

ONDERZOEK NAAR DE HAALBAARHEID VAN ONDERSPUITDAM

DEEL 1: vaststellen van het opbouwmechanisme

J.V. Aalten
Delft, maart 1986

VOORWOORD

Dit is het eerste deel (van twee) van de verslaglegging van mijn afstuderen bij de Vakgroep Algemene Waterbouw, Afdeling der Civiele Techniek aan de T.H. Delft.

Het onderwerp van mijn afstuderen was , het onderzoeken van de haalbaarheid van de onderspuitmethode (een alternatieve uitvoeringsmethode voor het opbouwen van zandlichamen, bedacht door de heer Duyster, docent aan de HTS Dordrecht).

De proeven, die in hoofdstuk 3 zijn beschreven, heb ik samen met Reggie Villanueva en Theo Wieringa (afstudeerders aan de HTS Dordrecht) uitgevoerd, onder begeleiding van Rijkswaterstaat, met name de heren Mouw en Nederlof. In hoofdstuk 3 "Verslaglegging van de proeven" van dit verslag zou "ik" derhalve in vele gevallen beter door "wij" kunnen worden vervangen.

Groot is mijn dank aan de heer ir. J. Stuip, die mij zeer behulpzaam is geweest bij het schrijven van dit eerste deel.

Jeroen Aalten

INHOUDSOPGAVE

	pag. 1
INLEIDING	
HOOFDSTUK EEN: INTRODUKTIE VAN DE ONDERSPUITMETHODE	
1.1 EEN EERSTE KENNISMAKING	2
1.1.1 Beschrijving van de methode	2
1.1.2 Gebruikssituaties voor de onderspuitmethode	3
1.2 HAALBAARHEID VAN DE VOORGESTELDE METHODE	6
HOOFDSTUK TWEE: THEORIEVORMING VOOR DE ONDERSPUITMETHODE	
2.1 INLEIDING	7
2.2 THEORETISCHE ASPECTEN VAN HET GEDRAG VAN HET ZAND- WATER-MENGSEL	7
2.2.1 Opbouwmechanismen met en zonder mat	7
2.2.2 Bezwijkmechanismen met en zonder mat	17
2.3 HYPOTHESEVORMING OMTRENT HET OPBOUWMECHANISME VAN HET ZANDLICHAAM	24
2.3.1 Hypothese 1 : oppervlakteopbouw van het zandlichaam	24
2.3.2 Hypothese 2 : sedimentatie op de kruin, gevolgd door afschuivingen	27
2.3.3 Vergelijking van de hypothesen 1 en 2	28
HOOFDSTUK DRIE : VERSLAGLEGGING VAN DE PROEVEN	
3.1 DOEL VAN DE PROEVEN	30
3.2 DE PROEFOPSTELLING	30
3.2.1 Eisenpakket ten aanzien van het model	30
3.2.2 Verantwoording van de proeven op schaal	30
3.2.3 Omschrijving van de proefopstelling	33
3.2.4 Metingen	38
3.3 PROEVENVERSLAG	39
3.3.1 Overzicht van de verschillende proefomstandigheden	39
3.3.2 Waarnemingen tijdens de proeven	41
3.3.3 Waarnemingen na de proeven	43
HOOFDSTUK VIER : INTERPRETATIE VAN DE PROEFRESULTATEN VOOR HET PROTOTYPE	46
HOOFDSTUK VIJF : AANBEVELINGEN VOOR NADER ONDERZOEK	47
BIJLAGE 1 : LITERATUURLIJST	48
BIJLAGE 2 : METINGEN AAN DE VORM EN DE HELLINGEN VAN ALLE TALUDS, DIE UIT DE PROEVEN ONTSTAAN ZIJN	49

INLEIDING

Voor u ligt het eerste deel van een onderzoek naar de haalbaarheid van de "onderspuitmethode" als alternatieve uitvoeringsmethode voor het opbouwen van zandlichamen.

In dit eerste deel wordt aan de hand van een onderzoek naar de optredende verschijnselen getracht tot een kwalitatieve vaststelling van het opbouwmechanisme te komen.

In hoofdstuk 2 is getracht aan de hand van (theoretische) kennis omtrent conventioneel opspuiten van zandlichamen tot de hypothesen voor de opbouw- en bezwijkmechanismen van het zandlichaam te komen.

Vervolgens wordt er een verslag gedaan van de proeven, die hebben plaatsgevonden om deze mechanismen-hypothesen te toetsen (Hoofdstuk 3).

Dan wordt er een keuze gemaakt omtrent het aan te nemen opbouwmechanisme voor het prototype (Hoofdstuk 4).

Tenslotte worden in hoofdstuk 5 aanbevelingen voor nader onderzoek gedaan.

Jeroen Aalten

HOOFDSTUK EEN; INTRODUKTIE VAN DE ONDERSPUITMETHODE

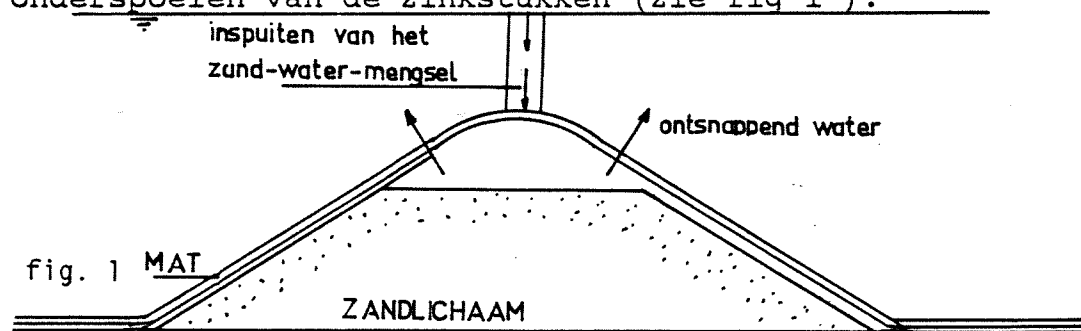
1.1 EEN EERSTE KENNISMAKING.

1.1.1 Beschrijving van de methode

De nieuwe methode bestaat uit het neerleggen van de zinkstukken, die daarna met een zand-water-mengsel ondergespoten worden: het water wijkt door de poreuze zinkstukken, het zand blijft liggen en de zinkstukken komen, aansluitend op de gevormde zandlichamen, omhoog.

Het zand blijft tijdens de uitvoering (en daarna) geheel beschermd.

Ook boven water kan, naar verwachting, doorgegaan worden met het onderspoelen van de zinkstukken (zie fig 1).



Mogelijke voordelen van de onderspuitmethode zijn :

- a. versteiling van het talud, hetgeen mogelijkerwijs met een betere pakking gepaard gaat.
Deze voordelen zijn het onderwerp van dit deel van mijn verslaglegging: in de hoofdstukken 2,3 en 4 zullen aan de hand van achtereenvolgens hypothesestelling, proeven ter toetsing van deze hypothesen en tenslotte een hypothesesekeuze, deze aspecten (versteiling en dichtere pakking) nader uitgewerkt worden.
- b. bescherming van het talud ter plaatse van het getijgebied, zodat daar geen afzwakking van de taludhelling (ten gevolge van de golfslag) plaats kan vinden.
- c. vermindering van de zandverliezen, die vooral bij de conventionele methode bij het afsluiten van sluitgaten erg groot kunnen zijn (door de grote stroomsnelheden, die in die situaties optreden).

In paragraaf 1.1.2 worden enkele gebruikssituaties gegeven, waar bovenstaande voordelen van doorslaggevend belang kunnen zijn.

1.1.2 Gebruikssituaties voor de onderspuitmethode

Er zijn verschillende situaties, waar de onderspuitmethode voordelen voor de uitvoering kan opleveren. In het onderstaande worden enkele van deze situaties beschreven.

a. versteiling van het talud over grote diepte

De winst bij gebruik van de onderspuitmethode in deze situatie, wordt bepaald door versteiling van het talud ten opzichte van het "conventionele" talud. De grondmoot, die zodoende bespaard wordt, is in het onderstaande figuur 2 gearceerd.

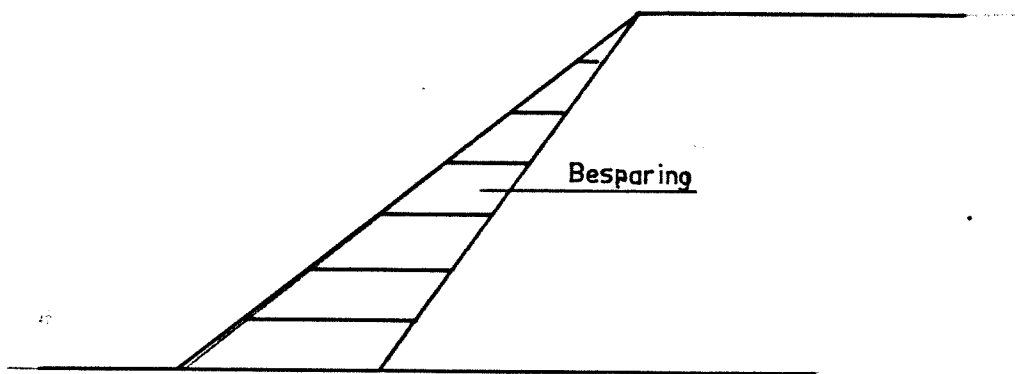


fig. 2 : besparing van zand door versteiling van het talud

b. bescherming van het talud ter plaatse van de getijzone

Bij conventionele zandstorten ontstaat ter plaatse van de getijzone een zeer flauwe drempel (helling 1:40) over de totale hoogte van het getij, dat tijdens de uitvoering optreedt.

Bescherming van het talud ter plaatse van de getijzone, zoals dit bij de onderspuitmethode gebeurt, vermijdt deze drempel. De besparing die dit oplevert, is in figuur 3 gearceerd.

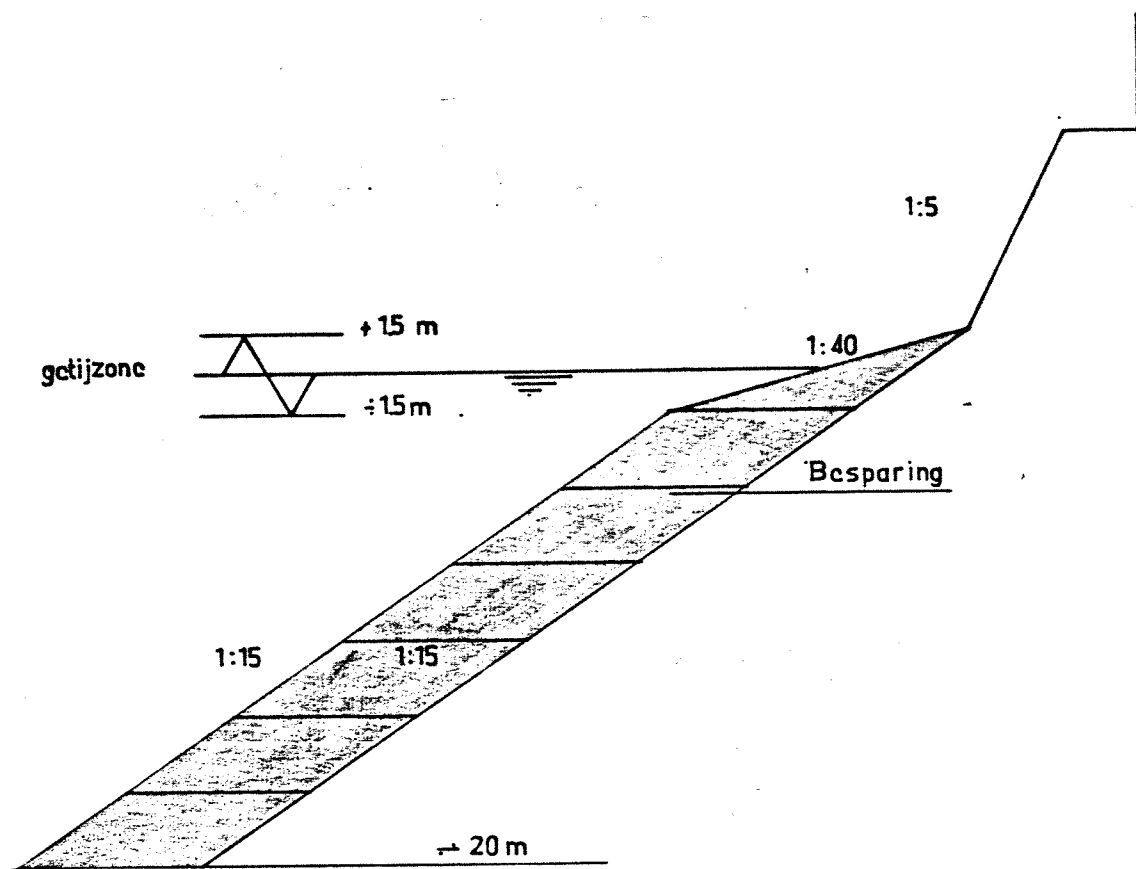


fig. 3 : dwarsprofiel sluitgat Tholense Gat

De te bereiken besparingen zullen bij gebruik van de onder-spuitmethode uiteraard het grootst zijn, in situaties waar het getij, of hoog is, of in de loop van de uitvoeringstijd sterk varieert, zodat de breedte van de ontstane drempel bij de conventionele methode erg groot geworden zou zijn.

c. duur zand

Indien het zand moeilijk te winnen is of indien de afstand tussen het wingebied en de opspuitlokatie groot is, zodat de transportkosten hoog worden, zal het zand duur zijn en wordt het nog meer de moeite waard op de hoeveelheid te verwerken zand te besparen, zoals in het bovenstaande beschreven is.

d. afsluiting van sluitgaten

Bij het afsluiten van sluitgaten bij zanddammen treden vaak hoge stroomsnelheden op. Deze sterke stromingen gaan gepaard met een groot zandverlies en hebben als bijkomend effect een langere uitvoeringsduur.

In sommige situaties zal het zelfs door de stroming niet mogelijk zijn, het sluitgat door middel van zand opspuiten te dichten. Dan moet er toevlucht tot "groffer geschut" genomen

worden, zoals caissons, basaltblokken en betonblokken, hetgeen met hoge kosten gepaard gaat.

De onderspuitmethode kan in deze situatie een alternatieve methode voor de sluitgat-sluiting betekenen.

e. afhankelijkheid van het weer

Bij het gebruik van de onderspuitmethode is men minder afhankelijk van het weer, omdat de mogelijkheid om te stoppen, indien het weer daartoe dwingt, aanwezig is (zonder dat grote hoeveelheden zand worden weggeslagen of meegevoerd door de stroming).

1.2 HAALBAARHEID VAN DE VOORGESTELDE METHODE

Reeds in het voorgaande is vermeld dat de nieuwe methode economisch aantrekkelijk kan zijn bij de bouw van afsluitdammen, buitengaatse eilanden, enz.

Het is dus zaak, van de voorgestelde methode de technische uitvoerbaarheid te onderzoeken, de uitvoeringswijzen te ontwikkelen en de kosten te vergelijken met die van de bestaande methoden.

Aangaande de technische uitvoerbaarheid geldt, dat:

- a. het neerleggen van de zinkstukken geen probleem is.
- b. tijdens het opspuiten ook de naden tussen de zinkstukken zanddicht dienen te blijven: dit onderdeel vergt nader onderzoek en ontwikkeling.
- c. tijdens het onderspoelen de zinkstukken niet mogen scheuren: de zinkstukken dienen voldoende sterk en flexibel te zijn.
- d. het onderspoelen van zinkstukken met een zand-water-mengsel operationeel met behulp van bestaand materieel uitvoerbaar is.
- e. De opbouwwijze van het zandlichaam, met ander woorden het gedrag van het zand-water-mengsel onder het zinkstuk, slecht te voorspellen is.

Volgens de huidige stand van de techniek kan men dus niet op betrouwbare wijze onderspuitdammen ontwerpen en uitvoeren.

Het belangrijkste en fundamenteelste probleem in dit stadium is de onbekendheid van het opbouwmechanisme (zoals reeds onder bovenstaand punt e. aangehaald) : zonder inzicht in de werking van de onderspuitmethode kan deze methode onmogelijk beoordeeld worden. Daarom is dit het hoofdonderwerp in de rest van dit eerste deel van mijn onderzoek.

HOOFDSTUK TWEE: THEORIEVORMING VAN DE ONDERSPUITMETHODE

2.1 INLEIDING

Dit hoofdstuk geeft een opsomming van de theoretische aspecten van de opbouw- en bezwijkmechanismen, zoals die bij de onderspuitmethode optreden.

Ten dele zijn de mechanismen, die het gedrag van een mengsel onder een mat bepalen, verwant aan de mechanismen, zoals die bij conventionele opspuitingen optreden. In paragraaf 2.2 wordt naar aanleiding van een literatuurstudie een KWALITATIEVE beschrijving gegeven van de opbouwmechanismen (afstromings- en sedimentsprocessen) en de bezwijkmechanismen, zoals die bij een conventionele opspuiting optreden. Vervolgens wordt er voor elk mechanisme aangegeven, wat er bij gebruik van een mat verandert (ten opzichte van het conventioneel opspuiten).

Bij het onderspuiten is de wisselwerking tussen de genoemde mechanismen en de mat van belang. Deze wisselwerking wordt bepaald door:

- matparameters (zand- en waterdoorlatendheid)
- grootte van de ballast
- zandsoort (korrelverdeling, pakking, water- en doorlatendheid)
- eventuele weerstand, die de mat op het talud uitoefent.

Deze afzonderlijke mechanismen worden vervolgens in paragraaf 2.3 tezamen gebracht tot twee hypothesen, omtrent de mogelijke wijzen van opbouw bij de onderspuitmethode. In de proevenreeks worden deze hypothesen getoetst (zoals in hoofdstuk 3 beschreven).

2.2 THEORETISCHE ASPECTEN VAN HET GEDRAG VAN HET ZAND-WATER-MENGSEL

2.2.1 Opbouwmechanismen, met en zonder mat

a. De krater (zie fig. 4)

Het zand-water-mengsel verlaat de spuitopening. De straal treft met een grote snelheid de bodem. Hierdoor wordt het zand losgewoeld en in de vloeistof opgenomen, zodat het trefgebied uitschuurt. Direkt buiten het trefgebied stroomt het water omhoog weg; doordat het mengsel in korte tijd afgebogen wordt en daarna vertikaal wegstroomt, heeft het losgewoelde en eventueel al in de straal aanwezige zand geen mogelijkheid om te bezinken. Hoger in de kuil wordt de stroming rustiger en kan het zand op de helling en de rand bezinken.

Als nu door het bezinken en het uitschuren de helling van de

krater gelijk aan Φ is geworden, ontstaat er een dispersiestroom de kuil in, die het zand, dat door de straal is weggeërodeerd, weer aanvult.

Het zand dat in de krater gespoten wordt, ontmengt hierin: de grovere korrels blijven achter en het zand dat langs de helling stroomt, heeft een kleinere korreldiameter.

De krater wordt begrensd door een ringvormige dijk.

b. De suspensiestroming

Beschrijving van het verschijnsel zonder mat

Langs het buitentalud loopt het mengsel over de kraterrand in golven weg, waarna het als suspensiestroming afstroomt (zie fig. 4).

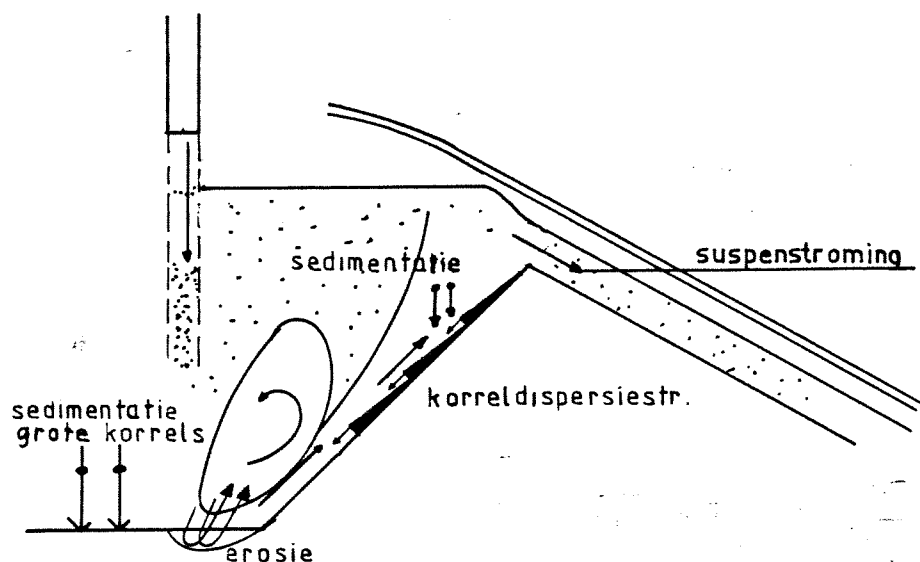


fig. 4 : de krater en de suspensiestroming

De suspensiestroming langs het talud is te beschrijven als een dichtheidsstroom, aangedreven door turbulentie [13].

De suspensiestroming langs het talud versnelt in eerste instantie en is turbulent en superkritisch.

Deze dichtheidsstroom neemt voortdurend af in dichtheid als gevolg van het uitzakken van zand. De stroom blijft door dit uitzakken meestal intern superkritisch en is dan instabiel. De grenslaag tussen suspensiestroming en water gaat na enige tijd slingeren. Dit verschijnsel wordt sterker naarmate het dichtheidsverschil tussen de lagen kleiner wordt. Vervolgens neemt de laagdikte van de stroming plotseling toe en de stroming eindigt in een soort mengselsprong, waarna het karakter van dichtheidsstroom verdwijnt: de laag lost als het ware op. Het merendeel van het zand sedimenteert op het boventalud.

De pakking van het sediment uit de suspensiestroming is onregelmatig en slecht (door ontmenging en de kleine bezinksnelheid die met name bij hoge volumeconcentraties zand optreden (zie fig 5)).

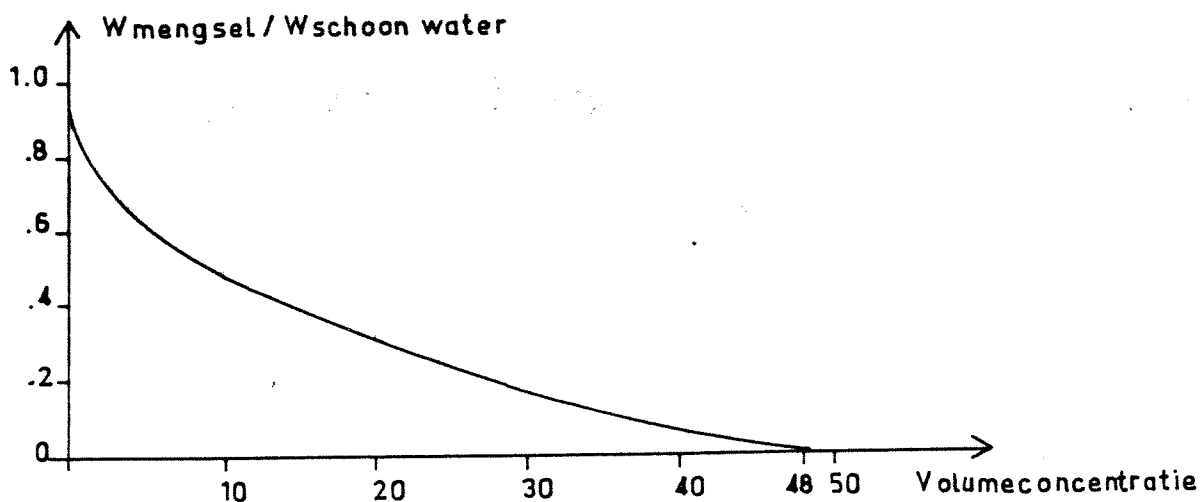


fig. 5 : de relatieve valsnelheid als functie van de volumeconcentratie

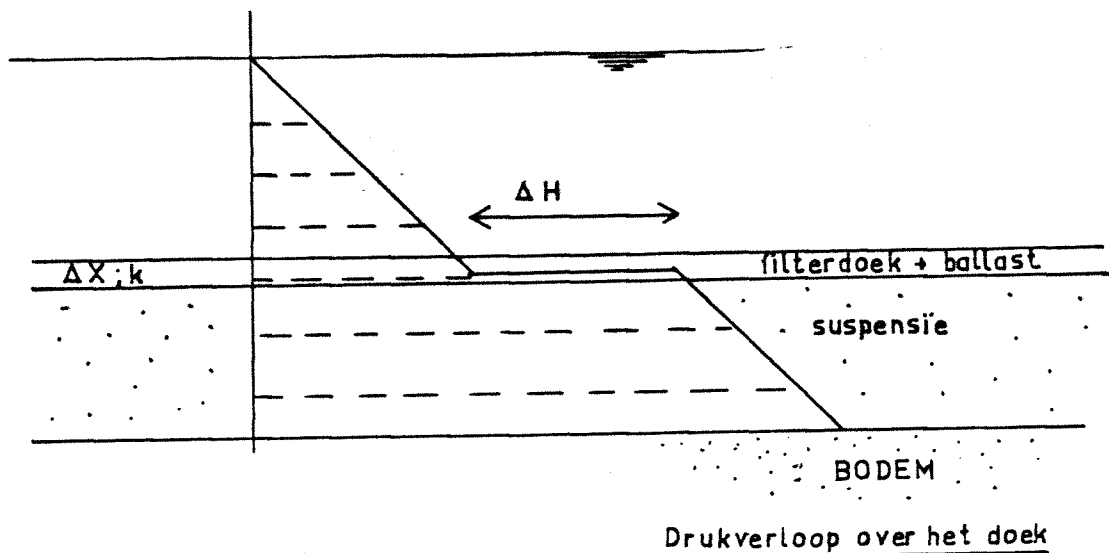
De invloed van de mat kent verschillende aspecten :

Versneld uitdrogen van de korreldispersiestroming ten gevolge van wateruittreding

Ook de suspensiestroming onder de mat is te beschrijven als een turbulente superkritische dichtheidsstroming. Door de aanwezigheid van de mat zal voor de dichtheidsstroming het aspect van het uitzakken van het meegevoerde zand gelijk blijven.

Door het dichtheidsverschil tussen het water onder en boven de mat, en de kromming van de mat zal er een overdruk over de mat ontstaan. Deze overdruk bewerkstelligt een uittreden van het opspuitwater door de mat. Door het gelijktijdig uittreden van het water zal bij het gebruik van een mat de stabiliteit van de superkritische dichtheidsstroming gewaarborgd zijn. De dichtheid van de suspensiestroming zal groter worden door het uittredende water.

Door deze verhoogde dichtheid zal versnelde sedimentatie plaatsvinden (immers de zandtransportcapaciteit wordt verre overschreden), waardoor ten opzichte van zonder mat een versteiling van het talud verkregen wordt. Echter de bezinksnelheid van de afzonderlijke korrels zal ten gevolge van de hoge zandconcentratie en de tegenstroom van het uittredende water klein zijn, waardoor een slechte pakking verkregen wordt (zie fig. 6).



• $V_{uit} = k \Delta H / \Delta X$

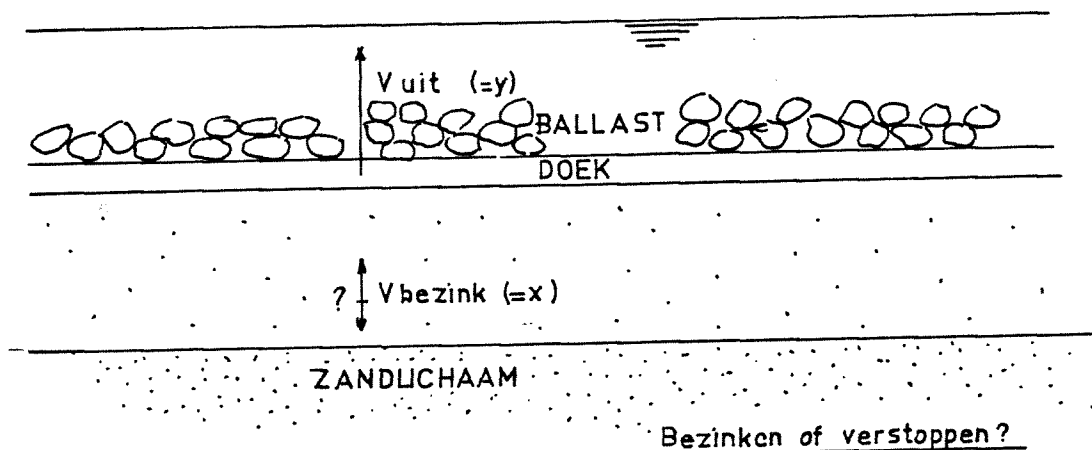


fig. 6 : de zandworstanalogie

Dichtslibben van de mat

In het zand-water-mengsel onder de mat zullen de grotere korrels als eerste bezinken, waardoor in principe de kleinere korrels overblijven. Ten gevolge van de wateruittreding zal de effectieve valsnelheid van alle korrels met de zelfde waarde afnemen. De resulterende effectieve valsnelheid van de kleine korrels zal relatief meer afnemen dan de effectieve valsnelheid van de grote korrels, waardoor sterkere ontmenging plaatsvindt. De bezinksnelheid van de kleine deeltjes zal een zekere waarde x bedragen.

Omdat het water door het doek naar buiten moet treden, zal er een uittreesnelheid met een waarde y ontstaan. De uittree-

snelheid y is afhankelijk van het verhang over de filter en de doorlatendheid van de mat:

$$v(\text{uit}) = k * I$$

hierin is :

- $v(\text{uit})$ = de uittreesnelheid [m/s]
- k = de doorlatendheidsfactor [m/s]
- I = het verhang [l]

Het verhang is DH / Dd

De vraag is nu of de uittreesnelheid zo groot is, dat de kleinere korrels in plaats van te bezinken door het uittreden de water tegen de binnenkant van het filterdoek gedrukt worden (zie fig. 6). Hierdoor raakt het doek plaatselijk verstopt. De verminderde zanddoorlatendheid heeft verminderde zandverliezen tot gevolg. Door de verminderde wateruittreding zullen bovenstaande gevolgen van uittredend water minder sterk optreden.

Samenvatting

Wat de mat betreft valt een taludversteilend effect te verwachten, terwijl de pakking slechter wordt. De gedragingen van het grove en het fijne zand bij het gebruik van de mat komen dichterbij elkaar, waardoor er minder ontmenging zal optreden.

c. korreldispersiestromingen

Het zand dat op de bovenkant van het talud gesedimenteerd is, stroomt, als de helling steiler is dan de evenwichtshelling, onder invloed van de zwaartekracht in zandtongen, die korreldispersiestromingen genoemd worden, af.

Het bevrozen van de korreldispersiestromingen is bij het conventioneel opspuiten HET opbouwmechanisme van het talud [11].

Nadere toelichting

Het begin van het afstromen verloopt niet continu. De initiële hoek ϕ_i , waarbij de korrelaagjes gaan stromen, ligt namelijk hoger dan de hoek waaronder laagjes afstromen en de residuele hoek ϕ_r , waarbij de stroming stopt: $\phi_i = \phi_r + 2^\circ$. De korrelaag langs een talud met een helling ϕ_i begint dus pas af te stromen als het talud plaatselijk 2° versteild is (zie fig. 7).

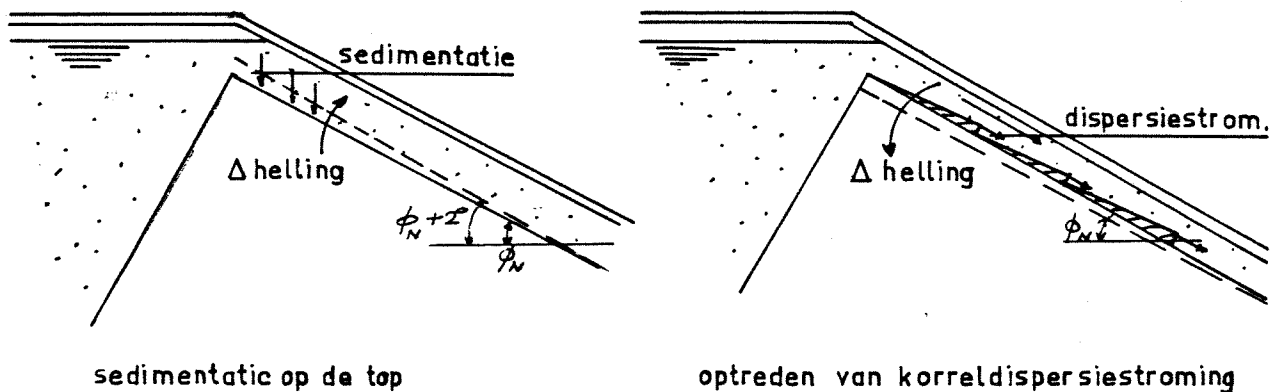


fig. 7 : de korreldispersiestroming

Het is mogelijk dat er langs de helling, onder aanzuiging van water, een stationaire uniforme stroming gaat lopen. Deze porienvloeistof wordt, tijdens het passeren, afwisselend aangezogen of weggeperst. Door de aanwezigheid van de korrels zijn de eigenschappen van de vloeistof uiteraard afwijkend van de porienvloeistof zelf.

Het blijkt dat de laagjes zich nu gedragen als een vloeistof. Deze vloeistof kan een visceus (laminair) karakter hebben (zowel korrelbotsingen als de porienvloeistofviscositeit spelen dan een rol) of een traagheids- (turbulent) karakter (hierbij spelen alleen korrelbotsingen een rol).

Deze normaalspanningen, ook wel korreldispersiespanningen genoemd, compenseren voor de korrels de zwaartekracht.

Het blijkt dat er een helling ϕ_r is, waarbij de aandrijvende kracht te gering wordt om de korrels, die in hoge concentratie bij elkaar zitten, zwevend te houden: de laagjes bevriezen bij deze helling met een constante nbevries (het zogenaamde porienbevriesgehalte).

De hoek van inwendige wrijving van zand, ϕ_r is een functie van dit porienbevriesgehalte. De ϕ_r -waarde zal nu gelijk zijn aan de hoek van inwendige wrijving dat bij het poriengehalte nbevries hoort. ϕ_r is dus een materiaalconstante.

Hierdoor heeft het verleden (zoals het debiet, de mengseldichtheid en de storthoogte bij het opspuiten) geen invloed op de korrelpakking.

De invloed van de mat kent verschillende aspecten:

I. Door het uitreden van de porienvloeistof zullen de korrelstromingen versneld opdrogen en dus hoger op het talud tot stilstand komen, zodat de helling nabij het natuurlijk talud blijft.

Wat het eindresultaat betreft: de uiteindelijke helling is slechts een functie van de korrelgrootte(verdeling) en wordt dus niet beïnvloed door het gebruik van de mat.

II. Evenals de helling is de pakking nbevries slechts een functie van de korrelgrootte(verdeling).

III. Een aanliggende mat verhindert de korreldispersiestroming te stromen. Een voorwaarde die dus moet worden gesteld, is dat de mat loskomt van het talud om de korreldispersiestroming doorgang te verlenen.

Het niet-aansluiten van de mat is een zeer ongewenste toestand in verband met de desastreuze gevolgen van stroming en golfslag op de mat.

De voorwaarde (het loskomen van de mat van het talud) houdt in, dat de druk van het zand-water-mengsel onder de mat veel groter is dan de waterdruk plus ballast boven de mat. Door dit dichtheidsverschil (en de overdruk) wordt de mat met ballast omhoog gedrukt zodat de suspensiestroming langs het talud kan doorstromen (zie figuur 8). Door de toename van het volume zal de overdruk tot nul afnemen en zal zodra de druk binnen en buiten gelijk zijn, een stabiele toestand ontstaan.

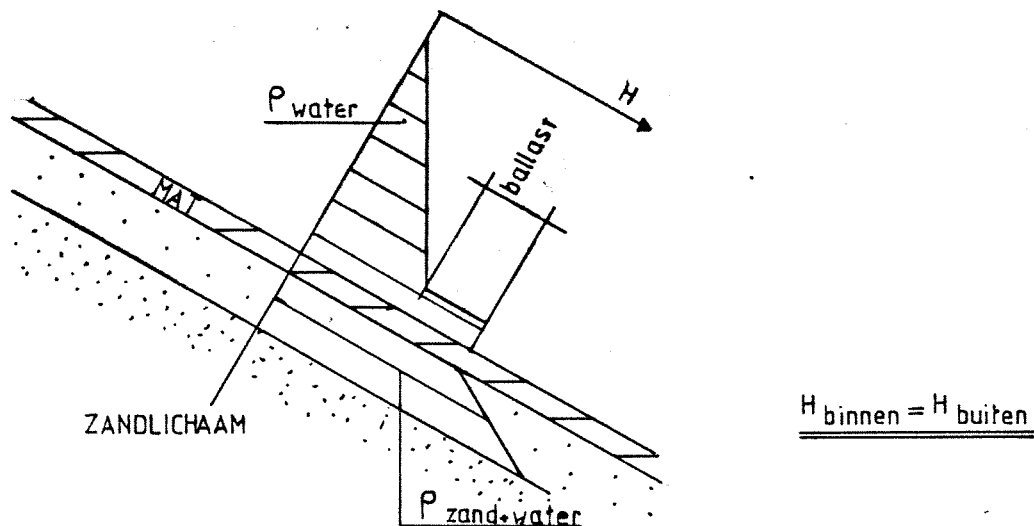


fig. 8 : de overdruk drukt de mat van het talud en maakt ruimte voor de overtrekkende suspensiestroming

De korreldispersiestroming ontstaat nadat het teveel versteilde talud (ϕ -natuurlijk $\neq 2$) begint af te schuiven, waarbij de mat wordt opgetild. Tegelijkertijd stroomt vanaf het boventalud een suspensiestroming langs het talud, waardoor water ter smearing van de korreldispersiestroming wordt aangevoerd (zie fig. 9).

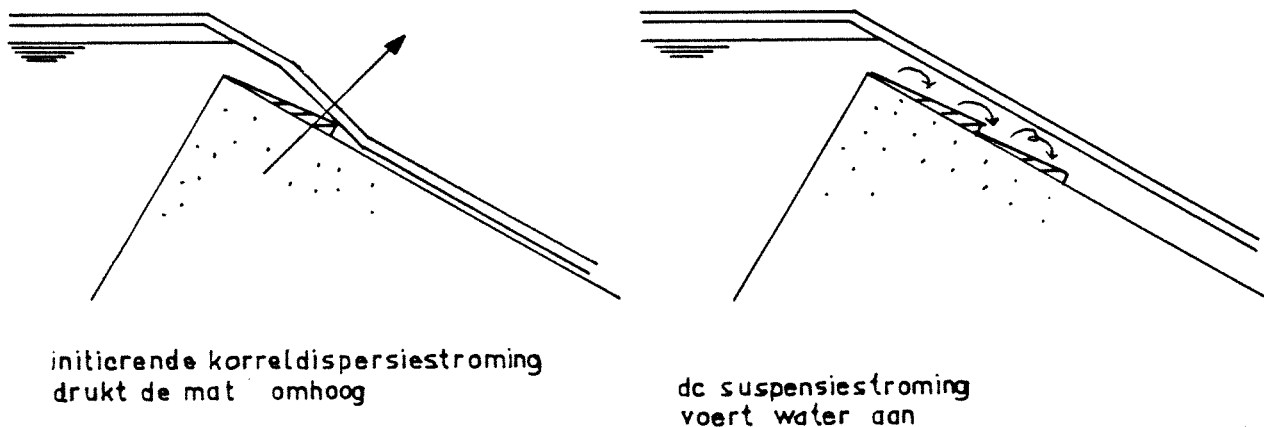


fig. 9 : initiatie door afschuivende korreldispersiestromingen

Nadere opmerking bij bovenstaand figuur :
Essentieel is dat de mat zwaar geballast is, immers het onder-
watergedeelte moet weerstand kunnen bieden aan golfslag en
overtrekkende stromingen.

V. De al dan niet zekerende invloed van de mat
Heeft de mat bij direkte aansluiting van de mat op het talud
een korreldispersiestroming-zekerende of -stimulerende invloed
op het zandlichaam ?
De onderstaande figuren 10 en 11 beantwoorden deze vraag.

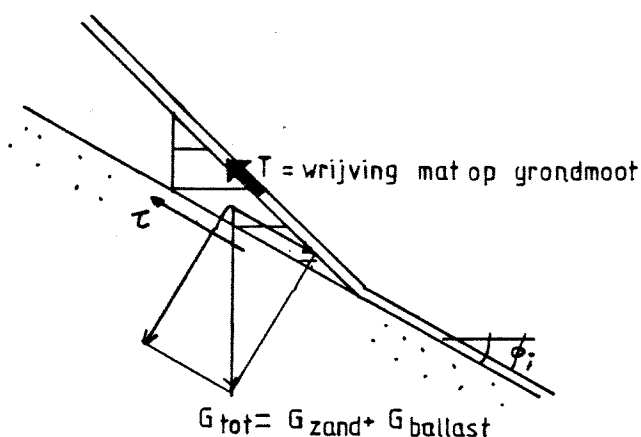


fig. 10 : krachterevenwicht

$$f * (G_{\text{zand}} + G_{\text{ballast}}) * \cos \phi + f * G_{\text{ballast}} * \cos (\phi + 2^\circ) * \cos (2^\circ) > (G_{\text{zand}} + G_{\text{ballast}}) * \sin \phi$$

$$0.58 * \frac{(1 + G_b / G_z)}{(1 + 2 * G_b / G_z)} < f$$

In getallen houdt dat devolgende vergelijking in :

$$0.29 - 0.58 < f (= \sin \phi = 0.5)$$

Aan deze voorwaarde wordt praktisch altijd voldaan.

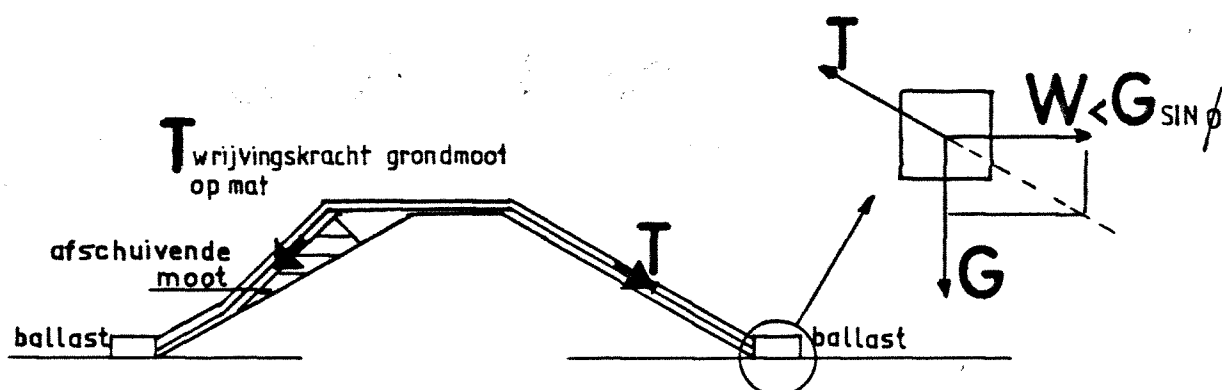


fig. 11 : krachterevenwicht over de dwarsdoorsnede

Opmerkingen bij fig. 11 :

- links een grondmoot hangend aan de mat (wrijvingskracht T)
- rechts ligt de mat aan op het zandlichaam onder natuurlijk talud. De mat brengt de wrijvingskracht T over op de rechterballast

Dus door verankering door middel van randballast zekert de kritieke zand tong bij aansluiting van de mat op het aanliggende talud.

Daardoor is het optreden van een grotere helling voor het optreden van de korreldispersiestroming mogelijk. Dit is slechts een tijdelijke situatie. Immers zodra de aansluiting van de mat op het talud plaatselijk/tijdelijk afneemt, vermindert het zekerend vermogen van de mat abrupt en initieert de korreldispersiestroming zich. Het belangrijkste gevolg van de versteiling bovenop het natuurlijk talud is dat de mat het beginnen van de korreldispersiestroming meer overvloedig zand afgevoerd moet worden, hetgeen dus met meer geweld gepaard zal gaan. Dit geweld is niet van belang zolang zij het doek niet beschadigt.

2.2.2 Bezwijkmechanismen, met en zonder mat

In deze paragraaf worden de bezwijkmechanismen beschreven, zoals deze optreden tijdens het onderspuiten van de matten.

a. afschuifvlakken

Het buitentalud wordt rigoreus aangevallen als een van de buitenste lagen zou afschuiven (zie figuur 12).

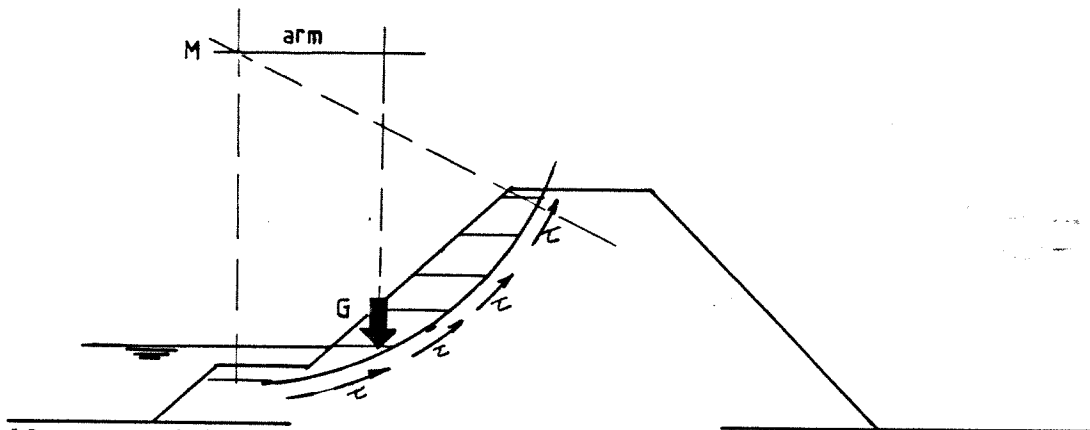


fig. 12 : evenwicht van afschuifvlakken

Dit fenomeen treedt op indien het aandrijvend moment, gevormd door de bezwijkende grondmassa en de arm, groter wordt dan het weerstandbiedende moment, opgebracht door de schuifweerstand langs het afschuifvlak.

De stabiliteit van het buitentalud kan aan de hand van afschuifberekningen worden beschouwd. Voor deze berekeningen zijn de volgende gegevens omtrent het aanwezige talud benodigd: extreme waterpeilen, ligging van het freatisch vlak (waterdrukken) in het zandlichaam en de pakkingen van het zandlichaam, de helling van het talud.

Naast deze spanningsvariabelen, moeten er gegevens omtrent de "sterkte" van de grond beschikbaar zijn, zoals de hoek van het natuurlijk talud ϕ en de cohesieconstante c .

In het geval van een talud onder water, zonder stroming van het grondwater gelden dezelfde evenwichtsvergelijkingen als voor een talud op het droge met alleen γ vervangen door $\gamma - \gamma_w$ echter de stabiliteitsfactor F onafhankelijk was van ϕ is blijkbaar ook in dit geval de veiligheidsfactor gelijk aan $\frac{\tan(\phi)}{\tan(\alpha)}$ (ϕ = helling van het natuurlijk talud, α van het betreffende talud).
Onder water is dus ook een helling onder het natuurlijk talud mogelijk.

Bij een evenwichtsbeschouwing van een zandlichaam, waar een stroming evenwijdig aan het oppervlak stroomt (dus ZONDER

uittreding van dit water) vindt men een stabiliteitsfactor F gelijk aan $\frac{\gamma - \gamma_w}{\gamma} \cdot \frac{\tan \phi}{\tan \alpha}$. Omdat $\frac{\gamma - \gamma_w}{\gamma} < 1$ (in praktijk ongeveer 0.5), vindt men nu dat het steilste mogelijke talud veel flauwer is dan het natuurlijke talud ϕ .

De grondwaterstroming heeft dus een ongunstige invloed op de stabiliteit van het talud. Dit mede gezien het feit, dat de gunstige aanname, dat het grondwater bij de uitvoering van de onderspuitmethode niet uittreedt, niet geldt.

Het door het talud uittredende water zal een extra eroderende werking hebben, die nieuwe afschuifvlakken zou kunnen initiëren.

Door het inspuiten van een zand-water-mengsel onder de mat ontstaan overdrukken en grondwaterstromingen (zie fig 13) .

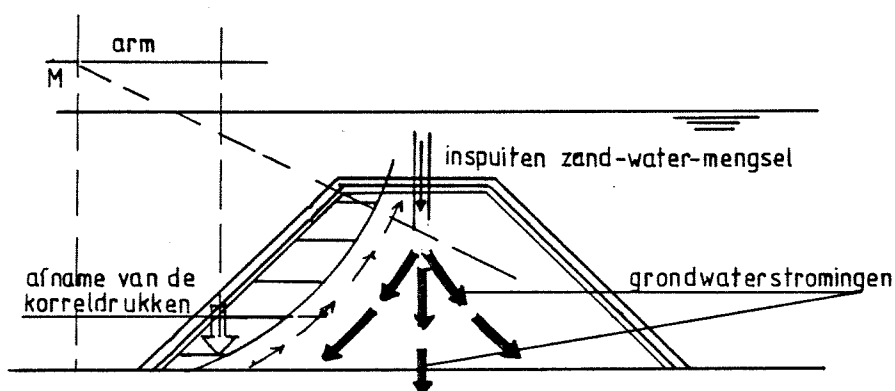


fig. 13 : grondwaterstromingen ten gevolge van ingespoten water

Door de overdrukken worden grondwaterstromingen (van de krater naar het talud) geïnitieerd. Deze grondwaterstromingen door het zandlichaam doet de korreldruk afnemen en maken zodoende een baan voor schuifvlakken vrij. De schuifvlakken en de grondwaterstromingen zullen grotendeels samenvallen.

Door de aanwezigheid van de mat zullen eerder de diepere schuifvlakken geïnitieerd worden, omdat door wrijving op het talud de "oppervlakte"lagen van het talud als het ware vastgehouden worden (zie fig 14) .

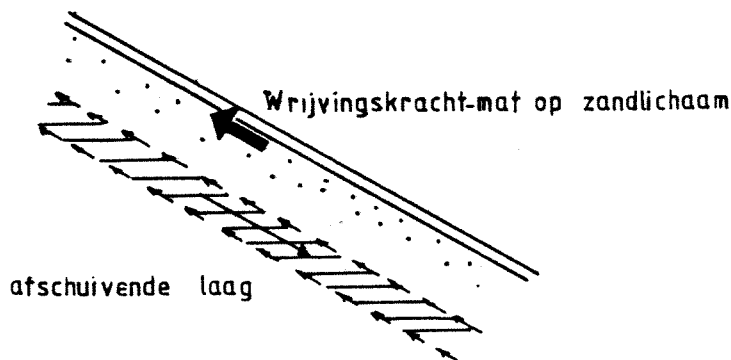


fig. 14

In de praktijk zal een combinatie optreden van het eerste mechanisme (schuifvlakken, die samenvallen met de grondwaterstroomlijnen) en het tweede mechanisme (schuifvlakken, die parallel met het talud lopen).

De invloed van de mat kent verschillende aspecten:

- I. Een vastere pakking van het zandlichaam zal meer weerstand bieden
- II. De ballast moet zo klein mogelijk blijven, immers de ballast vergroot het aandrijvend moment (zie figuur 15). Een bijkomend effect is de vergroting van de korreldruk ten gevolge van de ballasting, hetgeen extra weerstand tegen de afschuiving biedt.

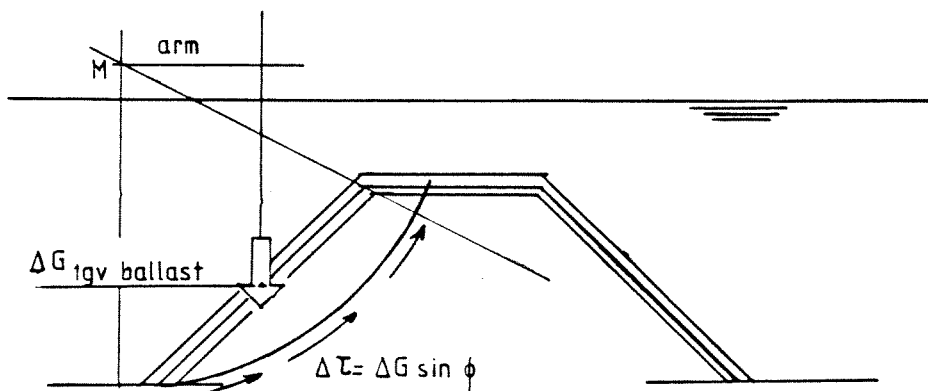


fig. 15 : ballast vergroot het aandrijvend moment

III. Door weerstand van de overliggende mat op het onderliggende talud zal een weerstand biedend moment op de grondmoot uitgeoefend worden. Voorwaarde is dan wel dat de mat daadwerkelijk op het zandlichaam aansluit (of hieraan voldaan wordt hangt af van het uitgangsmechanisme waarvan is uitgegaan) (zie fig 16 A).

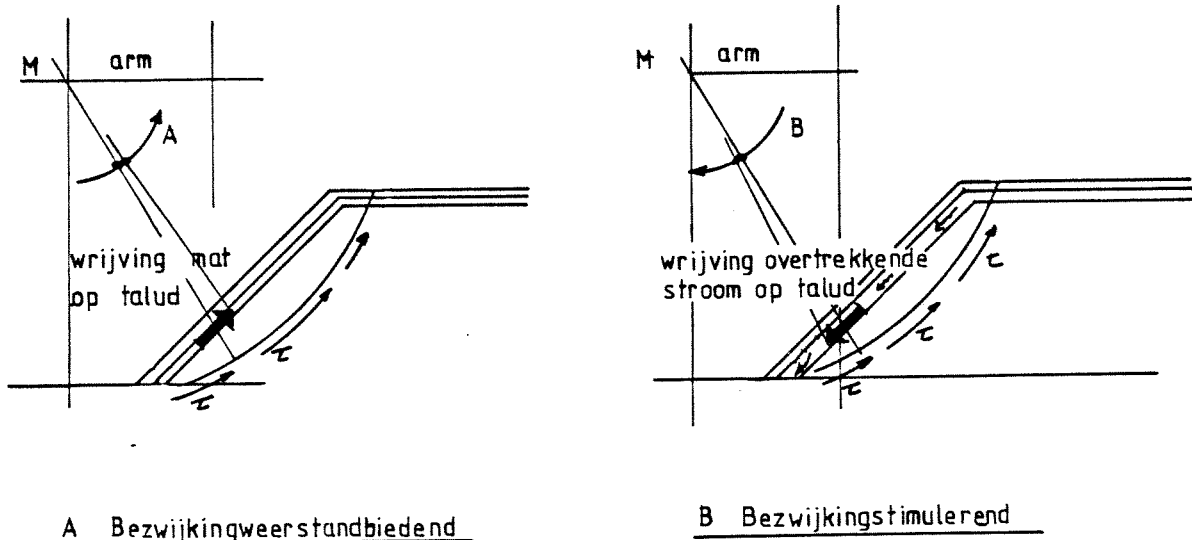


fig. 16 : overgang van weerstandbieden naar stimuleren van bezwijken

Is er echter geen aansluiting, dan zal er juist een bezwijking-bevorderend moment door de overtrekkende stroming uitgeoefend worden (zie fig 16 B) .

b. zettingsvloeiingen/liquifactie

Normaliter wordt een opgelegde bovenbelasting door het korrelskelet opgenomen, dit gaat met de bijbehorende zettingen gepaard. Indien echter de pakking van het talud slecht is, kan het korrelskelet makkelijk vervormen ten gevolge van de bovenbelasting en zal zodoende geen belasting opnemen. Daarom moet de totale bovenbelasting door overdruk van het grondwater opgenomen worden.

Ten gevolge van deze overdruk zal het grondwater door het korrelskelet weg willen stromen. Deze waterspanning is in staat de porien tussen de korrels open te drukken (de korrelspanning is dan nul) om zo weg te kunnen stromen.

Het door liquifactie verweekte grondlichaam, zal als een grondwater-mengsel langs het talud naar beneden stromen. Het signaal zal zich ook achterwaarts (het talud op) voortplanten, zodat het gehele talud bij dit bezwijkmechanisme betrokken wordt.

Het gevolg van de zettingsvloeiingen is flauwe helling en een minimale pakking. Al met al een zeer ongewenst eindresultaat.

In het najaar van 1984 is, als voorbereiding op het op te stellen bestek van de diepe zandsluitingen Tholense Gat en Krammer in het kader van de Oosterschelde Compartimentering, gezien de kans op omvangrijke grondmechanisme instabiliteiten tijdens genoemde zandopspuitingswerken, een samenkomst geweest van deskundigen over de optredingscriteria en/of schadecriteria voor zettingsvloeiingen en de mogelijkheid om deze criteria te verscherpen (literatuur: "zettingsvloeiingen tijdens zandsluitingen", gehouden op 9 en 10 oktober 1984, LGM Delft).

Een overzicht van de beschikbare criteria, die aan taluds gesteld worden ter vermindering van zettingsvloeiingen tijdens zandsluitingen : de richtgetallen, die bij vorige sluitingen werden toegepast (zie fig. 17) :

- a. 1: 15 voor de onderwaterhelling
- b. 1: 40 voor de taludhelling ter plaatse van het getijgebied.

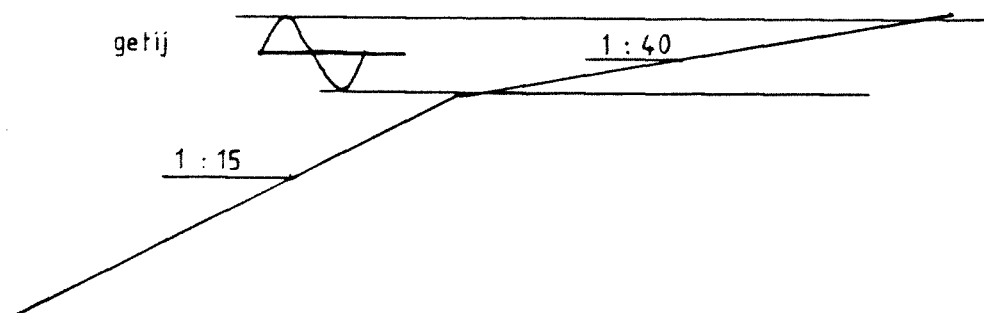


fig. 17 : richtgetallen voor de taluds

c. 1 : 8 over 5 m (zie fig 18).

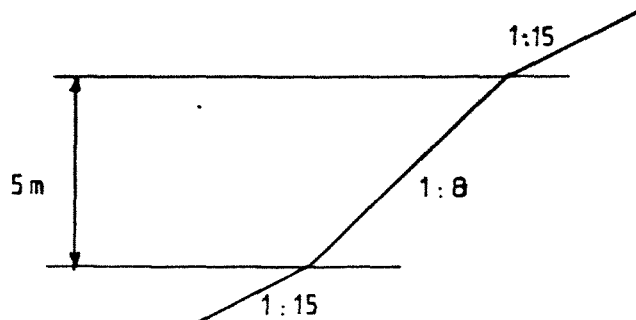


fig. 18 : richtgetal voor een plaatselijke verstelling van het talud

In het algemeen vond men 1:8 als zettingsvloeiingscriterium wel zeer veilig. Daarom heeft de groep deskundigen getracht dit criterium aan te scherpen. Dit gebeurde aan de hand van een evaluatie van uitgevoerde zandsluitingen, die hieronder beschreven wordt.

De beschikbare dichtheidinformatie omtrent de uitgevoerde zandsluitingen levert 25 a 35 % relatieve dichtheid, hetgeen een losgepakt en dus een sterk zettingsgevoelig zandlichaam betekent.

De gemiddelde onderwaterhelling bij fijn zand bedraagt meestal 1: 7 a 1 : 10 tot soms zelfs 1 :4 a 1 : 6 over beperkte hoogte (ca 3 m). Onderaan het talud was steeds een flauw tot zeer flauw beloop aanwezig.

Na een discussie wordt vastgesteld ,dat er weinig informatie beschikbaar is over de hydraulische en dynamische taludsvormings processen onder water.

Een indruk van de steilste mogelijke hellingen in de storttaluds is aanwezig , evenwel niet van het proces en de snelheid waarmee deze hellingen kunnen variëren (mengsel-spron gen, terrasvorming met eventueel terugstrijdende steilere taluddeelten). Dit betekent dat begincriteria voor zettingsvloeiingsbeschouwingen nauwelijks zijn toe te leveren.

Al met al is er op grond van het bovenstaande geen doorslaggevende reden om het zettingsvloeiingscriterium aan te scherpen en ik houd daarom het volgende criterium aan :

- de taludhelling mag gemiddeld niet steiler zijn dan 1 : 7 of, over 5 m hoogte steiler dan 1 : 4.

De invloed van de mat kent verschillende aspecten:

- I. Grof zand heeft ten opzichte van fijn zand en dichtere pakking en een grotere waterdoorlatendheid en is daarom minder zettingsgevoelig.
- II. Ten gevolge van de ballasting van de mat zal de korreldruk vergroot worden daardoor de voor zettingsvloeiingen benodigde water"overspanning"drukken navenant groter. Het talud wordt dus minder zettingsgevoelig
- III. De zettingsvloeiing is een onbeheerst proces, waarbij het vloeiende zand-water-mengsel grote krachten op de mat uitoefent, hetgeen de mat ernstig kan beschadigen.

Nawoord bij de zettingsvloeiingen

Het optreden van een zettingvloeiing in het op te bouwen zandlichaam is van kritisch belang : de uiteindelijke zandparameters worden significant bepaald door het al dan niet optreden van zettingsvloeiingen ; ten gevolge van een zettingsvloeiing zal de taldhelling flauw en de uiteindelijke pakking slecht zijn.

In verband met de ongewenste gevolgen van zettingsvloeiingen, dient dit verschijnsel vermeden te worden. In het vervolg van dit verslag wordt aangenomen, dat er geen zettingsvloeiingen optreden. Uiteraard moet deze aanname op grond van de proefresultaten gecontroleerd worden.

Tijdens de proeven wordt het optreden van zettingsvloeiingen nauwkeurig in de gaten gehouden, door middel van:

- plotselinge vormveranderingen van het opgespoten zandlichaam ("tijd als vergelijkingsbasis")
- vergelijking van de berm parameters van de zandlichamen uit verschillende proeven van verschillende hoogten als eindresultaat ("schaal als vergelijking-basis ")

Zolang er geen zettingsvloeiingen in het zandlichaam optreden, geven de proeven dus inzicht in de gezochte opbouwmechanismen van de opspuitmethode.

2.3 HYPOTHESEVORMING OMTRENT DE OPBOUW VAN HET ZANDLICHAAM

Deze paragraaf beschrijft de vorming van twee hypothesen omtrent opbouwmechanismen van het zandlichaam bij de onderspuitmethode. Deze twee hypothesen worden in twee subparagrafen beschreven:

- 2.3.1 Hypothese 1 : oppervlakteopbouw van het zandlichaam
- 2.3.2 Hypothese 2 : sedimentatie op de kruin, gevolgd door afschuivingen

2.3.1 Hypothese I: Oppervlakte opbouw van het zandlichaam

Bij deze hypothese wordt het zandlichaam opgebouwd als gevolg van sedimentatie van het zand op het oppervlak.

De twee opbouwmechanismen, die deze opbouwwijzen bewerkstelligen zijn: de suspensiestroming en de korreldispersiestroming.

Er zijn twee uitwerkingen (combinaties van de suspensiestroming en de korreldispersiestroming) mogelijk, die achtereenvolgens beschreven worden.

De eerste uitwerking veronderstelt een tweelagen-systeem (zie fig. 19A): een suspensiestroming aan de top, waaruit een deel van het zand sedimenteert. Langs het talud stroomt deze suspensiestroming verder (en sedimenteert de rest van het aanwezige zand) en wordt de mat als het ware opgetild zodat er bewegingsruimte voor de suspensiestroming en de onderliggende korreldispersiestroming gemaakt wordt.

Bij een permanent van het talud losgekomen mat, ontstaat een zandworstanalogie (zie fig. 19B voor nadere uitwerking voor deze ongewenste (!) analogie).

Bij de proefopzet is als absolute voorwaarde gesteld, dat de mat op het talud aansluit. Ter vermijding van de zandworstanalogie staan devolgende instrumenten ter beschikking:

- grote waterdoorlatendheid
- de verhouding uitstroomoppervlak-debiet zo groot mogelijk
- dunne mat

Hiermee wordt de tweelagen-uitwerking verworpen.

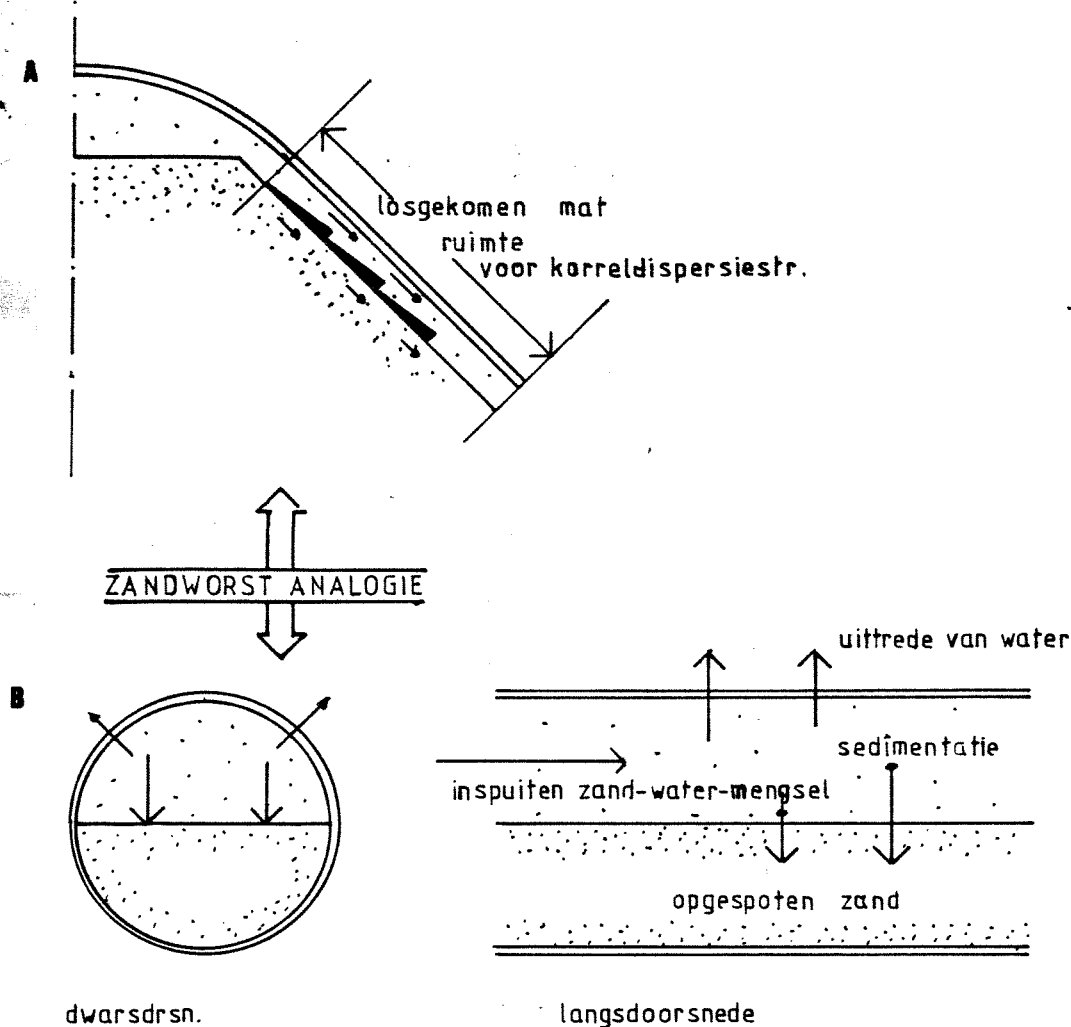


fig. 19 : de zand-worst-analogie

-Essentie: boven een slecht gepakt zandbed, bevindt zich een turbulent zand-water-mengsel, waaruit door de slangwand een relatief kleinere hoeveelheid water ontsnapt en het zand op het zandbed sedimenteert.

-De overdruk kan zich als volgt opbouwen:

- (i) dichtslibben door het fijne segment van het zand
- (ii) te kleine waterdoorlatendheid ($O_{mat} < O_{zand}$)
(bij $O_{mat} > O_{zand}$ totaal geen problemen)
- (iii) te klein uitstroom oppervlak
- (iv) groot af te voeren debiet
- (v) dikke mat

De tweede uitwerking veronderstelt korreldispersiestromingen langs het talud als HET opbouwmechanisme, voorafgegaan door suspensiestromingen op de top. Een groot voordeel van deze uitwerking is, dat hetgrootste deel van het talud met behulp van korreldispersiestromingen opgebouwd wordt. Korreldispersiestromingen bouwen een helling van een steilheid nabij het natuurlijk talud op. Daarnaast zal de verkregen pakking constant zijn, hetgeen de zettingsgevoeligheid verkleint. Er geldt dat boven op het talud de suspensiestroming tot stilstand gebracht wordt en dus het zand sedimenteert (zie fig 20). Op deze wijze wordt een loskomende mat ten gevolge van suspensiestromingen onder de mat vermeden.

Vervolgens zal dit sediment, indien het talud op de top te steil wordt, in de hoedanigheid van korreldispersiestromingen langs het talud afstromen (zie fig 20).

Aan de voorwaarde, dat de mat op het talud moet aansluiten, wordt voldaan.

Echter zijn de korreldispersiestromingen langs het talud nog mogelijk? Als voorwaarde voor het optreden van korreldispersiestromingen geldt, dat de mat loskomt van het talud, anders houdt de mat de korreldispersiestromingen tegen.

Daartoe zal de moot zand, die de inhoud van de te vormen korreldispersiestroming gaat vormen, langs het talud afschuiven, waardoor de mat van het talud wordt afgedrukt. Er wordt op deze wijze ruimte geschapen voor een suspensiestroming, die langs het talud stroomt.

Deze suspensiestroming levert het voor de korreldispersiestroming benodigde water aan, waarbij de korreldispersiestroming is geïnitieerd.

Dan zal de overdruk van het ondergespoten zand-water-mengsel de door de mat met ballast opgelegde druk overtreffen: de mat komt van het talud los en er wordt zodoende ruimte gecreëerd voor de korreldispersiestromingen en de overtrekkende suspensiestroming langs het gehele talud.

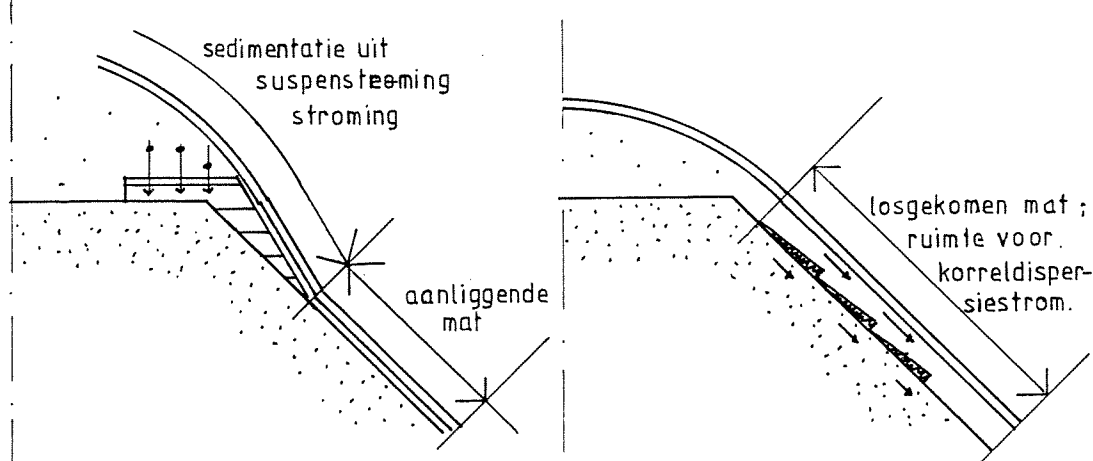


fig. 20 Ontstaan en optreden van de korreldispersiestromingen

De tweede uitwerking "een aansluitende mat" blijkt dus in feite onmogelijk. Na de initiatie door de korreldispersiestroming, wordt er water toegevoegd door een overtrekkende suspensiestroming. Daarmee wordt de tweede uitwerking genivelleerd tot de eerste uitwerking. In verband met het alsnog loskomen van de mat geldt dat ook het optreden van deze tweede uitwerking niet wenselijk is.

2.3.2 Hypothese 2: sedimentatie op de kruin gevolgd door oppervlakkige afschuivingen

Bij deze hypothese wordt het zandlichaam opgebouwd als gevolg van sedimentatie uit de suspensiestroming op de kruin en bovenkant van het talud, gevolgd door oppervlakkige, regelmatige, beheerste afschuivingen binnen het zandlichaam (zie figuur 21).

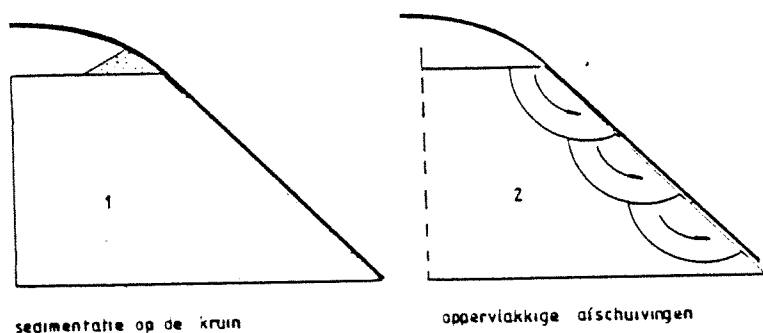


fig. 21 : overzichtstekening van hypothese 2

De twee mechanismen, die bij deze hypothese een rol spelen zijn suspensiestromingen en afschuivingsvlakken.

Het optredende mechanisme van deze hypothese, de sedimentatie uit de suspensiestroming, wordt verondersteld aan de bovenkant van het talud totaal tot stilstand te komen, zodat de totale hoeveelheid meegevoerd zand hier sedimenteert.

De mat ligt dus over het grootste gedeelte van het talud op het zandlichaam aan, zodat golfslag en stroming minimale vat hebben op de mat.

Door de voortgaande sedimentatie op de bovenkant van het talud wordt de top van de grondmoot te zwaar en zal er vervolgens een afschuiving plaatsvinden.

Aan de regelmatigheid van de afschuivingen, zoals in het hypotheseveroorstel beschreven, kan, gezien het scala van mogelijkheden ter initiering van afschuivingen (opsluitdebiet, korrelgrootte(verdeling), zand-water-verhouding), voldaan worden.

Niets is echter bekend over de beheersbaarheid van dit afschuifproces.

Door de regelmatigheid van de afschuivingen zal de toename van de grootte van de afschuiving-bevorderende krachten (denk bijvoorbeeld aan de top-verzwaring) en de daarmee vrijkomende

energie bij de afschuivingen, beperkt blijven. Dit is met name van belang voor de mat waarop grote krachten uitgeoefend door de afschuivende grondmoot desastreus zullen zijn. Bovendien zal een grote afschuiving plaatselijk een zeer ongunstige invloed op de pakking uitoefenen (immers voor de sterkte van het talud geldt: de zwakste schakel bepaalt de sterkte).

Naast de vrijkomende energie is met name het weer tot stilstand brengen van de afschuiving een belangrijk aspect van de beheersbaarheid van het afschuifproces. Immers de afschuiving verflauwt het talud en vermindert de bereikte hoogte van het zandlichaam.

Het stoppen van de afschuiving lijkt een vooralsnog onbeheersbaar proces.

2.3.3 Vergelijking van hypothesen 1 en 2

In deze paragraaf wordt een vergelijking gemaakt tussen de in het voorgaande beschreven hypothesen 1 en 2.

De vergelijking concentreert zich op het tweede deel van beide hypothesen, want het eerste deel van beide hypothesen is gelijk (sedimentatie uit de suspensiestromingen).

De korreldispersiestroming versus afschuivingen

In het voorgaande is reeds de voorkeur uitgesproken voor korreldispersiestromingen, wegens een helling nabij het natuurlijk talud, een constante pakking en een kleine zettingsgevoeligheid. De afschuivingen zijn, wat regelmatigheid van optreden betreft nog aanvaardbaar, echter er is een grote onzekerheid omtrent de beheersbaarheid van het eindresultaat: een flauwe helling, een slechte, onregelmatige pakking en beschadigingen van het doek ten gevolge van de zandverschuivingen worden gevreesd.

Het probleem is, dat de keuze tussen korreldispersiestromingen en afschuivingen maar voor een klein deel te beïnvloeden is. De kennis van de optredende toestanden, waarbij de twee verschijnselen initieren, beperkt zich tot: voor de korreldispersiestromingen bij het natuurlijk talud, echter voor afschuivingen vaak reeds bij de halve steilheid van het natuurlijk talud. Vooralsnog valt dus te verwachten dat afschuivingen eerder optreden dan korreldispersiestromingen.

Ik benadruk nog eens de veelheid van factoren die bij het optreden van korreldispersiestromingen en afschuivingen een rol spelen. De korte beschrijving zoals hierboven weergegeven, heeft een

niet meer dan verkennend karakter.

In hoofdstuk 3 worden beide hypothesen in de proevenserie getoetst. Een keuze van de juiste hypothese, waartoe hierboven een aanzet gegeven is, wordt in hoofdstuk 4 "Interpretatie van de proefresultaten" aan de hand van de proefresultaten nader uitgewerkt.

HOOFDSTUK DRIE : VERSLAGLEGGING VAN DE PROEVEN

3.1 DOEL VAN DE PROEVEN

Het doel van de proeven is het toetsen van de in hoofdstuk twee opgestelde hypothesen. Deze hypothesen hebben betrekking op:

- mechanismen, die zich bij damopbouw voordoen.
- grondmechanische eigenschappen (taludhelling en pakking), gedurende en na de bouw, hetgeen met name interessant is voor de berekening van de sterkte en de zettingsgevoeligheid.

3.2 DE PROEFOPSTELLING

3.2.1 Eisenpakket ten aanzien van het model

I. op praktische gronden hetzelfde zand gebruiken, als dat wat bij toekomstige uitvoeringen gebruikt zal worden.

II. zand-water-mengsel in een bij de uitvoering gebruikelijke verhouding.

III. de waterdoorlatendheid van de mat moet significant groter zijn dan de waterdoorlatendheid van het zandlichaam, teneinde van een goede afwatering te zijn verzekerd.

IV. de zanddoorlatendheid moet zo klein zijn dat de zandverliezen beperkt blijven. Daarnaast moet echter vermeden worden dat de mat verstopt wordt door de kleine korrels in het zand.

3.2.2 Verantwoording van de proeven op schaal

Een experiment kan worden uitgevoerd in een laboratorium-opstelling of in de natuur (veldmetingen).

Beide hebben hun voor- en nadelen ; enkele aspecten :

a. voordelen van een laboratorium

In een laboratorium kunnen de gewenste condities worden ingesteld. Zo zal bij verkennende proeven, zoals in ons geval, de wens aanwezig zijn om de natuurlijke omstandigheden bij de eerste proeven te vereenvoudigen (geen stroom, geen golfslag) om zodoende met minder verstorende effecten op de te onderzoeken mechanismen te maken te hebben, hetgeen de kans biedt de mechanismen puur te bekijken.

b. nadelen van een laboratorium

1. vereenvoudigingen , die bij de proefopzet aangenomen zijn en dus ook de konklusies sturen (Je kunt niet meer uit een proef halen dan je erin gestopt hebt).

2. systematische en toevallige fouten in de waarnemingen (1. Is de onderzoeker in staat de systematische fouten te onderkennen en door betere instrumentijking te vermijden ? 2. Hoe werken de toevallige fouten door en welke invloed hebben zij op de konklusies ?) .

3. schaaleffecten

De twee (dimensieloze) uitkomsten van de experimenten: de porositeiten en de helling zijn functies van stortparameters en dichtheids-parameters. Het verloop van deze functies is niet exact bekend, maar wel is bekend dat alle fysische relaties tussen parameters en uitkomsten - mits dimensieloos gemaakt - in een dynamisch gelijkvormige modelproef identiek zijn aan de werkelijkheid (het prototype).

Voor een dynamisch gelijkvormig model geldt dat alle lengten met dezelfde factor n_l moeten worden vermenigvuldigd (dit wordt ook geometrisch gelijkvormig genoemd), alle tijden met dezelfde factor n_t en alle massa's met dezelfde factor n_m

De schaalfactor van parameter x, n_x

x -werkelijkheid gedeeld door x -model

Omdat er een aantal factoren zijn waarvan de schaal niet vrijelijk te kiezen is - denk hierbij bijvoorbeeld aan de zwaartekracht ($n_g = 1$) - blijkt het in de praktijk moeilijk een dynamisch gelijkvormig model te construeren.

Er is te bewijzen dat in een systeem met drie dimensies (m, l en t), waarin n onafhankelijke factoren een rol spelen, gegeven een bepaalde geometrie, met $n-3$ dimensieloze parameters, die in het model dezelfde waarden hebben als in de werkelijkheid, er sprake is van een dynamisch gelijkvormig model.

Elke dimensionele parameter stelt verschillende eisen aan de andere parameters (en de verschalings daarvan).

Doordat er een groot aantal van deze beperkingen (en hun nauwe onderlinge samenhangen) zijn kan niet aan de eis, dat iedere schaalfactor van een dimensieloze parameter 1 moet zijn, plus de geometrische gelijkvormigheidseis voldaan worden.

Afwijken van deze eisen is mogelijk, maar hiermee worden schaal-effecten geïntroduceerd. Dit betekent dat de schaalfactor van een parameter niet meer constant is in het model, maar afhankelijk is van de waarde van de parameter in het model. In dat geval zijn de uitkomsten van het model niet meer eenduidig om te zetten in uitkomsten voor het prototype. Het is nu mogelijk de schaaleffecten enigszins gescheiden te houden van de fysische relatie waarin men geïnteresseerd is.

Hiertoe maakt men een gedeeltelijk dynamisch gelijkvormig model: men maakt die dimensieloze parameters in model en prototype gelijk, die bepalend zijn voor de relatie waar men in geïnteresseerd is. In het geval van de beschouwde experimenten wordt hiervan uitgegaan.

De verscaling van de dimensieloze parameters kan dan berekend worden door de praktijkwaarde te delen door de modelwaarde.

Indien de schaalfactor van een dimensieloze parameter ongelijk is aan 1, betekent dit echter nog niet dat de in het experiment optredende fysische relatie niet overeenkomt met die in het prototype: de absolute grootte van de dimensieloze parameters speelt ook een rol. Met de absolute grootte van een dimensieloze parameter wordt de aard van een fysisch proces gekarakteriseerd.

Er wordt nu gesteld dat de schaaleffecten niet zo'n grote rol spelen als de aard van de fysische processen goed worden gekarakteriseerd.

In de praktijk betekent dit bijvoorbeeld voor de turbulentiegraad dat model en prototype (werkelijkheid) acceptabel overeenkomt wanneer beide Reynoldgetallen groter zijn dan 10.

Het is dan dus mogelijk dat $n_{Re} = 100$. Bijvoorbeeld $Re(\text{model}) = 10^4$ en $Re(\text{prototype}) = 10^6$.

Samenvattend betekent dit dat bij een proefopstelling, waarbij alleen de aard van de fysische processen en de geometrie tussen opstelling en werkelijkheid overeenkomen, er schaaleffecten optreden. De proefopstelling is dan geen schaalmodel, waaruit direct met behulp van de schaalfactor de waarde in de werkelijkheid te berekenen is, maar een principe-proef.

De trends die uit een principe-proef volgen zijn echter wel reeel. Zodoende kan inzicht in de optredende opbouw- en bezwijkingsmechanismen ook aan de hand van een schaalmodel verkregen worden.

Ik heb daarom besloten om me neer te leggen bij het voor handen zijnde materiaal, om de eerste verkennende proeven uit te voeren. Zo kunnen de kosten, verbonden aan de proeven, binnen de perken blijven en wordt er toch een behoorlijke eerste indruk verkregen van de optredende verschijnselen.

Immers achteraf is bij een succesvol onderzoek wel het een en ander over de optredende verschijnselen bekend en kan misschien een orde van grootte van de schaaleffecten worden gegeven, zodat er tevens een interpretatie van de model resultaten voor het bijbehorende prototype kan plaatsvinden.

3.2.3 Omschrijving van de proefopstelling

Proefopstelling

De proeven werden uitgevoerd in een metalen bak van vier bij twee meter en circa 1.5 m hoog (zie fig. 22 en de foto's 1 en 2). Het waternivo in de bak was ingesteld op twintig centimeter boven de doek.

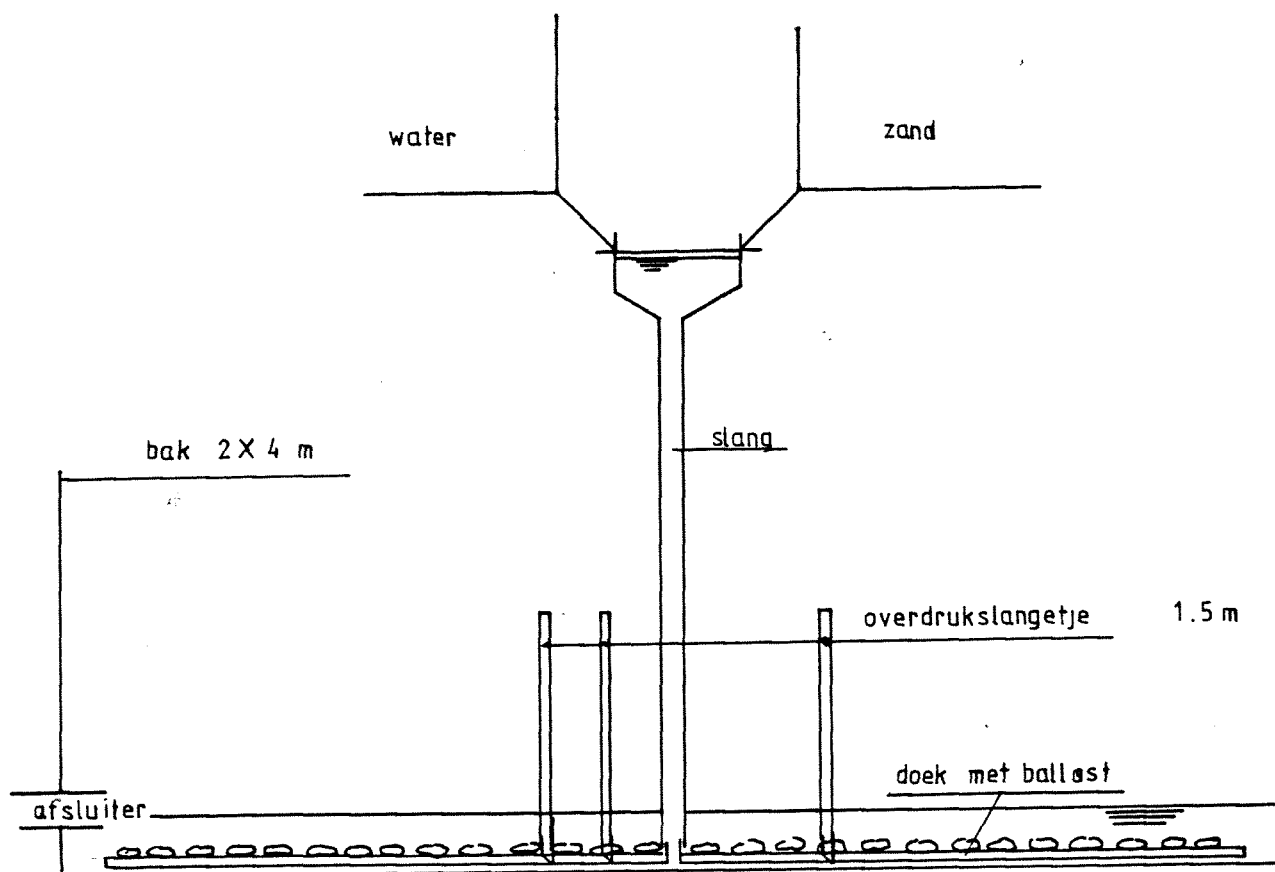
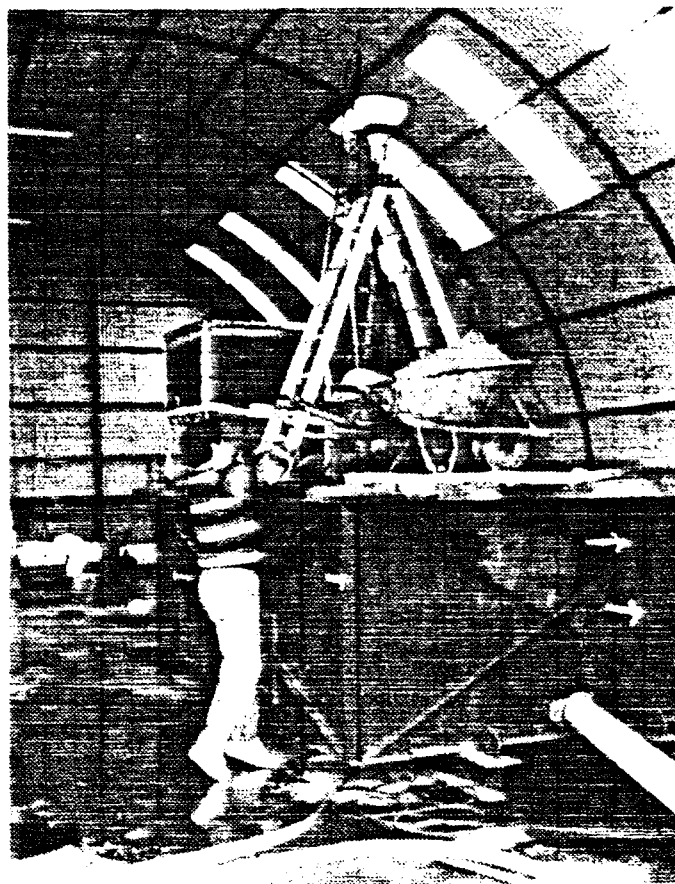
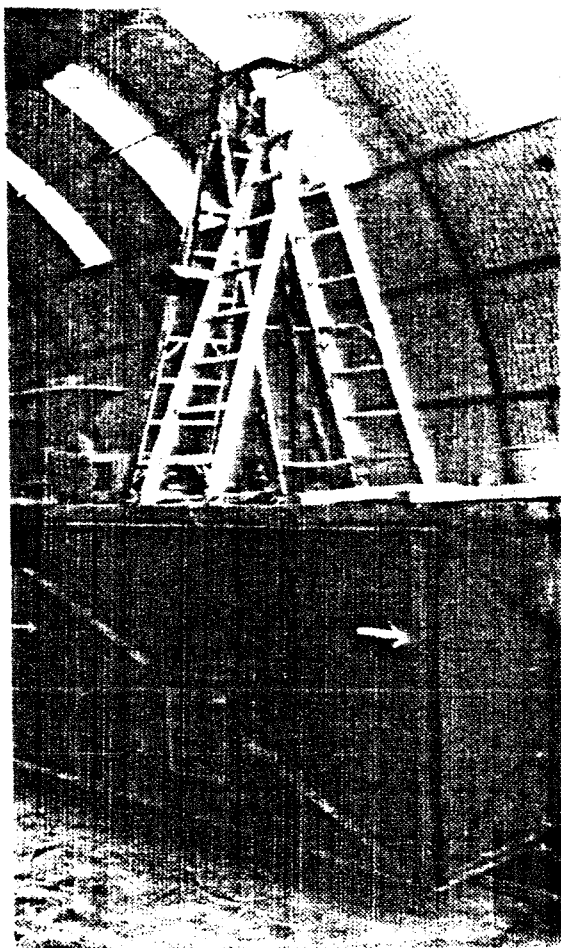


fig. 22 : de proefopstelling

Het waternivo werd constant gehouden door middel van een afsluiter, die in de bak was aangebracht.

Boven op de bak was een vlonder gebouwd, waarop een watertank met een inhoud van 1 m³ was gezet, waaruit water werd weggepompt door middel van kloppomp, met een debiet van 0.001 m³/s.

Tevens stonden op de vlonder kruiwagens met zand. Het zand-watermengsel werd verkregen door een constant waterdebiet via een trechter bovenaan de slang te laten stromen, terwijl er constant water werd bijgevoegd. Hiermee werd een constant mengsel verkregen met een concentratie van 20 volume-% .



Foto's 1 en 2 : de proefopstelling

Filterdoek

Op de bodem op de bak werd een mat gelegd:

a. open filterdoek:

- toegepast in proeven 3 en 4.
- zanddichtheidswaarde $O_{90} < 2000 \mu\text{m}$
- waterdoorlatendheidswaarde
 $D_h / D_d < 10$ bij een filtersnelheid $v = 0.01 \text{ m/s}$.
- soortelijke massa $\rho = 900 \text{ kg/m}$

b. dicht filterdoek

- toegepast in proeven 5 tot en met 8
- zanddichtheidswaarde $O_{90} < 100 \mu\text{m}$
- waterdoorlatendheidswaarde:
 $D_h / D_d < 10$ bij een filtersnelheid $v = 0.01 \text{ m/s}$
- soortelijke massa $\rho = 1000 \text{ kg/m}$

Zand

Er zijn twee soorten zand gebruikt, namelijk een groffe zandsort en een fijnere zandsort (zie fig. 23).

Uit het fijne zand (plaatzand) zijn de grove delen gezeefd, om het verstopt raken van de aanvoerleiding te voorkomen.

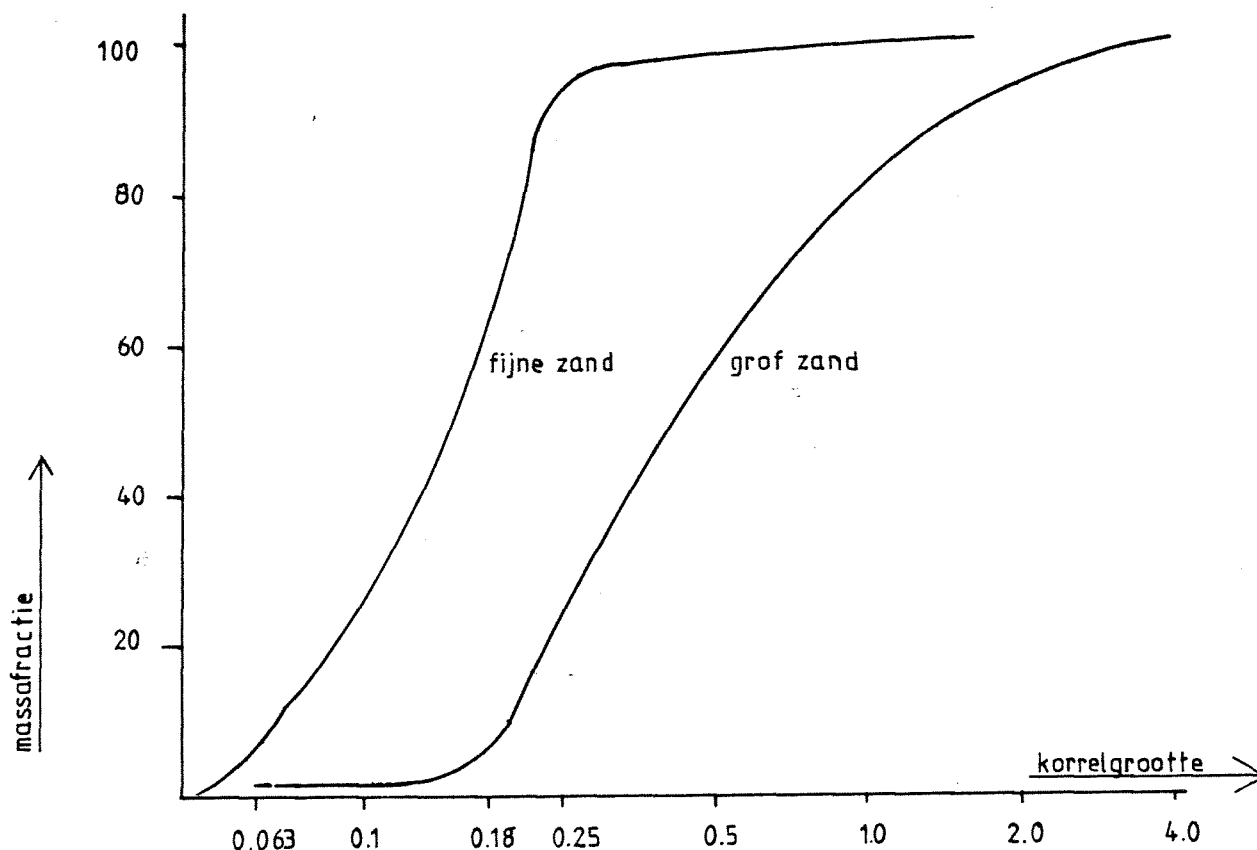


fig. 23 : korrelgrootteverdelingen van de gebruikte zanden

Fijn zand : $d_{10} = 70 \mu\text{m}$
 $d_{50} = 150 \mu\text{m}$
 $d_{90} = 220 \mu\text{m}$
 Grof zand : $d_{10} = 200 \mu\text{m}$
 $d_{50} = 410 \mu\text{m}$
 $d_{90} = 1450 \mu\text{m}$

Ook zijn van de beide zandsorten de doorlatendheidsfactoren bepaald in een proefopstelling.

De gevonden k - waarden zijn:

-voor fijn zand : $1.86 \cdot 10^{-1}$
 -voor grof zand : $4.62 \cdot 10^{-1}$

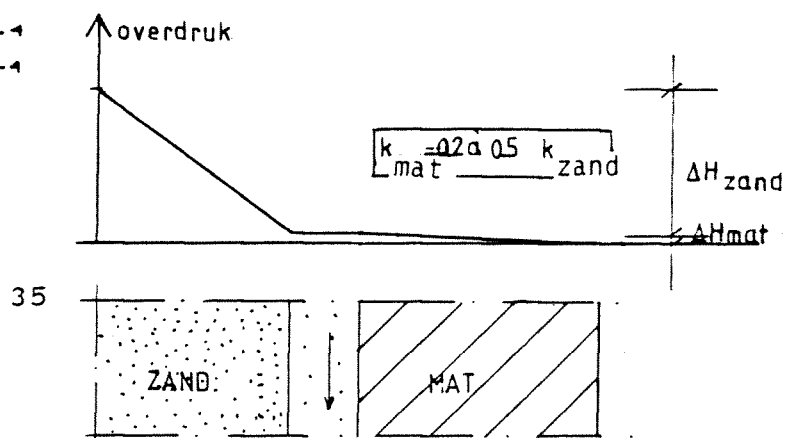


fig. 24 : vergelijking doorlatendheden zand en mat

Vergelijking van de waterdoorlatendheden

k-zand = 0.0186 - 0.0462 cm/s

k-mat = 0.1 cm/s

De waterdoorlatendheid van de mat is dus groter (factor 2 à 5) dan de waterdoorlatendheid van het zand. Er vindt dus nauwelijks drukopbouw over de mat plaats (zie fig 24).

Vergelijking van zanddoorlatendheden

Het groffe zand wordt door de mat niet doorgelaten. Het fijnere zand wordt voor een behoorlijk deel (28 %) doorgelaten. Voor het fijne zand worden dus tamelijk grote zandverliezen verwacht.

Ballast

Bij de proeven 3 en 4 werden alleen de randen geballast van de mat.

Bij de vijfde tot en met de achtste proef werd de gehele mat met ballast bedekt. Deze ballast bestond uit slakken en werd bijeengehouden door een slang die in de vorm van een spiraal aan het doek was bevestigd (zie foto 3) .

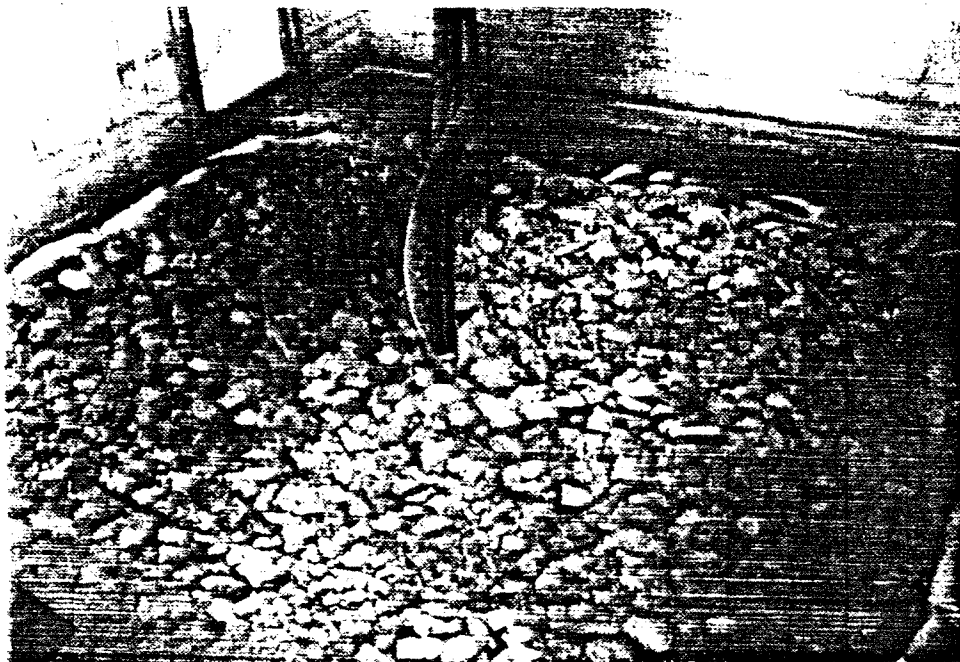


Foto 3 : ballast op de mat

Gebruikte ballast:

- proeven 3 en 5 tot en met 8 :
steenslag d50 = 50 mm
 ρ onder water = $2650 - 1000 = 1650 \text{ kg / m}^3$
korreilmassa = $\frac{4}{3} * 3.14 * d * \rho_{\text{ow}} =$
= 0.12 kg / korrel
1-laagsbestorting 50 kg / m²
- proef 2
ballast langs de randen bestaande uit straatklinkers (19.5*8.5 * 9.2 cm , 3.65 kg)

Water

Als water werd Oosterscheldewater gebruikt (zout water met een soortelijke massa van 1025 kg /m³).

Spuitmond

Midden in het doek was een spuitmond bevestigd met weer daaraan een slang, die naar boven werd gevoerd.
De spuitmond heeft een inwendige diameter van 0.025 m (zie fig 25).

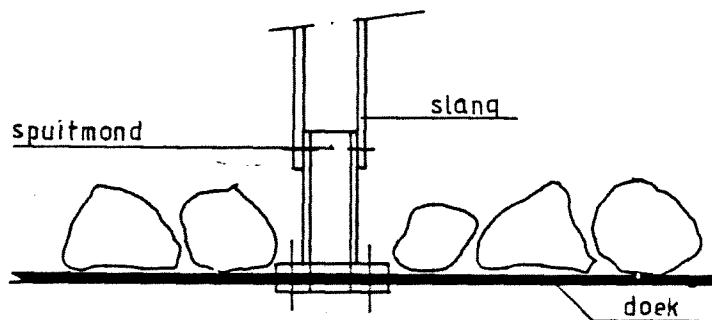


fig. 25 : de spuitmond

Overdrukken

Aan de mat werden tevens drie slangetjes bevestigd, waarmee de overdrukken, die onder de mat aanwezig waren gemeten konden worden.

3.2.4 Metingen

- a. voor de proef
 - zand: korrelverdeling
 - het debiet
 - concentratie van het zand-water-mengsel
- b. tijdens het opspuiten
 - overdruk onder de mat (door middel van eerder genoemde stijgbuisjes)
 - visueel/op de tast werd de vormontwikkeling, het aansluiten van de mat op het talud en het voorkomen van kortsluitingen en zettingsvloeiingen in de gaten gehouden.
- c. na het opspuiten

Na het opspuiten werd de ballast en het doek verwijderd en vervolgens de volgende metingen aan het zandlichaam gedaan:

- vorm van het lichaam
- taludhelling (zie foto 4)

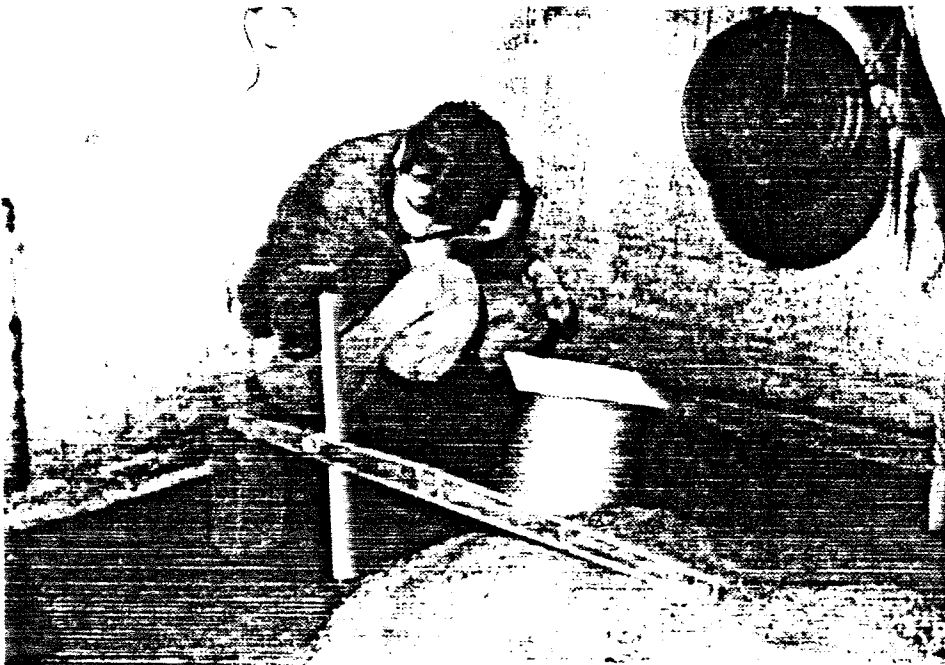


Foto 4 : het opmeten van de taluds

- pakking van het gesedimenteerde zand
- ontmenging van het opgespoten zand
- voorkomen van kortsluitingen
- zandverlies meten
- beschadigingen aan de mat

3.3 PROEVENVERSLAG

3.3.1 Overzicht van de verschillende proefomstandigheden

Er zijn in het totaal acht proeven uitgevoerd, welke in drie groepen te verdelen zijn.

In het onderstaande overzicht worden de proeven kort samengevat. Vervolgens zullen deze groepen elk afzonderlijk in hetnuvolgende hoofdstuk behandeld worden.

Overzicht van de proefomstandigheden

PROEF#	1	2	3	4	5	6	7	8
I. zand								
a. grof	*		*		*		*	
b. fijn		*		*		*		*
II. filterdoek								
a. open			*	*				
b. dicht					*	*	*	*
III. ballast								
a. rand			*	*				
b. gehele oppervlak					*	*	*	*
IV. nulproef	*	*						

Nadere beschrijving van de proeven

a. groep 1 : spuiten zonder doek, de nulproeven.

Ik ben begonnen met de zogenaamde nulproeven die als vergelijkingsbasis dienden voor de te trekken conclusies naar aanleiding van de proevenreeks ten aanzien van veranderingen, die optreden bij het gebruik van de onderspuitmethode (ten opzichte van conventioneel opspuiten)

De nulproeven zijn eenmaal met fijn en eenmaal met grof zand uitgevoerd.

Ik ben doorgegaan met opspuiten totdat het zandlichaam boven het wateroppervlak uitkwam (zie foto 5).



Foto 5 : de nulproef

b. groep 2 : spuiten onder open doek.

Ik wilde de proeven zo eenvoudig mogelijk uitvoeren en ik ben daarom begonnen met het spuiten van zand-water-mengsel onder een doek, dat alleen aan de randen was geballast.

Met deze proeven werd bekeken of het doek ging drijven, waardoor niet meer aan de voorwaarde van het aansluiten van het doek op het talud zou voldoen.

Deze proef werd tweemaal uitgevoerd, te weten een maal met fijn en een maal met grof zand .

De proeven werden uitgevoerd totdat het doek het wateroppervlak had bereikt.

Tijdens de proeven 3 en 4 ging het doek op bepaalde plaatsen drijven. De proefopstelling moest worden gewijzigd: de mat moest, als eerste aanpassing over het gehele oppervlakte worden geballast.

Ook bleek bij de tweede proef, met het fijnere zand, dat het doek een te grote zanddoorlatendheid had ($D_{90} = 2000$ micron), waardoor er veel zandverlies optrad.

In de nieuwe proefopstelling (gebruikt bij de proeven 5 tot en

met 8) is het doek daarom ,als tweede aanpassing, zanddichter gemaakt ($D_{90} = 100 \mu m$). Overigens bleef de waterdoorlatendheid van het nieuwe doek gelijk aan die van het oude doek.

De twee bovengenoemde aanpassingen (1. over het gehele oppervlak ballasten en 2. een zanddichter doek) gelden voor de proeven 5 tot en met 8, die in het nu volgende beschreven worden.

c. groep 3 : spuiten onder dicht doek

De concentratie van het zand-water-mengsel en het debiet en de overige omstandigheden zijn in deze proevenreeks gelijk aan die in groep 2 (proeven 3 en 4).

Viermaal werd deze proef uitgevoerd: tweemaal met fijn zand en tweemaal met grof zand.

De eerste twee proeven (eenmaal met fijn en eenmaal met grof zand) werden doorgezet totdat het doek met ballast net boven het wateroppervlak uitkwam.

Bij de laatste twee proeven ben ik langer doorgegaan, nadat het doek boven het wateroppervlak kwam.

3.3.2 Waarnemingen tijdens de proefnemingen

1. Een doorsnede van het zandlichaam tijdens het opspuiten (zie fig. 26):

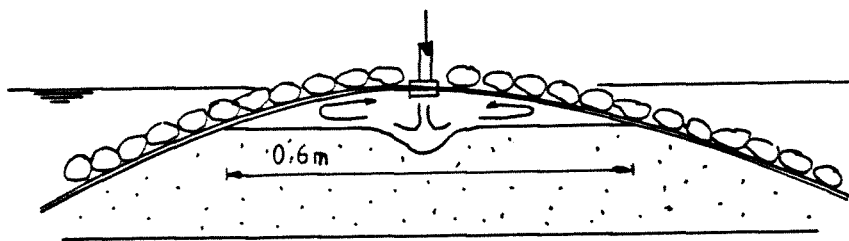


fig. 26 : doorsnede van het zandlichaam

Let op het vergrote (ten opzichte van spuiten zonder doek) turbulente gebied, dat in het eindresultaat (zie figuren) een platte bovenkant geeft.

Opvallend was de gelijkmatigheid in alle richtingen en in de tijd, waarmee het zandlichaam werd opgebouwd.

2. De overdruk onder de mat was (uiteraard) gedurende de gehele proef constant . De overdruk nam langs het talud geleidelijk af (zie fig 27).

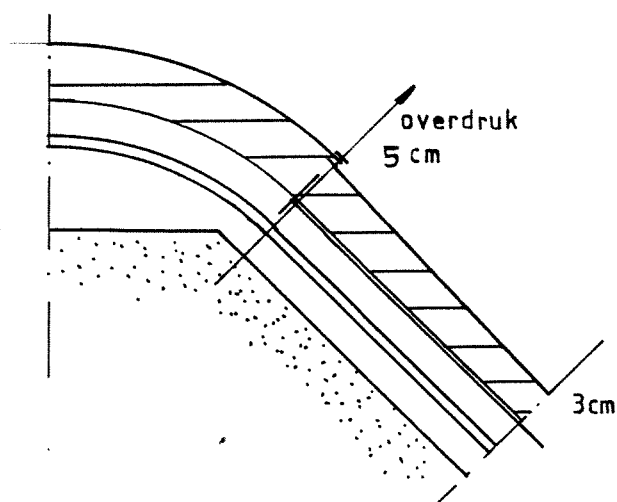


fig. 27 : verloop van de overdruk over het talud

3. De mat sloot tijdens de proeven aan op het talud.

4. Er zijn tijdens de proeven 5, 6 en 7 geen kortsluitingen of zettingsvloeiingen geconstateerd. Bij proef 8 lag, plaatselijk geen ballast. Daardoor ontstond er voor het zettingsgevoelige fijne zand-water-mengsel een mogelijke kortsluiting. Van deze vluchtweg maakt het fijne zand slechts met mate gebruik.

3.3.3 Waarnemingen na de proef

1. Taluds (zie bijlage 2 voor de metingen aan de vorm en hellingen van alle taluds ,die uit de proeven ontstaan zijn)

taludhelling	met doek	zonder doek
grof zand	1 : 2.5	1 : 3.5
fijn zand	1 : 3.5	1 : 5.0

Er volgt dus versteiling van de taluds uit het aanbrengen van het doek.

2. Poriengehalte

Grof : a. zonder mat : n = 42 %
b. met mat : n = 38 %

Fijn: a. zonder mat : n = 47 %
b. met mat : n = onmogelijk te meten, wegens het feit, dat zelfs na een week het zandlichaam nog in loopzandconditie is .
De grote hoeveelheid water in het zand is een gevolg van capillair water.

3. Ontmenging

- In de krater is zeer grof zand bezonken.
- Bovenop het talud ligt grof zand.
- Midden op het talud heeft zich een soort filter opgebouwd : aan de oppervlakte grof zand, waaruit als het ware het fijne zand "gewassen " is door een overtrekkende stroom (zie foto 6) .
- Aan de teen van het talud ligt een fijnere fraktie.

De bovenstaande ontmenging is uiteraard het best te zien bij het gebruik van het groffe zand. Immers (zie de korrelverdelingen van de gebruikte zanden) bij grof zand is de korreldiameter over een groter gebied uitgesmeerd.

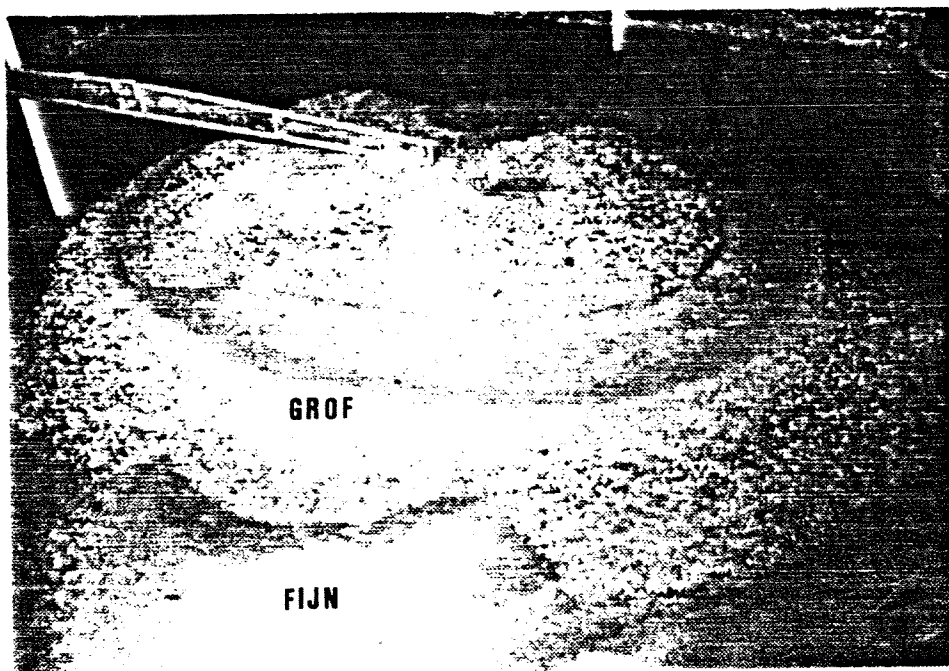


Foto 6 : ontmenging op het talud

4. Er waren sporen van oppervlakkige zandtongen (ten gevolge van korreldispersiestromingen) te zien (zie foto 7)



Foto 7 : oppervlakkige zandtongen

5. a. grof zand

Bij vergelijking van de proeven 5 en 7 (grof zand) geeft bij iets verschillende hoogten: 0,21 en 0,245m hetzelfde talud. Er wordt dus nog geen verschil in taludhellingen gevonden, die zouden optreden ten gevolge van zettingsvloeiingen.

b. fijn zand

De zandlichamen opgebouwd uit fijn zand (proeven 6 en 8) bleken er in verweekte toestand bij te liggen. verweekte toestand is te verklaren doordat het water niet afgevoerd is, doordat de waterdoorlatendheid van het doek door verstopping door de fijne fractie van het zand sterk afgenomen is. Eenmaal uitgevloeid zand blijkt niet te consolideren.

6. De zandverliezen bleven voor zowel het groffe als het fijne zand zeer beperkt.

-voor het groffe zand werd dit verwacht.

-de mat is bij het fijne zand deels dichtgeslibd , waardoor als het ware een filter werd opgebouwd, dat de fractie kleine deeltjes, die door de mat dreigden weg te stromen, tegenhield.

HOOFDSTUK VIER :INTERPRETATIE VAN DE PROEFRESULTATEN VOOR HET PROTOTYPE

1. Taludhelling

Er wordt een significante versteiling verkregen door de toepassing van het doek.

2. Pakking (alleen voor grof zand)

De pakking is ten gevolge van het gebruik van de onderspuitmethode onverwacht verbeterd. Dit is vooral een gevolg van het beheersende karakter van de onderspuitmethode.

Keuze van een hypothese op grond van de proeven

a. grof zand

Gezien het drukverloop en de ontmenging over het talud is het zandlichaam voor een deel gevormd door oppervlakteopbouw (hypothese I: suspensiestromingen). Aangezien de taludhelling significant kleiner is dan het natuurlijk talud zijn er geen korreldispersiestromingen opgetreden.

De helling ten grootte van het halve natuurlijke talud wijst echter op afschuivingen (hypothese II).

De opzet van de proeven is te klein om met grote zekerheid konklusies, omtrent het optredende mechanisme tijdens het opspuiten te trekken.

Overigens zou het beheersende karakter van de onderspuitmethode wel eens van groter belang kunnen zijn dan in de hypothesestelling is vermoed.

b. fijn zand

De optredende mechanismen zijn voor het fijne zand niet duidelijk. Het is waarschijnlijk, dat zich in dit geval een combinatie van korreldispersiestromingen en afschuivingen langs het talud voordeden.

HOOFDSTUK VIJF AANBEVELINGEN VOOR NADER ONDERZOEK

1. De onderspuitmethode moet op een kleinere schaal onderzocht worden : mechanismen, zoals glijvlakken en zettingsvloeiingen treden eerder op, indien het zandlichaam op hoogte komt. Pas dan krijgt ook mechanisme II ("Afschuifvlakken") een "eerlijke kans" om op te treden.

2. Bij mijn proeven bleek de kans op verstopping van de mat reeel.

De relatie tussen de zand- en waterdoorlatendheid verdient nader onderzoek.

3. Bij een aantal zandopspuitingen werd gestreefd naar enerzijds steile hellingen (lagere totaalproduktie) en anderzijds hoge einddichtheden (hogere stabiliteit). Deze eisen zijn bij zandsputwerkzaamheden tot op zekere hoogte tegenstrijdig.

Met het oog op de eerste doelstelling - steile eindhellingen - wordt soms een relatief zwaar mengsel met zo weinig mogelijk energie (o.a. spuitmond vlak boven stort) aan het onderwaterstort aangeboden.

Dit levert wel relatief steile hellingen doch daarentegen waarschijnlijk ook een vrij lage dichtheid van de zandsuppletie.

Hellingen en pakkingen tijdens opspuitingen hangen samen met een groot aantal aspecten, waaronder korrelgrootte(verdeling), de zand-water-verdeling, hydraulische omstandigheden en de wijze van spuiten.

Voor het daadwerkelijk operationeel maken van de onderspuitmethode zullen bovenstaande vragen beantwoord moeten worden.

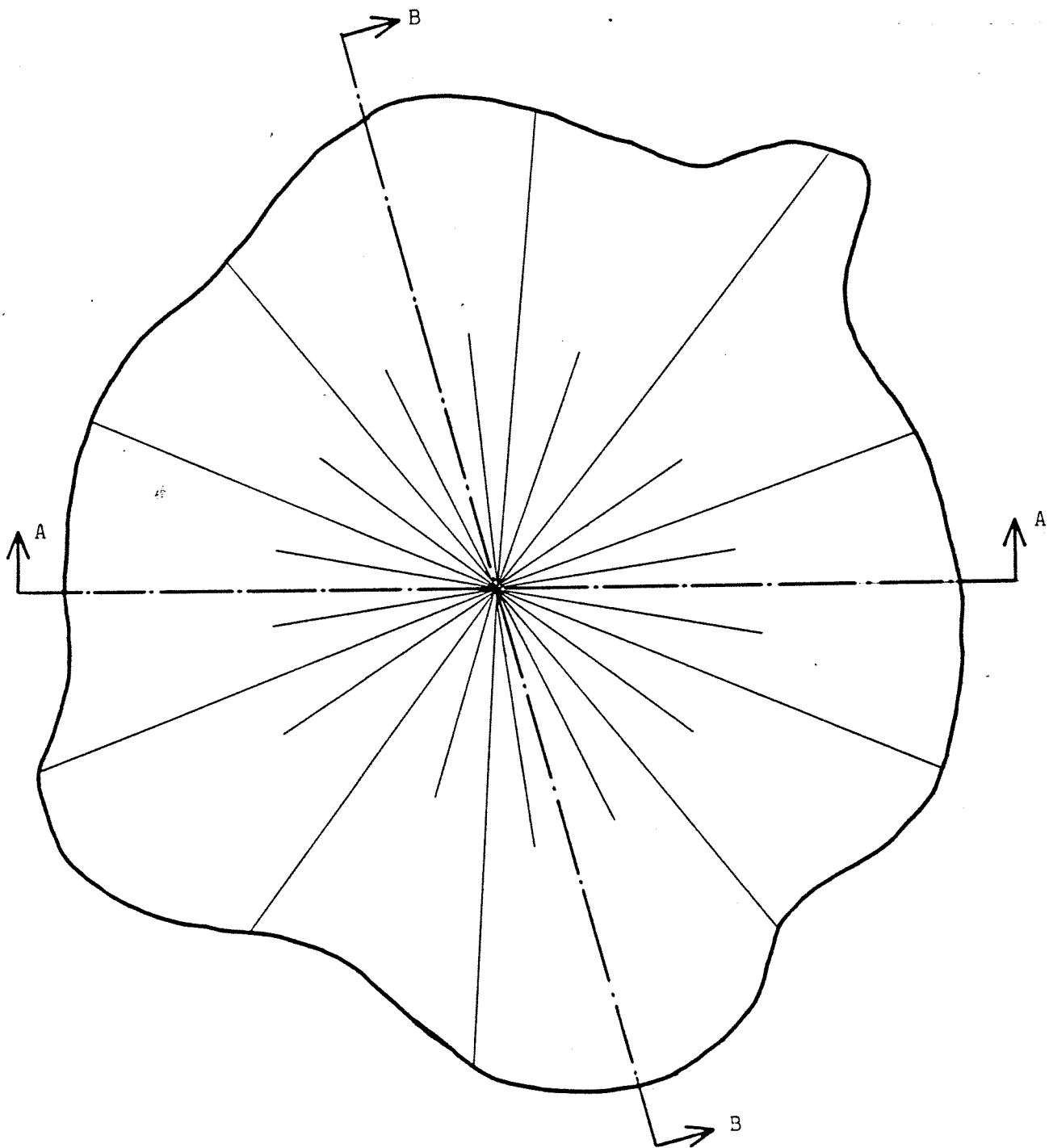
4. Tenslotte moet de invloed van de "natuurlijke" omstandigheden, zoals die in operationele omstandigheden voorkomen, onderzocht worden.

BIJLAGE 1: LITERATUURLIJST

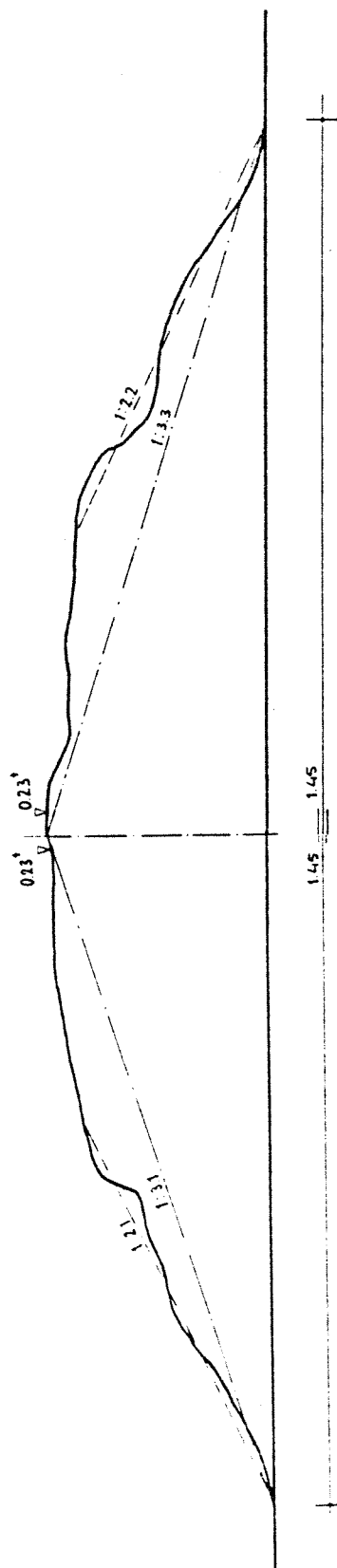
1. An approach to the sedimenttransport problem from general physics, K.A. Bagnold, US government printing office, Washington, 1966
2. Sedimenttransport - dictaat F 10, A. Prins, TH Delft, 1979
3. De dynamica van een laminaire korreldispersiestroming langs een talud, D.R. Mastbergen, TH Delft, 1983
4. Vloeistofmechanica - dictaat B 72, M. de Vries , TH Delft, 1983
5. Onder water gestorte zandlichamen (deel 1), F.T. Heezen en A.C.M. van der Stap, 1985
6. Onderzoek zandslurries (deel III), C. Lantsheer en H. Neerings, TH Delft, 1984
7. Sluiting tijdelijke toegang Europoort (rapport M1118) (onderzoek naar taludhellingen van onder water aangebracht zand), J. Jorritsma, R.W.S. 1973.
8. Dichtheidsstromen - dictaat B 81, J.C. Schonfeld en C. Kranenburg, TH Delft, 1981.
9. Bezwijkcriteria taludhellingen, notitie van DDWT-80, R.W.S. 1980.
10. Waterloopkundig onderzoek - dictaat B 80, M. de Vries, TH Delft, 1978.
11. Theoretical geomorphology (2nd edition), A.E. Scheidegger, Springer verslag Berlijn, 1970.
12. Suspended solids in water, R.J. Gibbs, Plenum Press, New York, 1974.
13. Turbulentie - dictaat B-82, R. Boog, TH Delft, 1984
14. Tidal closures, diverse auteurs, Delft University Press, 1984
15. Grondmechanica- dictaat B22, A. Verruyt, TH Delft, 1982
16. Grondwatermechanica- dictaat B90, A. Verruyt, TH Delft, 1982
17. Onderspuit dam - afstudeerrapport, R. Villanueva en Th. Wieringa
HTS Dordrecht, 1985

BIJLAGE 2 : METINGEN AAN DE VORM EN HELLINGEN AAN ALLE TALUDS,
DIE UIT DE PROEVEN ONTSTAAN ZIJN

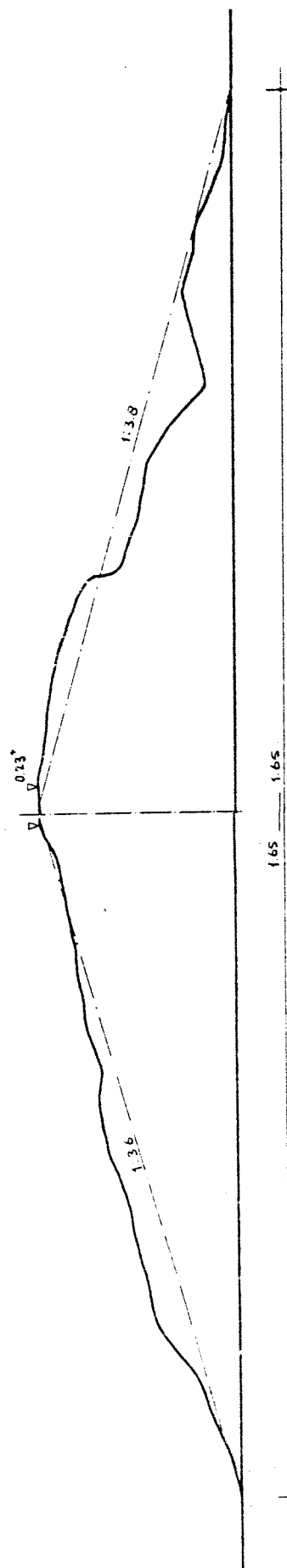
-proef 1
-bovenaanzicht
-schaal 1 : 10



- proef 1
- dwarsdoorsneden AA en BB
- schaal 1 : 10

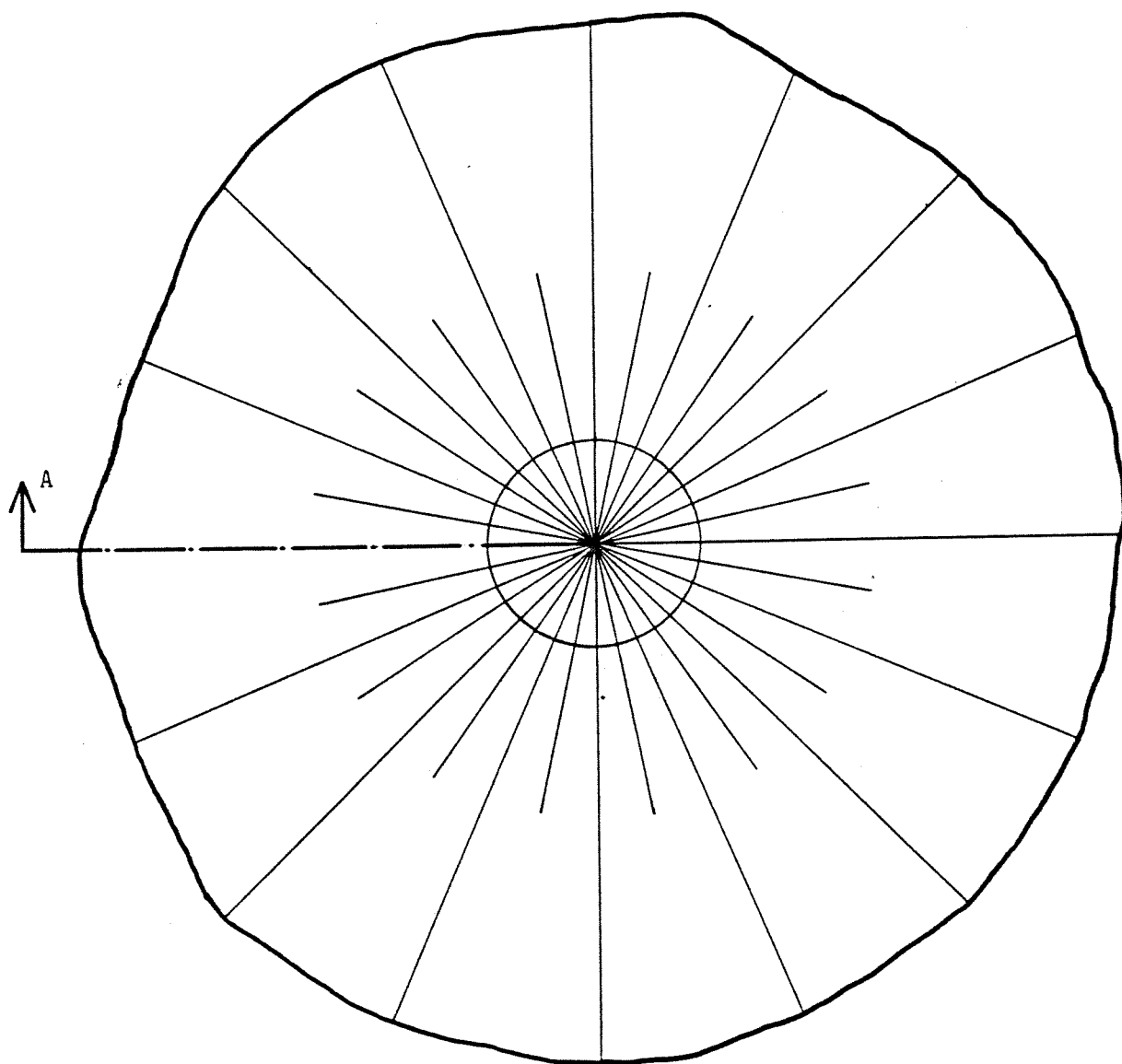


DOORSNEDEN A-A

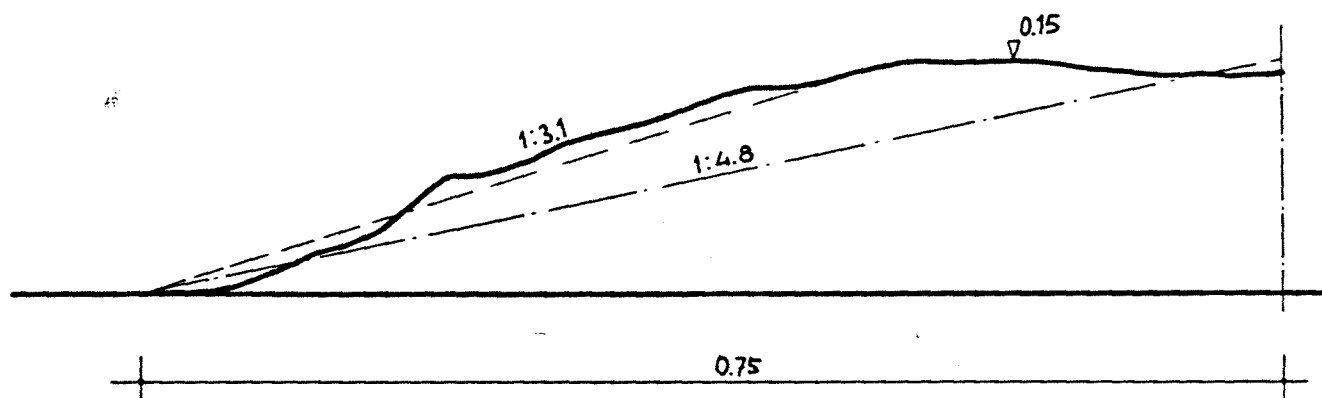


DOORSNEDEN B-B

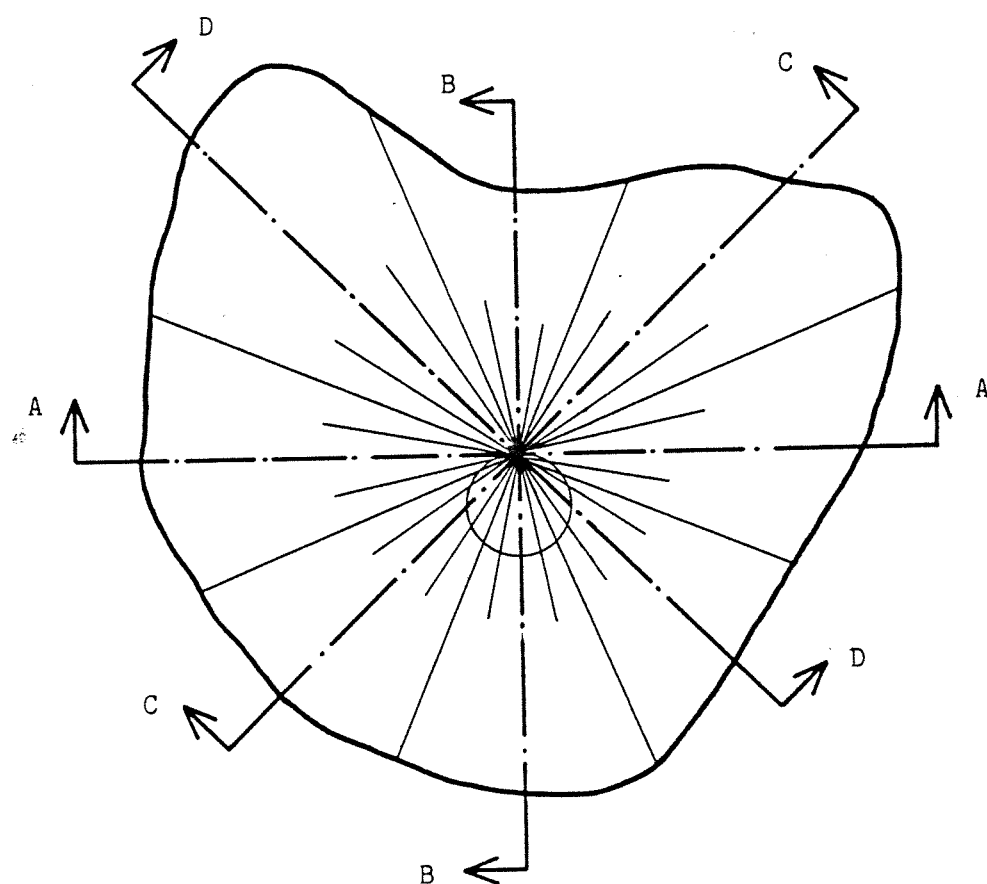
-proef 2
-bovenaanzicht
-schaal 1 : 10



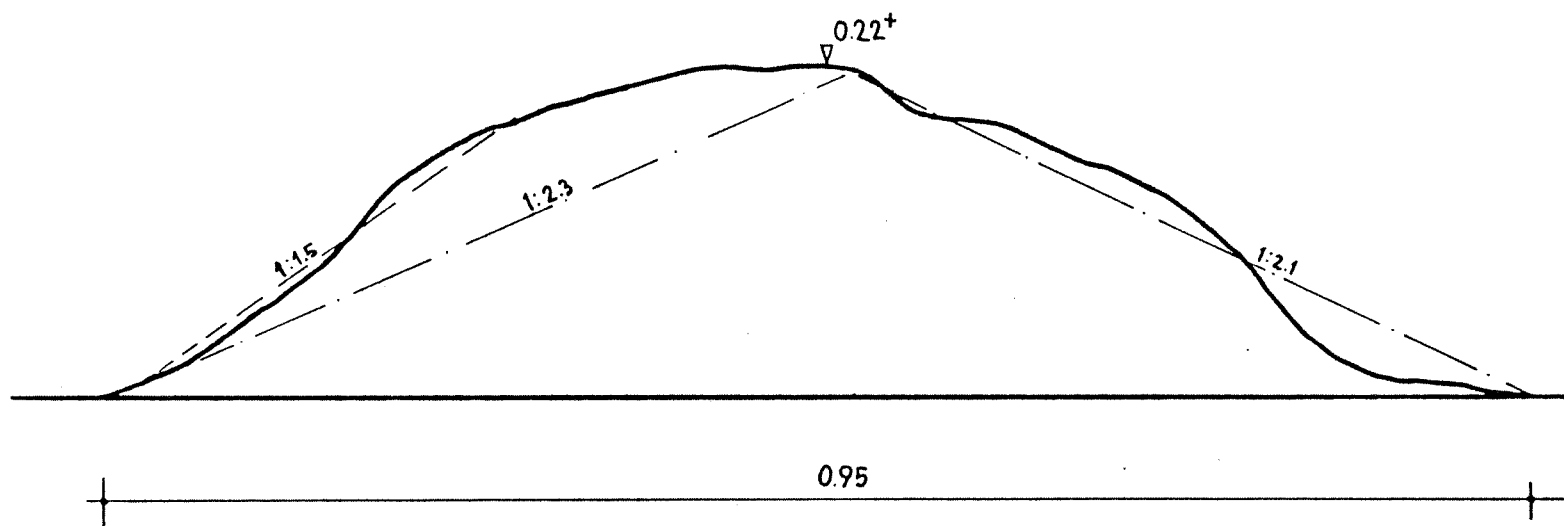
-proef 2
-dwarsdoorsnede A
-schaal 1 : 5



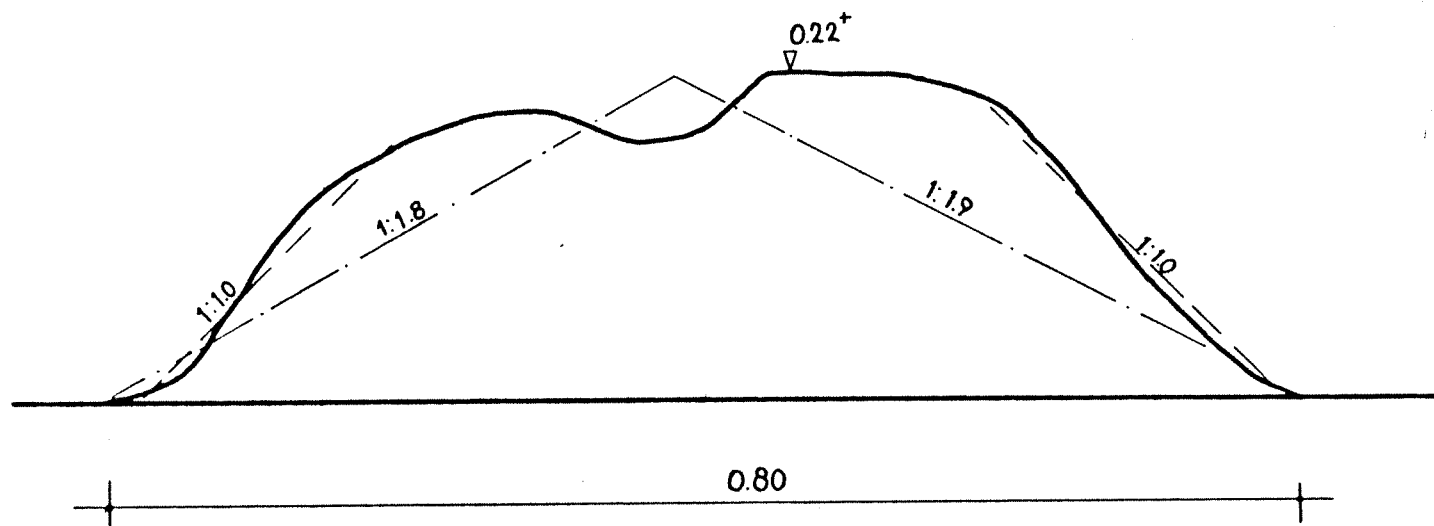
-proef 3
-bovenaanzicht
-schaal 1 : 10



-proef 3
-dwarsdoorsneden AA en BB
-schaal 1 : 5

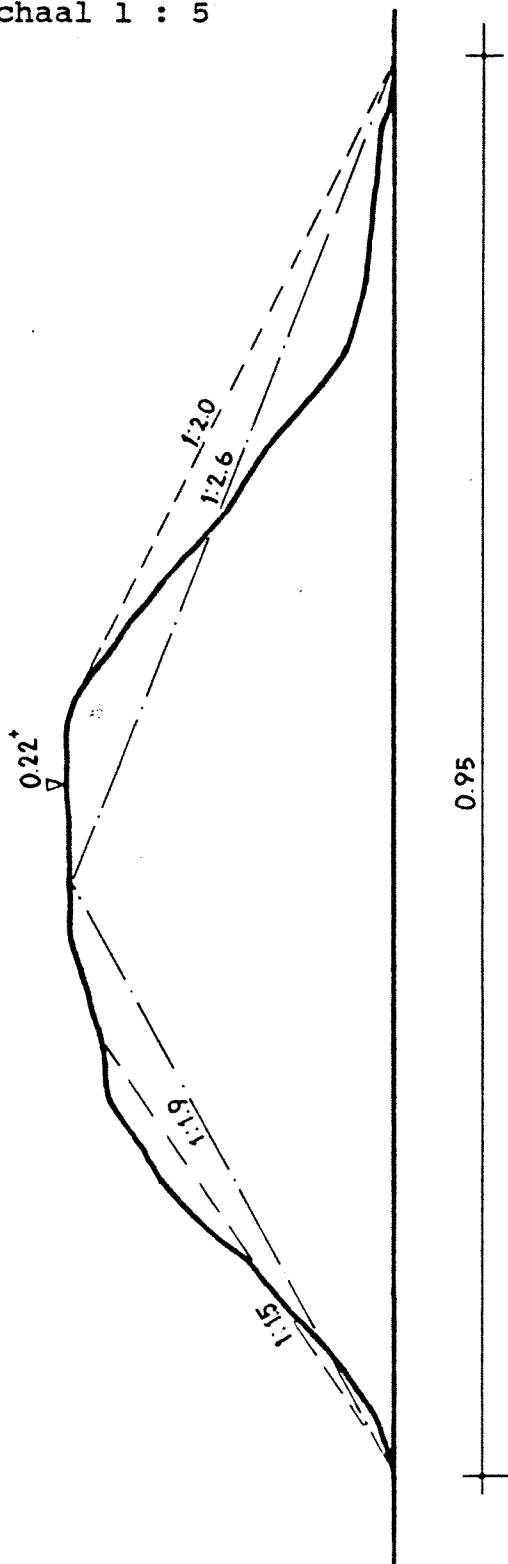


DOORSNEDE A-A

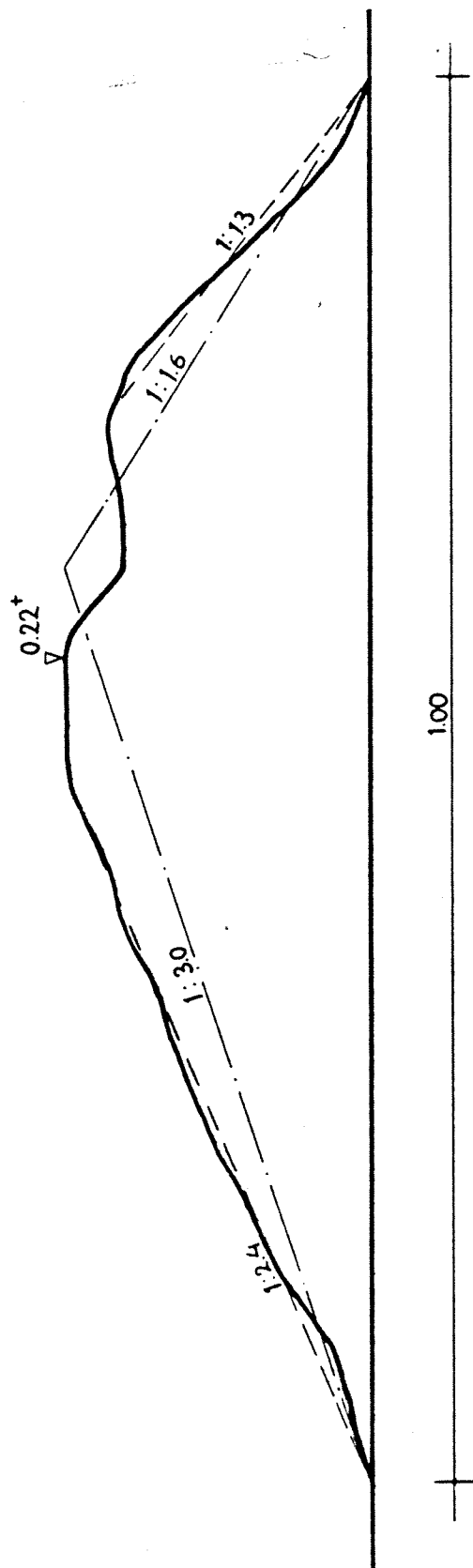


DOORSNEDE B-B

-proef 3
 -dwarsdoorsneden CC en DD
 -schaal 1 : 5

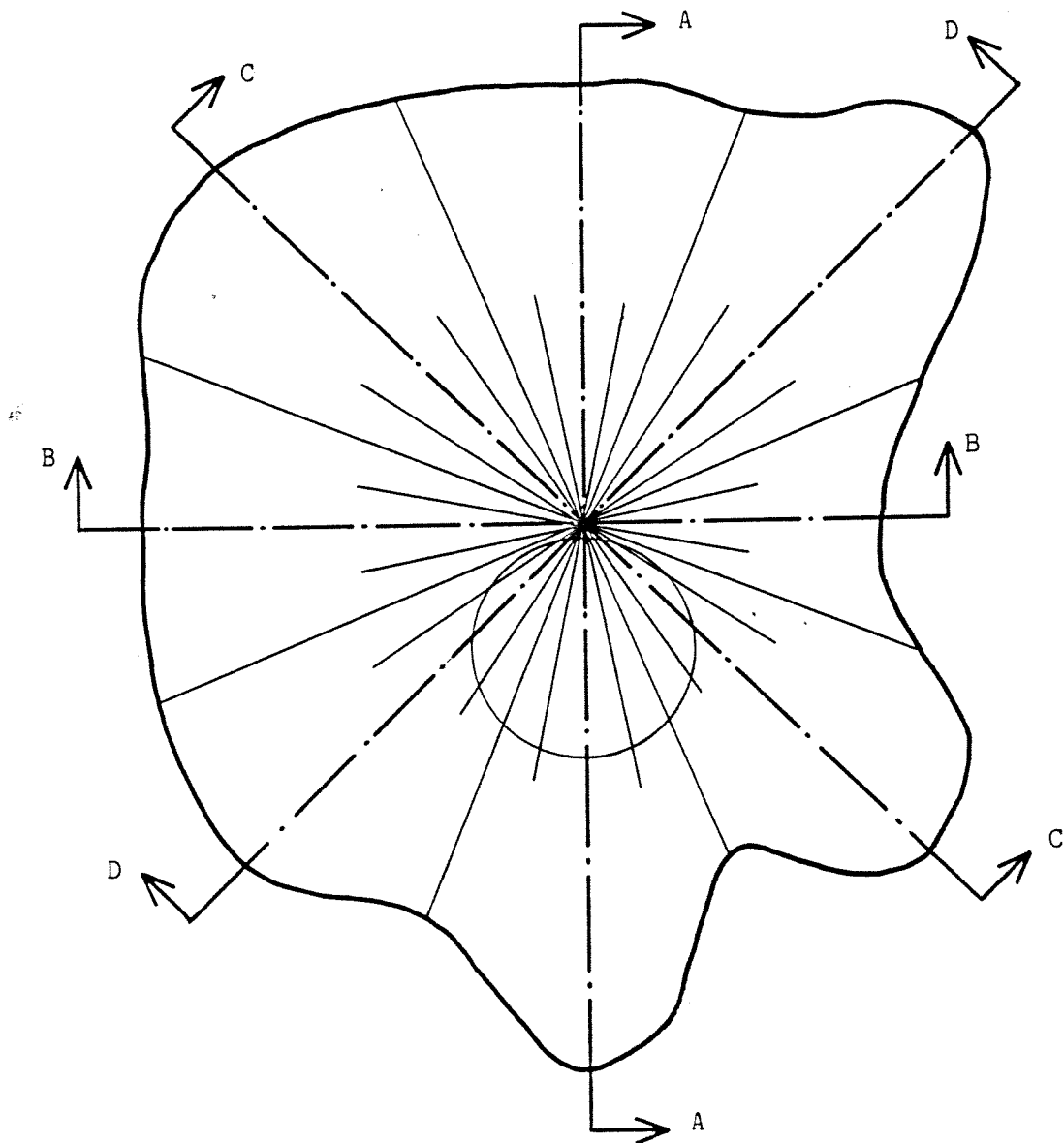


DOORSNEDE C-C

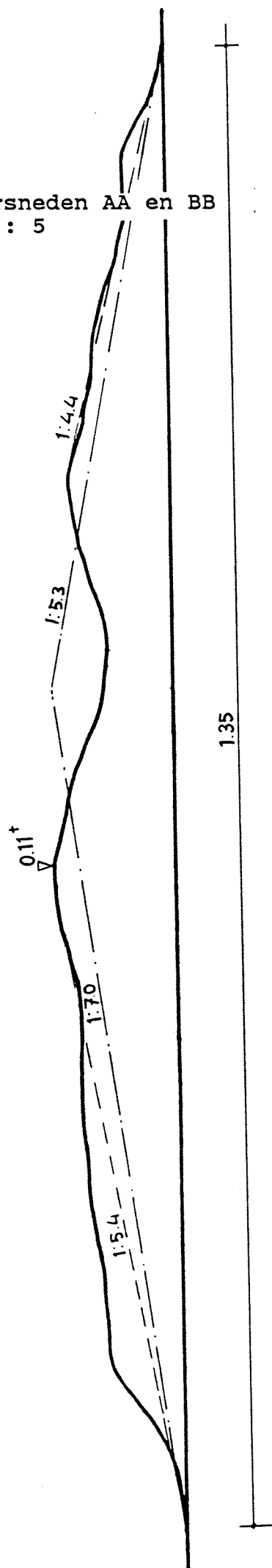


DOORSNEDE D-D

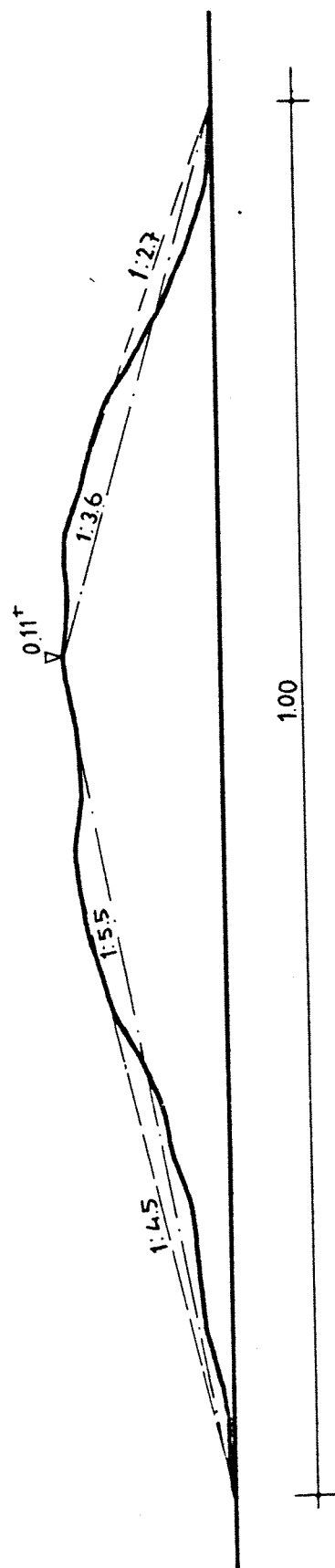
-proef 4
-bovenaanzicht
-schaal 1 : 10



- proef 4
- dwarsdoorsneden AA en BB
- schaal 1 : 5

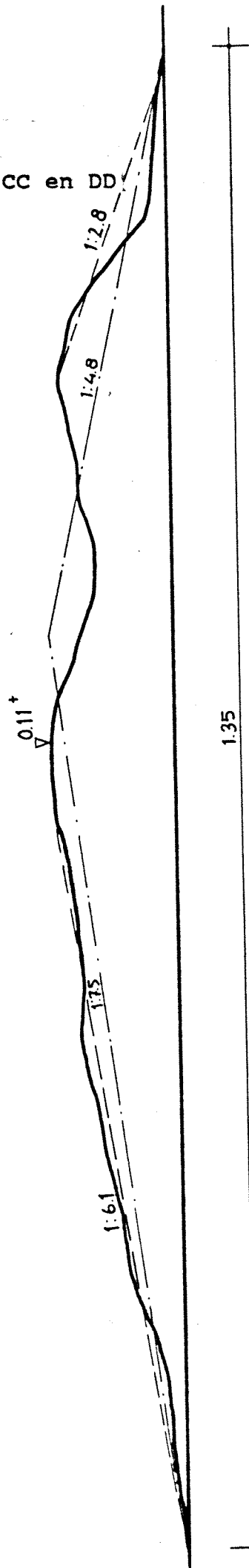


DOORSNEDE A-A

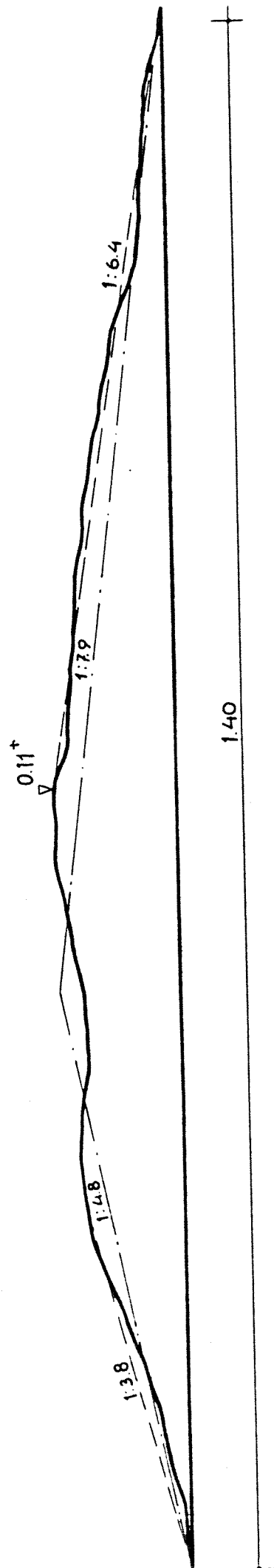


DOORSNEDE B-B

-proef 4
-dwarsdoorsneden CC en DD
-schaal 1 : 5

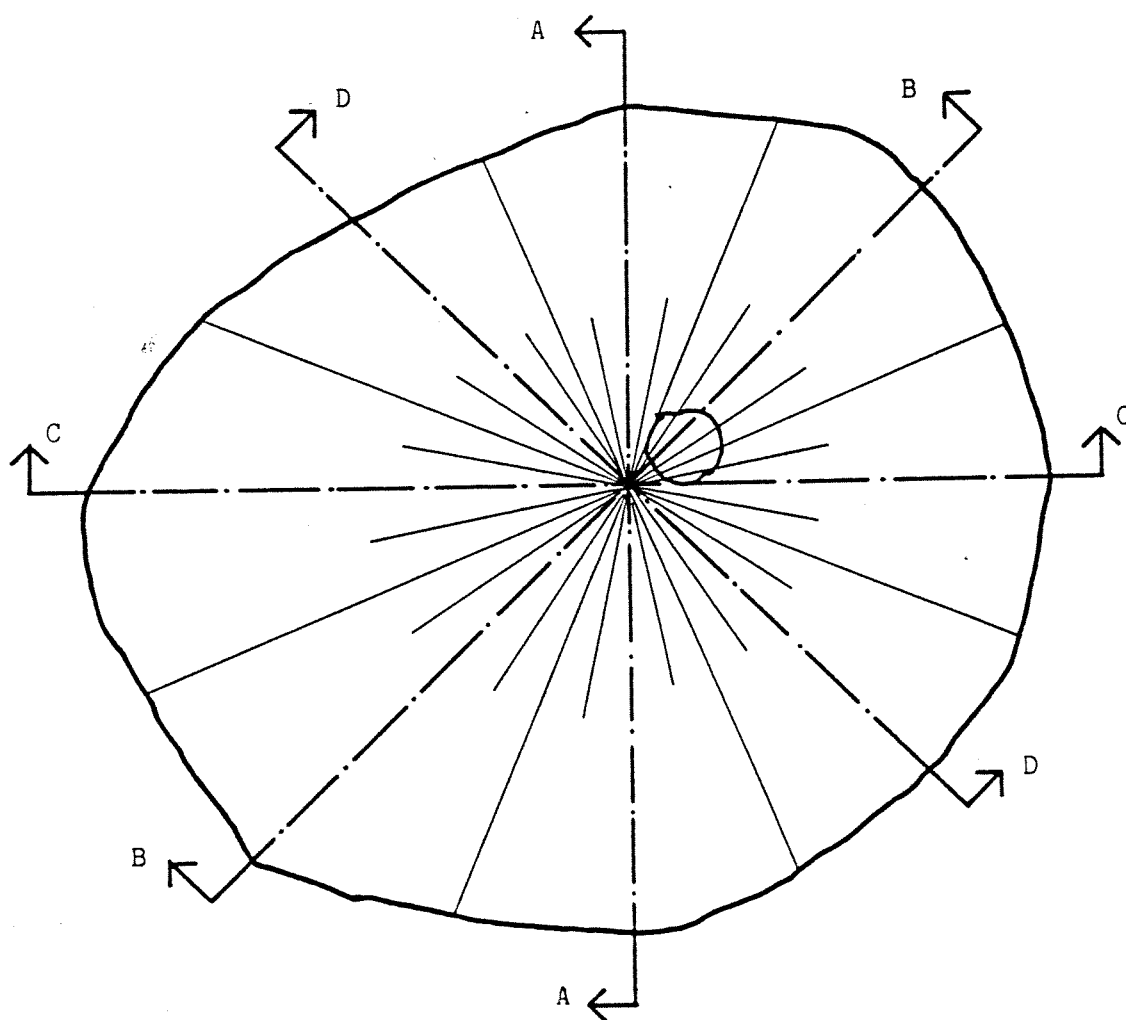


DOORSNEDE C-C

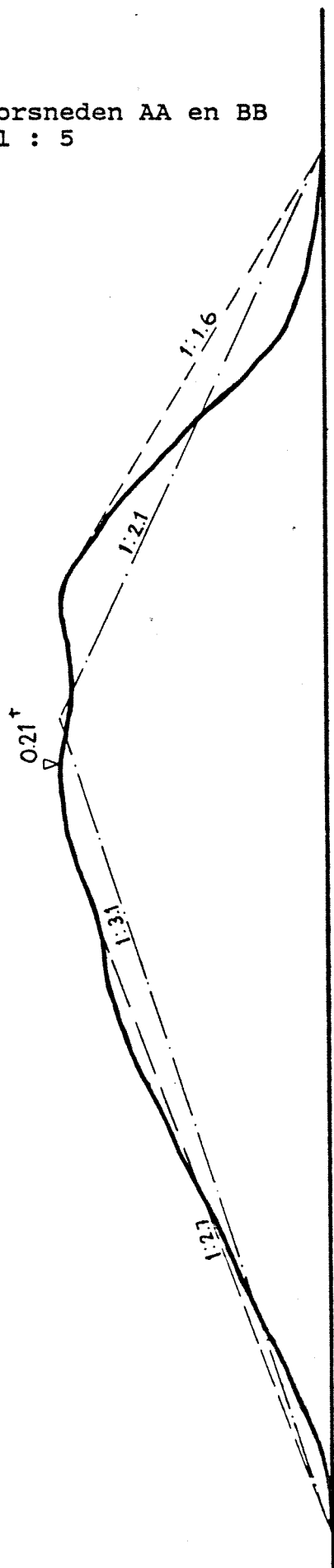


DOORSNEDE D-D

-proef 5
-bovenaanzicht
-schaal 1 : 10

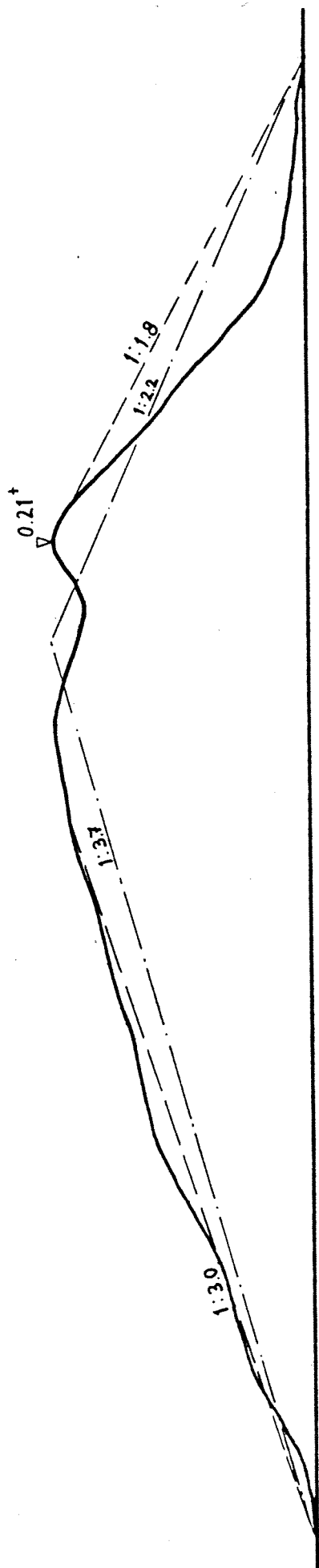


- proef 5
- dwarsdoorsneden AA en BB
- schaal 1 : 5



1.10

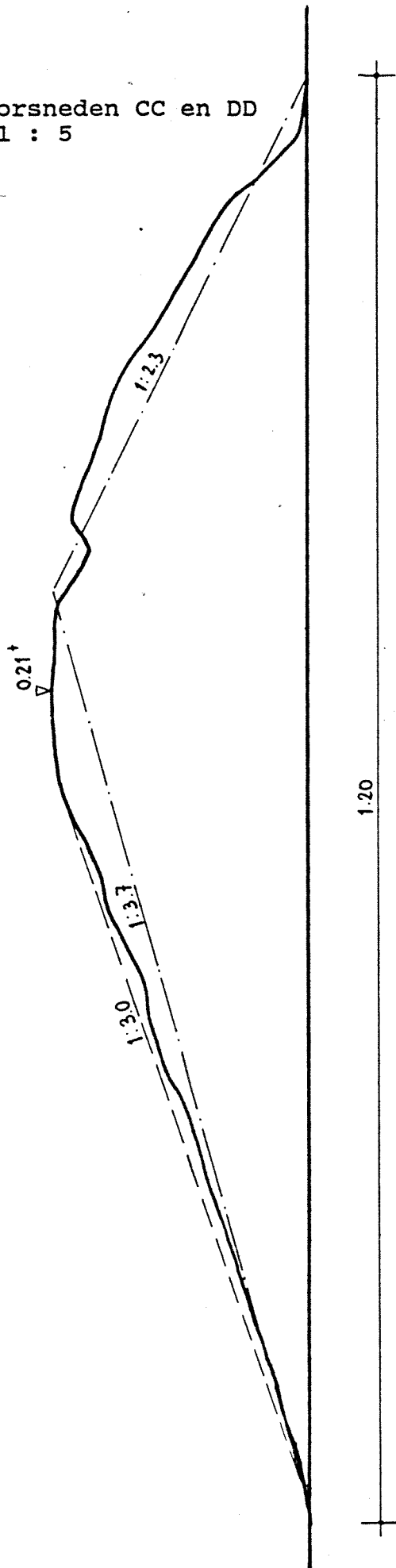
DOORSNEDE A-A



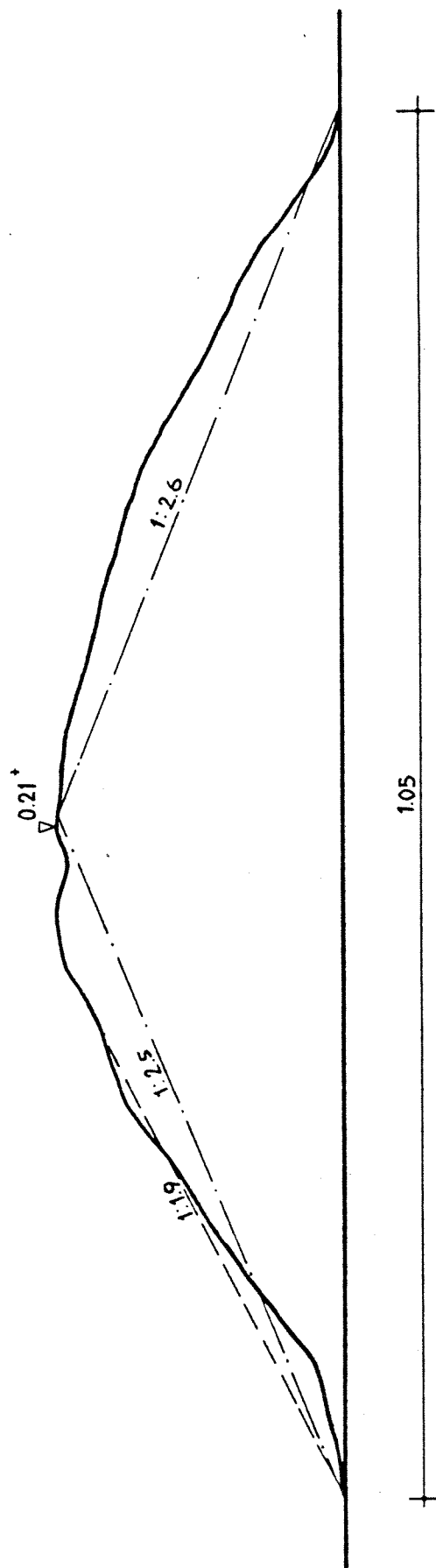
1.20

DOORSNEDE B-B

- proef 5
- dwarsdoorsneden CC en DD
- schaal 1 : 5

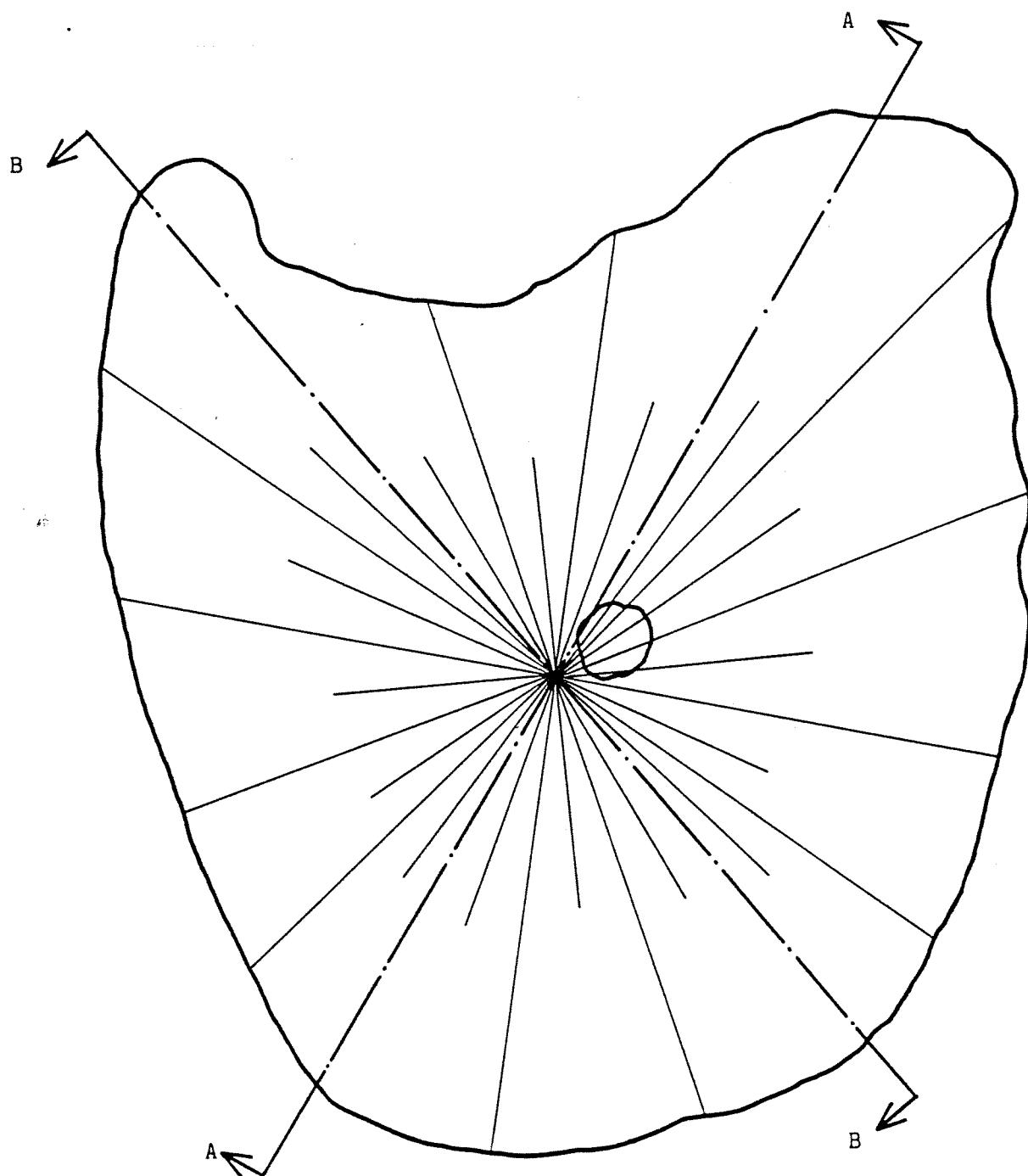


DOORSNEDE C-C

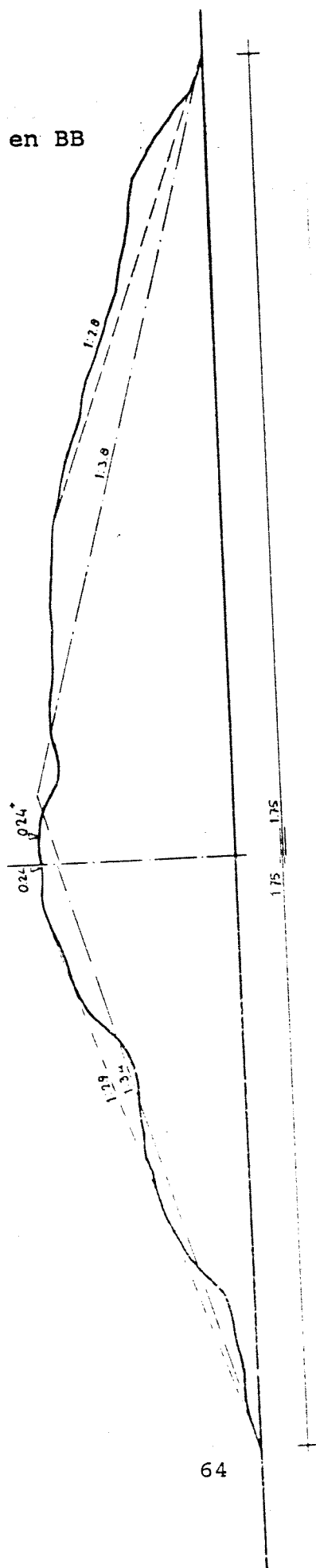


DOORSNEDE D-D

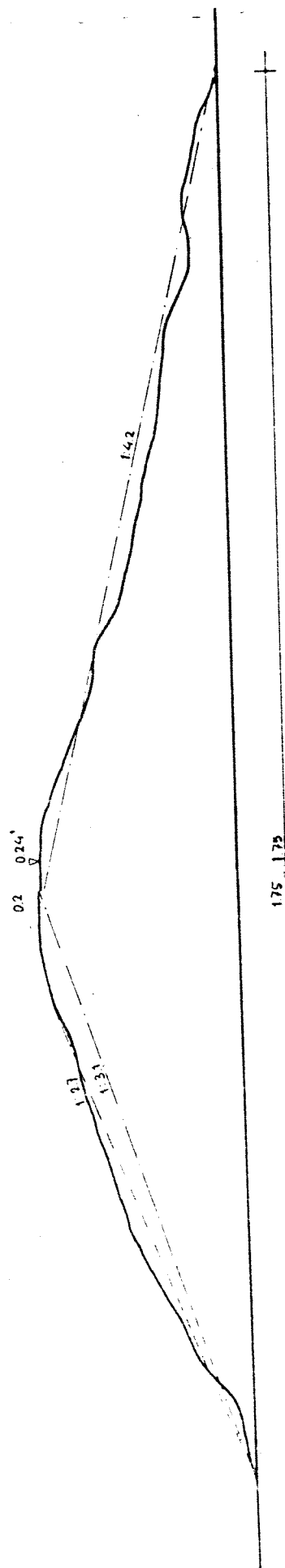
-proef 6
-bovenaanzicht
-schaal 1 : 10



- proef 6
- dwarsdoorsneden AA en BB
- schaal 1 : 10

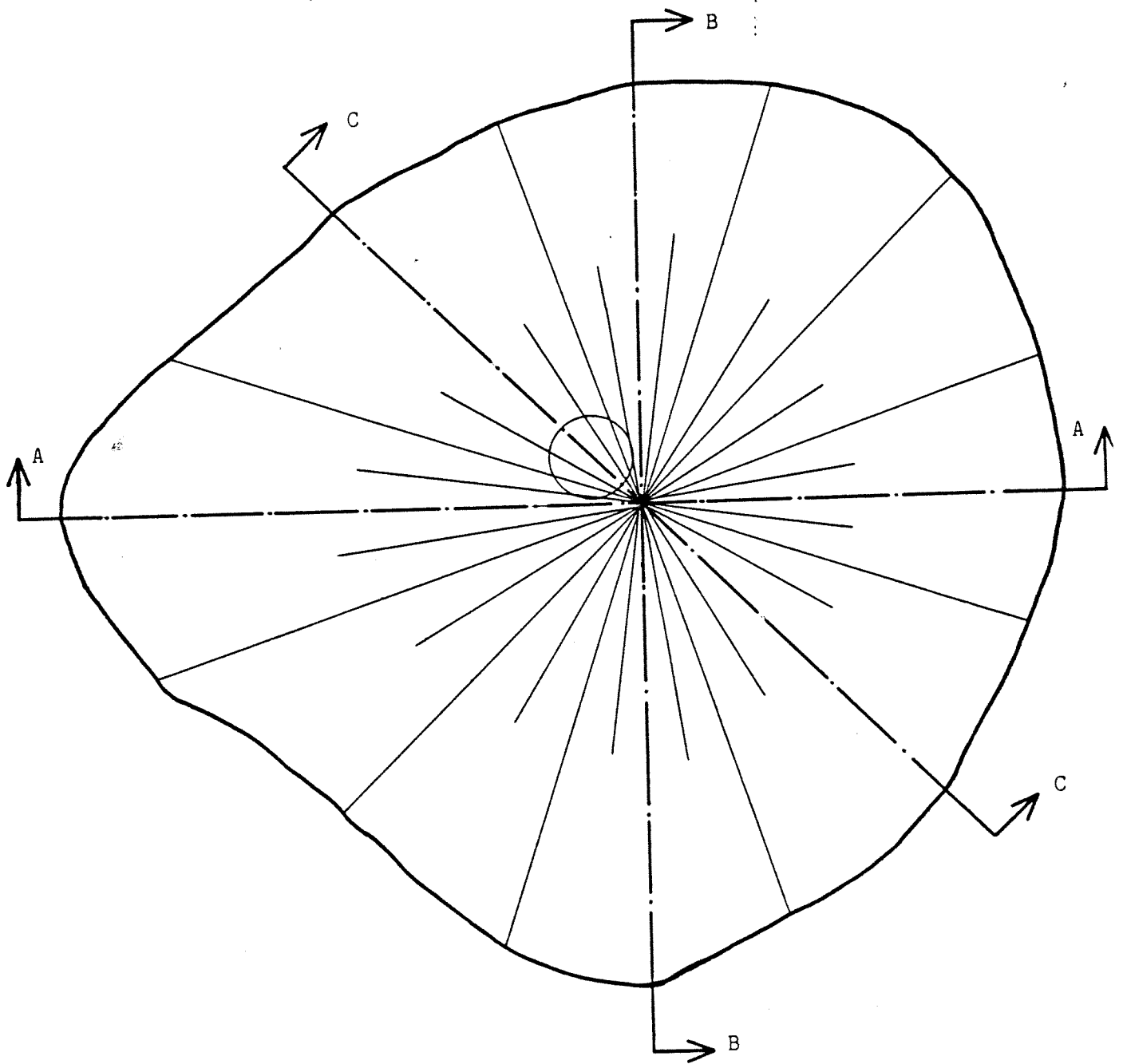


DOORSNEDEN A-A

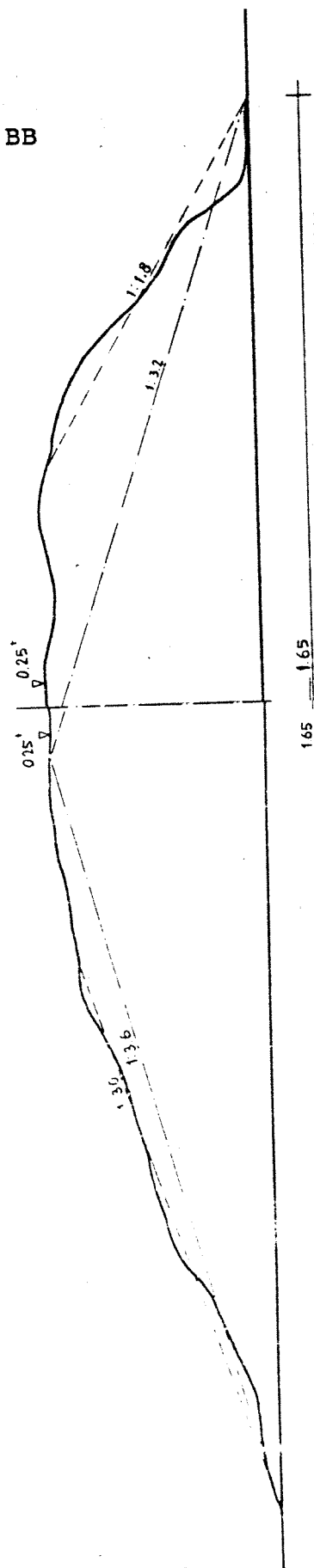


DOORSNEDEN B-B

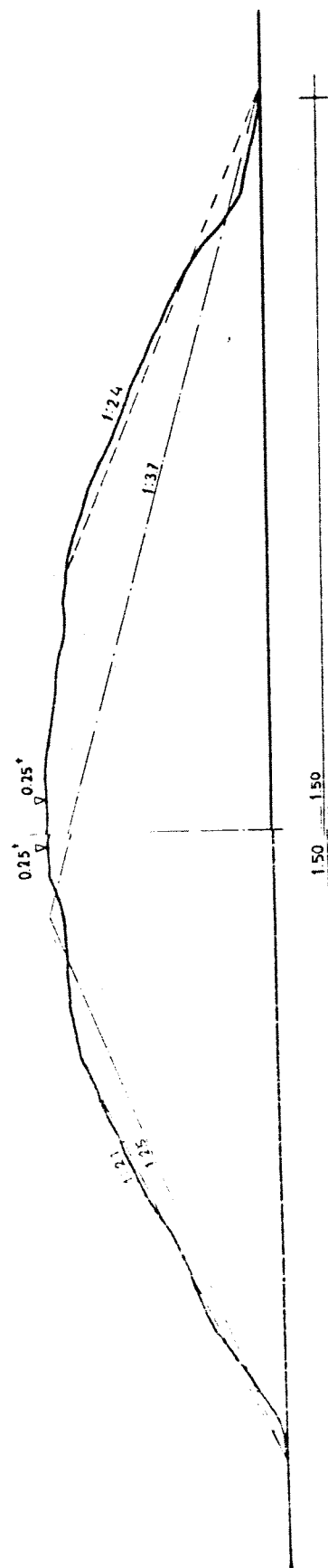
-proef 7
-bovenaanzicht
-schaal 1 : 10



- proef 7
- dwarsdoorsneden AA en BB
- schaal 1 : 10

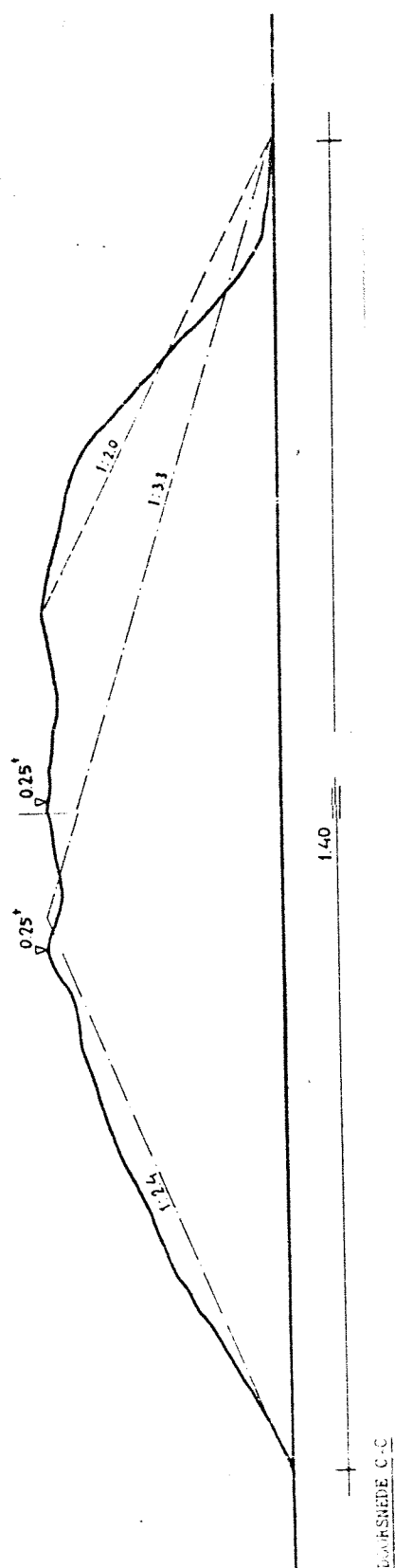


DWARSDE A-A

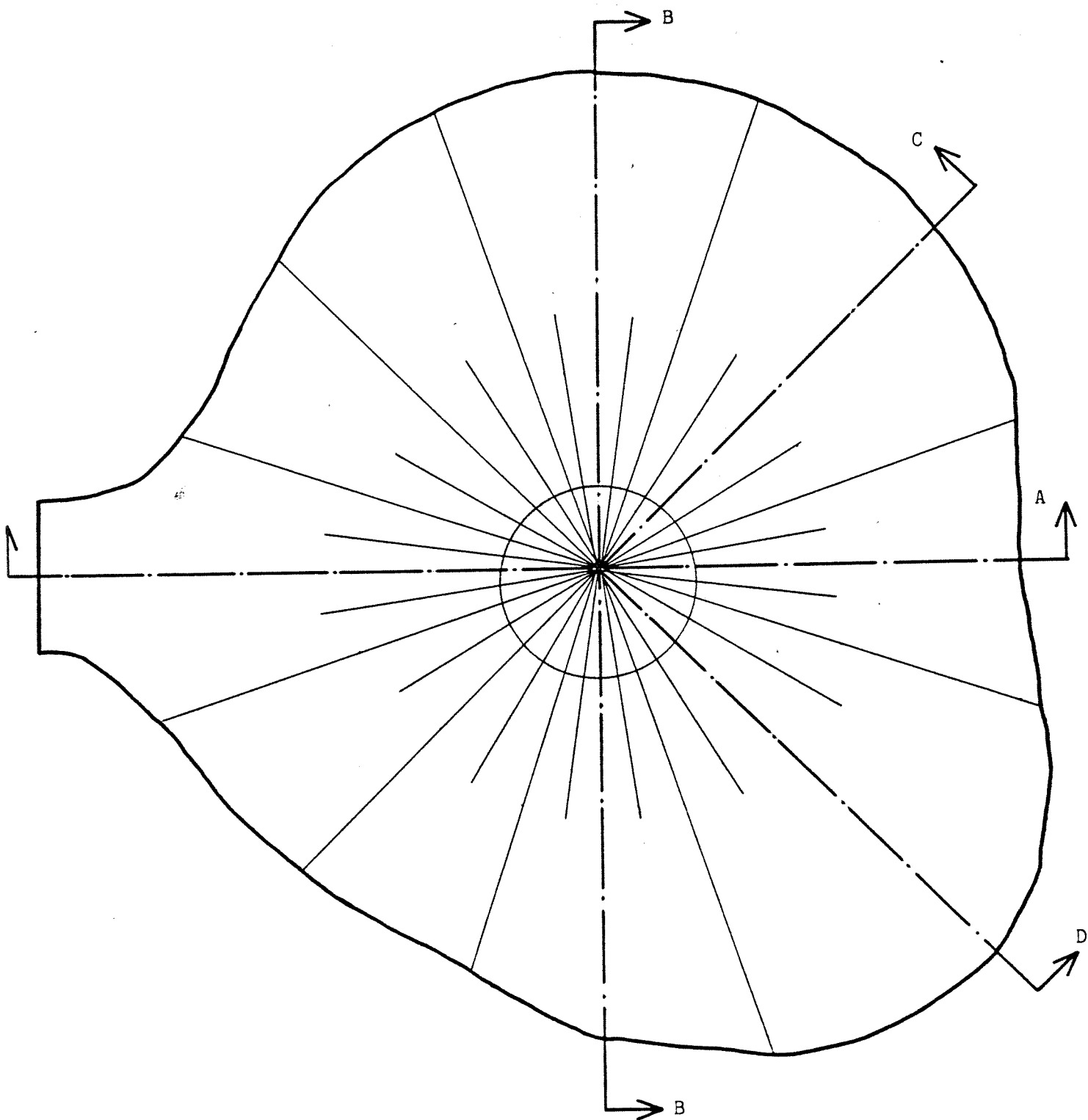


DWARSDE B-B

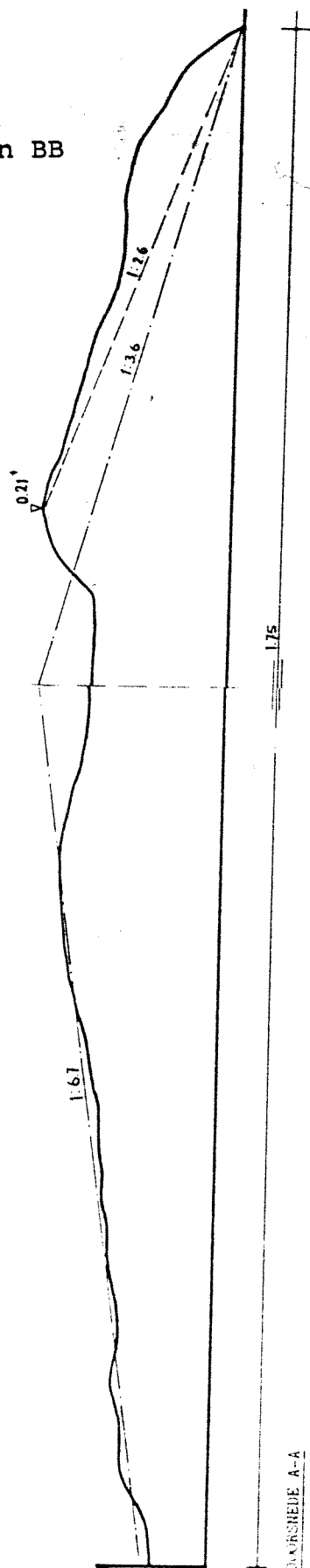
- proef 7
- dwarsdoorsneden CC
- schaal 1 : 10



-proef 8
-bovenaanzicht
-schaal 1 : 10

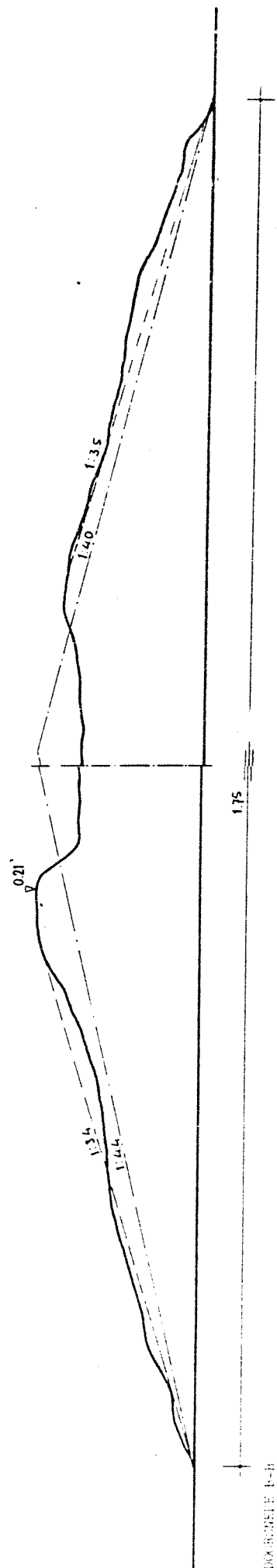


- proef 8
- dwarsdoorsneden AA en BB
- schaal 1 : 10



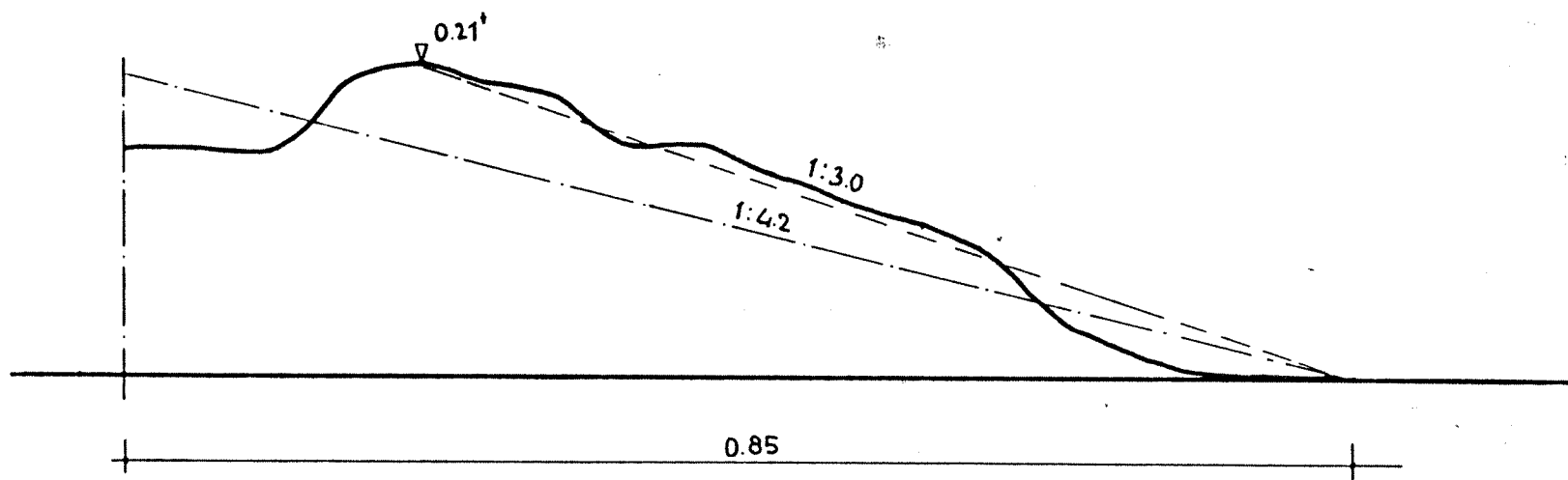
DWARSDE A-A

69

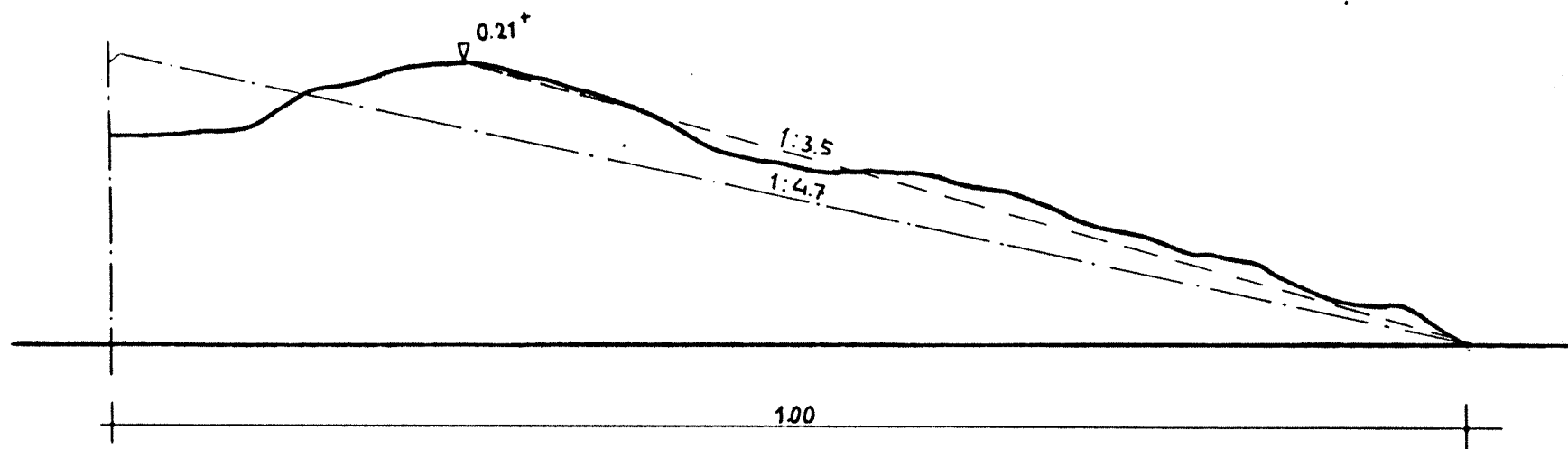


DWARSDE B-B

-proef 8
-dwarsdoorsneden C en D



70 DOORSNEDE C
schaal 1:5



DOORSNEDE D
schaal 1:5

ONDERZOEK NAAR DE HAALBAARHEID VAN DE ONDERSPUITDAM

DEEL 2 : kwantificering van het opbouwmechanisme

J. V. Aalten

Amsterdam, november 1987

VOORWOORD

Dit is het tweede deel van de verslaglegging van mijn afstuderen bij de Vakgroep Algemene Waterbouw, Afdeling der Civiele Techniek aan de T.U. Delft.

Het onderwerp van mijn afstuderen was, het onderzoeken van de haalbaarheid van de onderspuitmethode (een alternatieve uitvoeringsmethode voor het opbouwen van zandlichamen, bedacht door de heer Duyster, docent aan de HTS Dordrecht).

Groot is mijn dank aan de heer ir W.T. Bakker, die mij zeer behulpzaam is geweest bij het schrijven van dit tweede deel.

Amsterdam, november 1987

Jeroen Aalten

INHOUDSOPGAVE

	pag.
INLEIDING	6
HOOFDSTUK EEN: VASTSTELLING VAN HET OPBOUWMECHANISME	7
1.1 INLEIDING	7
1.2 SAMENVATTING VAN DEEL I: "VASTSTELLING VAN HET OPBOUWMECHANISME"	7
1.3 KEUZE EN BESCHRIJVING OPBOUWMECHANISME	11
1.3.1 Keuze van het opbouwmechanisme	11
1.3.2 Beschrijving van de optredende mechanismen	11
HOOFDSTUK TWEE: DE BASISVERGELIJKINGEN VAN HET STROOMBEELD	15
2.1 INLEIDING	15
2.2 HET OPSTELLEN VAN DE BASISVERGELIJKINGEN	17
2.2.1 Overgang op een gerend assenstelsel	17
2.2.2 De continuïteitsvergelijking	18
2.2.3 De bewegingsvergelijking	19
2.3 DE RANDVOORWAARDEN AAN DE STROMING	21
2.3.1 De onder-randvoorwaarde	21
2.3.2 De boven-randvoorwaarde	21
2.3.3 De linker-randvoorwaarde	21
2.3.4 De rechter-randvoorwaarde	22
2.4 DE VERHANGLIJN VAN DE MAT	23
2.4.1 Algemeen wiskundige beschrijving van de verhanglijn	23
2.4.2 Randvoorwaarden aan de verhanglijn	26
APPENDIX A : De val- en de bodemprocessen	28
HOOFDSTUK DRIE: EEN ANALYTISCH EN EEN NUMERIEK MODEL	33
3.1 INLEIDING	33
3.2 HET MATHEMATISCH MODEL	33
3.3 HET NUMERIEK SCHEMA	38
3.4 DE BASISVERGELIJKINGEN	39
3.4.1 De continuïteitsvergelijking	39
3.4.2 De bewegingsvergelijking	40
3.5 DE NUMERIEK OPLOSSEN VAN HET NIET-LINEAIRE STELSEL	42
3.5.1 Het lineair oplossen van een niet-lineaire matrix	42
3.5.2 Splitsen van de matrix	43
3.5.3 De oplossingsmethode voor het oplossen v.d. matrix	44
3.5.4 Het computerprogramma	44
APPENDIX B: Het stroombeeld mathematisch opgelost voor $p < 0$	45
APPENDIX B: Stroomschema van het computerprogramma	49
APPENDIX C: Het computerprogramma	50

HOOFDSTUK VIER: HET SEDIMENTATIE-MODEL	54
4.1 INLEIDING	54
4.2 ALGEMENE BESCHRIJVING VAN SEDIMENTATIE UIT OVERVERZADIGDE MENGSELS	54
4.3 DE BASISVERGELIJKING VAN DE SEDIMENTATIE	55
4.4 DE RANDVOORWAARDEN AAN DE SEDIMENTATIE	57
4.4.1 De linker randvoorwaarde	57
4.4.2 De rechter randvoorwaarde	58
4.4.3 De bodem-randvoorwaarde	58
4.4.4 De mat-randvoorwaarde	58
4.5 AANVULLENDE INFORMATIE TEN BEHOEVE VAN VERDERE UITWERKING	59
4.5.1 Gereduceerde valsnelheid ten gevolge van hoge randconcentratie	59
4.5.2 Criterium "voldoende" menging	60
HOOFDSTUK VIJF: BEREKENINGEN IN EEN PRAKTIJKSITUATIE	61
5.1 INLEIDING	61
5.2 UITVOERING IN TWEE FASEN	61
5.3 DE RANDVOORWAARDE AAN DE STROMING	63
5.3.1 Voorbereidende berekeningen	63
5.3.2 De linker randvoorwaarde	68
5.3.3 De stroming onder de mat	71
5.3.4 De rechter randvoorwaarde	74
5.4 HET NUMERIEKE SCHEMA	76
5.5 UITKOMSTEN VAN DE COMPUTERBEREKENINGEN	77
5.6 INTERPRETATIE VAN DE UITKOMSTEN	81
HOOFDSTUK ZES: AANBEVELINGEN VOOR NADER ONDERZOEK	85
LITERATUURLIJST	86

INLEIDING

Voor u ligt het tweede deel van een onderzoek naar de haalbaarheid van de onderspuitmethode als alternatieve uitvoeringsmethode voor het opbouwen van zanddammen.

In dit tweede deel wordt getracht tot een kwantitatieve onderbouwing van de onderspuitmethode te komen. Deze verhandeling concentreert zich op het eerste deel van de optredende verschijnselen : de sedimentatie van het zand op de kruin. Het tweede deel van het opbouwmechanisme, de oppervlakkige afschuivingen wordt slechts zijdelings aangestipt.

Bij het opstellen van de kwantificering zijn er aannamen ten aanzien de uitvoering gedaan. De verdere uitwerking van deze uitvoeringsaspecten valt buiten het bestek van dit verslag.

In hoofdstuk 1 wordt een samenvatting van deel I "Vaststelling van het opbouwmechanisme" gegeven. De proefresultaten uit deel I worden vervolgens aan een kritische (uitvoerings-technische) beschouwing onderworpen. Resultaat van deze beschouwing is dat voor de kwantitatieve uitwerking van de onderspuitmethode, wordt gekozen voor een andere hypothese dan op grond van de proeven werd aangenomen.

In hoofdstuk 2 worden de basisvergelijkingen van de zand-water-stroming onder de mat opgesteld. Daarnaast worden de randvoorwaarden, waaraan de stroming moet voldoen, opgesteld.

In hoofdstuk 3 worden een analytisch model en een numeriek model van de stroming opgesteld.

In hoofdstuk 4 wordt een globale aanzet tot een sedimentatie-model gegeven.

Het Tholense Gat diende in hoofdstuk 5 als praktijk-situatie, waarop de kwantificering van het stroombeeld kon worden toegepast.

Hoofdstuk 6 somt een lijst van aanbevelingen op, die moeten worden uitgevoerd, voordat de haalbaarheid van de onderspuitmethode daadwerkelijk kan worden beoordeeld.

HOOFDSTUK EEN : VASTSTELLING VAN HET OPBOUWMECHANISME

1.1 INLEIDING

In paragraaf 1.2 van dit hoofdstuk wordt een samenvatting van deel I "Vaststelling van het opbouwmechanisme" gegeven. In paragraaf 1.3.1 worden de resultaten van de proeven, zoals in deel I beschreven aan een kritische beschouwing onderworpen. Resultaat van deze beschouwing is, dat voor de wiskundige uitwerking van de onderspuitmethode, wordt gekozen voor de andere hypothese dan op grond van de proeven werd aangenomen. Ter afsluiting worden in paragraaf 1.3.2 de mechanismen beschreven, die optreden bij de gekozen hypothese. De beschrijving van de sedimentatie uit het zand-water-mengsel wordt slechts kort beschreven; de rest van dit rapport zal dit deel-mechanisme analyseren. De oppervlakkige afschuivingen in het zand-lichaam zullen meer aandacht krijgen, en hun analyse wordt daarmee in het kader van dit afstudeerwerk afgesloten.

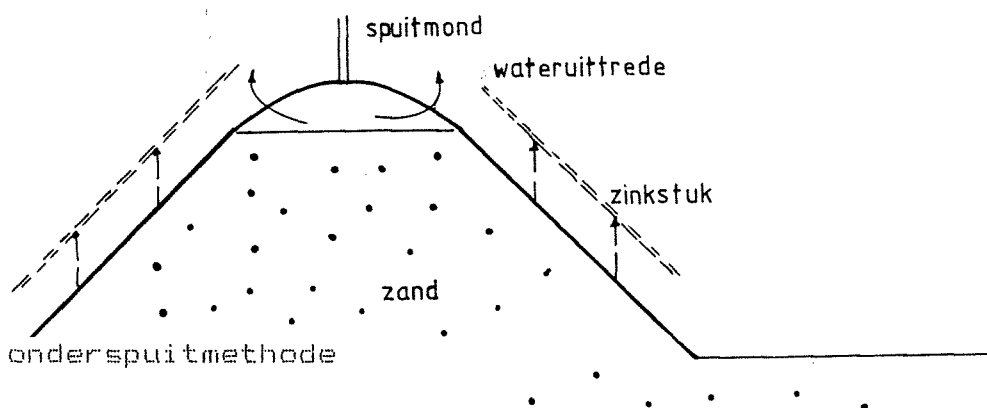
1.2 SAMENVATTING VAN DEEL I "Vaststelling van het opbouwmechanisme"

In deze paragraaf is puntsgewijs deel I samengevat.

De onderspuitmethode

De onderspuitmethode bestaat uit het neerleggen van zinkstukken, die vervolgens met een zand-water-mengsel worden onderspoten: het water wijkt door de poreuze zinkstukken, het zand blijft liggen en de zinkstukken komen aansluitend op het gevormde zandlichaam omhoog.

Het zandlichaam blijft tijdens en na de uitvoering geheel beschermd tegen golfslag en overtrekkende stroom.



Figuur 1.1 De onderspuitmethode

De probleemstelling

De opbouw wijze van het talud bij het gebruik van de onderspuitmethode was onbekend. Volgens de toenmalige stand van de techniek kon men dus niet op betrouwbare wijze onderspuitdammen ontwerpen en uitvoeren. Daarom was het ontdekken van de optredende opbouw- en bezwijkmechanismen het hoofdonderwerp in het eerste deel van mijn onderzoek.

De werkwijze

In het eerste deel is aan de hand van literatuuronderzoek en verkennende proeven getracht tot een kwalitatieve vaststelling van de optredende mechanismen te komen. Dit deel is onder begeleiding van de heer ir J. Stuip uitgevoerd.

De mechanismen en de invloed van de mat

De volgende mechanismen zijn behandeld :

suspensiestromingen en korreldispersiestromingen, als opbouwmechanismen en afschuifvlakken en zettingsvloeiingen, als bezwijkmechanismen.

Vervolgens is er steeds een beschouwing gemaakt van de invloed van de mat op de afzonderlijke mechanismen.

Samengevat is de verwachte invloed van de mat op de verschillende mechanismen:

- a. versteiling van het talud
- b. verslechterde pakking
- c. minder ontmenging
- d. tijdelijk uitstellen van kritieke bezwijkingen.
- e. het risico van dichtslibben, doordat de uittreesnelheid van het ingespoten water de bezinksnelheid van de kleine deeltjes overtreft en de zanddoorlatendheid van de mat te klein is, om deze deeltjes door te laten. Dichtslibben zou het optredend opbouwmechanisme significant wijzigen.

Aanname : er treden geen zettingsvloeiingen op

De uiteindelijke zandlichaamparameters worden significant bepaald door het al dan niet optreden van zettingsvloeiingen; ten gevolge van een zettingsvloeiing zal de taludhelling flauw en de uiteindelijke pakking slecht zijn. Indien er dus zettingsvloeiingen op zouden treden, zou de methode dientengevolge praktisch onbruikbaar zijn. Bij de voorlopige opstelling van concepties, voordat de proeven werden uitgevoerd, was het dus logisch de methode de 'benefit of the doubt' te geven en aan te nemen, dat er geen zettingsvloeiingen optreden.

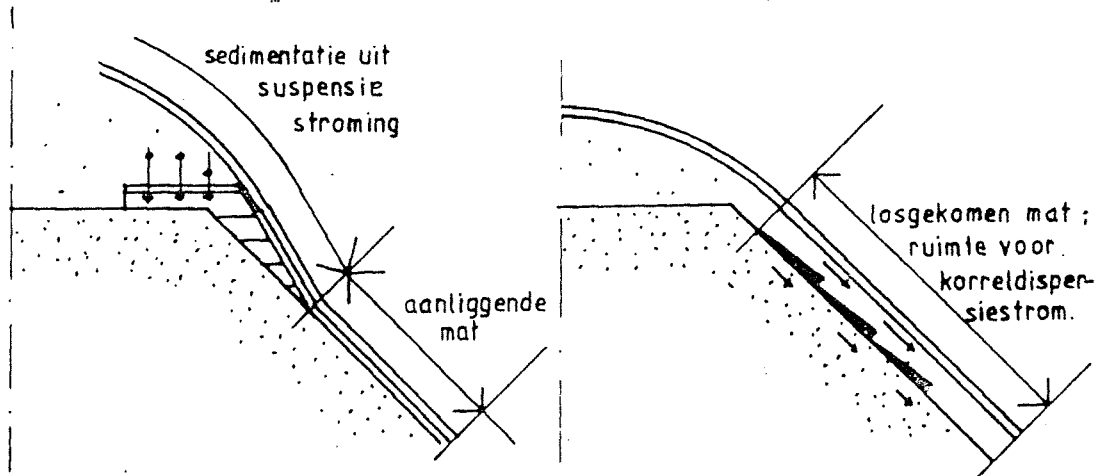
In deel I "Vaststelling van het opbouwmechanisme" van de verslaglegging, par. 2.2.2 "Bezuikmechanismen" zijn criteria

genoemd ten aanzien van de pakking en de taludhelling ter vermijding van zettingsvloeiingen.

Hypothesestelling

Vervolgens zijn er twee hypothesen ten aanzien van het "totaal"-mechanisme van de onderspuitmethode opgesteld:

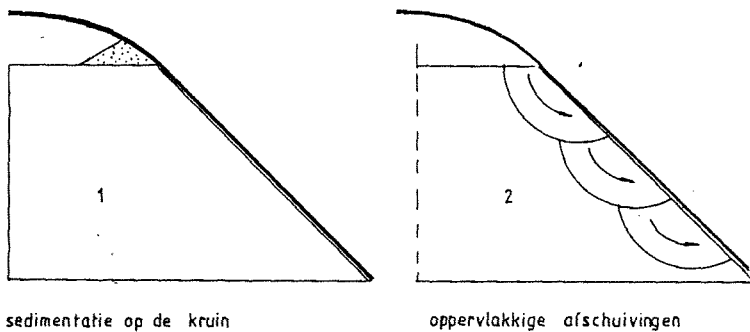
Hypothese 1 : oppervlakte- opbouw : suspensiestroming, gecombineerd met korreldispersiestroming.



Figuur 1.2 Hypothese 1

Initiatie van dit mechanisme vindt plaats bij een natuurlijk talud. Er ontstaat een zandlichaam met een constante pakking en een kleine zettingsgevoeligheid. Dit mechanisme gaat echter gepaard met het incidenteel loskomen van de mat van het talud.

Hypothese 2 : sedimentatie uit suspensiestromingen op de kruin, gevolgd door regelmatige oppervlakkige afschuivingen op het talud.



Figuur 1.3 Hypothese 2

De helling, waarbij de afschuivingen worden geïnitieerd, is afhankelijk van het al dan niet optreden van grondwaterstromingen door het zandlichaam. Indien er geen grondwaterstromingen in het zandlichaam aanwezig zijn, kan het zandlichaam zich opbouwen tot het natuurlijk talud. Zodra er sprake is van grondwaterstromingen door het zandlichaam (hetgeen inhoudt dat het grondwater niet uit het zandlichaam treedt), zal de talud-helling afnemen tot de halve steilheid van het natuurlijk talud. In deel I van mijn verslaglegging, paragraaf 2.2.2 Bezwijkmechanismen, is de reductie tot de halve steilheid ten gevolge van grondwaterstromingen reeds nader onderbouwd.

Het zandlichaam zal naar mate de heftigheid van de afschuivingen groter is, onregelmatiger gepakt zijn en daarmee zettingsgevoeliger zijn.

Bij een eerste beschouwing is te verwachten dat de afschuivingen eerder (dat wil zeggen bij een lagere steilheid) of gelijk initiëren in vergelijking met de korreldispersiestromingen.

De proeven

De veelheid van factoren, die bij het optreden van korreldispersiestromingen en afschuivingen een mogelijke rol spelen, maakte een definitieve keuze slechts op grond van voorgaande theoretische beschouwing onmogelijk. Het was daarom noodzakelijk om bovenstaande beschouwing met proeven aan te vullen om tot een breder onderbouwde keuze tussen de twee hypothesen te komen.

Deze eerste verkennende proeven zijn uitgevoerd bij de Dienst Ontwikkeling Nieuwe Werkmethoden (RWS Deltadienst, Burghsluis) met het voorhanden zijnde materiaal en materieel. De geïmproviseerde proefopstelling was geen schaalmodel, maar de trends, die uit de principe-proeven volgden, waren wel reëel.

De proefresultaten

De proefresultaten kunnen als volgt worden samengevat:

- a. er wordt een significante versteiling verkregen door de toepassing van het doek.
- b. de pakking is ten gevolge van het gebruik van de onderspuitmethode onverwacht verbeterd. Dit is vooral een gevolg van het beheersende karakter van de onderspuitmethode.
- c. Gezien het drukverloop en de ontmenging over het talud is het talud gevormd door oppervlakteopbouw, zoals hypothese 1 (korreldispersiestromingen) veronderstelt.

1.3 KEUZE EN BESCHRIJVING VAN HET OPBOUWMECHANISME

1.3.1 Keuze van het opbouwmechanisme

De kwantitatieve beschouwingen, zoals in de verdere hoofdstukken worden opgesteld, zijn gemaakt voor de praktijk-situatie. Voordat er met deze berekeningen kan worden begonnen, moet dus de geldigheid van de proefresultaten voor de praktijk-situatie worden bekeken.

Vanuit praktisch oogpunt moet als voorwaarde aan de onderspuitmethode worden gesteld, dat de mat op het talud aansluit. Immers een "vrij zwevende" mat zou totaal aan de overtrekkende stroming en golfslag zijn overgeleverd. Dit zou de uitvoering onmogelijk maken.

In strijd met de proefresultaten, wordt voor de praktijksituatie hypothese 2 verondersteld op te treden, omdat bij deze hypothese het optredende mechanisme aan de voorwaarde voldoet, dat de mat voortdurend op het talud aansluit.

Het optreden van hypothese 2 is in de praktijk mogelijk te stimuleren door de mat zwaar te ballasten en zeer waterdoorlatend te maken, zodat de sedimentatie zich daadwerkelijk tot de kruin beperkt.

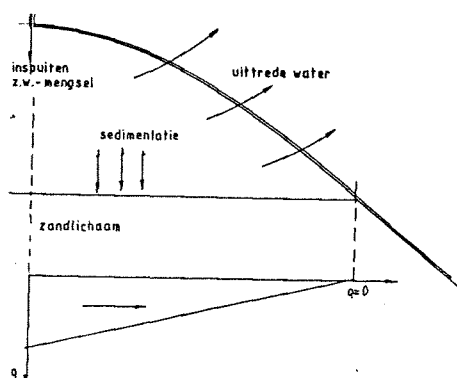
Bij de proeven heeft hypothese 2 door de zekerende en kalmerende rol van de mat waarschijnlijk geen eerlijke kans gekregen.

1.3.2 Beschrijving van de optredende mechanismen

Aan het slot van deze paragraaf worden de deel-mechanismen weergegeven, die bij hypothese 2 een rol spelen: sedimentatie uit suspensiestroming en oppervlakkige afschuivingen in het zandlichaam.

Sedimentatie uit de suspensiestroming

Het 'eerste deel' van deze hypothese, de sedimentatie uit de suspensiestroming, wordt verondersteld zich tot de kruin van het zandlichaam te beperken: de totale hoeveelheid meegevoerd zand is gesedimenteerd en het water-deel van het ingespoten zand-water-mengsel is uitgetreden, voordat de stroming de bovenkant van het talud bereikt. In figuur 1.4 is dit deel-mechanisme weergegeven.



Figuur 1.4 Het 'eerste deel' van het opbouwmechanisme

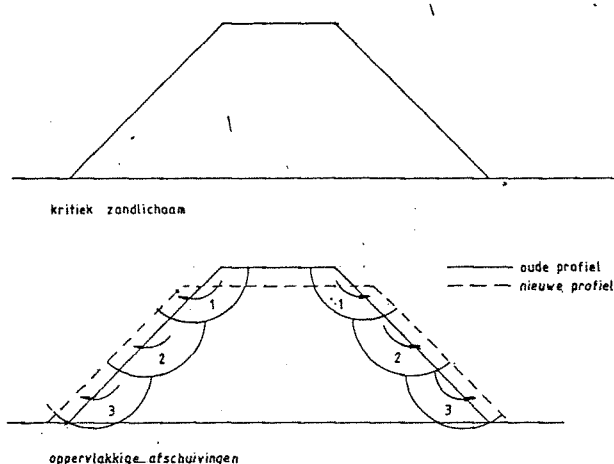
Figuur 1.4 toont, dat boven de kruin de mat wel is losgekomen. Als voorwaarde wordt gesteld, dat door vergroting van de ballast en een goede waterdoorlatendheid van de mat, dit deel van de mat klein blijft.

In hoofdstuk 2 en de daaropvolgende hoofdstukken is het 'eerste deel' van het opbouwmechanisme uitgebreid geanalyseerd.

Oppervlakkige afschuivingen in het zandlichaam

Door de voortgaande sedimentatie op de bovenkant van het talud wordt de topbelasting van de grondmoot te zwaar en zal er vervolgens een afschuiving plaatsvinden. Ter verkrijging van een goed gepakt zandlichaam dienen de afschuivingen van beperkte omvang te zijn; er wordt gedacht aan oppervlakkige afschuivingen.

In figuur 1.5 wordt dit mechanisme weergegeven.



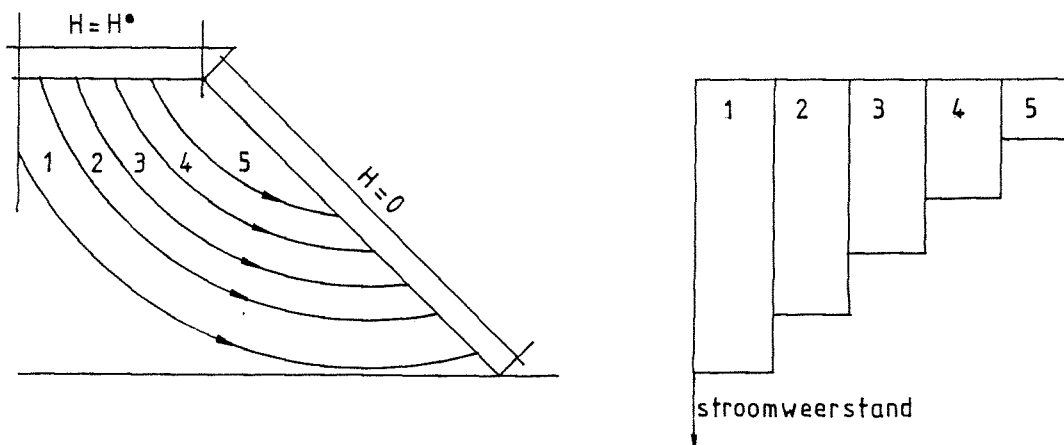
Figuur 1.5 Oppervlakkige afschuivingen

De eerste afschuiving wordt geïnitieerd door de combinatie van een verhoogde belasting (sedimentatie op de kruin) en een verminderde weerstand. De afschuivingen lager op het talud worden slechts geïnitieerd door de verhoging van de belasting van de 'afgeschoven' moot van de voorafgaande afschuiving, hoger op het talud.

De eerste afschuiving

Door de overdrukken onder de mat worden grondwaterstromingen (van de kruin naar het talud) geïnitieerd. Deze grondwaterstromingen door het zandlichaam doen de korreldruk afnemen en maken zodoende een baan vrij voor schuifvlakken. De schuifvlakken en de grondwaterstromingen zullen grotendeels samenvallen.

De grondwaterstroming bereikt hoog in het talud relatief grote snelheden en veroorzaakt daar de grootste afname van de korrelspanningen. Figuur 1.6 licht dit toe.

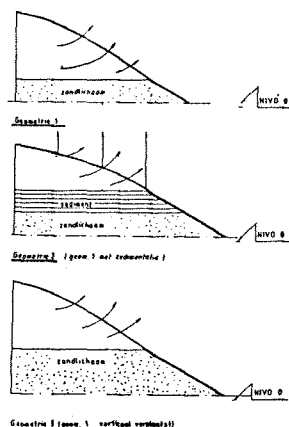


Figuur 1.6 Grondwaterstromingen in het zandlichaam

Figuur 1.6 toont tevens dat lager op het talud de stroomsnelheden zeer snel afnemen en daarmee dat het gevaar voor een overgang van een afschuiving in een zettingsvloeiing, geïnitieerd door de grondwaterstroming, nihil is.

Congruentie van de stroomdoorsneden

Het onderstaande figuur toont, dat ondanks de optredende sedimentatie de stroomdoorsneden op verschillende tijdstippen congruent zijn. In geometrie 2 is de stroomdoorsnede verkleind ten opzichte van geometrie 1, doordat er sedimentatie is opgetreden. De verkleinde doorsnede zal de overdruk onder de mat vergroten, waardoor de mat zich omhoog verplaatst, totdat geometrie 3 ontstaat. Geometrie 3 is congruent met geometrie 1. Daarmee is de veronderstelling gerechtvaardigd, dat ondanks de bodemveranderingen door sedimentatie, de stromingsomstandigheden tijdsafhankelijk (stationair) zijn.



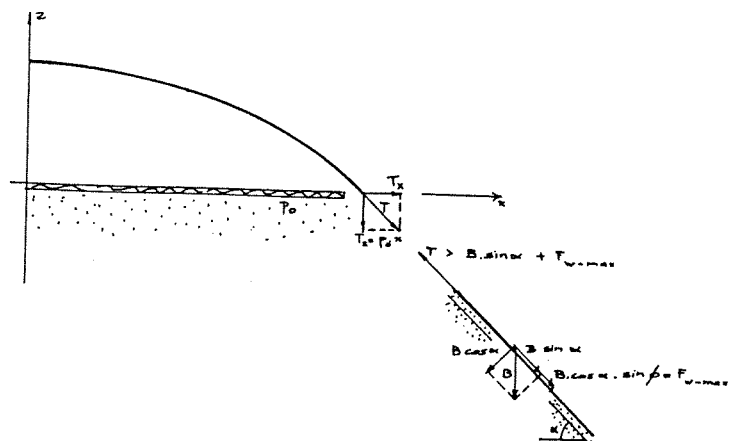
Figuur 1.7 De stroomdoorsnede is tijdsafhankelijk

Het schuiven van de mat over het talud

Bij het omhoogkomen van de mat boven het stroomgebied, zal het deel van de mat, dat op het talud aansluit, omhoog moeten schuiven. Er wordt verondersteld, dat de mat AANSLUITEND op het zandlichaam zal schuiven, zodat de mat niet wordt overgeleverd aan de overtrekkende stroming en golfslag.

Het omhoog schuiven van de mat moet door een trekkracht in de mat worden uitgevoerd. De verticale component van deze trekkracht is de resultante van de overdruk in het stroomgebied.

Het is het meest waarschijnlijk dat dit schuiven tegelijkertijd met het optreden van de oppervlakkige afschuivingen plaatsvindt, omdat dan de schuifkrachten tussen de mat het zandlichaam het kleinst zijn. De maximaal mogelijke schuifspanning is gelijk aan de normaal-component van de ballast (onder water!) vermenigvuldigd met de grootst mogelijke wrijvingscoëfficiënt (afhankelijk van de inwendige hoek van wrijving van het zand). In figuur 1.8 is deze berekening geïllustreerd.



Figuur 1.8 Berekening t.b.v. schuiven van de mat

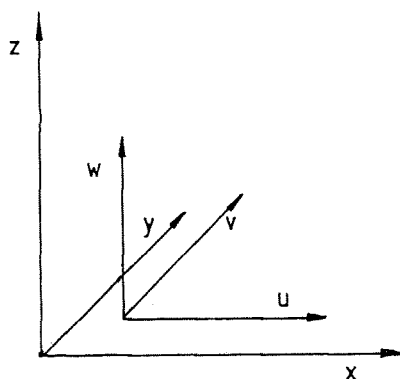
HOOFDSTUK TWEE : DE BASISVERGELIJKINGEN VOOR HET STROOMBEELD

2.1 INLEIDING

In dit hoofdstuk worden de basisvergelijkingen voor de waterbeweging onder de mat opgesteld. Er wordt gebruik gemaakt van de continuïteitsvergelijking, de lange golf vergelijking en een vergelijking voor de verdeling van de turbulente schuifspanning volgens Prandtl.

Het assenstelsel

Er wordt in dit hoofdstuk uitgegaan van het gebruikelijke assenstelsel. In figuur 2.1 is dit assenstelsel weergegeven. In dit figuur zijn tevens de snelheden u, v en w , de snelheidscomponenten in respektievelijk de x -, de y - en de z -richting, getekend.



Figuur 2.1 Het assenstelsel

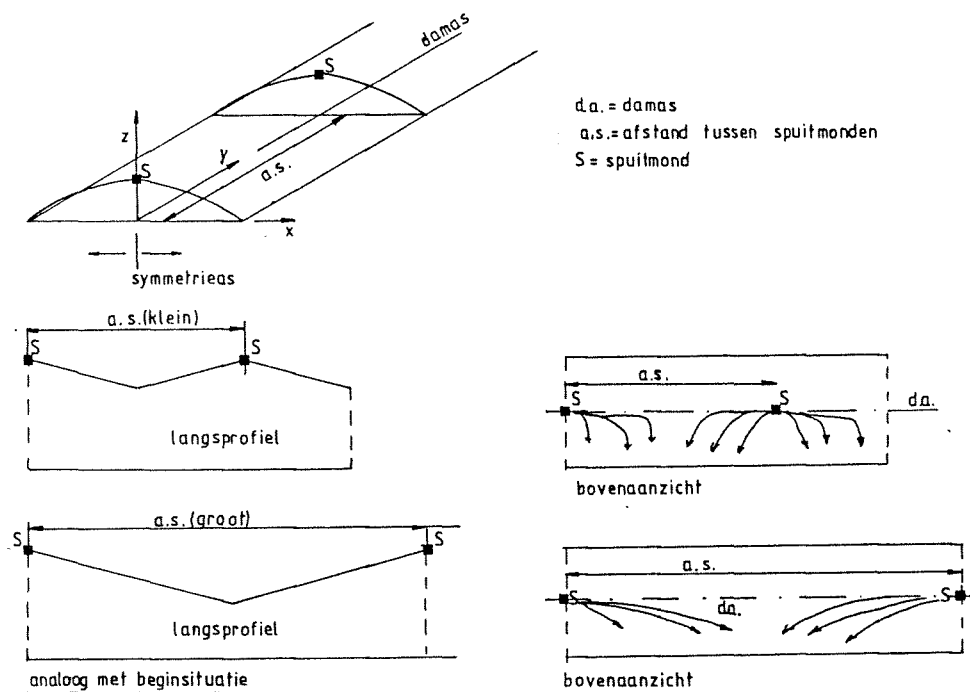
Tweedimensionale stroming

In de zijdelingse richting is een uniforme situatie verondersteld. Er geldt dus dat $v=0$ en $\partial/\partial y=0$. Daarmee is de stroming tot tweedimensionaal gereduceerd, hetgeen de beschrijving van het stroombeeld aanmerkelijk vereenvoudigt.

Het al dan niet gerechtvaardigd zijn van de veronderstelling ten aanzien van het tweedimensionaal zijn van de stroming, hangt samen met de specifieke situatie, waarin de onderspuitmethode wordt uitgevoerd. In het bijzonder de afstand tussen de opeenvolgende spuitmonden bepaalt in hoeverre het zandlichaam zich gelijkmatig over de dam-as opbouwt en daarmee, of de optredende verschijnselen tot een twee-dimensionale stroming kunnen worden geabstraheerd. In figuur 2.2 is dit geïllustreerd.

Vanuit het oogpunt van de uitvoering is een gelijkmatige verdeling van het opspuitdebiet over de dam-as, in verband met het regelmatige verloop van het damprofiel, wenselijk. Een groot aantal spuitmonden zal de uitvoering van het zandlichaam echter zeer kostbaar maken.

In figuur 2.2 is tevens aangegeven dat in de beginsituatie de veronderstelde tweedimensionaliteit slechts als een grove benadering kan worden gebruikt.



Figuur 2.2 De tweedimensionale stroming

Tijdsafhankelijkheid van de optredende verschijnselen

In paragraaf 1.3 is de veronderstelling, dat de optredende verschijnselen stationair zijn, onderbouwd. Dit houdt in, dat de stromingsomstandigheden onafhankelijk van de tijd zijn.

Symmetrie van de stroming

Gezien de symmetrie van de stroming (zie figuur 2.2), hoeft slechts de rechterhelft van het stroombeeld te worden geanalyseerd.

In paragraaf 2.2 worden de continuïteits- en de bewegingsvergelijking opgesteld.

2.2 HET OPSTELLEN VAN DE BASISVERGELIJKINGEN

In deze paragraaf worden de continuïteits- en bewegingsvergelijking opgesteld. Alvorens deze vergelijkingen worden opgesteld, wordt een handiger assenstelsel beschreven.

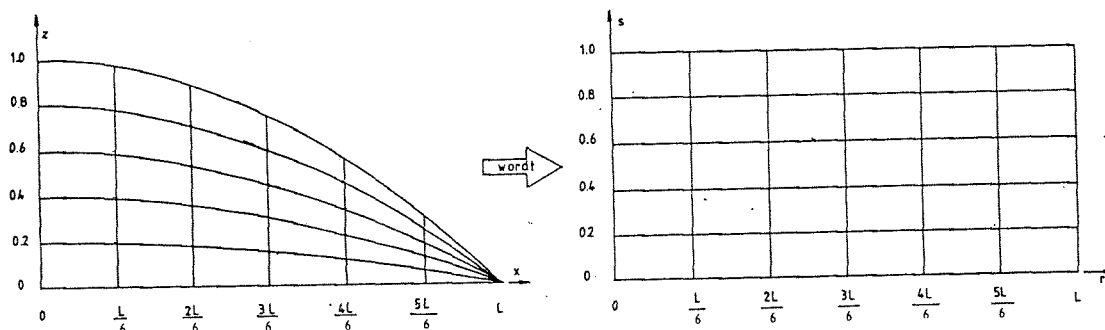
2.2.1 Overgang op een gerend assenstelsel

Soms is het zinvol in een gerend assenstelsel te rekenen.

Het gerend (zie noot 1) assenstelsel houdt in, dat wordt gewerkt met de variabelen r en s , die als volgt zijn gedefinieerd:

$$\begin{aligned} r &= x & [2.1] , \text{ en} \\ s &= z / h(x) & [2.2] , \text{ waarin } h(x) \text{ het matoppervlak in} \\ & & \text{het } x, z - \text{stelsel beschrijft.} \end{aligned}$$

In figuur 2.3 is de transformatie van een x, z -stelsel naar een x, s -stelsel weergegeven.



Figuur 2.3 Het gerend assenstelsel

Mogelijke voordelen in het onderhavige geval zijn :

- goede weergave van de contractie van de stroming
- een betere verzekering van de stabiliteit tijdens de numerieke berekeningen, waarbij voornamelijk wordt gedacht aan het veranderen van $h(x)$ en $q(x)$ per doorsnede, terwijl in alle doorsneden aan de continuïteit moet worden voldaan.
- evenveel rekenpunten per doorsnede.

De continuïteits- en bewegingsvergelijking worden nu in termen van de nieuwe variabelen geformuleerd.

Noot 1 : gerend = in een schuine richting lopen (Wolters)

2.2.2 De continuïteitsvergelijking

Voor de continuïteit geldt:

$$du/dx + dw/dz = 0 \quad [2.3]$$

Met behulp van de vergelijkingen [2.1], [2.2] en de definities van de differentiaalrekening kunnen de verschillende termen in vergelijking [2.3] worden ingevuld :

$$\text{In het algemeen geldt : } du = \delta u / \delta r \cdot dr + \delta u / \delta s \cdot ds \quad [2.4]$$

Delen door dx geeft:

$$du/dx = \delta u / \delta r \cdot dr/dx + \delta u / \delta s \cdot ds/dx \quad [2.5]$$

Met behulp van de vergelijkingen [2.1] en [2.2] kan [2.5] worden herschreven tot :

$$du/dx = \delta u / \delta r + \delta u / \delta s \frac{-z \cdot dh/dx}{[h(x)]^2} \quad [2.6]$$

In de nieuwe variabelen uitgedrukt, wordt vergelijking [2.6] :

$$\begin{aligned} du/dx &= \delta u / \delta r + \delta u / \delta s \frac{-h(r) \cdot s \cdot dh/dr}{[h(r)]^2} = \\ &= \delta u / \delta r - \delta u / \delta s \cdot s \cdot \frac{dh/dr}{h(r)} \end{aligned} \quad [2.7]$$

Op dezelfde manier wordt gevonden voor $\delta w / \delta z$:

$$dw/dz = \delta w / \delta r \cdot dr/dz + \delta w / \delta s \cdot ds/dz = \delta w / \delta s \cdot 1/h(r) \quad [2.8]$$

De continuïteitsvergelijking kan nu in termen van de nieuwe variabelen worden geformuleerd. Hierbij is de coördinaat r voor de eenvoud weer door x vervangen :

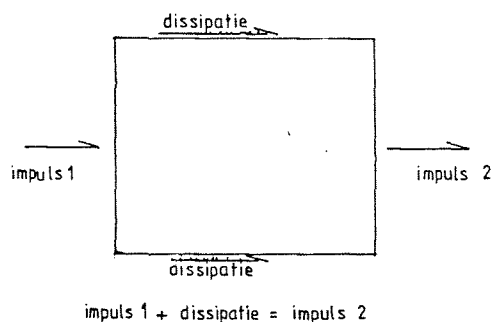
$$\left. \begin{aligned} \delta u / \delta x - s \cdot \frac{\delta h / \delta x}{h(x)} \cdot \delta u / \delta s + \frac{1}{h(x)} \delta w / \delta s &= 0 \\ s &= z / h(x) \end{aligned} \right\} \quad [2.9]$$

2.2.3 De bewegingsvergelijking

De bewegingsvergelijking wordt opgesteld aan de hand van de algemeen geldende vergelijking van lange golven. Alvorens deze bewegingsvergelijking in de nieuwe coördinaten te herschrijven worden er drie aannamen gedaan:

- de stroming is stationair
- in geval van een tweedimensionale stroming, waarbij er in de y-richting sprake is van een uniforme situatie, geldt: $v=0$ en $\delta/\delta y=0$
- in de vertikaal wordt een hydrostatische drukverdeling verondersteld. Deze aanname is gestoeld op de veronderstelling dat de verticale snelheden vergeleken met de horizontale snelheden verwaarloosbaar klein zijn, zodat de stroomlijnen horizontaal en recht lopen.

De waterbeweging is dus als het ware te beschrijven als een impulsverandering van het stromende water bewerkstelligd door de wrijving. In figuur 2.4 wordt deze situatie weergegeven.



Figuur 2.4 Impulsverandering door wrijving

Als bewegingsvergelijking geldt de lange golf vergelijking, waarbij de drukverschillen zijn verwaarloosd :

$$-\rho \cdot \delta u^2 / \delta x - \rho \cdot \delta(uw) / \delta z + \delta \tau / \delta z = 0 \quad [2.10]$$

Indien de differentiaalën worden uitgewerkt, ontstaat :

$$1/\rho \cdot \delta \tau / \delta z = 2 \cdot u \cdot \delta u / \delta x + u \cdot \delta w / \delta z + w \cdot \delta u / \delta z \quad [2.11]$$

Indien de algemeen geldende continuïteitsvergelijking ($\delta u / \delta x + \delta w / \delta z = 0$) in het rechterlid van vergelijking [2.11] wordt ingevuld, verkrijgt men :

$$u \cdot \delta u / \delta x + u \cdot (\delta u / \delta x + \delta w / \delta z) + w \cdot \delta u / \delta z = u \cdot \delta u / \delta x + w \cdot \delta u / \delta z \quad [2.12]$$

Daardoor wordt vergelijking [2.11] :

$$1/\rho \cdot \delta \tau / \delta z = u \cdot \delta u / \delta x + w \cdot \delta u / \delta z \quad [2.13]$$

Vervolgens moet vergelijking [2.13] in de nieuwe variabelen worden uitgedrukt:

De term $\delta u / \delta x$ is reeds in vergelijking [2.7] berekend:

$$\delta u / \delta x = \delta u / \delta r - z \cdot \frac{\delta h / \delta x}{[h(r)]^2} \cdot \delta u / \delta s \quad [2.14]$$

Op dezelfde manier zijn de termen $\delta r / \delta z$ en $\delta u / \delta z$ voor de nieuwe variabele berekend:

$$\delta r / \delta z = \delta r / \delta s \cdot 1/h(r) \quad [2.15]$$

$$\delta u / \delta z = \delta u / \delta s \cdot 1/h(r) \quad [2.16]$$

Indien deze afzonderlijke termen [2.14], [2.15] en [2.16] in de vergelijking [2.13] worden ingevuld, ontstaat de bewegingsvergelijking uitgedrukt in de nieuwe variabelen

$$\frac{1}{P \cdot h(r)} \delta \tau / \delta s = u \cdot \left[\delta u / \delta r - z \cdot \frac{\delta h / \delta x}{[h(r)]^2} \delta u / \delta s \right] + \frac{w}{h(r)} \cdot \delta u / \delta s \quad [2.17]$$

Vermedigvuldigend met $h(x)$ en onderkennend dat $z/h(x) = s$, waarbij de coördinaat r in vergelijking [2.17] voor de eenvoud weer door x wordt vervangen, wordt deze vergelijking herschreven tot:

$$1/P \cdot \delta \tau / \delta s = u \cdot h \cdot \delta u / \delta x - s \cdot \delta h / \delta x \cdot u \cdot \delta u / \delta s + w \cdot \delta u / \delta s \quad [2.18]$$

De wrijvingsterm nader beschouwd

De turbulente wrijvingskracht τ , zoals voorkomend in het linkerlid van vergelijking [2.18], is evenredig met de turbulente snelheidsfluctuaties u' en w' . De wrijvingsterm zou dus naast de (lokale) u en w , twee extra variabelen u' en w' in de bewegingsvergelijkingen invoeren.

Prandtl's mengwegtheorie lost dit probleem op, door te veronderstellen dat de turbulente snelheidsfluctuaties u' en w' evenredig zijn met de plaatselijke snelheidsgradient (in de s -richting) $\delta u / \delta s$ en de mengweglengte l_m , die een maat is voor de afstand welke een vloeistofpakketje aflegt in een richting loodrecht op de hoofdbeweging alvorens met andere vloeistofpakketjes tot menging over te gaan.

$$\text{Er geldt: } u' \equiv w' \equiv l_m \cdot |\delta u / \delta s| \quad [2.19]$$

Met behulp hiervan kan voor de schuifspanning worden geschreven :

$$\tau = -P \cdot u' \cdot w' = -P \cdot l_m^2 \cdot |\delta u / \delta s| \cdot \delta u / \delta s \quad [2.20]$$

$$\text{ofwel: } \tau = f. \epsilon_m . \delta u / \delta s \quad [2.21],$$

waarin $\epsilon_m (= 1m . |\delta u / \delta s|)$, de turbulente uitwisselingscoëfficiënt voor impulsie vertegenwoordigt.

In verband met de mathematische toegankelijkheid van de problematiek, wordt $\tau(s)$ in het vervolg van deze verhandeling als volgt uitgedrukt:

$$\tau(s) = f. (K.s)^2 . |\delta u / \delta s| . \delta u / \delta s, \quad [2.22]$$

waarin K de constante van Karman ($= 0.4$) is.

Hiermee is de wrijvingsterm nauwkeurig bepaald.

2.3 DE RANDVOORWAARDEN AAN DE STROMING

In deze paragraaf worden de randvoorwaarden, die aan de stroming worden gesteld, opgesomd.

2.3.1 De onder-randvoorwaarde

Aan de bodem (onder-randvoorwaarde) zijn de horizontale en de verticale snelheid gelijk aan nul.

2.3.2 De boven-randvoorwaarde

Ter plaatse van de mat is de verticale snelheid gelijk aan $v(\text{Darcy})$. In deel I van mijn verslaglegging, paragraaf 2.2.1, pagina's 10 en 11, is de definitie van $v(\text{Darcy})$ uitgelegd.

In het geval van een ruwe mat moet er rekening worden gehouden met matwrijving. De horizontale snelheid is dan nul. Indien de mat vergeleken met de bodem glad is, mag de matwrijving (vgl. [2.22]: $\tau(s) = f. (K.s)^2 . |\delta u / \delta s| . \delta u / \delta s$) worden verwaarloosd (dat wil zeggen gelijk aan nul worden gesteld) en aangezien de factor $f. (K.s)^2$ in vergelijking [2.22] ongelijk aan nul is, geldt ten aanzien van de horizontale snelheid $\delta u / \delta s = 0$.

2.3.3 De linker-randvoorwaarde

In paragraaf 2.2 van deel I van mijn verslaglegging is ter plaatse van de linkerrandvoorwaarde aan het ingespoten zand-water-mengsel een straalkarakter toegedicht. Deze straal trof met grote snelheid de bodem, hetgeen in een krater ter plaatse van het trefgebied resulteerde.

Tijdens de proeven ontstond echter slechts een kleine krater, waardoor de veronderstelling van het optreden van een straal, zonder meer, niet gegrond bleek.

Bovendien geldt dat de hoge turbulentie onder de mat, waarmee een straal gepaard gaat, niet bevordelijk is voor een regelmatige sedimentatie op de kruin.

In Appendix A zal daarom het valproces (straal of pluim) en het daarmee in verband staande bodemproces (het al dan niet optreden van een krater) uitgebreider dan in deel I beschrijven. Het afstudeerrapport van Heezen en Van der Stap betekende een grote steun bij het schrijven van deze Appendix.

In figuur 2.5 zijn de twee uiterste stromingsomstandigheden weergegeven.



Figuur 2.5 De twee uiterste stromingsomstandigheden

2.3.4 De rechter-randvoorwaarde

Ten behoeve van de vaststelling van de rechter-randvoorwaarde worden twee suggesties gedaan :

- het aannemen van een snelheidsverdeling over een bepaalde doorsnede op de kruin. Deze suggestie zal in hoofdstuk 5, waar een bepaalde praktijk-situatie wordt doorgerekend, worden gebruikt.
- het aannemen van de snelheidsverdeling ter plaatse van de aansluiting van de mat op het zandlichaam. Aangezien het debiet in deze doorsnede gelijk aan nul is, kan worden verondersteld, dat de stroomsnelheden in deze verticaal gelijk aan nul zijn. Daarbij wordt afgezien van het feit dat de doorstroomhoogte gelijk aan nul is, hetgeen ook een verklaring van een debiet gelijk aan nul betekent.

Tenslotte moet in elke stroomdoorsnede de voorwaarde worden gesteld, dat de integraal van de horizontale stroomsnelheden over de verticaal gelijk is aan het lokale debiet.

2.4 DE VERHANGLIJN VAN DE MAT

2.4.1 Algemene wiskundige beschrijving van de verhanglijn

In deze paragraaf wordt de vergelijking van de verhanglijn van de mat afgeleid, waarmee tevens het doorstromingsprofiel van de zand-water-stroming wordt bepaald.

Bij deze afleiding wordt aangenomen, dat de snelheidshoogte (en daarmee de stromingsdruk) verwaarloosbaar klein is ten opzichte van de overdruk ten gevolge van ballast en mat-kromming.

Analoog aan een gelijkmatig belaste ketting, geldt als beschrijvende formule voor het matoppervlak :

$$T \cdot \frac{\delta^2 f}{\delta s^2} + p_0 = 0 \quad [2.23],$$

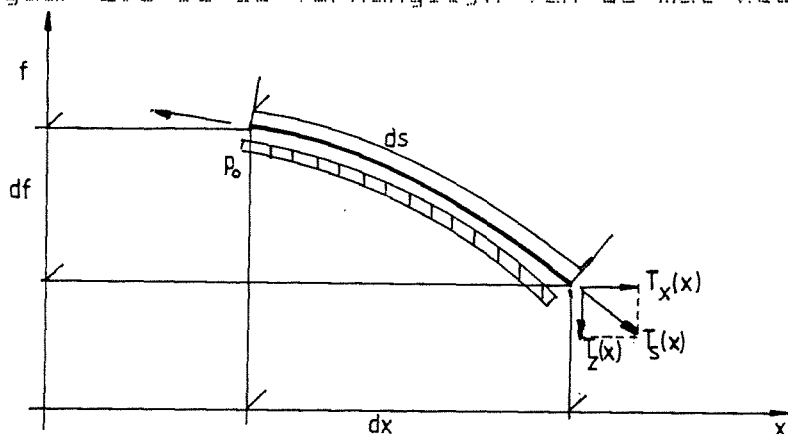
waarin s (i.t.t. in de rest van dit verslag !) de afstand langs de mat, T de trekkracht in de mat, f de beschrijvende functie van de mat-verhanglijn (met andere woorden: de gezochte formule !) en p_0 de overdruk over de mat zijn. De overdruk over de mat is het drukverschil tussen onder de mat (p_i) en boven de mat (p_u). Aangezien de trekkracht niet constant is, moet zij als functie van de afstand langs de mat worden geschreven.

Als de diverse termen voor de onderspuitmethode in vergelijking [2.23] worden ingevuld, ontstaat de volgende vergelijking :

$$T(s) \cdot \frac{\delta^2 f}{\delta s^2} + (p_i - p_u) = 0 \quad \text{ofwel :} \quad \frac{\delta^2 f}{\delta s^2} = - \frac{p_i - p_u}{T(s)} \quad [2.25]$$

[2.24]

In figuur 2.6 is de verhanglijn van de mat weergegeven.



Figuur 2.6 De mat-verhanglijn

De verschillende termen van vergelijking [2.25] worden in het onderstaande uitgewerkt.

De $\frac{\delta^2 f}{\delta s^2}$ -term kan als volgt worden herschreven:

$$\frac{\delta^2 f}{\delta s^2} = \frac{\delta^2 f}{\delta x^2} \cdot \left(\frac{\delta x}{\delta s} \right)^2 \quad [2.26]$$

Uit figuur 2.6 en de stelling van Pythagoras volgt:

$$ds = dx \sqrt{\left(\frac{\delta f}{\delta x} \right)^2 + \left(\frac{\delta x}{\delta x} \right)^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{\delta f}{\delta x} \right)^2} dx \quad [2.27]$$

De combinatie van de vergelijkingen [2.26] en [2.27] geeft de volgende beschrijving van het linkerlid van vergelijking [2.25]:

$$\frac{\delta^2 f}{\delta s^2} = \frac{\delta^2 f}{\delta x^2} \cdot \frac{1}{1 + (\delta f / \delta x)^2} \quad [2.28]$$

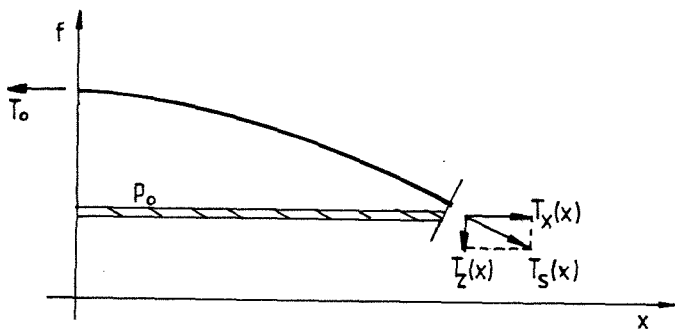
De overdruk-term $p_i - p_u$

In de voor de onderspuitmethode geldende omstandigheden, is de drukverdeling over de mat als volgt samengesteld:

$$p_i - p_u = p_0 \quad [2.29].$$

De bepaling $T_s(x)$ -term

In figuur 2.7 zijn de krachten en drukken, die op de mat werken weergegeven. Ter simplificatie van de berekening is van de overdruk slechts de verticaal werkende component weergegeven. Vergelijk met figuur 2.6, waar de overdruk loodrecht op de mat werkt. De rechtvaardiging van deze simplificatie ligt in de geringe helling van de mat-verhang-lijn binnen het toepassingsgebied in dit rapport, waardoor de horizontale component van de overdruk over een geringe hoogte werkt en dus een verwaarloosbaar kleine resulterende kracht levert.



> Figuur 2.7 De krachten en drukken op de mat
> Het krachtenevenwicht in de z-richting bepaalt :

$$T_z(x) = -p_0 \cdot x \quad [2.30]$$

De totale trekkracht $T_s(x)$ ter plaatse van $x=x$ heeft dezelfde richting als de mat. Er geldt :

$$T_s(x) = \frac{\sqrt{1 + (\delta f / \delta x)^2}}{\delta f / \delta x} T_z(x) \quad [2.31] \quad , \text{ ofwel :}$$

$$T_s(x) = \frac{-p_0 \cdot x \cdot \sqrt{1 + (\delta f / \delta x)^2}}{\delta f / \delta x} \quad [2.32]$$

De combinatie van de vergelijkingen [2.29] en [2.32] geeft de volgende beschrijving van het rechterlid van vergelijking [2.25]:

$$\frac{-p_0 \cdot \delta f / \delta x}{-p_0 \cdot x \cdot \sqrt{1 + (\delta f / \delta x)^2}} \quad [2.33]$$

De combinatie van de vergelijking [2.28] en [2.33] levert de algemene geldende differentiaalvergelijking van de verhanglijn:

$$\frac{1}{1 + (\delta f / \delta x)^2} \cdot \frac{\delta^2 f}{\delta x^2} = \frac{-p_0 \cdot \delta f / \delta x}{-p_0 \cdot x \cdot \sqrt{1 + (\delta f / \delta x)^2}} \quad [2.34]$$

Uitwerking van vergelijking [2.34] geeft :

$$f'' = - \frac{\sqrt{1 + (f')^2}}{x} \cdot \delta f / \delta x \quad [2.35]$$

Stel f' is gelijk aan p [2.36].

Daaruit kan worden afgeleid :

$$f'' = \delta p / \delta x = \delta p / \delta f \cdot \delta f / \delta x = p \cdot (\delta p / \delta f) \quad [2.37]$$

Met behulp van de vergelijkingen [2.36] en [2.37] kan vergelijking [2.35] als volgt worden uitgedrukt:

$$p \frac{\delta p}{\delta f} = \frac{\sqrt{1 + p^2}}{x} p \quad [2.38]$$

Er geldt, dat de mat-helling f' ($= p$) veel kleiner is dan 1. De p -term onder het wortelteken is daarom verwaarloosbaar. Vergelijking [2.38] kan worden vereenvoudigd tot :

$$x \cdot \delta p / \delta f = 1 \quad [2.39] \quad , \text{ ofwel :}$$

$$\delta p = 1/x \cdot df \quad [2.40]$$

Nadat beide zijden in vergelijking [2.40] door δx zijn gedeeld,

ontstaat de volgende vergelijking:

$$\delta p / \delta x = 1/x \cdot \delta f / \delta x \quad [2.41] , \quad \text{ofwel} : \quad \delta p / p = \delta x / x \quad [2.42]$$

De oplossing van de differentiaalvergelijking [2.42] is :

$$\ln(p) = \ln(C \cdot x) , \quad \text{ofwel} : \quad p = C \cdot x = f' \quad [2.43]$$

Integreren naar x van vergelijking [2.43] geeft de gezochte vergelijking van de verhanglijn :

$$f = h(x) = C/2 \cdot x^2 + h(0) \quad [2.44]$$

2.4.2 Randvoorwaarden aan de verhanglijn

Vanwege de symmetrie van het doorstromingsprofiel is de helling van de verhanglijn ter plaatse van de spuitmond gelijk aan nul:

$$h'(0) = 0 \quad [2.45]$$

In het nu volgende wordt afgeleid, dat de helling van de verhanglijn ter plaatse van de aansluiting op het talud ($x = L$) gelijk aan het talud van het zandlichaam is :

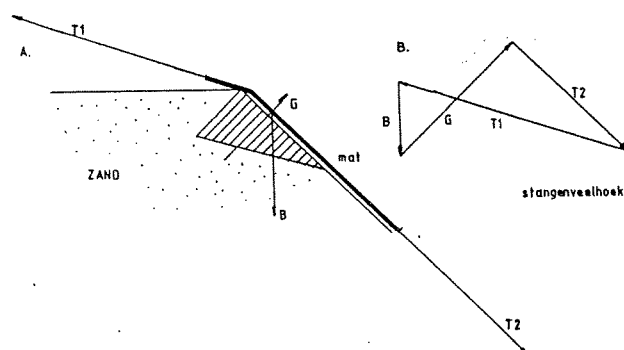
$$h'(L) = \alpha\text{-zand} \quad [2.46]$$

Voor de vaststelling van de mat-verhanglijn moet vergelijking [2.44] worden opgelost met de randvoorwaarden aan de mat-verhanglijn, die in de specifieke situatie geldt.

De aansluiting van de mat op het talud

Ter plaatse van de aansluiting van de mat op de top van het talud treedt er een driehoekig verloop van de gronddruk op. Deze belasting van het zandlichaam gaat gepaard met zettingen van het zandlichaam.

De figuren 2.8A en 2.8B geven een overzicht en de bijbehorende stangenveelhoek in deze situatie.

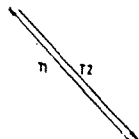


Figuur 2.8 : Overzicht (A) en stangenveelhoek (B) i.g.v. gronddruk

Door het schuiven van de mat over het talud (zie paragraaf 1.3.2) zal er zal een verdere zetting/afrondding van het zandlichaam ter plaatse van de overgang optreden.

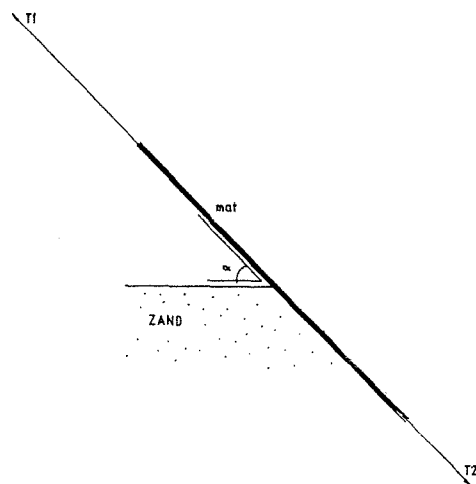
Ter bepaling van de hoek tussen de mat en de kruin wordt in het nuvolgende afgezien van een knik in de mat.

In het geval van een gestrekte mat is er geen gronddruk meer aanwezig. De stangenveelhoek ziet er dan als volgt uit (zie figuur 2.9) :



Figuur 2.9 Stangenveelhoek i.g.v. een gestrekte mat

In het geval van een gestrekte mat zijn de trekkrachten aan weerszijden van het overgangspunt gelijk in grootte en richting. De mat zal bij de aansluiting met het zandlichaam dus dezelfde hoek maken als het talud van het zandlichaam. Dit is in figuur 2.10 weergegeven.



Figuur 2.10 Overzicht i.g.v. gestrekte mat

De hellingshoek α is in deel I proefondervindelijk vastgesteld:

fijn zand : $\text{tg } \alpha = 1 : 3.5$, dus $\alpha = 16^\circ$

grof zand : $\text{tg } \alpha = 1 : 2.5$, dus $\alpha = 22^\circ$

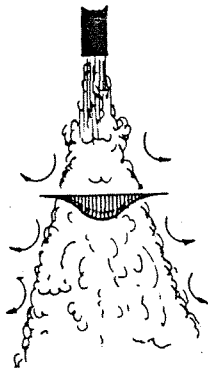
Inleiding

Het verloop van de parameters van het gestorte zand, tussen het punt van storten en de trefplaats, wordt beschreven door de valprocessen. Het valproces kan worden beschreven met een straal- of een pluimmechanisme (met daartussen uiteraard een overgangsgebied).

Indien het valproces bekend is, kan met behulp van een uit bovenstaande mechanismen ontwikkeld model de grootte van de parameters op de trefplaats worden berekend. Deze waarden zijn de begin-voorwaarden van de afstromings- en de sedimentatieprocessen.

Het valproces : een straal of een pluim ?

Stralen en pluimen treden op als de gestorte vloeistof een aanmerkelijke snelheid heeft ten opzichte van de omgevingsvloeistof. Door het snelheidsverschil ontstaat turbulentie in de straal of de pluim, waardoor steeds meer van de omringende vloeistof wordt meegesleept en de diameter van de stroming groter wordt (zie figuur 2.11).



Figuur 2.11 De straal/pluim in haar omgevende vloeistof

De vorm van een straal of pluim is ongeveer hetzelfde, maar het aandrijfmechanisme is verschillend. De impuls van de straal wordt geleverd door de snelheid waarmee de vloeistof uit de spuitopening komt ; gewichtsverschillen spelen geen rol, zoals bij een waterstraal in water. De impuls van de pluim wordt geleverd door de aandrijfkrachten, veroorzaakt door de dichtheidsverschillen, zoals een rookpluim uit een schoorsteen. Spelen beide mechanismen een rol dan is er sprake van een straal met aandrijving ; dicht bij de mond overheerst het straalgedrag, verder weg overheerst het pluimgedrag.

Breedte van de straal/pluim

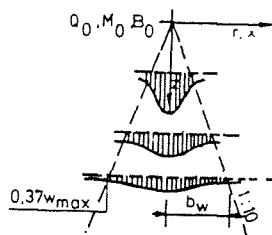
Uit experimenten is gebleken, dat voor een goed ontwikkelde turbulentie op verschillende afstanden van de spuitmond een karakteristieke breedte van de straal/pluim kan worden vastgesteld. Zo een karakteristieke breedte is de afstand van het midden van de doorsnede, waar de snelheid het grootst is, tot een punt waar deze is teruggelopen tot een waarde, die $1/e$ ($= 0.37$) * de maximale waarde bedraagt (de neperingsafstand). Deze breedte b_w neemt lineair toe met de afstand tot de mond :

$$b_w = b_0 + 0.1 * z \quad , \text{ waarin: } \quad [2.47]$$

b_0 = de spuitmond-breedte

z = de afstand vanaf de spuitmond .

In figuur 2.12 is vergelijking [2.47] geïllustreerd.



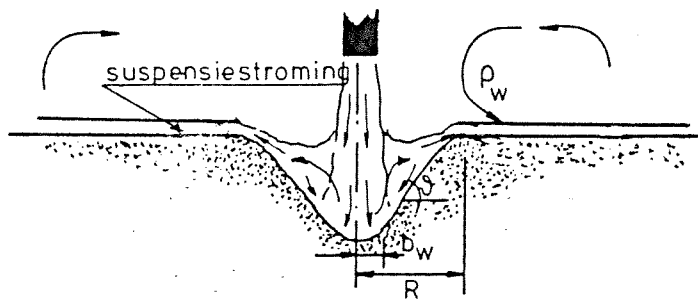
Figuur 2.12 Gelijkvormige profielen

De straal en de krater

De straal treft met grote snelheid de bodem. Hierdoor wordt het zand losgewoeld en in de vloeistof opgenomen, zodat het trefgebied uitschuurt. Direct buiten het trefgebied stroomt het water omhoog weg: doordat het mengsel in korte tijd wordt afgebogen en daarna verticaal wegstroomt, heeft het losgewoelde en het reeds in de straal aanwezige zand geen mogelijkheid om te bezinken. Hoger in de kuil wordt de stroming rustiger en kan het zand op de helling en de rand bezinken. Als nu door het bezinken en het uitschuren de helling van de krater gelijk aan het natuurlijk talud is geworden, ontstaat een dispersie-stroming de kuil in, die het zand, dat door de straal is weggeerodeerd, weer aanvult.

De krater wordt begrensd door een ringvormige dijk.

In figuur 2.13 is de combinatie straal-krater weergegeven.



Figuur 2.13 De straal en de krater

Heezen en Van der Stap hebben in hun afstudeerverslag een kwantificering van de eventuele kraterbouw opgesteld. Aan de hand van een beschouwing van de evenwichtsgrootte van de krater en de impuls van de ingespoten straal bepalen zij de kraterafmeting. Tevens stellen de auteurs een beschrijving op van de berekening van het debiet en de zand-concentratie van de over de kraterrand wegstromende zand-water-mengsel. In deze samenvatting wordt slechts de berekening van de straal van de krater weergegeven.

De woelkrater bij het spuiten ontstaat vrijwel meteen aan het begin van het proces, als de pompen worden aangezet. Er ontstaat een kuil met een wal er omheen : de volumes van de uitschuring en de ophoging zijn gelijk. De binnehelling heeft, uitgaande van de proefresultaten, een constante helling van ongeveer 30 graden.

R_t = straal water
 R_b = straal bodem krater
 h = hoogte van de krater

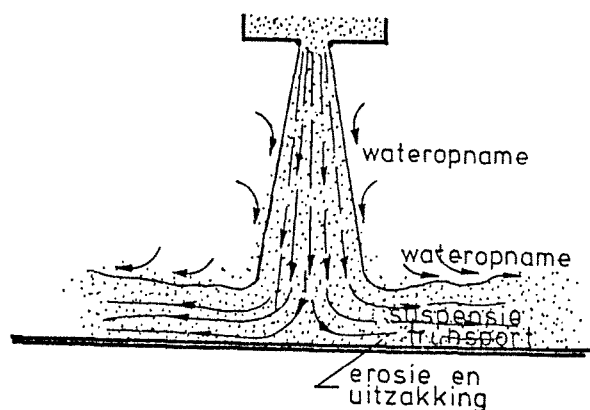
Bij proeven is gebleken dat er een evenwichtsgrootte bestaat die tijdens het opspuitproces nauwelijks verandert. Dit evenwicht wordt volgens Heezen en Van der Stap voornamelijk bepaald door de impuls van de straal aan de ene kant en het volume van de krater aan de andere kant. Uit de dimensiebeschouwing volgt dan voor de straal van de krater :

$$R_t = \left[\frac{\rho_m \cdot w \cdot Q}{(\rho_w \cdot g \cdot H S)} \right]^{1/3}$$

Met Q = mengseldebiet, w = mengselsnelheid in de buis, HS = dimensieloze constante ter grootte van $3 \cdot 10^{-4}$, ρ_m = mengseldichtheid, ρ_w = dichtheid van water.

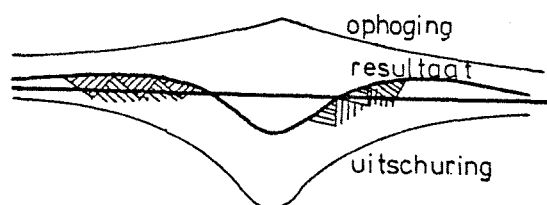
De afmetingen van de krater zijn nu te bepalen als ρ_m , Q en w bekend zijn.

De pluim en de vlakke kruin



Figuur 2.14 De pluim en de vlakke kruin

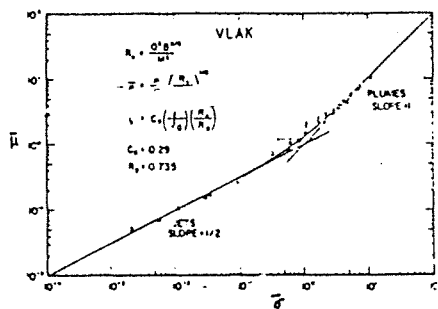
De tweedimensionale afstroming van een pluim (zie figuur 2.14), verloopt als een suspensiestroming. De bodem is als horizontaal te beschouwen, hoewel, indien er langdurig van het zelfde punt wordt gestort, door de combinatie uitzakking (maximaal onder de pluim) en uitschuring (ook maximaal onder de pluim) een kuil en soms een rand kan ontstaan (zie figuur 2.15).



Figuur 2.15 De bodem onder de pluim

Scheidingscriterium straal-pluim

Bij het vaststellen van de linkerrandvoorwaarde is de eerste vraag, die moet worden beantwoord, of het mengsel zich als een straal of als een pluim gedraagt. Figuur 2.16 biedt een criterium ter bepaling van de optredende verschijnselen.



Figuur 2.16 Het verband tussen μ en σ

Na berekening van μ en σ kan met figuur 2.16 het gedrag van het mengsel worden bepaald.

Voor vlakke stromingen geldt, dat de constanten R_p gelijk aan 0.375 en c_p gelijk aan 0.290 worden gesteld. De soortelijke dichtheden van respectievelijk het zand-water-mengsel en water zijn: ρ_m en ρ_w . Vervolgens worden enige 'ondersteunende' berekeningen gemaakt van achtereenvolgens: g' , B , M en l_m .

$$0 \quad 0$$

$$g' = g \cdot \epsilon = g \cdot (\rho_m - \rho_w) / \rho_m$$

$$B = g' \cdot 0$$

$$0 \quad 0$$

$$-2/3$$

$$l_m = M \cdot B$$

$$0 \quad 0$$

Na deze voorbereidende berekeningen kunnen de constanten μ en σ worden bepaald.

$$\mu = 0 \cdot B^{1/3} \cdot R_p^{-1/2} \cdot M^{-1}$$

$$0 \quad 0$$

$$\sigma = c_p \cdot z \cdot R_p^{-1} \cdot l_m^{-1}$$

HOOFDSTUK DRIE : EEN ANALYTISCH EN EEN NUMERIEK MODEL

3.1 INLEIDING

In dit hoofdstuk wordt een analytisch en een numeriek model opgesteld. Deze modellen berekenen de snelheids- en de schuifspanningsverdeling binnen de zand-water-stroming onder de mat.

De uitvoer van deze modellen zal worden gebruikt voor de invoer voor een sedimentatiemodel, dat in Hoofdstuk 4 aan de orde wordt gesteld.

Afweging tussen een mathematische en een numerieke benadering

Numerieke en analytische oplossingsmethoden worden in de praktijk naast elkaar gebruikt.

De analytische methode wordt daarbij in het 'ontwerp'-stadium gebruikt en geeft inzicht in de optredende processen en de invloed van veranderingen in de randvoorwaarden.

De numerieke methode wordt voor de fijnregeling gebruikt.

Daarnaast kunnen analytische en numerieke modellen elkaar controleren, terwijl bepaalde beperkende aannamen noodzakelijk voor de mogelijkheid van een analytische aanpak, in een numeriek model niet essentieel hoeven te zijn.

3.2 HET MATHEMATISCHE MODEL

In deze paragraaf wordt de mogelijkheid onderzocht, bij de in paragraaf 2.3 gegeven randvoorwaarden het stroombeeld mathematisch op te lossen, uit de in paragraaf 2.2.2 afgeleide differentiaal-vergelijking voor de beweging (vgl. [2.17]) en de vergelijking voor de wrijvingsterm (vgl. [2.21]).

Er wordt aangenomen, dat de term $u.h.\delta u/\delta x$ in vergelijking [2.17] is te verwaarlozen ten opzichte van de andere termen. Deze aanname is aantrekkelijk in verband met de vereenvoudiging van de afleiding van het mathematische model. Aangezien de factor $u.h$ voor de stroming ongelijk aan nul is, kan de aanname worden herschreven tot :

$$\delta u/\delta x = 0 \quad [3.1].$$

Dit houdt in dat in het x,s -assenstelsel de stroomlijnen recht lopen. In het konventionele x,z -assenstelsel houdt dit in dat er samentrekking van de stroomlijnen plaatsvindt.

Uitgaande van een gelijkmatig over de kruin uittreden van het opspuitdebiet, is het debiet te beschrijven als :

$$q(x) = q(x=0) * (L - x) \quad [3.2],$$

waarin L de breedte van de halve kruin vertegenwoordigt.

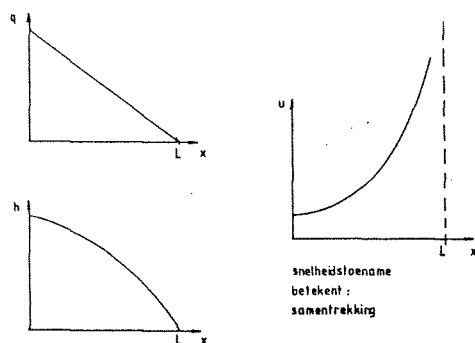
In paragraaf 2.4 is het parabolisch verloop van de matverhanglijn en daarmee het parabolisch verloop van de doorstroomhoogte over de kruin vastgesteld :

$$h(x) = h(x=0) * (1 - x/L)^2 \quad [3.3].$$

Daarmee is het verloop over de kruin van de gemiddelde snelheid te bepalen :

$$u(x) = q(x) / h(x) = u(x=0) * L / (L - x) \quad [3.4].$$

Het verloop over de kruin van de gemiddelde snelheid is in figuur 3.1 weergegeven.



Figuur 3.1 Verloop van de gemiddelde snelheid

Voordat de mathematische afleiding aanvangt wordt de schuifspanningssnelheid p gedefinieerd : $p = \sqrt{(\tau/\rho)}$ [3.5]

Bovendien wordt aangenomen, dat $p > 0$. Er geldt dan, dat $|p| = p$.

In Appendix B wordt de hiernavolgende wiskundige afleiding ook voor $p < 0$ uitgewerkt.

Uit de vergelijkingen [2.21] en [3.5] volgt : $\delta u / \delta x = p / (K \cdot s)$ [3.6]

Vergelijking [2.17] verandert, bij deze stellingen en aannames en definities, in de onderstaande vergelijking voor de schuifspanningssnelheid p :

$$-\delta h / \delta x \cdot u \cdot p / K + w / K \cdot p / s - \delta(p^2) / \delta s = 0 \quad [3.7]$$

Nadat de laatste term van vergelijking [3.7] is uitgewerkt, wordt er gedeeld door p .

Daarnaast wordt aangenomen dat de verticale snelheid lineair met de relatieve diepte s toeneemt ($w(s) = v(\text{Darcy}) \cdot s$). Deze

aanname houdt in, dat op elk nivo in de doorsnede een gelijke bijdrage aan het door de mat uittredende debiet wordt geleverd, waardoor de verticale snelheid in de betreffende doorsnede lineair toeneemt. De uittree-snelheid door de mat (v (Darcy)) is voor de gehele mat constant verondersteld.

De volgende vergelijking is het resultaat :

$$-\delta h / \delta x \cdot u / K + v(\text{Darcy}) / K - 2 \cdot \delta p / \delta s = 0 \quad [3.8]$$

Bij het differentieren van vergelijking [3.8] vervalt de middelste, constante, term :

$$-\delta h / \delta x \cdot \frac{p}{K^2 \cdot s} - 2 \cdot \delta^2 p / \delta s^2 = 0 \quad [3.9]$$

De vergelijking is als volgt te herschrijven :

$$p'' + (-a) \cdot p / s = 0 \quad [3.10],$$

waarin a een constante is, die als volgt is gedefinieerd :

$$a = \frac{-\delta h / \delta x}{2 \cdot K^2}.$$

Aangezien $-\delta h / \delta x$ positief is, is de constante a ook positief.

De 'algemene' gedaante van deze differentiaalvergelijking is

$$p'' + s^m \cdot p = 0 \quad [3.11]$$

De oplossing van deze (differentiaal)-vergelijking [3.11] is beschreven door Hutte (lit. 18).

Vergelijking [3.11] is daar als volgt geformuleerd :

$$y'' + \frac{1 - 2 \cdot \alpha}{x} y' + \left[(\beta \cdot r \cdot x^{r-1})^2 + \frac{\alpha^2 - f^2 \cdot r^2}{x^2} \right] \cdot y = 0 \quad [3.12]$$

De verschillende variabelen en constanten hebben de volgende waarde :

$$x = s$$

$$y(x) = p(s)$$

$$\alpha = \frac{1}{2}$$

$$r = \frac{1}{2}$$

$$\alpha^2 = f^2 \cdot r^2 \longrightarrow \frac{1}{4} = f^2 \cdot \frac{1}{4} \longrightarrow f = 1$$

$$\beta^2 = -4 \cdot a$$

$$\beta = 2 \cdot i \cdot \sqrt{a} = 2 \cdot i \cdot \left(\frac{-\delta h / \delta x}{2 \cdot K^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Voer in: $\pi = \beta \cdot x^{\frac{\Gamma}{i}}$ en $\sigma(\pi) = y(x) \cdot x^{-\alpha}$

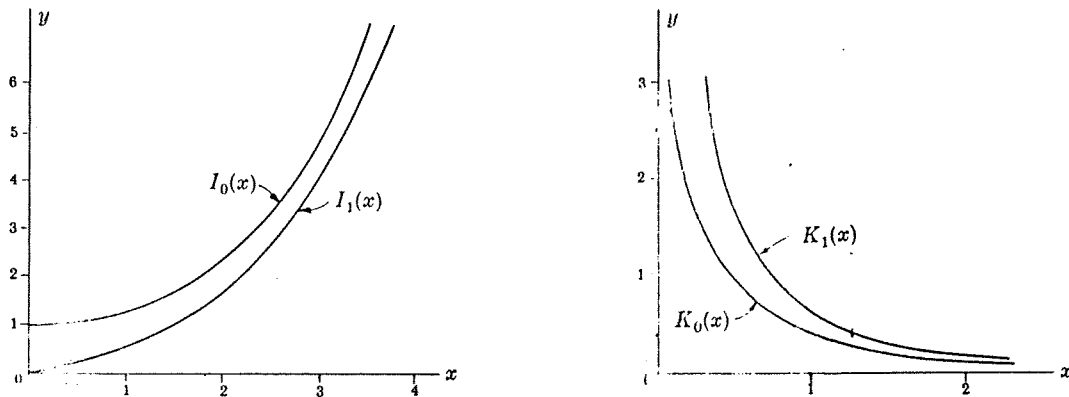
Volgens Hutte ontstaat dan de vergelijking :

$$\sigma'' + \sigma' / \pi - (1 + f^2 / \pi^2) \cdot \sigma = 0 \quad [3.13]$$

Dit is Bessel's gemodificeerde differentiaalvergelijking, waarvan de oplossing is :

$$\sigma(\pi) = A \cdot I_1(\pi) + B \cdot K_1(\pi) \quad [3.14]$$

In figuur 3.2 zijn deze krommes weergegeven.



Figuur 3.2 Bessel-krommes

Invullen van alle variabelen en constanten geeft:

$$A \cdot I_1(2 \cdot \sqrt{a \cdot x}) + B \cdot K_1(2 \cdot \sqrt{a \cdot x}) = y(x) \cdot x^{-\alpha} \quad [3.15]$$

Met toepassen van [3.12] totenmet [3.15] op [3.11], volgt $p(s)$:

$$p(s) = A \cdot \sqrt{s} \cdot I_1(2 \cdot \sqrt{a \cdot s}) + B \cdot \sqrt{s} \cdot K_1(2 \cdot \sqrt{a \cdot s}) \quad [3.16]$$

Verder geldt :

$$p(s) = K \cdot s \cdot \delta u / \delta s \quad [3.17]$$

Na delen van vergelijking [3.17] door $(K \cdot s)$ ontstaat de volgende vergelijking :

$$\delta u / \delta s = \{A / (K \cdot \sqrt{s})\} \cdot I_1(2 \cdot \sqrt{a \cdot s}) + \{B / (K \cdot \sqrt{s})\} \cdot K_1(2 \cdot \sqrt{a \cdot s}) \quad [3.18]$$

De literatuur (zie lit. 9, 10 en 11) geeft devolgende rekenregels voor Bessel-functies :

$$\delta/\delta x \{ x^n \cdot I_n(x) \} = x^n \cdot I_{n-1}(x) \quad [3.19]$$

$$\delta/\delta x \{ x^{-n} \cdot I_n(x) \} = x^{-n} \cdot I_{n+1}(x) \quad [3.20]$$

$$\delta/\delta x \{ x^n \cdot K_n(x) \} = -x^n \cdot K_{n-1}(x) \quad [3.21]$$

$$\delta/\delta x \{ x^{-n} \cdot K_n(x) \} = -x^{-n} \cdot K_{n+1}(x) \quad [3.22]$$

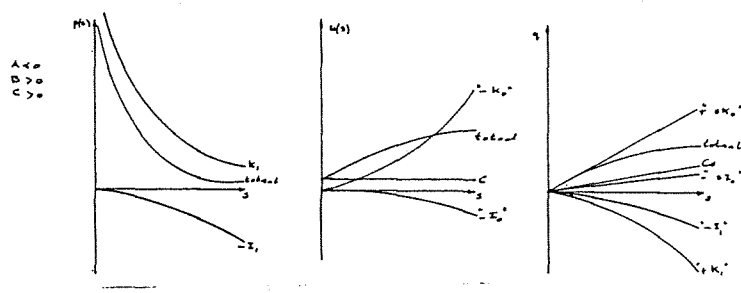
Integreren van vergelijking [3.18] geeft :

$$u(s) = \left[\frac{A}{(K \cdot J a)} \cdot I_0(2 \cdot J(a \cdot s)) - \frac{B}{(K \cdot J a)} \cdot K_0(2 \cdot J(a \cdot s)) \right] \int_0^s + C \quad [3.23]$$

Vergelijking [3.23] bestaat in feite uit drie termen: de bovengrens ter plaatse van s, de ondergrens ter plaatse van s en de constante C. Ter behoeve van q(s) wordt elk van deze drie termen geïntegreerd. Vergelijking [3.24] geeft de integraal van vergelijking [3.23].

$$q(s) = \left[\frac{A \cdot J s}{(K \cdot a)} \cdot I_1(2 \cdot J(a \cdot s)) + \frac{B \cdot J s}{(K \cdot a)} \cdot K_1(2 \cdot J(a \cdot s)) + C \cdot s \right] \int_0^s + D \quad [3.24]$$

Na het invullen van de randvoorwaarden aan de oplossing, kunnen de integratieconstanten A, B, C en D worden vastgesteld, waarna de verlopen van p(s), u(s) en q(s) over de verticaal zijn bepaald. In figuur 3.3 zijn groffe schetsen van het verloop van p(s), u(s) en q(s) getekend.



Figuur 3.3 Het verloop van p(s), u(s) en q(s)

De aannamen ten aanzien van het verloop van de diffusiecoëfficiënt, $\delta u / \delta x = 0$, $p(s) > 0$ en het lineair verloop van $w(s)$ zullen in de afzonderlijke gevallen op hun geldigheid worden beoordeeld, teneinde de toepasbaarheid van de vergelijkingen [3.17], [3.23] en [3.24] te kunnen bepalen.

In het vervolg van dit hoofdstuk zal het numerieke model worden uitgewerkt. Nadat in paragraaf 3.3 het numerieke schema is vastgesteld, worden in paragraaf 3.4 de basisvergelijkingen opgesteld. Paragraaf 3.5 draagt een oplossingsmethode aan ten behoeve van het numeriek doorrekenen van het stroombeeld.

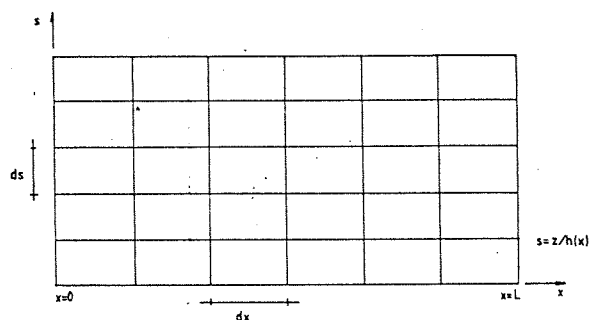
3.3 HET NUMERIEKE SCHEMA

De berekening wordt per eenheid van breedte gemaakt, conform de eerder voorgestelde tweedimensionaliteit van de stroming.

De positieve x -as wordt loopt van de spuitmond naar het talud (stroomafwaarts). De positieve s -as loopt van de bodem in de richting van het mat-oppervlak.

Ter verkrijging van het numeriek schema wordt de tunnelsleuf (horizontaal) verdeeld in een aantal op de afstand dx van elkaar gelegen doorsneden. De afzonderlijke doorsneden zijn vervolgens verticaal in stappen ds opgedeeld.

In figuur 3.3^A is het numerieke schema weergegeven.



Figuur 3.3^A Het numeriek schema

Ter plaatse van de mat ($s = 1$) moet vergelijking [3.28] worden geherformuleerd tot :

$$\frac{v(\text{Darcy}) - w(x, s-ds)}{h(x) \cdot ds} + \frac{u(x+dx, 1) - u(x-dx, 1)}{2 \cdot dx} -$$

$$s \cdot \frac{\delta h / \delta x}{h(x)} \cdot \frac{u(x, 1) - u(x, s-ds)}{ds} = 0 \quad [3.31]$$

Vergelijking [3.31] kan wederom worden herschreven tot een lineaire combinatie van diverse lokale snelheden :

$$\begin{aligned} & [-h(x) \cdot ds] \cdot u(x-dx, 1) + [-2 \cdot dx \cdot dh/dx] \cdot u(x, 1) + \\ & [2 \cdot dx] \cdot v(\text{Darcy}) + [2 \cdot dx \cdot dh/dx] \cdot u(x, 1-ds) + \\ & [-2 \cdot dx] \cdot w(x, 1-ds) + [h(x) \cdot ds] \cdot u(x+dx, 1) = 0 \end{aligned} \quad [3.32]$$

3.2 De bewegingsvergelijking

De differentiaal-vergelijking voor de beweging is :

$$u \cdot h \cdot \delta u / \delta x - s \cdot dh/dx \cdot u \cdot \delta u / \delta s + w \cdot \delta u / \delta s - 1/\rho \cdot \delta \tau / \delta s = 0 \quad [3.33]$$

Indien de differentialen, analoog aan de omzetting van de continuïteitsvergelijking in termen van differenties worden geformuleerd, ontstaat er een niet-lineaire differentievergelijking. Immers binnen de termen van vergelijking [3.33] worden de lokale snelheden in de differentie-factor vermedigvuldigd met lokale snelheden in de voorafgaande factor.

De oplossing van een stelsel niet-lineaire vergelijkingen, dat ontstaat bij verzameling van de differentievergelijkingen in alle punten in het numeriek schema is geen senicure. Daarom wordt de niet-lineaire differentievergelijking omgezet in een lineaire differentievergelijking. Indien een snelheidsveld wordt aangenomen, kunnen in alle factoren behalve de "differentie"-factor de lokale snelheden als 'constante' worden ingevuld.

Op deze wijze is het niet-lineaire stelsel herschreven tot een lineair stelsel vergelijkingen. De oplossing van dit stelsel fungeert als nieuwe, verbeterde, aanname voor het snelheidsveld. Onder de veronderstelling van convergentie van deze oplossingsmethode zullen de opeenvolgende oplossingen van het lineaire stelsel steeds beter het optredende snelheidsveld benaderen.

Bovenstaande werkwijze volgend, zijn de eerste drie termen van de vergelijking [3.33] gelineariseerd. De wrijvingsterm vereist echter iets meer aanpassing :

$$-1/P \cdot \delta\tau/\delta s = -\delta p^2/\delta s = -2.p \cdot \delta p/\delta s \quad [3.34]$$

Allereerst worden de afzonderlijke factoren van deze vergelijking uitgewerkt:

$$-2.p = -2.K.s \cdot \delta u/\delta s \quad [3.35]$$

$$\delta p/\delta s = 2.K \cdot (s \cdot \delta^2 u/\delta s^2 + \delta u/\delta s) \quad [3.36]$$

Het product van deze twee factoren (vgl. [3.35] * vgl. [3.36]) is niet-lineair. Als $\delta u/\delta s$ in de '-2.p'-factor, analoog aan de werkwijze voor de eerste drie termen, wordt ingevuld voor het aangenomen snelheidsveld, is ook de wrijvingsterm lineair geworden.

Alvorens de differentie-vergelijking voor de beweging kan worden opgesteld, moet er een afspraak ten aanzien van de notatie worden gemaakt: op de plaatsen, waar de snelheidstermen (de variabelen s , $u(x,s)$, $w(x,s)$ en $\delta u(x,s)/\delta s$) zijn vervangen door de constante waarden van het aangenomen snelheidsveld, wordt dit genoteerd door het plaatsen van de betreffende term binnen vierkante haken ([]) en het weglaten van de coördinaten. De coördinaten hebben immers altijd betrekking op het punt (x,s) , waarvoor de vergelijking is opgesteld.

De differentie-vergelijking voor de beweging is :

$$[u].h(x) \cdot \frac{u(x+dx,s) - u(x-dx,s)}{2 \cdot dx} - s \cdot dh/dx \cdot [u] \cdot \frac{u(x,s+ds) - u(x,s-ds)}{2 \cdot ds}$$

$$-4.K^2.s.[\delta u/\delta s] \cdot \left(s \cdot \frac{u(x,s+ds) - 2 \cdot u(x,s) + u(x,s-ds)}{ds^2} + \right.$$

$$\left. \frac{u(x,s+ds) - u(x,s-ds)}{2 \cdot ds} \right) + [w] \cdot \frac{u(x,s+ds) - u(x,s-ds)}{2 \cdot ds} = 0 \quad [3.37]$$

Deze differentie-vergelijking kan worden herschreven tot een lineaire combinatie van diverse lokale snelheden :

$$\begin{aligned} & [-[u].h(x).ds^2] \cdot u(x-dx,s) + [16.K^2.s^2.[\delta u/\delta s].dx] \cdot u(x,s) + \\ & [-s.dh/dx.[u].dx.ds + [w].dx.ds - 8.K^2.s^2.[\delta u/\delta s].dx - 4.K^2.s.[\delta u/\delta s].dx.ds] \\ & \cdot u(x,s+ds) + \\ & [s.dh/dx.[u].dx.ds - [w].dx.ds - 8.K^2.s^2.[\delta u/\delta s].dx + 4.K^2.s.[\delta u/\delta s].dx.ds] \\ & \cdot u(x,s-ds) + [[u].h(x).ds^2] \cdot u(x+dx,s) = 0 \quad [3.38] \end{aligned}$$

Ter plaatse van de mat moet de differentie-vergelijking worden geherformuleerd :

$$[u].h(x) \cdot \frac{u(x+dx,1)-u(x-dx,1)}{2 \cdot dx} + \{[w]-s \cdot dh/dx \cdot [u]\} \cdot \frac{u(x,1)-u(x,1-ds)}{ds} - 4 \cdot K^2 \cdot s \cdot [\delta u / \delta s] \cdot \{s \cdot \frac{u(x,1)-2 \cdot u(x,1-ds)+u(x,1-2 \cdot ds)}{(2 \cdot ds)^2} + \frac{u(x,1)-u(x,1-ds)}{ds}\} = 0 \quad [3.39]$$

Deze differentie-vergelijking kan worden herschreven tot een lineaire combinatie van diverse lineaire snelheden :

$$[-2 \cdot [u] \cdot h(x) \cdot ds^2] \cdot u(x-dx,1) + [2 \cdot [u] \cdot h(x) \cdot ds^2] \cdot u(x+dx,1) + [-4 \cdot K^2 \cdot s^2 \cdot [\delta u / \delta s] \cdot dx] \cdot u(x,1-2 \cdot ds) + [4 \cdot dx \cdot ds \cdot ([w]-s \cdot dh/dx \cdot [u]) - 4 \cdot K^2 \cdot [\delta u / \delta s] \cdot dx - 16 \cdot K^2 \cdot [\delta u / \delta s] \cdot dx \cdot ds] \cdot u(x,1) + [-4 \cdot dx \cdot ds \cdot ([w]-s \cdot dh/dx \cdot [u]) + 8 \cdot K^2 \cdot [\delta u / \delta s] \cdot dx + 16 \cdot K^2 \cdot [\delta u / \delta s] \cdot dx \cdot ds] \cdot u(x,1-ds) = 0 \quad [3.40]$$

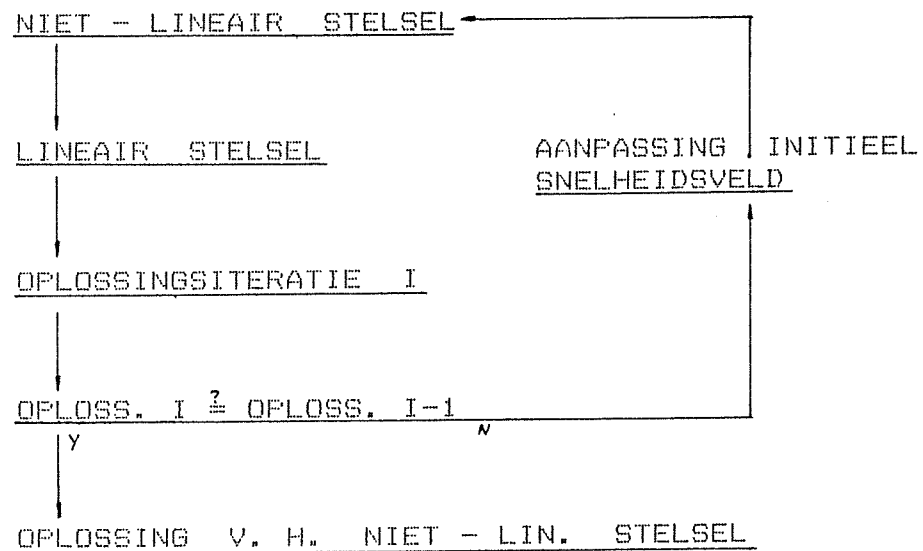
Ter plaatse van de bodem kan de differentie-vergelijking worden vervangen door : $u(x,0) = 0$ [3.41]

3.5 HET NUMERIEK OPLOSSEN VAN HET NIET - LINEAIRE STELSEL

3.5.1 Het lineair oplossen van een niet-lineaire matrix

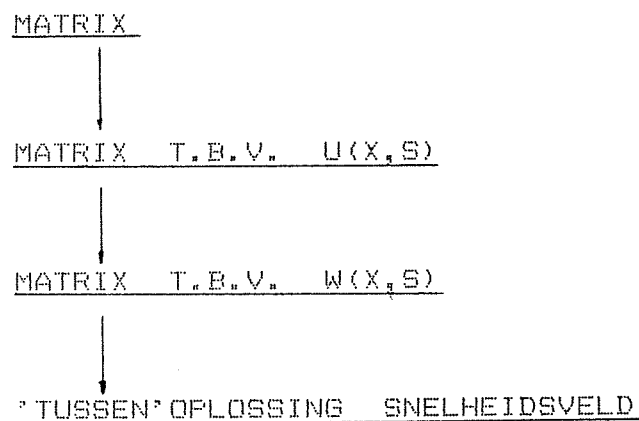
In de paragrafen 3.3 en 3.4 is voor ieder afzonderlijk punt binnen het numeriek schema de geldende differentie-vergelijking opgesteld. De differentie-vergelijking is steeds in termen van een lineaire combinatie van diverse lokale snelheden geformuleerd. De verzameling van alle lineaire vergelijkingen in alle punten vormt een lineair stelsel. Bij gegeven randvoorwaarde kan dit stelsel worden opgelost.

In 3.3.2 is beschreven hoe het niet-lineaire stelsel in een lineair stelsel wordt omgezet. De oplossing van het lineaire stelsel is dus slechts een tussen-oplossing ten aanzien van het niet-lineaire stelsel. De tussenoplossing fungeert conform de gedachtengang in 3.3.2 als nieuwe verbeterde aanname voor het snelheidsveld. Onder de veronderstelling van convergentie van de oplossingsmethode zullen de opeenvolgende oplossingen van het lineaire stelsel steeds beter het snelheidsveld benaderen. Zodra de oplossingen van opeenvolgende iteraties weinig verschillen, wordt er aangenomen dat de uiteindelijke oplossing van het niet-lineaire stelsel is gevonden. Figuur 3.4 geeft deze oplossingsmethode grafisch weer.



Figuur 3.4 De oplossingsmethode

3.5.2 Splitsen van de matrix



Figuur 3.5 Splitsen van de matrix

Voor elk punt binnen het numeriek schema zijn twee vergelijkingen beschikbaar : de bewegings- en de continuïteitsvergelijking.

Zoals de vergelijkingen [3.38], [3.40] en [3.41] tonen, zijn de differentie-vergelijkingen van de beweging geformuleerd in termen van slechts de horizontale snelheidscomponenten. Vergelijkingen

[3.29], [3.30] en [3.32] tonen dat de differentie-vergelijking van de continuïteit slechts in termen van de horizontale en de verticale snelheidscomponenten kan worden geformuleerd.

De werkwijze is, dat de differentie-vergelijkingen van de beweging en de continuïteit worden gesplitst en in een apart stelsel worden gezet. Het stelsel van de beweging, waarin alleen horizontale snelheidscomponenten voorkomen, wordt opgelost. De oplossing van dit eerste stelsel wordt in het tweede stelsel (van de continuïteit) ingevuld, waarna ook de verticale snelheden worden gevonden. Daarmee is de oplossing van het totaal-stelsel bepaald.

In figuur 3.5 is de splitsing grafisch weergegeven.

3.5.3 De oplossingsmethode voor het oplossen van de matrix

De wenselijkheid om een zekere nauwkeurigheid binnen de oplossing te bereiken, dwingt om de stappen binnen het numerieke schema niet te groot te nemen, waardoor het aantal punten en daarmee de grootte van de matrix sterk dreigt toe te nemen.

Het is van belang om de oplossingsmogelijkheden te onderzoeken om dergelijke grote matrices op te lossen.

Het eerste alternatief om de diagonaliteit van de matrix uit te buiten, loopt mis omdat de bandbreedte zo groot blijkt, dat er geen werkelijk voordeel valt te verwachten.

Het tweede alternatief is een 'snelle' oplossingsmethode te gebruiken. De op de T.H. beschikbare methoden blijken echter in het algemeen gebaseerd op het (semi-) definit zijn van de matrix. De onderhanden matrix voldoet daaraan niet.

Na het falen van de voorgaande alternatieven blijft slechts het arbeidsintensieve Gaussisch vegen als oplossingsmethode over.

3.5.4 Het computerprogramma

De in paragraaf 3.5.3 beschreven oplossingsmethode is in een computerprogramma vervat.

In Appendix C is het stroomschema van het computerprogramma weergegeven. Het computerprogramma is in Appendix D vervat.

Ter verzekering van de convergentie in de opeenvolging van de tussen-oplossingen is een gewichtsfactor aan het 'oude' snelheidsveld (0.8) en aan het 'nieuwe' snelheidsveld (0.2) gegeven. De vernieuwde aanname ten aanzien van het snelheidsveld is dus een gewogen gemiddelde van de oude aanname en de door het computerprogramma berekende snelheidsveld.

Appendix B : Het stroombeeld mathematisch benaderd voor $p \leq 0$.

De mathematische afleiding van paragraaf 3.2 wordt in deze Appendix nogmaals gemaakt voor $p < 0$.

In deze appendix wordt wederom uitgegaan van de in paragraaf 2.2.2 afgeleide differentiaalvergelijking voor de bewegingsvergelijking (vgl. [2.17]) en de vergelijking van de wrijving (vgl. [2.21]).

Er wordt aangenomen, dat de term $u \cdot h \cdot \delta u / \delta x$ in vergelijking [2.17] is te verwaarlozen ten opzichte van de andere termen.

Voordat de mathematische afleiding aanvangt, wordt de schuifspanningssnelheid p gedefinieerd : $p = \sqrt{(\tau/F)}$ [3.5A].

Er wordt aangenomen, dat $p < 0$. Er geldt dan, dat $|p| = -p$.

Uit de vergelijkingen [2.21] en [3.5A] volgt : $\delta u / \delta x = p / (K \cdot s)$ [3.6A]

Vergelijking [2.17] verandert bij deze stellingen, aannames en definities in de onderstaande vergelijking voor de schuifspanningssnelheid p :

$$-\delta h / \delta x \cdot u \cdot p / K + w / K \cdot p / s + \delta(p^2) / \delta s = 0 \quad [3.7A]$$

Nadat de laatste term van vergelijking [3.7A] is uitgewerkt, wordt er gedeeld door p . Daarnaast wordt gesteld dat de verticale snelheid lineair met de relatieve diepte s toeneemt, met andere woorden : $w(s) = v(\text{Darcy}) \cdot s$.

De volgende vergelijking is het resultaat:

$$-\delta h / \delta x \cdot u / K + v(\text{Darcy}) / K + 2 \cdot \delta p / \delta s = 0 \quad [3.8A]$$

Bij het differentieren van vergelijking [3.8A] vervalt de middelste, constante, term :

$$-\delta h / \delta x \cdot \frac{p}{K^2 \cdot s} + 2 \cdot \delta^2 p / \delta s^2 = 0 \quad [3.9A]$$

De vergelijking is als volgt te herschrijven :

$$p'' + a \cdot p / s = 0 \quad [3.10A]$$

waarin a een constante is, die als volgt is gedefinieerd :

$$a = \frac{-\delta h / \delta x}{2 \cdot K^2}$$

Aangezien $-\delta h / \delta x$ positief is, is de constante a ook positief.

De "algemene" gedaante van deze differentiaalvergelijking is

$$p'' + s^m \cdot p = 0 \quad [3.11A]$$

De oplossing van deze (differentiaal)-vergelijking [3.11A] is beschreven door Hutte (lit. 18). Vergelijking [3.11A] is daar als volgt geformuleerd :

$$y'' + \frac{1 - 2 \cdot \alpha}{x} y' + \left[(\beta \cdot r \cdot x^{r-1})^2 + \frac{\alpha^2 - f^2 \cdot r^2}{x^2} \right] \cdot y = 0 \quad [3.12A]$$

De verschillende variabelen en constanten hebben devolgende waarde :

$$\begin{aligned} x &= s \\ y(x) &= p(s) \\ \alpha &= \frac{1}{2} \\ r &= \frac{1}{2} \\ \alpha^2 &= f^2 \cdot r^2 \longrightarrow \frac{1}{4} = f^2 \cdot \frac{1}{4} \longrightarrow f = 1 \\ \beta^2 &= 4 \cdot a \\ \beta &= 2 \cdot \sqrt{a} = 2 \cdot \left(\frac{-\delta h / \delta x}{2 \cdot K^2} \right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$\text{Voer in: } \pi = \beta \cdot x^r \text{ en } \sigma(\pi) = y(x) \cdot x^{-\alpha}$$

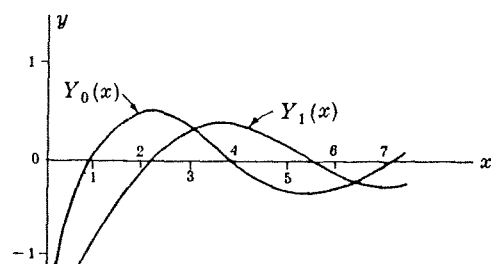
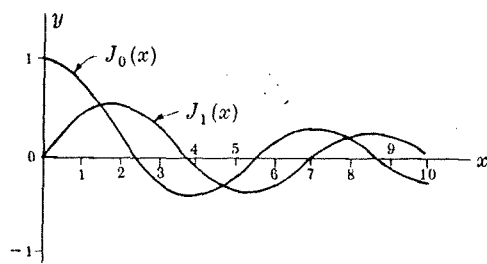
Volgens Hutte ontstaat de vergelijking :

$$\sigma'' + \sigma' / \pi - (1 - f^2 / \pi^2) \cdot \sigma = 0 \quad [3.13A]$$

Dit is Bessel's differentiaalvergelijking, waarvan de oplossing is :

$$\sigma(\pi) = A \cdot J_1(\pi) + B \cdot Y_1(\pi) \quad [3.14A]$$

In figuur 3.7 zijn deze krommes weergegeven.



Figuur 3.7 Bessel-krommes

$$y(x) \cdot x^{-\alpha} = A \cdot J_1(2 \cdot J(a \cdot x)) + B \cdot Y_1(2 \cdot J(a \cdot x)) \quad [3.15A],$$

Uit toepassen van [3.12A] t.e.m. [3.15A] op [3.11A], volgt $p(s)$:

$$p(s) = A \cdot J_1(2 \cdot J(a \cdot s)) + B \cdot Y_1(2 \cdot J(a \cdot s)) \quad [3.16A]$$

Verder geldt :

$$p(s) = K \cdot s \cdot \delta u / \delta s \quad [3.17A]$$

Na delen door $(K \cdot s)$ van vergelijking [3.17A] ontstaat de volgende vergelijking :

$$\delta u / \delta s = \{A / (K \cdot J_1(s))\} \cdot J_1(2 \cdot J(a \cdot s)) + \{B / (K \cdot J_1(s))\} \cdot Y_1(2 \cdot J(a \cdot s)) \quad [3.18A]$$

De literatuur (zie lit. 9, 10 en 11) geeft de volgende rekenregels voor Bessel-functies :

$$\delta / \delta x \{ x^n \cdot J_n(x) \} = x^n \cdot J_{n-1}(x) \quad [3.19A]$$

$$\delta / \delta x \{ x^{-n} \cdot J_n(x) \} = -x^{-n} \cdot J_{n+1}(x) \quad [3.20A]$$

Integreren van vergelijking [3.18A] geeft :

$$u(s) = \left[\{-A / (K \cdot J_1(a))\} \cdot J_0(2 \cdot J(a \cdot s)) - \{B / (K \cdot J_1(a))\} \cdot Y_0(2 \cdot J(a \cdot s)) \right]_{s_0}^s + C \quad [3.23A]$$

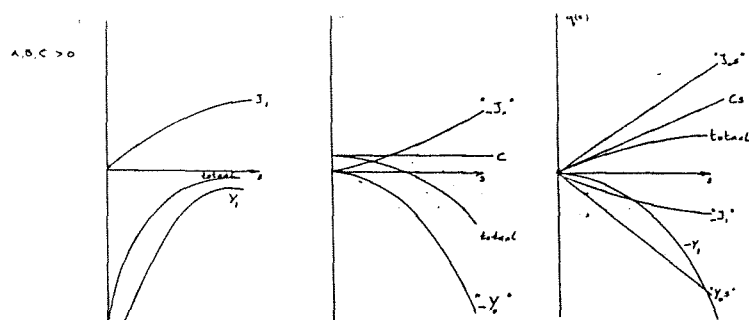
Vergelijking [3.23A] bestaat in feite uit drie termen : de bovengrens ter plaatse van s , de ondergrens ter plaatse van s_0 en de constante C . Ter behoeve van $q(s)$ wordt elk van deze drie termen geïntegreerd. Vergelijking [3.24A] beschrijft de integraal van vergelijking [3.23A].

$$q(s) = \left[\left(-A \cdot \sqrt{s} / (K \cdot a) \right) \cdot J_1(2 \cdot \sqrt{a \cdot s}) - \left(B \cdot \sqrt{s} / (K \cdot a) \right) \cdot Y_1(2 \cdot \sqrt{a \cdot s}) + C \cdot s \right] s,$$

$$\left[\frac{A}{(K \cdot \sqrt{a})} \cdot J_0(2 \cdot \sqrt{a \cdot s}) \cdot s + \frac{B}{(K \cdot \sqrt{a})} \cdot Y_0(2 \cdot \sqrt{a \cdot s}) \cdot s \right] + D \quad [3.24A]$$

Na het invullen van de randvoorwaarden aan de oplossing, kunnen de integratie-constanten A, B, C en D worden vastgesteld, waarna de verlopen van $p(s)$, $u(s)$ en $q(s)$ over de verticaal zijn bepaald.

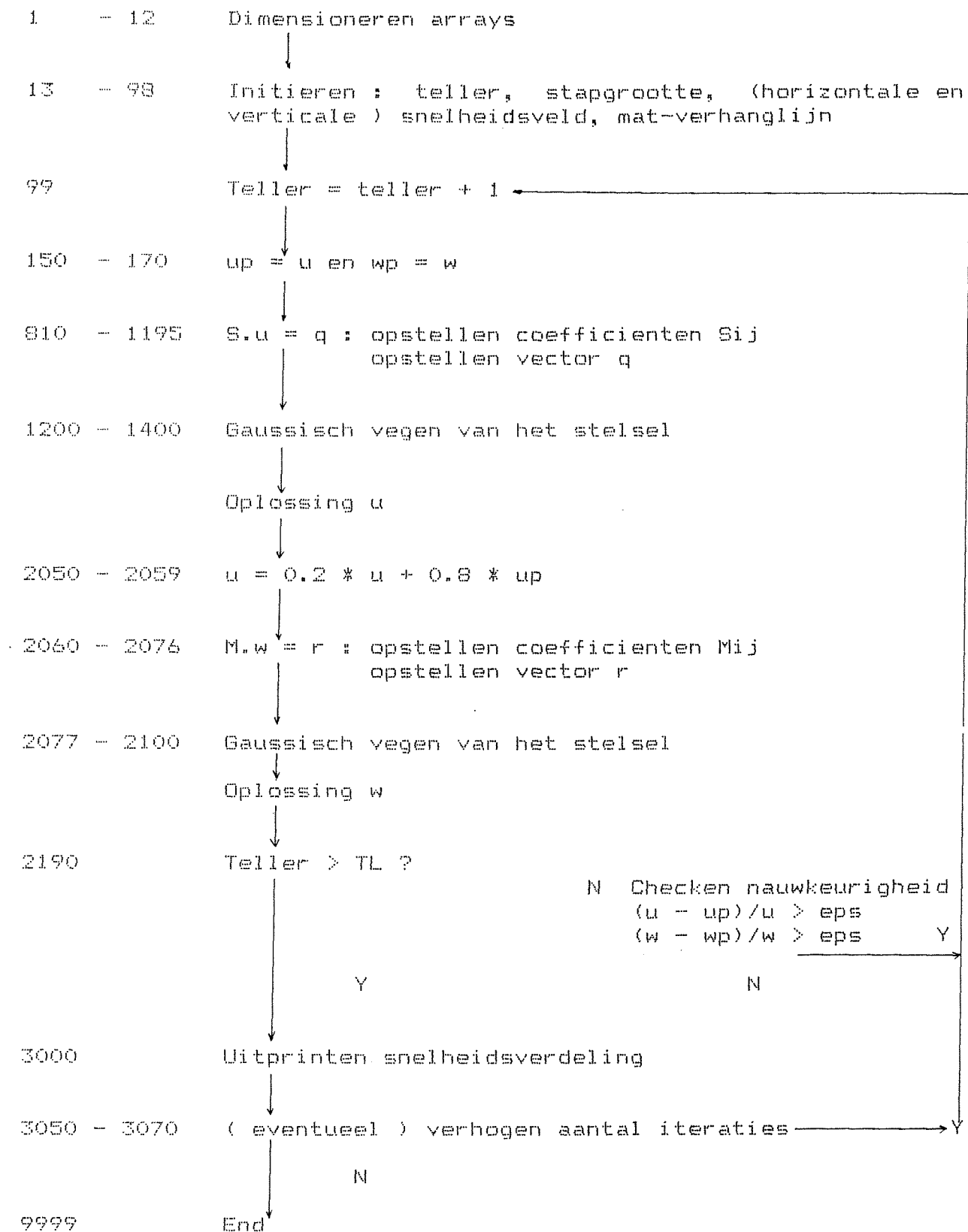
In figuur 3.8 zijn groffe schetsen van het verloop van $p(s)$, $u(s)$ en $q(s)$ getekend.



Figuur 3.8 Het verloop van $p(s)$, $u(s)$ en $q(s)$

De aannamen ten aanzien van het verloop van de diffusiecoëfficiënt, $\delta u / \delta x = 0$, $p(s) > 0$ en het lineair verloop van $w(s)$ zullen in de afzonderlijke gevallen op hun geldigheid worden beoordeeld, teneinde de toepasbaarheid van de vergelijkingen [3.17A], [3.23A] en [3.24A] te kunnen bepalen.

Appendix C



Appendix D

```
1 DIM V(36)
2 DIM U(8,7)
3 DIM UP(8,7)
4 DIM W(8,7)
5 DIM O(20)
7 DIM S(20,36)
8 DIM H(8)
9 DIM HX(8)
10 DIM WP(8,7)
11 DIM R(6)
12 DIM M(6,7)
13 TELLER=0
15 U(1,2)=.5
16 U(1,1)=.5
17 U(2,6)=.00265
18 DX =.417
19 TL=3
31 DS =.083
32 KP=.4
41 FOR J=3 TO 6
42 U(1,J)=0
43 NEXT J
44 U(2,2)=.41808
45 U(2,3)=.002496
46 U(2,4)=.002496
47 U(2,5)=.00265
48 U(3,2)=.3384917
49 U(3,4)=.0053446
50 U(3,5)=.0054003
51 U(3,6)=.0054003
52 U(3,3)=.0052333
54 U(4,2)=.2546275
56 U(4,3)=.008776
57 U(4,4)=.0088996
58 U(4,5)=.0089763
59 U(4,6)=.0089763
60 U(5,2)=.1636116
62 U(5,3)=.0142403
64 U(5,4)=.0145433
65 U(5,5)=.014619
66 U(5,6)=.014619
68 U(6,2)=.01135
70 U(6,3)=.0118
72 U(6,4)=.01195
74 U(6,5)=.012045
75 U(6,6)=.012045
76 FOR I=2 TO 6
77 U(I,1)=0
78 NEXT I
79 FOR I=2 TO 5
80 FOR J=2 TO 6
81 V(5*(I-2)+(J-1))=U(I,J)
82 NEXT J
83 NEXT I
84 GOTO 2001
85 FOR I=1 TO 6
86 FOR J=1 TO 6
88 W(I,J)=(J-1)*.0113/5
89 NEXT J
90 NEXT I
91 HX(2)=-.0556
92 H(3)=.359
93 HX(3)=-.1111
94 H(4)=.313
95 HX(4)=-.1667
96 H(5)=.232
```

```

97 H(5)=-.2222
98 H(2)=.405
99 TELLER=TELLER+1
100 PRINT"DE "TELLER"-DE ITERATIE"
101 FOR I=2 TO 5
102 FOR J=2 TO 5
103 US(I,J)=(U(I,J+1)-U(I,J-1))/(2*DS)
104 NEXT J
105 US(I,6)=0
106 NEXT I
107 BH=0
108 FOR I=1 TO 6
109 FOR J=1 TO 6
110 UP(I,J)=U(I,J)
111 WP(I,J)=W(I,J)
112 NEXT J
113 NEXT I
114 FOR K=1 TO 20
115 FOR L=1 TO 36
116 S(K,L)=0
117 NEXT L
118 NEXT K
119 FOR K=1 TO 20
120 Q(K)=0
121 NEXT K
122 FOR K=1 TO 20
123 L=5*(INT(K/5))
124 Q(L)=(1-L/30)*.0417
125 NEXT K
126 FOR I=2 TO 5
127 FOR J=2 TO 6
128 S=(J-1)/5
129 A=U(I,J)*H(I)*DS*DS
130 B=(W(I,J)-S*HX(I)*U(I,J))*DX*DS
131 C=S*US(I,J)*DX*16*KP*KP
132 D=S*US(I,J)*DX*DS*-4*KP*KP
133 K=5*(I-2)+(J-1)
134 IF J=6 THEN GOTO 138
135 S(K,(6*(I-2)+J))=-1*A
136 S(K,(6*(I-1)+J))=C
137 S(K,(6*I+J))=A
138 S(K,(6*(I-1)+J+1))=B-.5*C+D
139 S(K,(6*(I-1)+J-1))=-1*B-.5*C
140 NEXT J
141 S(K,(6*(I-1)+J-1))=DS
142 S(K,(6*(I-1)+J))=.5*DS
143 S(K,(6*(I-1)+J-2))=DS
144 S(K,(6*(I-1)+J-3))=DS
145 S(K,(6*(I-1)+J-4))=DS
146 NEXT I
147 FOR I=2 TO 5
148 FOR J=2 TO 6
149 K=5*(I-2)+(J-1)
150 L=6*(I-1)+J
151 FOR P=K+1 TO 20
152 M=S(P,L)/S(K,L)
153 FOR N=1 TO 36
154 S(P,N)=S(P,N)-M*S(K,N)
155 NEXT N
156 Q(P)=Q(P)-M*Q(K)
157 NEXT P
158 NEXT J
159 NEXT I
160 FOR I=2 TO 5
161 FOR J=2 TO 6
162 K=5*(I-2)+(J-1)

```

```

1285 FOR N=1 TO L-1
1286 II= INT(N/6) +1
1287 JJ=N-6*INT(N/6)
1290 Q(K)=Q(K)-S(K,N)*U(II,JJ)
1292 NEXT N
1294 FOR R=I+1 TO 5
1295 JJ=1
1296 X=6*(R-1)+JJ
1297 Q(K)=Q(K)-S(K,X)*O
1298 NEXT R
1300 FOR N=31 TO 36
1301 II= INT(N/6) +1
1302 JJ=N-6*INT(N/6)
1305 Q(K)=Q(K)-S(K,N)*U(II,JJ)
1310 NEXT N
1315 NEXT J
1320 NEXT I
1325 FOR I=5 TO 2 STEP -1
1330 FOR J=6 TO 2 STEP -1
1335 K=5*(I-2)+(J-1)
1337 L=6*(I-1)+J
1345 S=Q(K)
1350 FOR F=5 TO 2 STEP -1
1355 G=6 TO 2 STEP -1
1358 KK=5*(F-2)+(G-1)
1360 LL=6*(F-1)+G
1363 IF LL<L+1 THEN GOTO 1385
1365 S=S-S(K,LL)*V(KK)
1370 NEXT G
1375 NEXT F
1385 V(K)=S/S(K,L)
1395 NEXT J
1400 NEXT I
2000 GOTO 2050
2001 GOTO 2029
2002 FOR I=2 TO 5
2003 QI=0
2005 FOR J=2 TO 5
2008 K=5*(I-2)+(J-1)
2010 QI=QI+V(K)
2012 NEXT J
2014 QI=QI+.5*V(5*(I-2)+5)
2015 PRINT QI
2016 QI=DS*QI
2017 QX=.04145*(7-I)/6
2018 MULT=QX/QI
2020 FOR J=2 TO 6
2022 K=5*(I-2)+(J-1)
2024 V(K)=MULT*V(K)
2026 NEXT J
2028 NEXT I
2029 IF TELLER=0 THEN GOTO 85 ELSE GOTO 2060
2050 FOR I=2 TO 5
2052 FOR J=2 TO 6
2054 K=5*(I-2)+(J-1)
2056 U(I,J)=.8*U(I,J)+.2*V(K)
2058 NEXT J
2059 NEXT I
2060 FOR I=2 TO 5
2061 FOR J=1 TO 6
2062 M(J,J-1)=0
2063 M(J,J)=0
2064 M(J,J+1)=0
2065 NEXT J
2066 R(1)=0

```

```

2067 H(1,1)=1
2068 FOR J=2 TO 5
2069 S=(J-1)/5
2070 R(J)=H(1)*DS*(U(I-1,J)-U(I+1,J))+S*DX*HX(I)*(U(I,J+1)-U(I,J-1))
2071 M(J,J-1)=-.9*DX
2072 M(J,J)=-.2*DX
2073 M(J,J+1)=1.1*DX
2074 NEXT J
2075 R(6)=-.0113
2076 M(6,6)=1
2077 FOR J=1 TO 6
2078 FOR P=J+1 TO 6
2079 M=M(P,J)/M(J,J)
2080 FOR N=1 TO 6
2081 M(P,N)=M(P,N)-M*M(J,N)
2082 NEXT N
2083 R(P)=R(P)-M*R(J)
2084 NEXT P
2085 NEXT J
2086 W(I,6)=R(6)/M(6,6)
2087 FOR J=5 TO 1 STEP -1
2088 FOR P=6 TO J+1 STEP -1
2089 R(J)=R(J)-M(J,P)*W(I,P)
2090 NEXT P
2091 W(I,J)=R(J)/M(J,J)
2092 NEXT J
2100 NEXT I
2101 IF BB=1 THEN GOTO 99
2190 IF TELLER>TL THEN GOTO 3000
2200 FOR I=2 TO 5
2210 FOR J=2 TO 6
2220 C1=(U(I,J)-UP(I,J))/U(I,J)
2230 C2=(W(I,J)-WP(I,J))/W(I,J)
2240 IF ABS(C1)>.1 THEN GOTO 99
2250 IF ABS(C2)>.1 THEN GOTO 99
2260 NEXT J
2269 NEXT I
2270 BB=1
2271 GOTO 2001
3000 FOR I=2 TO 5
3010 FOR J=2 TO 6
3020 PRINT "V("I","J")="U(I,J) "          W("I","J")="W(I,J)
3030 NEXT J
3031 NEXT I
3032 PRINT"UITPRINTEN ? NUL INDRUKKEN."
3033 INPUT D
3034 IF D=0 THEN GOTO 3040 ELSE GOTO 3050
3040 PRINT TL" ITERATIES"
3041 FOR I=2 TO 5
3042 FOR J=2 TO 6
3043 LPRINT "V("I","J")="U(I,J) "          W("I","J")="W(I,J)
3044 NEXT J
3045 NEXT I
3050 PRINT "TL="
3060 INPUT TL
3065 IF TL=0 THEN GOTO 9999
3070 GOTO 99
9999 END

```

HOOFDSTUK VIER : EEN SEDIMENTATIEMODEL

4.1 INLEIDING

Zoals in de hypothesestelling is beschreven (paragraaf 1.3.2), wordt ten aanzien van de sedimentatie uit de suspensiestroming verondersteld, dat zij zich beperkt tot de 'kruin' van het zandlichaam ; de totale hoeveelheid zand sedimenteert en het waterdeel van het ingespoten zand-water-mengsel treedt door de mat uit. In dit hoofdstuk wordt het sedimentatie-gedrag beschreven.

In de hoofdstukken 2 en 3 is de waterbeweging afgeleid. Deze waterbeweging geldt in dit hoofdstuk als uitgangspunt voor de afleiding van het sedimentatie-gedrag.

De diepgang van dit hoofdstuk is echter minder dan die van de hoofdstukken 2 en 3. De grote analogie in de afleiding, van de basisvergelijkingen naar een numeriek model, ten behoeve van de waterbeweging of de sedimentatie rechtvaardigen deze 'globale' aanpak.

In paragraaf 4.2 wordt een algemene beschrijving van sedimentatie gegeven, die wordt afgesloten met een opsomming van de aannames, die in het vervolg van het hoofdstuk worden aangehouden. Paragraaf 4.3 levert een afleiding van de geldende basisvergelijkingen binnen het 'nieuwe' assenstelsel. Ten aanzien van de te gebruiken randvoorwaarden aan de sedimentatie wordt in paragraaf 4.4 een overzicht gegeven. Het hoofdstuk wordt door paragraaf 4.5 afgesloten met aanvullende informatie, die bij de verdere uitwerking van het sedimentatie-gedrag van belang kan zijn.

4.2 ALGEMENE BESCHRIJVING VAN SEDIMENTATIE UIT OVERVERZADIGDE MENGSELS

Een mengsel is oververzadigd als er meer zand in suspensie is, dan de hoeveelheid die in stand gehouden kan worden door het evenwicht-suspensie-transport. De korrels vallen weliswaar ten gevolge van de zwaartekracht ten opzichte van het water naar beneden, maar pakketjes vloeistof, die door de turbulentie omhoog bewegen, nemen de korrels weer mee, zodat zij in suspensie blijven. In een oververzadigd mengsel is de hoeveelheid korrels die valt groter dan de hoeveelheid die omhoog beweegt.

De turbulentie is vlak bij de bodem veel minder: loodrecht op de bodem kan geen stroming plaatsvinden. Dit betekent dat de korrels daar veel rustiger kunnen vallen en er dus totdat de evenwichtsconcentratie is bereikt, korrels verdwijnen uit de stroming. Door de turbulentie wordt de vloeistof gemengd en zal de afname van de concentratie over de totale hoogte merkbaar zijn. Bij voldoende menging neemt deze concentratie over de gehele hoogte gelijkmatig af. In paragraaf 4.5.2 wordt een

criterium opgesteld ter beoordeling van het optreden van 'voldoende' menging.

In het vervolg van dit hoofdstuk zijn de volgende twee veronderstellingen gemaakt :

- a. er is sprake van een quasi-homogeen mengsel
- b. de korrels hebben dezelfde snelheid als het omringende water, afgezien van een snelheidscomponent ten gevolge van hun relatieve beweging ten opzichte van de vloeistof, zoals de valsnelheid.

De veronderstelling ten aanzien van de quasi-homogeniteit van het mengsel wordt ruimhartig gehanteerd; er wordt bijvoorbeeld onderkend, dat de valsnelheid van de afzonderlijke korrels bij een stijgende zand-concentratie sterk reduceert. In paragraaf 4.4.1 wordt dit verschijnsel uitgebreider omschreven.

Komplikaties treden echter op, wanneer de korrel-concentratie zo hoog wordt, dat de korrel-botsingen de korrelsnelheid aanzienlijk gaan beïnvloeden. In dat geval zijn bovengenoemde veronderstellingen niet meer te handhaven en zal de stroming als een tweefasen-systeem moeten worden behandeld, dat wil zeggen dat zowel de vloeistof-fase als de korrel-fase met een eigen impuls-vergelijking worden beschreven. De fasen zijn dan gekoppeld via de onderlinge wrijvingskrachten. In het vervolg wordt verondersteld, dat de relatieve beweging van de korrels ten opzichte van de omringende vloeistof alleen door de effectieve valsnelheid van de korrels wordt bepaald.

Aan het slot van deze paragraaf wordt de lezer herinnerd aan de belangrijkste veronderstellingen, die in de voorgaande hoofdstukken zijn gedaan en die uiteraard ook in dit hoofdstuk gelden, namelijk:

- a. uniformiteit in de zijdelingse richting, waardoor de verschijnselen twee-dimensionaal kunnen worden beschreven, en
- b. stationaire stroming.

4.3 DE BASISVERGELIJKINGEN VAN DE SEDIMENTATIE

In deze paragraaf worden de algemeen geldende basisvergelijkingen voor de sedimentatie (binnen het konventionele x,z-assenstelsel) opgesteld voor het 'nieuwe' x,s - assenstelsel.

De continuïteitsvergelijking van het water is :

$$\delta u / \delta x + \delta w / \delta z = 0 \quad [4.1]$$

De drie algemeen geldende formules voor de sedimentatie, binnen het konventionele x,z-assenstelsel, zijn :

$$\delta(Sx) / \delta x + \delta(Sz) / \delta z = 0 \quad [4.2]$$

$$Sx = c \cdot u \quad [4.3]$$

$$S_z = -\epsilon \cdot \delta c / \delta z + (w - w_s) \cdot c \quad [4.4]$$

S_x en S_z zijn de sedimentatievectoren in de x - en z -richting. De valsnelheid van de korrels $w_s(x, z, c(x, z))$ wordt positief in de negatieve z -richting genomen. ϵ is de turbulente diffusiecoëfficiënt van de stroming.

Bij combinatie van de vergelijkingen [4.1], [4.2], [4.3] en [4.4], ontstaat de volgende vergelijking :

$$-u \cdot \delta c / \delta x + (-w + w_s) \cdot \delta c / \delta y + \delta / \delta y (\epsilon \cdot \delta c / \delta y) = 0 \quad [4.5]$$

Vergelijking [4.4] is de basisvergelijking voor de concentratieverdeling.

De basisvergelijkingen in het x, s -stelsel

Ten behoeve van de overgang van het x, z -stelsel naar het x, s -stelsel zijn in hoofdstuk 2 de volgende formules opgesteld:

$$[2.7] \delta(fie) / \delta x = \delta(fie) / \delta x - \delta(fie) / \delta s \cdot s \cdot \delta h / \delta x / h(x) \quad [4.6]$$

$$[2.8] \delta(fie) / \delta z = 1/h(x) \cdot \delta(fie) / \delta s \quad [4.7]$$

Met behulp van de vergelijkingen [4.6] en [4.7] kunnen de vergelijkingen [4.1], [4.2], [4.3] en [4.4] worden herschreven. De continuïteitsvergelijking van water wordt in het nieuwe assenstelsel:

$$\delta u / \delta x - s \cdot \delta h / \delta x / h(x) \cdot \delta u / \delta s + 1/h(x) \cdot \delta w / \delta s \quad [4.8]$$

De drie algemeen geldende formules voor sedimentatie, in het x, s -assenstelsel, transformeren tot:

$$\delta(S_x) / \delta x - s \cdot \delta h / \delta x / h(x) \cdot \delta(S_x) / \delta s + 1/h(x) \cdot \delta(S_s) / \delta s = 0 \quad [4.9]$$

$$S_x = c \cdot u \quad [4.10]$$

$$S_s = -\epsilon(x, s) / h(x) \cdot \delta(c(x, s)) / \delta s + (w(x, s) - w_s(x, s)) \cdot c(x, s) \quad [4.11]$$

S_x en S_s zijn de sedimentatievectoren in de x - en de s -richting. De valsnelheid $w_s(x, s, c(x, s))$ wordt positief in de negatieve s -richting genomen.

Bij combinatie van de vergelijkingen [4.8], [4.9], [4.11] en [4.12] ontstaat de volgende vergelijking:

$$c \cdot \delta u / \delta x + u \cdot \delta c / \delta x - s \cdot \delta h / \delta x / h(x) \cdot [c \cdot \delta u / \delta s + u \cdot \delta c / \delta s] + 1/h(x) \cdot \{ -1/h(x) \cdot (\epsilon \cdot \delta^2(c) / \delta s^2 + \delta c / \delta s \cdot \delta \epsilon / \delta s) + [(w - w_s) \cdot \delta c / \delta s + c \cdot (\delta w / \delta s - \delta(w_s) / \delta s)] \} = 0 \quad [4.12]$$

Vergelijking [4.12] is een niet-lineaire differentiaalvergelijking, die mathematisch niet oplosbaar is.

Op twee manieren kan vergelijking [4.12] worden opgelost:

Manier 1

Indien wordt afgezien van de variatie van $\epsilon(x,s)$ en $ws(x,s)$ over het doorstroomprofiel, dan transformeert vergelijking [4.12] in een lineaire differentiaalvergelijking.

Wanneer de turbulentie onder de mat erg groot is, zal de concentratieverdeling homogeen zijn onder de mat, hetgeen een rechtvaardiging zou betekenen van het afzien van variaties. In paragraaf 4.5.2 is een criterium beschreven ter beoordeling van het 'voldoende' homogeen zijn van de stroming.

Manier 2

Wanneer het stroombeeld de veronderstelling van het volledig gemengd zijn van het zand-water-mengsel niet rechtvaardigt, moet een soortgelijke aanpak als in paragraaf 3.5 worden gevolgd: het stelsel niet-lineaire vergelijkingen wordt quasi-lineair gemaakt, opgelost en de gevonden oplossing wordt opnieuw ingevuld in het quasi-lineaire stelsel. Na een voldoende aantal iteraties vindt men de oplossing van het niet-lineaire stelsel.

4.4 DE RANDVOORWAARDEN AAN DE SEDIMENTATIE

4.4.1 De linker-randvoorwaarde

Voordat het sedimentatie-model wordt opgesteld, wordt het snelheidsverloop onder de mat bekend verondersteld.

Indien er geen neer voorkomt onder de mat en er dus sprake is van een 'eenvoudige' stroming van links naar rechts, kan de linker-randvoorwaarde worden beschreven als een straal, die slechts over een gedeelte van de doorstroomhoogte stroomt en waarvan de concentratie nauwkeurig bekend is: de concentratie is namelijk gelijk aan de concentratie van het inspuut-debiet. Op de linkerrand, buiten de straal, geldt dat de zand-concentratie gelijk aan nul is.

Wanneer is wel sprake is van terugstroming onder de mat kan er niet worden verondersteld, dat de concentratie 'buiten' de straal gelijk aan nul is: er wordt immers door de terugstroming van rechts naar links zand naar de linkerrand aangevoerd. Toch moet ook in deze situatie voor de gehele doorstroomhoogte een concentratieverdeling worden aangenomen.

4.4.2 De rechter-randvoorwaarde

Op de rechterrاند van de stroming geldt als randvoorwaarde aan de sedimentatie, dat er geen horizontaal of verticaal transport plaatsvindt. Dit kan op drie wijzen worden uitgelegd:

- a. de stroomsnelheden tot nul zijn gereduceerd
- b. de concentratie in deze 'laatste' verticaal tot nul is afgenomen
- c. het resulterende transport over de rechter-rand gelijk aan nul is.

In het geval dat er geen terugstroming optreedt, verschaft interpretatie b. (de concentratie op de rechterrاند is tot nul afgenomen) een voldoende randvoorwaarde.

Wanneer er een neer optreedt, is interpretatie c. (het resulterende transport over de rechterrاند is gelijk aan nul) van toepassing. Er moet een concentratie-verloop over de rechter-rand worden aangenomen.

4.4.3 De bodem-randvoorwaarde

Voor de bodem-randvoorwaarde zijn er in principe twee mogelijkheden, die geschikt zijn als randvoorwaarden. Als de concentratie-verticaal aan de bodem oververzadigd is, dan zal er zand uitzakken. Dit geeft de volgende rand-voorwaarde: $\delta c / \delta s = 0$.

Wanneer de concentratieverticaal ondervoed of in evenwicht is, dan zal de bodemconcentratie, de waarde aannemen, die hoort bij de heersende bodemwrijving. Ten gevolge van deze randvoorwaarde ontstaat een zekere opwerveling. De bodemtransport-formule van Bijker-Einstein kan in dit geval een randvoorwaarde leveren.

In werkelijkheid zal de bodem-concentratie ten gevolge van zand-regen en een zekere schuifspanning aan de bodem, waarschijnlijk groter zijn dan bij zand-regen alleen. De overgang tussen beide genoemde grenstoestanden zal dus wat geleidelijker zijn dan hierboven is aangenomen.

4.4.4 De mat-randvoorwaarde

Ter plaatse van de mat geldt in iedere situatie, dat het verticale transport S_s gelijk aan nul is.

De fysische randvoorwaarde voor de diffusie-coefficient aan de oppervlakte luidt : $\epsilon(s=1) = 0$. In afzonderlijke gevallen kan het ten behoeve van de mathematische toegankelijkheid aantrekkelijk zijn deze voorwaarde te laten vallen.

4.5 AANVULLENDE INFORMATIE T.B.V. VERDERE UITWERKING

In deze paragraaf wordt aanvullende informatie gegeven ten behoeve van verdere uitwerking van het sedimentatie-model in specifieke situaties.

4.5.1 De gereduceerde valsnelheid

In een suspensie, waarin een groot aantal korrels gelijkmatig verdeeld aanwezig zijn, is de valsnelheid w_s kleiner naarmate de zand-concentratie groter is. Dit effect (hindered settling, gestoorde of gereduceerde valsnelheid) wordt veroorzaakt door twee effecten :

- a. door de naar beneden bewegende deeltjes ontstaat er, uit het oogpunt van continuïteit, een omhooggerichte vloeistofstroom. Door de geringe afstand tussen de deeltjes neemt de relatieve snelheid van de vloeistofstroom ten opzichte van de deeltjes sterk toe, zodat de snelheid van de deeltjes ten opzichte van de bodem sterk afneemt (korrel-vloeistof-interacties). Dit verschijnsel is te vergelijken met een stroming van water door een zandlichaam, waarbij w_s de rol speelt van de filtersnelheid in de Wet van Darcy.
- b. door de hoge concentratie gaan de deeltjes elkaar ook echt hinderen (korrel-korrel-interacties), waardoor de val van de deeltjes wordt vertraagd.

Door een aantal onderzoekers is experimenteel onderzoek verricht naar dit verschijnsel en zij hebben formules afgeleid, die de valsnelheid als functie van de concentratie en de ongestoorde valsnelheid geven.

De valsnelheid van zand vertoont een afhankelijkheid van de concentratie in de volgende vorm :

$$w(c) = w(0) \cdot (1-c)^\alpha \quad [4.13]$$

waarin : $\alpha = 4$
 $w(0)$ de valsnelheid voor $c=0$

Met behulp van vergelijking [4.13] kan de onderstaande tabel worden opgesteld.

volume concentratie	Richardson-Zaki met $\alpha = 4$
c [%]	ws/w0 [%]
0	100
5	80.45
10	65.61
15	52.20
20	40.96
25	31.64
30	24.01
35	17.85
40	12.96
45	9.15
50	6.25

Figuur 4.1 De gereduceerde valsnelheid

4.5.2 Het criterium 'voldoende homogeen'

In een sterk turbulente waterstroming kan het zand volledig homogeen zijn verdeeld. In deze paragraaf wordt een criterium opgesteld ter beoordeling van het 'voldoende turbulent zijn' en daarmee het 'voldoende homogeen zijn' van de zand-water-stroming.

Het suspensiegetal (Z) geeft de verhouding aan tussen twee transporten van in suspensie verkerende deeltjes, het neerwaarts transport onder invloed van de zwaartekracht en het opwaarts gericht transport ten gevolge van de turbulentie, beide vertaald in snelheden :

$$Z = \frac{ws}{K \cdot u_*} \quad [4.13]$$

De grootte van dit getal bepaalt de vorm van het concentratieprofiel : hoe kleiner de Z-waarde, hoe voller het profiel en hoe groter het suspensie-transport ten opzichte van het bodem-transport. Voor waarden van Z, die kleiner zijn dan 0.25 is het mengsel vrijwel homogeen en kan worden volstaan met dieptegemiddelde waarden voor de concentratie, de valsnelheid en het suspensie-getal Z.

HOOFDSTUK VIJF : BEREKENINGEN IN EEN PRAKTIJKSITUATIE

5.1 INLEIDING

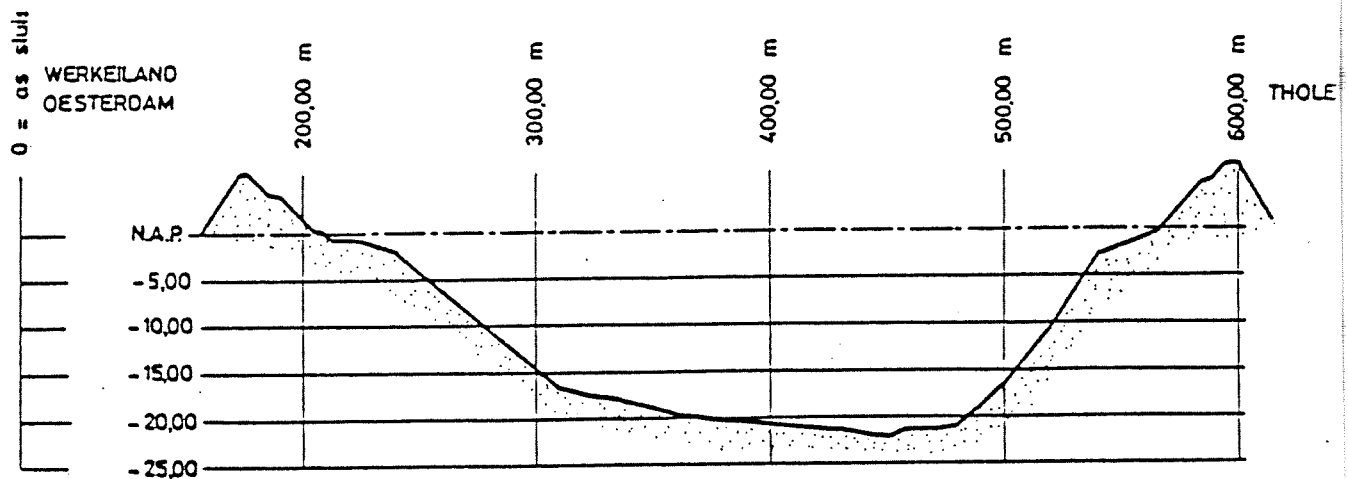
Het kiezen van een praktijk-situatie biedt de mogelijkheid de onderspuitmethode in een praktische context te plaatsen, hetgeen het inzicht in de optredende verschijnselen vergroot.

De berekening beperkt zich tot het stroombeeld van het zand-water-mengsel onder de mat. Naar aanleiding van het berekende stroombeeld worden in paragraaf 5.6 slechts verwachtingen ten aanzien van de sedimentatie uitgesproken.

Paragraaf 5.2 geeft aan welk deel van de praktijk-situatie "het Tholense Gat" door middel van de onderspuitmethode wordt uitgevoerd. In paragraaf 5.3 wordt de lezer begeleid langs het traject, dat voert van de afmetingen van de te bouwen dam, via de opspuit- en de matparameters naar de te gebruiken randvoorwaarden, die aan de stroming worden gesteld. Nadat in paragraaf 5.4 het numerieke schema is beschreven, kon het computerprogramma (Hoofdstuk 3, Appendix C) aan het werk. De uitkomsten van deze berekeningen zijn in paragraaf 5.5 beschreven. Deze uitkomsten worden in paragraaf 5.6 verder uitgelegd.

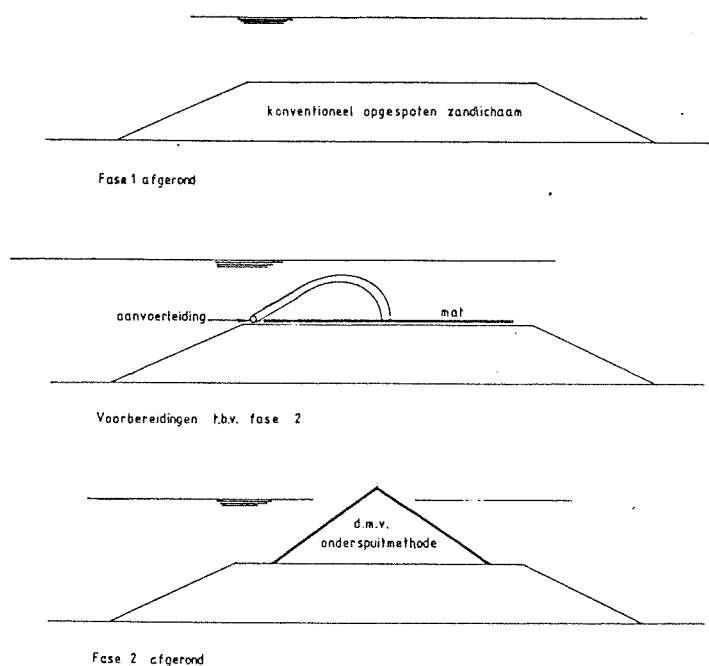
5.2 UITVOERING IN TWEE FASEN

In dit hoofdstuk wordt de sluiting van het Tholense Gat (zie figuur 5.1) mede gerealiseerd met behulp van de onderspuitmethode.



Figuur 5.1 Lengteprofiel van het Tholense Gat

De sluiting van het Tholense Gat bestaat uit twee fasen. Figuur 5.2 geeft dit weer.



Figuur 5.2 Uitvoering in twee fasen

Fase 1 bestaat uit het aanbrengen van zand op traditionele wijze, waarbij als voorwaarde geldt dat de zandverliezen niet te groot mogen worden. Zodra de zandverliezen te groot worden (bijvoorbeeld 50 % van het opspuitdebiet), wordt fase 1 afgesloten.

Ter voorbereiding van de tweede fase wordt op de kruin van het zandlichaam een waterdoorlatende mat neergelegd, die in de tweede fase zal worden onderspoten. Tevens worden de overige voorzieningen ten behoeve van het onderspuiten (zoals : aanvoerleidingen, aftakkingen en dergelijke) aangebracht.

Fase 2 bestaat uit het onderspuiten van de waterdoorlatende mat, over de gehele breedte van het sluitgat.

5.3 DE RANDVOORWAARDEN AAN DE STROMING

In dit hoofdstuk worden de randvoorwaarden opgesteld ten behoeve van de numerieke berekeningen in paragraaf 5.5. De volgende onderdelen volgen de revue :

- het op te bouwen dwarsprofiel van de sluitkade
- de matkarakteristieken (ballast, lengte van het vrijgekomen deel van de mat, waterdoorlatendheid en verhanglijn van het matoppervlak)
- de opspuitparameters (debiet, zand-water-verhouding)

Tenslotte worden de linker- en de rechter-randvoorwaarde aan de stroming opgesteld.

5.3.1 Voorbereidende berekeningen

Het dwarsprofiel

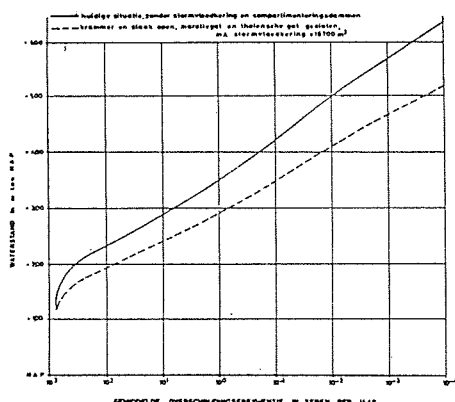
Het dwarsprofiel van de sluitkade wordt beschreven aan de hand van de kruinbreedte, kruinhoogte, zijtaluds boven en onder water en de bodemligging.

Aan de sluitkade worden lagere eisen gesteld dan aan de definitieve dam : alleen gedurende de relatief korte tijd van de sluitingsperiode moet het profiel voldoende volume en hoogte hebben om niet door golven en stroom uitgevlakt te worden.

Zoals is vermeld in paragraaf 5.2 wordt de sluitkade opgebouwd in twee fasen. In de rest van dit hoofdstuk wordt slechts aandacht geschonken aan het deel van de sluitdam, dat door middel van de onderspuitmethode zal worden opgebouwd.

De kruin

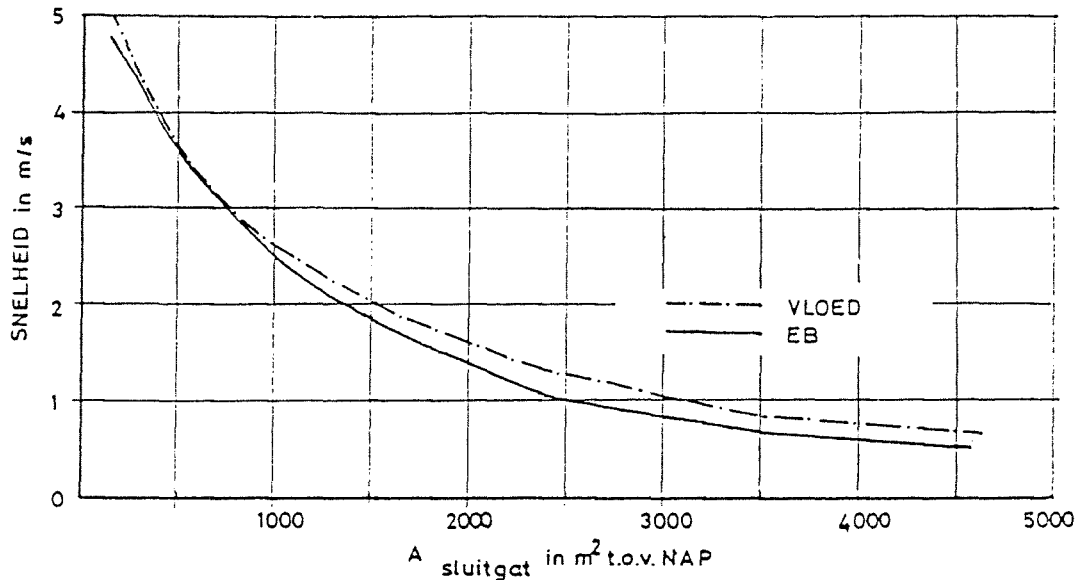
Gekozen is voor een overschrijdingsfrequentie van 1 keer per jaar, daaruit volgt de waterstand van 3.40+ NAP (zie figuur 5.3 (lit 17)). De minimale werkhogte wordt dan 3.50+ NAP, waarbij enige golfoverslag niet als bezwaarlijk wordt beschouwd.



Figuur 5.3 Overschrijdingsfrequenties van de hoogwaterstanden in het Tholense Gat

De teen

Zodra de zandverliezen tijdens het 'conventioneel opspuiten' door de overtrekkende stroom te groot dreigen te worden, wordt overgestapt op de onderspuitmethode. Als overgangscriterium is gekozen, dat de maximale stroomsnelheid bij gemiddeld getij niet groter mag zijn dan 3 m/s. Het figuur 5.4 geeft aan, dat dit criterium afhankelijk is van de oppervlakte van het sluitgat. Bij een oppervlakte van 900 m² treedt de maximale stroomsnelheid van 3 m/s op.



Figuur 5.4 Maximale snelheden bij gemiddeld getij afhankelijk van de oppervlakte van het sluitgat

In figuur 5.5 "Sluitgatschematisatie" (lit. 17) zijn de diverse fasen van het sluitgat geschematiseerd tot rechthoekige doorsneden. Sluitgatfase 6 blijkt ,wat de sluitgatopening betreft, een goede benadering en zal daarom in het onderstaande worden gebruikt.

Fase	sluitgat- opening (m ²)	breedte (m)	diepte t.o.v. NAP (m)
1	4700	294	-16
2	3525	271	-13
3	2350	235	-10
4	1600	200	-8
5	1175	157	-7,5
6	900	150	-6
7	600	125	-4,8
8	450	90	-5
9	300	75	-4
10	150	50	-3

Figuur 5.5 Sluitgatschematisatie

De mat- en opspuitparameters

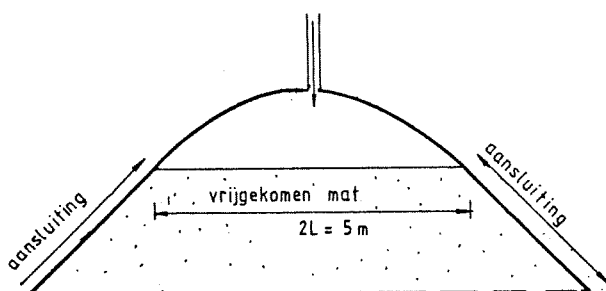
Nu de damdoorsnede is vastgesteld, kunnen diverse mat- en opspuitparameters worden berekend. Aan het slot zijn de diverse uitkomsten in figuur 5.8 worden weergegeven.

Ballast

Volgens figuur 5.4 kunnen er bij een gemiddeld getij voor kleinere oppervlakten van het sluitgat snelheden van 3 m/s optreden. Ter verzekering van de mat is dan minstens 1000 kg/m² ballast nodig.

Vrijgekomen lengte

De vrijgekomen lengte aan mat (zie figuur 5.6), die is 'overgeleverd' aan de overtrekkende stroom, wordt beperkt tot 5 m.

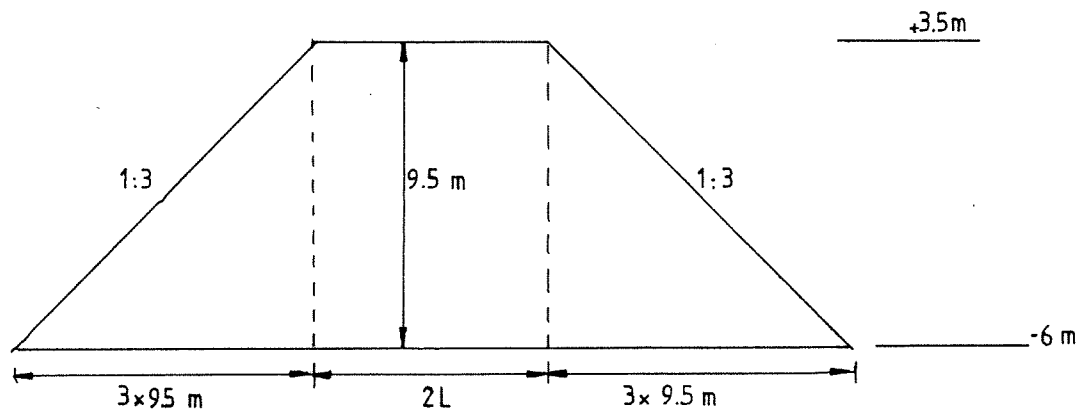


Figuur 5.6 De vrijgekomen lengte

Opspuitparameters

De inhoud van de dam (zie figuur 5.7) is gelijk aan :

$$\begin{array}{rcl} 2 \cdot 0.5 \cdot 9.5 \text{ m} \cdot 9.5 \text{ m} \cdot 3 \cdot 150 \text{ m} & = & 40612.5 \text{ [kubieke m.]} \\ 9.5 \text{ m} \cdot 5 \text{ m} \cdot 150 \text{ m} & = & 7125 \text{ [kubieke m.]} \\ \hline \text{totaal} & = & 47800 \text{ [kubieke m.]} + \end{array}$$



Figuur 5.7 Hoeveelheden zand

47800 [kubieke m.] zandlichaam , exclusief de porien betekent :
 $(1-n) * 47800 \text{ [kubieke m.]} = 29600 \text{ [kubieke m.]} \text{ volume vaste stof.}$

Uitgaande van een volumeconcentratie zand in het zand-water-mengsel van 0.21 geldt, dat :

$(\text{Volume vaste stof}) / (\text{Volumeconcentratie zand in z.w.-mengsel}) =$
 $29600 \text{ [kubieke m.]} / 0.21 = 141000 \text{ [kubieke m.]} \text{ mengsel moet worden aangevoerd.}$

Bij het gebruik van de twee grote zuigers, die reeds voor het 'konventionele' deel van het sluitgat gebruikt zijn, geldt een debiet van 38160 [kub. m. / h].

In $V(\text{sluitdam})/Q(\text{zuigers}) = 141000 \text{ [kub.m.]} / (38160 \text{ [kub. m./h]}) =$
 3.7 uur kan de sluitdam worden opgebouwd.

De waterdoorlatendheid van de mat

Door de mat wordt het gehele water-deel van het inspuitedebiet $((1 - 0.21) * \text{inspuitedebiet})$ afgevoerd. Het oppervlak van de mat kennende, kan de vereiste uittreesnelheid worden bepaald.

$$v(\text{Darcy}) = \frac{Q(\text{water})}{\text{Opp. v.d. mat}} = \frac{0.79 * Q(\text{zuigers})}{\text{lengte damas} * 2L * \text{sec/h}}$$

$$= \frac{38160 * 0.79}{150 * 5 * 3600} = 0.0113 \text{ [m/s]}$$

Gesteld, dat de matdikte 5 mm is, kan door middel van de herschreven Wet van Darcy de benodigde mat-waterdoorlatenheid k worden berekend.

$$k = \frac{v(\text{Darcy})}{\text{verhang}} = \frac{v(\text{Darcy})}{\left(\frac{\text{ballastgewicht in m's waterkolom}}{\text{matdikte}} \right)}$$

$$= \frac{0.0113}{\left(\frac{1000 * 9.81 * 1}{1000 * 9.81 * 5 * 10^{-3}} \right)} = 5.5 * 10^{-5} \text{ m/s}$$

Vaststelling van de mat-verhanglijn

In paragraaf 2.4.1 is het parabolische karakter van de mat-verhanglijn afgeleid. Deze algemeen geldende formules worden hieronder nog eens weergegeven :

$$h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

$$h'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$$

De integratieconstanten a, b en c worden gevonden door de in de specifieke situatie geldende randvoorwaarden aan de verhanglijn in te vullen :

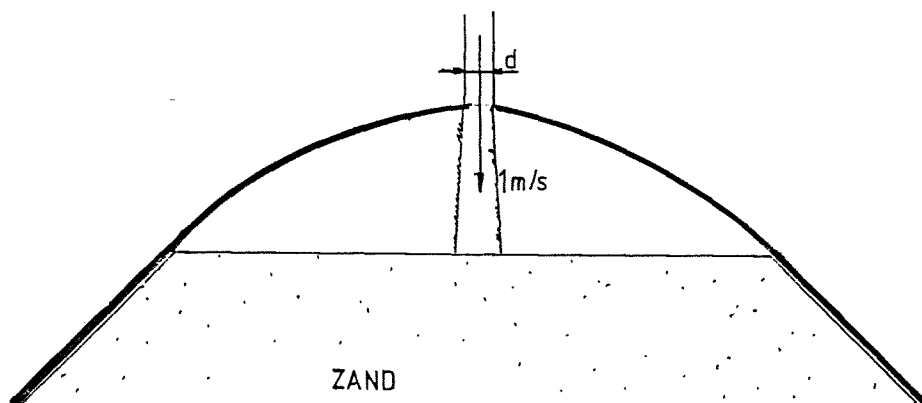
$$\left. \begin{array}{l} h'(L) = -1/3 : 2 * 2.5 * a + b = 5 \cdot a + b = -1/3 \\ h'(0) = 0 : h'(0) = 2 * 0 * a + b = b = 0 \\ h(L) = 0 : 6.25 a + c = 0 \quad c = 0.417 \end{array} \right\} a = -1/15$$

Breedte spuitmond

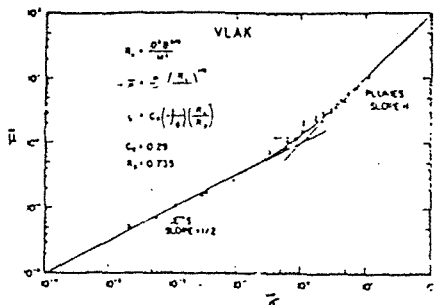
De spuitmonden in de praktijk worden in deze berekeningen geabstraheerd tot een spleet, die over de gehele dam-as loopt. Indien wordt aangenomen, dat het zand-water-mengsel met een snelheid van 1 m/s de spuitmond verlaat, kan de breedte van de spleet d worden berekend (zie figuur 5.8).

$$d = \frac{Q(\text{zuigers}) [\text{kub.m./h}]}{[\text{sec/h}] * \text{lengte damas [m]} * \text{stroomsnelh. [m/s]}} = \frac{38160}{3600 * 150 * 1}$$

$$= 0.0707 \text{ m}$$



Figuur 5.8 De breedte van de 'inspuit'-spleet



Figuur 5.11 Het verband tussen p en v

Na berekening van p en v kan met figuur 5.11 het gedrag van het mengsel worden bepaald.

Voor vlakke stromingen geldt, dat de constanten R_p gelijk aan 0.375 en c_p gelijk aan 0.290 worden gesteld.

De soortelijke dichtheden van respectievelijk het zand-water-mengsel en water zijn : $\rho_m = 1347$ [kg/kub.m.] en $\rho_w = 1000$ [kg/kub.m.]

Vervolgens worden enige 'ondersteunende' berekeningen gemaakt van achtereenvolgens : g' , B , M en l_m .

$$g' = g \cdot \epsilon = g \cdot (\rho_m - \rho_w) / \rho_m = 0.258 \cdot g$$

$$B = g' \cdot Q = 0.258 \cdot 9.81 \cdot 0.0707 = 0.1789$$

$$M = \frac{38160 \cdot 2 \cdot 1}{150 \cdot 3600 \cdot 0.0707} = 0.0707$$

$$l_m = M \cdot B^{-2/3} = 0.0707 \cdot (0.1789)^{-2/3} = 0.223 \text{ m.}$$

Na deze voorbereidende berekeningen kunnen de constanten p en v worden bepaald.

$$p = Q \cdot B^{1/3} \cdot R_p^{-1/2} \cdot M^{-1} = 0.0707 \cdot (0.1789)^{1/3} \cdot (0.375)^{-1/2} \cdot (0.0707)^{-1} = 1.02$$

$$v = c_p \cdot z \cdot R_p^{-1} \cdot l_m^{-1} = 0.290 \cdot 0.417 \cdot (0.375)^{-1} \cdot (0.233)^{-1} = 1.384$$

Uit figuur 5.11 blijkt, dat de straal zich halverwege op het traject straal-pluim bevindt. Met deze kennis kan het (horizontale en verticale) snelheidsprofiel op de linkerrand worden bepaald.

De verticale snelheden

Door middel van vergelijking [2.47] kan de breedte van de straal-pluim ter plaatse van de bodem worden berekend :

$$b_w = 0.116 * z + 0.5 * D = 0.116 * 0.417 + 0.5 * 0.0707 = 0.083 \text{ m.}$$

Door de turbulentie neemt de ingespoten straal een deel van het omringende water op. Het debiet van de straal aan de bodem wordt berekend als gemiddelde van het te verwachten debiet respectievelijk in geval van een straal en in het geval van een pluim :

$$\text{straal : } q(z = 0.417 \text{ m}) = 0.5 * M_0^{1/2} * z^{3/2} = 0.0859 \text{ m}^3 / (\text{m}^2 \cdot \text{s})$$

$$\text{pluim : } q(z = 0.417 \text{ m}) = 0.34 * B_0^{1/3} * z^{3/2} = 0.0799 \text{ m}^3 / (\text{m}^2 \cdot \text{s})$$

Aangezien er sprake is van een straal in het overgangsg gebied straal-pluim, een straal met aandrijving, wordt het gemiddelde van de bovenstaande debieten genomen. Aan de bodem geldt :

$$q(z = 0.417 \text{ m.}) = (0.0858 + 0.07999) / 2 = 0.0829 \text{ m}^3 / (\text{m}^2 \cdot \text{s})$$

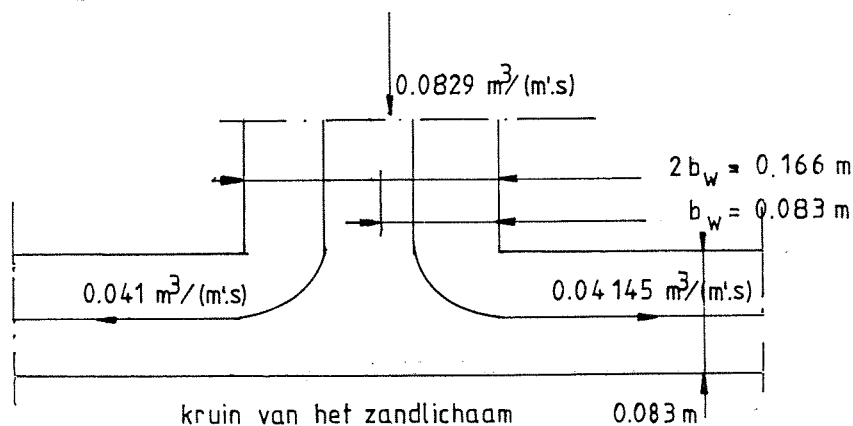
De verticale snelheid aan de bodem is : $q / (2 \cdot b_w) = 0.5 \text{ [m/s]}$.

De horizontale snelheden

Uitgaande van een pluim-stroming en aansluitend op Appendix A, wordt ter berekening van de bodemprocessen afgezien van het ontstaan van een krater.

Er wordt vervolgens naar links en rechts een debiet van $\frac{1}{2} * 0.0829 = 0.04145 \text{ [kub.m. / (m}^2 \cdot \text{s)]}$ over een hoogte $h = 0.083 \text{ [m]}$ weggevoerd.

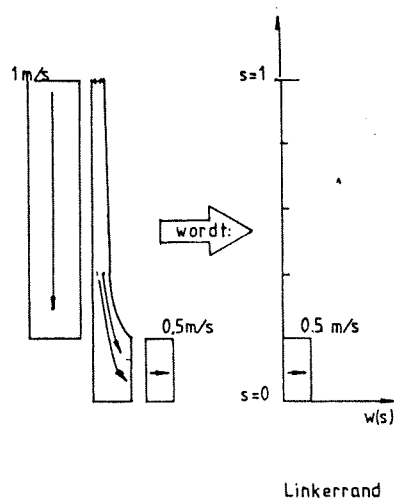
In figuur 5.12 is deze stroomafbuiging weergegeven.



Figuur 5.12 Afbuiging van de stroming

Indien de snelheid over deze straal constant wordt verondersteld, is de stroomsnelheid $q / (\text{hoogte v.d. straal}) = 0.04145 \text{ [kub.m.] / (m}^2 \cdot \text{s)} / 0.083 \text{ [m]} = 0.5 \text{ [m/s]}$.

In figuur 5.13 zijn de berekende snelheidsverdelingen in de linkerrand weergegeven.



Figuur 5.13 De snelheidsverdeling op de linker-rand

5.3.3 De stroming onder de mat

Verwaarlozing van de mat-wrijving

De invloed van de matwrijving is een vergroting van de gradient van de horizontale snelheden in de verticaal (ten opzichte van de situatie zonder matwrijving), immers door hetzelfde profiel moet hetzelfde debiet worden vervoerd met de mat-wrijving als hinderpaal. De vergrote gradienten betekenen een vergroting van de turbulentie in de doorsnede.

Aangezien de ruwheid van de mat zeer klein is ten opzichte van de bodemruwheid zal de matwrijving betrekkelijk kleine invloed op de snelheidsverdeling hebben. In het vervolg van deze berekening zal daarom de matwrijving gelijk aan nul worden gesteld.

Bij verwaarlozing van de mat-wrijving luiden de onder- en de boven-randvoorwaarden aan de stroming :

- $u(s = 0) = w(s = 0) = 0$
- $\delta u / \delta s(s = 1) = 0$ en $w(s = 1) = 0.0113 \text{ [m/s]}$

Toepassing van de wiskundige beschrijving van de stroming

Ter verkrijging van het stroombeeld onder de mat wordt de wiskundige uiteenzetting in paragraaf 3.2 toegepast.

Allereerst zijn de aldaar gevonden formules nog eens weergegeven.

$$\begin{aligned}
 p(s) &= A \cdot \int_1^s \cdot I(2 \cdot J(a, s)) + B \cdot \int_1^s \cdot K(2 \cdot J(a, s)) \\
 &= K \cdot s \cdot \delta u / \delta s \quad [5.1] \\
 u(s) &= \left[\frac{A}{(K \cdot Ja)} \cdot \int_0^s I(2 \cdot J(a, s)) - \frac{B}{(K \cdot Ja)} \cdot \int_0^s K(2 \cdot J(a, s)) \right] \frac{s}{s_0} + C \\
 &\quad [5.2] \\
 q(s) &= \left[\frac{A \cdot \int_1^s}{(K \cdot a)} \cdot I(2 \cdot J(a, s)) + \frac{B \cdot \int_1^s}{(K \cdot a)} \cdot K(2 \cdot J(a, s)) + C \cdot s \right] \frac{s}{s_0} \\
 &\quad \left[\frac{-A}{(K \cdot Ja)} \cdot \int_0^s I(2 \cdot J(a, s)) \cdot s + \frac{B}{(K \cdot Ja)} \cdot \int_0^s K(2 \cdot J(a, s)) \cdot s \right] \frac{s}{s_0} \\
 &\quad + D \quad [5.3]
 \end{aligned}$$

Naast de aanname van een parabolisch verloop van de diffusiecoëfficiënt en een lineair verloop van de verticale snelheid, wordt de lezer eraan herinnerd, dat aan bovenstaande vergelijkingen de veronderstelling ten grondslag ligt, dat $\delta u / \delta x$ gelijk aan nul is.

Aangezien werd verwacht dat aan het eind van het traject (van de straal tot aan de aansluiting van de mat op het zandlichaam) het meest waarschijnlijk aan de voorwaarde $\delta u / \delta x = 0$ voldaan zou worden, werd daar een test- berekening uitgevoerd.

De berekening is uitgevoerd voor $x = 2.00$ m en voor $x = 2.05$ m. De gegevens van deze doorsneden zijn in figuur 5.14 weergegeven.

	$x = 2.00$ m	$x = 2.05$ m
$h(x)$	0.150 [m]	0.137 [m]
$h'(x)$	- 0.267	- 0.273
$q(x)$	0.00635 [m ² /s]	0.00635 [m ² /s]
a	0.834	0.854
$2Ja$	1.83	1.85
s	$2.93 \cdot 10^{-4}$ [m]	$3.21 \cdot 10^{-4}$ [m]
0		
a gedefinieerd, zoals in vgl. [3.10]		
s is de relatieve hoogte van z ($D / 33$)		
0	0	90

Figuur 5.14 Gegevens van de doorsneden $x = 2.00$ m. en $x = 2.05$ m.

Bepaling van de constanten A, B, C en D

Voor de twee doorsneden worden achtereenvolgens de constanten A, B, C en D bepaald.

Voor beide situaties geldt dat $u(s)$ en $q(s)$ ter plaatse van de bodem ($s=0$) gelijk aan nul zijn. Nadat deze informatie in de vergelijkingen [5.2] en [5.3] is ingevuld, blijken de constanten C en D gelijk aan nul te zijn.

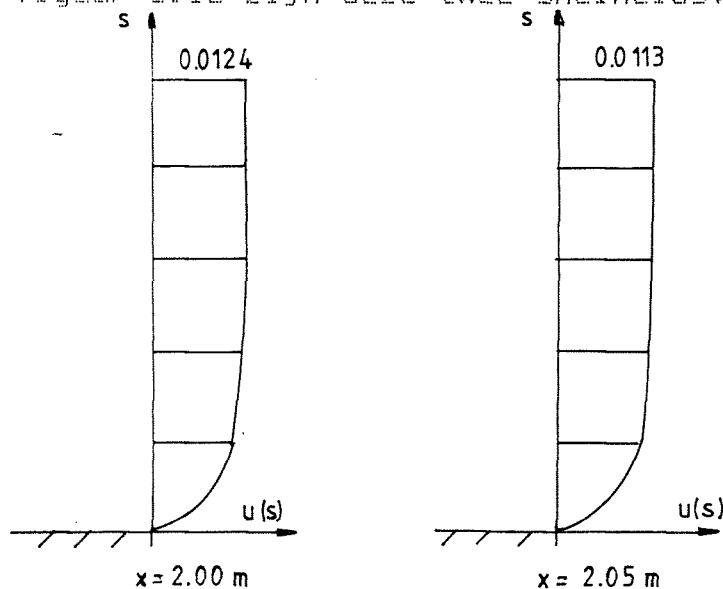
Ter plaatse van $s = 1$ geldt, dat $q(s)$ gelijk is aan $q(x)$, en dat, aangezien er geen matwrijving is, $\delta u / \delta s$ en $p(s)$ is gelijk aan nul zijn. Met de twee vergelijkingen [5.1] en [5.3] kunnen de constanten A en B en daarmee de snelheidsverdeling over de verticalen $x = 2.00$ m en $x = 2.05$ m worden vastgesteld.

Na de bepaling van de constanten worden de volgende snelheidsverdelingen voor de twee doorsneden gevonden :

$$u(x = 2.00 \text{ m}, s) = 0.014328 * \left[-0.023 * I(1.83 \sqrt{s}) - 0.180 * K(1.83 \sqrt{s}) + 1 \right] \quad [5.4]$$

$$u(x = 2.05 \text{ m}, s) = 0.01335 * \left[-0.022 * I(1.85 \sqrt{s}) - 0.181 * K(1.85 \sqrt{s}) + 1 \right] \quad [5.5]$$

In figuur 5.15 zijn deze twee snelheidsverdelingen weergegeven.



Figuur 5.15 De snelheidsverdelingen in $x = 2.00$ m en $x = 2.05$ m

Checken van de veronderstelling $\delta u / \delta x \approx 0$

Aan de oppervlakte van de stroming geldt, dat

$u(x=2.00 \text{ m}, s=1) = 0.0133$ en $u(x=2.05 \text{ m}, s=1) = 0.0124$.

Met deze gegevens kan de veronderstelling $\delta u / \delta x \approx 0$ worden geverifieerd : $\delta u / \delta x = (0.0124 - 0.0133) / 0.05 = 0.01764$.

In vergelijking met de stroomsnelheid is de gradient in de x -richting relatief zeer groot.

Vanwege de beperkte aanvaardbaarheid van de veronderstelling $\delta u / \delta x = 0$, wordt deze wiskundige beschrijving slechts toegepast voor een doorsnede die bijna op de rechterrاند van het doorstroomprofiel ligt, en daarmee als rechter-randvoorwaarde voor de numerieke berekening van de stroming zal dienen.

5.3.4 De rechter-randvoorwaarde

De rechter-randvoorwaarde wordt op $x = 2.075$ m geplaatst.

De zelfde berekening, als hierboven beschreven, is uitgevoerd voor $x = 2.075$ m. In figuur 5.16 zijn de gegevens ter plaatse opgesomd.

$x = 2.075$ m		
h	0.130	[m]
h^2	- 0.277	
q	0.006	[m ² /s]
a	0.866	
$2Ja$	1.86	
s	$3.38 \cdot 10^{-4}$	[m]
0		
a gedefinieerd, zoals in vgl. [3.10]		
s	is de relatieve hoogte van z ($D / 33$)	
0	0	90

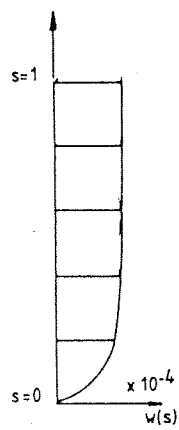
Figuur 5.16 De gegevens van doorsnede $x = 2.075$ m

Met dezelfde randvoorwaarden voor $s=0$ en $s=1$ kunnen wederom de constanten A, B, C en D worden bepaald.

De constanten C en D zijn in deze doorsnede uiteraard weer nul. Met de berekende constanten A en B wordt de snelheidsverdeling over de verticaal $x = 2.075$ m vastgesteld.

$$u(x = 2.075 \text{ m}, s) = 0.0129 * [-0.02 * I(1.86 \sqrt{s}) - 0.181 * K(1.86 \sqrt{s}) + 1] \quad [5.6]$$

In figuur 5.17 is deze snelheidsverdeling weergegeven.



Rechterrond

Figuur 5.17 De horizontale snelheidsverdeling in $x = 2.075$ m

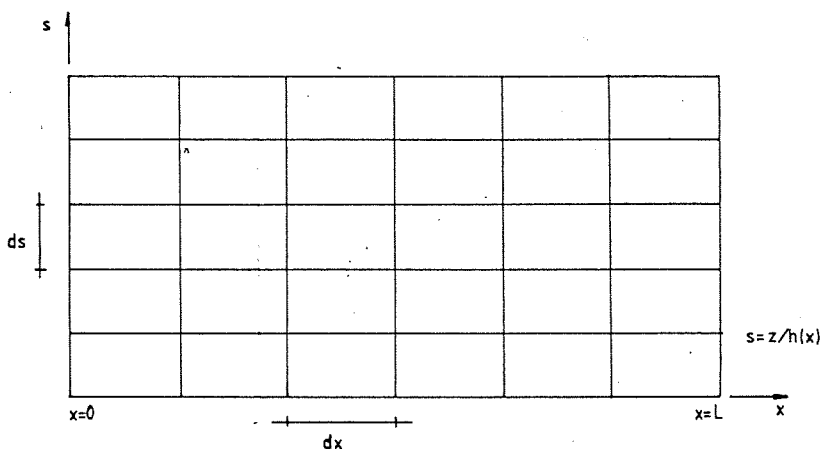
Met vergelijking [5.6] van de snelheidsverdeling is de rechterrandvoorwaarde van de stroming vastgelegd.

5.4 HET NUMERIEK SCHEMA

In de voorgaande paragraaf bleek dat het stroombeeld niet mathematisch is op te lossen. Het numeriek doorrekenen van het stroombeeld kan een alternatieve oplossingsmethode betekenen. In hoofdstuk 3 is deze numerieke aanpak beschreven.

In paragraaf 5.3 zijn de randvoorwaarden aan de stroming opgesteld. Aangezien de beneden-randvoorwaarde in de hoedanigheid van de mat het stroombeeld significant zal beïnvloeden, wordt het stroombeeld 'impliciet' doorgerekend.

Het langzaam konvergerende karakter van de iteratieve oplossingsmethode dwingt tot het rekening houden met een groot aantal iteraties, voordat de uiteindelijke oplossing (het stroombeeld) wordt gevonden. Ter beperking van de rekentijd is het formaat van het op te lossen stelsel vergelijkingen beperkt gehouden door een grofmazig numeriek schema te gebruiken. In figuur 5.18 is dit numerieke schema weergegeven.



Figuur 5.18 Het numerieke schema

In het numerieke schema is de x -as in 6 stappen verdeeld ($dx = L/6$). In de verticale richting wordt in 5 stappen, vanaf het zandlichaam, de mat bereikt ($ds = h(0)/5$).

Aangezien het stroombeeld 'impliciet' wordt doorgerekend, is de stabiliteit van de oplossing verzekerd, onafhankelijk van de 'grootte' van de stappen binnen het numerieke schema. De nauwkeurigheid van de oplossing wordt echter rechtstreeks beïnvloed door de stapgrootte.

5.5 DE UITKOMSTEN VAN DE COMPUTERBEREKENINGEN

Na veel 'try and error' bleek het computerprogramma te convergeren.

In deze paragraaf worden de uitkomsten van de computerberekeningen gepresenteerd.

De horizontale snelheden

In de onderstaande tabel zijn de uitkomsten weergegeven.

doorsnede:	1	2	3	4	5	6
nivo:						
s0	0.500000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.2	0.500000	0.048426	0.037603	0.027189	0.017066	0.011350
0.4	0.000000	0.079986	0.065084	0.048305	0.031693	0.011800
0.6	0.000000	0.103880	0.083991	0.063063	0.042136	0.011950
0.8	0.000000	0.120593	0.096486	0.073113	0.049519	0.012045
1.0	0.000000	0.131580	0.103551	0.079071	0.054113	0.012065
In doorsnede 7 zijn alle horizontale snelheden gelijk aan nul.						

Berekening van de horizontale snelheid op $s = 0$

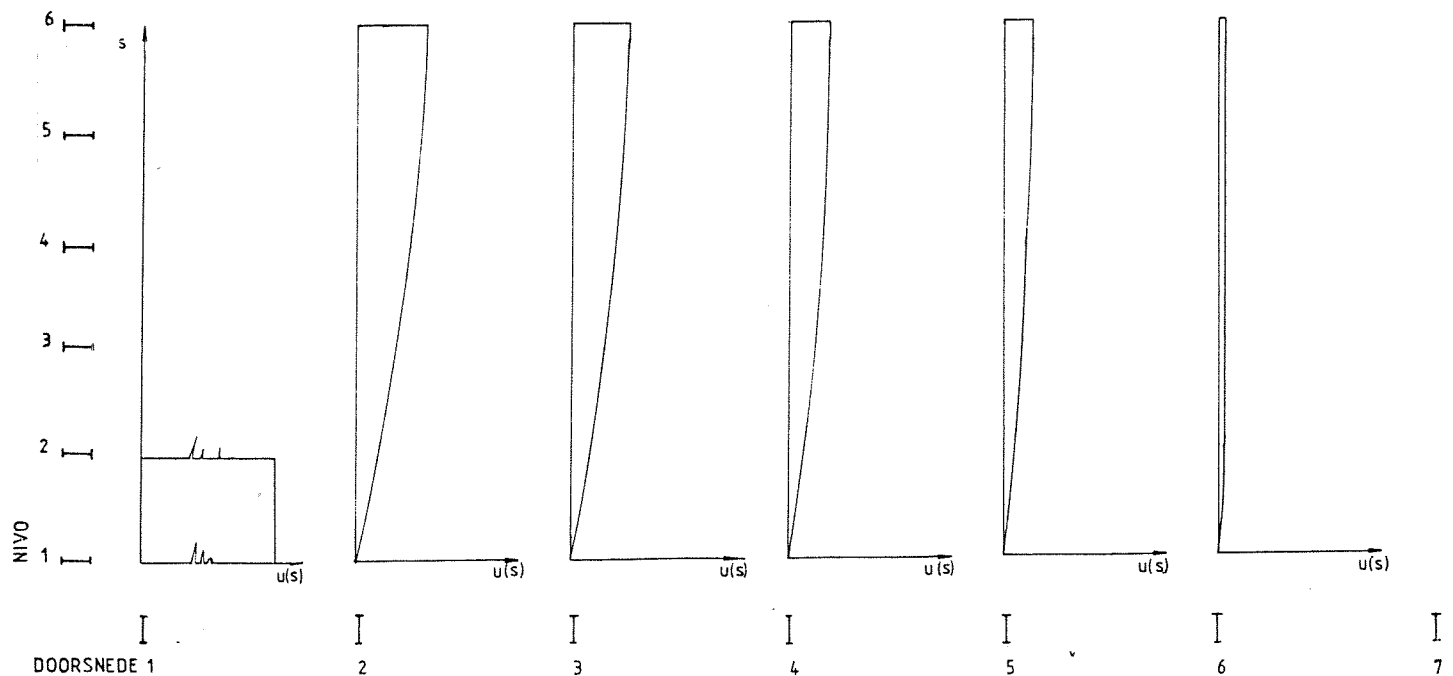
De uitkomsten van de computerberekeningen strekken van $s = 1$ (mat - oppervlak) tot een hoogte $s = s_0$ boven de bodem. Interessant is de horizontale snelheid ter plaatse van $s = 0$ (bodem - oppervlak).

In het vervolg zullen de gradient tussen $s = 0$ en $s = s_0$ van belang zijn bij de berekening van de wrijving en de diffusiecoëfficiënt ter plaatse van de bodem.

Met behulp van een standaard computer-programma zijn in de verschillende doorsneden de best-passende (gebaseerd op de kleinste-kwadraten-methode) snelheidsverlopen bepaald.

Alle snelheidsverlopen bleken te beschrijven door middel van een lineaire combinatie van een logarithme en een vierde-grads-polynoom. Deze benadering is echter niet gedefinieerd voor $s = 0$, vanwege de logarithmische component. Invullen van $s = 1 \cdot 10^{-99}$ bood een zekere benadering. Merkwaardig genoeg werd voor de doorsneden 2 tot en met 6 dezelfde snelheid gevonden: $u = -5 \cdot 10^{-5}$ [m/s].

In figuur 5.19 is het verloop van de horizontale snelheden grafisch weergegeven.



Figuur 5.19 De horizontale snelheden

Opvallend is de transformatie die de waterbeweging ondergaat tussen de doorsneden 1 en 2. Met name in dit gebied is het numeriek rooster veel te grof om de optredende verschijnselen weer te geven.

De grofheid van het rooster is te wijten aan de noodzaak om de rekentijd van het computer-programma binnen de perken te houden.

De verticale snelheden

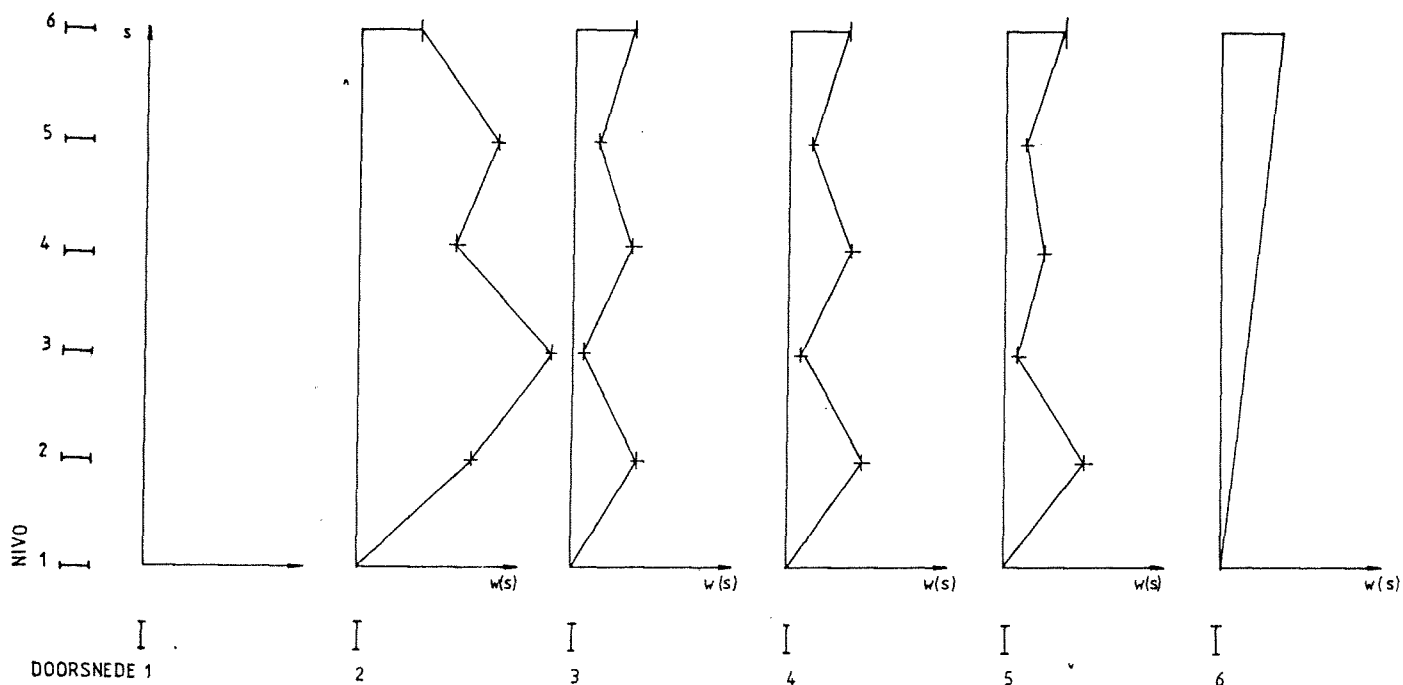
In de onderstaande tabel zijn de uitkomsten weergegeven.

doorsnede: 1 2 3 4 5 6

nivo :	1	2	3	4	5	6
0.0	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.2	0.002260	0.021031	0.012617	0.014491	0.015009	0.002260
0.4	0.004520	0.036901	0.002359	0.002338	0.002113	0.004520
0.6	0.006780	0.018026	0.010936	0.011997	0.012171	0.006780
0.8	0.009040	0.026083	0.004667	0.004206	0.003927	0.009040
1.0	0.011300	0.011300	0.011300	0.011300	0.011300	0.011300

In doorsnede 7 zijn alle verticale snelheden gelijk aan nul.

In figuur 5.20 is het verloop van de verticale snelheden grafisch weergegeven.



Figuur 5.20 De verticale snelheden

Figuur 5.20 toont het 'discontinue' verloop van de verticale snelheden. In paragraaf 5.6 wordt hierop teruggekomen.

De bodemwrijving r

Met behulp van vergelijking [2.21] kan het verloop van de wrijving worden berekend. In de onderstaande tabel staan de uitkomsten van deze berekeningen weergegeven.

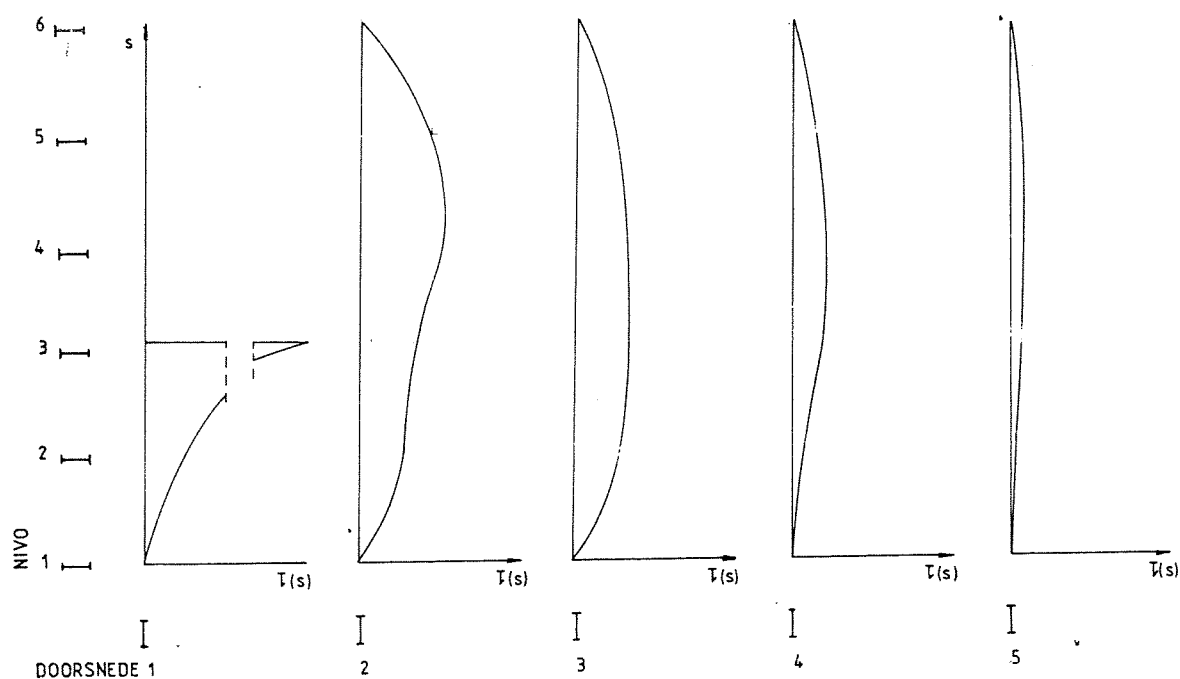
doorsnede:	1	2	3	4	5	6
0.0	0.000000	$5.4 \cdot 10^{-1}$	$5.4 \cdot 10^{-1}$	$5.4 \cdot 10^{-1}$	$5.4 \cdot 10^{-1}$	$5.4 \cdot 10^{-1}$
0.2	13.47000	0.344711	0.228233	0.125720	0.054120	0.007502
0.4	53.88000	0.492020	0.463784	0.277356	0.135453	0.000078
0.6	0.000000	0.799618	0.478173	0.298447	0.154103	0.000029
0.8	0.000000	0.661451	0.329796	0.220717	0.123677	0.000011
1.0	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

De berekening van de bodemschuifspanning behoeft nadere uitleg.
Indien gesteld wordt, dat de bodemwrijving ten hoogte van $s = s_0$ aangrijpt en $u/s(s=s_0)$ wordt berekend aan de hand van :

$$\frac{u(s=s_0) - u(s=0)}{ds},$$

$$\text{dan geldt : } \tau(s_0) = \frac{p \cdot (K \cdot s_0)^2}{s_0} \cdot \left| \frac{-u(s=0)}{s_0} \right| \cdot \frac{-u(s=0)}{s_0} = p \cdot K^2 \cdot (-u(s=0))^2.$$

In figuur 5.21 is het verloop van de wrijvingskrachten grafisch weergegeven.



Figuur 5.21 De wrijvingskrachten

5.6 INTERPRETEREN VAN DE UITKOMSTEN

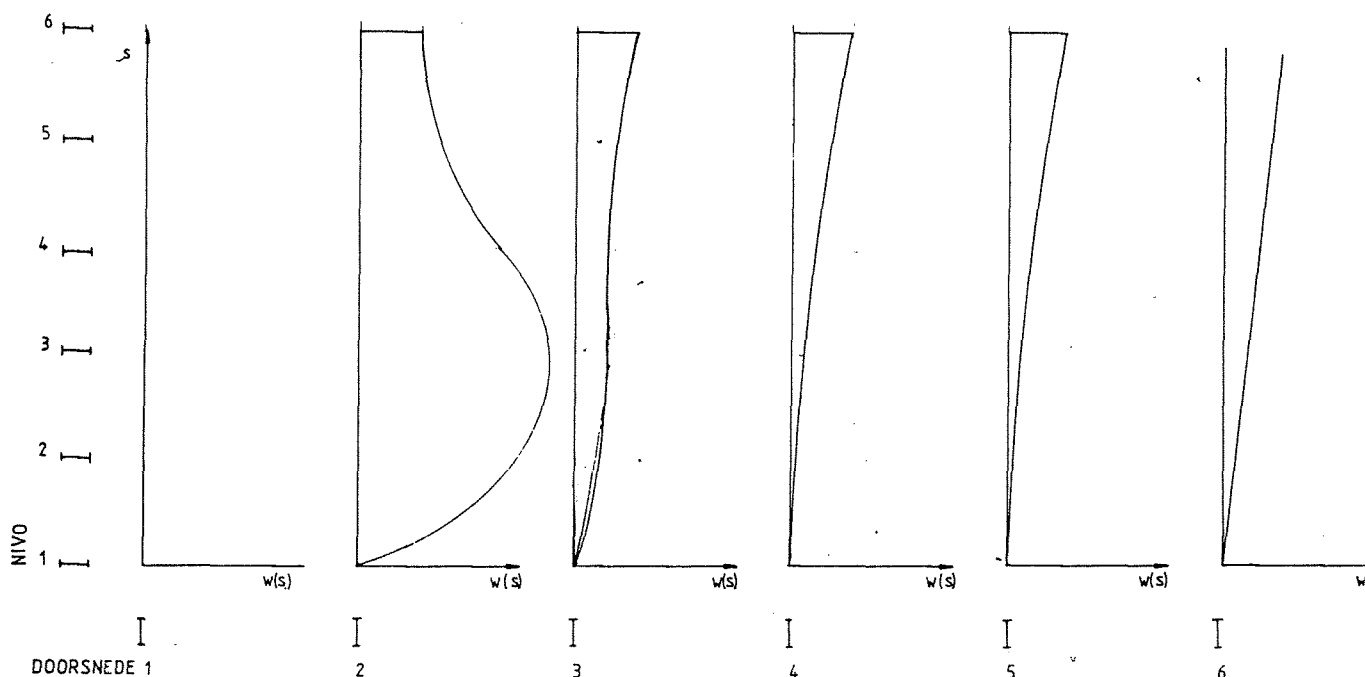
De horizontale snelheden

De overgang van een straal, die als het ware 'verdrinkt' in het omringende water wordt goed weergegeven.

De verwachte neer boven de straal is niet opgetreden. Dit kan samenhangen met de specifieke omstandigheden. Een andere verklaring is, dat door de grote numerieke stappen de 'details' in het stroombeeld niet volledig worden weergegeven.

De verticale snelheden

Het grillige verloop van de verticale snelheid doet het vermoeden rijzen, dat zij vooral 'het kind van de rekening' van de grote numerieke stappen is geworden. In figuur 5.22 is een verbeterd verloop van de verticale snelheden weergegeven.



Figuur 5.22 Het verbeterde verloop van de verticale snelheden

Het verbeterde verloop van de verticale snelheden is tot stand gekomen als een combinatie van de uitkomsten van de computerberekeningen en verwachtingen ten aanzien van het verloop.

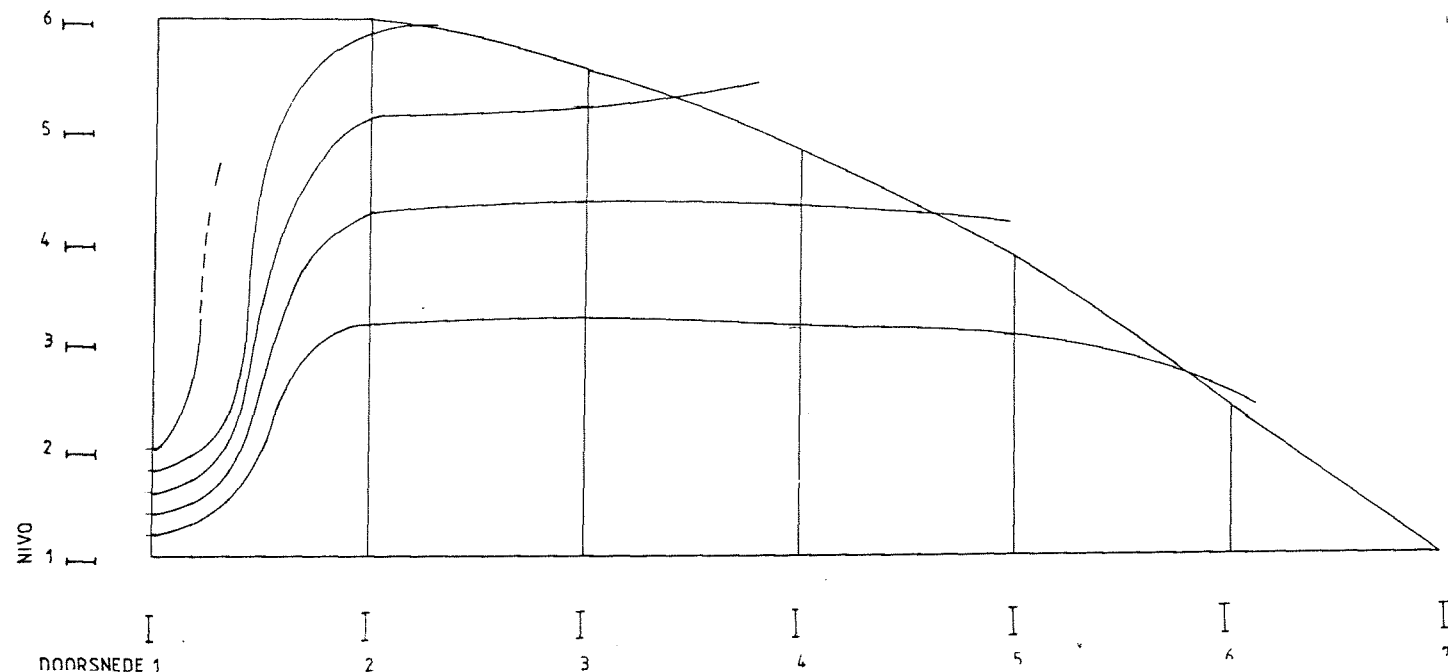
Deze verwachtingen zijn :

- dat in doorsnede 2 een grote hoeveelheid water van 'onder' naar 'boven' moest worden gebracht, hetgeen het optreden van de grote snelheden in deze doorsnede verklaart.

- dat in de doorsneden 3 t.e.m. 5 is gesteld, dat de verticale snelheden bij toenemende hoogte steeds sneller toeneemt, aangezien de gradient in de x-richting van de horizontale snelheden, in de verticale richting steeds negatiever wordt (zie figuur 5.19).
- In doorsnede 6 is de lineaire toename van de snelheid, die ten grondslag ligt aan haar mathematische oorsprong, aangehouden.

De stroomlijnen

In het figuur 5.23 zijn binnen het oorspronkelijke profiel de stroomlijnen weergegeven. Per definitie geldt, dat tussen twee stroomlijnen het debiet constant is.



Figuur 5.23 De stroomlijnen

Ten behoeve van de opstelling van de basisvergelijkingen van de beweging is gebruik gemaakt van de Lange Golf vergelijking. Aan deze vergelijking ligt een hydrostatische drukverdeling, met andere woorden rechte stroomlijnen, ten grondslag. Figuur 5.23 toont dat de stroomlijnen in deze specifieke situatie verrassend recht lopen.

De turbulente diffusiecoëfficiënt ϵ

Door middel van de horizontale snelheidsverdeling en vergelijking [2.21] wordt de verdeling van de turbulente diffusiecoëfficiënt vastgesteld. Het verloop van de turbulente diffusiecoëfficiënt is in de onderstaande tabel weergegeven.

doorsnede: 1

2

3

4

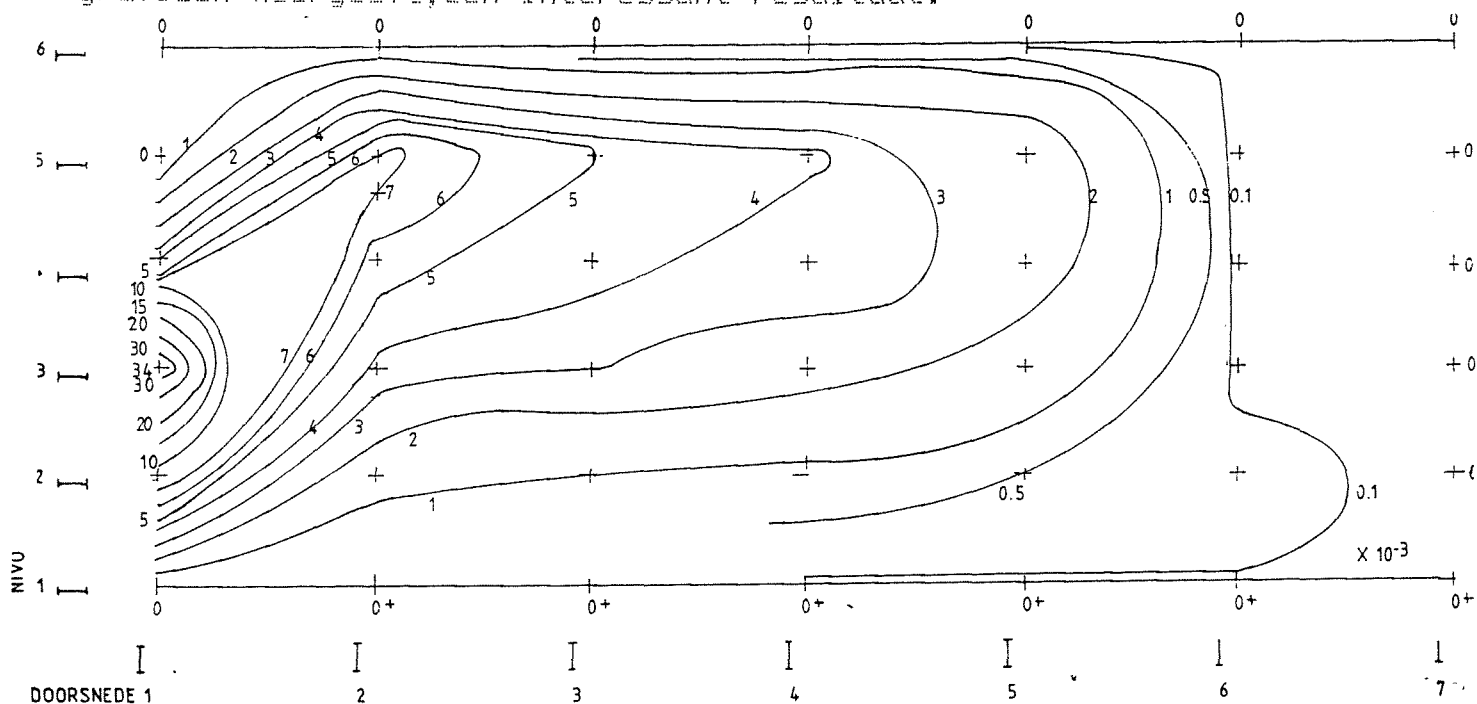
5

6

nivo :						
0.0	0.000000	$8.2 \cdot 10^{-10}$	$9.5 \cdot 10^{-10}$	$11.2 \cdot 10^{-10}$	$15.2 \cdot 10^{-10}$	$27.6 \cdot 10^{-10}$
0.2	0.008000	0.001280	0.001041	0.000773	0.000507	0.000189
0.4	0.032000	0.003549	0.002969	0.002296	0.001605	0.000038
0.6	0.000000	0.005848	0.004522	0.003572	0.002567	0.000035
0.8	0.000000	0.007091	0.005007	0.004094	0.003066	0.000029
1.0	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Volgens vergelijking [2.20] geldt $\epsilon(s) = l_m u / s = (K_s) u / s$. Nadat deze vergelijking wordt gecombineerd met vergelijking [2.21], wordt duidelijk, dat de diffusie-coëfficiënt ook uit de optredende schuifspanning kan worden bepaald: $\epsilon(s) = \tau(s) / (\rho u / s)$. In paragraaf 5.5 is het verloop van de schuifspanning reeds vastgesteld.

Met het oog op de aansluiting op het sedimentatie-model is figuur 5.24, dat het verloop van de turbulente diffusiecoëfficiënt grafisch weergeeft, een interessant resultaat.



Figuur 5.24 De turbulente diffusiecoëfficiënt

Het grillige patroon van het verloop van de diffusiecoëfficiënt 'waarschuwt' dat voor een goede representatie van de optredende verschijnselen, het numerieke schema 'fijnmaziger' moet worden genomen. Ten behoeve van bijvoorbeeld een sedimentatie-model moet de diffusiecoëfficiënt nauwkeuriger worden vastgesteld.

Nadere bestudering van figuur 5.24 leert dat de turbulentie ter plaatse van de intrede van de straal zeer groot is. Dit was uiteraard te verwachten. Een kleinere stapgrootte zou deze lokale turbulentiepiek nog eens versterken.

In doorsnede 2 is de turbulentie vooral hoog in de verticaal erg groot.

In de volgende doorsneden 3,4 en 5 neemt de turbulentie snel af.

In doorsnede 6 is de turbulentie nagenoeg verdwenen.

Opmerkingen over sedimentatie op grond van het turbulentiepatroon

Op grond van het turbulentiepatroon kan het volgende aangaande de sedimentatie worden opgemerkt.

De hevige turbulentie op de grens van de straal met het omringende water, zal een aanzienlijk deel van het sediment omhoog bewegen. Het deel van het sediment, dat niet omhoog gaat, zal, gezien de lage turbulentie aan de bodem, weldra bezinken.

Het omhoog-gewervelde sediment zal door de hoge turbulentie 'hoog' gehouden worden en als het ware naar de rechter-rand worden vervoerd.

In de stroomafwaartse doorsneden is de turbulentie minder en zal de sedimentatie pas goed op gang komen.

Ter plaatse van de doorsneden 5 en 6 valt de turbulentie vrijwel geheel weg, waardoor er voor het zand een soort vrije-val-situatie ontstaat.

Kort samengevat zal de sedimentatie zich op de stroomafwaartse doorsneden concentreren. De stille aanname, dat de kruin zich horizontaal zal ontwikkelen is dus arbitrair.

Aansluitend op de in dit deel gemaakte berekeningen

Ten aanzien van het stroombeeld :

- met behulp van hetzelfde computerprogramma echter met kleinere stappen het stroombeeld nog eens doorrekenen, zodat ook de details een eerlijke kans krijgen zich te manifesteren.
- het belang van de aanname 'hydrostatische drukverdeling' herzien
- het belang van de aanname 'horizontale bodem' herzien

Ten aanzien van de sedimentatie :

- nader uitwerken van het sedimentatie-model
- onderzoeken van het belang van de korrel-korrel-botsingen
- verifiëren van de aanname dat er geen opspuit-krater voorkomt

Ten aanzien van de oppervlakkige afschuivingen :

- uitbreiden van de kwantificering van de onderspuitmethode tot en met de afschuivingen

Proeven

Met behulp van de bovenstaande theoretische beschouwingen kunnen verbeterde proeven worden opgezet.

Deze proeven zullen een schat aan aanvullende informatie over de onderspuitmethode aandragen. Gezien het grote aantal veronderstellingen in de voorafgaande beschouwing en het beperkte inzicht in de optredende verschijnselen heeft het uitvoeren van proeven ten behoeve van het verdere onderzoek naar de haalbaarheid van de onderspuitmethode eerste prioriteit.

Naast een verdieping van het inzicht in de optredende verschijnselen, dienen praktische aspecten, zoals uitvoerings-technische aspecten en een kosten-baten-analyse van de onderspuitmethode, tijdens de proeven, aandacht te krijgen.

LITERATUURLIJST

1. De onderspuitdam, een onderzoek naar de haalbaarheid, J.V. Aalten, Delft, 1986
2. Onder water gestorte zandlichamen (deel 1) , F.T. Heezen en A.C.M. van der Stap
3. Bezwijkcriteria taludhellingen, notitie van DDWT-80, R.W.S., 1980
4. Turbulentie - dictaat b82, R. Booij, TH Delft, 1984
5. Vloeistofmechanica - dictaat b72, M. de Vries, TH Delft, 1978
6. Onderspuitdam/afstudeerrapport, R. Villanueva en Th. Wieringa, HTS Dordrecht, 1985
7. Numerieke berekeningen in waterbouw en hydrologie, dictaat b84, C.E. Vreugdenhil, TH Delft, 1985
8. Numerieke analyse C1, J. van Kan, TH Delft, 1980
9. Advanced Engineering Mathematics, Wylie
10. Mathematical Handbook, M.R. Spiegel, New York, 1968
11. Mathematical Tables, Herbert , New York , 1961
12. Numeriek model voor de berekening van snelheidsverticalen in gebaggerde sleuven, S. Boer, TH Delft, 1979 (2 delen)
13. Een berekeningsmethode voor de bepaling van het suspensie-transport en de sedimentatie in een gebaggerde sleuf, J.T.M. van der Sande/ W.T. Bakker, TH Delft, 1982
14. Analytische berekeningen omtrent de aanzanding van tunnel-sleuven, ir W.T. Bakker, R.W.S., Vlissingen, 1976
15. Zand-water-mengsel-stromingen - verslag literatuurstudie- , Waterloopkundig Laboratorium, Delft, 1986
16. Gedrag zand-water-mengselstroming bij zandsluitingen, D.R. Mastbergen en W. Leeuwenstein, Delft, 1986
17. Zandsluiting Tholense Gat - ontwerpnota (Nota DD.WWQ 83-20.015), R.W.S. Deltadienst, Bergen op Zoom, 1983 (2 delen)
18. Mathematik, Band I, Hutte
19. Onder water gestorte zandlichamen, F.T. Heezen en A.C.M. van der Stap, T.H. Delft, Delft, 1985