

**Module name:** Bewegingen en sturen

**Module code:** MT512-1

**Date:** oktober 2003

**TU Delft**  
Faculteit, 3mE

Prof. ir. J. Gerritsma



## INHOUD.

1. De bewegingsvergelijkingen.
  - 1.1. De vergelijkingen van Euler.
    - 1.1.1. De vergelijkingen van Euler voor het geval dat G niet samenvalt met de oorsprong van het lichaamsvaste assenstelsel.
  - 1.2. Verband tussen een richtingsvast assenstelsel en een assenstelsel dat roterende bewegingen uitvoert.
  - 1.3. Bewegingsvergelijkingen voor het sturen en manoeuvreren.
  - 1.4. Stabiliteitsonderzoek.
    - 1.4.1. Stabiliteitscriteria.
  - 1.5. Het oplossen van de bewegingsvergelijkingen.
    - 1.5.1. Laplace transformatie.
    - 1.5.2. Oplossing van twee gekoppelde vergelijkingen; afleiding van de formules van Nomoto.
    - 1.5.3. De beweging bij harmonische excitatie.
2. Niet lineaire bewegingsvergelijkingen.
  - 2.1. Het niet-lineaire model van Abkowitz.
  - 2.2. Niet lineaire modellen ten behoeve van simulatie.
    - 2.2.1. Het model van Nomoto.
    - 2.2.2. Het model van Eda.
3. Bepaling van de coëfficiënten van de bewegingsvergelijkingen.
  - 3.0. Inleiding.
  - 3.1. Berekening van de hydrodynamische afgeleiden voor het lineaire geval.
    - 3.1.1. De invloed van scheggen en roeren.
    - 3.1.2. De hydrodynamische afgeleiden van een zeiljacht.
  - 3.2. Experimentele bepaling van de hydrodynamische afgeleiden.
    - 3.2.1. Meettechniek in verband met ruisverschijnselen.
    - 3.2.2. Enkele aspecten van de bepaling van niet-lineaire afgeleiden.
4. Het gestuurde schip.
  - 4.1. Inleiding.
  - 4.2. Sturen in zeegang.

5. Stoppen en versnellen van schepen.
  - 5.1. Inleiding.
  - 5.2. Berekening van de stopweg.
    - 5.2.1. Eerste methode.
    - 5.2.2. Bepaling van de stopweg met behulp van modelproefgegevens, Tweede methode.
    - 5.2.3. Enkele berekeningsresultaten.
  
6. De invloed van vaarwater beperkingen op de stureigenschappen van schepen.
  - 6.1. Inleiding.
  - 6.2. Sturen in ondiep water en in kanalen.
  - 6.3. Draaicapaciteit van schepen in ondiep water.
  - 6.4. Bepaling van kanaaldoorsneden.
    - 6.4.1. Inleiding.
    - 6.4.2. Maximaal toelaatbare scheepsgrootte in verband met kanaalafmetingen.
  - 6.5. Passeren in een kanaal.
  
7. Simulatie.
  - 7.1. Inleiding.
  - 7.2. Geschiedenis.
    - 7.2.1. Vluchtsimulator.
    - 7.2.2. Scheepsmanoeuvresimulator (SMS).
  - 7.3. Algemene beschrijving van scheepsmanoeuvresimulatoren.
    - 7.3.1. Hoofdonderdelen.
  - 7.4. Toepassing SMS.
    - 7.4.1. Training.
    - 7.4.2. Research met SMS.
  - 7.5. Andere simulatoren.
  - 7.6. Simulatie experiment op het gebied van het sturen van schepen.

## 1. De bewegingsvergelijkingen.

### 1.1. De vergelijkingen van Euler.

Schepen onderscheiden zich in 't algemeen van andere drijvende constructies door de langgerekte, slanke vorm: breedte en diepgang zijn klein ten opzichte van de lengte van het schip. De zogenaamde "slenderbody" theorie veronderstelt zelfs dat breedte en diepgang beide één orde kleiner zijn dan de lengte. Bij het opstellen van de bewegingsvergelijkingen voor een schip in zee-gang of bij het uitvoeren van manoeuvres in het horizontale vlak kunnen daardoor soms vereenvoudigingen toegepast worden, die niet voor alle drijvende constructies gelden.

In het volgende worden deze vereenvoudigingen voorlopig niet toegepast, tenzij dat nadrukkelijk wordt vermeld.

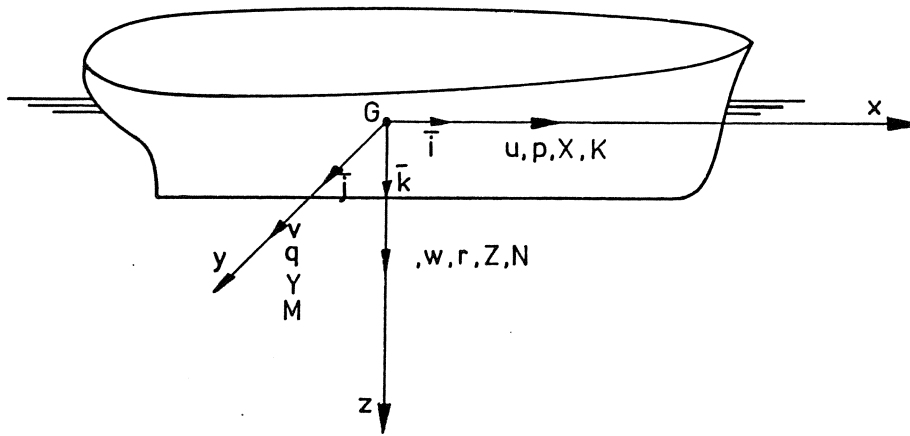
Kortheidshalve wordt soms van een "schip" gesproken als ook andere drijvende constructies bedoeld worden, als tenminste geen verwar-ring mogelijk is.

Uitgegaan wordt van een rechtsdraaiend assenstelsel  $x, y, z$  dat vast aan het schip is verbonden en waarvan de oorsprong samenvalt met het gewichtszwaartepunt  $G$  van de constructie, zie Figuur 1.1.

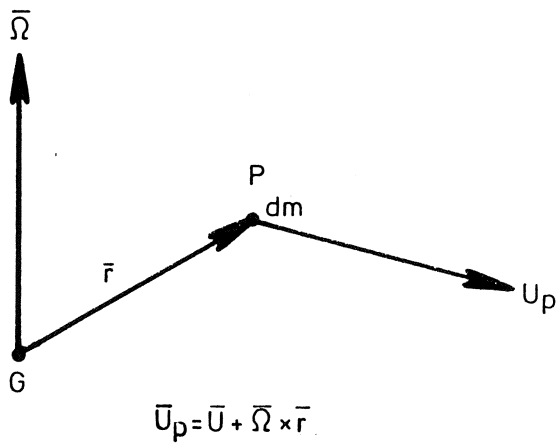
Het  $xz$  vlak valt samen met het symmetrie vlak (als dat er is) en de  $y$ -as staat daar loodrecht op.

De componenten van de snelheid  $\bar{U}$  van het zwaartepunt, van de hoek-snelheid  $\bar{\Omega}$ , van de kracht  $\bar{F}$  en van het moment  $\bar{M}$ , die op het schip werken, zijn hieronder aangegeven:

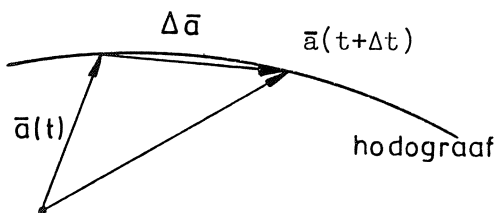
$$\begin{aligned}\bar{U} &= \bar{i}u + \bar{j}v + \bar{k}w \\ \bar{\Omega} &= \bar{i}p + \bar{j}q + \bar{k}r \\ \bar{F} &= \bar{i}X + \bar{j}Y + \bar{k}Z \\ \bar{M} &= \bar{i}K + \bar{j}M + \bar{k}N\end{aligned}\tag{1.1.}$$



Figuur 1.1: Assenstelsel  $G, x, y, z$ .



Figuur 1.2: Snelheid van een punt P.



Figuur 1.3: Afgeleide van  $\bar{a}$

De bewegingsvergelijkingen volgen uit de 2e wet van Newton:  
 Voor het krachten evenwicht geldt:

$$\bar{F} = \frac{d}{dt} (m\bar{U}) \quad (1.2.)$$

Hierin is  $m\bar{U}$  de impuls van het lichaam. Verondersteld wordt dat de massa  $m$  als constant aangenomen mag worden, omdat het verbruik van voorraden (olie, water e.d.) relatief zeer gering is, in een tijdsbestek dat vergelijkbaar is met van belang zijnde perioden en tijdsconstanten van de bewegingen.

Analoog geldt dat het moment van de krachten die op een lichaam werken gelijk is aan de fluxie van het impuls moment  $\bar{H}$ .

Dus:

$$\bar{M} = \frac{d}{dt} (\bar{H}) \quad (1.3.)$$

$$\text{waarin: } \bar{H} = \int_m \bar{r} \times \bar{U}_p \, dm \quad (1.4.)$$

$U_p$  is de snelheid van een punt  $P$  (massa element  $dm$ ) van het schip, waarbij  $\overline{GP} = \bar{r}$ , zie Figuur 1.2.

Blijkbaar geldt:

$$\bar{U}_p = \bar{U} + \bar{\Omega} \times \bar{r} \quad (1.5.)$$

De afgeleiden  $\frac{d}{dt} (m\bar{U})$  en  $\frac{d}{dt} (\bar{H})$  worden nu uitgedrukt in grootheden die behoren bij een roterend assenstelsel (hoeksnelheid  $\bar{\Omega}$ ). In het algemeen geldt voor de vector  $\bar{a}$  :

$$\frac{d\bar{a}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\bar{a}(t + \Delta t) - \bar{a}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{a}}{\Delta t}$$

Blijkbaar is  $\frac{d\bar{a}}{dt}$  de snelheid van het uiteinde van de vector  $\bar{a}$ , gericht volgens de raaklijn aan de hodograaf, zie Figuur 1.3.

In een met hoeksnelheid  $\bar{\Omega}$  roterend assenstelsel wordt de afgeleide van  $\bar{a}$  naar  $t$  uitgedrukt in de tijdsafhankelijke veranderingen van de componenten van  $\bar{a}$  langs de assen, dus:

$$\frac{d\bar{a}}{dt} = \frac{d}{dt} (\bar{i}a_x + \bar{j}a_y + \bar{k}a_z)$$

$$\frac{d\bar{a}}{dt} = a_x \frac{d\bar{i}}{dt} + a_y \frac{d\bar{j}}{dt} + a_z \frac{d\bar{k}}{dt} + \bar{i} \frac{da_x}{dt} + \bar{j} \frac{da_y}{dt} + \bar{k} \frac{da_z}{dt}$$

Nu is, volgens het voorgaande:

$$\frac{d\bar{i}}{dt} = \bar{\omega} \times \bar{i}, \quad \frac{d\bar{j}}{dt} = \bar{\omega} \times \bar{j}, \quad \frac{d\bar{k}}{dt} = \bar{\omega} \times \bar{k},$$

want dat zijn de snelheden van de uiteinden van respectievelijk de vectoren  $\bar{i}$ ,  $\bar{j}$  en  $\bar{k}$  bij een rotatie  $\bar{\omega}$  van het assenstelsel.

Er geldt dus:

$$\frac{d\bar{a}}{dt} = \bar{i} \frac{da_x}{dt} + \bar{j} \frac{da_y}{dt} + \bar{k} \frac{da_z}{dt} + \bar{\omega} \times (\bar{i}a_x + \bar{j}a_y + \bar{k}a_z)$$

of:

$$\frac{d\bar{a}}{dt} = \frac{\partial \bar{a}}{\partial t} + \bar{\omega} \times \bar{a} \quad (1.6.)$$

Hierin is:  $\frac{d\bar{a}}{dt}$  de tijdsafgeleide van  $\bar{a}$  in een ruimte vast assenstelsel en  $\frac{\partial \bar{a}}{\partial t}$  is de tijdsafgeleide ten opzichte van het, aan het bewegende lichaam verbonden assenstelsel.

Uit (1.2.) volgt nu:

$$\bar{F} = \frac{d}{dt} (m\bar{U}) = \frac{\partial}{\partial t} (m\bar{U}) + \bar{\omega} \times (m\bar{U}) \quad (1.7.)$$

Hierin is:

$$\bar{\omega} \times m\bar{U} = m [\bar{i}(qw - rv) + \bar{j}(ru - pw) + \bar{k}(pv - qu)] ,$$

zodat vergelijking (1.7.) in componenten uitgeschreven luidt:

$$\begin{aligned} X &= m(\dot{u} + qw - rv) \\ Y &= m(\dot{v} + ru - pw) \\ Z &= m(\dot{w} + pv - qu) \end{aligned} \quad (1.8.)$$

Analoog volgt uit de momenten vergelijking (1.3.):



$$\bar{M} = \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} + \bar{\Omega} \times \bar{H} \quad (1.9.)$$

met:

$$\bar{H} = \int_m \bar{r} \times (\bar{U} + \bar{\Omega} \times \bar{r}) \, dm$$

of:

$$\bar{H} = \int_m (\bar{r} \times \bar{U}) \, dm + \int_m \bar{r} \times (\bar{\Omega} \times \bar{r}) \, dm \quad (1.10.)$$

De eerste term van  $\bar{H}$  is gelijk aan nul, want de snelheid  $\bar{U}$  is constant voor alle massa-deeltjes  $dm$  en het moment van alle massa-deeltjes ten opzichte van de oorsprong van het assenstelsel  $G$  is nul, omdat  $G$  het zwaartepunt is van het schip of de drijvende constructie.

De tweede term is een vector triple product.

Hiervoor geldt het volgende:

$$\bar{a} \times (\bar{b} \times \bar{c}) = (\bar{a} \cdot \bar{c}) \bar{b} - (\bar{a} \cdot \bar{b}) \bar{c}$$

Vergelijking (1.10.) kan daarmee als volgt geschreven worden:

$$\bar{H} = \int_m (\bar{r} \cdot \bar{r}) \bar{\Omega} \, dm - \int_m (\bar{r} \cdot \bar{\Omega}) \bar{r} \, dm \quad (1.11.)$$

of:

$$\bar{H} = \bar{\Omega} \int_m (x^2 + y^2 + z^2) \, dm - \int_m \bar{r} (px + qy + rz) \, dm$$

en:

$$\begin{aligned} \bar{H} = & \int_m p(x^2 + y^2 + z^2) \, dm - \int_m px^2 \, dm - \int_m qxy \, dm - \int_m rxz \, dm + \\ & + \int_m q(x^2 + y^2 + z^2) \, dm - \int_m pyx \, dm - \int_m qy^2 \, dm - \int_m ryz \, dm + \\ & + \int_m r(x^2 + y^2 + z^2) \, dm - \int_m pzx \, dm - \int_m qzy \, dm - \int_m rz^2 \, dm \end{aligned}$$

Hieruit volgen tenslotte de componenten van  $\bar{H}$ :

$$\begin{aligned}
H_x &= p \int_m (y^2 + z^2) dm - q \int_m xy dm - r \int_m xz dm \\
H_y &= -p \int_m xy dm + q \int_m (x^2 + z^2) dm - r \int_m yz dm \quad (1.12.) \\
H_z &= -p \int_m xz dm - q \int_m yz dm + r \int_m (x^2 + y^2) dm
\end{aligned}$$

In deze uitdrukkingen komen de massatraagheidsmomenten en de centrifugaalmomenten van de constructie ten opzichte van de coördinaat assen  $x, y$  en  $z$  voor.

(Engels: moment of inertia, product of inertia)

Deze zijn als volgt gedefinieerd:

$$\begin{aligned}
I_{xx} &= \int_m (y^2 + z^2) dm, & I_{yy} &= \int_m (x^2 + z^2) dm, \\
I_{zz} &= \int_m (x^2 + y^2) dm & & (1.13.)
\end{aligned}$$

en:

$$\begin{aligned}
I_{xy} &= - \int_m xy dm = I_{yx} \\
I_{yz} &= - \int_m yz dm = I_{zy} \quad (1.14.) \\
I_{zx} &= - \int_m xz dm = I_{xz}
\end{aligned}$$

N.B.: Voor het geval van de centrifugaalmomenten zijn in de definities min-tekens geïntroduceerd.

De vergelijkingen (1.12.) kunnen ook als volgt geschreven worden:

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (1.15.)$$

Als het assenstelsel zodanig gekozen wordt dat de centrifugaal momenten nul zijn, dan zijn de drie coördinaat assen de zogenaamde hoofdtraagheidsassen. Als een lichaam roteert om een hoofdtraagheidsas, dan is de richting van de impulsmomentvector gelijk aan de richting van de hoeksnelheidsvector:

dus:

$$\bar{H} = I\bar{\Omega} \quad (1.16.)$$

waarin  $I$  een scalaire grootte is.

Met (1.15.) en (1.16.) vindt men dan:

$$I_{xx}p + I_{xy}q + I_{xz}r = Ip$$

$$I_{yx}p + I_{yy}q + I_{yz}r = Iq$$

$$I_{zx}p + I_{zy}q + I_{zz}r = Ir$$

of:

$$(I_{xx} - I)p + I_{xy}q + I_{xz}r = 0$$

$$I_{yx}p + (I_{yy} - I)q + I_{yz}r = 0 \quad (1.17.)$$

$$I_{zx}p + I_{zy}q + (I_{zz} - I)r = 0$$

De hoofdtraagheidsassen worden gevonden door de determinant van de coëfficiënten van  $p, q$  en  $r$  nul te stellen:

$$\begin{vmatrix} I_{xx} - I & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} - I & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} - I \end{vmatrix} = 0 \quad (1.18.)$$

Dit levert een derde graadsvergelijking in  $I$  waaruit 3 waarden voor  $I$  resulteren:  $I_1, I_2$  en  $I_3$ .

Substitutie van bijvoorbeeld  $I_1$  in (1.17.) geeft de verhoudingen  $p : q : r$ , waaruit de richting van  $\bar{\Omega}$  en de met  $I_1$  corresponderende richting van de hoofdtraagheidsas volgt. Evenzo voor  $I_2$  en  $I_3$ .

Voor een lichaam dat één symmetrie vlak bezit, bijvoorbeeld het  $xz$  vlak bij een schip, geldt:

$$I_{yx} = I_{xy} = I_{yz} = I_{zy} = 0.$$

In verband met de langgerekte vorm van schepen en van sommige drijvende offshore constructies, zoals pontons, is de horizontale as door G, gelegen in het symmetrie vlak met goede benadering als een hoofdtraagheidsas te beschouwen. De tweede hoofdtraagheidsas staat loodrecht op het symmetrievlak (y-as) en de derde hoofdtraagheidsas staat loodrecht op het xy vlak (z-as).

Voor een lichaam waarvan xz een symmetrie vlak is, geldt:

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ I_{xz} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (1.19.)$$

Als bovendien de x-as en de z-as hoofdtraagheidsassen zijn dan is tevens:  $I_{xz} = I_{zx} = 0$  en dus:

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (1.20.)$$

Bij sommige drijvende constructies, zoals boorplatforms is geen symmetrie vlak aanwezig en bovendien zijn lengte, breedte en hoogte vaak van dezelfde orde van grootte.

In dergelijke gevallen kan men de hoofdtraagheidsassen bepalen met behulp van (1.17.) en (1.18.).

Tenzij anders vermeld wordt in het volgende verondersteld dat  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$  en  $I_{zz}$  de hoofdmassatraagheidsmomenten zijn.

Uit:

$$\bar{M} = \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} + \bar{\Omega} \times \bar{H} \quad (1.9.)$$

volgt nu met (1.20.):

$$\begin{aligned} K &= I_{xx} \dot{p} - (I_{yy} - I_{zz})qr \\ M &= I_{yy} \dot{q} - (I_{zz} - I_{xx})rp \\ N &= I_{zz} \dot{r} - (I_{xx} - I_{yy})pq \end{aligned} \quad (1.21.)$$

waarbij gebruik gemaakt is van de betrekking:

$$\bar{\Omega} \times \bar{H} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ p & q & r \\ I_{xx}p & I_{yy}q & I_{zz}r \end{vmatrix}$$

De vergelijkingen (1.8.) en (1.21.) zijn de bewegingsvergelijkingen van Euler voor een lichaam met 6 graden van vrijheid.

1.1.1. De vergelijkingen van Euler voor het geval dat G niet samenvalt met de oorsprong van het lichaamsvaste assenstelsel.

Het biedt soms voordelen om de oorsprong van het lichaamsvaste assenstelsel niet met G te laten samenvallen, maar een ander punt O te kiezen. Dat kan zich voordoen als bijvoorbeeld een aantal beladingstoestanden van één scheepsvorm beschouwd worden. De ligging van het gewichtszwaartepunt kan dan variëren, waarbij de vorm van het schip dezelfde blijft, evenals de hydrodynamische krachten en momenten, die op het schip werken.

Stel nu dat de plaatsvector van het punt O gelijk is aan:

$$\overline{OG} = \bar{r}_G = \bar{i}x_G + \bar{j}y_G + \bar{k}z_G$$

De snelheid in het punt G is dan:

$$\bar{u}_G = \bar{u} + \frac{d}{dt} \bar{r}_G = \bar{u} + \dot{\bar{r}}_G \quad (1.22.)$$

Hierin is  $\bar{u}$  de snelheid van het punt O; omdat  $\bar{r}_G$  vast verbonden is aan het schip is de modulus van deze vector constant. Verandering van  $\bar{r}_G$  kan slechts ontstaan door de rotatie  $\bar{\Omega}$ :

$$\dot{\bar{r}}_G = \bar{\Omega} \times \bar{r}_G = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ p & q & r \\ x_G & y_G & z_G \end{vmatrix}$$

Er geldt dan:

$$\bar{\mathbf{U}}_G = \bar{\mathbf{U}} + \bar{\boldsymbol{\Omega}} \times \bar{\mathbf{r}}_G \quad (1.23.)$$

De bewegingsvergelijkingen worden nu gevonden uit de volgende betrekkingen:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{F}} &= m \frac{d}{dt} (\bar{\mathbf{U}} + \bar{\boldsymbol{\Omega}} \times \bar{\mathbf{r}}_G) \\ \bar{\mathbf{F}} &= m [\dot{\bar{\mathbf{U}}} + \dot{\bar{\boldsymbol{\Omega}}} \times \bar{\mathbf{r}}_G + \bar{\boldsymbol{\Omega}} \times \dot{\bar{\mathbf{r}}}_G] \end{aligned} \quad (1.24.)$$

Nu is:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\mathbf{U}}} &= \frac{\partial \bar{\mathbf{U}}}{\partial t} + \bar{\boldsymbol{\Omega}} \times \bar{\mathbf{U}} = \bar{i} (\dot{u} + qw - rv) + \bar{j} (\dot{v} + ru - pw) + \\ &\quad + \bar{k} (\dot{w} + pv - qu) \end{aligned}$$

$$\dot{\bar{\boldsymbol{\Omega}}} = \frac{\partial \bar{\boldsymbol{\Omega}}}{\partial t} + \bar{\boldsymbol{\Omega}} \times \bar{\boldsymbol{\Omega}} = \bar{i}\dot{p} + \bar{j}\dot{q} + \bar{k}\dot{r}, \text{ want } \bar{\boldsymbol{\Omega}} \times \bar{\boldsymbol{\Omega}} = 0$$

$$\dot{\bar{\mathbf{r}}}_G = \bar{\boldsymbol{\Omega}} \times \bar{\mathbf{r}}_G = \bar{i} (qz_G - ry_G) + \bar{j} (rx_G - pz_G) + \bar{k} (py_G - qx_G)$$

Verder is:

$$\dot{\bar{\boldsymbol{\Omega}}} \times \bar{\mathbf{r}}_G = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \dot{p} & \dot{q} & \dot{r} \\ x_G & y_G & z_G \end{vmatrix}$$

en:

$$\bar{\boldsymbol{\Omega}} \times \dot{\bar{\mathbf{r}}}_G = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ p & q & r \\ qz_G - ry_G & rx_G - pz_G & py_G - qx_G \end{vmatrix}$$

Met (1.24) kan men nu de drie componenten van  $\bar{\mathbf{F}}$  opschrijven:

$$\begin{aligned} X &= m [\dot{u} + qw - rv - x_G(q^2 + r^2) + y_G(pq - \dot{r}) + z_G(pr + \dot{q})] \\ Y &= m [\dot{v} + ru - pw - y_G(r^2 + p^2) + z_G(qr - \dot{p}) + x_G(qp + \dot{r})] \\ Z &= m [\dot{w} + pv - qu - z_G(p^2 + q^2) + x_G(rp - \dot{q}) + y_G(rq + \dot{p})] \end{aligned} \quad (1.25.)$$

In vergelijking met de analoge uitdrukkingen (1.8.) vindt men additionele termen waarin de coördinaten  $x_G$ ,  $y_G$  en  $z_G$  voorkomen. Als deze alle nul zijn dan stemmen (1.25.) en (1.8.) geheel overeen.

De momentenvergelijking, voor het geval dat G en O niet samenval-  
len, wordt op analoge wijze afgeleid.

Uitgegaan wordt van de vergelijking:

$$\bar{M}_G \text{ (t.o.v. G)} = \frac{d}{dt} (\bar{H}_G) \text{ (t.o.v. G)} \quad (1.26.)$$

Het moment ten opzichte van O is gelijk aan het moment ten opzichte van G vermeerderd met het moment veroorzaakt door de kracht  $\bar{F}$  in G, dus:

$$\bar{M} = \bar{M}_G + \bar{r}_G \times \bar{F} \quad (1.26a.)$$

Hieruit volgt:

$$\bar{M}_G = \bar{M} - \bar{r}_G \times \bar{F}$$

Het impulsmoment ten opzichte van O is gelijk aan dat in G ver-  
meerderd met het impulsmoment veroorzaakt door de beweging van G  
ten opzichte van O. Die vermeerdering van het impulsmoment is nu:

$$\bar{r}_G \times m\dot{\bar{r}}_G = \bar{r}_G \times (m\bar{\Omega} \times \bar{r}_G),$$

zodat de momentenvergelijking wordt:

$$\bar{M}_G = \bar{M} - \bar{r}_G \times \bar{F} = \frac{d}{dt} (\bar{H}_G) = \frac{d}{dt} [\bar{H} - m\bar{r}_G \times (\bar{\Omega} \times \bar{r}_G)] \quad (1.27.)$$

Nu is:

$$\bar{r}_G \times \bar{F} = \bar{r}_G \times m \frac{d}{dt} (U_G) = \bar{r}_G \times m \frac{d}{dt} (\bar{U} + \bar{\Omega} \times \bar{r}_G)$$

Substitutie van deze uitdrukking en (1.27.) in (1.26a.) levert:

$$\begin{aligned} \bar{M} = \frac{d\bar{H}}{dt} - m\bar{r}_G \times \frac{d}{dt} (\bar{\Omega} \times \bar{r}_G) - m \frac{d\bar{r}_G}{dt} \times (\bar{\Omega} \times \bar{r}_G) + \\ + m\bar{r}_G \times \frac{d}{dt} (\bar{U} + \bar{\Omega} \times \bar{r}_G). \end{aligned}$$

De derde term van deze vergelijking is nul, want:

$$\frac{d\bar{r}_G}{dt} = \bar{\Omega} \times \bar{r}_G \quad \text{en} \quad (\bar{\Omega} \times \bar{r}_G) \times (\bar{\Omega} \times \bar{r}_G) = 0$$

Men vindt dan:

$$\bar{M} = \frac{d\bar{H}}{dt} + m\bar{r}_G \times \frac{d\bar{U}}{dt} \quad (1.28.)$$

Nu is (zie ook (1.8.)):

$$\bar{r}_G \times \frac{d\bar{U}}{dt} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ x_G & y_G & z_G \\ \dot{u} + qw - rv & \dot{v} + ru - pw & \dot{w} + pv - qu \end{vmatrix}$$

en:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{H}}{dt} &= \bar{i} [I_{xx}\dot{p} - (I_{yy} - I_{zz})qr] + \\ &+ \bar{j} [I_{yy}\dot{q} - (I_{zz} - I_{xx})rp] + \\ &+ \bar{k} [I_{zz}\dot{r} - (I_{xx} - I_{yy})pq] . \end{aligned}$$

Met (1.28.) volgt dan tenslotte voor de componenten van het moment:

$$\begin{aligned} K &= I_{xx}\dot{p} - (I_{yy} - I_{zz})qr + m [y_G(\dot{w} + pv - qu) - z_G(\dot{v} + ru - pw)] \\ M &= I_{yy}\dot{q} - (I_{zz} - I_{xx})rp + m [z_G(\dot{u} + qw - rv) - x_G(\dot{w} + pv - qu)] \\ N &= I_{zz}\dot{r} - (I_{xx} - I_{yy})pq + m [x_G(\dot{v} + ru - pw) - y_G(\dot{u} + qw - rv)] \end{aligned} \quad (1.29.)$$



## 1.2. Verband tussen een richtingsvast assenstelsel en een assenstelsel dat roterende bewegingen uitvoert.

Bij het bestuderen van het gedrag van een schip in golven wordt over het algemeen een ruimte vast of een richting vast assenstelsel gebruikt. Bij stuur- en manoeuvreerproblemen gebruikt men een assenstelsel dat vast aan het schip of aan de drijvende constructie is verbonden.

Het gebruik van twee systemen voor één probleem:

de beweging van een drijvende constructie in water, lijkt vreemd, maar is te verklaren doordat bij de analyse van de bewegingen in golven de zwaartekracht een grote rol speelt (stabiliteit, gemiddelde oriëntatie van de drijvende constructie, golfvorming) terwijl bij bewegingen in het horizontale vlak (sturen, manoeuvreren, dynamisch positioneren) de hydrodynamische krachten vaak niet sterk afhangen van de oriëntatie ten opzichte van de richting van de zwaartekracht of van één richting.

Het verband tussen assenstelsels die vast aan drijvende constructies zijn verbonden en ruimtevaste- of richtingsvaste assenstelsels is van belang voor die gevallen waarbij 6 graden van vrijheid optreden.

Gebruikt wordt een assentransformatie volgens Euler, waarbij eenvoudigheidshalve verondersteld wordt dat de oorsprong O van het lichaamsvaste assenstelsel en van het richtingsvaste assenstelsel samenvalt met het gewichtszwaartepunt G.

De hoekverdraaiing wordt nu als volgt gedefinieerd, zie Figuur 1.4.:

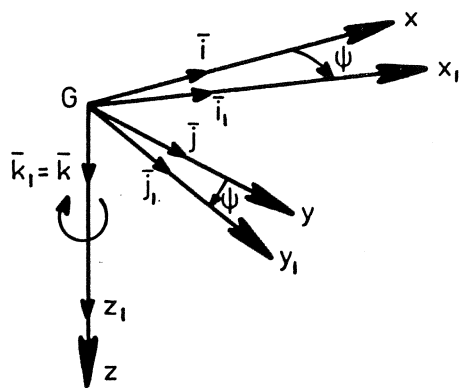
De volgorde waarin de rotaties worden aangebracht is van belang: bij wijziging daarvan ontstaat bij dezelfde grootte van de verdraaiingen een andere stand van het beschouwde object. De verdraaiingen vinden niet plaats om onderling loodrechte assen.

Uit Figuur 1.5. volgt voor de verdraaiing om de z-as:

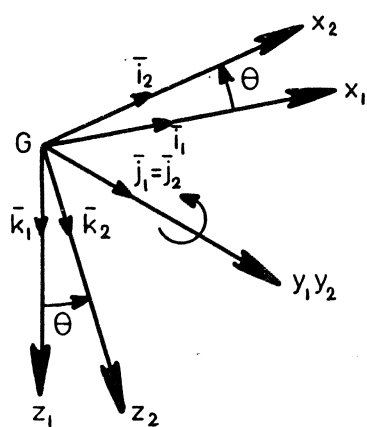
$$\bar{i} = (\bar{i} \cdot \bar{i}_1) \bar{i}_1 + (\bar{i} \cdot \bar{j}_1) \bar{j}_1 + (\bar{i} \cdot \bar{k}_1) \bar{k}_1 = \bar{i}_1 \cos \psi - \bar{j}_1 \sin \psi$$

$$\bar{j} = (\bar{j} \cdot \bar{i}_1) \bar{i}_1 + (\bar{j} \cdot \bar{j}_1) \bar{j}_1 + (\bar{j} \cdot \bar{k}_1) \bar{k}_1 = \bar{i}_1 \sin \psi + \bar{j}_1 \cos \psi$$

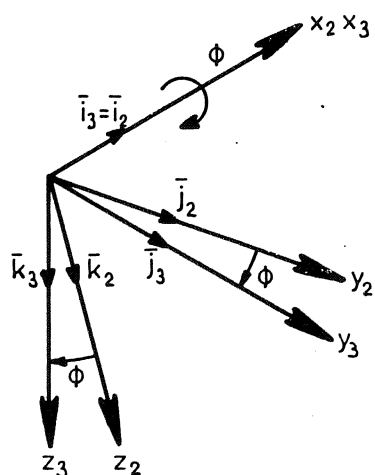
$$\bar{k} = (\bar{k} \cdot \bar{i}_1) \bar{i}_1 + (\bar{k} \cdot \bar{j}_1) \bar{j}_1 + (\bar{k} \cdot \bar{k}_1) \bar{k}_1 = \bar{k}_1$$



draaiing  $\psi$  om  $z_1$ -as:  
stand assenkruis  $x_1 y_1 z_1$

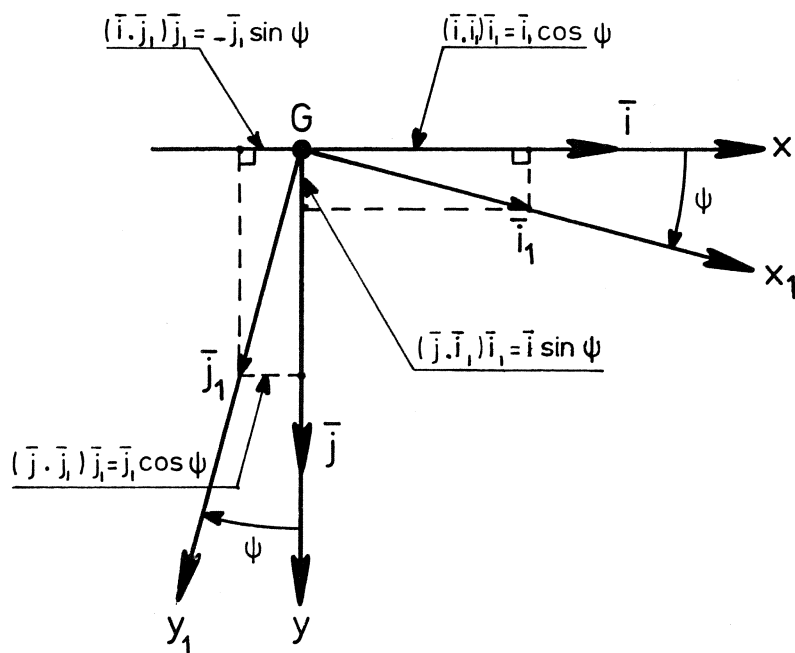


draaiing  $\theta$  om  $y_1$ -as:  
stand assenkruis  $x_2 y_2 z_2$



draaiing  $\phi$  om  $x_2$ -as:  
stand assenkruis  $x_3 y_3 z_3$

Figuur 1.4: Rotatie assenkruis.



Figuur 1.5: Transformatie van assenstelsels.

Evenzo voor de draaiing om de y-as:

$$\bar{i}_1 = (\bar{i}_1 \cdot \bar{i}_2) \bar{i}_2 + (\bar{i}_1 \cdot \bar{j}_2) \bar{j}_2 + (\bar{i}_1 \cdot \bar{k}_2) \bar{k}_2 = \bar{i}_2 \cos \theta + \bar{k}_2 \sin \theta$$

$$\bar{j}_1 = (\bar{j}_1 \cdot \bar{i}_2) \bar{i}_2 + (\bar{j}_1 \cdot \bar{j}_2) \bar{j}_2 + (\bar{j}_1 \cdot \bar{k}_2) \bar{k}_2 = \bar{j}_2$$

$$\bar{k}_1 = (\bar{k}_1 \cdot \bar{i}_2) \bar{i}_2 + (\bar{k}_1 \cdot \bar{j}_2) \bar{j}_2 + (\bar{k}_1 \cdot \bar{k}_2) \bar{k}_2 = -\bar{i}_2 \sin \theta + \bar{k}_2 \cos \theta$$

en voor draaiing om de x-as:

$$\bar{i}_2 = (\bar{i}_2 \cdot \bar{i}_3) \bar{i}_3 + (\bar{i}_2 \cdot \bar{j}_3) \bar{j}_3 + (\bar{i}_2 \cdot \bar{k}_3) \bar{k}_3 = \bar{i}_3$$

$$\bar{j}_2 = (\bar{j}_2 \cdot \bar{i}_3) \bar{i}_3 + (\bar{j}_2 \cdot \bar{j}_3) \bar{j}_3 + (\bar{j}_2 \cdot \bar{k}_3) \bar{k}_3 = \bar{j}_3 \cos \phi - \bar{k}_3 \sin \phi$$

$$\bar{k}_2 = (\bar{k}_2 \cdot \bar{i}_3) \bar{i}_3 + (\bar{k}_2 \cdot \bar{j}_3) \bar{j}_3 + (\bar{k}_2 \cdot \bar{k}_3) \bar{k}_3 = \bar{j}_3 \sin \phi + \bar{k}_3 \cos \phi$$

(1.30.)

Uit (1.30.) volgt:

$$\begin{bmatrix} \bar{i} \\ \bar{j} \\ \bar{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_3 \\ j_3 \\ k_3 \end{bmatrix}$$

(1.31.)

of:

$$\begin{bmatrix} \bar{i} \\ \bar{j} \\ \bar{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & -\sin \psi \cos \phi + \cos \psi \sin \theta \sin \phi & \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \cos \psi \cos \phi + \sin \psi \sin \theta \sin \phi & -\cos \psi \sin \phi + \sin \psi \sin \theta \cos \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{i}_3 \\ \bar{j}_3 \\ \bar{k}_3 \end{bmatrix}$$

(1.32.)

De transformatie matrix in de vergelijking (1.32) is het verband tussen een richtingsvast en een lichaamsvast assenstelsel. Bij de afleiding van (1.32.) is verondersteld dat xyz het richtingsvaste

assenstelsel is terwijl  $x_1y_1z_1$ ,  $x_2y_2z_2$  en  $x_3y_3z_3$  aan het lichaam verbonden assenstelsels zijn.

De componenten van de hoeksnelheid  $\bar{\omega}$  langs de assen van het lichaamsvaste cöördinaten stelsel zijn p, q en r en de componenten  $\psi$ ,  $\theta$  en  $\phi$  zijn gericht volgens respectievelijk de  $z_1$ -as, de  $y_2$ -as en de  $x_3$ -as.

Er geldt blijkbaar:

$$\bar{\omega} = \bar{i}_3 p + \bar{j}_3 q + \bar{k}_3 r = \bar{i}_3 \phi + \bar{j}_2 \theta + \bar{k}_1 \psi \quad (1.33.)$$

Nu is:

$$\begin{bmatrix} \bar{i}_2 \\ \bar{j}_2 \\ \bar{k}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{i}_3 \\ \bar{j}_3 \\ \bar{k}_3 \end{bmatrix}$$

$$\text{dus: } \bar{j}_2 = \bar{j}_3 \cos\phi - \bar{k}_3 \sin\phi \quad (1.34.)$$

en:

$$\begin{bmatrix} \bar{i}_1 \\ \bar{j}_1 \\ \bar{k}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{i}_3 \\ \bar{j}_3 \\ \bar{k}_3 \end{bmatrix}$$

of:

$$\begin{bmatrix} \bar{i}_1 \\ \bar{j}_1 \\ \bar{k}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \sin\phi & \sin\theta \cos\phi \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ -\sin\theta & \cos\theta \sin\phi & \cos\theta \cos\phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{i}_3 \\ \bar{j}_3 \\ \bar{k}_3 \end{bmatrix}$$

dus:

$$\bar{k}_1 = -\bar{i}_3 \sin\theta + \bar{j}_3 \cos\theta \sin\phi + \bar{k}_3 \cos\theta \cos\phi \quad (1.35.)$$

Uit (1.33.), (1.34.) en (1.35.) volgt dan:

$$\begin{aligned}
p &= \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta \\
q &= \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi + \dot{\theta} \cos \phi \\
r &= \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi - \dot{\theta} \sin \phi
\end{aligned}
\tag{1.36.}$$

In (1.36) zijn de hoeksnelheidscomponenten  $p, q$  en  $r$  uitgedrukt in functies van de Eulerse hoeken  $\psi, \theta$  en  $\phi$  en hun afgeleiden.

In bovenstaande afleiding zijn de tussenstappen  $x_1 y_1 z_1, x_2 y_2 z_2, x_3 y_3 z_3$  gebruikt. In het volgende wordt het ruimte vaste assenstelsel aangeduid met  $x_0 y_0 z_0$  en  $xyz$  is het assenstelsel dat vast aan de constructie is verbonden.

In het gelineariseerde geval wordt de transformatie als volgt; uitgaande van (1.32.):

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{0G} \\ y_{0G} \\ z_{0G} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -\psi & \theta \\ \psi & 1 & -\phi \\ -\theta & \phi & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}
\tag{1.37.}$$

waarin:  $\sin \phi = \phi$  en  $\cos \phi = 1$  etc. en  $x_{0G}, y_{0G}, z_{0G}$  de coördinaten van het gewichtszwaartepunt zijn.

2e Orde benaderingen zijn van belang bij de bepaling van driftkrachten op verankerde drijvende constructies.

Men gebruikt dan:

$$\begin{aligned}
\sin \phi &= \phi \\
\cos \phi &= 1 - \frac{\phi^2}{2}, \text{ etc.}
\end{aligned}$$

zodat:

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{0G} \\ y_{0G} \\ z_{0G} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 - \frac{\psi^2}{2} - \frac{\theta^2}{2} & -\psi + \theta\phi & \psi\phi + \theta \\ \psi & 1 - \frac{\phi^2}{2} - \frac{\psi^2}{2} & -\phi + \psi\theta \\ -1 + \frac{\theta^2}{2} & \phi & 1 - \frac{\theta^2}{2} - \frac{\phi^2}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}
\tag{1.38.}$$

In het gelineariseerde geval geldt voor de rotatie componenten:

$$p = \dot{\phi} , \quad q = \dot{\theta} \quad \text{en} \quad r = \dot{\psi} \quad (1.39.)$$

en voor de verplaatsingen:

$$\begin{aligned} x_o &= x_{oG} + x_b - y_b \psi + z_b \theta \\ y_o &= y_{oG} + x_b \psi + y_b - z_b \phi \\ z_o &= z_{oG} - x_b \theta + y_b \phi + z_b \end{aligned} \quad (1.40.)$$

### 1.3. Bewegingsvergelijkingen voor het sturen en manoeuvreren.

De krachten en momenten die op een drijvende constructie werken zijn afhankelijk van de vorm van de constructie, de oriëntatie ten opzichte van de begrenzing van het vaarwater en de richting van de zwaartekracht, de relatieve beweging ten opzichte van de vloeistof en de eigenschappen van de vloeistof.

Indien geen uitwendige krachten (ankerkrachten b.v.) aanwezig zijn dan geldt dat:

$$\left. \begin{array}{l} \bar{F} \\ \bar{M} \end{array} \right\} = f (x_o, y_o, z_o, \psi, \theta, \phi, u, v, w, p, q, r, \dot{u}, \dot{v}, \dot{w}, \dot{p}, \dot{q}, \dot{r}, \delta, \dot{\delta}, \ddot{\delta})$$

Analoge uitdrukkingen gelden voor de componenten X, Y, Z van  $\bar{F}$  en K, M, N van  $\bar{M}$ ;

Als  $\bar{F}$  alléén van  $z_o$  afhangt (zuiver verticale verplaatsing) dan is de resulterende kracht gelijk aan de verandering van de opdrijvende kracht als gevolg van de verticale verplaatsing.

Voor een schip is de weerstand bij het varen van een rechte baan in vlak water alléén een functie van  $u$ , dus  $\bar{F} = X = f(u)$ . Deze kracht is niet te berekenen maar moet door middel van modelproeven bepaald (geschat) worden.

Als meer onafhankelijk variabelen een rol spelen dan zijn de functie  $\bar{F}$  en het moment  $\bar{M}$  gecompliceerde functies van de variabelen  $u, v, w, p, q, r$  enz.

Beschouw nu een drijvende constructie waarvan de plaats  $(x_0, y_0, z_0)$  geen invloed heeft op  $\bar{F}$  en  $\bar{M}$ . Veronderstel dat de constructie zich in een toestand van dynamisch evenwicht bevindt. De daarbij behorende variabelen worden gekenmerkt door de index e, dus:

$$X = X(u_e, v_e, w_e, \dots) = m(\dot{u}_e + q_e w_e - v_e r_e) \quad (1.41.)$$

$$K = K(u_e, v_e, w_e, \dots) = I_{xx} \dot{p}_e - (I_{yy} - I_{zz}) q_e r_e$$

We beschouwen nu een verstoring van dat evenwicht, die zó klein is dat de verandering van de variabelen óók klein is, en wel van een zodanige grootte orde dat kwadraten van die veranderingen verwaarloosd mogen worden.

Dus:

$$u_e \rightarrow u_e + \Delta u, \quad v_e \rightarrow v_e + \Delta v, \quad w_e \rightarrow w_e + \Delta w$$

Eenvoudigheidshalve schrijven we daarvoor:

$u_e + u, v_e + v, w_e + w$ , waarbij u, v en w enz, de veranderingen ten opzichte van de evenwichtsstand voorstellen in plaats van de variabelen zelf.

Met (1.41.) volgt dan:

$$X(u_e + u, v_e + v, \dots, \phi_e + \phi) = m \left[ \dot{u}_e + \dot{u} + (q_e + q)(w_e + w) + (v_e + v)(r_e + r) \right]$$

$$K(u_e + u, v_e + v, \dots, \phi_e + \phi) = I_{xx} (\dot{p}_e + \dot{p}) - (I_{yy} - I_{zz})(q_e + q)(r_e + r) \quad (1.42.)$$

In verband met de veronderstelde lineariteit schrijven we nu:

$$X = X(u_e, v_e, \dots, \phi_e) + (uX_u + vX_v + \dots + \phi X_\phi)_e \quad (1.43.)$$

$$K = K(u_e, v_e, \dots, \phi_e) + (uX_u + vX_v + \dots + \phi X_\phi)_e$$



waarbij de niet-lineaire termen van de Taylor reeks, die voor X en K is op te schrijven, verwaarloosd worden, zie Figuur 1.6. als voorbeeld.

In (1.43.) zijn de diverse afgeleiden  $\frac{\partial Y}{\partial v}$ ,  $\frac{\partial Y}{\partial u}$  enz.

in de verkorte notatie geschreven:

$Y_v$ ,  $Y_u$  enz.

Er wordt op gewezen dat deze afgeleiden bepaald zijn voor de evenwichtssituatie  $u_e$ ,  $v_e$ ,  $w_e$ ,  $p_e$ ,  $q_e$ ,  $r_e$  enz.

Door substitutie van (1.43.) in (1.42.) en daarna de evenwichtsconditie (1.41.) in rekening te brengen vinden we:

$$uX_u + vX_v + \dots + \phi X_\phi = m(\dot{u} + qw_e + wq_e - vr_e - rv_e) \quad (1.44.)$$

$$uK_u + vK_v + \dots + \phi K_\phi = I_{xx}\dot{p} - (I_{yy} - I_{zz})(qr_e + rq_e)$$

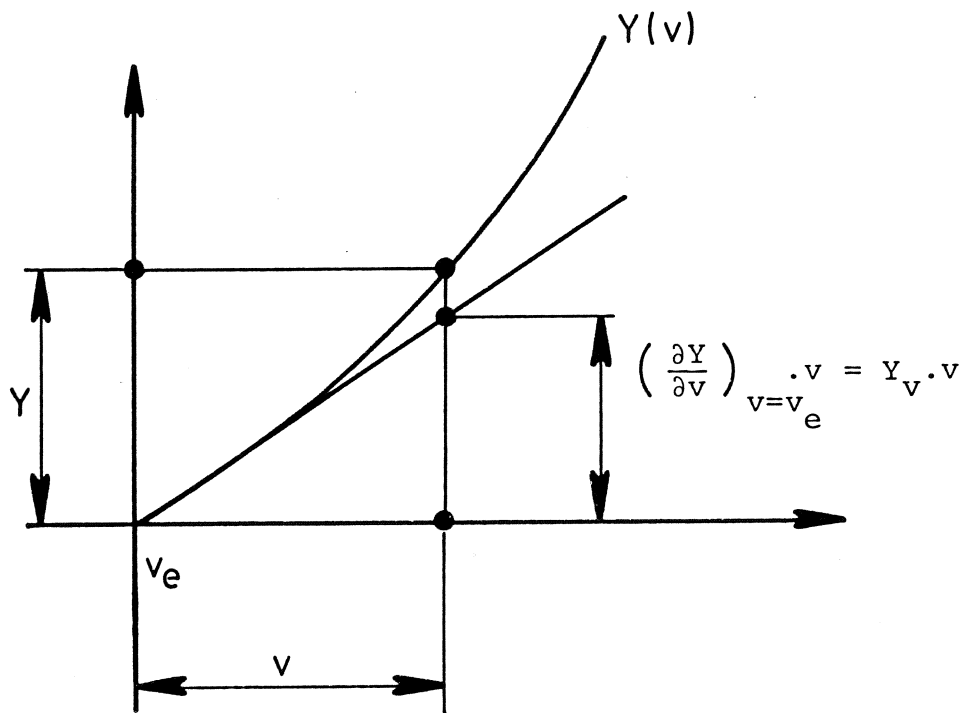
met analoge uitdrukkingen voor de componenten Y, Z, M en N.

In (1.44.) zijn de produkten van twee kleine grootheden zoals  $qw$ ,  $vr$  en  $qr$  ten opzichte van de andere le orde termen verwaarloosd, als consequentie van de linearisatie van het probleem.

De lineaire bewegingsvergelijkingen zijn hieronder uitgeschreven voor de zes componenten van de beweging.

$$\begin{aligned} \dot{u}(X_u - m) + \dot{v}X_v + \dot{w}X_w + uX_u + v(X_v + mr_e) + w(X_w - mq_e) + \\ + pX_p + q(X_q - mw_e) + r(X_r + mv_e) + \dot{p}X_p + \dot{q}X_q + \dot{r}X_r + \\ + \psi X_\psi + \theta X_\theta + \phi X_\phi = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{u}Y_u + \dot{v}(Y_v - m) + \dot{w}Y_w + u(Y_u - mr_e) + vY_v + w(Y_w + mp_e) + \\ + p(Y_p + mw_e) + qY_q + r(Y_r - mu_e) + \dot{p}Y_p + \dot{q}Y_q + \dot{r}Y_r + \\ + \psi Y_\psi + \theta Y_\theta + \phi Y_\phi = 0 \end{aligned}$$



Figuur 1.6: Linearisatie van de hydrodynamische krachten en momenten.

$$\begin{aligned} & \dot{u}Z_{\dot{u}} + \dot{v}Z_{\dot{v}} + \dot{w}(Z_{\dot{w}} - m) + u(Z_u + mq_e) + v(Z_v - mp_e) + wZ_w + \\ & + p(Z_p - mr_e) + q(Z_q + mu_e) + rZ_r + \dot{p}Z_{\dot{p}} + \dot{q}Z_{\dot{q}} + \dot{r}Z_{\dot{r}} + \\ & + \psi Z_{\psi} + \theta Z_{\theta} + \phi Z_{\phi} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \dot{u}K_{\dot{u}} + \dot{v}K_{\dot{v}} + \dot{w}K_{\dot{w}} + uK_u + vK_v + wK_w + \\ & pK_p + \left\{ K_q + (I_{yy} - I_{zz})r_e \right\} q + r \left\{ K_r + (I_{yy} - I_{zz})q_e \right\} + \\ & \dot{p}(K_{\dot{p}} - I_{xx}) + \dot{q}K_{\dot{q}} + \dot{r}K_{\dot{r}} + \psi K_{\psi} + \theta K_{\theta} + \phi K_{\phi} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \dot{u}M_{\dot{u}} + \dot{v}M_{\dot{v}} + \dot{w}M_{\dot{w}} + uM_u + vM_v + wM_w + \\ & p \left\{ M_p + (I_{zz} - I_{xx})r_e \right\} + qM_q + r \left\{ M_r + I_{zz} - I_{xx} \right\} p_e \left. \right\} + \\ & \dot{p}M_{\dot{p}} + \dot{q}(M_{\dot{q}} - I_{yy}) + \dot{r}M_{\dot{r}} + \psi M_{\psi} + \theta M_{\theta} + \phi M_{\phi} = 0 \end{aligned}$$

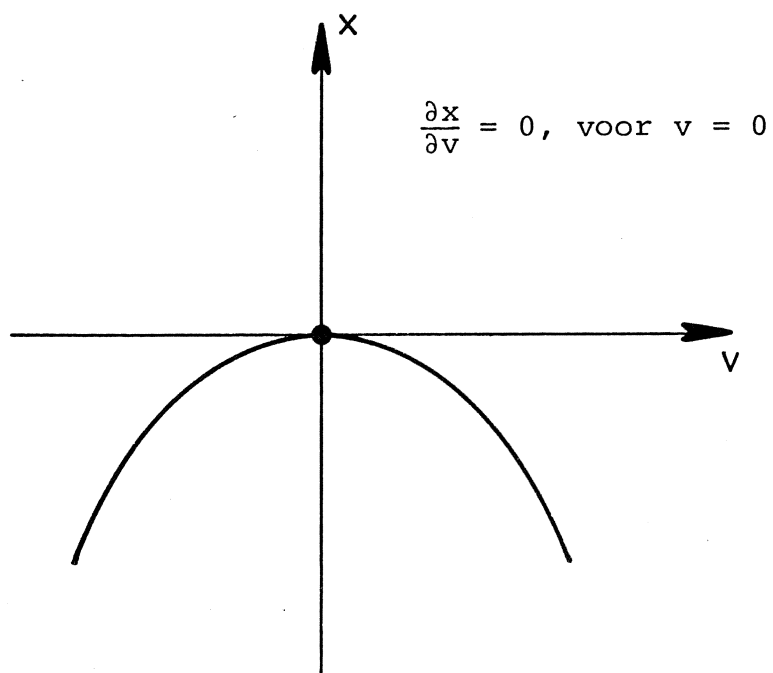
$$\begin{aligned} & \dot{u}N_{\dot{u}} + \dot{v}N_{\dot{v}} + \dot{w}N_{\dot{w}} + uN_u + vN_v + wN_w + \\ & p \left\{ N_p + (I_{xx} - I_{yy})q_e \right\} + q \left\{ N_q + (I_{xx} - I_{yy})p_e \right\} + rN_r + \\ & \dot{p}N_{\dot{p}} + \dot{q}N_{\dot{q}} + \dot{r}(N_{\dot{r}} - I_{zz}) + \psi N_{\psi} + \theta N_{\theta} + \phi N_{\phi} = 0 \end{aligned}$$

(1.45.)

Deze vergelijkingen gelden algemeen binnen de gemaakte veronderstelling van lineariteit. De termen  $X_{\dot{u}}$ ,  $Y_{\dot{v}}$ ,  $Z_{\dot{w}}$  hebben de dimensie van een massa en zijn (met een min-teken) de hydrodynamische massa's in respectievelijk de x-, y- en z-richting.

$-K_{\dot{p}}$ ,  $-M_{\dot{q}}$  en  $-N_{\dot{r}}$  zijn de overeenkomstige massatraagheidsmomenten.

Indien de beschouwde drijvende constructie een symmetrie-vlak bezit, dan kunnen sommige van de lineaire hydrodynamische afgeleiden nul worden. Voor een dubbelschroefschip, waarvan de schroeven een tegengestelde draairichting hebben, is bijvoorbeeld:



Figuur 1.7: Invloed van symmetrie op lineaire afgeleiden.

$$X_{\dot{v}} = X_{\dot{v}} = X_r = X_{\dot{r}} = Y_u = Y_{\dot{u}} = N_u = N_{\dot{u}} = 0 \quad (1.46.)$$

zie voor  $X_{\dot{v}}$  Figuur 1.7.

In de vergelijkingen (1.45.) zijn geen afgeleiden overeenkomend met roerkrachten opgenomen, omdat de vergelijkingen óók voor andere constructies dan schepen gelden.

Uitgaande van deze bewegingsvergelijkingen kunnen speciale gevallen afgeleid worden, bijvoorbeeld de bewegingen van een onderzeeboot in een verticaal vlak.

De bewegingsvergelijkingen worden gevonden door te stellen:

$$\begin{aligned} Y &= K = N = 0 \\ p &= r = v = \dot{p} = \dot{r} = \dot{v} = \phi = \psi = 0 \\ p_e &= r_e = v_e = \dot{p}_e = \dot{r}_e = \dot{v}_e = 0 \end{aligned} \quad (1.47.)$$

Uit (1.45.) en (1.47.) volgt dan:

$$\begin{aligned} \dot{u}(X_{\dot{u}} - m) + \dot{w}X_{\dot{w}} + uX_u + w(X_w - mq_e) + \dot{q}X_{\dot{q}} + q(X_q - mw_e) + \theta X_\theta &= 0 \\ \dot{z}Z_{\dot{z}} + \dot{w}(Z_{\dot{w}} - m) + u(Z_u + mq_e) + wZ_w + \dot{q}Z_{\dot{q}} + q(Z_q + mu_e) + \theta Z_\theta &= 0 \\ \dot{u}M_{\dot{u}} + \dot{w}M_{\dot{w}} + uM_u + wM_w + \dot{q}(M_{\dot{q}} - I_{YY}) + qM_q + \theta M_\theta &= 0 \end{aligned} \quad (1.48.)$$

Als de onderzeeër een rechte, horizontale baan onder water vaart, dan is  $q_e = w_e = 0$ , zodat dan de betreffende termen in (1.48.) vervallen.

Voor de bewegingen in een horizontaal vlak, waarbij de z -as verticaal blijft (een oppervlakte schip) geldt:

$$\begin{aligned} Z &= K = M = 0 \\ w &= \dot{w} = p = \dot{p} = q = \dot{q} = \phi = \theta = 0 \\ w_e &= \dot{w}_e = p_e = \dot{p}_e = q_e = \dot{q}_e = 0, \end{aligned} \quad (1.49.)$$

zodat uit 1.45. volgt:

$$\begin{aligned}
\dot{u}(X_u - m) + \dot{v}X_v + uX_u + v(X_v + mr_e) + r(X_r + mv_e) + \dot{r}X_r + \psi X_\psi &= 0 \\
\dot{u}Y_u + \dot{v}(Y_v - m) + u(Y_u - mr_e) + vY_v + r(Y_r - mu_e) + \dot{r}Y_r + \psi Y_\psi &= 0 \\
\dot{u}N_u + \dot{v}N_v + uN_u + vN_v + rN_r + \dot{r}(N_r - I_{zz}) + \psi N_\psi &= 0
\end{aligned}
\tag{1.50.}$$

Als het beschouwde object een rechte baan vaart dan is:

$v_e = r_e = 0$ , zodat dan de overeenkomstige termen in (1.50.) vervallen.

Voor een ongestuurd ( $\psi = \delta = 0$ ) symmetrisch (1.46.) schip geldt:

$$\begin{aligned}
\dot{u}(X_u - m) + uX_u &= 0 \\
\dot{v}(Y_v - m) + vY_v + r(Y_r - mu_e) + \dot{r}Y_r &= 0 \tag{1.51.} \\
\dot{v}N_v + vN_v + rN_r + \dot{r}(N_r - I_{zz}) &= 0
\end{aligned}$$

Deze vorm van de bewegingsvergelijkingen wordt in het college mt513 gebruikt om de rechte lijn stabiliteit van een schip te analyseren.

Blijkbaar is in dit geval de krachtenvergelijking in X-richting niet gekoppeld aan de beide andere vergelijkingen.

Andere combinaties van vergelijkingen kunnen uit (1.45.) afgeleid worden, afhankelijk van het beschouwde probleem. Voor de analyse van de rechte-lijn-stabiliteit van een zeiljacht moet rekening gehouden worden met de invloed van de hellingshoek  $\phi$ , omdat de voortstuwende kracht door de zeilen, bij helling, een belangrijk moment om de  $z_b$  as kan geven.

Een dergelijk stelsel van vergelijkingen is bijvoorbeeld:

$$\begin{aligned}
\dot{v}(Y_v - m) + \dot{r}Y_r + \dot{p}Y_p + \dot{v}Y_v + r(Y_r - mu_e) + pY_p + \phi Y_\phi &= 0 \\
\dot{v}K_v + \dot{r}K_r + \dot{p}(K_p - I_{xx}) + vK_v + rK_r + pK_p + \phi K_\phi &= 0 \tag{1.52.} \\
\dot{v}N_v + \dot{r}(N_r - I_{zz}) + \dot{p}N_p + vN_v + rN_r + pN_p + \phi N_\phi &= 0
\end{aligned}$$

Voor de analyse van het sturen en manoeuvreren van schepen kunnen de krachten en momenten die door de werking van het roer ontstaan in de bewegingsvergelijkingen ingevoerd worden. In gelineariseerde vorm zijn dat bijvoorbeeld:  $Y_\delta$ ,  $Y_{\dot{\delta}}$ ,  $N_\delta$  en  $N_{\dot{\delta}}$ .

(N.B. In 't geval van symmetrie is  $X_\delta = 0$ ).

Bij het uitvoeren van stuurmanoeuvres is de roerhoek  $\delta$  een functie van de tijd. De stuurautomaat of de roerganger zal het roer een uitslag geven die onder andere afhangt van de koersafwijking  $\psi$  en de koershoeksnelheid  $\dot{\psi}$ . Bij beperkingen van het vaargebied in horizontale richting en bij beperkte varieerende waterdiepte zal  $\delta(t)$  tevens een functie zijn van de positie en de snelheid van het schip:

$$\delta(t) = f(\psi, \dot{\psi}, x_{OG}, y_{OG}, \dot{x}_{OG}, \dot{y}_{OG})$$

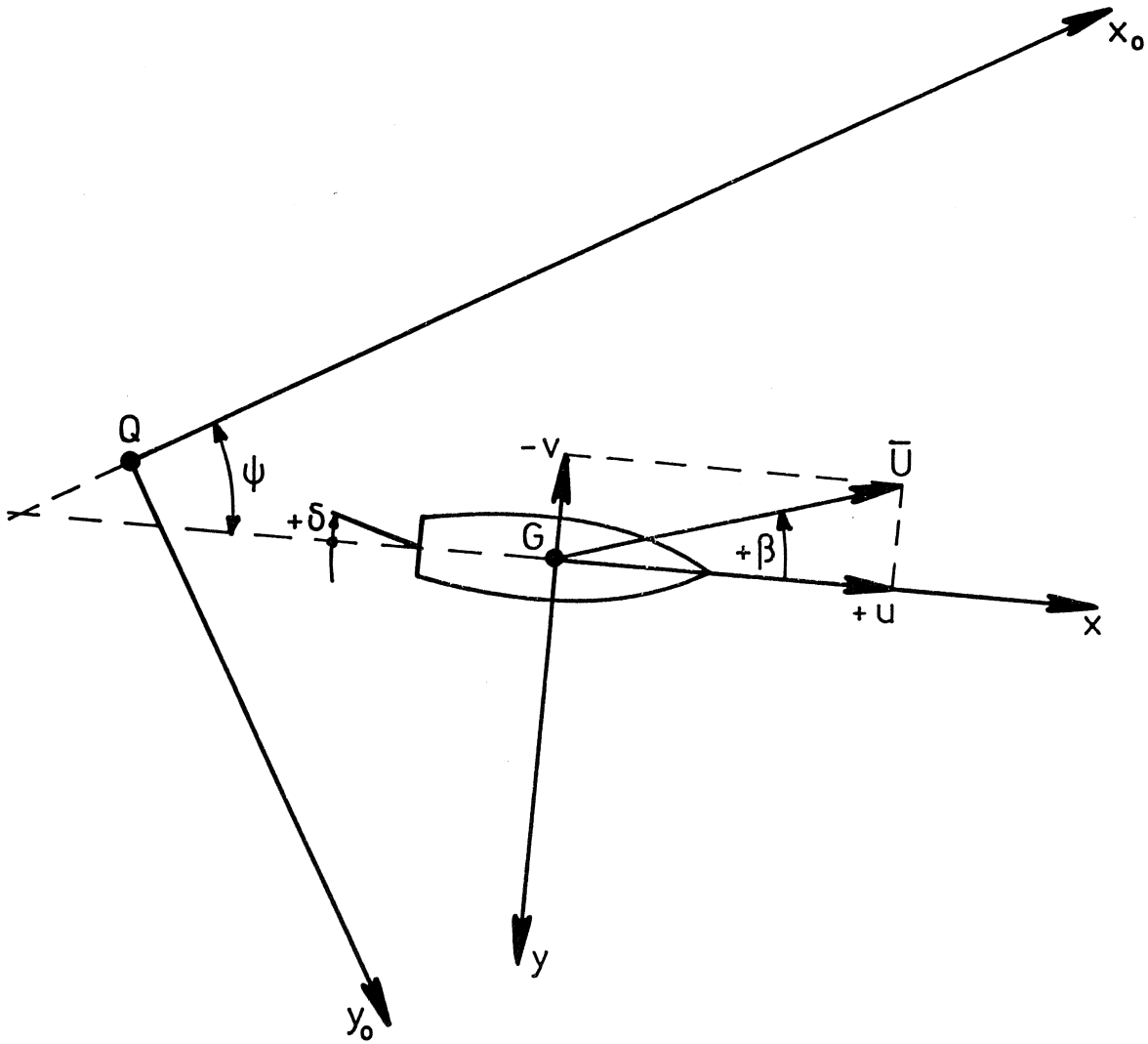
waarin,  $x_{OG}$  en  $y_{OG}$  de coördinaten van het zwaartepunt G in het ruimtevaste assenstelsel  $x_O y_O z_O$  voorstellen.

#### 1.4. Stabiliteitsonderzoek.

De bewegingsvergelijkingen kunnen gebruikt worden om de dynamische stabiliteit van de beweging van een schip in het horizontale vlak, of van een onderzeeër in het horizontale en verticale vlak te onderzoeken.

Omdat gemakkelijk verwarring ontstaat bij het definiëren van de verschillende soorten van dynamisch evenwicht die zich bij het "sturen" voordoen, worden de definities zoals die op de International Towing Tank Conference (ITTC) 1972 zijn vastgesteld hier weergegeven.

- a. Stability of route, or motion stability, is that property of a body or ship which causes it, when disturbed to damp out extraneous motions set up by the disturbance and to reduce them progressively to zero. If when the transient disturbance is eliminated and a steady state of motion in a straight line is resumed, the axis of the body or ship does not lie in the original direction of motion, the case is called straight line stability (rechte lijn stabiliteit).



Figuur 18 : Tekenafspraken.



b. Directional stability is that property of a body or ship which causes it, when its equilibrium is disturbed, to develop forces or moments, or both, which act to restore it to its original direction of motion, but in a different transverse position (richtings- of koersstabiliteit).

c. Positional motion stability.

If the body or ship is restored to both its original direction and transverse position, this case is called positional motion stability.

De uitdrukking koersstabiliteit wordt in het spraakgebruik vaak in algemene zin gebruikt. Het is beter deze uitdrukking eventueel alléén als alternatief voor richtingsstabiliteit te gebruiken.

Als voorbeeld wordt nu de stabiliteit van een gestuurd schip, dat een opgegeven koers moet varen, behandeld, zie ook: mt513. In verband met het voorbeeld in mt513 wordt de daar gebruikte nomenclatuur hier ook toegepast, zie Figuur 1.8.

Roerkrachten en roermomenten zijn toegevoegd aan de vergelijkingen (1.51.) in overeenstemming met de tekenafspraken in Figuur 1.8.

Verder is de differentiaal vergelijking van de stuurmachine:

$$T_s \dot{\delta} + \delta = \delta_g \quad (1.53.)$$

waarin:  $\delta_g$  - de gewenste roerhoek  
 $\delta$  - de momentane roerhoek  
 $T_s$  - de tijdconstante van de stuurmachine

De roerganger of stuurautomaat wordt verondersteld te reageren volgens:

$$\delta_g = k_1 \psi + k_2 \dot{\psi} \quad (1.54.)$$

waarin  $\psi$  de koersfout is,  $\dot{\psi}$  de daarmee corresponderende koershoekversnelling;

$k_1$  en  $k_2$  zijn constanten.

Uit (1.53.) en (1.54.) volgt:

$$T'_s \dot{\delta} + \delta = k_1 \psi + k_2 \dot{\psi} \quad (1.55.)$$

Tenslotte wordt in (1.51.) ingevoerd:

$v = -U\beta$ ,  $u_e = U$  en  $r = \dot{\psi}$  (voor de afgeleiden)

De afzonderlijke termen van de bewegingsvergelijkingen worden dimensieloos gemaakt door de krachten te delen door  $\frac{1}{2} \rho U^2 L^2$  en de momenten door  $\frac{1}{2} \rho U^2 L^3$ .

Men vindt dan:

$$(m' - X'_u) \dot{u}' - X'_u u' = 0$$

$$(m' - Y'_v) \dot{\beta}' + Y'_\beta \beta + Y'_r \dot{\psi}' + (Y'_r - m') \dot{\psi}' + Y'_\delta \delta = 0$$

$$N'_v \dot{\beta}' - N'_\beta \beta + (I'_{zz} - N'_r) \ddot{\psi}' - N'_r \dot{\psi}' - N'_\delta \delta = 0$$

$$T'_s \dot{\delta}' + \delta - k'_1 \psi - k'_2 \dot{\psi}' = 0 \quad (1.56.)$$

De oplossing van deze vergelijkingen in  $u, \beta, \psi$  en  $\delta$  heeft de volgende vorm:

$$u' = u_i e^{\sigma'_i t'}, \quad \beta = \beta_i e^{\sigma'_i t'}, \quad \psi = \psi_i e^{\sigma'_i t'}, \quad \delta = \delta_i e^{\sigma'_i t'}$$

welke oplossing na substitutie in (1.56.) de determinant van het stelsel lineaire homogene vergelijkingen geeft.

Als deze determinant de waarde nul heeft dan heeft het stelsel (1.56.) een van nul verschillende oplossing voor  $u, \beta, \psi$  en  $\delta$ .

Substitutie van de oplossing in (1.56.) geeft nu:

$$\begin{aligned} \left\{ (m' - X'_u) \sigma' - X'_u \right\} u' &= 0 \\ \left\{ (m' - Y'_v) \sigma' + Y'_\beta \right\} \beta + \left\{ Y'_r \sigma'^2 + (Y'_r - m') \sigma' \right\} \psi + Y'_\delta \delta &= 0 \\ \left\{ N'_v \sigma' - N'_\beta \right\} \beta + \left\{ (I'_{zz} - N'_r) \sigma'^2 - N'_r \sigma' \right\} \psi - N'_\delta \delta &= 0 \\ \left\{ k'_1 + k'_2 \sigma' \right\} \psi - (T'_s \sigma' + 1) \delta &= 0 \end{aligned} \quad (1.57.)$$

De determinant van het stelsel vergelijkingen (1.56.) is dus:

$$\begin{vmatrix}
 (m' - X'_u)\sigma' - X'_u & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \{(m' - Y'_v)\sigma' + Y'_\beta\} & \{Y'_r\sigma'^2 + (Y'_r - m')\sigma'\} & Y'_\delta \\
 \{N'_v\sigma' - N'_\beta\} & & \{(I'_{zz} - N'_r)\sigma'^2 - N'_r\sigma'\} & -N'_\delta \\
 0 & & \{k'_1 + k'_2\sigma'\} & -(T'_s\sigma' + 1)
 \end{vmatrix} = 0 \quad (1.58.)$$

De eerste vergelijking van (1.57.) is niet gekoppeld met de andere drie. Uit die vergelijking volgt één wortel:

$$\sigma' = \frac{X'_u}{m' - X'_u} \quad (1.59.)$$

Voor displacements schepen is  $X'_u < 0$  en  $m' - X'_u > 0$  zodat het dynamisch evenwicht in x-richting steeds stabiel is. Bij planerende vaartuigen kan bij bepaalde snelheidsgraden  $X'_u > 0$  zijn.

Uit (1.58.) volgt verder:

$$\begin{vmatrix}
 \{(m' - Y'_v)\sigma' + Y'_\beta\} & \{Y'_r\sigma'^2 + (Y'_r - m')\sigma'\} & Y'_\delta \\
 \{N'_v\sigma' - N'_\beta\} & \{(I'_{zz} - N'_r)\sigma'^2 - N'_r\sigma'\} & -N'_\delta \\
 0 & \{k'_1 + k'_2\sigma'\} & -(T'_s\sigma' + 1)
 \end{vmatrix} = 0$$

Dit is een 4e graadsvergelijking in  $\sigma$ . Met de wortels:

$$\sigma_i = q_i + i\omega_i \quad (\text{complexe eigen frequenties})$$

en de verhoudingen:

$$\beta_i/\delta_i \quad \text{en} \quad \psi_i/\delta_i$$

kan het sturgedrag geanalyseerd worden. Voor een stabiel systeem wordt verlangd dat  $\sigma'$  een negatieve waarde heeft, omdat verstoringen

in dat geval exponentieel uitdempen met de tijd. In meer algemene zin kan men de vergelijkingen (1.58.) als volgt schrijven, waarbij de vergelijking van de krachten in x-richting nu weggelaten is:

$$\begin{aligned} A_{11}\beta + A_{12}\psi + A_{13}\delta &= 0 \\ A_{21}\beta + A_{22}\psi + A_{23}\delta &= 0 \\ A_{31}\beta + A_{32}\psi + A_{33}\delta &= 0 \end{aligned} \quad (1.60.)$$

waarin:

$$A_{ij} = a_{ij}\sigma^2 + b_{ij}\sigma' + c_{ij}$$

en:

$$\left| A_{ij} \right| = \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{vmatrix} = 0$$

In ons voorbeeld is:

$$A_{31} = a_{11} = a_{21} = a_{32} = c_{12} = c_{22} = a_{13} = a_{23} = a_{33} = b_{13} = b_{23} = 0$$

zodat een 4e graads vergelijking in  $\sigma$  ontstaat:

$$\sigma^4 + B\sigma^3 + C\sigma^2 + D\sigma' + E = 0 \quad (1.61.)$$

Er zijn dus 4 wortels  $\sigma'$ .

Als in de besturing  $k_1$  (dus  $c_{32}$ ), zie (1.55.) blz. 1.30, gelijk aan nul gesteld wordt dan heeft (1.61.) één wortel die gelijk aan nul is. Het gestuurde systeem is dan ongevoelig voor een richting ( $\psi$ ). Het is wel gevoelig voor richtingsverandering ( $\dot{\psi}$ ).

Als  $\delta = 0$  dan wordt de determinant:

$$\begin{vmatrix} (m' - \frac{Y'_v}{V})\sigma' + Y'_\beta & Y'_r\sigma'^2 + (Y'_r - m')\sigma' \\ N'_{\dot{v}}\sigma' - N'_\beta & (I'_{zz} - N'_r)\sigma'^2 - N'_r\sigma' \end{vmatrix} = 0 \quad (1.62.)$$

Ook hier is één wortel  $\sigma$  gelijk aan nul.

#### 1.41. Stabiliteitscriteria.

Om vast te stellen of een dynamisch systeem stabiel is of niet, kan volstaan worden met het bepalen van het teken van het reële deel van de wortels  $\sigma$ . Voor een stabiel systeem zijn de reële delen negatief. Uit deze voorwaarde kan men stabiliteitscriteria afleiden voor de coëfficiënten van de karakteristieke vergelijkingen. Zoals uit het voorbeeld (1.58.) blijkt, zijn die coëfficiënten samengesteld uit de diverse stabiliteitsafgeleiden, welke uiteindelijk van de vorm van de drijvende constructie, van de vaarwater beperkingen en van de eventuele besturing afhangen.

Een dynamisch systeem, dat correspondeert met een 4e graads karakteristieke vergelijking (1.61.) is een stabiel systeem als voldaan wordt aan het criterium van Routh:

$$B > 0, C > 0, D > 0, E > 0 \quad (1.63.)$$

$$BCD - B^2E - D^2 > 0$$

N.B. Voor een  $n^e$  graads karakteristieke vergelijking geeft Routh een methode om het criterium te vinden, zie : E.J. Routh: Dynamics of a system of rigid bodies. Dover Publications.

Voor  $n = 3$  en  $n = 2$  vinden we respectievelijk:

$$\left. \begin{aligned} \sigma^3 + B\sigma^2 + C\sigma + D &= 0 \\ B > 0, C > 0, D > 0, BC - D > 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.64.)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma^2 + B\sigma + C &= 0 \\ B > 0, C > 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.65.)$$

Voor het laatste geval vinden we met (1.62.), na één wortel  $\sigma' = 0$  afgesplitst te hebben:

$$\left. \begin{aligned} Y_{\beta}^{\prime} (I_{zz}^{\prime} - N_r^{\prime}) + N_{\beta}^{\prime} Y_r^{\prime} &> 0 & (B > 0) \\ (Y_r^{\prime} - m^{\prime}) N_{\beta}^{\prime} - Y_{\beta}^{\prime} N_r^{\prime} &> 0 & (C > 0) \end{aligned} \right\} \quad (1.66.)$$

Aan de eerste voorwaarde van 1.66. wordt steeds voldaan, want het schijnbare massa traagheidsmoment  $I'_{zz} - N'_r$  is steeds groter dan nul en is relatief groot ten opzichte van het product  $N'_\beta Y'_r$  dat positief of negatief kan zijn.

De tweede voorwaarde vonden wij reeds in mt513.

### 1.5. Het oplossen van de bewegingsvergelijkingen.

De gekoppelde bewegingsvergelijkingen worden opgelost met behulp van Laplace transformaties, waarbij de differentiaal vergelijkingen omgezet worden in algebraïsche vergelijkingen, die gemakkelijk zijn op te lossen. Terug transformatie levert de oplossing van de stelsels differentiaal vergelijkingen.

#### 1.5.1. Laplace transformatie (geheugensteun).

$$1. \quad L \{ f(t) \} = L(f) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt = f(p)$$

$$2. \quad L(f') = \int_0^{\infty} f'(t) e^{-pt} dt = e^{-pt} f(t) \Big|_0^{\infty} + p \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt \\ = p L(f) - f(0) = pf(p) - f(0)$$

$$3. \quad L(f'') = p L(f') - f'(0) = p^2 L(f) - pf(0) - f'(0) = \\ = p^2 f(p) - p f(0) - f'(0)$$

$$4. \quad L(f''') = p^3 L(f) - p^2 f(0) - pf'(0) - f''(0) = \\ = p^3 f(p) - p^2 f(0) - pf'(0) - f''(0), \\ \text{enzovoorts.}$$

Voor een aantal belangrijke functies volgt hieronder de Laplace transformatie.

$$L(c) = c \int_0^{\infty} e^{-pt} dt = -\frac{c}{p} e^{-pt} \Big|_0^{\infty} = \frac{c}{p}$$

$$L(e^{at}) = \int_0^{\infty} e^{at} e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} e^{-(p-a)t} dt = \frac{1}{p-a}$$

$$L(e^{i\omega t}) = \int_0^{\infty} e^{i\omega t} e^{-pt} dt = \frac{1}{p-i\omega}$$

en dus:

$$L(\cos \omega t) = \frac{p}{p^2 + \omega^2}$$

$$L(\sin \omega t) = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$$

Evenzo:

$$L(e^{-at}) = \frac{1}{p+a}$$

$$L(\sinh at) = \frac{a}{p^2 - a^2}$$

$$L(\cosh at) = \frac{p}{p^2 - a^2}$$

$$L(e^{-at} \sin \omega t) = \frac{\omega}{(p+a)^2 + \omega^2}$$

$$L(e^{-at} \cos \omega t) = \frac{p+a}{(p+a)^2 + \omega^2}$$

$$L(t) = \frac{1}{p^2}$$

$$L(t^n) = \frac{n!}{p^{n+1}}$$

$$L(t^n e^{at}) = \frac{n!}{(p+a)^{n+1}}$$

$$L\{e^{-at} (1 - at)\} = \frac{p}{(p+a)^2}$$

### 1.5.2. Oplossing van twee gekoppelde vergelijkingen; afleiding van de formules van Nomoto.

Als voorbeeld wordt behandeld de oplossing van het stelsel vergelijkingen voor de beweging van een schip in het horizontale vlak, zie (1.56.).

$$(m' - Y'_V) \dot{\beta}' + Y'_\beta \beta + Y'_r \dot{\psi}' + (Y'_r - m') \dot{\psi}' = -Y'_\delta \delta \quad (1.67.)$$

$$N'_V \dot{\beta}' - N'_\beta \beta + (I'_{zz} - N'_r) \dot{\psi}' - N'_r \dot{\psi}' = N'_\delta \delta$$

De Laplace getransformeerde vergelijkingen zijn nu:

$$\begin{aligned} \beta(p) \left\{ p(m' - Y'_V) + Y'_\beta \right\} + \dot{\psi}(p) \left\{ pY'_r + (Y'_r - m') \right\} &= \\ &= Y'_\delta \delta(p) + \beta(0)(m' - Y'_V) + \dot{\psi}(0)Y'_r \\ \beta(p) \left\{ pN'_V - N'_\beta \right\} + \dot{\psi}(p) \left\{ p(I'_{zz} - N'_r) - N'_r \right\} &= \\ &= N'_\delta \delta(p) + \beta(0)N'_V + \dot{\psi}(0)(I'_{zz} - N'_r) \end{aligned} \quad (1.68.)$$

Bij deze transformatie blijkt dat de rechterleden van de vergelijkingen nu de begincondities  $\beta(0)$  en  $\dot{\psi}(0)$  bevatten. Men kan deze, voor het systeem, opvatten als "uitwendige" krachten en momenten.

De vergelijkingen (1.68.) worden nu als volgt geschreven:

$$\begin{aligned} \beta(p)a_{22} + \dot{\psi}(p)a_{23} &= -Y'_\delta \delta(p) + C_Y \\ \beta(p)a_{32} + \dot{\psi}(p)a_{33} &= N'_\delta \delta(p) + C_N \end{aligned} \quad (1.69.)$$

waarin dus:

$$\begin{aligned} a_{22} &= p(m' - Y'_V) + Y'_\beta \\ a_{23} &= pY'_r + (Y'_r - m') \\ a_{32} &= pN'_V - N'_\beta \\ a_{33} &= p(I'_{zz} - N'_r) - N'_r \\ C_Y &= \beta(0)(m' - Y'_V) + \dot{\psi}'(0)Y'_r \\ C_N &= \beta(0)N'_V + \dot{\psi}(0)(I'_{zz} - N'_r) \end{aligned}$$



De determinant van het stelsel is nu:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = Ap^2 + Bp + C = A(p - \sigma'_2)(p - \sigma'_3)$$

We vinden  $\sigma'_2$  en  $\sigma'_3$  door te stellen:  $\Delta = 0$  :

$$\sigma'_{2,3} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (1.70.)$$

waarin:

$$A = (m' - Y'_v)(I'_{zz} - N'_r) - Y'_r N'_v$$

$$B = Y'_\beta (I'_{zz} - N'_r) - N'_r (m' - Y'_v) - (Y'_r - m')N'_v + N'_\beta Y'_r$$

$$C = N'_\beta (Y'_r - m') - Y'_\beta N'_r$$

Om aansluiting te vinden bij de notatie volgens Nomoto schrijven we:

$$\sigma'_2 = -\frac{1}{T'_1} \quad \text{en} \quad \sigma'_3 = -\frac{1}{T'_2}$$

$$\text{en} \quad \Delta = \frac{A}{T'_1 T'_2} (pT'_1 + 1)(pT'_2 + 1),$$

zodat de oplossing voor  $\beta(p)$  luidt:

$$\beta(p) = \frac{\begin{vmatrix} -Y'_\delta & a_{23} \\ N'_\delta & a_{33} \end{vmatrix}}{\frac{A}{T'_1 T'_2} (pT'_1 + 1)(pT'_2 + 1)} \delta(p) + \frac{\begin{vmatrix} C_Y & a_{23} \\ C_N & a_{33} \end{vmatrix}}{\frac{A}{T'_1 T'_2} (pT'_1 + 1)(pT'_2 + 1)} \quad (1.71.)$$

waaruit na enig schrijfwerk volgt:

$$\beta(p) = \frac{K'_\beta (1 + T'_3 p)}{(1 + pT'_1)(1 + pT'_2)} \delta(p) + \frac{pT'_1 T'_2 \beta(0) + (T'_1 + T'_2) \beta(0) + T'_1 T'_2 \dot{\beta}(0)}{(1 + pT'_1)(1 + pT'_2)}$$

evenzo:

$$\dot{\psi}(p) = \frac{K' (1+T'_3 p)}{(1+pT'_1) (1+pT'_2)} \delta(p) + \frac{pT'_1 T'_2 \dot{\psi}(0) + (T'_1 + T'_2) \dot{\psi}(0) + T'_1 T'_2 \ddot{\psi}(0)}{(1+pT'_1) (1+pT'_2)} \quad (1.72.)$$

waarin:

$$K' = \frac{Y'_\beta N'_\delta - Y'_\delta N'_\beta}{N'_\beta (Y'_r - m') - Y'_\beta N'_r}$$

$$K'_\beta = \frac{Y'_\delta N'_r - N'_\delta (Y'_r - m')}{N'_\beta (Y'_r - m') - Y'_\beta N'_r}$$

$$T'_3 = \frac{(m' - Y'_v) N'_\delta + N'_\delta Y'_v}{Y'_\beta N'_\delta - Y'_\delta N'_\beta}$$

$$T'_{3\beta} = \frac{Y'_\delta (I'_{zz} - N'_f) + N'_\delta v'_f}{(Y'_r - m') N'_\delta - Y'_\delta N'_r}$$

Bij een stabiel systeem zal de invloed van de begincondities na verloop van tijd geheel verdwijnen, zodat in (1.72.) slechts de eerste term overblijft.

De invloed van de begincondities wordt door de tweede termen gegeven.

Men noemt:

$$\frac{K' (1+T'_3 p)}{(1+pT'_1) (1+pT'_2)} \quad \text{en} \quad \frac{K'_\beta (1+T'_{3\beta} p)}{(1+pT'_1) (1+pT'_2)} \quad (1.73.)$$

de overdrachtsfuncties van het beschouwde systeem.

In het voorbeeld worden de stureigenschappen van het schip (binnen de veronderstelde lineariteit!) voorgesteld door deze algebraïsche functies.

De oplossingen (1.72.) schrijven we nu, in verband met het terugtransformeren van het p-domein naar het t-domein, als volgt:

$$T'_1 T'_2 \left\{ p^2 \beta(p) - p\beta(0) - \dot{\beta}(0) \right\} + (T'_1 + T'_2) \left\{ p\beta(p) - \beta(0) \right\} + \beta(p) =$$

$$K'_\beta \delta(p) + K'_\beta T'_{3\beta} p \delta(p),$$

en een analoge uitdrukking geldt voor  $\dot{\psi}(p)$

Uit deze uitdrukkingen volgt onmiddellijk de transformatie naar het t-domein:

$$T_1' T_2' \ddot{\beta}' + (T_1' + T_2') \dot{\beta}' + \beta = K_\beta' \delta + K_\beta' T_3' \dot{\delta}' \quad (1.74.)$$

$$T_1' T_2' \ddot{\psi}' + (T_1' + T_2') \dot{\psi}' + \psi' = K' \delta + K' T_3' \dot{\delta}'$$

Deze gekoppelde lineaire differentiaal vergelijkingen van de tweede orde in  $\dot{\psi}(t)$  en  $\beta(t)$  zijn geheel equivalent aan (1.67.). De schrijfwijze volgens (1.74.) is van Nomoto.

### 1.5.3. De beweging bij harmonische excitatie.

Als 2e voorbeeld wordt de responsie van een gestuurd schip bepaald als het roer een harmonische beweging uitvoert:

$$\delta = \delta_a e^{i\omega t}$$

Uitgaande van de 2e orde vergelijking in  $\dot{\psi}'$ :

$$T_1' T_2' \ddot{\psi}' + (T_1' + T_2') \dot{\psi}' + \psi' = K' \delta + K' T_3' \dot{\delta}' \quad (1.74.)$$

vinden we voor de Laplace getransformeerde vergelijking:

$$\dot{\psi}(p) = \frac{K' (1+T_3' p)}{(1+pT_1') (1+pT_2') (p-i\omega')} \delta_a + \frac{pT_1' T_2' \dot{\psi}'(0) + (T_1' + T_2') \psi'(0) + T_1' T_2' \ddot{\psi}'(0)}{(1+pT_1') (1+pT_2')} \quad (1.75.)$$

waarbij in acht genomen is dat:

$$\delta(p) = \frac{\delta_a}{p - i\omega}$$

Voor de terug transformatie naar het tijdsdomein wordt  $\dot{\psi}(p)$  in partieel breuken gesplitst:

$$\dot{\psi}(p) = \frac{a}{(1+pT_1')} + \frac{b}{(1+pT_2')} + \frac{c}{p-i\omega'} \quad (1.76.)$$

Door nu (1.75.) en (1.76.) aan elkaar gelijk te stellen vindt men:

$$\dot{\psi}'(t) = C_1 e^{-t/T_1} + C_2 e^{-t/T_2} + \frac{K'(1+T_3' i\omega')}{(1+i\omega'T_1')(1+i\omega'T_2')} \cdot \delta_a e^{i\omega't} \quad (1.77.)$$

Hierin zijn de coëfficiënten  $C_1$  en  $C_2$  functies van  $K'$ ,  $T_1'$ ,  $T_2'$ ,  $T_3'$  en  $\delta_a$ .

De beide eerste twee termen van 1.76. verdwijnen na voldoende lange tijd: het inschakelverschijnsel is dan verdwenen zodat overblijft:

$$\dot{\psi}(t) = \frac{K'(1+T_3' i\omega')}{(1+i\omega'T_1')(1+i\omega'T_2')} \delta_a e^{i\omega't} \quad (1.78.)$$

Blijkbaar wordt de coëfficiënt van  $\delta_a e^{i\omega't}$ , in het geval van een harmonische excitatie gevonden door in de uitdrukking voor de overdrachtsfunctie (1.73.) te stellen:  $p = i\omega'$ .

We definiëren nu de zgn. frequentie karakteristiek:

$$Y(i\omega') = \frac{\dot{\psi}'}{\delta} = A_\psi(\omega') e^{i\epsilon_\psi} \quad (1.79.)$$

waarin:  $A_\psi$  de amplitude karakteristiek  
en  $\epsilon_\psi$  de fase karakteristiek is.

Met (1.78.) vindt men:

$$A_\psi(\omega') = K' \left[ \frac{1 + \omega'^2 T_3'^2}{1 + (T_1'^2 + T_2'^2) \omega'^2 + T_1'^2 T_2'^2 \omega'^4} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{tg} \epsilon_\psi = - \frac{(T_1' + T_2' - T_3') \omega' + T_1' T_2' T_3' \omega'^3}{1 - \omega'^2 (T_1' T_2' - T_2' T_3' - T_3' T_1')}$$

### Opmerkingen.

a. In de literatuur wordt vaak gesteld:

- $-X_{\dot{u}} = m_x$  , hydrodynamische massa in x-richting
- $-Y_{\dot{v}} = m_y$  , hydrodynamische massa in y-richting
- $-N_r = J_{zz}$  , hydrodynamische massa traagheidsmoment om de z-as.

b. Gemakshalve volgt hieronder de definitie van de diverse dimensieloze grootheden die in de bewegingsvergelijkingen een rol spelen.

$$\begin{aligned}
 I'_{zz} &= \frac{I_{zz}}{\frac{1}{2}\rho L^5} & N'_r &= \frac{N_r}{\frac{1}{2}\rho L^4 U} \\
 J'_{zz} &= \frac{J_{zz}}{\frac{1}{2}\rho L^5} & N'_\delta &= \frac{N_\delta}{\frac{1}{2}\rho L^3 U^2} \\
 K' &= \frac{KL}{U} & v' &= \frac{v}{u} \\
 m' &= \frac{m}{(\frac{1}{2})\rho L^3} & Y' &= \frac{Y}{(\frac{1}{2})\rho L^2 U^2} \\
 m'_Y &= \frac{m_Y}{(\frac{1}{2})\rho L^3} & Y'_v &= \frac{Y_v}{(\frac{1}{2})\rho L^3} \\
 N' &= \frac{N}{(\frac{1}{2})\rho L^3 U^2} & Y'_v &= \frac{Y_v}{(\frac{1}{2})\rho L^2 U} \\
 N'_v &= \frac{N_v}{(\frac{1}{2})\rho L^4} & Y'_r &= \frac{Y_r}{(\frac{1}{2})\rho L^4} \\
 N'_v &= \frac{N_v}{(\frac{1}{2})\rho L^3 U} & Y'_\delta &= \frac{Y_\delta}{(\frac{1}{2})\rho L^2 U^2} \\
 N'_r &= \frac{N_r}{(\frac{1}{2})\rho L^5} & Y'_\beta &= \frac{Y_\beta}{(\frac{1}{2})\rho L^3 U} \\
 N'_\beta &= \frac{N_\beta}{(\frac{1}{2})\rho L^4 U} & Y'_\beta &= \frac{Y_\beta}{(\frac{1}{2})\rho L^2 U^2} \\
 N'_\beta &= \frac{N_\beta}{(\frac{1}{2})\rho L^3 U^2} & \beta' &= \beta \\
 r' &= \frac{rL}{U} & \delta' &= \delta \\
 T'_{123} &= \frac{T_{123}U}{L} & \psi' &= \psi \\
 t' &= \frac{tU}{L} & \omega' &= \frac{\omega L}{U} \quad (1.80.)
 \end{aligned}$$

c. In de literatuur wordt voor de bewegingsvergelijkingen van een oppervlakte schip ook wel de volgende vorm gebruikt (zie ook (1.51.)) :

$$\begin{bmatrix} (m+m_x) & 0 & 0 \\ 0 & (m+m_y) & -Y_{\dot{r}} \\ 0 & -N_{\dot{v}} & I_{zz} + J_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & 0 & 0 \\ 0 & Y_v & Y_r - mU \\ 0 & N_v & N_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ Y_{\delta} \\ N_{\delta} \end{bmatrix} \cdot \delta$$

(1.81.)

## 2. Niet lineaire bewegingsvergelijkingen.

De lineaire bewegingsvergelijkingen zijn bruikbaar voor het onderzoek van de dynamische stabiliteit, bijvoorbeeld bij het varen in een kanaal met diepgangs- en breedte beperkingen.

Over het algemeen moeten de hydrodynamische coëfficiënten met behulp van gedwongen oscillatie proeven of met vrijvarende modellen bepaald worden, omdat voldoende nauwkeurige analytische methoden ontbreken.

Bij het manoeuvreren van schepen zijn de hydrodynamische verschijnselen, vooral bij richtingsonstabiele schepen, vaak niet met het eenvoudige lineaire model te beschrijven. Vandaar dat nu een bespreking volgt van niet-lineaire bewegingsvergelijkingen. Daarbij kan nog onderscheid gemaakt worden tussen beschrijvingen die zo nauwkeurig mogelijk het gedrag van het schip weergeven ten behoeve van analytische studies, en van niet-lineaire vergelijkingen die gebruikt worden bij stuur- en manoeuvreersimulators. In het laatste geval is een grote nauwkeurigheid niet vereist, maar wel is nodig dat bijvoorbeeld "tijdconstanten" e.d. , bij de simulatie, realistische waarden hebben.

### 2.1. Het niet-lineaire model van Abkowitz.

Abkowitz heeft een niet-lineair stuurmodel opgesteld om stuurmanoeuvres met behulp van een computer te berekenen.

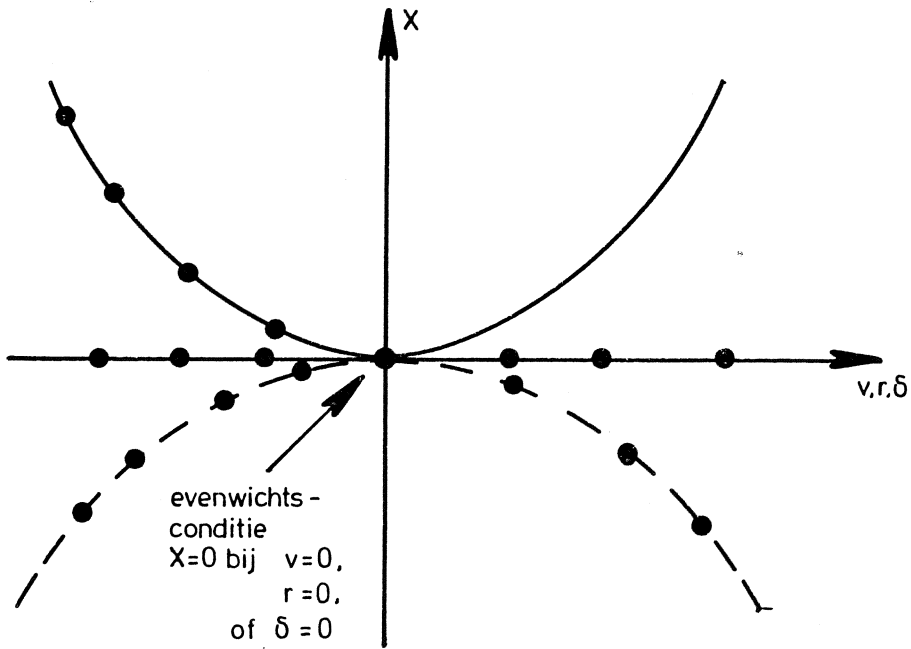
Uitgegaan wordt van een Taylor ontwikkeling voor de krachten en momenten, waarbij termen tot en met de derde orde zijn opgenomen. Uit ervaring is gebleken dat 4e orde termen geen wezenlijke verbetering van het resultaat geven. Verondersteld wordt dat krachten en momenten als gevolg van roerhoeksnelheden en roerhoekversnelingen ( $\dot{\delta}, \ddot{\delta}$ ) een te verwaarlozen invloed hebben.

Uitgegaan wordt van:

$$X = f(u, v, r, \dot{u}, \dot{v}, \dot{r}, \delta) = m(\dot{u} + qv - rv), \quad (2.1.)$$

en analoge uitdrukkingen voor Y en N.

De reeksontwikkeling volgens Taylor tot en met de 3e orde term is dan:



Figuur 2.1: Mogelijk verband tussen  $X$  en  $v,r,$  of  $\delta$ .



$$\begin{aligned}
x = x^0 &+ \left[ X_u u + X_v v + X_r r + X_u \dot{u} + X_v \dot{v} + X_r \dot{r} + X_\delta \dot{\delta} \right] + \\
&+ \frac{1}{2} \left[ X_{uu} u^2 + X_{vv} v^2 + \dots + X_{\delta\delta} \delta^2 + 2X_{uv} uv + 2X_{ur} ur + \dots + 2X_{r\delta} r\dot{\delta} \right] + \\
&+ \frac{1}{3!} \left[ X_{uuu} u^3 + X_{vvv} v^3 + \dots + X_{\delta\delta\delta} \delta^3 + 3X_{uuv} u^2 v + 3X_{uur} u^2 r + \dots + \right. \\
&\dots + 3X_{r\delta\delta} r \dot{\delta}^2 + 6X_{uvr} uvr + 6X_{uvu} uv\dot{u} + \dots + \\
&\left. + 6X_{vr\delta} v r \dot{\delta} \right]. \tag{2.2.}
\end{aligned}$$

Hierin is  $x^0$  de kracht in x-richting bij de evenwichtsconditie  $u_e = U$ ; de notatie wordt verklaard door:

$$X_{uu} = \frac{\partial^2 X}{\partial u^2}, \quad X_{uv} = \frac{\partial^2 X}{\partial u \partial v}, \quad X_{uur} = \frac{\partial^3 X}{\partial^2 u \partial r} \quad \text{enz.}$$

Ook hier kan gebruik gemaakt worden van de symmetrie van het schip, waardoor diverse termen nul kunnen zijn, zie ook (1.49.)

We zagen reeds dat als gevolg van de symmetrie geldt:

$$X_v = X_r = X_\delta = X_{\dot{v}} = X_{\dot{r}} = 0$$

De symmetrische functie  $X(v, r, \delta)$  is geschetst in Figuur 2.1. Het is duidelijk dat slechts even functies van  $v, r$  en  $\delta$  in aanmerking komen, zodat:

$$X(v) = a_2 v^2 + a_4 v^4 + a_6 v^6 + \dots \tag{2.3.}$$

en analoge uitdrukkingen voor  $X(r)$ ,  $X(\delta)$ ,  $X(\dot{v})$  en  $X(\dot{r})$ .

Hierin is, zie (2.2.) ,  $a_2 = \frac{1}{2} X_{vv}$  en  $a_4 = \frac{1}{24} X_{vvvv}$  enz.

Meer algemeen is  $X$  een functie van  $\delta$ ,  $v$  en  $r$  op hetzelfde tijdstip. De locale "drifthoek" is:

$$\frac{v}{U} + \frac{rx}{U}, \quad \text{waarin } x \text{ de afstand tot } G \tag{2.4.}$$

en de kinematische invalshoek van het roer is:

$$-\delta + \frac{v}{U} + \frac{rL}{2U} \quad (2.5.)$$

In verband met de vorm van het schip zal de effectieve invalshoek een functie zijn van  $v$ ,  $r$  en  $\delta$  en de kracht  $X$  kan daarom als volgt geschreven worden:

$$X(v,r,\delta) = (c_1 v + c_2 r + c_3 \delta)^2 + (c_1 v + c_2 r + c_3 \delta)^4 + \dots \quad (2.6.)$$

Bij een profiel is de driftkracht evenredig met het kwadraat van de invalshoek; er is een zekere analogie met het schip dat met een kleine drifthoek vaart.

De uitwerking van  $X$  geeft nu de volgende termen:

$$v^2, r^2, \delta^2, rv, r\delta \text{ en } v\delta, \quad (2.7.)$$

waarbij geen 3e graads termen aanwezig zijn en waarbij de reeksontwikkeling tot de 4e graads termen is begrensd.

De afhankelijkheid van  $X$  van  $u$  is in een veelterm uit te drukken:

$$X(u) = D_1 u + D_2 u^2 + D_3 u^3 \quad (2.8.)$$

Bij een versnellende en vertragende beweging van het schip in  $x$ -richting is  $X(u)$  het verschil van de effectieve stuwkracht  $T^* = T(1-t)$  en de weerstand  $R$ . Dit verschil kan door (2.8.) voorgesteld worden. Als  $u$  varieert dan wordt daarmee de "invalshoek" (2.5.) beïnvloed en daarmee de grootte van  $X$ . Er ontstaan dus koppeltermen, die samengesteld zijn uit  $u$ ,  $v$ ,  $r$  en  $\delta$ . Door (2.7.) en (2.8.) te combineren, waarbij de termen tot en met de derde orde worden meegenomen, vindt men de volgende niet-lineaire termen in de uitdrukking voor  $X$ :

$$v^2, r^2, \delta^2, rv, r\delta, v\delta, v^2 u, r^2 u, \delta^2 u, rvu, r\delta u, v\delta u.$$

Een andere manier om tot de relevante termen in de uitdrukking voor  $X$  te komen is de volgende.

Uitgaande van de Taylor reeks (2.2.) worden alle termen in  $v$ ,  $r$  en  $\delta$  met oneven exponenten nul gesteld (bijvoorbeeld  $X_{vvvu}v^3u = X_{rrru}r^3u = X_{uv}uv = 0$ )  
 Termen met even exponenten in  $v$ ,  $r$  en  $\delta$  zijn ongelijk aan nul, (dus  $X_{vvu}v^2u \neq 0$ ,  $X_{rru}r^2u \neq 0$  enz.)  
 Ook termen waarin producten van  $v, r$  en  $\delta$  met oneven exponenten voorkomen zijn ongelijk aan nul, dus  $X_{vr}vr \neq 0$ ,  $X_{v\delta}v\delta \neq 0$ ,  $X_{vru}vru \neq 0$ ,  $X_{r\delta u}r\delta u \neq 0$ .

Abkowitz neemt aan dat niet-lineaire versnellingstermen nul zijn, omdat dit uit berekeningen met de potentiaaltheorie voor volledig ondergedompelde slanke lichamen zou blijken, dus  $X_{uu}\dot{u}^2 = X_{vv}\dot{v}^2 = X_{rr}\dot{r}^2 = X_{uuu}\dot{u}^3 = 0$  enzovoorts. Verder zegt hij dat de onderlinge beïnvloeding van visceuze termen en traagheidstermen te verwaarlozen is, zodat bijvoorbeeld:

$$X_{vr}\dot{v}r = 0 \text{ enzovoorts.}$$

Tenslotte wordt opgemerkt dat:  $X_{\dot{v}} = X_{\dot{r}} = 0$ , wegens de symmetrie. In de X-vergelijking blijft daardoor alléén  $X_{\dot{u}}$  over als versnellingsafgeleide.

In verband met vergelijking (1.8.) en het feit dat in dit geval alléén horizontale bewegingen beschouwd worden ( $q = w = 0$ ) vinden we tenslotte:

$$X = m(\dot{u} - vr)$$

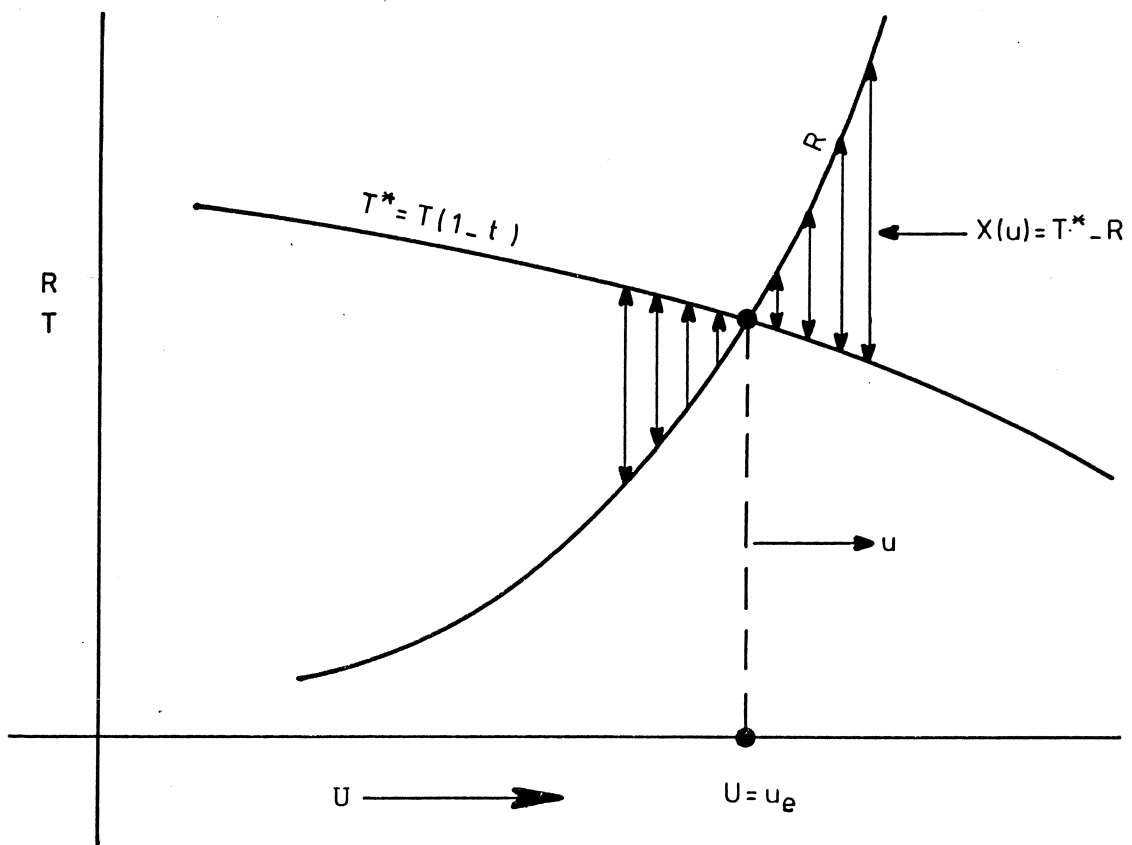
of:

$$(m - X_{\dot{u}})\dot{u} = f_1(u, v, r, \delta) \quad (2.9.)$$

waarin:

$$\begin{aligned} f_1(u, v, r, \delta) = & X^0 + X_u u + \frac{1}{2}X_{uu} u^2 + \frac{1}{6}X_{uuu} u^3 + \\ & + \frac{1}{2}X_{vv} v^2 + \frac{1}{2}X_{rr} r^2 + \frac{1}{2}X_{\delta\delta} \delta^2 + \\ & + \frac{1}{2}X_{vvu} v^2 u + \frac{1}{2}X_{rru} r^2 u + \frac{1}{2}X_{\delta\delta u} \delta^2 u + \\ & + (X_{vr} + m)vr + X_{v\delta}v\delta + X_{r\delta}r\delta + X_{vru}vru + \\ & + X_{v\delta u}v\delta u + X_{r\delta u}r\delta u. \end{aligned}$$

Voor de Y en N vergelijkingen gelden analoge overwegingen, rekening houdend met de symmetrie ten opzichte van het xz-vlak.



Figuur 2.2: Verband tussen  $X(u)$ ,  $T^*$  en  $R$ .

In de eerste plaats volgt daaruit dat alle afgeleiden naar  $u$  en  $\dot{u}$  nul zijn, dus  $Y_u = Y_{uu} = Y_{uuu} = Y_{\dot{u}} = Y_{\dot{u}\dot{u}} = Y_{\dot{u}\dot{u}\dot{u}} = 0$ . Evenzo voor  $N(\dot{u})$ . De functies van  $Y$  en  $N$  zijn oneven functies van  $v, r, \delta, \dot{v}, \dot{r}$ ; daarom zijn de termen met even exponenten in  $v, r, \delta, \dot{v}, \dot{r}$  allen gelijk aan nul. Datzelfde geldt voor "even" producten van deze variabelen, dus:

$$Y_{vuu} v^2 u = Y_{rru} r^2 u = Y_{vr} vr = Y_{v\delta} v\delta = Y_{r\delta} r\delta = Y_{vru} vru = \\ = Y_{v\delta u} v\delta u = 0 \text{ enz. Evenzo voor de N-termen.}$$

De  $Y$ -kracht en het  $N$ -moment, als gevolg van de asymmetrie, veroorzaakt door de draairichting van de schroef (of schroeven, als die dezelfde draairichting hebben) worden respectievelijk voorgesteld door de termen:

$$Y_u^0 u, Y_{uu}^0 u^2 \quad \text{en} \quad N_u^0 u, N_{uu}^0 u^2$$

De scheepsschroef wordt scheef aangestroomd als  $v \neq 0$ .

Er ontstaan daardoor een kracht en een moment, die bovendien elk van de snelheid  $u$  afhankelijk zijn.

De volgende termen worden daarom in de Taylor reeks opgenomen:

$$Y_{vu} vu, Y_{vuu} vu^2, N_{vu} vu, N_{vuu} vu^2 .$$

Voor de "versnellings"afgeleiden gelden dezelfde overwegingen als voor de ontwikkeling van de  $X$ -kracht: de enige in rekening te brengen termen zijn:  $Y_{\dot{v}}$ ,  $Y_{\dot{r}}$ ,  $N_{\dot{v}}$  en  $N_{\dot{r}}$ .

Uit (1.8.) en (1.21.) volgt:

$$Y = m(\dot{v} + rU)$$

$$N = I_{zz} \dot{r}$$

zodat:

$$(m - Y_{\dot{v}}) \dot{v} - Y_{\dot{r}} \dot{r} = f_2(u, v, r, \delta) \quad (2.10.)$$

$$-N_{\dot{v}} \dot{v} + (I_{zz} - N_{\dot{r}}) \dot{r} = f_3(u, v, r, \delta) \quad (2.11.)$$

waarin:

$$\begin{aligned}
 f_2(u, v, r, \delta) = & Y^O + Y_u^O u + Y_{uu}^O u^2 + Y_v v + \\
 & + \frac{1}{6} Y_{vvv} v^3 + \frac{1}{2} Y_{vrr} vr^2 + \frac{1}{2} Y_{v\delta\delta} v\delta^2 + Y_{vu} vu + \\
 & + \frac{1}{2} Y_{vuu} vu^2 + (Y_r - mU) r + \frac{1}{6} Y_{rrr} r^3 + \frac{1}{2} Y_{rvv} rv^2 + \\
 & + \frac{1}{2} Y_{r\delta\delta} r\delta^2 + Y_{ru} ru + \frac{1}{2} Y_{ruu} ru^2 + Y_\delta \delta + \\
 & + \frac{1}{6} Y_{\delta\delta\delta} \delta^3 + \frac{1}{2} Y_{\delta vv} \delta v^2 + \frac{1}{2} Y_{\delta rr} \delta r^2 + \\
 & + Y_{\delta u} \delta u + \frac{1}{2} Y_{\delta uu} \delta u^2 + Y_{vr\delta} vr\delta
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_3(u, v, r, \delta) = & N^O + N_u^O u + N_{uu}^O u^2 + N_v v + \\
 & + \frac{1}{6} N_{vvv} v^3 + \frac{1}{2} N_{vrr} vr^2 + \frac{1}{2} N_{v\delta\delta} v\delta^2 + N_{vu} vu + \\
 & + \frac{1}{2} N_{vuu} vu^2 + N_r r + \frac{1}{6} N_{rrr} r^3 + \frac{1}{2} N_{rvv} rv^2 + \\
 & + \frac{1}{2} N_{r\delta\delta} r\delta^2 + N_{ru} ru + \frac{1}{2} N_{ruu} ru^2 + \\
 & + N_\delta \delta + \frac{1}{6} N_{\delta\delta\delta} \delta^3 + \frac{1}{2} N_{\delta vv} \delta v^2 + \frac{1}{2} N_{\delta rr} \delta r^2 + \\
 & + N_{\delta u} \delta u + \frac{1}{2} N_{\delta uu} \delta u^2 + N_{vr\delta} vr\delta .
 \end{aligned}$$

De vergelijkingen (2.9.), (2.10.) en (2.11.) zijn afgeleid zonder de relatieve invloed van elk van de vele termen te beschouwen. Uit een experimentele bepaling van de hydrodynamische coëfficiënten blijkt dat alle lineaire termen belangrijk zijn. Voor de x-vergelijking zijn daarnaast van belang de termen met  $u^2$  en  $u^3$  en voor de Y en N vergelijkingen zijn de termen met  $rv^2$ ,  $Y_{rvv}$ ,  $N_{rvv}$  belangrijk.

Een bezwaar tegen de afleiding van Abkowitz is dat de fysische betekenis van de meeste coëfficiënten niet duidelijk is.

In het besproken geval zijn de diverse termen van de bewegingsvergelijkingen dimensie-vol gegeven. Men kan een dimensieloze vorm van de vergelijkingen kiezen, doch dat leidt niet tot snelheids-onafhankelijke coëfficiënten, zie bijvoorbeeld  $Y'_{vu}$ ,  $Y'_{ruu}$ .

De oplossing van de bewegingsvergelijkingen (2.9.), (2.10.) en (2.11.) geschiedt met numerieke methoden.

Uit de vergelijkingen volgt:

$$\begin{aligned}\dot{u} &= \frac{du}{dt} = \frac{f_1(u, v, r, \delta)}{(m - X_{\dot{u}})} = g_1 [u(t), v(t), r(t), \delta(t)] \\ \dot{v} &= \frac{dv}{dt} = \frac{f_2(I_{zz} - N_{\dot{r}}) + f_3 Y_{\dot{r}}}{(m - Y_{\dot{v}})(I_{zz} - N_{\dot{r}}) - N_{\dot{v}} Y_{\dot{r}}} = g_2 [u(t), v(t), r(t), \delta(t)] \\ \dot{r} &= \frac{dr}{dt} = \frac{f_3(m - Y_{\dot{v}}) + f_2 N_{\dot{v}}}{(m - Y_{\dot{v}})(I_{zz} - N_{\dot{r}}) - N_{\dot{v}} Y_{\dot{r}}} = g_3 [u(t), v(t), r(t), \delta(t)]\end{aligned}\tag{2.12.}$$

Deze drie 1e orde, niet lineaire differentiaal vergelijkingen worden opgelost door uit te gaan van één stel waarden voor  $u$ ,  $v$ ,  $r$ ,  $\delta$  ten tijde  $t$ , bijvoorbeeld:

$$r = v = \delta = 0, u = U.$$

Ten tijde  $t + \Delta t$  geldt dan:

$u(t+\Delta t) = u(t) + \Delta t \cdot \dot{u}(t)$ , met analoge uitdrukkingen voor  $v$  en  $r$ . Hierbij is verondersteld dat  $\delta(t)$  een bekende functie is.

Het rekenproces kan daarna herhaald worden door nu uit te gaan van de nieuwe waarden voor  $u$ ,  $v$ ,  $r$  en  $\delta$  enz., zodat:

$$u(t) = u(0) + \sum_{\tau=0}^{t-\Delta t} \dot{u}(\tau) \cdot \Delta t \text{ en evenzo voor } v(t) \text{ en } r(t).$$

De snelheidscomponenten in de richtingen  $x_0$ ,  $y_0$  van het ruimte-vaste assenstelsel zijn:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{0G} &= u \cos \psi - v \sin \psi \\ \dot{y}_{0G} &= u \sin \psi + v \cos \psi\end{aligned}\tag{2.12.}$$

waarin:  $x_{OG}$  en  $y_{OG}$  de coördinaten van G voorstellen.

De baan van G kan berekend worden door integratie van  $\dot{r}$ ,  $\dot{x}_{OG}$  en  $\dot{y}_{OG}$ :

$$\begin{aligned} \psi(t) &= \psi(0) + \sum_{\tau=0}^{t-\Delta t} r(\tau) \Delta t \\ x_{OG}(t) &= x_{OG}(0) + \sum_{\tau=0}^{t-\Delta t} \left\{ v(\tau) \cos \psi(\tau) + \right. \\ &\quad \left. + \left[ u(\tau) + u(0) \right] \sin \psi(\tau) \right\} \cdot \Delta t \\ y_{OG}(t) &= y_{OG}(0) + \sum_{\tau=0}^{t-\Delta t} \left\{ \left[ u(\tau) + u(0) \right] \cdot \cos \psi(\tau) + \right. \\ &\quad \left. - v(\tau) \sin \psi(\tau) \right\} \Delta t. \end{aligned} \tag{2.13.}$$

Als vergelijking voor  $\delta$  kan gebruikt worden:

$$T_s \dot{\delta}(t) + \delta(t) = \delta_g \tag{1.53.}$$

waarmee het verband met  $\delta(t)$  berekend kan worden als  $\delta_g$  bekend is (eventueel als functie van t).

De bepaling van de coëfficiënten van de bewegingsvergelijkingen wordt besproken in hoofdstuk 3. Deze kan uitgevoerd worden met behulp van de oscillator techniek, door gebruik te maken van schaalmodellen (P.M.M. - Planar Motion Mechanism) of er wordt gebruik gemaakt van vrij grove schattingsmethoden (lineaire afgeleiden).

## 2.2. Niet lineaire modellen ten behoeve van simulatie.

### 2.2.1. Het model van Nomoto.

Nomoto heeft in 1978 een betrekkelijk eenvoudig mathematisch model gepubliceerd voor simulatie doeleinden, dat voldoende nauwkeurige resultaten lijkt te geven. Een voordeel van de formulering van Nomoto is de mogelijkheid om met vrijvarende modellen, of met behulp van ware grootte proeven, belangrijke coëfficiënten van de bewegingsvergelijkingen te bepalen.



In de vergelijkingen worden de krachten  $X$ ,  $Y$  en  $N$  als functies van  $u$ ,  $v$ ,  $\dot{\psi}$ ,  $\delta$  en  $n$  gegeven, waarin  $n$  het toerental van de schroef voorstelt. De vergelijkingen luiden als volgt:

$$T_1' T_2' \left(\frac{L}{U}\right)^2 \ddot{\psi} + (T_1' + T_2') \frac{L}{U} \ddot{\psi} + \dot{\psi} + \alpha' \left(\frac{L}{U}\right)^2 \dot{\psi}^3 = K' g(s) \frac{U}{L} \left\{ \delta + T_3' \left(\frac{L}{U}\right) \dot{\delta} \right\} \quad (2.14.)$$

$$\dot{u} + a_{uu} u^2 + a_{rr} \dot{\psi}^2 + a_{\delta\delta} \delta^2 u^2 = a_{nn} n^2 + a_{nu} nu \quad (2.15.)$$

$$T_s \dot{\delta} + \delta = \delta^* , \text{ met } |\dot{\delta}| \leq |\dot{\delta}|_{\max} \quad (2.16.)$$

$$\text{waarin: } g(s) = \frac{1 + 3.2 s^{1.5}}{1 + 3.2 s_e^{1.5}}$$

en:  $s = 1 - \frac{(1-w)U}{nP}$  , de schijnbare slip van de schroef.

$$s_e = 1 - \frac{(1-w)U_e}{n_e P} , \text{ als } \dot{u} = 0$$

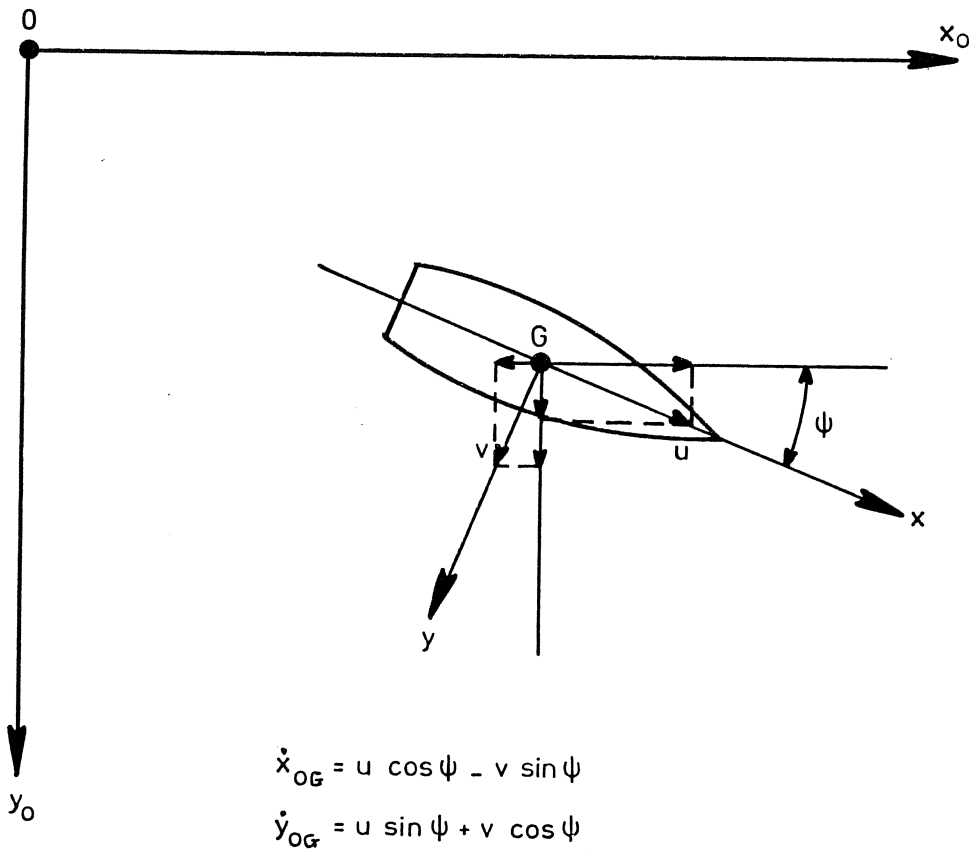
Vergelijking (2.14.) is direct afgeleid uit (1.74.) door toevoeging van de niet lineaire term  $\alpha' \left(\frac{L}{U}\right)^2 \dot{\psi}^3$  , en de functie  $g(s)$  die de invloed van de schroefbelasting op de roerkrachten, als gevolg van het uitvoeren van manoeuvres, weergeeft. Vergelijking (2.15.) beschrijft de snelheidsverandering als gevolg van het sturen en de verandering van het toerental van de schroef.

We beschouwen nu vergelijking (2.14.) zonder de functie  $g(s)$ :

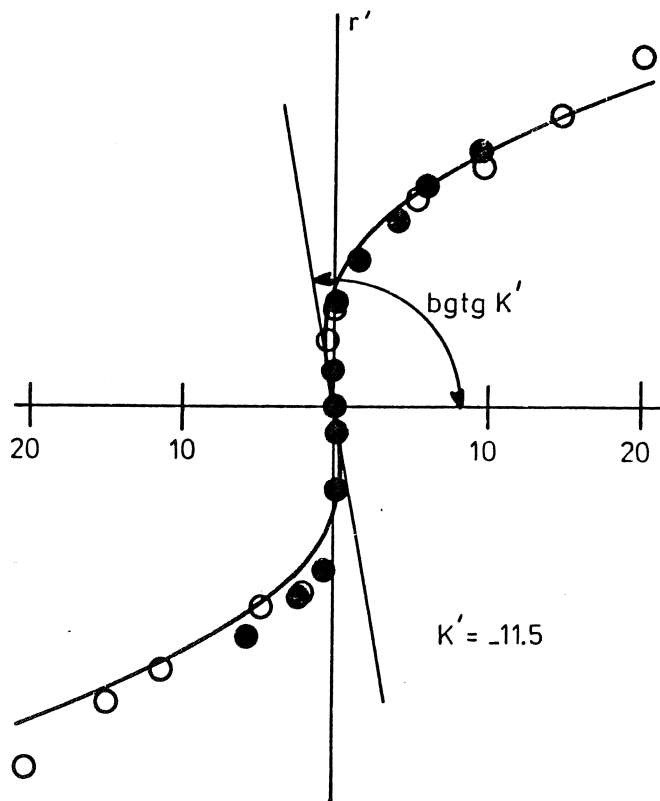
$$T_1 T_2 \ddot{\psi} + (T_1 + T_2) \ddot{\psi} + \dot{\psi} + \alpha \dot{\psi}^3 = K \delta + K T_3 \dot{\delta} \quad (2.17.)$$

Met behulp van een spiraalproef (of Bech's omgekeerde spiraalproef) is het, eventueel niet-lineaire, verband tussen  $\dot{\psi}$  en  $\delta$  vast te leggen. Een voorbeeld van gemeten waarden geeft Figuur 2.4. Daaruit kan  $K$  bepaald worden.

Met de resultaten van een zig-zag proef, waarbij  $\dot{\psi}(t)$  en  $\delta(t)$  gemeten worden, kunnen de coëfficiënten  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  en  $\alpha$  bepaald worden.



Figuur 2.3 : Snelheid t.o.v. ruimtevast assenstelsel.



Figuur 2.4: Spiraalproef resultaten van een VLCC model.

Nomoto gebruikt daarvoor een methode waarbij vergelijking (2.17.) in de volgende vorm geschreven wordt:

$$T_1 T_2 (\ddot{\psi} - \ddot{\psi}_0) + (T_1 + T_2) (\dot{\psi} - \dot{\psi}_0) + \int_0^t (\dot{\psi} + \alpha \dot{\psi}^3) dt = K \int_0^t (\delta - \delta_e) dt + K T_3 (\delta - \delta_0) \quad (2.18.)$$

Deze vergelijking ontstaat door integratie van (2.17.); daarin gelden  $\dot{\psi}_0$ ,  $\ddot{\psi}_0$  en  $\delta_0$  voor  $t = 0$  en  $\delta_e$  is de roerhoek als het schip een vaste koers vaart.

De berekening begint met de aanname van een stel willekeurige beginwaarden voor  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  en  $\alpha$ . Daarmee wordt, gebruik makend van (2.17.), door numerieke integratie een berekende beweging verkregen, mede gebaseerd op de reeds bekende  $K$ . Het verschil tussen de berekende waarden en de gemeten beweging bij de zig-zag proef is een fout die door systematische variatie van de aangenomen  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  en  $\alpha$  zo klein mogelijk wordt gemaakt met behulp van een kleinste kwadraten iteratie methode. Dit is een systeem identificatie, die in de praktijk goede resultaten levert.

De fout die geminimaliseerd wordt kan als volgt gedefinieerd worden:

$$J = \frac{1}{\sigma_r^2} \int_0^{t_F} (\dot{\psi} - \dot{\psi}_m)^2 dt + \frac{1}{\sigma_{\dot{r}}^2} \int_0^{t_F} (\ddot{\psi} - \ddot{\psi}_m)^2 dt \quad (2.19.)$$

waarin:  $\dot{\psi}_m$  en  $\ddot{\psi}_m$  gemeten waarden voorstellen  
 $\dot{\psi}$  en  $\ddot{\psi}$  zijn "berekende" waarden.

$\sigma_r^2$  en  $\sigma_{\dot{r}}^2$  zijn de varianties van de gemeten giersnelheid en giersversnelling

$t_F$  is de tijdsduur van de beschouwde zig-zag proef.

De giersnelheid kan direct gemeten worden, doch de giersversnelling wordt bepaald uit de giersnelheid door een numeriek filter proces, dat differentiatie inhoudt.

Voor het gebruikte iteratie proces bleek een methode volgens Powell geschikt te zijn. (An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives, The Computer Journal 10, 1967).

Het is niet mogelijk om  $K$  óók op deze manier te berekenen omdat combinaties van grote  $K$  en grote  $T_1$  en kleine  $K$ , kleine  $T_1$  nauwelijks van elkaar zijn te onderscheiden; het is dus nodig om  $K$  afzonderlijk te bepalen.

Een andere methode om de coëfficiënten te bepalen is als volgt. Schrijf de vergelijking (2.17.) in de volgende vorm:

$$\begin{aligned} \frac{T_1 T_2}{K} \int_{t_0}^{t_1} \ddot{\psi} \dot{\psi} dt + \frac{T_1 + T_2}{K} \int_{t_0}^{t_1} \ddot{\psi} \dot{\psi} dt + \frac{\alpha}{K} \int_{t_0}^{t_1} \dot{\psi}^4 dt = \\ + \int_{t_0}^{t_1} \delta \dot{\psi} dt + T_3 \int_{t_0}^{t_1} \delta \dot{\psi} dt \end{aligned} \quad (2.20.)$$

Hierin is elke term uit (2.17.) vermenigvuldigd met  $\dot{\psi}$  en geïntegreerd naar de tijd over het interval  $t_0 - t_1$ .

Ook kunnen we (2.20.) als volgt schrijven:

$$\begin{aligned} \frac{T_1 T_2}{K} \int_{\dot{\psi}(t_0)}^{\dot{\psi}(t_1)} \dot{\psi} d \ddot{\psi} + \frac{T_1 + T_2}{K} \int_{\dot{\psi}(t_0)}^{\dot{\psi}(t_1)} \dot{\psi} d \dot{\psi} + \frac{1}{K} \int_{t_0}^{t_1} \dot{\psi} d \psi = \\ + \int_{\psi(t_0)}^{\psi(t_1)} \delta d \psi + T_3 \int_{\delta(t_0)}^{\delta(t_1)} \dot{\psi} d \delta \end{aligned} \quad (2.21.)$$

Door elk van de termen van (2.17.) te vermenigvuldigen met  $\ddot{\psi}$  en te integreren over het tijdsinterval  $t_0 - t_1$  vindt men analoog:

$$\begin{aligned} \frac{T_1 T_2}{K} \int_{\dot{\psi}(t_0)}^{\dot{\psi}(t_1)} \ddot{\psi} d \dot{\psi} + \frac{T_1 + T_2}{K} \int_{\dot{\psi}(t_0)}^{\dot{\psi}(t_1)} \ddot{\psi} d \dot{\psi} + \frac{1}{K} \int_{\dot{\psi}(t_0)}^{\dot{\psi}(t_1)} \dot{\psi} d \dot{\psi} = \\ + \int_{\dot{\psi}(t_0)}^{\dot{\psi}(t_1)} \delta d \dot{\psi} + T_3 \int_{\dot{\psi}(t_0)}^{\dot{\psi}(t_1)} \delta d \dot{\psi} \end{aligned} \quad (2.22.)$$

In plaats van de term met  $\alpha \dot{\psi}^3$  kan óók een meer algemene functie van  $\dot{\psi}$  gebruikt worden:  $H(\dot{\psi})$  die door "curve fitting" uit het resultaat van een spiraalproef bepaald kan worden.

De vergelijkingen (2.21.) en (2.22.) kan men nu opvatten als twee algebraïsche vergelijkingen met drie onbekenden  $T_1 T_2 / K$ ,  $(T_1 + T_2) / K$  en  $T_3$ , als bij elkaar behorende waarden van  $\dot{\psi}$ ,  $\ddot{\psi}$ ,  $\psi$ ,  $\delta$  en  $\dot{\delta}$  op  $t_0$  en  $t_1$  uit metingen bekend zijn.

Voor dit doel worden zig-zag proeven uitgevoerd, met verschillende combinaties van de roerhoek en de hoeksnelheid waarbij de roeruitslag van teken omkeert. Men kan óók het interval  $t_0 - t_1$  wijzigen om een nieuwe vergelijking in de drie te bepalen grootheden toe te voegen. Als meer dan drie vergelijkingen opgesteld zijn dan kunnen  $T_{123}$  en  $K$  met behulp van een kleinste kwadraten methode bepaald worden.

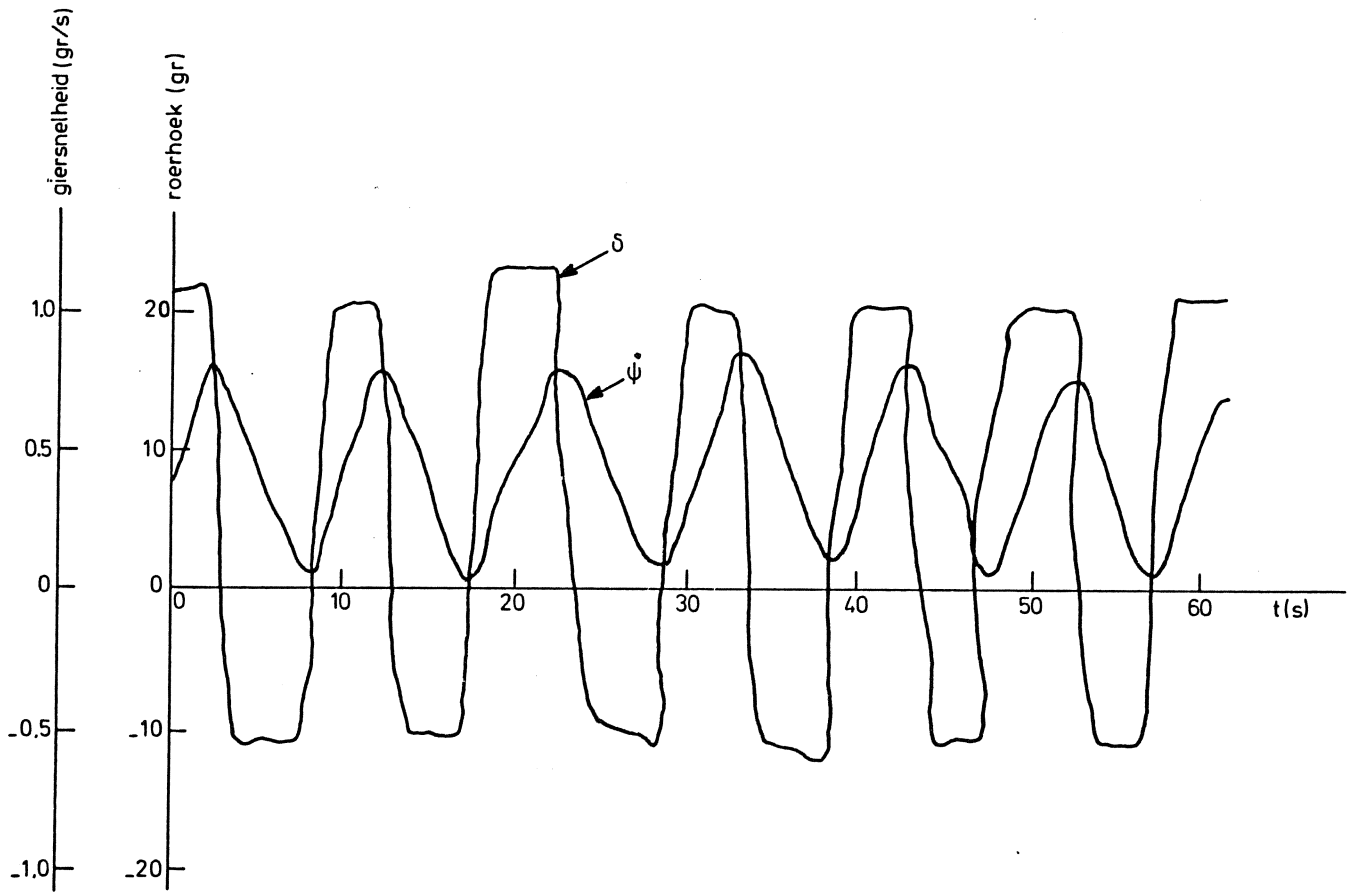
In het eventueel aanwezige instabiele gebied gebruikt men de "reversed spiral" voor de bepaling van het verband tussen  $H(\dot{\psi})$  en  $\delta$ . Bij deze methode wordt de roerhoek gemeten die een bepaalde giersnelheid ten gevolge heeft en het blijkt mogelijk te zijn om bij deze proef het roer een periodieke beweging te geven (gemiddelde roerhoek ongelijk aan nul ! ) zodat de giersnelheid gemiddeld de gewenste grootte heeft, zie Figuur 2.5.

Uit de geregistreerde  $\dot{\psi}(t)$  en  $\delta(t)$  worden:  $\psi$ ,  $\ddot{\psi}$  en  $\dot{\delta}$  met behulp van een numeriek proces bepaald. Daarna worden diagrammen  $\ddot{\psi} \rightarrow \dot{\psi}$ ,  $\delta \rightarrow \dot{\psi}$ ,  $\dot{\delta} \rightarrow \dot{\psi}$ , enz. geconstrueerd.

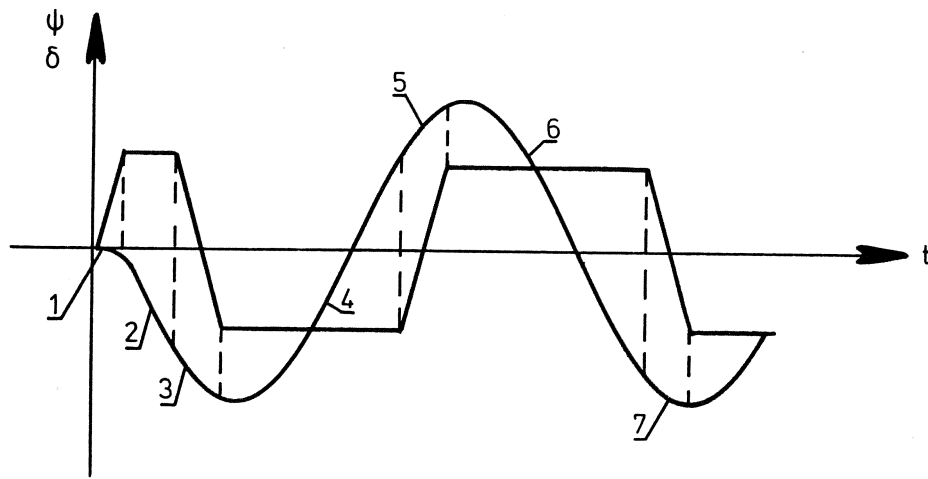
Figuur 2.6. geeft zo'n "fase vlak" diagram waarin de getallen 1 t/m 7 een reeks tijdsintervallen aanduiden waarover de integralen uit (2.20.) en (2.21.) bepaald kunnen worden.

Met behulp van gedwongen-oscillatie proeven is het mogelijk alle lineaire en niet lineaire coëfficiënten van de bewegingsvergelijking te bepalen dus ook  $T_{123}$ ,  $K$  en  $\alpha$  (of  $H(\dot{\psi})$ ).

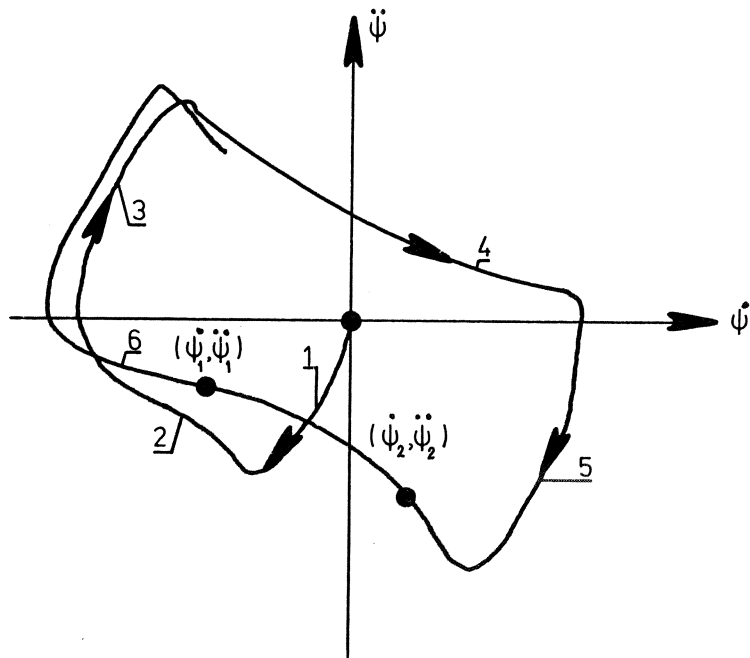
De besproken methode heeft echter het grote voordeel dat óók de resultaten van ware grootte proeven gebruikt kunnen worden, waarbij het schaaleffect geen rol speelt.



Figuur 2.5: „Reversed Spiral“.

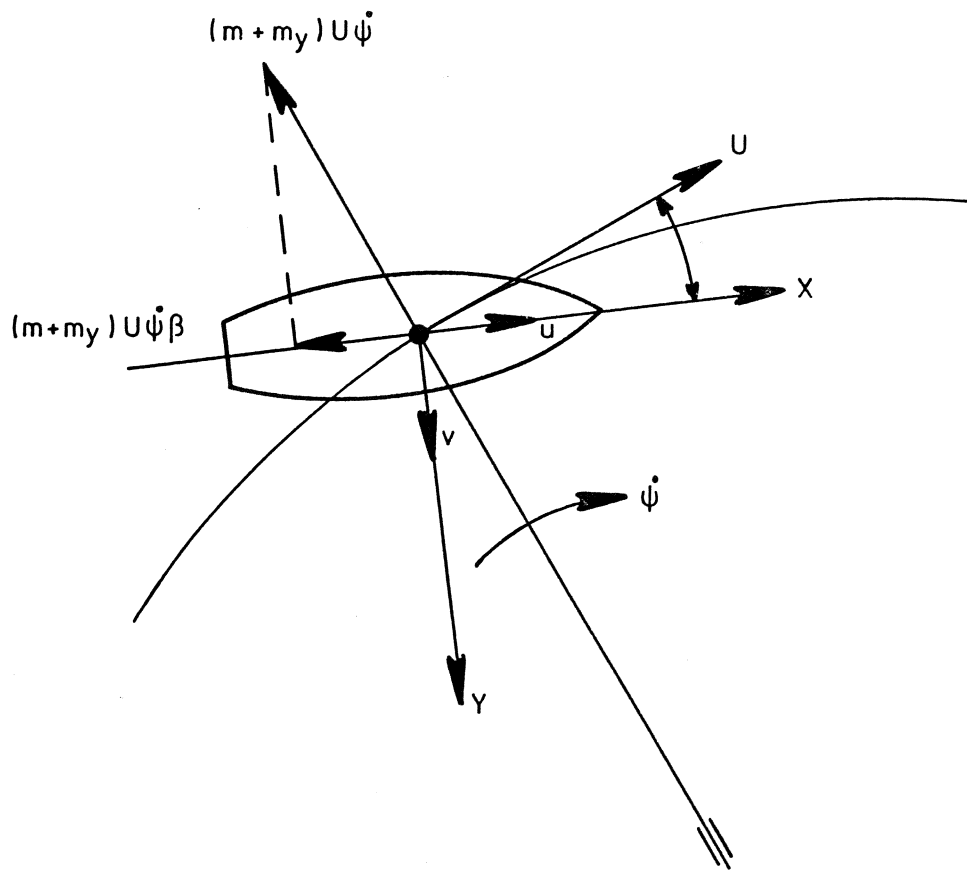


a) Zigzag proef.



b) Fase vlak diagram  $\dot{\psi}$ - $\ddot{\psi}$ .

Figuur 2.6: Fase vlak diagram.



Figuur 2.7:  $(m + m_x) \dot{u} - (m + m_y) v \dot{\psi} = X(u, v, \psi, \delta, n)$  volgens Nomoto.



Voor de vergelijking in X-richting gaat Nomoto uit van de volgende vergelijking, die gebaseerd is op de potentiaal theorie van ondergedompelde lichamen:

$$(m+m_x)\ddot{u} - (m+m_y)v\dot{\psi} = X(u, v, \dot{\psi}, \delta, n) \quad (2.23.)$$

Hierin is  $m_x = -X_{\dot{u}}$  en  $m_y = -X_{\dot{v}}$ . De  $m_y v\dot{\psi}$ -term volgt niet uit de formele afleiding volgens Abkowitz. Men denkt  $m_y$  geconcentreerd in G zodat een centrifugale kracht  $(m+m_y)U\dot{\psi}$  ontstaat, die een component  $(m+m_y)U\dot{\psi}\beta = -(m+m_y)v\dot{\psi}$  in X-richting heeft, zie Figuur 2.7. In de X bevindt zich nog een term met  $vr$ , zie óók vergelijking (2.9.). Deze blijkt de term  $m_y v\dot{\psi}$  te verkleinen en wel met 30 à 40%. Verder wordt ingevoerd de afstand  $l_p$  van het draaipunt van het schip tot G, waarvoor geldt:

$$v\dot{\psi} = l_p \dot{\psi}^2 \quad (2.24.)$$

De totale "centrifugale" weerstand kan daarom als volgt geschreven worden:

$$(m+m_y.C_m) l_p \dot{\psi}^2 \quad (2.25.)$$

Voor het snelheidsgebied waarin manoeuvres uitgevoerd worden kan de weerstand evenredig met het kwadraat van de snelheid geschreven worden, dus:

$$R_t = \frac{\rho}{2} LdU^2 \cdot X'_{uu} \quad (2.26.)$$

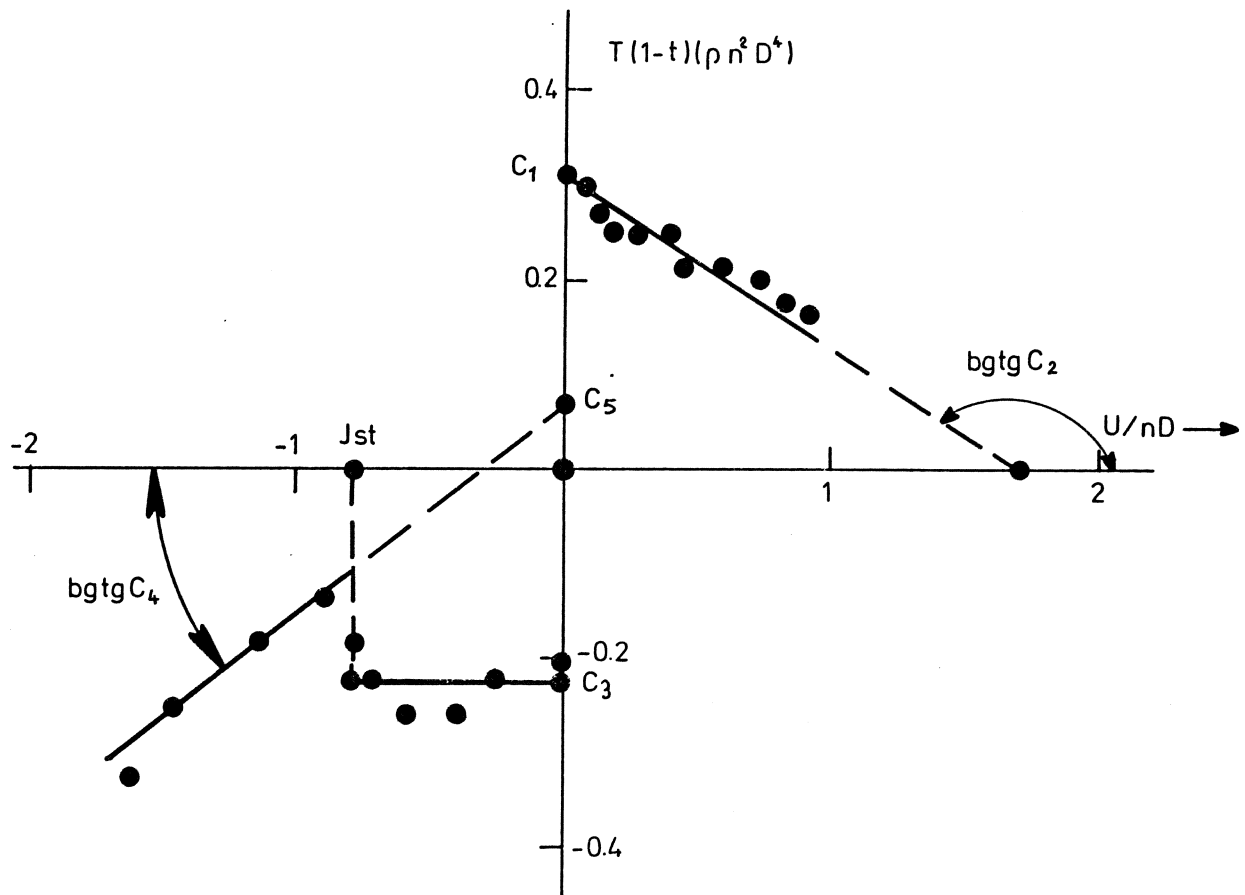
waarin:  $X'_{uu}$  dimensieloos is gemaakt met behulp van het lateraal oppervlak  $Ld$  ( $d$  = gemiddelde diepgang\*)

De weerstand door roeruitslagen is evenredig met  $\delta^2$ , dus

$$R_{roer} = \frac{\rho}{2} LdU^2 \delta^2 X'_{\delta\delta} \quad (2.27.)$$

$R_t$  en  $R_{roer}$  kunnen bepaald worden met behulp van modelproeven.

\*) Er is hier afgeweken van de standaard ITTC nomenclatuur omdat T, het symbool voor diepgang gebruikt wordt voor stuwkracht en voor tijdconstante.



Figuur 2.8 : Verband tussen effectieve stuwkracht en de slip van de propeller. (tanker, modelproef).

Het grootste deel van X wordt geleverd door de stuwkracht.  
De effectieve stuwkracht is  $T(1-t)$  en met voldoende nauwkeurigheid voor het beoogde doel kan gesteld worden:

$$T(1-t) = \rho n^2 D^4 (C_1 - C_2 \frac{U}{nD}) \quad (2.28.)$$

De stuwkracht heeft in dit geval dezelfde richting als de snelheid van het schip.

Als de schroef achteruit slaat terwijl het schip nog vooruit gaat dan is:  $U > 0, n < 0, T < 0$

In dat geval benadert Nomoto de uitdrukking voor T als volgt:

$$T(1-t) = \rho n^2 D^4 C_3 \quad (2.29.)$$

$$T(1-t) = \rho n^2 D^4 (C_5 + C_4 \frac{U}{nD})$$

De definitie van  $C_1 - C_5$  is gegeven in Figuur 2.8.

De meetpunten in die figuur zijn afkomstig van voortstuwings- en stopproeven met een tanker model. Voor simulatie doeleinden kunnen de volgende benaderingen gebruikt worden:

$$C_1 = K_T (J_s = \frac{U}{nD} = 0), \text{ te bepalen met vrijvarende schroefdiagrammen.}$$

$$C_2 = C \frac{1-w}{P/D}, \quad \begin{array}{l} w \text{ is de volgstroom factor} \\ P/D \text{ is de spoedverhouding} \end{array}$$

$$C_3 = -0.8 C_1$$

$$C_4 = 1.7 C_2$$

$$C_5 = 0.5 C_3 - C_4 J_{st}$$

$$J_{st} = 0.5 \frac{P/D}{1-w} \quad (2.30.)$$

De vergelijking in X-richting schrijft Nomoto als volgt:

$$\dot{u} + a_{uu} u^2 + a_{rr} \dot{\psi}^2 + a_{\delta\delta} \delta^2 u^2 = a_{nn} n^2 + a_{nu} nu \quad (2.31.)$$

waarin:

$$a_{uu} = \frac{1}{L} \frac{X'_{uu}}{(m' + m'_x)} = \frac{1}{L} a'_{uu}$$

$$m' = m / \frac{\rho}{2} L^2 d, \quad m'_x = m'_x / \frac{\rho}{2} L^2 d, \quad m'_y = m'_y / \frac{\rho}{2} L^2 d$$

waarin d : de diepgang van het schip.

$$a_{rr} = L \cdot \frac{m' + C_m \cdot m'_y}{m' + m'_x} l'_p = L a'_{rr}$$

$$a_{\delta\delta} = \frac{1}{L} \frac{X'_{\delta\delta}}{m' + m'_x} = \frac{1}{L} a'_{\delta\delta}$$

$$a_{nn} = L \cdot \frac{2C_1}{m' + m'_x} \left(\frac{D}{L}\right)^3 \frac{D}{d} = L a'_{nn}, \quad \text{voor } J_s > 0$$

$$a_{nn} = L \cdot \frac{2C_3}{m' + m'_x} \left(\frac{D}{L}\right)^3 \frac{D}{d} = L \cdot a'_{nn}, \quad \text{voor } J_{st} < J_s < 0$$

$$a_{nn} = L \cdot \frac{2C_5}{m' + m'_x} \left(\frac{D}{L}\right)^3 \frac{D}{d} = L a'_{nn}, \quad \text{voor } J_s < J_{st}$$

$$a_{nu} = - \frac{2C_2}{m' + m'_x} \left(\frac{D}{L}\right)^2 \frac{D}{d} = a'_{nu}, \quad \text{voor } J_s > 0$$

$$a_{nu} = 0 \quad J_{st} < J_s < 0$$

$$a_{nu} = \frac{2C_4}{m' + m'_x} \left(\frac{D}{L}\right)^3 \frac{D}{d} = a'_{nu} \quad J_s < J_{st}$$

Het effect van verandering van de snelheid U is in (2.14.) reeds ten dele verdisconteerd door  $\frac{L}{U}$  in te voeren:

$$T_{1,2,3} = \left(\frac{L}{U}\right) T'_{1,2,3}$$

$$K = \left(\frac{U}{L}\right) K'$$

$$\alpha = \left(\frac{L}{U}\right)^2 \alpha' \quad (2.32.)$$

Blijkbaar is  $\frac{L}{U}$  een tijdschaalfactor: verdubbeling van de snelheid halveert de tijd constanten met een factor 2 enz.

Een ander effect is afkomstig van de schroefbelasting die gekarakteriseerd wordt door de slip  $s$ . Elke verandering van snelheid en/of toerental beïnvloedt de slip en daarmee de slipstroom van de schroef. Deze beïnvloedt op zijn beurt de werking van het roer en dus de waarde van  $K$ . Daarom is in (2.14.) de functie  $g(s)$  ingevoerd als een eerste benadering.

Het mathematisch model volgens Nomoto geeft een redelijke overeenstemming met modelproef resultaten, zie Figuur 2.9. voor een zig-zag proef en Figuur 2.10. voor een stopproef.

### 2.2.2. Het model van Eda.

Eda heeft ten behoeve van computersimulaties van het sturen in vaarwater met beperkte breedte het volgende model gebruikt:

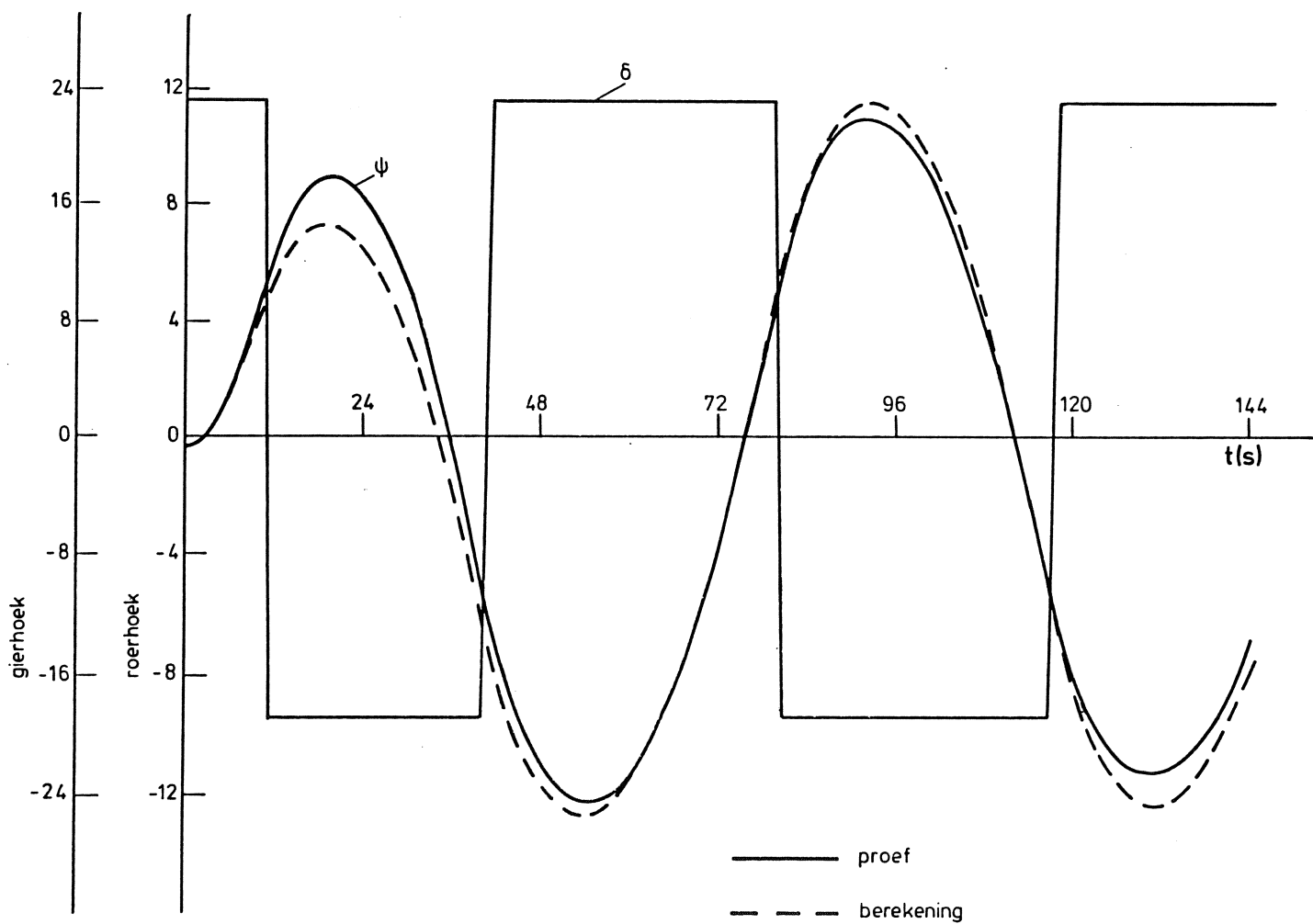
$$\begin{aligned}
 I_{zz} \dot{r}' &= \rho/2 U^2 L^3 (a_1 v' + a_2 y'_O + a_3 \delta + a_4 v'^3 + a_5 y'^3_O + a_6 \delta^3 + \\
 &\quad + a_{11} r' + a_{12} r'^3 + a_{13} \dot{r}' + a_{14} \dot{v}') . \\
 m \dot{v}' &= \rho/2 U^2 L^2 (b_1 v' + b_2 y'_O + b_3 \delta + b_4 v'^3 + b_5 y'^3_O + b_6 \delta^3 + \\
 &\quad + b_{11} r' + b_{12} r'^3 + b_{13} \dot{r}' + b_{14} \dot{v}') \\
 \delta_g &= a(\psi - \psi_e) + b' \dot{\psi}' + c'(y'_O - y'_{Oe}) + d' \dot{y}'_O + \delta_e = \delta + T'_S \dot{\delta}'
 \end{aligned}
 \tag{2.33.}$$

Hierin is:

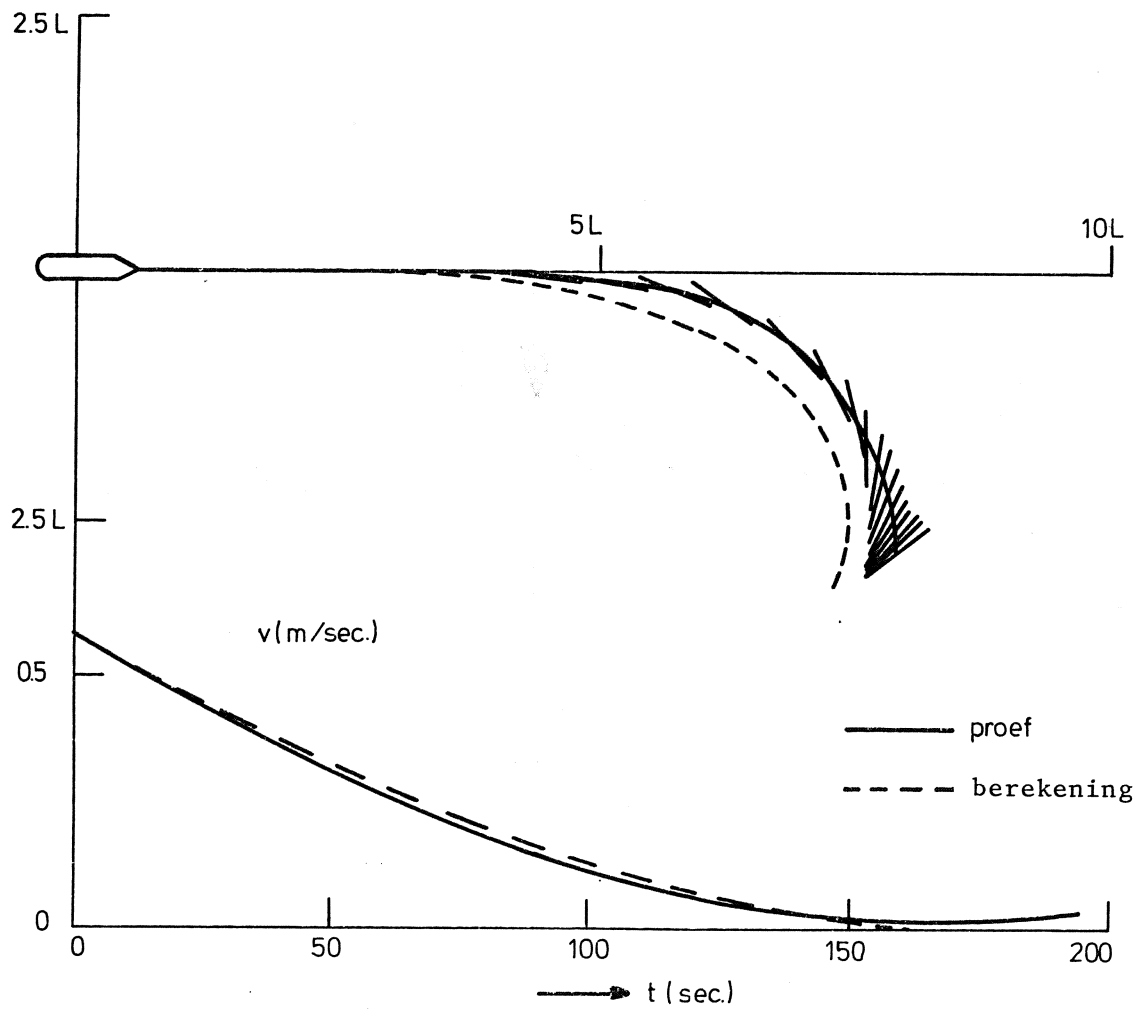
$$\begin{aligned}
 r' &= \dot{\psi}' \\
 \dot{y}'_O &= u \sin \psi + v \cos \psi \quad , \text{ zie Figuur 2.11.}
 \end{aligned}$$

De roerhoek  $\delta_e$  is nodig om een evenwicht te bereiken in verband met de oeverzuiging en  $\psi_e$  is de daarbij behorende koershoek;  $y'_{Oe}$  is de afstand tot het midden van het kanaal in de evenwichtstoestand.  $T'_S$  is de tijd constante van de stuurmachine.

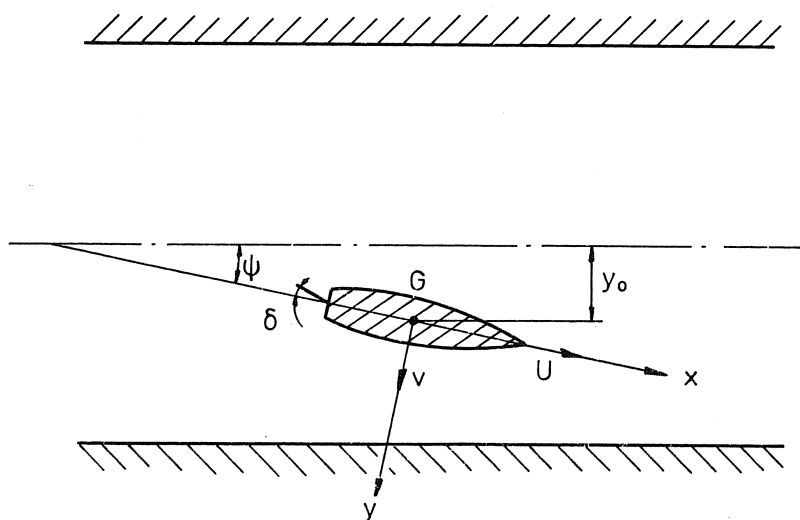
In dit model zijn alléén eerste en derde orde termen opgenomen, doch geen termen met producten van de variabelen. Massa en



Figuur 2.9: Zig zag proef berekend en gemeten met een VLCC model.



Figuur 2.10: Vergelijking tussen gemeten en berekende stopwegen voor een tanker model volgens Nomoto.



Figuur 2.11: Schip in een kanaal.

traagheidstermen zijn slechts als eerste orde termen opgenomen. De roerganger of stuurautomaat reageert nu ook op de afwijking en de afwijkingssnelheid van de positie van G ten opzichte van de hartlijn van het kanaal ( $y'_0$  en  $\dot{y}'_0$ ).

Men vindt de evenwichtsstand van het schip door in (2.33.) te stellen  $r' = \dot{r}' = \dot{v}' = 0$ , zodat:

$$a_1 v'_e + a_2 y'_{0e} + a_3 \delta_e + a_4 v_e'^3 + a_5 y_{0e}'^3 + a_6 \delta_e^3 = 0$$

$$b_1 v'_e + b_2 y'_{0e} + b_3 \delta_e + b_4 v_e'^3 + b_5 y_{0e}'^3 + b_6 \delta_e^3 = 0$$

(2.34.)

Indien de baan een afstand  $y'_0 = y'_{0e}$  is verschoven ten opzichte van de hartlijn van het kanaal, dan kunnen de benodigde roerhoek  $\delta_e$  en de benodigde drifthoek  $\beta_e$  (uit  $v_e$ ) met de vergelijkingen (2.34.) bepaald worden.

Met de vergelijkingen (2.33.) heeft Eda de dynamische stabiliteit van het varen in een kanaal, met inbegrip van het passeren van twee schepen door middel van computerberekeningen geanalyseerd.



Literatuur 2.

F. Tasai

Hydrodynamic Force and Moment Produced by Swaying and Rolling Oscillation of Cylinders on the Free Surface, 1961, Kyushu University.

N. Norrbin

Theory and observations on the use of a mathematical model for ship manoeuvring in deep and confined waters. 1970, 8e ONR Symposium, Washington.

A. Ogawa and H. Kasai

On the mathematical model of manoeuvring motion of ships. Int. Shipb. Progress, 1978.

Principles of Naval Architecture

Soc. of Nav. Arch. and Marine Engineers. 1967.

Cool, Schijff en Viersma: Regeltechniek

T. Koyama

On the optimum automatic steering system of ships at sea. JSNA, 1967.



### 3. Bepaling van de coëfficiënten van de bewegingsvergelijkingen.

#### 3.0. Inleiding.

De grootte van de hydrodynamische coëfficiënten is voor een belangrijk deel afhankelijk van de visceuze eigenschappen van het water. Een nauwkeurige berekening van het visceuze deel is niet mogelijk, hoogstens zijn min of meer nauwkeurige schattingen uit te voeren, deels gebaseerd op de draagvlaktheorie voor draagvlakken met een zéér geringe aspectverhouding.

Voor schepen met uitgesproken vinkielen en roeren, zoals zeiljachten, zijn dergelijke schattingen redelijk nauwkeurig.

Voor het overige is men aangewezen op een experimentele bepaling van de coëfficiënten, bijvoorbeeld volgens de besproken methode van Nomoto of gebruik makend van model experimenten.

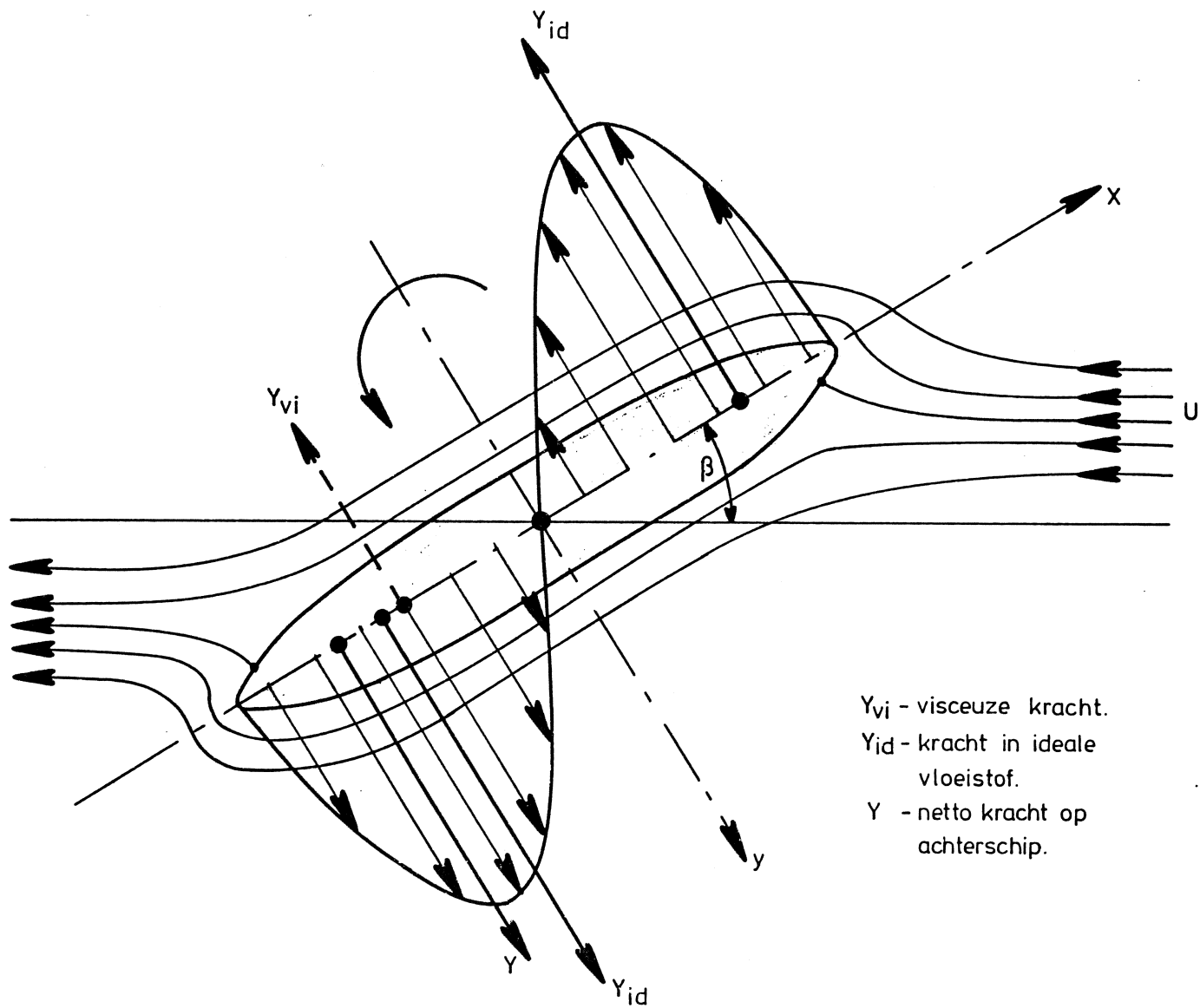
#### 3.1. Berekening van de hydrodynamische afgeleiden voor het lineaire geval.

In een ideale vloeistof ondervindt een lichaam in versnelde of vertraagde beweging een kracht die evenredig is met de massa van de verplaatste vloeistof en de versnelling. Deze kracht is evenredig met het product van de hydrodynamische massa en de versnellings component in de beschouwde richting. De resulterende kracht heeft in het algemeen niet die richting.

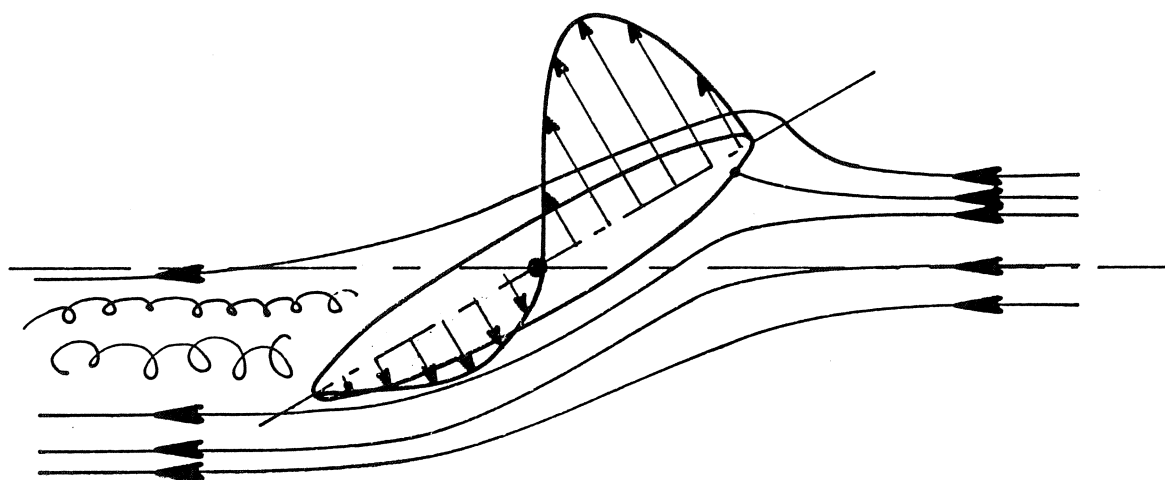
Bij een constante snelheid en een rechte baan is de resulterende kracht nul (Paradox van d'Alembert) maar als de stroming niet symmetrisch is kan een moment ontstaan (het moment van Munk), zie Figuur 3.1.a.

Uit de potentiaal theorie blijkt dat de krachten en momenten op een lichaam berekend kunnen worden uitgaande van de kinetische energie in de vloeistof als gevolg van de beweging van het lichaam. De uitdrukking voor de kinetische energie is een tweede graads veelterm in de bewegingscomponenten  $u, v, w, p, q, r$ , en de eerste afgeleiden daarvan.

Voor een lichaam dat symmetrisch is ten opzichte van het  $xz$  vlak en dat in het  $xy$ -vlak beweegt zijn de hydrodynamische krachten en momenten als volgt te schrijven:



Figuur 3.1 a: Moment op een lichaam in ideale vloeistof.



Figuur 3.1 b: Moment op een lichaam in een reele vloeistof.

$$\begin{aligned}\bar{X}_{id} &= X_u \dot{u} - Y_v vr - Y_r r^2 + [X_v (\dot{v} - ur) + X_r \dot{r}] \\ \bar{Y}_{id} &= Y_v \dot{v} + X_u ur + Y_r \dot{r} + [X_v (\dot{u} + vr) + X_r r^2] \\ \bar{N}_{id} &= N_r \dot{r} + (Y_v - X_u) uv + Y_r (\dot{v} + ur) + [X_v (u^2 - v^2) + X_r (\dot{u} - vr)]\end{aligned}\tag{3.1.}$$

De termen tussen de vierkante haken mogen verwaarloosd worden ten opzichte van de andere termen. De termen met  $Y_r$  zijn wèl meegenomen in verband met de langsscheepse asymmetrie van schepen met eigen voortstuwning.

De coëfficiënten  $X_u$ ,  $Y_v$  en  $N_r$  zijn (met negatief teken) de hydrodynamische massa- en traagheidstermen. Deze coëfficiënten komen óók voor in de koppeltermen.

Het moment van Munk wordt gegeven door de term:  $(Y_v - X_u) uv$ . Als het lichaam met een drifthoek een rechtlijnige baan beschrijft, dan is dit het enige moment; het moment tracht de drifthoek te vergroten en werkt dus destabiliserend (E: free broaching moment).

In een reële vloeistof treedt loslating van de stroming op en bij het varen met een drifthoek ontstaat daardoor een visceuze stabiliserende werking. Uit metingen blijkt dat er nog een restkracht overblijft die destabiliserend werkt, maar dat het grootste deel van het moment een gevolg is van de kracht op het voorschip, die redelijk nauwkeurig te schatten is met behulp van de slenderbody theorie of met de theorie van vleugels met zeer geringe aspect verhouding, zie Figuur 3.1. b.

De beschouwingen gelden voor diep ondergedompelde lichamen, maar zij gelden tot op zekere hoogte ook voor schepen die in een vrij vloeistofoppervlak varen, als de snelheid, en daarmee de golfvorming gering is. Als een schip oscillerende bewegingen uitvoert in het horizontale vlak dan kan golfvorming een rol spelen door golfdemping en massa, die in dat geval frequentie afhankelijk zijn, dat wil zeggen de hydrodynamische coëfficiënten zijn dan niet alleen afhankelijk van de geometrie van het schip, maar ook van de beweging die het uitvoert.

We beperken ons nu tot de dwarskrachten- en momenten vergelij-

kingen in dimensieloze vorm en vinden uitgaande van (3.1.):

$$Y'_{id} = Y'_{\dot{v}} \dot{v}' + X'_{\dot{u}} \dot{r}' + Y'_{\dot{r}} \dot{r}' \quad (3.2.)$$

$$N'_{id} = N'_{\dot{r}} \dot{r}' + (Y'_{\dot{v}} - X'_{\dot{u}}) v' + Y'_{\dot{r}} (\dot{v}' + r')$$

waarin 2e orde termen verwaarloosd zijn.

N.B.:  $u = u_e + \Delta u, \quad ur = r(u_e + \Delta u) \approx u_e r = Ur$

In dimensloze vorm is:  $U' = 1$

De traagheidstermen:  $Y'_{\dot{v}}, N'_{\dot{v}}, Y'_{\dot{r}}, N'_{\dot{r}}$  kunnen met de striptheorie bepaald worden, als 2 dimensionale waarden van de hydrodynamische massa voor spantdoorsneden bekend zijn:

of:

$$Y'_{\dot{v}} = -\frac{1}{(1/2)\rho L^3} \int_0^L C_s \cdot \frac{1}{2} \rho \pi T^2 dx'_b$$

$$Y'_{\dot{v}} = -\pi \left(\frac{T}{L}\right)^2 \int_0^1 C_s dx'_b, \text{ en evenzo;}$$

$$N'_{\dot{v}} = -\pi \left(\frac{T}{L}\right)^2 \int_0^1 C_s x' dx'_b = Y'_{\dot{r}}$$

$$N'_{\dot{r}} = -\pi \left(\frac{T}{L}\right)^2 \int_0^1 C_s x'^2 dx'_b \quad (3.3.)$$

De coëfficiënt  $C_s$  in (3.3.) is als volgt gedefinieerd:

$$m'_y (\omega \rightarrow 0) = \frac{1}{2} \rho \pi T^2 C_s \quad (3.4.)$$

waarin:  $T$  de plaatselijke diepgang van het spant voorstelt. De massa  $m'_y$  geldt voor zeer lage frequenties. Bij niet oscillerende bewegingen die niet zeer kort duren, blijkt de massa voor zeer lage frequenties gebruikt te moeten worden. Als zéér korte impulsen een rol spelen bij het manoeuvreren dan zou de massa voor zeer hoge frequenties gebruikt moeten worden.

Voor de Lewis-transformatie geldt:

$$z = M\left(\zeta + \frac{a_1}{\zeta} + \frac{a_3}{\zeta^3}\right) \quad (3.5.)$$

$$\begin{aligned} \text{met: } z &= x + iy \\ \zeta &= i e^{\alpha} e^{-i\theta} \\ M &= \frac{B}{2(1+a_1+a_3)} \end{aligned}$$

Voor  $\alpha = 0$  volgt de contour van de Lewis vorm:

$$\begin{aligned} x_0 &= M \left\{ (1+a_1) \sin\theta - a_3 \sin 3\theta \right\} \\ y_0 &= M \left\{ (1-a_1) \cos\theta + a_3 \cos 3\theta \right\} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} x_0 \\ y_0 \end{aligned}} \right\} (3.6.)$$

In Figuur 3.2. zijn de waarden van  $C_s$  ( $\omega \rightarrow 0$ ) gegeven als functie van  $A_x/BT$  en  $B/T$  voor Lewis vormen.

Voor vormen die niet gemakkelijk met behulp van (3.5.) getransformeerd kunnen worden zijn andere transformaties te bedenken. Figuur 3.3. geeft resultaten die bruikbaar zijn voor bulbstevens en scheggen.

De hydrodynamische massa in x-richting moet geschat worden met modelproef resultaten, of met de vergelijking van de hydrodynamische massa van een ellipsoïde waarvan de hoofdafmetingen overeenkomen met die van het schip.

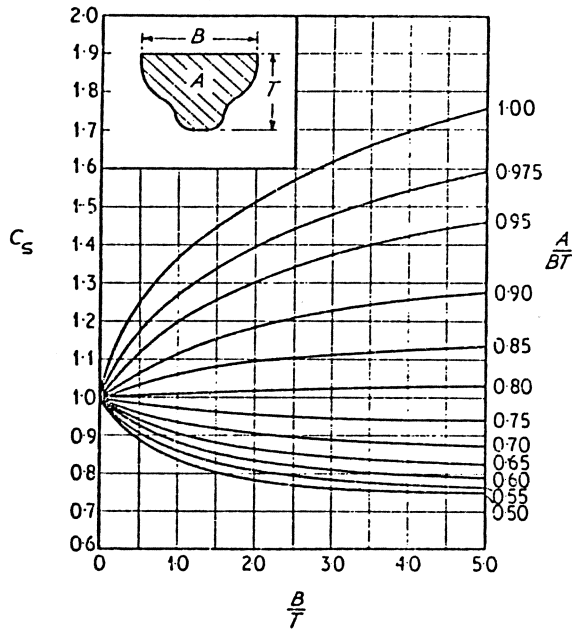
De bewegingsvergelijkingen voor het door ons beschouwde geval luiden:

$$\begin{aligned} m' (\dot{v}' + r') &= Y'_{\dot{v}} \dot{v}' + Y'_{v'} v' + Y'_{\dot{r}'} \dot{r}' + Y'_{r'} r' \\ I'_{zz} \dot{r}' &= N'_{\dot{v}} \dot{v}' + N'_{v'} v' + N'_{\dot{r}'} \dot{r}' + N'_{r'} r' \end{aligned} \quad (3.7.)$$

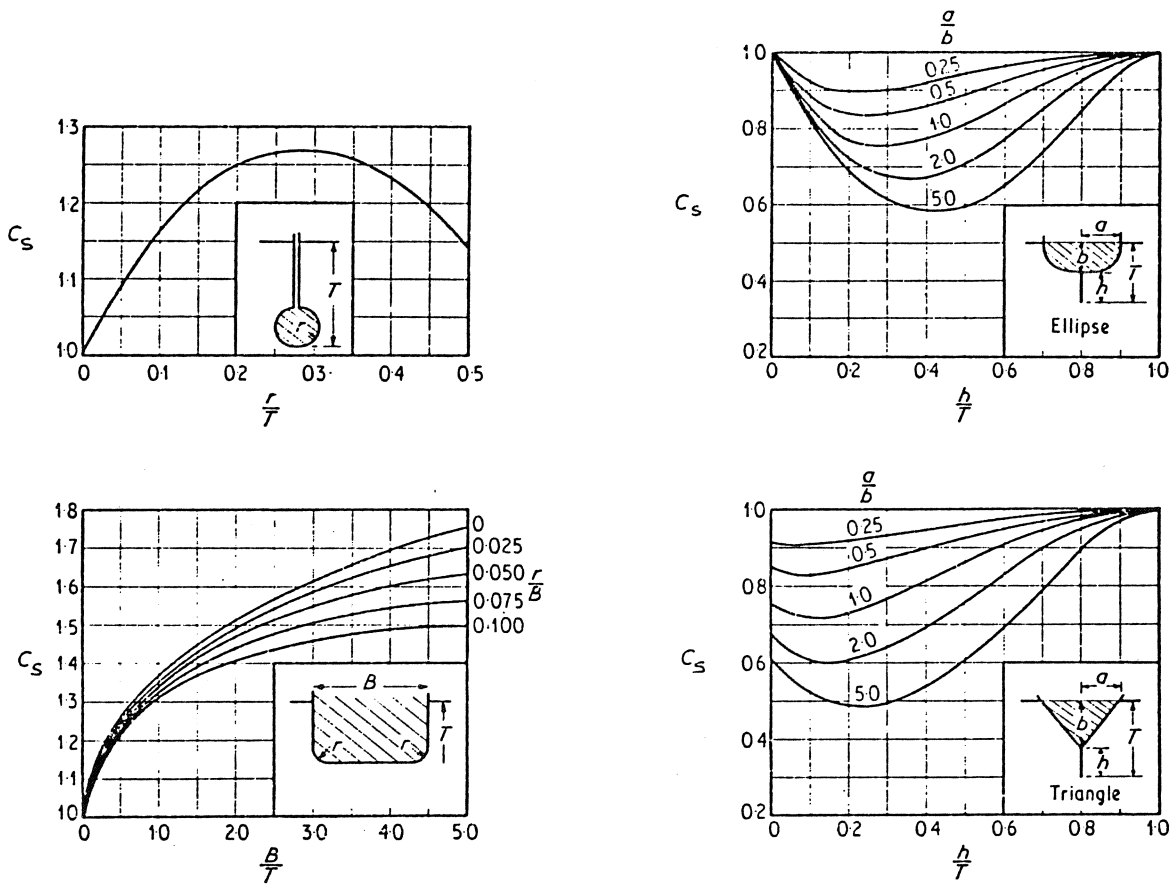
In combinatie met 3.1. is op te merken dat:

$$\begin{aligned} Y'_{rid} &= X'_{\dot{u}} \\ N'_{vid} &= Y'_{\dot{v}} - X'_{\dot{u}} \\ N'_{rid} &= Y'_{\dot{r}} \\ Y'_{vid} &= 0 \end{aligned} \quad (3.8.)$$

Om de krachten en momenten van visceuze oorsprong te schatten wordt het schip beschouwd als een draagvlak met zeer kleine aspectverhouding:



Figuur 3.2: Hydrodynamische massa voor  $\omega \rightarrow 0$   
(Lewis spantvormen)



Figuur 3.3: Hydrodynamische massa voor  $\omega \rightarrow 0$  voor bulbs, grootspanten en spanten met scheggen.

journal mechanical  
engineering no 7 - 1972



(AR) =  $\frac{2T}{L}$  . Volgens Jones is de helling van de  
 liftkromme voor zo'n draagvlak met goede nauw-  
 keurigheid gegeven door:

$$\frac{\partial C_L}{\partial \beta} = \frac{\pi}{2} (AR) = \frac{\pi T}{L} \quad (\text{per radiaal}) \quad (3.9.)$$

zodat met het oppervlak LT volgt:

$$Y'_{\beta VC} = \frac{\left(\frac{\partial C_L}{\partial \beta} \beta - C_D \beta\right) \cdot \frac{1}{2} \rho L^2 U^2 \cdot \frac{T}{L}}{\beta \cdot \frac{1}{2} \rho L^2 U^2} = \pi \left(\frac{T}{L}\right)^2 - C_D \frac{T}{L}$$

en

$$Y'_{VVC} = -\pi \left(\frac{T}{L}\right)^2 + C_D \left(\frac{T}{L}\right) \quad (3.10.)$$

$C_D$  kan ontleend worden aan weerstandsgegevens van het schip bij  
 drifthoek nul. De term met  $C_D$  is soms verwaarloosbaar klein ten  
 opzichte van de eerste term.

Om  $Y'_{VVC}$  met experimentele waarden te vergelijken schrijft men:

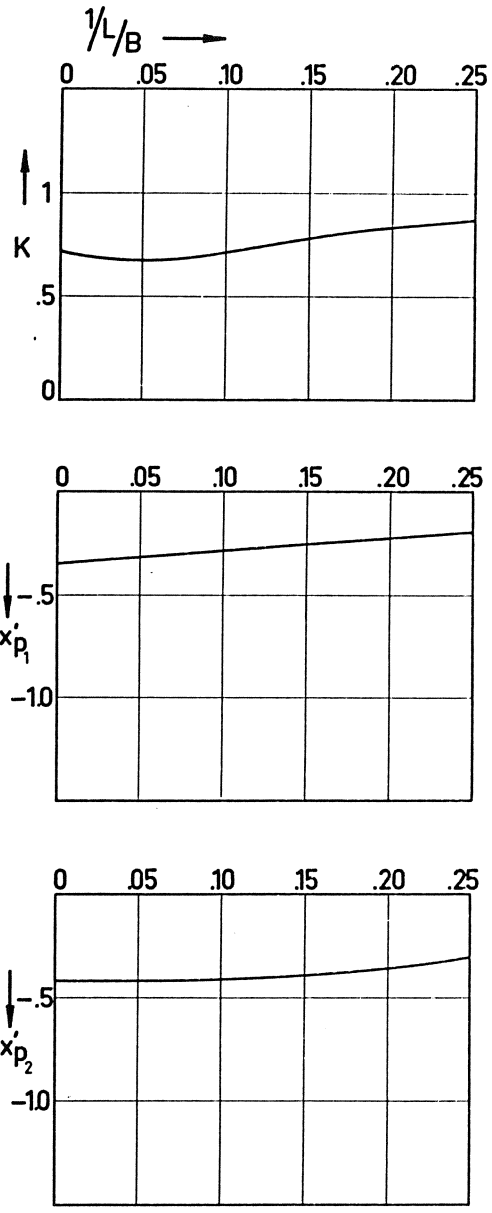
$$Y'_{VVC} = -2\pi K \left(\frac{T}{L}\right)^2 \quad (3.11.)$$

De liftkracht is de resultante van de liftkrachtverdeling over  
 de lengte van het schip. Het eerste en tweede moment van deze ver-  
 deling geven de afgeleiden:

$$\begin{aligned} N'_{VVC} &= Y'_{rvc} \text{ en } N'_{rvc} \\ N'_{VVC} &= Y'_{rvc} = \int_0^1 x'_b Y''_V dx'_b = -x'_{p1} \cdot 2\pi K \frac{T^2}{L^2} \\ N'_{rvc} &= \int_0^1 x'^2_b Y''_V dx'_b = -x'_{p2} \cdot 2\pi K \frac{T^2}{L^2} \end{aligned} \quad (3.12.)$$

Combinatie van (3.8.) en (3.12.) geeft nu:

$$\begin{aligned} Y'_V &= -2\pi K \frac{T^2}{L^2} \\ N'_V &= Y'_V - X'_u - x'_{p1} \cdot 2\pi K \frac{T^2}{L^2} \end{aligned}$$



Figuur 3.4: Experimentele waarden voor  $K, x'_{p_1}, x'_{p_2}$ .

086-020

$$Y'_r = X'_u - x'_{p1} \cdot 2\pi K \frac{T^2}{L^2} \quad (3.13.)$$

$$N'_r = -x'_{p2} \cdot 2\pi K \frac{T^2}{L^2}$$

Deze behandeling is in grote lijnen gelijk aan die van Jacobs. Jacobs gebruikt in de traagheidsafgeleiden correctiefactoren voor 3-dimensionale invloeden bijv.:

$$Y'_v = -\pi K_2 \frac{T^2}{L^2} \int_0^1 C_s dx'_b, \quad \text{waarin } K_2 \text{ ontleent is}$$

aan een vergelijking met berekende resultaten voor een ellipsoïde. Evenzo  $K_1$  voor  $X'_u$  en  $K'$  voor  $N'_r$ .  
Figuur 3.4.

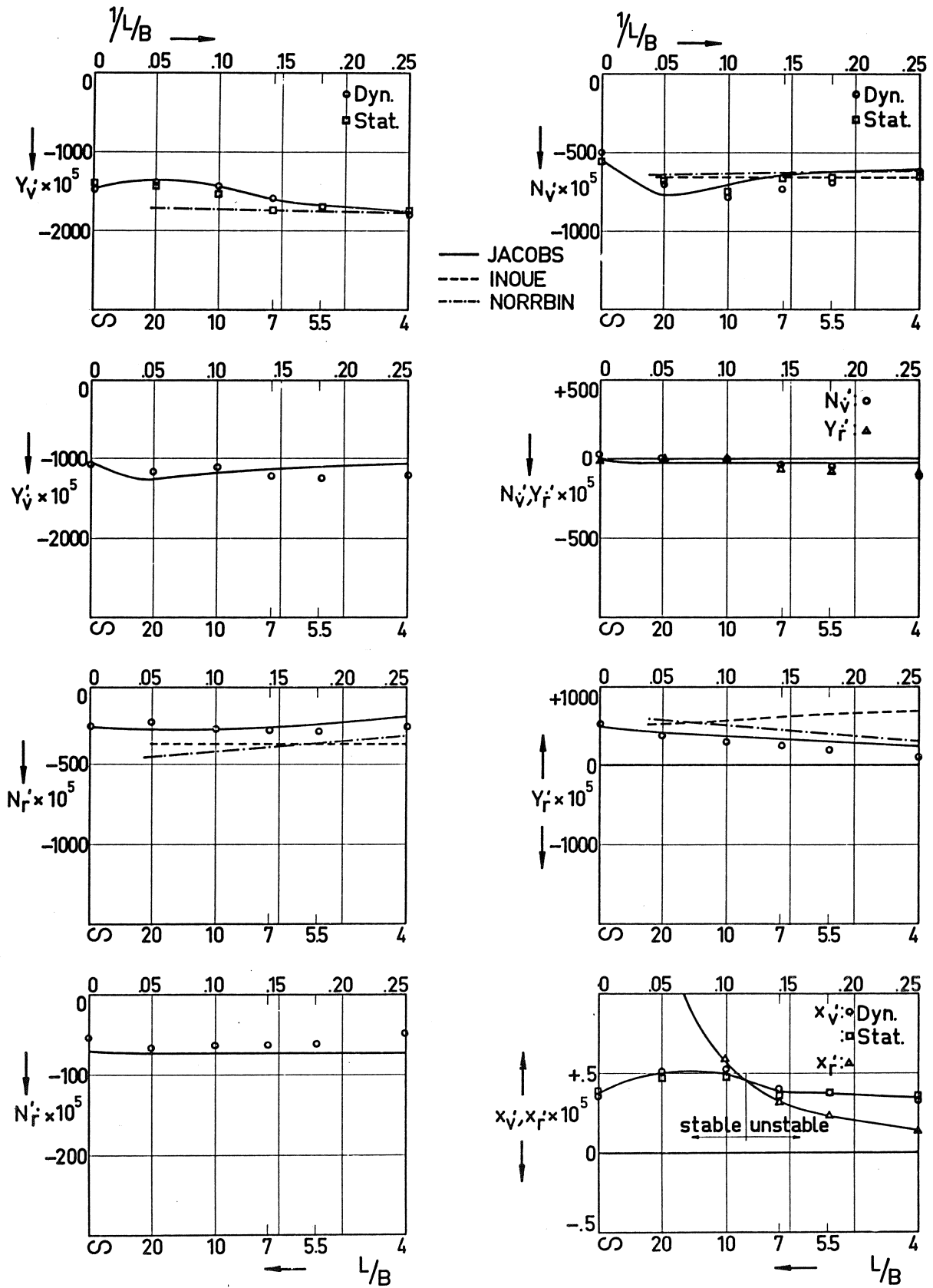
Inoue gebruikt de volgende uitdrukkingen:

$$\begin{aligned} Y'_v &= -2\pi K \frac{T^2}{L^2} \\ N'_v &= -2 \frac{T^2}{L^2} \\ Y'_r &= 2\pi K \frac{T^2}{L^2} (0.367 + 0.42 \frac{T}{L}) \\ N'_r &= -1.08 \frac{T^2}{L^2} \end{aligned} \quad (3.14.)$$

Norrbin geeft, in onze notatie omgewerkt, de volgende uitdrukkingen:

$$\begin{aligned} Y'_v &= -1.69\pi \frac{T^2}{L^2} - 0.08 \frac{B}{L} \cdot \frac{C_B \cdot T}{L} \\ N'_v &= -1.28 \frac{\pi}{2} \frac{T^2}{L^2} + 0.04 \frac{B}{L} \frac{C_B \cdot T}{L} \\ Y'_r &= 1.29 \frac{\pi}{2} \frac{T^2}{L^2} - 0.36 \frac{B}{L} \frac{C_B \cdot T}{L} \\ N'_r &= -1.88 \frac{\pi}{4} \frac{T^2}{L^2} + 0.18 \frac{B}{L} \frac{C_B \cdot T}{L} \end{aligned} \quad (3.15.)$$

De uitkomsten van deze methodes zijn vergeleken met de resultaten van een systematisch modelonderzoek waarbij, uitgaande van één model (Series Sixty  $C_B = 0.70$ ) de breedte werd gevarieerd tussen  $\frac{L}{B} = 4$  en  $\frac{L}{B} = 20$ .



Figuur 3.5: Vergelijking tussen berekende en experimentele waarden van de hydrodynamische afgeleiden.

086-012

Figuur 3.4. geeft de waarden voor  $K$ ,  $x'_{p1}$  en  $x'_{p2}$  uit de formules (3.13.). Figuur 3.5. geeft de gemeten hydrodynamische afgeleiden in vergelijking met de resultaten van de besproken berekeningsmethoden. In deze figuur zijn de waarden voor  $x'_v$  en  $x'_r$ , respectievelijk het aangrijpingspunt van de resulterende dwarskracht bij verzetten en gieren, gegeven.

### 3.1.1. De invloed van scheggen en roeren.

Jacobs heeft aangetoond dat met redelijke nauwkeurigheid de invloed van scheggen (en roeren) op de hydraulische afgeleiden bepaald kan worden, door aan te nemen dat geen interactie tussen de romp en scheg (roer) bestaat. Bij de berekening van de lift op de scheg wordt de romp wél als eindplaat beschouwd bij het bepalen van de effectieve aspectverhouding.

De vergroting van de hydrodynamische massa door de scheg is (index f staat voor fin):

$$\begin{aligned}
 Y'_{vf} &= - \frac{\pi \rho b A_f}{[(AR)^2 + 1]}^{\frac{1}{2}}, \text{ of:} \\
 Y'_{vf} &= - \frac{2\pi b' A_f}{[(AR)^2 + 1]}^{\frac{1}{2}}, \text{ waarin:} \quad (3.17.) \\
 b' &= \frac{b}{L}, \text{ de dimensieloze spanwijdte, en } \frac{A_f}{L^2} \text{ het}
 \end{aligned}$$

dimensieloze oppervlak van de fin voorstelt.

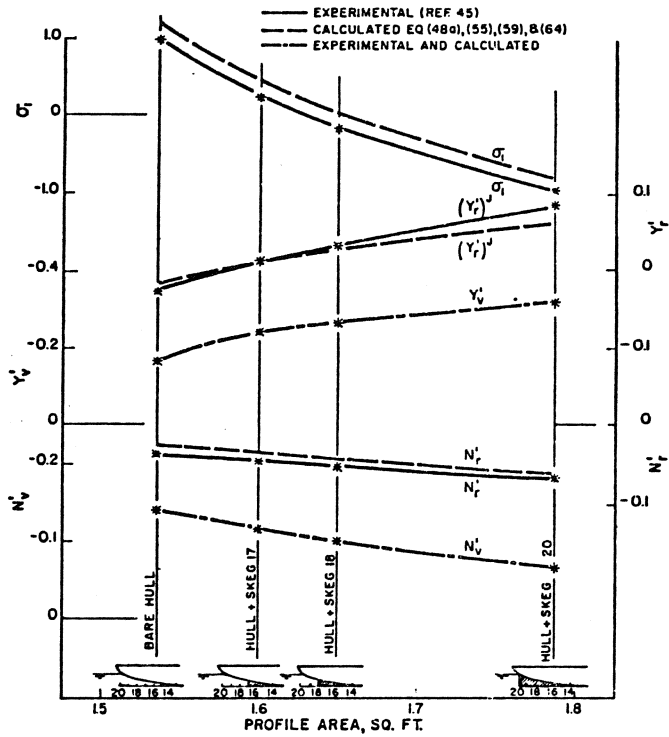
(AR) is de effectieve aspectverhouding van de fin. Deze is tweemaal de geometrische aspectverhouding door het eindplaat effect van de romp.

$$Y'_{vf} = -\frac{1}{2} \frac{2\pi \cdot 2b' \cdot 2A_f}{[(AR)^2 + 1]^{\frac{1}{2}}} = - \frac{4\pi A_f b'}{[(AR)^2 + 1]}^{\frac{1}{2}} \quad (3.18.)$$

Men vindt voor de andere versnellingsafgeleiden:

$$\begin{aligned}
 N'_{vf} &= x'_f (Y'_{vf})_f = -\frac{1}{2} (Y'_{vf})_f = \frac{2\pi A_f b'}{[(AR)^2 + 1]}^{\frac{1}{2}} \\
 Y'_{rf} &= x'_f (Y'_{vf})_f = -\frac{1}{2} (Y'_{vf})_f = \frac{2\pi A_f b'}{[(AR)^2 + 1]}^{\frac{1}{2}} \\
 N'_{rf} &= (x'_f)^2 (Y'_{vf})_f \approx \frac{1}{4} (Y'_{vf})_f = - \frac{\pi A_f b'}{[(AR)^2 + 1]}^{\frac{1}{2}} \quad (3.19.)
 \end{aligned}$$

NOTE: THE  $(Y_r)'$  VALUES GIVEN ON THIS FIGURE ARE RELATED TO THE  $Y_r$  VALUES AS FOLLOWS:  $Y_r' = (Y_r)'^2 - k, m^2$  IN ACCORDANCE WITH EQUATIONS (56) AND (57). DERIVATIVES EVALUATED WITH ORIGIN AT G, WHICH IS 0.02 L AFT OF  $\bar{x}$



Figuur 3.6: Vergelijking van berekende en gemeten hydrodynamische afgeleiden voor een model van de Taylor Feries met diverse scheg grootte.

PNA bl.527

In verband met het benaderende karakter van deze berekening is het voldoende nauwkeurig om te stellen:  $x'_f = -\frac{1}{2}$ , zoals in (3.19.) is gebeurd.

Voor de bepaling van  $\frac{\partial C_L}{\partial \beta}$  kan men voor zéér kleine aspectverhoudingen gebruik maken van de formule van Jones:

$$\frac{\partial C_L}{\partial \beta} = \frac{\pi}{2} (AR) \quad (\text{per radiaal}) \quad (3.9.)$$

Voor grotere aspectverhoudingen, bijvoorbeeld  $(AR) > 1/5$  blijkt de volgende (empirische) formule goed te voldoen:

$$\left(\frac{\partial C_L}{\partial \beta}\right)_{\beta=0} = \frac{(0.9) \cdot 2\pi \cdot (AR)}{\left[ (\cos \Lambda \sqrt{\frac{(AR)^2}{\cos^4 \Lambda} + 4}) + 1.8 \right]} \quad (\text{per radiaal}) \quad (3.20.)$$

waarin:  $\Lambda$  de hoek van de  $\frac{1}{4}$  koorde lijn met de verticaal voorstelt.

De snelheidsafgeleiden voor de scheg (roer) zijn nu:

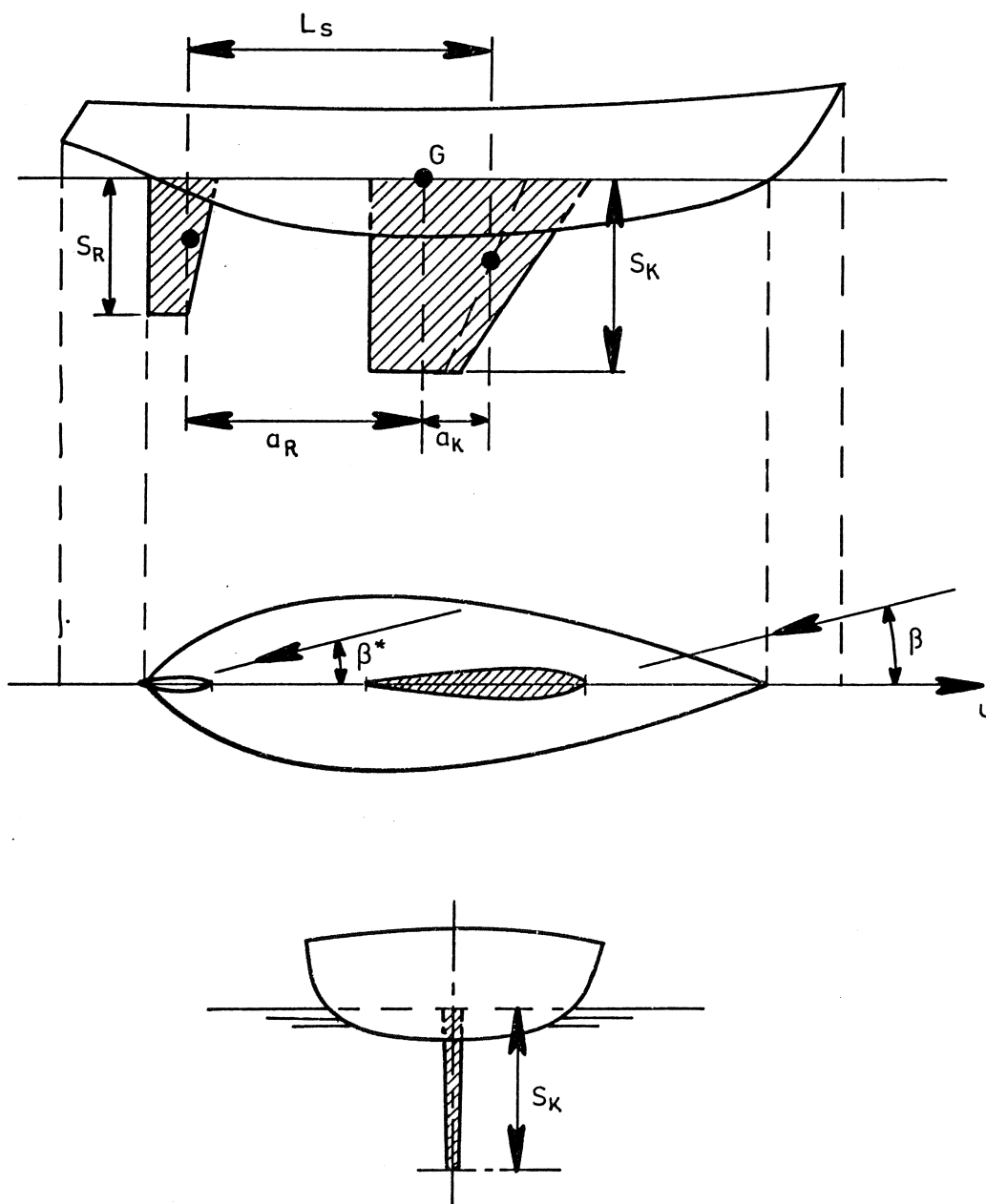
$$\begin{aligned} Y'_{vf} &= - Y'_{\beta f} = - \frac{\frac{\partial C_L}{\partial \beta} \cdot A_f \cdot \frac{1}{2} \rho U^2}{\frac{1}{2} \rho L^2 U^2} = - \frac{\partial C_L}{\partial \beta} A'_f \\ N'_{vf} &= - \frac{1}{2} (Y'_v)_f \\ (Y'_r)_f &= - \frac{1}{2} (Y'_v)_f \\ (N'_r)_f &= \frac{1}{4} (Y'_v)_f \end{aligned} \quad (3.21.)$$

Voor de combinatie romp + scheg (roer) geldt dan:

$$\begin{aligned} Y'_v &= (Y'_v)_h + (Y'_v)_f \\ N'_v &= (N'_v)_h + (N'_v)_f \end{aligned} \quad (3.22.)$$

enzovoort.

De methode van Jacobs geeft een redelijke overeenstemming met experimentele gegevens voor een model van de Taylor serie met een aantal scheg configuraties, zie Figuur 3.6.



Figuur 3.7



### 3.1.2. De hydrodynamische afgeleiden van een zeiljacht.

Uit modelmetingen is gebleken dat de romp van een modern zeiljacht zéér weinig bijdraagt tot de dwarskracht als met een kleine drifthoek ( $< 10$  graden) wordt gevaren.

Het blijkt mogelijk om de rompinvloed geheel te verwaarlozen, als kiel en roer tot de waterlijn doorgetrokken gedacht worden, zie Figuur 3.7.

Van deze fictieve kiel-roer configuratie kunnen op eenvoudige wijze de hydrodynamische afgeleiden bepaald worden. Deze methode is beperkt tot niet te hoge snelheden ( $F_n < 0.35$ ) omdat anders de invloed van o.a. de boeggolf te groot wordt ten opzichte van het vereenvoudigde mathematische model. Bij dat model wordt namelijk aangenomen dat het wateroppervlak niet verstoord wordt en als een eindplaat voor kiel en roer fungeert. We veronderstellen bovendien dat de invloed van de side-wash van de kiel gecompenseerd wordt door het roer een uitslag te geven die overeenkomt met de "side-wash" hoek.

De totale dwarskracht kan nu als volgt geschreven worden:

$$Y = \frac{1}{2} \rho U^2 \beta \left[ \frac{\partial C_{LK}}{\partial \beta} A_K + \frac{U_R^2}{U^2} \frac{\partial C_{LR}}{\partial \beta} A_R \right] \quad (3.23.)$$

Hierin is  $\frac{\partial C_L}{\partial \beta}$  de helling van de liftcoëfficiënt kromme bij  $\beta = 0$ , en  $U_R = (1 - w)U$  waarin  $w$  de volgstroom factor is ( $w \approx 0.1$ ). De waarden voor  $\frac{\partial C_L}{\partial \beta}$  kunnen bepaald worden met (3.20.)

Uit (3.23.) volgt:

$$Y'_V = - \left[ \frac{\partial C_{LK}}{\partial \beta} A'_K + \frac{U_R^2}{U^2} \frac{\partial C_{LR}}{\partial \beta} A'_R \right] \quad (3.24.)$$

waarin:

$$A' = A/L_s^2$$

Evenzo:

$$N'_V = - \left[ \frac{\partial C_{LK}}{\partial \beta} A'_K a'_K - \frac{U_R^2}{U^2} \frac{\partial C_{LR}}{\partial \beta} A'_R a'_R \right] \quad (3.25.)$$

Voor de rotatie afgeleiden vinden we met  $\beta = -ar/U$ :

$$N = -\frac{1}{2}\rho U^2 r \left[ \frac{\partial C_{LK}}{\partial \beta} A_K \frac{a_K^2}{U} + \frac{U_R^2}{U^2} \frac{\partial C_{LR}}{\partial \beta} \cdot A_R \frac{a_R^2}{U} \right]$$

waaruit:

$$N'_r = - \left[ \frac{\partial C_{LK}}{\partial \beta} A'_K a'^2_K + \frac{U_R}{U} \frac{\partial C_{LR}}{\partial \beta} \cdot A'_R a'^2_R \right] \quad (3.26.)$$

Evenzo:

$$Y'_r = - \left[ \frac{\partial C_{LK}}{\partial \beta} A'_K a'_K - \frac{U_R}{U} \frac{\partial C_{LR}}{\partial \beta} A'_R a'_R \right] \quad (3.27.)$$

De traagheidsafgeleiden kunnen benaderd worden door gebruik te maken van de volgende betrekkingen:

$$Y = -\dot{v} (m_K + m_R + m_Y)$$

$$Y = -\dot{r} (a_K^* m_K - a_R^* m_R)$$

$$N = -\dot{v} (a_K^* m_K - a_R^* m_R)$$

$$N = -\dot{r} (a_K^{*2} m_K + a_R^{*2} m_R + J_Z) \quad (3.28.)$$

waarin:  $m_K$  en  $m_R$  de toegevoegde massa van respectievelijk kiel en roer voorstellen,  $a_K^*$  en  $a_R^*$  zijn de afstanden van de zwaartepunten van kiel en roer tot het gewichtszwaartepunt G,  $m_{YY}$  en  $J_{ZZ}$  zijn de toegevoegde massa en het toegevoegde massatraagheidsmoment van de romp.

De toegevoegde of hydrodynamische massa's van kiel en roer kan men schatten met:

$$m = \frac{\rho \pi b A}{(AR^2 + 1)^{\frac{1}{2}}}$$

waarin: b de spanwijdte en A het oppervlak van het draagvlak is. In verband met het eindplaat effect door de spiegeling ten opzichte van het wateroppervlak wordt gesteld:

$$m_K = \frac{1}{2} \frac{\rho \pi \cdot 2b \cdot 2A}{(AR^2 + 1)^{\frac{1}{2}}} = \frac{2\rho \pi b_K A_K}{(AR^2 + 1)^{\frac{1}{2}}}$$

en:

$$m'_K = \frac{4\pi b'_K A'_K}{(AR^2 + 1)^{\frac{1}{2}}} \quad (3.29.)$$

(AR) is hierbij de effectieve aspectverhouding, rekening houdend met het eindplaat effect.

Tenslotte is dan:

$$\begin{aligned}
 Y'_{\dot{v}} &= -(m'_K + m'_R + m'_{YY}) \\
 Y'_{\dot{r}} &= -(a'^*_{K} m'_K - a'^*_{R} m'_R) = N'_{\dot{v}} \\
 N'_{\dot{r}} &= -(a'^*{}^2_{K} m'_K + a'^*{}^2_{R} m'_R + J'_{ZZ}) \quad (3.30.)
 \end{aligned}$$

De waarden voor  $m'_{YY}$  en  $J'_{ZZ}$  kunnen bepaald worden met de formules (3.3.)

### 3.2. Experimentele bepaling van de hydrodynamische afgeleiden.

Met behulp van modelproeven kunnen de diverse hydrodynamische coëfficiënten (afgeleiden) bepaald worden. Het schaaleardeffect (loslatingsverschijnselen) blijkt voor lineaire afgeleiden vaak mee te vallen in analogie met draagvlakken met een zeer lage aspectverhouding. Bij modellen met schroef voortstuwing moet het "zelfvoortstuwingspunt" van het schip in acht genomen worden, omdat anders de relatief te hoge schroefbelasting aanleiding geeft tot te hoge axiale snelheden in de schroefstraal.

Loslatingsverschijnselen en daarmee gepaard gaande schaaleardeffecten doen zich voor bij manoeuvres, waarbij de variaties in de snelheden en hoeksnelheden niet meer als klein beschouwd kunnen worden. Op grond daarvan kan men bij de niet lineaire afgeleiden meer schaaleardeffect verwachten dan bij de lineaire afgeleiden.

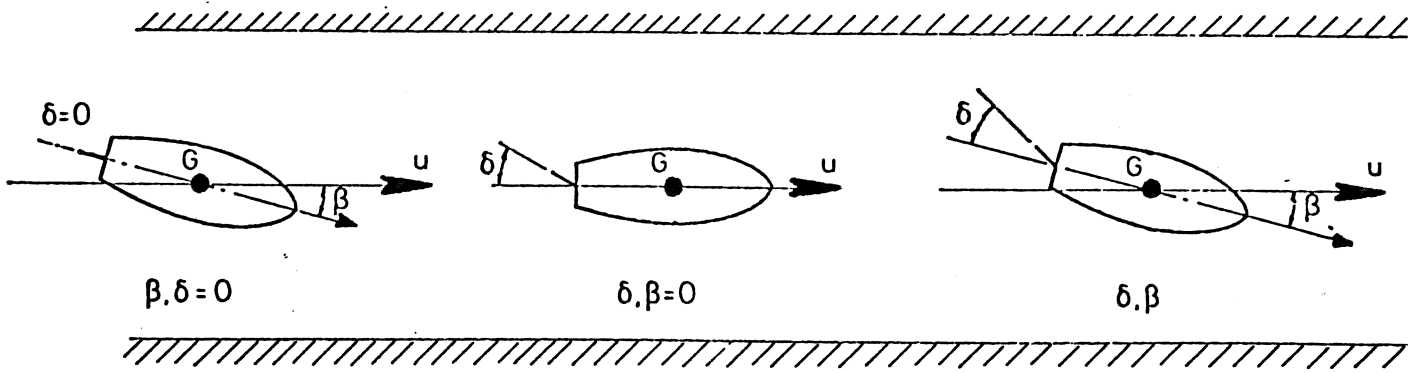
In dit hoofdstuk zullen we ons beperken tot modelproeven waarbij het model gedwongen wordt een bepaalde baan te volgen. Voor de proeven met vrijvarende modellen wordt verwezen naar het voorbeeld in hoofdstuk 2.2.

Voor de bepaling van de statische "drift" afgeleiden kan gebruik gemaakt worden van een proef in een conventionele sleeptank, zie Figuur 3.8., waarbij bijvoorbeeld de volgende coëfficiënten bepaald kunnen worden door "curve fitting":

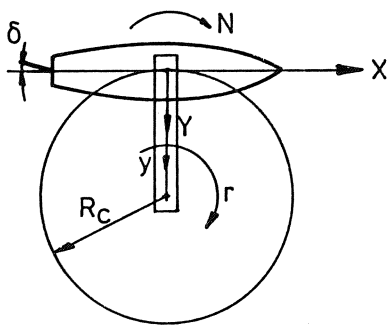
$$X^0, X_{vv}, X_{v\delta}, X_{\delta\delta}$$

$$Y^0, Y_v, Y_{vvv}, Y_{v\delta\delta}, Y_{\delta}, Y_{\delta\delta\delta}, Y_{\delta vv}$$

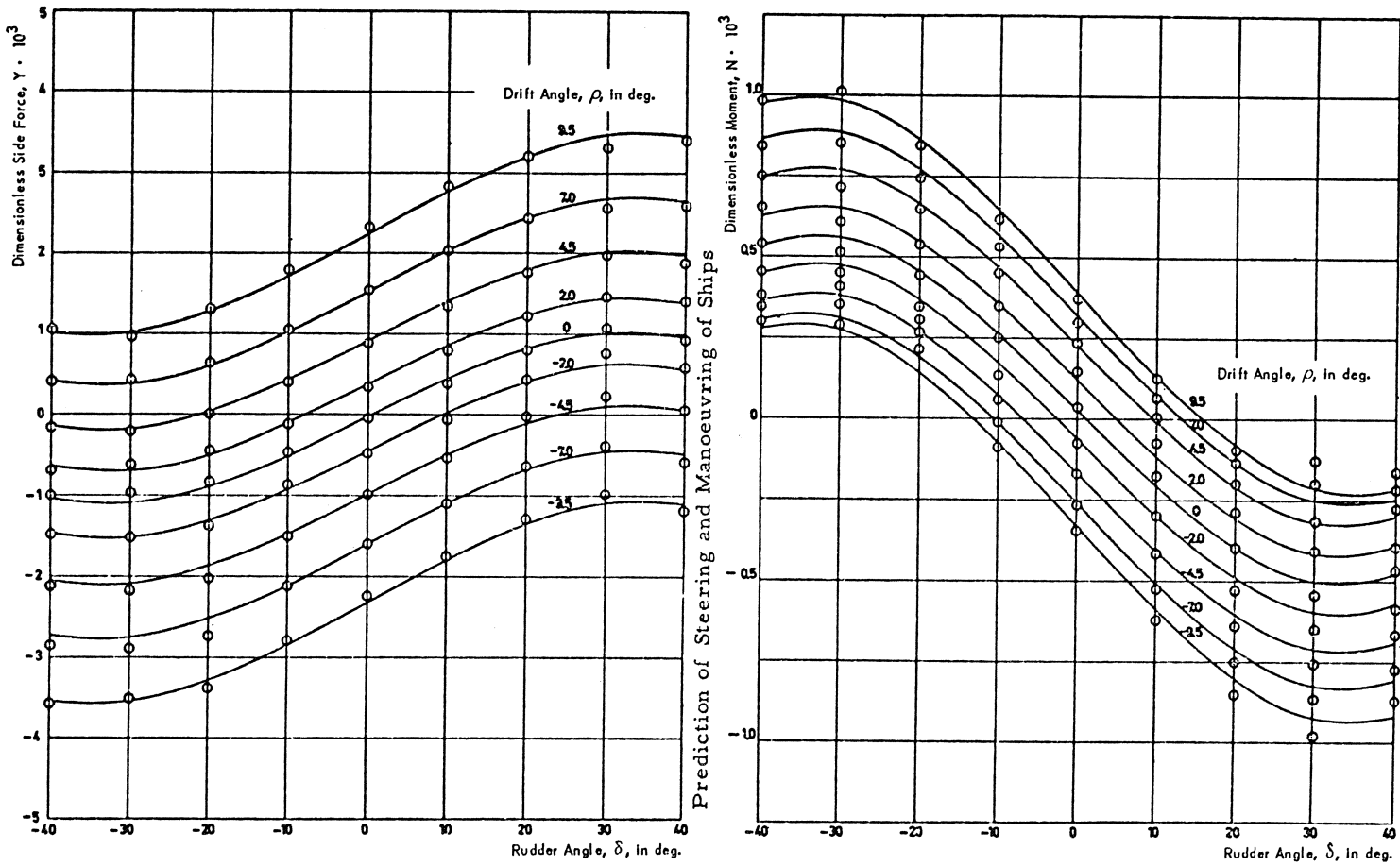
$$N^0, N_v, N_{vvv}, N_{v\delta\delta}, N_{\delta}, N_{\delta\delta\delta}, N_{\delta vv}$$



Figuur 3.8: Bepaling van statische „drift“ afgeleiden.

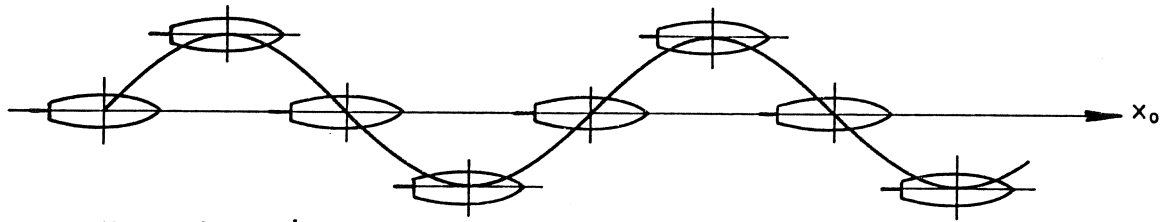


Figuur 3.10: Proef met roterende arm.

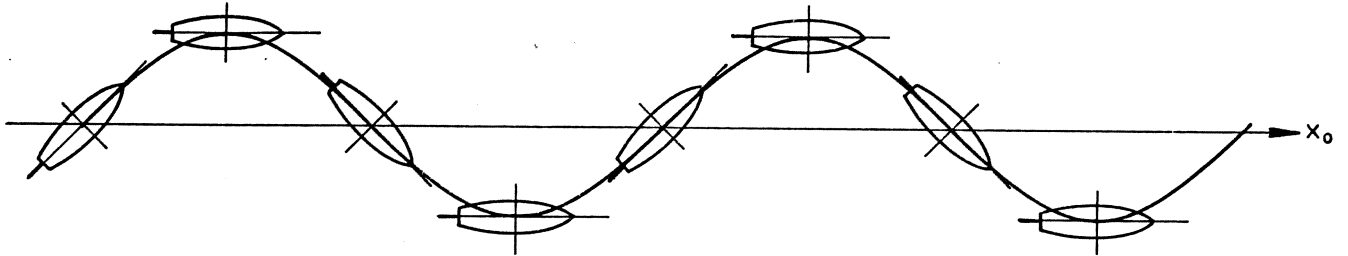


Figuur 3.9: Resultaat van een statische meting.

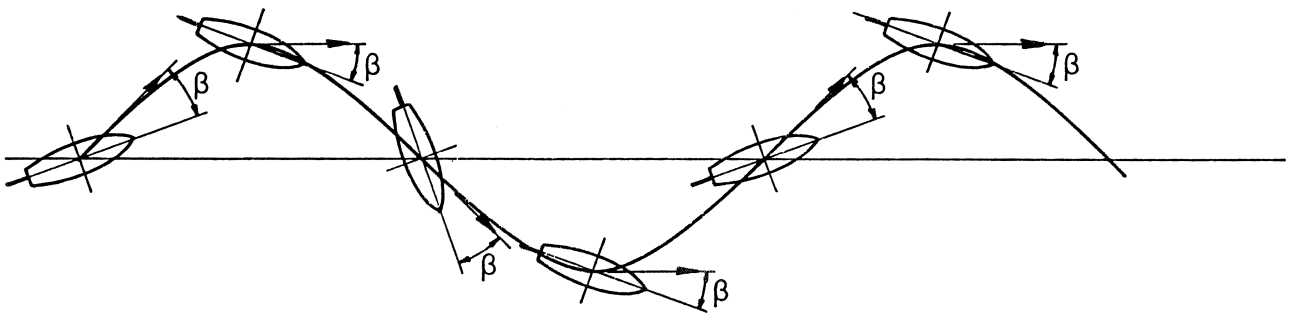
Strøm-Tejsen and Chislett 1966



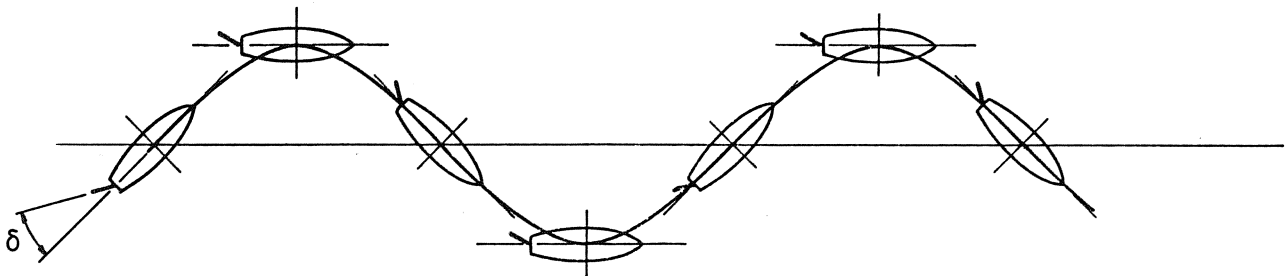
a) Zuiver verzetten.  $\delta=0, r=\dot{r}=0$



b) Zuiver gieren.  $\delta=0, \beta=\dot{\beta}=0$



c) Gieren met drift.  $\delta=0, \beta, \dot{\beta}=0$



d) Zuiver gieren met roerhoek.  $\delta, \beta=\dot{\beta}=0$

Figuur 3.11: Gedwongen bewegingen bij oscillatie proeven.

Een voorbeeld van het resultaat van een dergelijke meting is gegeven in Figuur 3.9., waarbij de getrokken lijn de aanpassing van het mathematisch model aan de meetpunten voorstelt.

Door de proeven bij verschillende voorwaartse snelheden uit te voeren is de afhankelijkheid van  $u$  te bepalen.

Om "rotatie" afgeleiden te bepalen kan een roterende arm gebruikt worden. Het model wordt daarbij gedwongen om een cirkelvormige baan te beschrijven met straal  $R_c$  en constante hoeksnelheid  $r$ . De reactiekracht  $Y$  en het moment  $N$  worden gemeten terplaatse van de bevestiging van het model aan de arm, zie Figuur 3.10.

De proeven kunnen uitgevoerd worden met drifthoek en roerhoek. Mogelijke combinaties zijn:

$$\begin{aligned} r, \beta &= 0, \delta = 0, \dot{r} = 0 \\ r, \beta, \delta &= 0, \dot{r} = 0, \dot{\beta} = 0 \\ r, \beta, \delta, \dot{r} &= 0, \dot{\beta} = 0, \dot{\delta} = 0 \end{aligned}$$

Hieruit zijn óók de lineaire en niet lineaire afgeleiden te bepalen.

Tussen de snelheid  $U$  en de hoeksnelheid  $r$  bestaat het verband:

$U = rR_c$ , dat wil zeggen voor één gegeven snelheid  $U$  kan  $r$  alleen gevarieerd worden door  $R_c$  te variëren, hetgeen een nadeel is.

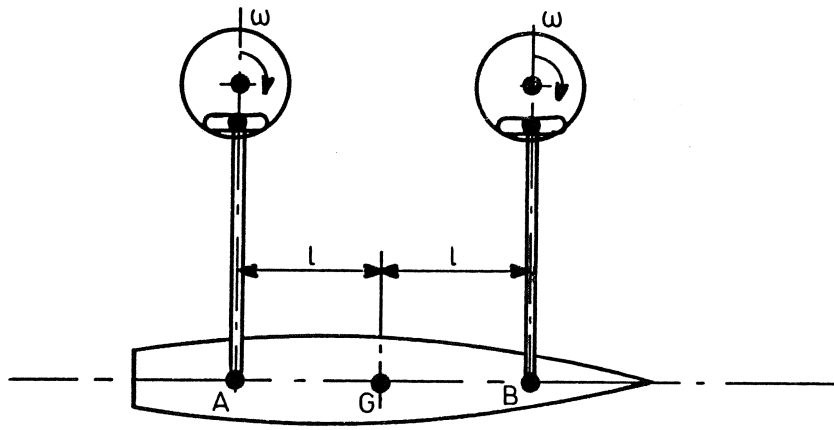
Na één omwenteling van de roterende arm vaart het model in verstoord water, zodat de meting zo mogelijk vóórdien beëindigd moet zijn.

Om de rotatie-afgeleiden te bepalen bij  $r = 0$  (extrapoleren), moet de meting bij zeer kleine  $r$ , dus grote  $R$  uitgevoerd worden. Het cirkelvormige basin moet dus een grote diameter hebben.

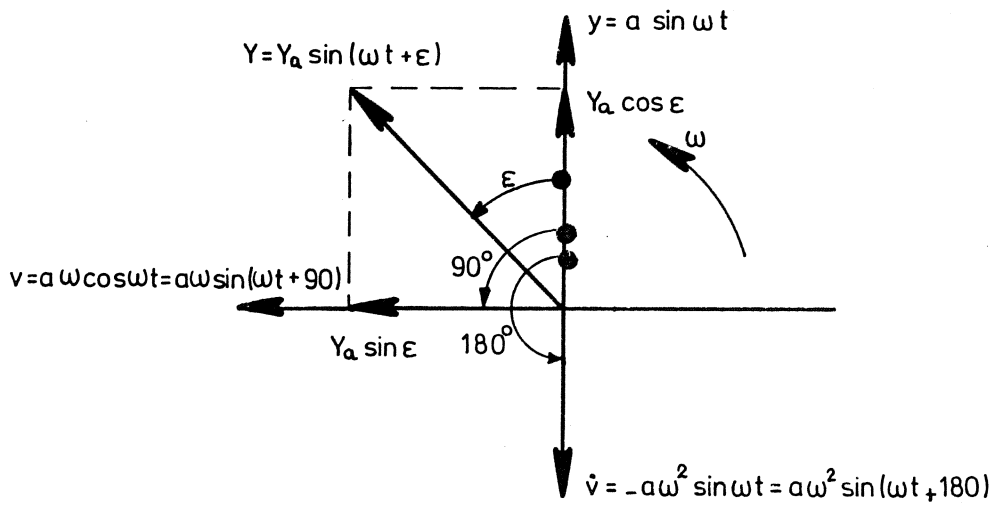
Het bepalen van versnellingsafgeleiden is vrijwel niet mogelijk met een roterende arm. De roterende arm heeft dus een aantal beperkingen.

Deze beperkingen hebben geleid tot een andere meettechniek: namelijk het gebruik van een oscillator in een conventionele sleeptank.

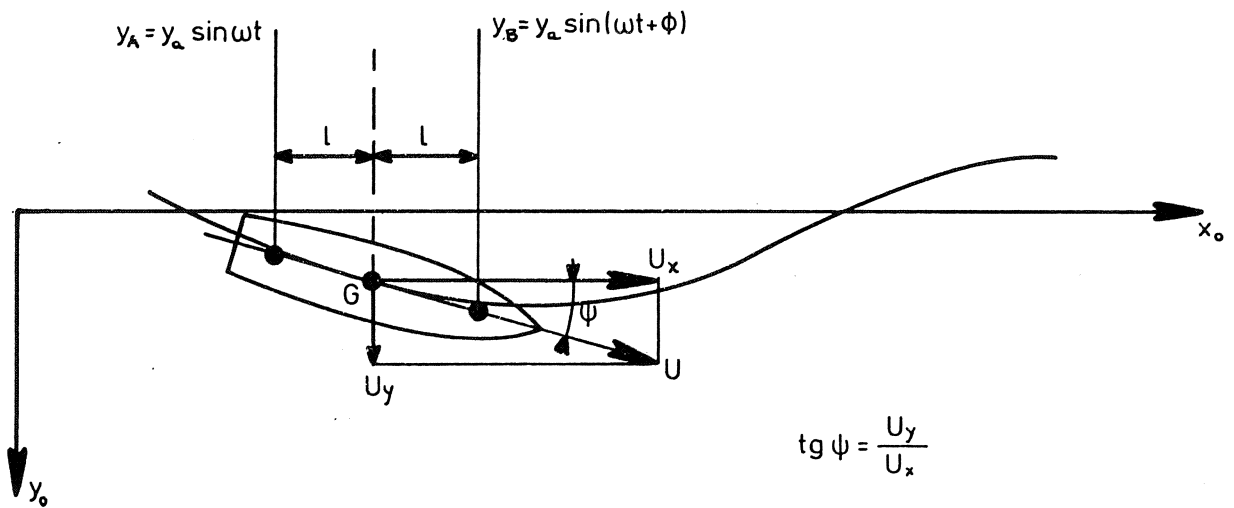
Aan het model wordt een harmonische beweging opgedrongen en de krachten en momenten die daarvoor nodig zijn worden gemeten, zie Figuur 3.11. . Men kan daarbij een aantal combinaties van de variabelen onderscheiden. In de Figuur 3.11. is een aantal mogelijke combinaties van  $\delta$ ,  $\beta$ ,  $\dot{\beta}$  en  $r$  geïllustreerd. De combinaties c en d zijn voorbeelden van combinaties om de koppeltermen uit het niet-



a) Meetopstelling voor zuiver verzetten.



b) Relatie tussen verplaatsing, snelheid en versnelling.



c) Kinematische voorwaarde voor zuiver gieren.

Figuur 3.12



lineaire model te bepalen. Met de combinaties a en b zijn alle hydrodynamische afgeleiden van het lineaire model te bepalen, eventueel aangevuld met een statische proef voor de roerkracht en roermoment afgeleiden.

Tijdens de proef met een zuivere gierbeweging is de hoeksnelheid van het model niet constant. Bij een proef met een roterende arm is dat wel het geval. Ook de hoekversnelling is niet constant bij de oscillatorproef. De variatie van de hoeksnelheid en van de hoekversnelling bij een harmonische beweging is echter gering als de frequentie van de beweging klein is.

In die gevallen wordt verondersteld dat uit hydrodynamisch oogpunt gezien een quasi statische conditie wordt bereikt.

Gedwongen oscillatie proeven worden als volgt uitgevoerd, zie Figuur 3.12a. Door middel van een stangen mechanisme wordt aan vóór- en achterschip een harmonische beweging in  $y_0$  richting gegeven, waarvan de amplitude a en de frequentie  $\omega$  bedraagt. De punten A en B liggen op gelijke afstanden van het zwaartepunt G. Met dynamometers worden de krachten in de verbindingen tussen de stangen en het model gemeten.

Voor de zuivere verzet beweging geldt:

$$Y_A = Y_B = a \sin \omega t = Y_G$$

$$\frac{dy}{dt} = v = a \omega \cos \omega t = a \omega \sin(\omega t + 90)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{v} = -a \omega^2 \sin \omega t = a \omega^2 \sin(\omega t + 180)$$

De voor deze beweging benodigde dwarskracht is:

$$Y = Y_A + Y_B = Y_a \sin(\omega t + \epsilon) = Y_a \sin \omega t \cos \epsilon + Y_a \cos \omega t \sin \epsilon$$

De fase relaties zijn in Figuur 3.12b. aangegeven; de snelheid is  $90^\circ$  uit fase met de verplaatsing en de versnelling is  $180^\circ$  uit fase met de verplaatsing. Voor deze beweging geldt  $r = \dot{r} = 0$  zodat de bewegingsvergelijkingen voor het zuivere verzetten afgeleid kunnen worden uit:

$$\begin{aligned}
 (Y_{\dot{v}} - m)\dot{v} + Y_{v}v &= Y_a \sin(\omega t + \epsilon) \\
 N_{\dot{v}}\dot{v} + N_v v &= N_a \sin(\omega t + \delta)
 \end{aligned}
 \tag{3.31.}$$

met:  $N_a = (Y_B - Y_A)l$

Substitutie van  $v$  en  $\dot{v}$  levert:

$$-a\omega^2 \sin\omega t (Y_{\dot{v}} - m) + a\omega \cos\omega t \cdot Y_v = Y_a \sin\omega t \cos\epsilon + Y_a \cos\omega t \sin\epsilon$$

waaruit:

$$\begin{aligned}
 Y_{\dot{v}} - m &= -\frac{Y_a \cos\epsilon}{a\omega^2} \\
 Y_v &= \frac{Y_a \sin\epsilon}{a\omega}
 \end{aligned}$$

Evenzo:

$$\begin{aligned}
 N_{\dot{v}} &= -\frac{N_a \cos\delta}{a\omega^2} \\
 N_v &= \frac{N_a \sin\delta}{a\omega}
 \end{aligned}
 \tag{3.32.}$$

Uit (3.32.) blijkt dat meting van  $Y_a$ ,  $N_a$ ,  $\epsilon$  en  $\delta$  voldoende is om de snelheids- en versnellingsafgeleiden te bepalen. Een dergelijke meting is niet eenvoudig omdat het model met relatief grote massa door middel van stijve veren (de dynamometers) aan de sleepwagen is verbonden. Het systeem model-dynamometer heeft een grote eigen frequentie ten opzichte van het meetsignaal, maar trillingen van de sleepwagen in de buurt van die eigen frequentie worden versterkt weergegeven. Er is dan ook een filtering van het meetsignaal nodig om de nuttige informatie te scheiden van de ruis. In het Laboratorium voor Scheepshydronechanica is een Fourier filtermethode ontwikkeld die de ruisverschijnselen effectief elimineert, zoals besproken zal worden.

Voor het zuivere gieren geldt dat:  $v = \dot{v} = \beta = \dot{\beta} = 0$ ; dat houdt in dat de snelheidsvector van G steeds in het middellangsvlak van het model moet liggen, zie Figuur 3.11c. Blijkbaar geldt dan:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{U_y}{U_x} \quad (3.33.)$$

Nu is:  $U_y = \frac{d}{dt} \left( \frac{Y_A + Y_B}{2} \right) = \omega a \left\{ \cos(\omega t + \phi) + \cos \omega t \right\}$   
 of:

$$U_y = a \omega \cos \frac{\phi}{2} \cos \left( \omega t + \frac{\phi}{2} \right) \quad (3.34.)$$

en:

$$\sin \psi = \frac{Y_B - Y_A}{2l} = \frac{a}{l} \sin \frac{\phi}{2} \cos \left( \omega t + \frac{\phi}{2} \right) \quad (3.35.)$$

Met de vergelijkingen (3.33.), (3.34.) en (3.35.) vinden we:

$$\frac{a \omega}{U_x} \cos \frac{\phi}{2} \cos \left( \omega t + \frac{\phi}{2} \right) = \frac{l}{\cos \psi} \cdot \frac{a}{l} \cdot \sin \frac{\phi}{2} \cos \left( \omega t + \frac{\phi}{2} \right),$$

waaruit volgt, met  $\cos \psi \approx 1$  voor kleine  $\psi$ .

$$\operatorname{tg} \frac{\phi}{2} = \frac{l \omega}{U} \quad (3.36.)$$

Voor elke combinatie van afstand  $l$ , frequentie  $\omega$  en voorwaartse snelheid  $U$  is dus van te voren een zodanige fasehoek  $\phi$  volgens (3.36.) in te stellen dat het symmetrie vlak van het schip raakt aan de baan.

De bewegingsvergelijkingen voor het geval van zuiver gieren luiden:

$$\begin{aligned} Y_r \dot{r} + (Y_r - mU)r &= Y_a \sin(\omega t + \alpha) \\ (N_r - I_{zz}) \dot{r} + N_r r &= N_a \sin(\omega t + \beta) \end{aligned} \quad (3.37.)$$

Door substitutie van de volgende betrekkingen:

$$\begin{aligned} r &= \dot{\psi} = \omega \psi_a \cos \omega t \\ \dot{r} &= \ddot{\psi} = -\omega^2 \psi_a \sin \omega t \end{aligned} \quad (3.38.)$$

volgt:

$$Y_r \dot{r} = - \frac{Y_a \cos \alpha}{\psi_a \omega^2}$$

$$\begin{aligned}
(N_r \dot{\phantom{r}} - I_{zz}) &= - \frac{N_a \cos\beta}{\psi_a \omega^2} \\
(Y_r - mU) &= \frac{Y_a \sin\alpha}{\psi_a \omega} \\
N_r &= \frac{N_a \sin\beta}{\psi_a \omega} \qquad (3.39.)
\end{aligned}$$

Opmerking: De afgeleiden  $Y_v$  en  $N_v$  worden bepaald als  $r = \dot{r} = 0$  en met  $\dot{v} = 0$  immers (zie Figuur 3.12b.) voor de bepaling van snelheidsafgeleiden wordt het  $90^\circ$  uit-fase deel van de excitatiekracht of het excitatiemoment gebruikt.

Evenzo worden  $Y_r$  en  $N_r$  bepaald als  $\dot{r} = v = \dot{v} = 0$ ,  $Y_r \dot{\phantom{r}}$  en  $N_r \dot{\phantom{r}}$  als  $r = v = \dot{v} = 0$ ,  $Y_v \dot{\phantom{v}}$  en  $N_v \dot{\phantom{v}}$  als  $v = r = \dot{r} = 0$ .

### 3.2.1. Meettechniek in verband met ruisverschijnselen.

Als voorbeeld beschouwen wij de bepaling van  $(Y_v \dot{\phantom{v}} - m)$  en  $Y_v$ .

De gemeten kracht  $Y(t)$  is behept met storing (ruis als gevolg van trillingen van de meetwagen en het mechanische deel van de oscillator, zie Figuur 3.13.

Men kan stellen:

$$Y(t) = \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} Y_{ak} \sin(k\omega t + \varepsilon_K) \right\} + A \sin(x\omega t + \varepsilon_x)$$

$$k = 1, 2, 3 \dots \dots \quad (3.40.)$$

De eerste term van de reeks tussen de accoladen ( $k=1$ ) is het hoofdsignaal van de excitatiekracht, waarvan de amplitude  $Y_a$  en de fase  $\varepsilon$  bepaald moeten worden. In de Delftse oscillator wordt het meetsignaal  $Y(t)$  vermenigvuldigd met  $\sin\omega t$  en met  $\cos\omega t$ .

Spanningen, evenredig met deze grootheden worden daartoe opgewekt in zogenaamde sin-cos synchro's die door de oscillator met dezelfde frequentie worden aangedreven als waarmee het model wordt geoscilleerd.

Nu is de gemiddelde waarde van  $Y(t) \sin\omega t$  over een lange tijd  $\tau$  als volgt te berekenen ( $\tau \gg \frac{2\pi}{\omega}$ )

$$\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} Y(t) \sin \omega t \, dt =$$

$$\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} Y_a \sin(\omega t + \epsilon) \sin \omega t \, dt =$$

$$\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} Y_a (\sin^2 \omega t \cos \epsilon + \sin \omega t \cos \omega t \sin \epsilon) \, dt = \frac{1}{2} Y_a \cos \epsilon$$

want:

en  $\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} Y_{ak} \sin(k\omega t + \epsilon_k) \sin \omega t \, dt = 0$ , als  $k \neq 1$

$$\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} A \sin(x\omega t + \epsilon_a) \sin \omega t \, dt = 0 \text{ als } x \neq k$$

Evenzo is:

$$\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} Y(t) \cos \omega t \, dt = \frac{1}{2} Y_a \sin \epsilon \quad (3.42.)$$

Met het "infase" deel  $Y_a \cos \epsilon$  van de excitatiekracht kan men met (3.32.) op eenvoudige wijze  $Y_v$  - m bepalen en met het  $90^\circ$ -uitfase deel  $Y_a \sin \epsilon$  volgt  $Y_v$ . Op soortgelijke wijze zijn de andere lineaire afgeleiden te bepalen.

### 3.2.2. Enkele aspecten van de bepaling van niet-lineaire afgeleiden.

Er is reeds aangegeven hoe men uit statische proeven de "drift" afgeleiden kan bepalen, inclusief niet-lineariteiten. Een gedetailleerde bespreking van de experimentele bepaling van de niet-lineaire afgeleiden is te vinden in het artikel: Strøm Tejsen and Chislett:

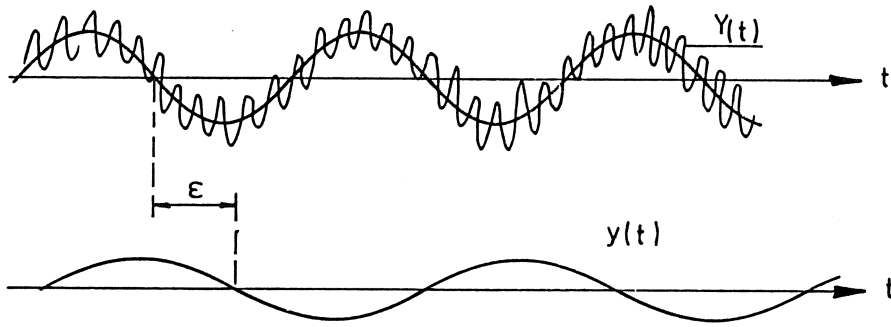
"Prediction of Steering and Manoeuvring of Ship"

Sixth Symposium of Naval Hydrodynamics 1966.

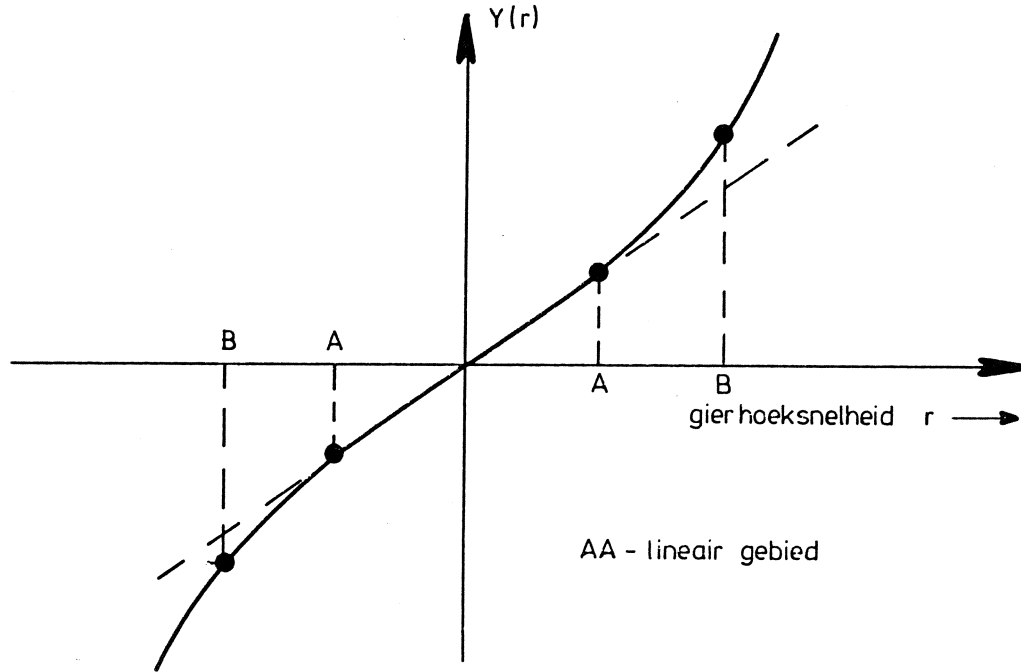
Als een oscillatorproef uitgevoerd wordt om de giersnelheidsafgeleiden te bepalen dan zijn de excitatiekrachten bij zéér lage oscillatiefrequenties nagenoeg gelijk aan die waarbij de hoeksnelheid  $r$  constant zou zijn (bijvoorbeeld bij een roterende arm proef). Als de amplitude van de hoeksnelheid klein is dan zijn de excitatiekrachten recht evenredig met die amplitude, zie Figuur 3.14. De kromme in Figuur 3.14a. kan voorgesteld worden door:

$$Y(r) = Y_r r + Y_{rrr} r^3 \quad (3.43.)$$

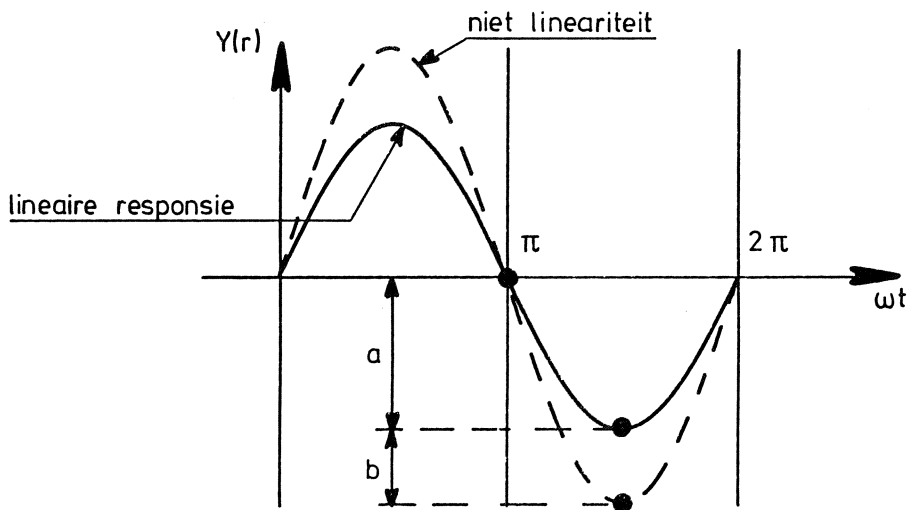
In het geval van een harmonische oscillatie geldt:



Figuur 3.13: Excitatie kracht  $Y$  en verplaatsing  $y$ .



Figuur 3.14 a: Niet lineariteit bij konstante giersnelheid.



Figuur 3.14 b: Niet lineariteiten bij een sinus vormige gier beweging.

$$r = r_a \sin \omega t \quad (3.44.)$$

zodat de excitatiekracht wordt:

$$Y(r) = Y_r r_a \sin \omega t + Y_{rrr} r_a^3 \sin^3 \omega t \quad (3.45.)$$

Nu is:  $\sin^3 \omega t = \frac{3}{4} \sin \omega t - \frac{1}{4} \sin 3\omega t$ , zodat (3.45.) als volgt geschreven kan worden:

$$Y(r) = (Y_r r_a + \frac{3}{4} Y_{rrr} r_a^3) \sin \omega t - \frac{1}{4} Y_{rrr} r_a^3 \sin 3\omega t \quad (3.46.)$$

In principe kan men door vermenigvuldiging van (3.46.) respectievelijk met  $\sin \omega t$  en  $\sin 3\omega t$  en na integratie over voldoende lange tijd  $Y_r$  en  $Y_{rrr}$  bepalen. In de praktijk wordt de "niet lineariteit" van de eerste harmonische bepaald door  $Y_r r_a + \frac{3}{4} Y_{rrr} r_a^3$  op basis van  $r_a$  uit te zetten; door afsplitsing van het lineaire deel kan het niet lineaire deel bepaald worden,  $\delta f$   $Y(r)$  wordt benaderd door een veelterm in  $r$  waarbij de coëfficiënten van de afzonderlijke termen bijvoorbeeld met een kleinste kwadraten methode bepaald kunnen worden.

Koppeltermen kunnen bepaald worden door gecombineerde proeven. Bijvoorbeeld volgen de coëfficiënten:  $Y_{vrr}$ ,  $N_{vrr}$ ,  $Y_{rvv}$  en  $N_{rvv}$  uit de gierdrift proeven (Figuur 3.11c.) en de coëfficiënten  $Y_{\delta rr}$ ,  $N_{\delta rr}$ ,  $Y_{r\delta\delta}$  en  $N_{r\delta\delta}$  volgen uit de gecombineerde gier-roerhoek proeven (Figuur 3.11d.)

Voor een deel is een schatting door berekening van de coëfficiënten voldoende nauwkeurig. Een voorbeeld hiervan is een aantal coëfficiënten van de X-vergelijking. Voor de evenwichtsconditie geldt:

$$X = T(1 - t) - R_T = 0 \quad (3.47.)$$

waarin:  $T$  - stuwkracht  
 $t$  - zogfactor  
 $R_T$  - weerstand

**Table 1**  
**Standard Programme for Manouvring Tests Carried Out by Means of the Planar-Motion Mechanism**

Type and Description of Test	Range of Variables	Number of Runs	Derivatives Obtained from Test		Remarks																																													
			One Variable	Crosscoupling																																														
1. Static Rudder and Drift Angle Test In each run the model is traveling with a constant angle between path of origin and centerline; i.e., constant drift angle and rudder angle $\delta$ is varied.	$\delta = 0$ to $\pm 40$ deg in steps of 10 $\beta = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 4.5, \pm 7, \pm 9.5, \pm 12, \pm 14$ and for unstable ships $\pm 17$ and $\pm 20$ deg. $r = 0, U = U_0 = \text{--- m/sec.}$		$X_{vv}, X_{\delta\delta}$ $Y_v, Y_{vvv}, Y_{\delta}, Y_{\delta\delta\delta}, Y_v$ $N_v, N_{vvv}, N_{\delta}, N_{\delta\delta\delta}, N_v$	$X_{v\delta}$ $Y_{\delta vv}, Y_{v\delta\delta}$ $N_{\delta vv}, N_{v\delta\delta}$	In case of a partial test, it should consist at one of the following combinations $\beta \geq 0, \text{ all } \delta \quad \delta \geq 0, \text{ all } \beta$ $\beta \leq 0, \text{ all } \delta \quad \delta \leq 0, \text{ all } \beta$																																													
2. Pure Sway Test The bow and stern are oscillated in phase, and a pure sway motion is produced. The side velocity and acceleration are varied by changing the amplitude of oscillation in between each run. The frequency of oscillation is kept constant. The phase angle is zero.	$\delta = 0, v_{max} = a2\pi n$ $r = 0, v_{max} = a(2\pi n)^2$ , where $a = 35, 50, 65, 80, \text{ and } 95 \text{ mm}$ $n = N/60, N = \text{--- rpm.}$ $\phi_s = 0 \text{ deg.}$		$(m - Y_{\dot{v}})$ $(mx_0 - N_{\dot{v}})$																																															
3. Yaw and Drift Angle Test During the runs the bow and stern of the model are oscillated out of phase in such a way that the center line stays tangent or at a constant angle with the tangent to the path traveled by origin.	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Pure Yaw</th> <th colspan="3">Yaw and Drift</th> </tr> <tr> <th>a (mm)</th> <th>a (deg)</th> <th>a (mm)</th> <th>a (deg)</th> <th><math>\frac{1}{\cos \beta}</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>35</td><td>0</td><td>95</td><td>4</td><td>1.004</td></tr> <tr><td>45</td><td>—</td><td>—</td><td>6</td><td>1.007</td></tr> <tr><td>55</td><td>—</td><td>—</td><td>8</td><td>1.010</td></tr> <tr><td>65</td><td>—</td><td>—</td><td>10</td><td>1.015</td></tr> <tr><td>75</td><td>—</td><td>—</td><td>11</td><td>1.018</td></tr> <tr><td>85</td><td>—</td><td>—</td><td>12</td><td>1.022</td></tr> <tr><td>95</td><td>—</td><td>—</td><td>13</td><td>1.026</td></tr> </tbody> </table> $U = \text{---} \quad U = \text{---} \quad \phi_s = \text{---}$ $N = \text{---} \quad N_0 = \text{---} \quad \delta = 0$ $\phi_s = \text{---} \quad N = N_0 / \cos \beta$ $\delta = 0$	Pure Yaw		Yaw and Drift			a (mm)	a (deg)	a (mm)	a (deg)	$\frac{1}{\cos \beta}$	35	0	95	4	1.004	45	—	—	6	1.007	55	—	—	8	1.010	65	—	—	10	1.015	75	—	—	11	1.018	85	—	—	12	1.022	95	—	—	13	1.026		$(X_{rr} = mx_0)$ $(Y_r - mU), Y_{rrr}, (mx_0 - Y_r)$ $(N_r - mx_0U), N_{rrr}, (I_s - N_r)$	$Y_{rvv}, Y_{vrr}$ $N_{rvv}, N_{vrr}$	$(X_{rv} + m) = m$ $(X_{rr} + mx_0) = mX_0$ $X_{rr}$ is negligible since it has not been detected at the maximum obtainable yaw velocity
Pure Yaw		Yaw and Drift																																																
a (mm)	a (deg)	a (mm)	a (deg)	$\frac{1}{\cos \beta}$																																														
35	0	95	4	1.004																																														
45	—	—	6	1.007																																														
55	—	—	8	1.010																																														
65	—	—	10	1.015																																														
75	—	—	11	1.018																																														
85	—	—	12	1.022																																														
95	—	—	13	1.026																																														
4. Static Speed and Rudder Angle Test For different speeds the rudder angle $\delta$ is varied. The propeller revolutions are normally kept constant.	$\delta = 0$ to $\pm 40$ deg in steps of 10 deg. $\beta = \text{--- deg} \quad r = 0$ $U = \text{--- and --- m/s}$		$X_u, X_{uu}, X_{uuu}$	$X_{\delta\delta u}$ $Y_{\delta u}, Y_{\delta\delta u}$ $N_{\delta u}, N_{\delta\delta u}$	$X_u, X_{uu}$ , and $X_{uuu}$ may also be calculated from resistance, self-propulsion, and open-water tests.																																													
5. Yaw and Rudder Angle Test During the runs the bow and stern are oscillated out of phase in such a way that the center line stays tangent to the path traveled by origin. This is done for different rudder angles.	$\delta = \text{---}$ $a = \text{---}$ $N = \text{---}$ $\phi_s = \text{---}$ $U = U_0$			$X_{r\delta}$ $Y_{r\delta\delta}, Y_{\delta rr}$ $N_{r\delta\delta}, N_{\delta rr}$	This test is only made occasionally.																																													
$\delta =$ rudder angle in deg. $\beta =$ drift angle in deg. $r =$ yaw velocity radians/sec $U =$ model speed in m/sec	$\phi_s =$ phase angle between bow and stern supports $2d =$ distance between supports ( $\approx 2,100 \text{ m}$ ) $a =$ half PMM- amplitude $N =$ PMM-revolutions rpm. $n = N/60$		$v = -\sin \beta$ $v_{max} = a2\pi n$ } pure $\psi_{max} = a(2\pi n)^2$ } sway	$n = \tan \frac{\phi_s}{2} \frac{U}{2\pi d \cos \beta}$ $r_{max} = 2\pi na \sin \frac{\phi_s}{2} \frac{1}{d \cos \beta}$ $\dot{r}_{max} = (2\pi n)^2 a \sin \frac{\phi_s}{2} \frac{1}{d \cos \beta}$	} yaw and drift																																													

Overzicht van de experimentele bepaling van hydrodynamische afgeleiden volgens Ström - Tejsen en Chislett.



Als dit evenwicht verstoord is, bijvoorbeeld door krachten die bij het manoeuvreren optreden, dan is het verschil tussen stuwkracht en weerstand in een 3e graads veelterm te ontwikkelen:

$$X(u) = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 + a_3 u^3 \quad (3.48.)$$

waaruit:

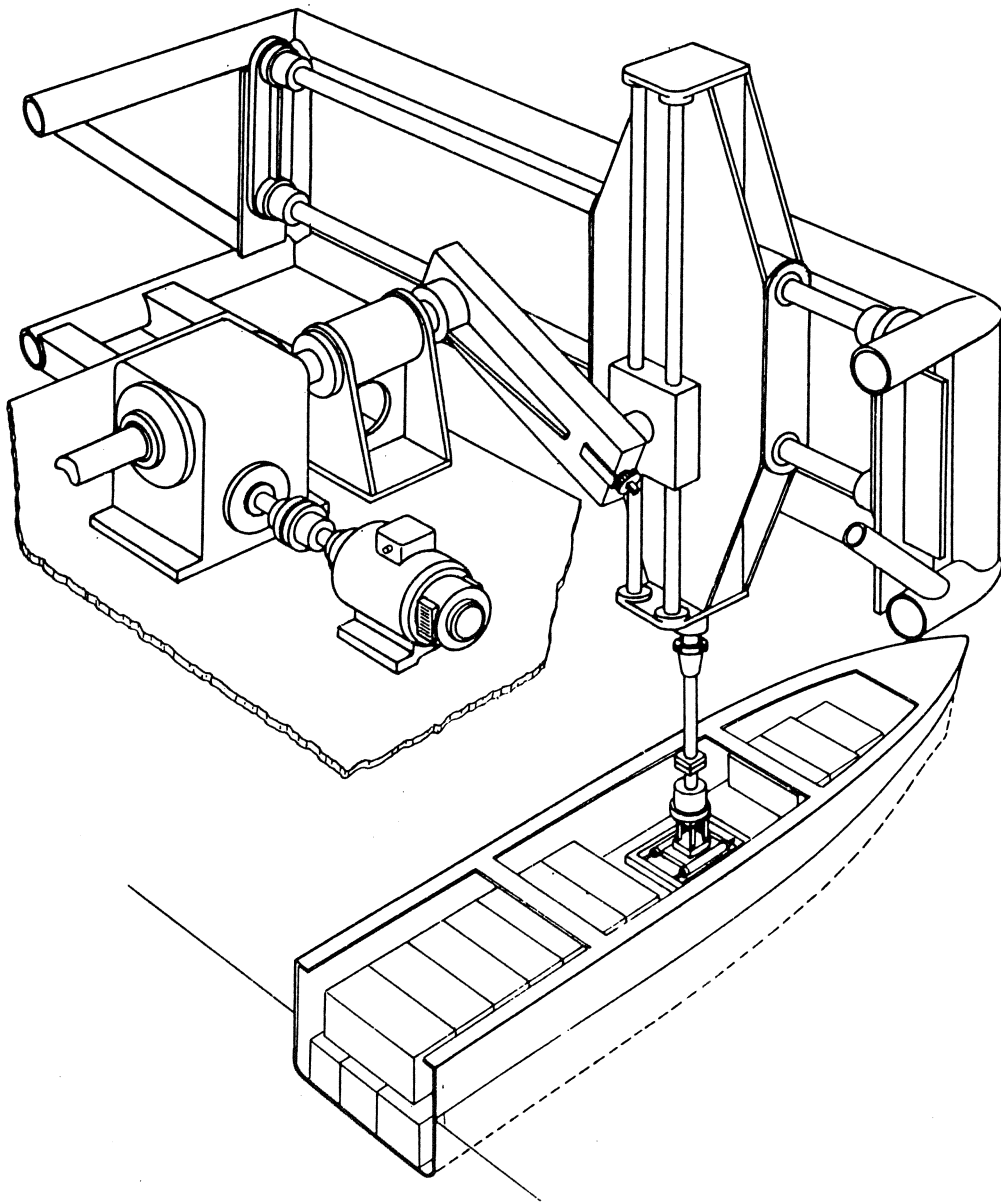
$$X^0 = a_0, \quad X_u = a_1, \quad X_{uu} = a_2, \quad X_{uuu} = a_3$$

Uit schroefdiagrammen, weerstandsproeven en voortstuwingsproeven zijn de nodige gegevens af te leiden om de coëfficiënten van de veelterm te bepalen.

In Tabel 1 is een samenvatting gegeven van een mogelijke experimentele bepaling van de diverse coëfficiënten van de bewegingsvergelijkingen volgens Strøm en Tejsen en Chislett.

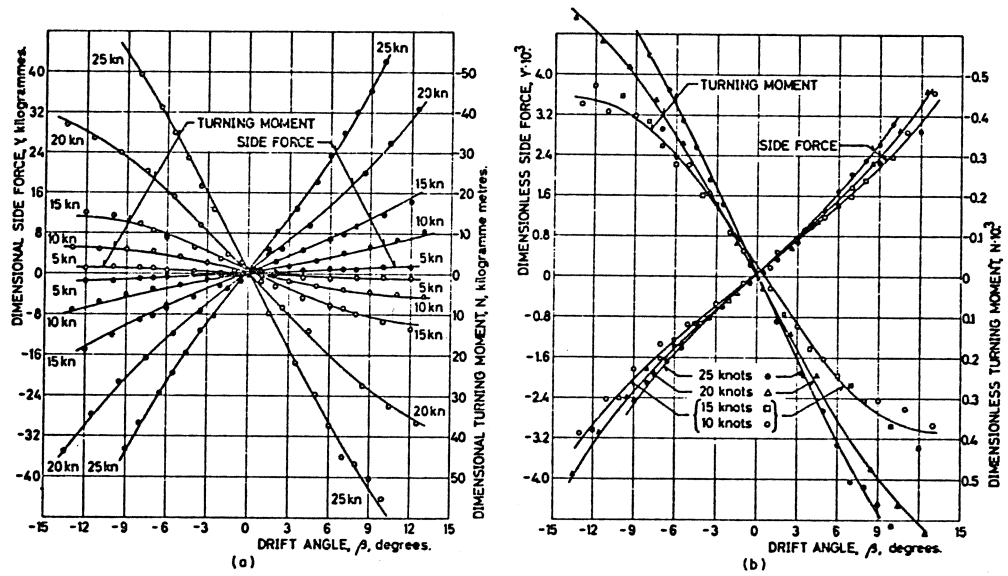
Figuur 3.15. geeft een beeld van de oscillator van het Laboratorium voor Scheepshydronechanica. Figuur 3.16. en Figuur 3.17. geven enkele meetresultaten en in Tabel 2 zijn de lineaire afgeleiden, bepaald met een model van een vrachtschip, in diverse sleeptanks, gegeven.

Tenslotte geeft Figuur 3.18. een vergelijking tussen berekende en gemeten banen, waarbij niet-lineaire afgeleiden nodig waren om tot een realistisch mathematisch model te komen.

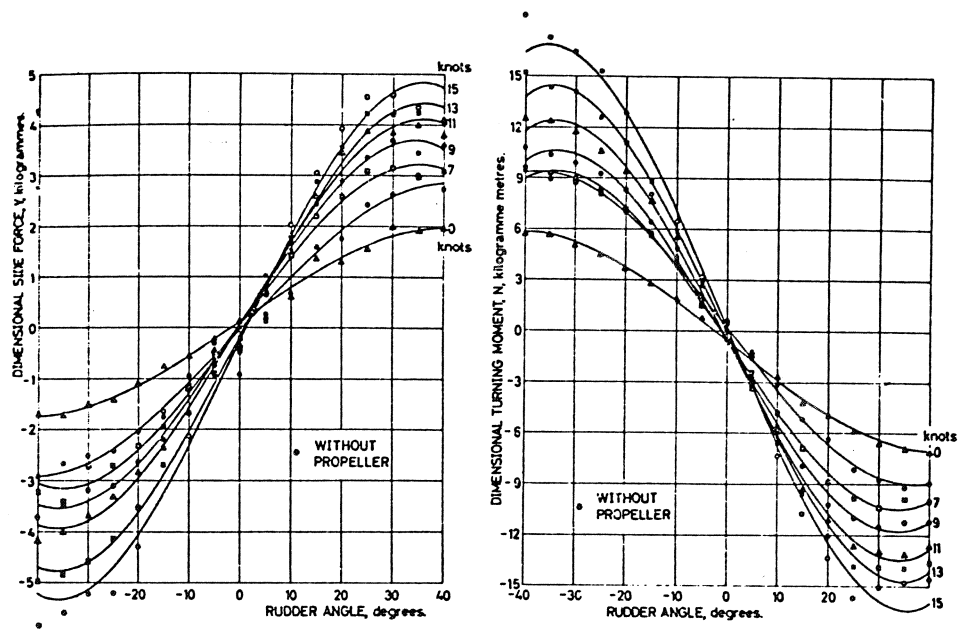


Figuur 3.15

010-002



Figur 3.16



Figur 3.17

Strøm - Tejsen and Chislett 1966

Table 2 Comparison of derivatives from ITTC standard captive-model tests

Organization	Values of derivatives must be multiplied by $10^{-3}$									
	$Y_v'$	$N_v'$	$Y_{\delta R}'$	$N_{\delta R}'$	$Y_r'$	$N_r'$	$Y_{\dot{v}}'$	$N_{\dot{v}}'$	$Y_{\dot{r}}'$	$N_{\dot{r}}'$
(a) Approach speed 7 to 14 knots full scale: $F_n = 0.091$ to $0.130$										
A <sub>1</sub>	- 7.20	- 3.50	—	—	—	—	—	—	—	—
A <sub>3</sub>	- 10.20	- 3.60	—	—	3.00	- 2.00	- 7.20	- 0.20	- 0.20	- 0.40
C <sub>1</sub>	- 13.29	- 3.51	2.87	- 1.38	—	—	—	—	—	—
C <sub>2</sub>	—	—	2.86	- 1.37	—	—	—	—	—	—
F <sub>1</sub>	- 13.20	- 3.72	3.99	- 1.46	—	—	—	—	—	—
F <sub>3</sub>	—	—	—	—	3.33	- 1.93	- 5.62	—	—	- 0.23
I <sub>1a</sub>	- 12.50	- 3.40	2.94	- 1.49	—	—	—	—	—	—
	- 13.10	- 3.53	2.90	- 1.31	—	—	—	—	—	—
I <sub>3a</sub>	- 14.60	- 3.53	—	—	2.96	- 2.28	- 7.72	- 0.07	- 0.21	- 0.52
	- 13.80	- 3.57	—	—	2.61	- 2.14	- 8.22	- 0.06	- 0.21	- 0.39
(b) Approach speed 14 to 15 knots full scale: $F_n = 0.183$ to $0.194$										
A <sub>1</sub>	- 9.70	- 3.80	—	—	—	—	—	—	—	—
A <sub>3</sub>	- 10.00	- 3.80	—	—	2.30	- 2.10	- 6.70	- 0.30	- 0.30	- 0.40
D <sub>1</sub>	- 11.60	- 2.91	2.78	- 1.33	—	—	—	—	—	—
D <sub>1a</sub>	- 12.30	- 3.08	2.53	- 1.21	—	—	—	—	—	—
D <sub>3</sub>	—	—	—	—	2.72	- 1.91	- 7.48	- 0.13	- 0.27	- 0.44
E <sub>1</sub>	- 11.76	- 3.17	2.32	- 1.10	—	—	—	—	—	—
E <sub>3</sub>	- 10.10	- 3.49	—	—	2.90	- 2.00	- 7.34	- 0.19	- 0.33	- 0.48
H <sub>1</sub>	- 14.90	- 3.50	2.69	- 1.26	—	—	—	—	—	—
H <sub>2</sub>	—	—	—	—	1.90	- 2.90	—	—	—	—
I <sub>1</sub>	- 14.60	- 3.99	2.70	- 1.23	—	—	—	—	—	—
I <sub>3</sub>	- 13.90	- 3.96	—	—	2.96	- 2.15	- 7.12	- 0.17	- 0.17	- 0.40
J <sub>2a</sub>	- 15.13	- 3.05	2.94	- 1.37	3.72	- 2.54	—	—	—	—
J <sub>2b</sub>	- 12.77	- 3.83	2.92	- 1.33	3.09	- 2.27	—	—	—	—
(c) Approach speed 18 to 22 knots full scale: $F_n = 0.233$ to $0.285$										
A <sub>1</sub>	- 11.80	- 3.80	—	—	—	—	—	—	—	—
A <sub>3</sub>	- 13.30	- 3.80	—	—	2.60	- 2.10	- 6.50	- 0.30	- 0.40	- 0.40
A <sub>1</sub>	- 11.40	- 3.50	—	—	—	—	—	—	—	—
A <sub>3</sub>	- 11.10	- 3.10	—	—	3.60	- 2.40	- 6.50	- 0.30	- 0.50	- 0.50
C <sub>1</sub>	- 16.90	- 4.47	2.98	- 1.43	—	—	—	—	—	—
C <sub>2</sub>	- 16.90	- 4.47	2.87	- 1.38	2.62	- 2.30	—	—	—	—
D <sub>1a</sub>	- 13.31	- 3.78	—	—	—	—	—	—	—	—

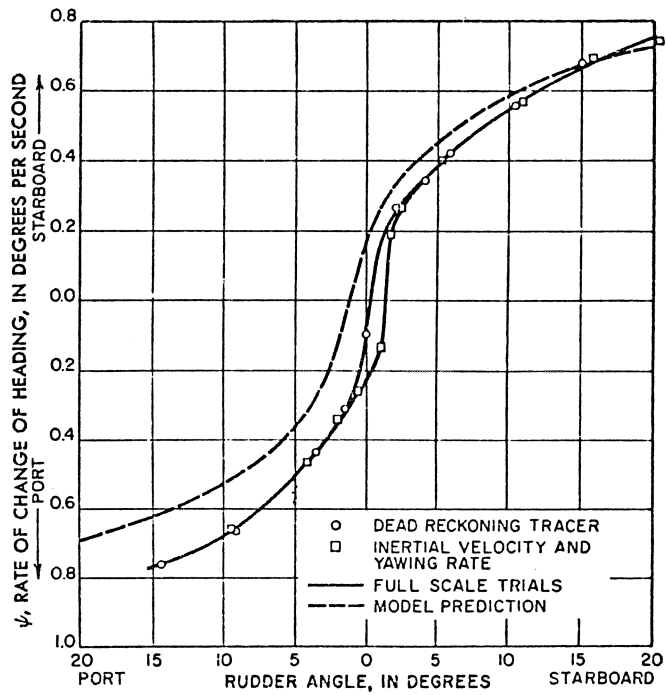
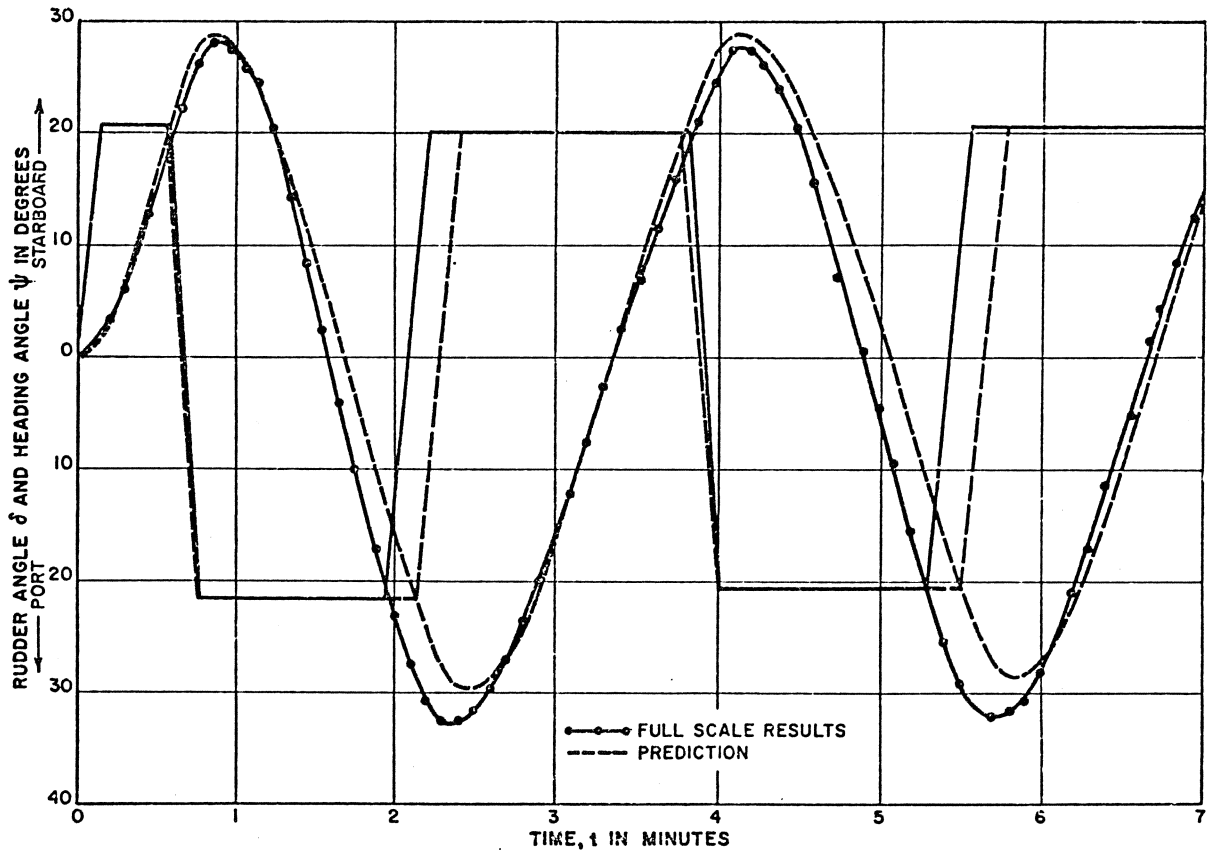


Figure 3.18

p.n.a. 1967



#### 4. Het gestuurde schip.

##### 4.1. Inleiding.

Het gestuurde schip bevat de volgende componenten: het schip, de stuurmachine met roer, de regelaar (mens of automaat). Van dit systeem kan een zgn. blokschema samengesteld worden, dat is een schematische voorstelling van het proces door blokken die de onderdelen van de regelkring met bepaalde eigenschappen voorstellen, verbonden door lijnen met pijlen die de richting van de signalen aangeven, zie Figuur 4.1.

Voor de beschrijving van het scheepsgedrag als gevolg van roergeven gaan we eenvoudigheidshalve uit van Nomoto's 1e orde vergelijking. Deze is als volgt uit de overdrachtsfunctie van het 2e orde systeem af te leiden:

$$\dot{\psi}(p) = \frac{K(1+T_3p)}{(1+T_1p)(1+T_2p)} \delta(p)$$

Voor kleine  $p$  kan  $\dot{\psi}(p)$  in de volgende reeks ontwikkeld worden:

$$\dot{\psi}(p) = K \left[ 1 - (T_1+T_2-T_3)p + (T_1+T_2-T_3)^2 p^2 - \dots \right] \delta(p)$$

(4.1.)

Indien gesteld wordt:

$$T = T_1 + T_2 - T_3,$$

dan is de reeks (4.1.), wat de eerste drie termen betreft, gelijk aan de reeksontwikkeling voor de overdrachtsfunctie:

$$\dot{\psi}(p) = \frac{K}{1+Tp} \cdot \delta(p)$$

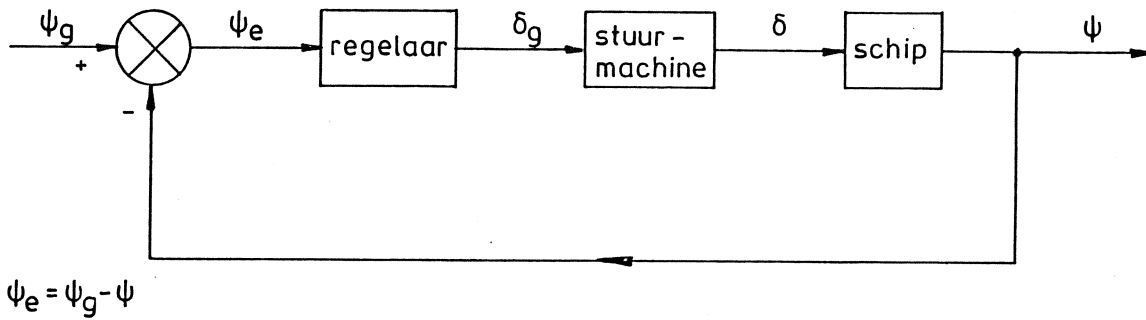
(4.2.)

welke overeenkomt met de bewegingsvergelijking:

$$T\ddot{\psi} + \dot{\psi} = K\delta$$

(4.3.)

Deze eenvoudige vergelijking blijkt voor schepen met positieve rechte lijn stabiliteit goed te voldoen, bijvoorbeeld bij het analyseren van een stuurautomaat.



- $\psi_e$  - koersfout
- $\psi$  - momentane koers
- $\psi_g$  - gewenste koers
- $\delta$  - momentane roerhoek
- $\delta_g$  - gewenste roerhoek

Figuur 4.1: Blokdiagram gestuurd schip.



Voor de analyse van het sturen is het dynamisch gedrag van de stuurmachine van belang. Aangenomen wordt dat de snelheid van de vloeistof in het hydraulisch systeem van de stuurmachine evenredig is met  $\delta_g - \delta$  (zie Figuur 4.1.) dus:

$$\dot{\delta} = \frac{1}{T_R} (\delta_g - \delta) \text{ of } T_R \dot{\delta} + \delta = \delta_g \quad (4.4.)$$

Deze differentiaalvergelijking is als beschrijving van het gedrag van de stuurmachine niet geheel realistisch, want hij leidt tot verschillende roerhoek snelheden  $\dot{\delta}$  bij verschillende  $\delta_g$ , hetgeen niet geheel in overeenstemming is met het werkelijk gedrag.

De regelaar wordt voorgesteld door:

$$\delta_g = k_1 \psi_e + k_2 \dot{\psi}_e \quad (4.5.)$$

Ook deze vergelijking houdt een sterke vereenvoudiging in als verondersteld wordt dat (4.5.) een roerganger voorstelt.

Uit de combinatie van (4.4.) en (4.5.) volgt:

$$T_R \dot{\delta} + \delta = (k_1 \psi_e + k_2 \dot{\psi}_e) \quad (4.6.)$$

Deze vergelijking geeft de overdrachtsfunctie  $H_1$  van geconstateerde koersfout  $\psi_e$  naar momentane roerhoek  $\delta$ , en wel uit:

$$(T_R p + 1) \delta(p) = (k_1 + k_2 p) \psi_e(p) \quad (4.7.)$$

$$H_1 = \frac{\delta(p)}{\psi_e(p)} = \frac{(k_1 + k_2 p)}{T_R p + 1} \quad (4.8.)$$

en:

$$\delta(p) = H_1 \psi_e(p) \quad (4.9.)$$

Uit de bewegingsvergelijking voor het schip volgt, zie (4.2.):

$$H_2 = \frac{\psi(p)}{\delta(p)} = \frac{K}{p(1 + T_p)} \quad (4.10.)$$

en:

$$\psi(p) = H_2 \delta(p) \quad (4.11.)$$

Uit (4.9.) en (4.11.) volgt dan:

$$\psi(p) = H_2 \delta(p) = H_1 H_2 \psi_e(p) = H_1 H_2 \psi_g(p) - H_1 H_2 \psi(p)$$

dus:

$$\frac{\psi(p)}{\psi_g(p)} = \frac{H_1 H_2}{1 + H_1 H_2} \quad (4.12.)$$

Bij deze representatie van de manoeuvreereigenschappen zijn geen externe storingen, bijvoorbeeld ten gevolge van wind en golven, aanwezig.

We beschouwen nu de responsie van het schip als een stapfunctie in de koers; gevraagd wordt bijvoorbeeld:

$$\psi_g(t) = 1 \quad \text{voor } t \geq 0$$

De Laplace transformatie wordt in dat geval:

$$\psi_g(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} dt = -\frac{1}{p} e^{-pt} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{p}, \text{ zodat:}$$

$$\psi(p) = \frac{1}{p} \cdot \frac{H_1 H_2}{1 + H_1 H_2} = \frac{K(k_1 + k_2 p) / \{p(1 + pT)(1 + pT_R)\}}{p \cdot 1 + K(k_1 + k_2 p) / \{p(1 + pT)(1 + pT_R)\}}$$

of:

$$\psi(p) = \frac{K(k_1 + k_2 p)}{p \{T T_R p^3 + (T + T_R) p^2 + (1 + K k_2) p + K k_1\}}$$

Deze uitdrukking is te splitsen in partieel breuken:

$$\psi(p) = \frac{A}{p} + \frac{B}{p-p_1} + \frac{C}{p-p_2} + \frac{D}{p-p_3}, \text{ waaruit:}$$

$$\psi(t) = A + B e^{p_1 t} + C e^{p_2 t} + D e^{p_3 t} \quad (4.13.)$$

De wortels van de noemer van de breuk  $\psi(p)$  zijn uit de derdegraads term tussen de accoladen te bepalen.

Er zijn 3 gevallen te onderscheiden.

- de karakteristieke vergelijking heeft één reële en twee toegevoegde complexe wortels,
- de vergelijking heeft drie reële wortels, waarvan er tenminste twee gelijk zijn,
- de vergelijking heeft drie reële wortels.

Voor een stabiel systeem moeten alle wortels negatieve reële delen bevatten. Wij beschouwen uitsluitend deze conditie. De gevallen b en c geven in dat geval een asymptotisch verloop van  $\psi(t)$  naar de gewenste waarde  $\psi_g$  en wel, door het ontbreken van een imaginair deel in de wortel, zonder overshoot. Er is wèl overshoot bij geval a). Stel nu dat:

$$p_1 = a_1, \quad p_2 = a_2 + ia_3, \quad p_3 = a_2 - ia_3,$$

dan luidt de oplossing:

$$\begin{aligned} \psi(t) = \psi_g \left\{ 1 - \frac{1}{(a_2 - a_1)^2 + a_3^2} \left[ (a_2^2 + a_3^2) e^{a_1 t} + \right. \right. \\ \left. \left. - a_1 e^{a_2 t} \left\{ (2a_2 - a_1) \cos a_3 t - \frac{(a_2 - a_1)^2 - a_3^2}{a_3} \sin a_3 t \right\} \right] \right\} \end{aligned} \quad (4.14.)$$

Deze oplossing is geschetst in Figuur 4.2., waarin als kenmerkende grootheden zijn vermeld:

$t_{95}$  - het tijdsverloop, tot dat 95% van  $\psi_g$  bereikt is

$\frac{\psi - \psi_g}{\psi_g} \cdot 100$  - het overshoot percentage bij  $\dot{\psi}_1 = 0$

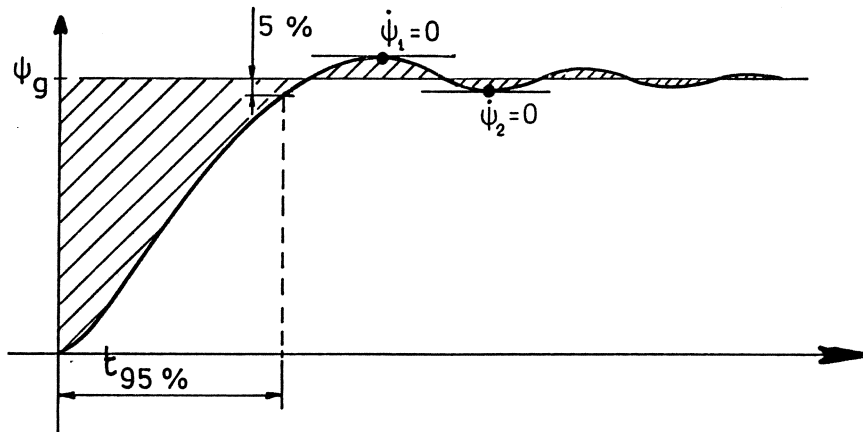
- het undershoot percentage bij  $\dot{\psi}_2 = 0$

De karakteristieken van het schip en van de regelaar bepalen de mate van uitslingeren. Snelle responsie met meer overshoot kan staan tegenover een trager responsie met minder overshoot.

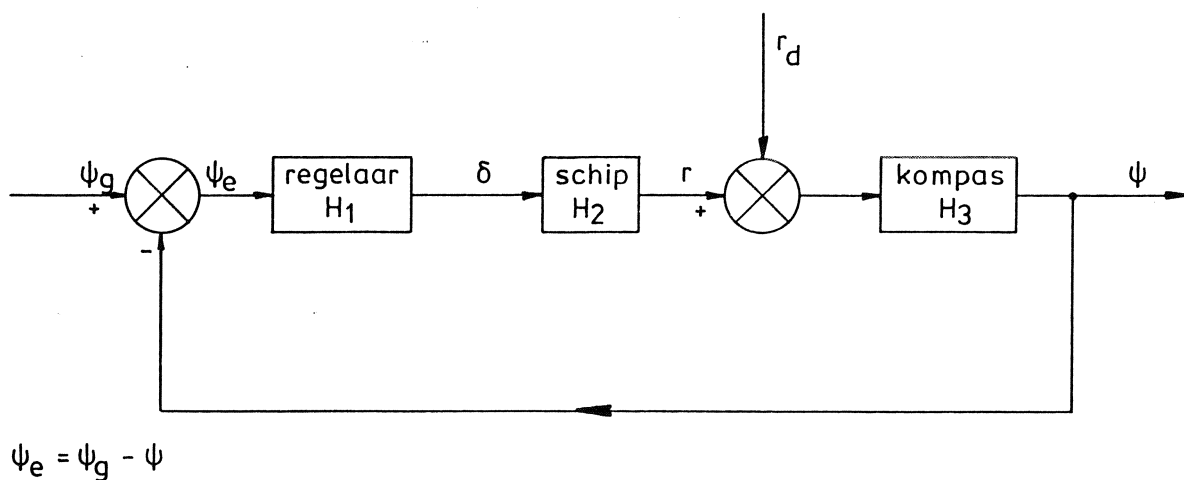
Beoordelingscriteria kunnen zijn:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} |\psi_g - \psi| dt &= \text{minimaal, } \delta f \\ \int_0^{\infty} (\psi_g - \psi)^2 dt &= \text{minimaal} \end{aligned} \quad (4.15.)$$

Het construeren van optimale regelingen, zoals hier in de eenvoudigste vorm is weergegeven, behoort tot de taak van de regeltechniek. In dit college zullen we ons met de details van deze techniek



Figuur 4.2: Responsie op stapfunctie van een gestuurd schip.



Figuur4.3: Blokschema van een gestuurd schip dat storing  $r_d$  ondervindt van golven en wind.

niet bezighouden.

Scheepsbouwkundige aspecten moeten in samenspraak met de regeltechnicus beschouwd worden.

#### 4.2. Sturen in zeegang.

Koyama heeft het sturen van een schip met een roerganger en met een stuurautomaat geanalyseerd.

Uitgegaan wordt van het blokdiagram in Figuur 4.3.

De storing door golven en wind wordt voorgesteld door de uitwerking daarvan op het schip:

de hoeksnelheid  $r_d$ .

Het regelgedrag wordt gegeven door:

$$H_{\text{regel}} = \frac{\psi}{\psi_g} = \frac{\psi}{\psi_e + \psi} = \frac{\psi/\psi_e}{1 + \psi/\psi_e} = \frac{H_1 H_2 H_3}{1 + H_1 H_2 H_3} = \frac{H}{1 + H} \quad (4.16.)$$

waarbij de storing  $r_d$  nul is gesteld.

Naarmate  $H$  groter is volgt  $\psi$  later de gewenste koers  $\psi_g$ .

In dit voorbeeld beschouwen we de volgende regeling:

$$\delta = k\psi_e = k(\psi_g - \psi),$$

Hiermede vinden we:

$$H_1 = \frac{\delta}{\psi_e} = k \quad (4.17.)$$

Voor het schip geldt:

$$H_2 = \frac{r}{\delta} = \frac{K(T_3 p + 1)}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} \quad (4.18.)$$

Omdat:  $r = \dot{\psi}$  geldt:

$$H_3 = \frac{\psi}{r} = \frac{1}{p} \quad (4.19.)$$

Overbrengingsverhoudingen kunnen algebraïsch uit de desbetreffende differentiaalvergelijkingen afgeleid worden door te stellen  $\frac{d}{dt} = p$ , hetgeen overeenkomt met de Laplace transformatie van de differentiaalvergelijkingen als daarbij de begincondities nul gesteld worden.

Het stoorgedrag  $H_{\text{stoor}} = \frac{\psi}{r_d}$  wordt als volgt gevonden:  
(zie Figuur 4.3.)

$$(r + r_d)H_3 = \psi$$

of:

$$\psi = H_3 r_d + H_3 r$$

$$\psi = H_3 r_d + H_3 H_1 H_2 \psi_e$$

Voor:  $\psi_g = 0$  is  $\psi_e = -\psi$ , dus:

$$\psi = H_3 (r_d - H_1 H_2 \psi)$$

Tenslotte:

$$H_{\text{stoor}} = \frac{H_3}{1 + H_1 H_2 H_3} = \frac{H_3}{1 + H} \quad (4.20.)$$

Na substitutie van (4.17.), (4.18.), (4.19.) vinden we:

$$\frac{\psi}{r_d} = \frac{\frac{1}{p}}{1 + \frac{kK(T_3 p + 1)}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} \cdot \frac{1}{p}} \quad (4.21.)$$

Voor zeer lage frequenties ( $p \rightarrow 0$ ) nadert deze uitdrukking tot:

$$\frac{\psi}{r_d} = \frac{1}{kK} \quad (4.22.)$$

Nu is:

$$\frac{\delta}{r_d} = \frac{\delta}{\psi} \cdot \frac{\psi}{r_d} = -k \cdot H_{\text{stoor}}.$$

Voor  $p \rightarrow 0$  nadert deze uitdrukking tot:

$$\frac{\delta}{r_d} = -k \cdot \frac{1}{kK} = -\frac{1}{K} \quad (4.23.)$$

Voor zeer hoge frequenties ( $p \rightarrow \infty$ ) geldt:

$$\frac{\psi}{r_d} = \frac{1}{p} \quad (4.24.)$$

$$\frac{\delta}{r_d} = -\frac{k}{p} \quad (4.25.)$$

Uit de betrekkingen (4.22.) t/m (4.25.) zijn de volgende conclusies te trekken:

Het effect van laagfrequente storingen wordt minder naarmate  $K$  groter is. De verhouding  $\delta/r_d$  blijft daarbij constant.

Bij storingen met hogere frequenties wordt de responsie van het schip kleiner. Voor die gevallen is het beter dat  $k$  klein is.

Het is van belang om bij de beoordeling van een stuurautomaat een criterium vast te stellen waarmee de kwaliteit van het sturen beoordeeld kan worden. Bij een sinusvormige baan met amplitude  $\psi$  is de lengte van de afgelegde weg  $l + \frac{\psi^2}{4} + O(\psi^4)$ . Als  $\psi = 10$  graden, dan is de verlenging ten opzichte van een rechte baan 3/4%. Bestaat de baan uit rechte stukken onder een hoek  $\psi = 10$  graden, dan is de verlenging ten opzichte van de geplande baan 1.5%. Men kan dat interpreteren als "weerstandstoename".

Door gier- en drifbewegingen van het schip zal de weerstand toenemen. De weerstandstoename door drift is vaak gering, tenzij het schip is uitgerust met een relatief belangrijke vinkiel o.i.d.

Door de gierbeweging ontstaat de zgn. centrifugaalweerstand. Deze volgt uit een 2e orde term en de X--vergelijking:

$$m(\ddot{u} - vr) = X_u \dot{u} + T(1 - t) - R$$

of:

$$(m - X_u \dot{u}) \ddot{u} = T(1 - t) - R - mU\beta r \quad (4.26.)$$

De laatste term van (4.26.) is de x-component van de centrifugaalkracht  $mR_c r^2 = mUr$ ; deze component werkt "weerstand"verhogend. Stel bijvoorbeeld:

$$\left. \begin{aligned} r &= r_a \cos \omega t \\ \beta &= \beta_a \cos(\omega t + \epsilon) \end{aligned} \right\} (4.27.)$$

dan is de gemiddelde x-component van de centrifugaalkracht  $R_{CK}$ :

$$\overline{R_{CK}} = \frac{mU}{T} \int_0^T \beta r dt = \frac{1}{2} mU r_a \beta_a \cos \epsilon \quad (4.28.)$$

Eventuele 2e orde hydrodynamische bijdragen tot  $R_{CK}$  zijn niet beschouwd bij deze kwalitatieve analyse.

In verband met de massa  $m$  kan het aandeel van de centrifugaal weerstand vrij groot worden. Door  $\beta$  en  $r$  te berekenen als het schip in golven vaart, waarbij óók de invloed van fluctuaties in de windsterkte belangrijk kunnen zijn, kan een schatting volgen voor  $\overline{R_{CK}}$ . Het blijkt dat de invloed van golven groot is, als de golven dwars of schuin van voren inkomen. In achteropkomende golven kan een negatieve  $\overline{R_{CK}}$  optreden!

In het algemeen is echter de ontmoetingsfrequentie zó hoog dat het roer deze bewegingen niet kan reduceren. Gebeurt dat wèl dan is het resultaat een nog hogere weerstand als gevolg van de weerstand van het roergeven.

Van groot belang is de centrifugaal weerstand die ontstaat door roergeven bij lage frequenties. Vooral bij schepen met een negatieve richtingsstabiliteit ontstaat dan vaak een laagfrequente gierbeweging als gevolg van stuurcorrecties.

Een stuurautomaat moet dus zódanig ontworpen worden dat deze centrifugaal weerstand geminimaliseerd wordt. Met name moet niet gereageerd worden op hoogfrequente storingen door golven.

Samenvattend kan gezegd worden dat een deel van de weerstand bij het sturen afkomstig is van het gieren ( $\psi$ ) en deze weerstand kan evenredig gesteld worden met  $\overline{\psi_e^2}$  (het gemiddeld kwadraat van de koersfout). Een ander deel is evenredig met het gemiddeld kwadraat van de roerhoek :  $\overline{\delta^2}$

Uit modelproeven met een "Mariner" bleek namelijk dat voor een behouden snelheid de benodigde stuwkracht toename  $\Delta T$  volgt uit:

$$\frac{\Delta T}{T} = 4\overline{\delta^2} \quad (4.29.)$$

Voor een sinusvormige roeruitslag is de gemiddelde stuwkrachtstoe- name:

$$\frac{\Delta T}{T} = 2\overline{\delta_a^2} \quad (4.30.)$$

De zogenaamde "performance index" kan nu als volgt geschreven worden:

$$\overline{\psi_e^2} + \lambda \overline{\delta^2} \quad (4.31.)$$

waarin  $\lambda$  een constante voorstelt die afhangt van de scheepsgrootte



en de scheepsvorm e.d.

Voor een Mariner schip werd op grond van modelproeven geconcludeerd  $\lambda = 8$  (Oók formule (4.29.) geldt slechts voor dat type schip).

Men vond als optimale k-waarde voor een stuurautomaat in dat geval:

$k = 0,5$  in achteroplopende zee

$k = 1,4$  golven vóór inkomend

Zie Figuur 4.4.

Om de performance index te kunnen uitrekenen moet het spectrum van de storing  $S_{rd}$  bekend zijn (zie Figuur 4.5.)

Immers dan volgt:

$$\bar{\psi}^2 = \int_0^{\infty} \left| \frac{\psi}{r_d} \right|^2 S_{rd}(\omega) d\omega \quad (4.32.)$$

waarin:  $\left| \frac{\psi}{r_d} \right|$  uit de overdrachtsfunctie (4.21.) bepaald kan worden.

Evenzo:

$$\bar{\delta}^2 = \int_0^{\infty} \left| \frac{\delta}{r_d} \right|^2 S_{rd}(\omega) d\omega \quad (4.33.)$$

waarin:  $\left| \frac{\delta}{r_d} \right| = -k \left| \frac{\psi}{r_d} \right|$

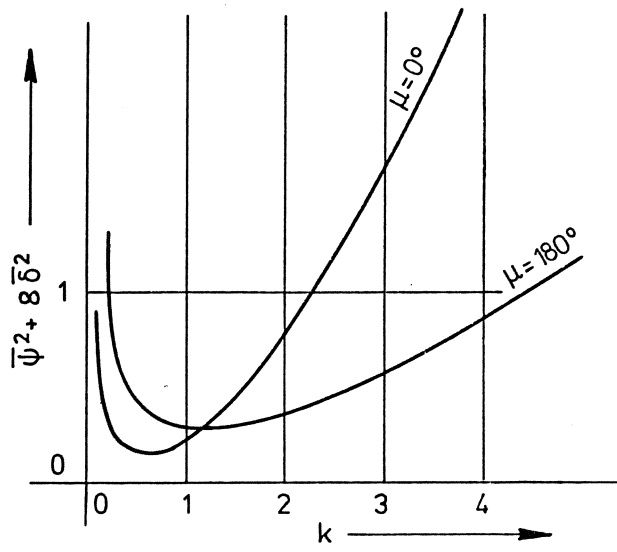
$S_{rd}$  is het spectrum van de hoeksnelheid  $r$  als gevolg van de storing (golven) onder diverse condities (golfrichting, golfhoogte). Nu is de hoeksnelheid van het schip óók een gevolg van de corrigerende roerhoeken. Koyama heeft op zee de roerhoeken  $\delta$  geregistreerd en de resulterende hoeksnelheid  $r_\delta$  als gevolg van die bepaalde roeruitslagen berekend in het tijdsdomein:

$$r_\delta(t) = \int_0^{\infty} g(\tau) \delta(t-\tau) d\tau \quad (4.34.)$$

De hoeksnelheid als gevolg van alléén de storing volgt dan uit:

$$r_d(t) = r(t) - r_\delta(t) \quad (4.35.)$$

waarin:  $r(t)$  de gemeten hoeksnelheid voorstelt. Met  $r_d(t)$  is ten slotte het spectrum  $S_{rd}(\omega)$  in het frequentie domein berekend. De metingen zijn verricht op M.S. "Florida Maru", dat niet veel ver-



Figuur 4.4: Optimale  $k$ -waarden voor  $\delta = k\psi_e$  (verg. 4.17)

schilt van de "Mariner".

De resultaten (waarmee óók Figuur 4.4. is samengesteld) zijn samengevat in Figuur 4.5., waarbij onderscheid is gemaakt tussen het sturen met een roerganger (QM, quartermaster) en met een stuurautomaat (AP automatic pilot).

In het lage frequentiegebied is de invloed van de golven gering: de storing wordt voornamelijk veroorzaakt door langzame variaties in de windsnelheid.

Bij  $\omega \geq 0.05$  rad/s neemt de storing af totdat de invloed van de golven belangrijk wordt.

Als  $S_r > S_{rd}$  dan is het roergeven blijkbaar nuttig om de bewegingen van het schip te reduceren.

Dat doet zich voor bij  $\omega < 0.05$  rad/s.

Bij hogere frequenties is het roer niet effectief om deze stoorhoeksnelheden te elimineren! Een roerganger geeft in dat gebied meer "roer" dan de automaat, overigens zonder resultaat en met het nadeel van meer roerweerstand

De introductie van de hoeksnelheid in de stuurautomaat, naast de koersfout, heeft een gunstig effect op de stabiliteit van de regelkring. In het laagfrequente gebied bleek een dergelijke toevoeging voordelig, maar voor  $\omega > 0.1$  was er teveel gebruik van het roer. Koyama concludeerde dat het aandeel van de "rate control" zo klein mogelijk moet zijn, rekening houdend met het gunstige effect op de stabiliteit van het systeem, en dat voor de hogere frequenties een filter ingebouwd zou moeten worden om de automaat niet nodeloos op golverstoring in dat frequentiegebied te laten reageren.

$S_r$  : Spectrum of angular velocity under steering  
 $S_{rd}$  : Spectrum of angular velocity without steering  
 $S_\delta$  : Spectrum of rudder angle

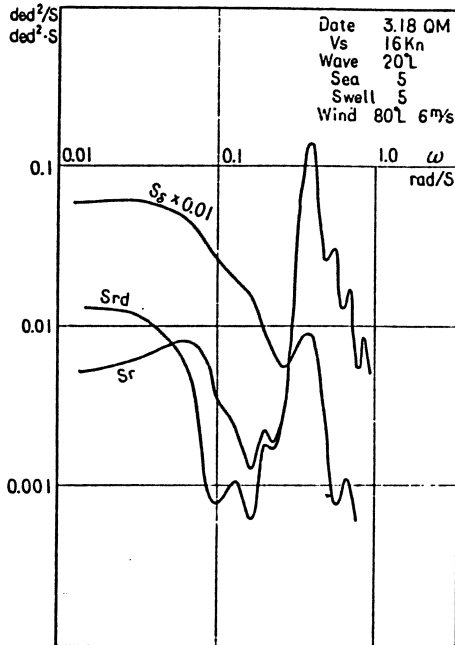


Fig. 16 Power Spectra

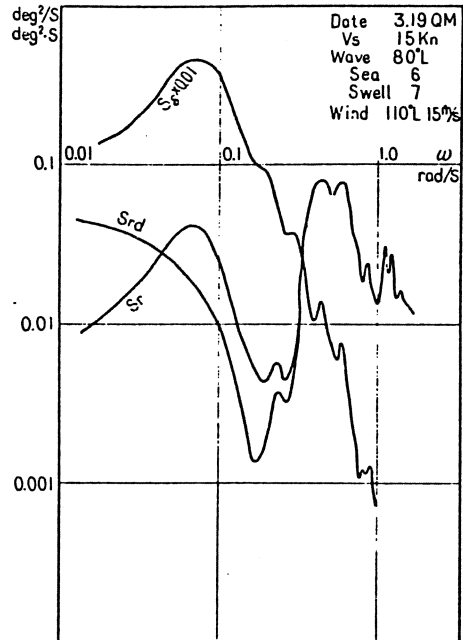


Fig. 18 Power Spectra

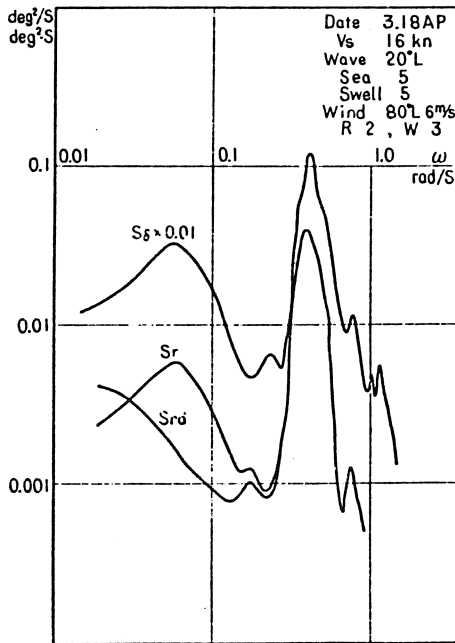


Fig. 17 Power Spectra

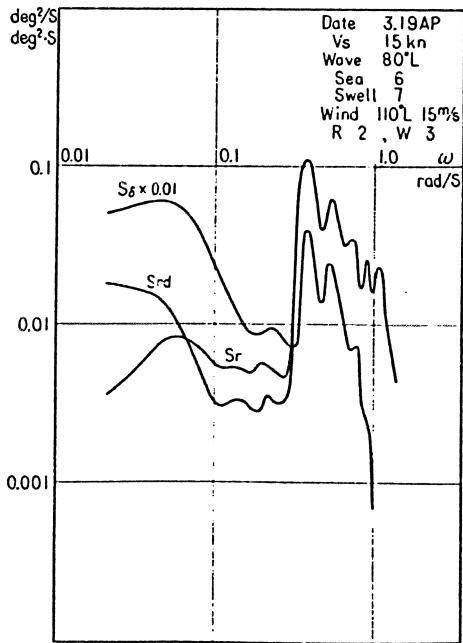


Fig. 19 Power Spectra

Figuur 4.5 a: Spectra van roerhoek en hoeksnelheid.

T.Koyama 1967

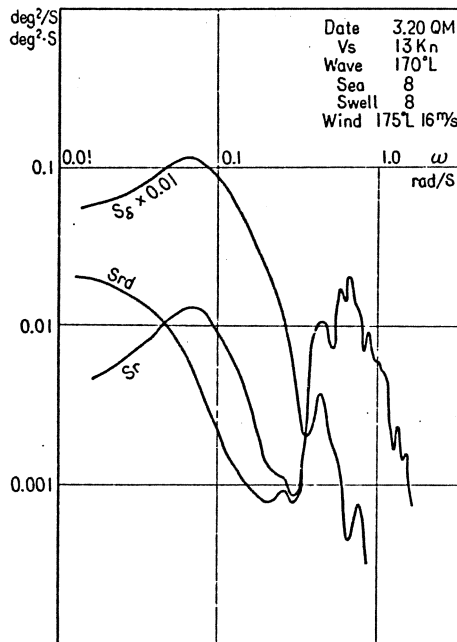


Fig. 20 Power Spectra

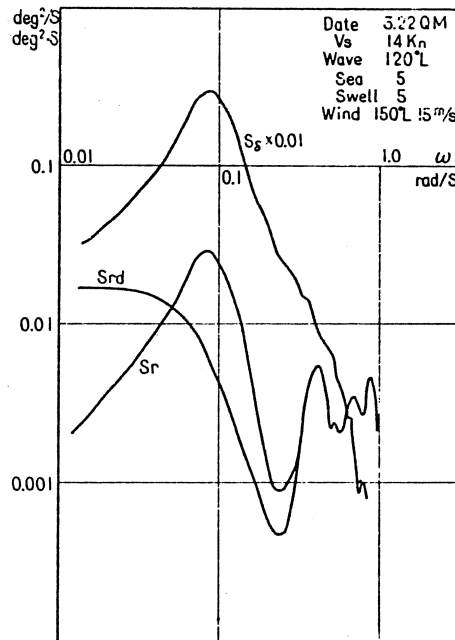


Fig. 22 Power Spectra

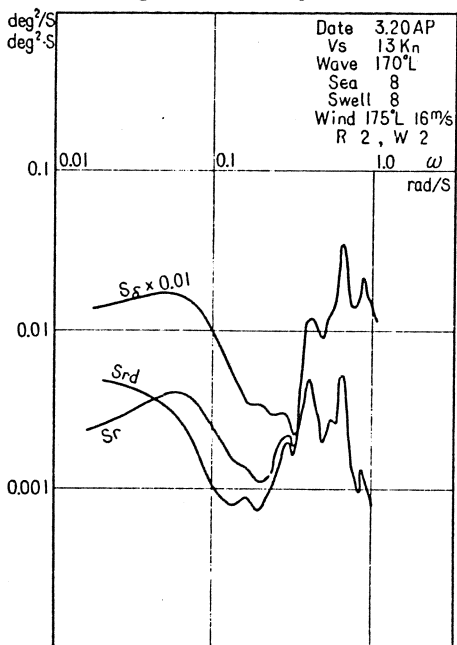


Fig. 21 Power Spectra

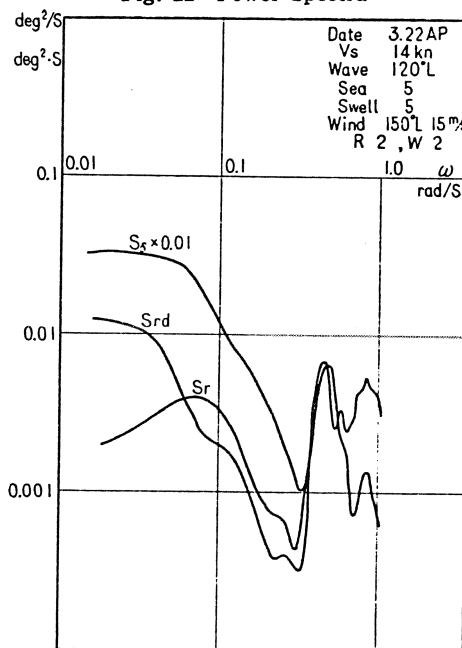


Fig. 23 Power Spectra

Figuur 4.5b: Spectra van roerhoek en hoeksnelheid.

T.Koyama 1967



## 5. Stoppen en versnellen van schepen.

### 5.1. Inleiding.

Stoppen en versnellen (in voorwaartse richting of achteruit) zijn belangrijke manoeuvres in beperkt vaarwater met veel verkeer. Stoppen is een manoeuvre waarbij het schip maximaal vertraagd wordt door het volle vermogen achteruit te gebruiken. Men onderscheidt de "crash stop" waarbij de stop manoeuvre vanaf de volle snelheid vooruit wordt ingezet, en het stoppen vanaf de havensnelheid (deze wordt per definitie wel op 12 knopen gesteld). Natuurlijk stoppen (E: coasting) is een speciaal geval: er wordt geen vermogen "achteruit" gebruikt. Het schip vertraagt als gevolg van de scheepsweerstand. De belangrijkste grootheden bij het stoppen en versnellen zijn de tijd die de manoeuvre vergt en de afgelegde afstand vanaf het begin van het stoppen tot de voltooiing van de stop manoeuvre.

Bij het berekenen van tijd en weg wordt over het algemeen aangenomen dat de baan een rechte lijn is. Vaak is dat niet het geval (asymetrie bij enkelschroefschepen, geen rechte lijnstabiliteit, gevoeligheid voor kleine uitwendige verstoringen e.d.).

Bij enkelschroef schepen met rechtsdraaiende schroef draait het achterschip naar bakboord bij achteruit slaan en naar stuurboord bij een linksdraaiende schroef.

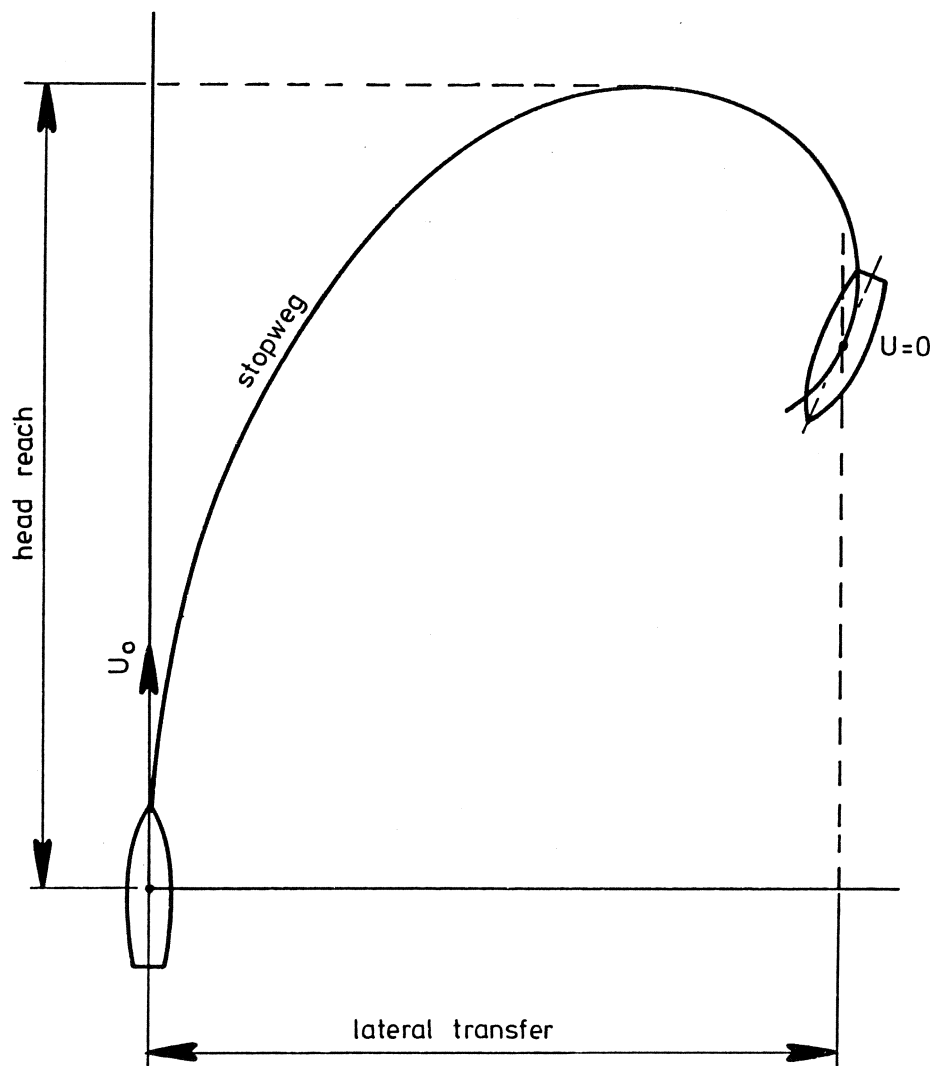
In het geval van een niet rechte baan wordt de afgelegde weg langs de baan gemeten.

Uiteraard zijn de zgn. "head reach" en de zijwaartse verplaatsing ("lateral transfer") van belang voor de manoeuvre-eigenschappen van het schip, zie Figuur 5.1).

De stoptijd  $t_s$  is de tijd die verloopt tussen de order: achteruit slaan en het moment dat de sloopssnelheid nul is.

Ook verloopt er tijd tussen de order achteruit slaan en het uitvoeren daarvan (de zgn. transmission dead time); het tijdsverloop tussen het begin van de stop manoeuvre en het moment dat de stuwkracht negatief wordt (of ook wel: dat de draairichting van de schroef verandert) noemt men de execution dead time.

De totale dead time is de som van de beide genoemde tijdsverlopen.



Figuur 5.1: Stopweg van een schip.



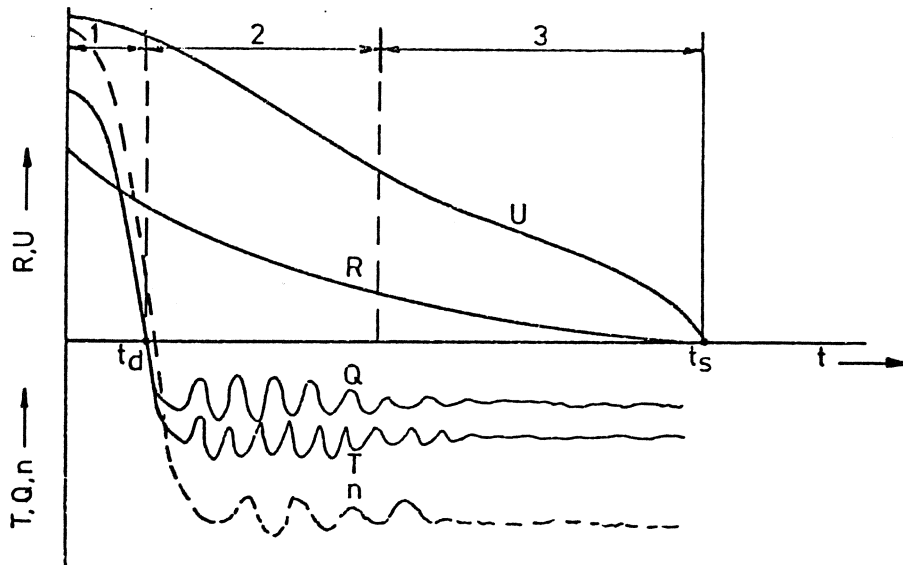
De stopmanoeuvre wordt in drie fasen verdeeld:

1. De eerste fase loopt tot  $t_d$ . Deze is afhankelijk van het type machine, de schroef en de initiële snelheid van het schip.
2. De tweede fase gaat in als de stuwkracht negatief wordt. De weerstand van het schip zelf is van dezelfde orde van grootte als de initiële snelheid groot is. Door het terugslaan van de schroef bij voorwaartse snelheid ontstaan instationaire verschijnselen in de stroming rond het achterschip en er zijn zeer grote variaties in koppel, toerental en stuwkracht. Soms zijn er ernstige trillingsverschijnselen. Wervel afscheiding (verticale as) en een niet-lineaire afhankelijkheid tussen stuwkracht en vertraging zijn mogelijk, zie Figuur 5.2. en 5.3.  
De amplituden van de stuwkracht en koppelvariaties zijn soms gelijk aan de gemiddelde stuwkracht en aan het gemiddelde koppel. Vooral als het schip in ballast vaart kan de schroef lucht aanzuigen en treedt cavitatie op.  
Een aanzienlijke verbetering vindt plaats als de scheepsnelheid afneemt tot fase 3.
3. De toerental variatie is gering en de scheepssnelheid is belangrijk afgenomen. De weerstand van het schip is klein ten opzichte van de stuwkracht van de schroef. De stuwkracht en koppelvariaties vertonen nu minder variaties.

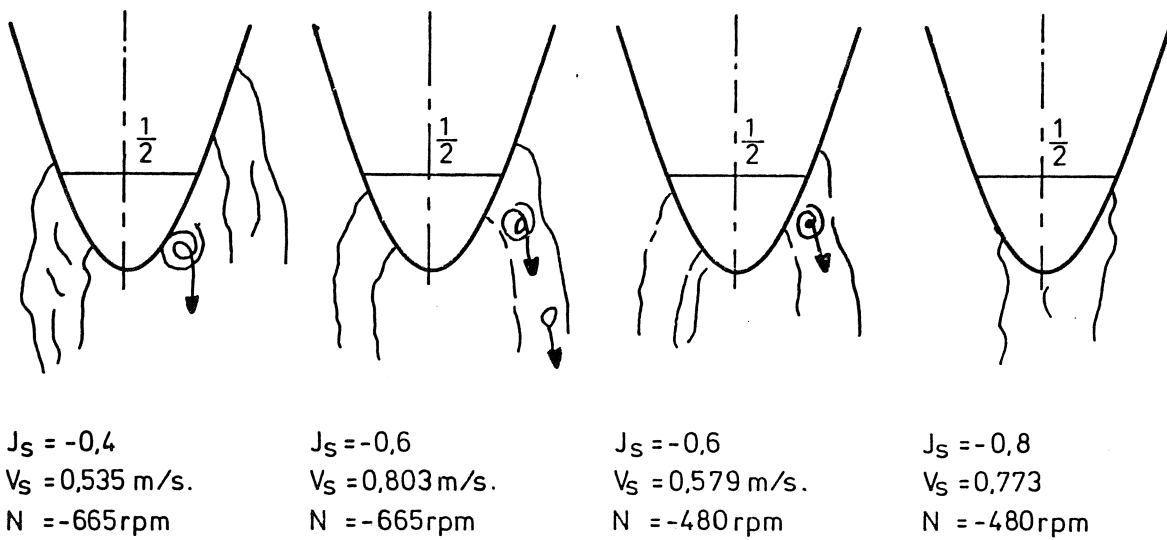
Als de initiële snelheid gering is dan is fase 2 van weinig betekenis en blijven fase 1 en 3 over.

Enkelschroefschepen zijn onbestuurbaar zodra de stuwkracht negatief wordt, zie ook Figuur 5.3. en 5.4.

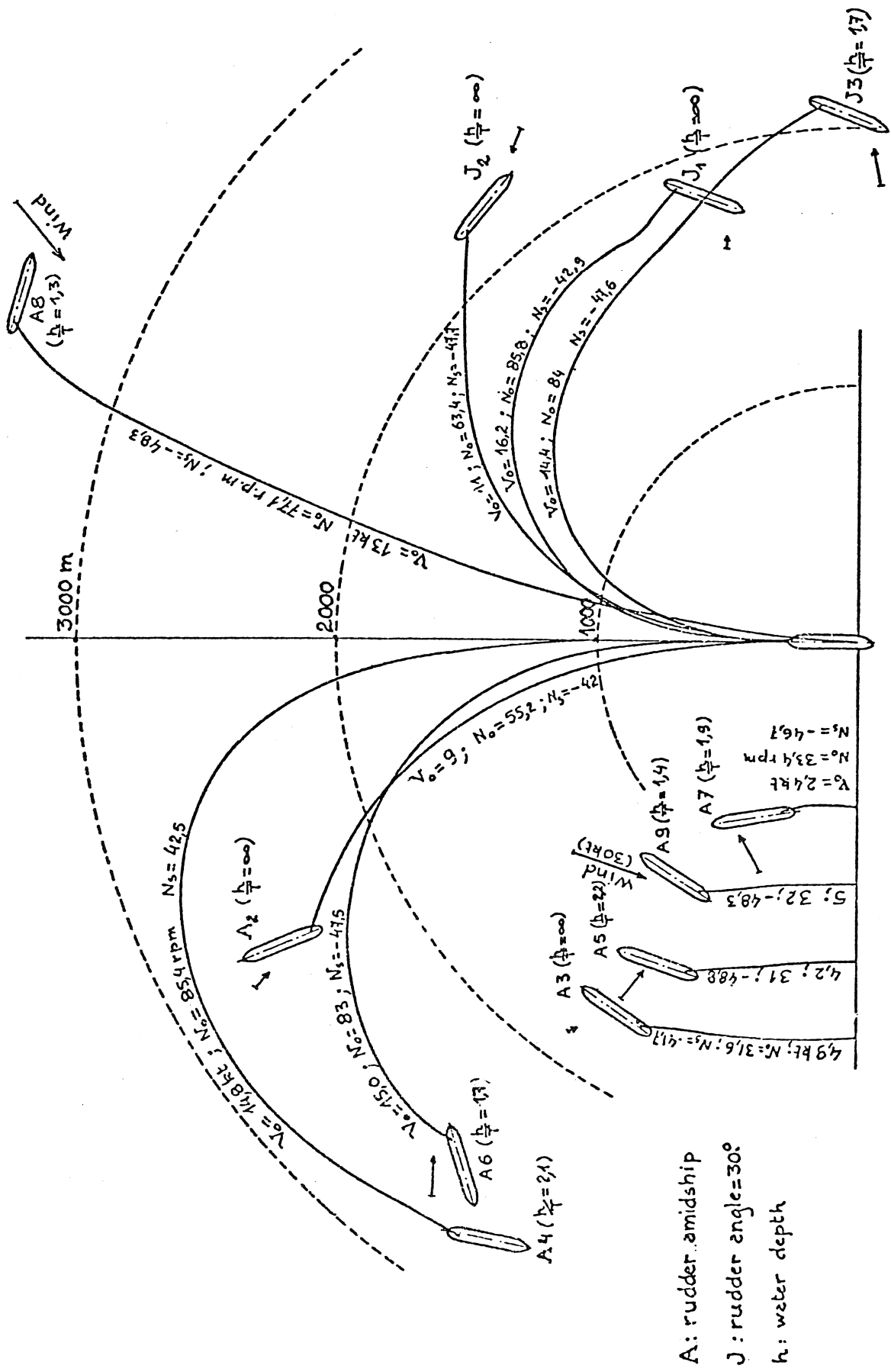
Bij een lage initiële snelheid is de koersafwijking gering door de traagheid van het schip, maar bij hoge initiële snelheden ("crash stop") is de baan onvoorspelbaar en onder meer afhankelijk van stroom, wind en golven. De grote wervels langs de zijden van het schip veroorzaken afwijkingen van de initiële baan. Een min of meer voorspelbare baan wordt verkregen door direct aan het begin van de stop manoeuvre roer te geven. Figuur 5.4. geeft een aantal stopwegen voor één en hetzelfde schip, afhankelijk van de (begin) condities (snelheid toerental, waterdiepte enz.). Blijkbaar is het



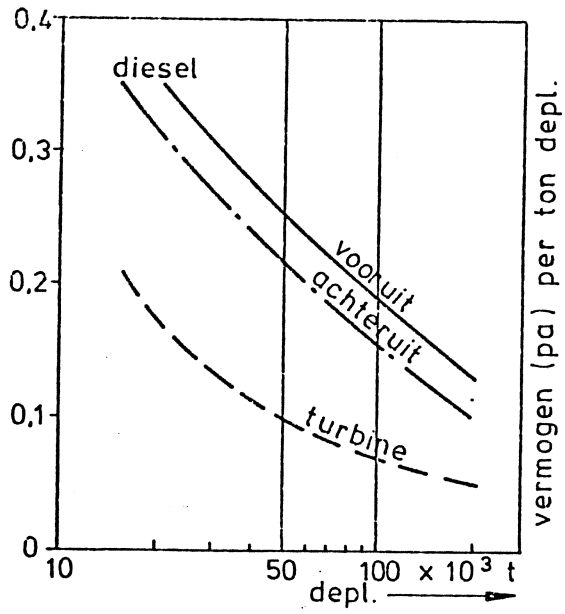
Figuur 5.2: Stopfasen.



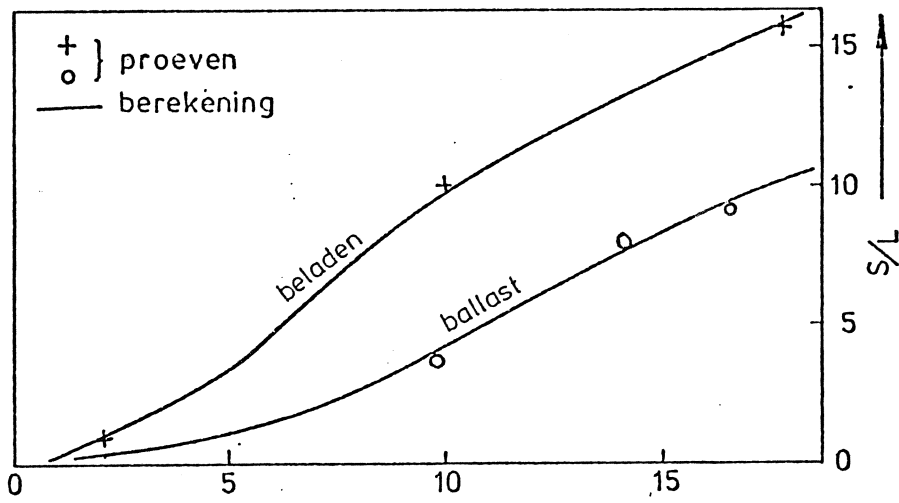
Figuur 5.3: Modelproef (Nakato c.s.)  
Stromingsveld achterschip bij stoppen.



Figuur 5.4: Stopwegen van een schip bij verschillende condities.



Figuur .55: Vermogen per ton displacement.



Figuur 5.6: Stopweg van een tanker.

Figuur 5.6: Stopweg van een tanker.

inzetten van een draai zeer effectief voor het beperken van de stopweg.

Uit Figuur 5.4. blijkt dat er een groot gebied is waarin het schip als het ware onbestuurbaar is.

Voor een grote tanker betekent de order "volle kracht achteruit" dat het schip een kwartier lang onbestuurbaar is; zowel ten opzichte van de koers en snelheid kan, in dat tijdsverloop, de gezagvoerder niets doen. Alléén door stuwkracht "vooruit" te geven en gelijktijdig gebruik van het roer kan daarin verandering gebracht worden.

Het type van de voortstuwingsmachine heeft invloed op de "dead time"  $t_d$ , die nodig is om de stuwkracht negatief te maken. In dat tijdsverloop wordt een afstand  $U \cdot t_d$  afgelegd zodat reductie van  $t_d$  belangrijk is. Voor turbine-installaties en een grote initiële snelheid is  $t_d = 0,5 - 1$  minuut, voor diesels kan dit nog meer zijn. Het schijnt mogelijk te zijn om "dead times" van 30 seconden te realiseren. De dead time neemt af met afnemende initiële snelheid.

Het beschikbare vermogen achteruit is voor een turbine 30 à 45 % of minder van het vooruitvermogen. Voor een diesel is dit 80 à 85%.

Bij volle kracht achteruit slaan treedt vaak ventilatie en cavitatie op zodat de gemiddelde waarde van de stuwkracht niet evenredig is met het beschikbare achteruit vermogen. In die gevallen is het achteruit vermogen niet altijd in de eerste plaats van belang wèl soms de wijze waarop het toerental achteruit geregeld wordt vanaf de initiële condities.

Schroeven met verstelbare spoed zijn in dit opzicht te prefereren. Voor lage initiële snelheid is de werking van de achteruit slaande schroef beter en dan is het grote achteruit vermogen van de diesel van voordeel, vooral wanneer de draairichting snel omgekeerd kan worden. Van belang is het vermogen per ton displacement dat voor het stoppen beschikbaar is. Een globale indruk van deze verhouding is in Figuur 5.5. gegeven. Grote schepen zijn in het nadeel door het geringe vermogen per ton displacement. (bijv. grote tankers). De stopweg van een tanker in het geval een crash-stop bedraagt bij een hoge initiële snelheid 10 à 15 L, zie Figuur 5.6. waaruit tevens de invloed van de initiële snelheid op de stopweg blijkt. Voor snelheden lager dan 10 knopen is de stopweg even-

redig met het kwadraat van de initiële snelheid. Daarboven is de stopweg evenredig met de aanvangssnelheid.

De invloed van het displacement is matig voor hoge initiële snelheden. Voor een tanker in ballast is de stopweg ongeveer 10L, voor de volbeladen toestand is dat 12 à 13 L. Het gunstige effect van het grotere vermogen per ton displacement voor de ballast conditie kan teniet gedaan worden door cavitatie en ventilatie verschijnselen. Voor lage initiële snelheden is de invloed van het displacement zeer groot: de ballast conditie is dan ver in het voordeel.

Uit de schaarse gegevens omtrent het gedrag in ondiep water zou geconcludeerd kunnen worden dat er weinig invloed is van de waterdiepte op de stopweg, zie Figuur 5.4. Er wordt echter met nadruk op gewezen dat deze conclusie slechts geldt voor waterdiepten groter dan 1.3 T. Juist bij kleinere waterdiepten veranderen de hydrodynamische kenmerken van een schip zeer sterk, zodat óók de stopwegen in dat gebied drastisch zouden kunnen veranderen. Van belang zijn in dit opzicht waterdiepten tot 1,1 T.

De invloed van het roer op de baan van een schip is tijdens crash stops te verwaarlozen: de baan van het schip is onvoorspelbaar. Het is daarom altijd aan te bevelen, als er voldoende ruimte is, om zo spoedig mogelijk vóór de order "volle kracht achteruit" het roer een maximale uitslag te geven als de initiële snelheid groot is. De stopweg wordt daardoor bekort, maar óók de dwarsverplaatsing ten opzichte van de oorspronkelijke baan kan dan veel kleiner zijn, zie Figuur 5.4.

## 5.2. De berekening van de stopweg.

Bij manoeuvreren speelt de dynamica van het systeem machine + voortstuwcr een rol. Men kan dit als volgt samenvatten:

$$I\ddot{\alpha} = Q_m(n) - Q_p(n, U) - Q_{as}$$

of:

$$2\pi n I = Q_m(n) - Q_p(n, u) - Q_{as} \quad (5.1.)$$

waarin:

- $Q_m$  - het schroefas koppel dat de machine levert  
 $Q_p$  - het koppel dat de schroef vraagt  
 $Q_{as}$  - het koppel door aswrijving  
 $n$  - het as toerental  
 $I$  - het totale polaire traagheidsmoment van de voortstuwingsmachine (effectief).  
 $\alpha$  de hoekverdraaiing van de schroefas.

$Q_m$  hangt af van de stand van de brandstofhandle van de machine,  
 $Q_p$  hangt af van de schroefgeometrie en de interactie tussen romp en schroef.

Als aangenomen wordt dat  $Q_p$  geen overgangseffecten kent, zodat stationaire waarden van het schroefdiagram gebruikt mogen worden, dan kan vergelijking (5.1.) opgelost worden. Voor diverse manoeuvres is dan het verband tussen toerental en machine-instelling te berekenen.

Daarnaast moet bekend zijn de relatie tussen koppel en stuwkracht van de schroef, al of niet met cavitatie en ventilatie en wel voor een groot bereik van toerentalen en snelheid. Er zijn in verband 4 combinaties mogelijk namelijk:

$$(+n,+U), (+n,-U), (-n,+U), (-n,-U)$$

Metingen aan schroefmodellen met deze combinaties van toerental en snelheid heten 4-kwadrant metingen, zie bijv. Figuur 5.7. (SNAME, 1969, The Wageningen B-screw Series, Van Lammeren c.s.)

De vier kwadranten zijn daarbij als volgt gedefinieerd:

1e kwadrant:  $u > 0, n > 0; 0 \leq \beta \leq 90$  waarbij de zgn. hydrodynamische spoedhoek  $\beta$  volgt uit:

$$\operatorname{tg} \beta = V_a / 0.7 \pi n D$$

2e kwadrant:  $u > 0, n < 0; 90^\circ < \beta \leq 180^\circ$

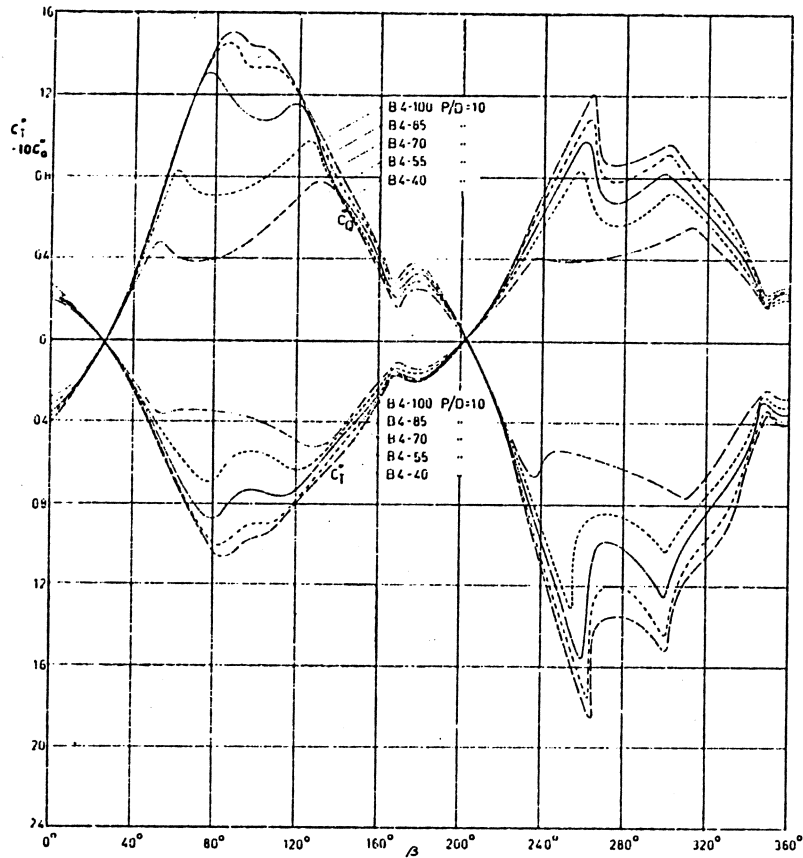
3e kwadrant:  $u < 0, n < 0; 180^\circ < \beta \leq 270^\circ$

4e kwadrant:  $u < 0, n > 0; 270^\circ < \beta \leq 360^\circ$

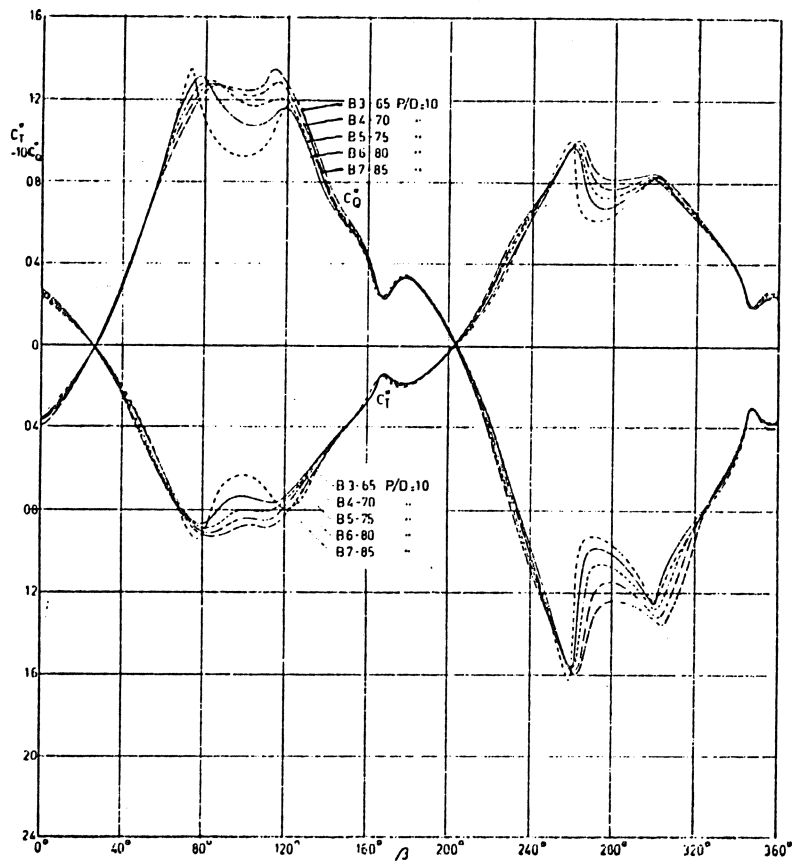
In Figuur 5.7. zijn de stuwkracht- en koppelcoëfficiënten als volgt gedefinieerd:

$$C_T^* = \frac{T}{\frac{1}{2} \rho \left[ V_A^2 + (0.7 \pi n D)^2 \right] \frac{\pi}{4} D^2}$$

The Wageningen B-Screw Series



Open-water test results with B 4-40, B 4-55, B 4-70, B 4-85, and B-4-100 series screws with  $P/D = 1.0$



Open-water test results with B 3-65, B 4-70, B 5-75, B 6-80, and B-7-85 series screws with  $P/D = 1.0$

Figure 5.7



$$C_{\Omega}^* = \frac{\Omega}{\frac{1}{2}\rho \left[ V_A^2 + (0.7\pi nD)^2 \right] \frac{\pi}{4} D^3} \quad (5.2.)$$

Voor het versnellen en vertragen van het schip is de krachtenvergelijking in de langsrichting van belang:

$$(m - X_{\dot{u}})\dot{u} = T(u,n) \{1 - t(u,n)\} - R(u) \quad (5.3.)$$

De hydrodynamische massa ( $-X_{\dot{u}}$ ) is ongeveer 5 à 15% van de massa van het schip (bepaald met uitloopprouwen en met behulp van oscillatieprouwen).

De stuwkracht  $T$  en de zogfactor  $t$  zijn functies van  $u$  en  $n$ .

De weerstand  $R$  van het schip kan voor een schatting van de stopweg en de stoptijd wel geschreven worden als:

$$R = kU^2.$$

Zogfactor en volgstroomfactor  $w$  zijn voor één geval met modelprouwen bepaald als functie van  $J = \frac{V_A}{nD}$ :

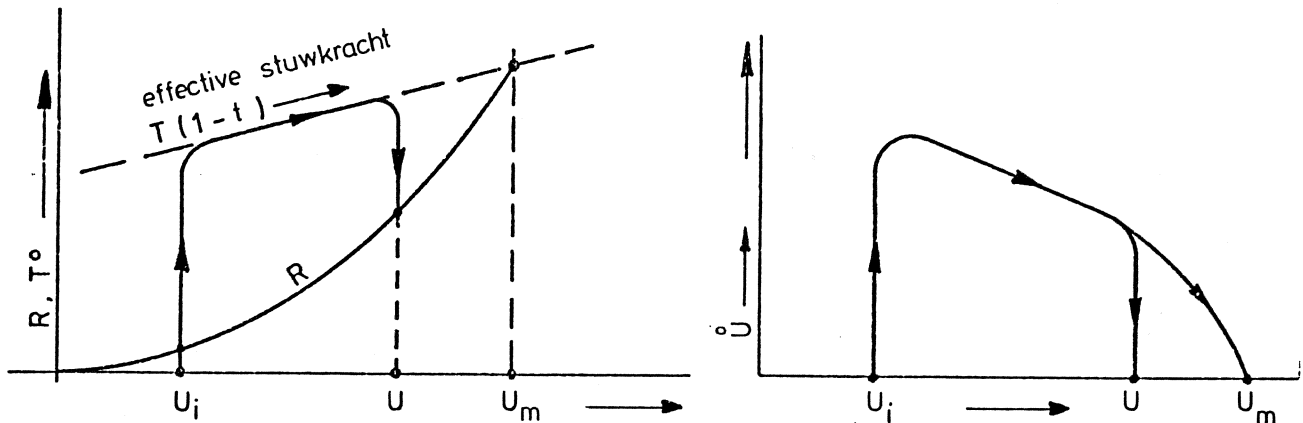
J	2	1.5	-0.5	-1	-1.5	-2
t	0.17	0.23	0.35	0.35	-0.17	-0.17
w	0.55	-	0.40	0.25	-	0

waarin:  $V_A = (1 - w)U$ .

In het geval van het versnellen van het schip kan (5.3.) grafisch voorgesteld worden, als in figuur 5.8.

De relatie tussen tijd, snelheid en afgelegde weg is als volgt:

$$\begin{aligned} \dot{u} &= \frac{dU}{dt} \quad \longrightarrow \quad dt = \frac{1}{\dot{u}} dU \\ \text{dus:} \quad t &= \int \frac{1}{\dot{u}} dU \quad \text{en} \quad s = \int U dt \end{aligned} \quad (5.4.)$$



Figuur 5.8: Het versnellen van een schip.

De integratie van de vergelijking (5.3.) kan op verschillende manieren uitgevoerd worden, afhankelijk van de aannamen ten aanzien van het toerental van de schroef.

1.  $n = \text{constant}$  gedurende de gehele stopmanoeuvre.  
Dit is een redelijke benadering voor de zgn. "crash-stop".
2.  $n = f(t)$ . In dit geval zijn modelproef resultaten nodig om de integratie van (5.3.) te kunnen uitvoeren.

#### 5.2.1. De eerste methode.

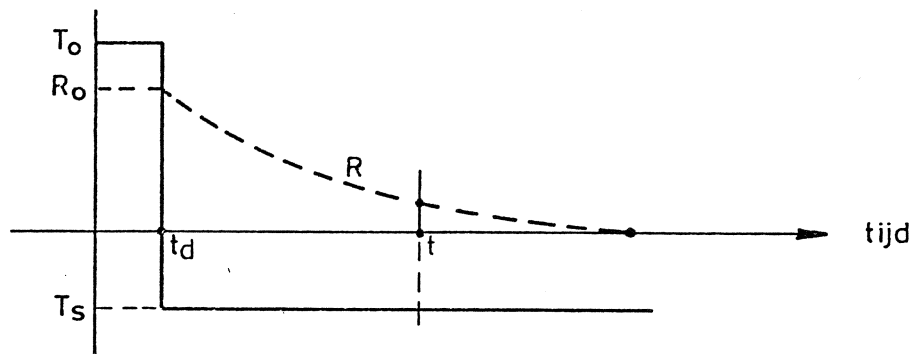
Verondersteld wordt dat de baan van het schip nagenoeg een rechte is en dat de golfweerstand relatief zó gering is dat geschreven kan worden:

$$R = kU^2 \quad (5.5.)$$

De uitwendige weerstand, die óók bijdraagt tot  $R$ , wordt gelijk aan nul gesteld. Tijdens de stopmanoeuvre wordt niets aan de instelling van de machine installatie verandert. Zogfactor  $t$  en

de schijnbare massa  $(m - X_{\dot{u}})$  worden als constante grootheden beschouwd.

Het verloop van de stuwkracht is geschematiseerd weergegeven in Figuur 5.9.



Figuur 5.9: Geschematiseerd verloop van weerstand en stuwkracht bij stoppen

Deze schematisering kan vergeleken worden met een meer realistisch verloop zoals dat in Figuur 5.2. is gegeven.

Andere aannamen zijn uiteraard mogelijk, bijvoorbeeld een lineair verloop van de stuwkracht tussen  $T_0$  en  $-T_s$ .

Voor  $t \geq t_d$  krijgen we:

$$(m - X_{\dot{u}})\dot{u} = - \left\{ T_s (1 - t) + R \right\}$$

of:

$$(m - X_{\dot{u}})\dot{u} = - k (U^2 + U^{*2}) \quad (5.6.)$$

waarin:  $R = kU^2$  en  $T_s (1 - t) = kU^{*2}$

De grootheid  $U^*$  heeft de dimensie van een snelheid.

Uit (5.6.) volgt:

$$\frac{du}{U^2 + U^{*2}} = \frac{-kdt}{m - X_{\dot{u}}} \quad (5.7.)$$

en:

$$\frac{Udu}{U^2 + U^{*2}} = \frac{-kds}{m - X_{\dot{u}}} \quad (5.8.)$$

waarin:  $ds = Udt$

Er volgt dan:

$$t - t_d = -\frac{m - X_{\dot{u}}}{kU^{*2}} \int_{t_d}^t \frac{dU}{\left(\frac{U}{U^*}\right)^2 + 1} = \frac{m - X_{\dot{u}}}{kU^*} \text{ bgtg } \frac{U}{U^*} \Big|_{t_d}^t$$

dus:

$$t = \frac{m - X_{\dot{u}}}{kU^*} \left( \text{bgtg } \frac{U_0}{U^*} - \text{bgtg } \frac{U}{U^*} \right) \quad (5.9.)$$

waarin:  $U_0$  de snelheid ten tijde  $t = t_d$   
 en  $U$  de snelheid ten tijde  $t$

Evenzo is de afgelegde weg  $S: t$

$$s - s_d = -\frac{m - X_{\dot{u}}}{k} \int_{t_d}^t \frac{Udu}{U^2 + U^{*2}} = \frac{m - X_{\dot{u}}}{2k} \ln \left( \frac{U_0^2 + U^{*2}}{U^2 + U^{*2}} \right) \quad (5.10.)$$

Aangenomen wordt dat  $U = U_0$  voor  $t \leq t_d$ . De afgelegde weg tot  $t = t_d$  is dan  $U_0 t_d$ . Voor het geval  $U = 0$  (schip ligt stil ten tijde  $t$ ) vinden we:

$$t_s = t_d + \frac{m - X_{\dot{u}}}{kU^*} \text{ bgtg } \frac{U_0}{U^*} \quad (5.11.)$$

$$s_s = U_0 t_d + \frac{m - X_{\dot{u}}}{2k} \ln \left( 1 + \frac{U_0^2}{U^{*2}} \right) \quad (5.12.)$$

$$\text{Uit: } \frac{U_0}{U^{*2}} = \frac{R_0}{T_s^*} \quad (5.13.)$$

blijkt dat de grootte van de stopweg in hoofdzaak bepaald wordt door twee factoren:

- a. de massa en de vorm van het schip (hydrodynamische massa, weerstand)  
 b. de ontwikkelde stuwkracht.

Bij "natuurlijk" stoppen is  $T_S^* \ll R$  (géén volle kracht achteruit, "windmilling" van de schroef). Er wordt in dat geval gesteld:  $T_S^* = aU^2$ , waarbij  $a \ll k$ ; als  $a + k = k'$  dan geldt:

$$(m - X_{\dot{u}}) \dot{u} = -k'U^2 \quad (5.14.)$$

waaruit volgt:

$$dt = \frac{-(m - X_{\dot{u}})}{k'} \frac{du}{U^2} \quad \text{en:}$$

$$ds = \frac{-(m - X_{\dot{u}})}{k'} \frac{du}{U}$$

Na integratie volgt:

$$t = \frac{m - X_{\dot{u}}}{k'} \left( \frac{1}{U} - \frac{1}{U_0} \right) \quad (5.15.)$$

$$s = \frac{m - X_{\dot{u}}}{k'} \ln \frac{U_0}{U} \quad (5.16.)$$

Met behulp van empirische gegevens en de vergelijking (5.12.) kan de stopweg geschat worden.

Met (5.13.) en met verwaarlozing van  $U_0 t_d$  ten opzichte van de totale stopweg vinden we:

$$\frac{s}{L} = \frac{(m - X_{\dot{u}})}{2kL} \ln \left( 1 + \frac{R_0}{T_S^*} \right) \quad (5.17.)$$

k wordt als volgt bepaald:

$$R = kU^2 = \frac{1}{2} \rho U^2 \nabla^{2/3} C_A,$$

waarin  $C_A$  de zogenaamde "Admiraliteitsconstante" voorstelt. Hieruit volgt:

$$k = \frac{1}{2} \rho \nabla^{2/3} C_A \quad (5.18.)$$

Als:  $(m - X_{\dot{u}}) = \rho \nabla (1 + \mu_{xx})$ , dan wordt de stopweg (uitgedrukt in scheepslengten):

$$\frac{S_S}{L} = \frac{\nabla^{1/3}}{L} \cdot \frac{(1 + \mu_{xx})}{C_A} \ln \left( 1 + \frac{R_O}{T_S^*} \right)$$

Voor een bepaald scheepstype variëren  $\frac{L}{\nabla^{1/3}}$ ,  $\mu_{xx}$  en  $C_A$  weinig, zodat:

$$\frac{S_S}{L} = A \ln \left( 1 + \frac{R_O}{T_S^*} \right) \quad (5.19.)$$

waarin:  $A = 30 \text{ à } 35$ .

Figuur 5.6. geeft een vergelijking van de volgens (5.19.) berekende stopwegen met experimenteel gemeten waarden, waaruit blijkt dat de berekening voor het beschouwde geval betrouwbare resultaten geeft.

Voor zeer lage waarden van  $\frac{R_O}{T_S^*}$  (het begin van de stopmanoeuvre) vinden we (reeksontwikkeling van  $\ln(1 + \frac{R_O}{T_S^*})$ )

$$\frac{S_S}{L} = \text{constante} \cdot U_O^2 \quad (5.20.)$$

Zie ook Figuur 5.6.

Om  $T_S$  te schatten, (die ook wel gelijkgesteld wordt aan  $T_S^*$ ) gaat men uit van de bekende relaties:

$$T = \rho n^2 D^4 K_T, \quad Q = \rho n^2 D^5 K_Q, \quad P = \frac{2\pi n}{75} Q \text{ (pk)}$$

Er volgt:

$$T = 0.024 \frac{K_T}{K_Q^{2/3}} (P.D)^{2/3} \quad (P \text{ in pk, } D \text{ in meter})$$

Men vindt hiermee als benadering voor  $T_S^*$ :

$$T_S^* = 0.052 \left\{ 1 + 0.3 \left( \frac{Ae}{A_O} - 0.6 \right) \right\} (P.D)^{2/3} \quad (5.21.)$$

waarbij gebruik gemaakt is van:

$$\left( \frac{K_T}{K_Q^{2/3}} \right)_{J=0} = 2.15 \left\{ 1 + 0.3 \left( \frac{Ae}{A_O} - 0.6 \right) \right\},$$

met als geldigheidsbereik:

$$0.6 < \frac{P}{D} < 1.2 \quad \text{en} \quad 0.4 < \frac{A_e}{A_o} < 0.8$$

5.2.2. Bepaling van de stopweg met behulp van modelproef gegevens; tweede methode.

Bij de eerste methode wordt aangenomen dat  $K_T$ ,  $K_Q$  en  $R$  tijdens de stopmanoeuvre gelijk zijn aan de overeenkomstige stationaire waarden, zoals die bijvoorbeeld in ontwerp-diagrammen van schroeven zijn gegeven.

Dat geldt óók voor de interactie effecten tussen schip en schroef (volgstream, zog). Het zal duidelijk zijn dat dergelijke aannamen niet altijd realistisch zijn, bijvoorbeeld als er ventilatie verschijnselen voorkomen.

Ook bij de quasi stationaire methode, waarbij van modelproeven gebruik gemaakt wordt, blijft dit bezwaar bestaan.

De remkracht  $K(U, n)$  kan met behulp van modelproeven bepaald worden bij een aantal combinaties van  $U$  en  $n$  (stationaire waarden). Het resultaat van een dergelijke proef is gegeven in Figuur 5.10. Men neemt aan dat bij de extrapolatie van de  $K$  waarden naar het schip de gebruikelijke wrijvingscorrectie toegepast mag worden.

Uitgangspunt voor de analyse van dergelijke proeven is de vergelijking:

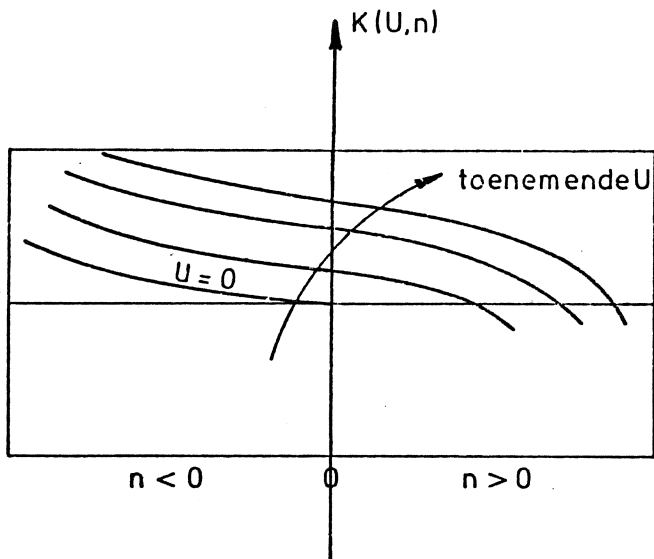
$$\frac{d}{dt} \left[ (m - X_{\dot{u}}) U \right] = - K(U, n) \quad (5.22.)$$

waarin  $K$  de som van weerstand en stuwkracht voorstelt.

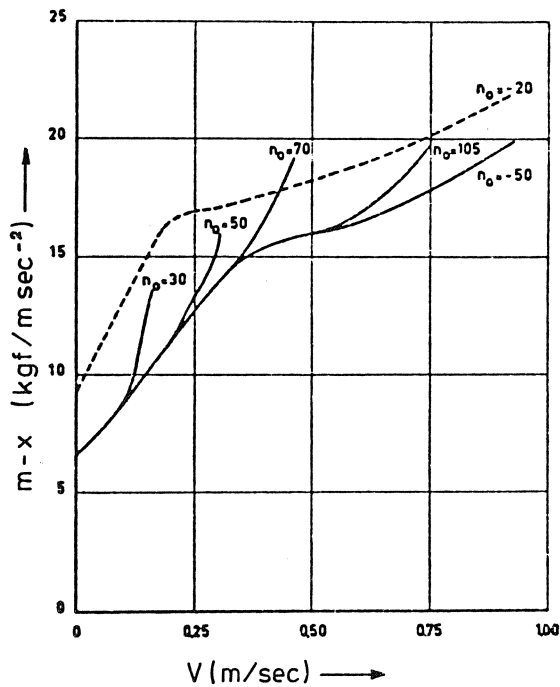
Indien men aanneemt dat de schijnbare massa van het schip constant is (zoals dat bij de eerste methode reeds werd verondersteld) dan volgt:

$$t - t_o = -(m - X_{\dot{u}}) \int_{U_o}^U \frac{du}{K(U, n)} \quad (5.23.)$$

$$s - s_o = -(m - X_{\dot{u}}) \int_{U_o}^U \frac{U du}{K(U, n)} \quad (5.24.)$$



Figuur 5.10: Remkracht als functie van toerental en snelheid.



Figuur 5.11: Modelproef tanker 65.000 dw. Schijnbare massa als functie van snelheid en toerental.

S.N.A.M.E. Juni 1968



waarin:  $t - t_0$  het tijdsverloop dat nodig is om de snelheid van  $U_0$  tot  $U$  te verlagen.

$s - s_0$  is de daarbij afgelegde weg.

De schijnbare massa ( $m - X_{\dot{u}}$ ) kan met de quasi stationaire methode als volgt bepaald worden:

Uitgaande van (5.22.) vinden we:

$$\left[ m - X_{\dot{u}} \right]_t^U - \left[ m - X_{\dot{u}} \right]_{t_0}^{U_0} = - \int_{t_0}^t K dt' \quad (5.23.)$$

Voor  $U = 0$  volgt dan:

$$(m - X_{\dot{u}})_t = \frac{1}{U_0} \int_{t_0}^t K dt' \quad (5.24.)$$

De aldus bepaalde  $X_{\dot{u}}$  blijkt afhankelijk te zijn van  $U_0$  en  $n$ , zie Figuur 5.11. De variatie is vrij aanzienlijk en is afhankelijk van de snelheid van het schip en het toerental van de schroef.

Indien niet aangenomen wordt dat de schijnbare massa constant is, dan verloopt de integratie van (5.22.) als volgt:

$$-K = U \frac{d}{dt} (m - X_{\dot{u}}) + (m - X_{\dot{u}}) \frac{dU}{dt}$$

of:

$$-K + U \frac{dX_{\dot{u}}}{dt} = (m - X_{\dot{u}}) \frac{U du}{ds}$$

waaruit:

$$t - t_0 = - \int_{U_0}^U \frac{m - X_{\dot{u}}}{K - U \frac{dX_{\dot{u}}}{dt}} du \quad (5.25.)$$

$$s - s_0 = - \int_{U_0}^U \frac{m - X_{\dot{u}}}{K - U \frac{dX_{\dot{u}}}{dt}} U du \quad (5.26.)$$

Het bezwaar van deze methode is de term  $\frac{dX_{\dot{u}}}{dt}$ , die zowel van  $U$  als van  $n$  afhangt, zie Figuur 5.11.

Indien alléén afhankelijkheid van de snelheid verondersteld wordt, dan kan als volgt geredeneerd worden:

Uit (5.22.) volgt:

$$\begin{aligned}
-K &= \frac{d}{dt} \left[ (m - X_{\dot{u}}) U \right] \\
-K &= \frac{d}{du} \left[ (m - X_{\dot{u}}) U \right] \cdot \frac{du}{dt} \\
-K dt &= \left[ (m - X_{\dot{u}}) - U \frac{dX_{\dot{u}}}{du} \right] du
\end{aligned}$$

Men vindt:

$$t - t_0 = - \int_{U_0}^U \frac{(m - X_{\dot{u}}) - U \frac{dX_{\dot{u}}}{du}}{K} du \quad (5.27.)$$

$$s - s_0 = - \int_{U_0}^U \frac{(m - X_{\dot{u}}) - U \frac{dX_{\dot{u}}}{du}}{K} U du \quad (5.28.)$$

$\frac{dX_{\dot{u}}}{du}$  kan bepaald worden als het verband tussen het toerental en de snelheid gedurende de stopmanoeuvre bekend zou zijn, zie Figuur 5.11. Dat is meestal niet het geval zodat óók de formulering (5.27.) en (5.28.) bezwaren heeft.

Met de geschetste methoden (inclusief hun tekortkomingen) zijn stopweg berekeningen uitgevoerd voor diverse voortstuwingsconfiguraties (diesel, turbine, omkeerbare en/of ommantelde schroeven e.d.), zie Hooft en van Manen RINA 1968 en Jourdain (ONR 1968). Jourdain vond dat de stopweg voor een dieselveortstuwingsconfiguratie véél kleiner is dan met een turbine installatie voor elk type voortstuwer. Contra roterende schroeven, ommantelde schroeven, schroeven met verstelbare bladen en de conventionele schroeven zijn in deze volgorde afnemend effectief voor stopmanoeuvres.

Gezien de niet geheel bevredigende theoretische achtergrond van de geschetste berekeningsmethoden is een verdere ontwikkeling van de theorie noodzakelijk. In dit verband moet ook de invloed van schaal-effect genoemd worden (instationaire verschijnselen met wervels) zodat óók ware grootte proeven noodzakelijk blijven om de resultaten van modelproeven en berekeningen te kunnen toetsen.

### 5.2.3. Enkele berekeningsresultaten.

Voor een zestal verschillende scheepstypen heeft Harvald (1975) de stoptijden en stopwegen berekend, uitgaande van een constante schijnbare massa, die 5% groter is dan de massa van het schip. De resultaten zijn verzameld in de Figuren 5.12. t/m 5.17.

Verondersteld is dat het gehele machinevermogen beschikbaar is bij het achteruitslaan. Voor zover niet anders vermeld betreft het hier enkel-schroefschepen.

In Figuur 5.18. zijn de stopwegen en stoptijden gegeven voor het geval dat de schroef meedraait: "natuurlijk" stoppen.

### Literatuur 5.

1. H.E. Jaeger, M. Jourdain,  
The braking of large vessels, SNAME 1968.
2. S.H. Harvald,  
Factors affecting the stopping ability of ships,  
Instituttet for skibs og Havteknik, Danmark 1975.
3. J.P. Hooft en J.D. van Manen,  
The effect of propeller type on the stopping abilities  
of large ships, RINA, 1968.
4. W.P.A. van Lammeren c.s.  
The Wageningen B-screw-series, SNAME, 1969.

### TANKERS

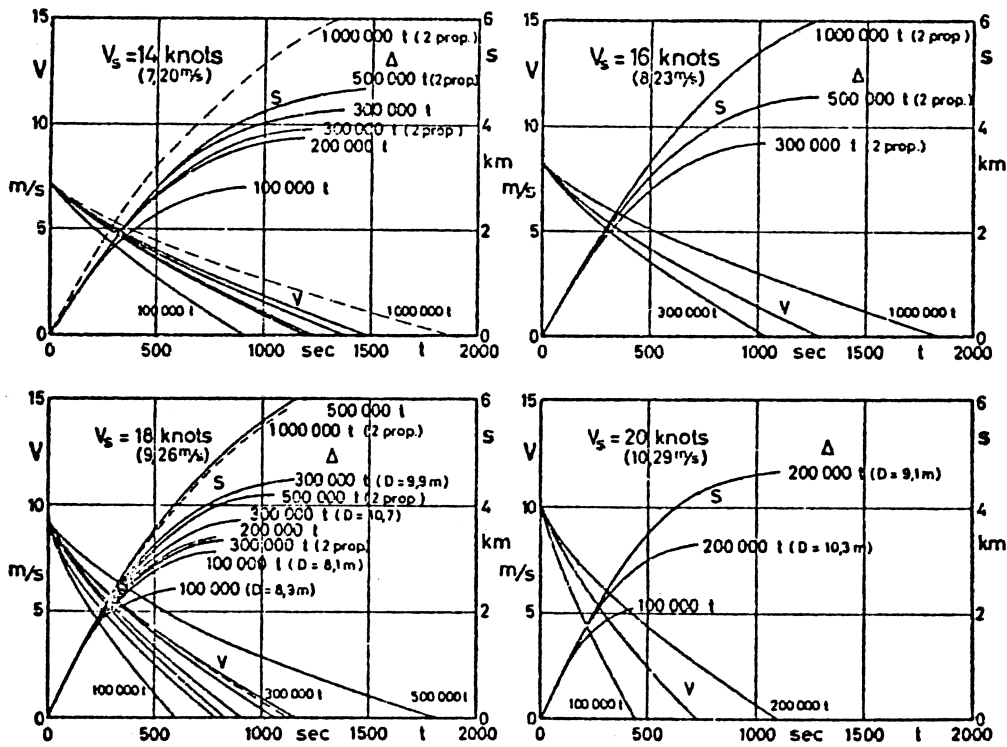


Fig. 5.12: Stopping diagrams for tankers.

### BULK CARRIERS

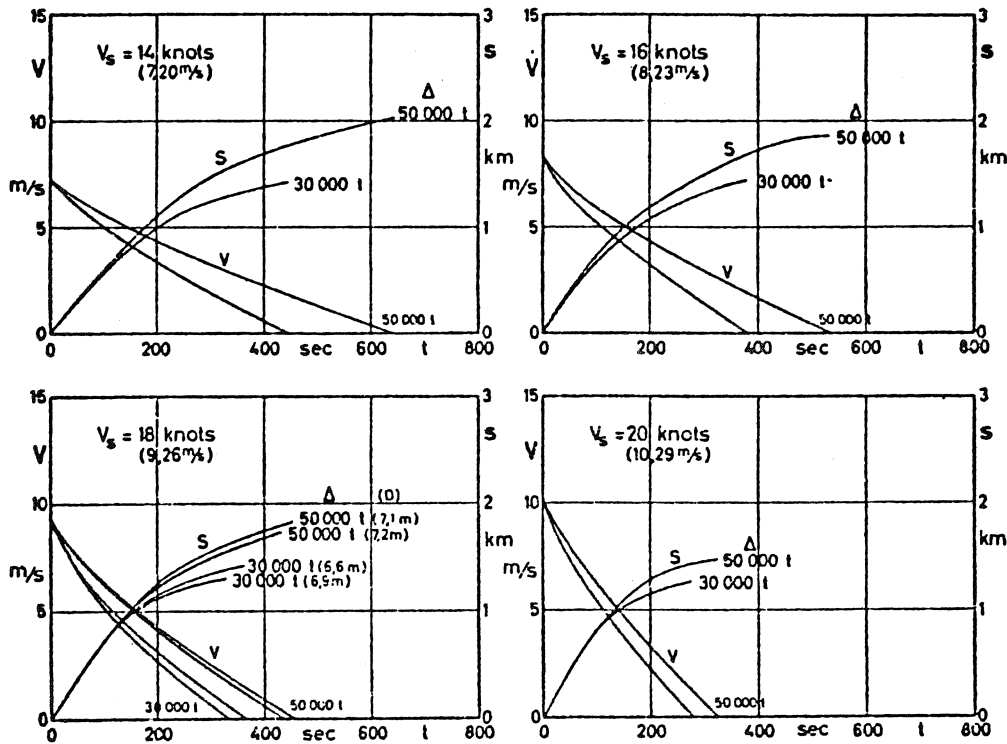


Fig. 5.13: Stopping diagrams for bulk carriers.

inst. for skibs-og havteknik  
june 1975 by Sv.Harvald.

### CONTAINER SHIPS

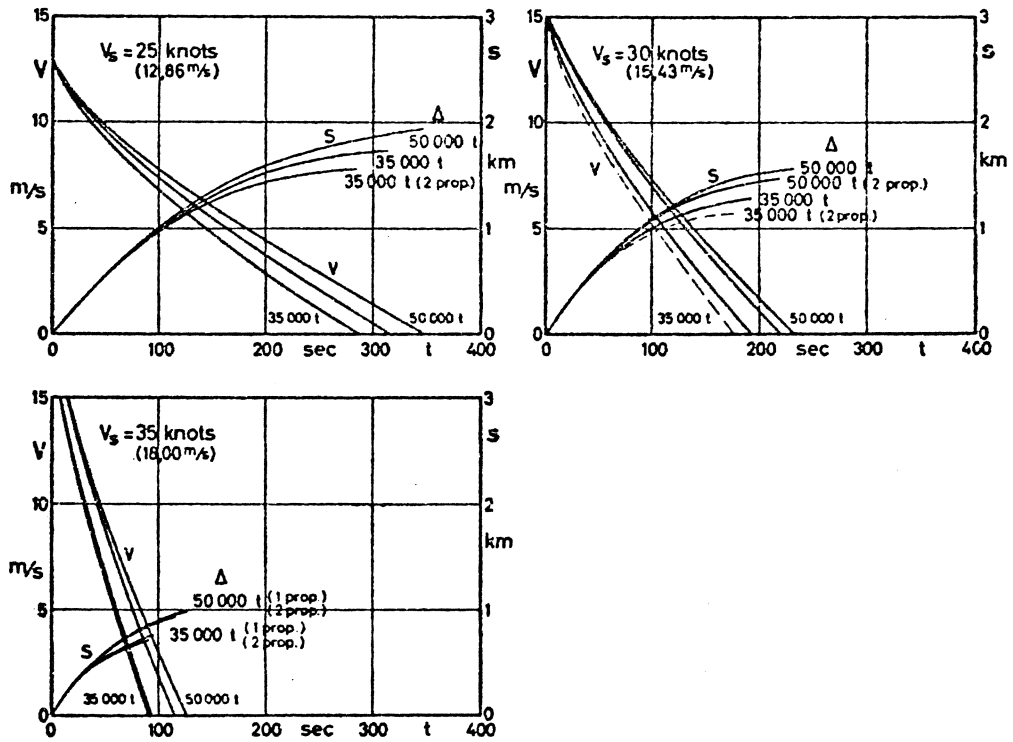


Fig. 5.14 : Stopping diagrams for container ships.

### REFRIGERATED CARGO SHIPS

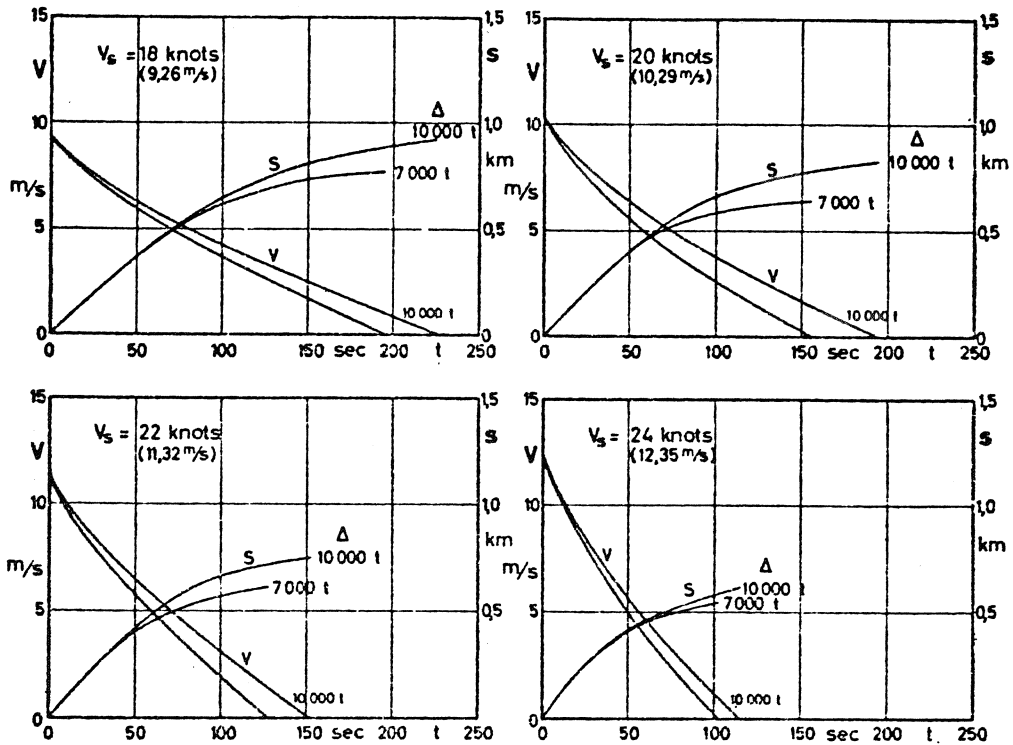


Fig. 5.15 : Stopping diagrams for refrigerated cargo ships.

inst for skibs- og havteknik  
june 1975 by Sv. Harvald.

### CARGO LINERS

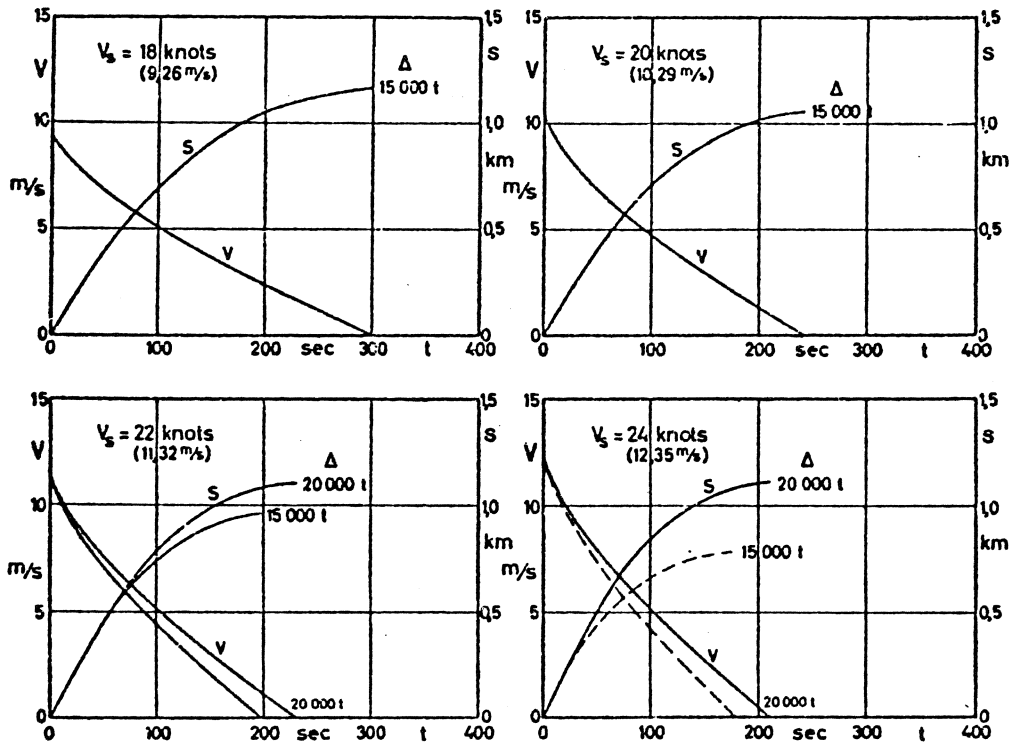


Fig.5.16: Stopping diagrams for cargo liners.

### GENERAL CARGO SHIPS

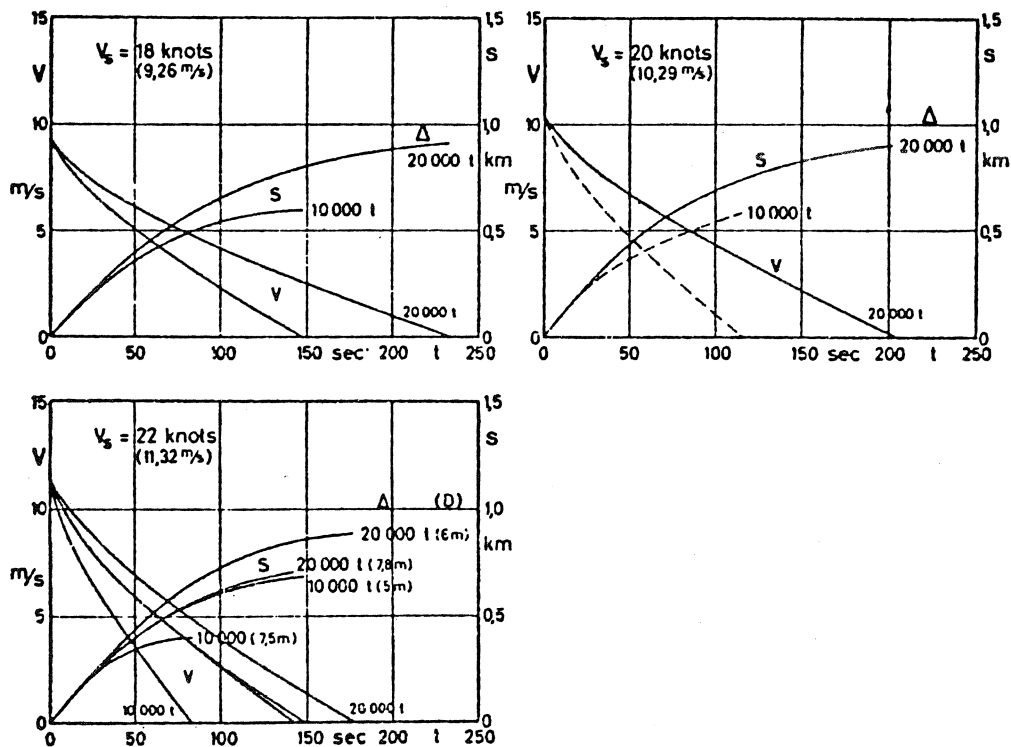


Fig.5.17: Stopping diagrams for general cargo ships.

inst. for skibs-og havteknik  
june 1975 by Sv Harvald

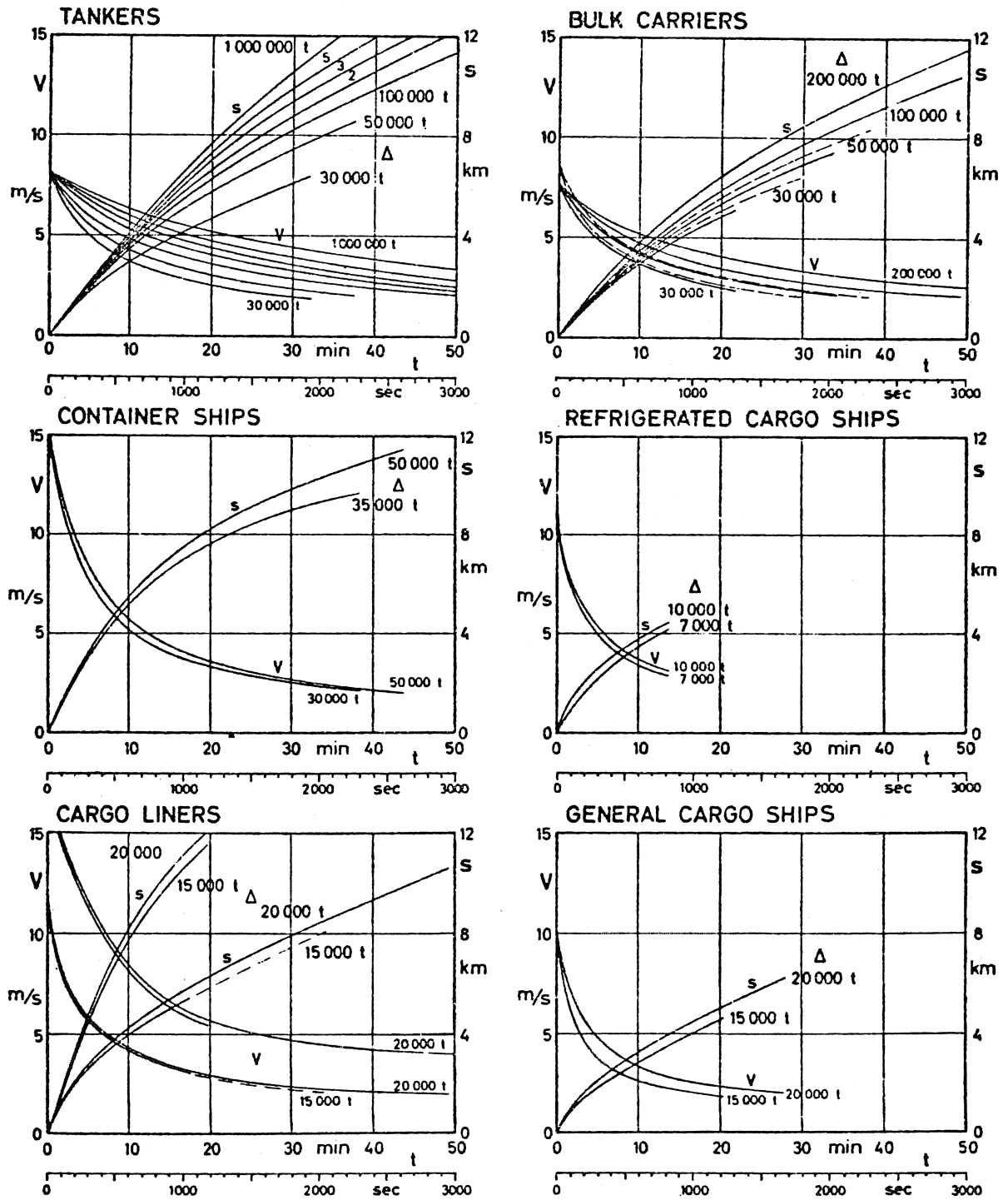


Fig. 5.18: Coasting with propeller windmilling and rotating without producing any thrust.

inst.for skibs- og havteknik  
june 1975 by Sv.Harvald.





## 6. De invloed van vaarwater beperkingen op de stuureigenschappen van schepen.

### 6.1. Inleiding.

In de laatste decennia zijn de afmetingen van schepen zeer sterk toegenomen. Er bestaan thans tankers met een dw van meer dan  $\frac{1}{2}$  miljoen ton, ( $L \approx 400$  m,  $B \approx 60$  m,  $T \approx 28$  m). Door de grotere diepgang is, in meer gevallen dan vroeger, de waterdiepte als beperkt te beschouwen.

De waterdiepte beïnvloedt de koersstabiliteit en de manoeuvreerbaarheid; vaak neemt de rechte lijn stabiliteit toe en neemt de draaicapaciteit af als de waterdiepte afneemt. Het is in het algemeen niet juist om te zeggen dat de stuureigenschappen in ondiep water beter of slechter worden; zij veranderen wel.

Een belangrijk aspect bij het varen in ondiep water is de zogenaamde "squat": dat is het gecombineerde effect van inzinking en trim verandering.

De squat neemt toe in evenredigheid met :

$$F_h^2 / \sqrt{1 - F_h^2}, \text{ waarin } F_h = \frac{U}{\sqrt{hg}}, \text{ als } F_h < 1$$

In het algemeen varen schepen op ondiep water niet sneller dan  $0.8 F_h$  in verband met squat verschijnselen; ook is er bij  $F_h > 0.8$  een zéér sterke toename van de scheepsweerstand. De invloed van squat op de stuureigenschappen bij  $F_h > 0.8$  is aanzienlijk. Er kunnen instationaire verschijnselen optreden door "verstopping" van de stroming onder het schip, gepaard gaande met wervelvorming. Hierdoor kan een gierbeweging veroorzaakt worden, die soms niet door roergeven opgeheven kan worden.

In een kanaal ondervindt een schip, dat niet in het midden vaart, een asymmetrisch stromingsveld, waardoor dwarskrachten en giermomenten ontstaan. In het algemeen wordt een schip daardoor naar de dichtstbijzijnde oever getrokken (E: bank suction) en zal de boeg van die kant afgestoten worden.

Deze verschijnselen nemen toe naarmate het schip meer van de hartlijn van het kanaal afwijkt. Tenslotte kan onbestuurbaarheid op-

treden.

Vergelijkbare effecten doen zich voor bij een geul in de zeebodem (Eurogeul): het naderen van een meer ondiep gedeelte (de begrenzing van de geul) kan plotseling gieren veroorzaken, waarbij "weggliden" naar dieper water voorkomt.

Een ander belangrijk verschijnsel is de interactie tussen twee schepen bij het passeren in een kanaal. Het gecompliceerde krachten spel dat daarbij optreedt is o.a. een functie van de relatieve positie van twee schepen ten opzichte van elkaar, de waterdiepte en de breedte van het kanaal.

Een aantal van de hierboven genoemde verschijnselen wordt hierna besproken. Het effect van ondiep water op de hydrodynamische afgeleiden is door model experimenten kwantitatief te bepalen. Dergelijke experimenten zijn uitgevoerd door Fujino met toepassing van de oscillator techniek. (ISP 1968, 1970) en door Eda en Crane (SNAME 1971). Het Laboratorium voor Scheepshydronechanica voert oscillatieproeven in ondiep water uit met een gedeeld model. Met behulp van dergelijke experimentele gegevens is een analyse en een numerieke simulatie van het sturen in ondiep water mogelijk. Simulatie van het sturen is van belang voor de training van stuurlieden, maar ook bijvoorbeeld voor de ontwerper van een kanaal.

## 6.2. Sturen in ondiep water en in kanalen.

De lineaire bewegingsvergelijkingen voor de horizontale beweging van een schip in een kanaal worden als volgt geschreven:

$$\begin{aligned}(m' - X'_u) \dot{u}' - X'_u u' &= 0 \\(m' - Y'_v) \dot{\beta}' + Y'_\beta \beta' + Y'_r \dot{r}' + (Y'_r - m') r' + Y'_\delta \delta + Y'_y y' &= 0 \\(I'_{zz} - N'_r) \dot{r}' - N'_r r' - N'_\beta \beta' - N'_\delta \delta - N'_y y' &= 0\end{aligned}\tag{6.1.}$$

Voor de vaart in een kanaal geldt, zie Figuur 2.11.:

$$\dot{y}_O = v \cos \psi + u \sin \psi \approx U(\psi - \beta)$$

of:

$$\dot{Y}'_0 = \psi - \beta \quad (6.2.)$$

Verder is:  $\psi' = r'$  (6.3.)

De vergelijkingen (6.1.), (6.2.) en (6.3.) bepalen volledig de bewegingen van een schip in een kanaal, binnen het kader van de aangenomen lineariteit van het systeem.

De oplossing van het stelsel vergelijkingen bestaat weer uit functies met  $\exp(\sigma' t')$ , waarbij  $\sigma'$  volgt uit de karakteristieke vergelijking:

( $\beta$ )	( $r$ )	( $y_0$ )	( $\psi$ )	
$+ (m' - Y'_{\dot{v}}) \sigma' + Y'_{\beta}$	$+(y'_r - m') + Y'_{\dot{r}} \sigma'$	$+ Y'_y$	0	= 0
$- N'_{\beta} \sigma' - N'_{\beta}$	$+(I'_{zz} - N'_{\dot{r}}) \sigma' - N'_r$	$- N'_y$	0	
1	0	$\sigma'$	-1	
0	-1	0	$\sigma'$	

of:

$$A' \sigma'^4 + B' \sigma'^3 + C' \sigma'^2 + D' \sigma' + E' = 0 \quad (6.4.)$$

waarin:

$$A' = - (m' - Y'_{\dot{v}}) (I'_{zz} - N'_{\dot{r}}) - Y'_{\dot{r}} N'_{\beta}$$

$$B' = (m' - Y'_{\dot{v}}) N'_r - Y'_{\beta} (I'_{zz} - N'_{\dot{r}}) - N'_{\beta} (Y'_r - m') - N'_{\beta} Y'_{\dot{r}}$$

$$C' = Y'_{\beta} N'_r - N'_{\beta} (Y'_r - m') + Y'_y (I'_{zz} - N'_{\dot{r}}) + N'_{y} Y'_{\dot{r}}$$

$$D' = (m' - Y'_{\dot{v}}) N'_y - Y'_y N'_r - N'_{\beta} Y'_y + N'_y (Y'_r - m')$$

$$E' = Y'_{\beta} N'_y - Y'_y N'_{\beta}$$

Voor koersstabiliteit is het nodig dat de reële delen van de wortels  $\sigma'$  negatief zijn.

De voorwaarde wordt vervuld als voldaan is aan het Routh-Hurwitz

criterium namelijk:

$$\frac{B'}{A'} > 0, \quad \frac{D'}{A'} > 0, \quad \frac{E'}{A'} > 0, \quad \frac{B' C' D' - A' D'^2 - B'^2 E'}{A'^3} > 0 \quad (6.5.)$$

Nu zijn  $A'$  en  $B'$  altijd negatief (positieve massa's e.d.), zodat aan de eerste voorwaarde van (6.5.) altijd voldaan wordt.

Omdat  $Y'_y$  en  $N'_y$  altijd respectievelijk positief en negatief zijn is  $E'$  altijd negatief. Aan de 3e voorwaarde is dus ook altijd voldaan.

De voorwaarde voor koersstabiliteit in een kanaal wordt dus gevormd door de 2e en 4e ongelijkheid van (6.5.).

Voor ondiep en diep vaarwater dat geen horizontale begrenzingen heeft, geldt als criterium voor positieve rechte lijn stabiliteit, zoals eerder werd behandeld (1.66.):

$$(Y'_r - m')N'_\beta - Y'_\beta N'_r > 0 \quad (1.66.)$$

Dit kan ook als volgt geschreven worden:

$$\frac{N'_\beta}{Y'_\beta} > \frac{N'_r}{Y'_r - m'}, \quad \text{voor: } Y'_r - m' > 0$$

$$\frac{N'_\beta}{Y'_\beta} < \frac{N'_r}{Y'_r - m'}, \quad \text{voor: } Y'_r - m' < 0 \quad (6.6.)$$

Fujino (ISP 1968) heeft een uitgebreide serie PMM proeven uitgevoerd met een model van een Mariner schip en een model van een tanker (Tokyo Maru) in ondiep water en in een kanaal.

De gegevens van de modellen zijn samengevat in de tabel op de volgende bladzijde.

Tabel 6.1: Hoofdafmetingen modellen „Mariner“ en „Tanker“.

	Mariner type ship	Oil-tanker
Length between perpendiculars, mm	2500.0	2000.0
Breadth, mm	359.8	327.6
Draft fore, mm	106.5	110.3
aft, mm	125.5	110.3
mean, mm	116.0	110.3
Displacement, Kg	61.44	58.44
Block coefficient, $C_b$	0.589	0.805
Radius of gyration, k L	k=0.254	k=0.282
L.C.B. from midship	39.4mm behind	50.8mm front
Rudder area, mm <sup>2</sup>	---	3390.9
Propeller diameter, mm	104.2	53.8
Pitch, mm	108.1	39.8
Expanded area ratio	0.565	0.619
Boss ratio	0.189	0.182
Rake angle	7°46'	7°01'
Blade thickness ratio	0.0451	0.0572
Number of blades	4	5
Direction of rotation	right	right
Scale	<sup>1</sup> /64.37	<sup>1</sup> /145.0

De lineaire stabiliteitsafgeleiden zijn gegeven in de tabellen 6.2a en b voor een Mariner en in de tabellen 6.3a en b voor een tanker als functie van de waterdiepte en voor twee scheepssnelheden.

Tabel 6.2

Hydrodynamische afgeleiden van een „Mariner“ vrachtschip als functie van de waterdiepte en snelheid.

$\times 10^{-3}$  a)  $F_n=0.0905$  (7 knopen, ware grootte)

$h/T$	1.21	1.50	1.93	2.50	$\infty$
$m'+m_y'$	32.4	23.5	19.7	18.2	15.6
$Y_\beta'$	86.9	29.8	18.7	15.0	14.6
$N_\beta'$	-0.791	-0.411	0.039	0.088	0.071
$N_\beta'$	12.5	8.67	6.25	4.52	3.53
$-m'+Y_r'$	3.55	-2.64	-4.20	-4.26	-4.92
$Y_r'$	-3.45	-0.87	-0.51	-0.44	-0.21
$N_r'$	-6.32	-3.23	-2.62	-2.30	-2.28
$I_{zz}' + J_{zz}'$	1.32	1.20	1.10	1.04	1.03
$Y_\delta'$	5.21	3.43	3.85	3.12	2.94
$N_\delta'$	-1.48	-1.68	-1.59	-1.64	-1.49

$\times 10^{-3}$  b)  $F_n=0.155$  (12 knopen, ware grootte)

$h/T$	1.50	1.93	2.50	$\infty$
$m'+m_y'$	30.9	20.9	19.1	16.1
$Y_\beta'$	52.5	24.5	17.4	13.8
$N_\beta'$	-1.39	0.241	0.147	0.061
$N_\beta'$	12.0	7.14	5.21	3.57
$-m'+Y_r'$	-5.47	-5.71	-4.43	-5.27
$Y_r'$	-2.10	-1.56	-0.56	-0.21
$N_r'$	-3.17	-2.53	-2.22	-2.14
$I_{zz}' + J_{zz}'$	1.09	1.01	0.964	0.894
$Y_\delta'$	3.70	3.11	2.89	2.90
$N_\delta'$	-1.48	-1.38	-1.35	-1.31

Tabel 6.3

Hydrodynamische afgeleiden van een tanker.

$\times 10^{-3}$  a)  $Fn. = 0.0675$  (7 knopen, ware grootte)

$h/T$	1.23	1.50	1.89	2.50	$\infty$
$m' + m_y'$	55.7	40.9	34.2	30.3	26.2
$Y_\beta'$	77.4	38.3	25.9	21.8	20.0
$N_\beta'$	-0.591	-0.538	0.230	0.148	0.090
$N_\beta'$	26.9	15.8	11.4	7.78	5.03
$-m' + Y_r'$	-5.20	-9.30	-9.60	-10.38	-10.78
$Y_r'$	-1.181	-0.905	-0.618	-0.749	-0.437
$N_r'$	-5.60	-4.25	-3.55	-3.36	-3.15
$I_{zz}' + J_{zz}'$	2.68	2.23	2.03	1.91	1.79

$\times 10^{-3}$  b)  $Fn. = 0.103$  (12 knopen, ware grootte)

$h/T$	1.30	1.50	1.89	2.50	$\infty$
$m' + m_y'$	51.6	43.4	35.7	32.0	26.7
$Y_\beta'$	70.0	41.8	27.9	23.5	19.5
$N_\beta'$	-0.715	0.249	0.374	0.350	-0.110
$N_\beta'$	25.9	17.4	12.3	8.86	5.49
$-m' + Y_r'$	-4.44	-8.77	-8.93	-9.94	-9.96
$Y_r'$	-1.76	-1.60	-1.58	-1.31	-0.793
$N_r'$	-4.70	-4.49	-3.79	-3.50	-3.40
$I_{zz}' + J_{zz}'$	2.86	2.60	2.11	1.88	1.76
$Y_\delta'$	4.18	3.98	4.18	3.96	3.49
$N_\delta'$	-1.66	-2.03	-1.80	-1.90	-1.85

In Tabel 6.4a en b zijn de lineaire afgeleiden van beide schepen gegeven als functie van waterdiepte en kanaalbreedte (W).

Tabel 6.4

Hydrodynamische afgeleiden in een kanaal.

$\times 10^{-3}$  a) Mariner type,  $F_n = 0.0905$  (7 knopen)

h/T	1.3			1.5			1.9		
W/B	5.56	4.17	2.78	5.56	4.17	2.78	5.56	4.17	2.78
$m' + m_y'$	26.3	30.9	35.7	23.8	25.0	25.8	19.8	20.2	21.2
$Y_\beta'$	57.0	73.7	96.7	30.1	35.6	41.6	20.3	21.8	23.2
$N_\beta'$	-0.469	-0.555	-0.699	0.134	-0.012	0.015	0.041	-0.023	0.124
$N_\beta'$	12.5	14.2	18.4	8.50	9.86	12.08	5.88	6.67	7.23
$-m' + Y_r'$	2.17	4.37	7.78	-1.42	-0.362	2.21	-3.60	-3.54	-2.57
$Y_r'$	-2.17	-2.62	-3.41	-1.34	-1.17	-1.47	-0.676	-0.722	-0.826
$N_r'$	-4.93	-5.47	-7.27	-3.62	-3.75	-4.43	-2.74	-2.90	-3.07
$I_{zz}' + J_{zz}'$	1.25	1.41	1.82	1.24	1.28	1.42	1.11	1.16	1.21
$Y_\delta'$	4.45	4.63	4.78	3.68	3.92	4.37	3.60	3.67	3.59
$N_\delta'$	-1.94	-1.93	-2.36	-1.78	-1.89	-2.06	-1.52	-1.66	-1.76
$Y_y'$	6.99	13.4	33.5	4.23	9.20	27.4	2.35	5.35	13.31
$N_y'$	-1.14	-3.24	-12.5	-0.689	-1.77	-5.01	-0.305	-0.846	-2.43

$\times 10^{-3}$  b) Tanker,  $F_n = 0.0675$  (7 knopen)

h/T	1.2			1.5			1.9		
W/B	6.11	4.58	3.05	6.11	4.58	3.05	6.11	4.58	3.05
$m' + m_y'$	61.1	61.9	69.3	41.0	41.6	42.6	34.1	35.5	35.7
$Y_\beta'$	78.4	94.7	142.6	42.2	46.6	49.6	29.2	29.6	29.5
$N_\beta'$	-1.24	-0.924	-2.07	0.435	0.059	0.571	0.172	0.061	0.123
$N_\beta'$	29.8	33.8	48.4	17.3	18.7	20.4	11.8	12.6	12.9
$-m' + Y_r'$	1.94	7.66	17.83	-5.68	-4.68	1.08	-8.82	-7.48	-6.42
$Y_r'$	-2.69	-3.16	-5.84	-0.767	-0.948	-1.53	-1.08	-0.930	-1.07
$N_r'$	-6.93	-7.11	-10.12	-4.35	-4.65	-5.78	-4.04	-4.12	-4.71
$I_{zz}' + J_{zz}'$	3.16	3.43	4.93	2.32	2.35	2.92	2.10	2.16	2.33
$Y_y'$	7.58	16.6	52.6	2.97	9.78	38.6	2.42	6.14	16.0
$N_y'$	-1.32	-2.83	-10.4	-0.467	-1.43	-4.12	-0.440	-1.02	-2.86



Uit de tabellen blijkt dat de hydrodynamische massa's en het hydrodynamisch massa traagheidsmoment sterk van de waterdiepte en van de breedte van een kanaal afhangen. Dat geldt óók voor de dempingscoëfficiënten  $Y_{\beta}$ ,  $N_{\beta}$ ,  $Y_r$  en  $N_r$ .

In het algemeen geldt dat demping en massa aanzienlijk toenemen als het water ondieper wordt of als de kanaalbreedte afneemt.

In Figuur 6.1. is de "fixed controls" stabiliteit van beide schepen als functie van de waterdiepte beschouwd door de ongelijkheid (6.6.) als criterium te hanteren. De tanker is stabiel in ondiep water, maar is onstabiel in het gebied tussen  $\frac{h}{T} = 1.5$  tot  $\frac{h}{T} = 2.6$ . Voor  $\frac{h}{T} < 1.5$  herstelt de stabiliteit zich en wordt zelfs groter dan in diep water.

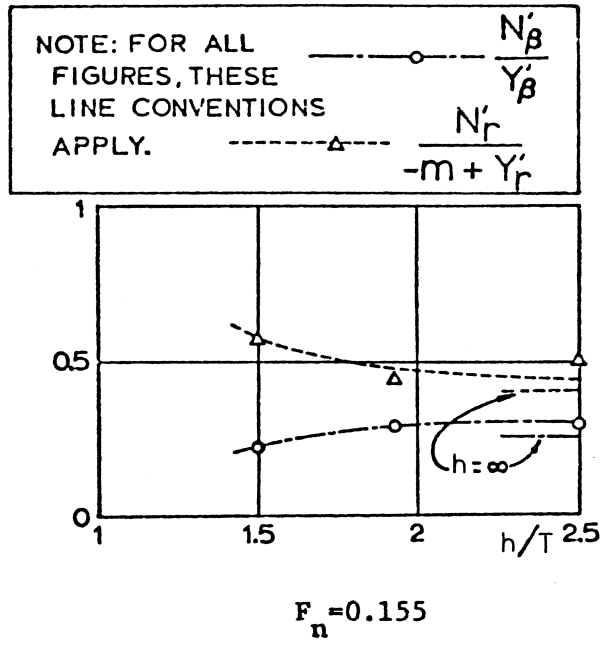
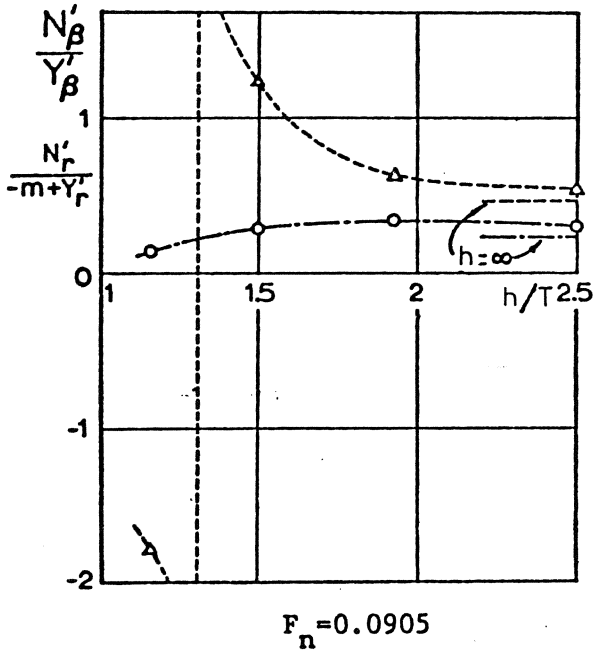
Het Mariner schip blijft stabiel over de gehele range van waterdiepten, maar door de stabiliteitswortels  $\sigma'$  (of de  $T'_1$  en  $T'_2$ ) te berekenen blijkt dat de stabiliteit ook in het gebied  $\frac{h}{T} = 1.5-2.6$  wél vermindert. Het Mariner schip heeft een grote rechte lijn stabiliteit in zeer ondiep water. De uiteindelijke koershoek snelheid bij een bepaalde roerhoek is kleiner dan in diep water, maar de responsie op roergeven blijkt in ondiep water sneller te zijn dan in diep water.

De instabiliteitsrange van de tanker blijkt vrijwel onafhankelijk te zijn van de sloopssnelheid over een snelheidsgebied van 3 tot 11 knopen.

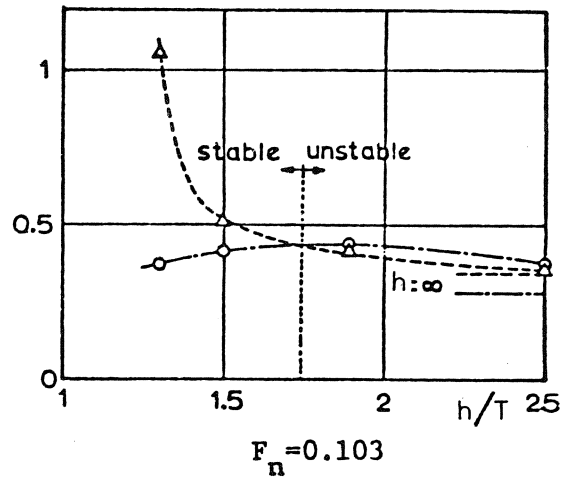
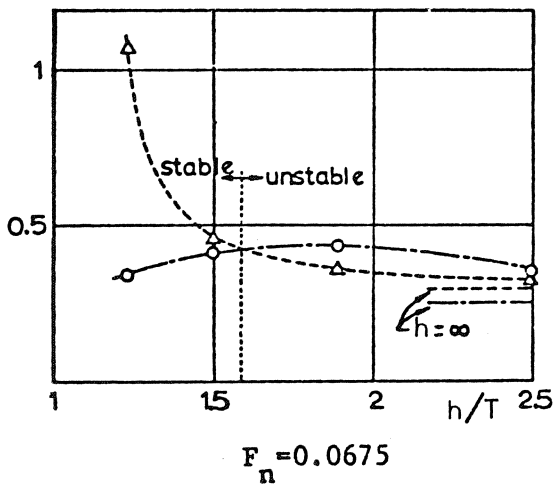
Bij het varen in een kanaal zijn zowel de Mariner als de tanker onstabiel. Omdat  $Y_y > 0$  en  $N_y < 0$  zou men kunnen besluiten dat geen enkel schip, dat op de hartlijn van een kanaal vaart, rechte lijn stabiliteit bezit, maar het blijkt dat aan de voorwaarde  $D' < 0$  (uit 6.5 met  $A' < 0!$ ) soms óók niet voldaan wordt als de tekens van  $Y_y$  en  $N_y$  omgedraaid worden. De instabiliteit in een kanaal is dus niet alleen afhankelijk van  $Y_y$  en  $N_y$ . Blijkbaar is de positie van het schip in het kanaal aanleiding tot een meer gecompliceerde verandering van de hydrodynamische krachten op het schip dan door  $Y_y$  en  $N_y$  alléén wordt aangegeven.

Men kan de stabiliteit van het varen in een kanaal verbeteren door besturing. (roerganger, stuurautomaat).

„Mariner“



Tanker



Figuur 6.1: Rechte lijn stabiliteit als functie van de waterdiepte.

Met de volgende besturing is na te gaan welke factoren  $k$  nodig zijn om instabiliteit op te heffen (zie Fujino ISP 1970):

$$\delta = k_1 \psi' + k_2 r' + k_3 \dot{r}' + k_4 y'_0 + k_5 \dot{y}'_0 \quad (6.7.)$$

Daartoe wordt (6.7.) gesubstitueerd in (6.1.), hetgeen leidt tot de karakteristieke vergelijking:

$$A'' \sigma'^4 + B'' \sigma'^3 + C'' \sigma'^2 + D'' \sigma' + E'' = 0 \quad (6.8.)$$

waarin:

$$A'' = A' + k_3 a_3$$

$$B'' = B' + k_2 b_2 + k_3 b_3 + k_5 b_5$$

$$C'' = C' + k_1 c_1 + k_2 c_2 + k_3 c_3 + k_4 c_4 + k_5 c_5$$

$$D'' = D' + k_1 d_1 + k_2 d_2 + k_4 d_4 + k_5 d_5$$

$$E'' = E' + k_1 e_1 + k_4 e_4$$

De coëfficiënten  $A' - E'$  zijn identiek met die van (6.4.).

De coëfficiënten  $a_i - e_i$  zijn als volgt:

$$a_3 = b_2 = c_1 = N'_\delta (m' - Y'_v) - Y'_\delta N'_\beta$$

$$b_5 = c_4 = Y'_\delta (I'_{zz} - N'_r) + N'_\delta Y'_r$$

$$b_3 = c_2 = d_1 = d_5 = e_4 = Y'_\beta N'_\delta - Y'_\delta N'_\beta$$

$$c_5 = d_4 = (m' - Y'_v) N'_\delta - N'_r Y'_\delta - N'_\beta Y'_\delta + N'_\delta Y'_r$$

$$c_3 = d_2 = e_1 = Y'_\delta N'_y - Y'_y N'_\delta$$

Het stabiliteitscriterium is geheel identiek met (6.5.) met daarin de waarden  $A'' - E''$ :

$$\frac{B''}{A''} > 0, \quad \frac{D''}{A''} > 0, \quad \frac{E''}{A''} > 0, \quad \frac{B''C''D'' - A''D''^2 - B''^2E''}{A''^3} > 0 \quad (6.9.)$$

Fujino heeft de stabiliteit van de "Mariner" in een kanaal systematisch onderzocht met behulp van de experimenteel bepaalde stabiliteitsafgeleiden en met vergelijking (6.7.).

In de eerste plaats analyseerde hij het geval dat  $k_i = 0, i \neq 1$ , dus :

$$\delta' = k_1 \psi' \quad (\text{koersstabiliteit}) \quad (6.10.)$$

De resultaten zijn samengevat in Tabel 6.5, waarin tevens de invloed van elk van de voorwaarden (6.9.) is aangegeven.

Tabel 6.5

h/t = 1.30			
conditions to be satisfied	W/B = 5.559	W/B = 4.169	W/B = 2.779
D'' < 0	K <sub>1</sub> > 0.031	K <sub>1</sub> > -0.161	K <sub>1</sub> > -0.869
E'' < 0	K <sub>1</sub> < 18.0	K <sub>1</sub> < 39.4	K <sub>1</sub> < 93.4
B''C''D'' - A''D'' <sup>2</sup> - B'' <sup>2</sup> E'' < 0	K <sub>1</sub> < -19.2, K <sub>1</sub> > 0.532	K <sub>1</sub> < -27.2, K <sub>1</sub> > 0.893	K <sub>1</sub> < -34.0, K <sub>1</sub> > 1.94
effectieve range of K <sub>1</sub>	0.532 < K <sub>1</sub> < 18.0	0.893 < K <sub>1</sub> < 39.4	1.94 < K <sub>1</sub> < 93.4
h/t = 1.50			
conditions to be satisfied	W/B = 5.559	W/B = 4.169	W/B = 2.779
D'' < 0	K <sub>1</sub> > -0.0080	K <sub>1</sub> > -0.085	K <sub>1</sub> > -0.138
E'' < 0	K <sub>1</sub> < 11.4	K <sub>1</sub> < 14.7	K <sub>1</sub> < 15.6
B''C''D'' - A''D'' <sup>2</sup> - B'' <sup>2</sup> E'' < 0	K <sub>1</sub> < -5.41, K <sub>1</sub> > 0.667	K <sub>1</sub> < -7.34, K <sub>1</sub> > 1.12	K <sub>1</sub> < -12.2, K <sub>1</sub> > 2.32
effectieve range of K <sub>1</sub>	0.667 < K <sub>1</sub> < 11.4	1.12 < K <sub>1</sub> < 14.7	2.32 < K <sub>1</sub> < 15.6
h/t = 1.90			
conditions to be satisfied	W/B = 5.559	W/B = 4.169	W/B = 2.779
D'' < 0	K <sub>1</sub> > +0.0243	K <sub>1</sub> > 0.0239	K <sub>1</sub> > -0.0889
E'' < 0	K <sub>1</sub> < 8.09	K <sub>1</sub> < 9.40	K <sub>1</sub> < 10.4
B''C''D'' - A''D'' <sup>2</sup> - B'' <sup>2</sup> E'' < 0	K <sub>1</sub> < -3.32, K <sub>1</sub> > 0.610	K <sub>1</sub> < -3.81, K <sub>1</sub> > 1.21	K <sub>1</sub> < -5.09, K <sub>1</sub> > 2.08
effectieve range of K <sub>1</sub>	0.610 < K <sub>1</sub> < 8.09	1.21 < K <sub>1</sub> < 9.40	2.08 < K <sub>1</sub> < 10.4

Men vindt een onder- en een bovengrens voor  $k_1$ , die elk afhangen van de waterdiepte  $h$  en de kanaalbreedte  $W$ .

N.B.: In onbeperkt vaarwater is de bovengrens om instabiliteit op te heffen:  $k = \infty$ .

De range van  $k_1$  is groter naarmate het kanaal smaller is, maar de ondergrens van  $k_1$  is groter in een smaller kanaal.

Eda heeft analoge resultaten gevonden met dezelfde experimentele gegevens, doch hij gebruikte een stuurmachine-model met een eindige roerhoek snelheid (zie 4.4.) waardoor de orde van de karakteristieke vergelijking één hoger was. Hij vindt dat de range van  $k_1$  kleiner wordt naarmate het kanaal smaller wordt (Eda SNAME 1971) Figuur 6.2. geeft het resultaat van zijn berekening.

De invloed van giersnelheids- en gierversnellingsregeling ( $k_2$  en  $k_3$ ) werd op dezelfde wijze onderzocht. Het blijkt vrijwel onmogelijk te zijn om met  $k_2$  en  $k_3$  een instabiliteit op te heffen.

Dat zelfde werd óók geconstateerd voor een regeling met  $y_0$  ( $k_4 \neq 0$ ) ofschoon dit fysisch moeilijk te begrijpen is.

In sommige gevallen bleek het mogelijk om met  $\dot{y}_0$  ( $k_5$ ) instabiliteit op te heffen. Het is duidelijk uit:

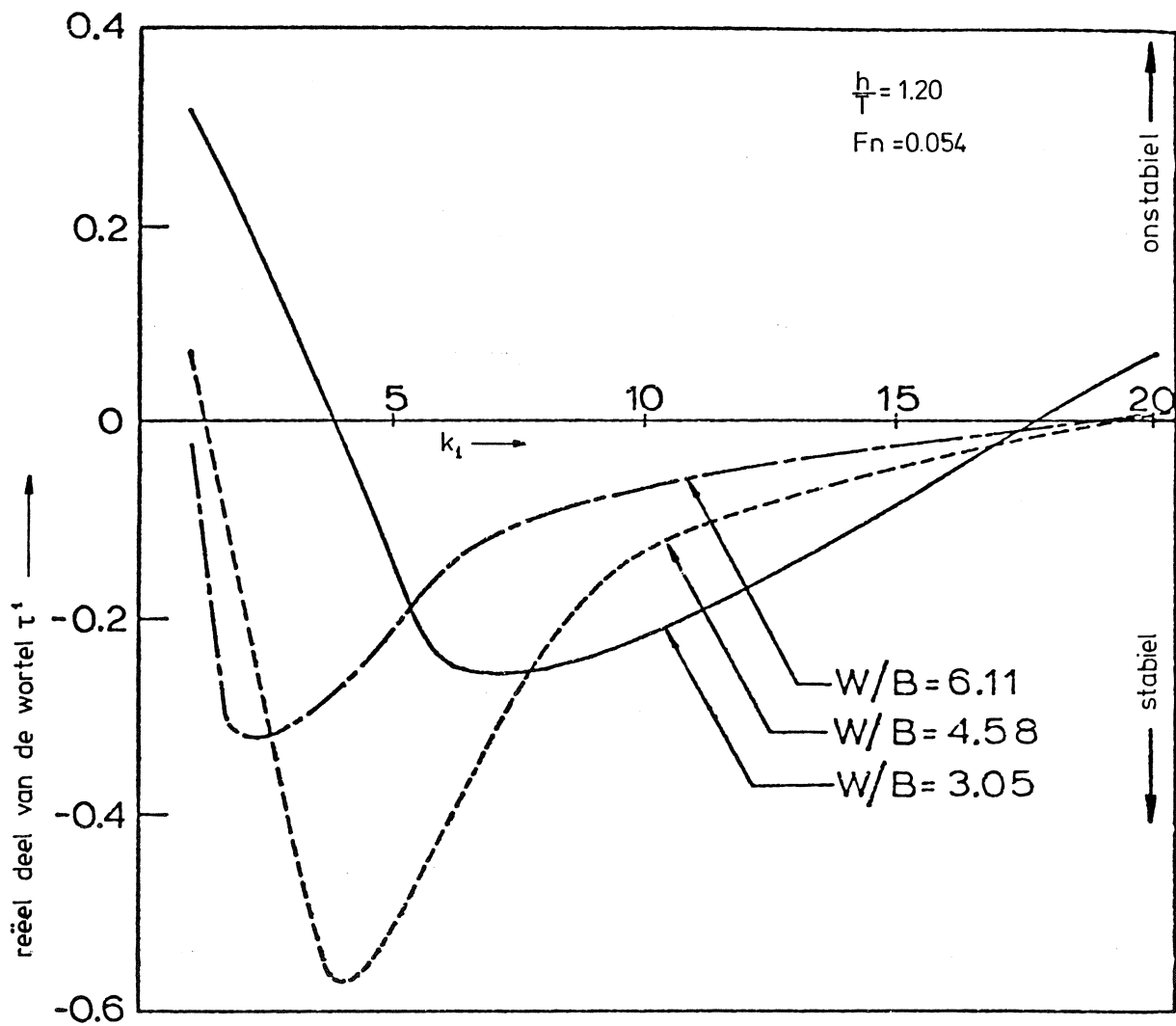
$$\dot{y}'_0 = \psi - \beta \quad (6.2.)$$

dat een dergelijke regeling gedeeltelijk equivalent is met een koershoek regeling ( $k_1$ ), maar er is dan tevens het dèstabiliserende effect van de drifthoek  $\beta$ .

Samenvattend kan gezegd worden dat instabiliteit bij het varen in een kanaal gemakkelijk opgeheven kan worden door een eenvoudige regeling:

$$\delta = k_1 \psi \quad (6.11.)$$

De benodigde  $k_1$  is aan de bovenkant begrensd.



Figuur 6.2: Benodigde  $k_1$  voor een tanker varende in de hartlijn van een kanaal.

### 6.3. Draaicapaciteit van schepen in ondiep water.

Zoals reeds werd opgemerkt zijn stabiliteit bij het sturen en de draaicapaciteit twee eigenschappen die beide veranderen als het vaarwater ondieper wordt. In het algemeen neemt de stabiliteit toe en de draaicapaciteit af naarmate het vaarwater ondieper wordt. Er zijn zéér weinig betrouwbare ware grootte metingen omdat het vinden van een vlakke zeebodem (ondiep) bijzonder moeilijk is. Uit dergelijke proeven blijkt dat de draaisnelheid op ondiep water kleiner wordt naarmate de waterdiepte afneemt. Bij toenemende scheepssnelheid neemt de dimensieloze draaisnelheid nog iets af, doch deze invloed is gering.

In enkele gevallen is echter geconstateerd dat de uiteindelijke draaisnelheid in een bepaalde range van waterdiepten groter was dan op diep water. Dat bleek het geval te zijn bij waterdiepten waar de stabiliteit minder werd.

### 6.4. Bepaling van kanaaldoorsneden.

#### 6.4.1. Inleiding.

Een uitvoerige studie over kanaalafmetingen in verband met bestuurbaarheid van schepen is uitgevoerd door Eda (SNAME 1971) in verband met een ontwerp voor een kanaal door de Central American Isthmus. De reeds genoemde experimentele resultaten van P.M.M. proeven van Fujino en anderen en computerberekeningen met wiskundige modellen van een schip in een kanaal, zijn gebruikt om de stuurstabiliteit en koersafwijkingen na verstoring te berekenen als functie van de kanaalbreedte en diepte. Voor de stabiliteitsberekeningen zijn lineaire modellen gebruikt en voor de berekening van de baan na een verstoring is gebruik gemaakt van niet-lineaire bewegingsvergelijkingen. Ook met dergelijke baanberekeningen kan de stabiliteit van het gestuurde schip geanalyseerd worden.

De volgende punten zijn bij het onderzoek behandeld:

- a. de benodigde roerhoek voor een stationaire toestand als het schip niet op de hartlijn van het kanaal vaart.

- b. de analyse van de koersstabiliteit
- c. de baan na een verstoring
- d. het effect van de scheepssnelheid op de bestuurbaarheid.
- e. het effect van snelheid op squat
- f. het passeren van twee schepen.

Het gebruikte mathematische model is gegeven in (2.33.).

De stationaire evenwichtstand bij vaart naast de hartlijn van het kanaal volgt daaruit door te stellen:  $r' = \dot{r}' = \dot{v}' = 0$ .

De evenwichtvergelijkingen die daarmee corresponderen zijn gegeven in (2.34.)

De stabiliteit van het systeem (2.33.) wordt onderzocht door de baan na een verstoring ten opzichte van de stationaire evenwichtstoestand te berekenen. Stel die evenwichtstoestand voor door:

$$(\psi_e', v_e', y_{0e}', \delta_e') \quad (6.12.)$$

De oriëntatie en de bewegingen van het schip worden nu als volgt gedefinieerd:

$$\begin{aligned} \psi &= \psi_e' + \bar{\psi}, \quad v' = v_e' + \bar{v}', \quad y_0' = y_{0e}' + \bar{y}_0' \\ \delta &= \delta_e' + \bar{\delta} \end{aligned} \quad (6.13.)$$

Substitutie van deze uitdrukkingen in (2.33.) en het aftrekken van de overeenkomstige vergelijkingen van de evenwichtsconditie geeft een stelsel vergelijkingen in:

$(\ddot{\bar{\psi}}, \dot{\bar{\psi}}, \bar{\psi}, \dot{\bar{v}}, \bar{v}, \bar{y}_0', \bar{\delta})$ , waarvan (na linearisatie) de oplossing wordt:

$$\begin{aligned} \bar{\psi} &= \sum_{n=1}^n \psi_n e^{\sigma_n' t'} \\ \bar{y}_0' &= \sum_{n=1}^n y_{0n}' e^{\sigma_n' t'} \\ \bar{\delta} &= \sum_{n=1}^n \delta_n e^{\sigma_n' t'} \end{aligned} \quad (6.14.)$$



De  $\sigma_n$ 's zijn de wortels van de karakteristieke vergelijking (in dit geval met 5 wortels!), waarmee de stabiliteit van het systeem geanalyseerd kan worden.

Een methode om de niet lineaire responsie te analyseren is het berekenen van die responsie na een initiële verstoring. Deze methode vergt wel tamelijk veel computertijd, maar heeft niet de beperking van de linearisatie.

Ook hier kan de invloed van de "gain" constanten  $a$ ,  $b'$ ,  $c'$  en  $d'$  (uit verg. 2.33.) berekend worden.

Een voorbeeld geeft Figuur 6.3. waar de koers afwijking en de baan berekend zijn na een initiële verstoring  $\psi = 2$  graden, en wel voor  $a = b' = 6$ , respectievelijk 4,2 en 0. Een analoog resultaat voor de dwarsverplaatsing geeft Figuur 6.4.

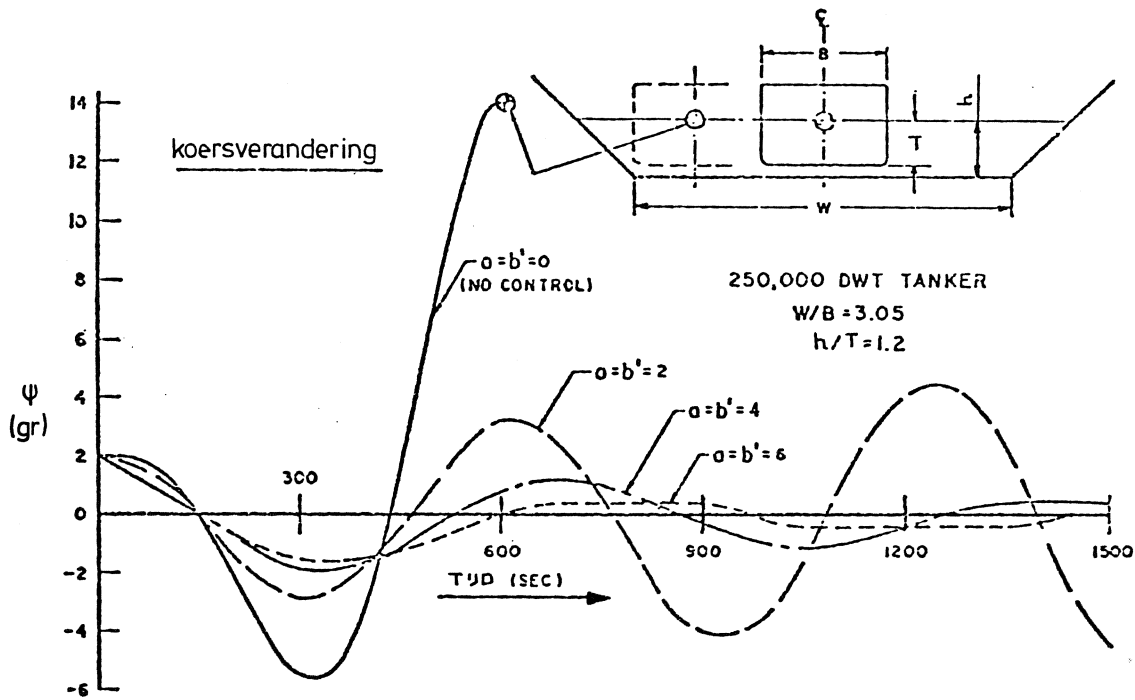
In verband met squat is een semi-empirische berekening door Eda uitgevoerd, waarvan de resultaten in Figuur 6.5. zijn samengevat. Uit deze figuur is de maximaal toelaatbare snelheid in een kanaal te schatten.

#### 6.4.2. Maximaal toelaatbare scheepsgrootte in verband met kanaalafmetingen.

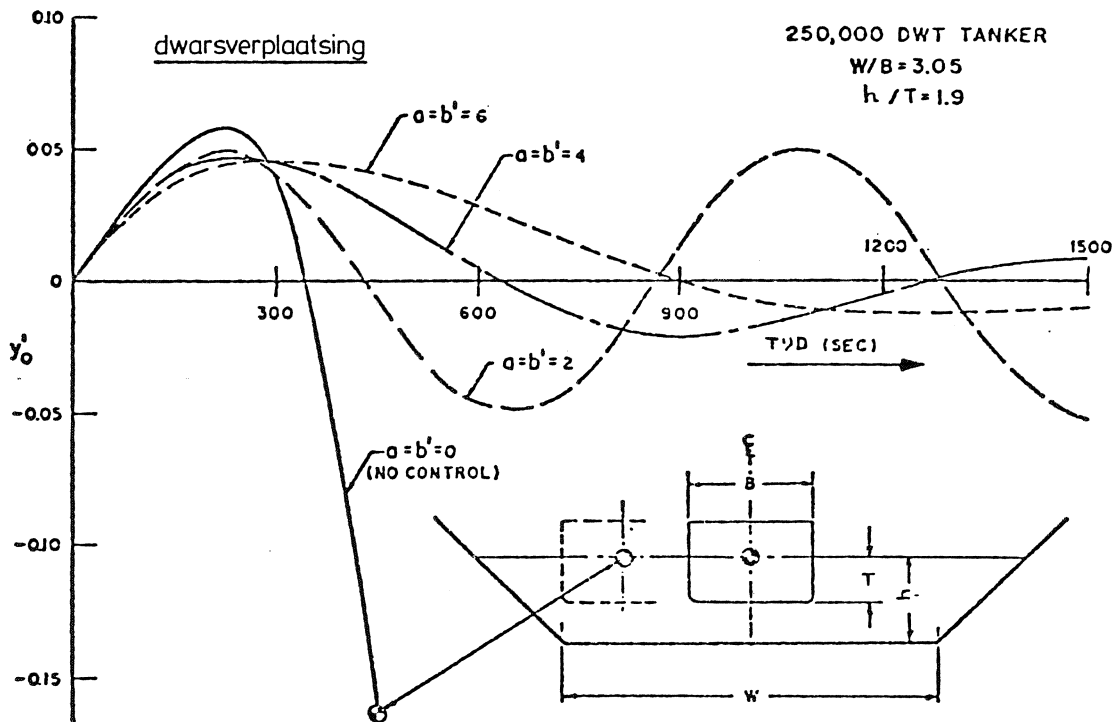
Van belang voor het ontwerp van een kanaaldoorsnede is het stuurgedrag van de qua afmetingen maximaal toelaatbare schepen. Men kan in dat verband een drietal criteria hanteren:

- a. de stabiliteit van het stuurgedrag; deze moet tenminste neutraal zijn.
- b. een stationair evenwicht moet mogelijk zijn op een, ten opzichte van de hartlijn van het kanaal verschoven, baan. Dit evenwicht moet bereikt worden met een maximaal aan te geven roeruitslag, bijv. 15 graden.
- c. de "vrijslag" of clearance ten opzichte van de bodem van het kanaal mag een bepaald minimum, bijvoorbeeld 0,6 meter, niet overschrijden.

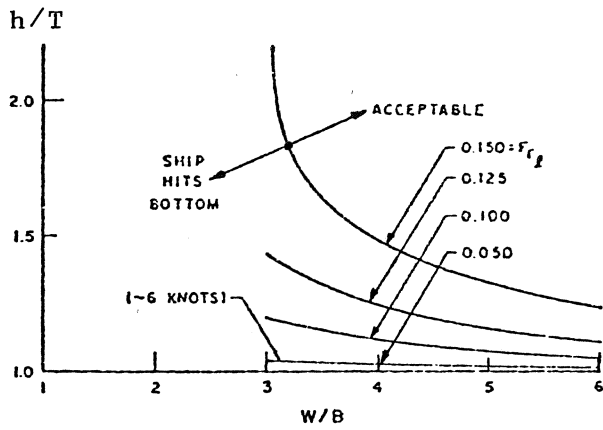
Figuur 6.6. geeft een samenvatting van de resultaten van een dergelijke analyse. Uit Figuur 6.6.a. blijkt de invloed van waterdiepte en kanaalbreedte op de stabiliteit. Bij deze berekeningen



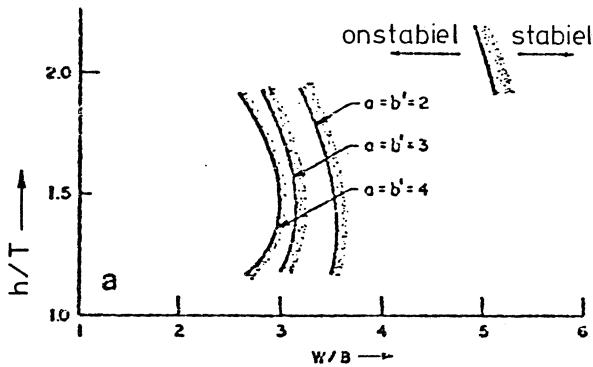
Figuur 6.3: Koersverandering na een initieele verstoring  $\psi = 2$  graden.



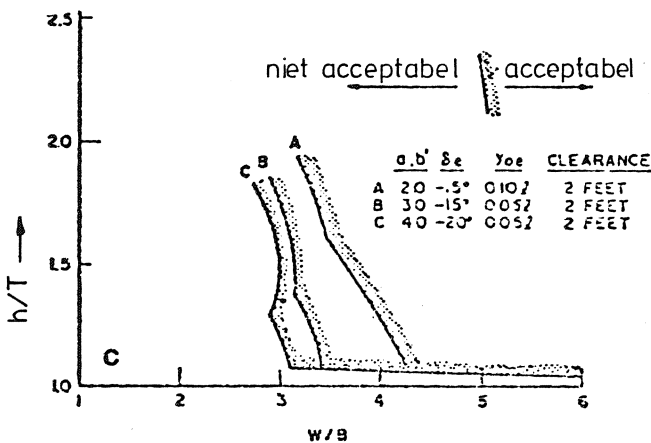
Figuur 6.4: Dwarsverplaatsing na een initieele verstoring  $\psi = 2$  graden.



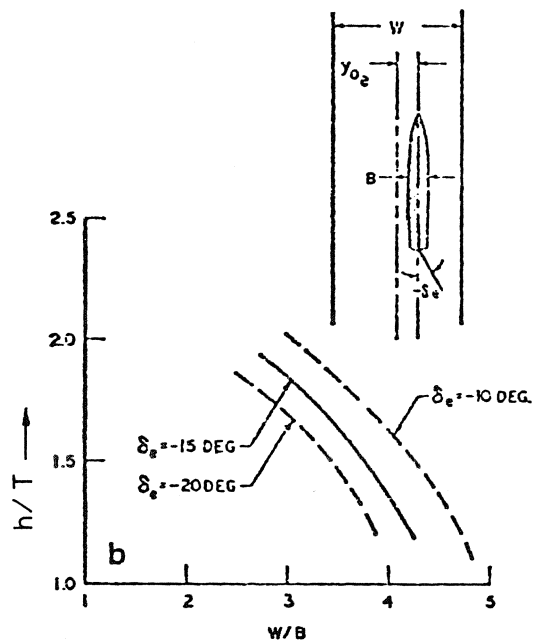
Figuur 6.5: Toelaatbare snelheid in een kanaal in verband met squat.



a) begrenzing onstabiel-stabiel i.v.m. rechte lijn stabiliteit.

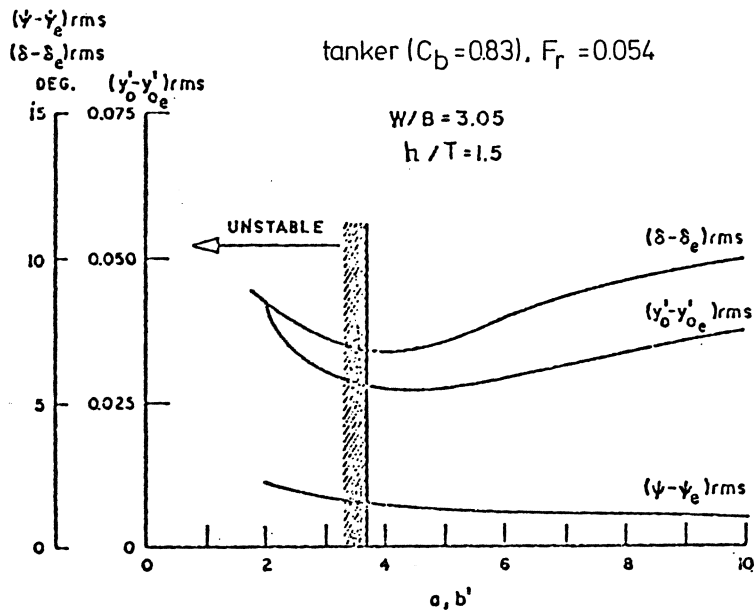


c) toelaatbare scheepsdoorsneden en snelheden in een kanaal.

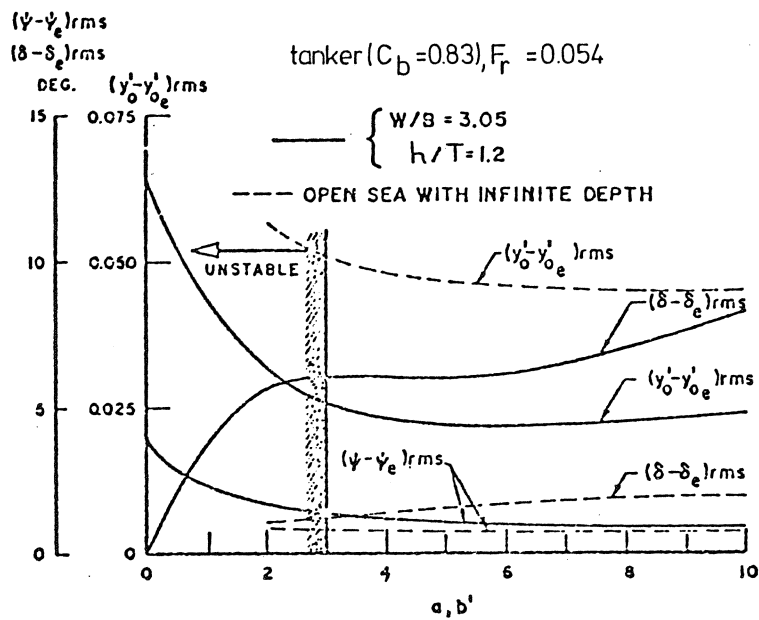


b) roerhoek nodig voor evenwicht op baan  $\gamma_{oe} = 0.1L$ .

Figuur 6.6



a) Heading and course errors versus gain constants



Figuur 6.7: Beoordeling regeling stuurautomaat.

Koersfout en roergebruik als functie van de  
 regelconstanten  $a$  en  $b$ .

is gebruik gemaakt van een initiële storing  $\psi = 2$  graden en de niet lineaire vergelijkingen om de responsie te berekenen, zie Figuur 6.3. en 6.4.

Figuur 6.6.b. geeft de benodigde roeruitslag voor stationair evenwicht op 10% van de scheepslengte uit de hartlijn van het kanaal. Met Figuur 6.6.c. zijn tenslotte de minimum afmetingen van de kanaaldoorsnede te bepalen.

In Figuur 6.7. is de kwaliteit van de stuurautomaat geanalyseerd bij het varen in een kanaal. Ook hier is uitgegaan van een verstoring  $\psi = 2$  graden. De rms (root mean squared values) over een periode van  $t' = 5$  ( $t' = \frac{Ut}{L}$ ) zijn in deze figuren afhankelijk gesteld van de waarden voor  $a$  en  $b'$  (uit verg. 2.33.)

Er blijkt een minimum "afwijking" te ontstaan bij  $a = b' = 4 \text{ à } 5$  voor:  $\frac{h}{T} = 1,5$ .

In het ondiepere water is dit minimum niet zo duidelijk.

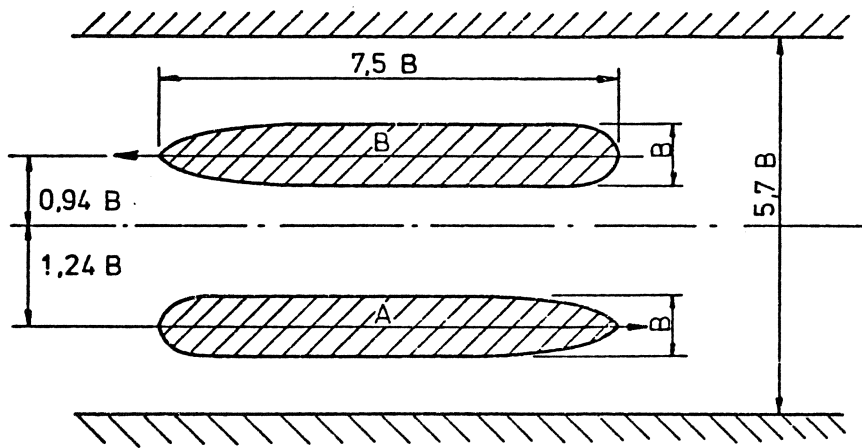
Eda constateert dat  $a = b' = 4 \text{ à } 5$  voor de beschouwde tanker ( $C_B = 0.83$ ) voldoende groot moet zijn. Hij zou dit óók geconstateerd hebben met een stabiliteitsonderzoek van de wortels voor het gelineariseerde geval.

N.B.: De door Eda gebruikte nomenclatuur is hier gehandhaafd.

#### 6.5. Passeren in een kanaal.

Bij het passeren van schepen in een kanaal zijn drie fasen te onderscheiden:

- a. Voordat de schepen elkaar ontmoeten kiest elk een baan die terzijde van de hartlijn van het kanaal is gelegen. Als eerste fase wordt nu de toestand beschouwd waarbij er geen interactie krachten tussen beide schepen bestaan.
- b. In de 2e fase treedt interactie op tussen beide schepen, zowel vóór en na het tijdsverloop waarbij de schepen boord aan boord liggen.
- c. In de 3e fase zijn er geen interactie krachten meer tussen beide schepen. Evenals bij de eerste fase heeft men nu het geval van



Figuur 6.8: Situatie bij passeren, zoals door Eda geanalyseerd.

een schip in een kanaal met een "initiële" verstoring.

De berekening van de gevallen a en c kan op de reeds beschreven wijze plaatsvinden, als de verstoring bekend is. De fase b vereist voor de analyse een kennis van de krachten en momenten op basis van de tijd op elk van de schepen, bijv. door middel van metingen aan vastgehouden modellen die elkaar passeren. Als die interactie effecten bekend zijn dan kunnen ze ingevoerd worden in het mathematisch model van het schip op een baan uit het midden van het kanaal en wel als verstoringen.

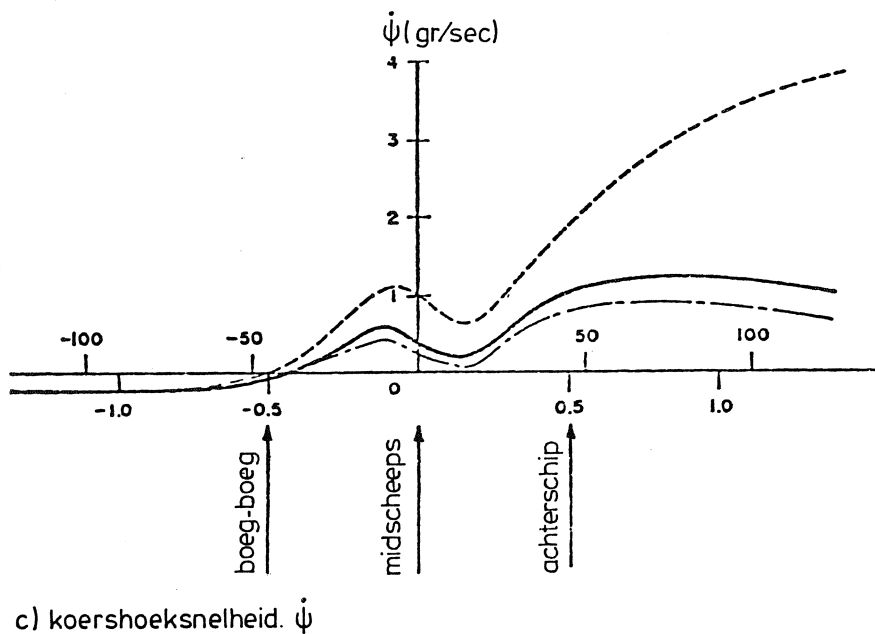
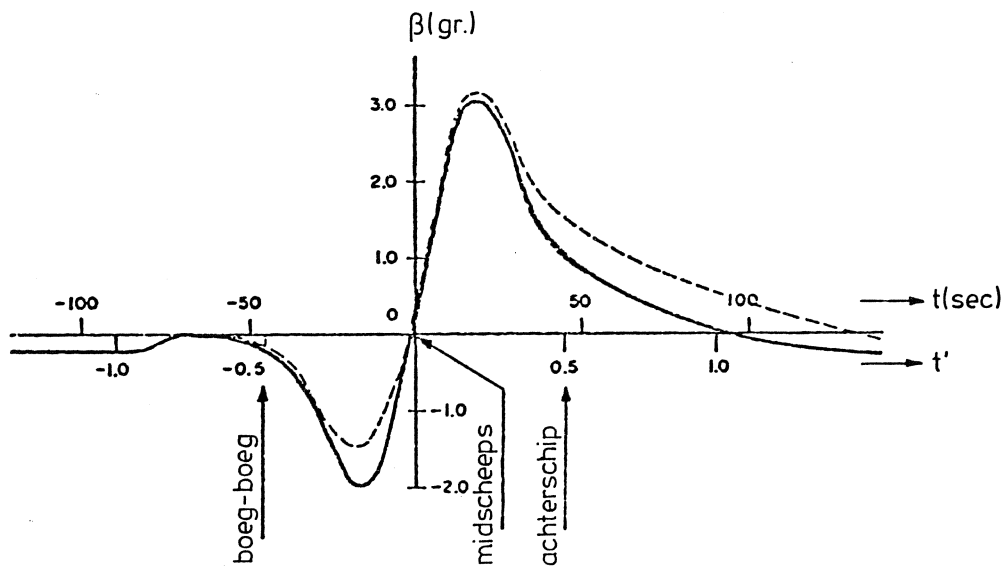
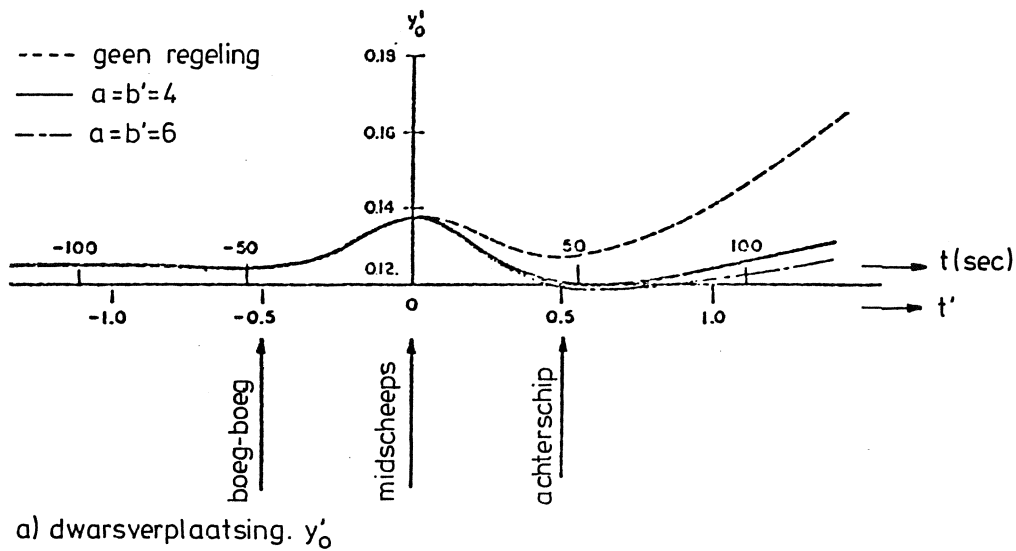
Op deze wijze heeft Eda een aantal gevallen met een digitale computer doorgerekend; hij heeft daarbij de regelconstanten gevarieerd. De beschouwde situatie is in Figuur 6.8. weergegeven. A en B zijn schepen met een vorm overeenkomstig de Series 60, (blokcoëfficiënt  $C_B = 0.60$ ).

Berekend zijn de bewegingen van schip B als gevolg van interactie met schip A, als de snelheid 4 knopen is. De benodigde krachten en momenten op schip B werden door middel van modelproeven bepaald. De digitale simulatie van de passeermanoeuvre duurde 700 seconden ( $t' = 7.8$ ). De resultaten zijn gegeven in de Figuren 6.9. en 6.10. Uit de berekende baan blijkt dat de afwijking van de oorspronkelijke baan betrekkelijk gering is, zowel met als zonder regeling. Toch zijn de interactiekrachten groot bijv. in vergelijking met de roerkrachten. De geringe verplaatsing is een gevolg van het feit dat de interactie-tijd relatief gering is en doordat de interactie-krachten ten opzichte van de traagheidskrachten in de bewegingsvergelijkingen toch klein zijn: juist in beperkt water is de toegevoegde massa groot!

De dwarsnelheid  $v$  door de verzetkracht veroorzaakt verandering in de drifthoek. Hierdoor ontstaat een relatief groot hydrodynamisch moment dat zelfs groter is dan het moment dat direct door de interactie krachten ontstaat.

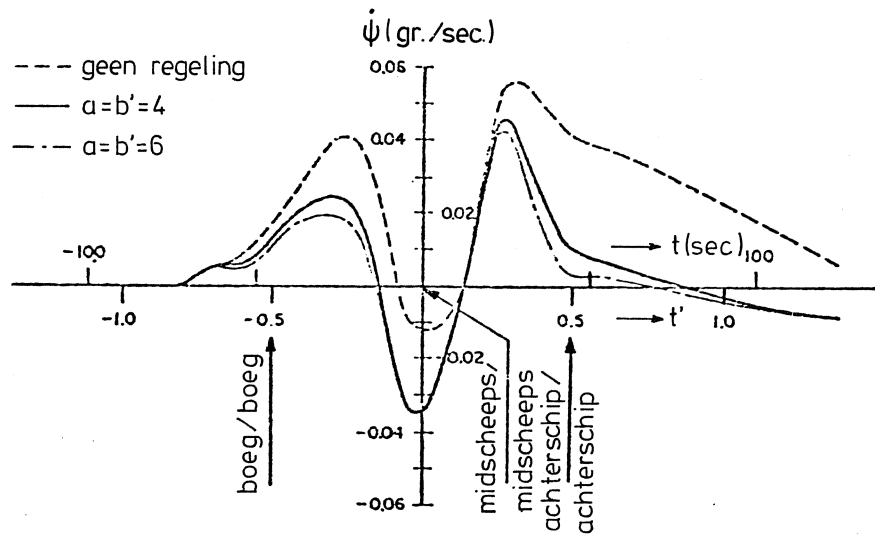
Baan afwijkingen kunnen óók na het passeren gevaarlijk blijven. De dynamische interactie in de fase b, gecombineerd met wandeffecten kunnen leiden tot divergente oscillaties, als de regeling onvoldoende is.

Uit de roeruitslagen blijkt dat de regelaar met  $a = b' = 4$  beter voldoet dan met  $a = b' = 6$ . In het laatste geval is de roeruitslag groter, terwijl de winst in  $y_0$ ,  $\beta$  en  $\psi$  enz. gering blijkt te zijn.

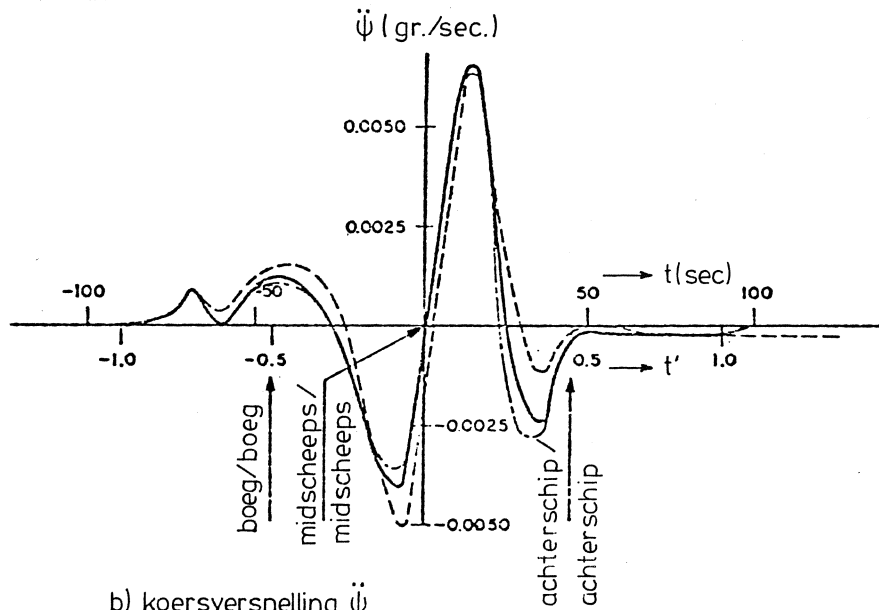


Figuur: 6.9: Responsie van schip B gedurende de ontmoeting en het passeren.

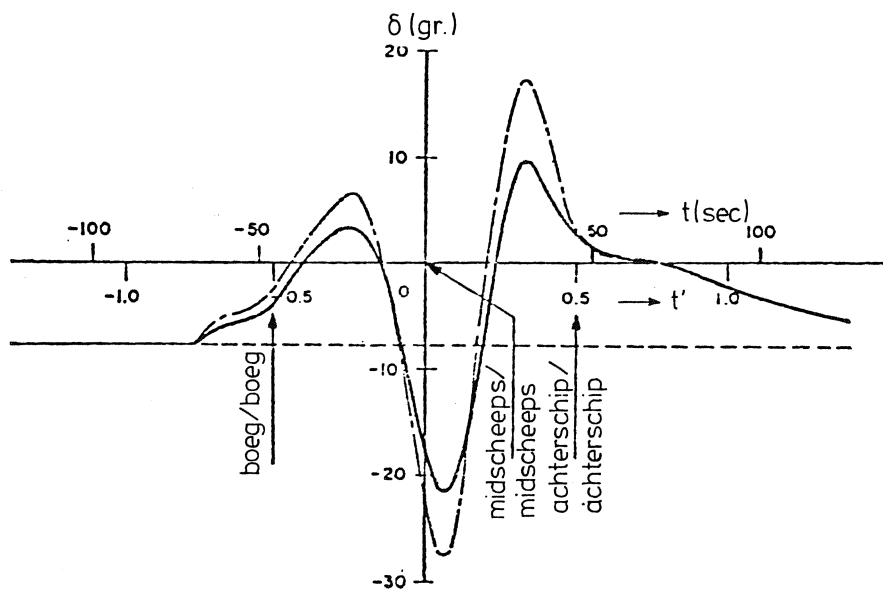




a) giersnelheid  $\dot{\psi}$



b) koersversnelling  $\ddot{\psi}$



c) roerhoek  $\delta$

Figuur 6.10

Literatuur 6.

Fujino: Experimental studies on ship manoeuvrability in restricted waters, Part I.

Int. Shipbuilding Progress 1968.

M. Fujino: Experimental studies on ship manoeuvrability in restricted waters, Part II.

Int. Shipbuilding Progress, 1970.

Eda and L. Crane: SNAME, 1971.

## 7. Simulatie.

(Dit hoofdstuk is t/m 7.5. samengesteld door Ir. B.M. Jaspers IWECO-TNO).

### 7.1. Inleiding.

Simulatie = nabootsing [1]

Wiskundige beschrijving van (meestal) in tijd verlopend proces.

Simulatie is mogelijk geworden door toepassing van de computer.

Proces kan verlopen in:

- ware tijd ("real time" simulatie)
- versneld
- vertraagd.

Onderdelen van het proces zijn eenvoudig te wijzigen om invloedsfactoren te bestuderen.

Eis aan simulatiemodel: het moet geldig zijn, daarom:

- proces moet bekend zijn
- simulatie model vergelijken met proces
- aanpassen coëfficiënten in wisk. model.

Er zijn echter processen waarbij dit niet kan.

Bijvoorbeeld: Werelddynamica model (Club van Rome)

Speculatieve simulatie

3e gen. containerschip

Pre-launch simulator (voorspellen deel + omgevings-simulatie).

Dit college wordt beperkt tot scheepsmanoeuvresimulatoren.

Andere maritieme simulatoren worden aangestipt (bevoorradingsschip; verkeer; machinekamer; radar).

Ingegaan wordt op hardware. Voor software (wiskundige beschrijving schip) zie colleges k16 en k29.

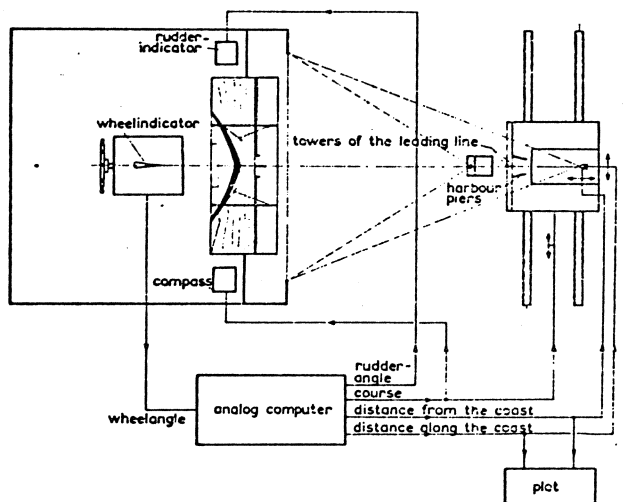
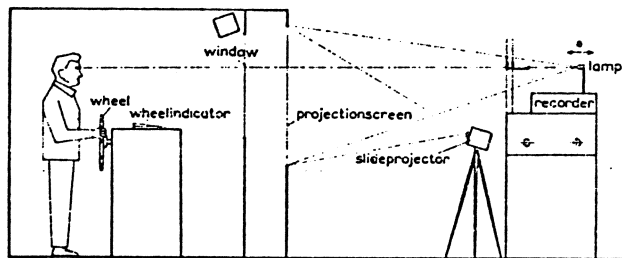
### 7.2. Geschiedenis.

#### 7.2.1. Vluchtsimulator.

Opkomst vluchtsimulatoren in twintiger jaren. - Linktrainer.

Training in instrument vliegen = blind vliegen.

Rekenmachine: analoog.



Figuur 7.1: Manoevreersimulator.

Nu: iedere verkeersvlieger wordt getraind op vluchtsimulatoren (verplicht).

Simulatoren van B747 en DC10 zijn zeer geavanceerd.

- digitale rekenmachine 112 K (KLM)
- cockpit identiek aan echte cockpit tot in details
- buitenbeeld gegenereerd m.b.v. TV-technieken
- 6-graden van vrijheid
- cockpit geluiden aanwezig
- storingen kunnen geïntroduceerd worden (is zeer belangrijk onderdeel van het trainingsprogramma).

Vluchtsimulatoren worden gebruikt voor:

- training
- ontwikkeling en afregeling van automatische piloot en navigatie instrumenten
- ontwerpstudies

#### 7.2.2. Scheepsmanoeuvresimulator (SMS).

Ontwikkeling is analoog aan vluchtsimulator.

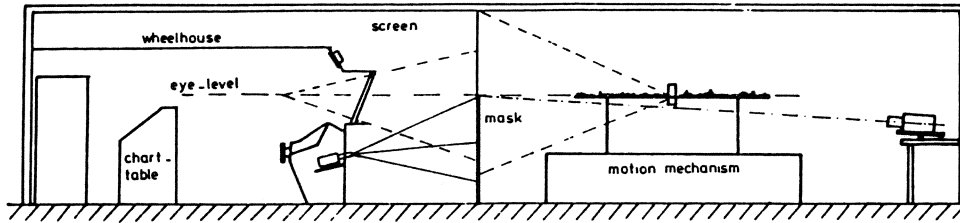
Late start - Er was geen noodzaak tot simulator training van brugpersoneel.

Met opkomst VLCC e.d. kwamen problemen naar voren, die met gebruikmaking van een simulator konden worden opgelost.

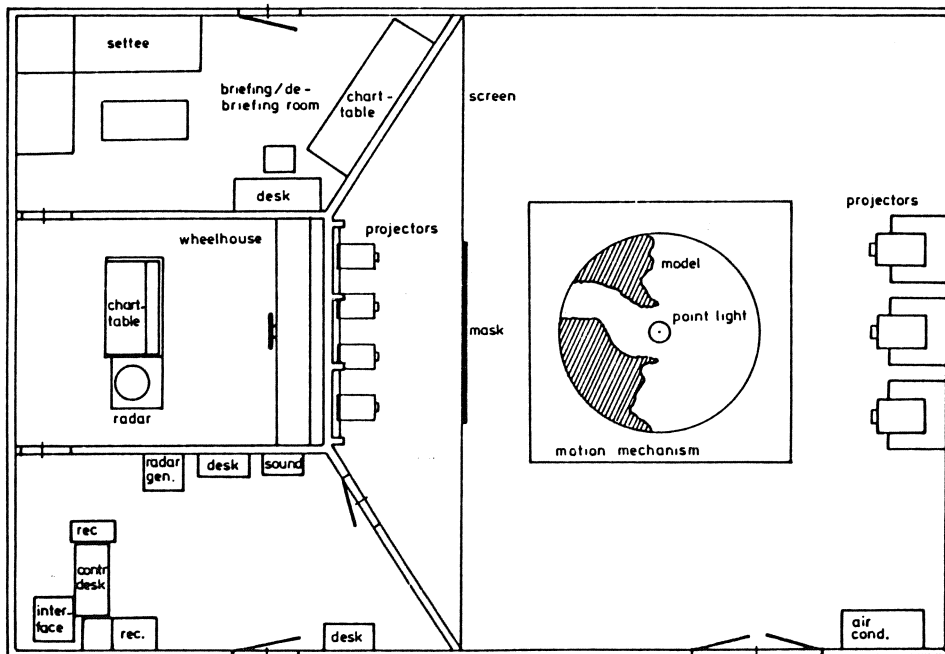
- ontwerp schip
- training brugpersoneel
- ergonomische problemen.

Gedurende de laatste 10 jaar heeft er een snelle ontwikkeling plaatsgevonden: [3]

- |      |   |
|------|---|
| 1966 | - eerste simulator gebouwd door de Japan Radio Communication Co. Ltd. |
|      | - TV-projectie systeem met 3 TV-toestellen in ramen stuurhut          |
|      | - analoge rekenmachine  |
| 1967 | - bouw prototype SMS in Nederland.                                    |
|      | Samenwerking NSP; KM; WLD; THD; IZF en IWECO (zie fig. 7.1.)          |



CROSS - SECTION



TOP VIEW

Figur 7.2: Simulator.

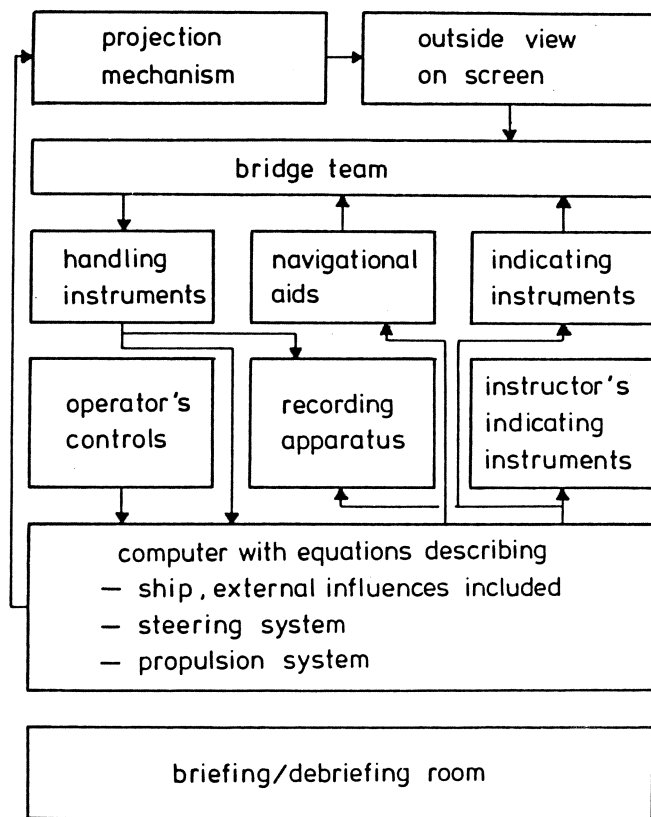
- 1968 - prototype gereed (april)  
 PLB (punt licht bron) projectie methode  
 analoge rekenmachine.
- 1970 (april) - verbeterd prototype in bedrijf gesteld bij IWECO  
 PLB - Proj.: zichthoek 120°  
 Analoge rekenmachine, later digitaal (1975)
- 1970 (dec.) - NSP simulator in bedrijf  
 PLB-Proj.; zichthoek 360°;  
 hybride rekenmachine, nu digitaal.
- 1976 (mrt.) - nieuwe IWECO simulator operationeel [4]  
 PLB - Proj.; zichthoek 120°;  
 digitale rekenmachine (zie figuur 7.2.)

Bedrijven als TNO, VFW - Fokker, Decca, Marconi, Sperry, Singer en anderen ontwikkelen scheepsmanoeuvresimulatoren.

In de volgende landen zijn simulatoren in bedrijf:

	land	aantal	
[4] [5]	Nederland	4 <sup>1)</sup>	+ 1 instrumentsimulator (= simulator zonder buiten- beeld)
[6]	Duitsland	1	
[7]	Engeland	1	+ 2 instrumentensimula- toren
[8] [9]	VS	2	
[10]	Zweden	1	
[3]	Japan	3	
		<hr/>	
		12	
	In aanbouw:		
	Duitsland	2	
	Noorwegen	1	
		<hr/>	
		3	

1) IWECO-TNO, NSP; IZF-TNO; KIM-KM.



Figuur 7.3: Blockdiagram.



### 7.3. Algemene beschrijving van scheepsmanoeuvresimulatoren.

#### 7.3.1. Hoofdonderdelen.

Een simulator bestaat uit de volgende hoofdonderdelen:

1. stuurhut
2. projectie systeem
3. rekenmachine geprogrammeerd met wiskundig model van schip.

Om simulator te bedrijven:

- controle apparatuur
- recorders
- briefing/debriefing ruimte (voor trainingen)

Een blokdiagram (fig. 7.3.) geeft de informatie stroom tussen deze onderdelen.

#### 1. Stuurhut.

De stuurhut is voorzien van apparatuur essentieel voor het manoeuvreren en navigeren met een schip.

De hut is zo goed mogelijk uitgerust en ingericht als een echte stuurhut, omdat het voor trainingen noodzakelijk is de werkelijkheid zo goed mogelijk na te bootsen. (psychologische aspecten).

#### 2. Projectie systeem.

Projectie systeem karakteriseert de simulator.

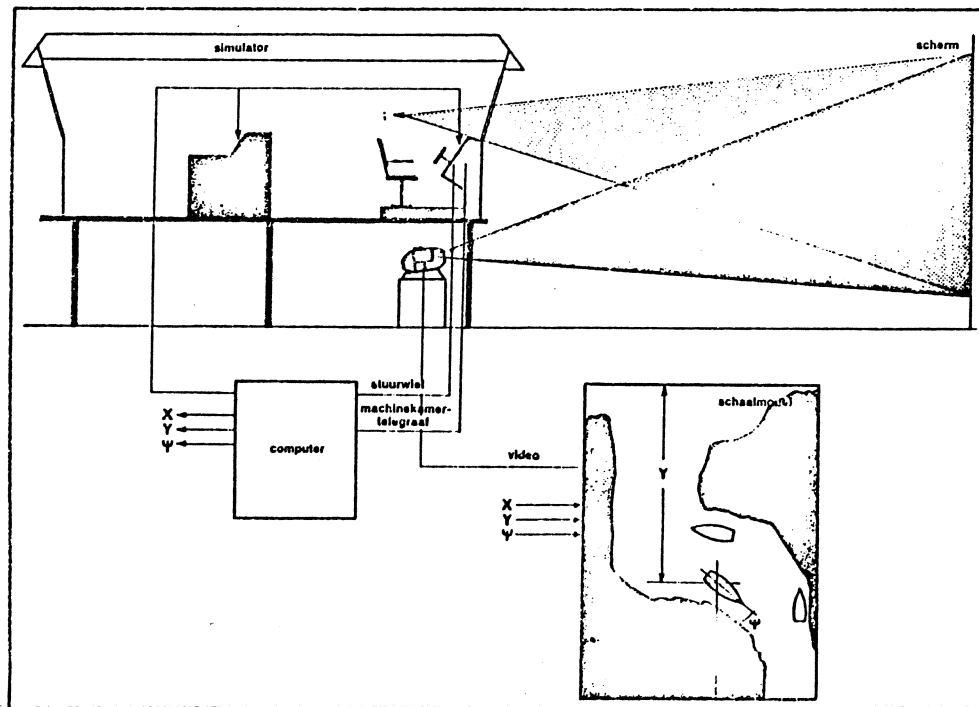
De voornaamste systemen die op het ogenblik in gebruik zijn, zijn:

- punt lichtbron projectie methode
- TV + maquette
- TV + computer generated image
- Dia projectie
- Nacht situatie met lichten.

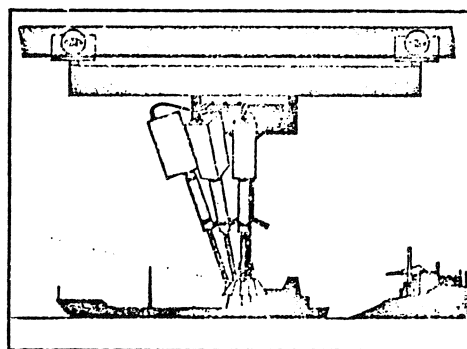
Gebruiksdoel van de simulator bepaalt toe te passen projectie systeem (naast beschikbare financiële middelen).

Voor trainee is belangrijk:

- vrijheid van handelen binnen vaargebied.



Figuur 7.4: Principe-schets van simulator.



Figuur 7.5: TV-camera opname transport system.

- continue en correcte presentatie van voor nauticus belangrijke navigatie merken zoals: lichtenlijn torens, boeien, bakens, kerktorens en andere karakteristieke punten op de wal, enz.
- beeld inhoud moet realistisch zijn.

Uit technische menskunde (ergonomie; psychology):

Overdracht van kennis (vaardigheid) vanuit de trainingssituatie naar de echte taak is een functie van de overeenkomst tussen deze twee taken.

#### Puntlichtbron systeem.

Gesimuleerd daglicht, slecht zicht, nacht zicht mogelijk.

Toegepast bij : IWECO [4] (zie figuur 7.2.)

NSP

Universiteit van Osaka.

#### TV + Maquette.

Per 40 à 50° beeldhoek een camera nodig.

Zwart/wit; kleuren projectie.

Toegepast bij : IZF zwart/wit [5]  
Marine Safety zwart/wit [8]

Zie figuur 7.4 en 7.5.

#### TV + CGI.

Geen camera's; rekenmachine berekent beeld, zwart/wit; kleuren projectie; gestyleerde beelden.

Toegepast bij : CAORF kleur [9]  
SSPA zwart/wit [10]

Probleem bij zwart/wit projectie:

onderscheid tussen vuren is slecht vanwege het ontbreken van kleur.

#### Dia-Projectie.

Discrete simulatie - dis-continue beeldverandering.

Toegepast door Fokker - VFW [6]

#### Nachtsimulatie + lichten.

Decca-System: [7]

16 projectoren; elke projector verzorgt een licht.

Te combineren tot schepen (navigatie lichten).  
Toegepast bij: Southampton School of Navigation.

KIM-systeem:

1 centrale halogeen lamp  
licht aftappen met behulp van glasvezel optiek, lichtpunten geprojecteerd op scherm.

### 3. Rekenmachine met wiskundig model.

#### Rekenmachine.

De eerste simulatoren gebruikten analoge rekenmachines. Tegenwoordig worden meestal digitale rekenmachines toegepast.

Nadeel analoge rekenmachine: geen geheugen

instellen en afregelen van  
simulator is tijdrovend.

Temperatuur drift in potmeters  
kan optreden.

#### Wiskundig model.

Kwaliteit model bepaalt kwaliteit simulatie.

Modellen voor training hoeven minder nauwkeurig te zijn dan die voor research.

Het IWECO model is modulair van opzet.

Naast gegevens over het beschouwde schip, invloeden van wind, stroom en sleepbootkrachten zijn in dit model opgenomen:

#### - Invloed beperkt water.

Positie inkaart (Deccapatroon) berekend - geeft diepte onder kiel - effect op gedrag schip. Niet voor alle modellen wegens gebrek aan gegevens (= geld).

Iweco modellen hebben (nog) geen oeverzuiging en geen interactie schepen.

#### - Voortstuwingsinstallatie.

Voor realtime simulatie van scheepsgedrag is het niet nodig de voortstuwingsinstallatie exakt na te bootsen.

Wel nodig is:

- correcte responsie tijd op brugorder
- snelheid waarmee de bedrijfstoestand van de installatie kan veranderen (bedrijfsveiligheid).
- traagheid (thermisch, mechanisch) van installatie
- verband: stand stoomklep of brandstofkraan - askoppel.

Het model is min of meer een input - output model.

- Stuurmachine.

Geen exakte simulatie.

Roerhoeksnelheid en responsietijd op roerorder belangrijk.

Voor research is wel goed model nodig.

Een beschrijving van een wiskundig model geeft

- Simulator "Kinaesthetics".

Flight simulators: 6 graden van vrijheid.

SMS : 3 graden van vrijheid; alleen platte vlak.

Onderzeeboot simulatoren wel 6 graden van vrijheid -  
grote duikhoeken en slingerhoeken.

Bij SMS : combinatie hut + buitenbeeld levert probleem op.

Horizon bij slingeren niet op ooghoogte.

Patent aanvraag Fokker - VFW.

CAORF is van dit systeem afgestapt.

#### 7.4. Toepassing SMS.

##### 7.4.1. Training.

In de zestiger jaren begon ESSO met trainingen in Port Revel -  
nu Sogreah.

Schaalmodellen 1 : 25

- tijdschaal 1 : 5

Mens is niet te schalen.

Traagheid van VLCC komt er niet uit.

Twijfelachtig of er overdracht van ervaring naar de werkelijkheid  
optreedt. Onderzoek van IZF [12].

##### Training op "real time" simulatoren.

Kenmerk : grote mate van realiteit.

Training van personeel op:

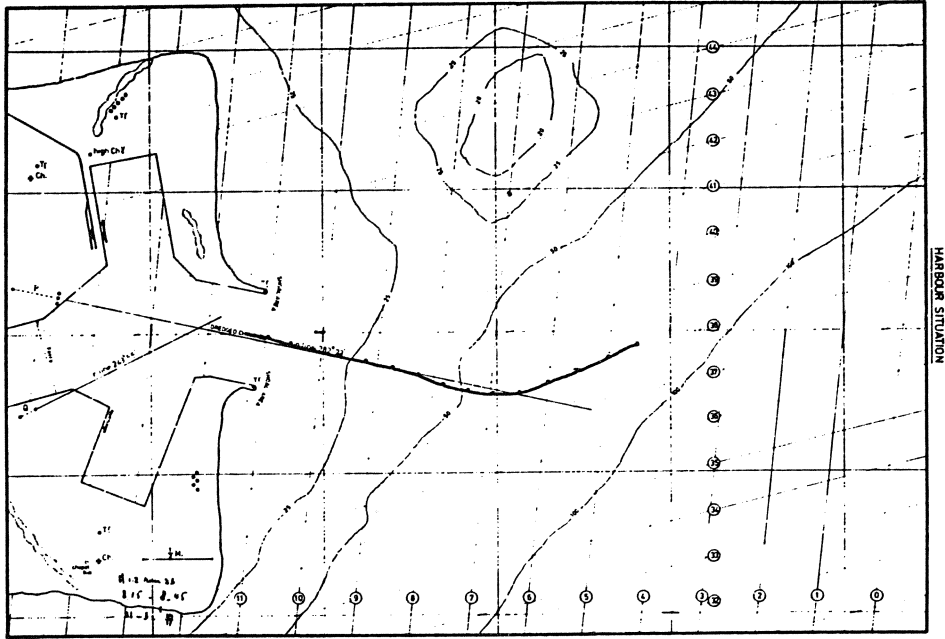
- Nieuw schip - math. model voorspelt eigenschappen schip; niet ge-  
toetst aan praktijk (3e gen - cont. schip).

- training op simulatiemodel van bestaand schip (VLCC).

Bij IWECO 9 schepen voorradig:

1 ULCC

2 VLCC



Figuur 7.6: Voorbeeld van een baanrecording opgenomen tijdens een training.

- 2 Prod. Carriers
- 1 2e gen. cont. schip
- 2 3e gen. cont. schepen
- 1 LNG - Carrier

Sinds april 1970 hebben meer dan 1500 trainees (gezagvoerders, stuurleiders en loodsen) van over de gehele wereld op IWECO simulatoren getraind.

Situaties waarin gevaren kan worden:

- open zee
- kust
- haven
- radar situaties.

Zie fig. 7.6.

#### 7.4.2. Research met SMS.

- Menskundig.
- Manoeuvrerbaarheid schip (ontwerp fase).
- Haven lay-outs, fairways.
- Instrumenten.
- Anti-collision
- Verkeer
- Brugindeling.

#### 7.5. Andere simulatoren.

Naast een scheepsmanoeuvresimulator heeft IWECO de beschikking over de volgende faciliteiten:

##### - Supply vessel simulator.

Deze bootst het dynamisch positioneringssysteem van bijv. een bevoorradingsschip na. In het wiskundig model zijn de invloeden van wind, stroom en golven opgenomen.

Automatische- en hand besturingssystemen kunnen worden bestudeerd.

##### - Verkeerssimulatiefaciliteit.

Verkeerssituaties worden op een radar scherm nagebootst. De mogelijkheid is hiermee geschapen verkeerssituaties te voorspellen

en verkeersbegeleidingssystemen te toetsen en zo nodig passieve en/of actieve verkeersregelingssystemen te ontwikkelen.

- Machinekamersimulator. [13]

Voor training van scheepswerktuigkundigen in de bediening van stoomturbine-voortstuwingsinstallaties vanuit een centrale regelkamer of vanaf centraal opgesteld instrumenten panelen is in een samenwerkingsverband tussen Exxon International en IWECO een machinekamer simulator ontwikkeld.



## 7.6. Simulatie experiment op het gebied van het sturen van schepen.

Van belang is de vraag in hoeverre een schip met negatieve rechtlijn stabiliteit te sturen is. Grote volle schepen zijn vaak niet stabiel, maar ze kunnen wèl door een mens bestuurd voren. De bepaling van de mate van toelaatbare instabiliteit is een typisch voorbeeld van een "mens-machine" analyse.

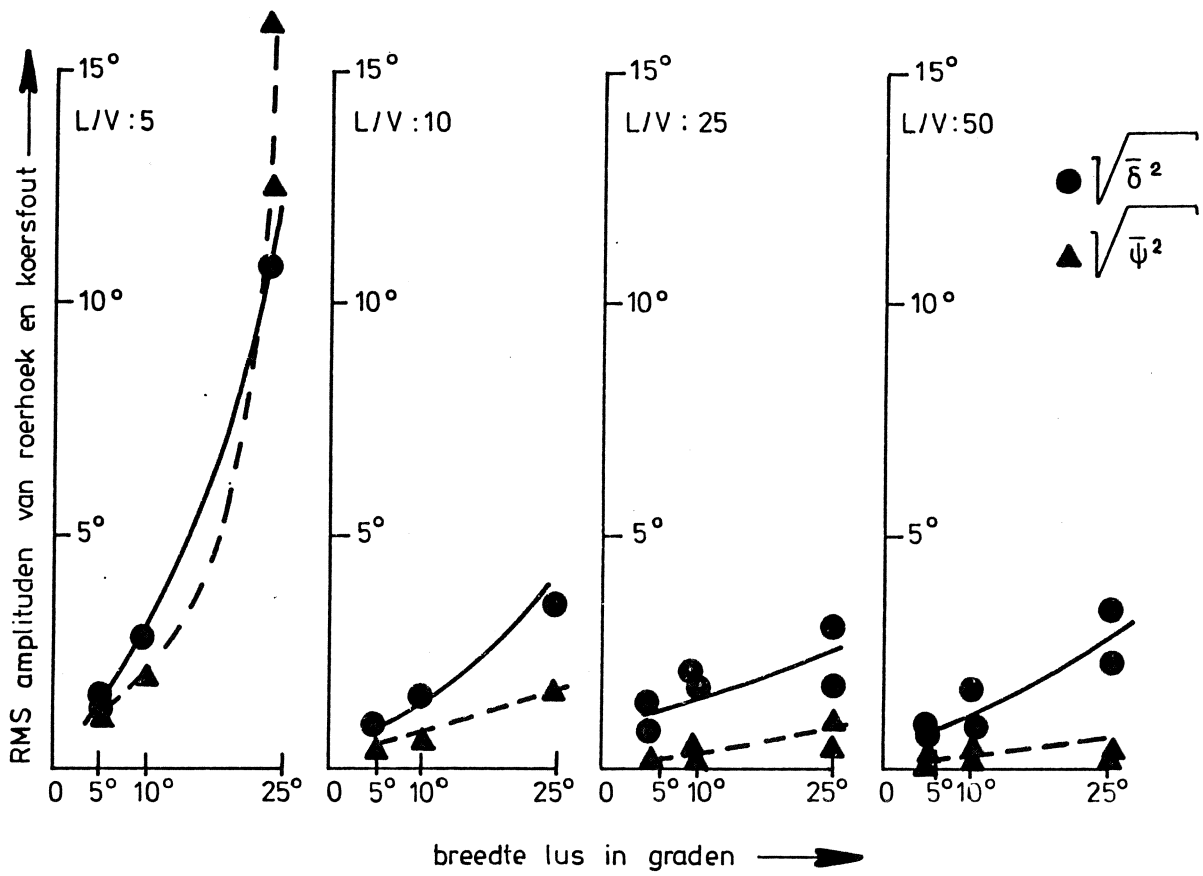
In Figuur 7.7. zijn de resultaten samengevat van het koerssturen met behulp van een stuursimulator.

Beschouwd zijn 13 schepen met verschillende lengten (25m - 300m) verschillende snelheden (9.7 - 11.7 knopen) en verschillende breedten van de lus ( $0^\circ$  -  $25^\circ$ ) in het verband  $r \rightarrow \delta$ . De gekozen  $K'$ ,  $T'$  en  $\alpha'$  (zie (2.17.)) zijn samengevat in Tabel 7.1.

Tabel 7.1.: Karakteristieke grootheden van gesimuleerde schepen.

Schip	L m	V kn	L/V s	Lus breedte graden	$K'$	$T'_1$	$T'_2$	$T'_3$	$\alpha$ $gr^{-2} \times 10^5$
D 5- 5	25	9.7	5	5	-2.24	-4.48	0.35	0.6	-470
D 5-10	25	9.7	5	10	-1.30	-2.60	0.35	0.6	-352
D 5-25	25	9.7	5	25	-0.60	-1.20	0.35	0.6	-265
D10- 5	50	9.7	10	5	-2.24	-4.48	0.35	0.6	-470
D10-10	50	9.7	10	10	-1.30	-2.60	0.35	0.6	-352
D10-25	50	9.7	10	25	-0.60	-1.20	0.35	0.6	-265
D25-S	150	11.7	25	0	1.60	3.20	0.35	0.6	+ 90
D25-S	150	11.7	25	5	-2.24	-4.48	0.35	0.6	-352
D25-25	150	11.7	25	25	-0.60	-1.20	0.35	0.6	-265
D50- 5	300	11.7	50	5	-2.24	-4.48	0.35	0.6	-470
D50-10	300	11.7	50	10	-1.30	-2.60	0.35	0.6	-352
D50-25	300	11.7	50	25	-0.60	-1.20	0.35	0.6	-265

Om de kwaliteit van het sturen te beoordelen zijn voor elke gesimuleerde run de wortels uit de gemiddelde kwadraten van de gebruikte roerhoeken  $\sqrt{\bar{\delta}^2}$  en de koersafwijkingen  $\sqrt{\bar{\psi}^2}$  bepaald. Het resultaat is uitgezet in Figuur 7.7. op basis van de breedte van de spiraal lus en als functie van de "tijdconstante" L/V. Een kleine L/V betekent snellere reacties op roeruitslagen en maakt dus snel reageren van de menselijke roerganger noodzakelijk.



Figuur 7.7: Resultaat van simulator experiment koersvaren.

Het is duidelijk dat voor kleine L/V de invloed van de lusbreedte véél belangrijker is dan bij een grote L/V : grote schepen reageren door grotere traagheidsmomenten e.d. langzamer en dat geeft de roerganger meer tijd om adequaat te reageren op afwijkingen van de geplande koers.

Uit dergelijke studies met een simulator is het mogelijk om een min of meer kwantitatief oordeel te geven omtrent de stureigenschappen van een schip.

Tijdens de proeven bleek dat een ongetrainde roerganger véél slechter stuurt dan iemand met ervaring. Het leerproces toonde aan dat na 15 à 20 runs de uiteindelijke R.M.S. waarden voor roerhoek en koershoek slechts 20% à 30% van de beginwaarden bedroegen.

## Literatuur 7.

- [1] TNO-Project 7/8  
"Simulatie"  
Aug. 1977.
- [2] International Shipbuilding Progress  
Vol. 17, No. 185.  
January 1970.
- [3] Nomoto, K; Kundler, W.;  
"Manövriersimulatoren in Japan".  
Schiff & Hafen, Heft 11/1976 28. Jahrgang.
- [4] Jaspers, B.W.  
"The TNO-Iweco ship manoeuvring simulator"  
TNO-Report no. 76190/1  
September 1976.
- [5] Goothelp, L; Blaauw, G.J.; Horst, A.R.A. v.d.;  
"Een simulator voor onderzoek van scheepvaart en wegverkeer"  
TNO-Project 9, 1975.
- [6] Simulatoren in der Ausbildung nautischer Schiffsoffiziere  
Schiff & Hafen, Heft 11/1976, 28.Jahrgang.
- [7] "The Development of Britain's Ship Handling Simulator"  
The Nautical Institute Supplement  
August, 1975.
- [8] Sperry Shiphandling trainer-model ST-5 sperry systems manage-  
ment division sperry rand corporation.  
Great Neck, New York, 11020.
- [9] Computer-aided Operations research facility  
National Maritime Research Center  
Kings Point, N.Y. 11024.

- [10] "Ship-handling training at Swedish simulator"  
Shipbuilding and Shipping Record  
January 4/11, 1974.
- [11] "Simulation of the steering- and manoeuvring characteristics  
of a second generation container ship".  
G.M.A. Brummer et al.  
Nederlands Scheepsstudiecentrum TNO  
Rapport no. 170 S  
augustus 1972.
- [12] Tuyens, C.L.; e.a.  
"De invloed van een ingekrompen tijdschaal op het leren  
manoeuvreren van grote schepen"  
NSS rapport nr. 21S;  
December, 1970.
- [13] Jaspers, B.W.  
"Training with Marine Simulators".  
TNO-Report no. 5112003  
March, 1978.