Langen 1976

R42

GELDIGHEIDSGEBIEDEN

VAN ENIGE

SEDIMENTTRANSPORT FORMULES

RAPPORT

Technische Universiteit Delft
Faculteit der Civiele Techniek
Vakgroep Waterbouwkunde, k. 2.91
Stevinweg 1
2628 CN DELFT

Technische Universiteit Delft
Faculteit der Civiele Techniek
Vakgroep Waterbouwkunde, k. 2.91
Stevinweg 1
2628 CN DELFT

GELDIGHEIDSGEBIEDEN

VAN ENIGE

SEDIMENTTRANSPORT FORMULES

RAPPORT

Delft, juni 1978

R. Langen

INHOUDSOPGAVE

bladzijde

HOOFDSTUK 0

INLEIDING

0.1

In dit rapport is een studie verricht naar de geldigheidsgebieden van enkele sedimenttransport formules.

Een sedimenttransport formule geeft de relatie tussen de hydraulische omstandigheden en het sedimenttransport. Over het algemeen wordt de relatie gegeven met dimensieloze parameters. De meeste formules hebben slechts een beperkte theoretische achtergrond en hebben een sterk empirisch karakter. De relaties zijn bepaald met behulp van een beperkt aantal meetgegevens, met een beperkt bereik. Hierdoor is over het algemeen de geldigheid van een formule beperkt. De geldigheid is onderzocht met behulp van meetgegevens betreffende sedimenttransport in laboratorium-goten. (Cooper en Peterson, 1969, 1970).

Om de formules onderling te kunnen vergelijken, was het noodzakelijk de formules zodanig te transformeren, dat ze relaties gaven tussen dezelfde parameters. Dit bleek inderdaad mogelijk. De algemene vorm van de transport formules was te schrijven als :

$$\frac{T^{=\,S(1-\varepsilon)}}{\sqrt{g.\Delta.D^3}} = f\left(\frac{v_*}{\sqrt{g.\Delta.D}} , \frac{v}{\sqrt{g.\Delta.D}} , C' \right)$$

waarin	T	: sedimenttransport in volume zonder poriën	($m^3/s/m$)
	v	: gemiddelde watersnelheid	(m/s)
	v_*	: gemiddelde schuifspanningssnelheid	(m/s)
	ρ	: dichtheid van het water	(kg/m^3)
	ρ_s	: dichtheid van het sediment	(kg/m^3)
	Δ	: relatieve dichtheid $\left(= \frac{\rho_s - \rho}{\rho}\right)$	(-)
	D	: korreldiameter	(m)

g : versnelling van de zwaartekracht (m/s^2)

C' : Chézy ruwheidsfactor m.b.t. de korrels. ($m^{\frac{1}{2}}/s$)

In enkele formules was een maat voor de korreldiameter als extra parameter ingevoerd.

Hoofdstuk 1 geeft een inleiding over het begrip sedimenttransport. In het kort is het mechanisme behandeld. Er wordt bovendien inzicht gegeven over de achtergrond van de parameters.

Om iets van de achtergrond van de formules te weten, is in hoofdstuk 2 een literatuur-studie verricht, waarin de onderzochte formules worden beschreven.

In hoofdstuk 3 wordt de formule van Meyer Peter en Müller nader onderzocht. Het geldigheids-gebied is afgebakend en bovendien bleek het mogelijk, de formule zodanig te modificeren, dat relaties ontstonden welke een groter geldigheids-gebied hadden. Deze modificaties zijn opgenomen in het verdere onderzoek.

In hoofdstuk 4 worden de relaties van de formules nader geanaliseerd. Met behulp van een algemene machtsformule met de vorm $T = av_*^p v^q$ wordt de invloed van v en v_* op het transport, van de verschillende formules nagegaan.

In hoofdstuk 5 is het eigenlijke onderzoek uiteengezet. De relaties van de formules zijn vergeleken met de meetgegevens, waaruit enige conclusies over de geldigheidsgebieden van de onderzochte formules te maken waren.

In hoofdstuk 6 worden de formules toegepast op metingen van het Waterloopkundig Laboratorium "De Voorst" en op riviermetingen van de Rijn, de Waal en het Pannerdens Kanaal.

0.2 Gekozen Transportformules

Voor het onderzoek zijn de volgende formules gebruikt :

- Meyer Peter en Müller (1948).

  De formule van Meyer Peter en Müller geeft een goede toepasbaarheid voor bodemtransporten van grofkorrelig sediment en wordt veel toegepast voor de Nederlandse Rijntakken, waarvoor deze formule het transport goed beschrijft.

- Rottner (1959).

  Het onderzoek, dat in dit rapport gevolgd is, komt enigszins overeen met dat welke Rottner gevolgd heeft. Een vergelijking van de resultaten is interessant.

- Engelund en Hansen (1967).

  De Task Committee (1972) heeft een vergelijkend onderzoek verricht naar enkele transport formules. Dit onderzoek wees uit dat de formules van Engelund Hansen, Toffalety en Colby tot de beste resultaten leidden. Engelund Hansen geeft over het algemeen goede resultaten voor zwevend transport van fijnkorrelig materiaal.

- Ackers en White (1973)

  De formule van Ackers en White is de jongste van de onderzochte formules. Het transport wordt berekend met zeer veel parameters. Het karakter van de formule wekt de indruk, dat deze een groot toepassingsgebied heeft.

Oorspronkelijk lag het in de bedoeling om ook de formules van Colby (1964) en Toffaleti (1969) in het onderzoek op te nemen. Omdat deze formules volgens de Task Committee (1972) zeer goede resultaten gaven. Hierbij ontstonden enkele problemen, waardoor deze formules uiteindelijk niet in het onderzoek zijn opgenomen. In het kort hierover het volgende :

- Colby (1964)

  Het transport wordt volgens Colby geheel grafisch berekend. De methode leende zich slecht voor computertoepassing. Wegens het grote aantal meetgegevens is daarom van deze formule afgezien.

- Toffaleti (1969)

  Toffaleti gaat voor het beschrijven van het transport uit van de kansverdeling volgens Einstein. Door een eenvoudige snelheidsverdeling in te voeren, komt Toffaleti op een eenvoudige parameter voor het beschrijven van het transport. Het transport wordt per zandfractie berekend. Het karakter van de formule is daardoor geheel anders dan de onderzochte formules, de parameters worden geheel anders bepaald. De meetgegevens, zoals deze op de magneetband stonden, zouden in verband met het rekenen per zandfractie, aangevuld moeten worden. Het verwerken van de formule in het onderzoek was zeer tijdrovend, zodat hiervan is afgezien.

Hierbij moet nog wel opgemerkt worden dat een nader onderzoek naar deze twee formules van belang is.

HOOFDSTUK 1

HET TRANSPORT MECHANISME

1.1 Inleiding

Beschouwt men een waterstroming over een bodem van cohesievrij korrelmateriaal, dan worden hydraulische krachten door het water op het bodemmateriaal uitgeoefend. Bij kleine watersnelheden zullen de korreldeeltjes op hun plaats blijven. Wordt de watersnelheid opgevoerd, dan zullen bij een bepaalde watersnelheid de korrels gaan bewegen. Van een werkelijk transport van bodemmateriaal is echter nog geen sprake. Bij verder verhoging van de watersnelheid zullen steeds meer korrels gaan bewegen, zodat er sedimenttransport optreedt. Dit transport vindt vooral over de bodem plaats, het materiaal rolt en springt over de bodem. Bij een nog verdere verhoging van de watersnelheid zal het materiaal door turbulentie van het bed worden geheven en in suspensie worden getransporteerd. Interactie met het bed blijft echter wel bestaan. De combinatie van bodemtransport en zwevend transport noemt men transport van bodemmateriaal (bedmaterial load). Over het algemeen komt in de waterstroom ook materiaal voor dat geen interactie heeft met bed.In dit geval spreekt men van spoeltransport (wash load). Dit materiaal onderscheidt zich van het getransporteerde bodemmateriaal door de kleinere korrelafmeting. Van het totaal van sedimenttransport is nu een schema te maken.

- sedimenttransport
  - transport van bodemmateriaal
    - bodemtransport
    - zwevend transport
  - spoeltransport

Waarbij :

- Het transport van bodemmateriaal is gekoppeld aan de plaatselijke hydraulische omstandigheden van de waterloop. Er vindt interactie plaats met het bed.

a) Bodemtransport wordt gekarakteriseerd door de beweging van sediment rollend en springend over het bed.

b) Zwevend transport : het transport van materiaal, dat enige tijd zonder kontakt met de bodem plaatsvindt.

- Spoeltransport is vrijwel niet afhankelijk van de hydraulische omstandigheden van de waterloop. Er vindt vrijwel geen interactie met bed plaats. Het materiaal is te onderscheiden van het bodemmateriaal door de kleinere afmeting van de korrel.

Om de bodemhoogte van een waterloop te kunnen voorspellen, is alleen het transport van bodemmateriaal van belang. Dit wordt dan ook met de formules berekend. Veel formules staan bekend als "totaal transport" formules, hiermee wordt de indruk gewekt dat ook het spoeltransport wordt berekend. Dit is echter niet juist, alleen het transport van bodemmateriaal (bodem en zwevend transport) wordt berekend.

Het onderscheid tussen bodemtransport en zwevend transport wordt gemaakt door het verschil in mechanisme. Bodemtransport is sterk gekoppeld aan de voortplanting van de beddingvormen, terwijl dit voor zwevend transport in veel mindere mate geldt. In dit hoofdstuk zal enig inzicht worden gegeven in de theoretische achtergrond van het mechanisme. Er wordt eveneens aandacht geschonken aan de voor het transport belangrijke parameters.

1.2 Het Mechanisme van Bodemtransporten

Voor het beschrijven van bodemtransporten worden drie typen vergelijkingen onderscheiden.

1) Het Du Bois type : Het transport wordt gerelateerd aan de optredende gemiddelde schuifspanning over de bodem.
2) Het Schocklitsch type: Het transport wordt gerelateerd aan de gemiddelde stroomsnelheid.
3) Het Einstein type : Dit type is gebaseerd op een statistische beschouwing van de liftkracht.

Het Du Bois type en het Schocklitsch type vertonen een grote overeenkomst. In beide gevallen wordt ervan uitgegaan dat er transport optreedt, als een kritieke waarde van de schuifspanning (Du Bois) of van de watersnelheid (Schocklitsch) wordt overschreden. Bij beide typen is begin van beweging gedefinieerd. Het Einstein type wijkt op twee belangrijke punten af van het Du Bois en het Schocklitsch type :

1) Einstein stelt dat een kritieke waarde voor begin van beweging moeilijk, zo niet onmogelijk te beschrijven is. Daarom heeft Einstein dit criterium vermeden.
2) Einstein stelt dat het transport beter gerelateerd kan worden aan de fluctuatie van de watersnelheid, dan aan de gemiddelde snelheid.

1.2.-1 Beschouwing van het krachtenspel op een korrel in een alluviaal bed.

In figuur 1.1 is het krachtenspel getekend dat op een korrel werkt, in een bed van cohesievrij sediment. Waarin :

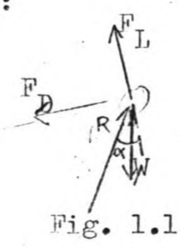


Fig. 1.1

W : gewicht van de korrel onder water
F_L : liftkracht
F_D : sleepkracht
R : reactiekracht van de omliggende korrels.

F_D en F_L zijn dus de op de korrel uitgeoefende krachten.

De korrel zal niet bewegen, als geldt : $tg\alpha \leqslant tg\varphi$ ofwel :

$$\frac{F_t}{F_n} \leqslant tg\,\varphi \qquad (1.1)$$

Waarin F_t : De ontbondene van de krachten evenwijdig aan het bed.
F_n : De ontbondene van de krachten loodrecht op het bed.
φ : De hoek van inwendige wrijving tussen de korrels.

Dit is te schrijven als :

$$\frac{W.\sin I + F_D}{W.\cos I + F_L} \leqslant tg\,\varphi \qquad (1.2)$$

De uitdrukkingen voor F_D , F_L en W zijn :

$$F_D = C_D k_1 D^{2\frac{1}{2}} v_b^2 \qquad (1.3)$$

$$F_L = C_L k_2 D^{2\frac{1}{2}} v_b^2 \qquad (1.4)$$

$$W = k_3(\rho_s - \rho)gD^3 \qquad (1.5)$$

waarin v_b : De watersnelheid vlak bij de bodem.
C_D : Coëfficiënt voor de sleepkracht.
C_L : Coëfficiënt voor de liftkracht.
ρ_s : Dichtheid van het sediment.
ρ : Dichtheid water.
k_1 en k_2 : Vormfactoren gerelateerd aan het oppervlak van de korrel.
k_3 : Vormfactor gerelateerd aan het volume van de korrel.

Vergelijking (1.2) wordt dan :

$$\frac{F_t}{F_n} = \frac{k_3(\rho_s - \rho)gD^3.\sin I + C_D k_1 D^{2\frac{1}{2}} v_b^2}{k_3(\rho_s - \rho)gD^3.\sin I - C_L k_2 D^{2\frac{1}{2}} v_b^2} \leqslant tg\,\varphi \qquad (1.6)$$

Na enig rekenwerk wordt dit :

$$\frac{v_b^2}{g\Delta D} \leqslant \frac{2k_3(\ \mathrm{tg}\varphi\ .\cos I - \sin I\ )}{C_D k_1 + C_L k_2 . \mathrm{tg}\,\varphi} \qquad (\ 1.7\ )$$

Bekijkt men nu het rechterlid van deze vergelijking, dan hangt deze af van :

1) De sediment-eigenschappen zoals vorm en korrelverdeling, bepaald door k_1, k_2 en k_3.
2) De eigenschappen van de korrel in de stroming, bepaald door C_D en C_L.
3) Het verhang I.
   Daar het verhang over het algemeen zeer klein is en $I \ll \varphi$, kan gesteld worden dat : - sin I = I en is te verwaarlozen ten opzichte van φ.
   - cos I = 1.
4) De hoek van inwendige wrijving (φ), welke afhangt van de materiaal eigenschappen.

Vergelijking (1.7) is dus te schrijven als :

$$\frac{v_b^2}{g\Delta D} \leqslant \frac{2k_3 . \mathrm{tg}\,\varphi}{C_D k_1 + C_L k_2 . \mathrm{tg}\,\varphi} \qquad (\ 1.8\ )$$

Waarin het rechterlid de eigenschappen van het bodemmateriaal weergeeft. Het linkerlid geeft de hydraulische omstandigheden weer.

Bij een overschrijden van een critieke waarde van $\frac{v_b^2}{g\Delta D}$ zal transport optreden.

Wordt nu uitgegaan van een logaritmische snelheidsverdeling $v = v_* . \ln \frac{z}{k}$, waarin $v_* = \sqrt{ghI} = \sqrt{\tau/\rho}$, dan geldt $v_b = \alpha v_*$ waarin $\alpha = \ln \frac{a}{k}$. a is hier een bepaalde afstand tot de bodem.

In dit geval wordt de kritieke waarde dus :

$$\frac{v_{*cr}^2}{g\Delta D} \quad \text{of} \quad \frac{\tau_{cr}}{\rho g \Delta D}$$

Het Du Bois type transportformule geeft nu de relatie :

$$s = f\left(\frac{\tau}{\rho g \Delta D} - \frac{\tau_{cr}}{\rho g \Delta D} \right) \qquad (1.9)$$

waarin s : sedimenttransport

Het Schocklitsch type transportformule is te verkrijgen als wordt uitgegaan van een snelheidsverdeling volgens $v = \frac{C}{\sqrt{g}} . v_*$ ofwel $v_* = \frac{\sqrt{g}}{C} . v$.

zodat $\frac{v_b^2}{g \Delta D} = \frac{v_*^2}{g \Delta D} = \frac{v^2}{C^2 \Delta D}$

Het Schocklitsch type transportformule geeft nu de relatie :

$$s = f\left(\frac{v^2}{C^2 \Delta D} - \frac{v_{cr}^2}{C^2 \Delta D} \right) \qquad (1.10)$$

Uit de vergelijkingen (1.9) en (1.10) blijkt wel, dat de Du Bois en de Schocklitsch type transportformule vrijwel aan elkaar gelijk zijn.

Wordt er nu van uitgegaan dat het transport optreedt, als een bepaalde kritieke waarde voor begin van beweging wordt overschreden, dan kan gesteld worden dat het transport afhankelijk is van :

$\frac{v_*^2}{g \Delta D}$, $\frac{v^2}{C^2 \Delta D}$ ofwel $\frac{hI}{\Delta D}$

1.2.-2 Transportmechanisme volgens Einstein

Einstein gaat er van uit, dat de kans P, dat een korrel erodeert gelijk is aan de kans, dat het quotiënt tussen het gewicht van de korrel onder water (W) en de liftkracht (F_L) kleiner is dan 1.

met $W = k_3 (\rho_s - \rho) g D^3$

$F_L = C_L k_1 D^2 . \frac{1}{2} v_b^2$

Zodat dus te schrijven is :

$$P\ (\text{ erosie }) = P\ \left(\frac{W}{F_L} < 1 \right)$$

Wordt de relatie $\frac{W}{F_L}$ nader onderzocht, dan is hiervoor te schrijven :

$$\frac{W}{F_L} = \frac{k_3(\rho_s - \rho)gD^3}{C_L k_1 D^2 \cdot \frac{1}{2}\rho v_b^2}$$

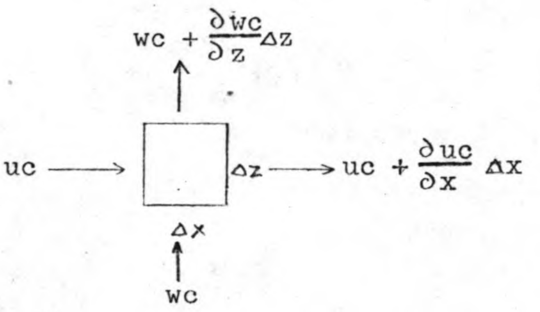
of : $$\frac{W}{F_L} = \frac{k_3}{2C_L k_1} \cdot \frac{g\Delta D^3}{v_b^2}$$

Hierin geeft de term $\frac{k_3}{2C_L k_1}$ de korreleigenschappen weer. De term $g\Delta D^3/v_b^2$ geeft de hydraulische omstandigheden weer. Het transport wordt volgens Einstein dus eveneens bepaald door de parameter $v_b^2/g\Delta D$, zoals aangegeven in vergelijking (1.8)

1.3 Het mechanisme van transport in suspensie

Bij de beschrijving van het mechanisme van transport in suspensie wordt uitgegaan van diffusie - dispersie theorie. Wordt uitgegaan van een twee-dimensionale stroming, waarin in horizontale en vertikale richting (x en z) sedimenttransport plaatsvindt, dan geldt voor een volume Δx, Δy, Δz :

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial uc}{\partial x} + \frac{\partial wc}{\partial z} = 0 \qquad (1.11)$$



Waarin c : de concentratie
u : watersnelheid in x-richting
w : watersnelheid in z-richting

Wordt nu de vereenvoudiging gemaakt, dat een eenparige en stationaire stroming optreedt ($\frac{\partial uc}{\partial x} = 0$, $\frac{\partial c}{\partial t} = 0$), dan is vergelijking (1.11) te schrijven als :

$$\frac{\partial wc}{\partial z} = 0 \qquad (1.12)$$

zodat wc = konstant. Omdat er door het vrije oppervlak geen sediment verdwijnt kan voor z = h de randvoorwaarde worden gesteld : wc = 0. Zodat voor eenparige, stationaire stroming geldt :

$$wc = 0 \qquad (1.13)$$

Er vindt dus bij eenparige stationaire stroming geen resulterend sedimenttransport in de z-richting plaats. Bij sediment in suspensie geldt dat er wel een concentratie c aanwezig is, die leidt tot een zandflux ter grootte van Wc naar beneden, waarbij W de valsnelheid van het sediment is. Aan de voorwaarde van vergelijking (1.13) kan worden voldaan als de zandflux ook een component ter grootte van Wc naar boven heeft. Deze component wordt geleverd door de turbulentie in de stroming waardoor diffusie optreedt.

Zo ontstaat de vergelijking :

$$Wc + \varepsilon_s . \frac{\partial c}{\partial z} = 0 \qquad (1.14)$$

Waarin ε_s de turbulente diffusiecoëfficiënt voor het sediment weergeeft.

Wordt aangenomen dat $\varepsilon_s = \varepsilon$, waarin de turbulente diffusiecoëfficiënt voor water ($\varepsilon = \kappa v_* z(1 - \frac{z}{h})$), dan is vergelijking (1.14) op te lossen. Dit levert dan :

$$\frac{c(z)}{c(a)} = \left(\frac{a}{h - a} . \frac{h - z}{z} \right)^Z \qquad (1.15)$$

waarin $Z = \frac{W}{\kappa v_*}$

$c(z)$: de concentratie op een afstand z van de bodem

$c(a)$: de concentratie op een afstand a van de bodem

De grootte van het transport is nu te bepalen uit :

$$s = \int_a^h v(z)c(z)\,dz \qquad (1.16)$$

Uit vergelijking (1.15) is te zien dat het karakter van het transport bepaald wordt door de exponent $Z = \frac{W}{\kappa v_*}$, ofwel de grootheid W/v_*. In tabel 1.1 zijn de criteria gegeven betreffende de aard van het transport (Prins, 1978).

Aard van het transport	$Z = W/(\kappa v_*)$	v_*/W
intensief bodemtransport	10	0,25
suspensie in benedenste helft	2,5	1
deeltjes bereiken waterspiegel	0,8	3
goed ontwikkelde suspensie	0,1	20
homogene suspensie	0,01	200

Tabel 1.1 Invloed van $W/(\kappa v_*)$ op het transport (Prins, 1978).

Voor grofkorrelig materiaal, waarvoor geldt dat het Reynolds getal met betrekking tot de korrels ($Re = WD/\nu$) groter is dat 150 is de valsnelheid te schrijven als :

$$W \sim \sqrt{g\Delta D}$$

Zodat $W/v_* \sim \dfrac{\sqrt{g\Delta D}}{v_*}$ (1.14)

Er is dus een overeenkomstige uitdrukking verkregen als de parameter die het bodemtransport bepaalt. Zie hiervoor paragraf 1.2.

Voor fijnkorrelig materiaal geldt : $W = \dfrac{1}{18} \cdot \dfrac{g\Delta}{\nu} \cdot D^2$

Zodat : $W/v_* \sim \left(\dfrac{g\Delta D^3}{\nu^2} \right)^{1/2} \cdot \dfrac{\sqrt{g\Delta D}}{v_*}$ (1.15)

Het transport wordt dus voor fijnkorrelig materiaal bepaald door de parameters :

$$\left(\frac{g\Delta D^3}{\nu^2} \right)^{1/2} \text{ en } \frac{\sqrt{g\Delta D}}{v_*}$$

Interessant is nu te zien dat de grootheid $\left(\dfrac{g\Delta D^3}{\nu^2} \right)^{1/2}$ sterk overeenkomt met de door Ackers en White gebruikte dimensieloze korreldiameter $D_{gr} = \left(\dfrac{g\Delta D^3}{\nu^2} \right)^{1/3}$.

1.4 Invloed van de Beddingvorm op het Transport

Uit paragraaf 1.3 bleek dat het transport sterk beinvloed wordt door de grootheid $\frac{hI}{\Delta D}$. Tot hier toe is uitgegaan van transport over een vlak bed. In de praktijk ziet men dat als transport plaatsvindt, er beddingvormen zullen ontstaan. Wordt er van uitgegaan dat het transport wordt veroorzaakt door de schuifspanning die op de korrels werkt, dan zal deze schuifspanning niet gelijk zijn aan de totale, op de bodem werkende, schuifspanning. Veelal wordt er van uitgegaan, dat het totale verhang opgesplitst is in :

- I' : Het verhang dat veroorzaakt wordt door de schuifspanning op de korrels.
- I" : Het verhang dat veroorzaakt wordt door de vertragingsverliezen achter de beddingvormen.

Wordt ervan uitgegaan dat het transport plaatsvindt door de energieoverdracht tussen de op de korrels werkende schuifspanning en de korrels, dan moet het transport gerelateerd worden aan $\frac{\tau'}{\rho g \Delta D}$. Waarin $\tau' = \rho g h I'$. Het komt er op neer dat het transport wordt gerelateerd aan een gereduceerde schuifspanning $\tau' = \mu\tau$, waarin $\mu = \frac{\tau'}{\tau}$. Deze reductiefactor is als volgd te bepalen :

er geldt : $\tau = \rho g h I$

$\tau' = \rho g h I'$

zodat $\tau'/\tau = I'/I$

volgens Chézy geldt $v = C\sqrt{hI}$ en $v = C'\sqrt{hI'}$

waarin C : de Chézy ruwheidsfactor voor het bed

C': de chézy ruwheidsfactor met betrekking tot de korrels

Er geldt dus :

$$\frac{\tau'}{\tau} = \frac{I'}{I} = \left(\frac{C}{C'} \right)^2$$

$$\text{zodat } \mu = \left(\frac{C}{C'} \right)^2.$$

Het transport moet dan gerelateerd worden aan :

$$\frac{\left(\frac{C}{C'} \right)^2 . hI}{\Delta D}$$

1.5 Parameters in transportformule

In transportformules wordt over het algemeen de relatie gelegd tussen twee parameters :

1. De dimensieloze stroomparameter $Y = \frac{\Delta D}{\mu h I}$ waarin de hydraulische omstandigheden zijn weergegeven.
2. De dimensieloze transport parameter $X = \frac{T}{\sqrt{g\Delta D^3}}$

In de oudere formules is de viscositeit van het water niet als parameter ingevoerd. In nieuwere formules is dit meestal wel het geval.

De verschillende formules geven vaak geheel afwijkende relaties, Dit komt door het empirische karakter van de transport formules. Aan de hand van een aantal transportmetingen, zowel beperkt in aantal als in bereik, is de relatie tussen de parameters bepaald. De formules geven dan ook alleen maar goede resultaten, onder omstandigheden die vergelijkbaar zijn met die waaronder zij getest zijn.

HOOFDSTUK 2

LITERATUURSTUDIE TRANSPORTFORMULES

2.1 Meyer Peter en Müller (1948)

2.1.-1 Inleiding

Meyer Peter en Müller hebben een formule ontwikkeld voor de berekening van het bodemtransport van grofkorrelig materiaal.
Het bodemtransport wordt door Meyer Peter en Müller gedefinieerd als :
De beweging van vast materiaal rollend of springend over het bed.

De formule is ontwikkeld met behulp van gootmetingen uitgevoerd in het waterloopkundig laboratorium van Zürich.Deze metingen zijn onderverdeeld in enkele proevenseries. Elke proevenserie is gekarakteriseerd door de eigenschappen van het gebruikte sediment. Aan de hand van de verschillende proevenseries, waarbij de verschillende invloeden van de sedimenteigenschappen naar voren komen, is deze formule ontwikkeld.
In eerste instantie (eerste proevenserie) is uitgegaan van uniform verdeeld materiaal met een natuurlijke dichtheid (ρ_s =2680 kg/m^3).
Het was nu mogelijk om een eenvoudige zuiver empirische formule te ontwikkelen.
In de tweede proevenserie is de invloed van de dichtheid van het korrelmateriaal op het transport onderzocht. Hiervoor zijn transportmetingen verricht met bariet (ρ_s = 4200 kg/m^3) en bruinsteenkool (ρ_s = 1250 kg/m^3). In deze proevenserie was het materiaal eveneens uniform verdeeld.
In de derde proevenserie was het materiaal niet uniform verdeeld.
Het korrel-materiaal is hier gekarakteriseerd door de gemiddelde korreldiameter ($\overline{D}$). Het bleek dat het transport van dit sediment nog niet goed was te beschrijven. Een analyse betreffende begin van beweging wees uit dat dit criterium gekoppeld was aan de op het bed uitgeoefende schuifspanning.

Meyer Peter en Müller verwachtten dat het transport eveneens gerelateerd was aan deze schuifspanning. Vanuit dit voor M.P.en M. nieuwe gezichtspunt bleek het mogelijk een formule te ontwikkelen welke een goede representatie gaf van het transport onder de gegeven omstandigheden.
In paragraaf 2.1.-3 en 2.1.-4 is de ontwikkeling van de formule aan de hand van de proevenseries gevolgd. Allereerst is in paragraaf 2.1.-2 ingegaan op de stromings-omstandigheden waarbij de metingen uitgevoerd zijn.

2.1.-2 Stromings-omstandigheden

1 : Uniforme, stationaire stroming

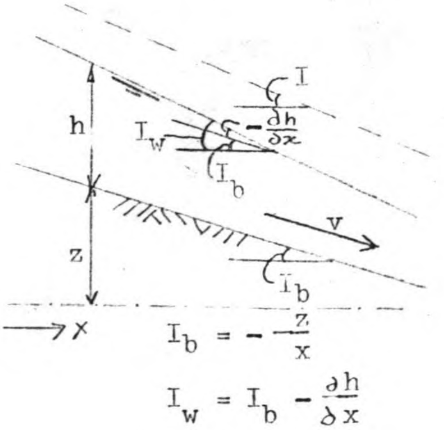
Iedere meting was uitgevoerd onder stationaire omstandigheden, het sedimenttransport bleef konstant in de tijd. Er was eveneens gepoogd een uniforme stroming te krijgen, zodat $I_{bodem} = I_{water} = I_{energie}$.
Dit bleek echter in geen van de proeven het geval te zijn. Het gemiddelde verhang van de energielijn is benaderd uit de gemeten waarden van I_b, I_w en h en uit de gemiddelde snelheid, berekend volgens $v = Q/Bh$. Hiervoor is uitgegaan van de bewegingsvergelijking van water :

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial x} + g\frac{\partial h}{\partial x} + g\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{gv^2}{C^2 h} \qquad (\ 2.1.A\ )$$

Voor stationaire omstandigheden geldt $\frac{\partial v}{\partial t} = 0$, zodat vergelijking (2.1.A) wordt :

$$v\frac{\partial v}{\partial x} + g\frac{\partial h}{\partial x} + g\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{gv^2}{C^2 h} \qquad (\ 2.1.B\ )$$

Volgens Chézy geldt $v^2 = C^2 hI$ of $v^2/C^2h = I$. Vergelijking (2.1.B) is dan te schrijven als :



$$I_b = -\frac{z}{x}$$

$$I_w = I_b - \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$I = -\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{v}{g}\frac{\partial v}{\partial x} \qquad (2.1.C)$$

Met $I_w = -\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial x}$ en $\frac{v}{g}\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{2g}\frac{\partial v^2}{\partial x}$ wordt vergelijking (2.1.C) :

$$I = I_w - \frac{1}{2g}\frac{\partial v^2}{\partial x} \qquad (2.1.D)$$

Volgens Chézy geldt $v^2 = C^2 hI$, zodat $\frac{\partial v^2}{\partial x} = -C^2 I \frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{v^2}{h}\frac{\partial h}{\partial x}$

Vergelijking (2.1.C) wordt dan :

$$I = I_w + \frac{v^2}{2gh}\frac{h}{x} \qquad (2.1.E)$$

Of met $\frac{h}{x} = I_b - I_w$:

$$I = I_w - \frac{v^2}{2gh}(I_w - I_b) \qquad (2.1.F)$$

Vergelijking (2.1.F) hebben Meyer Peter en Müller gebruikt om het energieverhang te schatten.

2 : Invloed wandruwheid

Meyer Peter en Müller gaan er van uit dat de wand niet oneindig glad gesteld kan worden. De invloed van deze wandruwheid is in rekening gebracht. Uitgangspunten hierbij waren :

1 : Uniforme stroming over de gehele doorsnede.

2 : Turbulentie geheel ontwikkeld.

Voor de berekening van de invloed van de wandruwheid wordt uitgegaan van de hypothese van Einstein. In het kort komt het er op neer dat Einstein de aanwezigheid van twee schuifspanningsloze vlakken stelt, die het stromingsoppervlak in drie delen splitsen. Twee delen worden door de wand beinvloed en één deel wordt door de bodem beinvloed. Nu stellen Meyer Peter en Müller dat het debiet van het bodemdeel (Q_b) verantwoordelijk is voor het bodemtransport.

In hoofdstuk 5 en bijlage 11 wordt dieper ingegaan op de problematiek van de zijwandcorrectie.

Meyer Peter en Müller komen met dit uitgangspunt op een voor het transport effectief debiet van :

$$Q_b = Q.B.\frac{k_w^{3/2}}{B.k_w^{3/2} + 2.h.k_w^{3/2}}$$

waarin

Q	: het totale debiet	(m^3/s)
B	: breedte	(m)
h	: hoogte	(m)
k_w	: wandruwheidsfactor volgens Strickler	($m^{1/3}/s$)
k_b	: bodemruwheidsfactor volgens Strickler	($m^{1/3}/s$)

2.1.-3 Proevenseries

Proevenserie 1

Sediment eigenschappen :

- Uniform verdeeld korrelmateriaal
- Korreldiameters respectievelijk 28,6 5,05 7,02 3.17 mm
- Dichtheid γ_s = 2680 kg/m^3

Met deze serie metingen was het mogelijk een eenvoudige zuiver empirische formule te maken. Deze transportformule is een regressielijn door de meetpunten, gevormd als stroomparameters $q_b^{2/3}/D$ en transportparameters $g_b^{2/3}.I/D$. Het criterium voor begin van beweging is gevonden door extrapolatie. De verkregen transportformule luidt :

$$q_b^{2/3}.\ I/D = a + b.g_b^{2/3}/D \qquad (2.1.1)$$

of

$$q_b^{2/3}.\ I/D = a + b'.(g_b'')^{2/3}/D$$

waarin

I	: energie verhang	(-)
q_b	: het transport bepalende debiet per strekkende meter	(kg/s/m')

g_b : het materiaaltransport droog gewogen (kg/s/m')
g_b'' : het materiaaltransport onder water gewogen (kg/s/m')
D : korreldiameter (m)
a : constante = 17
b : constante = 0,4
b' : constante = 0,574

Proevenserie 2

Sediment eigenschappen :

- Uniforme korrelverdeling
- Korreldiameter 5,21 mm
- Dichtheid bariet γ_s = 2400 kg/m^3
  bruinkoolgruis γ_s = 1250 kg/m^3

Met deze proevenserie was het mogelijk om de invloed van de dichtheid van het sediment op het transport na te gaan. Samen met proevenserie 1 leidde dit tot de formule :

$$q_b^{2/3} \cdot I/D = a'' \cdot \gamma_s''^{10/9} + b'' \cdot \gamma_s''^{1/3} \cdot g_s''^{2/3}/D \qquad (2.1.2)$$

waarin $\gamma_s'' \doteq (\gamma_s - \gamma)$
$a'' = 9,57$
$b'' = 0,64$

Begin van beweging is eveneens gevonden door extrapolatie en treedt op voor $q_b^{2/3} \cdot I/D = a'' \cdot {}_s''^{10/9}$.

Proevenserie 3

Sediment eigenschappen :

- Gemengde korrelverdeling
- Korreldiameters $\overline{D}$ respectievelijk 0,4 1,0 1,8 0,44 mm
  D_{90} respectievelijk 0,7 1,35 4,25 12,3 mm

Om het mengsel te karakteriseren hebben Meyer Peter en Müller een effectieve korreldiameter bepaald. De gemiddelde diameter $\bar{D}$ bleek het beste te voldoen.

De verkregen resultaten weken geheel af van de reeds eerder verkregen resultaten. De factoren a'' en b'' uit vergelijking (2.1.2) konden niet meer als konstanten gehandhaafd blijven. Om een beter inzicht te krijgen was het nodig om over meer meetresultaten te beschikken met een grotere spreiding in de variabelen.

Proevenserie 4

Voor deze proevenserie is gebruik gemaakt van het zelfde korrelmateriaal als voor proevenserie 3. De resultaten van de series 3 en 4 (gemengd korrelmateriaal) en van serie 1 (uniform verdeeld korrelmateriaal) zijn met elkaar vergeleken aan de hand van de parameters uit vergelijking (2.1.1). Er werd een afwijkend resultaat ten opzichte van de eerder genoemde regressielijn, voorgesteld door vergelijking (2.1.1) gevonden. Vooral de "konstante" a , die betrekking heeft op begin van beweging bleek nogal te variëren.
Proeven betreffende begin van beweging toonden een relatie tussen de afvoer bij begin van beweging en het verhang,

$$(q_b^{2/3}.I/D)_0 = f.I^{1/3} \quad \text{ofwel} \quad (q_b^{2/3}.I^{2/3}/D)_0 = f \qquad (2.1.3)$$

Met Strickler ($v = k_b.R_b^{2/3}.I^{1/2}$) leidde dit tot de relatie :

$$(\gamma_w.R_b.I/D)_0 = K.(D/R_b)^{1/9} \qquad (2.1.4)$$

Meyer Peter en Müller concluderen hieruit, dat de schuifspanning voor begin van beweging ($\gamma_w.R_b.I$)$_0$ evenredig is met de korreldiameter en afhangt van de relatieve ruwheid (D/R_b). Meyer Peter en Müller voegen hieraan toe dat deze relatieve ruwheid voor gegeven omstandigheden weinig zal varieren. Een variatie in de waterhoogte zal slechts een zeer kleine variatie in deze factor geven.
Belangrijk was nu, dat Meyer Peter en Müller tot de conclusie kwamen dat begin van beweging afhing van een schuifspanning.

Daarom onderzochten Meyer Peter en Müller of het transport ook deze schuifspanning volgde.
Vergelijking (2.1.1A) is nu herschreven volgens :

$$q_b^{2/3}.I^{2/3}/\bar{D} = C_1 + C_2 .\ g_b''^{2/3}/\bar{D} \qquad (2.1.5)$$

of overeenkomstig met vergelijking (2.1.4) :

$$\gamma_w.R_b.I/\bar{D} = C_3 + C_4.g_b''^{2/3}/\bar{D} \qquad (2.1.6)$$

Het bleek nu, dat bij de proeven met kleine korreldiameter, waarbij de bedding bestond uit ribbels en duinen grote afwijkingen ontstonden, waarbij het gemeten transport veel kleiner was dan het berekende.
Om dit te ondervangen is de beddingvorm in rekening gebracht.

Meyer Peter en Müller gingen er van uit dat het totale verhang (I) is op te splitsen in een verhang veroorzaakt door de beddingvorm (I") en een verhang veroorzaakt door de schuifspanning over de korrels (I").

Er geldt dan : $I = v^2/k_b.R_b^{4/3}$

$I' = v^2/k_b'.R_b^{4/3}$

waarin

I : totale energie verhang

I' : energie verhang veroorzaakt door de korrels

$k_b' = (c/D_{90})^{1/6}$

Als wordt aangenomen dat het transport alleen afhankelijk is van de energie overdracht van water op de korrels, dan moet de I in de formule vervangen worden door I'.
Met $I' = (I'/I).I = (k_b/k_b')^2.I$ wordt vergelijking (2.1.6) :

$$\gamma_w\left(\frac{k_b}{k_b'}\right)^2.\frac{R_b I}{D} = C_5 + C_6.\frac{g_s''^{2/3}}{D} \qquad (2.1.7)$$

en vergelijking (2.1.5) wordt :

$$\gamma_w\left(\frac{k_b}{k_b'}\right)^{4/3}.\frac{R_b I}{D} = C_7 + C_8.\frac{g_s''^{2/3}}{D} \qquad (2.1.8)$$

Uit de vergelijkingen (2.1.7) en (2.1.8) blijkt dat de exponent van (k_b/k_b') moet liggen tussen 4/3 en 2. Uit metingen bleek de exponent 3/2 het beste te kloppen zodat de formule nu luidt :

$$\gamma_w \cdot \frac{Q_b}{Q} \cdot \left(\frac{k_b}{k_b'} \right)^{3/2} \cdot \frac{hI}{\bar{D}} = A' + B' \cdot \frac{g_s''^{2/3}}{\bar{D}} \qquad (2.1.9)$$

De dichtheid van het sediment is niet in deze formule verwerkt, deze bleek echter wel een rol te spelen. Met de invoering van de dichtheid van het sediment komen Meyer Peter en Müller tenslotte op de formule :

$$\gamma_w \cdot \frac{Q_b}{Q} \cdot \left(\frac{k_b}{k_b'} \right)^{3/2} \cdot \frac{hI}{\bar{D}} = A''\gamma_s'' + B''\left(\frac{\gamma_w}{g} \right)^{1/3} \cdot \frac{g_s''^{2/3}}{\bar{D}} \qquad (2.1.10)$$

met $A''=0{,}047$

$B''=0{,}25$

Het criterium voor begin van beweging is gevonden door extrapolatie en luidt :

$$\gamma_w \cdot \frac{Q_b}{Q} \cdot \left(\frac{k_b}{k_b'} \right)^{3/2} \cdot \frac{hI}{\bar{D}} = A''\gamma_s'' \qquad (2.1.11)$$

2.1.-4 Evaluatie van de resultaten

Tenslotte geven Meyer Peter en Müller een evaluatie van de resultaten.

- Gebaseerd op bodemtransportmetingen van het waterloopkundig laboratorium in Zürich, blijkt dat het transport voornamelijk wordt bepaald door de optredende schuifspanning.
- Bereik van de grootheden in de metingen :

I : $0{,}4 - 20 \ .10^{-3}$.

$\bar{D}$: $0{,}4 - 30$ mm

h : $0{,}01 - 1{,}2$ m

Q : $2.10^{-3} - 4$ m^3/s (B : 0,35, 0,42, 2 m zodat q : 0,002-2 m^2/s)

ρ_s : 1250 - 4200 kg/m^3

- De metingen hebben een groot bereik, namelijk van begin van beweging tot een zeer groot transport van materiaal, rollend over het bed.

- De metingen zijn over een "zeer lange tijd" onder stationaire omstandigheden uitgevoerd. De gemeten grootheden zijn gemiddeld over deze tijd.
- De invloed van de wandruwheid is bij de metingen in rekening genomen.
- Voor het byzondere geval van een vlak bed ($k'_b = k_b$) in een breed kanaal ($Q_b = Q$) en een bodem bestaande uit uniform materiaal is het criterium voor begin van beweging te schrijven als :
$(\gamma_w.h.I)_0 = A''.\gamma''_s.D$. Deze uitdrukking is verkregen door extrapolatie naar $g_s = 0$. Dit beschouwen Meyer Peter en Müller als een bovengrens voor begin van beweging. Voor absoluut geen beweging geven zij het criterium : $(\gamma_w.h.I)_0 = 0{,}03.\gamma''_s.D$
- Bij groter wordend bodemtransport wordt de reductiefactor (k_b/k'_b) kleiner, zelfs als het transport over een vlak bed betreft. Het getransporteerde korrelmateriaal vormt een ruwe bedekking en beweegt langzamer dan het water. Door de formatie van ribbels en duinen wordt de factor (k_b/k'_b) nog kleiner. Door deze vormruwheid wordt het bodemtransport gereduceerd.

2.2 Rottner (1959)

2.2.-1 Inleiding

Voor de ontwikkeling van zijn formule gaat Rottner uit van gootgegevens uit de publicatie van J. W. Johnson " Laboratory investigations on bedload transportation and bed roughness ". In deze publicatie zijn ongeveer 2500 sedimenttransport metingen verzameld van Gilbert, Mac. Dougall, Chyn, Jorrissen, U.S.W.E.S. , Liu, Yen, O'Brien en Pang Young Ho. Rottner verwacht, dat door het grote aantal metingen en het grote bereik, het mogelijk moet zijn een algemene formule te ontwikkelen voor de berekening van transport van bodemmateriaal. Hier moet opgemerkt worden dat de door Rottner gebruikte meetgegevens eveneens zijn verwerkt in de publicatie van Cooper en Peterson (1969) die voor het huidige onderzoek gebruikt zijn.
Rottner stelt enkele aannamen en beperkingen.
Aangenomen wordt dat :

- stroming bij benadering uniform is
- stroming bij benadering eendimensionaal is
- zijwand effecten verwaarloosbaar zijn
- verhouding h/B klein is
- het transport over de gehele breedte gelijk verdeeld is
- voor niet uniform korrelmateriaal de gemiddelde korreldiameter $\bar{D}$ als maatgevend voor het transport gehanteerd kan worden
- turbulentie geheel ontwikkeld is
- de beddingvorm niet in rekening genomen hoeft te worden

Bovendien zijn alle metingen verricht in rechthoekkige stroomgoten.

2.2.-2 Ontwikkeling van de formule

Rottner stelt dat, per eenheid van breedte, het sedimenttransport en de afvoer geheel vastliggen met de grootheden :

h : waterdiepte.

I : verhang energielijn.

D : korreleigenschappen zoals dichtheid (ρ'), afmeting en vorm.

ρ : dichtheid van het water.

g : versnelling van de zwaartekracht.

ν : kinematische viscositeit.

De afvoer Q en het sedimenttransport G zijn dus een functie van deze parameters.

$$Q = f_1(h,I,D,\rho',\rho,g,\nu)$$
$$G = f_2(h,I,D,\rho',\rho,g,\nu)$$

Q in m^3/sec

$Q' = \rho Q = kg/sec$

$\frac{kg}{m^3} \; \frac{m^3}{sec}$

Eliminatie van I uit beide vergelijkingen leidt tot :

$$G = f (Q,h,D,\rho',\rho,g,\nu)$$

Met behulp van een dimensie-analyse verkrijgt Rottner de volgende parameters :

$$\frac{G}{\rho'\sqrt{g.h^3}} \; , \; \frac{Q}{\rho\sqrt{g.h^3}} \; , \; \frac{h}{D} \; , \; \frac{\rho'}{\rho} \; , \; \frac{\nu}{\sqrt{g.\Delta.h^3}}$$

a I B

$F_r = \frac{u}{\sqrt{ga}} = \frac{u.A}{A\sqrt{ga}} = \frac{Q}{B.a\sqrt{ga}} = \frac{Q}{B\sqrt{ga^3}} = \frac{\rho' Q}{\rho' B\sqrt{ga^3}} = \frac{Q'}{\rho' B\sqrt{ga^3}}$

De tweede parameter $\frac{Q}{\rho\sqrt{gh^3}}$ is het Froude getal van de vloeistof (Q in kg/s). De eerste parameter heeft een gelijksoortige vorm en deze beschouwt Rottner als het Froude getal voor het sediment. Rottner stelt verder, dat de parameter $\frac{\nu}{\sqrt{g.\Delta.h^3}}$ verwaarloosd kan worden, daar verondersteld is dat de turbulentie geheel ontwikkeld is. Rottner vergelijkt deze parameters met de parameters van andere formules en concludeert hieruit dat de parameter $\frac{\rho'}{\rho}$ ondergebracht kan worden bij andere parameters. Hij stelt dat dit ook te zien is als het krachtenspel op een korrel onder water bekeken wordt. In dit geval wordt de specifieke massa : $\frac{\rho' - \rho}{\rho}$.

$\frac{\rho}{Q} = \frac{kg}{m^3}$

$\frac{m^3}{sec}$

Zo komt Rottner op de volgende parameters :

$$\frac{G}{\rho'\sqrt{g.\Delta.h^3}}, \quad \frac{Q}{\rho\sqrt{g.\Delta.h^3}}, \quad \frac{v}{\sqrt{g.\Delta.h}}, \quad \frac{h}{\overline{D}}$$

waarin G : sedimenttransport (kg/s)

Q : afvoer (kg/s)

Deze parameters heeft Rottner met behulp van de reeds eerder genoemde gootmetingen met elkaar gecorreleerd.

Deze correlatie is als volgt uitgevoerd.
De meetpunten zijn gerangschikt in klassen van $h/\overline{D}$, waarbij iedere klasse bestaat uit ongeveer 50 meetpunten.
Voor iedere klasse is een grafiek uitgezet met assen :

$$y = \frac{v}{\sqrt{\Delta.h}}$$

$$x = \left(\frac{G}{\rho'\sqrt{\Delta.h^3}} \right)^{1/3}$$

De versnelling van de zwaartekracht is in eerste instantie niet bij de correlatie meegenomen. Het feit, dat de parameters niet dimensieloos zijn, is echter geen bezwaar, daar de g bij benadering een konstante waarde heeft. Uit de verkregen grafieken (fig. 2.2.1) blijkt, dat de punten behoorlijk de rechten $x = a.y - b$ volgen. Kleine zowel als grote waarden van x en y bleken hier echter van af te wijken.
Met behulp van de methode van de kleinste kwadraten zijn de "konstanten" a en b voor ieder interval van $h/\overline{D}$ berekend. Vervolgens zijn a,b en $h/\overline{D}$ op onderlinge correlatie onderzocht. Rottner kwam tot de volgende relaties :

$$b = 2{,}45 \left(\overline{D}/h \right)^{2/3}$$

$$a = 0{,}02741.b + 0{,}01405 \text{ of}$$

$$a = 0{,}06715.\left(\overline{D}/h \right)^{2/3} + 0{,}01405.$$

Door de versnelling van de zwaartekracht in te voeren, verkreeg Rottner dimensieloze parameters, zodat de formule te schrijven was als :

$$\frac{G}{\rho'\sqrt{g.\Delta.h^3}} = \left[\left(0,667\left(\frac{\overline{D}}{h}\right)^{2/3} + 0,14 \right) . \frac{v}{\sqrt{g\Delta h}} - 0,778\left(\frac{\overline{D}}{h}\right)^{2/3} \right]^3 \qquad (2.2.1)$$

Rottner merkt op, dat voor iedere ($\overline{D}/h$) de lijnen gaan door het punt :

$$\frac{v}{\sqrt{g\Delta h}} = 11,6 \,, \quad \frac{G}{\rho'\sqrt{g\Delta h^3}} = 4,41$$

of met x en y : x = 0,513 , y = 36,5

Dus is er slechts één waarde $\frac{G}{\rho'\sqrt{g\Delta h^3}}$ en dus ook voor de concentratie G/Q voor $\frac{v}{\sqrt{g\Delta h}} = 1,16$. Dit punt is uitgezet op iedere grafiek (fig. 2.2.1). Het blijkt goed tussen de meetpunten te liggen. Over de fysische betekenis van dit resultaat weet Rottner echter geen verklaring te geven.

In verband met de afwijkingen die optreden bij kleine transporten, stelt Rottner dat deze niet met de formule te berekenen zijn.

Het kriterium voor begin van beweging treedt volgens Rottner op bij :

$$\left(v/\sqrt{\Delta h} \right)_{cr} = b/a$$

Met a = 0,02741.b + 0,0145 en b = 2,45 ($\overline{D}/h$) wordt dit:

$$\left(v/\sqrt{g\Delta h}\right)_{cr} = 5,53/\left((h/\overline{D})^{2/3} + 4,75\right)$$

De gebruikte parameters zijn volgens Rottner niet de enige parameters waarmee het transport wordt beschreven. Voor het gemak is het gebruik van het verhang vermeden, omdat deze vaak onbekend is en sterk afwijkt als er geen uniformiteit optreedt.

Het zou echter mogelijk zijn om de parameters $v/\sqrt{g\Delta h}$ en $h/\overline{D}$ te vervangen door $h.I/\Delta.\overline{D}$ en I/Δ.

Rottner heeft de parameters I/Δ en $h.I/\Delta.\overline{D}$ met elkaar gecorreleerd.

Bij weinig materiaaltransport zouden de meetpunten overeen moeten komen met de lijn, bepaald door de formule van Manning :

$$v = c.(h/\bar{D})^{1/6}.\sqrt{h.I}$$

$$\text{of } v/\sqrt{\Delta.h} = c.(h/\bar{D})^{1/6}\sqrt{I/\Delta}.$$

Dus bij een coördinatensysteem waarbij $y = v/\sqrt{\Delta.h}$ en $x = I/\Delta$ zou Manning voor konstante $h/\bar{D}$ een rechte lijn geven. De waarde $v/\sqrt{\Delta.h}$ voor begin van beweging was reeds bekend, daarom stelde Röttner, dat de formule van Manning getest kon worden. Er waren echter geen metingen voorhanden, waarbij geen transport optrad en bovendien waren de waarden voor kleine transporten zo verspreid, dat het niet mogelijk was enige conclusies te trekken.

De correlatie tussen $\bar{I}/\Delta$ en $h.\bar{I}/\Delta.\bar{D}$ gaf voor enkele intervallen $h/\bar{D}$ grote spreidingen. Rottner schreef dit toe aan de onnauwkeurigheid van de verhangmetingen.

Met de relatie tussen $h.\bar{I}/\Delta.\bar{D}$ en $\bar{I}/\Delta$ of ($h/\bar{D}$ en $\bar{I}/\Delta$) was het mogelijk om de lijn, die de relatie voorstelt tussen $v/\sqrt{g\Delta h}$ en $G/\rho'.\sqrt{g\Delta h^3}$ voor konstante $h/\bar{D}$ onder te verdelen in waarden van $\bar{I}/\Delta$.

De zo verkregen formule is in fig. 2.2.2 grafisch uitgezet. In deze grafiek zijn de 4 parameters vertegenwoordigd.

In fig. 2.2.2A zijn dit de niet dimensieloze parameters :

$$\frac{v}{\sqrt{\Delta.h}}, \quad \frac{G}{\rho'\sqrt{\Delta.h^3}}, \quad \frac{I}{\Delta} \text{ en } \frac{h}{D}$$

In fig. 2.2.2B zijn dit de dimensieloze parameters :

$$\frac{v}{\sqrt{g.\Delta.h}}, \quad \frac{G}{\rho'\sqrt{g.\Delta.h^3}}, \quad \frac{I}{\Delta} \text{ en } \frac{h}{D}$$

2.3 Ackers en White (1973)

2.3.-1 Inleiding

De formule van Ackers en White is ontwikkeld voor de berekening van transport van bodemmateriaal. Zowel de bodem als de zwevende transporten (met uitzondering van het spoeltransport) zijn onderzocht. Het onderzoek is opgebouwd uit een theoretisch gedeelte en een toetsing hiervan. Het theoretisch gedeelte is onderverdeeld in een onderzoek naar het transport van grof en fijnkorrelig materiaal, die respectievelijk voor het bodem en zwevend transport zorgen.
De relaties verkregen uit het theoretische deel zijn getoetst met behulp van gootgegevens.

2.3.-2 Theoretisch Onderzoek

2.3.-2A Grofkorrelig materiaal

Onder grofkorrelig materiaal verstaan Ackers en White het materiaal, waarvan het transport hoofdzakelijk over de bodem plaatsvindt.
Voor het transport van dit materiaal wordt er van uitgegaan, dat de schuifspanning op het bodemmateriaal bepaald wordt door de snelheid vlak boven de bodem. Dus slechts de schuifspanning veroorzaakt door de korrels, werkt op dit materiaal.

dus $$\tau_{cg} \neq \rho g h I \qquad (2.3.1)$$

Waarin de index cg slaat op grof materiaal (coarse grain).
Er wordt uitgegaan van :

$$\frac{v}{v_{*cg}} = C_{cg}/\sqrt{g} = 32.\log\frac{\alpha.h}{D} \qquad (2.3.2)$$

waarin $$v_{*cg} = \sqrt{\frac{\tau_{cg}}{\rho}} \qquad (2.3.3)$$

zodat $$\sqrt{\frac{\tau_{cg}}{\rho}} = \frac{v}{C_{cg}/\sqrt{g}} = \frac{v}{\sqrt{32}.\log\frac{\alpha.h}{D}} \qquad (2.3.4)$$

Werkt de schuifspanning op een eenheids-oppervlakte met een laagdikte die gelijk is aan de korreldiameter D, dan is de weerstand tegen deze schuifspanning maximaal.

$$R = p.tg\varphi.G = p.tg\varphi.\rho.g.\Delta.D \qquad (2.3.5)$$

waarin φ : hoek van natuurlijk talud
p : pakking factor

Daar p en tgφ konstant zijn voor een bepaald soort sediment, kunnen deze ingevoerd worden als een konstante en wordt voorlopig weggelaten.

Nu wordt het "mobility number" (F_{cg}) ingevoerd en gedefinieerd als de verhouding tussen schuifspanning (τ_{cg}) en schuifweerstand (R).

$$F_{cg} = \frac{\tau_{cg}}{R} = \frac{v}{\sqrt{32.\Delta.D}} \cdot \frac{1}{\log\frac{\alpha.h}{D}} \qquad (2.3.6)$$

De waarde van F_{cg} waarbij begin van beweging optreedt is voor grofkorrelig materiaal geen functie van het Reynolds getal. Er zal transport optreden als een bepaalde kritieke waarde van F_{cg} overschreden wordt. Het rendement (efficiency) van het transport zal afhangen van de waarde van F_{cg} en is nul als F_{cg} kleiner is dan de kritieke waarde.

De nuttig verrichte arbeid, per eenheid van oppervlakte is :

$$W_r = W_b \frac{\Delta}{\Delta + 1} \cdot tg\,\varphi \qquad (2.3.7)$$

waarin W_b : het materiaaltransport droog gewogen (kg/s/m')
φ : hoek van dynamische wrijving

De stromings-energie die de korrelschuifspanning opwekt, is per eenheid van oppervlakte gegeven door $\tau_{cg}.v$.

Het rendement (E_{cg}) is nu gedefinieerd als het quotient van de nuttig verrichte arbeid en de totale arbeid. Zodat deze te schrijven is als :

$$E_{cg} = W_b \cdot \frac{\Delta}{\Delta + 1} \cdot \frac{32.\left(\log \frac{\alpha.h}{D}\right)^2}{v^3} \qquad (2.3.8)$$

$$\text{met} \quad W_b = X_b.\rho.g.v.h \qquad (2.3.9)$$

waarin X_b : het getransporteerde sediment, uitgedrukt als concentratie ($= \frac{\rho_s.g.T}{\rho.g.Q}$) $\left(\frac{\text{kg sed./s}}{\text{kg water/s}}\right)$

(2.3.9) ingevuld in (2.3.8) levert dan voor het rendement :

$$E_{cg} = 32.\frac{gh}{v^2} \cdot \frac{\Delta}{\Delta + 1} \cdot \left(\log \frac{\alpha.h}{D}\right)^2 .X_b \qquad (2.3.8A)$$

Voor grofkorrelig materiaal werd de volgende relatie tussen E_{cg} en F_{cg} verondersteld :

$$E_{cg} = f(F_{cg}) \qquad (2.3.10)$$

Om de variabelen te scheiden wordt gesteld :

$$G_{cg} = f(F_{cg}) \qquad (2.3.11)$$

$$\text{waarin} \quad G_{cg} = E_{cg}.F_{cg}^2 = \frac{X_b.h}{(\Delta + 1).D} \qquad (2.3.12)$$

2.3.-2B Reynoldsgetal betrokken op de korrel

Het Reynoldsgetal betrokken op de korrel bepaalt de grootte waarin de viskeuse krachten de beweging van de korrel beinvloeden.
Er kan geschreven worden :

$$Re_b = v_{*b} \cdot \frac{D}{\nu} = \frac{v.D}{\sqrt{32}.\left(\log \frac{\alpha.h}{D}\right).\nu} \qquad (2.3.13)$$

Het transport over het bed kan nu, in een algemenere vorm dan van vergelijking (2.3.11), geschreven worden als :

$$G_{gr} = f(F_{gr};Re_b) \qquad (2.3.14)$$

Dit is echter geen bruikbare relatie, daar F_{gr} en Re_b beiden evenredig zijn met $\frac{v}{\log \frac{\alpha.h}{D}}$. Bij een serie proeven met hetzelfde sediment zal zowel F_{gr} als Re_b varieren. Om dit te vermijden is een dimensieloze korreldiameter (D_{gr}) ingevoerd.

$$D_{gr} = Re_b^{2/3} . F_{gr}^{-2/3} = D.\left(\frac{g.\Delta}{\nu^2}\right)^{1/3} \qquad (2.3.15)$$

Bij konstante temperatuur en één soort sediment blijft D_{gr} konstant zodat nu :

$$G_{cg} = f(F_{gr};D_{gr}) \qquad (2.3.16)$$

2.3.2C Fijnkorrelig materiaal

Ackers en White gaan er van uit dat het fijnkorrelig materiaal voornamelijk in suspensie wordt getransporteerd. De turbulentie die de korrels in suspensie houdt is een functie van de totale schuifspanning op het bed, zodat

$$\tau_{fg} = \rho.g.h.I \qquad (2.3.17)$$

Waarin de index fg slaat op fijnkorrelig materiaal (fine grain)

De verrichte arbeid om het sediment in suspensie te houden is

$$X_s = \frac{\Delta}{\Delta + 1} . .g.h.w \qquad (2.3.18)$$

waarin w : valsnelheid (m/s)

Zodat het rendement nu is :

$$E_{fg} = X_s . \frac{\Delta}{\Delta + 1} . \frac{h.g.w}{v.v_{*fg}^2} \qquad (2.3.19)$$

waarin v_{*fg}: schuifspanningssnelheid ($=\sqrt{\frac{\tau_{fg}}{\rho}} = \sqrt{ghI}$)

Voor fijnkorrelig materiaal geldt de wet van Stokes, zodat

$$w = \frac{8.D^2.\Delta}{18.\nu} \qquad (2.3.20)$$

Als de konstante wordt weggelaten, dan is het rendement, met vergelijking (2.3.20), te schrijven als

$$E_{fg} = X_s . \frac{\Delta^2}{\Delta + 1} . \frac{h.g^2.D^2}{\nu.v.v_{*fg}^2} \qquad (2.3.21)$$

Het "mobility number" wordt nu gegeven door de verhouding tussen de schuifspanningssnelheid en de valsnelheid

$$F_{fg} = \frac{v_{*fg}.\nu}{g.\Delta.D^2} \qquad (2.3.22)$$

Voor fijnkorrelig sediment kan verwacht worden dat

$$E_{fg} = f(F_{fg}) \qquad (2.3.23)$$

Om nu g, Δ en ν uit de dimensieloze transport-parameter te elimineren, kan vergelijking (2.3.23) geschreven worden als :

$$E_{fg} = f(F_{fg};D_{gr}) \qquad (2.3.24)$$

Stel nu $G_{fg} = E_{fg}.F_{fg}^3.D_{gr}^3$ (2.3.25)

Dan $G_{fg} = \frac{X_s.h}{(\Delta+1).D} . \frac{v_{*fg}}{v}$ (2.3.26)

Wordt vergelijking (2.3.26) nu geschreven als

$$G_{fg} = f(F_{fg}D_{gr}^{3/2};D_{gr})$$

dan is een functie ontstaan, die analoog is aan die van vergelijking (2.3.14), welke geldt voor grofkorrelig sediment.

2.3.2D Samenvatting theoretisch onderzoek

Ackers en White komen dus tot de volgende relaties :

Grofkorrelig materiaal : $$\frac{X_b.h}{(\Delta+1).D} = f\left[\frac{v}{\sqrt{g.\Delta.D}} \cdot \frac{1}{\sqrt{32}\,.\log\frac{\alpha.h}{D}}\right] \qquad (\,2.3.27\,)$$

Fijnkorrelig materiaal : $$\frac{X_s.h}{(\Delta+1)D}\,\frac{v_{*fg}}{v} = f\left[\frac{v_{*fg}}{\sqrt{g.\Delta.D}}\,;\,D_{gr}\right] \qquad (\,2.3.28\,)$$

Een algemene relatie is nu te schrijven als :

$$G_{gr} = f(F_{gr};D_{gr}) \qquad (\,2.3.29\,)$$

waarin $$G_{gr} = \left(\frac{X.h}{(\Delta+1).D}\right).\left(\frac{v_*}{v}\right)^n \qquad (\,2.3.30\,)$$

$$F_{gr} = \left[\frac{v}{\sqrt{g.\Delta.D}}\,\frac{1}{\sqrt{32}\,.\log\frac{\alpha.h}{D}}\right]\left[\frac{v_*.\sqrt{32}\,.\log\frac{\alpha.h}{D}}{v}\right]^n \qquad (\,2.3.31\,)$$

$$D_{gr} = D\left[\frac{g.\Delta}{\nu^2}\right]^{1/3} \qquad (\,2.3.32\,)$$

Waarin $n = 0$ voor grofkorrelig materiaal en $n = 1$ voor fijnkorrelig materiaal.

2.3.3 Toetsing van de relatie

De relatie die getoetst moet worden is :

$$G_{gr} = f_1(F_{gr};D_{gr}) \qquad (2.3.33)$$

De definities van G_{gr} en F_{gr} hangen af van de parameter n. waarbij $n = f_2(D_{gr})$. Omdat Ackers en White de eenvoudigste relatie verwachtten voor het grofkorrelige materiaal, was deze relatie eerst getoetst.

- Bepaling van de konstante α.

Voor de bepaling van de konstante α, wordt de relatie $f(F_{cg}) = 0$ gebruikt, die optreedt bij begin van beweging. Vergelijking (2.3.6) is dan te schrijven als :

$$\frac{v}{\sqrt{32.g.\Delta.D}} = K.\log\frac{\alpha.h}{D} \qquad (2.3.34)$$

Om α en K te bepalen, zijn 200 metingen betreffende begin van beweging gebruikt. De korreldiameters van het sediment varieerden van 6,2 tot 28,1 mm. Het blijkt dat ondanks de grote spreiding, de beste benadering wordt gegeven voor $\alpha = 10$. K varieert van 0,19 tot 0,23. Volgens Ackers en White werd dit veroorzaakt door de variatie in korreldiameter (D). Er was echter geen duidelijke relatie tussen K en D.

- Transport van grofkorrelig sediment

De waarde van D_{gr} voor grofkorrelig sediment was nog niet gegeven. Ackers en White verwachtten dat een korreldiameter van 1 tot 2 mm hiervoor in aanmerking zou komen. Dit komt overeen met een waarde voor D_{gr} van 25 en 50 (voor zand in water met $t = 15^{o}C$, geldt $D_{gr} \approx 25D$). Om globaal de relatie tussen F_{gr} en G_{gr} te bepalen, zijn meetgegevens gebruikt met een korreldiameter van 1,35 mm. Daar de theorie slechts opgaat voor een kalm regime moeten de metingen voldoen aan de voorwaarde $Fr < 0,8$.

De gegevens zijn van Williams (1966). Fig 2.3.1 A geeft de relatie tussen F_{gr} en G_{gr} van deze meetgegevens. De kromme, die door de meetpunten getrokken is, nadert een limietwaarde (A) van F_{gr} en geeft de waarde voor begin van beweging aan. De relatie is door Ackers en White voorgesteld als een machtsfunctie. Voor de meetgegevens in fig. 2.3.1 is de relatie te schrijven als :

$$G_{gr} = 0{,}56(F_{gr} - A)^{1{,}5} \qquad (2.3.35)$$

met $A = 0{,}17$ (fig. 2.3.1 B)

- Transport van sediment, in het overgangs-gebied tussen grof en fijnkorrelig ("transition")

De resultaten, van meetseries met verschillende korreldiameters, wezen uit, dat zowel A als de exponent een functie van D_{gr} waren. Zodat de algemene relatie te schrijven was als :

$$G_{gr} = C_a(F_{gr}/A - 1)^m \qquad (2.3.36)$$

- Analyse van A, C_a, m en n.

De analyse van A, C_a, m en n is gebaseerd op de algemene vergelijking (2.3.36). Er is van uitgegaan dat deze parameters alleen varieren met de dimensieloze korreldiameter (D_{gr}). Voor de analyse zijn 925 meetgegevens gebruikt, 173 metingen waren uitgevoerd met sediment met een lage dichtheid. Ackers en White gebruiken de meetgegevens van : Williams (1966,1970), Laursen (1957), Mavis, et al. (1937), USWES (1935,1936), Murphy (1914), Brooks and Nomicos (1957), Stein (1965), Casey (1935), Barton and Lin (1955) en Haywood (1940). De relaties tussen A, C_a, m en n zijn verkregen, door voor elke set metingen, waarvoor D_{gr} een konstante waarde heeft, De bijpassende waarden van de parameters te vinden. De verkregen relaties tussen de parameters en D_{gr} zijn uitgezet in fig. 2.3.2.

Voor de relaties zijn de volgende uitdrukkingen gevonden :

Grofkorrelig materiaal : $D_{gr} > 60$

$$n = 0{,}00 \qquad (2.3.37)$$

$$A = 0{,}17 \qquad (2.3.38)$$

$$m = 1{,}50 \qquad (2.3.39)$$

$$C_a = 0{,}025 \qquad (2.3.40)$$

"Transition" materiaal : $1.0 < D_{gr} \leqslant 60$

$$n = 1{,}00 - 0{,}56 . \log D_{gr} \qquad (2.3.41)$$

$$A = \frac{0{,}23}{\sqrt{D_{gr}}} + 0{,}14 \qquad (2.3.42)$$

$$m = \frac{9{,}66}{D_{gr}} + 1{,}34 \qquad (2.3.43)$$

$$\log C_a = 2{,}86 . \log D_{gr} - (\log D_{gr})^2 - 3{,}53 \qquad (2.3.44)$$

2.3.4 Analyse van de resultaten.

Enige grootheden worden door Ackers en White nader geanaliseerd.

- De dimensieloze korreldiameter (D_{gr}), heeft voor het " transition" materiaal een bereik van 1 t/m 60. Bij een watertemperatuur van 15°C komt dit overeen met een korreldiameter (D) van 0,04 t/m 2,5 mm.
- Het materiaal waarvoor geldt, $D_{gr} < 1$ ($\sim D < 0{,}04$), is zo fijnkorrelig dat het transport bepaald wordt door de optredende cohesieve krachten. Daar deze cohesieve krachten niet in de theorie zijn ingebouwd, is het transport niet met de formule te berekenen.
- Begin van beweging treedt op, als $F_{gr} = A$.
- De variatie van m met D_{gr} is te zien in fig. 2.3.2D. Voor grof materiaal geldt m = 1,5. Wordt het materiaal fijner, dan wordt m groter. Het komt er dus op neer, dat voor fijnkorrelig sediment het transport zeer gevoelig is voor kleine veranderingen in de schuifspanning.
- Fig. 2.3.2C toont de relatie tussen C_a en D_{gr}. Hierin is duidelijk een grote afwijking van de meetpunten ten opzichte van de gevonden relatie te zien. Volgens Ackers en White komt dit door de invloed van de vorm van de korrels, de gradering van het sediment of een Froude getal

effect. Er moeten echter meer gegevens beschikbaar zijn, om een juiste conclusie te geven.

2.3.5 Toetsing van de formule op goot-en riviermetingen.

Om hun formule te toetsen, gebruiken Ackers en White meetgegevens, welke niet bij het onderzoek gebruikt zijn. Hiervoor is onderscheid gemaakt tussen goot- en riviermetingen.

- Gootmetingen

Ackers en White gebruiken een vijftal metingen van Crickmore (1967) Drie metingen hadden een D_{50} van 0,61 mm (D_{gr}= 14.1), twee metingen hadden een D_{50} van 0,18 mm (D_{gr}= 4,3). In het gemeten transport traden gemiddelde fouten op van -10% (D_{50}= 0,61 mm) en -11% (D_{50}= 0,18 mm). De maximum optredende fouten waren respectievelijk -33% en -177%. Zie serie 1[a] in tabel 2.3.1.

- Kleine rivieren

Een drietal drietal metingen, uitgevoerd in de rivier de Idle, zijn hiervoor gebruikt. Het korrelmateriaal had een D_{50} van 0,33 mm (D_{gr}= 8,0). In het gemeten transport trad een gemiddelde fout op van 10%. De maximale afwijkingen waren -8% en 35%. Zie serie 2[b] in tabel 2.3.1.

- Grote rivieren

Hiervoor zijn 5 metingen van de rivier de Paraguay gebruikt. Zowel suspensie als bodemtransport is gemeten. Het korrelmateriaal was zeer gegradeerd en had een D_{50} van 0,24 mm en een D_{35} van 0,20 mm. In dit geval is het transport berekend met zowel D_{50} als D_{35} als maatgevende korreldiameter. (zie serie 3[c] in tabel 2.3.1) Berekend met D_{50} zijn voor het transport de volgende resultaten verkregen. Een gemiddelde fout in het berekende transport van 7%. Eén meting gaf een zeer laag gemeten transport met een fout in de berekende waarde van 132%. Wordt deze meting weggelaten, dan wordt de gemiddelde fout -25%.

Berekend met D_{35} zijn voor het transport de volgende resultaten verkregen :Een gemiddelde fout in het berekende transport van 36%. Wordt de meting met de kleine transporten weggelaten, dan wordt deze gemiddelde fout -3%. Ackers en White concluderen hieruit, dat het transport, berekend met de D_{35} tot de beste resultaten leidt.

Sediment size, in milli-meters (1)	Depth, in meters (2)	Velocity, in meters per second (3)	Shear velocity, in meters per second (4)	Observed sediment concentra-tion, in parts per million (5)	Calculated sediment concentra-tion, in parts per million (6)	Percentage error (7)
(a) Series 1[a]						
0.61	0.181	0.426	0.0445	127	86	−33
0.61	0.189	0.450	0.0457	128	110	−14
0.61	0.187	0.468	0.0482	124	145	17
0.19	0.131	0.360	0.0430	147	241	64
0.19	0.415	0.448	0.0454	47	130	177
(b) Series 2[b]						
0.33	0.518	0.335	0.0411	14	13	−8
0.33	0.853	0.457	0.0546	42	44	4
0.33	1.280	0.610	0.0762	81	109	35
(c) Series 3[c]						
0.24*	5.530	0.526	0.0411	2	4	132
0.24*	7.360	0.695	0.0491	8	12	48
0.24*	11.521	0.871	0.0610	40	22	−45
0.24*	8.140	0.616	0.0415	11	5	−56
0.24*	7.170	0.630	0.0445	14	8	−46
0.20**	5.530	0.526	0.0411	2	6	191
0.20**	7.360	0.695	0.0491	8	15	91
0.20**	11.521	0.871	0.0610	40	30	−24
0.20**	8.140	0.616	0.0415	11	6	−45
0.20**	7.170	0.630	0.0445	14	10	−32

[a] Independent flume data, closely graded sediment.
[b] Field data for a small sand river, closely graded sediment.
[c] Field data for a very large sand river, widely graded sediment (* = D_{50} size of bed sample; ** = D_{35} size of bed sample).
Note: Concentrations have been rounded off to 1 ppm; percentage errors were computed before rounding.

Tabel 2.3.1

2.3.6 Conclusies

Ackers en White geven de volgende conclusie :

- Er is een nieuwe sedimenttransport formule ontwikkeld, uitgedrukt in drie parameters:
  - Dimensieloze korreldiameter D_{gr}
  - "Mobility" F_{gr}
  - Transportparameter G_{gr}

De formule is gebaseerd op ongeveer 1000 gootmetingen, met uniform of vrijwel uniform sediment en een waterhoogte tot maximaal 0,4 m

- De formule is te gebruiken voor omstandigheden waarvoor geldt : $D_{gr} > 1$, ofwel $D > 0,04$ mm.
- Het transport van fijnkorrelig sediment is het beste gerelateerd aan de totale schuifspanning,werkende op de bodem. Het transport van grofkorrelig sediment is het beste gerelateerd aan de netto schuifspanning, wat er op neer komt, dat de gemiddelde snelheid de belangrijkste variabele is.
- De formule heeft een "transition" exponent n, welke de verandering van de relatie met de gemiddelde snelheid en de schuifspanning aangeeft.
- Het "transition" sediment is gekarakteriseerd tussen $D_{gr} \doteq 1$ en $D_{gr} = 60$. In water met een temperatuur van $15^{\circ}C$, komt dit neer op een D_{50} tussen 0,04 en 2,5 mm. Voor grofkorrelig sediment geldt : $D_{gr} > 60$ ($D > 2,5$). Voor fijnkorrelig sediment geldt : $D_{gr} < 1$ ($D < 0,04$). Dit fijnkorrelig sediment zal over het algemeen cohesief zijn, zodat de transporten niet met de formule te berekenen zijn.
- De formule is gebaseerd op sedimenttransport metingen, waarbij verschillende beddingvormen optraden. Het criterium voor begin van beweging komt redelijk overeen met wat reeds eerder door onderzoekers gevonden was.
- De metingen met een klein soortelijk gewicht vertonen een grote overeenkomst met die van zand.
- Vergelijking met prototype gegevens wijst uit dat de formule een practische waarde heeft. Het effect van gegradeerd sediment en van niet stationaire omstandigheden moet echter nog onderzocht worden.

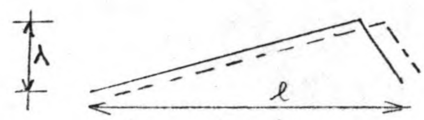
- De gebruikte meetgegevens zijn geselecteerd op een Froude getal, welke kleiner is dan 0,8. Deze bovengrens is, volgens Ackers en White, echter niet noodzakelijk. Het bleek dat de formule niet gevoelig was voor de beddingvorm, en zowel toepasbaar is voor een vlak bed, als een bed bestaande uit ribbels en duinen.

2.4 Engelund en Hansen (1967)

2.4.-1 Ontwikkeling van de formule

Voor de ontwikkeling van hun formule, gaan Engelund en Hansen uit van een eenvoudig transportmechanisme. Is de bedding opgebouwd uit duinen, dan zullen de korrels aan de bovenstroomse zijde van de duin gaan eroderen, benedenstrooms van de duin zal aanzanding plaatsvinden (zie schetsje).

Over de duinlengte wordt het sediment verplaatst over een hoogte, welke overeenkomt met de duinhoogte λ.



Dit proces kan grof beschreven worden met een eenvoudige energiebeschouwing. De energie (per eenheid van breedte), welke nodig is, om het sediment van het dal naar de top van de duin te vervoeren, is te schrijven als :

$$(\rho_s-\rho).g.T.\lambda \qquad (2.4.1)$$

waarin
- ρ_s : dichtheid van het sediment (kg/m^3)
- ρ : dichtheid water (kg/m^3)
- g : versnelling van de zwaartekracht (m/s^2)
- T : sedimenttransport in volume (zonder poriën) per eenheid van breedte (m^2/s)
- λ : duinhoogte (m)

Deze opgewekte potentiële energie moet volgens Engelund en Hansen, voor een zelfde tijdsinterval gelijk zijn aan de energie, verricht door de sleepkracht, uitgeoefend op de bewegende korrels. De schuifspanning, welke wordt overgedragen op de bewegende korrels, wordt geschreven als :

$$\tau'-\tau_c \qquad (2.4.2)$$

waarin
- τ' : de totale schuifspanning op de korrels (N/m^2)
- τ_c : de schuifspanning die optreedt bij begin van beweging (N/m^2)

In eerste instantie gaan Engelund en Hansen ervan uit, dat de gemiddelde snelheid van de korrels evenredig is met de totale schuifspanningssnelheid v_*, werkend op het bed. De energiebalans is dan (per eenheid van breedte) te schrijven als :

$$(\rho_s - \rho).g.T.\lambda = \alpha.(\tau' - \tau_c).l.v_* \qquad (2.4.3)$$

waarin α: dimensieloze coëfficiënt

l: duinlengte

Deze vergelijking wordt nu geschreven als :

$$f.T.\left(\frac{\lambda}{f.l}\right) = \alpha.\frac{\tau' - \tau_c}{(\rho_s - \rho).g.D}.v_*.D \qquad (2.4.4)$$

waarin f : Darcy-Weisbach ruwheidsfactor (-)

D : korreldiameter (m)

De volgende parameters worden nu gedefinieerd :

$$\theta = \frac{\tau}{\rho.g.\Delta.D} = \frac{v_*^2}{g.\Delta.D} \qquad (2.4.5)$$

$$\theta' = \frac{\tau'}{\rho.g.\Delta.D} \qquad (2.4.6)$$

$$\theta_c = \frac{\tau_c}{\rho.g.\Delta.D} \qquad (2.4.7)$$

Vergelijking (2.4.4) is dan te schrijven als :

$$f.T.\left(\frac{\lambda}{f.l}\right) = \alpha.(\theta' - \theta_c).\sqrt{\theta}.\sqrt{g.\Delta.D^3} \qquad (2.4.8)$$

Engelund en Hansen stellen dat $\theta_c = 0,06$. Dit komt overeen met de waarde welke uit de Shields grafiek volgt, voor begin van beweging, met als voorwaarde : $\frac{v_*.D}{\nu} > 600$ (of $11,6.\frac{D}{\delta} > 600$) en geldt dus alleen als de turbulentie geheel ontwikkeld is.

Vergelijking (2.4.8) is nu te schrijven als :

$$f.T.\left(\frac{\lambda}{f.l}\right) = \alpha.(\theta' - 0,06).\sqrt{\theta}.\sqrt{g.\Delta.D^3} \qquad (2.4.9)$$

Er wordt een dimensieloze transportparameter gedefiniëerd als : $\Phi = T/\sqrt{g.\Delta.D^3}$. De factor $\lambda/f.l$ blijkt onder verschillende omstandigheden weinig te variëren, zodat de algemene relatie van vergelijking (2.4.9) te schrijven is als :

$$f.\Phi \sim (\theta' - 0{,}06).\sqrt{\theta} \qquad (\ 2.4.10\ )$$

Er is gezocht naar een relatie tussen θ en θ', ofwel een relatie tussen de totale op het bed werkende schuifspanning en de op de korrels werkende schuifspanning. Deze relatie is geheel empirisch gevonden. Hiervoor zijn metingen gebruikt, verricht door Guy, Simons en Richardson. De metingen zijn verricht met uniform verdeeld korrelmateriaal, met diameters van 0,19, 0,27, 0,45 en 0,93 mm. Deze metingen zijn eveneens opgenomen in de verzameling van Cooper en Peterson, (1969). Voor de metingen, waarbij de bodem bestond uit ribbels en duinen, gold de relatie : $\theta' - 0{,}06 = 0{,}4.\theta^2$ (fig. 2.4.1).
Vergelijking (2.4.9) is dus te schrijven als :

$$f.\Phi \sim \theta^{5/2} \qquad (\ 2.4.11\ )$$

De geldigheid van de formule van dit type is getest, door een vergelijking met de metingen van Guy, Simons en Richardson (fig. 2.4.2). Bij de metingen waren beddingvormen waargenomen als duinen, antiduinen en "chutes and pools". De rechte lijn in fig. 2.4.2 correspondeert met :

$$f.\Phi = 0{,}1.\theta^{5/2} \qquad (\ 2.4.12\ )$$

Volgens Engelund en Hansen is het beter om aan te nemen, dat de gemiddelde snelheid van de korrels evenredig is aan de schuifspanningssnelheid v'_* werkende op de korrels, er geldt dus $v'_* = \sqrt{\frac{\tau'}{\rho}}$. In dit geval is vergelijking (2.4.3) te schrijven als :

$$(\rho_s - \rho).g.T.\lambda = \alpha.(\tau' - \tau_c).l.v'_* \qquad (\ 2.4.13\ )$$

Zodat vergelijking (2.4.11) nu wordt :

$$f.\Phi \sim (\Theta' - 0,06).\sqrt{\Theta'} \qquad (2.4.14)$$

Of met $\Theta' - 0,06 = 0,4.\Theta^2$:

$$f.\Phi \sim \Theta^2.\sqrt{\Theta^2 + 0,15} \qquad (2.4.15)$$

De gestippelde lijn in figuur 2.4.2 correspondeert met :

$$f.\Phi = 0,077.\Theta^2.\sqrt{\Theta^2 + 0,15} \qquad (2.4.16)$$

Voor kleine waarde van Θ (bodemtransport) nadert deze vergelijking tot :

$$f.\Phi \sim \Theta^2$$

terwijl voor grote waarden van Θ (suspensietransport) deze vergelijking nadert tot :

$$f.\Phi \sim \Theta^3$$

Engelund en Hansen stellen dat zowel vergelijking (2.4.12) als (2.4.16) een goede representatie van het transport geven.

2.4.-2 Conclusies

Tenslotte geven Engelund en Hansen enige conclusies.

- Voor sediment met een weinig gegradeerde korrelsamenstelling en een D_{50} varierend van 0,15 tot 0,93 mm, zijn geen grote afwijkingen op de theorie gevonden.
- Het transport van zeer gegradeerd sediment, waarvan de fijnkorrelige fractie zeer groot is, is over het algemeen niet goed te berekenen. Het berekende transport is over het algemeen veel kleiner dan het optredende transport.
- Men moet voorzichtig zijn voor sediment waarvoor geldt $D < 0,15$ mm. Een hoge graad van suspensie kan de snelheidsverdeling verstoren, zodat de theorie niet meer opgaat.

HOOFDSTUK 3

NADER ONDERZOEK VAN DE FORMULE VAN MEYER PETER EN MÜLLER

3.1 Inleiding

De formule van Meyer Peter en Müller is gebaseerd op bodemtransport van grofkorrelig sediment. In de praktijk blijkt, dat de formule onder deze omstandigheden inderdaad goede resultaten geeft. Er is echter niet bekend onder welke nauwkeurig omschreven omstandigheden de formule toepasbaar is en betere oplossingen geeft dan andere formules. Dit was aanleiding voor de vakgroep Rivier en Verkeerswaterbouwkunde om een onderzoek in te stellen naar de geldigheid van de formule.
Dit onderzoek had tot doel:
1. De geldigheid van de formule van M.P.M. nauwkeurig afbakenen.
2. Eventueel de formule te modificeren, door aanpassing van de konstanten, zodat een groter geldigheidsgebied bereikt wordt.

Dit onderzoek was mogelijk, omdat een groot aantal meetgegevens, verzameld door Cooper en Peterson (1969 en 1970) beschikbaar waren. Dit pakket meetgegevens betreft alleen gootmetingen.
Het onderzoek is gestart door Nijdam (1973), Kerssens (1974) heeft het voortgezet, waarna de schrijver met behulp van de rapporten van Nijdam en Kerssens het onderzoek beëindigd heeft.
Om een totaal beeld te geven van het onderzoek zijn ook de resultaten van Nijdam en Kerssens in het rapport vermeld.

Er is uitgegaan van de volgende, door M.P.M. gehanteerde formule:

$$Y^{-1} = A + B.X^{\alpha} \qquad (3.1)$$

waarin

$$Y^{-1} = \frac{\mu . R_b . I}{\Delta . \bar{D}}$$

$$X = \frac{T}{\sqrt{g.\Delta.\bar{D}^3}}$$

$$\mu = (C/C')^{3/2}$$

A : konstante, volgens M.P.M. = 0,047

B : konstante, volgens M.P.M. = 0,25

α : konstante, volgens M.P.M. = 2/3

In paragraaf 3.2 is het totale pakket aan waarnemingen onderzocht. De waarnemingen zijn uitgezet in fig. 3.1, waarbij $X^{2/3}$ als functie van Y^{-1} is uitgezet. (Kerssens, 1974). De formule van M.P.M. is in deze figuur uitgezet. Hieruit blijkt, dat M.P.M. geen goede representatie geeft van het totale pakket van waarnemingen. Bovendien is het niet mogelijk om alleen met deze parameters M.P.M. af te bakenen. Er is een poging gedaan om M.P.M. zodanig te modificeren, dat een formule ontstaat, die representatief is voor het gehele pakket aan waarnemingen. Dit is gedaan met een regressieanalyse, waarin de konstanten A en B door middel van een kleinste kwadratenmethode berekend zijn. Voor de regressieanalyse kan verwezen worden naar het rapport van Nijdam (1973).
Deze regressieanalyse is in eerste instantie uitgevoerd voor $\alpha = 2/3$ (Kerssens met programma van Nijdam).
De verkregen regressielijn bleek geen juiste representatie te geven. De lijn is geheel bepaald door enkele zeer grote X en Y^{-1} parameters. Deze punten waren afkomstig van zeer fijnkorrelig sediment. ($D_{50} < 0,04$ mm.). Uit fig. 3.1 bleek, dat voor grote transporten (A te verwaarlozen) $\alpha = 1/2$ tot een betere oplossing zou leiden.
De regressieanalyse is nogmaals uitgevoerd met $\alpha = 1/2$.
Bij de huidige studie is het fijnkorrelig materiaal ($D_{50} < 0,1$ mm.) uit het pakket gelaten. Ook deze regressielijn gaf geen goede representatie. Enkele grote waarden van X en Y^{-1} bleven een overwegende invloed houden. Daar het toch mogelijk moest zijn om een passende regressielijn te vinden met $\alpha = 1/2$ is deze met de hand berekend. Hiervoor zijn twee punten bepaald waar de lijn door heen moest, een punt voor een kleine waarde X en een punt voor een grote waarde X. Op deze manier is het mogelijk de konstanten te bepalen. De zo gevonden formule bleek inderdaad een goede representatie te geven voor het gehele bereik van waarnemingen. Een goede formule was echter nog niet verkregen. Er kwamen nog altijd grote afwijkingen voor.

In paragraaf 3.3 is gezocht naar een tweede parameter, die zijn invloed heeft op het transport. Deze is gevonden in de D_{50}.
De meetgegevens zijn ingedeeld naar klassen D_{50} (Nijdam). Voor iedere klasse zijn de regressiekonsatanten A en B bepaald, waarbij $\alpha = 2/3$. (Kerssens). Nu is het mogelijk deze konstanten (die nu een functie van D_{50} zijn) te vergelijken met die van M.P.M.
De konstanten komen overeen als M.P.M. voldoet over het gehele gebied in korrelklasse. Daar voor kleine korreldiameters afwijkende waarden voorkwamen, is een controle op de resultaten uitgevoerd.
Deze controle is grafisch uitgevoerd. Voor iedere korrelklasse is X als functie van Y uitgezet. De meetpunten, de regressielijnen en de lijn van M.P.M. zijn hier uitgezet. Hieruit bleek dat M.P.M. voldeed voor voornamelijk bodemtransport van zowel grof- als fijnkorrelig materiaal. De gevonden regressielijnen bleken een geheel ander geldigheidsgebied te hebben dan de lijn van M.P.M., vooral zwevende transporten werden door de gevonden regressielijnen beter beschreven terwijl M.P.M. over het algemeen voor bodemtransporten goed voldeed. Met behulp van de grafieken was het mogelijk om M.P.M. af te bakenen. Er konden grenzen gesteld worden aan de toepasbaarheid van de formule door middel van de parameters Y^{-1} en D_{50}. Om nu een goede representatie van de meetpunten te verkrijgen is ook hier de exponent α onderzocht. Het bleek, dat bij fijnkorrelig materiaal $\alpha = 1/2$ beter voldeed dan $\alpha = 2/3$. Bij grofkorrelig materiaal bleek het transport minder gevoelig te zijn voor α . Dit kwam, omdat in dit gebied geen grote transport- en stroomparameters voorkwamen, wat dus een beperking gaf. De konstanten zijn weer met behulp van de regressieanalyse berekend en de resultaten zijn in fig. 3.21 en 3.22 gezet. Hieruit bleek, dat op deze manier een goede representatie verkregen was van de meetpunten.

3.2 Onderzoek relatie tussen X en Y met alle waarnemingen

Daar volgens M.P.M. het transport bepaald wordt door de parameters $Y^{-1}(=\mu hI/\Delta D)$ en $X\,(=T/\sqrt{g\Delta D}\,)$, waarbij een lineair verband tussen Y en $X^{2/3}$ bestaat is allereerst de relatie tussen deze twee parameters onderzocht. Op deze wijze konden de volgende vragen worden beantwoord :

1. Is het mogelijk om de formule van M.P.M. af te bakenen met slechts de parameters X en Y ?
2. Blijkt M.P.M. niet representatief te zijn voor het totaal aan waarnemingen, dan wordt de mogelijkheid onderzocht M.P.M. zodanig te modificeren dat dit wel het geval is.

Onder modificeren wordt hier verstaan : het aanpassen van de konstanten A, B en α in de formule $Y^{-1}= A + B.X^{\alpha}$

De meetgegevens zijn met behulp van een plotprogramma (Kerssens) uitgezet in figuur 3.1. Hierin zijn zowel de Y^{-1} als de $X^{2/3}$ op logaritmische schaal uitgezet. In deze grafiek is te zien, dat er zeker een samenhang bestaat tussen deze twee parameters. De spreiding is echter over het algemeen groot, zodat gesteld kan worden dat er geen sprake is van een goede relatie. Opvallend is, dat enkele meetpunten geheel afwijken, hier treden zeer grote transporten op. Het betreft hier sediment met een zeer kleine korreldiameter (D_{50}= 0,012, 0,04 mm.) Bij de overige metingen is gebruik gemaakt van sediment met $D_{50} > 0{,}1$ mm. Daar een goede relatie bestaat voor dit fijnkorrelig materiaal, mag men niet zonder meer stellen, dat deze metingen fout zijn. Het grote verschil kan eerder toegeschreven worden aan het verschil in korreldiameter. Hieruit blijkt, dat zeker voor veel (zwevend) transport van fijnkorrelig materiaal de korreldiameter het transport beinvloedt, zodat verondersteld kan worden, dat deze of niet goed in de parameters zit verwerkt ofwel dat deze als derde parameter ingevoerd moet worden.

In fig. 3.1 is eveneens de formule van M.P.M. uitgezet. Duidelijk is te zien, dat de lijn te hoog in de grafiek ligt. Dit betekent, dat over het algemeen X berekend, kleiner is dan X gemeten, zodat het berekende sedimenttransport te klein is. Een geldigheidsgebied is met de parameters X en Y^{-1} niet aan te geven. Een derde parameter, bijvoorbeeld de D_{50} zou ingevoerd moeten worden.

Er is een poging gedaan om M.P.M. dusdanig te modificeren, dat deze vergelijking representatief is voor het gehele gebied. Kerssens heeft dit gedaan door de konstanten A en B met behulp van een regressieanalyse te bepalen. De macht van X blijft in dit geval 2/3. Voor deze regressieanalyse is gebruik gemaakt van alle waarnemingen.
Het resultaat was als volgt :
Kerssens : $Y^{-1} = 0,185 + 0,00331.X^{2/3}$ tegen
M.P.M. : $Y^{-1} = 0,047 + 0,25.X^{2/3}$
Een eerste conclusie zou zijn, dat de lijn van Kerssens fout is. Dit is echter niet het geval. Deze lijn is uitgezet in fig. 3.1. Duidelijk is te zien, dat de lijn geheel bepaald wordt door de grote waarden Y^{-1} en X, die afkomstig zijn van het zeer fijnkorrelig materiaal. De oorzaak hiervan is te vinden in de regressieanalyse. De regressielijn is bepaald met de methode van de kleinste kwadraten. Deze methode heeft echter enige nadelen, te weten :

1. Grote waarden van X en Y^{-1} hebben veel invloed op de regressielijn. (zij tellen kwadratisch mee).
2. Is een bepaald deel van de puntenwolk vertegenwoordigd met veel punten, dan zal dit deel de lijn naar zich toe trekken.

Een tweede alternatief om M.P.M. te modificeren is een verandering van de macht α van X. Voor grote waarden van X en Y^{-1} is A te verwaarlozen. Daar $X^{2/3}$ en Y^{-1} op logaritmische schaal zijn uitgezet is α voor grote waarden van X en Y^{-1} de richtingscoefficiënt van de lijn. Uit de meetpunten blijkt, dat wanneer $\alpha = 1/2$ grote transporten goed beschreven worden. Met behulp van een regressieanalyse zijn de konstanten A en B berekend. Hierbij zijn de metingen, waarbij $D_{50} < 0,10$ mm. buiten beschouwing gelaten.
Het resultaat hiervan is :

$$Y^{-1} = 0,072 + 0,10.X^{1/2}$$

Ondanks het feit, dat de afwijkende meetpunten niet meegenomen zijn is nog geen bevredigend resultaat bereikt. In dit geval zijn het toch weer de grote waarden van de parameters, die de regressielijn naar zich toe trekken, zodat voor de kleinere waarden geen juist beeld ontstaat. Deze relatie is daarom niet opgenomen in fig.3.1.

Daar het toch mogelijk moet zijn om een goede representatie te geven voor de meetpunten is afgestapt van de regressieanalyse. Er is geheel subjectief een lijn bepaald, uitgegaan van : $Y^{-1} = A + B.X^{1/2}$.
Om A en B te berekenen is gesteld, dat de lijn door twee punten moest gaan, één punt welke representatief is voor kleine transporten en één welke representatief is voor grote transporten. Bij het gebruik van het goede type formule is er in het tussenliggende gebied een goede aansluiting met de metingen.
De punten zijn als volgt (subjectief) gekozen :

1. $X = 10^{-4}$ $\qquad Y^{-1} = 0,03$
2. $X = 31,6$ $\qquad Y^{-1} = 0,87$

Deze waarden ingevuld in de formule levert :

$A = 0,03$

$B = 0,15$

zodat de formule nu luidt : $Y^{-1} = 0,03 + 0,15.X^{1/2}$
Deze lijn is uitgezet in fig. 3.1 en blijkt inderdaad een goede representatie te geven voor het totaal aan waarnemingen.

De volgende conclusies kunnen nu gemaakt worden :

1. Er is een goede relatie tussen X en Y.
2. Er kan verwacht worden, dat de korreldiameter invloed uitoefent op het transport.
3. Een geldigheidsgebied voor de formule van M.P.M. is met slechts X en Y niet aan te geven. Een derde parameter (D_{50}) zal er bij betrokken moeten worden.
4. Modificatie van M.P.M. met behulp van een regressieanalyse geeft een onwerkelijk beeld van de metingen.
5. Wil men toch gebruik maken van een 2 parameter formule in de vorm van M.P.M., dan wordt voorgesteld : $Y^{-1} = 0,03 + 0,15.X^{1/2}$ waarbij $D_{50} > 0,1$ mm. Men moet echter wel rekening houden met fouten in het berekende transport tot een factor 100.

3.3 <u>Onderzoek naar de relatie tussen X en Y onderverdeeld naar D_{50}</u>

Uit het voorgaande is duidelijk, dat het niet mogelijk is om het transportmechanisme te beschrijven met slechts de parameters X en Y gedefinieërd door M.P.M.. Het is bovendien niet mogelijk om een gebied af te bakenen, waarin M.P.M. goede resultaten geeft. Om deze reden is gezocht naar een derde parameter, die met X en Y het transport bepaalt. Voor deze parameter is de D_{50} gekozen, om de volgende reden :

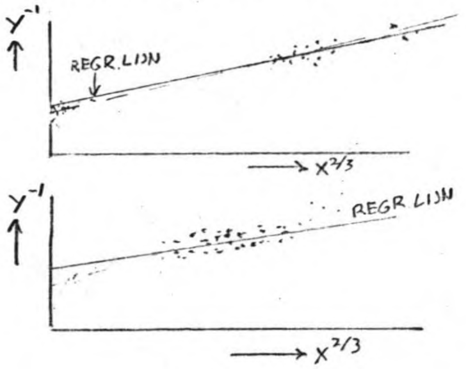
- De formule van M.P.M. is geijkt voor grofkorrelig materiaal ($D_{50} > 0,5$ mm.) en overwegend bodemtransport. In de praktijk blijkt M.P.M. inderdaad voor die omstandigheden goed toepasbaar te zijn. Met de D_{50} als parameter is nu de invloed hiervan op het transport voor het gehele bereik van korreldiameters te onderzoeken.
- Het blijkt, dat de relatie tussen X en Y voor zeer fijnkorrelig materiaal anders is dan voor fijn- en grofkorrelig materiaal.

De meetgevens zijn onderverdeeld naar D_{50} (Nijdam). Voor iedere korrelklasse zijn de regressiekonstanten A en B (uit $Y^{-1} = A + B.X^{2/3}$) berekend. (Kerssens). Voor deze regressieanalyse zijn alle bruikbare waarnemingen per korrelklasse gebruikt. De resultaten zijn in fig. 3.2 tot en met fig. 3.17 weergegeven. Hierin is voor iedere korrelklasse een grafiek gemaakt met $X^{2/3}$ als functie van Y^{-1}. De meetpunten zijn weergegeven als driehoekjes. Zowel de formule van M.P.M. (getrokken lijn) als de nieuw verkregen formules (gestreepte lijn) zijn in de grafiek uitgezet. Zo is het mogelijk om :

- De berekende konstanten A en B te vergelijken met die van M.P.M.
- Een kontrole op de regressieanalyse uit te voeren. Deze kontrole is zeker gewenst, omdat de gebruikte methode van de regressieanalyse niet altijd tot representatieve resultaten kan leiden.
- Met de berekende A en B (die nu een functie van D_{50} zijn) een gemodificeerde vergelijking van M.P.M. te krijgen, waarvan een grotere nauwkeurigheid verwacht kan worden.

Enige aantekeningen betreffende de regressieanalyse zijn hier op zijn plaats.

Zoals reeds in par. 3.2 is vermeld, geeft de regressieanalyse de volgende problemen:



1. Grote waarden van de parameters trekken de regressielijn teveel naar zich toe.

2. Gebieden met een onevenredig groot aantal metingen, beinvloeden de regressielijn sterk.

In die korrelintervallen, waarbij de parameters X en Y grote waarden aannemen, zal met de regressieanalyse dus een formule worden verkregen, welke juist goed voldoet voor deze grote waarden. Er kan verwacht worden, dat M.P.M. juist voor kleine waarden van de parameters (voornamelijk bodemtransport) goed voldoet. In dit geval is het dus niet mogelijk om aan de hand van een vergelijking van de berekende konstanten A en B met de konstanten van M.P.M. een uitspraak te doen over de geldigheid van M.P.M. Slechts onder die omstandigheden waarbij M.P.M. over het gehele bereik van de metingen goede resultaten geeft, is het mogelijk om de regressielijn te vergelijken met M.P.M. Allereerst zijn de regressiekonstanten A en B (uit $Y^{-1} = A + B.X^{2/3}$) berekend. De waarden hiervan zijn weergegeven in tabel 3.1 tezamen met de variantie en de standaardafwijking.
De I-kolom geeft het aantal metingen per klasse. Om een overzichtelijk beeld te krijgen van de relaties A-D_{50} en B-D_{50} zijn in de figuren 3.18 en 3.19 de konstanten A en B uitgezet als functie van D_{50}.

Wat betreft de relatie A-D_{50} is het volgende te zeggen :

1. A is berekend met behulp van alle waarnemingen per korrelklasse. Deze waarde is dus niet berekend met metingen betreffende begin van beweging. Zowel grote als kleine waarden van de parameters X en Y hebben hun invloed op A. Er kan dus niet gesteld worden, dat A een maat is voor begin van beweging, wat oorspronkelijk uit de formule volgt (n.l. als X = 0, dan Y = A). A kan hier echter als randvoorwaarde gezien worden om het kleine transport te beschrijven. Opvallend is echter, dat A aardig de Shields- kromme volgt.

2. De standaardafwijking σ_A blijkt omgekeerd evenredig te zijn met de korreldiameter. Kleine korreldiameters geven grote standaardafwijkingen, terwijl grote korreldiameters een kleine standaardafwijking geven.
3. Voor grote D_{50} nadert de waarde van A die van M.P.M. (=0,047)
Voor $D_{50} > 0{,}5$mm. kan van een goede relatie sprake zijn.
4. Bij enkele korrelklassen blijkt de term A sterk af te wijken van de omliggende waarden. Dit is vooral in de korrelklasse D_{50} = 0,3-0,4 0,5-0,6 en 1,6-2

int.	D_{50} (mm)	A	B	$\sigma_A^2 .10^6$	$\sigma_B^2 .10^6$	$\sigma_A .10^3$	$\sigma_B .10^3$	I
1	<0,1	0,354	0,00246	1510	0,0149	38,8	0,122	33
2	0,1-0,2	0,171	0,0228	126	0,930	11,2	0,964	163
3	0,2-0,3	0,114	0,0344	160	2,12	12,6	1,48	85
4	0,3-0,4	0,165	0,0496	45	1,42	6,71	2,59	580
5	0,4-0,5	0,0561	0,0982	4,36	1,35	2,09	1,44	529
6	0,5-0,6	0,191	0,0575	55,1	3,60	7,42	2,72	382
7	0,6-0,8	0,0493	0,123	2,32	1,32	1,52	1,15	257
8	0,8-1,0	0,0395	0,138	1,39	2,92	1,18	1,71	315
9	1,0-1,2	0,0344	0,180	0,735	68,9	0,86	8,3	78
10	1,2-1,6	0,0312	0,251	8,52	430	2,92	20,7	91
11	1,6-2,0	0,0747	0,00473	21,6	91,0	4,65	9,54	52
12	2,0-2,6	0,0354	0,183	0,635	166	0,80	12,9	48
13	2,6-3,9	0,0446	0,181	2,50	63,2	1,58	7,95	69
14	3,9-5,5	0,0441	0,189	1,74	34,7	1,32	5,89	129
15	5,5-8,0	0,0424	0,214	1,90	64,8	1,38	8,05	42
16	>8,0	0,0469	0,267	2,32	247	1,52	15,7	34

Tabel 3.1 Regressiekonstanten volgens $Y^{-1} = A + B.X^{2/3}$

Wat betreft de relatie B- D_{50} is het volgende te zeggen :

- De relatie B-D_{50} geeft een verward beeld.
  Grofweg volgen de punten een S kromme.
- De standaardafwijking blijkt hier evenredig te zijn met de D_{50}.
- Voor grote D_{50} ligt de waarde van B in de buurt van M.P.M. (0,25).
- Ondanks het verwarde beeld is toch te zien, dat bij enkele korrelklassen (dezelfde als bij de relatie A-D_{50}) de B sterk afwijkt.

Een uitspraak over de geldigheid van M.P.M.is nog niet mogelijk. Wat betreft de A is M.P.M. geldig voor $D_{50} > 0,5$ mm, wat betreft B is dit echter niet te zeggen. Bovendien blijven nog de volgende vragen :

1. Hoe sluiten de regressielijnen aan bij de meetpunten ?
2. Hoe sluit M.P.M. aan bij de meetpunten ?
3. Wat is de oorzaak van het verloop van de standaardafwijkingen van A en B ?
4. Wat is de oorzaak van de uitschieters van A en B voor de bovengenoemde intervallen ?
5. Is het mogelijk de berekende regressiekonstanten met die van M.P.M. te vergelijken ?

Om deze vragen op te lossen is een grafische weergave van de metingen gegeven. Zie hiervoor de figuren 3.2 tot en met 3.17. In deze figuren is voor iedere korrelklasse de $X^{2/3}$ tegen de Y op logaritmische schaal uitgezet. De driehoekjes in de figuren zijn de berekende waarden uit de metingen. Zowel M.P.M. als de berekende regressielijnen zijn in de grafiek uitgezet.

In deze grafieken is het volgende te zien :

- Wordt het bereik van de meetpunten van het grof en het fijnkorrelig materiaal met elkaar vergeleken, dan zijn twee verschillen te zien.
  Voor grofkorrelig materiaal geldt t.o.v. het fijnkorrelig materiaal dat :
  - Het gebied waarin gemeten is, kleiner is.
  - De waarden van de parameters $X^{2/3}$ en Y^{-1} gemiddeld kleiner zijn.

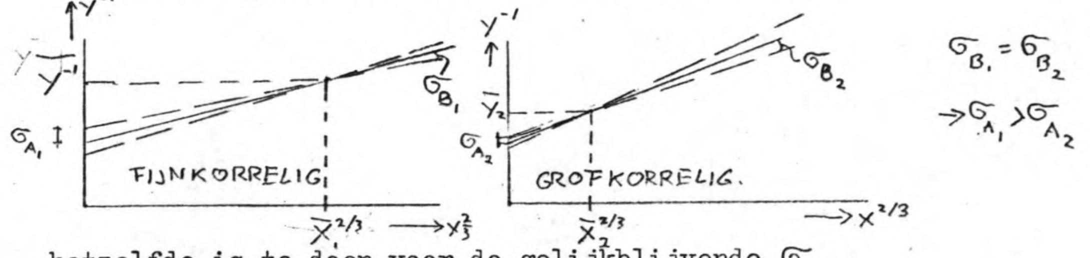
  Globaal kan worden gesteld, dat voor kleine D_{50} de waarde van $X^{2/3}$ van de meetpunten varieert van 10^{-2} tot 10^{2} en voor grote D_{50} varieert van 10^{-3} tot 10^{0}.

- Daar de berekende regressielijnen vooral bepaald worden door grote waarden van de parameters $X^{2/3}$ en Y, geeft deze lijn hier ook de de beste overeenkomst met de meetpunten. Daar dit bij het fijnkorrelig materiaal het geval is, geeft de berekende regressielijn bij kleine waarden van de parameters geen overeenkomst met de metingen. Daar waar het bereik van de meetpunten kleiner is, is een goede oplossing gekregen van het gehele meetgebied.

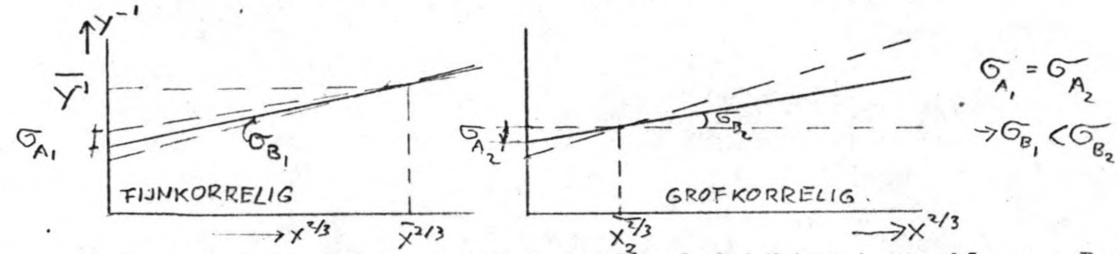
- Punt 2 is er de oorzaak van dat de berekende regressiekonstanten afwijken van die van M.P.M.. M.P.M. geeft slechts voor een deel van het totale bereik een goede representatie en wel dat deel, waarbij de parameters kleine waarden hebben. In dit geval kunnen de konstanten dus niet met elkaar vergeleken worden.

- De grote afwijkingen in de konstanten A en B in de hiervoor genoemde korrelklassen zijn veroorzaakt door het onevenredig verdeeld zijn van de parameters over het gehele bereik en door het onevenredig grote gewicht, dat toegekend wordt aan enkele grote waarden van X en Y. Bij interval 6 (fig. 3.7) is een onevenredig groot aantal metingen tussen X is 1 tot 10 terwijl $X^{2/3}$ een bereik heeft van $10^{-1,25}$ tot $10^{1,5}$ wat overeenkomt met een variatie van X van 0,056 tot 31,6. Hierdoor wordt de lijn geheel getrokken naar dat deel van de grafiek waarvoor geldt $X > 1$.
De lijnen zijn gecorrigeerd door A en B de waarde te geven, die voortvloeien uit de krommen getekend in fig. 3.18 en 3.19. Deze zo gecorrigeerde lijnen zijn in fig. 3.5,3.7 en 3.12 getekend en geven een betere representatie van het gehele gebied.

- Het verloop van de standaardafwijkingen van A en B is als volgt te verklaren. Als $\overline{X^{2/3}}$ en $\overline{Y^{-1}}$ de gemiddelde waarden zijn van de metingen $X^{2/3}$ en Y voor iedere korrelklasse, dan zijn deze gemiddelde waarden afhankelijk van het meetbereik. Zo blijkt uit punt 1, dat voor fijnkorrelig sediment $\overline{X^{2/3}}$ en $\overline{Y}$ groter zijn dan voor grofkorrelig sediment. De standaardafwijkingen van A en B geven nu een verdraaiing aan om dit gemiddelde. Dit betekent dus, dat een σ_A gekoppeld is aan de σ_B. Stel nu dat σ_B voor zowel grofkorrelig als fijnkorrelig materiaal gelijk is, dan resulteert dit in een kleine σ_A voor grofkorrelig materiaal en een grote σ_A voor fijnkorrelig materiaal.



hetzelfde is te doen voor de gelijkblijvende σ_A



Hierin is het verloop van de standaardafwijking te verklaren. Deze is strikt genomen niet evenredig met de korreldiameter, maar hangt slechts af van de metingen in de grafiek.

- Opvallend is, dat M.P.M. voor D_{50} = 0,5-2,6 over het geheel genomen te hoog in de grafiek ligt (X berekend $<$ X gemiddeld). Dit is opvallend, daar M.P.M. zijn formule geijkt heeft voor dit materiaal. De oorzaak moet toch gevonden worden in het beperkt aantal metingen welke M.P.M. gebruikt heeft. In tabel 3.2 zijn de korreldiameters door M.P.M. gebruikt, weergegeven met het aantal meetpunten en de symbolen. In deze tabel zijn alleen de gegevens verwerkt van het materiaal met een natuurlijke dichtheid. Fig. 3.20 geeft nu de meetpunten en regressielijn van M.P.M. weer. Hierin komen de symbolen overeen met die in tabel 3.2.

D (mm)	aantal waarnemingen	symbolen
0,4 - 0,5	12	● ×
0,5 - 0,6		
0,6 - 0,8		
0,8 - 1,0		
1,0 - 1,2	3	+
1,2 - 1,6	10	△ ▽
1,6 - 2,0	17	O
2,0 - 2,6		
2,6 - 3,9	20	◆
3,9 - 5,5	21	■
3,9 - 5,5	12	✕
5,5 - 8		
> 8	34	✳

tabel 3.2

In deze figuur is te zien, dat de metingen met het sediment waarbij de D_{50} ligt tussen 0,5 en 2,6 mm. geheel onder de lijn van M.P.M. liggen. Dit gebied wordt weergegeven met 30 metingen. De lijn van M.P.M. wordt geheel bepaald door het zeer grofkorrelig materiaal ($D_{50} > 2,6$ mm.), zowel voor sediment met een natuurlijke als afwijkende dichtheid. Dit gebied wordt weergegeven met 95 metingen. Door het kleine aantal metingen, die M.P.M. gebruikten voor sediment met D_{50} tussen 0,5 en 2,6 komt de relatie van de korreldiameter niet duidelijk naar voren. Er kan nu gesteld worden, dat de formule van M.P.M. voor sediment met een $D_{50} > 2,6$ mm. voldoet en niet zoals uit de ijking verwacht kan worden voor sediment $D_{50} > 0,5$ mm. Voor het interval waarvoor geldt, dat de D_{50} ligt tussen 0,5 en 2,6 mm., geeft M.P.M. over het gehele meetbereik te kleine transporten.

Een goede representatie voor het gehele meetbereik is nog niet verkregen. De berekende regressielijnen hebben slechts een beperkt geldigheidsgebied. Er kan een betere representatie verwacht worden als de exponent α van X (uit $Y^{-1} = A + B.X^{\alpha}$) aangepast wordt aan de metingen. In paragraaf 3.2 werd gevonden, dat voor het gehele pakket waarnemingen $\alpha = 1/2$ beter overeenkwam met de meetgegevens. Zowel het grote als het kleine transport werden beter beschreven. Bij de onderverdeling naar D_{50} blijkt, dat vooral voor fijnkorrelig materiaal deze waarde tot een beter resultaat zal leiden.
Er is nu een regressieanalyse uitgevoerd voor de formule : $Y = A' + B'.X^{1/2}$.
De regressie"konstanten" A^{1} en B^{1} zijn hier een functie van D_{50}. De waarden van de regressie"konstanten" zijn weergegeven in tabel 3.3 tezamen met de variantie en de standaardafwijking. De I kolom geeft het aantal metingen per klasse. De "konstanten" zijn in de figuren 3.21 en 3.22 uitgezet als functie van de D_{50}.
De "konstante" A' uit $Y = A' + B'.X^{1/2}$, die te verglijken is met A uit $Y = A + B.X^{2/3}$ geeft een gelijksoortig verloop. Over het gehele gebied geeft A' echter lagere waarden. Dit betekent, dat kleine transporten beter beschreven worden. B en B' zijn niet met elkaar te vergelijken, toch is hier ook een gelijksoortig verloop te zien.
Wat betreft de uitschieters in de waarden van A' en B' en het verloop van de standaardafwijking geldt hier hetzelfde verhaal als bij het

model $Y = A + B.X^{2/3}$. In de fig. 3.21 en 3.22 zijn de krommen getrokken, die zo goed mogelijk bij de meetpunten aansluiten. Zo is een continue-verloop verkregen van de relatie $A' - D_{50}$ en $B' - D_{50}$. De zo gecorrigeerde waarden van A' en B' zijn voor elke korrelklasse in tabel 3.4 terug te vinden.

int.	D_{50} (mm)	A'	B'	$\sigma^2_{A'}$ $.10^6$	$\sigma^2_{B'}$ $.10^6$	$\sigma_{A'}$ $.10^3$	$\sigma_{B'}$ $.10^3$	I
1	<0,1	0,243	0,0135	2609	0,676	51	0,82	33
2	0,1-0,2	0,104	0,0630	112	4,54	10,5	2,1	163
3	0,2-0,3	0,0733	0,0822	86	5,60	9,3	2,4	85
4	0,3-0,4	0,0919	0,115	33	3,91	5,7	2,0	580
5	0,4-0,5	0,0282	0,166	4,19	3,23	2,0	1,8	529
6	0,5-0,6	0,0890	0,131	49,7	8,73	7,0	3,0	382
7	0,6-0,8	0,0204	0,172	2,24	1,98	1,5	1,4	257
8	0,8-1,0	0,0189	0,193	2,42	8,39	1,6	2,9	315
9	1,0-1,2	0,0300	0,136	0,799	30,0	0,89	5,5	78
10	1,2-1,6	0,0235	0,195	11,3	240	3,4	15	91
11	1,6-2,0	0,0742	0,00502	28,5	93,0	5,3	9,6	52
12	2,0-2,6	0,0329	0,120	0,741	60,6	0,86	7,8	48
13	2,6-3,9	0,0394	0,149	2,43	32,9	1,6	5,7	69
14	3,9-5,5	0,0361	0,166	1,82	21,3	1,3	4,6	129
15	5,5-8,0	0,0366	0,173	2,03	36,4	1,4	6,0	42
16	>8,0	0,0421	0,186	2,86	112	1,7	11	34

Tabel 3.3 Regressiekonstanten volgens $Y^{-1} = A' + B'.X^{1/2}$

int.	D_{50} (mm)	A'	B'	$(1/B')^2$
1	0,1	0,24	0,014	5100
2	0,1-0,2	0,11	0,055	331
3	0,2-0,3	0,065	0,095	111
4	0,3-0,4	0,043	0,13	59,2
5	0,4-0,5	0,031	0,16	39,1
6	0,5-0,6	0,025	0,17	34,6
7	0,6-0,8	0,020	0,18	30,9
8	0,8-1,0	0,019	0,19	27,7
9	1,0-1,2	0,020	0,19	27,7
10	1,2-1,6	0,025	0,19	27,7
11	1,6-2,0	0,030	0,19	27,7
12	2,0-2,6	0,033	0,19	27,7
13	2,6-3,9	0,038	0,19	27,7
14	3,9-5,5	0,039	0,19	27,7
15	5,5-8,0	0,040	0,19	27,7
16	8,0	0,042	0,18	30,9

Tabel 3.4 Gecorrigeerde regressiekonstanten volgens $Y^{-1} = A' + B'.X^{1/2}$
$(X = (1/B')^2.(Y - A')^2)$

3.4 Analyse van de Resultaten

De volgende resultaten zijn verkregen :

M.P.M.	:	$Y^{-1} = 0,047 + 0,25.X^{2/3}$
1^e modificatie	:	$Y^{-1} = 0,03 + 0,15.X^{1/2}$
2^e modificatie	:	$Y^{-1} = A + B\ .X^{2/3}$
3^e modificatie	:	$Y^{-1} = A' + B'\ .X^{1/2}$

Hierin zijn A en B een functie van D_{50} volgens de figuren 3.18 en 3.19. A' en B' zijn een functie van D_{50} volgens de figuren 3.21 en 3.22.

Deze vier formules zijn getekend in fig. 3.23 tot en met 3.38. Zo is het mogelijk om de formules onderling te vergelijken.

Samenvatting van de resultaten :

M.P.M. $Y^{-1} = 0,047 + 0,25.X^{2/3}$.

M.P.M. voldoet slechts voor bodemtransport, hierbij zijn drie gebieden te onderscheiden.

1. De D_{50} ligt tussen 0,1 - 0,5 mm. M.P.M. geeft een redelijke representatie van de metingen in het interval van Y : 0,050 - 0,15 ($X^{2/3} = 10^{-2} - 10^{-0,5}$)

   Er kunnen echter grote fouten voorkomen, daar de spreiding van de meetpunten in dit gebied aanzienlijk is. Een kleine afwijking van de waarde van Y^{-1} geeft een grote afwijking in de waarde van X. Veel metingen hebben een Y waarde, welke kleiner is dan 0,047, zodat in dat geval de formule van M.P.M. geen transport levert.
2. De D_{50} tussen 0,5 -2,0 mm. M.P.M. ligt in zijn geheel te hoog in grafiek, zodat in dit gebied de berekende transporten te klein zijn tegenover de gemeten transporten.
3. D_{50} 2,6 mm. M.P.M. geeft een goede representatie voor $Y^{-1} = 0,05 - 0,15$

1^e modificatie : $Y^{-1} = 0,03 + 0,15.X^{1/2}$

Deze formule is verkregen uit het gehele pakket van waarnemingen en geeft hiervoor een goede representatie, de nauwkeurigheid is echter niet groot. Bij invoering van D_{50} als 3^e parameter geven de 2^e en 3^e

correctie tezamen met M.P.M., over het geheel genomen, een betere representatie en een grotere nauwkeurigheid.

2^e modificatie : $Y^{-1} = A + B.X^{2/3}$, waarin A en B functies van D_{50}. Over het algmeen geeft deze formule goede resultaten. Kleine transporten van fijnkorrelig materiaal kunnen over het algemeen niet berekend worden, daar geldt Y kleiner dan A.

3^e modificatie : $Y^{-1} = A' + B'.X^{1/2}$, waarin A' en B' functies van D_{50}.
Deze formule geeft over het geheel de beste resultaten.
De regressielijnen passen zowel goed voor kleine als voor grote X.

In tabel 3.5 is aan de hand van de parameters Y en D_{50} de formule vermeld, die de beste resultaten zal leveren.

D_{50}	Y	toe te passen formule
$<0,1$	-	-
0,1 - 0,3	0,15 - 1	3^e modificatie
	0,05 - 0,15	M.P.M.
0,3 - 1	$> 0,25$	3^e modificatie.
1 - 2,6	gehele bereik	2^e en 3^e modificatie
$>2,6$	gehele bereik	M.P.M., 2^e en 3^e modificatie.

Tabel 3.5 Toepassings gebieden voor M.P.M. en de modificaties.

Voor het gehele bereik kan de derde modificatie gebruikt worden.
In de figuren 3.38A en 3.38B is deze 3^e modificatie uitgezet.
De dikke getrokken lijn geeft het geldigheids-gebied aan.
de dikke gestreepte en doorgetrokken lijn geeft het bereik van de meetpunten aan. De dunne gestreepte lijn is verkregen door extrapolatie.

formule	algemene verschijningsvorm	versch. vorm volgens $X = f(Y)$	versch. vorm volgens $X = f(Y_{v_*}, Y_v, C')$	$X = aY_{v_*}^p Y_v^q$ p	q	μ	opmerkingen
E.H.	$\frac{T}{\sqrt{g\Delta D^3}} = 0{,}05\left\{\frac{(\frac{C^2}{g})^{2/5} R_b I}{\Delta D}\right\}^{5/2}$	$X = 0{,}05Y^{-5/2}$	$X = 0{,}05Y_{v_*}^3 Y_v^2$	3	2	$(\frac{C^2}{g})^{5/2}$	
M.P.M.	$\frac{T}{\sqrt{g\Delta D^3}} = 8\left\{\frac{(\frac{C}{C'})^{3/2} R_b I}{\Delta D} - 0{,}047\right\}^{3/2}$	$X = 8(Y^{-1} - 0{,}047)^{3/2}$	$X = 8\left\{(\frac{\sqrt{g}}{C'})^{3/2} Y_{v_*}^{1/2} Y_v^{3/2} - 0{,}047\right\}^{3/2}$	$\frac{3/4}{1-0{,}047Y}$	$\frac{9/4}{1-0{,}047Y}$	$(\frac{C}{C'})^{3/2}$	
1e modif.	$\frac{T}{\sqrt{g\Delta D^3}} = 44{,}4\left\{\frac{(\frac{C}{C'})^{3/2} R_b I}{\Delta D} - 0{,}03\right\}^{2}$	$X = 44{,}4(Y^{-1} - 0{,}03)^2$	$X = 44{,}4\left\{(\frac{\sqrt{g}}{C'})^{3/2} Y_{v_*}^{1/2} Y_v^{3/2} - 0{,}03\right\}^2$	$\frac{1}{1-0{,}03Y}$	$\frac{3}{1-0{,}03Y}$	$(\frac{C}{C'})^{3/2}$	
2e modif.	$\frac{T}{\sqrt{g\Delta D^3}} = (\frac{1}{B})^{3/2}\left\{\frac{(\frac{C}{C'})^{3/2} R_b I}{\Delta D} - A\right\}^{3/2}$	$X = (\frac{1}{B})^{3/2}(Y^{-1} - A)^{3/2}$	$X = (\frac{1}{B})^{3/2}\left\{(\frac{\sqrt{g}}{C'})^{3/2} Y_{v_*}^{1/2} Y_v^{3/2} - A\right\}^{3/2}$	$\frac{3/4}{1-AY}$	$\frac{9/4}{1-AY}$	$(\frac{C}{C'})^{3/2}$	A en B variëren met D_{50}
3e modif.	$\frac{T}{\sqrt{g\Delta D^3}} = (\frac{1}{B'})^{2}\left\{\frac{(\frac{C}{C'})^{3/2} R_b I}{D} - A'\right\}^{2}$	$X = (\frac{1}{B'})^2 (Y^{-1} - A')^2$	$X = (\frac{1}{B'})^2\left\{(\frac{\sqrt{g}}{C'})^{3/2} Y_{v_*}^{1/2} Y_v^{3/2} - A'\right\}^2$	$\frac{1}{1-A'Y}$	$\frac{3}{1-A'Y}$	$(\frac{C}{C'})^{3/2}$	A' en B' variëren met D_{50}
Rottner	$\frac{T}{\sqrt{g\Delta D^3}} = \left[A\frac{C}{g}\left(\frac{R_b I}{\Delta D}\right) - B\right]^3$	$X = (AY^{-1/2} - B)^3$	$X = (AY_v - B)^3$	0	$\frac{3}{1 - \frac{B}{A}Y^{1/2}}$	$\frac{C}{\sqrt{g}}$	$A = 2/3(\frac{D}{h})^{2/3} + 0{,}14$ $B = 0{,}778(\frac{D}{h})^{1/6}$
A.W.	$\frac{T}{\sqrt{g\Delta D^3}} = \frac{C_a}{A^m}(\frac{C}{\sqrt{g}})^{n+1}\left(\frac{R_b I}{\Delta D}\right)\left\{\left(\frac{R_b I}{\Delta D}\right)^{1/2}(\frac{C}{C'})^{1-n} - A\right\}^m$	$X = \frac{C_a}{A^m}(\frac{C}{\sqrt{g}})^{n+1} Y^{-1/2}\mu^{-1/2}(Y^{-1/2} - A)^m$	$X = \frac{C_a}{A^m}\frac{Y_v^{n+1}}{Y_{v_*}^n}\left\{(\frac{\sqrt{g}}{C'})^{1-n} Y_{v_*}^n Y_v^{1-n} - A\right\}^m$	$-n + \frac{n.m}{1-AY^{1/2}}$	$n+1 + \frac{m(1-n)}{1-AY^{1/2}}$	$(\frac{C}{C'})^{2-2n}$	A, C_a, m en n variëren met D_{gr}. $D_{gr} = (\frac{g}{\nu^2}D^3)^{1/3}$

$X = \frac{T}{\sqrt{g\Delta D^3}}$, $Y = \frac{\mu R_b I}{\Delta D}$, $Y_{v_*} = \frac{v_*}{\sqrt{g\Delta D}}$, $Y_v = \frac{v}{\sqrt{g\Delta D}}$

Tabel 4.1 Verschijningsvormen van de formules.

HOOFDSTUK 4

RELATIES VAN DE FORMULES

4.1 Relatie tussen de Parameters X en Y

De verschillende relaties van de onderzochte transportformules zijn te schrijven met de reeds eerder genoemde parameters :

- Stroomparameter $Y = \frac{\Delta D}{\mu h I}$
- Transportparameter $X = \frac{T}{\sqrt{g \Delta D}}$

Uitgaande van de relaties gegeven door de auteurs, zijn in bijlage 1 de formules getransformeerd tot de relatie tussen X en Y. De zo verkregen algemene verschijningsvormen van de formules zijn opgenomen in tabel 4.1, kolom 1.

4.2 Beschouwing van de Reductiefactor μ

Bij een nadere beschouwing van de reductiefactor μ, is te zien dat deze voor de verschillende formules op twee verschillende wijzen te verklaren is.

1. Er wordt van uitgegaan dat de totale schuifspanning τ is op te splitsen in een τ' en τ'', waarin :
   τ' : de schuifspanning die op de korrels werkt.
   τ'' : de schuifspanning die veroorzaakt wordt door de beddingvorm.
   Gaat men er van uit dat het transport bepaald wordt door τ', dan wordt de totale schuifspanning τ gereduceerd door de factor μ.*)
   Deze factor is een functie van C en C', waarin :
   C : Chézy ruwheidsfactor
   C': Chézy ruwheidsfactor met betrekking tot de korrels
2. Er is geen rekening gehouden met de beddingvorm. De reductiefactor is dan te beschouwen als een omrekenfactor en is een functie van C en g.

De uitgangspunten van de verschillende auteurs is hier uiteengezet.

Meyer Peter en Müller

Meyer Peter en Müller gaan er van uit dat het verhang I is op te splitsen in
- I' : Het verhang veroorzaakt door de interactie met de korrels.
- I : Het verhang veroorzaakt door de vertragings-verliezen achter een beddingvorm.

Er geldt : $I = \dfrac{v^2}{C^2 h}$ en $I' = \dfrac{v^2}{(C')^2 h}$

Meyer Peter en Müller stellen dat het transport afhangt van de schuifspanning veroorzaakt door I'. Het transport moet dus gerelateerd worden aan $Y = \Delta D/(hI')$. Met behulp van Chézy is I' te transformeren.

$$I' = \frac{I'}{I} \cdot I = \left(\frac{C}{C'}\right)^2 I$$

*) zie paragraaf 1.4.

Zodat $Y = \frac{D}{(\frac{C}{C'})^2 hI}$. Theoretisch geven Meyer Peter en Müller dus een reductiefactor $\mu = (C/C')^2$. Uit metingen bleek echter dat $= (C/C')^{3/2}$ betere resultaten gaf.

Ackers en White

Ackers en White hebben in hun formule onderscheid gemaakt tussen het transport van grofkorrelig en fijnkorrelig sediment. Zij gaan er van uit dat grofkorrelig materiaal bodemtransport geeft, het fijnkorrelig materiaal wordt in suspensie getransporteerd. Het transport van fijnkorrelig materiaal wordt bepaald door de totale op het bed werkende schuifspanning en wordt dus gerelateerd aan $\frac{\Delta D}{hI}$ ($\mu = 1$). Het transport van grofkorrelig materiaal wordt gekoppeld aan de schuifspanning werkende op de korrels. Het transport wordt dan gerelateerd aan $Y = \frac{D}{(C/C')^2 hI}$, of met Chézy $Y = \frac{D}{v^2}.(C')^2$. Voor het sediment dat tussen het fijn en het grofkorrelige ligt varieert de exponent van (C/C') tussen 2 (grofkorrelig) en 0 (fijnkorrelig). Voor het bepalen van deze exponent gebruiken Ackers en White een dimensieloze korreldiameter.

Englund en Hansen

Engelund en Hanssen relateren het transport aan $(\tau' - \tau_c)$ en aan v_* (zie vergelijking 2.4.3). Voor een bedding bestaande uit ribbels en duinen geldt volgens Engelund en Hansen een relatie tussen ($\tau' - \tau_c$) en τ (zie figuur 4.2.1).

$$\frac{\tau'}{\rho g \Delta D} - \frac{\tau_c}{\rho g \Delta D} = 0{,}4.\left(\frac{\tau}{\rho g \Delta D} \right)^2$$

In deze vergelijking is de reductiefactor impliciet gegeven. Met deze vergelijking was het mogelijk, geen reductiefactor in de formule te definieren, terwijl toch de beddingvorm in het onderzoek was opgenomen. De factor (C^2/g)^5 heeft in de formule het karakter van een omrekenfactor.

$T = s(1-\varepsilon)$

Rottner

Rottner heeft het transport gerelateerd aan de gemiddelde snelheid. Hiervoor zijn de parameters $T/\sqrt{g\Delta h^3}$, $v/\sqrt{g\Delta h}$ en h/D gebruikt. De beddingvorm is niet in de berekening opgenomen. Er geldt dus $Y = \frac{D}{(C^2/g)hI}$. De "reductiefactor" is hier dus een omrekenfactor van v naar v_*.

Resumerend zijn de verschillende factoren :

E.H. $\mu = \left(\frac{C^2}{g}\right)^5$

M.P.M. $\mu = (C/C')^{3/2}$

A.W. $\mu = (C/C')^{2-2n}$

waarin $n = 0$ voor grofkorrelig materiaal

$n = 1$ voor fijnkorrelig materiaal

Rottner $\mu = C^2/g$

4.3 Eliminatie μ factor

Wordt in de transportparameter de μ met Chézy ($v = C\sqrt{hI}$) geëlimineerd, dan is deze parameter voor de onderzochte formules als volgt te schrijven :

E.H. : $Y^{-1} = \frac{\mu h I}{D} = \left[\left(\frac{v}{\sqrt{g\Delta D}} \right)^4 . \left(\frac{v_*}{\sqrt{g\Delta D}} \right)^6 \right]^{1/5}$

M.P.M. : $Y^{-1} = \left(\frac{g}{C'} \right)^{3/2} . \left(\frac{v}{\sqrt{g\Delta D}} \right)^{3/2} . \left(\frac{v_*}{\sqrt{g\Delta D}} \right)^{1/2}$

Rottner : $Y^{-1} = \frac{v}{\sqrt{g\Delta D}}$

A.W. : $Y^{-1} = \left(\frac{g}{C'} \right)^{2-2n} \left(\frac{v}{\sqrt{g\Delta D}} \right)^{2-2n} \left(\frac{v_*}{\sqrt{g\Delta D}} \right)^{2n}$

waarin n = 0 voor grofkorrelig materiaal

n = n voor fijnkorrelig materiaal

Het transport wordt dus bepaald door v en v_*, die in de onderzochte formules een verschillende onderlinge relatie hebben. Volgens deze formules is het transport te beschrijven met de parameters :

$$X = \frac{T}{\sqrt{g\Delta D^3}} , \quad Y_{v_*} = \frac{v_*}{\sqrt{g\Delta D}} , \quad Y_v = \frac{v}{\sqrt{g\Delta D}} \quad \text{en} \quad C' = 18.\log \frac{12h}{D_{90}}$$

Ofwel : $X = f(Y_{v_*} , Y_v, C')$

De transformatie van de formules naar deze verschijningsvorm is in bijlage 1 uitgevoerd en in tabel 4.1 opgenomen.

4.4 Onderzoek naar de invloeden van v_* en v op het transport

De invloed van v_* en v op het transport is nu nagegaan door de formules te schrijven in de vorm van de algemene machtsformule :

$$X = a.Y^p_{v_*}.Y^q_v \qquad (4.4.1)$$

De relaties voor p en q zijn berekend in bijlage 1 en opgenomen in tabel 4.1. De exponenten p en q geven respectievelijk de invloed van v_* en v op het transport weer. De relaties van p en q zijn voor de verschillende formules als functie van Y uitgezet in de figuren 4.1 t/m 4.5.

Engelund Hanssen, fig 4.1

Volgens E.H. zijn p en q beide konstant. De invloed van v_* en v op het transport is dus voor iedere Y even groot. De v_* heeft in deze formule een grotere invloed op het transport dan v ($p/q = 3/2$).

M.P.M. plus modificaties, figuren 4.2 en 4.3

De relaties $p = f(Y)$ en $q = f(Y)$ welke volgen uit de formule van M.P.M. en uit de modificaties zijn uitgezet in de figuren 4.2 en 4.3.

M.P.M. $Y^{-1} = 0{,}047 + 0{,}25\ X^{2/3}$

Volgens M.P.M. zijn p en q een functie van Y. Voor kleine waarden van de parameter Y naderen p en q respectievelijk naar 3/4 en 9/4. Voor grote waarden van Y (bodemtransport) naderen p en q naar oneindig. Voor zeer kleine transporten is het transport dus zeer gevoelig voor een variatie in v_* en v.

De 2^e modificatie van M.P.M. $Y^{-1} = A + BX^{2/3}$

De relatie tussen p,q en Y van de tweede modificatie van M.P.M. zijn eveneens uitgezet in fig. 4.2. In deze modificatie zijn A en B een functie van D_{50} (zie fig. 3.18 en 3.19).

De exponenten zijn in deze formule gedefinieerd als :

$$p = \frac{3/4}{1 - AY} \quad , \quad q = \frac{9/4}{1 - AY}$$

Hierin geeft de grootheid A de kritieke waarde voor begin van beweging weer. p en q zijn dus een functie van Y en A.
Daar geldt dat $A = f(D_{50})$ geldt : $p = f(Y,D_{50})$ en $q = f(Y,D_{50})$.
De exponenten zijn nu voor verschillende waarden van D_{50} in de figuren uitgezet. Voor kleine waarden van Y naderen de krommen, voor elke korreldiameter, naar $p = 3/4$ en $q = 9/4$. Deze waarden komen dus overeen met de waarden verkregen uit M.P.M. Voor grotere waarden van Y lopen de krommen asymptotisch naar de waarde $Y = 1/A$. De invloed van de korreldiameter is duidelijk in de grafiek te zien. Bij een toenemende D_{50} zullen de waarden van p en q (en dus de invloed van v en v_* op het transport) voor overeenkomstige waarden van Y afnemen. Bij $D_{50} > 1$ mm is een kentering waar te nemen. de waarden van p en q nemen weer toe tot een D_{50} van ongeveer 10 mm. Voor $D_{50} > 10$ mm komen de relaties overeen met de relaties volgens M.P.M. Dit is eveneens te zien in hoofdstuk 3, waarin bleek dat M.P.M. voor zeer grofkorrelig sediment overeen kwam met de 2^e modificatie.

De 1^{ste} modificatie van M.P.M. $Y^{-1} = 0{,}03 + 0{,}15\ X^{1/2}$ (fig. 4.3)
Volgens deze modificatie zijn p en q een functie van Y. Er is een gelijksoortige relatie verkregen als voor M.P.M.
Voor kleine waarden van de parameter Y naderen p en q respectievelijk naar 1 en 1,5 . Voor grotere waarden van Y neemt de invloed van v_* en v op het transport toe, wat zich manifesteert in een toename van p en q. Voor de kritieke waarde van Y voor begin van beweging (= 33,3) naderen p en q naar oneindig.

De 3^e modificatie van M.P.M. $Y^{-1} = A' + B'X^{1/2}$ (fig 4.3)
Volgens deze modificatie zijn p en q een functie van Y en A' volgens : $p = \frac{1}{1 - A'Y}$, $q = \frac{3}{1 - A'Y}$. Er geldt dat $A' = f(D_{50})$ (zie fig. 3.21) zodat er evenals bij de 2^e modificatie geldt : $p = f(Y,D_{50})$ en $q = f(Y,D_{50})$. Voor verschillende waarden van D_{50} zijn de relaties tussen de parameter Y en de exponenten uitgezet. Er is een overeenkomstige relatie verkregen als bij de 2^e modificatie. Er is te zien dat de tweede modificatie, welke eveneens in deze figuur is uitgezet, beschouwd kan worden

als een gemiddelde relatie voor een D_{50} die varieert van 0,4 tot 4 mm.

Rottner, fig 4.4

Rottner is uitgegaan van een relatie tussen het sedimenttransport en de gemiddelde snelheid. Een reductie voor de beddingvorm is niet toegepast. Daarom geldt volgens Rottner $p = 0$.
Voor de q vindt Rottner een relatie met Y en h/D. h/D is te beschouwen als een korrelruwheid en is een maat voor C'.
Voor verschillende waarden van h/D is in fig 4.4 de relatie tussen q en Y uitgezet. Wordt de relatie onderzocht bij konstante waterhoogte en groter wordende D, dan is te zien dat voor zeer kleine D ($h/D \rightarrow \infty$) voor iedere waarde van Y geldt : $q = 3$.
Wordt nu de waarde van Y eveneens vastgehouden, dan neemt q bij toenemende D. De invloed van v op het transport neemt dus eveneens toe. Als de grootheid h/D de waarde 50 bereikt heeft, zal q weer afnemen. Voor $h/D > 50$ neemt de invloed van v op het transport dus voor groter wordende D af.

Ackers en White, fig 4.5

Figuur 4.5 geeft het verloop van p en q volgens Ackers en White. De exponenten p en q zijn een functie van Y en een dimensieloze korreldiameter D_{gr} ($= D(\frac{g\Delta}{\nu^2})^{1/3}$). Interessant is te zien hoe het verloop van p en q is voor verschillende waarden van D_{gr}.

Grofkorrelig sediment , $D_{gr} > 60$ ($\sim D > 2,6$ mm) :

Hiervoor geldt dat $p = 0$ en q varieert van 2,6 voor $Y = 0$ tot ∞ voor de critieke waarde voor begin van beweging van Y. Het transport wordt dus geheel bepaald door de gemiddelde snelheid v.

Fijn korrelig sediment, $D_{gr} = 1$ ($D \sim 0,04$ mm) :

Hiervoor geldt dat $q = 2$ voor elke waarde van Y en p varieert van 10 voor $Y = 0$ tot ∞ voor de critieke waarde voor begin van beweging van Y. Het transport wordt voor dit fijnkorrelig sediment bepaald door de totale schuifspanningssnelheid v_*.

Middelgrof sediment, $1 < D_{gr} < 60$ ($0,04 < D < 2,6$ mm) :

Voor $D_{gr} = 2,5$ ($D \sim 0,1$ mm) geldt voor iedere Y dat $p \gg q$. Het transport wordt dus nog geheel bepaald door v_*.
Voor $D_{gr} = 5$ ($D \sim 0,2$ mm) geldt dat voor $Y < 8$ (veel zwevend transport) dat $p > q$, het transport wordt dus voornamelijk bepaald door v_*. Voor $Y > 8$ (voornamelijk bodemtransport) geldt $p < q$, zodat het transport voornamelijk wordt bepaald door v.
Voor D_{gr} 12,5 geldt voor iedere Y dat $p < q$, zodat het transport voornamelijk bepaald wordt door v.

Een vergelijking van de verschillende formules is met deze figuren niet te maken, omdat de transportparameter Y verschillend gedefinieerd is. Alleen de waarden die E.H. geeft, zijn te vergelijken met de relaties van de overige formules.

Er bestaat wel een relatie tussen Y_{MPM} en Y_{AW}. Dit is als volgt in te zien :

$$Y_{MPM} = \frac{\Delta D}{(\frac{C}{C'})^{2/3} . hI}$$

$$Y_{AW} = \frac{\Delta D}{(\frac{C}{C'})^{2n-2} . hI}$$

$$\text{zodat} \quad \frac{Y_{MPM}}{Y_{AW}} = \left(\frac{C}{C'} \right)^{\frac{1}{2} - 2n}$$

Waarin n wordt bepaald uit : $n = 1.00 - 0,56.\log D_{gr}$. In tabel 4.2 is nu de exponent $\frac{1}{2} - 2n$ voor verschillende diameters gegeven. De variatie van Y_{MPM}/Y_{AW} is gegeven, waarbij er vanuit gegaan is, dat (C/C') varieert tussen 0,5 en 1.

Uit de tabel is af te lezen, dat Y_{MPM} overeenkomt met Y_{AW} voor een korreldiameter welke ligt tussen 0,5 en 1 mm. Voor kleinere korreldiameters geldt over het algemeen dat $Y_{MPM} \geqslant Y_{AW}$, wat uit kan lopen tot een factor 2,8. Voor grotere korreldiameters geldt dat $Y_{MPM} \leqslant Y_{AW}$.

D_{gr}	D (mm)	n	2 - 2n	½ - 2n	variatie in Y_{MPM}/Y_{AW}
1	0,04	1	0	-1,5	1 - 2,8
2,5	0,1	0,78	-0,433	-1,06	1 - 2,1
5	0,2	0,61	0,51	-0,72	1 - 1,6
12,5	0,5	0,39	1,39	-0,28	1 - 1,2
25	1	0,22	1,80	0,06	0,96 - 1
60	2,6	0	2	0,5	0,7 - 1

Tabel4.2 Variatie in Y_{MPM}/Y_{AW} voor verschillende korreldiameters.

De exponenten van E.H. zijn in de verschillende figuren uitgezet. Het is te zien dat vooral voor kleine Y de exponenten p en q volgens E.H. enigszins overeenkomen met de exponenten van de overige formules. Voor grote waarden van Y (bodemtransporten) geeft E.H. een veel kleinere waarde voor p en q dan de overige formules. Duidelijk is te zien dat begin van beweging, bij E.H. niet gedefinieerd, voor de verschillende formules, waarbij begin van beweging wel gedefinieerd is, een veel grotere waarde voor p en q geeft.

Om enigszins een indruk te krijgen, hoe de invloeden van v en v_* op het transport zijn, is in tabel 4.3 aangegeven tussen welke grenzen de p en q voor de verschillende formules varieren. Bovendien zijn de parameters aangegevendie p en q bepalen.

formule	variatie p	variatie q	parameters die p en q bepalen.
E.H.	3	2	-
M.P.M.	3/4 - ∞	9/4 - ∞	Y
1^{ste} modificatie	1 - ∞	3 - ∞	Y
2^e modificatie	3/4 - ∞	9/4 - ∞	Y, A (=f(D_{50}))
3^e modificatie	1 - ∞	3 - ∞	Y, A'(=f(D_{50}))
Rottner	3 - ∞	-	Y, $h/\bar{D}$
$h/D \to \infty$	3	-	Y, $h/\bar{D}$
A.W. grof	0	2,6 - ∞	Y, D_{gr}
fijn	10 - ∞	2 - ∞	Y, D_{gr}

Tabel 4.3 Variatie van p en q

Wordt nu een onderscheid gemaakt tussen het transport van grofkorrelig en fijnkorrelig materiaal, dan kan hierover het volgende gesteld worden.

Transport van grofkorrelig materiaal :

Hiervoor geven zowel M.P.M. als A.W. (grof) een goede relatie. Het transport varieert voornamelijk met v (M.P.M.) en volgens A.W. geheel met v.

Transport van fijnkorrelig materiaal :

Hiervoor kunnen zowel E.H. als A.W. (fijn) representatief gesteld worden. Het transport varieert volgens E.H. voornamelijk met v_* ($p/q = 1,5$) en volgens A.W. vrijwel geheel met v_* ($p/q > 5$).

Volgens deze formules komt het er dus op neer dat :
Het transport van fijnkorrelig materiaal varieert met v_*.
Het transport van grofkorrelig materiaal varieert met v.

De modificaties van M.P.M. zijn hier echter mee in tegenspraak. Deze modificaties, geschreven als machtsformule $X = a.Y_v^p.Y_{v*}^q$ geven een vaste relatie tussen p en q, namelijk $p/q = 1/3$. Het transport van zowel grof als fijnkorrelig sediment varieert volgens deze modificaties dus voornamelijk met v. Wat betreft het fijnkorrelig sediment zijn de modificaties dus in tegenspraak met het gestelde. Blijkt het gestelde juist te zijn, dan zullen deze modificaties voor de berekening van transport van fijnkorrelig materiaal tot minder goede resultaten leiden dan de formules van M.P.M., E.H.en A.W..
Ook Rottner wijkt af van het gestelde. Hier kunnen echter minder nauwkeurige oplossingen verwacht worden, daar Rottner de beddingvorm niet in rekening brengt. De formule van Rottner is dus te eenvoudig om het gestelde te weerleggen.

HOOFDSTUK 5

VERGELIJKING VAN DE FORMULES MET DE TRANSPORTMETINGEN

5.1 Inleiding

Een eenvoudig systeem om de formules met elkaar te vergelijken, is het gemeten en het berekende transport in een grafiek tegen elkaar uit te zetten. Liggen voor een bepaalde formule de verkregen meetpunten goed om de lijn van volledige overeenstemming, waarvoor geldt $s_{ber.} = s_{gemeten}$ (waarin s : het sedimenttransport), dan kan gesteld worden, dat de formule onder deze omstandigheden goed voldoet. Vaak liggen de meetpunten verspreid of verschoven t.o.v. deze lijn. Wordt ervan uitgegaan, dat deze spreiding niet wordt veroorzaakt door meetfouten, dan wordt deze veroorzaakt door het feit dat de omstandigheden waarin gemeten is, buiten het geldigheidsgebied van de betreffende formule liggen. Een uitspraak hierover is met het bovengenoemde systeem niet mogelijk. Om een uitspraak te doen over de geldigheid van een formule, is een onderzoek verricht, waarbij zowel de hydraulische omstandigheden als het gemeten en het berekende transport verwerkt zijn. Deze grootheden zijn gevat in dimensieloze parameters. Om de formules onderling met elkaar te vergelijken,was het noodzakelijk de relaties te beschrijven met dezelfde parameters. In hoofdstuk 4 bleek het mogelijk de formules te schrijven als $X = f(Y_{v*}, Y_v, C')$. Waarin X het dimensieloze transport weergeeft en Y_{v*}, Y_v en C' de hydraulische omstandigheden weergeven. De waarden van de parameters van de meetgegevens zijn in paragraaf 5.2 in enkele grafieken verwerkt. In paragraaf 5.3 zijn de relaties verkregen uit de formulès hierop uitgezet. Het was zo mogelijk om de waarden van X berekend uit de meetgegevens en berekend uit de formules met elkaar te vergelijken en eveneens de geldigheidsgebieden van de formules te beschrijven .

5.2 Meetgegevens

In het onderzoek is gebruik gemaakt van transportmetingen, verzameld door Cooper en Peterson (1969,1970). Enkele beperkingen hiervan waren :

- Er zijn alleen gootmetingen gebruikt.
- Alleen korrelmateriaal met een natuurlijke dichtheid van 2650 kg/m^3 is onderzocht.
- Daar gootmetingen zijn gebruikt, kon er niet vanuit gegaan worden, dat de verhouding h/B klein was, zodat de invloed van de wand in in paragraaf 5.2.1 onderzocht is.
- Alleen stationaire en uniforme stroming is onderzocht.
- Ten opzichte van de rivier zijn de waarden van de parameter h/D_{90} klein.

In de verzameling waren eveneens meetgegevens opgenomen, welke de diverse auteurs gebruikten voor de ontwikkeling van hun formule.
De metingen die Rottner gebruikte kwamen vrijwel overeen met de in het onderzoek gebruikte metingen. De modificaties van M.P.M. zijn ontwikkeld met dezelfde meetgegevens (zie hoofdstok 3). De metingen die Meyer Peter en Müller, Engelund en Hansen en Ackers en White gebruikten maken maar een klein deel uit van de verzameling. Ackers en White gebruikten nog enkele metingen , die niet in de verzameling zijn opgenomen. Er kan dus verwacht worden dat de formule van Rottner en de modificaties van M.P.M. het transport voor deze metingen goed beschrijft. Meyer Peter en Müller en Engelund en Hansen gebruikten een beperkt aantal meetgegevens met een beperkt bereik. Er kan dus een beperkt geldigheids-gebied verwacht worden. Ackers en White hebben een 1000 tal metingen gebruikt, waarvan ongeveer de helft in de gebruikte verzameling is opgenomen. Wordt het transport goed beschreven, dan kan aan deze formule een grote waarde worden toegekend.

5.2.1 Onderzoek van de invloed van de wandruwheid.

Over het algemeen wordt het sedimenttransport gerelateerd aan de hydraulische omstandigheden welke op het bed werken. Voor waterlopen waarvan de breedte zeer groot is ten opzichte van de diepte geldt bij benadering, dat de stroming over het gehele dwarsprofiel een interactie met de bodem plaatsvindt. De invloed van de wanden kan verwaarloosd worden. In laboratoriumgoten is de breedte veel kleiner. De invloed van de wanden kan dan niet verwaarloosd worden. De invloed van deze wanden is onderzocht door de schuifspanningsverdeling over de bodem en wanden te analiseren.

- Oneindig brede Waterlopen.

Voor oneindig brede waterlopen is de schuifspanning die op het bed werkt gedefinieerd als de ontbondene van de normaalkracht van een kolom water op de bodem, die evenwijdig aan het bed werkt.

Dus : $\tau_b = N.\sin I$ (5.2.1)

Daar I over het algemeen zeer klein is, geldt sin I = I. Vergelijking (5.2.1) kan dan geschreven worden als :

$\tau_b = N.I$ (5.2.2)

Voor de normaalkracht geldt :

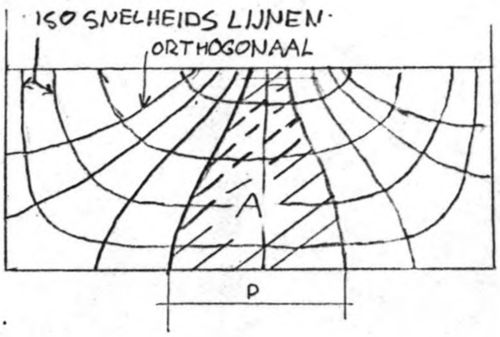
$N = \rho g \frac{h\Delta x}{\Delta x}$ (5.2.3)

zodat : $\tau_b = \rho ghI$ (5.2.4)

- Smalle waterlopen

Geldt nu niet dat $B \gg h$ dan gaat deze schuifspanningsverdeling niet meer op.

De schuifspanningsverdeling kan indirect uit de snelheidsverdeling berekend worden. Is de snelheidsverdeling bekend, dan kunnen lijnen getrokken worden met gelijke snelheden. Zie fig. 5A.
De schuifspanning vindt nu alleen plaats loodrecht op deze lijnen.



Er wordt dus verondersteld, dat er langs de orthogonalen geen schuifspanning optreedt. Bij turbulente beweging zal er wèl een schuifspanning aanwezig zijn, gemiddeld genomen is deze echter nul. Bekijkt men het bodemdeel p van fig. 5A, dan geldt voor de schuifspanning :

$$\tau = \rho g \frac{A}{p} I \qquad (5.2.5)$$

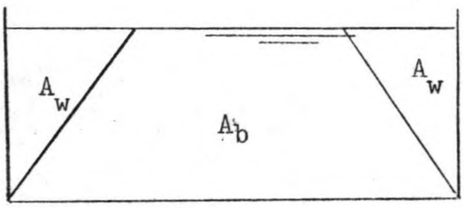
In het midden van de stroomgoot geldt bij benadering : A/p = h.
De schuifspanning neemt dus vanuit het midden naar de wand toe af.
Wil men met een gemiddelde schuifspanning over de bodem rekenen, dan kan dit als volgt gedaan worden :

- De schuifspanningsverdeling over de bodem wordt geheel bepaald.
De gemiddelde schuifspanning is dan te berekenen volgens :

$$\bar{\tau}_b = \int_0^B \tau \, dx \qquad (5.2.6)$$

De schuifspanningsverdeling over de bodem en de wanden is onderzocht door Lane (1953). Dit onderzoek is verricht voor de bepaling van een kanaal in evenwicht. Sedimenttransport en de invloed hiervan op de schuifspanningsverdeling is niet in rekening genomen.

- Een andere methode is gevolgd door Einstein. Voor rechthoekige goten komt het er op neer, dat er twee orthogonalen worden getrokken die het stroomprofiel in 3 delen splitsen.



De gemiddelde schuifspanning die op de bodem werkt is dan :

$$\bar{\tau}_b = \rho g \frac{A_b}{B} I \qquad (5.2.7)$$

Einstein gebruikt verder de snelheidsverdeling niet meer, maar doet enkele aannamen.

- De gemiddelde snelheid is in de drie delen gelijk.
- Het verhang is in de drie delen gelijk.

De volgende vergelijkingen kunnen dan opgesteld worden.

$$v = C \sqrt{R I} \qquad (5.2.8)$$

$$v = C_b \sqrt{R_b I} \qquad (5.2.9)$$

$$v = C_w \sqrt{R_w I} \qquad (5.2.10)$$

waarin : $$C_b = 18 . \log \frac{12 R_b}{k_b} \qquad (5.2.11)$$

$$C_w = 18 . \log \frac{12 R_w}{k_w} \qquad (5.2.12)$$

Is de Nikuradse wandruwheid (k_w) gegeven, dan is de schuifspanning over de bodem te berekenen.

Het voordeel van deze hypothese is, dat de snelheidsverdeling over de doorsnede en dus de plaats van de orthogonalen niet van belang is.
In het huidige onderzoek is ervan uitgegaan, dat het transport gerelateerd moest worden aan $\bar{\tau}_b$. Daarom is een zijwandcorrectie volgens de hypothese van Einstein uitgevoerd. In bijlage 11 is deze berekeningswijze verder uitgewerkt.

5.2.2 Verwerking van de Meetgegevens.

- Berekening van de parameters.

Allereerst zijn de meetgegevens verwerkt. Met de gemeten grootheden zijn de parameters X, Y_{v_*}, Y_v en R_b/D_{90} bepaald.

- Berekening X

De parameter X is berekend uit :

$$X = \frac{T}{\sqrt{g\Delta D_{50}^{3}}} \qquad (5.2.13)$$

Het sedimenttransport was gegeven als gewichts-concentratie in pph (parts per hundredthousand) :

$$CTB = \frac{T(\rho_s - \rho)}{Q\,\rho} B.10^{5} \qquad (5.2.14)$$

waarin	CTB	: concentratie sediment	(pph)
	T	: sedimenttransport in volume (zonder poriën)	($m^3/s/m'$)
	Q	: afvoer	(m^3/s)
	ρ	: dichtheid water	(kg/m^3)
	ρ_s	: dichtheid sediment	(kg/m^3)
	B	: breedte	(m)

Het sedimenttransport was hieriut te bepalen volgens :

$$T = \frac{CTB.Q.10^{-5}}{\Delta} \qquad (5.2.15)$$

De grootheden g, Δ en D_{50} waren gegeven, zodat de X waarde voor de metingen waren te berekenen.

- Berekening Y_{v_*}

De parameter Y_{v_*} is berekend volgens :

$$Y_{v_*} = \frac{v_*}{\sqrt{g\Delta D_{50}}} \qquad (5.2.16)$$

De v_* is bepaald als totale schuifspanningssnelheid over de bodem en berekend volgens :

$$v_* = \sqrt{gR_b I} \qquad (5.2.17)$$

waarin R_b : de hydraulische straal met betrekking tot de bodem.

R_b is berekend zoals aangegeven in bijlage 11. De grootheden g en I waren gegeven, zodat Y_{v_*} berekend kon worden.

- Berekening Y_v

De parameter Y_v is berekend volgens :

$$Y_v = \frac{v}{g\ D_{50}} \qquad (\ 5.2.18\ )$$

De gemmiddelde watersnelheid v is berekend volgens v = Q/Bh

- Berekening korrelruwheid

Als maat voor de korrelruwheid ($C' = \log \frac{12\ R_b}{D_{90}}$) is de parameter R_b/D_{90} ingevoerd. De R_b is berekend zoals aangegeven in bijlage 11. De D_{90} van de korrelmaterialen was gegeven.

- Grafische voorstelling van de meetgegevens

Nadat de parameters van de meetgegevens berekend waren, zijn deze gerangschikt. In eerste instantie zijn de meetpunten gerangschikt in klassen van R_b/D_{90}. Voor iedere klasse is een grafiek getekend met assen X en Y_v, waarbij de assen een logaritmische schaalverdeling hebben. Om nu de waarde van de parameter Y_{v_*} van de meetpunten te onderscheiden, is deze parameter gerangschikt in klassen. Aan iedere klasse is een symbool toegevoegd. De meetpunten worden in de grafieken weergegeven door deze symbolen. Het middelpunt van ieder symbool geeft de waarde van X en Y_v van het meetpunt aan. In tabel 5.1 is een overzicht gegeven van de rangschikking in de klassen van zowel R_b/D_{90} als Y_{v_*} met de bijbehorende symbolen gegeven. Bovendien is het aantal beschikbare meetgegevens per klasse in de tabel opgenomen. De meetpunten zijn verwerkt in een 15 tal grafieken, waarbij iedere grafiek correspondeert met een klasse van R_b/D_{90}. Deze grafieken zijn voor het onderzoek gebruikt als basisfiguren. De verschillende relaties verkregen uit de formules zijn hierop uitgezet (zie de figuren 5.1 t/m 5.105)

$\frac{Y_{v*}}{\overline{Y}_{v*}}$ / $\frac{R_b}{D_{90}}$	$\overline{\left(\frac{R_b}{D_{90}}\right)}$	rangnr.	<0,10	,10-0,15	,15-0,21	,21-0,31	,31-0,49	,49-0,71	,71-1,0	,0 -1,5	,5 -2,1	>2,1	totaal
$\overline{Y}_{v*}$				0,125	0,18	0,26	0,40	0,60	0,855	1,25	1,80		
rangnr.			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
			□	⊙	△	+	×	◇	⍏	⧗	Z	Y	
< 7,1		1	-	2	5	14	7	-	-	-	-	-	28
7,1- 10	8,55	2	-	-	7	20	19	-	-	-	-	-	46
10 - 15	12,5	3	-	10	27	57	37	-	-	-	-	-	131
15 - 21	18	4	-	1	26	63	32	3	-	-	-	-	125
21 - 31	26	5	-	-	44	76	41	30	-	-	-	-	191
31 - 49	40	6	-	1	65	233	51	74	7	-	-	-	431
49 - 71	60	7	-	-	32	124	197	104	26	1	-	-	484
71 - 100	85,5	8	-	-	4	78	85	120	76	4	-	-	367
100 - 150	125	9	-	1	1	28	101	132	76	11	-	-	350
150 - 210	180	10	-	-	4	4	62	64	52	27	5	-	218
210 - 310	260	11	-	-	3	4	44	60	70	21	9	1	212
310 - 490	400	12	-	-	-	1	23	46	50	13	2	-	135
490 - 710	600	13	-	-	-	-	2	12	25	12	4	1	56
710 -1000	855	14	-	-	-	-	-	5	16	5	-	-	26
>1000		15	-	-	-	-	-	2	13	13	3	3	34
totaal			-	15	218	702	701	652	411	107	23	5	2834

Tabel 5.1 Klasse-indeling van de meetgegevens.

5.2.3 Aard van het transport

Zoals reeds in hoofdstuk 1 was te zien, wordt de aard van het transport bepaald door de waarde van de grootheid v_*/W. Voor grofkorrelig materiaal geldt dan : $v_*/W \sim v_*/\sqrt{g\Delta D}$ en komt dus overeen met de parameter Y_{v_*}. Voor fijnkorrelig materiaal geldt de relatie $v_*/W \sim v_*/\sqrt{g\Delta D} \cdot (\nu^2/g\Delta D^3)^3$. Deze relatie wordt niet door een parameter voorgesteld. Het is dus moeilijk om met de gebruikte parameters de aard van het transport te bepalen. Globaal kan gesteld worden dat er voor kleine waarden van Y_{v_*} bodemtransport optreedt en voor grote waarde van Y_{v_*} suspensie transport.

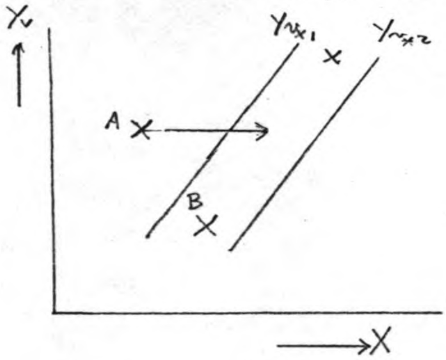
5.3 Weergave transportformules.

De relaties van de formules zijn zodanig weergegeven, dat een vergelijking van het gemeten en het berekende transport, uitgedrukt in de transportparameter X, mogelijk was. Om de geldigheidsgebieden af te bakenen, is eveneens de relatie tussen X en de parameters Y_{v*}, Y_v, C' in de figuren weergegeven.

De formules van E.H., M.P.M., de 1ste modificatie van M.P.M. en Rottner worden beschreven met de parameters X, Y_{v*}, Y_v en R_b/D_{90}. Deze formules worden voorgesteld door krommen en zijn uitgezet op de basisfiguren (zie voor de verschillende relaties de figuren 5.1 t/m 5.75). De krommen zijn verkregen door de klassemidden van R_b/D_{90}, behorende bij iedere grafiek en de klassegrenzen van Y_{v*} (welke overeenkomen met de klassegrenzen van de meetpunten) in de formule in te vullen. Zo ontstaan voor de verschillende formules relaties tussen X en Y_v, welke in de basisfiguren zijn getekend. Elke klasse van Y_{v*} wordt gekarakteriseerd door het vlak tussen twee krommen.

- Interpretatie

Een formule geeft een optimale relatie, als een meetpunt zodanig op de grafiek ligt, dat de klasse van Y_{v*} van dat meetpunt overeenkomt met de klasse welke volgt uit de formule.



In het schetsje hiernaast is dit duidelijk gemaakt. De twee getrokken lijnen geven de grafische weergave van een formule voor bepaalde R_b/D_{90} en bepaalde Y_{v*}. Het vlak tussen de lijnen geeft de klasse van Y_{v*} aan, welke volgt uit de formule. Het gaat hier om de klasse voorgesteld met het symbool × . Er zijn twee meetpunten in de grafiek getekend, weergegeven door het symbool ×, welke de klasse Y_{v*} bepaalt. De formule geeft een goede representatie voor meetpunt B, omdat het meetpunt in de klasse valt, overeenkomstig met de formule. De formule geeft geen goede representatie voor meetpunt A. Wordt het transport van meting A met de betreffende formule berekend,dan zal de waarde van X afwijken van de werkelijk optredende X. Dit komt erop neer dat het meetpunt verplaatst zoals aangegeven in de figuur.

De 3^e modificatie van M.P.M.$^{*)}$ en de formule van A.W. bevatten nog de parameters D_{50} (M.P.M.) en D_{gr} (A.W.). Een interpretatie als hiervoor beschreven is daarom voor deze formules niet mogelijk.
In dit geval is gebruik gemaakt van de meetgegevens.
De waarden van Y_{v*}, Y_v en R_b/D_{90} zijn berekend als in paragraaf 5.2.2 vermeld staat. De waarden van de transportparameters zijn met de formules berekend. De verkregen meetpunten zijn op gelijke wijze als de basisfiguren in de grafieken gezet. De zo ontstane grafieken zijn weergegeven op een transparant, zodat een vergelijking van de berekende en gemeten waarden van de meetgegevens mogelijk is.

De formules zijn terug te vinden op de volgende grafieken :

formule	figuren
E.H.	5.1 -5.15
E.H. (R_b= h)	5.16-5.30
M.P.M.	5.31-5.45
1^e modificatie	5.46-5.60
3^e modificatie	5.76-5.90
Rottner	5.61-5.75
A.W.	5.91-5.105

5.5 Vergelijking van de Formules met de Meetgegevens

5.5.-1 Engelund Hansen, fig. 5.1 t/m 5.15

Volgens E.H. wordt het transport geheel bepaald door de parameters X, Y_{v_*} en Y_v. Door de indeling naar Y_{v_*} wordt de formule grafisch weergegeven door een lijnenbundel van rechten. De exponent $q = 2$ uit de machtsformule is in de grafiek terug te vinden als richtingscoëfficiënt van de lijnen. De exponent $p = 3$ en Y_{v_*} bepalen de afstand tussen de lijnen . De formule geeft geen relatie met C', in iedere grafiek is dus dezelfde lijnenbundel uitgezet. Er is te zien dat begin van beweging niet gedefinieërd is. De lijnen zijn naar boven begrensd door de relatie : $Y_v/Y_{v_*} = v/v_* = C/\sqrt{g}$, welke kleiner moet zijn dan $C'/\sqrt{g}$. Ofwel de ruwheid m.b.t. de korrels, is maximaal even groot als de totale ruwheid. Deze bovengrens is in de figuren aangegeven door de streep-stip lijn.

In de grafieken is het volgende te zien :

- Voor kleine waarden van X wordt het transport niet goed beschreven. De meetpunten liggen zeer verspreid om het overeenkomstige interval van E.H.

- Voor grote waarden van X wordt het transport goed beschreven. De exponent p, uit de machtsformule, komt goed overeen met de meetpunten.

Eigenaardig is wel, dat de formule voor grote waarden van de parameters verschoven ligt ten opzichte van de meetpunten, zodat het berekende transport over het geheel te klein zal zijn. De oorzaak is te vinden in de in dit onderzoek toegepaste zijwandcorrectie.
De v_* is berekend volgens $v_* = \sqrt{gR_bI}$, Engelund en Hansen verwaarlozen de invloed van de zijwanden en rekenen dus met $v_* = \sqrt{ghI}$.
Er geldt dat $R_b < h$, zodat de v_* volgens E.H. kleiner is dan de v_* waarmee in dit onderzoek is gerekend. Naar aanleiding hiervan is de invloed van de zijwandcorrectie in bijlage 111 onderzocht.

Om na te gaan of de formule beter voldoet, als er geen zijwandcorrectie wordt toegepast, zijn in de figuren 5.16 t/m 5.31 de meetpunten nogmaals uitgezet. De parameters zijn berekend zonder een zijwandcorrectie. Er geldt nu $Y_{v_*} = \sqrt{hI/\Delta D_{50}}$ (in plaats van $\sqrt{R_b I/\Delta D_{50}}$) . Worden de figuren 5.1 t/m 5.15 vergeleken met de figuren 5.16 t/m 5.30, Dan blijkt, dat bij deze laatste metingen de formule beter overeenkomt met de meetgegevens. De formule ligt echter nog steeds verschoven ten opzichte van de meetpunten.

5.5.-2 Meyer Peter en Müller, fig 5.31 t/m 5.45.

Volgens Meyer Peter en Müller wordt het transport bepaald door de parameters X, Y_{v_*}, Y_v en R_b/D_{90}. De verkregen lijnen in de lijnenbundels zijn geheel gelijkvoormig. De invloed van R_b/D_{90} is als volgt : Een groter wordende R_b/D_{90} geeft een vertikale verplaatsing van de gehele lijn naar boven. Het komt er dus op neer dat een vergroting van R_b/D_{90}, bij konstante Y_v en Y_{v_*} een verkleining van het transport geeft. Een zelfde effect wordt veroorzaakt door een kleiner wordende Y_{v_*}. Begin van beweging is in de formule gedefinieerd, voor kleine waarden van X naderen de krommen een konstante waarde van Y_v, welke afhangt van de grootte van de parameters Y_{v_*} en R_b/D_{90}. Transporten die in de buurt liggen van begin van beweging worden niet goed met de formule beschreven. Transport in suspensie wordt eveneens niet goed beschreven. Transporten waarbij de X ligt tussen 0,01 en 0,5 worden over het geheel genomen goed beschreven. Een duidelijk begrensd geldigheids-gebied is moeilijk aan te geven. De figuren geven een verward beeld en zijn moeilijker te interpreteren dan de figuren in hoofdstuk 2. Het is zeker een gemis dat de korreldiameter en de aard van het transport niet uit de grafieken zijn af te lezen. Zowel voor de formule van E.H. als van M.P.M. kan verwacht worden, dat in dat geval de geldigheids-gebieden beter te omschrijven zijn.

5.5.3 De eerste modificatie van M.P.M., fig 5.46 t/m 5.60.

Het verschil met M.P.M. is duidelijk te onderscheiden. In het geheel liggen de krommen lager in de grafieken. Dit wordt veroorzaakt door een kleinere waarde voor begin van beweging en een grotere waarde van de exponent p, waardoor de krommen vlakker in de figuur komen te liggen. De krommen volgen de meetpunten, waarbij grote transporten optreden goed. Voor kleine transporten liggen de krommen over het geheel te laag waardoor de berekende transporten die in dit gebied liggen te laag zullen zijn. Dit geldt in mindere mate als R_b/D_{90} groter wordt.

5.5.4 Rottner, fig 5.61 t/m 5.75.

Rottner geeft oorspronkelijk de relatie tussen X, Y_v en $h/\overline{D}$. De parameter $h/\overline{D}$ kan geinterpreteerd worden als een korrelruwheid. In de figuren zijn de krommen voorgesteld door $h/\overline{D}$ te vervangen door R_b/D_{90}. Er geldt dat $R_b < h$ en $D_{90} > \overline{D}$, zodat gesteld kan worden dat R_b/D_{90} $h/\overline{D}$. Hiermee wordt dus een fout geintroduceerd, wat kan leiden tot een verschil tussen de meetpunten en de relatie volgens Rottner. Het blijkt echter, dat de formule de meetpunten over het gehele meetbereik aardig volgt. Een criterium voor begin van beweging is in de formule opgenomen. Volgens Rottner is begin van beweging afhankelijk van de parameter R_b/D_{90}. Interessant is te zien, hoe $Y_{v_{cr}}$ varieërt met een variatie in R_b/D_{90}. Als R_b/D_{90} varieert van 7,1 tot 31 dan neemt $Y_{v_{cr}}$ toe. Voor het gebied waarvoor geldt dat R_b/D_{90} varieert tussen 31 en 150, blijft de waarde van $Y_{v_{cr}}$ konstant. Voor grotere waarden van R_b/D_{90} neemt de waarde van $Y_{v_{cr}}$ weer af. Voor $R_b/D_{90} < 150$ is deze trend ook uit de meetpunten waar te nemen. Voor grotere waarden van R_b/D_{90} wordt deze trend niet door de meetpunten gevolgd. Het is dan ook te zien, dat voor het gebied waarvoor geldt $R_b/D_{90} > 300$ de krommen verdraaid liggen ten opzichte van de meetpunten. Het komt er over het geheel genomen op neer dat Rottner een goede representatie van de meetpunten geeft. Door de eenvoudige vorm van de relatie kunnen er wel aanzienlijke fouten optreden.

5.5.5 3^e modificatie van M.P.M.,fig. 5.76 t/m 5.90.

Van de 2 modificaties van M.P.M. waarbij de D_{50} als parameter is ingevoerd, is hier de 3^e modificatie in het onderzoek opgenomen. Deze gaf in hoofdstuk 3 voor het gehele meetbereik de beste overeenstemming met de meetpunten. Een vergelijking van de relatie met de meetpunten zoals die te zien is in de figuren 5.76 t/m 5.90 toont aan dat het transport ook hier over het gehele bereik goed beschreven wordt. Het invoeren van de D_{50} als extra parameter blijkt tot zeer goede resultaten te leiden, waarbij zowel bodem als zwevend transport goed beschreven wordt Enige voorzichtigheid is hier echter wel geboden, omdat in dit onderzoek dezelfde meetgegevens zijn gebruikt, als in het onderzoek in hoofdstuk 2. Een toetsing van de formule op andere meetgegevens is dus noodzakelijk. (zie hoofdstuk 6)

5.5.6 Ackers en White, fig. 5.91 t/m 5.105.

Ackers en White gebruikten als extra parameter de dimensieloze korreldiameter D_{gr} ($= D(\frac{g\Delta}{\nu^{1/2}})^3$) . Ackers en White maakten geen definitieve keuze voor het gebruik van een korreldiameter. Bij enige metingen bleek het transport berekend met de D_{50} tot goede resultaten te leiden, bij andere metingen bleek de D_{35} beter te voldoen. In dit onderzoek is voor de berekening de D_{50} gebruikt. Uit de figuren blijkt dat de formule een goede representatie van de meetpunten geeft. Ook hier kan gesteld worden, dat de invoering van een maat voor de korreldiameter tot goede resultaten leidt.

In de figuren 5.91 t/m 5.105 is het moeilijk te zien, hoe de invloed van de grootheden Y_{v_*}, R_b/D_{90}, D_{50}, ν en t volgens Ackers en White is. Om toch enig inzicht in deze invloeden te krijgen, is in fig. 5.106 de relatie gegeven tussen de parameters X en Y_v voor verschillende waarden van deze grootheden.

- Relatie tussen D_{50} en ν.

Uit de relatie van de dimensieloze korreldiameter $D_{gr} = D_{50}\left(\frac{g\Delta}{\nu^2}\right)^{1/3}$ blijkt dat een vergroting van D_{50} een gelijke waarde voor D_{gr} oplevert, als de viscositeit eveneens groter wordt. Dit komt neer op een verlaging van de watertemperatuur, daar voor water geldt : $\nu = 1,78.10^{-6}/(1 - 0,0337t)$,waarin t de watertemperatuur in ^{o}C is. Wordt uitgegaan van een temperatuur van $15^{o}C$ dan blijft, bij een temperatuurdaling van 5^{o} de D_{gr} gelijk, als de D_{50} met een factor 1,2 groter wordt.

In fig. 5.106 is uitgegaan van de waarden :

$$\left.\begin{array}{ll} D & = 0,5 \text{ mm} \\ t & = 15^{o}C \end{array}\right\} \longrightarrow D_{gr} = 12,5$$

$R_b/D_{90} = 400$

$Y_{v*} = 0,49$

Met deze gegevens zijn de waarden van A, C_a, m, en n van de formule te bepalen. Deze waarden ingevuld in de vergelijking, levert de relatie, die in fig. 5.106 is weergegeven door de getrokken lijn. De andere lijnen zijn verkregen door telkens de waarde van één parameter te veranderen. Deze veranderingen met de corresponderende lijnen zijn weergegeven in tabel 5.2

weergave van de relatie	oorspronkelijke waarde van de parameter	nieuwe waarde van de parameter
——— ———	D = 0,5 mm	D = 0,2 mm
———-———	D = 0,5 mm	D = 1 mm
— — — — —	Y_{v*} = 0,49	Y_{v*} = 71
- - - - - - - - - -	R_b/D_{90} = 400	R_b/D_{90} = 800

Tabel 5.2

- De invloed van de korreldiameter.

In vergelijking met grof materiaal geeft een kleinere korreldiameter een kleinere waarde van Y_v voor begin van beweging. Bij een X die ligt tussen 10^{-3} en 10^{2} geeft, bij een konstante waarde van Y_v, fijnkorrelig materiaal een grotere waarde voor X.

- De invloed van Y_{v*}

Een vergroting van Y_{v*} geeft een verschuiving van de kromme naar beneden (bij konstante Y_v wordt X groter). Er is te zien dat deze verschuiving aanzienlijk is. Dit komt overeen met de relatie volgens de machtsformule. In fig. 4.5 is te zien dat voor $D_{gr} = 12,5$ de invloed van Y_v overheerst. De invloed van Y_{v*} kan echter zeker niet verwaarloosd worden.

- De invloed van R_b/D_{90}

Volgens Ackers en White heeft de parameter R_b/D_{90} voor de hier onderzochte relatie vrijwel geen invloed.

5.6 Conclusies

Uit het onderzoek zijn de volgende conclusies te trekken :

- De formules van E.H., M.P.M. en de eerste modificatie van M.P.M. hebben slechts een beperkt geldigheids gebied.

  De formules van E.H. en de eerste modificatie van M.P.M. geven een goede relatie voor de berekening van sedimenttransport in suspensie. De formule van M.P.M. geeft een goede relatie voor niet al te kleine bodemtransporten.

- Een juiste afbakening van de formules kan geschieden als eveneens de invloed van de korreldiameter wordt onderzocht.

- Rottner geeft over het gehele bereik een goede representatie van de meetgegevens. Door de eenvoudige vorm van de formule kunnen echter grote fouten optreden.

- De formule van A.W. en de 3^e modificatie van M.P.M. geven over het gehele meetbereik de beste representatie.

- Zeer kleine transporten zijn bij geen enkele formule goed beschreven. De fouten in het berekende transport variëren in de orde van grootte van 10 tot 100.

HOOFDSTUK 6

TOEPASSING VAN DE TRANSPORTFORMULES

6.1 Inleiding

De onderzochte transportformules zijn toegepast op enige sediment-transport metingen. Hiervoor zijn zowel goot-als rivier metingen gebruikt. De gootmetingen (18 stuks) zijn afkomstig van het Waterloopkundig Laboratorium "De Voorst". De riviermetingen zijn afkomstig van de IJssel en het Pannerdens kanaal. Daar de formules alle gebaseerd zijn op gootmetingen (zie hoofdstuk 2 en 3), kan verwacht worden dat de resultaten van de rivier metingen afwijken van die van de gootmetingen. Bovendien is over het algemeen de nauwkeurigheid van de gootmetingen groter. Daarom is in eerste instantie de toepassing van de formules voor goot- en rivier metingen onafhankelijk in de paragrafen 6.2 en 6.3 onderzocht. Tenslotte zijn in paragraaf 6.3 de rivier-en gootmetingen tezamen onderzocht.

Voor de verschillende formules zijn de gemeten en de berekende transporten met elkaar vergeleken. Het transport is berekend als volume (met poriën) per eenheid van breedte. Voor het poriëngehalte is $\varepsilon = 0,4$ aangehouden.
Om de mate van samenhang tussen het gemeten en het berekende transport te bepalen, is de correlatiecoëfficiënt berekend.
Om de afwijking ten opzichte van de lijn van volledige overeenstemming ($s_{ber.} = s_{gem.}$) van het gehele pakket metingen te bepalen, is de regressiekonstante A uit $s_{ber.} = A.s_{gemeten}$ berekend. Zo was het mogelijk om enige conclusies te trekken omtrent de bruikbaarheid van de onderzochte formules.

6.2 Toepassing van de Formules op Gootmetingen.

Voor de metingen is een vrijwel uniform korrelmateriaal gebruikt met $D_{50} = 0,75$ mm en $\rho_s = 2650$ kg/m^3. Er trad voornamelijk bodemtransport op en de bedding bestond uit duinen. Voor de waarden van de benodigde grootheden wordt verwezen naar bijlage IIII . Met behulp van deze meetgegevens was het mogelijk het transport te berekenen. Daar zowel de wandruwheid van de goot als de watertemperatuur bekend was, was het mogelijk een zijwandcorrectie uit te voeren en R_b te berekenen. Deze R_b was reeds door het "WL" berekend, zodat deze als gegeven is opgenomen. Voor het berekenen van het transport, zijn de volgende grootheden berekend :

$$v = \frac{Q}{Bh}$$

$$v_* = gR_b I$$

$$Y_{v_*} = \frac{v_*}{\sqrt{g\Delta D_{50}}}$$

$$Y_v = \frac{v}{\sqrt{g\Delta D_{50}}}$$

$$C'_{MPM} = 18.\log\frac{12.R_b}{D_{90}}$$

$$C'_{AW} = 32g.\log\frac{10.R_b}{D_{50}}$$

Met deze grootheden was het mogelijk de transportparameter X ($= \frac{T}{\sqrt{g\Delta D_{50}^3}}$) te berekenen. Het transport is hieruit berekend volgens :

$$s = X.\sqrt{g\Delta D_{50}^3}/(\,1 - \varepsilon\,)$$

Tabel 6.1 geeft een overzicht van de gemeten en de berekende transporten. Bovendien is de relatieve fout van het berekende transport als verhouding $s_{ber.}/s_{gemeten}$ vermeld.

NR	S GEMETEN	S MPM	S MPM 1	S MPM 3	S E.H.	S ROTTNER	S A.W.
1	+.124'-4	+.616'-5	+.144'-4	+.146'-4	+.168'-4	+.934'-5	+.109'-4
2	+.125'-4	+.602'-5	+.141'-4	+.143'-4	+.164'-4	+.924'-5	+.107'-4
3	+.124'-4	+.694'-5	+.160'-4	+.159'-4	+.214'-4	+.120'-4	+.127'-4
4	+.121'-4	+.421'-5	+.105'-4	+.113'-4	+.108'-4	+.507'-5	+.733'-5
5	+.116'-4	+.468'-5	+.114'-4	+.120'-4	+.100'-4	+.596'-5	+.794'-5
6	+.123'-4	+.747'-5	+.171'-4	+.163'-4	+.228'-4	+.150'-4	+.141'-4
7	+.127'-4	+.101'-4	+.225'-4	+.213'-4	+.245'-4	+.216'-4	+.193'-4
8	+.128'-4	+.834'-5	+.189'-4	+.183'-4	+.237'-4	+.201'-4	+.164'-4
9	+.131'-4	+.100'-4	+.224'-4	+.212'-4	+.258'-4	+.263'-4	+.197'-4
10	+.239'-5	+.601'-6	+.183'-5	+.317'-5	+.400'-5	+.346'-5	+.122'-5
11	+.235'-4	+.152'-4	+.339'-4	+.304'-4	+.437'-4	+.216'-4	+.261'-4
12	+.244'-4	+.122'-4	+.273'-4	+.251'-4	+.246'-4	+.117'-4	+.189'-4
13	+.244'-4	+.176'-4	+.395'-4	+.347'-4	+.539'-4	+.316'-4	+.323'-4
14	+.259'-5	+.723'-7	+.212'-5	+.349'-5	+.229'-5	+.231'-5	+.128'-5
15	+.261'-5	+.165'-6	+.240'-5	+.378'-5	+.518'-5	+.561'-5	+.180'-5
16	+.118'-3	+.632'-4	+.168'-3	+.131'-3	+.246'-3	+.713'-4	+.107'-3
17	+.130'-3	+.744'-5	+.170'-4	+.167'-4	+.227'-4	+.161'-4	+.142'-4
18	+.117'-2	+.734'-4	+.201'-3	+.155'-3	+.395'-3	+.993'-4	+.131'-3

NR	SMPM/SGEM	SMP1/SGEM	SMP3/SGEM	SEH/SGEM	SROT/SGEM	SAW/SGEM
1	+.497'+0	+.116'+1	+.118'+1	+.136'+1	+.754'+0	+.883'+0
2	+.481'+0	+.113'+1	+.114'+1	+.131'+1	+.738'+0	+.859'+0
3	+.559'+0	+.129'+1	+.128'+1	+.172'+1	+.969'+0	+.102'+1
4	+.348'+0	+.869'+0	+.932'+0	+.893'+0	+.420'+0	+.607'+0
5	+.402'+0	+.983'+0	+.104'+1	+.862'+0	+.513'+0	+.683'+0
6	+.606'+0	+.138'+1	+.136'+1	+.185'+1	+.122'+1	+.115'+1
7	+.793'+0	+.178'+1	+.168'+1	+.194'+1	+.170'+1	+.152'+1
8	+.650'+0	+.147'+1	+.143'+1	+.185'+1	+.157'+1	+.128'+1
9	+.765'+0	+.171'+1	+.162'+1	+.197'+1	+.201'+1	+.151'+1
10	+.252'-2	+.767'+0	+.133'+1	+.167'+1	+.145'+1	+.509'+0
11	+.645'+0	+.144'+1	+.129'+1	+.186'+1	+.925'+0	+.111'+1
12	+.502'+0	+.112'+1	+.103'+1	+.101'+1	+.480'+0	+.774'+0
13	+.721'+0	+.162'+1	+.143'+1	+.221'+1	+.130'+1	+.133'+1
14	+.279'-1	+.819'+0	+.135'+1	+.883'+0	+.892'+0	+.493'+0
15	+.632'-1	+.920'+0	+.145'+1	+.198'+1	+.215'+1	+.691'+0
16	+.537'+0	+.143'+1	+.112'+1	+.209'+1	+.606'+0	+.911'+0
17	+.571'-1	+.130'+0	+.129'+0	+.174'+0	+.124'+0	+.109'+0
18	+.628'-1	+.172'+0	+.133'+0	+.338'+0	+.850'-1	+.112'+0

Tabel 6.1 Overzicht Berekende en gemeten transporten, metingen WL De Voorst.

In de figuren 6.1 t/m 6.6 zijn voor de verschillende formules de berekende tegen de gemeten transporten uitgezet. Tabel 6.2 geeft een overzicht van de berekende correlatiecoëfficiënten en de regressie-constanten.

formule	corr.coëff.	regr.const. A uit $s_{ber.}=A.s_{gem.}$	aantal metingen
E.H.	0,96	2,60	18
M.P.M.	0,99	0,58	18
1ste modificatie	0,99	1,54	18
3e modificatie	0,99	1,22	18
Rottner	0,95	0,75	18
A.W.	0,99	1,01	18

Engelund Hansen, fig. 6.1.

correlatie-coëfficient : 0,96

regressielijn : $s_{ber.} = 2,60.s_{gemeten}$

Het gemeten transport is over het algemeen kleiner dan het berekende transport. Uit de regressielijn volgt dat dit een factor 2,6 is. Wordt de gemiddelde afwijking berekend uit $\sum(s_{ber.}/s_{gem.})/n$, waarin n het aantal metingen, dan is het berekende transport gemiddeld 1,7 maal te groot. De samenhang is goed te noemen,al is deze minder dan van M.P.M. en A.W.

De trend is eveneens in hoofdstuk 5 onderkend. Voor de meetpunten geldt dat R_b/D_{90} varieert van 100 tot 500. De meetpunten liggen dus in het bereik welke voorgesteld wordt door de figuren 5.9 t/m 5.12. In deze figuren is te zien dat bodemtransport een grote spreiding ten opzichte van E.H. geven en dat over het algemeen het berekende transport te hoog is.

Meyer Peter en Müller, fig 6.2.

correlatie-coëfficiënt : 0,99

regressielijn : $s_{ber.} = 0,58.s_{gemeten}$

Uit de figuur is te zien dat het berekende transport over het geheel genomen te klein is, wat tot uitdrukking komt in de regressievergelijking.De drie metingen met het kleinste transport geven een zeer grote fout in het berekende transport (factor 10 - 100 te klein). Wordt dit resultaat vergeleken met het resultaat van figuur 3.29, waarin de stroomparameter Y is uitgezet tegen de transportparameter X, voor een D_{50} welke ligt tussen 0,6 en 0,8 mm, dan geeft dit een gelijksoortig beeld. Daar de hier gebruikte metingen zijn verricht met het zelfde korrelmateriaal en het poriëngehalte voor iedere meting gelijk was, is X evenredig aan s, volgens $s = X.\ g\ D_{50}^3/(1-\varepsilon)$. In fig. 3.29 is te zien dat het berekende transport over het gehele bereik te klein is, bovendien neemt de fout toe als het transport kleiner wordt. Ondanks de grote fouten in het berekende transport voor de 3 meetpunten wordt toch een zeer hoge correlatie-coëfficiënt van 0,99 verkregen. Dit is echter niet verwonderlijk. De correlatie-coëfficiënt wordt (evenals de regressielijn zoals beschreven in hoofdstuk 3) voornamelijk bepaald door de grote waarden van $s_{ber.}$ en $s_{gem.}$. De drie afwijkende waarden tellen dus nauwelijks mee.

1e Modificatie van M.P.M.,fig. 6.3.

correlatie-coëfficiënt : 0,99

regressielijn : $s_{ber.} = 1,54 . s_{gem}$

Het transport wordt goed beschreven. Alle meetpunten liggen nog binnen de lijnen, waarvoor geldt dat het berekende transport een factor 2 van het gemeten transport afwijkt. Over het geheel is het berekende transport te groot. Deze trend is eveneens in figuur 3.29 waar te nemen. Hierin is te zien dat deze formule de kleine transporten goed beschrijft, terwijl grote transporten minder goed beschreven worden, in dat geval is het berekende transport te groot. De mate van samenhang is zeer hoog. Hieraan kan meer waarde worden toegekend dan aan de corr. coëf. verkregen bij M.P.M., daar over het gehele bereik een goed verband te zien is.

3e Modificatie van M.P.M., fig. 6.4.

correlatie-coëfficiënt : 0,99

regressielijn : $s_{ber.} = 1,22 . s_{gemeten}$

Het transport wordt goed beschreven.Alle meet-punten liggen binnen de lijnen waarvoor geldt dat het berekende transport een factor 2 afwijkt van het gemeten transport. De regressielijn nadert goed de lijn van volledige overeenstemming. Ook in dit geval is het verkregen resultaat te vergelijken met figuur 3.29. In deze figuur wordt het transport met deze modificatie het beste beschreven.

Rottner, fig. 6.5.

correlatie-coëfficiënt : 0,95

regressielijn : $s_{ber.} = 0,75 . s_{gemeten}$

Rottner geeft een goede groepering van de meetpunten om de lijn van volledige overeenstemming. De samenhang is echter ten opzichte van de andere formules niet groot, al is een correlatie-coëfficiënt van 0,95 zeker acceptabel. In hoofdstuk 5 was reeds opgemerkt, dat de formule een zeer eenvoudige vorm heeft en dat daarom het transport ten opzichte van de andere formules erg onnauwkeurig berekend wordt.

Ackers en White, fig. 6.6.

correlatie-coëfficiënt : 0,99

regressielijn : $s_{ber.} = 1{,}01 . s_{gemeten}$

Deze formule geeft een zeer goede samenhang, de punten liggen bovendien zeer goed gegroepeerd om de lijn van volledige overeenstemming. In hoofdstuk 5 werd deze formule eveneens als zeer goed beschreven.

Conclusie

Over het algemeen kan gesteld worden, dat voor alle transportformules de samenhang tussen het gemeten en het berekende transport goed is. Enkele formules geven een verschuiving van de meetpunten ten opzichte van de lijn van volledige overeenstemming te zien. Wat betreft deze metingen kan geconcludeerd worden dat Ackers en White en de 3^e modificatie van M.P.M. het transport het best beschrijven.

Wat betreft de overige formules kan gesteld worden dat :

M.P.M. geeft te lage transporten, die aanzienlijk kunnen zijn naarmate het transport begin van beweging nadert.

M.P.M. 1^{ste} modif. geeft te hoge transporten.

E.H. geeft een grote spreiding in het berekende transport. gemiddeld genomen is het berekende transport te groot.

Rottner geeft gemiddeld goede transporten, de samenhang tussen het berekende en het gemeten transport is het laagst.

6.3 Toepassing van de Formules op Riviermetingen.

De formules zijn toegepast op meetgegevens van de IJssel en het Pannerdens kanaal. De meetgegevens zijn vermeld in bijlage V. Voor de berekening van het transport zijn de parameters berekend zoals vermeld staat in paragraaf 6.2. Voor R_b is in dit geval de waterhoogte gehanteerd. Daar de D_{85} in plaats van de D_{90} in de tabel gegeven is, is deze gehanteerd als maatgevende diameter voor de berekening van de korrelruwheid. In het totaal zijn 32 meetgegevens verwerkt. Tabel 6.3 geeft een overzicht van de gemeten en de berekende transporten. Bovendien is de relatieve fout van de berekende transporten als verhouding van $s_{ber.}/s_{gemeten}$ en zijn de waarden van de grootheid h/D_{90} in de tabel vermeld.
In de figuren 6.7 t/m 6.12 zijn voor de verschillende formules de berekende tegen de gemeten transporten uitgezet. Bij de meetgegevens, waarbij volgens de formules geen transport optreedt, zijn de meetpunten op de horizontale as uitgezet. Tabel 6.4 geeft een overzicht van de berekende correlatie-coëfficiënten, regressieconstanten en gemiddelde waarden van $s_{ber.}/s_{gemeten}$.

NR.	S GEMETEN	S MPM	S MPM 1	S MPM 3	S E.H.	S ROTTNER	S A.W.
1	+.203'-5	+.228'-4	+.610'-4	+.694'-4	+.126'-3	+.123'-3	+.803'-4
2	+.527'-5	+.313'-4	+.890'-4	+.104'-3	+.137'-3	+.178'-3	+.112'-3
3	+.789'-6	+.274'-4	+.777'-4	+.906'-4	+.119'-3	+.169'-3	+.995'-4
4	+.224'-5	+.820'-5	+.184'-4	+.157'-4	+.275'-4	+.606'-4	+.182'-4
5	+.153'-5	+.887'-5	+.207'-4	+.211'-4	+.331'-4	+.577'-4	+.190'-4
6	+.436'-6	+.272'-5	+.670'-5	+.651'-5	+.185'-4	+.277'-4	+.620'-5
7	+.770'-5	+.172'-4	+.408'-4	+.353'-4	+.743'-4	+.971'-4	+.474'-4
8	+.520'-5	+.281'-4	+.825'-4	+.974'-4	+.149'-3	+.158'-3	+.110'-3
9	+.537'-5	+.197'-4	+.458'-4	+.392'-4	+.182'-3	+.767'-4	+.485'-4
10	+.492'-5	+.811'-5	+.181'-4	+.163'-4	+.321'-4	+.545'-4	+.196'-4
11	+.187'-5	+.952'-5	+.216'-4	+.186'-4	+.407'-4	+.563'-4	+.237'-4
12	+.905'-6	+.127'-4	+.319'-4	+.349'-4	+.557'-4	+.747'-4	+.371'-4
13	+.980'-7	+.115'-5	+.355'-5	+.368'-5	+.539'-5	+.197'-4	+.148'-5
14	+.110'-7	+.000'+0	+.000'+0	+.000'+0	+.715'-7	+.000'+0	+.000'+0
15	+.470'-6	+.105'-4	+.234'-4	+.213'-4	+.130'-4	+.819'-4	+.147'-4
16	+.234'-6	+.394'-4	+.105'-3	+.866'-4	+.524'-4	+.177'-3	+.667'-4
17	+.771'-6	+.165'-4	+.369'-4	+.318'-4	+.236'-4	+.114'-3	+.312'-4
18	+.880'-7	+.253'-4	+.646'-4	+.561'-4	+.571'-4	+.167'-3	+.642'-4
19	+.337'-5	+.476'-4	+.111'-3	+.834'-4	+.157'-3	+.164'-3	+.713'-4
20	+.566'-6	+.629'-4	+.192'-3	+.168'-3	+.324'-3	+.230'-3	+.181'-3
21	+.293'-5	+.646'-4	+.172'-3	+.135'-3	+.202'-3	+.188'-3	+.109'-3
22	+.409'-6	+.461'-5	+.109'-4	+.111'-4	+.517'-5	+.563'-4	+.496'-5
23	+.481'-6	+.105'-5	+.435'-5	+.572'-5	+.431'-5	+.491'-4	+.384'-5
24	+.225'-6	+.553'-7	+.229'-5	+.367'-5	+.343'-5	+.338'-4	+.123'-5
25	+.641'-6	+.348'-5	+.833'-5	+.798'-5	+.602'-5	+.522'-4	+.533'-5
26	+.132'-3	+.537'-4	+.121'-3	+.628'-4	+.359'-4	+.502'-3	+.108'-3
27	+.294'-6	+.000'+0	+.000'+0	+.000'+0	+.750'-5	+.542'-4	+.000'+0
28	+.935'-6	+.149'-5	+.271'-4	+.581'-5	+.337'-4	+.144'-3	+.142'-4
29	+.288'-4	+.891'-4	+.212'-3	+.144'-3	+.134'-3	+.383'-3	+.143'-3
30	+.620'-7	+.722'-6	+.245'-4	+.491'-5	+.505'-4	+.154'-3	+.114'-4
31	+.113'-6	+.000'+0	+.000'+0	+.000'+0	+.253'-4	+.208'-4	+.000'+0
32	+.210'-4	+.591'-4	+.138'-3	+.946'-4	+.989'-4	+.271'-3	+.944'-4

NR.	SMPM/SGEM	SMP1/SGEM	SMP3/SGEM	SEH/SGEM	SROT/SGEM	SAW/SGEM	h/D_{90}
1	+.112'+2	+.301'+2	+.342'+2	+.623'+2	+.608'+2	+.396'+2	9700
2	+.595'+1	+.169'+2	+.197'+2	+.260'+2	+.337'+2	+.212'+2	8000
3	+.348'+2	+.985'+2	+.115'+3	+.150'+3	+.214'+3	+.126'+3	9800
4	+.366'+1	+.819'+1	+.702'+1	+.123'+2	+.270'+2	+.814'+1	6150
5	+.580'+1	+.136'+2	+.138'+2	+.216'+2	+.378'+2	+.125'+2	7370
6	+.623'+1	+.154'+2	+.149'+2	+.425'+2	+.635'+2	+.142'+2	5400
7	+.224'+1	+.531'+1	+.459'+1	+.965'+1	+.126'+2	+.616'+1	6700
8	+.541'+1	+.159'+2	+.187'+2	+.286'+2	+.305'+2	+.211'+2	9600
9	+.366'+1	+.854'+1	+.730'+1	+.340'+2	+.143'+2	+.904'+1	6600
10	+.165'+1	+.367'+1	+.330'+1	+.652'+1	+.111'+2	+.398'+1	4600
11	+.508'+1	+.116'+2	+.995'+1	+.218'+2	+.301'+2	+.127'+2	6000
12	+.141'+2	+.353'+2	+.385'+2	+.615'+2	+.825'+2	+.410'+2	8400
13	+.118'+2	+.362'+2	+.375'+2	+.550'+2	+.201'+3	+.151'+2	2500
14	+.000'+0	+.000'+0	+.000'+0	+.650'+1	+.000'+0	+.000'+0	180
15	+.223'+2	+.498'+2	+.453'+2	+.276'+2	+.174'+3	+.313'+2	1880
16	+.168'+3	+.449'+3	+.370'+3	+.224'+3	+.756'+3	+.285'+3	1200
17	+.214'+2	+.478'+2	+.413'+2	+.307'+2	+.148'+3	+.404'+2	1500
18	+.288'+3	+.734'+3	+.638'+3	+.648'+3	+.189'+4	+.730'+3	5100
19	+.141'+2	+.328'+2	+.247'+2	+.464'+2	+.488'+2	+.211'+2	1600
20	+.111'+3	+.339'+3	+.296'+3	+.572'+3	+.406'+3	+.320'+3	3000
21	+.220'+2	+.588'+2	+.460'+2	+.688'+2	+.641'+2	+.371'+2	1200
22	+.113'+2	+.266'+2	+.272'+2	+.127'+2	+.138'+3	+.121'+2	1550
23	+.218'+1	+.904'+1	+.119'+2	+.895'+1	+.102'+3	+.798'+1	3900
24	+.246'+0	+.102'+2	+.163'+2	+.152'+2	+.150'+3	+.545'+1	2900
25	+.543'+1	+.130'+2	+.124'+2	+.939'+1	+.814'+2	+.831'+1	3400
26	+.407'+0	+.918'+0	+.476'+0	+.272'+0	+.381'+1	+.820'+0	1000
27	+.000'+0	+.000'+0	+.000'+0	+.255'+2	+.184'+3	+.000'+0	353
28	+.160'+1	+.290'+2	+.622'+1	+.361'+2	+.154'+3	+.151'+2	646
29	+.310'+1	+.738'+1	+.502'+1	+.467'+1	+.133'+2	+.498'+1	1200
30	+.116'+2	+.395'+3	+.792'+2	+.814'+3	+.248'+4	+.184'+3	1200
31	+.000'+0	+.000'+0	+.000'+0	+.224'+3	+.184'+3	+.000'+0	360
32	+.281'+1	+.656'+1	+.450'+1	+.471'+1	+.129'+2	+.450'+1	1425

Tabel 6.3 Meetgegevens van de IJssel en het Pannerdens kanaal, overzicht van berekende en gemeten transporten, per vertikaal.

formule	corr. coëff.	regr.const. A uit $s_{ber.} = A.s_{gem.}$	gemiddelde van $s_{ber.}/s_{gem.}$	aantal metingen
E.H.	0,00	0,84	104	32
M.P.M.	0,41	0,64	27,5	29
1^{ste} modif.	0,34	1,48	86,5	29
3^{e} modif.	0,17	0,91	67,2	29
Rottner	0,76	4,70	252	31
A.W.	0,33	1,24	70,3	29

Tabel 6.4

Algemene opmerkingen

Uit tabel 6.4 en de figuren 6.7 t/m 6.12 is het volgende te zien :

- De correlatie-coëfficiënten zijn over het algemeen zeer klein.
- Het gemiddelde van $s_{ber.}/s_{gem.}$ varieert voor de verschillende formules tussen 25 en 250. Het berekende transport is dus gemiddeld te groot.
- De regressieconstante A varieert van 0,6 tot 4,6. Deze variatie is veel kleiner dan de variatie in de gemiddelde relatieve fout.
- Bij grotere transporten is de relatieve fout van het berekende transport kleiner.

Wat betreft het verschil tussen de waarden van de regressieconstanten en de gemiddelde waarden van $s_{ber.}/s_{gemeten}$ het volgende :
In de figuren 6.7 t/m 6.12 is te zien dat de regressielijn ook hier weer bepaald wordt door de grote waarden van $s_{ber.}$ en $s_{gemeten.}$ en dus niet representatief is voor alle meetpunten. De gemiddelde waarde van $s_{ber.}/s_{gemeten}$ is in dit geval een betere grootheid om de afwijking t.o.v. de lijn van volledige overeenstemming te geven. Het relatieve karakter leidt tot een betere overeenstemming met de werkelijkheid.

De optredende grote verschillen tussen het gemeten en het berekende transport kunnen voornamelijk veroorzaakt worden door :

1. Meetfouten
2. Meetgegevens liggen buiten het geldigheidsgebied van de formules.

ad 1. Het lijkt vrijwel onmogelijk dat de meetfouten dusdanig groot zijn, dat hierin de oorzaak kan worden gevonden.

ad 2. De formules zijn ontwikkeld met behulp van gootmetingen. Bij deze metingen is de verhouding h/D_{90} veel kleiner dan bij rivieren. Bij de gootgegevens, gebruikt in hoofdstuk 5, varieren de waarden van h/D_{90} tussen 7 en 1000. Voor de onderzochte riviergegevens varieren deze tussen 150 en 10 000 (zie tabel 6.3)

Om nu te onderzoeken of de rivier en de gootgegevens voor overeenkomstige waarden van h/D_{90} met elkaar overeenkomen, zijn de parameters van de riviergegevens, waarvoor geldt dat $h/D_{90} < 1000$, berekend en in de overeenkomstige figuren van hoofdstuk 5 gezet. Tabel 6.5 geeft de nummers van de riviermetingen en de daarbij behorende parameters. Eveneens is vermeld in welke figuren de meetpunten zijn uitgezet.

NR.	h/D_{90}	Y_{v*}	Y_v	X	fig.
14	180	0,067	1,09	$2,80.10^{-6}$	5.10
26	1000	0,25	5,43	$1,54.10^{-1}$	5.14
27	350	0,12	2,94	$2,90.10^{-5}$	5.12
28	650	0,27	4,66	$5,75.10^{-4}$	5.13
31	360	0,21	2,71	$1,48.10^{-5}$	5.12

Tabel 6.5 Waarden van de parameters van de riviermetingen waarvoor geldt dat $h/D_{90} < 1000$.

Meetpunt 14 geeft zeer kleine waarden van de parameters. In dit gebied zijn geheel geen gootmetingen bekend,het transport is zeer klein. De formules, welke een kriterium voor begin van beweging hebben, geven voor dit meetpunt geen transport. De metingen 27, 28 en 31 geven eveneens zeer kleine waarden van de parameters, ook dit gebied wordt niet gedekt door gootmetingen. De meetpunten sluiten wel goed aan bij de gootmetingen. De meetpunten 27 en 28 liggen voor de verschillende formules beneden het kriterium voor begin van beweging, terwijl het transport van meetpunt 28 voor de verschillende formules goed wordt weergegeven. Meetpunt 26 is het enige punt dat tussen de gootmetingen ligt. Het berekende transport komt goed overeen met het gemeten.

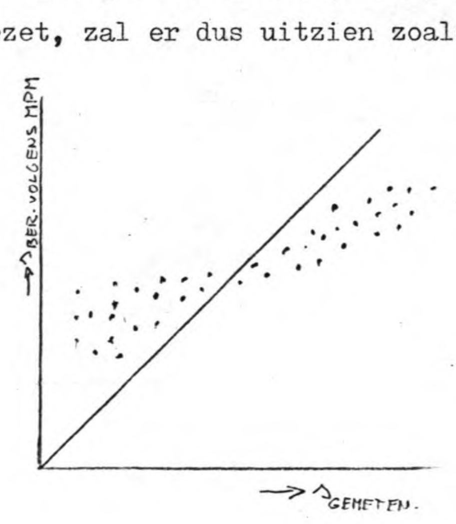
Om de invloed van de vergroting van h/D_{90} te onderzoeken, zijn in fig. 6.13 de meetpunten uitgezet waarvoor geldt dat de waarde van h/D_{90} varieert van 4900 tot 7100. Dit is op gelijke wijze gedaan als beschreven staat in hoofdstuk 5. Als vergelijking is de relatie van M.P.M. hierin uitgezet. In tabel 6.6 zijn de waarden van de parameters gegeven.

NR.	h/D_{90}	Y_{v*}	Y_v	X
4	6150	0,498	7,93	$3{,}18.10^{-2}$
5	7370	0,572	8,90	$3{,}48.10^{-2}$
6	5400	0,627	7,75	$5{,}18.10^{-3}$
7	6700	0,630	8,89	$1{,}03.10^{-1}$
9	6600	0,855	7,70	$5{,}45.10^{-2}$
11	6000	0,588	8,04	$3{,}02.10^{-2}$
18	5100	0,526	10,7	$1{,}29.10^{-3}$

Tabel 6.6 Waarden van de parameters van de riviermetingn waarvoor geldt dat $4900 < h/D_{90} < 7100$.

Worden de meetpunten van fig. 6.13 met de gootmetingen vergeleken, dan is te zien dat voor overeenkomstige waarden van Y_{v*} en Y_v van de goot en de riviermetingen de optredende waarde van X in de rivier kleiner is. Indien h/D_{90} groter wordt treden er dus kleinere transporten op. Deze trend wordt door M.P.M. enigszins gevolgd. De krommen liggen bij de riviermetingen hoger in de grafiek. Wordt ervan uitgegaan dat voor grote transporten geldt dat $X \quad Y_v^3$ zoals voorgesteld in de 3^e modificatie van M.P.M., dan zal het transport globaal de relatie volgen die is aangegeven met de gestippelde lijn in fig. 6.13. Indien de range van de riviermetingen zich uitstrekt tot grotere waarden van Y_{v*} en Y_v, dan zal voor M.P.M. het berekende transport kleiner zijn dan het gemeten. Het feit dat het transport, berekend volgens M.P.M., te groot is, is te wijten aan het gebied waarin de meetpunten liggen.

Wat betreft de 1ste en de 3^e modificatie van M.P.M. is een zelfde oorzaak aan te geven. Zie hiervoor de figuren 6.14 en 6.15. In dit geval liggen de krommen nog lager in de grafiek. Grote transporten worden mogelijk beter beschreven dan volgens M.P.M., maar de berekende kleine transporten zullen te groot zijn. Er kan niet gesteld worden, dat bij een grote waarde van h/D_{90} de formules niet opgaan, veel eerder kan gesteld worden dat juist in het onderzochte gebied van de meetgegevens de formules niet opgaan.
Verwacht kan worden dat bij grotere waarden van Y_{v*} en Y_v het berekende transport minder afwijkt van het gemeten transport, terwijl bij nog grotere waarden van Y_{v*} en Y_v het berekende transport te klein zal zijn. Een grafiek waarbij het berekende tegen het gemeten transport is uitgezet, zal er dus uitzien zoals aangegeven in onderstaande schets.



De relaties van E.H. en Rottner zijn in de figuren 6.16 en 6.17 met de meetgegevens van tabel 6.6 vergeleken. Hierin is eveneens te zien dat de meetpunten niet in het geldigheidsgebied van de formules vallen. Wat betreft A.W. is de relatie moeilijk te geven. Er kan worden verwacht dat deze formule eveneens voor de berekening van grotere transporten betere resultaten geeft. Zie fig. 6.18.

Het feit dat voor iedere formule de grotere transporten beter beschreven worden, is eveneens in de figuren 6.7 t/m 6.12 te zien. Naarmate het optredende transport groter wordt, wordt de fout in het berekende transport kleiner.

Conclusie

Het gebied van de meetgegevens komt niet overeen met de geldigheidsgebieden van de formules.

SYMBOLEN

A	coëfficiënt van Ackers en White, functie van D_{gr}	$[-]$
	oppervlakte dwarsprofiel	$[L^2]$
a	factor uit $X = aY_{v*}^{p} Y_{v}^{q}$	$[-]$
B	breedte	$[L]$
C	Chézy ruwheidsfactor	$[L^{1/2}T^{-1}]$
C'	" " m.b.t. de korrels	$[L^{1/2}T^{-1}]$
C"	" " m.b.t. de beddingvorm	$[L^{1/2}T^{-1}]$
C_b	" " m.b.t. de bodem	$[L^{1/2}T^{-1}]$
C_w	" " m.b.t. de wand	$[L^{1/2}T^{-1}]$
C_D	coëfficiënt voor de sleepkracht	$[-]$
C_F	coëfficiënt voor de liftkracht	$[-]$
D	korreldiameter	$[L]$
$\bar{D}$	gemiddelde korreldiameter	$[L]$
D_{50}	korreldiameter waarbij 50% kleiner is dan de betreffende maat	$[L]$
D_{gr}	dimensieloze korreldiameter volgens Ackers en White $\left(\frac{g\Delta D}{\nu^2} \right)^{1/3}$	$[-]$
F_D	sleepkracht	$[MLT^{-2}]$
F_{gr}	"mobility number" volgens Ackers en White	$[-]$
F_L	liftkracht	$[MLT^{-2}]$
F_n	de ontbondene van de krachten op een korrel loodrecht op het bed	$[MLT^{-2}]$
F_t	de ontbondene van de krachten op een korrel evenwijdig aan het bed	$[MLT^{-2}]$
G	sedimenttransport volgens Rottner	$[M^2T^{-1}]$
g	versnelling van de zwaartekracht	$[LT^{-2}]$
g_s	sedimenttransport in gewicht (droog gewogen) per eenheid van breedte, volgens M.P.M.	$[MT^{-1}L^{-1}]$
g_s''	sedimenttransport in gewicht (onder water gewogen) per eenheid van breedte, volgens M.P.M.	$[MT^{-1}L^{-1}]$
h	waterdiepte	$[L]$
I	verhang energielijn	$[-]$

I'	deel van I m.b.t. de korrels	[-]
I"	deel van I m.b.t. de beddingvorm	[-]
I_b	verhang van de bodem	[-]
I_w	verhang van de waterspiegel	[-]
k	Nikuradse ruwheid	[-]
	Strickler ruwheidscoëfficiënt (hfdst. 2)	$[L^{1/3}T^{-1}]$
k_b	Nikuradse ruwheid m.b.t. de bodem	[L]
	Strickler ruwheidscoëfficiënt m.b.t. de bodem (hfdst. 2)	$[L^{1/3}T^{-1}]$
k_w	Nikuradse ruwheid m.b.t. de wand	[L]
	Strickler ruwheidscoëfficiënt m.b.t. de wand (hfdst. 2)	$[L^{1/3}T^{-1}]$
k_1 en k_2	vormfactoren gerelateerd aan de oppervlakte van een korrel	[-]
k_3	vormfactor gerelateerd aan het volume van een korrel	[-]
l	duinlengte volgens Engelund Hansen	[L]
m	coëfficiënt van Ackers en White, fuictie van D_{gr}	[-]
n	coëfficiënt van Ackers en White, functie van D_{gr}	[-]
p	exponent uit de machtsformule $X = aY_{v_*}^{p} Y_{v}^{q}$	[-]
Q	debiet	$[L^3T^{-1}]$
	debiet als massa per tijdseenheid, volgens Rottner	$[M^3T^{-1}]$
Q_b	debiet m.b.t. de bodem, volgens M.P.M.	$[L^3T^{-1}]$
q	debiet per strekkende meter	$[L^2T^{-1}]$
q_b	debiet per strekkende meter m.b.t. de bodem	$[L^2T^{-1}]$
R	hydraulische straal	[L]
R_b	hydraulische straal m.b.t. de bodem	[L]
R_w	hydraulische straal m.b.t. de wand	[L]
Re	Reynolds getal	[-]
S	sedimenttransport in volume (met poriën)	$[L^3T^{-1}]$
s	sedimenttransport in volume (met poriën) per eenheid van breedte	$[L^2T^{-1}]$
T	sedimenttransport in volume (zonder poriën) per eenheid van breedte	$[L^2T^{-1}]$
v	watersnelheid	$[LT^{-1}]$
v_*	schuifspanningssnelheid	$[LT^{-1}]$
v'_*	" m.b.t. de korrels	$[LT^{-1}]$
v''_*	" m.b.t. de beddingvorm	$[LT^{-1}]$

v_{*cr}	kritieke schuifspanningssnelheid waarbij nog net geen transport optreedt	$[LT^{-1}]$
W	valsnelheid	$[LT^{-1}]$
	gewicht van een korrel onder water (hfdst 1)	$[MLT^{-2}]$
X	transportparameter $T/\sqrt{g\Delta D}$	[-]
Y	stroomparameter $\Delta D/\mu hI$	[-]
Y_v	stroomparameter $v/\sqrt{g\Delta D}$	[-]
Y_{v_*}	stroomparameter $v_*/\sqrt{g\Delta D}$	[-]
Θ	stroomparameter volgent Engelund Hansen	[-]
Φ	transportparameter volgens Engelund Hansen	[-]
γ_w	soortelijk gewicht water ρg	
γ_s	soortelijk gewicht sediment $\rho_s g$	
Δ	relatieve dichtheid $\frac{\rho_s-\rho}{\rho}$	[-]
δ	laminaire grenslaag	[L]
ε	impulsieoverdrachtscoëfficiënt van de waterbeweging	$[L^2T^{-1}]$
	poriënpercentage	[-]
ε_s	diffusiecoëfficiënt voor het sediment	$[L^2T^{-1}]$
φ	hoek van inwendige wrijving tussen de korrels	[-]
κ	konstante van Von Kármán	[-]
λ	duinhoogte volgens Engelund Hansen	[L]
μ	reductiefactor (ribbelfactor)	[-]
ν	kinematische viscositeit	$[L^2T^{-1}]$
ρ	dichtheid water	$[ML^{-3}]$
ρ_s	dichtheid sediment	$[ML^{-3}]$
σ	standaardafwijking	
τ	schuifspanning	$[ML^{-1}T^{-2}]$
τ'	" m.b.t. de korrels	$[ML^{-1}T^{-2}]$
τ''	" m.b.t. de beddingvorm	$[ML^{-1}T^{-2}]$
τ_{cr}	kritieke schuifspanning waarbij nog net geen transport optreedt	$[ML^{-1}T^{-2}]$

REFERENTIES

Ackers, P and White, W.R. (1973)
Sediment Transport : New approach and analysis. Journal of the Hydraulics Division of the A.S.C.E. HY 11, November 1973.

Colby, B.R. (1964)
Discharge of sands and mean-velocity relationship in sand-bed streams. Geological Survey Professional Paper 462-A. Washington, D.C., 1964.

Cooper, R.H. and Peterson, A.W. (1969)
A revieuw of data from sediment transport experiments. Report No. HY-1969-ST2, University of Alberta.

Cooper, R.H. and Peterson, A.W. (1970)
A study of bed-transport based on the analysis of flume experiments. University of Alberta.

Dollee, A. (1976)
Onderzoek naar de ruwheid van twee specifieke zandmengsels.
Rapport TH Delft.

Engelund, F. and Hansen, E. (1967)
A monograph on sediment transport in alluvial streams. Teknisk Forlag, Copenhagen 1967.

Graf, W.H. (1971)
Hydraulics of sediment transport.
Mc Graw Hill.

Kerssens, P.J.M. (1974)
Werkrapport onderzoek transportformule M.P.M.
Rapport TH Delft.

Lane, E.W. (1953)
Progres report on studies on the design of stable channels of the Bureau of Reclamation.
Proc. Am. Soc. Civil Engrs., vol 79, No 280.

Meyer-Peter, E and Müller, R. (1948)
Formulas for bed-load transport.
Proc. I.A.H.R. congres, Stockholm.

Nijdam, H. (1973)
Bodemtransportformule van Meyer-Peter en Müller.
Rapport TH Delft.

Prins, A. (1978)
Sedimenttransport.
Collegedictaat, TH Delft.

Rottner, J. (1959)
A formula for bed-load transportation.
La Houille Blanche, Mei-Juni 1959.

Task Committee for Preparation of Sediment Manual. (1971)
Sediment transportation mechanics :
H. sediment discharge formulas.
Journal of the Hydraulics Division of the A.S.C.E.
HY 4, April 1971.

Toffaleti, F.B. (1968)
A procedure for computation of the total river sand discharge and detailed distribution, bed to surface, Committee on Channel Stabilisation, Corps of engineers U.S. army, Technical Report No 5, Vicksburg, Nov. 1968.

Vanoni, V.A. and Brooks, N.H. (1957)
Laboratory studies of the roughness and suspended load of alluvial streams.
Calif. Inst. Techn., MRD Sediment Ser. No 11.