_r \end{bmatrix} \cdot \dot{q} \quad (\text{II.48})$$

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

Quel que soit le repère choisi, les vitesses du corps intervenant dans le calcul de l'énergie cinétique s'expriment par :

$$\dot{\tilde{q}} = \Omega \cdot \dot{q} \quad (\text{II.49})$$

où  $\Omega$  traduit la relation entre les paramètres choisis pour la résolution du problème et la vitesse du corps dans son mouvement par rapport au repère Galiléen. La valeur de l'énergie cinétique est indépendante du repère choisi pour l'expression des vitesses.

### II.4 Équations de Lagrange

Les équations de Lagrange telles que développées au paragraphe I.2.b ii) sont basées sur l'expression des travaux virtuels des accélérations des corps, des forces intérieures et extérieures qui s'exercent sur ces corps. Dans ce paragraphe seront développés les expressions des deux premiers termes, tandis que le travail des efforts intérieurs, calculé à partir des équations de contraintes sera développé dans le paragraphe suivant.

#### II.4.a *Travail virtuel des quantités d'accélération*

A partir de l'expression de l'énergie cinétique (II.23) et de l'expression (II.49) des vitesses du corps en fonction des paramètres indépendants choisis pour la modélisation du problème, il vient :

$$E_c = \frac{1}{2} \dot{q}^T \Omega^T M \Omega \dot{q} \quad (\text{II.50})$$

A partir de cette expression et en posant  $\tilde{M} = \Omega^T M \Omega$ , le travail virtuel des quantités d'accélération s'écrit :

$$E_c = \frac{1}{2} \dot{q}^T \tilde{M} \dot{q} \quad (\text{II.51})$$

ce qui amène, en suivant les développements du chapitre I, équations (I.30) et (I.31), à :

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

$$\tilde{M} \ddot{q} + \dot{\tilde{M}} \dot{q} - \frac{1}{2} \dot{q}^T \frac{\partial \tilde{M}}{\partial q} \dot{q} = Q + C^T \lambda \quad (\text{II.52})$$

Le travail virtuel des quantités d'accélération se développe donc sous la forme suivante, dont le calcul complet dépendra de l'expression des matrices  $M$  et  $\Omega$  suivant le repère choisi.

$$\delta W_a = \Omega^T M \Omega \ddot{q} + \left( \dot{\Omega}^T M \Omega + \Omega^T \dot{M} \Omega + \Omega^T M \dot{\Omega} \right) \dot{q} - \frac{1}{2} \dot{q}^T \left( \frac{\partial \Omega^T}{\partial q} M \Omega + \Omega^T \frac{\partial M}{\partial q} \Omega + \Omega^T M \frac{\partial \Omega}{\partial q} \right) \dot{q} \quad (\text{II.53})$$

### i) Dans le repère lié au corps

Dans ce repère, la matrice masse  $M_{(s)}$  est indépendante des paramètres  $q$  et  $\dot{q}$ , ce qui conduit à l'expression suivante du travail virtuel des quantités d'accélération :

$$\delta W_a = \Omega^T M \Omega \ddot{q} + \left( \dot{\Omega}^T M \Omega + \Omega^T \dot{M} \Omega + \Omega^T M \dot{\Omega} \right) \dot{q} - \frac{1}{2} \dot{q}^T \left( \frac{\partial \Omega^T}{\partial q} M \Omega + \Omega^T M \frac{\partial \Omega}{\partial q} \right) \dot{q} \quad (\text{II.54})$$

Si, de plus, la matrice masse est constante au cours du temps dans le repère du corps, alors  $\dot{M} = 0$  et l'expression devient :

$$\delta W_a = \Omega^T M \Omega \ddot{q} + \left( \dot{\Omega}^T M \Omega + \Omega^T M \dot{\Omega} \right) \dot{q} - \frac{1}{2} \dot{q}^T \left( \frac{\partial \Omega^T}{\partial q} M \Omega + \Omega^T M \frac{\partial \Omega}{\partial q} \right) \dot{q} \quad (\text{II.55})$$

où les valeurs de  $\dot{\Omega}$  et de  $\frac{\partial \Omega}{\partial q}$  peuvent être facilement calculées par dérivation des expressions (II.47) et (II.7). Donc à partir de ce point tous les termes de l'équation différentielle du mouvement dans le repère lié au corps ont été exprimés.

### ii) Dans le repère galiléen

Dans ce cas, il faut évaluer  $\frac{\partial M}{\partial q}$  et  $\dot{M}$  qui apparaissent dans la relation (II.53), or nous supposons que la matrice masse est connue dans le repère propre du corps. On utilise alors la matrice de passage

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

pour exprimer la matrice masse dans le repère Galiléen, relation (II.33) :

$$\mathbf{M}_{(g)} = \mathbf{P}_6 \mathbf{M}_{(s)} \mathbf{P}_6^T \quad (\text{II.33})$$

d'où

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{M}} &= \dot{\mathbf{P}}_6 \mathbf{M}_{(s)} \mathbf{P}_6^T + \mathbf{P}_6 \dot{\mathbf{M}}_{(s)} \mathbf{P}_6^T + \mathbf{P}_6 \mathbf{M}_{(s)} \dot{\mathbf{P}}_6^T \\ \dot{\mathbf{M}} &= \mathbf{S}(\vec{\omega}) \mathbf{P}_6 \mathbf{M}_{(s)} \mathbf{P}_6^T + \mathbf{P}_6 \dot{\mathbf{M}}_{(s)} \mathbf{P}_6^T + \mathbf{P}_6 \mathbf{M}_{(s)} \mathbf{P}_6^T \mathbf{S}(\vec{\omega})^T \end{aligned} \quad (\text{II.56})$$

$$\dot{\mathbf{M}} = \mathbf{S}(\vec{\omega}) \mathbf{P}_6 \mathbf{M}_{(s)} \mathbf{P}_6^T + \mathbf{P}_6 \dot{\mathbf{M}}_{(s)} \mathbf{P}_6^T - \mathbf{P}_6 \mathbf{M}_{(s)} \mathbf{P}_6^T \mathbf{S}(\vec{\omega}) \quad (\text{II.57})$$

et d'autre part, par simple dérivation, et en utilisant le fait que  $\frac{\partial \mathbf{M}_{(s)}}{\partial q} = 0$ , il vient

$$\frac{\partial \mathbf{M}_{(g)}}{\partial q} = \frac{\partial \mathbf{P}_6}{\partial q} \mathbf{M}_{(s)} \mathbf{P}_6^T + \mathbf{P}_6 \mathbf{M}_{(s)} \frac{\partial \mathbf{P}_6^T}{\partial q} \quad (\text{II.58})$$

Les relations (II.57) et (II.58) sont ensuite réinjectées dans (II.53) pour aboutir à l'expression finale du travail virtuel des quantités d'accélération.

Cette méthode implique donc un nombre accru d'opérations mathématiques, ce qui complique son implémentation et nuit à la rapidité d'exécution du programme. Sachant qu'il est plus simple d'exprimer les efforts dans le repère du navire plutôt que dans le repère Galiléen, cette méthode offre peu d'intérêt.

### II.4.b Travail virtuel des efforts extérieurs

Il doit être évalué pour un déplacement virtuel correspondant à la variation de chaque paramètre indépendant choisi. Il s'exprime par :

$$\delta W_f = \mathbf{F} \cdot \boldsymbol{\Omega} \delta q \quad (\text{II.59})$$

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

$$\delta W_f = F \cdot \Omega_r \delta v + N \cdot \Omega_r \delta \mu \quad (\text{II.60})$$

Cette expression peut être exprimée dans le repère Galiléen ou dans le repère lié au corps et ce quelque soit le repère d'expression choisi pour le calcul de l'énergie cinétique puisque l'identification est faite en fonction des paramètres indépendants choisis dans la résolution des équations de Lagrange.

### II.5 Résolution pour un ensemble de corps

La méthode proposée ci-dessus permet de résoudre la dynamique d'un corps en mouvement. Il faut maintenant étendre la méthode à l'ensemble des corps constituant le système, ce qui ne pose pas de difficulté particulière.

La position de chacun des  $n$  corps  $C_i$  constituant le système est décrite par les paramètres  $q_i$ , ce qui amène au vecteur  $q$  des paramètres décrivant l'ensemble du système :

$$q^T = [q_1^T \dots q_n^T] \quad (\text{II.61})$$

La matrice masse  $M$  de l'ensemble du système est obtenue à partir des matrices masse  $M_i$  de chacun des corps :

$$M = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & M_n \end{bmatrix} \quad (\text{II.62})$$

Ce qui traduit le fait que l'énergie cinétique du système est la somme de l'énergie cinétique de l'ensemble des corps :

$$E_c = \sum E_{ci} = \sum \frac{1}{2} \dot{q}_i^T \cdot M_i \cdot \dot{q}_i \quad (\text{II.63})$$

De même, le travail virtuel des efforts extérieurs sera donné calculé par :

$$\delta W_f = \sum F_i \cdot \Omega_i \cdot \delta q_i \quad (\text{II.64})$$

Dans le cas où la résolution s'effectue dans le repère propre à chaque corps, les efforts devront être exprimés dans le repère respectif de chacun des corps. Si la résolution du système est réalisée dans le repère Galiléen, tous les efforts devront être exprimés dans ce repère.

## II.6 Contraintes de liaisons cinématiques

### II.6.a Expression des liaisons cinématiques

Les liaisons cinématiques entre deux corps réduisent le nombre de degrés de liberté d'un corps par rapport à un autre. Le nombre de combinaisons différentes est assez important mais nous allons voir que ces liaisons peuvent être ramenées à quatre contraintes de base exprimées soit entre des vecteurs appartenant aux corps en liaison, soit entre des points de ces mêmes corps.

Il a été mentionné précédemment, au travers de l'équation (I.23), page 30, et rappelée ci-dessous, que les équations de contraintes non-holonomes pouvaient s'écrire sous la forme d'une combinaison linéaire des vitesses et correspondaient aux contraintes de liaisons cinématiques. Ce qui va être vérifié dans les développements ci-dessous.

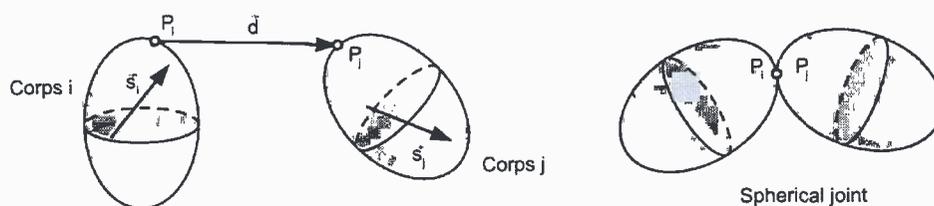
$$\Phi_n = \phi_{ij}^n \cdot \dot{q}_j + f(t) = 0 \quad (\text{I.23})$$

Les équations de contraintes non-holonomie interviennent dans les équations de Lagrange par l'intermédiaire de la matrice jacobienne des contraintes  $C$ , équation (I.26).

Dans les paragraphes suivants (cf figure 6), nous prenons deux corps  $C_i$  et  $C_j$  auxquels sont attachés respectivement les vecteurs  $\vec{s}_i$  et  $\vec{s}_j$  et les points  $P_i$  et  $P_j$ . les vecteurs  $\vec{r}_i$  et  $\vec{r}_j$  correspondent aux vecteurs  $\overline{OO}_i$  et  $\overline{OO}_j$  où  $O_{i,j}$  est l'origine du repère propre des corps et  $O$  l'origine du repère galiléen.

Les relations des équations de contrainte vont faire intervenir des vecteurs appartenant à des corps différents, il faut donc veiller à exprimer tous les vecteurs impliqués dans une relation de contrainte dans le même repère, ce qui ne pose pas de problème particulier.

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires



**Figure 6: Modélisation des efforts de liaison**

### II.6.b Quatre liaisons cinématiques de base

#### i) Liaison « normale de type 1 »

Pour que les vecteurs  $\vec{s}_i$  et  $\vec{s}_j$  restent perpendiculaires, il faut écrire :

$$\Phi = \vec{s}_i \cdot \vec{s}_j = 0 \quad (\text{II.65})$$

ou

$$\Phi = s_i^T \cdot s_j = 0 \quad (\text{II.66})$$

Ce qui introduit une relation algébrique dans le système.

#### ii) Liaison « normale de type 2 »

La liaison "normale" de type 2 est très proche de celle de type 1, mais le vecteur  $\vec{s}_j$  est remplacé par le vecteur  $\vec{d}$  reliant les points  $P_i$  et  $P_j$ . Ce qui conduit à :

$$\Phi = \vec{s}_i \cdot \vec{d} = cte \quad (\text{II.67})$$

ou

$$\Phi = s_i^T \cdot d = cte \quad (\text{II.68})$$

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

### iii) Liaison « rotule<sup>4</sup> »

Une des liaisons cinématiques les plus courantes entre deux corps est la liaison rotule (*spherical joint* ou *ball joint*). Cette liaison fait coïncider entre eux deux point  $P_i$  et  $P_j$  appartenant respectivement au corps  $C_i$  et au corps  $C_j$ .

La contrainte associée, qui introduit trois équations de contrainte, s'écrit :

$$\Phi = P_i - P_j = 0 \quad (\text{II.69})$$

Soit

$$\Phi = \vec{r}_i + \vec{s}_i - \vec{r}_j - \vec{s}_j = 0 \quad (\text{II.70})$$

### iv) Liaison « rotule-rotule »

Une autre liaison cinématique utile, d'après Nikravesh [NIK04], est la liaison rotule-rotule, qui représente un lien rigide, de longueur  $l$  entre deux corps sans toutefois introduire un corps supplémentaire (qui serait sans masse mais qui introduirait des variables supplémentaires dans le système). Une seule équation de contrainte est introduite par cette équation :

$$\Phi = \frac{1}{2} (d^T \cdot d - l^2) = 0 \quad (\text{II.71})$$

Le coefficient  $\frac{1}{2}$  permet de supprimer les facteurs 2 lors de la dérivation temporelle de l'équation de contrainte.

### II.6.c Autres liaisons cinématiques

A partir de ces contraintes de base, il est possible de décrire n'importe quelle autre contrainte.

#### i) Liaison pivot

Prenons l'exemple d'une liaison pivot. Cette liaison ne laisse qu'un degré de liberté, en rotation, du corps 2 par rapport au corps 1.

---

4 Ou liaison « sphérique »

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

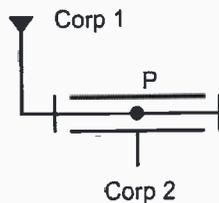


Figure 7: Liaison pivot

Alors cette relation est modélisée par

- deux contraintes "normales" de type 1 en définissant deux vecteurs du corps 1 perpendiculaire à l'axe de la liaison et un vecteur du corps 2 parallèle à l'axe de la liaison. Chacune de ces relations supprimant un degré de liberté
- une contrainte de type "sphérique" qui impose que le point P reste confondu pour les deux corps, ce qui supprime trois autres degrés de liberté

Sur les six degrés de liberté initialement possibles entre les deux corps, il n'en subsiste qu'un seul permettant la rotation.

### ii) Liaison « parallèle »

Pour que ces deux vecteurs restent parallèles, la contrainte pourrait s'écrire :

$$\Phi = \vec{s}_i \wedge \vec{s}_j = 0 \quad (\text{II.72})$$

Ce qui introduit 3 équations algébriques dans le système, *mais dont seulement deux sont indépendantes*, ce qui est à proscrire. Il est possible de contourner le problème en définissant deux vecteurs  $\vec{a}_j$  et  $\vec{b}_j$  liés par exemple au corps  $C_j$  perpendiculaires à  $\vec{s}_j$  et en contraignant  $\vec{s}_i$  à être perpendiculaires à ces deux vecteurs.

### II.6.d Dérivation des équations de contraintes

Il est nécessaire de dériver ces équations de contraintes pour aboutir au calcul de la matrice Jacobienne. Nikravesh nous indique (ce qui sera justifié à la fin de ce paragraphe où nous aurons exprimé ces matrices pour toutes les liaisons présentées) que ces les dérivées des équations de contraintes peuvent se mettre sous la forme :

$$\dot{\Phi} = D \dot{q} = D_i \cdot \dot{q}_i + D_j \cdot \dot{q}_j \quad (\text{II.73})$$

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

ou  $\dot{\vec{q}}_i$  représente les six composantes de la vitesse du corps  $i$ . Ce qui revient à dire que les contraintes non-holonomes issues des liaisons cinématiques se mettent sous la forme d'une combinaison linéaire des vitesses, comme mentionné dans l'établissement des équations de Lagrange. Ces équations peuvent également être exprimées en fonction de la dérivée temporelle des paramètres utilisés pour la résolution du système dynamique :

$$\dot{\Phi} = D_i \cdot \Omega_i \cdot \dot{q}_i + D_j \cdot \Omega_j \cdot \dot{q}_j \quad (\text{II.74})$$

Les équations de contraintes non-holonomes interviendront donc par l'intermédiaire de la dérivée des contraintes telles qu'elles ont été écrites dans les équations (II.65) à (II.71). La relation (II.74) exprime directement les coefficients de la matrice jacobienne des contraintes  $C$  pour les contraintes non-holonomes. Puisque les équations de contraintes cinématiques entreront dans la résolution de la dynamique par l'intermédiaire de leur dérivées, il faudra être vigilant quant au respect initial de ces contraintes.

Certaines méthodes, telle la méthode de substitution exposée ci-dessous, au paragraphe II.7.a, nécessitent également la connaissance de la dérivée seconde des équations de contraintes qui sera donc calculée.

### i) Liaison « normale de type 1 »

$$\begin{aligned} \Phi &= s_i \cdot s_j \\ \dot{\Phi} &= \dot{s}_i \cdot s_j + s_i \cdot \dot{s}_j \\ &= \omega_i \wedge s_i \cdot s_j + s_i \cdot \omega_j \wedge s_j \\ &= -s_j \cdot s_i \wedge \omega_i - s_i \cdot s_j \wedge \omega_j \\ &= -s_j^T \cdot \mathcal{S}(s_i) \omega_i - s_i^T \cdot \mathcal{S}(s_j) \omega_j \end{aligned} \quad (\text{II.75})$$

Dans ce cas,

$$\begin{aligned} D_i &= \begin{bmatrix} 0 & -s_j^T \cdot \mathcal{S}(s_i) \Omega_{ri} \end{bmatrix} \\ D_j &= \begin{bmatrix} 0 & -s_i^T \cdot \mathcal{S}(s_j) \Omega_{rj} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{II.76})$$

Pour la dérivée seconde :

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

$$\begin{aligned} \dot{\Phi} = & -(s_j \wedge s_i) \cdot \dot{\omega}_i - (s_i \wedge s_j) \cdot \dot{\omega}_j - [s_j \wedge (\omega_i \wedge s_i) + (\omega_j \wedge s_j) \wedge s_i] \cdot \omega_i \\ & - [s_i \wedge (\omega_j \wedge s_j) + (\omega_i \wedge s_i) \wedge s_j] \cdot \omega_j \end{aligned} \quad (\text{II.77})$$

$$\ddot{\Phi} = D \cdot \dot{\nu} - [s_j \wedge (\omega_i \wedge s_i) + (\omega_j \wedge s_j) \wedge s_i] \cdot \omega_i - [s_i \wedge (\omega_j \wedge s_j) + (\omega_i \wedge s_i) \wedge s_j] \cdot \omega_j \quad (\text{II.78})$$

Ce qui s'écrit sous forme matricielle par :

$$\begin{aligned} \ddot{\Phi} = & D \cdot \dot{\nu} + \omega_i^T \cdot S(s_j) \cdot S(s_i) \cdot \omega_i - \omega_j^T \cdot S(s_j) \cdot S(s_i) \cdot \omega_i \\ & + \omega_j^T \cdot S(s_i) \cdot S(s_j) \cdot \omega_j - \omega_i^T \cdot S(s_i) \cdot S(s_j) \cdot \omega_j \end{aligned} \quad (\text{II.79})$$

ii) Liaison « normale de type 2 »

Dans ce cas, sont introduits les vecteurs  $\vec{s}_i'$  et  $\vec{s}_j'$  tels que :

$$\begin{aligned} P_i &= \vec{r}_i + \vec{s}_i' \\ P_j &= \vec{r}_j + \vec{s}_j' \end{aligned} \quad (\text{II.80})$$

alors

$$\begin{aligned} \Phi &= \vec{s}_i \cdot \vec{d} = 0 \\ \Phi &= \vec{s}_i \cdot (\vec{r}_j + \vec{s}_j' - \vec{r}_i - \vec{s}_i') \\ \dot{\Phi} &= (\dot{\vec{\omega}}_i \wedge \vec{s}_i) \cdot (\vec{r}_j + \vec{s}_j' - \vec{r}_i - \vec{s}_i') + \vec{s}_i \cdot (\dot{\vec{r}}_j + \dot{\vec{\omega}}_j \wedge \vec{s}_j' - \dot{\vec{r}}_i - \dot{\vec{\omega}}_i \wedge \vec{s}_i') \\ &= -(\dot{\vec{r}}_j + \dot{\vec{s}}_j' - \dot{\vec{r}}_i - \dot{\vec{s}}_i') \cdot (\vec{s}_i \wedge \vec{\omega}_i) + \vec{s}_i \cdot \dot{\vec{r}}_j - \vec{s}_i \cdot \dot{\vec{r}}_i - \vec{s}_i \cdot (\vec{s}_j' \wedge \omega_j) + \vec{s}_i \cdot (\vec{s}_i' \wedge \vec{\omega}_i) \end{aligned} \quad (\text{II.81})$$

d'où, sous forme matricielle :

$$\dot{\Phi} = -d^T S(s_i) \omega_i + s_i^T \dot{r}_j - s_i^T \dot{r}_i - s_i^T S(s_j') \omega_j + s_i^T S(s_i') \omega_i \quad (\text{II.82})$$

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_i &= \begin{bmatrix} -\dot{s}_i^T & s_i^T \mathbf{S}(s_i') - \mathbf{d}^T \mathbf{S}(s_i) \end{bmatrix} \\ \mathbf{D}_j &= \begin{bmatrix} s_j^T & -s_j^T \mathbf{S}(s_j') \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{II.83})$$

Le calcul de la dérivée seconde donne :

$$\begin{aligned} \ddot{\Phi} &= -\ddot{\mathbf{d}} \cdot (\vec{s}_i \wedge \vec{\omega}_i) - \ddot{\mathbf{d}} \cdot [(\vec{\omega}_i \wedge \vec{s}_i) \wedge \vec{\omega}_i] - (\dot{\vec{r}}_j + \vec{\omega}_j \wedge \vec{s}_j' - \dot{\vec{r}}_i - \vec{\omega}_i \wedge \vec{s}_i') \wedge (\vec{s}_i \wedge \vec{\omega}_i) \\ &\quad + (\vec{\omega}_i \wedge \vec{s}_i) \cdot (\dot{\vec{r}}_j - \dot{\vec{r}}_i) + \vec{s}_i \cdot (\dot{\vec{r}}_j - \dot{\vec{r}}_i) \\ &\quad - (\vec{\omega}_i \wedge \vec{s}_i) \cdot (\vec{s}_j' \wedge \vec{\omega}_j) - \vec{s}_i \cdot (\vec{s}_j' \wedge \vec{\omega}_j) - \vec{s}_i \cdot [(\vec{\omega}_j \wedge \vec{s}_j') \wedge \vec{\omega}_j] \\ &\quad + (\vec{\omega}_i \wedge \vec{s}_i) \cdot (\vec{s}_i' \wedge \vec{\omega}_i) + \vec{s}_i \cdot (\vec{s}_i' \wedge \vec{\omega}_i) + \vec{s}_i \cdot [(\vec{\omega}_i \wedge \vec{s}_i') \wedge \vec{\omega}_i] \end{aligned} \quad (\text{II.84})$$

$$\begin{aligned} \ddot{\Phi} &= \mathbf{D} \dot{v} - \ddot{\mathbf{d}} \cdot [(\vec{\omega}_i \wedge \vec{s}_i) \wedge \vec{\omega}_i] - (\dot{\vec{r}}_j + \vec{\omega}_j \wedge \vec{s}_j' - \dot{\vec{r}}_i - \vec{\omega}_i \wedge \vec{s}_i') \wedge (\vec{s}_i \wedge \vec{\omega}_i) \\ &\quad + (\vec{\omega}_i \wedge \vec{s}_i) \cdot (\dot{\vec{r}}_j - \dot{\vec{r}}_i) \\ &\quad - (\vec{\omega}_i \wedge \vec{s}_i) \cdot (\vec{s}_j' \wedge \vec{\omega}_j) - \vec{s}_i \cdot [(\vec{\omega}_j \wedge \vec{s}_j') \wedge \vec{\omega}_j] \\ &\quad + (\vec{\omega}_i \wedge \vec{s}_i) \cdot (\vec{s}_i' \wedge \vec{\omega}_i) + \vec{s}_i \cdot [(\vec{\omega}_i \wedge \vec{s}_i') \wedge \vec{\omega}_i] \end{aligned} \quad (\text{II.85})$$

iii) Liaison « rotule »

$$\begin{aligned} \Phi &= \vec{r}_i + \vec{s}_i - \vec{r}_j - \vec{s}_j = 0 \\ \dot{\Phi} &= \dot{\vec{r}}_i + \vec{\omega}_i \wedge \vec{s}_i - \dot{\vec{r}}_j - \vec{\omega}_j \wedge \vec{s}_j \\ &= \dot{\vec{r}}_i - \vec{s}_i \wedge \vec{\omega}_i - \dot{\vec{r}}_j + \vec{s}_j \wedge \vec{\omega}_j \end{aligned} \quad (\text{II.86})$$

Sous forme matricielle :

$$\dot{\Phi} = \dot{r}_i - \mathbf{S}(s_i) \cdot \omega_i - \dot{r}_j + \mathbf{S}(s_j) \cdot \omega_j \quad (\text{II.87})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_i &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{S}(s_i) \end{bmatrix} \\ \mathbf{D}_j &= \begin{bmatrix} -\mathbf{I} & +\mathbf{S}(s_j) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{II.88})$$

Le calcul de la dérivée seconde donne :

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

$$\begin{aligned}
 \ddot{\Phi} &= \ddot{\vec{r}}_i - \frac{d}{dt} \vec{s}_i \wedge \vec{\omega}_i - \vec{s}_i \wedge \dot{\vec{\omega}}_i - \ddot{\vec{r}}_j + \frac{d}{dt} \vec{s}_j \wedge \vec{\omega}_j + \vec{s}_j \wedge \dot{\vec{\omega}}_j \\
 &= \ddot{\vec{r}}_i - \ddot{\vec{r}}_j - \vec{s}_i \wedge \dot{\vec{\omega}}_i + \vec{s}_j \wedge \dot{\vec{\omega}}_j - (\vec{\omega}_i \wedge \vec{s}_i) \wedge \vec{\omega}_i + (\vec{\omega}_j \wedge \vec{s}_j) \wedge \vec{\omega}_j \\
 &= \mathbf{D} \dot{\mathbf{v}} - (\vec{\omega}_i \wedge \vec{s}_i) \wedge \vec{\omega}_i + (\vec{\omega}_j \wedge \vec{s}_j) \wedge \vec{\omega}_j
 \end{aligned} \tag{II.89}$$

Soit

$$\mathbf{D} \mathbf{v} = -(\vec{\omega}_i \wedge \vec{s}_i) \wedge \vec{\omega}_i + (\vec{\omega}_j \wedge \vec{s}_j) \wedge \vec{\omega}_j \tag{II.90}$$

### iv) Liaison « rotule-rotule »

$$\begin{aligned}
 \Phi &= \frac{1}{2} (\vec{d}^2 - l^2) \\
 \dot{\Phi} &= \vec{d} \cdot \dot{\vec{d}} \\
 &= \vec{d} \cdot (\dot{\vec{r}}_i + \vec{\omega}_i \wedge \vec{s}_i - \dot{\vec{r}}_j - \vec{\omega}_j \wedge \vec{s}_j) \\
 &= \vec{d} \cdot (\dot{\vec{r}}_i - \vec{s}_i \wedge \vec{\omega}_i - \dot{\vec{r}}_j + \vec{s}_j \wedge \vec{\omega}_j)
 \end{aligned} \tag{II.91}$$

Finalement, sous forme matricielle :

$$\dot{\Phi} = d^T \cdot \dot{\mathbf{r}}_i - d^T \cdot \mathbf{S}(s_i) \cdot \omega_i - d^T \cdot \dot{\mathbf{r}}_j + d^T \cdot \mathbf{S}(s_j) \cdot \omega_j \tag{II.92}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{D}_i &= \begin{bmatrix} d^T & -d^T \cdot \mathbf{S}(s_i) \end{bmatrix} \\
 \mathbf{D}_j &= \begin{bmatrix} d^T & d^T \cdot \mathbf{S}(s_j) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{II.93}$$

Et pour la dérivée seconde :

$$\begin{aligned}
 \ddot{\Phi} &= \vec{d} \cdot [\ddot{\vec{r}}_i + \vec{\omega}_i \wedge \dot{\vec{s}}_i + \dot{\vec{\omega}}_i \wedge (\vec{\omega}_i \wedge \vec{s}_i) - \ddot{\vec{r}}_j - \dot{\vec{\omega}}_j \wedge \vec{s}_j - \vec{\omega}_j \wedge (\dot{\vec{\omega}}_j \wedge \vec{s}_j)] \\
 &\quad + (\dot{\vec{r}}_i + \vec{\omega}_i \wedge \vec{s}_i - \dot{\vec{r}}_j - \vec{\omega}_j \wedge \vec{s}_j)^2 \\
 &= \mathbf{D} \dot{\mathbf{v}} + \vec{d} \cdot [\dot{\vec{\omega}}_i \wedge (\vec{\omega}_i \wedge \vec{s}_i) - \dot{\vec{\omega}}_j \wedge (\vec{\omega}_j \wedge \vec{s}_j)] + (\dot{\vec{r}}_i + \vec{\omega}_i \wedge \vec{s}_i - \dot{\vec{r}}_j - \vec{\omega}_j \wedge \vec{s}_j)^2
 \end{aligned} \tag{II.94}$$

**II.7 Méthodes de résolution**

Dans le cas de la formulation présentée, basée sur les équations de Lagrange, les méthodes de résolution sont les méthodes qui permettent de passer du système algèbro-différentiel à un système différentiel du second ordre qui pourra être intégré par une méthode numérique. Ici, ces méthodes se différencient par le moyen d'aboutir à une expression des multiplicateurs de Lagrange.

*II.7.a Méthode de substitution*

i) Méthode

Cette méthode est la plus simple permettant de résoudre le système algèbro-différentiel issu de la formulation par les équations de Lagrange, cependant elle pose des problèmes de stabilisation numérique qui sont la justification des autres méthodes dédiées à la résolution de ce problème. Le but de cette méthode est d'exprimer les multiplicateurs de Lagrange.

Les équations de contraintes sont dérivées par rapport au temps, deux fois pour les équations holonomes et une fois pour les équations non-holonomes, de manière à faire apparaître les accélérations  $\ddot{q}$ .

Pour les contraintes holonomes :

$$\frac{d\Phi_h}{dt} = \frac{\partial \Phi_h}{\partial q} \cdot \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_h}{\partial t} = \frac{\partial \Phi_h}{\partial q} \cdot \dot{q} + \frac{\partial \Phi_h}{\partial t} \tag{II.95}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2\Phi_h}{dt^2} &= \frac{\partial \dot{\Phi}_h}{\partial q} \cdot \dot{q} + \frac{\partial \dot{\Phi}_h}{\partial t} \\ &= \frac{\partial \dot{\Phi}_h}{\partial q} \cdot \dot{q} + \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \Phi_h}{\partial q} \cdot \dot{q} + \frac{\partial \Phi_h}{\partial t} \right) \\ &= \frac{\partial \dot{\Phi}_h}{\partial q} \cdot \dot{q} + \frac{\partial \Phi_h}{\partial q} \cdot \ddot{q} + \frac{\partial^2 \Phi_h}{\partial q \partial t} \cdot \dot{q} + \frac{\partial^2 \Phi_h}{\partial t^2} \\ &= \frac{\partial \dot{\Phi}_h}{\partial q} \cdot \dot{q} + \frac{\partial \Phi_h}{\partial q} \cdot \ddot{q} + \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \Phi_h}{\partial t} \right) \end{aligned} \tag{II.96}$$

Pour les contraintes non-holonomes :

$$\Phi_n = \phi_n \cdot \dot{q} + f(t) \tag{II.97}$$

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

$$\frac{d\Phi_n}{dt} = \dot{\Phi}_n \cdot \dot{q} + \Phi_n \cdot \ddot{q} + \dot{f}(t) = 0 \quad (\text{II.98})$$

Ce qui conduit au nouveau système suivant :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_n}{\partial q} \cdot \ddot{q} &= \frac{-\partial \dot{\Phi}_n}{\partial q} \dot{q} - \frac{\partial \dot{\Phi}_n}{\partial t} \\ \Phi_n \cdot \ddot{q} &= -\dot{\Phi}_n \cdot \dot{q} - \dot{f}(t) \end{aligned} \quad (\text{II.99})$$

Ce qui peut s'écrire sous forme matricielle par :

$$C \cdot \ddot{q} = H \quad (\text{II.100})$$

En substituant l'expression de  $\ddot{q}$  obtenue dans les équations de Lagrange, une nouvelle expression des multiplicateurs de Lagrange est obtenue :

$$\lambda = (C M^{-1} C^T)^{-1} (C M^{-1} (Q - R) - H) \quad (\text{II.101})$$

Ce qui amène à un système différentiel d'ordre 2 :

$$M \ddot{q} = Q - R - C^T (C M^{-1} C^T)^{-1} (C M^{-1} (Q - R) - H) \quad (\text{II.102})$$

qui est aisément calculable par une méthode d'intégration numérique.

### ii) Respect des équations de contraintes

Le problème majeur posé par cette méthode est le respect des équations de contraintes. Cette méthode ne permet pas d'assurer le respect des contraintes et amplifie les erreurs numériques qui se produisent lors de la simulation. L'exemple d'un pendule simple, illustré sur la figure 8, montre une déviation inacceptable des paramètres.

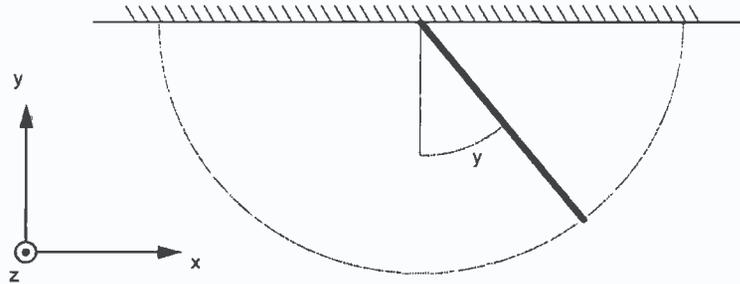


Figure 8: Pendule simple

Ce cas, parmi les plus simples qui puissent être pris en compte dans le cadre de la simulation dynamique, prouve l'incapacité de cette méthode à assurer le respect des contraintes de liaison. La longueur de la barre est de 0,5 m et l'articulation se situe à l'origine du repère de calcul. La figure 9 montre (à gauche) la position verticale de l'extrémité de la barre qui devrait varier entre 0,49 m et 0,50 m pour la configuration testée. L'instabilité de la méthode de substitution est donc clairement mise en évidence puisque pour une simulation de 10 secondes, le non respect de la contrainte est de 0,34m !

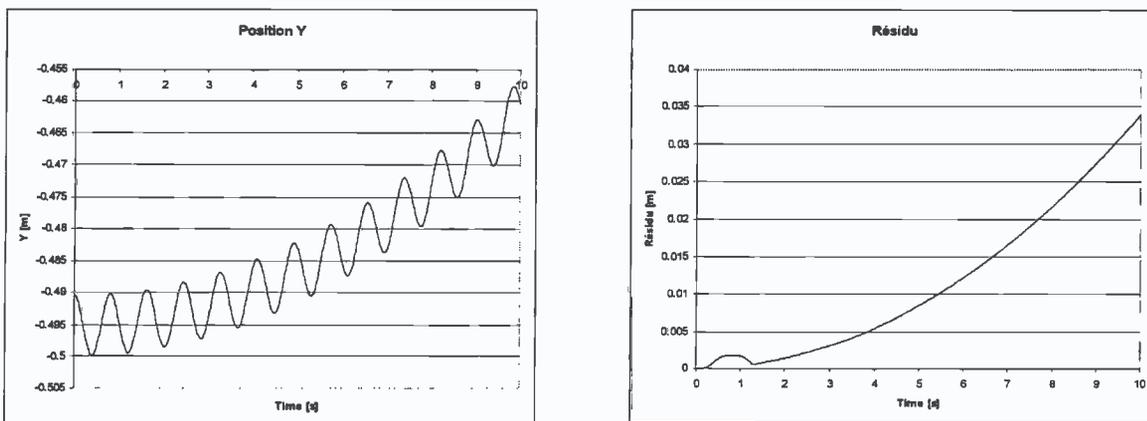


Figure 9: Position et calcul du résidu avec la méthode de substitution

### II.7.b Stabilisation de la méthode de pénalité

Pour remédier à ce problème de stabilité, Baugmarte [BAU72] a introduit une méthode de stabilisation des équations de contraintes.

Les contraintes holonomes sont remplacées par :

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

$$\ddot{\Phi}_h + 2\alpha \dot{\Phi}_h + \beta^2 \Phi_h = 0, \quad \alpha > 0 \quad (\text{II.103})$$

Et les contraintes non-holonomes par

$$\dot{\Phi}_n + \gamma \Phi_n = 0 \quad (\text{II.104})$$

En reprenant les développements précédents, le système devient :

$$C \ddot{q} = H - \begin{bmatrix} 2\alpha \dot{\Phi}_h + \beta^2 \Phi_h \\ \gamma \Phi_n \end{bmatrix} \quad (\text{II.105})$$

Ce qui conduit à une nouvelle expression des coefficients de Lagrange.

### i) Justification de la méthode de Baumgarte

Dans la méthode de substitution, la contrainte est satisfaite par l'intermédiaire de l'équation différentielle  $\ddot{\Phi} = 0$  et des conditions initiales  $\dot{\Phi} = \dot{\Phi}_0$  et  $\Phi = \Phi_0$ . Si au cours de la simulation, le résultat numérique amène à  $\dot{\Phi} = \epsilon_1$  et  $\Phi = \epsilon_0$  alors l'équation de contrainte prendra la forme  $\ddot{\Phi} = \epsilon_1 t + \epsilon_0$ , ce qui est divergent.

La contrainte introduite par Baumgarte est, quant à elle, asymptotiquement stable.

### II.7.c Méthode de pénalité

Les méthodes de pénalité consistent à donner une expression explicite des multiplicateurs de Lagrange comme fonction des violations de contraintes en position et en vitesse, ce qui élimine les équations de contraintes de la formulation.

Les multiplicateurs de Lagrange, sont exprimés sous la forme suivante, respectivement pour les contraintes holonomes et non-holonomes :

$$\begin{aligned} \lambda_h &= p_h \Phi_h + v_h \dot{\Phi}_h \\ \lambda_n &= p_n \Phi_n \end{aligned} \quad (\text{II.106})$$

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

où  $p_h$ ,  $v_h$  et  $p_n$  sont les facteurs de pénalité.

Ces expressions des multiplicateurs de Lagrange sont ensuite réintroduites dans le système différentiel qui peut alors être résolu par une méthode d'intégration numérique.

Ces méthodes, discutées par Seguy [SEG03], posent des problèmes de choix des facteurs de pénalités qui conduisent à des instabilités numériques.

D'autres alternatives sont proposées qui cherchent à résoudre les problèmes de stabilité numérique ainsi que la détermination des facteurs de pénalité, telle la méthode du Lagrangien augmenté proposée par Bayo[BAY88].

### II.8 Méthodes d'intégration numérique

Une fois exprimés les multiplicateurs de Lagrange, satisfaisants les équations de contraintes, le système à résoudre est un système différentiel explicite du second ordre, de la forme :

$$y'' = f(t, y, y') \quad (\text{II.107})$$

Comme il est impossible de caractériser plus précisément la fonction  $f$ , les méthodes analytiques sont exclues et seules les méthodes numériques permettent de résoudre le problème.

Les méthodes d'intégration numériques existantes dans la littérature sont basées sur une évaluation de la fonction  $f$  pour des valeurs de paramètres proche du point de fonctionnement à l'instant  $t$ .

A chaque pas de temps, il faudra donc procéder, suivant la méthode retenue, à un certain nombre d'évaluation de la fonction  $f$ . Dans ce travail, la méthode d'intégration utilisée est celle de Runge-Kutta à l'ordre 4, développée en annexe, et qui requiert quatre évaluations de la fonction pour estimer l'état du système au pas de temps suivant.

$$K_1 = h \cdot f(t_n, y_n, y'_n) \quad (\text{II.108})$$

$$K_2 = h \cdot f(t_n + h, y_n + h \cdot y'_n, y'_n + K_1) \quad (\text{II.109})$$

$$K_3 = h \cdot f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}(y'_n + 0,25 \cdot K_1), y'_n + 0,375 \cdot K_1 + 0,125 \cdot K_2\right) \quad (\text{II.110})$$

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

$$K_4 = h \cdot f(t_n + h, y_n + h \cdot (y'_n + 0,5 \cdot K_1), y'_n + 0,5(K_1 + K_2)) \quad (\text{II.111})$$

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot y'_n + \frac{h}{6} (K_1 + 2 K_3) \quad (\text{II.112})$$

$$y'_{n+1} = y'_n + \frac{1}{6} (K_1 + 4 K_3 + K_4) \quad (\text{II.113})$$

La figure 10 montre l'algorithme de résolution d'un pas de temps :

### Résolution d'un pas de temps

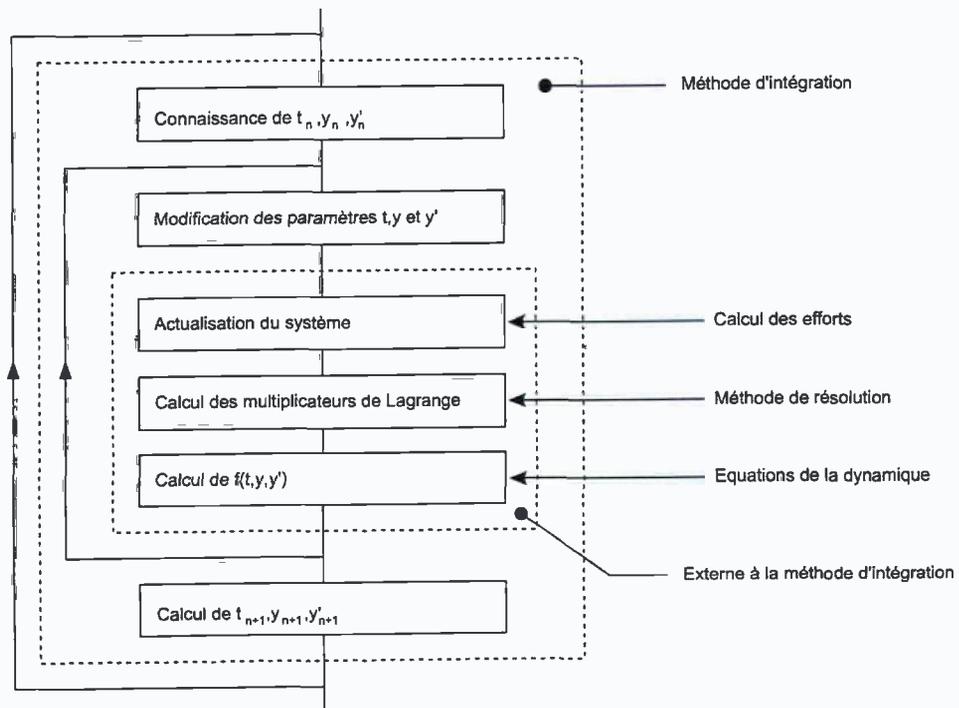


Figure 10: Algorithme de résolution d'un pas de temps

### II.9 Définition des conditions initiales

La définition des conditions initiales se doit d'être la plus précise possible pour éviter les aberrations lors

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

de la simulation, voir un échec de cette dernière si les paramètres initiaux sont irréalistes.

Pour résoudre ce problème, la solution adoptée est de placer le navire dans un état d'équilibre stationnaire, dont la résolution est réalisée par la méthode de Newton-Raphson (et dont un développement pourra être consulté dans l'ouvrage de Rao [RAO02]), c'est à dire que l'on cherche à résoudre :  $f(x)=0$  où  $f(x)$  est la fonction des efforts exercés sur chaque corps, augmentée des équations de contrainte. Cette méthode est celle généralement utilisée dans les programmes de performance en régime permanent (VPP), ce qui fait que ce type de programme est inclus dans le programme de simulation dynamique.

$$f(x) = f(x_0) + \frac{\partial f}{\partial x}(x - x_0) \quad (\text{II.114})$$

Soit

$$x = x_0 - \left[ \frac{\partial f}{\partial x} \right]^{-1} f(x_0) \quad (\text{II.115})$$

Dans le cas où  $f$  est un système d'équations, et  $x_0$  un vecteur des paramètres des fonctions, la dérivée de la fonction par rapport au paramètres est une matrice jacobienne avec :

$$\left[ \frac{\partial f}{\partial x} \right]_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \quad (\text{II.116})$$

La dérivée est alors calculée numériquement, pour une petite variation  $\delta_j$  du paramètre  $x_j$ , en utilisant par exemple un schéma centré (mais d'autres choix sont possibles) :

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_j} = \frac{f_i(x_0 + \delta_j) - f_i(x_0 - \delta_j)}{2 \delta_j} \quad (\text{II.117})$$

Cette méthode fonctionne relativement bien, deux points cependant demandent une certaine attention :

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

- Pour un voilier, la solution n'est pas unique. Le résultat obtenu sera donc dépendant des conditions initiales, qui devront être fixées proche de la solution pressentie pour obtenir de bons résultats.
- Lorsque la fonction  $f$  approche d'un optimum, sa dérivée tend à s'annuler et donc son inverse tend vers l'infini, ce qui conduit à des variations importantes des paramètres. Les variations sont donc bornées pour éviter ce type de comportement

### II.10 Systèmes de contrôle

Les navires étant des systèmes instables par nature, qui sont de plus soumis à un ensemble de perturbations importantes dues à la variabilité de l'environnement dans lequel ils évoluent, il est nécessaire de les doter de systèmes de contrôle qui interviennent sur la conduite du navire pour assurer un certain nombre d'objectifs dont l'équipage du navire est habituellement chargé.

Le plus simple de ces objectifs (et aussi le premier historiquement à avoir été mis en place sur les navires) est le pilote automatique qui cherche à maintenir un cap constant au navire, soit par rapport au nord magnétique soit par rapport à l'angle du vent apparent (régulateur d'allure). Dans le cadre de la simulation dynamique, les systèmes de contrôle vont être présents soit pour simuler des automatismes existants, comme c'est le cas du pilote automatique, soit pour remplacer le comportement de l'équipage alors que les navires ne sont généralement pas équipés de tels systèmes. Par exemple un système destiné à limiter la gîte maximale du voilier en agissant sur le réglage des voiles.

L'analyse et la conception des systèmes de régulation sont couverts par l'Automatique (De Larminat [LAR96] ou tout autre ouvrage parmi les nombreux existants traitant de ce domaine). Il convient alors de faire appel aux notions de cette discipline pour analyser ce problème.

L'automatique permet d'évaluer les caractéristiques des systèmes de contrôle, et ceux-ci doivent posséder les propriétés suivantes (illustré sur la figure 11) pour remplir pleinement leur rôle :

- robustesse, c'est la capacité du système à maintenir la consigne en cas de modification des paramètres
- faible sensibilité aux perturbations
- précision, soit un faible dépassement de consigne et un faible écart statique
- rapidité, qui prend en compte le temps de réponse et la durée d'établissement du régime stationnaire

La conception de ces systèmes est basée sur l'analyse de différents signaux, dont les principaux sont :

- le signal de commande, c'est à dire le signal envoyé au système pour en assurer la régulation. Dans notre exemple, la commande est l'angle de barre qui sera utilisé pour conserver au navire le cap désiré

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

- le signal de sortie, ici c'est la valeur du cap du navire au cours du temps.
- la consigne, c'est la valeur souhaitée pour le signal de sortie.

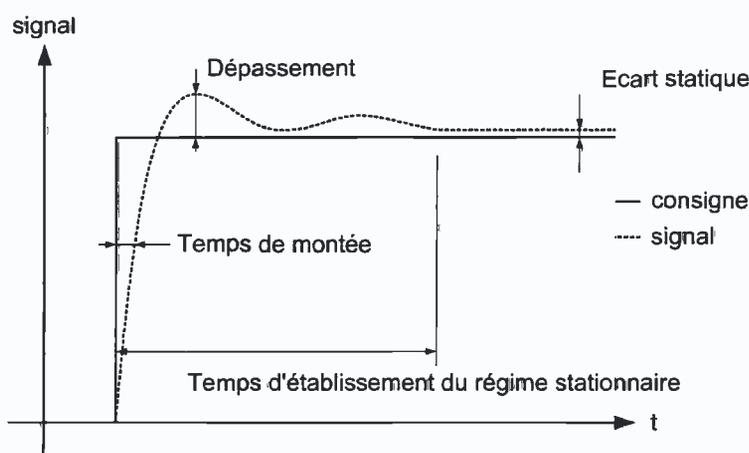


Figure 11: Réponse à un échelon de consigne

Dans la suite de ce paragraphe, nous examinerons par l'intermédiaire de l'exemple simplifié d'un régulateur de cap, les notions de base et les mécanismes mis en jeu.

Le régulateur de cap d'un voilier est un système dont l'objectif est de maintenir le navire à un cap constant par rapport à une donnée de navigation. Le cap peut être constant par rapport au nord magnétique, par rapport à l'angle du vent, réel ou apparent ou encore par rapport à toute autre grandeur utile.

L'équation différentielle simplifiée<sup>5</sup> qui régit le mouvement du navire par rapport à l'axe vertical du repère local terrestre peut être mise sous la forme :

$$J_{zz} \ddot{\psi} = -K_{\dot{\psi}} \dot{\psi} + K_{\psi} \psi + K_r \delta + N_0 \quad (\text{II.118})$$

avec

$\psi$	le cap du navire
$\delta$	l'angle de barre
$K_{\dot{\psi}}$	l'amortissement hydrodynamique en rotation du navire

<sup>5</sup> Cette équation n'est pas issue des développements précédents, elle ne considère que l'équilibre autour de l'axe z, sans prendre en compte les éventuels couplages avec les autres paramètres et est linéarisée.

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

$K_\psi$	raideur en rotation
$J_{zz}$	l'inertie du navire autour de l'axe $z$ , incluant l'inertie ajoutée
$N_0$	moment autour de l'axe $z$

Dans le cadre de l'étude simplifiée du régulateur, pour un navire dont le cap est proche du cap désiré (la consigne du régulateur), il est possible de considérer que les moments de la carène, de la quille et des voiles est indépendant du cap suivi. Cette considération revient à dire que le moment des voiles autour de l'axe  $z$  est indépendant de l'angle de vent réel auquel navigue le voilier. Dans la réalité, ce moment dépend non seulement de l'angle de vent réel, mais également de la configuration de voiles choisie et du réglage des voiles. De même, les moments de la carène et de la quille dépendent de la vitesse du navire, de sa gîte et de sa dérive. En effectuant cette simplification pour les besoins de l'exemple,  $N_0$  est constant et  $K_\psi$  est nul. L'équation en lacet devient donc :

$$J_{zz} \ddot{\psi} = -K_\psi \dot{\psi} + K_r \delta + N_0 \quad (\text{II.119})$$

Afin de concevoir le système de régulation, il faut analyser les réactions du système à un signal de commande. Cette analyse est réalisée grâce au calcul de la fonction de transfert.

La fonction de transfert  $K(s)$  du système considéré est la transformée de Laplace (qui va convertir les signaux du domaine temporel dans le domaine fréquentiel) du rapport du signal de sortie  $y(t)$  sur le signal d'entrée  $u(t)$  (la consigne) :

$$K(s) = \frac{K_r}{J_{zz} s^2 + K_\psi s} \quad (\text{II.120})$$

Ce système, dit en boucle ouverte (c'est à dire que les paramètres de sortie n'interviennent pas dans le signal de commande) est schématisé de la manière suivante, figure 12 :

Ce système n'est pas stable, il suffit de calculer le gain de la fonction de transfert pour s'en persuader :

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

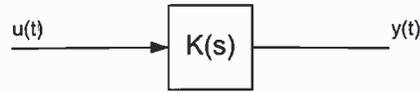


Figure 12: Système en boucle ouverte

$$G = 20 \log(|K(s)|) \quad (\text{II.121})$$

La partie réelle de la fonction de transfert  $K(s)$  est donné par :

$$|K(j\omega)| = \frac{K_r^2}{\omega^2 (J_{zz} \omega^2 + K_\psi^2)} \quad (\text{II.122})$$

donc

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} G = \lim_{\omega \rightarrow 0} |K(j\omega)| = \infty \quad (\text{II.123})$$

Pour stabiliser, le système, il faut introduire une boucle de retour de manière à utiliser le signal de sortie dans le signal de commande (le transformant ainsi en boucle fermée) et ajouter une commande complémentaire de gain ayant sa propre fonction de transfert :

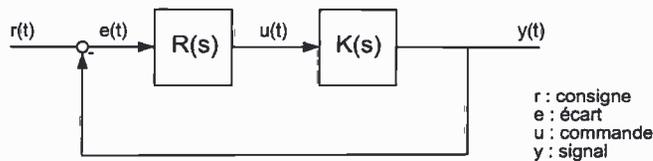


Figure 13: Système en boucle fermée

Dans ce cas, la nouvelle fonction de transfert est :

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

$$H(s) = \frac{RK}{1 + RK} \quad (\text{II.124})$$

Le régulateur le plus commun dans les systèmes industriels est le PID, qui associe trois fonctions (proportionnel, intégrateur, dérivateur) et dont le schéma se trouve figure 14.

La fonction de transfert d'un PID est donnée par :

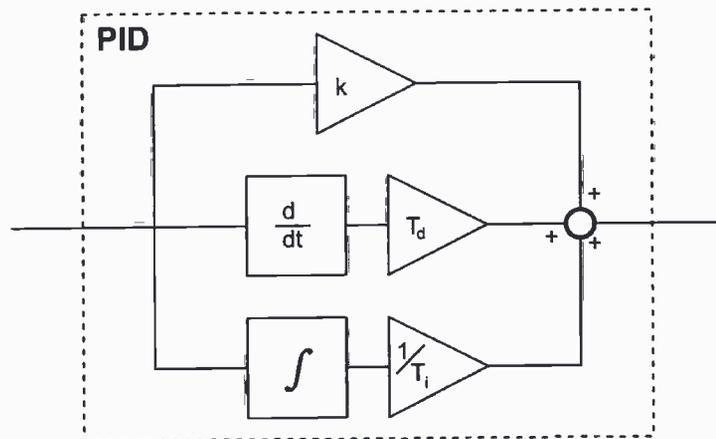


Figure 14: Schéma d'un PID

$$R(s) = k + \frac{1}{T_i} \cdot \frac{1}{s} + T_d \cdot s = k \cdot T_i \cdot s + 1 + T_i \cdot T_d \cdot s^2 \quad (\text{II.125})$$

Le réglage d'un PID consiste à déterminer les coefficients  $k$ ,  $T_i$  et  $T_d$  de manière à obtenir la réponse adéquate du système et de la régulation. De nombreuses méthodes existent pour calculer ces coefficients qui ne seront pas exposées mais il est intéressant de souligner l'influence de chacune de ces constantes :

- Lorsque  $k$  augmente, le temps de montée est réduit mais le dépassement est plus important
- Lorsque  $1/T_i$  augmente, le temps de montée est plus court mais le dépassement est plus important. Le temps d'établissement du régime stationnaire augmente mais l'écart statique est réduit.
- Lorsque  $T_d$  augmente, le dépassement diminue et le temps de montée varie peu, le temps d'établissement du régime stationnaire est meilleur et l'écart statique varie peu.

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

Pour ces trois constantes, le système devient instable si leur valeur est trop élevée.

### II.11 Modélisation de l'environnement

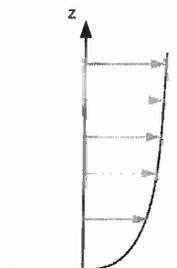
La modélisation de l'environnement correspond à la description des grandeurs physiques du milieu dans lequel évolue le navire. Ces données peuvent être variables dans le temps et dans l'espace. Elles sont décrites par leur localisation géographique exprimé dans le repère local terrestre à un instant  $t$ .

#### II.11.a Champ de vent

Le champ de vent est une fonction qui renvoie un vecteur  $\vec{V}$  de la vitesse du vent en fonction des coordonnées du point dans le repère local terrestre à un instant  $t$ . Son expression la plus générale est de la forme :

$$\vec{V} = \vec{V}(x, y, z, t) \quad (\text{II.126})$$

Le champ de vent le plus simple adapté à la simulation de navire propulsé par le vent est un champ dont la direction et la vitesse du vent sont constant dans un plan horizontal. Le navire étant placé à l'interface entre l'eau et l'air, c'est à dire dans la couche limite atmosphérique, il existe dans cette région un gradient de vent vertical.



*'' éen vancle ???*

Figure 15: Gradient de vent

Le vent est alors mesuré (ou définit dans notre cas) à une hauteur de référence  $h_0$ , communément à 10 m, et le gradient s'exprime en fonction de l'altitude par :

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

$$V(h) = V_0 \left( \frac{h}{h_0} \right)^\alpha \quad (\text{II.127})$$

Soit  $\beta$  la direction du vent dans un plan horizontal par rapport au repère local terrestre, alors l'expression complète du champ de vent est donnée par :

$$\vec{V}(h) = \begin{bmatrix} -V_0 \left( \frac{h}{h_0} \right)^\alpha \cos \beta \\ -V_0 \left( \frac{h}{h_0} \right)^\alpha \sin \beta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.128})$$

où

$V_0$  : vitesse à la hauteur  $h_0$

$h$  : la hauteur du point considéré

Pour simuler une variation temporelle du champ de vent, les paramètres  $V_0$  et  $\beta$  peuvent être dépendants du temps. Par exemple :  $V_0 = a$  pour  $t < t_1$  puis  $V_0 = b$  pour  $t \geq t_1$ , où  $a$  et  $b$  sont des constantes, mais bien d'autres fonctions sont possibles.

### II.11.b *Champ de vague*

Bien que l'objectif ne soit pas ici de modéliser le comportement de navires évoluant dans une mer formée et que le sujet n'est pas traité, il est possible de définir un champ de vague par le même mécanisme que celui du champ de vent.

Considérons un champ de vague se déplaçant dans une direction d'angle  $\mu$  par rapport au repère terrestre, d'amplitude  $h_0$ , de longueur d'onde  $k$  et de pulsation  $\omega$ , alors la hauteur de vague peut être définie en tout point par une expression de la forme :

$$h(x, y, z, t) = h_0 \sin(kx \cos \mu + ky \sin \mu - \omega t) \quad (\text{II.129})$$

### II.11.c *Autre champs*

Selon les besoins de la simulation effectuée, il est possible de définir autant de champs que nécessaire pour la description de l'environnement dans lequel évolue le navire.

### II.12 Exemples de modèles de navires

Il est possible d'envisager plusieurs modèles de navires. Nous proposons ici deux exemples relativement simples.

#### II.12.a *Exemple 1 : voilier monocoque*

C'est le modèle le plus simple de voilier. La seule partie mobile est le safran, dont la masse et l'inertie sont faibles par rapport à l'ensemble du système, ce qui permet de considérer le voilier comme un solide indéformable et donc de ne définir qu'un seul corps dans le modèle, de masse et d'inertie fixes. Les actions du safran interviendront quant à elles par une modification des efforts exercés sur le voilier.

Notre modèle étant livré à lui-même, il faudra le doter d'un système de contrôle dont l'objectif sera de maintenir le cap initialement fixé au début de la simulation.

Le modèle comportera donc les éléments suivants :

- un corps, doté d'une matrice masse représentant l'ensemble du voilier
- matrice des coefficient de masse ajoutée
- un modèle hydrostatique pour la coque
- un modèle hydrodynamique pour la carène
- un modèle hydrodynamique pour la quille
- un modèle hydrodynamique pour le safran
- un champ de vent
- un système de contrôle agissant sur l'angle de safran en fonction du cap suivi

#### II.12.b *Exemple 2 : voilier équipé d'une quille pendulaire*

En s'appuyant sur l'exemple précédant, le même voilier est maintenant équipé d'une quille pendulaire, possédant un degré de liberté autour d'un axe horizontal dans le plan de symétrie du bateau.

Dans ce cas, la masse et l'inertie de la quille ne sont plus négligeable par rapport à l'ensemble du système, il faut donc définir deux corps, chacun possédant sa propre matrice masse.

La liaison entre ces deux corps est modélisée par des équations de contraintes laissant un degré de liberté et il faut également implémenter un système de contrôle permettant de manœuvrer la quille. Ce système induira des efforts sur les deux corps en liaison.

Le modèle comportera donc les éléments suivants :

- un corps, doté d'une matrice masse représentant l'ensemble du voilier moins la quille
- matrice des coefficient de masse ajoutée

## II - Formulation pour la simulation dynamique de navires

- un corps, doté d'une matrice masse représentant la quille
- cinq équations de contraintes entre la quille et la coque
- un modèle hydrostatique pour la coque
- un modèle hydrodynamique pour la carène
- un modèle hydrodynamique pour la quille
- un modèle hydrodynamique pour le safran
- un champ de vent
- un système de contrôle agissant sur l'angle de safran en fonction du cap suivi
- un système de contrôle permettant de manœuvrer la quille

### II.13 Conclusions

Dans ce chapitre la méthode complète de la résolution des équations de la dynamique telle qu'implémentée dans l'outil réalisé a été exposée, basé sur un ensemble cohérent de méthodes adaptées à la simulation du navire. Ce chapitre représente la colonne vertébrale de l'outil de simulation, dans le sens où les techniques utilisées ne sont pas réellement spécifiques aux navires, mais constitue un ensemble d'outils indispensables. Les particularités de la modélisation des navires viendront avec l'expression des efforts auxquels ceux-ci sont soumis et qui font l'objet des chapitres III et IV suivants.

## Chapitre III : Efforts hydrodynamiques

<b>Chapitre III : Efforts hydrodynamiques.....</b>	<b>87</b>
Notations.....	88
III.1 Efforts hydrostatiques.....	90
III.1.a Définition de la surface libre.....	90
III.1.b Pour une section transversale.....	90
III.1.c Pour la carène complète.....	91
III.2 Amortissements hydrodynamiques sur la coque.....	92
III.2.a Repère des efforts hydrodynamiques.....	92
III.2.b Méthodes de détermination des efforts hydrodynamiques.....	93
i) Essais en bassin.....	93
ii) Codes de calculs.....	94
iii) Résultats.....	95
III.2.c Moment d'assiette.....	95
III.2.d Effort vertical.....	96
III.3 Amortissements hydrodynamiques sur les appendices.....	96
III.3.a Repère.....	96
III.3.b Caractéristiques bidimensionnelles.....	97
III.3.c Extension des caractéristiques bidimensionnelle au-delà du décrochage.....	99
III.3.d Caractéristiques tridimensionnelles.....	100
III.3.e Prise en compte des mouvements du navire.....	101
III.4 Masses ajoutées.....	104
III.4.a Prise en compte des masses ajoutées dans les équations de la dynamique.....	106
III.4.b Repère de calcul pour les masses ajoutées.....	106
III.4.c Masse ajoutée en cavement.....	106
III.4.d Masse ajoutée bidimensionnelles.....	107
III.4.e Masses ajoutées pour la carène.....	108
i) Changement d'origine du point de calcul des masses ajoutées.....	109
III.4.f Masses ajoutées pour les appendices.....	109
III.5 Conclusions.....	110

### III - Efforts hydrodynamiques

#### Notations

$\vec{g}$	Accélération de la pesanteur
$A$	Matrice masse ajoutée
$A_{xx}$	Coefficient de la matrice masses ajoutées (indicés selon les paramètres $x, y, z, \phi, \theta, \psi$ )
$c$	Corde d'un profil
$Cl$	Coefficient de portance
$Cd$	Coefficient de traînée
$D$	Trainée
$L$	Portance
$M$	Matrice masse
$m$	Masse du navire
$m_{xx}$	Coefficient de masse ajoutée bidimensionnel (indicé selon les paramètres)
$V$	Vitesse de l'écoulement incident
$x, y, z$	Coordonnées d'un point
$X, Y, Z$	Composante des efforts résultants
$K, M, N$	Composantes des moments résultants
$\alpha$	Angle d'incidence
$\phi$	Angle de gîte
$\theta$	Angle d'assiette
$\psi$	Angle de lacet
$\rho$	Masse volumique de l'eau
$\Lambda_{eff}$	Allongement effectif
$\nabla$	Déplacement volumique de la carène

Les efforts hydrodynamiques s'exercent sur la coque et les appendices du navire, ou tout autre élément sujet à un écoulement de l'eau.

Les VPP traditionnels, en régime stationnaire, se limitent en général à la résolution des équations d'équilibre pour seulement trois ou quatre degrés de liberté, tel le VPP IMS décrit par Claugthon [CLA99], avec plus ou moins de raffinement. La résolution autour de l'axe vertical du navire (équilibre en lacet) et autour de l'axe transversal au navire (équilibre en assiette) sont généralement négligés. Les modèles hydrodynamiques existants destinés à la prédiction de performance négligent donc également les efforts autour de ces axes.

Dans le cadre de la simulation dynamique, il n'est plus possible de négliger ces efforts et il faudra donc que le modèle construit soit enrichi afin de fournir des informations suffisamment précises pour conserver le réalisme de la simulation.

D'autre part, les programmes de simulation en régime stationnaire font complètement abstraction des phénomènes dynamiques ; les coefficients hydrodynamiques associés à ces efforts devront donc être déterminés dans le cadre de la simulation dynamique.

Les efforts hydrodynamiques peuvent être classés en trois catégories en fonction des paramètres dont sont principalement fonction ces efforts :

- Les efforts hydrostatiques (*restoring forces*), qui dépendent uniquement de la position du corps<sup>6</sup>.
- Les amortissements hydrodynamiques (*damping forces*) qui dépendent de la vitesse du navire
- Les masses ajoutées (*added mass*) qui sont fonctions des accélérations du corps

Les coefficients utilisés pour l'étude en régime permanent sont considérés comme valides et sont repris pour la modélisation dynamique. Selon Battistin [BAT07], c'est alors la confrontation avec l'expérience qui permet de valider cette approche.

Parmi les travaux récents traitant de la simulation dynamique des voiliers, De Ridder et Keuning [RID04] [KEU05] basent leur formulation sur les séries systématiques de l'université de Delft [GER93], cherchent à obtenir un modèle générique applicable à un grand nombre de navires et destinent leurs études aux calculs des handicaps de course. Roncin [RON02] n'aborde réellement ni les coefficients de manœuvrabilité ni les masses ajoutées et se concentre sur les amortissements hydrodynamiques.

Ce chapitre, à la portée très générale, traite des moyens possibles pour déterminer les efforts hydrodynamiques et des effets à prendre en compte. Il cherche également à combler les lacunes que laissent les méthodes traditionnelles et qui sont nécessaires à la réalisation d'une simulation dynamique avec six degrés de liberté.

---

<sup>6</sup> Cette hypothèse n'est pas rigoureusement exacte mais bien respectée dans la pratique

### III - Efforts hydrodynamiques

#### III.1 Efforts hydrostatiques

Le torseur des efforts hydrostatiques est obtenu en calculant le déplacement de la carène et son centre de volume en fonction de la position et de l'attitude du navire. Pour cela, la géométrie utilisée est constituée de coupes transversales (à  $x$  constant) pour lesquelles les différentes caractéristiques de la partie immergée sont calculée, puis le torseur complet est obtenu par intégration le long de la carène. De plus, le module hydrostatique permet de calculer les grandeurs et coefficients géométriques caractéristiques de la carène qui peuvent être utilisés comme données d'entrée pour d'autres méthodes de calcul (par exemple la surface mouillée, la largeur à la flottaison, le coefficient prismatique,...).

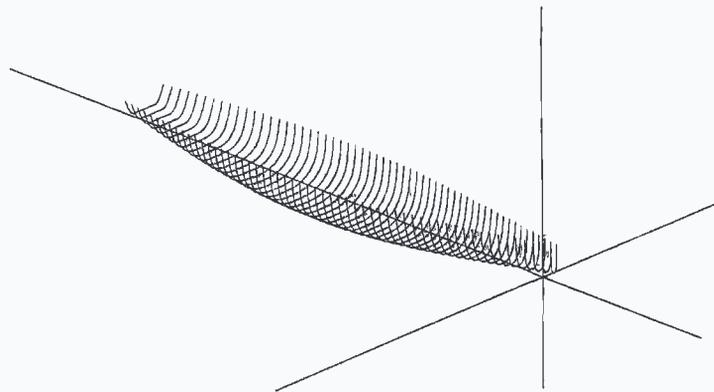


Figure 16: Géométrie avec coupes transversales utilisée pour les calculs hydrostatiques

##### III.1.a Définition de la surface libre

Le plan de la surface libre est définie par sa normale  $\vec{n}_s$  en fonction de la gîte  $\phi$  et de l'assiette  $\theta$  de la coque, plus un point d'appartenance à ce plan.

$$\vec{n}_s = \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \cdot \sin \phi \\ \cos \theta \cdot \cos \phi \end{bmatrix} \quad (\text{III.1})$$

##### III.1.b Pour une section transversale

Le programme recherche les points d'intersection du couple avec la surface libre, si ils existent, puis calcule les grandeurs de la partie immergée de la coque.

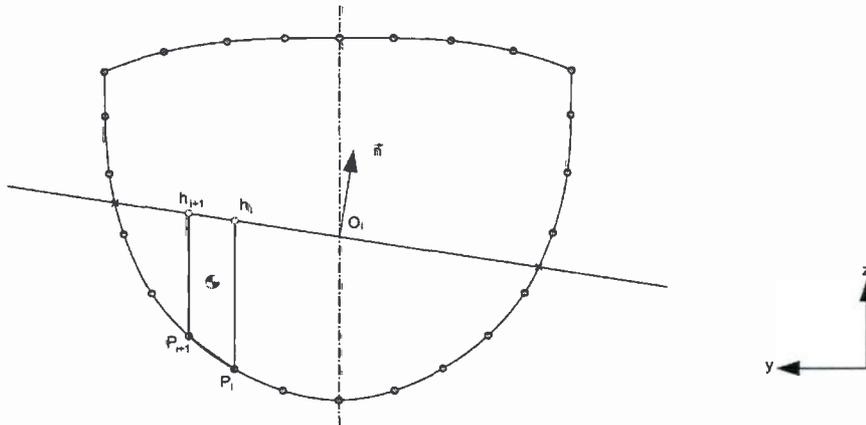


Figure 17: Calculs hydrostatiques sur un couple transversal

Pour chaque section, les grandeurs suivantes sont déterminées :

- $s_k$  Surface immergée de la section
- $\vec{c}_k$  Centre de surface de la section
- $w_k$  Largeur à la flottaison de la section
- $d_k$  Tirant d'eau de la section
- $l_k$  Longueur développée immergée

III.1.c Pour la carène complète

Les différentes grandeurs sont obtenues par les calculs suivants :

Déplacement	$\nabla = \int s \, dx = \sum_k s_k \cdot \delta x_k$
Centre de volume	$\vec{C}_B = \frac{1}{\nabla} \sum_k s_k \cdot \vec{c}_k \cdot \delta x_k$
Surface mouillée	$S_w = \sum_k l_k \cdot \delta x_k$
Largeur à la flottaison	$B_w = \max(w_k)$
Creux	$D = \max(d_k)$
Surface de flottaison	$S_f = \sum_k w_k \cdot \delta x_k$

Le torseur hydrostatique est finalement calculé par :

### III - Efforts hydrodynamiques

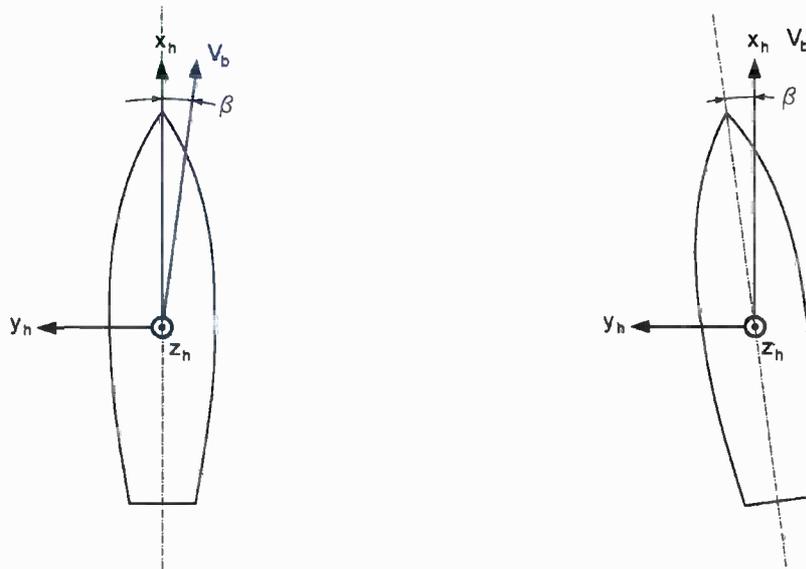
$$\begin{bmatrix} \rho \nabla \vec{g} \\ \vec{C}_B \wedge \rho \nabla \vec{g} \end{bmatrix} \quad (\text{III.2})$$

Cette méthode permet de prendre en compte précisément les efforts hydrostatiques sur la carène dans une grande variété de situation.

#### III.2 Amortissements hydrodynamiques sur la coque

##### III.2.a *Repère des efforts hydrodynamiques*

La définition du repère servant à exprimer les efforts hydrodynamiques peut varier d'un projet à un autre, en particulier suivant le moyen ayant servi à déterminer ces efforts (essais en bassin ou calcul numérique par exemple). En général, l'axe  $\vec{z}$  de ce repère est normal au plan de la surface libre au repos, ascendant ou descendant. Ensuite, l'axe  $\vec{x}$ , placé dans le plan de la surface libre, est soit parallèle à la vitesse du navire (ce qui est une définition naturelle pour des essais en bassin puisque cette direction correspond à l'axe du bassin), soit parallèle à l'axe longitudinal du navire (ce qui est plus courant dans l'utilisation de codes numériques où le repère de calcul est celui de la coque). L'axe  $\vec{y}$  est déterminé de manière à obtenir un repère orthonormé direct. L'origine de ce repère, sera en général choisie soit au milieu du navire soit à la verticale du centre de gravité, mais il n'existe pas de règle particulière quant à sa définition, l'important étant de conserver la cohérence entre la définition des efforts et le repère utilisé.



a) Selon l'axe du navire

b) Selon l'axe de la vitesse

Figure 18: Repères hydrodynamiques

Len D!

III.2.b Méthodes de détermination des efforts hydrodynamiques

i) Essais en bassin

Ils constituent la méthode la plus ancienne de détermination des efforts s'exerçant sur un navire et sont toujours très utilisés ; de nombreuses références traitent de ce sujet (parmi lesquelles [TEE93],[TAL94],[FAS02],[DEB04],...). Réalisés avec ou sans appendices, ils permettent de mesurer le torseur complet des efforts s'exerçant sur le navire, cependant la maquette est généralement libre en enfoncement et en assiette, les autres paramètres (à savoir les déplacements dans le plan de la surface libre, la gîte et la dérive sont imposés). De ce fait, les efforts correspondant aux mouvements libres ne peuvent pas être mesurés, mais la position du modèle est enregistrée.

Les essais réalisés pour les voiliers ne cherchent en général qu'à évaluer les performances du navire en régime stationnaire, par conséquent il n'y a pas de littérature disponible sur ce sujet concernant les efforts de manoeuvrabilité concernant ces bateaux. De plus les infrastructures nécessaires pour faire ce type d'essais sont différentes (bassin de giration ou machine à mouvements plans) ce qui augmente considérablement les besoins logistiques et financiers.



Figure 19: Essais en bassin

ii) Codes de calculs

Les codes de calculs permettant de traiter du problème des écoulements autour des corps perçant la surface libre sont maintenant nombreux. Ces programmes, traitant tout d'abord du problème en fluide parfait, adaptés pour le traitement des navires de surface avec la prise en compte de la surface libre ([DEL88],[ROS93],[CAP99],...) avec plus ou moins de raffinement dans le traitement des appendices, de la couche limite et de la surface libre, puis en fluide visqueux ([ALE93a],[ALE93b]) tendent à reproduire numériquement les expériences des essais en bassin. De la même manière, les degrés de liberté peuvent être laissés libres ou bien bloqués et pour les mêmes raisons que dans les essais en bassin, l'enfoncement et l'assiette sont laissés libre pour que le navire trouve une position d'équilibre réaliste.

Un des gros avantages des codes numériques dans le cadre de la simulation dynamique est leur capacité à calculer les coefficients de manœuvrabilité avec les mêmes moyens que ceux nécessaires aux calculs de performance. Bien que qu'il n'y ait pas de référence solide à ce sujet concernant l'application de ces programmes au cas des voiliers, cela a déjà été entrepris pour les navires de commerce [JAC07].

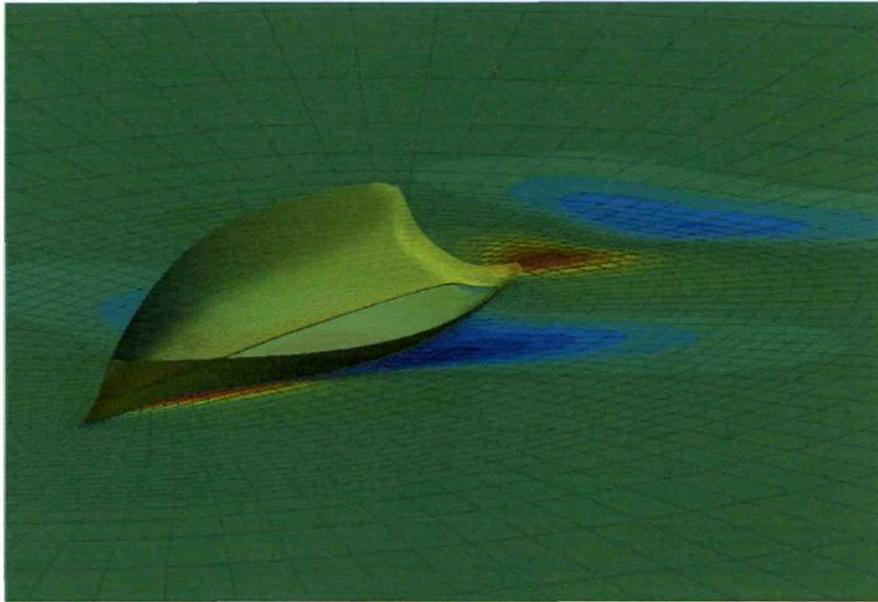


Figure 20: Exemple de calcul CFD RANS sur une coque de voilier

iii) Résultats

Que ce soit à partir d'essais en bassin ou de calculs numériques, les efforts obtenus correspondent au degrés de liberté bloqués tandis que ce sont des déplacements qui sont mesurés dans le cas des degrés de liberté effectivement libres. En général, les efforts sont la traînée, la portance, le moment de lacet et le moment de gîte et les déplacements sont l'enfoncement et l'angle d'assiette. Dans la méthode proposée, il est nécessaire de connaître les efforts qui s'exercent sur le navire pour l'ensemble des degrés de liberté, il faut donc traduire la connaissance des déplacements en effort.

III.2.c Moment d'assiette *Jm*

Il n'est en général pas possible de déterminer directement ce moment car les essais en bassin ou les codes numériques laissent le navire libre en rotation autour de son axe transversal, c'est donc l'assiette du navire dans les conditions de l'essai ou du calcul qui est connue. En revanche, en réalisant un bilan des efforts s'exerçant sur la coque, il est possible de calculer un moment équivalent qui permet de vérifier cette assiette en navigation. C'est cette approche qui a été retenue ici.

On considère ici que la coque, en avance à vitesse constante et dans une attitude donnée, est soumise aux efforts suivants :

- Le poids, au centre de gravité du navire
- La poussée d'Archimède, de résultante opposée au poids et qui s'exerce au centre de carène de la coque dans l'attitude (gîte et assiette) du calcul
- Le moment hydrodynamique

L'équilibre des moments autour de l'axe transversal du navire amène à l'équation suivante :

### III - Efforts hydrodynamiques

$$M_p + M_A + M_h = 0 \quad (\text{III.3})$$

$$m g (x_G - x_0) - m g (x_B - x_0) + M_h = 0 \quad (\text{III.4})$$

$$M_h = m g (x_B - x_G) \quad (\text{III.5})$$

Le moment d'assiette  $M$  peut être adimensionnalisé de la manière suivante :

$$C_M = \frac{M}{\frac{1}{2} \rho V^2 S_{ref} L_{ref}} \quad (\text{III.6})$$

où  $L_{ref}$  et  $S_{ref}$  correspondent à une longueur et une surface de référence (on prend ici la surface mouillée de la coque et sa longueur à la flottaison, prises au repos).

#### III.2.d Effort vertical

De même que pour le moment d'assiette, l'effort hydrodynamique vertical n'est en général pas connu à partir des essais en bassin ou des résultats de code de calculs numériques. Cependant, l'influence du déplacement vertical est naturellement pris en compte pour les autres composantes mesurées ou calculées. Les variations de la position verticale du navire dues aux efforts hydrodynamiques sur la coque étant supposées très faibles, cet effort est négligé.

### III.3 Amortissements hydrodynamiques sur les appendices

La modélisation basique des appendices est basée sur une polaire bidimensionnelle, corrigée des effets tridimensionnels (principalement l'allongement du profil, mais également la géométrie des extrémités et l'interaction avec les autres éléments du navire). Cette méthode est celle utilisée pour le calcul des performances en régime stationnaire, ensuite les effets spécifiques à la dynamique doivent être pris en compte.

#### III.3.a Repère

Les profils portants sont générés par des sections parallèles dont les caractéristiques bidimensionnelles sont connues. Le repère local utilisé pour modéliser les efforts sur les appendices, illustré figure 21, sera

tel que le plan de ces sections soit dans le plan  $(\bar{x}, \bar{y})$ , où  $\bar{x}$  est porté par la corde du profil. La direction normale au plan des sections est l'envergure qui définit l'axe  $\bar{z}$  du repère local des appendices.

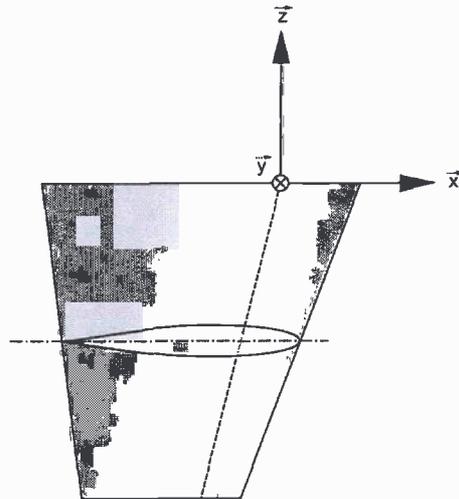


Figure 21: Repère pour les appendices

### III.3.b Caractéristiques bidimensionnelles

Les caractéristiques bidimensionnelles d'un profil correspondent à celle d'un écoulement en deux dimensions, qui en pratique se retrouve sur un corps d'allongement important où l'écoulement est identique quelle que soit la tranche considérée.

Les efforts qui s'exercent sur le profil sont donnés dans le repère de l'écoulement incident (figure 22) où la composante selon l'axe de l'écoulement est la traînée et celle perpendiculaire est la portance. Le moment est exprimé par rapport au quart de corde avant du profil.

L'angle d'incidence  $\alpha$  du profil est l'angle entre la direction de l'écoulement incident et la corde du profil.

### III - Efforts hydrodynamiques

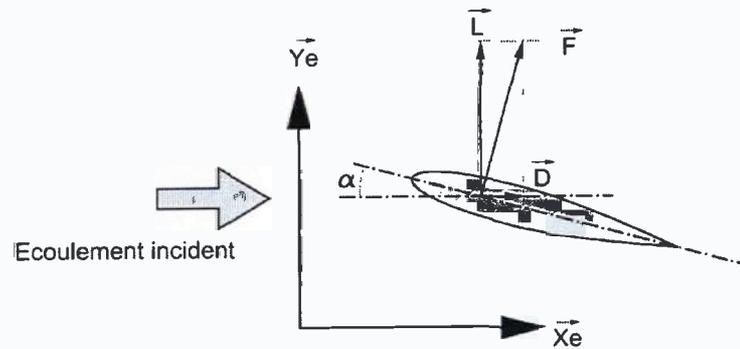


Figure 22: Définition des efforts pour un profil

Les efforts sont mis sous leur forme adimensionnelle en fonction de la corde du profil :

$$C_l = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho V^2 c} \quad (\text{III.7})$$

$$C_d = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho V^2 c} \quad (\text{III.8})$$

$$C_m = \frac{M}{\frac{1}{2} \rho V^2 c^2} \quad (\text{III.9})$$

Les caractéristiques du profil peuvent être obtenues par différents moyens, soit à partir d'essais en soufflerie, soit à partir de calcul avec des programmes de calcul bidimensionnel du type « Xfoil<sup>7</sup> » dont les résultats sont présentés sur la figure 23.

<sup>7</sup> <http://web.mit.edu/drela/Public/web/xfoil/>

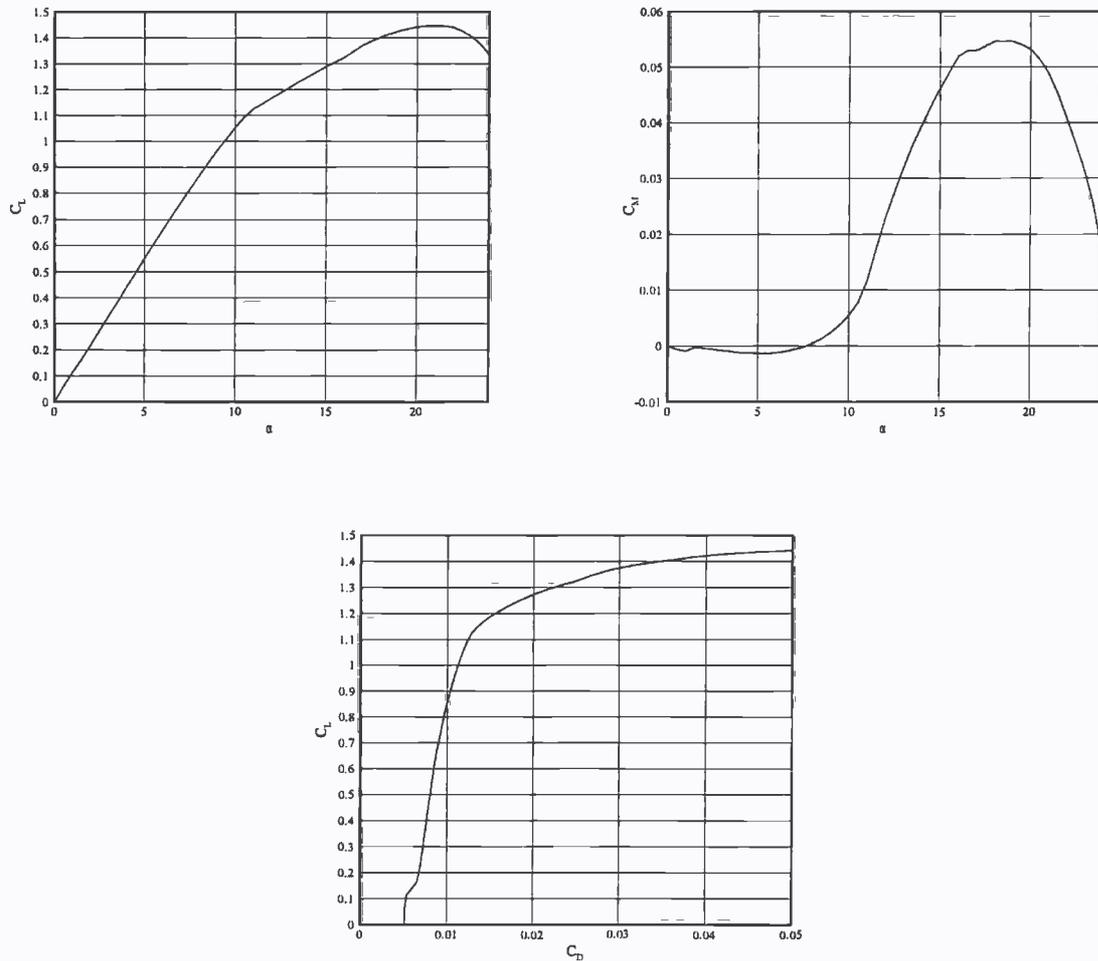


Figure 23: Résultat de calcul bidimensionnel Xfoil pour le profil porteur

*III.3.c Extension des caractéristiques bidimensionnelle au-delà du décrochage*

Les caractéristiques bidimensionnelles des profils porteurs ne sont en général évaluées qu'aux angles d'incidence inférieurs et autour de l'angle de portance maximum. Dans le cas d'étude de performance ou de fonctionnement en régime stationnaire, ces données sont suffisantes car les performances se dégradent très rapidement au-delà de ce point et ne sont donc pas évaluées. Dans le cadre de la simulation dynamique, il est nécessaire d'avoir un modèle qui soit capable d'appréhender un angle d'incidence quelconque sur le profil, au moins pour assurer la robustesse de la simulation, au mieux pour obtenir des résultats réalistes. Dans cette optique, et en l'absence de donnée plus pertinente, les caractéristiques des profils seront prolongées au-delà de la portance maximum par la formulation fournie par Hoerner [HOE58] et basée sur le travail de Critzos [CRI55] :

### III - Efforts hydrodynamiques

$$Cl = K \sin \alpha \cos \alpha \quad (III.10)$$

$$Cd = K \sin^2 \alpha \quad (III.11)$$

Le coefficient  $K$  sera ajusté en fonction du coefficient de portance maximum et de l'angle d'incidence associé pour chaque profil.

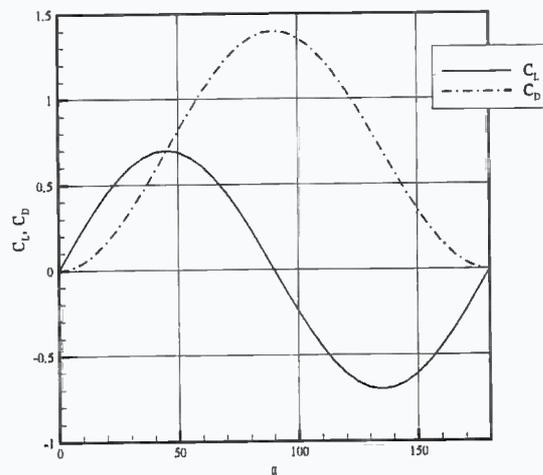


Figure 24: Extension des caractéristiques du profil jusqu'à 180°

#### III.3.d Caractéristiques tridimensionnelles

Les données du paragraphe précédent sont corrigées par les formules classiques permettant de prendre en compte l'allongement effectif du profil et résumées par Abbott [ABB49] :

$$Cl = 2 \pi \alpha \frac{\Lambda_{eff}}{2 + \Lambda_{eff}} \quad (III.12)$$

$$Cd = Cd_{2D} + \frac{Cl^2}{\pi \cdot \Lambda_{eff}} \quad (III.13)$$

*non appliqué*

où

$C_l$	Coefficient de portance
$C_d$	Coefficient de traînée
$C_{d_{2D}}$	Coefficient de traînée pour un écoulement bidimensionnel
$\Lambda_{eff}$	Allongement effectif
$\alpha$	Angle d'incidence

A partir du moment où le centre d'effort  $C_E$  a été estimé pour le profil, le torseur complet en régime stationnaire pour le profil complet est connu dans le repère de l'écoulement incident.

La complexité du traitement des appendices dans le cas de la prévision de performance provient de l'influence d'un grand nombre de paramètres sur l'allongement effectif du profil. En effet, cette valeur dépend de l'allongement géométrique, de la forme en plan (elliptique, rectangulaire, trapézoïdale,...) qui peuvent être évalué avec la méthode de la ligne portante [PRA23] mais également de l'interaction entre l'appendice et la surface libre où le champ de pression sur l'appendice vient affecter celui de la surface libre et réciproquement. La méthode de la ligne portante permet de calculer Les logiciels de calcul en fluide parfait permettent de calculer une partie de ces effets ainsi que l'interaction entre le champ de vague créé par la carène et l'écoulement autour de l'appendice. Certains auteurs ont également essayé de dégager l'influence des principaux paramètres modifiant les efforts sur les profils portants, par exemple Van Oossanen [OOS81].

### *III.3.e Prise en compte des mouvements du navire*

Les mouvements du navire, en particulier les rotations (mouvements de roulis, de tangage et de lacet) induisent des vitesses importantes dès que l'on s'éloigne du centre de rotation, qui viennent modifier la vitesse et l'écoulement du flux incident, en vitesse et en direction, le long de l'envergure du profil.

### III - Efforts hydrodynamiques

JMS. 7

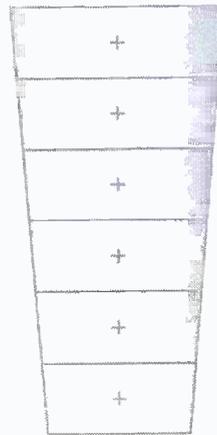


Figure 25: Valuation des caractéristiques du profil par tranches

Pour prendre en compte ces variations, les profils sont découpés en tranches et les efforts sur chaque tranche  $k$  sont évaluées en fonction des caractéristiques locales de l'écoulement :

$$L_k = \frac{1}{2} \rho V_k^2 S_k C_{l_k} \quad (\text{III.14})$$

$$D_k = \frac{1}{2} \rho V_k^2 S_k C_{d_k} \quad (\text{III.15})$$

Ce sont ici les coefficients de portance et de trainée tridimensionnels, tel que calculés par les équations III.12 et III.13 ou corrigés des interactions avec la surface libre, qui sont utilisés, et non les coefficients bidimensionnels du profil. Ainsi le calcul du torseur des efforts en mouvement stationnaire est inchangé. A noter qu'il serait possible d'utiliser directement un calcul par la méthode de la ligne portante pour calculer les efforts sur le profil, cependant les effets d'interaction des appendices avec la surface libre ne pourraient pas être pris en compte aisément. Cette approche est donc un compromis entre les deux méthodes.

Ensuite, les efforts pour chaque tranche sont traduits dans le repère de l'appendice puisque le repère local de l'écoulement est variable le long de l'envergure, puis sont sommés pour obtenir le torseur complet des efforts sur l'appendice.

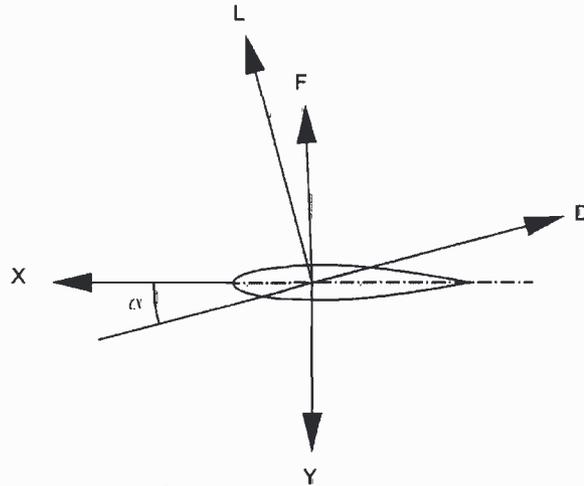


Figure 26: Repère du profil et repère aérodynamique

$$X_k = L_k \sin \alpha_k - D_k \cos \alpha_k \quad (\text{III.16})$$

$$Y_k = -L_k \cos \alpha_k - D_k \sin \alpha_k \quad (\text{III.17})$$

$$X = \sum_k X_k \quad (\text{III.18})$$

$$Y = \sum_k Y_k \quad (\text{III.19})$$

$$\begin{bmatrix} K \\ M \\ N \end{bmatrix} = \sum_k \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} X_k \\ Y_k \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.20})$$

avec  $(x_k, y_k, z_k)$  le centre de surface de la tranche  $k$ .

Les coefficients adimensionnels pour l'ensemble du profil sont définis de manière classique (équations III.8) en calculant l'écoulement en un point de référence, qui est ici le centre de surface.

### III - Efforts hydrodynamiques

Le tableau 1 montre les résultats obtenus pour un profil portant en utilisant trois méthodes de calcul, la première étant une ligne portante, la seconde est celle exposée ci-dessus avec un calcul par tranches mais sans calcul des angles induits et finalement par le calcul en utilisant les formules générales en fonction de l'allongement effectif (équations III.12 et III.13) en évaluant l'écoulement de référence au centre de surface. Le profil portant utilisé est rectangulaire de corde 1 mètre, d'envergure 4 mètre et animé d'une vitesse de rotation autour de l'axe  $\vec{x}$  de  $8^\circ/s$  et sans vitesse de rotation, le centre de rotation étant placé à la l'extrémité du plan porteur. L'angle d'incidence initial est de  $5^\circ$ .

Méthode	$\dot{\phi}=0$			$\dot{\phi}=8^\circ/s$		
	LP <sup>8</sup>	TR	CS	LP	TR	CS
<i>Cl</i>	0,428	0,439	0,439	0,678	0,718	0,717
<i>Cd</i>	0,070	0,071	0,071	0,133	0,139	0,139
<i>ZCE</i>	0,465	0,500	0,500	0,509	0,565	0,500

Tableau 1: Profil portant avec vitesse de roulis

Les résultats du tableau 1 montrent que la méthode de calcul par tranche et le calcul au centre de surface donne des résultats similaires en terme de portance et de trainée. Les variations de ces grandeurs dues au mouvement de roulis sont globalement bien prise en compte bien que surestimées par rapport au calcul réalisé avec la méthode de la ligne portante. La variation de la position du centre de poussée le long de l'envergure est la même entre la ligne portante et le calcul par tranche, bien que la valeur initiale soit différente, en revanche le calcul au centre de surface ne permet pas d'évaluer cette grandeur et l'écart constaté est de l'ordre de 10% par rapport à la méthode par tranche, ce qui est une différence acceptable et ce qui est le choix fait par Keuning [KEU05]. En conclusions, ces trois méthodes sont valables et posent des problèmes différents dans le cadre de l'hydrodynamique des appendices. En effet, la proximité de la carène et de la surface libre viennent modifier l'ensemble de ces paramètres, même en l'absence de phénomène dynamique, ce qui n'est pris en compte par aucune de ces méthodes. En revanche les variations sont prises en compte de manière acceptable. Dans la pratique, soit le calcul par tranche, soit le calcul au centre de surface seront utilisés dans le cadre de la méthode proposée.

#### III.4 Masses ajoutées

Les masses ajoutées sont des termes qui dépendent des accélérations du navire et correspondent à la variation d'énergie cinétique du fluide environnant lors des variations de vitesse du corps. Ces termes viennent s'ajouter à la matrice masse du corps, d'où leur dénomination.

Les études les plus développées dans le domaine de la dynamique navale sont dédiées à la prédiction des

<sup>8</sup> LP = Ligne portante, TR = calcul par tranche, CS = calcul équivalent au centre de surface

### III - Efforts hydrodynamiques

mouvements et des efforts exercés sur un navire soumis à des excitations périodiques, dans ce cas celle de la houle. Les équations de la dynamique sont alors transposées dans le domaine fréquentiel. Si l'intérêt d'une telle démarche est évident, en particulier pour déterminer les sollicitations auxquelles est soumise la structure du navire en navigation, elle ne peut s'appliquer directement au calcul des mouvements du navire dans le domaine temporel. Il est en effet nécessaire de s'affranchir de la périodicité des efforts extérieurs sur le navire pour en connaître ses évolutions (efforts de barre, efforts sur les voiles,...). Olgivie [OGI64] a traité de la relation entre la description des équations de la dynamique du navire dans le domaine fréquentiel et dans le domaine temporel par l'intermédiaire d'une convolution, cette formulation a été reprise par Fossen [FOS04] qui l'a appliqué aux navires à propulsion conventionnelle.

Dans le cas de la simulation dynamique dans le domaine temporel, l'approche commune est de considérer une masse ajoutée indépendante de la fréquence de l'excitation [MAS95],[KEU05],[BAT07] et directement proportionnelle aux accélérations du navire. Cependant, cette hypothèse ne permet pas de prendre en compte "l'effet mémoire" du fluide, tel que souligné par Olgivie [OGI64] et qui prend en compte le fait que l'écoulement fluide autour du navire ne dépend pas uniquement de la position et de dérivées de celui-ci mais également de l'antériorité de l'écoulement. En effet, l'hypothèse retenue ici considère qu'à partir du moment où le navire n'est soumis à aucun mouvement ni à aucune accélération, les efforts hydrodynamiques ou aérodynamiques sur le navire sont nuls. Or, si on considère un mouvement bref dans une direction quelconque, dont la fonction serait un échelon, les efforts du fluide persisteront après l'arrêt complet du mouvement du navire, ce qui n'est pas pris en compte avec la formulation proposée. Néanmoins l'approche instantanée du concept de masses ajoutées permet d'estimer ce phénomène de manière suffisamment correcte pour envisager une simulation temporelle et les diverses confrontations avec les données expérimentales tendent à valider cette approche.

De nombreuses méthodes et programmes sont disponibles pour calculer les coefficients de masses ajoutées dans le domaine fréquentiel, soit à partir d'une analyse par tranche transversale (*strip theory* - [SAL70], [KOB76]) à partir d'évaluation plus ou moins sophistiquées de l'écoulement bidimensionnel ([NEW77], [FRA67]), soit à partir d'une approche tri-dimensionnelle en fluide parfait ([DEL88]), ou d'essais en bassin.

Pour les besoins de la simulation présentée, les masses ajoutées seront calculées par tranche à partir des masses ajoutées bidimensionnelles en milieu infini. Cette méthode est l'une des plus simples disponibles dans la littérature sur le sujet et l'influence de ces modèles devra être discutée. Néanmoins elle constitue un bon point de départ, et peut s'avérer une bonne approximation en l'absence d'excitation harmonique ; en revanche elle devra être étoffée si les évolutions du programme considère le problème de la simulation dynamique dans la houle.

### III - Efforts hydrodynamiques

#### III.4.a Prise en compte des masses ajoutées dans les équations de la dynamique

Les masses ajoutées sont des efforts qui dépendent de l'accélération d'un corps placé dans un fluide et qui représentent la variation de l'énergie cinétique du fluide que ce corps doit mettre en mouvement en plus de l'énergie cinétique due à sa propre masse. La matrice de masses ajoutées  $A$  vient donc s'ajouter directement à la matrice masse du corps considéré comme mentionné dans l'équation I.37 page 38 et reprise ci-dessous :

$$M_A = M + A \quad (I.37)$$

#### III.4.b Repère de calcul pour les masses ajoutées

Les masses ajoutées sont exprimées dans le repère hydrodynamique par rapport au centre de gravité du navire. La matrice  $A_{(h)}$  va donc être exprimée dans le repère du corps, toujours par rapport au centre de gravité de manière à être ajoutée directement à la matrice masse  $M$  du corps exprimée dans son repère propre.

Soit  $P_{sh}$  la matrice de passage du repère hydrodynamique au repère du corps, alors :

$$A_{(s)} = P_{sh}^T \cdot A_{(h)} \cdot P_{sh} \quad (III.21)$$

#### III.4.c Masse ajoutée en cavement

La méthode de calcul par tranche ne peut pas être utilisée pour le calcul de la masse ajoutée en cavement, nous utiliserons donc la formulation suivante, proposée par Keuning [KEU05] :

$$m_{xx} = 2 \frac{D}{L_{OA}} m \quad (III.22)$$

où

$D$             Creux de la coque  
 $L_{OA}$         Longueur hors-tout du navire

Il est à noter que cette valeur, contrairement aux autres valeurs de masse ajoutée, est relativement faible par rapport à la masse totale du navire puisque en général  $L_{OA} \gg D$ .

III.4.d Masse ajoutée bidimensionnelles

Le calcul des masses ajoutées pour le navire est basé sur l'estimation de la masse ajoutée bidimensionnelle par tranche. Pour chaque section, la masse ajoutée est celle d'une demi-ellipse, calculée en fluide parfait et en milieu infini. Cette approximation a été utilisée par Nomoto [NOM75], puis reprise et modifiée par Keuning [KEU05],[KEU02]. C'est cette dernière approche qui est reprise ici.

Les masses ajoutées d'une demi-ellipse sont les suivantes [NEW77] :

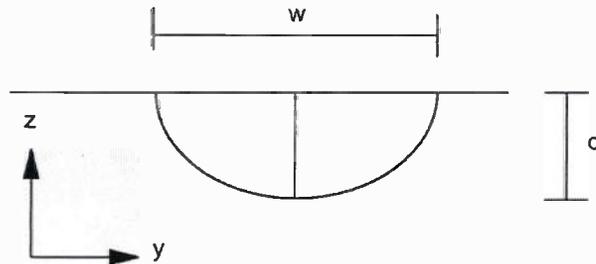


Figure 27: Masse ajoutée d'une ellipse

$$m_{yy} = \frac{1}{2} \pi \rho \left( \frac{w}{2} \right)^2 \quad \text{(III.23)}$$

$$m_{zz} = \frac{1}{2} \pi \rho d^2 \quad \text{(III.24)}$$

$$m_{\phi\phi} = \frac{1}{8} \pi \rho \left( \frac{w^2}{4} - d^2 \right)^2 \quad \text{(III.25)}$$

Keuning [KEU02] utilise un facteur de correction pour le calcul des masses ajoutées transversales  $m_{yy}$  des sections, déterminé à l'aide d'un programme de calcul de masses ajoutées (SEAWAY, développé à l'université de Delft [JOU01]).

Keuning calcule alors le coefficient de section suivant :

### III - Efforts hydrodynamiques

$$\Lambda_c = \frac{S}{d \cdot w} \quad (\text{III.26})$$

Puis calcule un facteur de correction qui vient s'appliquer à la masse ajoutée de la demi-ellipse :

$$k_c = 3,33 \Lambda_c^2 - 3,05 \Lambda_c + 1,39 \quad (\text{III.27})$$

La masse ajoutée pour la section est donc calculée par :

$$m_{yy} = \frac{1}{2} \pi \rho k_c d^2 \quad (\text{III.28})$$

#### III.4.e Masses ajoutées pour la carène

La connaissance des masses ajoutées bidimensionnelles pour chaque section du navire permet de calculer la matrice des masses ajoutées pour le navire complet, hors appendices, par intégration le long de la carène. Il faut noter ici que cette approche par tranche, même si elle comporte des similarités avec celle proposée par Salvensen [SAL70] ne prend en compte ni la surface libre ni la vitesse d'avance du navire.

$$\begin{aligned} A_{yy} &= \int m_{yy} d\xi \\ A_{y\psi} &= A_{\psi y} = \int \xi m_{yy} d\xi \\ A_{\psi\psi} &= \int \xi^2 m_{yy} d\xi \\ A_{zz} &= \int m_{zz} d\xi \\ A_{z\theta} &= A_{\theta z} = - \int \xi m_{zz} d\xi \\ A_{\theta\theta} &= \int \xi^2 m_{zz} d\xi \\ A_{\phi\phi} &= \int j_{xx} d\xi \end{aligned} \quad (\text{III.29})$$

Les autres termes étant nuls. Tous les termes selon l'axe  $\vec{x}$  ne sont pas pris en compte par cette méthode, et le calcul est réalisé séparément comme indiqué au paragraphe III.4.c . La nullité des autres termes traduit l'absence de couplage entre les dimensions considérées.

La formulation précédente est basée sur le fait que les efforts de masse ajoutées s'exercent à l'origine du plan local de la section. En supposant que ces efforts s'exercent au centre de surface de la section, dont les coordonnées sont les fonctions  $y(\xi)$  et  $z(\xi)$ , la matrice de masses ajoutées exprimée par rapport à l'origine du repère de calcul devient :

$$\int \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{yy} & 0 & -z m_{yy} & 0 & \xi m_{yy} \\ 0 & 0 & m_{zz} & y m_{zz} & -\xi m_{zz} & 0 \\ 0 & -z m_{yy} & y m_{zz} & y^2 m_{zz} + z^2 m_{yy} + j_{xx} & -y \xi m_{zz} & -z \xi m_{yy} \\ 0 & 0 & -\xi m_{zz} & -y \xi m_{zz} & \xi^2 m_{zz} & 0 \\ 0 & \xi m_{yy} & 0 & -z \xi m_{yy} & 0 & \xi^2 m_{yy} \end{bmatrix} d\xi \quad (III.30)$$

6 DOF

i) Changement d'origine du point de calcul des masses ajoutées

Dans l'équation (III.29), le calcul est réalisé par rapport à l'origine du repère. Pour transposer ce calcul en un point d'abscisse  $x_0$ , les termes suivants sont modifiés et peuvent être déduit du calcul précédent par :

$$\begin{aligned} A_{y\psi}' &= \int (\xi - x_0) m_{yy} d\xi = A_{y\psi} - x_0 A_{yy} \\ A_{\psi\psi}' &= \int (\xi - x_0)^2 m_{yy} d\xi = A_{\psi\psi} - 2 x_0 A_{y\psi} + x_0^2 A_{yy} \\ A_{y\theta}' &= - \int (\xi - x_0) m_{zz} d\xi = A_{y\theta} + x_0 A_{yy} \\ A_{\theta\theta}' &= \int (\xi - x_0)^2 m_{zz} d\xi = A_{\theta\theta} + 2 x_0 A_{y\theta} + x_0^2 A_{yy} \end{aligned} \quad (III.31)$$

III.4.f Masses ajoutées pour les appendices

Les coefficients de masses ajoutées pour les appendices sont également calculés par une méthode de tranches à partir des masses ajoutées bidimensionnelles en fluide parfait. Chaque tranche d'appendice est assimilée à une plaque plane d'axe  $\vec{x}$  et de corde  $c$ , les masses ajoutées sont alors [NEW77] :

### III - Efforts hydrodynamiques



Figure 28: Section d'appendice assimilé à une plaque

W77

$$m_{yy} = \frac{1}{4} \pi \rho c^2 \quad (\text{III.32})$$

Ce qui amène pour l'appendice complet, en calculant par rapport au point  $O(x_0, y_0, z_0)$ , par intégration le long de l'envergure à :

$$\begin{aligned} A_{yy} &= \frac{1}{4} \pi \rho \int c(\xi)^2 d\xi \\ A_{\psi\psi} &= \frac{1}{4} \pi \rho \int c(\xi)^2 \cdot (x(\xi) - x_0)^2 d\xi \\ A_{\phi\phi} &= \frac{1}{4} \pi \rho \int c(\xi)^2 \cdot (\xi - z_0)^2 d\xi \\ A_{y\phi} &= -\frac{1}{4} \pi \rho \int c(\xi)^2 (\xi - z_0) d\xi \\ A_{y\psi} &= \frac{1}{4} \pi \rho \int c(\xi)^2 \cdot (x(\xi) - x_0) d\xi \end{aligned} \quad (\text{III.33})$$

La même méthode sera appliquée pour les voiles.

#### III.5 Conclusions

Dans ce chapitre, les méthodes d'évaluation des efforts hydrodynamiques qui s'exercent sur un navire ont été présentées. Basée sur les moyens utilisés pour l'évaluation des performances en régime stationnaire, ces modèles ont été étendus pour définir un torseur complet des efforts adapté à la simulation dynamique. Les coefficients de manœuvrabilité nécessitent une évaluation spécifique au projet étudié, soit par des moyens expérimentaux soit par des moyens numériques. Cependant, dans le deuxième cas, il faut émettre des réserves quant à la capacité des codes de calculs hydrodynamiques à prendre en compte les écoulements fortement décollés qui apparaissent avec des vitesses de rotation importantes. De même, le comportement des appendices à profils portants est faiblement connu en cas

1. M

### III - Efforts hydrodynamiques

de décollement massif, et de plus extrêmement variable. Il est cependant possible d'approcher grossièrement ce comportement. Les effets tridimensionnels concernant les appendices d'allongement importants en rotation ont été analysés.

Une méthode de calcul des coefficients de masses ajoutées a été exposée. Basée sur une théorie relativement simple, elle permet toutefois de proposer des coefficients pour l'ensemble des géométries rencontrées et a déjà été utilisée par différents auteurs. Cette méthode devra être étoffée pour prendre en compte les mouvements d'un navire dans la houle, ce qui est une voie de développement du présent travail, par l'adaptation des méthodes utilisées dans le domaine fréquentiel au domaine de la simulation temporelle.

D'une manière générale, la détermination de l'ensemble des efforts hydrodynamiques sur le navire a une influence majeure sur la qualité de la simulation et il est évident que les modèles proposés sont loin de donner pleinement satisfaction. Cela constitue néanmoins un point de départ cohérent et acceptable comme le montre les résultats exposés lors de la seconde partie de ce document. Le coût de la détermination de ces efforts est également bien supérieur et vient s'ajouter à celui nécessaire pour l'évaluation des performances en régime stationnaire, le nombre de paramètres à prendre en compte étant plus important. L'amélioration des modèles de calculs d'efforts sera donc probablement assez lente, basée sur les divers projets de recherche à venir dans le domaine, tout comme est l'évolution de moyens de détermination des performances en régime stationnaire depuis plusieurs décennies.

Le prochain chapitre, d'une structure très similaire à celui-ci, aborde la problématique de la détermination de efforts aérodynamiques.

Page blanche

## Chapitre IV : Efforts aérodynamiques

<b>Chapitre IV : Efforts aérodynamiques.....</b>	<b>113</b>
Notations.....	114
IV.1 Définitions.....	117
IV.1.a Géométrie des plans de voilure.....	117
IV.1.b Vent apparent et incidence.....	118
IV.1.c Repère du plan de voilure.....	118
IV.1.d Repère du vent apparent.....	119
IV.1.e Coefficients aérodynamiques.....	120
IV.2 Environnement.....	120
IV.2.a Vent apparent.....	120
i) Gradient de vent.....	121
ii) Influence des mouvements du voilier.....	122
iii) Vent apparent effectif.....	122
IV.3 Modèle pour les amortissements aérodynamiques du plan de voilure.....	124
IV.3.a Plan de voilure "IMS".....	125
i) Caractéristiques individuelles des voiles.....	125
ii) Coefficients pour le plan de voilure.....	126
iii) Traînée induite.....	127
iv) Efforts sur le plan de voilure.....	127
IV.3.b Prise en compte du vrillage.....	129
IV.3.c Calcul complet du torseur aérodynamique.....	130
IV.3.d Influence du roulis.....	132
IV.3.e Virement de bord.....	133
IV.4 Masses ajoutées.....	135
IV.5 Fardage.....	136
IV.6 Conclusions.....	137

#### IV - Efforts aérodynamiques

##### Notations

$A_{xx}$	Coefficient de masse ajoutée
$Cl$	Coefficient de portance
$Cd$	Coefficient de trainée
$Cd_i$	Coefficient de trainée induite
$C_x$	Coefficient de force ou de moment (Indicés $X, Y, Z, K, M, N$ )
$m_{xx}$	Masse ajoutée bidimensionnelle
$\vec{V}_a$	Vecteur vent apparent
$\vec{V}_b$	Vecteur vitesse du navire
$\vec{V}_r$	Vecteur vent réel
$x, y, z$	Coordonnées d'un point
$X, Y, Z$	Composantes des forces
$K, M, N$	Composantes des moments
$ZCE$	Altitude du centre d'efforts
$\beta_a$	Angle du vent apparent
$\beta_r$	Direction du vent réel
$\phi$	Angle de gîte

Les efforts aérodynamiques correspondent aux efforts qui s'exercent sur le navire, tant sur ses voiles que ses superstructures, sous l'action du flux d'air dans lequel navigue le navire. Les voiles, ou tout autre système aérodynamique capable de développer de la portance, c'est à dire une force perpendiculaire à la direction de l'écoulement incident, vont générer une force propulsive par l'intermédiaire de l'angle existant entre la vitesse du navire et l'écoulement apparent du flux aérodynamique. La portance est l'élément nécessaire à l'existence d'une force propulsive lorsque la direction du vent apparent est situé en avant de la perpendiculaire à la vitesse du navire tandis que le fardage, qui correspond uniquement à une trainée sera une force propulsive lorsque le vent apparent est situé sur l'arrière du navire et viendra diminuer l'intensité de la composante propulsive dans le cas contraire.

La modélisation des efforts aérodynamiques est la difficulté la plus sérieuse dans l'évaluation des performances des voiliers, que ce soit pour un calcul en régime stationnaire ou pour une méthode dynamique. Les raisons en sont la complexité de l'écoulement qui peut comporter des décollements importants, des interactions fortes entre les différents éléments de la voilure et du gréement et la nature instationnaire du flux dans une grande majorité de cas de fonctionnement.

De plus, les voiles étant réalisées en matériaux souples, leur géométrie est grandement variable. Cette caractéristique, recherchée par les navigateurs et qui permet d'adapter les réglages des voiles, et par conséquent les performances aérodynamiques du plan de voilure, en fonction des conditions de navigation rencontrées, rend extrêmement complexe la connaissance précise de la géométrie des voiles. Le tissu constituant la voile se déforme sous le chargement aérodynamique, ce qui vient en retour modifier les caractéristiques de l'écoulement et introduit de forts effets de couplage fluide-structure. A ceci s'ajoute le grand nombre de voiles différentes qu'un navire peut embarquer et utiliser selon différentes configurations (certains navires de compétitions disposent de plus de quarante voiles différentes).

Enfin, la difficulté de l'évaluation des performances aérodynamiques vient de la caractérisation du milieu, puisque les navires évoluent dans la couche limite atmosphérique, les propriétés du flux incident sont donc variables, en particulier la vitesse du vent, sujette à un fort gradient vertical.

Les différents moyens d'obtenir les caractéristiques aérodynamiques d'un plan de voilure donné sont les essais en soufflerie, les essais au réel et les programmes de calculs basés sur des théories plus ou moins sophistiquées. Ces méthodes numériques, initialement basées sur la théorie du fluide parfait et la ligne portante (Milgram [MIL68]) utilise maintenant des calculs en fluide visqueux de type RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes – voir par exemple Lasher [LAS99],...). Dans toutes les méthodes de calcul numérique, la difficulté de connaître le profil des voiles en navigation est souligné, ce qui amène au nécessaire, mais complexe et gourmand en moyens de calcul, couplage avec le calcul de structure (Paton [PAT08], Renzsch [REN08],...). La plupart des méthodes évoquées ne peuvent être utilisées que pour les voiles plates, dont le creux est faible à modéré, destinées aux allures où le vent apparent est sur l'avant du navire, car leur géométrie est relativement stable, l'écoulement faiblement décollé et stationnaire. Les

#### IV - Efforts aérodynamiques

voiles de portant, utilisées lorsque le vent apparent vient plus ou moins de l'arrière du navire, sont fortement instables et soumises à des écoulements fortement décollés, au-delà du décrochage. Dans ce cas les méthodes les plus simples de calcul sont inadaptées et seuls les essais en soufflerie ou les codes calculs RANS avec couplage fluide-structure sont envisageables. Les articles traitants de l'évaluation des performances aérodynamiques des plans de voilures par ces méthodes de calcul se limitent en général à l'examen d'un nombre limité de cas, utilisés pour validation sur une géométrie fixée et ne permettent pas de balayer l'ensemble des réglages possibles ni d'optimiser le fonctionnement des voiles. Seul Chapin ([CHA05a],[CHA06], [CHA08]) a proposé une méthode de calcul ayant ces fonctionnalités.

Les essais en soufflerie (Claughton [CLA94]) restent pour l'instant la méthode de prédilection pour l'estimation des performances aérodynamiques des plans de voile à toutes les allures et ont été largement utilisés. Dégager des lois de comportement qui puissent conduire à des modèles utilisables de manière générale pour des plans de voilures variés demande une masse d'information importante et ne peut être réalisé qu'au cours du temps, au fil de divers projets. Une contribution importante au développement de ces modèles aérodynamiques est celle de l'ORC pour le développement des systèmes à handicap (VPP IMS – Campbell [CAM97], Teeters[TEE03], Fossen [FOS06], Claughton [CLA08]).

Les modèles aérodynamiques destinés aux programmes de prédiction de vitesse (VPP) qui proposent une approche générale du comportement aérodynamique basé sur les principales dimensions géométriques du plan de voile, datent des années 1970, avec le projet Irving Pratt et le rapport de Kerwin [KER78]. Ensuite, le modèle proposé par Hazen [HAZ80] est le premier à poser les bases d'une estimation des performances aérodynamiques pour différentes géométries de plan de voile aux différents angles de vent apparent rencontrés par le navire, avec prise en compte de la traînée induite selon l'élanement du gréement et un paramètre de réglage permettant de faire évoluer le coefficient de portance au point de fonctionnement. Ce modèle a ensuite été intégré et développé dans le programme de prédiction de performance de la jauge IMS (Claughton [CLA99],[ORC09],[IMS08]).

Ces modèles aérodynamiques consistent en la détermination d'un coefficient de portance, perpendiculaire à l'écoulement incident sur le plan de voile, et perpendiculaire à l'envergure du plan de voile en première approximation, d'un coefficient de traînée, dans la direction de l'écoulement et de la hauteur du point d'application de cette force (le long de l'envergure), soit trois des composantes du torseur des efforts. Ces modèles destinés aux VPP se concentrent donc sur une estimation partielle du torseur aérodynamique, à savoir les composantes les plus significatives dans le calcul des performances en régime stationnaire. Dans le cadre de la modélisation dynamique, et pour obtenir un modèle à six degrés de liberté, il faut étendre ces modèles aux autres composantes du torseur des efforts.

Ce chapitre expose les différents modèles servant à l'estimation des efforts aérodynamiques dans le programme de simulation dynamique, en commençant par la description de l'environnement dans lequel évolue le navire, puis est décrit le modèle aérodynamique adapté au plan de voile, basé sur les formulations traditionnellement utilisées dans les VPP et étendues pour obtenir un torseur complet.

Finalement, le traitement des effets dynamiques par le calcul des masses ajoutées est formulé.

#### IV.1 Définitions

##### IV.1.a Géométrie des plans de voilure

La méthode de calcul des efforts aérodynamiques sur les voiles utilisée ici est une méthode globale, c'est à dire qu'elle s'appuie sur les dimensions géométriques principales du plan de voilure et ne cherche pas à entrer dans le détail de l'aérodynamique des voiles.

Les notations suivantes permettent de définir les principales dimensions d'un plan de voilure. Elle sont communément employées par les acteurs du nautisme et sont utilisées dans la plupart des jauges de classe (IMS [IMS08], Transpac 52 [TRP07], ACC [ACC00],...). Il est donc pratique d'utiliser ici les mêmes notations.

<i>I</i>	Distance entre la face avant du mât et l'étai
<i>J</i>	Hauteur du point de drisse du génois
<i>P</i>	Longueur de guindant de la grand-voile
<i>E</i>	Longueur de bordure de la grand-voile
<i>BAS</i>	Hauteur de la bôme par rapport au livet ( <i>Boom above sheer line</i> )
<i>HBI</i>	Hauteur de la base de <i>I</i> ( <i>Height of base of I</i> )

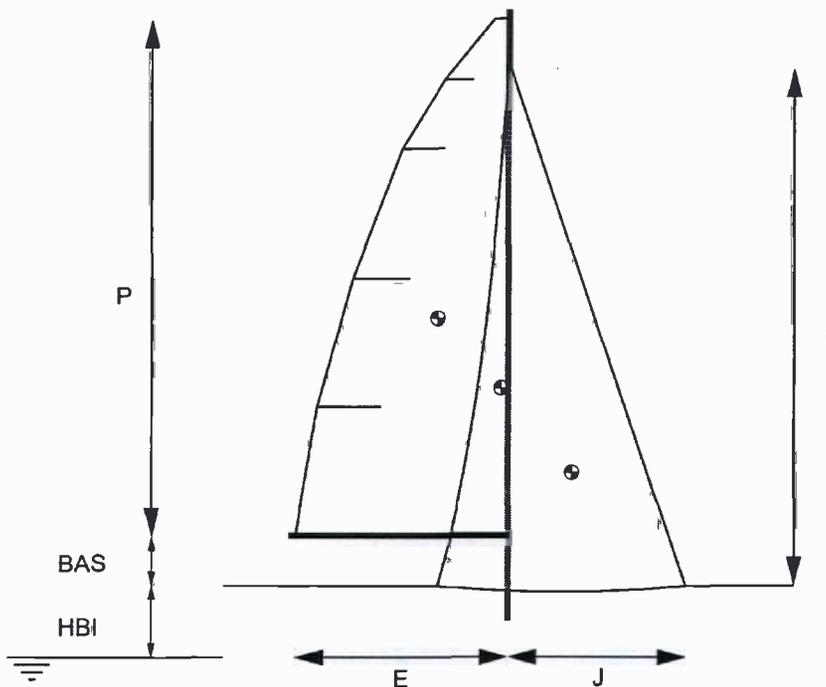


Figure 29: Description géométrique du plan de voilure

## IV - Efforts aérodynamiques

### IV.1.b Vent apparent et incidence

Les caractéristiques aérodynamiques d'un corps sujet à un écoulement fluide sont exprimées par rapport à la direction cet écoulement. La trainée est la composante parallèle à la vitesse du fluide tandis que la portance est dans le plan normal à la vitesse du fluide. L'angle d'incidence d'un profil portant avec la direction de l'écoulement du fluide est le paramètre majeur permettant d'en caractériser le comportement. Si dans le cas d'un profil unique, il aisé de définir cet angle d'incidence comme celui de la corde du profil avec la direction de l'écoulement, cette définition n'est plus valable dans le cas des plans de voilures qui sont en général constitués de plusieurs voiles interagissant entre elles, donc l'incidence est différente pour chaque voile et variable le long de l'envergure. Dans ce cas, la définition retenue pour l'angle d'incidence est celle de la direction du vent avec le plan de symétrie du plan de voilure, qui lorsque ce dernier est fixe, est également le plan longitudinal du navire.

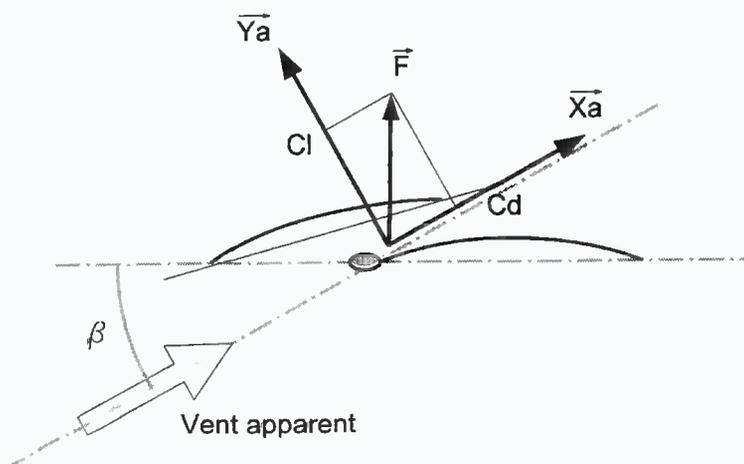


Figure 30: Vent apparent et angle d'incidence pour les plans de voilures

### IV.1.c Repère du plan de voilure

Le repère  $R_p$  du plan de voilure est un repère local lié au navire défini par :

- $\vec{z}_p$  Dans le plan de symétrie du plan de voilure, ascendant le long de l'envergure
- $\vec{x}_p$  Horizontal, dans le plan de symétrie du plan de voilure, dirigé vers l'avant du navire

- $\vec{y}_p$  Normal au plan de symétrie du plan de voilure, sur bâbord (de manière à obtenir un repère orthonormé direct).

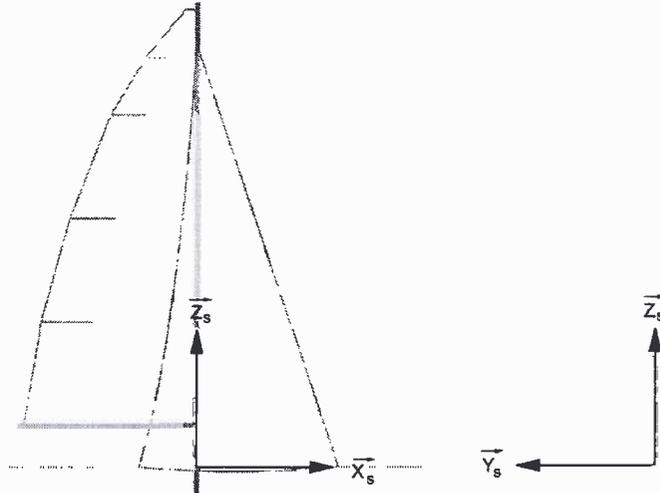


Figure 31: Repère du plan de voilure

C'est dans ce repère que sera exprimé le torseur des efforts aérodynamiques s'exerçant sur le plan de voilure.

#### IV.1.d Repère du vent apparent

Le repère  $R_a$  du vent apparent est déduit du repère  $R_p$  plan de voilure :

- $\vec{x}_a$  est la projection de  $\vec{V}_a$  dans  $(\vec{x}_p, \vec{y}_p)$
- $\vec{z}_a = \vec{z}_p$
- $\vec{y}_a = \vec{z}_a \wedge \vec{x}_a$

De cette façon, le plan  $(\vec{x}_a, \vec{y}_a)$  est dans le plan des profils du plan de voilure et  $\vec{z}_a$  est le long de l'envergure.

Cette définition correspond en fait à une rotation du repère  $R_p$ , dont l'angle est l'angle d'incidence du plan de voilure par rapport au vent apparent. La vitesse du vent apparent qui sera utilisée pour la résolution des efforts aérodynamiques correspond à la projection du vent apparent dans ce repère (voir

#### IV - Efforts aérodynamiques

la justification de cette hypothèse au paragraphe IV.2.a iii).

##### IV.1.e Coefficients aérodynamiques

Les efforts sont traditionnellement adimensionnalisés de la manière suivante, respectivement pour les forces et pour les moments :

$$C_F = \frac{F}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} \quad (\text{IV.1})$$

$$C_N = \frac{N}{\frac{1}{2} \rho V^2 S L} \quad (\text{IV.2})$$

où  $S$  et  $L$  représentent respectivement une surface et une longueur de référence dont la définition varie suivant le contexte.

#### IV.2 Environnement

##### IV.2.a Vent apparent

Le vent apparent  $\vec{V}_a$  correspond à la composition du vent réel  $\vec{V}_r$  en un point (par rapport à un référentiel donné) et de la vitesse de déplacement  $\vec{V}_b$  de ce point par rapport à ce même référentiel :

$$\vec{V}_a = \vec{V}_r - \vec{V}_b \quad (\text{IV.3})$$

Les caractéristiques du fonctionnement du plan de voilure dépend du vent apparent perçu par celui-ci.

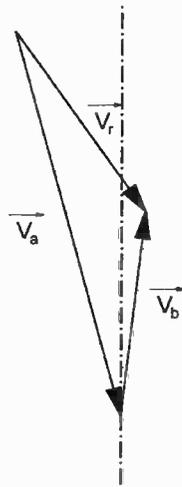


Figure 32: Calcul du vent apparent

i) Gradient de vent

Les navires évoluent à la base de la couche limite atmosphérique. Il en résulte une forte variation de la vitesse d'écoulement du vent réel avec l'altitude (voir la figure 15, page 83), ce qui doit être pris en compte dans la modélisation.

La direction de l'écoulement du vent réel est supposée horizontale et sa vitesse est caractérisée à une hauteur de référence (en général 10 m au dessus du niveau de la mer). La vitesse du vent est ensuite calculée selon les besoins de la simulation pour les autres altitudes par la relation (II.127) qui est rappelée ci-dessous :

$$V = V_0 \left( \frac{h}{h_0} \right)^\alpha \quad (\text{IV.4})$$

Il est important de noter que la structure de l'écoulement est complexe et dépend de nombreux paramètres tels que stabilité de l'air qui favorise ou non les mélanges et l'harmonisation des vitesses de vent moyennes, la température de l'air, la température de l'eau, rugosité de la mer en fonction des vagues,...). Ici, on prendra généralement  $1/6 \geq \alpha \geq 1/8$ .

*in vloed  
menom?*

#### IV - Efforts aérodynamiques

##### ii) Influence des mouvements du voilier

Dans le cas d'un navire en translation, tel qu'étudié dans les programmes de performances stationnaires, le champ de vitesse en tout point du navire est constant. Le vent apparent est alors une fonction de l'altitude seule  $\vec{V}_a = \vec{f}(z)$ .

Dans le cadre d'une simulation dynamique, la vitesse dépend du point considéré. Le vent apparent, qui correspond à la composition des vecteurs du vent réel et de la vitesse du navire est donc variable géographiquement,  $\vec{V}_a = \vec{f}(x, y, z)$

L'approche vectorielle utilisée dans l'implémentation informatique de la méthode permet de calculer simplement la vitesse d'un point quelconque appartenant au navire, le vent apparent peut donc être calculé aisément en tout point  $P$  :

$$\vec{V}_a(P) = \vec{V}_r(z_p) - \vec{V}_b(P) \quad (\text{IV.5})$$

Le traitement pratique de la variation du vent apparent est traitée ci-dessous au paragraphe IV.3.d .

##### iii) Vent apparent effectif

Du point de vue aérodynamique, les grandeurs significatives sont la vitesse  $V_a$  du vent apparent et son angle  $\beta_a$  par rapport au plan de voilure. Si dans le cas d'un profil portant rigide il est courant de mesurer l'angle de l'écoulement incident par rapport à la corde du profil, cette définition n'est plus applicable dans le cas des plans de voilures. Dans la pratique, c'est l'axe longitudinal du navire qui est utilisé comme référence pour le calcul du vent apparent, et l'incidence effective des voiles est alors dépendante du réglage adopté.

Il est supposé que la composante du vent apparent le long du mât n'a pas d'effet sur le comportement du plan de voilure<sup>9</sup>, cette hypothèse est reprise par plusieurs auteurs (Campbell [CAM97], Jackson [JAC96], Gerhardt [GER09],[ORC09]). Dans ce cas, le vent apparent « effectif » utilisé pour la détermination des forces qui s'exercent sur le plan de voilure correspond à la projection du vent apparent dans le repère perpendiculaire au mât. C'est cette approche qui est utilisée dans le modèle aérodynamique du VPP IMS (Campbell [CAM97], [ORC09]) et qui conduit à :

<sup>9</sup> Campbell [CAM97] et Jackson [JAC01] attribuent la paternité de cette hypothèse à Kerwin [KER78], cependant ce point n'est pas abordé dans l'article en question et l'équation mentionnée par Campbell n'est pas celle écrite dans le rapport de Kerwin. D'autre part Jackson [JAC96] mentionne également cette hypothèse sans en indiquer la provenance mais en la justifiant par comparaison avec des essais en soufflerie.

$$\vec{V}_{aeff} = \begin{bmatrix} V_r \cos \beta_r + V_b \\ V_r \sin \beta_r \cos \phi \end{bmatrix} \quad (IV.6)$$

Soit une vitesse du vent apparent :

$$V_{aeff} = \sqrt{(V_r \cos \beta_r + V_b)^2 + (V_r \sin \beta_r \cos \phi)^2} \quad (IV.7)$$

et un angle de vent apparent :

$$\beta_{aeff} = \tan^{-1} \left( \frac{V_r \sin \beta_r \cos \phi}{V_r \cos \beta_r + V_b} \right) \quad (IV.8)$$

Cette hypothèse modifie principalement l'angle effectif du vent apparent mais sa vitesse est également légèrement affectée.

Il faut noter que le modèle utilisé pour le VPP IMS ne prend pas en compte la dérive du navire, la vitesse est alors parallèle à l'axe longitudinal du voilier, paramètre qui peut avoir une importance capitale aux angles de vent apparent les plus faibles. Or, d'après la méthodologie des essais en soufflerie utilisée pour la conception de ces modèles (Claughton [CLA94]), l'angle de vent apparent considéré est mesuré par rapport à l'axe longitudinal du navire, il convient donc de tenir compte de l'angle de dérive.

|| ∇ β

D'autre part, Jackson ([JAC96],[JAC01]) corrige l'angle de vent apparent pour obtenir une valeur effective mais ne modifie pas la valeur de la vitesse apparente.

Dans le cadre de la simulation dynamique, et afin de prendre en compte au mieux les effets de l'attitude du voilier, non seulement en gîte mais également en dérive voir en assiette, le vent apparent est calculé comme mentionné dans l'équation (IV.5) en fonction de la position et de la vitesse du point considéré puis est projeté dans le plan horizontal du repère plan de voilure.

Ce qui s'écrit, dans le repère du plan de voilure par :

$$\vec{V}_{aeff} = \begin{bmatrix} \vec{V}_a \cdot \vec{x}_s \\ \vec{V}_a \cdot \vec{y}_s \\ 0 \end{bmatrix} \quad (IV.9)$$

#### IV - Efforts aérodynamiques

Les caractéristiques du vent apparent, utilisées pour caractériser le fonctionnement du plan de voilure, seront alors :

$$V_{a\text{eff}} = \sqrt{(\vec{V}_a \cdot \vec{x}_s)^2 + (\vec{V}_a \cdot \vec{y}_s)^2} \quad (\text{IV.10})$$

pour la vitesse du vent apparent effectif et

$$\beta_{a\text{eff}} = \tan^{-1} \left( \frac{\vec{V}_a \cdot \vec{x}_s}{\vec{V}_a \cdot \vec{y}_s} \right) \quad (\text{IV.11})$$

pour l'angle du vent apparent effectif.

En l'absence de dérive et d'assiette, cette formulation amène aux mêmes résultats que le calcul direct obtenu avec les relations (IV.6) à (IV.8), cependant, elle permet de prendre complètement en compte l'attitude du navire ainsi que ses mouvements.

#### IV.3 Modèle pour les amortissements aérodynamiques du plan de voilure

Le modèle aérodynamique de plan de voilure utilisé ici est basé sur la formulation utilisée dans le programme de prédiction de performance de l'International Measurement System (IMS), tel que décrit par Cloughton -[CLA99],[ORC09]), lui même basé sur les modèles initialement proposés par Kerwin [KER78] et par Hazen [HAZ80]. Ce modèle extrêmement populaire a été repris très largement par de nombreux auteurs dont Keuning [KEU05], et Battistin [BAT07].

Ce modèle propose une méthode de calcul pour la portance, la traînée et le moment de gîte dus au plan de voilure (soit trois des six composantes du torseur aérodynamique) à tous les angles de vent apparent rencontrés pour une évaluation stationnaire des performances du navire et pour une large gamme de configuration de voiles, d'où son succès.

Cette formulation est basée sur les résultats de nombreux essais en soufflerie (Campbell [CAM94], Ranzenbach [RAN99]) et elle évolue en fonction des tendances architecturales des navires de compétition. Ce modèle isole des essais en soufflerie les caractéristiques aérodynamiques de chaque voile composant le plan de voilure, de manière à restituer le comportement de l'ensemble pour une large variété d'arrangement.

IV.3.a *Plan de voile "IMS"*i) Caractéristiques individuelles des voiles

Le point de départ de ce modèle sont les caractéristiques adimensionnelles individuelles de chaque voile, qui correspondent à la possibilité pour le navigateur de régler ces voiles en fonction des conditions, en particulier de l'angle de vent apparent. Pour chaque voiles sont définis les paramètres suivants :

- Surface  $A_i$
- Hauteur du centre d'effort par rapport à la base de la voile
- Portance maximum  $Cl_M$  et traînée visqueuse  $Cd_p$  en fonction de l'angle de vent apparent
- $K_q$ , le coefficient quadratique de la traînée visqueuse en fonction de  $Cl^2$

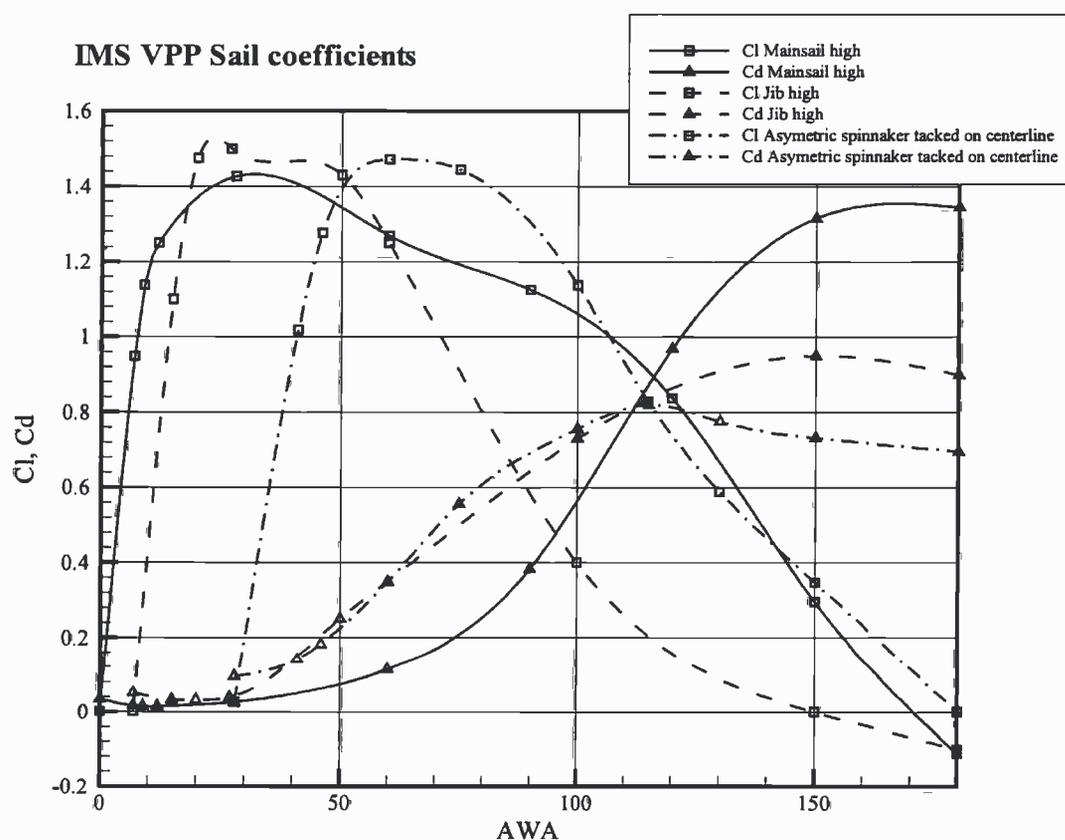


Figure 33: Coefficient aérodynamiques du plan de voile IMS [ORC09]

La traînée visqueuse des voiles est une fonction quadratique dépendant du coefficient de portance. Le coefficient  $Cd_p$  correspond ici au terme constant de cette fonction et la partie quadratique est introduite lors du calcul des coefficients pour le plan de voile complet.

#### IV - Efforts aérodynamiques

##### ii) Coefficients pour le plan de voilure

Les coefficients individuels de chaque voile sont combinés pour obtenir les coefficients du plan de voilure complet :

$$A_{REF} = A_{GV} + \frac{I \cdot J}{2} \quad (IV.12)$$

où  $A_{GV}$  est la surface de la grand-voile.

$$Cl_M = \sum Cl_{Mi} \cdot B_i \cdot \frac{A_i}{A_{REF}} \quad (IV.13)$$

$$Cd_p = \sum Cd_{pi} \cdot B_i \cdot \frac{A_i}{A_{REF}} \quad (IV.14)$$

$$K_q = \sum K_{qi} \cdot B_i \cdot \frac{A_i}{A_{REF}} \cdot \frac{Cl_{Mi}^2}{Cl_M^2} \quad (IV.15)$$

L'indice  $i$  fait référence à chaque voile et la fonction  $B_i$  permet de prendre en compte l'interaction entre les voiles (coefficient de masquage - "blanketing" factor) en particulier aux allures de large.

La hauteur du centre d'effort du plan de voilure est le barycentre des hauteurs des centres d'efforts individuels de chaque voile pondérés de la contribution de chaque voile à l'effort total développé :

$$Z_e = \sum Z_{ei} \cdot B_i \cdot \frac{A_i}{A_{REF}} \cdot \frac{F_i}{F} \quad (IV.16)$$

avec

$$F_i = \sqrt{Cl_{Mi}^2 + Cd_{pi}^2} \quad (IV.17)$$

$$F = \sqrt{Cl_M^2 + Cd_p^2} \quad (IV.18)$$

### iii) Trainée induite

Le calcul de la trainée induite est basé sur la connaissance de la hauteur effective  $H_{eff}$  du gréement.

$$Cd_i = \frac{Cl^2 A_{REF}}{\pi H_{eff}^2} \quad (IV.19)$$

La hauteur effective  $H_{eff}$  est prise comme la hauteur du plus haut point du gréement, soit :

$$H_{eff} = P + BAS + HBI \quad (IV.20)$$

Un coefficient, allant de 1,1 pour les angles de vent apparent jusqu'à 30° et décroissant jusqu'à une valeur de 1,0 pour un angle apparent de 90°. Ce coefficient traduit le fait que les réglages de la voile permettent de diminuer la trainée induite lorsque le navire navigue près du vent par une meilleure répartition des vrillage de la voile.

Il faut noter que si l'allongement effectif est bien pris en compte dans cette méthode par l'intermédiaire du calcul de la trainée induite, celui-ci n'affecte pas le coefficient de portance maximum du plan de voilure. Autant cela ne pose pas de problème dès que l'angle de vent apparent augmente, puisque qu'il est possible dans ce cas de modifier l'angle d'ouverture des voiles, autant la question se pose lorsque les voiles sont bordées dans les limites de la géométrie du navire ou ce réglage atteint sa limite et n'est plus possible. Ce point peut avoir une influence non négligeable dans la caractérisation du meilleur VMG qui est un point important dans l'évaluation des performances des navires de compétition.

### iv) Efforts sur le plan de voilure

Le calcul des efforts sur le plan de voilure fait intervenir deux coefficients, initialement introduits par Hazen [HAZ80] :

- $f$  : « flat », ce paramètre correspond à une modification du réglage des voiles de manière à ce que le plan de voilure ne fonctionne pas à la portance maximum. Le coefficient de portance est réduit proportionnellement à ce paramètre, la valeur minimum de ce coefficient est de 0,4.
- $r$  : « reef », ce coefficient représente une réduction, linéaire en fonction de l'envergure ou de la

#### IV - Efforts aérodynamiques

corde, de la surface du plan de voilure.

En fonction de ces paramètres, la portance et la traînée du plan de voilure sont obtenus par :

$$Cl = f \cdot r^2 \cdot Cl_M \quad (IV.21)$$

La partie quadratique de la traînée visqueuse des voiles est dépendante du coefficient de portance  $Cl$ , mais à la différence de la traînée induite, l'allongement du plan de voilure n'intervient pas dans le calcul de ce terme.

$$Cd = r^2 Cd_p + K_g \cdot Cl^2 + Cd_i \quad (IV.22)$$

Le vent apparent est calculé à la hauteur du centre d'effort pour le gréement gité, de même que la pression dynamique  $q$  en fonction de la vitesse du vent apparent. Les coefficients sont ensuite exprimés en deux composantes, selon la vitesse du navire et perpendiculairement au plan du mât :

$$C_x = Cl \sin \beta - Cd \cos \beta \quad (IV.23)$$

$$C_y = Cl \cos \beta + Cd \sin \beta \quad (IV.24)$$

Puis les coefficients sont traduits en force :

$$X_s = \frac{1}{2} \rho_a V_a^2 A_{REF} C_x \quad (IV.25)$$

$$Y_s = \frac{1}{2} \rho_a V_a^2 A_{REF} C_y \quad (IV.26)$$

#### IV.3.b *Prise en compte du vrillage*

Le fonctionnement général des voiliers (stabilité, efficacité hydrodynamique et aérodynamique) font qu'il est nécessaire pour l'équipage de pouvoir contrôler l'angle de gîte auquel navigue le navire. En pratique, le réglage des voiles est le moyen le plus immédiat d'agir sur ce paramètre. L'objectif est alors de maîtriser l'angle de gîte du navire tout en conservant la force propulsive maximum. La modification de l'incidence générale des voiles, supposée à vrillage constant, permet de faire varier la portance du plan de voilure mais ne modifie pas (ou très peu) la hauteur du point d'application de la résultante aérodynamique. En revanche, le vrillage, c'est à dire l'orientation relative des cordes des profils le long de l'envergure, permet d'abaisser la hauteur du centre aérodynamique tout en conservant une portance plus élevée que dans la première situation. Le plan de voilure IMS, tel que décrit au paragraphe IV.3.a, prend une partie de cet effet en compte car la hauteur du centre de voilure est abaissé lorsque le coefficient de portance est diminué, néanmoins cela n'influe pas sur la traînée induite calculée.

L'hypothèse de Jackson [JAC01], est que la traînée induite minimale est obtenu pour un vrillage donné et que ce réglage correspond à une hauteur maximale du centre de poussée. S'écarter de cet angle de vrillage afin de modifier le moment de gîte doit donc s'accompagner d'une augmentation de la traînée induite, ce qui n'est pas pris en compte dans la formulation précédente.

Jackson introduit alors le paramètre lié au vrillage (« twist »)  $t$  tel que la hauteur du centre de voilure soit donnée par :

$$Z_e = Z_{opt}(1-t) \quad (IV.27)$$

où  $Z_{opt}$  correspond à la hauteur du centre de voilure pour un réglage optimal d'un point de vue aérodynamique, c'est à dire sans contrainte sur le moment de redressement.

A partir de cette définition, Jackson introduit le calcul suivant pour la traînée induite :

$$Cd = Cd_0(\beta_e) + \kappa_0 Cl^2 (1 + c \cdot t^2) \quad (IV.28)$$

avec les valeurs suivantes préconisées par l'auteur :

$$\kappa_0 = 0,11 \text{ et } c = 8$$

#### IV - Efforts aérodynamiques

Cette méthode permet d'améliorer le comportement du modèle aérodynamique comparé à des essais en soufflerie, présentés dans le même article.

##### *IV.3.c Calcul complet du torseur aérodynamique*

Il est nécessaire de compléter le torseur aérodynamique tel que calculé par le modèle de base, en particulier pour le moment de lacet. L'équilibre en lacet n'est en général pas résolu dans les VPP traditionnels et si comme le souligne Jackson [JAC96] il n'est pas difficile de rajouter une équation, l'obtention des lois de comportement associées est bien plus complexe. En conséquence, les données sur cette grandeur sont peu disponibles. Deux auteurs, Fossati [FOS08] et Gerhardt [GER09] ont récemment publié des résultats basés sur des essais en soufflerie, tous les deux pour des angles de vent apparent correspondant à une remontée au vent.

Il faut noter ici que la précision des valeurs indiquées dans l'article de Gerhart laisse à désirer (un seul chiffre significatif !) et que la surface de référence utilisée pour adimensionnaliser les résultats ne prend en compte que la géométrie du gréement et non la surface réelle des voiles, en particulier pour la grand-voile comme il est commun chez la majorité des auteurs. Cela rend délicat la confrontation des valeurs publiées avec celles d'autres articles traitant du sujet, d'autant plus que la géométrie détaillée du plan de voilure testé n'est pas mentionnée.

La figure 34 ci-dessous, issue de l'article de Fossati [FOS08], montre l'évolution du moment de lacet en fonction de la force latérale générée par le plan de voilure pour les angles de vent apparent testés en soufflerie.

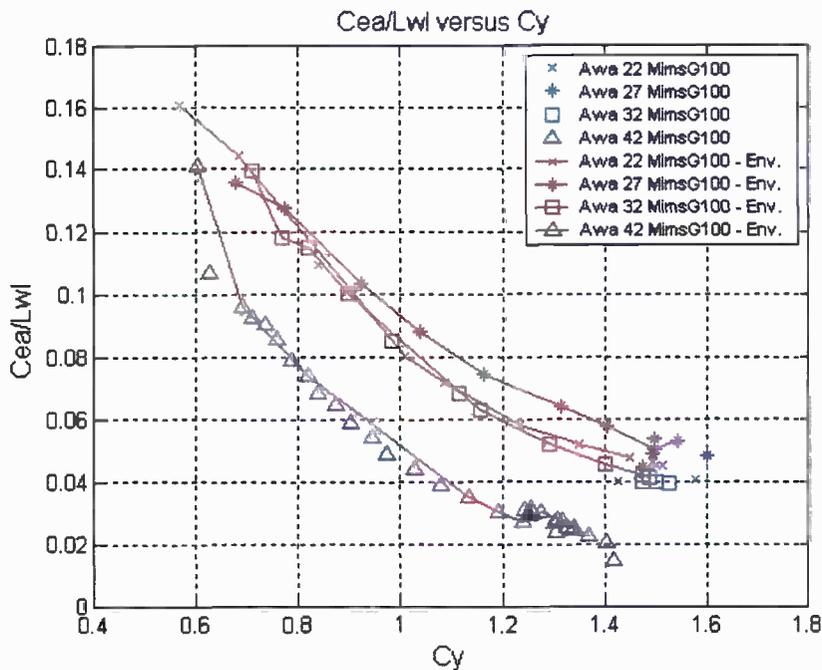


Figure 34: Évolution du moment de lacet aérodynamique en fonction de la force latérale [FOS08]

En l'absence de données supplémentaires, cette courbe sera reprise pour calculer le moment de lacet dans le modèle aérodynamique. Les résultats obtenus semblent cohérents (voir le paragraphe VII.3.b , page 208) comparé aux mesures en mer, cependant ce point demande à être étudié bien plus en détails. En effet, le moment de lacet est une grandeur très variable, qui dépend, entre autres, de la forme et du creux des profils des voiles, du vrillage,... Ce qui n'est pas pris en compte ici et doit donc être considéré comme une valeur moyenne pour une géométrie proche de celle testée.

Le torseur aérodynamique complet du plan de voilure dans le repère  $R_s$  s'exprime donc par :

$$\begin{bmatrix} X_s \\ Y_s \\ 0 \end{bmatrix} \tag{IV.29}$$

pour la résultante et par :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ N_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ Z_e \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} X_s \\ Y_s \\ 0 \end{bmatrix} \tag{IV.30}$$

pour les moments.

### *IV.3.d Influence du roulis*

Les mouvements du navire, en particulier le roulis et le tangage, modifient grandement le vent apparent sur les voiles ; en particulier l'évolution du vent apparent est variable, de plus en plus sensible à mesure que l'on s'éloigne du centre de rotation du navire. Afin de prendre cet effet en compte, Keuning [KEU05] calcule le vent apparent au centre d'effort du plan de voilure en prenant en compte les vitesses de roulis et de lacet du navire, sans pour autant justifier ce choix. Harris [HAR05], divise le plan de voilure en seize tranches pour lesquelles est calculé le vent apparent en prenant en compte la vitesse locale de la tranche. Pour chacune de ces tranches les coefficients de portance et de trainée sont issus de calculs bidimensionnels en fluide parfait, corrigés par des résultats expérimentaux pour prendre en compte les effets visqueux. La prise en compte de la trainée induite n'est pas détaillée. Cette approche est séduisante car elle permet de prendre en compte plus précisément les effets dynamiques sur les voiles en intégrant directement les mouvements du navire, mais elle se limite aux angles de vent apparent pour lesquels le calcul en fluide parfait est acceptable, c'est à dire les allures de près.

Afin de vérifier la proposition de Keuning d'utiliser une valeur moyenne du vent apparent pour l'ensemble du plan de voilure calculée au centre d'effort en prenant en compte les rotations du navire, nous avons simulé le plan de voilure par une méthode de ligne portante (Milgram [MIL68]) en incluant les effets de roulis. L'objectif est de comparer les résultats obtenus par les deux méthodes.

Le tableau 2 donne les résultats obtenus, d'une part avec une prise en compte complète du roulis à l'aide de la méthode par tranche où les caractéristiques du vent apparent sont évaluées pour chaque tranche, et, d'autre part, en utilisant une valeur moyenne du vent apparent évaluée à la hauteur du centre de poussée en prenant compte du roulis en ce point et appliqué à l'ensemble des tranches.

Les effets de la vitesse de roulis sont en premier lieu une variation importante des caractéristiques du vent apparent (angle et vitesse), en conséquence de quoi la portance du plan de voilure est grandement modifiée. En revanche, il apparaît que l'utilisation d'une valeur moyenne pour l'ensemble du plan de voilure permet d'appréhender les effets majeurs du roulis puisque les variations des différents coefficients sont du même ordre de grandeur avec les deux méthodes employées. L'écart le plus significatif entre les deux méthodes étant la variation de la hauteur des efforts aérodynamiques.

AVA	VVA	$\dot{\phi}$	$C_l$	$C_d$	ZCE
16,26	10,05	0	1,242	0,142	0,406
9,20	9,77	5	0,723	0,059	0,317
9,20	9,77	0	0,700	0,054	0,376
22,85	10,47	-5	1,365	0,245	0,417
22,85	10,47	0	1,352	0,240	0,411

Tableau 2: Influence de la vitesse de roulis sur les coefficients aérodynamiques

L'intérêt de ce résultat est de pouvoir appliquer le calcul d'une valeur moyenne sur des modèles de plan de voilure globaux (qui n'examinent pas la structure de l'écoulement le long de l'envergure) avec une cohérence satisfaisante.

Il est important de noter les limitations de l'ensemble de ces méthodes :

- Il est supposé que le profil des voiles n'est pas affecté par les mouvements du navire, ce qui est concevable pour de faibles vitesses de rotation et tant que les angles de vent apparent restent suffisamment élevés le long de l'envergure, mais cette hypothèse peut être largement mise en défaut dès que l'on s'éloigne de ces hypothèses.
- Il est considéré que la portance varie sans retard avec l'angle d'incidence, or c'est un phénomène visqueux dont l'établissement n'est pas immédiat, comme démontré par Marchaj [MAR79], les variations des coefficients aérodynamiques sont donc surestimées par les méthodes proposées.

#### IV.3.e Virement de bord

Les modèles existants du comportement aérodynamique des voiles sont limités aux conditions de navigation stationnaires courantes, avec des voiles supposées bien réglées pour les conditions simulées. Un des seuls articles traitant du comportement aérodynamique de la voilure lors des phases de transition est celui de Gerhardt [GER09], qui traite de l'aérodynamique du virement de bord, basé sur des essais en soufflerie.

Dans les conditions stationnaire de navigation, l'angle du vent apparent  $\beta_a$  est limité en pratique à une valeur minimum de  $20^\circ$ , mais qui, lors d'un virement de bord va s'annuler puis changer de signe avec une phase de changement de bord où les voiles vont être passées d'un bord à l'autre sous l'action de l'équipage puis être réglées sur l'autre bord. Dans sa simulation de virement de bord, Masuyama [MAS93],[MAS95], qui sera repris par Keuning [KEU02], utilise une variation linéaire des coefficients aérodynamiques du plan de voilure pour les faibles angles d'incidence et introduit un temps de latence avant de rétablir pleinement les coefficients aérodynamique à leur valeur afin de prendre en compte le temps nécessaire à la manipulation des voiles. Il précise qu'il est nécessaire d'ajuster l'angle à partir duquel les coefficients aérodynamiques sont mis en défaut et le temps du virement selon la manœuvre

#### IV - Efforts aérodynamiques

réalisée pour simuler correctement un virement de bord.

Gerhardt constate que, pour des angles de vent apparent inférieurs à 15°, le génois commence à faser, tandis que la grand-voile (à lattes forcées) garde sa forme jusqu'à 5°. L'auteur explore également l'effet d'un choqué prématuré du génois, ainsi que l'effet produit par une mise "à contre"<sup>10</sup> de celui-ci. Pour les besoins de notre simulation, nous ne conserverons que le comportement standard, qui consiste à libérer la voile d'avant lorsque celle-ci commence à déventer pour être établie à nouveau sur l'autre amure.

Les valeurs fournies dans l'article, et reproduites ci-dessous montre l'évolution des coefficients aérodynamiques pour de faibles valeurs d'angle de vent apparent.

On notera en particulier l'évolution des paramètres lorsque le génois commence à faser.

Cet article montre et quantifie les phénomènes suivants lorsque le génois dévente :

- Une brusque diminution de la portance
- Une augmentation de la traînée
- Un fort recul du point de poussée longitudinal (puisqu'une seule la grand-voile porte encore).

Les valeurs du tableau ci-dessous reproduisent celles de l'article de Gerhardt. Notons ici que la surface de référence utilisée pour le calcul des coefficients diffère assez fortement de celle indiquée par la relation (IV.12) est :

$$A_N = \frac{1}{2} (P \cdot E + I \cdot J) \quad (IV.31)$$

Les coefficients sont ensuite déterminés de manière classique à partir des efforts mesurés en soufflerie :

$$\begin{aligned} C_X &= \frac{X}{\frac{1}{2} \rho_a V^2 A_N} \\ C_Y &= \frac{Y}{\frac{1}{2} \rho_a V^2 A_N} \\ C_N &= \frac{N}{\frac{1}{2} \rho_a V^2 A_N^{3/2}} \end{aligned} \quad (IV.32)$$

<sup>10</sup> A contre signifie que l'écoute utilisée pour border la voile est celle au vent, alors que c'est l'écoute sous le vent qui devrait être utilisée en fonctionnement normal.

$\beta$	Réglage génois	$C_Y$	$C_X$	$C_N$
30	F prop. max	-1,81	0,60	0,02
25	F prop. max	-1,68	0,44	0,02
20	F prop. max	-1,43	0,29	0,03
15	F prop. max	-1,13	0,14	0,08
10	Faséyant	-0,50	-0,08	0,09
5	Faséyant	-0,28	-0,11	0,06
0	Faséyant	-0,06	-0,20	0,01

Tableau 3: Variation des coefficients aérodynamique proche de l'axe du vent

#### IV.4 Masses ajoutées

L'inertie ajoutée des voiles en roulis influe notablement sur le comportement dynamique du navire, comme le montre Masuyama ([MAS93],[MAS08]). Cependant cet effet ne semble pas être pris en compte par Keuning [KEU05] et est partiellement évoqué par Battistin [BAT07] mais qui ne développe pas la méthode de calcul employée.

La méthode utilisée ici pour calculer l'inertie ajoutée du plan de voilure en roulis est basé sur une méthode par tranches. Pour chaque tranche, la masse ajoutée est approchée par le calcul en fluide parfait et en milieu infini (Newman [NEW77]).

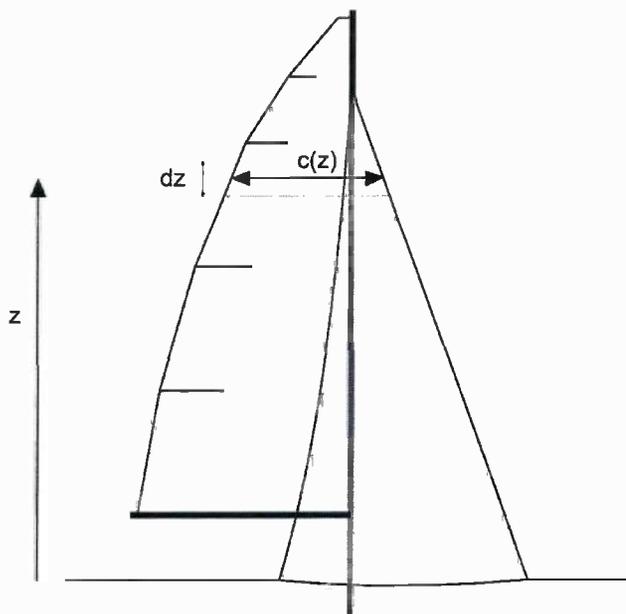


Figure 35: Calcul par tranche des masses ajoutées pour le plan de voilure

#### IV - Efforts aérodynamiques

$$m_{yy} = \frac{1}{4} \rho \cdot \pi c^2 dz \quad (\text{IV.33})$$

Ce qui conduit à la masse ajoutée en roulis par intégration le long de l'envergure du plan de voilure :

$$A_{\phi\phi} = \frac{1}{4} \rho \pi \int c(z)^2 z^2 dz \quad (\text{IV.34})$$

Gerhardt propose une prise en compte des effets tridimensionnels pour le calcul des masses ajoutées en prenant en compte l'éclatement du plan de voilure. L'inertie ajoutée s'écrit alors sous la forme :

$$A_{\phi\phi} = \frac{1}{4} \rho \pi \int c(z)^2 z^2 dz \cdot S(\Lambda) \quad (\text{IV.35})$$

où  $S(\Lambda)$  est un facteur permettant de prendre en compte les effets 3D avec

$$\Lambda = \frac{b^2}{S} \quad (\text{IV.36})$$

Pour calculer ce coefficient, Gerhardt s'appuie sur le travail de Tuckerman [TUC26], qui propose un calcul pour les ellipsoïdes. Afin de valider sa proposition, le résultat d'une expérience de mesure des masses ajoutées sur une grand voile de est fourni, montrant un bon accord entre l'expérience et la mesure ( $S(\Lambda) = 0,76$  mesuré contre  $S(\Lambda) = 0,79$  pour l'estimation avec la méthode proposée).

#### IV.5 Fardage

Le fardage est la composante de trainée aérodynamique des corps ne développant pas de portance ou de manière négligeable. Pour chacun de ces corps sont définis deux coefficients de trainée, le premier  $S_f \cdot Cd_f$  correspond à la surface de trainée du corps pour un vent apparent longitudinal et le second  $S_s \cdot Cd_s$  prend en compte un vent apparent transversal. La vitesse et la direction du vent apparent moyen sont déterminés à une hauteur caractéristiques pour chaque corps, et les efforts sont calculés par :

$$S \cdot Cd = S_f \cdot Cd_f \cdot \cos \beta + S_s \cdot Cd_s \sin \beta \quad (\text{IV.37})$$

La traînée, portée par la direction du vent apparent est calculée par :

$$D = \frac{1}{2} \rho_a V_a^2 S \cdot Cd \quad (\text{IV.38})$$

#### IV.6 Conclusions

Le modèle proposé permet de conduire la simulation dynamique pour une grande partie des géométries de plan de voilure courantes actuellement utilisées sur les voiliers, de croisière ou de compétition. Cependant un grand nombre de critiques peuvent être formulées à son égard, par exemple la portance n'est pas affectée par l'allongement effectif du gréement et la prise en compte du moment de lacet est rudimentaire, qui montrent la nécessité d'améliorer les modèles utilisés. La prise en compte du torseur complet des efforts, nécessaire à une simulation à six degrés de liberté doit être considérée comme une ébauche. L'obtention de valeurs plus précises, soit d'une manière générale soit pour une géométrie particulière ne pose pas de difficulté technique particulière, et est accessible au travers des moyens mis en œuvre pour l'obtention des coefficients utilisés pour la prédiction de performances stationnaire, mais demande des moyens conséquents. A n'en pas douter, l'intérêt grandissant des différents acteurs pour les aspects dynamiques amèneront à un enrichissement progressif de ces modèles.

Page blanche

## Chapitre V : Architecture informatique

<b>Chapitre V :Architecture informatique.....</b>	<b>139</b>
V.1 Généralités.....	140
V.2 Fonctionnalités.....	141
V.2.a Modélisation dynamique du système mécanique.....	141
V.2.b Spécificités du navire.....	143
V.2.c Fonctionnalités informatiques.....	145
V.3 Organisation informatique, description des classes.....	145
V.3.a Projet.....	146
V.3.b Système.....	146
V.3.c Corps.....	147
V.3.d Liaison.....	147
V.3.e Modèle physique.....	148
V.3.f Repère.....	148
V.3.g Système de contrôle.....	149
V.3.h Champ.....	149
V.3.i Méthode d'intégration numérique.....	150
V.3.j Méthode de résolution .....	150
V.3.k Variables.....	150
V.4 Modules externes.....	152
V.4.a Fonctionnement.....	153
V.4.b Affectation des variables.....	153
V.5 Validation.....	154
V.5.a Modèle.....	154
V.5.b Résultats.....	156
V.6 Conclusions.....	158

## V - Architecture informatique

Ce dernier chapitre de la première partie expose comment l'ensemble des méthodes présentées dans les chapitres précédents ont été implémentées au sein de l'outil informatique de simulation dynamique du navire. Dans un premier temps, les contraintes et les choix effectués concernant le langage de programmation sont exposés. Ensuite, les principales fonctionnalités du programme sont organisées par classes dont chacune aura en charge une tâche particulière au sein du programme, l'articulation et les interactions entre ces différentes classes sont décrites et montre comment l'outil permet d'obtenir la modularité et l'évolutivité souhaitée. Finalement, un exemple simple de simulation dynamique sans relation avec les navires, un pendule double, est utilisé comme validation des fonctions de base du programme.

### V.1 Généralités

Les contraintes imposées par le cahier des charges de l'outil oriente largement les choix de l'architecture logicielle et des techniques utilisées. Une mauvaise définition de ces contraintes, ou la non anticipation des besoins futurs peuvent mener rapidement à l'inadaptation de l'outil.

Les contraintes imposées dans ce projet sont :

- la généralité des méthodes employées, c'est à dire que dans la mesure du possible les méthodes doivent pouvoir prendre en compte un large éventail de configuration
- l'indépendance du programme par rapport à des produits tiers
- la modularité des méthodes de calcul, à savoir qu'il doit être aisé de substituer une méthode à une autre si un projet d'étude le nécessite
- la possibilité de modifier certaines fonctionnalités (en particulier les modèles d'efforts) par un tiers sans posséder les codes sources et sans nouvelle compilation du programme
- d'utiliser un langage de programmation largement répandu et ne pas avoir à dépendre d'un système d'exploitation ou d'une plate-forme
- une vitesse d'exécution optimisée

Le type de modélisation réalisé implique de nombreuses méthodes de calcul complexes, nécessitant une bonne puissance de calcul. Les langages de programmation adaptés à ce type de problème sont les langages compilés (C++, Fortran, Pascal,...), à contrario des langages interprétés (comme le Basic) où les commandes saisies par l'utilisateur sont traduites en langage machine au fur et à mesure de l'exécution du programme, ce qui nuit fortement à la vitesse d'exécution.

Parmi les langages compilés, certains offrent la possibilité d'utiliser la programmation orientée objets (POO) qui introduit des mécanismes tels que le polymorphisme et qui s'avère être particulièrement adaptée à la structure modulaire recherchée dans le programme. Le langage Fortran n'offre pas actuellement cette possibilité.

Dans les langages possédants ces qualités, le C++ et le Pascal (ou ses différentes déclinaisons) sont les plus répandus. Le C++ est disponibles pour la quasi totalité des machines et des systèmes d'exploitations, c'est un langage standardisé ce qui rend le programme créé indépendant de l'outil de programmation initial. C'est donc ce choix qui s'est imposé pour la réalisation du programme.

La réalisation de l'interface graphique, même en C++, est quant à elle liée à l'utilisation d'une bibliothèque graphique, elle même dépendante du type de plate-forme et de système d'exploitation utilisés car très liés aux aspects matériels (bien que certaines bibliothèques cherchent à réduire cette dépendance). D'autre part, les systèmes d'exploitations évoluent et la compatibilité avec les système d'exploitation futurs n'est pas garantie. Afin donc de limiter les risques d'incompatibilité, le noyau de calcul du programme a été complètement séparé de l'interface utilisateur. Ainsi, le cœur du programme peut être conservé même en cas de changement du support ou d'interface graphique. Dans ce chapitre, nous décrivons donc uniquement l'architecture de ce noyau, l'interface graphique n'étant que le moyen de modifier les entrées par l'utilisateur et d'afficher les résultats obtenus.

## **V.2 Fonctionnalités**

L'objectif final de l'outil développé est la résolution des équations de la dynamique pour un navire à propulsion éolienne. Le système pourra être composé de plusieurs corps, ou de plusieurs navires pouvant interagir entre eux. Chaque navire, et chaque élément constituant ce navire devra posséder ses propres lois de comportement, pourra être muni de systèmes de contrôle (par exemple un pilote automatique) et évoluera dans un environnement variable (en particulier en ce qui concerne le vent).

Le logiciel doit être prévu pour répondre à un large éventail d'applications qui ne sont pas nécessairement connues au moment de la programmation de l'outil. Les utilisateurs devront donc avoir la possibilité d'intervenir sur le programme afin de générer leurs propres modélisations et leurs propres modèles physiques d'une manière simplifiée.

La résolution finale comporte diverses étapes interagissants plus ou moins entre elles et les spécifications générales doivent être examinées en détails afin de déterminer leur implication sur la structure du logiciel. Les paragraphes suivants V.2.a et V.2.b détaillent les fonctionnalités nécessaire à l'outil issues directement de la modélisation adoptée, tandis que le paragraphe V.2.c traite des méthodes qui permettent de satisfaire les contraintes supplémentaires du cahier des charges.

### *V.2.a Modélisation dynamique du système mécanique*

Pour décomposer le problème en différents modules, il est d'abord nécessaire d'analyser les termes présents dans les équations de la dynamique ainsi que leur provenance. Développées au chapitre II, ces équations s'écrivent sous une forme générale de la manière suivante :

$$M(q) \cdot \ddot{q} + R(t, q, \dot{q}) = Q - C \cdot \lambda^T \quad (V.1)$$

$$\phi(t, \dot{q}, \ddot{q}) = 0 \quad (V.2)$$

Le calcul de chacun des termes de cette équation fera l'objet d'un module spécifique, de même que les techniques numériques permettant de résoudre ces équations.

i) Modélisation des masses, des forces centrifuges et de Coriolis

Le membre gauche de l'équation (V.1), dépend de :

- des caractéristiques inertielles de chaque corps (masse, inertie,...)
- des paramètres de position des corps et de leurs dérivées
- du temps
- du repère choisi pour l'expression des équations de la dynamique

Ces termes peuvent donc être calculés de manière indépendante pour chaque corps puisque la connaissance de ces données pour chacun des corps permet de définir complètement ces termes pour l'ensemble du système.

ii) Modélisation des efforts connus

Cela correspond au calcul de la matrice  $Q$  des équations de la dynamique. Les données d'entrée de ces modèles sont multiples et les sorties sont généralement constituées d'un torseur d'effort s'appliquant sur chacun des corps du système mécanique, exprimé dans un repère donné, et d'un certain nombre de variables intermédiaires.

Dans le cas d'un navire, c'est la qualité des lois de comportement qui font la qualité de la simulation. Ces lois de comportement représentent une grande part de l'effort de recherche effectué dans le domaine naval. Il apparaît donc clairement qu'il faut pouvoir substituer un modèle par un autre, développer de nouveaux modèles et les implémenter dans le programme avec la plus grande facilité.

Ce terme est donc dépendant du corps sur lequel il s'applique et défini par un modèle physique.

iii) Liaisons mécaniques et méthode de résolution

Les liaisons mécaniques interviennent dans les équations de la dynamique par le terme  $C \cdot \lambda^T$  et les équations de contraintes  $\Phi$  qui conduisent au calcul de la matrice jacobienne des contraintes  $C$ .

Le calcul de ce terme fait intervenir deux fonctionnalités distinctes :

- la définition des équations de contraintes et le calcul de la matrice jacobienne des contraintes

- une méthode de résolution permettant d'aboutir au calcul des multiplicateurs de Lagrange

La première fonctionnalité est liée à la définition des corps et aux paramètres utilisés pour caractériser la position et la vitesse de ces corps, cependant elle ne peut pas être rattachée directement à un corps, le module réalisant cette fonction doit donc avoir accès aux données des différents corps.

La seconde fonctionnalité est purement mathématique mais elle requiert la connaissance de l'ensemble des termes des équations (V.1) et (V.2) sans nécessairement en connaître la méthode de calcul.

#### iv) Méthode d'intégration

Le calcul de l'évolution temporelle des paramètres calculé à partir des équations mentionnées fait intervenir une méthode d'intégration. Celle retenue au chapitre II est la méthode de Runge-Kutta, mais d'autres méthodes peuvent être envisagées, ou des variantes de cette méthode selon les besoins futurs des utilisateurs de l'outil. Cette fonctionnalité peut donc être envisagée comme un module indépendant. De plus cette méthode est extrêmement générale, purement mathématique et son rôle est d'estimer les fonctions  $y_{n+1}$  et  $y_{n+1}'$  au pas de temps  $n+1$  connaissant  $y_n$ ,  $y_n'$ ,  $y_n''$  au pas de temps  $n$  et une fonction  $f$  telle que :

$$y'' = f(t, y, y') \quad (V.3)$$

Cette méthode est donc complètement indépendante de l'origine des équations à résoudre à partir du moment où elle a accès aux valeurs des paramètres et au calcul de la fonction  $f$  en fonction de la valeur de ces paramètres.

#### V.2.b Spécificités du navire

Le cas d'un navire apporte des spécificités supplémentaires au problème classique du comportement mécanique dynamique, en premier lieu les modèles physiques qui sont essentiels, mais également aux interactions possibles entre ces corps, ainsi que les systèmes de contrôle et la modélisation du milieu dans lequel évolue le navire.

##### i) Modèles physiques

Les modèles physiques permettent d'exprimer les efforts qui s'exercent sur corps du navire en fonction de divers paramètres de fonctionnement. Les modèles physiques sont donc attachés au corps sur lequel les efforts s'exercent. Ce sont ces modèles qui comprennent l'ensemble du comportement hydrodynamique et aérodynamique du navire, leur rôle est donc capital. D'autre part ces modèles doivent être évolutifs, soit pour traiter un type de navire spécifique, soit afin d'intégrer des améliorations apportées au modèle au cours du temps.

## V - Architecture informatique

### ii) Interactions physiques (autres que mécaniques)

Le navire est le siège de nombreux comportements couplés, en général par le biais des interactions hydrodynamiques ou aérodynamiques. Généralement, afin de simplifier l'organisation générale du code, la programmation est scindée en différents modèles physiques élémentaires et indépendants. Cette organisation est commune à n'importe quel problème mais il faut cependant être en mesure de modéliser les nombreuses interactions qui se produisent au sein même du système et qui en font la complexité.

C'est à dire que l'état ou le comportement d'un modèle physique (ou loi de comportement) peut évoluer en fonction de l'état ou du comportement d'un autre modèle physique présent au sein du système. Afin de prendre en compte ces interactions qui sont inconnues a priori, un élément quelconque du programme doit avoir accès aux paramètres de n'importe quel autre élément.

### iii) Systèmes de contrôle

Les systèmes de contrôle permettent d'interagir avec le système mécanique durant la modélisation. Les données d'entrée sont l'état du système à un instant  $t$  (plus éventuellement à des instants antérieurs) et les sorties sont une modification de l'état du système. Ceci implique que les systèmes de contrôle aient accès aux variables dont ils ont besoin et qu'ils puissent modifier celles sur lesquelles ils interviennent. De ce point de vue, les fonctionnalités requises par ces systèmes sont équivalentes au traitement des interactions traitées au point précédent.

### iv) Modélisation du milieu

Il s'agit ici de caractériser le milieu dans lequel évolue le navire. Classiquement, celui-ci est composé d'une phase liquide (l'eau) et d'une phase gazeuse (l'air). Ces deux phases pouvant être le siège d'un flux (respectivement le courant et le vent), variables géographiquement et temporellement.

Les modélisations usuelles utilisées dans les codes de prédiction de performances statiques (les VPP) considèrent l'eau comme étant au repos et le vent stable en vitesse et en direction dans un plan horizontal, définis à une hauteur de référence. La variation verticale de la vitesse du vent (gradient) pouvant être ensuite prise en compte suivant les modèles.

Ce type de modélisation ne peut remplir correctement l'ensemble du cahier des charges envisagé, en particulier il ne permet pas simplement de faire varier l'environnement dans lequel évolue le navire ou de simuler la modification du milieu due à la présence de ce navire.

La solution proposée est alors de modéliser le milieu par un ou plusieurs champs, soit scalaires soit vectoriels, variables dans le temps. Ces champs peuvent être combinés par diverses fonctions afin de calculer un champ dérivé. L'influence d'un engin évoluant dans ce milieu peut ainsi être modélisée comme un champ reflétant la perturbation du milieu (soit un champ de perturbation) qui combiné au champ initial permet de calculer un champ perturbé.

### V.2.c Fonctionnalités informatiques

Le logiciel doit permettre de faciliter le test et la validation du nouveaux modèles de comportement du navire, de nouveaux systèmes de contrôle ou encore permettre à l'utilisateur d'intervenir à son gré sur l'environnement dans lequel navigue le navire.

Ces exigences amènent à concevoir un moyen pratique pour l'utilisateur d'intervenir sur le logiciel sans avoir à modifier les bases de celui-ci. Les outils de programmation actuels répondent à ce besoin par l'intermédiaire de bibliothèques à liaison dynamique (*dynamic link library – dll*), qui ne sont intégrées au programme que lors de l'exécution et peuvent être compilées indépendamment du programme principal (contrairement à un programme classique qui doit être compilé intégralement avant exécution, ce qui impose également d'avoir accès à l'ensemble du code source).

Le logiciel devra donc intégrer un moyen d'accès à ces bibliothèques dynamiques pour les points suivants :

- modèles physiques
- systèmes de contrôle
- description de l'environnement

### **V.3 Organisation informatique, description des classes**

La programmation orientée objets (POO) consiste à définir des entités informatiques, appelées objets ou classes, qui contiennent à la fois les variables et les méthodes (routines) pour manipuler ces objets. L'interaction de ces objets entre eux constituant le comportement du logiciel. La POO permet également de définir des objets de manière abstraite, c'est à dire de définir leurs fonctionnalités a priori sans connaître pour autant l'implémentation pratique de ces fonctions. Il est ainsi possible de construire des classes dites « parentes » qui définissent le comportement général d'une famille et où le calcul proprement dit est ensuite réalisé dans des classes « enfants » qui héritent directement des fonctionnalités de la classe parente. Ce mécanisme, appelé polymorphisme, permet également de substituer simplement une classe enfant à une autre à partir du moment où les deux héritent des caractéristiques générales de la classe parente ce qui permet de modifier simplement et rapidement le comportement du programme sans avoir à modifier ni sa structure ni les autres modules du programme.

Ce concept de programmation est donc actuellement le plus performant pour aboutir à des programmes complexes possédant une grande modularité ; il nécessite un minimum de programmation et de maintenance et s'impose donc pour le développement du logiciel.

Il faut donc définir les principaux objets et leurs relations afin de visualiser les grandes fonctionnalités souhaitées, pour obtenir une vue synthétique du logiciel, de ses capacités et de vérifier que la solution proposée est conforme à l'expression des besoins.

Les objets peuvent contenir ou référencer d'autres objets, ils sont alors appelés objets parents. Lorsqu'un

## V - Architecture informatique

objet est détruit, tous les objets qu'il contient sont également détruits tandis que les objets référencés sont toujours présents et peuvent être référencés par d'autres objets.

Toutes les classes décrites ci-dessous sont des classes parentes, c'est à dire quelle ne définissent que les fonctionnalités et les variables communes aux classes enfants qui en découlent et dans lesquelles les méthodes de calcul sont effectivement implémentées. Cependant, les autres objets du programme n'ont besoin de connaître que la nature de la classe parente pour fonctionner correctement avec les classes enfants, ce qui permet de substituer les classes enfants d'une même classe parente entre-elles. Par exemple, le programme sait qu'un modèle physique calcule un torseur d'effort, peu importe quelle est la méthode de calcul employée.

L'accent étant mis sur la partie « calcul » du programme, cette représentation ne présage pas de l'ergonomie finale qui dépend principalement de la qualité de la réalisation et des outils proposés par l'interface. L'architecture du programme est illustré sur la figure 36.

### V.3.a *Projet*

Il contient toutes les informations sur le projet de simulation en cours, c'est l'élément de l'ensemble des autres objets. Il contient en particulier le système mécanique, les liaisons, les méthodes de résolution et d'intégration, l'ensemble des variables du projet,...

Objet parent :

- Aucun. Le projet contient l'ensemble des autres objets du projet de simulation

Contient :

- L'ensemble des objets de la simulation

Fonctionnalités :

- Contient l'ensemble des éléments du projet (système mécanique, environnement, système de contrôles, méthode de résolution et d'intégration,...)
- Recense toutes les variables du projet
- Gère les paramètres de la simulation

### V.3.b *Système*

Le système [mécanique] contient tous les éléments du système mécanique, en particulier les corps constituant ce système et les systèmes de contrôle. Un seul système est présent dans le projet.

Objet parent :

- Le projet

Contient :

- Le repère de référence
- Les corps du système
- Les liaisons mécaniques
- Les systèmes de contrôle

Variables :

- Les différents termes des équations (V.1) et (V.2)

Fonctionnalités:

- Calcul des différents termes des équations de la dynamique pour le système complet
- Calcul de la fonction différentielle qui sera utilisée par la méthode d'intégration numérique

### V.3.c *Corps*

Un corps représente une pièce élémentaire du système. Dans notre cas ce sont à priori des solides, mais pas nécessairement. Un corps possède un repère qui lui est attaché. Le corps a une masse et une inertie. Il doit être capable de fournir un torseur d'effort en fonction de l'état du système par l'intermédiaire des modèles physiques.

Objet parent :

- Le système

Contient :

- Un repère propre
- Les modèles physiques de calcul d'effort

Variables :

- Données inertielles
- Torseur des efforts

Fonctionnalités :

- Calcul de la matrice masse et du vecteur  $R$  qui lui sont associés
- Calcule le torseur des efforts en sommant les torseurs calculés par les différents modèles physiques présent pour ce corps

### V.3.d *Liaison*

Puisqu'il peut y avoir plusieurs corps, il est nécessaire de pouvoir modéliser les liaisons mécaniques entre ces corps qui introduisent des contraintes dans le système. Le rôle de cet objet est de définir les liaisons

## V - Architecture informatique

existantes et de remplir la matrice jacobienne des contraintes.

Objet parent :

- Le système

Référence :

- Les corps en interaction

Variables :

- Les paramètres de la liaison

Fonctionnalités :

- Calcule la sous-matrice jacobienne des contraintes associée à la liaison

### V.3.e *Modèle physique*

Il définit un torseur d'efforts exercé sur un corps en fonction de l'ensemble des variables du système. Il peut y en avoir plusieurs pour un même corps. Par exemple un voilier qui serait défini comme un seul solide doit posséder un modèle hydrodynamique pour la coque, un autre pour les appendices, un modèle aérodynamique pour le plan de voilure, etc... Un repère local est défini pour chaque modèle physique

Objet parent :

- Un corps

Contient :

- Le repère local du modèle physique

Référence :

- Éventuellement des champs scalaires ou vectoriels

Variables :

- Selon la nature du modèle

Fonctionnalités :

- Retourne un torseur d'effort

### V.3.f *Repère*

Les repères sont nécessaires à l'expression des différentes grandeurs dans le système. Il doivent être capables de fournir les outils mathématiques de changement de repère pour les différentes entités présentes dans le programme.

Objet parent :

- Système, corps, modèle physique,...

Contient :

- Champ de vitesse
- Champ d'accélération

Référence :

- Éventuellement un autre repère dans le cas de repère relatifs

Variables :

- Paramètre de position, d'orientation, de vitesse et d'accélération par rapport au repère Galiléen

Fonctionnalités :

- Calcul des matrices de changement de repère

#### *V.3.g Système de contrôle*

Il permet de faire réagir le système, c'est à dire de modifier son état, en fonction de son état courant. En pratique ce sont des pilotes automatiques où des barreaux (interactifs), etc...

Objets parent :

- Le système

Variables :

- Signal d'entrée
- Signal de sortie
- Consigne

Fonctionnalités :

- Calcule une consigne en fonction de l'état du système

#### *V.3.h Champ*

Pour caractériser le système, il faut définir un certain nombre de champs (de vecteurs ou scalaires), comme par exemple un champ de vent, de courant ou de pression. Les différents éléments du projet peuvent venir altérer ces champs (ce qui permet de modéliser des interactions).

Objet parent :

- Tout objet ayant besoin de définir un champ scalaire ou vectoriel

## V - Architecture informatique

### Fonctionnalités :

- Retourne une valeur du champ en fonction d'une position géographique et temporelle

#### V.3.i Méthode d'intégration numérique

Sert à la résolution numérique de l'équation différentielle suivante, caractéristique de la dynamique des systèmes mécaniques :

$$\ddot{y} = f(t, y, \dot{y}) \quad (V.4)$$

### Objet parent :

- Le projet

### Référence :

- Le système

### Fonctionnalités :

- Calcul du pas de temps  $n+1$  en fonction du pas de temps  $n$ .

#### V.3.j Méthode de résolution

Dans le cas des systèmes dynamiques multicorps, la méthode de résolution consiste à fournir une expression des multiplicateurs de Lagrange vérifiant les contraintes du système. Différentes méthodes de résolution sont adaptées et on imagine pouvoir choisir la méthode en fonction du problème traité.

### Objet parent :

- Le projet

### Référence :

- Le système

### Fonctionnalités :

- Calcul des multiplicateurs de Lagrange

#### V.3.k Variables

Cet élément, purement informatique, regroupe l'ensemble des paramètres du système. C'est la colonne vertébrale permettant l'échange d'information entre les éléments.

### Objet parent :

- Tous les objets du programme

Référence :

- D'autres variables au besoin, ce qui permet de lier la valeur d'une variable à une autre variable du projet et ainsi de gérer les interactions physiques

Contient :

- La valeurs des différents paramètres du programme
- L'historique des valeurs au cour de la simulation

Fonctionnalités :

- Stockage des valeurs

## Architecture informatique

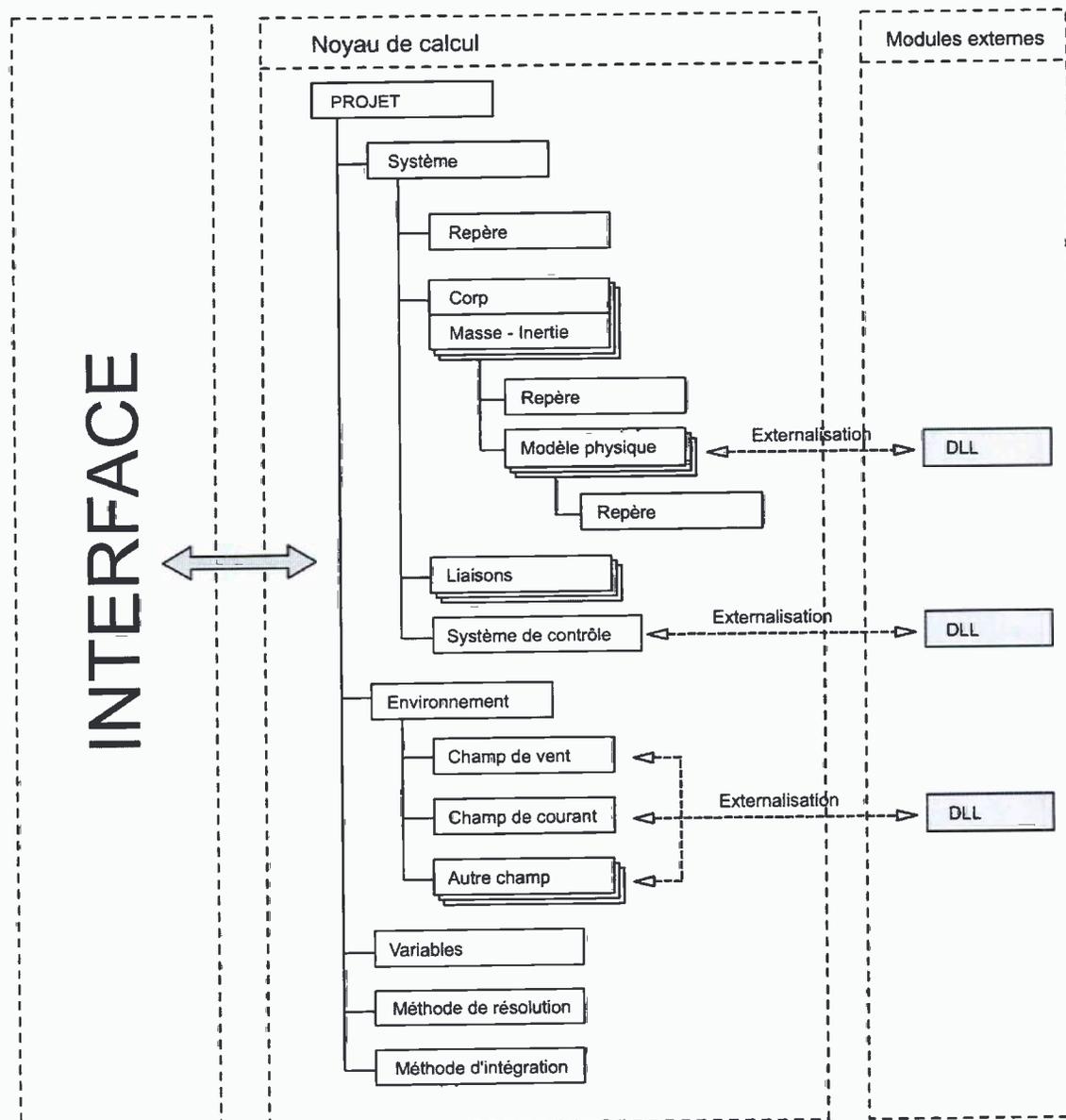


Figure 36: Architecture générale du programme

### V.4 Modules externes

A partir de la méthode de base exposée, il faut pouvoir fournir à l'utilisateur du programme la possibilité de définir lui-même ses propres modèles physiques, son propre environnement ou son système de contrôle.

Comme il est impossible de connaître à priori les données dont auront besoin ces différentes entités, le

seul moyen envisageable est de mettre à la disposition de ces modules l'ensemble des paramètres du système. Réciproquement, l'utilisateur doit pouvoir définir de nouvelles variables qui viennent compléter le système.

D'autre part, ces modules doivent pouvoir être développés séparément du corps principal du programme. Les techniques informatiques de développement logiciel offrent une telle possibilité par le biais de bibliothèques dynamiques (sous les systèmes d'exploitation Windows, ces bibliothèques sont appelées *dll - Dynamic Link Library*) et dont un exemple est donné en annexe.

#### *V.4.a Fonctionnement*

Lors du chargement d'un module externe, le programme liste toutes les variables et paramètres du module, qui sont alors automatiquement ajoutés aux autres variables du projet. Ces données deviennent donc accessibles par l'ensemble des modules internes du programme, et réciproquement.

Lors de l'exécution de la simulation, le programme modifie les variables de fonctionnement du module externe puis appelle la routine de calcul (d'effort pour les modèles physiques, valeur du champ scalaire ou vectoriel,...)

Le fonctionnement du module est donc uniquement basé sur deux mécanismes relativement simples (recensement des variables et méthode de calcul), plus une partie de code nécessaire à l'utilisation du module externe par le programme, purement informatique et invariant pour l'ensemble des modules externes.

#### *V.4.b Affectation des variables*

Le module externe, d'un côté connaît le nombre et le type des variables dont il aura besoin pour fonctionner correctement et de l'autre côté dispose de l'ensemble des variables contenus dans le projet.

Il faut donc que l'utilisateur, lors de la conception de son projet de simulation, fasse correspondre les variables du projet à celle requise par le module de calcul externe.

Le schéma suivant montre les interactions entre les modules :

Le "modèle 1" nécessite la connaissance de deux variables externes "vitesse" et "angle". Ces variables existent parmi l'ensemble des variables du projet, ce sont "Velt" et "AglElt". L'utilisateur fait le lien en indiquant à "modèle 1" que les variables dont il a besoin sont ces deux dernières.

De plus, "modèle 1" ajoute le paramètre "Surf" au modèle, dont a besoin le "modèle 2".

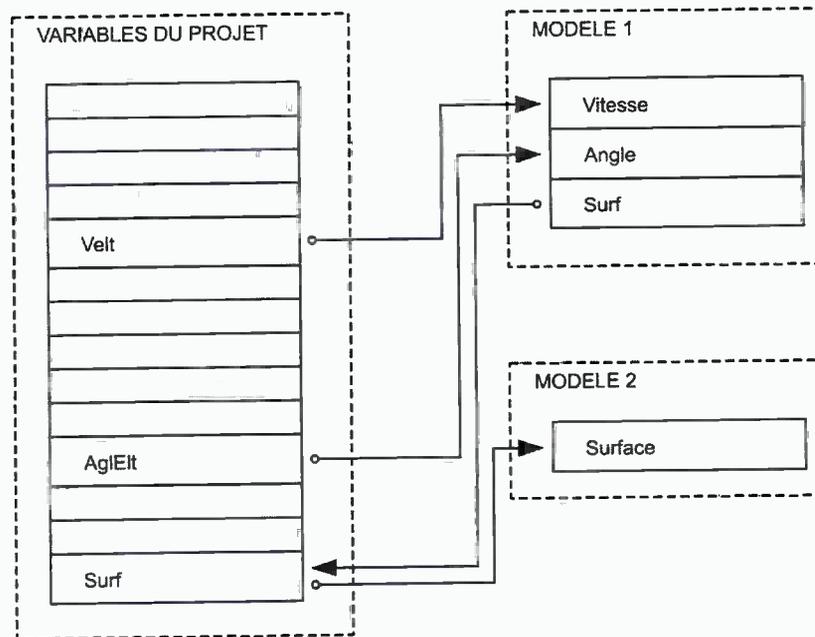


Figure 37: Communication avec les modules externes

### V.5 Validation

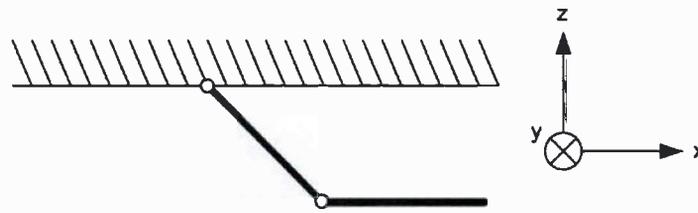
Un des premiers cas de validation du programme est celui d'un pendule double. L'objectif est ici uniquement de valider le modèle mécanique, c'est à dire la résolution des équations de la dynamique avec prise en compte des contraintes de liaison cinématique.

#### V.5.a Modèle

Un pendule double est modélisé, d'une part avec Simulink (qui est un programme de simulation dynamique industriel) et d'autre part avec le programme de Simulation dynamique, puis les résultats sont comparés.

Le système, illustré figure 38, est composé de deux barres identiques de 1 kg chacune. La première est relié au bâti et à la seconde barre. La seconde est uniquement reliée à la première. Les corps sont uniquement soumis à la gravité.

*validate  
math ↔ math?  
hoort  
math ↔ physical*



**Figure 38: Modèle du pendule double**

Dans le modèle Simulink, les liaisons sont des pivots à un degré de liberté. Dans le programme de simulation dynamique, les liaisons sont des rotules à trois degrés de liberté.

La matrice d'inerties des barres, exprimées dans leur repère propre est la suivante :

$$J = \begin{bmatrix} 0.08333 & 0 & 0 \\ 0 & 0.08333 & 0 \\ 0 & 0 & 0.006362 \end{bmatrix}$$

Les conditions initiales sont :

- La barre n°1 est inclinée à 45° du bâti
- la barre n°2 est inclinée à 45° de la barre n°1, soit à 90° du bâti
- Les vitesses initiales sont nulles.

Ces conditions conduisent à des mouvements fortement non-linéaire et les approximations aux petits angles ne sont pas valides, ce qui renforce la qualité du test.

La méthode de résolution utilisé dans le programme de simulation dynamique est la méthode de stabilisation de Baumgarte. Cette méthode prend comme paramètres trois coefficients ( $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ ) dont la valeur doit être ajustée en fonction du problème mais pour lesquels il n'existe pas de méthode de détermination. Les valeurs préconisées par Baumgarte sont  $\alpha = \beta = \gamma = 5$ .

Ces valeurs n'ont pas permis une convergence du modèle du pendule double, conduisant à des violations de contrainte de l'ordre de 0.1 m, ce qui n'est pas acceptable. En passant ces valeurs à 15, l'ordre de

## V - Architecture informatique

grandeur des violations de contrainte est passé à 0.01 m. Une valeur de 150 a permis de réduire ces violations de contraintes à des valeurs inférieures à 0.0001 m ce qui est correct pour cette simulation.

### V.5.b Résultats

Les résultats montrent la position du centre de gravité en  $x$  et en  $z$  de chacune des barres au cours de la simulation.

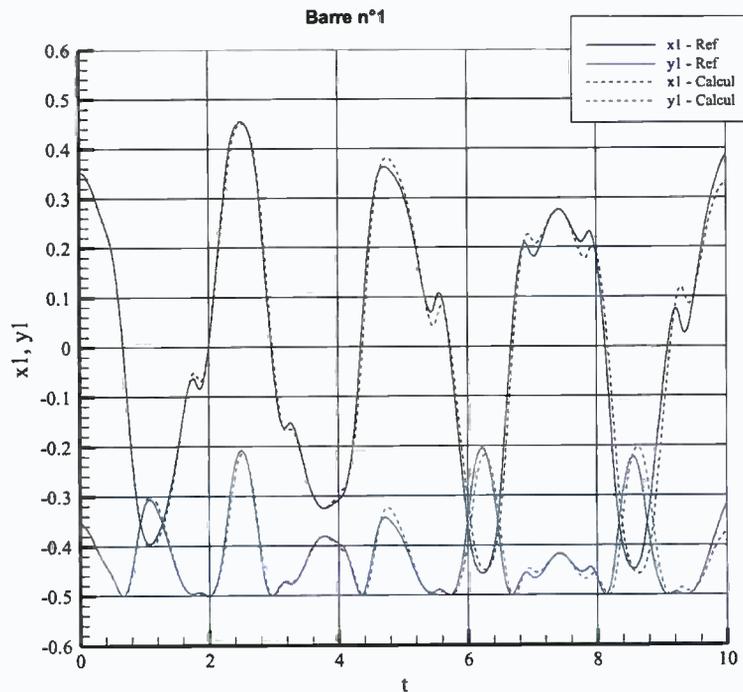


Figure 39: Validation sur le pendule double - barre n°1

Ces résultats sont donc tout à fait satisfaisants et montrent que l'ensemble de la modélisation mise en place jusqu'ici dans le programme de Simulation dynamique fonctionne. Les mouvements du système sont bien pris en compte par le programme de simulation dynamique, bien que certaines différences apparaissent, en particulier dans les variations rapides du mouvement. Ceci ne représente pas un problème puisque les méthodes de résolution du problème sont basiques et non pas été optimisées (pas de temps fixe, méthode de résolution simple,...)

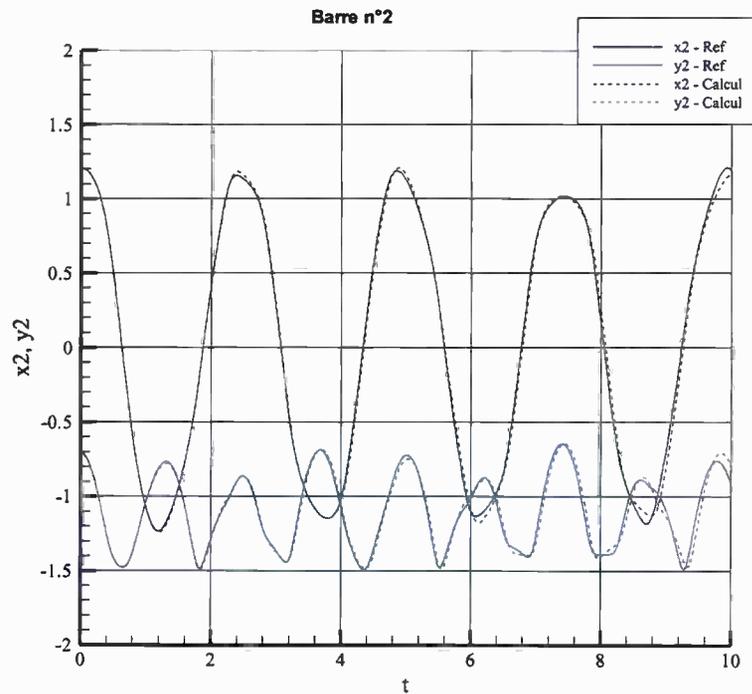


Figure 40: Validation sur le pendule double - barre n°2

Cet exemple permet de valider la méthode mise en place, ce qui constitue une étape nécessaire du développement du programme. En revanche, la méthode de résolution utilisée (méthode de stabilisation de Baumgarte), qui correspond en fait à la méthode la plus simple permettant d'obtenir une convergence pour un système dynamique multicorps, pose des problèmes certains de paramétrage qui rendront son utilisation complexe voire impossible pour des problèmes plus concrets.

## V - Architecture informatique

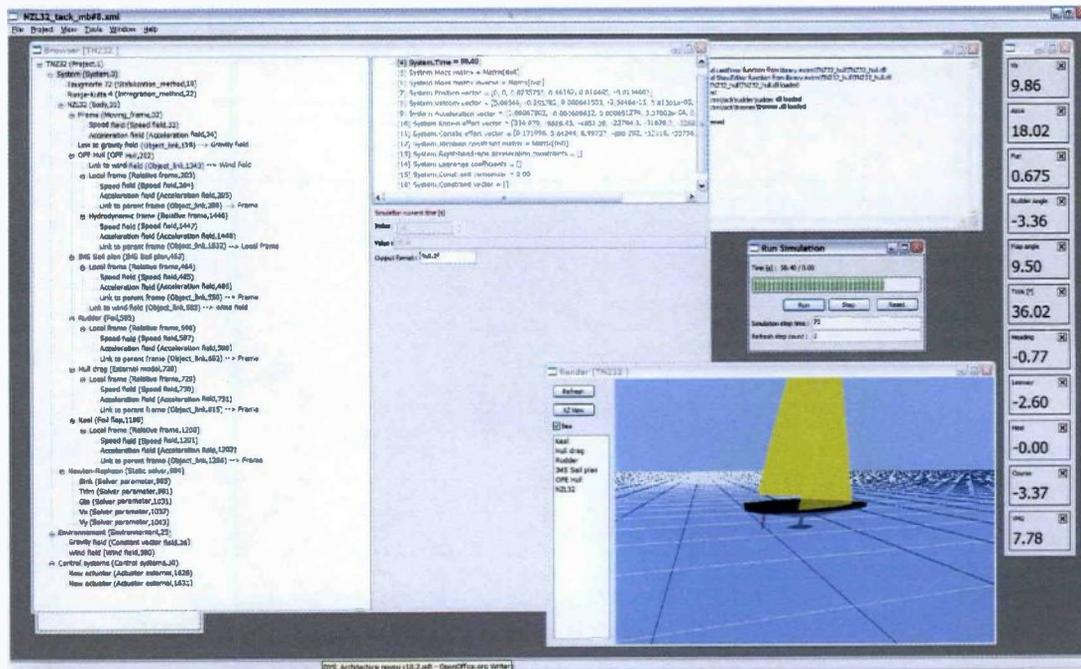


Figure 41: Interface utilisateur du programme

### V.6 Conclusions

Dans ce chapitre, qui clos la première partie de ce mémoire, les contraintes du cahier des charges de l'utilisation du programme de simulation dynamique ont orienté le choix du langage de programmation vers le C++, un langage compilé, largement répandu sur tout les systèmes informatiques, permettant une vitesse d'exécution optimale, orienté objets afin d'assurer la modularité nécessaire à l'évolutivité et aux développements futurs de l'outil.

L'architecture du programme a été présentée, basée sur la décomposition des fonctionnalités en différents module et sur les dépendances entre ces modules. Les mécanismes permettant à l'utilisateur de modifier les fonctionnalités du programme ont été développées.

L'utilisation des modules externes est un outil puissant, le programme réalisé pourrait fonctionner exclusivement sur l'utilisation de cette technique. Dans ce cas, seules les fonctionnalités développées dans ce chapitre sont réellement nécessaires et constituent le noyau du programme. Cependant le programme propose une implémentation des modèles physiques couramment employés et communs à divers projets.

La seconde partie de l'exposé qui va maintenant être abordée concerne des exemples d'utilisation de l'outil et la confrontations des résultats obtenus avec des mesures réalisées en navigation.

## **PARTIE II : APPLICATIONS**

Page blanche

## Chapitre VI : Simulation du Bus de Mer

<b>Chapitre VI :Simulation du Bus de Mer.....</b>	<b>161</b>
Notations.....	162
VI.1 Description du navire.....	163
VI.2 Modèle dynamique.....	164
VI.2.a Repères.....	164
VI.2.b Trainée en trajectoire rectiligne.....	165
VI.2.c Efforts en rotation.....	167
VI.2.d Modélisation du système de propulsion à pods.....	175
VI.2.e Critique du modèle.....	178
VI.3 Essais.....	179
VI.3.a Descriptif du système.....	179
VI.4 Comparaison des mesures avec la simulation.....	182
VI.4.a Mouvement en régime stationnaire.....	182
i)Conditions des essais.....	182
ii)Efforts sur le système propulsif.....	183
iii)Résultats.....	184
VI.4.b Accélération en ligne droite.....	185
VI.4.c Giration.....	187
VI.5 Conclusions.....	192

## VI - Simulation du Bus de Mer

### Notations

$C_X, C_Y$	Coefficients des efforts $X$ et $Y$
$C_N$	Coefficient du moment $N$
$D$	Diamètre de l'hélice
$Fn$	Nombre de Froude
$J$	Nombre d'avance de l'hélice
$K_t$	Coefficient de poussée de l'hélice
$K_q$	Coefficient de couple de l'hélice
$L_{ref}$	Longueur de référence
$n$	Vitesse de rotation de l'hélice [tr/sec]
$R$	Rayon de giration du navire
$Q$	Couple à l'hélice
$T$	Effort de poussée de l'hélice
$X, Y, N$	Composantes des efforts selon les axes $\vec{x}$ , $\vec{y}$ et moment autour de $\vec{z}$ .
$\beta$	Angle de dérive
$\eta$	Rendement de l'hélice
$\dot{\psi}$	Vitesse de rotation en lacet

Dans ce chapitre est présentée la comparaison de résultats obtenus avec le logiciel de simulation dynamique et des essais en mer réalisés sur un navire électrique de transport de passagers de 15m, le « Bus de Mer » qui est en exploitation à La Rochelle.

Cette première comparaison porte sur un navire doté d'une propulsion par hélices conventionnelles, ce qui permet de concentrer l'analyse sur les aspects hydrodynamiques, en particulier sur la détermination des coefficients de manœuvrabilité des coques.

La méthode employée pour l'évaluation des efforts en giration et dérive est décrite, basée sur les calculs numériques RANS en fonction des paramètres que sont la vitesse d'avance du navire, la vitesse de giration et la dérive.

La propulsion est modélisée en utilisant les formulations classiques utilisées pour les hélices, avec une prise en compte partielle des effets spécifiques au propulseurs orientables de type « pods ». Les efforts de poussée à vitesse constante sont corrigés par les résultats d'essais en mer pour prendre en compte les interactions qui existent au niveau de l'écoulement entre les coques et les hélices.

Finalement le modèle est confronté aux mesures réalisées, en particulier en giration avec un faible rayon de courbure.

### **VI.1 Description du navire**

Les Bus de Mer sont des navires électriques de transport de passagers, conçus et produits par la société « Alternatives Énergies<sup>11</sup> » basée à La Rochelle. Ces navires sont des catamarans réalisés en matériaux composite (sandwich verre-époxy) d'une longueur de 15 mètres, d'une largeur de 5m et dont le déplacement en charge peut atteindre 19 tonnes. Ils réalisent une liaison de 3 km entre le port des Minimes et le Vieux port de La Rochelle. Ces navires sont équipés de moteur électriques immergés, orientables de type « pods ».

---

11 [Http://www.alternativesenergies.com](http://www.alternativesenergies.com)

Waarom geen  
zeilboot onder  
motor?

## VI - Simulation du Bus de Mer



Figure 42: Le Bus de Mer lors des essais à La Rochelle

### VI.2 Modèle dynamique

Le modèle dynamique consiste en la détermination de l'ensemble des lois qui permettent de décrire le comportement dynamique du navire. Dans le cas du Bus de Mer, les aspects hydrodynamiques sont largement prépondérants et le comportement aérodynamique se limite à la prise en compte du fardage des superstructures et des coques.

Les valeurs des amortissements hydrodynamiques de la coque en ligne droite et en rotation ont été calculées par des moyens numériques, à l'aide des logiciels ICARE et REVA<sup>12</sup> ([DEL88],[ALE93a],[ALE93b]). Le modèle de comportement de l'hélice est tel que décrit par Oosterveld [OOS75] concernant les hélices de la famille des Wageningen B-Screw series.

#### VI.2.a Repères

Le repère hydrodynamique pour chaque coque utilisé pour le calcul des efforts du Bus de Mer est défini par :

- $\vec{x}_h$  parallèle à la surface libre, orienté suivant l'axe longitudinale du navire et dirigé vers l'avant
- $\vec{y}_h$  parallèle à la surface libre orienté vers bâbord
- $\vec{z}_h$  vertical ascendant
- Pour chaque coque, l'origine est situé dans le plan de symétrie, au milieu de la coque

<sup>12</sup> Ces deux logiciels ont été développés à l'École Centrale de Nantes

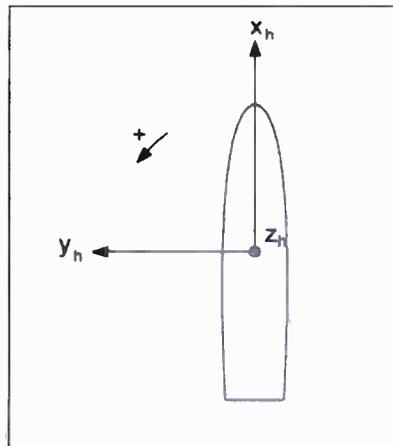


Figure 43: Repère hydrodynamique

Pour chaque système de propulsion, un repère local est défini avec :

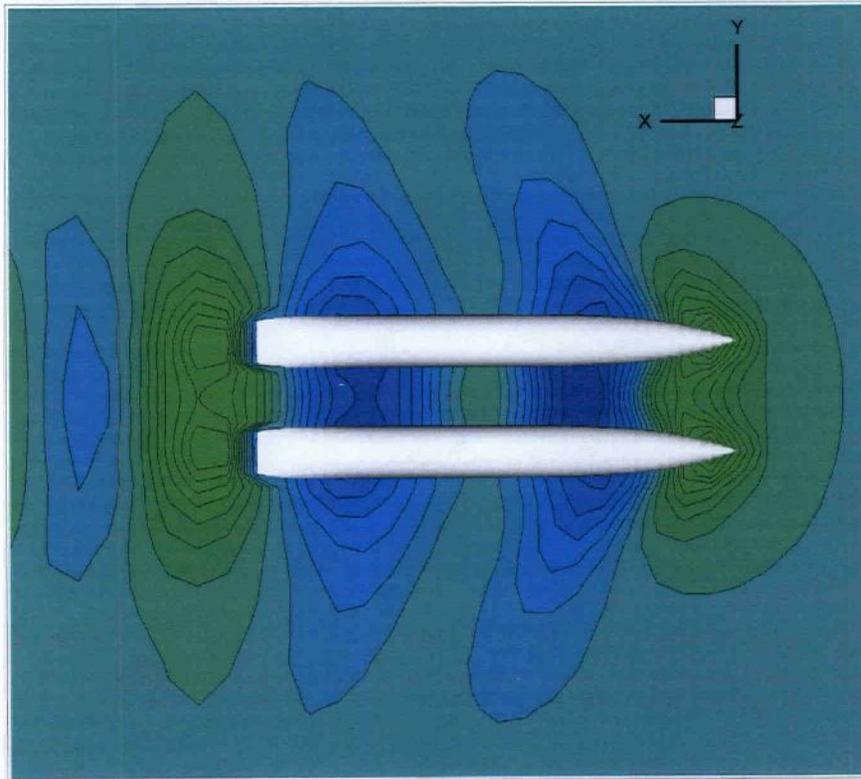
- $\vec{x}$  normal au plan de l'hélice, dirigé vers l'avant
- $\vec{z}$  dans le plan de l'hélice, vertical ascendant
- $\vec{y}$  dans le plan de l'hélice dirigé vers bâbord
- L'origine est située dans le plan de l'hélice, sur l'axe de symétrie.

Ce repère est donc en rotation autour de  $\vec{z}$  avec le système de barre.

D'une façon générale, le programme introduit un repère local pour chaque système présent dans le modèle.

#### VI.2.b Trainée en trajectoire rectiligne

La trainée des coques a été évaluée en deux étapes. Premièrement la trainée d'une coque seule est calculée avec le logiciel ICARE en fonction de la vitesse d'avance du navire, cependant ce programme ne permet pas de calculer la configuration catamaran avec deux coques côte à côte. La variation de résistance à l'avancement des deux coques dans leur version catamaran, qui provient de l'interaction des systèmes de vagues créés par chacune des carènes, a donc été estimée par le logiciel REVA qui permet de prendre en compte ce type d'interaction. Pour cela, la variation de trainée de la configuration catamaran est définie comme le rapport entre la résistance de vague de l'ensemble et le double de la trainée d'une coque seule. Cette variation a finalement été appliquée à la résistance totale d'une coque seule calculée par ICARE. Les calculs ont été réalisés pour le déplacement du navire dans les conditions des essais utilisés pour la comparaison.



**Figure 44: Interaction des champs de vagues des deux coques de la configuration catamaran**

La figure 44 graphique montre que l'influence des deux coques en interaction est particulièrement marquée autour de  $Fn=0,35$  avec la fusion des champs de vagues de chacune des coques.

La courbe de résistance totale du navire est donnée sur la figure 45.

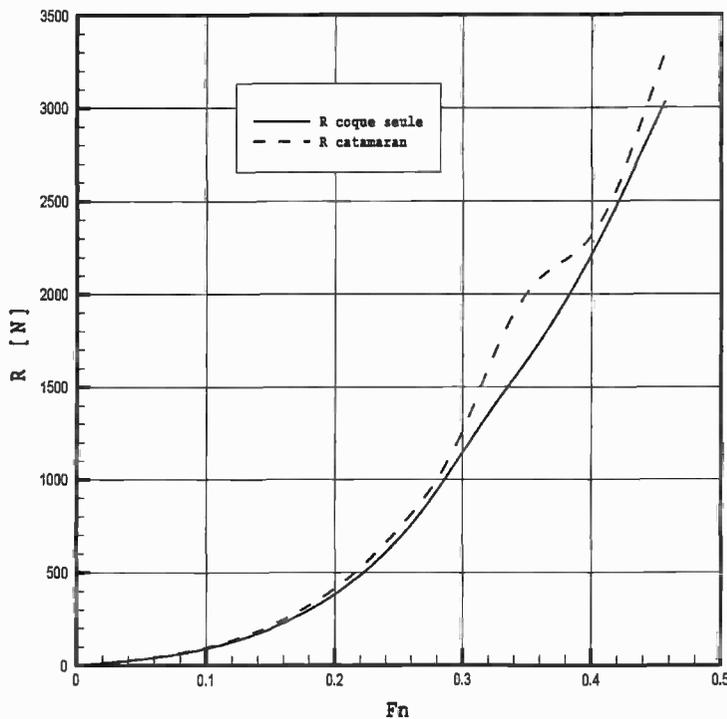


Figure 45: Résistances comparées d'une coque seule et du catamaran

### VI.2.c Efforts en rotation

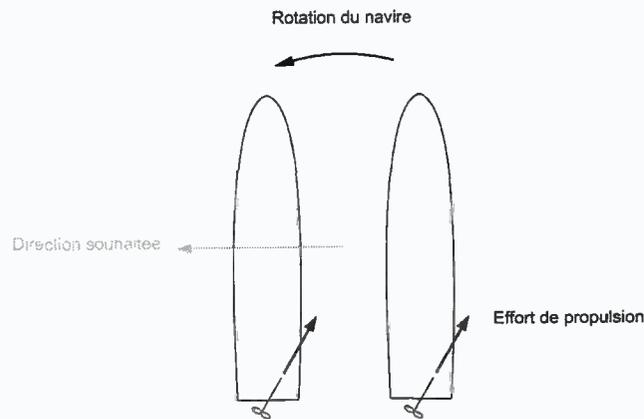
Lorsque le navire avance en ligne droite sans dérive, la seule composante non nulle dans le plan horizontal est la composante longitudinale, les autres étant nulles par symétrie. Lorsque le navire avance avec un angle de dérive ou en rotation, les autres composantes interviennent et doivent être calculées le plus précisément possible afin de modéliser les réactions du navire.

Les efforts s'exerçant sur les coques du navire en rotation ont été calculés, comme pour la résistance à l'avancement en ligne droite, avec le logiciel ICARE. Jacquin [JAC07] a conduit une étude très complète sur les capacités des codes de calculs, en particulier ICARE également utilisé ici, à prédire les mouvements instationnaires des navires et les coefficients de manœuvrabilité associés. Ses résultats, comparés à des essais réalisés sur des carènes de cargos, montrent qu'il peut y avoir une forte disparité entre les mesures et les calculs, cependant la majorité des calculs prédisent ces grandeurs avec des écarts inférieurs à 25%, même dans le cas d'écoulements présentant des décollements importants. Les disparités relatives les plus importantes sont relevées pour l'effort latéral dans le cas de la giration pure, mais, dans cette situation, l'ordre de grandeur de cette composante est faible ce qui tend à accroître l'importance relative des différences constatées et celle de l'imprécision des mesures utilisées pour la comparaison.

## VI - Simulation du Bus de Mer

20/13/2019

Le calcul de ces coefficients hydrodynamiques de manœuvrabilité est primordial pour ce type de navire car, à partir de l'instant où les efforts de propulsion sont connus, ils déterminent intégralement le comportement du navire en giration. C'est là un des intérêts majeurs de cette simulation car elle permet d'isoler et d'analyser le comportement hydrodynamique des coques seules. Pour faire tourner le navire, par exemple sur bâbord, l'effort de propulsion est orienté vers tribord, exerçant un moment de lacet qui fait pivoter le navire. En l'absence des efforts latéraux sur la coque, la résultante serait orientée vers tribord, dans ce cas le navire pivote dans le sens voulu mais sa trajectoire va à l'inverse. Ce sont donc les efforts sur la coque qui produisent avec la dérive la composante latérale nécessaire à la bonne manœuvrabilité du navire (figure 46).



**Figure 46: Mise en rotation du navire sous l'effet de l'angle de barre**

Un des premiers objectifs de l'étude est de caractériser le comportement des efforts hydrodynamiques en fonction des paramètres de fonctionnement, en particulier les effets suivants :

- Influence de l'angle de dérive
- Influence de la vitesse de giration
- Influence de la vitesse d'avance

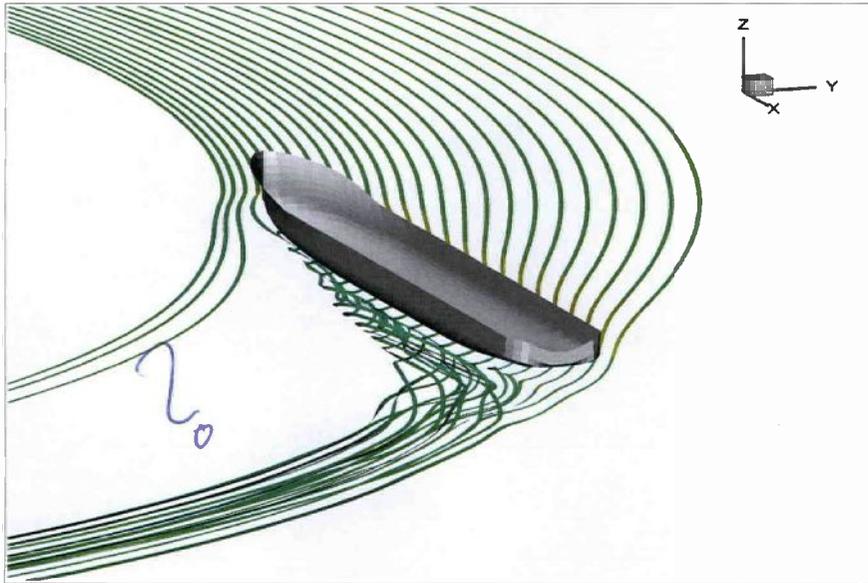


Figure 47: Lignes de courant en rotation avec vitesse d'avance

Les efforts sont adimensionnalisés par :

$$\begin{aligned}
 C_x &= \frac{X}{\frac{1}{2} \rho V^2 L_{ref} T} \\
 C_Y &= \frac{Y}{\frac{1}{2} \rho V^2 L_{ref} T} \\
 C_N &= \frac{N}{\frac{1}{2} \rho V^2 L_{ref}^2 T}
 \end{aligned}
 \tag{VI.1}$$

où

$L_{ref}$       Longueur du navire  
 $T$             Creux du navire

## VI - Simulation du Bus de Mer

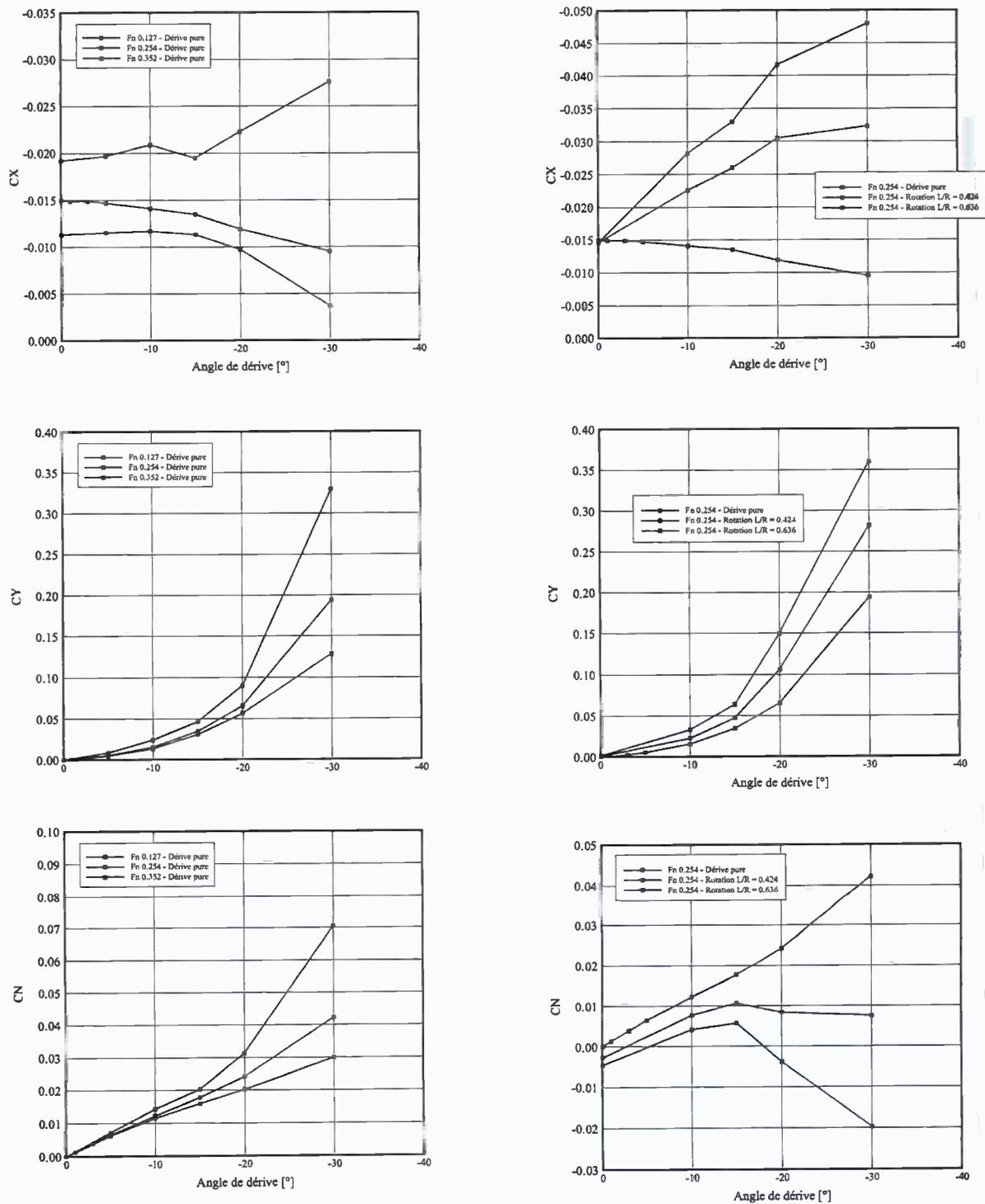


Figure 48 : Coefficients de manœuvrabilité pour le Bus de Mer

Fn	$\beta$ [°]	w [°/s]	L/R	CY	CN	CX%
0,127	0	0,0	0,000	0,0000	0,0000	1,00
0,127	0	5,0	0,848	-0,0017	-0,0055	1,22
0,127	0	7,5	1,272	-0,0038	-0,0127	1,35
0,127	-10	0,0	0,000	0,0134	0,0115	1,03
0,127	-10	5,0	0,848	0,0300	0,0026	2,12
0,127	-10	7,5	1,272	0,0461	-0,0054	2,72
0,127	-20	0,0	0,000	0,0564	0,0202	0,86
0,127	-20	5,0	0,848	0,0802	0,0056	2,83
0,127	-20	7,5	1,272	0,1102	-0,0045	3,94
0,127	-30	0,0	0,000	0,1276	0,0300	0,33
0,127	-30	5,0	0,848	0,1542	0,0063	3,31
0,127	-30	7,5	1,272	0,2414	-0,0205	5,06
0,254	0	0,0	0,000	0,0000	0,0000	1,00
0,254	0	5,0	0,424	0,0005	-0,0028	0,98
0,254	0	7,5	0,636	0,0013	-0,0046	0,97
0,254	-10	0,0	0,000	0,0155	0,0122	0,94
0,254	-10	5,0	0,424	0,0228	0,0076	1,51
0,254	-10	7,5	0,636	0,0329	0,0041	1,88
0,254	-20	0,0	0,000	0,0655	0,0242	0,79
0,254	-20	5,0	0,424	0,1059	0,0084	2,03
0,254	-20	7,5	0,636	0,1499	-0,0038	2,78
0,254	-30	0,0	0,000	0,1940	0,0422	0,63
0,254	-30	5,0	0,424	0,2814	0,0075	2,15
0,254	-30	7,5	0,636	0,3601	-0,0198	3,20
0,352	0	0,0	0,000	0,0000	0,0000	1,00
0,352	0	5,0	0,307	-0,0014	-0,0042	1,05
0,352	0	7,5	0,460	-0,0028	-0,0072	1,11
0,352	-10	0,0	0,000	0,0242	0,0143	1,09
0,352	-10	5,0	0,307	0,0291	0,0079	1,35
0,352	-10	7,5	0,460	0,0386	0,0039	1,54
0,352	-20	0,0	0,000	0,0900	0,0313	1,16
0,352	-20	5,0	0,307	0,1123	0,0162	1,78
0,352	-20	7,5	0,460	-0,1017	0,0118	2,03
0,352	-30	0,0	0,000	0,3298	0,0705	1,44
0,352	-30	5,0	0,307	-0,1956	0,0245	2,21
0,352	-30	7,5	0,460	-0,1649	0,0197	2,52

Tableau 4: Résultats des calculs des efforts de manœuvrabilité

La figure 48 montre l'influence de la dérive sur les trois composantes dans le plan horizontal pour une vitesse à nombre de Froude fixé et pour divers taux de rotations. La rotation pure du modèle induit une très faible force latérale et c'est clairement l'angle de dérive qui permet, sur cette carène, de générer de la force latérale. Les courbes aux différentes vitesses de rotation ont la même allure en fonction de l'angle de dérive en revanche la vitesse de rotation augmente nettement la force latérale.

Une des difficultés courantes rencontrée dans les formulations semi-empiriques telles que celle utilisée ici est la construction d'un modèle mathématique qui prenne correctement en compte la formulation des différents efforts en fonction des paramètres retenus. Les séries de Taylor sont assez populaires en architecture navale, cependant il devient rapidement difficile de prendre en compte des modèles complexes avec suffisamment de précision ; de plus le modèle est difficile à contrôler. Des oscillations de la fonction d'approximation apparaissent couramment entre les valeurs ayant servi à calculer les coefficients du modèle.

Le tableau 5 donne les coefficients de corrélation linéaire entre les efforts de manœuvrabilité et les

## VI - Simulation du Bus de Mer

paramètres de fonctionnement de la carène.

Le coefficient de corrélation linéaire  $r$  entre deux séries de données  $x$  et  $y$  est calculé par :

$$r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \quad (\text{VI.2})$$

avec :

$\sigma_{xy}$  la covariance entre les deux séries de données

$\sigma_x$  l'écart type sur les données de la série  $x$

$\sigma_y$  l'écart type sur les données de la série  $y$

Bien qu'il faille les prendre avec beaucoup de précautions<sup>13</sup>, ces coefficients montrent l'importance de la dérive sur les efforts de manœuvrabilité. L'influence de la vitesse de rotation en lacet est significative sur le moment de lacet et la variation de la trainée mais beaucoup plus faible sur la force latérale. Finalement, l'influence de la vitesse est plus faible que les deux autres paramètres sur l'ensemble des coefficients mais ne peut être négligée. Ce tableau montre donc l'importance de trouver un modèle mathématique capable de prendre en compte correctement l'évolution des efforts en fonction de chacune de ces variables.

	<b>Fn</b>	<b><math>\beta</math></b>	<b><math>\psi</math></b>
<b><math>C_Y</math></b>	-0,186	-0,477	-0,073
<b><math>C_N</math></b>	0,312	-0,464	-0,588
<b><math>C_X</math> %</b>	-0,262	-0,465	0,611

Tableau 5: Coefficients de corrélation linéaire entre les efforts de manœuvrabilité et les paramètres de fonctionnement

Dans le cas présent, le choix à été fait d'utiliser une interpolation linéaire par une fonction de forme telle que celles utilisées en éléments finis. Chacune des fonctions à modéliser est connue pour certaines valeurs fixées des paramètres, puis la valeur de la fonction est interpolée linéairement en fonction de ces valeurs.

<sup>13</sup> Par exemple, le coefficient de corrélation est nul pour une fonction symétrique, alors que la corrélation entre les valeurs du paramètre et de sa fonction existent.

Les paramètres d'entrées sont :

- La vitesse du navire, exprimée par son nombre de Froude  $F_n$
- La dérive  $\beta$
- La vitesse de rotation en lacet  $\dot{\psi}$

Pour modéliser les efforts hydrodynamiques, trois fonctions, correspondant aux torseurs des efforts dans le plan de la surface libre, sont nécessaires :

$$\begin{aligned} X &= f(F_n, \beta, \dot{\psi}) \\ Y &= f(F_n, \beta, \dot{\psi}) \\ N &= f(F_n, \beta, \dot{\psi}) \end{aligned} \quad (\text{VI.3})$$

On considère alors que les valeurs de ces fonctions sont connues aux sommets d'un hexaèdre dont les directions correspondent aux paramètres de la fonction.

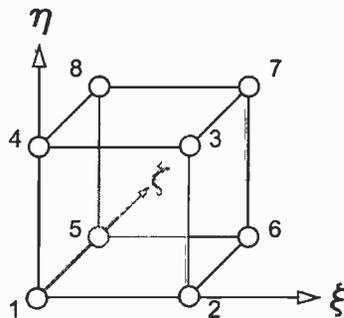


Figure 49: Volume de calcul

Alors la fonction peut être interpolée un point quelconque du volume par :

$$f(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta, \zeta) a_i \quad (\text{VI.4})$$

où  $a_i$  sont les valeurs de la fonction aux points  $P_i$  et  $N_i$  sont les fonctions de forme suivantes :

## VI - Simulation du Bus de Mer

$$\begin{aligned}N_1 &= (1-\xi)(1-\eta)(1-\zeta) \\N_2 &= \xi(1-\eta)(1-\zeta) \\N_3 &= \xi\eta(1-\zeta) \\N_4 &= (1-\xi)\eta(1-\zeta) \\N_5 &= (1-\xi)(1-\eta)\zeta \\N_6 &= \xi(1-\eta)\zeta \\N_7 &= \xi\eta\zeta \\N_8 &= (1-\xi)\eta\zeta\end{aligned}\tag{VI.5}$$

Pour ce modèle, les valeurs des paramètres sont fixées et constantes par indice sur le volume représentant l'ensemble de la fonction (ce qui revient à utiliser des parallélépipèdes rectangles comme volumes élémentaires). Le nombre de données nécessaire pour interpoler chacune des fonctions sur l'ensemble de l'intervalle d'utilisation est donc

$$N = m \cdot n \cdot p\tag{VI.6}$$

où

- $m$  est le nombre de points dans la direction  $\xi$
- $n$  est le nombre de points dans la direction  $\eta$
- $p$  est le nombre de points dans la direction  $\zeta$

Ce choix pourrait paraître exagérément contraignant au premier abord et demander un grand nombre de points de calcul, puisque par exemple, avoir quatre points dans chacune des directions demande  $4^3=64$  points de calculs, dont un grand nombre risque de ne pas correspondre à des situations réalistes de fonctionnement pour le navire. De plus, raffiner le modèle par l'insertion d'une valeur intermédiaire requiert l'insertion et la connaissance des points de calculs d'un plan complet.

Dans la pratique, l'utilisation de ce modèle est beaucoup plus souple. Pour raffiner le modèle aux endroits où cela s'impose, l'insertion d'un plan est premièrement réalisée en interpolant les valeurs de ce nouveau plan d'après les valeurs existantes, puis les valeurs de la fonction aux points d'intérêt viennent remplacer les valeurs précédemment interpolées. Ainsi, le modèle est exact aux nouveaux points de calcul et donne le même résultat que le modèle avant modification aux autres points insérés. Dans sa version la plus simple, un tel modèle ne requiert que huit points de calcul. Les avantages de ce modèle sont sa simplicité et sa robustesse sur l'ensemble du domaine modélisé.

#### VI.2.d Modélisation du système de propulsion à pods

Le système de propulsion du Bus de Mer (illustré figure 50) est constitué de deux pods dont l'angulation peut atteindre 40° via un système de vérins. Les moteurs électriques sont immergés et l'hélice est fixée directement sur l'arbre moteur, évitant ainsi la diminution du rendement en raison des liaisons mécaniques. L'ensemble est fixé à l'arrière de chaque coque par un support qui peut pivoter autour de son axe horizontal afin de relever les moteurs et les sortir de l'eau lorsque cela est nécessaire. L'alimentation électrique provient d'un câble qui passe à l'intérieur du support moteur.



**Figure 50: Système propulsif à pods**

La modèle est celui des Wageningen B-Screw Series tel que décrit par Oosterveld [OOS75] qui se base, pour cette famille d'hélices, sur des essais en bassin en eau libre. Ce modèle permet de calculer la poussée  $T$  développée par l'hélice et le couple  $Q$  sur l'arbre en fonction du nombre d'avance  $J$ .

$$J = \frac{V}{nD} \quad (\text{VI.7})$$

où

$V$  est la vitesse du fluide « au loin » ou non perturbé

$n$  est la vitesse de rotation de l'hélice en tour par seconde

$D$  est le diamètre de l'hélice

En fonction de ce nombre d'avance  $J$ , le modèle fournit les coefficients de poussée  $K_t$  et de moment

## VI - Simulation du Bus de Mer

$K_q$ , tels que représentés sur la figure 51 ,ainsi que le rendement  $\eta$  .

$$\eta = \frac{J K_t}{2\pi K_q} \quad (\text{VI.8})$$

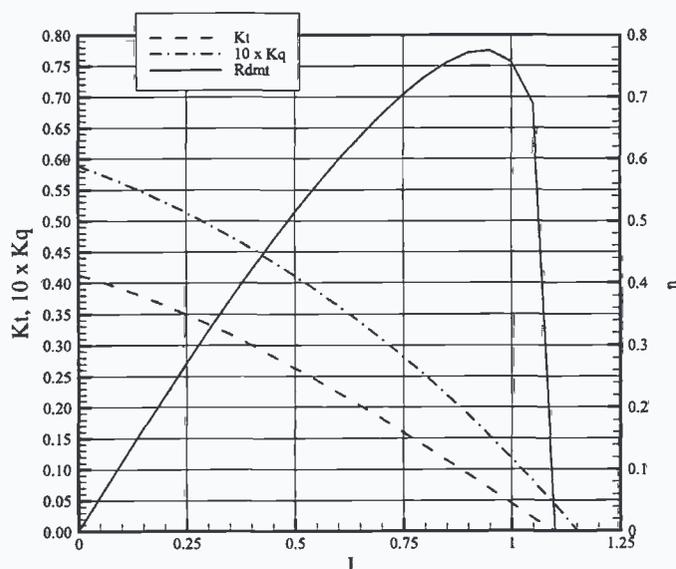


Figure 51: Caractéristiques et rendement de l'hélice

La poussée et le couple à l'arbre de fonctionnement de l'hélice sont finalement obtenus par :

$$\begin{aligned} T &= \rho n^2 D^4 K_t \\ Q &= \rho n^2 D^5 K_q \end{aligned} \quad (\text{VI.9})$$

Ce modèle tel que décrit par Oosterveld comporte certaines limites et demande quelques aménagements. Premièrement il n'est valable que pour une vitesse d'avance positive et une rotation de l'hélice positive<sup>14</sup>, c'est à dire qu'il ne prend pas en compte les cas où le navire recule ni ceux où l'hélice tend à freiner ou faire reculer le navire<sup>15</sup>. Cette limitation, provenant historiquement du fait que le premier objectif de ces

14 Une vitesse de rotation positive est une vitesse qui provoque une force propulsive de la part de l'hélice, indépendamment de son sens de rotation réel.

15 L'article original concernant les Wageningen B-Screw Serie de Van Lammeren [LAM69] comporte les caractéristiques complètes pour les quatre quadrants pour certains modèles d'hélices, mais n'est pas généralisé à l'ensemble des hélices et celle utilisée ici n'est pas couverte par cet article.

études est d'aider à la sélection d'une hélice efficace aux régimes de croisière des navires, pose des problèmes dans le cadre de la simulation dynamique puisque ces domaines d'utilisation ne sont pas couverts. Ceci constitue pour ce modèle une limitation importante, en particulier toutes les séquences où l'hélice cesse d'être propulsive suite à une réduction du régime moteur ne peuvent pas être prises en compte correctement.

Dans le modèle présenté, la vitesse incidente du fluide est parallèle à l'axe de rotation de l'hélice. Or dans le système à pods (mais le problème se pose également pour navire équipé d'un système de propulsion classique en mouvement de rotation), peut faire face à des angles d'incidence importants dans nombre de situations. Pour cela, le modèle utilisé ne considère que la composante de la vitesse parallèle à l'axe de l'hélice, ce qui est une première prise en compte de la modification des efforts lorsque l'écoulement est oblique par rapport à l'axe de l'hélice, cependant les efforts transversaux sur l'hélice et le moment de lacet ne sont pas pris en compte (Stettler [STE04]).

Finalement, l'article sur lequel se base ce modèle considère le fonctionnement de l'hélice en eau libre, or plusieurs phénomènes viennent mettre cette hypothèse en défaut (voir par exemple Carlton [CAR07]). L'hélice fonctionne dans l'écoulement modifié par les coques du navire et dans le sillage du support moteur. De plus le support moteur, dont le carénage est profilé, fonctionne dans l'écoulement perturbé par l'hélice (en marche avant, le fluide est accéléré par l'hélice). L'hélice accélère l'écoulement et modifie la résistance de la coque. Les interactions entre les divers éléments du système de propulsion sont donc particulièrement importantes. Pour évaluer et ajuster l'efficacité de l'hélice, les essais dans lesquels la résultante sur le système propulsif a été mesurée seront utilisés. Ces résultats sont décrits au paragraphe VI.4.a ii) (page 183).

Le second rôle du système propulsif est de diriger le navire. Dans le cas d'un safran classique c'est principalement la portance due à l'incidence du fluide sur le profil qui génère le moment de lacet qui fait tourner le navire. Dans le cas du système à pods, le moment de lacet provient non seulement de la portance générée par la carénage mais également par l'orientation de la poussée de l'hélice.

L'orientation de la poussée est naturellement prise en compte par la modélisation générale où la poussée est exprimée dans le repère local au système de propulsion. Le carénage est quant à lui modélisé comme un profil portant tel que décrit au chapitre III, mais la vitesse du fluide vue du carénage est modifiée par la présence de l'hélice.

Pour prendre cet effet en compte, la vitesse  $V_c$ , utilisée pour la résolution des efforts au niveau du carénage, est estimée par la méthode proposée par Molland [MOL07] en fonction des conditions de fonctionnement de l'hélice :

$$V_c = V_0 \left[ 1 + K_c \left( \left( 1 + \frac{8 K_t}{\pi J^2} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right) \right] \quad (\text{VI.10})$$

avec

$$K_c = 0,5 + \frac{0,5}{1 + \frac{0,15}{x/D}} \quad (\text{VI.11})$$

où  $x$  est la position du profil du carénage par rapport à la position de l'hélice.

#### VI.2.e Critique du modèle

Un certain nombre de critiques doivent être apportées au modèle dynamique tel que décrit et utilisé pour les simulations :

- Le calcul des efforts de manoeuvrabilité est défini d'après les calculs sur une coque seule, la configuration catamaran n'est pas prise en compte
- Des écarts importants peuvent exister sur les coefficients de manoeuvrabilité, qui ne sont pas détectables à priori
- Le modèle d'hélice est un modèle défini pour un régime stationnaire et un écoulement en « eau libre ». Les essais permettront de corriger la seconde hypothèse mais pas la première.

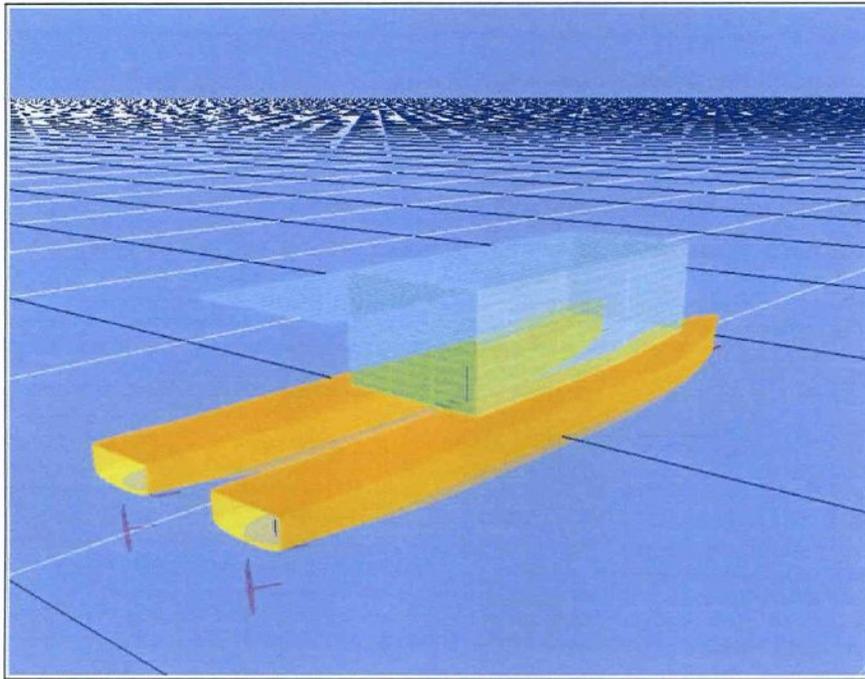


Figure 52: Représentation graphique du Bus de Mer

### VI.3 Essais

#### VI.3.a *Descriptif du système*

Le système utilisé pour mesurer les performances et les évolutions du navire est basé sur différentes sources d'acquisition.

Les variateurs électriques qui commandent les moteurs sont équipés d'un système de contrôle qui permet d'enregistrer les paramètres de fonctionnement de chaque moteur sur un ordinateur via une liaison série. Les paramètres accessibles pour chaque moteur sont, entre autres :

- le régime moteur en tour / minute
- le couple mécanique sur l'arbre d'hélice
- la tension des batteries de propulsion à l'entrée du variateur
- l'intensité de propulsion à l'entrée du variateur

Ces navires n'étant pas équipés de capteur de vitesse, qui auraient permis de mesurer directement la vitesse du navire par rapport à la surface de l'eau, la vitesse du navire a été mesurée à l'aide d'un GPS. La mesure effectuée ici est donc celle de la vitesse du navire par rapport au sol et non par rapport à l'eau, la différence entre ces deux données étant le courant auquel est soumis le navire. Or c'est bien la vitesse du navire par rapport à la surface de l'eau qui doit être prise en compte pour calculer les conditions de fonctionnement des hélices du navire.

Une centrale inertielle, placée au centre de gravité du navire a enregistré les mouvements du navire.

## VI - Simulation du Bus de Mer

Cette centrale permet d'avoir accès aux grandeurs suivantes :

- Accélérations en translation suivant les trois axes
- Vitesses de rotation autour des trois axes

D'autre part, un capteur de force a été introduit dans le système de fixation d'un moteur afin de mesurer les efforts de poussée, en parallèle un capteur d'angle de barre permet de connaître l'orientation du système de pods.

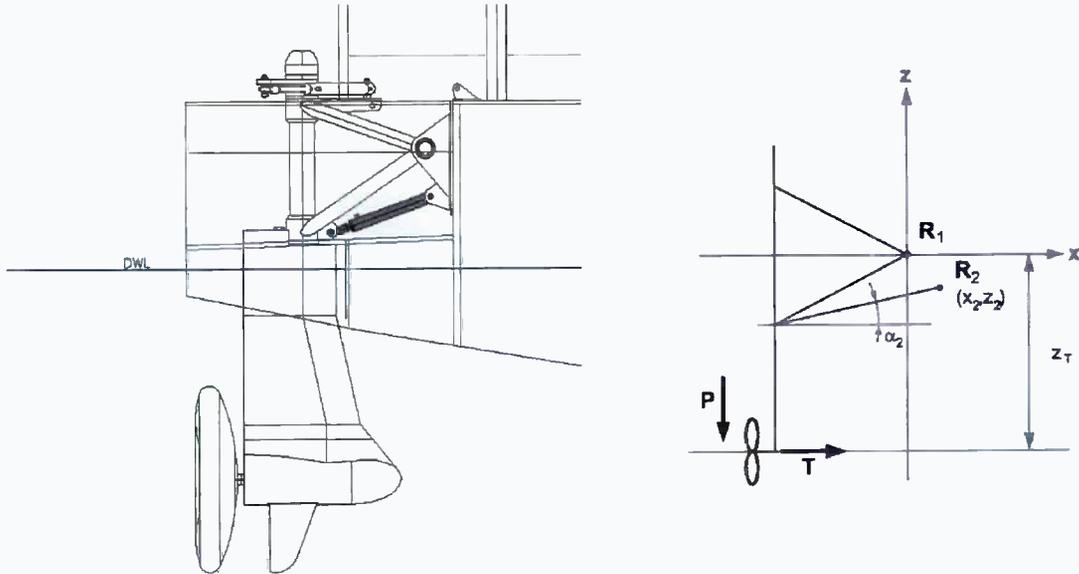


Figure 53: Instrumentation du système propulsif (capteur grisé)

Ce montage permet, en supposant la poussée de l'hélice horizontale et sa localisation connue de mesurer l'effort de propulsion par l'écriture de l'équilibre du système propulsif par rapport au navire :

Les efforts qui s'exercent sur le support moteur sont les suivants :

- Réaction à l'origine :

$$\vec{R}_1 = \begin{bmatrix} X_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.12})$$

- Réaction au point 2 (avec  $r_2$  positif si la barre comportant le capteur est en traction) :

$$\vec{R}_2 = \begin{bmatrix} r_2 \cos \alpha_2 \\ r_2 \sin \alpha_2 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.13})$$

- Le poids du moteur avec son support, compensé par la poussée par les efforts hydrostatiques de la partie immergée, qui s'exercent en  $(x_G, z_G)$  :

$$\vec{P} = \begin{bmatrix} 0 \\ Z_P \end{bmatrix} \quad (\text{VI.14})$$

- La poussée du moteur diminuée de la traînée du carénage et du moteur qui s'exerce en  $(x_T, z_T)$  :

$$\vec{T} = \begin{bmatrix} X_T \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.15})$$

Ce qui conduit, pour l'équilibre des moments autour de l'axe  $\bar{y}$ , à :

$$r_2(z_2 \cos \alpha_2 - x_2 \sin \alpha_2) + m g x_G + z_T X_T = 0 \quad (\text{VI.16})$$

$$X_T = -\frac{1}{z_T} [m.g.x_G + r_2(z_2 \cos \alpha_2 - x_2 \sin \alpha_2)] \quad (\text{VI.17})$$

En posant  $k_2 = -\frac{z_2 \cos \alpha_2 - x_2 \sin \alpha_2}{z_T}$ , il vient :

$$X_T = -m g \frac{x_G}{z_T} + k_2 r_2 \quad (\text{VI.18})$$

La mesure de la réaction  $r_2$  au repos permet de vérifier la validité du montage et de la mesure. La mesure comparée avec l'effort théorique, calculé à partir de la masse et du centre de gravité de l'ensemble propulsif, a présenté un écart de 3%.

#### VI.4 Comparaison des mesures avec la simulation

##### VI.4.a Mouvement en régime stationnaire

###### i) Conditions des essais

Bien que la simulation dynamique soit l'objet de ce travail, la prédiction des performances en régime stationnaire est un pré-requis à l'analyse des mouvements en régime transitoire. Il est évident que si les simulations dans ce cas plus simple du régime stationnaire ne sont pas en accord avec la réalité, il est peu vraisemblable que la modélisation des effets dynamiques soit satisfaisante.

La vitesse du navire a été enregistrée ainsi que les paramètres de fonctionnement du moteur afin de tracer la courbe de vitesse du navire en fonction du régime moteur. Ce paramètre a été choisi car, d'une part, c'est une des mesures les plus fiables, le régime moteur pouvant être mesuré facilement et, d'autre part, la vitesse de rotation est imposée au moteur par le variateur, il est donc relativement aisé de faire fonctionner le navire à un régime moteur fixé. Cela est plus facile par exemple que d'imposer une vitesse d'avance.

La durée des mesures est d'une minute après que l'ensemble des paramètres contrôlables durant l'expérience soit stabilisé. Des essais sur une durée plus courte ont montré qu'il était par la suite difficile d'extraire une séquence suffisamment stable pour l'ensemble des paramètres, les variations pouvant provenir des multiples perturbations que subit le navire en mer.

Ces mesures ont été réalisées en plusieurs séquences à la sortie du port de La Rochelle. Les courants de marée peuvent être relativement importants à cet endroit, jusqu'à 0,8 nœuds en vive-eaux d'après les ouvrages du SHOM [SHO01]. De plus le courant est rapidement variable selon la position du navire, avec des maximums situés où la profondeur est la plus grande, c'est à dire dans le chenal, il est donc difficile de connaître son intensité avec précision.

Le courant a un effet majeur sur l'analyse des paramètres du fonctionnement du moteur. En effet la caractérisation du fonctionnement de l'hélice est une fonction du nombre d'avance :

$$J = \frac{V}{nD} \quad (\text{VI.19})$$

Le tableau 6 montre les variations de l'effort de poussée sur l'hélice pour une variation de la vitesse de 0,4 nœuds par rapport à une vitesse de référence de 6,0 nœuds, ce qui correspond à une vitesse de courant habituelle à l'endroit où ont été réalisées les mesures et à la vitesse de croisière du Bus de Mer. Cet effet est d'autant plus marqué que la vitesse du courant est importante par rapport à la vitesse du navire.

Vb [nds]	%Vb	$K_T$
5,4	-6,60%	-15,40%
6,0	0,00%	0,00%
6,4	6,60%	15,60%



Tableau 6: Influence de la variation de vitesse sur la poussée de l'hélice

Pour s'affranchir de cette imprécision, les essais ont systématiquement été doublés et réalisés dans les deux directions pour chaque point de mesure. De plus, dans la mesure du possible, les jours d'essais choisis étaient des jours à faibles coefficients de marée (inférieur à 50 en général) et les essais ont été réalisés aux heures les plus proches de la pleine mer.

Le vent a une influence plus faible sur la qualité, et surtout sur l'interprétation, de la mesure car il ne modifie pas les conditions de fonctionnement de la propulsion à partir du moment où la vitesse du navire par rapport à l'eau est connue. En revanche, par l'intermédiaire du fardage, le vent va modifier la vitesse théorique du navire calculée uniquement à partir du régime moteur. Les essais ont ainsi été conduits par des vents faibles à modérés (vent inférieur à 15 nœuds).

#### ii) Efforts sur le système propulsif

Comme mentionné précédemment, le modèle physique utilisé pour le fonctionnement de l'hélice fait l'hypothèse d'une utilisation en « eau libre », c'est à dire loin de toute perturbations. Or dans notre cas, l'écoulement incident sur l'hélice est modifié par la coque du navire et par le carénage du support moteur et il est relativement difficile de bien prendre en compte à priori l'ensemble des interactions. Les essais réalisés ont permis d'évaluer le rendement réel du système propulsif en fonction de la vitesse d'avance du navire. La figure 54 présente le rapport des efforts issus de ces essais sur les valeurs théoriques en « eau libre », donc une partie de la perte de poussée provient de la trainée du support moteur et l'autre partie provient des modifications des conditions de fonctionnement de l'hélice, en particulier du au sillage du moteur et de son support.

## VI - Simulation du Bus de Mer

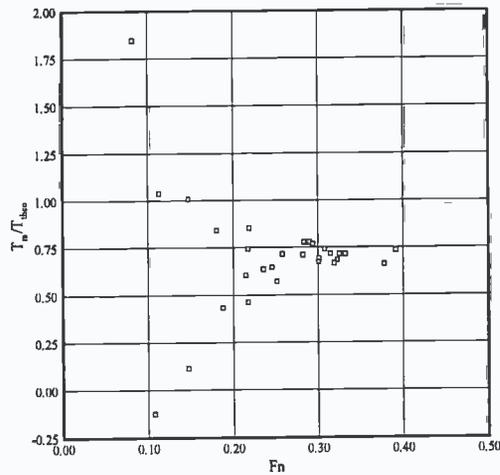


Figure 54: Rapport de la poussée moteur mesurée sur la poussée théorique en "eau libre"

Une dispersion très importante des résultats est visible aux faibles vitesses. Ceci est dû aux frottements qui s'exercent au niveau du palier de relevage du moteur. Aux faibles vitesses, les frottements induisent des efforts qui sont du même ordre de grandeur que ceux mesurés. Lorsque la vitesse augmente, les efforts parasites deviennent relativement plus faibles et la dispersion des mesures est largement réduite. Le résultat de ces mesures est intégré dans le modèle du système de propulsion en utilisant un facteur de 0,74 sur la poussée de l'hélice.

### iii) Résultats

La figure suivante montre les résultats comparés des mesures et de la simulation pour la vitesse en fonction du régime des moteurs. Les simulations sont réalisées premièrement en utilisant la poussée en eau libre de l'hélice et deuxièmement modifiant la poussée de l'hélice par le coefficient issu des essais de poussée moteur.

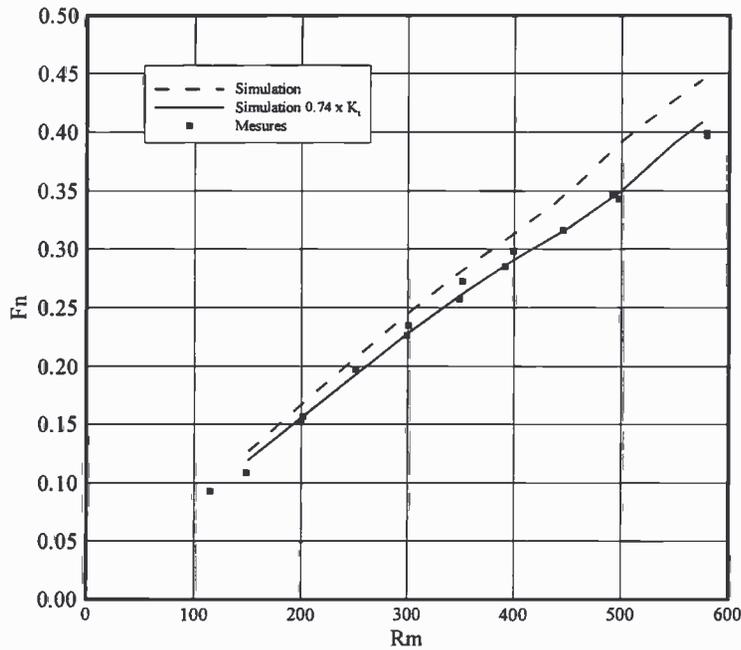


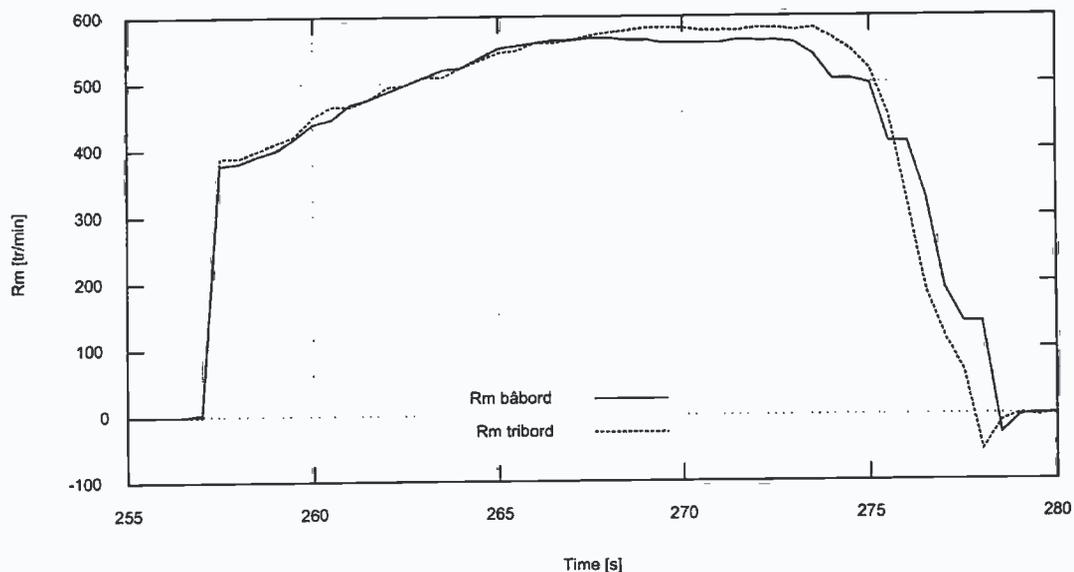
Figure 55: Vitesses simulées et mesurées en régime stationnaire

Ces résultats montrent une bonne cohérence entre la simulation et la mesure à partir du moment où la poussée moteur a été corrigée, ce qui indique que les trainées hydrodynamiques et aérodynamiques du navire sont correctement estimées.

#### VI.4.b Accélération en ligne droite

Dans ce cas, seule la vitesse dans l'axe du navire est variable. C'est le premier niveau de simulation dynamique envisageable puisqu'un seul degré de liberté est concerné. Pour simuler cette phase, les régimes moteur issus des essais servent de donnée d'entrée pour la simulation, le navire est initialement au repos.

## VI - Simulation du Bus de Mer



**Figure 56: Historique du régime moteur durant la phase d'accélération**

Le graphique 56 montre une comparaison de la vitesse mesurée au cours de la phase d'accélération par rapport aux vitesses issues de la simulation. La simulation a été conduite, dans un premier temps, avec le modèle tel que présenté ci-dessus, et dans un deuxième temps en annulant la masse ajoutée en accélération. Cette variation permet de vérifier l'influence de la masse ajoutée sur la simulation. Dans les deux cas, l'accélération mesurée est plus importante que l'accélération simulée, en particulier au début de la séquence. L'annulation de la masse ajoutée influe faiblement sur les résultats obtenus. Les courbes simulées et mesurées se rejoignent sur la fin de la séquence, ce qui est cohérent puisque les vitesses en régime stationnaire sont similaires dans les deux cas.

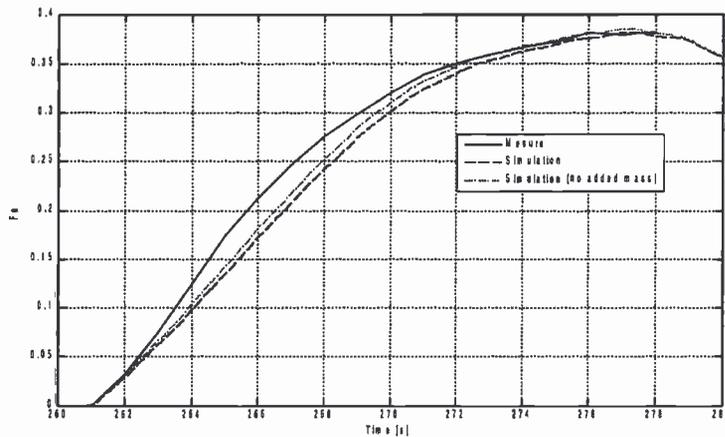


Figure 57: Vitesse durant la phase d'accélération

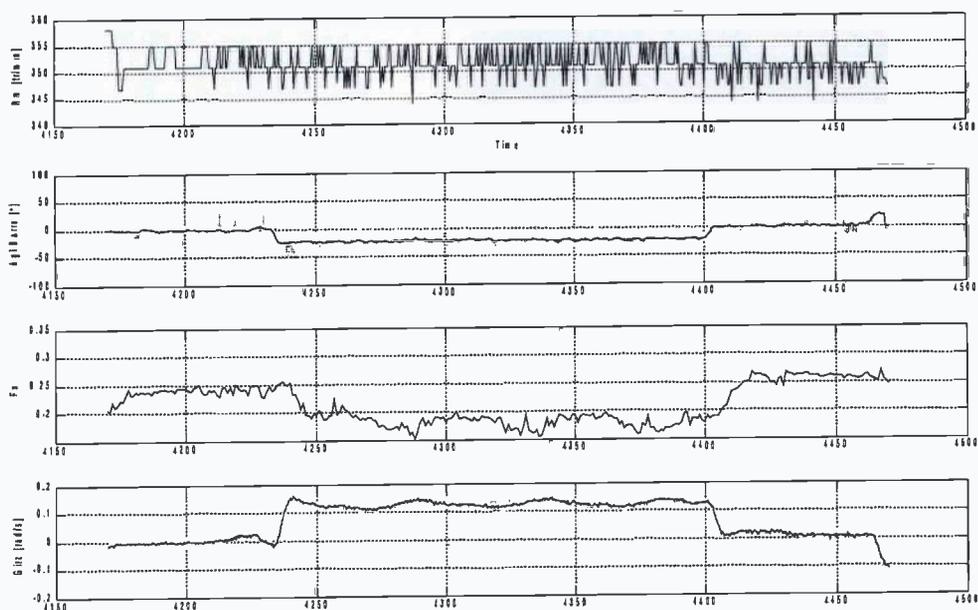
Une hypothèse pour expliquer cette différence est que le modèle d'hélice fournit des valeurs pour un écoulement stationnaire. Dans le cas de l'accélération, le flux dans la région de l'hélice n'est pas encore complètement accéléré ce qui conduit à une poussée instantanée plus importante que celle prédite par le modèle.

#### VI.4.c *Giration*

Dans cette manœuvre, le régime moteur ainsi que l'angle de barre sont maintenus constants de manière à décrire un cercle (cette manœuvre classique s'appelle « Turning circle » en anglais).

La figure 58 montre les enregistrements réalisés durant cette manœuvre :

## VI - Simulation du Bus de Mer



**Figure 58: Signaux enregistrés lors de l'essai de giration**

L'analyse de la trajectoire du navire montre un rayon de giration de l'ordre d'une trentaine de mètres pour un navire de longueur 15m ce qui amène à un taux de giration  $L/R$  important. Dans ce cas, on peut suspecter des écoulements complexes, avec des décollement importants qui ont du mal à être pris correctement en compte par les codes de calculs.

La mesure de l'angle de barre est extrêmement bruitée, avec des pics dépassant fréquemment la valeur physique maximale de l'angle de barre. Ceci est probablement dû à des interférences électriques à bord du navire car ces interférences apparaissent uniquement après la mise en route des équipements électriques du navire. Des mesures effectuées sans et avec la présence de ces interférences montrent que le bruit est à moyenne nulle, de plus une analyse spectrale du signal ne révèle pas la présence de fréquence particulière. Pour réduire ces interférences, le signal est filtré par l'application d'une moyenne mobile, centrée afin de pas introduire d'effet de retard dans le signal. La figure suivante montre l'effet du filtrage en utilisant des moyennes sur 11 points et 51 points.

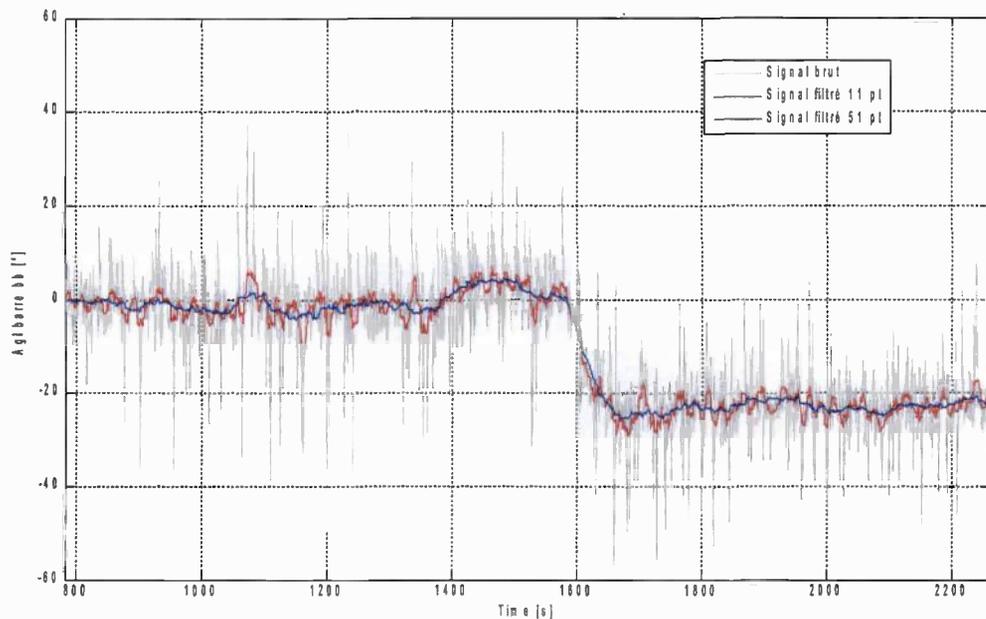


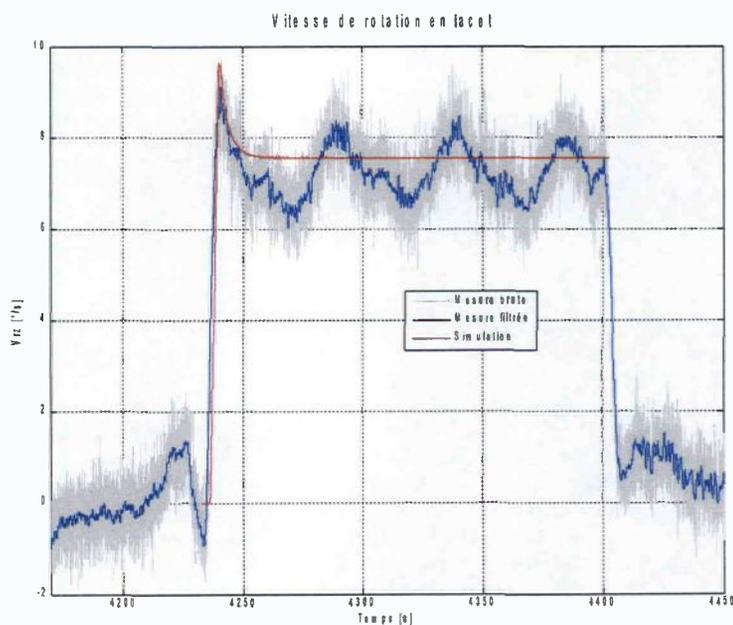
Figure 59: Exemple du signal d'angle de barre

Le signal étant échantillonné à 25 Hz l'intervalle sur laquelle est réalisée la moyenne sur 51 points représente environ deux secondes ce qui reste court par rapport à la vitesse d'action du pilote [humain] qui dirige le navire. C'est ce signal qui sert de donnée d'entrée pour la simulation de la manœuvre de giration.

Les figures 60 à 62 montrent la comparaison des données simulées avec les valeurs mesurées lors des essais.

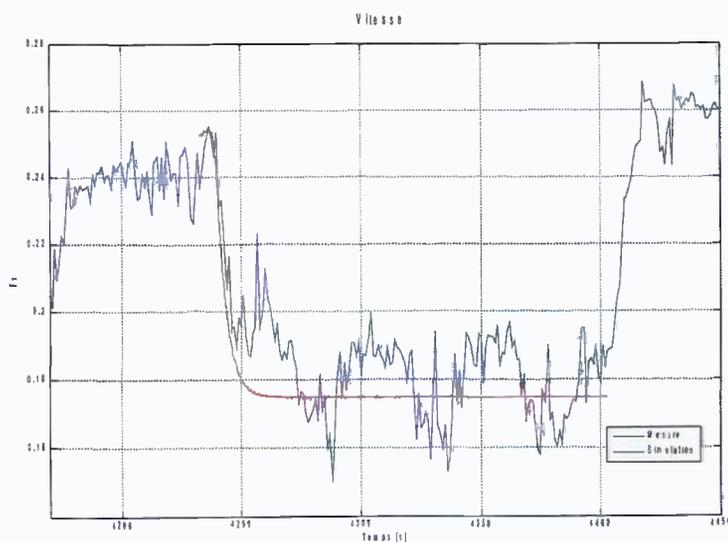
La vitesse de rotation en lacet mesurée montre des oscillations qui peuvent être attribuées à la houle présente ce jour là et d'après les constatations faites pendant les mesures. La simulation prend bien en compte la partie dynamique lors du début de la manœuvre. Dans la phase stationnaire du mouvement, la vitesse de rotation moyenne mesurée entre  $t=4300$  et  $t=4350$ , ce qui correspond à une période des oscillations, est de  $7,29^\circ/s$  tandis que la vitesse de rotation simulée dans la partie stationnaire est de  $7,57^\circ/s$ , soit un écart de 3,8%, ce qui est excellent. Il faut cependant noter que cela représente le taux de giration du navire et ne présage pas complètement de la trajectoire qui est également fortement dépendante de la dérive du navire.

## VI - Simulation du Bus de Mer



**Figure 60: Vitesse de rotation en lacet**

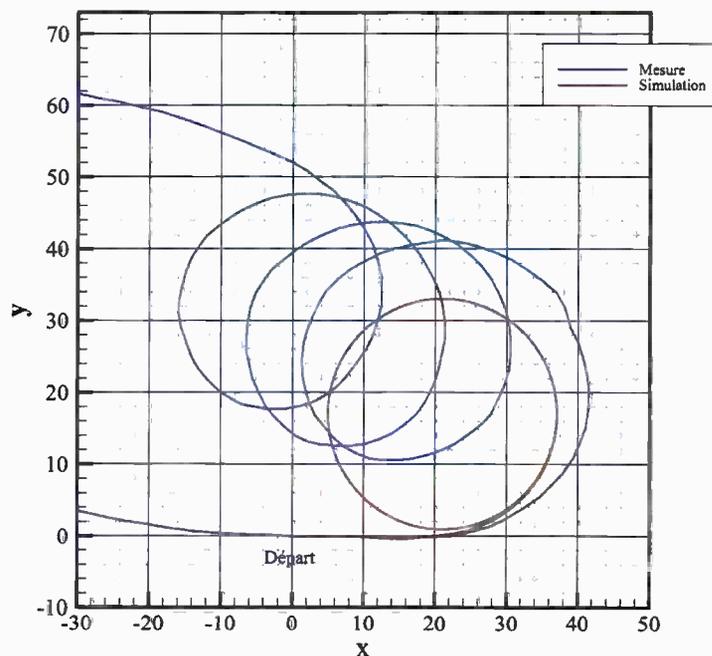
La figure 61 montre les vitesses au centre de gravité du navire. Comme pour la vitesse de rotation en lacet, la partie transitoire est correctement prise en compte, bien que la vitesse mesurée ne soit pas particulièrement stable. Dans la phase stationnaire, la vitesse mesurée moyenne entre les instants  $t=4300$  et  $t=4350$  correspond à un nombre de Froude de 0,180 tandis que la vitesse stationnaire de la simulation correspond à un nombre de Froude de 0,174, soit un écart de 2,9%.



**Figure 61: Vitesse du navire au centre de gravité**

Le tracé des trajectoires comparées montre des différences significatives entre la simulation et les mesures. Lors de la simulation, la trajectoire est un cercle alors qu'il y a un décalage du centre de rotation dans la trajectoire mesurée, cependant les rayons de girations sont très proches de l'ordre de 16 mètres. Ce décalage peut difficilement être attribué au courant car bien que la vitesse du décalage, de l'ordre de 0,4 nœuds soit cohérente avec la vitesse estimée de celui-ci au moment des essais, sa direction n'est pas réaliste (voir figure 63) et, d'autre part, un second essai de giration, effectué à suivre de celui présenté montre la même dérive mais dans une direction bien différente (figure 64) alors que quelques dizaines de secondes seulement séparent les deux manœuvres.

En début de manœuvre, le rayon de courbure calculé par la simulation est inférieur à celui mesuré ce qui montre que la force latérale dans la phase de transition est sur estimée par la simulation.



**Figure 62: Trajectoires mesurée et simulée pour la manœuvre de giration**

## VI - Simulation du Bus de Mer



Figure 63: Localisation des essais de giration à La Rochelle



Figure 64: Trajectoire des essais de girations

### VI.5 Conclusions

La simulation présentée, bien que ne s'adressant pas directement aux navires à propulsion éolienne, a

permis de s'intéresser plus particulièrement à l'hydrodynamique du navire en situation instationnaire et constitue une étape dans la validation de l'ensemble de la méthode. Cette approche permet de s'affranchir des incertitudes qui existent sur l'aérodynamique et en particulier sur la difficile caractérisation des conditions de navigation, point qui sera abordé dans le chapitre suivant. Les résultats obtenus permettent de valider la méthode mise en place avec de bons résultats en ce qui concerne la vitesse du navire en rotation. Cependant l'analyse de la trajectoire montre que des progrès restent à faire. Finalement, l'étude du Bus de Mer montre la capacité du programme réalisé à prendre en compte des géométries et des types de propulsion variés, dans un cadre concret sur des navires en exploitation.

Page blanche

**Chapitre VII : Simulation d'un voilier IACC**

**Chapitre VII :Simulation d'un voilier IACC.....195**

Notations.....196

VII.1 Caractéristiques du navire.....197

VII.2 Modèle dynamique.....198

    VII.2.a Données inertielles.....198

    VII.2.b Modèle hydrodynamique.....199

        i)Traction droite.....199

        ii)En rotation.....200

        iii)Appendices.....202

    VII.2.c Modèle aérodynamique.....204

VII.3 Description des essais.....205

    VII.3.a Conditions de navigation.....205

    VII.3.b Caractéristiques de la simulation.....208

    VII.3.c Comparaison avec la simulation.....211

    VII.3.d Fonctionnement des appendices.....216

VII.4 Variations de la simulation.....216

VII.5 Conclusions.....218

## VII - Simulation d'un voilier IACC

### Notations

$J$	Matrice d'inertie
$m$	Masse du navire
$L_{ref}$	Longueur de référence
$\vec{V}_a$	Vecteur vent apparent
$V_b$	Vitesse du navire
$\vec{V}_r$	Vecteur vent réel
$N$	Moment autour de l'axe $\vec{z}$
$X, Y$	Composantes des efforts selon les axes $\vec{x}$ et $\vec{y}$
$\beta$	Angle de dérive
$\beta_a$	Angle du vent apparent
$\beta_r$	Angle du vent réel
$\phi$	Angle de gîte
$\dot{\psi}$	Vitesse de rotation autour de $\vec{z}$

Dans ce chapitre sont présentés la réalisation d'un modèle de voilier et la comparaison des résultats obtenus avec des mesures réalisées en mer pour une manœuvre de virement de bord.

Dans un premier temps, le modèle est décrit, incluant l'obtention des caractéristiques hydrodynamiques de la coque en ligne droite et en giration à l'aide d'un code de calcul numérique RANS<sup>16</sup> et la modélisation des appendices. Le modèle aérodynamique n'est quant à lui pas spécifique et reprend les développements mentionnés au chapitre IV.

La seconde partie de ce chapitre concerne la méthodologie utilisée pour les essais avec une analyse des conditions de fonctionnement et la difficulté qui existe à obtenir des valeurs précises dans le cas des voiliers ou l'écoulement du vent mesuré est perturbé par la présence des voiles.

Finalement, les résultats de la simulation sont confrontés aux mesures pour une manœuvre de virement de bord, dont l'intérêt est de mettre en jeu toutes les composantes de la simulation dynamique dans ce qu'elle a de plus complexe et incertain, ce qui permet d'éclairer sur les possibilités et les limites d'un tel outil. L'influence des paramètres de la simulation sur la trajectoire du navire durant la manœuvre est également soulignée.

Le navire étudié est un voilier de compétition IACC (International America's Cup Class). Le choix de ce navire s'est imposé car ses caractéristiques architecturales m'étaient connues de manière suffisamment précises et des enregistrements en navigation, incluant l'électronique habituelle à bord d'un voilier et une centrale inertielle mesurant précisément les mouvements du bateau, étaient disponibles.

### VII.1 Caractéristiques du navire

Le voilier utilisé ici est le vainqueur de la 29<sup>ème</sup> Coupe de l'America en 1995, sous les couleurs Néozélandaises. Ce bateau a été utilisé comme navire d'entraînement par l'équipe française en 2002 et c'est à cette période qu'ont été réalisées les mesures utilisées ici. Ce bateau a été construit sous les règles de l'America's Cup Class Rule [ACC00]<sup>17</sup>. Les caractéristiques générales de ce bateau sont les suivantes :

16 Le code de calcul ICARE, développé à l'École Centrale de Nantes ([ALE93a],[ALE93b])

17 Ce document fait référence à la version 4.0 des règles de classes, le voilier considéré ayant été construit sous la version 2.0 des mêmes règles. Cependant les caractéristiques mentionnées dans la référence sont suffisamment proches pour la compréhension de l'exposé.

## VII - Simulation d'un voilier IACC

Longueur hors-tout	24,24 m
Longueur à la flottaison	18,04 m
Maître-bau	4,05 m
Tirant d'eau	4,00 m
Surface de voile	330 m <sup>2</sup>
Tirant d'air	34 m
Déplacement	24,70 t

Tableau 7: Caractéristiques générales d'un IACC

La règle de classes de ces voiliers autorisant deux appendices mobiles, le premier est le safran et le second est un volet de quille. De plus le bulbe, dont le poids est d'environ 19 tonnes, est équipé d'ailettes. La figure 65 montre l'allure générale de ce type de voiliers.

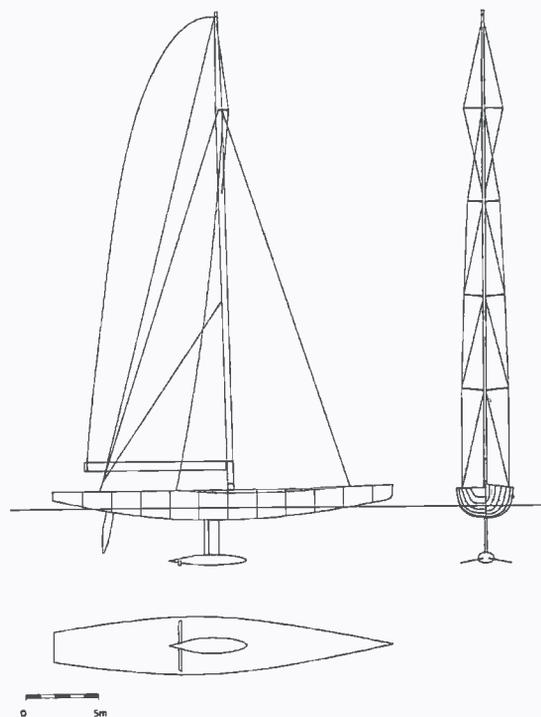


Figure 65: Allure générale d'un IACC

### VII.2 Modèle dynamique

#### VII.2.a *Données inertielles*

La matrice d'inerties utilisée, exprimée dans le repère du navire par rapport au centre de gravité, est la

s suivante :

$$J = m L_{ref}^2 \begin{bmatrix} 0,0460 & 0 & 0,0040 \\ 0 & 0,0555 & 0 \\ 0,0040 & 0 & 0,0110 \end{bmatrix} \quad (VII.1)$$

avec  $L_{ref} = 20\text{m}$

### VII.2.b *Modèle hydrodynamique*

Les efforts sont exprimés en fonction d'une surface pour les composantes et d'un volume pour les moments :

$$\begin{aligned} S.C_x &= \frac{X}{\frac{1}{2}\rho V_b^2} \\ S.C_y &= \frac{Y}{\frac{1}{2}\rho V_b^2} \\ V.C_N &= \frac{N}{\frac{1}{2}\rho V_b^2} \end{aligned} \quad (VII.2)$$

où  $S$  et  $V$  correspondent à des surfaces et volumes de référence qui ne sont pas exprimés.

#### i) Traction droite

La résistance à l'avancement de la carène seule a été calculée avec le code de calcul ICARE. Pour les voiliers, les paramètres principaux de cette fonction sont la vitesse d'avance et la gîte du navire. Ce logiciel a été utilisé intensivement pour ce type de carènes au cours de différentes participations à la Coupe de l'Amérique ; les résultats de ces calculs ont été confrontés régulièrement avec les données obtenues en bassin de carène [PAL04].

Les graphiques de la figure 66 montrent les résultats obtenus en fonction de la vitesse d'avance et de la gîte. A gîte nulle, la force latérale et le moment de lacet sont nuls par symétrie, ce qui n'est plus le cas lorsque la gîte intervient. Le code de calcul permet alors d'évaluer ces composantes.

## VII - Simulation d'un voilier IACC

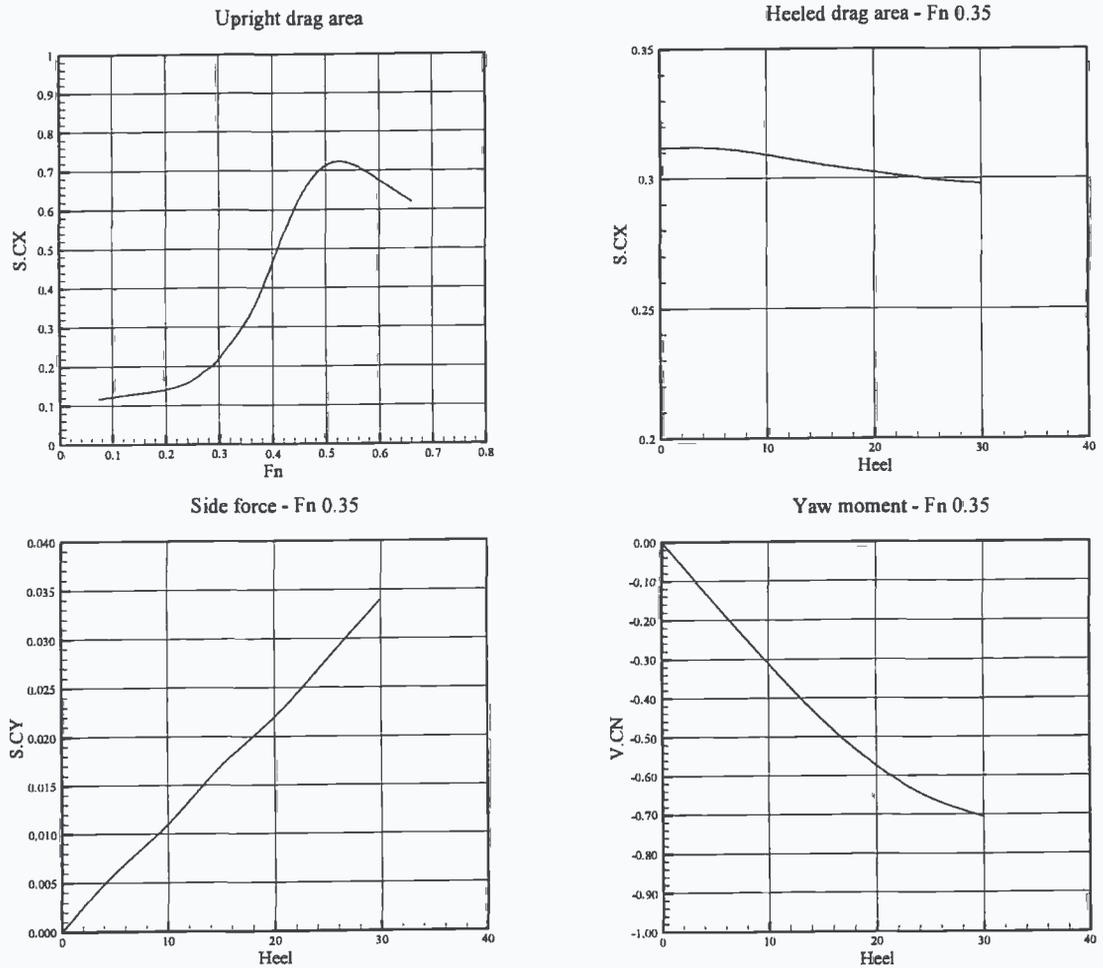


Figure 66: Efforts en traction droite

### ii) En rotation

Dans le cas d'un voilier, et par rapport au navire à moteur étudié dans le chapitre VI, un nouveau paramètre, la gîte, doit être prise en compte. Ceci porte à quatre (avec la vitesse, la dérive et la vitesse de rotation en lacet) les paramètres des fonctions des efforts et rend donc encore plus complexe la construction d'un modèle mathématique capable de prendre en compte avec suffisamment de précision les variations de chaque fonction.

Dans le cas du voilier, il est nécessaire de comparer les efforts issus de la coque seule avec ceux développés par les appendices. Afin de réaliser une première approximation, les coefficients de manœuvrabilités sont calculés autour du point de fonctionnement rencontré dans le virement de bord et sont présentés dans le tableau 8.

VII - Simulation d'un voilier IACC

Vb [kts]	Gîte [°]	$\beta$ [°]	w [°/s]	S.CY	V.CN	CX%
8,0	0	0	0	0,0000	0,000	1,000
8,0	0	-10	0	0,1415	4,285	1,181
8,0	0	0	6	-0,0311	-0,443	1,272
8,0	0	-10	6	0,1494	2,975	1,688
8,0	15	0	0	-0,0138	-0,561	1,000
8,0	15	-10	0	0,1505	3,687	1,110
8,0	15	0	6	-0,0252	-1,134	1,127
8,0	15	-10	6	0,2242	2,093	1,499
9,0	0	0	0	-0,0001	0,000	1,000
9,0	0	-10	0	0,1726	4,712	1,014
9,0	0	0	6	-0,0507	-0,595	1,089
9,0	0	-10	6	0,2150	3,634	1,758
9,0	15	0	0	-0,0150	-0,610	1,000
9,0	15	-10	0	0,1802	4,038	0,988
9,0	15	0	6	-0,0959	-2,242	0,930
9,0	15	-10	6	0,3112	2,524	1,579

Tableau 8: Efforts de manœuvrabilité

Les coefficients de corrélation linéaire entre les efforts de manœuvrabilité et les paramètres choisis, présentés dans le tableau 9, montrent l'influence majeure de l'angle de dérive sur les coefficients de manœuvrabilité. Cependant il ne faut pas négliger l'influence des autres paramètres car pour un angle de dérive fixé, les variations relatives des efforts restent très importantes.

	$V_b$	$\phi$	$\beta$	$\psi$
$SC_Y$	-0,0640	-0,0628	0,9328	-0,0426
$VC_N$	0,0156	-0,1897	-0,9398	-0,2450

Tableau 9: Coefficients de corrélation linéaire entre les efforts de manœuvrabilité et les paramètres

En considérant un coefficient de portance  $Cl$  de 1 pour la quille, et en assimilant la force latérale à la portance, il vient  $SC_Y \approx 2$  et  $VC_N \approx 0$  puisque la quille est proche de l'origine du repère de calcul. Pour le safran, en prenant le même coefficient de portance, il vient  $SC_Y \approx 1$  et  $VC_N \approx 10$ . Ces valeurs vont servir de points de repère pour analyser les efforts propres à la coque seule. La comparaison de ces valeurs avec le tableau 8, montre que la force latérale générée par la coque seule reste modérée, de l'ordre de 20% maximum, par rapport à celle provenant des appendices. En revanche le moment de lacet de la coque peut atteindre plus de 40% de celui généré par le safran. Cette comparaison montre que la précision sur les coefficients de manœuvrabilité dans le cas du voilier est bien moins critique, du fait des efforts importants générés par les appendices, que dans le cas d'un navire où ces efforts sont

## VII - Simulation d'un voilier IACC

uniquement générés par la coque.

De même que dans le modèle dynamique utilisé pour le Bus de Mer au chapitre VI, les efforts de manœuvrabilité sont interpolés linéairement à partir des résultats obtenus par le code de calcul ICARE, mais dans ce cas en fonction de quatre paramètres :

$$X_i = f(V_b, \phi, \beta, \psi) \quad (\text{VII.3})$$

L'interpolation devient :

$$f(\xi, \eta, \zeta, \chi) = \sum_{i=1}^{16} N_i(\xi, \eta, \zeta, \chi) a_i \quad (\text{VII.4})$$

avec

$$\begin{aligned} N_1 &= (1-\xi)(1-\eta)(1-\zeta)(1-\chi) \\ N_2 &= \xi(1-\eta)(1-\zeta)(1-\chi) \\ N_3 &= \xi\eta(1-\zeta)(1-\chi) \\ N_4 &= (1-\xi)\eta(1-\zeta)(1-\chi) \\ N_5 &= (1-\xi)(1-\eta)\zeta(1-\chi) \\ N_6 &= \xi(1-\eta)\zeta(1-\chi) \\ N_7 &= \xi\eta\zeta(1-\chi) \\ N_8 &= (1-\xi)\eta\zeta(1-\chi) \\ N_9 &= (1-\xi)(1-\eta)(1-\zeta)\chi \\ N_{10} &= \xi(1-\eta)(1-\zeta)\chi \\ N_{11} &= \xi\eta(1-\zeta)\chi \\ N_{12} &= (1-\xi)\eta(1-\zeta)\chi \\ N_{13} &= (1-\xi)(1-\eta)\zeta\chi \\ N_{14} &= \xi(1-\eta)\zeta\chi \\ N_{15} &= \xi\eta\zeta\chi \\ N_{16} &= (1-\xi)\eta\zeta\chi \end{aligned} \quad (\text{VII.5})$$

### iii) Appendices

Ce type de navire est doté de deux appendices, à savoir un safran et une quille. Au bas de la quille est fixé un bulbe dont la masse représente environ 75% du déplacement total du navire et doté d'ailettes dont le rôle est d'améliorer l'allongement effectif de l'ensemble aux allures de près. Le voile de quille est

muni d'un volet.

Les principales dimensions des appendices sont indiquées dans le tableaux 10.

Quille		Bulbe		Safran	
Surface	2,20 m <sup>2</sup>	Longueur	5,50 m	Surface	1,40 m <sup>2</sup>
Envergure	2,50 m	Volume	1,80 m <sup>3</sup>	Envergure	3,50 m
Corde	0,90 m	Surface mouillée	11,2 m <sup>2</sup>	Corde moyenne	0,40 m
Corde du volet	25%			Épaisseur relative	12%
Épaisseur relative	15%				

Tableau 10: Principales dimensions des appendices

Les sections sont illustrées sur la figure 67, avec le voile de quille en noir et le safran en bleu.



Figure 67: Profils des appendices

La figure 68 montre l'influence du volet de quille sur les caractéristiques hydrodynamiques du profil. La portance augmente nettement avec l'angle du volet, ce qui permet de diminuer la dérive du voilier. Pour des  $CI$  autour de 1, la traînée du profil augmente légèrement mais cet effet est compensé par la diminution de traînée de la coque, du fait de la diminution de l'angle de dérive et de l'asymétrie de l'écoulement autour de la carène, et l'augmentation de l'angle du vent apparent sur les voiles pour un même angle de vent réel.

## VII - Simulation d'un voilier IACC

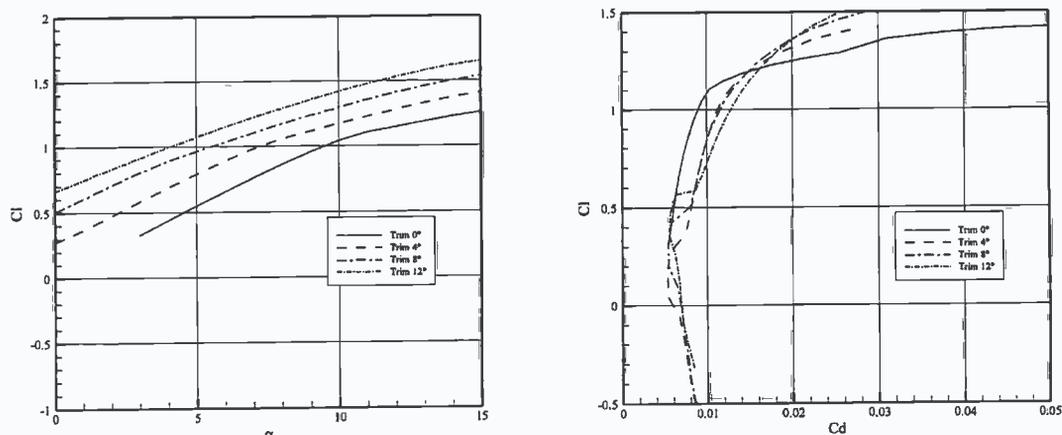


Figure 68: Influence du volet sur les caractéristiques hydrodynamiques du profil

### VII.2.c Modèle aérodynamique

Le modèle aérodynamique utilisé pour la simulation est celui décrit dans le chapitre IV.

Surface de voile	350 m <sup>2</sup>
Hauteur du mat	32,50 m
Surface de la grand-voile	205 m <sup>2</sup>
Surface du génois	145 m <sup>2</sup>
P	30,50 m
E	9,50 m
I	26,10 m
J	8,60 m

Tableau 11: Caractéristiques générales du plan de voilure IACC

Durant le virement de bord, il est considéré que le bordé du génois n'intervient qu'après le virement du navire, c'est à dire lorsque le vent apparent change de signe. Cela reflète la pratique par les équipages de ne commencer à border la voile que lorsque celle-ci passe de l'autre côté du mât afin de diminuer les frottements et accrochages de la voile dans le gréement. La durée nécessaire pour établir la voile à partir de ce moment, et donc retrouver les caractéristiques optimales du plan de voilure a été fixée à cinq secondes. Il faudrait en fait considérer ici deux temps, le premier celui où la voile est juste bordée, retrouve une forme de profil portant et commence à générer de la portance. Le second temps où la voile est réglée pour des performances aérodynamiques optimales et où le modèle aérodynamique redevient valide.

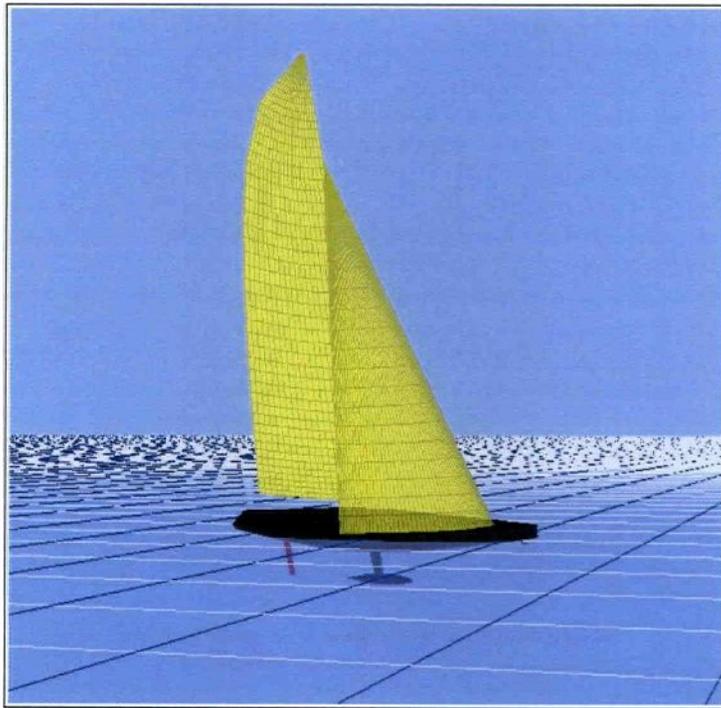


Figure 69: Représentation graphique du modèle IACC

### VII.3 Description des essais

#### VII.3.a *Conditions de navigation*

Une des premières et des principales difficultés de la comparaison d'une simulation avec des essais réalisés en milieu naturel est la reproduction des conditions de navigation. Un certain nombre de grandeurs sont extrêmement variables, géographiquement et temporellement (le vent et le courant en premier lieu) et il est, dans la pratique, impossible de les connaître avec certitude en tout instant de la séquence de mesure. D'autre part, la mesure du milieu s'effectue à partir des instruments du bord, qui eux même sont perturbés par le navire lui même.

Le vent est mesuré par une girouette anémomètre électronique située en tête de mât (figure 70). Le flux perçu par cet instrument ne correspond pas au flux « lointain » et non perturbé, qui est la donnée d'entrée utilisée par l'outil de simulation, mais mesure un écoulement modifié par les voiles du navire. De plus, les déformations du gréement (rotation du mât par exemple) viennent altérer ces mesures.

## VII - Simulation d'un voilier IACC

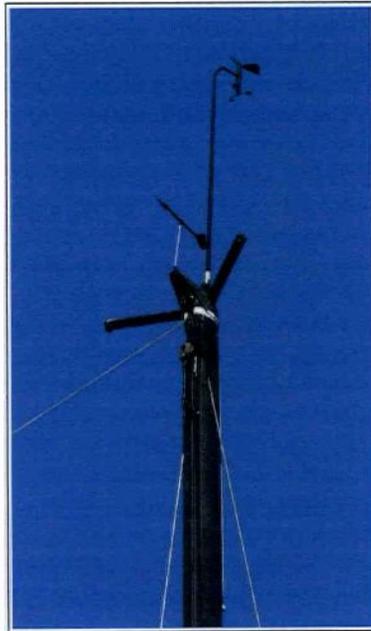


Figure 70: Girouette-anémomètre en tête de mât

A bord d'un voilier les caractéristiques du vent réel, sa vitesse et sa direction, sont calculés à partir de la connaissance du vent apparent et de la vitesse du navire.

$$\vec{V}_r = \vec{V}_a + \vec{V}_b \quad (\text{VII.6})$$

Ce qui conduit pour le calcul de l'angle du vent réel à :

$$\beta_r = \tan^{-1} \left( \frac{-V_a \sin \beta_a}{V_b - V_a \cos \beta_a} \right) \quad (\text{VII.7})$$

Cependant la connaissance de l'angle du vent apparent est sujette à des perturbations importantes , parmi lesquelles :

- Déflexion de l'écoulement (*down wash*). Marchaj [MAR79] a mesuré des variations de l'incidence de l'écoulement pouvant atteindre 7,5° avec des valeurs de 4° à 7° à l'emplacement du capteur girouette qui vont venir augmenter la valeur absolue de l'angle mesuré. Ces valeurs sont à rapprocher des valeurs typiques d'angle de vent apparent d'un voilier navigant au près de 17° à 22°. De plus des mesures effectuées par l'auteur estiment la déflexion de 4° pour une configuration de voile au près à 20° pour une configuration avec grand-voile et gennaker.

## VII - Simulation d'un voilier IACC

- Vrillage du mât, entraînant une rotation de l'ensemble du capteur girouette-anémomètre. Cette déformation est liée aux efforts qui s'exercent sur le mât du navire (chargement de la voile, tensions du gréement, en particulier des bastaques). Ces efforts sont fonction de l'allure à laquelle navigue le voilier et du réglage des voiles et il est particulièrement difficile de l'estimer de manière précise.
- Défaut d'alignement du système de mesure. Un grand soin doit être apporté à l'alignement du capteur avec l'axe du navire au repos. Si le réglage grossier est aisé, le réglage fin peut être plus délicat et ce défaut peut être évalué à 1° ou 2°. En pratique, plus le navire aura navigué, plus ce défaut aura des chances d'être minimisé si une attention particulière est portée à ce paramètre.
- Gradient directionnel du vent le long de l'envergure du plan de voilure. Cette rotation de la direction de l'angle du vent réel avec l'altitude a pour principal effet de dissymétriser les paramètres de navigation d'un bord sur l'autre. C'est à dire que pour une même mesure de vitesse et d'angle du vent apparent, le vent moyen perçu par le plan de voilure sur chacun des bords sera différent, impliquera des réglages de voiles différents notamment au niveau du vrillage, et la vitesse du navire sera également différente d'un bord sur l'autre. Ce type d'effet est relativement détectable en navigation mais est beaucoup plus compliqué à modéliser.
- L'angle de dérive, difficile à estimer avec précision à partir des enregistrements du bord car déduite des autres mesures, vient diminuer l'angle de vent apparent, ce qui fausse la reconstruction du calcul du vent réel. L'effet de l'angle de dérive est le même que celui de la déflexion de l'écoulement.

Or c'est aux allures de près que l'angle de vent apparent est le plus faible, par conséquent c'est à cette allure que des perturbations d'une même valeur absolue auront la plus grande influence relative. Le tableau suivant montre un exemple de l'effet de ces perturbations, à savoir une déflexion de 4° sur la mesure de l'angle du vent apparent, sur les mesures réalisées et leur influence sur l'analyse des conditions de navigation :

	Conditions réelles						Mesures			
	BSP	CRS	TWS	TWD	TWA	AWA	AWA	TWA	TWS	TWD
<b>Tb<sup>18</sup></b>	9,5	224	15	191	-33	-20,3	-24,3	-39	15,39	185
<b>Bb</b>	9,5	158	15	191	33	20,3	24,3	39	15,39	197

Tableau 12: Influence d'une perturbation sur la mesure du vent apparent

18 Tb : Tribord, Bb : bâbord

## VII - Simulation d'un voilier IACC

BSP	Vitesse du navire en nœuds
CRS	Cap du navire en degrés
TWS	Vitesse du vent réel en nœuds
TWD	Direction du vent réel en degrés
TWA	Angle du navire par rapport au vent réel en degrés
AWA	Angle du vent apparent en degrés

L'écart de 4° introduit sur la mesure de l'angle du vent apparent, se traduit par une différence de 6° sur la mesure de l'angle de vent réel, ce qui, à l'échelle de la précision recherchée pour caractériser les performances du voilier à remonter au vent, est extrêmement important. Il faut également noter que le calcul de la direction du vent réel est décalé d'un bord sur l'autre. L'équipage cherche généralement à utiliser cette information pour des besoins tactiques, à savoir une indication des rotations du vent ; cependant ce type d'effet conduit les navigants à s'appuyer sur d'autres indications, tel le cap du navire qui peut cependant être variable en fonction de la vitesse du vent et du navire. Cette information, plus faible au sens tactique car sujette à interprétation, s'avère finalement plus fiable car moins perturbée. Dans le cadre de l'analyse des conditions de navigation à partir des enregistrements des instruments du bord, nous sommes confronté au même problème et l'utilisation de ces données n'est pas réalisable aisément dans la pratique.

Par vent faible, la masse d'air est généralement stable et les mélanges ne sont pas favorisés (Bernot [BER95]) ce qui implique des variations importantes des conditions de vent rencontrées par le navire. De plus, c'est dans ces conditions que les gradients de vitesse ou directionnel du vent sont les plus marqués et il est donc difficile de caractériser le vent moyen (ou « efficace ») traduisant le fonctionnement aérodynamique du plan de voilure. La vitesse, le cap et les réglages du voilier sont particulièrement variables également et dans la pratique il est extrêmement compliqué d'isoler les points de fonctionnement du navire en fonction des conditions météorologiques.

Lorsque le vent est plus soutenu, le mélange est favorisé et le flux d'air est généralement beaucoup plus homogène. Les conditions sont plus stables et le vent moyen agissant sur le plan de voilure peut être déterminé de manière suffisante en fonction des relevés du bord.

Finalement, les données des instruments électroniques du bord sont filtrés pour des raisons de confort de lecture en navigation, en général par des moyennes mobiles qui introduisent un effet de retard entre le phénomène mesuré et la valeur affichée. Les données enregistrées sont ces données filtrées, ce qui fausse l'analyse du comportement dynamique du navire.

### VII.3.b Caractéristiques de la simulation

La simulation présentée est une manœuvre de virement de bord. Le premier point pour conduire la simulation est de reproduire au mieux les conditions dans lesquelles se trouvait le navire et choisir un mode de pilotage lors de la modélisation.

## VII - Simulation d'un voilier IACC

Compte tenu des remarques du paragraphe précédent concernant les incertitudes sur les mesures et la difficulté de reconstituer les conditions réelles à partir des mesures instantanées, les conditions de fonctionnement ont été analysées lors de séquences « stables », avant et après la manœuvre considérée. Les conditions ont ensuite été moyennées et sont supposées stables durant toute la simulation.

Le tableau suivant récapitule les principales données de fonctionnement :

	<b>Avant</b>	<b>Après</b>	<b>Simulation</b>
<b>TWS</b>	12,7 <sup>19</sup> nds	13,3 nds	13,0 nds
<b>Gite</b>	25,4°	26,4°	25,5°
<b>VTX</b>	9,61 nds	9,75 nds	9,85 nds
<b>BSP</b>	10,05 nds	10,29 nds	
<b>Safran</b>	-4,02°	3,53°	4,05°
<b>Trimmer</b>	-9,3°	9,3°	9,0°
<b>AWA</b>	-16,1°	20,8°	18,2°
<b>CRS</b>	305,8°	230,1°	
<b>TWA</b>			37,7°

Tableau 13: Valeurs stationnaire du fonctionnement, avant et après le virement de bord, et simulées

La direction du vent moyen considéré est la moyenne des routes sur les deux bords. Pour fixer les paramètres de la simulation, l'angle du vent réel est fixé, ainsi que l'angle du trimmer. Le plan de voilure est ensuite ajusté via le paramètre « *flat* » pour obtenir une gite équivalente à celle mesurée.

Il y a un écart non négligeable entre la vitesse longitudinale VTX, mesurée par la centrale inertielle et la vitesse BSP mesurée par un capteur à roue à aube placé sous la coque du voilier. A noter que ces deux valeurs ne représentent pas exactement la même grandeur physique puisque le capteur à roue mesure la composante suivant x de la vitesse de l'écoulement en un point sous la coque tandis que la centrale inertielle mesure la vitesse du navire par rapport au sol, projetée dans l'axe du navire. En l'absence de courant, ces deux valeurs devrait être identiques, mais la zone de navigation est soumise à des courants de marée non négligeables dont l'intensité est de l'ordre de grandeur des différences constatées, ce qui peut expliquer une partie de la différence.

Le tableau suivant montre l'influence du paramètre « *flat* » sur le fonctionnement du voilier :

19 La vitesse du vent indiquée a été ramenée à 10m, la hauteur de référence. La vitesse moyenne mesurée au niveau de la girouette du navire était de 15,7 nœuds.

## VII - Simulation d'un voilier IACC

<b>Flat</b>	0,625	0,650	0,675
<b>BSP</b>	9,84 nds	9,85 nds	9,83 nds
<b>AWA</b>	18,39°	18,20°	17,91°
<b>Safran</b>	3,82°	4,07°	4,30°
<b>TWA</b>	37,7°	37,7°	37,7°
<b>Gîte</b>	24,56°	25,47°	26,33°
<b>VMG</b>	7,78 nds	7,79 nds	7,79 nds

Tableau 14: Influence du réglage de la portance du plan voilure sur les paramètres simulés

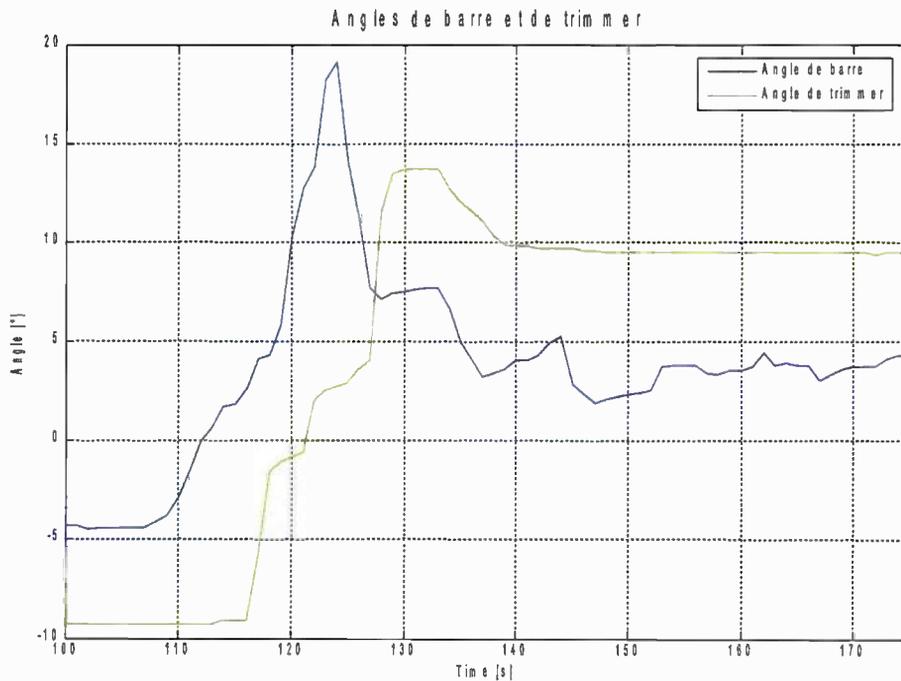
Les principales valeurs impactées sont la gîte et l'angle de safran. Les valeurs de la simulation sont donc proches des valeurs mesurées.

Ces valeurs viennent également confirmer que l'estimation du moment de lacet du plan de voilure d'après les valeurs fournies par Fossati [FOS08] sont cohérentes et conduisent à des valeurs réalistes pour cette simulation.

Pour reproduire la manœuvre de virement de bord, le seul paramètre variable est l'angle de barre, tracé sur la figure 71, où l'historique des valeurs mesurées a été injecté directement dans la simulation. Ce procédé est très contraignant par rapport au déroulement de la séquence simulée dans le sens ou toute divergence en amont se répercute sur l'ensemble de la simulation en aval.

L'angle de trimmer, issu des mesures a également été utilisé comme donnée d'entrée pour la simulation.

La durée de la séquence simulée est de 75 secondes.



**Figure 71: Historique des angles de barre et de trimmer pour la simulation**

### VII.3.c Comparaison avec la simulation

Les figures 72 à 76 suivantes montrent les résultats comparés des mesures réalisées en navigation et de la simulation. Ces comparaisons amènent un certain nombre de commentaires.

L'analyse de la vitesse longitudinale (figure 72) montre que cette la vitesse simulée commence à décroître prématurément par rapport aux vitesses mesurées, cependant la pente de décroissance de la vitesse longitudinale est parallèle aux mesures durant la phase de décélération. La perte de vitesse prédite par la simulation est plus importante que celle constatée expérimentalement. Dans la phase de relance, ou l'équipage cherche à retrouver la vitesse optimale, l'accélération est plus faible dans la simulation que lors des mesures et la vitesse finale nettement inférieure. L'angle du voilier par rapport au vent lors de cette phase de relance est également plus faible dans la simulation que lors de la navigation, ce qui est cohérent avec une accélération diminuée et une vitesse finale sous-estimée.

Toutes les grandeurs simulées sont en avance, de l'ordre d'une seconde par rapport aux valeurs mesurées. Bien que les mesures proviennent de deux sources différentes et indépendantes (l'électronique du bord et la centrale inertielle) dont les données ont été synchronisées manuellement, ce décalage entre la simulation et la mesure est présent par rapport aux deux sources de données, comme le montre la courbe temporelle de la gîte du navire (figure 75). Pour cette grandeur, la mesure a été réalisée parallèlement par l'électronique embarquée et par la centrale inertielle et montre la cohérence entre les deux sources de données.

Concernant la vitesse transversale du navire (figure 73), la mesure est décalée dans son ensemble par

## VII - Simulation d'un voilier IACC

rapport à la simulation. En l'absence de courant, la vitesse transversale devrait être, sous l'effet de la dérive, négative avant le virement et positive après le virement. Dans la phase de virement, les vitesses latérales enregistrées et simulées sont du même ordre de grandeur et les allures des deux courbes sont similaires.

Les vitesses de rotation en lacet mesurées et simulées (figure 74) ont également des allures similaires et le maximum est correctement prédit par la simulation. L'avance temporelle de la simulation par rapport aux mesures est également présente.

Le tracé temporel de la gîte est sujet aux mêmes critiques que les autres grandeurs analysées, à savoir un décalage temporel entre la simulation et les mesures mais des ordres de grandeur et des évolutions en accord entre le calcul et l'expérience.

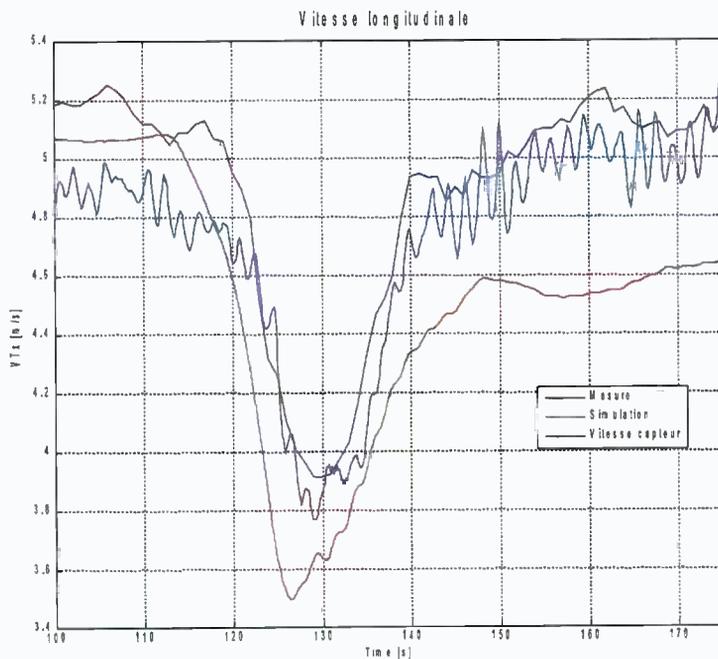


Figure 72: Vitesses longitudinales mesurées et simulées

## VII - Simulation d'un voilier IACC

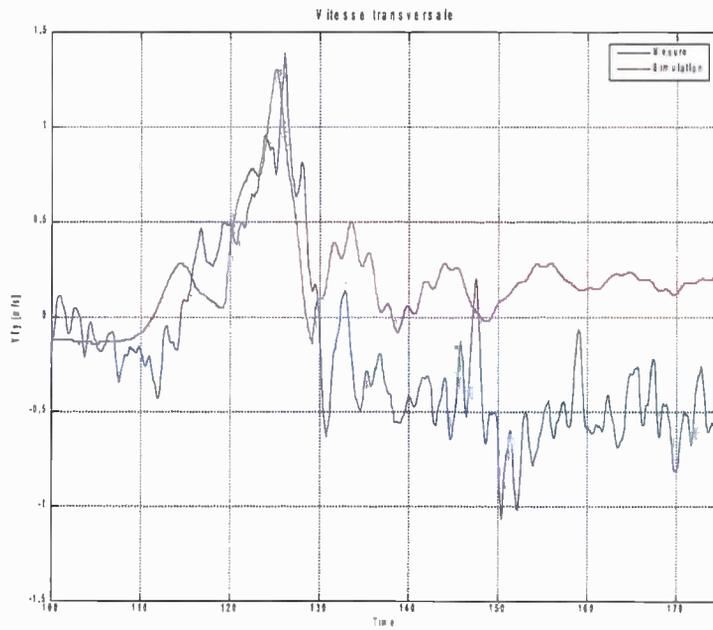


Figure 73: Vitesses transversales mesurées et simulée

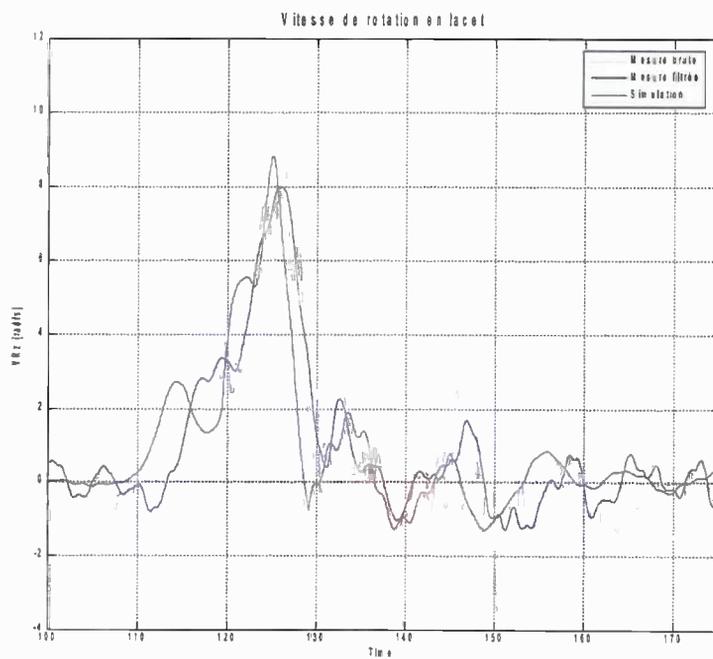


Figure 74: Vitesses de rotation en lacet mesurées et simulée

## VII - Simulation d'un voilier IACC

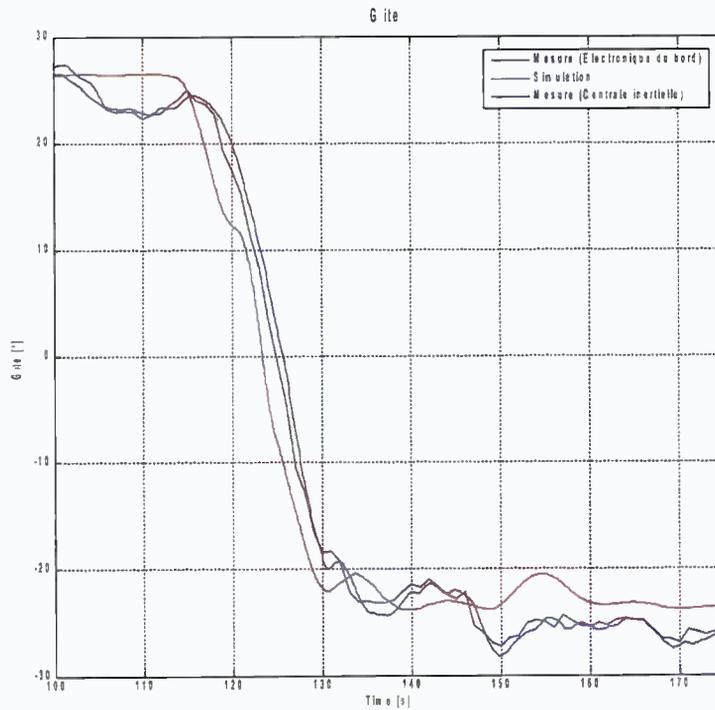


Figure 75: Angles de gîte

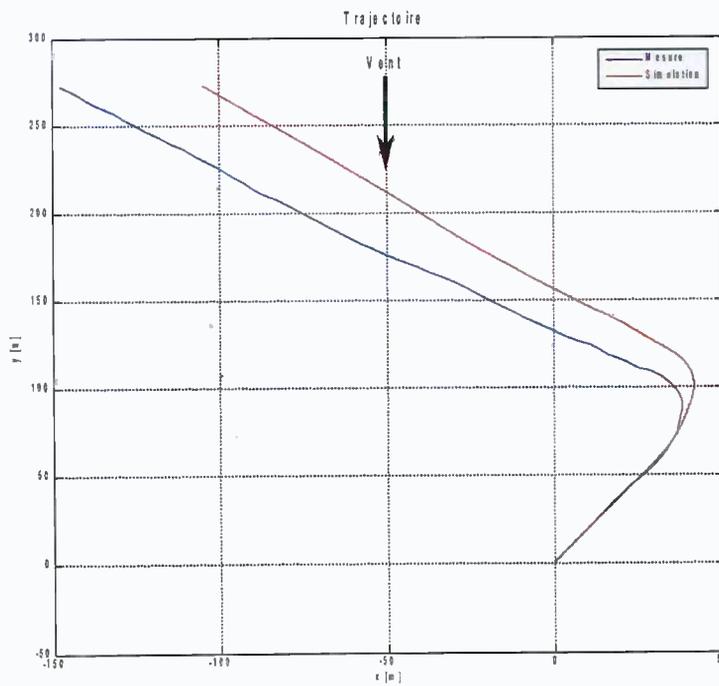


Figure 76: Trajectoires mesurées et simulées du virement de bord

La trajectoire, qui elle intègre l'ensemble des divergences constatées sur les autres paramètres de la

## VII - Simulation d'un voilier IACC

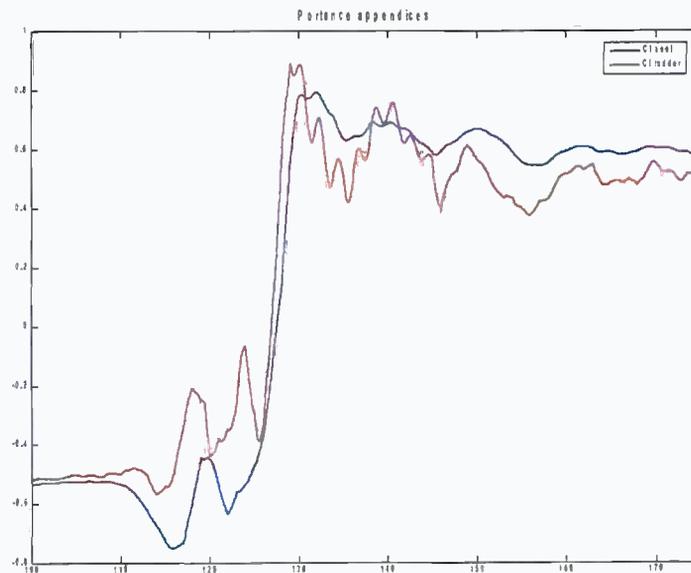
simulation, est sensiblement différente. De plus l'angle par rapport au vent est légèrement plus faible dans la simulation que lors des mesures. La courbure de la trajectoire est plus faible dans la simulation que dans la réalité dès le début de la manœuvre ce qui se répercute sur l'ensemble de la suite du mouvement.



**Figure 77: Localisation du virement de bord étudié entre Groix et Lorient**

## VII - Simulation d'un voilier IACC

### VII.3.d *Fonctionnement des appendices*



**Figure 78: Portance des appendices durant le virement de bord**

Une telle simulation permet, et c'est là un des enjeux de la simulation dynamique par rapport à des prévisions de performances en état stationnaire, d'examiner le fonctionnement des appendices durant la manœuvre du virement de bord. La figure 78 trace le coefficient de portance des appendices durant la manœuvre. Dans ce cas, les valeurs sur les deux profils portants restent très modérées et les profils ne passent pas au-delà du décrochage par le jeu des différentes vitesses de rotation du navire. Cependant les valeurs indiquées ici sont des valeurs moyennes prises au milieu des profils qui ne reflètent pas le comportement des profils sur toute leur longueur.

#### VII.4 Variations de la simulation

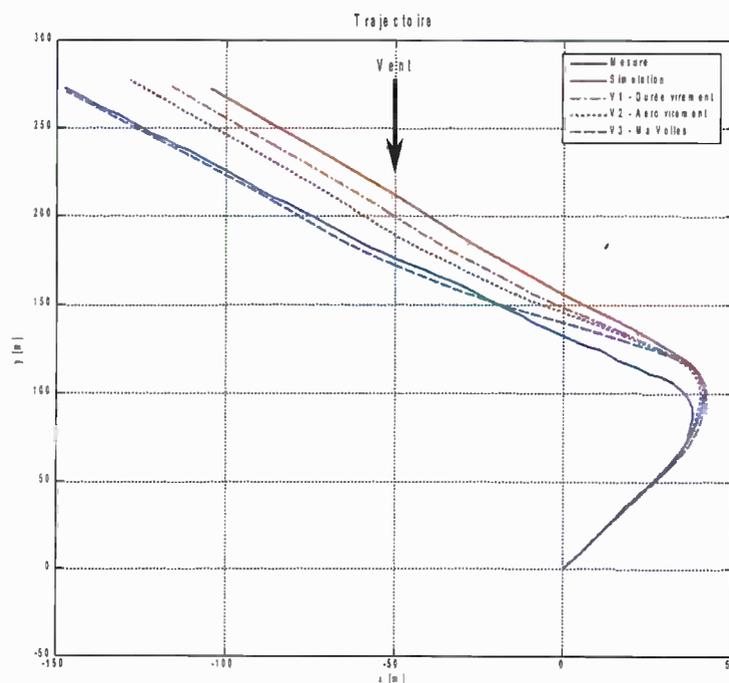
Dans ce paragraphe sont présentées trois variations à partir de la simulation initiale, destinées à estimer l'influence des paramètres :

- La première variation consiste en une annulation du temps de reprise du génois après le virement de bord. C'est à dire qu'il est considéré que le génois est bordé instantanément après son passage d'un bord à l'autre et les coefficients aérodynamiques sont immédiatement pleinement rétablis. La durée de reprise du génois était fixée à cinq secondes dans la simulation initiale.
- Dans la seconde variation, les modifications de l'aérodynamique lors du virement de bord, tels que décrites au paragraphe IV.3.e page 133, ne sont pas appliquées.
- La dernière modification consiste en une annulation des masses ajoutées issues des voiles.

Les trajectoires correspondant à ces simulations sont tracées sur la figure 79. Chacune des modifications influe sensiblement sur la trajectoire du navire durant le virement de bord. La première modification est la moins influente et montre que le voilier abat plus en sortie de virement de bord par rapport à la simulation initiale exposée au chapitre précédent. En effet, dans la simulation initiale la résultante aérodynamique recule durant le temps où le génois ne porte pas puisque la portance est principalement issue de la grand-voile placée plus en arrière et cet effet est annulé dans cette variation.

Dans la seconde modification, l'adaptation des coefficients aérodynamiques au virement de bord est supprimée, ce qui inclut automatiquement la variation précédente, et affecte également la première partie du virement de bord lorsque la portance sur le génois disparaît brutalement avec un recul de la résultante aérodynamique. Ce qui tend à accélérer le mouvement de rotation au début de la manœuvre.

Dans la troisième variations, les masses ajoutées issues des voiles ne sont pas prise en compte. Cette modification influe notablement sur la trajectoire du navire et montre bien le rôle que peuvent avoir ces coefficients dans la partie dynamique.



**Figure 79: Trajectoires des variations de la simulation**

Lors de chacune de ces trois simulations, la trajectoire comprend une inflexion qui est de plus en plus marquée et qui n'apparaît ni dans la trajectoire de la simulation initiale, ni dans la trajectoire expérimentale. Ce qui tend à justifier le choix des paramètres effectués. Cependant, aucune des variations ne permet de corriger la trajectoire dans la première partie du virement de bord où le rayon de

## VII - Simulation d'un voilier IACC

giration expérimental est plus faible que dans les simulations.

### VII.5 Conclusions

Dans ce chapitre, un modèle de voilier a été réalisé à partir des formulations présentées dans la première partie et une simulation de virement de bord a été effectuée. Les résultats de cette simulation ont été confrontés à des mesures réalisées en navigation. La manœuvre du virement de bord choisie permet de prendre en compte et d'analyser des phénomènes dynamiques complexes et fortement couplés. La difficulté de reproduire le milieu dans lequel évolue le navire a été soulignée. La confrontation de la simulation avec les données expérimentales est satisfaisante d'une manière générale bien que de nombreux points demandent à être améliorés et que certains phénomènes, tels que l'écart entre les vitesses simulées et mesurées du navire dans la phase initiale de la manœuvre ou les trajectoires comparées, demeure sans explication précise.

## Chapitre VIII : Exemples de simulations dynamiques

<b>Chapitre VIII :Exemples de simulations dynamiques.....</b>	<b>219</b>
VIII.1 Modèle.....	220
VIII.2 Simulations.....	224
VIII.2.a Pilote automatique.....	224
VIII.2.b Influence du réglage des voiles.....	227
VIII.2.c Inclinaison de la quille.....	229
VIII.2.d Fluctuation du vent.....	233
VIII.3 Conclusions.....	237

## VIII - Exemples de simulations dynamiques

Dans ce chapitre sont présentés des exemples d'application du programme de simulation dynamique. Cependant, et contrairement aux deux chapitres précédents, les simulations ne sont pas confrontées à des données expérimentales mais permettent d'illustrer le type de renseignements qui peuvent être apportés par un tel outil.

Le navire modélisé répond aux exigences de la « Classe Mini<sup>20</sup> », c'est donc un voilier de longueur de 6,50m destiné à la course au large en solitaire. Un des intérêts ici de ce type de voilier est la présence d'une quille pendulaire, élément mobile qui représente une part importante du déplacement total du navire, ce qui justifie l'utilisation d'un modèle multicorps.

Quatre exemples de simulation sont proposés : la réaction du régulateur de cap (ou pilote automatique) à un changement de consigne, l'effet du réglage des voiles, l'influence de la variation de l'angle d'inclinaison de la quille et l'utilisation d'un vent fluctuant au lieu d'un vent constant.

### VIII.1 Modèle

Les « Minis » sont des voiliers de 6,50m (figure 80) conçus pour la course au large en solitaire et capables de traverser l'atlantique en compétition. Le règlement sous lequel sont construits ces navires, la « jauge mini » [MIN07], est suffisamment libre pour que nombre d'innovations aient été testées sur ce type de navire avant d'être employées sur des voiliers d'une taille supérieure. En particulier les quilles pendulaire équipent maintenant tous les prototypes et apportent un gain de stabilité latérale (ou moment de redressement) significatif. L'efficacité anti-dérive de la quille se trouvant d'autant plus diminuée que l'inclinaison de la quille est importante, des dérives additionnelles, amovibles, sont nécessaires aux allures proches du vent. Ces dérives sont généralement utilisées par paire, inclinées dans le plan transversal afin d'être proches de la verticale dans l'eau lorsque le navire gîte, et sont dotées de profils asymétriques puisqu'elles ne sont utilisées que sur un bord. Ces appendices sont amovibles, leur configuration est donc ajustée en fonction des conditions de navigation. Les safrans sont au nombre de deux, placés sur le tableau arrière, ils sont, comme les dérives, inclinés de façon à être quasi verticaux lorsque le navire gîte. Dans le but d'augmenter la stabilité latérale, la largeur de ces voiliers est importante, 3 mètres, ce qui correspond au maximum autorisé par le règlement et la surface des voiles est conséquente. Les principales caractéristiques de ces voiliers sont indiquées dans le tableau 15.

Le modèle utilisé pour les simulations adopte les formulations présentées dans les chapitres de la partie I. Les simulations sont réalisées pour une allure de près, le voilier navigant bâbord amure, en conséquence seuls les appendices (safrans et dérives) tribords sont modélisés dans ce cas. Le navire, séparé en deux corps distincts, dont les positions relatives sont fixées par les équations de contraintes cinématique, est constitué des éléments suivants :

- Corps n°1

<sup>20</sup> <http://www.classemini.com>

## VIII - Exemples de simulations dynamiques

- Coque et hydrodynamique associée
- Plan de voilure, avec grand-voile et *solent*<sup>21</sup>
- Dérive tribord, plan porteur
- Safran tribord, plan porteur
- Corps n° 2
  - Quille avec bulbe
  - Voile de quille, plan porteur

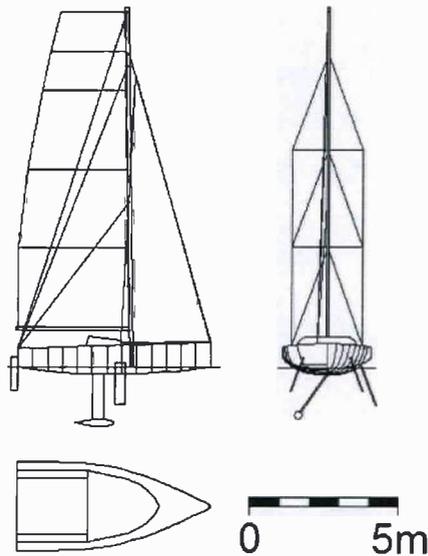


Figure 80: Allure générale d'un « Mini »

Les caractéristiques hydrodynamiques de la coque ont été estimées d'après les résultats obtenus pour d'autres type de navires, et corrigés pour obtenir des valeurs réalistes. L'objectif n'étant pas ici de comparer les résultats obtenus avec des données expérimentales. Pour démontrer les capacités de l'outil, ces données sont suffisantes.

<sup>21</sup> Petit génois, utilisé initialement dans le venté Solent (Angleterre)

## VIII - Exemples de simulations dynamiques

Longueur de coque	6,50 m
Longueur hors-tout <sup>22</sup>	env. 10 m
Largeur	3,00 m
Tirant d'eau	2,00 m
Tirant d'air	12,00 m
Déplacement léger	900 kg
Déplacement en charge	1200 kg
Masse du bulbe	350 kg
Surface de voile au près	45 m <sup>2</sup>
Surface de voile au portant	115 m <sup>2</sup>

Tableau 15: Principales caractéristiques d'un "Mini"

Les matrices d'inerties sont calculées pour chacun des corps,  $J_h$  et  $J_k$ , respectivement pour la coque et la quille en leur centre de gravité respectifs. Les valeurs utilisées sont données ci-dessous et exprimées en fonction de la masse  $m$  du navire en charge et de la longueur de coque  $L$  :

$$J_h = \frac{m L^2}{12} \begin{bmatrix} 0,106 & 0 & 0 \\ 0 & 0,458 & 0 \\ 0 & 0 & 0,543 \end{bmatrix}$$

$$J_k = \frac{m L^2}{12} \begin{bmatrix} 3,046 & 0 & 0 \\ 0 & 0,338 & 0 \\ 0 & 0 & 0,012 \end{bmatrix}$$

La liaison coque-quille est modélisée par un pivot, qui ne laisse qu'un seul degré de liberté en rotation. Pour cela, trois liaisons élémentaires sont utilisées :

- Une liaison rotule, qui bloque les trois degrés de liberté en translation
- Deux liaisons « normales de type 1 » qui imposent à l'axe de rotation de la quille de rester perpendiculaire au plan transversal de la coque

La liaison rotule impose que l'origine du repère de la quille reste confondu avec sa position initiale dans le

22 En incluant le bout dehors sur lequel est capelé le spinnaker

navire :

	$P$
Coque	$[x_0, 0, z_0]$
Quille	$[0, 0, 0]$

Les liaisons normales imposent respectivement que  $\vec{x}_k \perp \vec{y}_c$  et  $\vec{x}_k \perp \vec{z}_c$ . Les vecteurs impliqués dans ces liaisons sont donc :

Liaison	$\vec{x}_k \perp \vec{y}_c$	$\vec{x}_k \perp \vec{z}_c$
Coque	$[0, 1, 0]$	$[0, 0, 1]$
Quille	$[1, 0, 0]$	$[1, 0, 0]$

En navigation, la quille n'est pas libre et sa position est maintenue, soit par un vérin soit par des palans. Pour simuler cette liaison, qui supprime le dernier degré de liberté, une liaison « normale de type 1 » supplémentaire est utilisée qui impose au vecteur  $\vec{z}_k$  appartenant à la quille de rester perpendiculaire à un vecteur  $\vec{n}$  appartenant au navire. La quille pouvant être manœuvrée en navigation, cette dernière contrainte pourra être variable au cours de la simulation, comme illustré au paragraphe VIII.2.c .

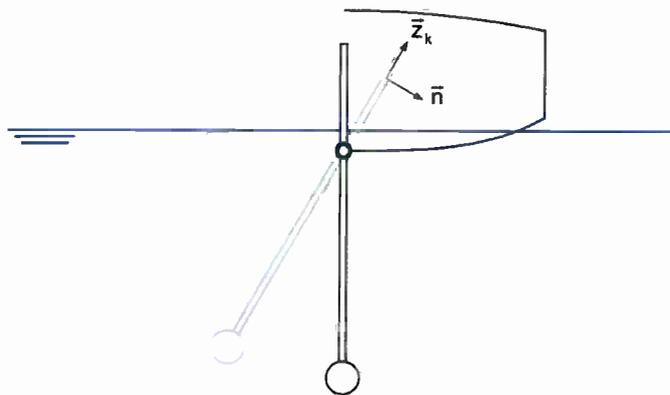


Figure 81: Modélisation de la quille pendulaire

## VIII - Exemples de simulations dynamiques

Ce qui donne pour cette dernière liaison :

Liaison	$\vec{z}_k \perp \vec{n}$
Coque	$[0, \cos \alpha_k, -\sin \alpha_k]$
Quille	$[0, 0, 1]$

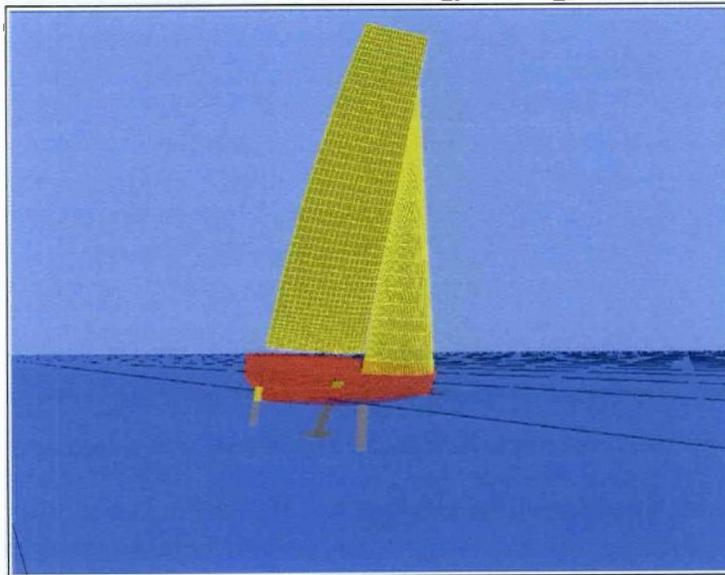


Figure 82: Représentation graphique du modèle de "Mini"

### VIII.2 Simulations

#### VIII.2.a *Pilote automatique*

Dans ce cas, un pilote automatique simplifié est utilisé pour maintenir le cap du navire. L'asservissement est réalisé avec un PID (Proportionnel Intégral Dérivé) dont les constantes ont été ajustées manuellement de manière à ce que le système soit suffisamment stable. Le signal régulé est le cap du navire, la commande est l'angle de barre. La consigne est le cap que doit suivre le navire, qui est modifié après 30 secondes de simulation.

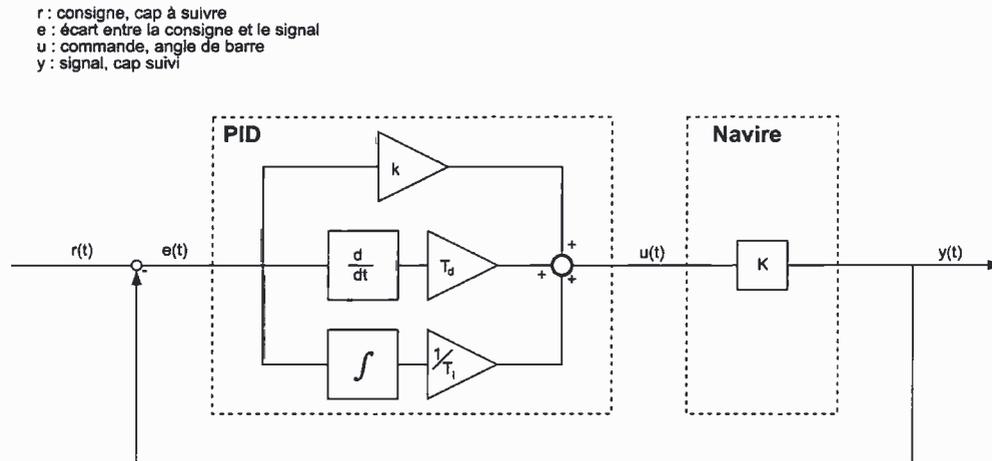


Figure 83: Système de régulation du navire

La figure 85 montre le cap suivi par le navire en fonction de la consigne et l'angle de barre qui correspond au signal de commande du régulateur. Le premier constat est que la consigne n'est pas strictement respectée et que l'écart statique reste significatif. Une des raisons à cela est que le signal de commande du régulateur est proportionnel en fonction de l'écart entre la consigne et le signal de sortie, ce qui conduit à un angle de barre nul si la consigne est respectée. Or à une allure de près, l'angle de barre permettant de suivre un cap constant n'est pas nul, ce que ne prend pas correctement en compte le régulateur. Cette composante est prise en charge par la fonction intégration du PID, qui induit une correction en fonction de la somme des écarts entre la consigne et le signal régulé, il faudrait donc augmenter la constante  $1/T_i$  pour corriger plus rapidement la trajectoire du navire, mais cela conduit à des instabilités. De plus le décalage d'angle de barre permettant de naviguer à cap constant est très variable, en fonction de la vitesse du vent, de la gîte du navire, du réglage des voiles,....

Un autre point est que le retard induit par les actionneurs n'est pas pris en compte ici. En pratique, les vérins qui commandent le système de barre ont un temps de réaction et une vitesse de déplacement limités. Les variations de l'angle de barre lors du changement de consigne sont donc trop importantes dans le cas de la simulation, ce qui se répercute sur l'ensemble des grandeurs de la simulation.

La figure 84 indiquant la vitesse du navire, son VMG et sa gîte montre que lorsque le navire abat de  $5^\circ$ , la vitesse et la gîte augmentent mais le VMG reste à peu près constant.

VIII - Exemples de simulations dynamiques

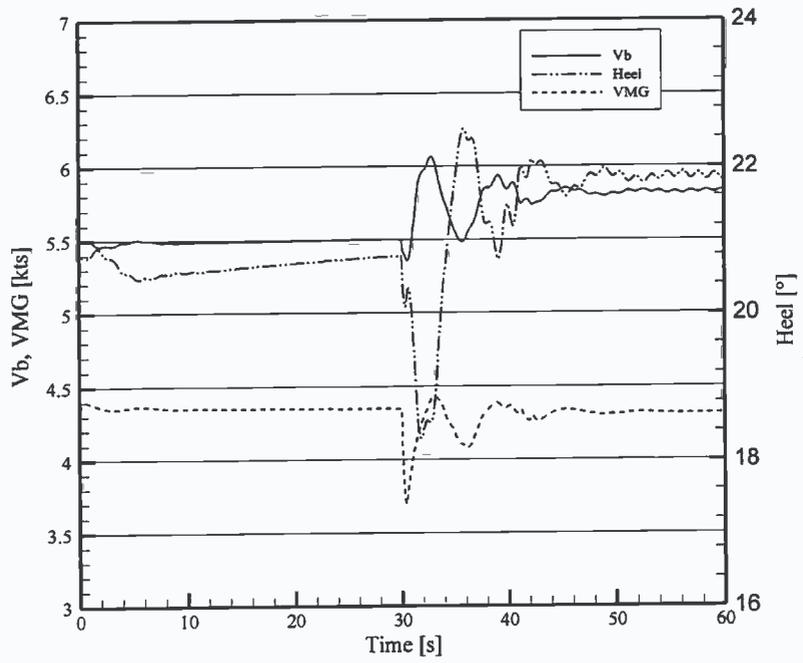


Figure 84: Vitesse et gîte

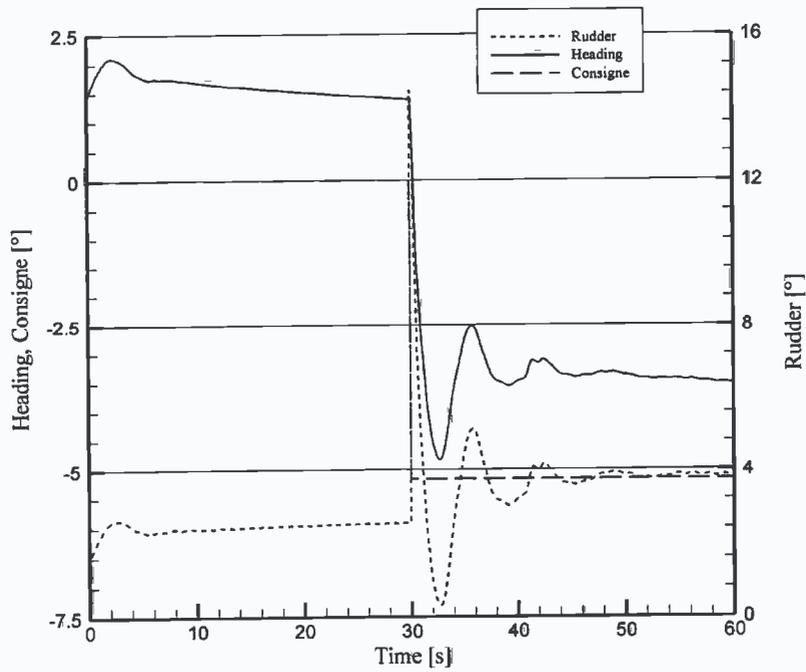


Figure 85: Cap suivi et consigne

VIII.2.b *Influence du réglage des voiles*

Cette simulation montre l'effet du réglage des voiles sur le navire. Le paramètre « flat » décrit au chapitre IV a pour valeur initiale 0,7 et est incrémenté de 0,1 par deux fois après trente secondes de simulation. Les autres paramètres de la simulation sont constants. Ce paramètre correspond au rapport de la portance aérodynamique sur la portance maximale que peut développer le plan de voilure pour l'angle de vent apparent auquel navigue le voilier.

Sur la figure 86, la vitesse du navire et le VMG chutent brutalement lorsque la portance est augmentée, ce qui provient des baisses conjointes des finesses aérodynamiques et hydrodynamiques tandis que la gîte et l'angle de barre augmentent fortement (figure 87 et 88). Ces variations sont tout à fait logiques puisqu'en gardant le cap constant, en augmentant la portance aérodynamique et donc le moment associé, la gîte du navire augmente. Le moment de lacet augmente également avec la gîte, ce qui demande une portance accrue sur le safran. Il est également intéressant de noter que le régulateur de cap peine de plus en plus à maintenir le cap dans la phase de transition.

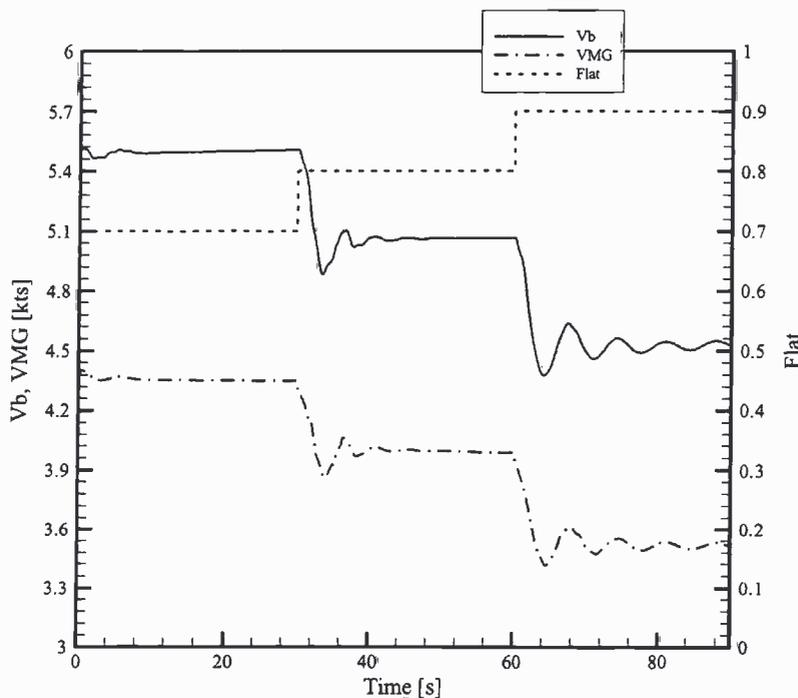


Figure 86: Vitesse du navire

VIII - Exemples de simulations dynamiques

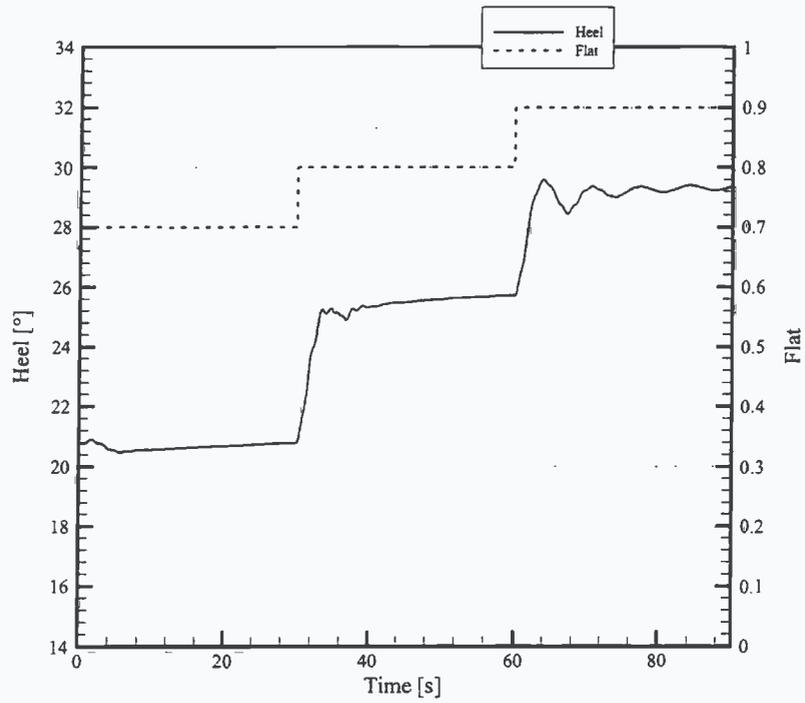


Figure 87: Gîte du navire

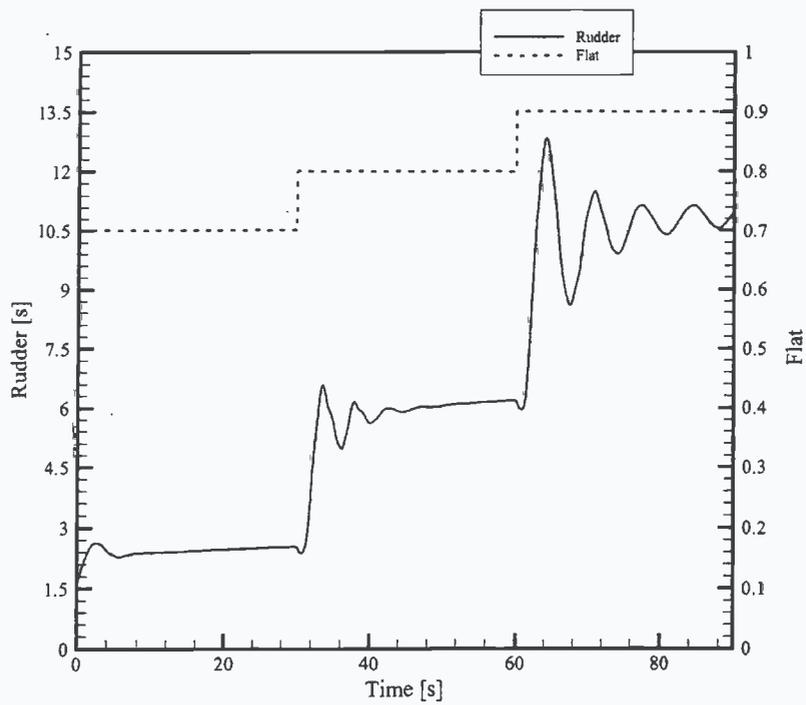


Figure 88: Angle de barre

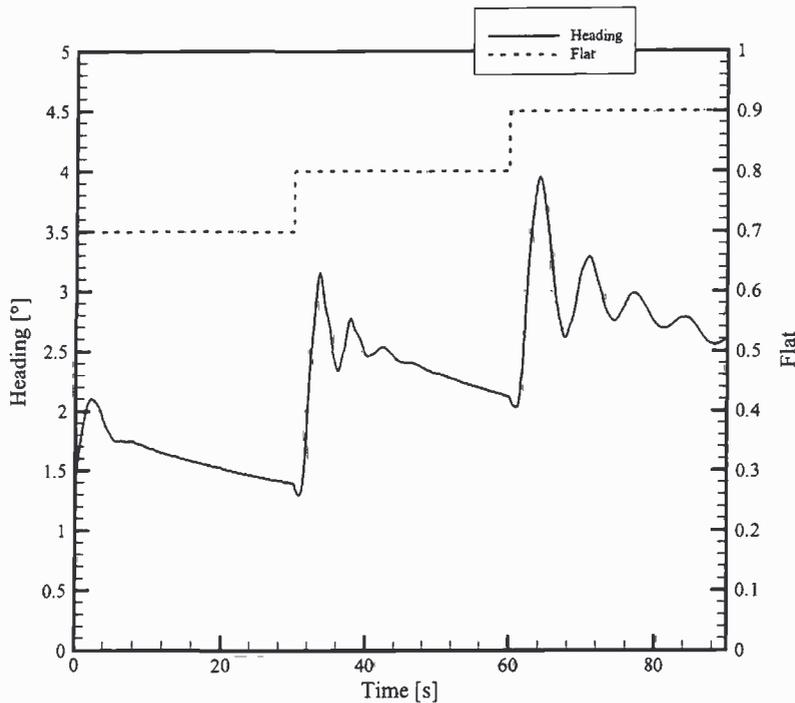


Figure 89: Cap du navire

### VIII.2.c Inclinaison de la quille

L'objectif de cette simulation est de fournir un exemple de simulation dynamique multicorps. Pour cela, on simule une variation de l'inclinaison de la quille à partir d'une navigation stabilisée où l'angle d'inclinaison de la quille passe de 20° à 35° en 10 secondes.

La figure 91 montre le résidu des équations de contraintes. La valeur maximum du résidu correspond logiquement au moment où l'angle de quille est modifié. La valeur maximum est de 0,0105. Comme l'équation de contrainte correspond au produit scalaire des vecteurs qui doivent être maintenus orthogonaux, et que ces vecteurs ont été définis de norme unité, il est possible de traduire directement le résidu en écart sur l'angle devant être maintenu :

$$\alpha = \cos^{-1}(res) \quad (\text{VIII.1})$$

Donc une valeur du résidu de 0,0105 donne un angle de 89,40°, soit un écart sur la contrainte de 0,60°. Cette valeur, bien qu'acceptable est relativement élevée vue la simplicité de la simulation effectuée. La méthode employée ici est de modifier directement la valeur de la contrainte, c'est à dire que la variation

### VIII - Exemples de simulations dynamiques

de la contrainte n'est pas incluse dans la résolution, par l'intermédiaire de l'équation I.23, page 30, ce qui implique nécessairement une violation de la contrainte au moment où l'angle de la quille est modifié. La méthode employée permet donc de respecter correctement la contrainte mais il sera nécessaire de porter une attention particulière au traitement des équations de contraintes lors de simulations impliquant des mouvements plus importants du navire ou des variations fortes des contraintes cinématiques.

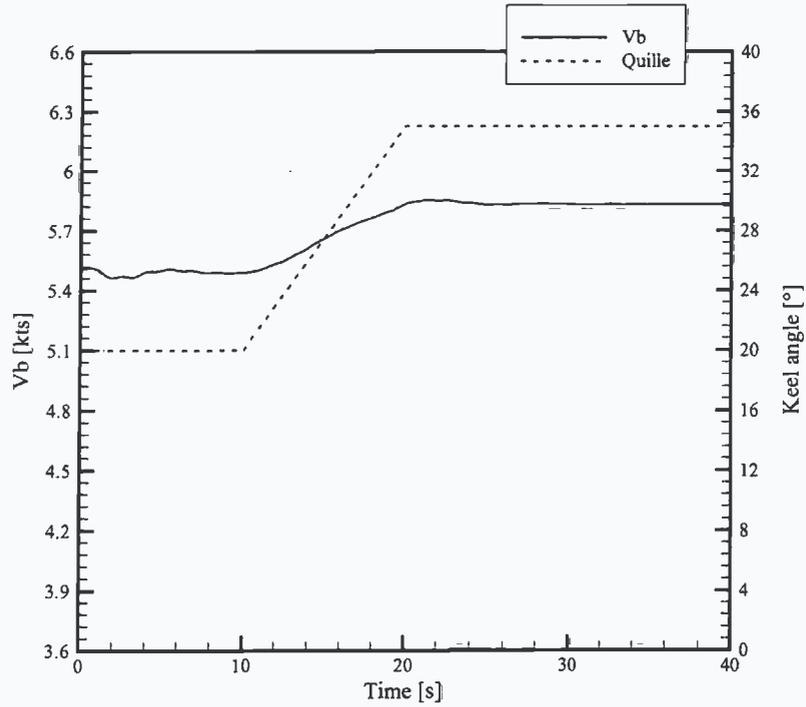


Figure 90: Vitesse du navire

VIII - Exemples de simulations dynamiques

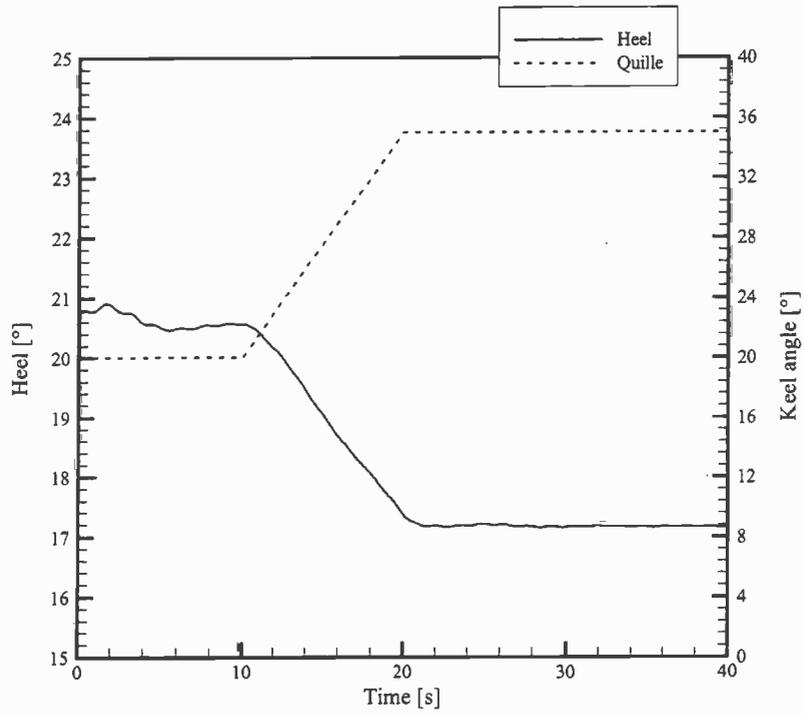


Figure 91: Angle de gîte

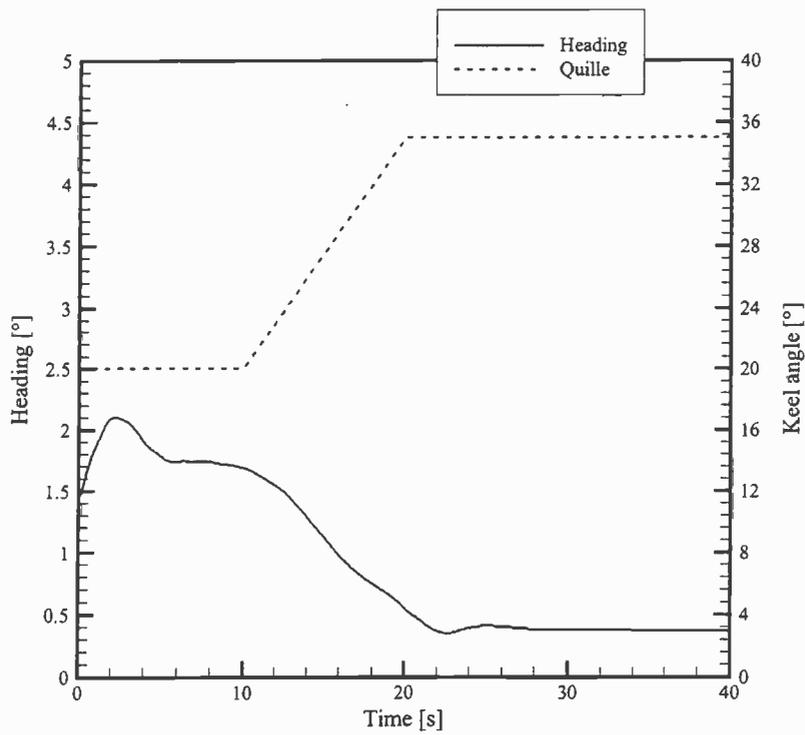


Figure 92: Cap du navire

VIII - Exemples de simulations dynamiques

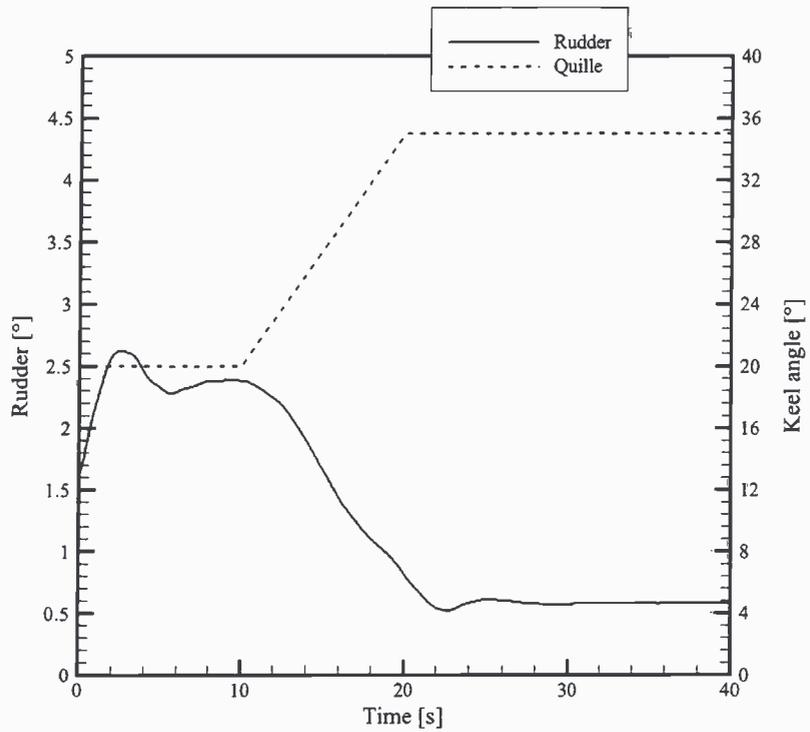


Figure 93: Angle de barre

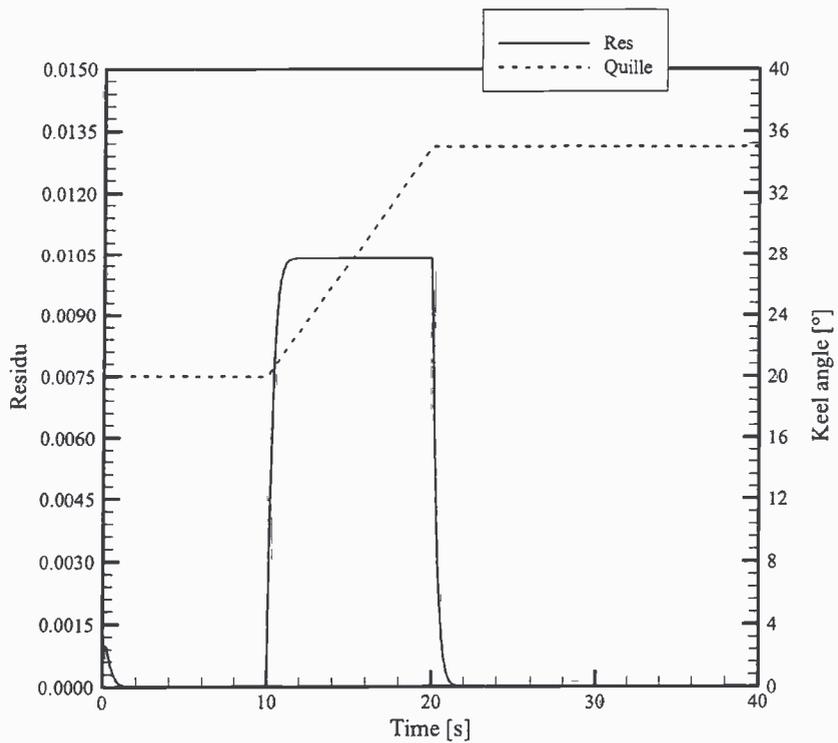


Figure 94: Résidu des équations contraintes

VIII.2.d *Fluctuation du vent*

Dans cette simulation, la vitesse du vent de référence à 10 mètre est variable temporellement. Les résultats sont comparés avec la simulation dans laquelle le vent est constant, à la valeur moyenne de la première simulation.

Le vent est calculé en fonction de temps de la simulation par :

$$V_r = V_0 (1 + k_1 \sin(\omega_1 t) + k_2 \sin(\omega_2 t) + k_3 \sin(\omega_3 t)) \quad (\text{VIII.2})$$

avec

$k_1$	0,05	$\omega_1$	0,2094	$T_1$	30
$k_2$	0,03	$\omega_2$	1,047	$T_2$	6
$k_3$	0,01	$\omega_3$	3,142	$T_3$	2

## VIII - Exemples de simulations dynamiques

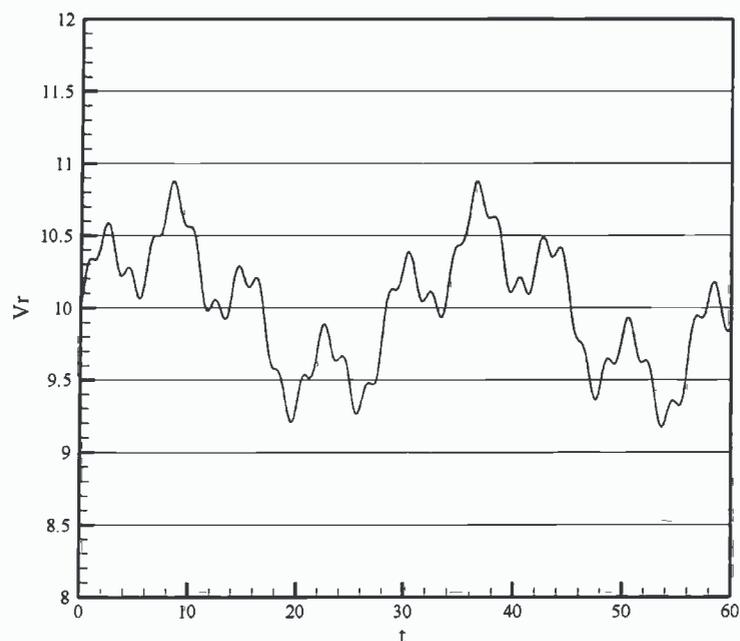


Figure 95: Historique du vent pour la simulation

La figure 90 montre la vitesse du navire dans les deux simulations. Lorsque le vent est constant, la vitesse du navire est également constante tandis qu'elle est sujette à des variations sensibles lorsque le vent est variable. Les vitesses moyennes sont cependant pratiquement identiques dans les deux simulations (5,505 nœuds lorsque le vent est constant contre 5,498 nœuds dans le second cas), ce qui n'a rien d'immédiat à priori. Les mouvements du navire génèrent également des vagues par radiations, ce qui induit une résistance supplémentaire qui n'est pas prise en compte dans cette évaluation.

La figure 89 donne les angles de barre dans les deux simulations. La valeur de l'angle de barre est de l'ordre de  $2,5^\circ$  dans le cas du fonctionnement en régime stationnaire, ce qui est également la moyenne de l'angle de barre lorsque le vent est soumis à des fluctuations. Cependant, on peut voir ici que l'angle de barre dépasse fréquemment les  $5^\circ$ , soit le double de sa valeur moyenne. Ce type d'indication permet de savoir comment est sollicité le système de barre, et peut permettre d'anticiper des problèmes de perte de contrôle si le safran est trop proche, ou au-delà, des valeurs de décrochage.

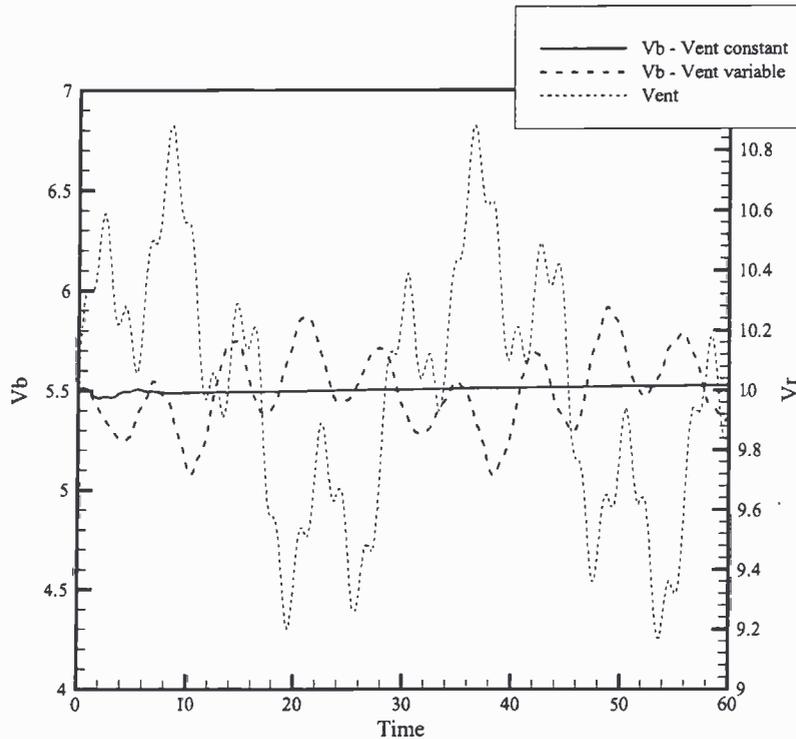


Figure 96: Vitesse du navire

Sur la figure 99 est tracé le cap du navire. Dans la simulation réalisée, le navire navigue bâbord amure et l'angle du vent réel est  $35^\circ$ . A noter ici que l'angle est pris dans le repère Galiléen et ne correspond pas aux angles habituellement utilisés pour la navigation, d'où les valeurs négatives. Lorsque le navire se rapproche de l'axe du vent, le cap augmente et il diminue dans le cas contraire, avec des valeurs négatives dans ce cas. La figure 99 montre alors que le cap augmente lorsque le vent est plus fort et diminue lorsque la vitesse du vent décroît. Cet effet, bien connu des navigateurs, est bien mis en évidence dans cette simulation. Il correspond en partie à l'augmentation du moment de lacet des voiles avec la gîte lorsque le centre de poussée aérodynamique s'écarte du navire sous l'effet de la gîte et à une augmentation du moment de lacet de la carène avec la gîte provenant de la modification de la géométrie de la carène avec la gîte.

VIII - Exemples de simulations dynamiques

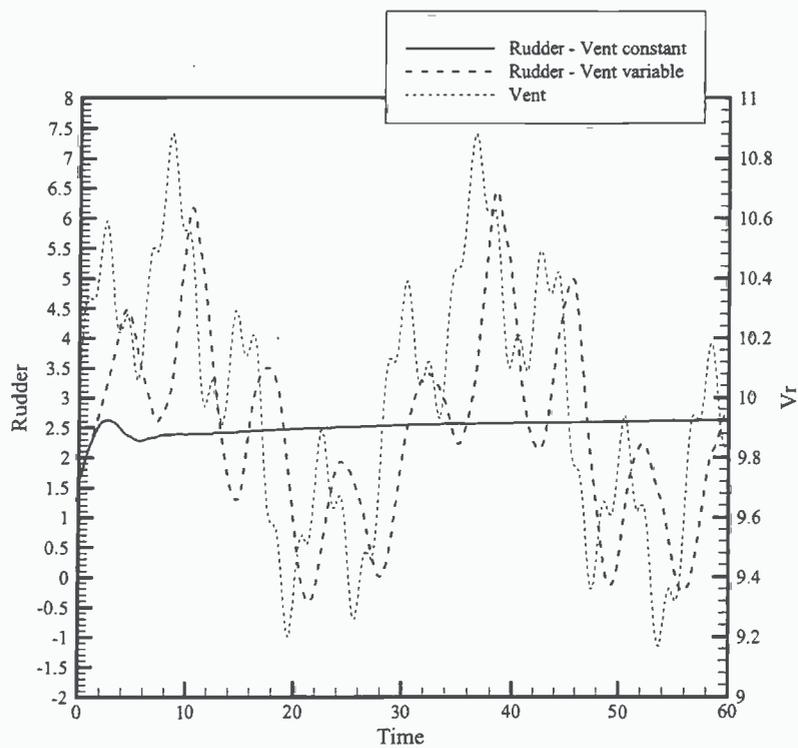


Figure 97: Angle de barre

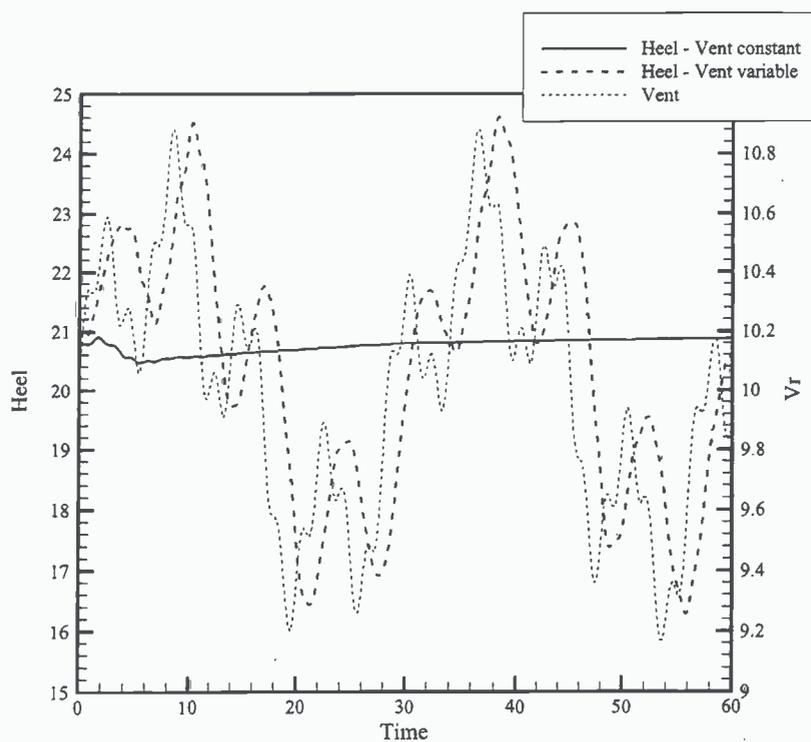


Figure 98: Angle de gîte

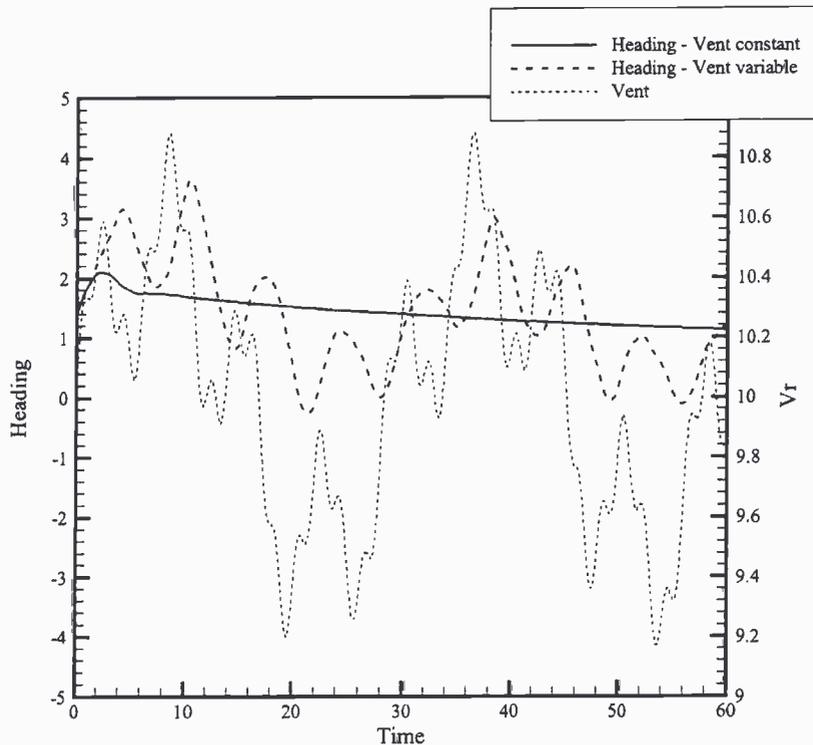


Figure 99: Cap du navire

### VIII.3 Conclusions

Les exemples proposés dans ce chapitre montrent comment l'outil réalisé peut répondre aux problématiques concernant la simulation dynamique des navires à propulsion éolienne. Le modèle réalisé fait appel à toutes les fonctionnalités implémentées dans le programme à savoir :

- une modélisation multicorps, où l'on peut vérifier que la méthode utilisée permet de prendre en compte ce type de configuration et que les équations de contraintes cinématiques sont correctement respectées même si la précision demande à être améliorée
- un système de régulation, qui dans une de ses expressions les plus simples permet de maintenir le cap du navire. Le sujet ici n'étant pas de mettre au point un tel système, l'ajustement des coefficients a été réalisé de manière sommaire mais suffisante pour illustrer la fonctionnalité proposée par l'outil. Ce type de simulation, avec un modèle de navire suffisamment évolué, permet en revanche de tester lors de l'étape de conception l'efficacité des systèmes de régulation pour les voiliers, ce qui représente une application potentielle de la simulation dynamique.
- L'application particulièrement aisée de perturbations dans les conditions de navigation où la réponse du navire à ces variations peut être anticipée, ce qui amène une dimension supplémentaire dans les informations obtenues par rapport aux calculs classiques en régime

## VIII - Exemples de simulations dynamiques

stationnaire.

Ces exemples permettent de retrouver des comportements bien connus des navigateurs, de les quantifier et d'illustrer le type d'informations qui peuvent être obtenues grâce à l'outil de simulation dynamique. Le modèle du navire réalisé est parfois sommaire dans le sens où les coefficients hydrodynamiques n'ont pas été déterminés pour un navire spécifique, mais de manière générique afin d'obtenir une modélisation cohérente de ce type de voilier. L'utilisateur conserve toutefois la possibilité d'approfondir toutes ces questions en proposant des lois plus pertinentes pour chaque composante du problème.

## CONCLUSIONS

Ce travail a dans un premier temps permis de dégager les possibilités et les besoins d'un outil de simulation dynamique pour l'étude des performances et du comportement des navires, avec application à la propulsion éolienne. La simulation est réalisée dans le domaine temporel, avec une formulation non-linéaire et la possibilité de traiter des systèmes multicorps. Ce domaine d'application est relativement récent et s'inscrit dans le prolongement des recherches effectuées sur les outils de simulation stationnaire dont les résultats ont permis des avancées significatives tant en terme de performances que de sécurité pour les navires actuels.

Une méthode a été proposée, basée sur la formulation de Lagrange des équations de la dynamique, et les premières études de validation montrent qu'elle est à même d'atteindre l'objectif fixé de décrire dynamiquement le comportement des navires étudiés. Cependant, cette méthode nécessite un nombre de renseignements sur les caractéristiques mécaniques, hydrodynamiques et aérodynamiques des bateaux étudiés beaucoup plus importants que dans le cas d'une étude stationnaire, ce qui requiert, en plus de la méthode de base servant à l'étude de la dynamique, de mettre en place des outils et des moyens d'évaluation adéquats pour prendre en compte à un degré satisfaisant les principaux effets impliqués dans l'analyse dynamique.

Un outil de simulation informatique complet, développé en langage C++, qui autorise une programmation orientée objets, modulaire et évolutive, a été conçu, et réalisé intégralement. Ce programme permet de traiter tous les aspects de la simulation dynamique tels que souhaités dans le cahier des charges, c'est à dire un outil capable de prendre en compte des configurations de navire variées, évolutif, indépendant des configurations matérielles et ouvert avec la possibilité pour l'utilisateur d'augmenter les fonctionnalités du programme par le développement de modules externes, indépendants du noyau de calcul. Le coût de la mise en œuvre d'un projet de simulation dynamique est modéré, bien inférieur à celui nécessaire à la modélisation dynamique d'un navire complet par calcul numérique complet, cependant, le temps requis est nettement supérieur à celui d'une étude stationnaire des performances.

La confrontation des résultats de la simulation dynamique avec des mesures effectuées sur des navires en navigation est très encourageante, les principaux phénomènes physiques sont bien pris en compte, et, dans certains cas, les valeurs simulées sont très proches des valeurs mesurées. La mise en pratique du programme de simulation dynamique a en outre permis de dégager une méthode pour l'élaboration des

## CONCLUSIONS

modèles dynamiques et, bien que certains phénomènes soient pris en compte d'une manière grossière, les résultats sont cohérents avec les observations.

Il est également certain que le retour d'expérience sur ce type de simulations et ces outils est encore extrêmement faible, et que les possibilités et les limites d'un tel outil doivent être validées et comparées sur des projets de natures variées, bien que l'on puisse imaginer un niveau croissant de la qualité et de la confiance de ces études dans les prochaines années, la rendant alors accessible à un grand nombre de projets.

Dans le dernier chapitre, quelques exemples ont été donnés qui montrent le type d'analyses et de résultats qu'il est possible d'obtenir grâce à ce type d'outil, mais bien d'autres possibilités sont offertes. L'outil de simulation dynamique a par ailleurs déjà été utilisé avec succès pour analyser la stabilité de route de navires en exploitation. Ces études ne sont pas développées ici mais ont permis de proposer des solutions d'amélioration pour les navires étudiés. Ce qui montre la capacité de l'outil à répondre à des problématiques industrielles.

Le projet réalisé ne traite pas des mouvements du navire dans la houle, ce qui représente une voie de développement intéressante du programme et permettra d'élargir considérablement son champ d'applications. Les méthodes pour implémenter la dynamique du navire existent, qui permettent de transposer les résultats obtenus du domaine fréquentiel dans le domaine temporel utilisé ici. La structure du logiciel est adaptée à la prise en compte de ce problème.

La réalisation de cet outil de simulation dynamique n'est pas une finalité, mais le point de départ des études dynamiques. Pour continuer de progresser dans cette voie, il est maintenant nécessaire de mettre en pratique cet outil et d'accumuler le retour d'expérience requis pour dégager les points d'évolutions et d'améliorations futures. Ce que je vais faire de ce pas...

<b>BIBLIOGRAPHIE</b>
----------------------

- [ABB49] **I.H. Abbott, A.E. Von Doenhoff** "*Theory of wing sections*", Dover Publications, Inc. New-York (1949)
- [ACC00] "*America's Cup Class Rule - Version 4.0*" (2000)
- [ALE93a] **B. Alessandrini, G. Delhommeau** "*Résolution des équations de Navier-Stokes autour d'une carène perçant la surface libre*", 4ième Journées de l'hydrodynamique, Nantes (1993)
- [ALE93b] **B. Alessandrini** "*Etude numérique de l'écoulement visqueux autour d'une carène de navire en présence d'une surface libre : résolution des équations de couche-limite et de Navier-Stokes*", Thèse de Doctorat (1993)
- [BAT07] **D. Battistin, M. Ledri** "*A tool for Time Dependent Performance Prediction and Optimization of Sailing Yachts*", The 18th Chesapeake Sailing Yacht Symposium (2007)
- [BAU72] **J. Baumarte** "*Stabilization of constraints and integrals of motion in dynamical system*", Comp. Meth. App. Mech. and Eng. vol1, pp 1-16 (1972)
- [BAY88] **E. Bayo; J. Garcia de Jalon; M.A. Serna** "*A modified lagrangian formulation for the dynamic analysis of constrained mechanical systems*", Comp. Meth. App. Mech. and Eng. vol72(1), 183-195 (1988)
- [BER95] **J.Y. Bernot** "*Météorologie Locale : Croisière et Régate*", Editions FFV (1995)
- [CAM94] **I. M. C. Campbell, A.R. Cloughton** "*Wind Tunnel Testing of Sailing Rigs*", 13th International HISWA Symposium on Yacht Design and Construction (1994)
- [CAM97] **I.M.C. Campbell** "*Optimisation of Sailing Rig using Wind Tunnel Data*", 13th Chesapeake Sailing Yacht Symposium (1997)

## BIBLIOGRAPHIE

- [CAP99] **M. Caponnetto, A. Castelli, P. Dumont, B. Bonjour, P.L. Mathey, S. Sanchi, M. L. Sawley** "*Sailing Yacht Design Using Advanced Numerical Flow Techniques*", 14th Chesapeake Sailing Yacht Symposium (1999)
- [CAR07] **J. Carlton** "*Marine Propellers and Propulsion (2nd edition)*", Elsevier (2007)
- [CHA05a] **V. G. Chapin, S. Jamme, P. Chassaing** "*Viscous Computational Fluid Dynamics as a Relevant Decision-Making Tool for Mast-Sail Aerodynamics*", Marine Technology, vol42, n°1, pp 1-10 (2005)
- [CHA06] **V. G. Chapin, R. Neyhousser, G. Dulliand, P. Chassaing** "*Analysis, Design and Optimization of Navier-Stokes Flows around Interacting Sails*", Madrid Diseño de Yates (2006)
- [CHA08] **V.G. Chapin, G. Duliand, P. Chassaing** "*Design Optimization of Interacting Sails Through Viscous CFD*", International Conference on Innovation in High Performance Sailing Yachts, Lorient (2008)
- [CLA08] **A. Cloughton, F. Fossati, D. Battistin, S. Muggiasca** "*Changes and Development to Sail Aerodynamics in the ORC International Handicap Rule*", 20th International HISWA Symposium on Yacht Design and Construction (2008)
- [CLA94] **A. Cloughton, I.M.C. Campbell** "*Wind tunnel testing of Sailing Yacht Rigs*", 13th International HISWA Symposium on Yacht Design and Construction (1994)
- [CLA99] **A. Cloughton** "*Developpements in the IMS VPP formulations*", 14th Chesapeake Sailing Yacht Symposium (1999)
- [CRI55] **C.C. Critzos, H.H. Heyson, E.W. Jr Boswinkle** "*Aerodynamic characteristics of NACA 0012 Airfoil Section at Angles of Attack from 0° to 180°*", NACA TN-3361 (1955)
- [DEB04] **F. DeBord Jr, K. Kirkman, Dr D. Savitsky** "*The Evolving Role of the Towing Tank for Grand Prix Sailing Yacht Design*", 27th American Towing Tank Conference, St John's (2004)
- [DEL88] **G. Delhommeau** "*Les problèmes de diffraction-radiation et de résistance de vagues : étude théorique et résolution numérique par la méthode des singularités*", Ecole Centrale de Nantes (1988)

## BIBLIOGRAPHIE

- [FAS02] **C. Fassardi** "*Tank Testing and Data Analysis Techniques for the Assessment of Sailboat Hydrodynamic Characteristic*", High Performance Yacht Design Conference, Auckland (2002)
- [FOS02] **T.I. Fossen** "*Marine Control Systems*", Marine cybernetics (2002)
- [FOS04] **T.I. Fossen, O.N. Smogeli** "*Nonlinear Time-Domain Strip Theory Formulation for Low-Speed Manoeuvring and Station-Keeping*", Modeling, identification and control, vol25(4),pp201-221 (2004)
- [FOS06] **F. Fossati, S. Muggiasca, I.M. Viola** "*An Investigation of Aerodynamic Force Modelling for IMS Rule using Wind Tunnel Techniques*", 19th International HISWA Symposium on Yacht Design and Construction (2006)
- [FOS08] **F. Fossati, S. Muggiasca, F. Martina** "*Experimental database of sails performance and flying shapes in upwind conditions*", International Conference on Innovation in High Performance Sailing Yachts, Lorient, France (2008)
- [FRA67] **W. Frank** "*Oscillation of Cylinders In or Below the Free Surface of Deep Fluids*", N.S.R.D.C. Washington D.C. Report 2375 (1967)
- [GER09] **F. C. Gerhardt, D. Le Pelley, R.G.J. Flay, P. Richards** "*Tacking in the Wind Tunnel*", 19th Chesapeake Sailing Yacht Symposium (2009)
- [GER67] **J. Gerritsma, W. Beukelman** "*Analysis of modified strip theory for the of ship motion and wave bending moments*", Netherland Ship Research Centre TNO - Report 96S (1967)
- [GER93] **J. Gerritsma, J.A. Keuning, A. Versluis** "*Sailing Yacht Performance in Calm Water and in Waves*", 11th Chesapeake Sailing Yacht Symposium (1993)
- [HAR05] **D.H. Harris** "*Time Domain Simulation of a Yacht Sailing Upwind in Waves*", 17th Chesapeake Sailing Yacht Symposium (2005)
- [HAZ80] **G.S. Hazen** "*A Model of Sail Aerodynamics for Diverse Rig Types*", New England Sailing Yacht Symposium (1980)
- [HOE58] **S.F. Hoerner** "*Fluid-Dynamic Lift*", Hoerner (1958)
- [HOU93] **D. Le Houedec** "*Mécanique des Solides*", Ecole Centrale de Nantes (1993)

## BIBLIOGRAPHIE

- [IMS08] "*International Measurement System IMS 2008*" (2008)
- [JAC01] **P. Jackson** "*An Improved Upwind Sail Model for VPPs*", 15th Chesapeake Sailing Yacht Symposium (2001)
- [JAC05] **É. Jacquin, Y. Roux, P.E. Guillerm, B. Alessandrini** "*Toward numerical VPP with the full coupling of hydrodynamic and aerodynamic solvers for ACC yacht*", 17th Chesapeake Sailing Yacht Symposium (2005)
- [JAC07] **E. Jacquin** "*Navire Autopropulse en Manoeuvres : Simulation Numerique et Optimisation des Performances Hydrodynamiques*", Thèse de Doctorat (2007)
- [JAC96] **P.S. Jackson** "*Modelling the aerodynamics of upwind sails*", Journal of wind engineering and industrial aerodynamics (1996)
- [JOU01] **J.M.J. Journée** "*Verification and Validation of Ship Motions Program SEAWAY*", Delft University of Technology, Report 1213a (2001)
- [KER78] **J.E. Kerwin** "*A Velocity Prediction Program for Ocean Racing Yachts*", MIT Dept. of Ocean Engineering (1978)
- [KEU02] **J.A. Keuning, K.J. Vermeulen** "*On the balance of large sailing yachts*", 17th International HISWA Symposium on Yacht Design and Construction (2002)
- [KEU05] **J.A. Keuning, K.J. Vermeulen, E.J. De Ridder** "*A Generic Mathematical Model for the Maneuvering and Tacking of a Sailing Yacht*", 17th Chesapeake Sailing Yacht Symposium (2005)
- [KOB76] **J.M. Kobus** "*Application de la méthode des singularités au problème des flotteurs cylindriques soumis à des faibles oscillations harmoniques forcées de faible amplitude*", Thèse de Doctorat (1976)
- [LAM69] **Van Lammeren, Van Manen, Oosterveld** "*The Wageningen B-Screw Series*", Trans. SNAME (1969)
- [LAR96] **P. de Larminat** "*Automatique - Commande des systèmes linéaires*", Hermès Science Publication (1996)

## BIBLIOGRAPHIE

- [LAS99] **W. Lasher** "*On the Application of RANS Simulation for Downwind Sail Aerodynamics*", 14th Chesapeake Sailing Yacht Symposium (1999)
- [LLO89] **A.R.J.M. Lloyd** "*Seakeeping : ship behaviour in rough weather*", Halsted Press (1989)
- [MAR79] **C.A. Marchaj** "*Aero-hydrodynamics of sailing*", Adlard Coles Nautical (1979)
- [MAS08] **Y. Masuyama** "*Dynamic Stability and Possibility of Capsizing of Small Light Sailing Cruiser due to Wind*", Innovation in High Performance Sailing Yacht (2008)
- [MAS93] **Y. Masuyama, I. Nakamura, H. Tatano, K. Takagi** "*Dynamic Performance of Sailing Cruiser by Full-Scale Sea Tests*", 11th Chesapeake Sailing Yacht Symposium (1993)
- [MAS95] **Y. Masuyama, T. Fukasawa, H. Sasagawa** "*Tacking Simulation of Sailing Yachts - Numerical Integration of Equation of Motion and Application of Neural Network Technique*", 12th Chesapeake Sailing Yacht Symposium (1995)
- [MIL68] **J.H. Milgram** "*The Analytical Design of Yacht Sails*", SNAME Transactions 76, pp 118-160 (1968)
- [MIN07] "*Guide Mini 2007*" (2007)
- [MOL07] **A.F. Molland, S.R. Turnock** "*Marine rudders and control surfaces : principles, data, design and applications*", Elsevier (2007)
- [NEW77] **J.N. Newman** "*Marine Hydrodynamics*", The MIT press (1977)
- [NIK04] **P.E. Nikravesh** "*An overview of several formulations for multibody dynamics*", Product Engineering, Springer Netherland (2004)
- [NOM57] **K. Nomoto, T. Taguchi, K. Honda, S. Hirano** "*On the steering Qualities of Ships*", International Shipbuilding Progress, vol4 (1957)
- [NOM75] **K. Nomoto, H. Tatano** "*Balance of Helm of Sailing Yachts*", 4th International HISWA Symposium on Yacht and Construction (1975)
- [OGI64] **T. Ogilvie** "*Recent Progress towards the Understanding and Prediction of Ship Motion*", Proc. of the 5th Symposium on Naval Hydrodynamics (1964)

## BIBLIOGRAPHIE

- [OOS75] **M.W.C. Oosterveld, P. Van Oossanen** "*Further Computer-Analyzed data of the Wageningen B-Screw series*", I.S.P. vol22, n251 (1975)
- [OOS81] **P. Van Oossanen** "*Method for the calculation of the resistance and side force of sailing yachts*", Small Craft Group Conference, Southampton (1981)
- [ORC09] "*ORC VPP Documentation 2009*" (2009)
- [PAL04] **P. Pallu de la Barrière, J. Védrenne** "*Application of RANS CFD calculations to the design of sailboat hulls*", Madrid Diseño de Yates (2004)
- [PAT08] **J. Paton, H.P. Morvan, P. Heppel** "*Fluid Structure Interaction of Yacht Sails*", International Conference on Innovation in High Performance Sailing Yachts, Lorient (2008)
- [PRA23] **L. Prandtl** "*Applications of modern hydrodynamics to aeronautics*", NACA Report TN-116 (1923)
- [RAN99] **R. Ranzenbach, C. Mairs** "*Wind Tunnel Testing of Offwind Sails*", 14th Chesapeake Sailing Yacht Symposium (1999)
- [RAO02] **S.S. Rao** "*Applied Numerical Methods for Engineers and Scientists*", Prentice Hall (2002)
- [REN08] **H. Renzsch, O. Müller, K. Graf** "*Flexsail, a fluid structure interaction program for the investigation of spinnakers*", International Conference on Innovation in High Performance Sailing Yachts, Lorient (2008)
- [RID04] **J.E. De Ridder, J.E. Keuning, K.J. Vermeulen** "*Approximation method for the loss of speed during the tacking maneuver of a sailing yacht*", Madrid diseño de Yates (2004)
- [ROD04] **J.I. Rodrigez, J.M. Jimenez, J. Garcia de Jalon, F.J. Funes** "*Recursive and residual algorithms for the efficient numerical integration of multibody systems*", Multibody System Dynamics, vol 11(4), pp 295-320 (2004)
- [RON02] **D. Roncin** "*Simulation Dynamique de la Navigation de Deux Voiliers en Interaction*", Thèse de Doctorat (2002)
- [ROS93] **B.S. Rosen, J.P. Laiosa, W.H. Jr Davis, D. Stavetski** "*SPLASH Free-Surface Flow Code Methodology for Hydrodynamic Design and Analysis of IACC Yachts*", 11th Chesapeake Sailing Yacht Symposium (1993)

## BIBLIOGRAPHIE

- [SAL70] **N. Salvesen, O. Tuck, O. Faltinsen** "*Ship motion and sea loads*", SNAME Transaction, vol 78, pp 250-287 (1970)
- [SEG03] **N. Seguy** "*Modélisation modulaire de systèmes articulés : Conception orientée-objet de plateforme de simulation*", Thèse de Doctorat (2003)
- [SHO01] "*Courants de Marée de la Côte Ouest de la France de Saint Nazaire à Royan*", SHOM - Paris (2001)
- [STE04] **J.W. Stettler ; F.S. Hover ; M.S. Triantafyllou** "*Preliminary Results of Testing on the Dynamics of an Azimuthing Podded Propulsor Relating to Vehicle Maneuvring*", 1st International Conference on Technological Advances in Podded Propulsion (2004)
- [TAL94] **C. Talotte, G. Delhommeau** "*Adaptation de procédures expérimentales au cas des voiliers en gîte et dérive, comparaison des résultats exp*", Comp. Meth. App. Mech. and Eng. vol72(1), pp 183-195 (1994)
- [TEE03] **J. Teeters, R. Ranzenbach, M. Prince** "*Changes to Sail Aerodynamics in the IMS Rules*", 16th Chesapeake Sailing Yacht Symposium (2003)
- [TEE93] **J.R. Teeters** "*Refinement in the Techniques of Tank Testing Sailing Yachts and the Processing of Test Data*", 11th Chesapeake Sailing Yacht Symposium (1993)
- [TRP07] "*Transpac 52 Rule*" (2007)
- [TUC26] **L.B. Tuckerman** "*Inertia Factors of Ellipsoids for Use in Airship Design*", NACA TR 210 (1926)

Page presque blanche

## ANNEXES

### A1 - Opérateur matriciel du produit vectoriel

Soit deux vecteurs  $\vec{A}$  et  $\vec{B}$ . Leur produit vectoriel s'écrit :

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ a_z b_x - a_x b_z \\ a_x b_y - a_y b_x \end{bmatrix}$$

Il est donc possible de définir un opérateur matriciel  $S$  tel que :

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = S(\vec{A}) \cdot \vec{B}$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{bmatrix}$$

### A2 - Expression matricielle du travail virtuel des quantités d'accélération

Le travail virtuel des quantités d'accélération est donné à partir de l'énergie cinétique du système par :

$$\delta W_a = \left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial q} \right]^T \cdot \delta q$$

L'expression matricielle de l'énergie cinétique peut se mettre sous la forme :

ANNEXES

$$E_c = \frac{1}{2} \dot{q}^T M \dot{q}$$

soit de en écriture indicielle :

$$E_c = \frac{1}{2} \dot{q}_j M_{jk} \dot{q}_k$$

Calcul du premier terme

$$\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_i} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} (\dot{q}_j M_{jk} \dot{q}_k) = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} \left( \sum_{j \neq i} \sum_k \dot{q}_j M_{jk} \dot{q}_k \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} \left( \sum_k \dot{q}_i M_{ik} \dot{q}_k \right)$$

Dans le premier terme,  $\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} (\dot{q}_j M_{jk} \dot{q}_k) = 0$  pour  $k \neq i$ , il reste alors  $\frac{1}{2} \sum_{k \neq i} \dot{q}_j M_{ji}$

D'autre part,

$$\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} \left( \sum_k \dot{q}_i M_{ik} \dot{q}_k \right) = \sum_{k \neq i} M_{ik} \dot{q}_k + \frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} (M_{ii} \dot{q}_i^2)$$

d'où

$$\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_i} = \frac{1}{2} \sum_{j \neq i} \dot{q}_j M_{ji} + \frac{1}{2} \sum_{k \neq i} M_{ik} \dot{q}_k + M_{ii} \dot{q}_i = \frac{1}{2} \dot{q}_j M_{ji} + \frac{1}{2} M_{ik} \dot{q}_k$$

Or, la matrice masse  $M$  est symétrique, donc  $M_{ij} = M_{ji}$ , ce qui amène à

$$\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_i} = M_{ij} \dot{q}_j$$

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_i} \right] = \frac{d}{dt} M_{ij} \dot{q}_j + M_{ij} \ddot{q}_j = \dot{M}_{ij} \dot{q}_j + M_{ij} \ddot{q}_j$$

Finalement,

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}} \right] = M \ddot{q} + \dot{M} \dot{q}$$

Calcul du second terme

$$\frac{\partial E_c}{\partial q_i} = \frac{\partial}{\partial q_i} \left( \frac{1}{2} \dot{q}_j M_{jk} \dot{q}_k \right)$$

Or,  $\dot{q}_j$  et  $\dot{q}_k$  ne dépendent pas de  $q_i$ , d'où

$$\frac{\partial E_c}{\partial q_i} = \frac{1}{2} \dot{q}_j \frac{\partial M_{jk}}{\partial q_i} \dot{q}_k$$

soit

$$\frac{\partial E_c}{\partial q} = \frac{1}{2} \dot{q}^T \frac{\partial M}{\partial q} \dot{q}$$

Ce qui conduit à l'expression matricielle du travail virtuel des quantités d'accélération :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial q} = M \ddot{q} + \dot{M} \dot{q} - \frac{1}{2} \dot{q}^T \frac{\partial M}{\partial q} \dot{q}$$

### A3 - Centre de rotation

Il est nécessaire de calculer le centre de rotation d'un corps en mouvement. La vitesse d'un point  $M$  quelconque est donnée en fonction de la vitesse connue d'un point  $P$  de référence par :

ANNEXES

$$\vec{V}(C) = \vec{V}(P) + \vec{CP} \wedge \vec{\omega}$$

ou encore :

$$\vec{V}(C) = \vec{V}(P) + \vec{\omega} \wedge \vec{PC}$$

Le centre de rotation est le point  $C$  tel que  $\vec{V}(C) = 0$ . Ce qui amène à :

$$\begin{bmatrix} u_p \\ v_p \\ w_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} x_C - x_p \\ y_C - y_p \\ z_C - z_p \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned} u_p + \omega_y(z - z_p) - \omega_z(y - y_p) &= 0 \\ v_p + \omega_z(x - x_p) - \omega_x(z - z_p) &= 0 \\ w_p + \omega_x(y - y_p) - \omega_y(x - x_p) &= 0 \end{aligned}$$

La résolution de ce système fourni les coordonnées du centre de rotation. Mais le système est surdéterminé car c'est un axe de rotation qui existe....

Dans le cas où  $\omega_z \neq 0$ , on obtient :

$$\begin{aligned} x &= -\frac{1}{\omega_z}(-v_p + \omega_z x_p - \omega_x z_p - \omega_x z) \\ y &= -\frac{1}{\omega_z}(-u_p + \omega_y z_p - \omega_z y_p - \omega_y z) \end{aligned}$$

#### A4 - Méthode d'intégration de Runge-Kutta 4

Soit l'équation différentielle suivante :

$$y'' = f(t, y, y') \quad (1)$$

dont la solution est la fonction  $y = \psi(t)$ . Alors,  $y_n = \psi(t_n)$  et  $y'_n = \psi'(t_n)$  et on cherche à estimer  $y_{n+1} = \psi(t_n + h)$  et  $y'_{n+1} = \psi'(t_n + h)$  connaissant  $y_n, y'_n$  à  $t_n$ .

Pour cela nous effectuons les développements limités de  $\psi$  au 5<sup>ème</sup> ordre :

$$\psi(t) = \psi(t_n) + (t-t_n) \cdot \psi'(t_n) + \frac{(t-t_n)^2}{2} \cdot \psi''(t_n) + \frac{(t-t_n)^3}{6} \cdot \psi^{(3)}(t_n) + \frac{(t-t_n)^4}{24} \cdot \psi^{(4)}(t_n) + O((t-t_n)^5)$$

(2)

On obtient donc une approximation de la fonction  $\psi$  par un polynôme de degré 4. Les conditions en  $t=t_n$  imposent :

$$\begin{aligned} \psi(t_n) &= y_n \\ \psi'(t_n) &= y'_n \\ \psi''(t_n) &= f(t_n, y_n, y'_n) \end{aligned}$$

(3)

Sont également effectués les développements limités de  $\psi'$  au 4<sup>ème</sup> ordre et de  $\psi''$  au 3<sup>ème</sup> ordre :

$$\psi'(t) = \psi'(t_n) + (t-t_n) \psi''(t_n) + \frac{(t-t_n)^2}{2} \psi^{(3)}(t_n) + \frac{(t-t_n)^3}{6} \psi^{(4)}(t_n) + O((t-t_n)^4)$$

(4)

$$\psi''(t) = \psi''(t_n) + (t-t_n) \psi^{(3)}(t_n) + \frac{(t-t_n)^2}{2} \psi^{(4)}(t_n) + O((t-t_n)^3)$$

(5)

Pour compléter l'approximation de la fonction, il faut réussir à exprimer  $\psi^3(t_n)$  et  $\psi^{(4)}(t_n)$ . Pour cela, on va chercher à exprimer les fonctions suivantes :

$$\psi''(t_n + h/2) = f(t_n + h/2, \psi(t_n + h/2), \psi'(t_n + h/2))$$

(6)

$$\psi''(t_n + h) = f(t_n + h, \psi(t_n + h), \psi'(t_n + h))$$

(7)

Les notations suivantes sont utilisées :

ANNEXES

$$f_0 = f(t_n, \psi(t_n), \psi'(t_n)) \quad (8)$$

$$f_{h/2} = f\left(t_n + \frac{h}{2}, \psi\left(t_n + \frac{h}{2}\right), \psi'\left(t_n + \frac{h}{2}\right)\right) \quad (9)$$

$$f_h = f(t_n + h, \psi(t_n + h), \psi'(t_n + h)) \quad (10)$$

Le développement limité de  $\psi''$  au troisième ordre, écrit dans l'équation (5), devient pour  $t = t_n + \frac{h}{2}$  et  $t = t_n + h$  :

$$\psi''\left(t_n + \frac{h}{2}\right) = \psi''(t_n) + \frac{h}{2} \psi^{(3)}(t_n) + \frac{h^2}{8} \psi^{(4)}(t_n) + O(h^3) \quad (11)$$

$$\psi''(t_n + h) = \psi''(t_n) + h \psi^{(3)}(t_n) + \frac{h^2}{2} \psi^{(4)}(t_n) + O(h^3) \quad (12)$$

d'où

$$4 h \psi^{(3)}(t_n) + h^2 \psi^{(4)}(t_n) = 8 \psi''(t_n) - 8 \psi''\left(t_n + \frac{h}{2}\right) + O(h^3) \quad (13)$$

$$2 h \psi^{(3)}(t_n) + h^2 \psi^{(4)}(t_n) = 2 \psi''(t_n) - 2 \psi''(t_n + h) + O(h^3) \quad (14)$$

soit

$$4 h \psi^{(3)}(t_n) + h^2 \psi^{(4)}(t_n) = 8 f_0 - 8 f_{h/2} + O(h^3) \quad (15)$$

$$2h\psi^{(3)}(t_n) + h^2\psi^{(4)}(t_n) = 2f_0 - 2f_h + O(h^3) \quad (16)$$

Ce qui est un système linéaire dont les inconnues sont  $h\psi^{(3)}(t_n)$  et  $h^2\psi^{(4)}(t_n)$  et donc la résolution amène à :

$$h\psi^{(3)}(t_n) = -3f_0 + 4f_{h/2} - f_h + O(h^3) \quad (17)$$

$$h^2\psi^{(4)}(t_n) = 4f_0 - 8f_{h/2} + 4f_h + O(h^3) \quad (18)$$

Reportons ces résultats dans le développement limité au 5<sup>e</sup> ordre effectué en (2) :

$$y_{n+1} = y_n + h y'_n + \frac{h^2}{6} [f_0 + 2f_{h/2}] + O(h^5) \quad (19)$$

$$y'_{n+1} = y'_n + \frac{h}{6} [f_0 + 4f_{h/2} + f_h] + O(h^4) \quad (20)$$

Qui n'est pas calculable directement car  $f_{h/2}$  et  $f_h$  ne sont pas connues. Pour estimer ces fonctions, les arguments sont développés au 3<sup>ème</sup> ordre à l'intérieur de  $f$ .

$$f_{h/2} = f\left(t_n + \frac{h}{2}\right) = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2} y'_n + \frac{h^2}{8} f_0, y'_n + \frac{h}{2} f_0 + \frac{h^2}{8} \psi^{(3)}(t_n)\right) + O(h^3) \quad (21)$$

$$f_h = f(t_n + h) = f\left(t_n + h, y_n + h \cdot y'_n + \frac{h^2}{2} f_0, y'_n + h f_0 + \frac{h^2}{2} \psi^{(3)}(t_n)\right) + O(h^3) \quad (22)$$

ANNEXES

Ces expressions font intervenir une fois de plus  $\psi^{(3)}$  n'est pas connue explicitement, cependant dans ce cas, un développement de  $h \cdot \psi^{(3)}$  au deuxième ordre suffit.

$$\psi''(t_n+h) = \psi''(t_n) + h\psi^{(3)}(t_n) + O(h^2) \quad (23)$$

soit

$$h\psi^{(3)} = \psi''(t_n+h) - \psi''(t_n) + O(h^2) \quad (24)$$

$$h\psi^{(3)} = f_h - f_0 + O(h^2) \quad (25)$$

Ce qui amène aux expressions des relations (21) et (22) :

$$f_{h/2} = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}y'_n + \frac{h^2}{8}f_0, y'_n + \frac{3}{8}hf_0 + \frac{h}{8}f_h\right) + O(h^3) \quad (26)$$

$$f_h = f\left(t_n + h, y_n + h \cdot y'_n + \frac{h^2}{2} \cdot f_0, y'_n + \frac{1}{2}hf_0 + \frac{h}{2}f_h\right) + O(h^3) \quad (27)$$

Posons alors :

$$K_1 = hf_0 \quad (28)$$

$$K_2 = hf_h = hf(t_n + h, y_n + h \cdot y'_n, y'_n + hf_0) \quad (29)$$

$$K_3 = f_{h/2} = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}(y'_n + \frac{1}{4}K_1), y'_n + \frac{3}{8}K_1 + \frac{1}{8}K_2\right) + O(h^3) \quad (30)$$

$$K_4 = f_h = f\left(t_n + h, y_n + h\left(y'_n + \frac{1}{2}K_1\right), y'_n + \frac{1}{2}K_1 + \frac{1}{2}K_2\right) + O(h^3) \quad (31)$$

où cette fois tous les termes sont connus au temps  $t_n$ , puis intégrons finalement ces notations dans les équations (19) et (20) :

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot y'_n + \frac{h}{6}(K_1 + 2K_3) \quad (32)$$

$$y'_{n+1} = y'_n + \frac{1}{6}(K_1 + 4K_3 + K_4) \quad (33)$$

Ce qui donne une approximation du pas de temps  $n+1$  en fonction du pas de temps  $n$  et de la fonction  $f$ . Cette méthode requiert quatre évaluations de la fonction  $f$  pour déterminer les valeurs de  $\psi$  et de sa dérivée au pas de temps suivant.

### En résumé :

Pour appliquer directement la méthode sans avoir à lire tous les développements précédents :

$$K_1 = h \cdot f(t_n, y_n, y'_n)$$

$$K_2 = h \cdot f\left(t_n + h, y_n + h \cdot y'_n, y'_n + K_1\right)$$

$$K_3 = h \cdot f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}(y'_n + 0,25 \cdot K_1), y'_n + 0,375 \cdot K_1 + 0,125 \cdot K_2\right)$$

$$K_4 = h \cdot f\left(t_n + h, y_n + h \cdot (y'_n + 0,5 \cdot K_1), y'_n + 0,5(K_1 + K_2)\right)$$

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot y'_n + \frac{h}{6}(K_1 + 2K_3)$$

## ANNEXES

$$y'_{n+1} = y'_n + \frac{1}{6}(K_1 + 4K_3 + K_4)$$

### A5 - Équations de Newton

#### Torseur cinétique

La résultante cinétique s'exprime par :

$$m \vec{V}(G) = m(\vec{V}(O) + \vec{\omega} \wedge \vec{OG}) \quad (1)$$

$$m \vec{V}(G) = m \vec{V}(O) - m \vec{OG} \wedge \vec{\omega} \quad (2)$$

Le moment cinétique en  $O$  s'écrit :

$$\vec{\sigma}(O) = \vec{\sigma}(G) + \vec{OG} \wedge m \vec{V}(G) \quad (3)$$

$$\vec{\sigma}(O) = \vec{\sigma}(G) + m \vec{OG} \wedge (\vec{V}(O) + \vec{\omega} \wedge \vec{OG}) \quad (4)$$

$$\vec{\sigma}(O) = \vec{\sigma}(G) + m \vec{OG} \wedge \vec{V}(O) - m \vec{OG} \wedge (\vec{OG} \wedge \vec{\omega}) \quad (5)$$

avec  $\vec{\sigma}(G)$  le moment dynamique exprimé en  $G$  :

$$\vec{\sigma}(G) = J \vec{\omega} \quad (6)$$

En posant :

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} mI & -mS(OG) \\ mS(OG) & J - mS(OG)^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Le tenseur cinétique sous forme matricielle s'écrit :

$$M \cdot \begin{bmatrix} V(O) \\ \omega \end{bmatrix} \quad (8)$$

### Tenseur dynamique

#### Résultante dynamique

$$\vec{\gamma}(G) = \frac{d}{dt} \vec{V}(G) = \frac{d}{dt} (\vec{V}(O) + \vec{\omega} \wedge \vec{OG}) \quad (9)$$

$$\vec{\gamma}(G) = \vec{\gamma}(O) - \vec{OG} \wedge \dot{\vec{\omega}} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{OG}) \quad (10)$$

Soit, sous forme matricielle :

$$\gamma(G) = \gamma(O) - s(OG)\dot{\omega} + s(\omega)^2 OG \quad (11)$$

#### Moment dynamique

La formule de transport des moments d'un tenseur s'applique également au tenseur dynamique, soit :

$$\vec{\delta}(O) = \vec{\delta}(G) + \vec{OG} \wedge m \vec{\gamma}(G) = \frac{d}{dt} \vec{\sigma}(G) + \vec{OG} \wedge m \vec{\gamma}(G) \quad (12)$$

Le moment cinétique en  $G$  s'exprime par :

$$\vec{\sigma}(G) = J \vec{\omega} \quad (13)$$

ANNEXES

d'où, en supposant la matrice d'inertie invariante dans le repère du corps,

$$\frac{d}{dt} \vec{\sigma}(G) = \mathbf{J} \dot{\vec{\omega}} + \vec{\omega} \wedge (\mathbf{J} \vec{\omega}) \quad (14)$$

$$\vec{\delta}(O) = \mathbf{J} \dot{\vec{\omega}} + m \vec{OG} \wedge (\vec{\gamma}(O) - \vec{OG} \wedge \dot{\vec{\omega}} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{OG})) + \vec{\omega} \wedge (\mathbf{J} \vec{\omega}) \quad (15)$$

$$\vec{\delta}(O) = \mathbf{J} \dot{\vec{\omega}} - m \vec{OG} \wedge (\vec{OG} \wedge \dot{\vec{\omega}}) + m \vec{OG} \wedge \vec{\gamma}(O) + m \vec{OG} \wedge [\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{OG})] + \vec{\omega} \wedge (\mathbf{J} \vec{\omega}) \quad (16)$$

Soit, sous forme matricielle :

$$\delta = (\mathbf{J} - m \mathbf{S}(OG)^2) \dot{\omega} + m \mathbf{S}(OG) \vec{\gamma}(O) + m \mathbf{S}(OG) \mathbf{S}(\omega)^2 OG + \mathbf{S}(\omega) \mathbf{J} \omega \quad (17)$$

Forme matricielle

La forme matricielle complète des équations de Newton s'écrit donc :

$$\mathbf{M} \begin{bmatrix} \gamma(O) \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m \mathbf{S}(\omega)^2 OG \\ m \mathbf{S}(OG) \mathbf{S}(\omega)^2 OG + \mathbf{S}(\omega) \mathbf{J} \omega \end{bmatrix} = \mathcal{Q} \quad (18)$$

$$\mathbf{M} \begin{bmatrix} \gamma(O) \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{S}(\mathbf{M}_{12} \omega) \\ 0 & -\mathbf{S}(\mathbf{M}_{22} \omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma(O) \\ \omega \end{bmatrix} = \mathcal{Q} \quad (19)$$

avec  $\mathcal{Q}$  le torseur des efforts extérieurs exprimé dans le repère du corps.

Jusqu'ici, les développements sont valables quel que soit le repère dans lequel sont exprimés l'ensemble des vecteurs, à partir du moment où tous sont exprimés dans le même repère. L'expression (19) est exprimée en fonction de l'accélération (en translation et en rotation) exprimée dans ce repère, or les inconnues du problème sont les positions en translation dans le repère Galiléen et les angles d'Euler exprimant la position du corps par rapport au repère Galiléen (ainsi que leur dérivées respectives).

L'accélération en translation s'écrit en fonction des paramètres choisis par :

$$\gamma(O) = \Omega_t \ddot{v} \quad (20)$$

Le vecteur vitesse de rotation instantanée s'exprime lui par :

$$\omega = \Omega_r \dot{\mu} \quad (21)$$

d'où

$$\dot{\omega} = \dot{\Omega}_r \dot{\mu} + \Omega_r \ddot{\mu} \quad (22)$$

L'expression de  $\Omega_t$  et de  $\Omega_r$  dépend du repère dans lequel sont écrites les équations. En particulier  $\Omega_t = I$  lorsque les équations sont écrites dans le repère Galiléen et  $\Omega_t = P^T$  lorsque les équations sont écrites dans le repère du corps.

L'équation (19) devient alors :

$$M \begin{bmatrix} \Omega_t^T & 0 \\ 0 & \Omega_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{v} \\ \ddot{\mu} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} mS(\omega)^2 OG - mS(OG) \dot{\Omega}_r \dot{\mu} \\ S(\omega) J \omega + (J - mS(OG)^2) \dot{\Omega}_r \dot{\mu} + mS(OG) S(\omega)^2 OG \end{bmatrix} = Q \quad (23)$$

Posons alors

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_t^T & 0 \\ 0 & \Omega_r \end{bmatrix} \quad (24)$$

et

ANNEXES

$$R = \begin{bmatrix} mS(\omega)^2 OG - mS(OG)\dot{\Omega}_r \dot{\mu} \\ S(\omega)J\omega + J\dot{\Omega}_r \dot{\mu} + mS(OG)S(\omega)^2 OG - mS(OG)^2 \dot{\Omega}_r \dot{\mu} \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$R = \begin{bmatrix} -S(M_{12}\omega)\omega + M_{12}\dot{\Omega}_r \dot{\mu} \\ -S(M_{22}\omega)\omega + M_{22}\dot{\Omega}_r \dot{\mu} \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$R = \begin{bmatrix} -S(M_{12}\omega)\Omega_r \dot{\mu} + M_{12}\dot{\Omega}_r \dot{\mu} \\ -S(M_{22}\omega)\Omega_r \dot{\mu} + M_{22}\dot{\Omega}_r \dot{\mu} \end{bmatrix} \quad (27)$$

Il vient :

$$M \Omega \begin{bmatrix} \ddot{v} \\ \ddot{\mu} \end{bmatrix} + R = Q \quad (28)$$

ou encore

$$M \Omega \ddot{q} + R = Q \quad (29)$$

La position du centre de gravité et de la matrice d'inertie sont en général connus (et souvent constants) dans le repère du corps, ce qui rend plus direct l'écriture de ces équations dans ce repère. Pour utiliser ces équations dans le repère Galiléen à partir de la connaissance de ces valeurs dans le repère du corps, il faut utiliser dans les développements :

$$O\vec{G}_{(g)} = P O\vec{G}_{(s)} \quad (30)$$

$$J_{(g)} = P J_{(s)} P^T \quad (31)$$

### A6 - Exemple de code C++ d'un modèle physique externe (DLL)

Le code suivant donne l'exemple du code d'une DLL utilisée pour un modèle physique (le fichier d'entête

n'est pas représenté). Sous une apparente complexité, seule la seconde partie du fichier est à modifier. La première partie correspond uniquement aux routines qui permettent d'utiliser et de générer la DLL et est commune à tous les modules externes.

Le calcul physique est réalisé dans la méthode `get_efforts()`.

```

//! Modèle hydrodynamique de coque

#include "hull.h"

//! Number of var exported
const int nvar = 4;

BOOL WINAPI DllMain(HINSTANCE hinstDLL, DWORD fdwReason, LPVOID
lpvReserved) {
    hull_models::iterator it;

    switch (fdwReason)
    {
        case DLL_PROCESS_ATTACH:
            // attach to process
            // return FALSE to fail DLL load
            break;

        case DLL_PROCESS_DETACH:
            // detach from process
            for (it=_models.begin() ; it!=_models.end() ; it++) {
                delete *it;
            }
            break;

        case DLL_THREAD_ATTACH:
            // attach to thread
            break;

        case DLL_THREAD_DETACH:
            // detach from thread
            break;
    }
    return TRUE; // succesful
}

//! Retourne les efforts du modèle dans le repère local
DLL_EXPORT bool GetEfforts(void *hdl, double &fx, double &fy,
double &fz, double &mx, double &my, double &mz) {
    hull_model *model;
    model = reinterpret_cast<hull_model*>(hdl);

```

## ANNEXES

```

    return model->get_efforts (fx, fy, fz, mx, my, mz);
}

DLL_EXPORT void* GetHandle() {
    hull_model *model;
    model = new hull_model();
    _models.push_back(model);
    return model;
}

//! Retourne les informations sur les variables exportées par la dll
DLL_EXPORT bool GetVar(void *hdl, int index, int &type, char& flag,
char* name, char* description, void **ptr) {
    hull_model *model;
    model = reinterpret_cast<hull_model*>(hdl);
    return model->get_var(index, type, flag, name, description, ptr);
}

//! Retourne le nombre de variables exportées par la dll
DLL_EXPORT int GetVarCount() {
    return nvar;
}

//===== [ hull_model ] =====

// Initialisation
hull_model::hull_model() {
    _Vx = 0;
    _Vy = 0;
    _Vrot = 0;
}

// Calcul du torseur des efforts pour le modèle physique
bool hull_model::get_efforts(double &fx, double &fy, double &fz,
double &mx, double &my, double &mz) {

    fx = fy = fz = mx = my = mz = 0.0;

    La méthode de calcul du modèle est implémentée ici

}

// Retourne la description des variables utilisées par le modèle
bool hull_model::get_var(int index, int &type, char& flag, char*
name, char* description, void **ptr) {
    bool result = false;

```

```
if (index <= nvar) {
  result = true;
  switch (index)
  {
    case 1 :
      type = VAR_DOUBLE;
      *ptr = &_Vx;
      flag = 0;
      strcpy(name, "Vx");
      strcpy(description, "Longitudinal speed expressed into
hull frame [m/s]");
      break;
    case 2:
      type = VAR_DOUBLE;
      *ptr = &_Vy;
      strcpy(name, "Vy");
      strcpy(description, "Transversal speed expressed into
hull frame [m/s]");
      break;
    case 3:
      type = VAR_DOUBLE;
      *ptr = &_Vrot;
      strcpy(name, "Vrot");
      strcpy(description, "Rotational speed around z axis
expressed into hull frame [rad/s]");
      break;
    case 4:
      type = VAR_DOUBLE;
      *ptr = &_disp;
      flag = 0;
      strcpy(name, "Disp");
      strcpy(description, "Hull displacement [m3]");
      break;

    default:
      result = false;
  }
}
return result;
}
```