

ANALYSE VAN DE VOORTPLANTING
EN DE VERVORMING VAN
GEBAGGERDE GATEN OP DE NIGER

DEEL II

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT
AFDELING DER CIVIELE TECHNIEK
VAKGROEP WATERBOUWKUNDE

Analyse van de voortplanting en de vervorming
van gebaggerde gaten op de Niger

Deel II

Vakgroep: Waterbouwkunde
Vakgroep: Vloeistofmechanica

Een woord vooraf

Op deze plaats past een woord van dank aan allen die door middel van ideeën, adviezen en begeleiding hebben bijgedragen aan de totstandkoming van dit afstudeerrapport.

Allereerst betreft dit Prof. Ir. J.F. Agema en zijn medewerkers Ir. A. Prins, Ir. J. Stuip en Ir. A.M. Sutmuller die vanuit de vakgroep Waterbouwkunde het hoofdafstudeerontwerp hebben begeleid. Dit betreft de hoofdstukken 1 tot en met 7 en hoofdstuk 11.

Daarnaast werd een deelontwerp bij de vakgroep Vloeistofmechanica gedaan. Dit betreft hoofdstuk 8 tot en met 10. De afstudeerdocent voor dit deelontwerp was Prof. Dr. Ir. C.B. Vreugdenhil. Ook bij Prof. Dr. Ir. M. de Vries, Dr. Ir. N. Booy en Ir. J.S. Ribberink konden wij met onze vragen terecht.

De ingenieursbureau's Nedeco en Haskoning willen wij gaarne bedanken voor de door hun verstrekte informatie. Constance Terink willen wij gaarne bedanken voor het keurig verzorgde type-werk.

M.C.L.M. van Mierlo

G.J.H. Vergaar

juni 1981

HOOFDSTUK 0 : Inleiding

		blz.
§ 0-1	Algemeen	1
§ 0-2	Doel afstudeerwerk	2

HOOFDSTUK 1 : De rivier de Niger

		blz.
§ 1-1	Algemene beschrijving van het stroom- gebied van de Niger	4
§ 1-2	Neerslag en Verdamping	13
§ 1-3	Beschrijving van het afvoerregime	16
§ 1-4	Veranderingen van het afvoerregime van de Beneden-Niger	17
§ 1-4.1	De invloed van het Kainji-reservoir op het afvoerregime	18
§ 1-4.2	De invloed van het Kainji, Jebba- en Shiroro-reservoir op het afvoerregime	21
§ 1-4.3	De invloed van het Kainji-, Jebba-, Shiroro- en het Lokoja reservoir op het afvoerregime	24
§ 1-5	Riviertypen	48
§ 1-6	Beschrijving van het sedimenttransport	49
§ 1-7	De invloed van de verandering van het afvoerregime op de morfologie van de rivier	54
§ 1-8	De invloed van een dam op de bodemlig- ging benedenstrooms van de dam	57

HOOFDSTUK 2: Sedimenttransportformules

		blz.
§ 2-1	De geteste sedimenttransportformules	60
§ 2-1.1	De aangepaste formule van Meyer-Peter-Müller	60
§ 2-1.2	De formule van Meyer-Peter-Müller	64
§ 2-1.3	De formule van Rottner	65
§ 2-1.4	De formule van Ackers en White	66
§ 2-1.5	De formule van Engelund en Hansen	68
§ 2-1.6	De formule van Einstein en Brown	69
§ 2-1.7	De formule van Inglis en Lacey	70
§ 2-2	De beschikbare sedimenttransportmetingen	72
§ 2-3	De berekeningen uitgevoerd met de formules vermeld in § 2-1	75
§ 2-3.1	Berekening met aangepaste formule van Meyer-Peter-Müller	75
§ 2-3.2	Berekening met formule van Meyer-Peter-Müller	75
§ 2-3.3	Berekening met formule van Rottner	76
§ 2-3.4	Berekening met formule van Ackers en White	76
§ 2-3.5	Berekening met formule van Engelund en Hansen	76
§ 2-3.6	Berekening met formule van Einstein en Brown	77
§ 2-3.7	Berekening met formule van Inglis en Lacey	77
§ 2-4.	Berekening van de lineaire regressielijnen	93
§ 2-5	Keuze van de sedimenttransportformule	105

HOOFDSTUK 3 : Afschatting van de ruwheid

		blz.
§ 3-1	Inleiding	108
§ 3-2	Scheiding van korrelruwheid en bedruwheid	109
§ 3-2.1	De "gemeten" C-waarden	110
§ 3-2.2	Einstein-Barbarossa	112
§ 3-2.3	Engelund-Hansen	116
§ 3-2.4	Lovera-Kenedy / Alam-Kenedy	122
§ 3-3	Keuze methode C-waarden bepaling	130
§ 3-4	Afschatting van de C-waarden in de "te baggeren" gaten	140

HOOFDSTUK 4 : Gevoeligheid C-waarde op het sedimenttransport
in het gat

blz.

§ 4-1	Inleiding	149
§ 4-2	Berekening van de verhanglijnen over de vijf "gatvormen"	151
§ 4-2.1	Berekening van de verhanglijnen met C-waarden bepaald met de afschatting-methode van Englund en Hansen	154
§ 4-2.2	Berekening van de verhanglijnen met C-waarden die ook benedenstrooms op de rivier gelden	159
§ 4-3	Berekening van de sedimenttransporten in de diverse gatvormen	164
§ 4-4	Analyse van de invloed die een foutieve konstante van Chezy (C) heeft op de in het "gebaggerde gat" optredende totale sedimenttransporten	168
§ 4-4.1	De formules waarmee de relatieve fouten in de totale sedimenttransporten kunnen worden berekend	168
§ 4-4.2	Toetsing van de formules waarmee de relatieve fouten in de totale sedimenttransporten kunnen worden berekend.	173
§ 4-4.3	Mag de verhanglijn over het "te baggeren" gat met de direkt benedenstrooms van het gat aanwezige C-waarde worden berekend?	180
§ 4-5	Interpretatie van de in § 4-3 berekende sedimenttransporten met betrekking tot de vervorming van het gebaggerde gat	185
§ 4-5.1	Bovenstrooms van het "te baggeren" gat	185

§ 4-5.2	Hoe plant het "te baggeren" gat zich voort	194
§ 4-6	Het baggermaterieel waarmee de vijf gat- vormen kunnen worden gebaggerd	196
§ 4-6.1	De diverse soorten baggerwerktuigen	197
§ 4-6.2	Het horizontale transport van het "gebaggerde zand" over de rivier naar het op te spuiten terrein	201

HOOFDSTUK 5 : Stelsel toe te passen vergelijkingen

		blz.
§ 5-1	Basisvergelijkingen	204
§ 5-2	Stelsel toe te passen vergelijkingen	210
§ 5-3	De aanpassingslengte van de concentratie verticaal van het bodemtransport	214
§ 5-3.1	Het onderzoek van Kerssens	214
§ 5-3.2	Berekening van de $W_s / k_{u_{\#}}$ -waarden	219
§ 5-3.3	De gevoeligheid van de $W_s / k_{u_{\#}}$ -waarden voor foutieve C-waarden	229
§ 5-3.4	Berekening van de $W_s / k_{u_{\#}}$ -waarden bovenstrooms en benedenstrooms van de gebaggerde gaten	235
§ 5-3.5	Conclusie t.a.v. de berekende $W_s / k_{u_{\#}}$ -waarden	240

HOOFDSTUK 6 : Analyse karakteristieke voortplantingssnelheid
bij diverse continuïteits vergelijking

blz.

§ 6-1	Inleiding	244
§ 6-2	Waar het zand in de rivier kan worden gewonnen	245
§ 6-3	De gecombineerde één-dimensionale beweging/continuïteits vergelijking voor het water	248
§ 6-4	De één-dimensionale continuïteits vergelijking voor het sediment $\partial s_t / \partial x + \partial^2 / \partial t = 0$	251
§ 6-5	De één-dimensionale continuïteits vergelijking voor het sediment $\partial s_t / \partial x + \partial^2 / \partial t + \partial c_a / \partial t = 0$	256
§ 6-6	De één-dimensionale continuïteits vergelijking voor het sediment die geldt tijdens het baggeren $\partial s_t / \partial x + \partial^2 / \partial t + q_z / B.L. = 0$	263

HOOFDSTUK 7 : De Schematisatie

blz.

§ 7-1	Inleiding	271
§ 7-2	De schematisatie gegevens	272
§ 7-2.1	Het gekozen referentie niveau	272
§ 7-2.2	De bodemligging t.o.v. Lagos Datum	272
§ 7-2.3	Het verloop van de rivierbreedte	272
§ 7-2.4	De waarden voor d_{50} , d_{90} , W_s	274
§ 7-2.5	De geschematiseerde afvoerregimes met bijbehorende C-waarden en peilschaal aflezingen	274
§ 7-2.6	De verhanglijnen over de geschematiseerde rivier	284
§ 7-2.7	De morfologisch doorgerekende schematisatie	288
§ 7-3	De wijze waarop is geschematiseerd	290
§ 7-3.1	De keuze van het referentie niveau	290
§ 7-3.2	Bepaling van de gemiddelde waarden van de d_{50} , d_{90} en valsnelheid W_s per traject	291
§ 7-3.3	Bepaling van de bodemligging	291
§ 7-3.4	Bepaling van de rivierbreedten	297
§ 7-3.5	Methode om te controleren of de schematisatie een globale evenwichtsligging der rivier is	303

HOOFDSTUK 8 : Numerieke methoden en hun eigenschappen

blz.

§ 8-1	Numerieke methoden	305
§ 8-2	De eindige differentie-methode	307
§ 8-3	De eindige differentie-methoden	310
§ 8-3.1	Het impliciete schema	310
§ 8-3.2	Het expliciete schema	311
§ 8-4	De differentie-schema's	313
§ 8-4.1	De differentie-schema's voor vergelijking 8-5	313
§ 8-4.2	De differentie-schema's voor vergelijking 8-6	316
§ 8-5	Numerieke eigenschappen	318
§ 8-5.1	De vergelijking waarop de nauwkeurighedsanalyse wordt toegepast	320
§ 8-5.2	De nauwkeurighedsanalyse voor de simple-wave vergelijking	322
§ 8-5.3	Stabiliteit van de differentie-schema's	332
§ 8-5.4	Stabiliteit van de stuwkromme berekening	333
§ 8-5.5	De afbreekfout en consistentie van de differentie-schema's	337
§ 8-5.6	De afbreekfout van de differentie-schema's voor de stuwkromme berekening	342
§ 8-6	Keuze differentie-schema's	344
§ 8-7	De in de computerberekeningen gebruikte differentie-schema's	345

HOOFDSTUK 9 : Afleiding van de criteria die gesteld worden
aan de numerieke nauwkeurigheid

blz.

§ 9-1	Inleiding	348
§ 9-2	Ontwikkeling van een te baggeren gat in een Fourier-reeks	350
§ 9-3	De analytische oplossing van de hyper- bolische vergelijking	356
§ 9-3.1	De dempingstijd T_d	357
§ 9-3.2	De relatieve faseverschuiving c_f van de met behulp van de Fourier-analyse gegenereerde sinussen	359
§ 9-4	Formules waarmee de relatieve fouten in C_b en T_d kunnen worden berekend	360
§ 9-4.1	De relatieve fout in de waterdiepte	361
§ 9-4.2	De relatieve fout in de karakteristieke voortplantingssnelheid (C_b)	361
§ 9-4.3	De relatieve fout in de dempingstijd	362
§ 9-5.1	Criterium voor de fout in de numerieke demping	364
§ 9-5.2	Criterium voor de fout in de numerieke faseverschuiving	365

HOOFDSTUK 10 : Toetsing criteria

		blz.
§ 10-1	Inleiding	368
§ 10-2	De 1-cm. golf	371
§ 10-3	Toetsing van de linkergedeelten van de criteria uit § 9-5.1 en § 9-5.2 voor een gebaggerd gat	376
§ 10-4	Gevoeligheidsonderzoek	381
§ 10-5	Gevolgte methode voor keuze ruimtestap voor de gebaggerde gaten op de Niger	390
§ 10-6	Samenvatting	392

HOOFDSTUK 11 : Interpretatie berekeningsresultaten

blz.

§ 11-0	Inleiding	394
§ 11-1	De afmetingen van de doorgerekende gebaggerde gaten en de rivierverbreding	395
§ 11-2	De ruimtestappen bij de morfologische berekeningen van de verschillende gatvormen en de rivierverbreding	404
§ 11-3	Berekeningsresultaten	406
§ 11-4	Het mechanisme van een gebaggerd gat	418
§ 11-5	De verschillen in demping en voortplanting tussen de diverse gatvormen	423
§ 11-6	De ligging en de overgebleven volumina van de diverse gatvormen na 25 jaar	425
§ 11-7	De betrouwbaarheid van de berekeningsresultaten	427

APPENDICES

Appendix I :	430
Afleiding der amplificatie factoren	
Appendix II :	435
De formules voor c_r en d	
Appendix III :	438
De stabiliteits analyse	
Appendix IV :	442
De afbreekfouten bij Simple-wave	
Appendix V :	446
De verklaring waarom enkel Upstream beschouwd	
Appendix VI :	448
De computerberekeningen behorend bij hoofdstuk 10	
Appendix VII :	451
Bepaling van de ruimtestap voor de Niger gaten	

Appendix VIII :

456

Bepaling van relatieve fout in de
dempingstijd

Appendix IX :

460

De computerberekeningen behorende bij
hoofdstuk 11

HOOFDSTUK 5

Stelsel toe te passen vergelijkingen:

§5-1 Basisvergelijkingen

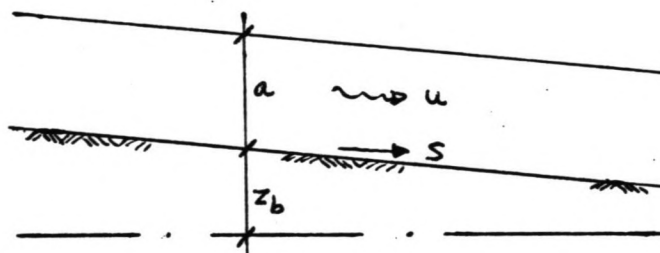
Bij het beschrijven van het gedrag van een rivierbodem heeft men met de volgende afhankelijk variabele te maken:

$u = u(x, t)$ = de stroomsnelheid als functie van de plaats en de tijd $[m/s]$

$a = a(x, t)$ = de waterdiepte als functie van de plaats en de tijd $[m]$

$s = s(x, t)$ = het sedimenttransport per eenheid van breedte als functie van de plaats en de tijd $[m^2/s]$

$z_b = z_b(x, t)$ = de bodemligging ten opzichte van een referentie-niveau als functie van de plaats en de tijd $[m]$



Om de vier onbekenden te kunnen oplossen zijn een vier-tal vergelijkingen nodig. Hiervoor worden voor het één-dimensionale geval de volgende vergelijkingen genomen:

I De bewegingsvergelijking van het water per eenheid van breedte:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial a}{\partial x} + g \frac{\partial z_b}{\partial x} = -\frac{g u |u|}{C^2 R} = W \quad 5-1.1$$

u = de gemiddelde stroomsnelheid	[m/s]
a = de waterdiepte	[m]
z_b = de bodemligging ten opzichte van het gekozen referentie-niveau	[m]
g = de versnelling van de zwaartekracht	[m/s ²]
C = de coëfficiënt van Chezy met betrekking tot de totale ruwheid	[m ^{1/2} /s]
R = de hydraulische straal	[m]

$$\frac{\partial z_b}{\partial x} = -i_b ; i_b = \text{het bodemverhang}$$

$$W = -\frac{g u |u|}{C^2 R} = \text{de weerstandsterm}$$

II De continuïteitsvergelijking van het water per eenheid van breedte:

$$\frac{\partial a}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial a}{\partial x} = 0 \quad 5-1.2$$

III De continuïteitsvergelijking van het sediment per eenheid van breedte:

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{\partial s_t}{\partial x} + \frac{\partial (Ca)}{\partial t} = 0 \quad 5-1.3$$

z_b	= de bodemligging ten opzichte van het gekozen referentie-niveau	
s_t	= het totale sedimenttransport per eenheid van breedte	$\frac{[m]}{[m^2/s]}$
c	= de gemiddelde zandconcentratie in de vertikaal	$[-]$

IV De bewegingsvergelijking van het sediment per eenheid van breedte:

$$S_t = S_L(u)$$

5-1.4

In [1] wordt aangetoond dat voor morfologische berekeningen bij subkritische stroming, waarbij $F_r^2 \ll 1$ bij benadering kan worden aangenomen dat de voortplantingssnelheden van een verstoring aan het wateroppervlak oneindig groot zijn ten opzichte van de voortplantingssnelheid van een verstoring aan de bodem. De waterbeweging kan dan ook als quasi-stationair worden beschouwd. Dit betekent dat de termen $\partial u / \partial t$ en $\partial a / \partial t$ in respectievelijk de bewegingsvergelijking van het water en de continuïteitsvergelijking van het water verwaarloosd kunnen worden. Men houdt dan volgende 2 vergelijkingen voor het water over:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial a}{\partial x} + g \frac{\partial z_b}{\partial x} = W$$

$$a \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial a}{\partial x} = 0$$

Uit de laatste vergelijking volgt dat $\partial q / \partial x = 0$ oftewel $q \neq q(x)$.

Er geldt echter nog steeds $q = q(t)$.

Dat voor onze morfologische berekeningen inderdaad geldt dat $F_r^2 \ll 1$,

blijkt uit de berekening in tabel 5-12 (zie blz 243).

In deze tabel zijn bij de maximale afvoer ($14.700 \text{ m}^3/\text{s}$) in de dwarsprofielen direct bovenstrooms van de gebaggerde gaten de F_r^2 -waarden bepaald met behulp van de in § 5-3.2 uitgevoerde stuwkrommeberekeningen.

Bekijkt men de continuïteitsvergelijking van het sediment, vergelijking 5-1.3, dan blijkt dat verandering van het totale sedimenttransport in de x-richting onderstaande tot gevolg heeft:

- 1) verandering van de bodemligging op een bepaalde plaats in de tijd.
- 2) verandering van de gemiddelde concentratie in de zandvertikaal op een bepaalde plaats in de tijd.

Men kan aantonen dat de verandering van de grootte van het totale transport (s) in de x-richting resulteert in vrijwel alleen een verandering van de bodemligging in de tijd, oftewel $\frac{\partial (Ca)}{\partial t} \ll \frac{\partial z_b}{\partial t}$. Zie hiervoor § 6-5.

De continuïteitsvergelijking van het zand wordt dan:

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{\partial s_t}{\partial x} = 0$$

Er blijft het volgende stelsel vergelijkingen over:

$$\text{I} \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial a}{\partial x} + g \frac{\partial z_b}{\partial x} = - \frac{g |u| |u|}{C^2 R} = W \quad 5-1.5$$

$$\text{II} \quad q = q(t) \quad 5-1.6$$

$$\text{III} \quad \frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{\partial s_t}{\partial x} = 0 \quad 5-1.7$$

$$IV \quad S_t = S_t(u)$$

5-1.4

Over de vergelijkingen kunnen de volgende opmerkingen worden gemaakt:

- de vergelijkingen gelden bij één-dimensionale beschouwingen;
- de vergelijkingen gelden per eenheid van breedte;
- de waterbeweging wordt quasi-stationair verondersteld, deze aanname is juist indien $K_n^2 \ll 1$;
- de afvoer per eenheid van breedte (q) is geen functie van de plaats maar alleen een functie van de tijd; dit is het gevolg van de veronderstelling dat de waterbeweging quasi-stationair is ($\partial a / \partial t = 0$);
- de berging van zwevend sediment wordt verwaarloosbaar verondersteld ($\partial(c_a) / \partial t \ll \partial^2 b / \partial t$);
- het zandtransport is een functie van de plaatselijk (gemiddelde) watersnelheid (u) die als enigste afhankelijke variabele in x en t in de bewegingsvergelijking van het sediment voorkomt;
- er wordt in de sedimenttransportformule uitgegaan van een constante representatieve korreldiameter van het bodemmateriaal (d_{50}) die op een bepaalde plaats niet verandert in de tijd; dus $d_{50} = d_{50}(x)$. Verandering van de d_{50} op een bepaalde plaats in de tijd is echter mogelijk door uitzeving;
- de totale ruwheid (C) op een bepaalde plaats verandert in de tijd, omdat:

- 1° er in de natuur uitzeving plaatsvindt, hierdoor is $d_{90} = d_{90}(x, t)$
- 2° de afvoer varieert in de tijd ($q = q(t)$) waardoor $a = a(x, t)$

- 3° het gebaggerde gat zich voortplant en vervormt;
hierdoor is $a = a(x, t)$.

Dit betekent dat $C' = C'(a, d_{90})$ = de ruwheid ten gevolge van de korrels een functie is van x en t . Verder zal C' = de ruwheid ten gevolge van de beddingvorm een functie zijn van x en t omdat de beddingvorm afhankelijk is van de stroomsnelheid ($u = u(x, t)$) en daarmee van de afvoer ($q = q(t)$).

Omdat geldt: $1/C^2 = 1/(C')^2 + 1/(C'')^2$ zal dus $C = C(x, t)$.

Desalnietemin zal bij onze morfologische berekeningen met een in de tijd constante C -waarde gerekend worden.

Uit hoofdstuk 4 blijkt immers dat bij toepassing van een foutieve C -waarde in het gebaggerde gat, namelijk de C -waarde direct benedenstrooms van het gat, de fouten in de berekende sedimenttransporten acceptabel blijven ondanks de in werkelijkheid optredende grote variatie van de C -waarde in het gat.

- er wordt van uitgegaan, dat de breedte van de rivier op een bepaalde plaats niet verandert in de tijd; verandering van de breedte is bijvoorbeeld mogelijk door erosie van de oevers;
- er wordt van een rivier met rechte oevers uitgegaan; morfologische processen zoals die zich voordoen in bochten van rivieren worden met het bovenstaande stelsel vergelijkingen niet beschreven;
- er wordt door gebruik te maken van de vergelijking $s_t = s_t(u)$, een of andere zandtransportformule, aangenomen dat het totale zandtransport zich onmiddellijk aanpast aan veranderde hydraulische omstandigheden; deze aanname is voor wat betreft het bodemtransport bij benadering juist maar moet voor het zwevend transport worden gecontroleerd door middel van de berekening van de zogenaamde aanpassingslengte van de concentratievertikaal van het zwevende zand. (zie hiervoor § 5-3.)

§ 5-2 Stelsel toe te passen basisvergelijkingen.

Er bestaat een relatie tussen het lokale bodemtransport en de lokale hydraulische parameters. Veranderen de hydraulische parameters op een bepaalde plaats, dan zal het bodemtransport zich op die plaats vrijwel onmiddellijk aanpassen. De relatie tussen het bodemtransport en de hydraulische parameters wordt meegegeven door middel van een transportformule ($s_b = s_b(u)$).

Voor het zwevende transport kan men niet zonder meer stellen dat bij verandering van de hydraulische parameters de concentratievertikaal zich onmiddellijk aanpast. Er is een zekere tijd nodig voordat de concentratievertikaal zich aan de veranderde hydraulische parameters heeft aangepast. Met behulp van de heersende stroomsnelheid kan de relaxatietijd worden omgewerkt tot een relaxatielengte (aanpassingslengte die de concentratievertikaal nodig heeft om in evenwicht te komen).

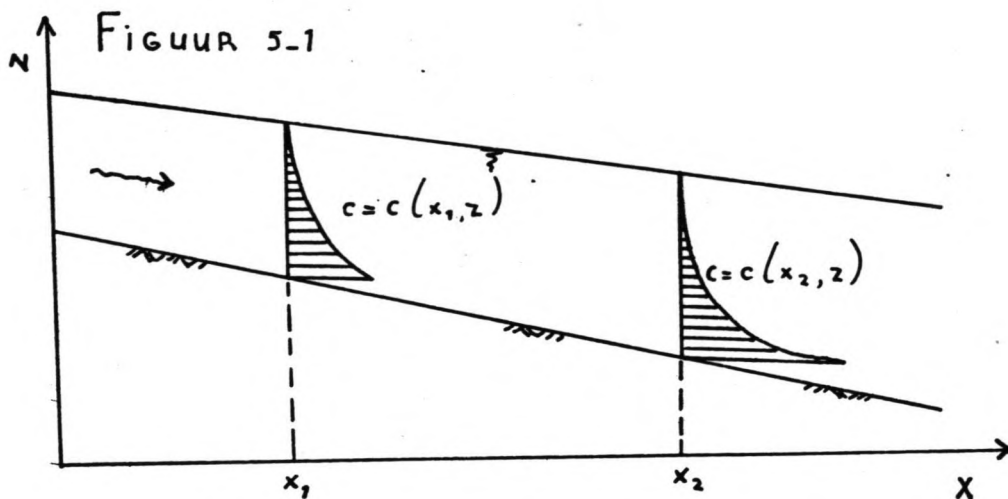
Voor de gevallen dat alleen of overwegend bodemtransport aanwezig is, kan het stelsel vergelijkingen 5-1.5, 5-1.6, 5-1.7 en 5-1.4 (zie §5-1) voor morfologische berekeningen worden toegepast.

Wanneer zwevend en bodemtransport in dezelfde orde van grote voorkomen of wanneer er alleen of overwegend zwevend transport is, zal moeten worden nagegaan of de aanpassingslengte van de concentratievertikaal klein is ten opzichte van de totale lengte van het riviergedeelte, waarover men de nieuwe bodemligging wil berekenen. Is dit het geval, dan kan eveneens het stelsel vergelijkingen 5-1.5, 5-1.6, 5-1.7 en 5-1.4 voor de morfologische berekening worden gebruikt. Men moet zich dan echter realiseren, dat de berekende bodemligging over de lengte van het riviertraject waar de concentratievertikaal zich aanpast niet juist is.

Is de aanpassingslengte niet klein ten opzichte van het riviertraject, waarover de nieuwe bodemligging wordt berekend, dan zal voor het zwevend transport niet een sedimenttransportformule kunnen worden toegepast. In plaats van een transportformule moet voor het zwevend transport een formule worden gebruikt die de verandering van de concentratievertikaal in de stroomrichting beschrijft. De te gebruiken vergelijking is de diffusie-convectie vergelijking.

In [1] wordt deze vergelijking voor het twee-dimensionale geval afgeleid. Het resultaat is de onderstaande vergelijking:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + w \frac{\partial c}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} (w_s c) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\xi_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\xi_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) = 0$$



- c = de concentratie van het zwevend materiaal [-]
- u = de stroomsnelheid in de x -richting [m/s]
- w = de stroomsnelheid in de z -richting [m/s]
- w_s = de valsnelheid van de representatieve korrel [m/s]
- ξ_x = de diffusie-coëfficiënt van het sediment in de x -richting [m²/s]
- ξ_z = de diffusie-coëfficiënt van het sediment in de z -richting [m²/s]

Deze formule wordt in [1] verder vereenvoudigd met behulp van de volgende aannamen:

- de valsnelheid (w_s) is constant in de z-richting, hierdoor is $\frac{\partial}{\partial z} (w_s c) = w_s \frac{\partial}{\partial z} (c)$.
- voor de diffusietermen in de x- en z-richting geldt globaal het volgende:

$$\frac{\frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon_x \frac{\partial c}{\partial x} \right)}{\frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon_z \frac{\partial c}{\partial z} \right)} \approx \frac{\frac{\epsilon_x c}{L^2}}{\frac{\epsilon_z c}{a^2}} = \frac{\epsilon_x}{\epsilon_z} \frac{a^2}{L^2}; \quad \text{wanneer men}$$

aanneemt dat $O(\epsilon_x) = O(\epsilon_y)$ en $L \gg a$, dan geldt:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) \ll \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon_z \frac{\partial c}{\partial z} \right)$$

De diffusieterm in de x-richting is dus verwaarloosbaar ten opzichte van de diffusieterm in de z-richting.

- voor ongeveer uniforme stroming kan de convectieve term $w \frac{\partial c}{\partial z}$ worden verwaarloost, ten opzichte van $w_s \frac{\partial c}{\partial z}$, omdat $w \ll w_s$
- de term $\frac{\partial c}{\partial t}$ is klein ten opzichte van de andere termen (zie [3]).

Er blijft dan onderstaande diffusie-convectie vergelijking over voor ongeveer uniforme stroming:

$$u \frac{\partial c}{\partial x} - w_s \frac{\partial c}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) = 0$$

Het stelsel vergelijkingen dat bij een relatief grote aanpassingslengte gebruikt moet worden bestaat uit de vergelijkingen 5-1.5, 5-1.6, 5-1.7, en 5-3.1 voor wat betreft het zwevend transport. Voor het bodemtransport blijven echter de vergelijkingen 5-1.5, 5-1.6, 5-1.7 en 5-1.4 gelden. Vergelijking 5-1.7 koppelt de apart berekende s_z en s_b waarden via de vergelijking $\partial z_b / \partial t + \partial s_z / \partial x + \partial s_b / \partial x = 0$.

Voor de rivier de Niger liggen, op het riviergedeelte waarvoor een morfologische berekening zal worden gemaakt het bodemtransport en het zwevend transport in dezelfde orde van grootte.

Voordat een uitspraak kan worden gedaan welk stelsel vergelijkingen voor de berekening van de voortplanting en vervorming van het gebaggerde gat gebruikt moet worden zal dus onderzocht moeten worden hoe groot de aanpassingslengte van de concentratievertikaal in het begin van het gebaggerde gat zal zijn ten opzichte van de lengte van het gebaggerde gat.

§5-3 De aanpassingslengte van de concentratievertikaal van het bodemmateriaal.

§5-3.1 Het onderzoek van Kerssens.

Door Kerssens is de invloed van diverse parameters op de aanpassingslengte van een concentratievertikaal onderzocht.

De door hem gebruikte parameters zijn:

- de valsnelheid (w_s) van de korrels; grote korrels hebben een grotere valsnelheid dan kleine korrels; daardoor zal de aanpassingslengte bij grof sediment kleiner zijn dan bij fijn sediment wanneer de korreldiameter de enige variabele parameter is.
- de schuifspanningssnelheid (u_*); volgens Kerssens zal bij toenemende schuifspanningssnelheid de diffusiecoëfficiënt (ξ_s) toenemen en daarmee de opwaartse beweging, waardoor volgens hem de aanpassingslengte zal toenemen; omdat Kerssens de u_* -waarde constant neemt tijdens zijn onderzoekingen kan de juistheid van deze veronderstelling niet aan de hand van de resultaten van de onderzoekingen worden geverifieerd.

Er mag echter worden aangenomen dat bij toenemende u_* -waarden, de opwaartse beweging van de korrels zal toenemen, zodat te verwachten is, dat de aanpassingslengten zullen toenemen.

De bovengenoemde parameters werden in het onderzoek van Kerssens samen met de constante van Karman (κ) gecombineerd tot een parameter, namelijk $w_s / \kappa u_*$.

-- de parameter c_0 / c_a

c_0 = de binnenkomende beginconcentratie

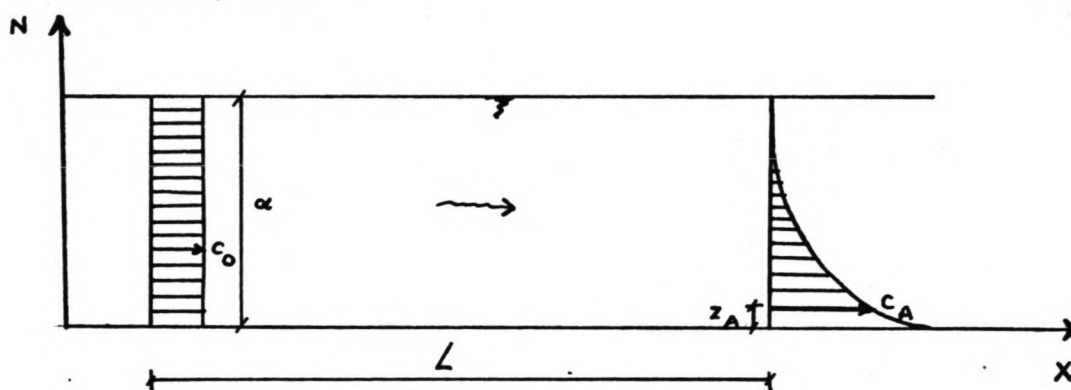
[-]

C_A = de bodemconcentratie behorende bij de uiteindelijke evenwichtsconcentratieverdeling op een hoogte van 0,01 van de waterdiepte boven de bodem.

[-]

Kerssens nam tijdens zijn onderzoek telkens een uniform verdeelde beginconcentratie (C_0), met andere woorden, de beginconcentratie (C_0) was constant over de gehele hoogte .

FIGUUR 5-2



De waarde C_A werd berekend uit:

$$\int_e = \int_{z_A}^{\alpha} u(z) C(z) dz$$

$\int_e$ = het evenwichtstransport bepaald met behulp van de formule van Engelund-Hansen

[m²/s]

$u(z)$ = de snelheidsverdeling in de z-richting

[m/s]

$C(z)$ = de concentratieverdeling in de z-richting bij de evenwichtsvertikaal

[-]

z_A = de hoogte boven de bodem waarop de concentratie C_A aanwezig is, Kerssens nam hiervoor 0,01a

[m]

α = de waterdiepte

[m]

Het onderzoek van Kerssens verliep als volgt:

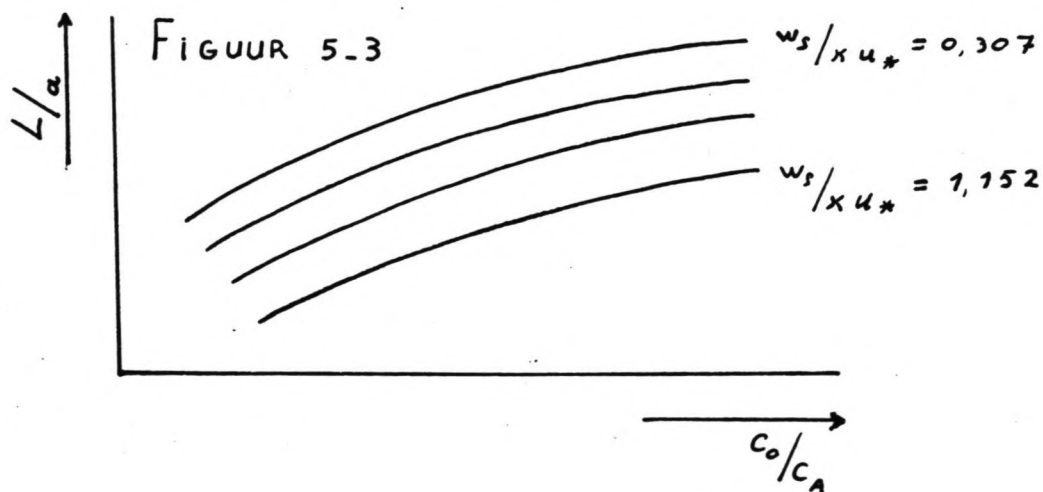
De parameter $w_s / \kappa u_*$ werd gevarieerd door bij gelijkblijvende schuifspanningssnelheid ($u_* = \sqrt{gh\tau} = 0,0651 \text{ m/s}$) de valsnelheid (w_s) te varieëren. Dit deed Kerssens door korrelmengsels met verschillende d_{50} te nemen. De d_{50} 's liepen van 0,1 mm voor de laagste $w_s / \kappa u_*$ -waarde van 0,307 tot en met 0,21 mm voor de hoogste $w_s / \kappa u_*$ -waarde van 1,152.

Bij een bepaalde u_* - en d_{50} -waarde behoort een bepaalde waarde voor $\int_e$ en dus een bepaalde waarde voor C_A

Dus bij een bepaalde $w_s / \kappa u_*$ -waarde behoort een bepaalde waarde voor C_a .

Kerssens varieerde verder bij een bepaalde d_{50} , dus bij vaste waarden voor $w_s / \kappa u_*$ en C_A , de waarde van C_0 en vond op die manier het ver-

band:
$$\frac{L}{a} = f \left\{ \frac{w_s}{\kappa u_*}, \frac{C_0}{C_A} \right\}$$



- L / a = de dimensieloze aanpassingslengte
- L = de aanpassingslengte
- a = de waterdiepte

[-]
[m]
[m]

Voor het juiste verloop van de lijnen in de grafiek van Kerssens, wordt verwezen naar figuur 5-4.

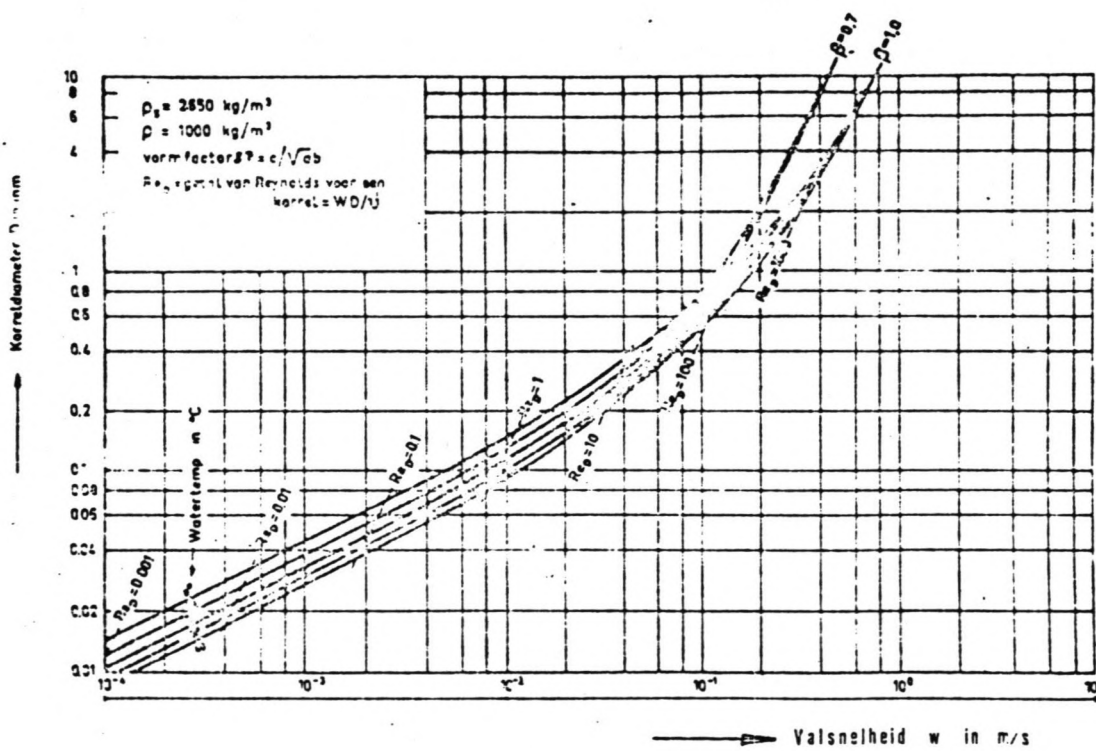
Tenslotte kunnen nog enkele opmerkingen worden gemaakt ten aanzien van het onderzoek.

Kerssens veronderstelde dat de verandering van de Chezy-waarde ten gevolge van de veranderende d_{50} -waarde, weinig invloed had op de grootte van de aanpassingslengte. De C -waarde werd dan ook niet als variabele parameter in de beschouwingen opgenomen en constant verondersteld.

Verder is bij het onderzoek met korrelmengsels met een dusdanige d_{50} gewerkt, dat bij het bereiken van de evenwichtstoestand over de gehele vertikaal zwevend sediment aanwezig was. De d_{50} 's varieerden van 0,1 mm tot en met 0,21 mm. Met behulp van de grafiek van Kerssen is dan ook moeilijk iets te zeggen over de exacte grootte van de aanpassingslengte wanneer het zwevend sediment niet over de gehele hoogte van de vertikaal aanwezig is of met andere woorden, wanneer de w_s / κ_{u*} waarde groter is dan 1,152.

Samenvattend kan men stellen dat Kerssens bij een bepaald debiet en uniforme stroming zijn proeven deed; hierdoor werd voor iedere proef met dezelfde schuifspanningssnelheid gewerkt en was deze constant over het traject van de aanpassingslengte. Bij een bepaalde d_{50} lagen de waarden van w_s / κ_{u*} en C_A vast. Bij die waarde van w_s / κ_{u*} werd de uniform verdeelde beginconcentratie C_0 gevarieerd en zodoende het verband tussen de dimensieloze aanpassingslengte (L/a) en C_0 / C_A bepaald bij een bepaalde w_s / κ_{u*} -waarde. Dit werd door diverse w_s / κ_{u*} -waarden herhaald.

FIGUUR 5.6



valsnelheid van zandkorrels

§5-3.2 Berekening van de $w_s/\kappa u_*$ -waarden in de gebaggerde gaten.

Om in het gebaggerde gat de $w_s/\kappa u_*$ -waarden te kunnen berekenen, moet allereerst bepaald worden bij welke afvoeren deze waarden worden berekend.

$$\text{Uit: } w_s/\kappa u_* \text{ en } u_* = \sqrt{g a i} = \sqrt{g} \sqrt{a i} = \sqrt{g} \frac{u}{C}$$

$$\text{volgt dat } \frac{w_s}{\kappa u_*} = \frac{w_s C}{\kappa \sqrt{g} u}$$

Aangezien κ en g constanten zijn, de valsnelheid (w_s) niet veranderlijk is in de tijd ($d_{50} \neq d_{50}(t)$) en de Chezy-waarde (C) constant wordt verondersteld in de tijd ($C \neq C(t)$) (zie §5-1), kan men stellen dat bij de grootst optredende snelheid, oftewel de hoogste afvoer, de kleinste waarde voor $w_s/\kappa u_*$ wordt gevonden.

De kleinste $w_s/\kappa u_*$ -waarde is bepalend voor de grootste aanpassingslengte. Wanneer deze grootste aanpassingslengte klein is, ten opzichte van de lengte van het gebaggerde gat geldt dit zeer zeker bij de lagere afvoeren.

Om $w_s/\kappa u_* = w_s/\kappa \sqrt{g a i_w}$ in het gebaggerde gat te kunnen bepalen, moet het verloop van $a i_w$ in het gat bekend zijn. Dit zal bepaald worden met behulp van een stuwkromme-berekening over het gat. Om deze berekening te kunnen uitvoeren moet een Chezy-waarde worden aangenomen.

Uit de tabel 3-12 blijkt dat de C -waarden in de gaten met een lengte van 8.000 en 16.000 m, respectievelijk de waarden 42,2 en 47,5 zijn. Dit is lager dan de hierna berekende Chezy-waarde direct beneden-

strooms van de gebaggerde gaten.

$$C = Q^2 / b^2 a^3 i_b \quad (\text{bij uniforme stroming})$$

$$Q = 14.700 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$b = 1150 \text{ m}$$

$$a = 8,8 \text{ m}$$

$$i_b = 9,5 \times 10^{-5}$$

$$C = 14.700^2 / (1150^2 \cdot 8,8^3 \cdot 9,5 \times 10^{-5}) = 50,2 \text{ m}^{\frac{1}{2}}/\text{s}$$

Dit is niet waarschijnlijk; de lage C-waarden zijn het gevolg van het gebruik van de afschattingsmethode van Engelund-Hansen. Zoals uit hoofdstuk 2 blijkt, is het moeilijk om een methode te vinden, waarmee vrij nauwkeurig de juiste C-waarden kan worden berekend. De methode Engelund-Hansen blijkt van de onderzochte methoden nog de beste/minst slechte te zijn.

Om echter met enigszins reële C-waarden de stuwkromme te berekenen, zijn voor de gaten van 4.000 m, 8.000 m en 16.000 m de C-waarden berekend met de methode van Engelund-Hansen, verhoogd. De C-waarden voor de gaten van 1000 m en 2000 m zijn naar boven afgerond op 5 eenheden. Dit laatste is gezien de grote onnauwkeurigheid in de afschattingsmethode toelaatbaar. Voor de aangepaste C-waarden, zie tabel 5-1.

Gatlengte [m]	Gatdiepte [m]	C-waarde ber met E-H [m ^{1/2} /s]	C-waarde ber met Chezy [m ^{1/2} /s]	Aangepaste C-waarden [m ^{1/2} /s]
1000	20	92	50	95
2000	10	78	50	80
4000	5	51	50	65
8000	2,5	47	50	60
16000	1,25	48	50	55

TABEL 5-1

Of deze aangepaste C-waarden, die enigszins subjectief genomen zijn, grote invloed hebben op het stuwkromme verloop over de gebaggerde gaten en daarmee op de berekende W_3/Ku_* -waarden, zal blijken uit het gevoeligheidsonderzoek in §5-3.3.

Voor de berekening van de W_3/Ku_* -waarden met behulp van de aangepaste C-waarden en met behulp van de C-waarden benedenstrooms van de gebaggerde gaten, zie de tabellen 5-2 tot en met 5-6.

De stuwkromme is berekend met onderstaande formules:

$$a_{n+1} = a_n - i_b L_v + i\omega_n L_v = a_n + L_v (i\omega - i_b)$$

a_{n+1} = de waterdiepte aan het einde van een vak [m]

a_n = de waterdiepte aan het begin van een vak [m]

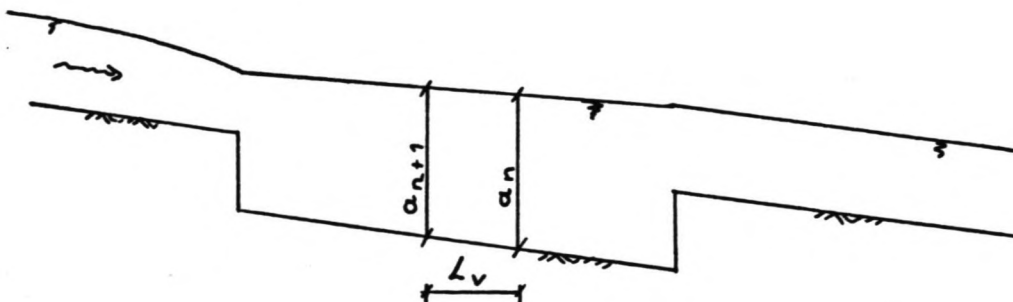
L_v = de vaklengte [m]

$i\omega_n$ = de waterspiegelverhang aan het begin van een vak [-]

i_b = het bodemverhang = $9,5 \times 10^{-5}$ [-]

$$i\omega_{n+1} = Q^2 / (C^2 B^2 a_{n+1})$$

FIGUUR 5.5



$Q = Q_{\max} = \text{het maximale debiet} = 14.700 \text{ m}^3/\text{s}$

$B = \text{de rivierbreedte} = 1150 \text{ m}$

$C = \text{de Chezy-waarde, zie tabel 5-1}$

Voor de startwaarde van de stuwkromme berekening is genomen:

$a_1 = \text{gatdiepte} + \text{evenwichtsdiepte of}$

$$a_1 = \Delta z + h_e = \Delta z + 8,8 \quad [\text{m}]$$

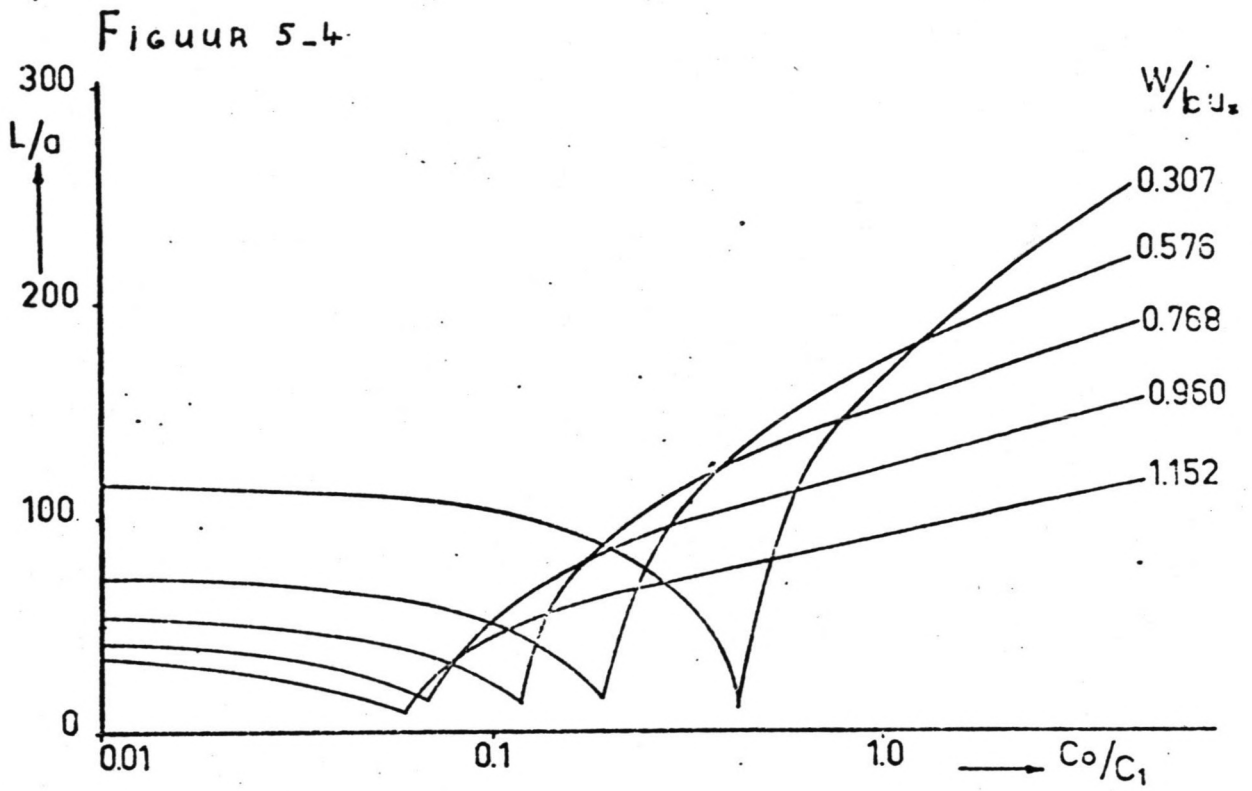
Voor de berekening van $\omega_s / \kappa u_*$ waarden is uitgegaan van:

$\omega_s = \text{de valsnelheid bij } 27,8^\circ\text{C (gemiddelde temperatuur rivierwater) en } d_{50} = 0,83 \times 10^{-3} \text{ m ;}$

dit geeft een $\omega_s = 0,118 \text{ m/s}$ (zie figuur 5-6)

$\kappa = \text{de constante van van Karman} = 0,4$

$u_* = \sqrt{gh i_w}$ op de meest bovenstroomse plaats in het gebaggerde gat.



Adaption. length (after Kerssens, 1974).

TABEL 5 - 2

Gatlengte [m]	Gatdiepte [m]	Q [m ³ /s]	C [m ^{1/2} /s]	vak	n	a _n [m]	vaklengte [m]	iw _n # 10 ⁻⁵	w _s / K u _*
1000	20	14.700	50	I	1	28,800	500	0,27	10,505
				II	2	28,754		0,27	
					3	28,708		0,28	
1000	20	14.700	95	I	1	28,800	500	0,08	19,654
				II	2	28,753		0,08	
					3	28,706		0,08	

TABEL 5 - 3

Gatlengte [m]	Gatdiepte [m]	Q [m ³ /s]	C [m ^{1/2} /s]	vak	n	a _n [m]	vaklengte [m]	iw _n * 10 ⁻⁵	w _s /Xu*
2000	10	14.700	50	I	1	18,800	500	0,98	6,866
				II	2	18,758	500	0,99	
				III	3	18,715	500	1,00	
				IV	4	18,673	500	1,00	
					5	18,631	500	1,01	
2000	10	14.700	80	I	1	18,800	500	0,38	10,914
				II	2	18,756	500	0,39	
				III	3	18,709	500	0,39	
				IV	4	18,663	500	0,39	
					5	18,617	500	0,40	

TABEL 5 - 4

Gatlengte [m]	Gatdiepte [m]	Q [m ³ /s]	C [m ^{1/2} /s]	vak	n	a _n [m]	vaklengte [m]	iw _n * 10 ⁻⁵	w _s /x u*
4000	5	14.700	50	I	1	13,800	1000	2,5	5,023
				II	2	13,730	1000	2,5	
				III	3	13,660	1000	2,6	
				IV	4	13,591	1000	2,6	
					5	13,522		2,6	
4000	5	14.700	65	I	1	13,800	1000	1,5	6,413
				II	2	13,720	1000	1,5	
				III	3	13,640	1000	1,5	
				IV	4	13,560	1000	1,6	
					5	13,481		1,6	

TABEL 5-5

GATLENGTE [m]	GATDIEPTE [m]	Q [m ³ /s]	C [m ^{1/2} /s]	Vak	n	a_n	Vaklengte [m]	$i_{wn} \cdot 10^{-5}$	$w_s / K u$
8000	2,5	14.700	50	I	1	11,300	1000	4,5	4,031
				II	2	11,250	1000	4,6	
				III	3	11,201	1000	4,7	
				IV	4	11,153	1000	4,7	
				V	5	11,105	1000	4,8	
				VI	6	11,058	1000	4,8	
				VII	7	11,011	1000	4,9	
				VIII	8	10,965	1000	5,0	
					9	10,920	1000	5,0	
8000	2,5	14.700	60	I	1	11,300	1000	3,1	4,775
				II	2	11,236	1000	3,2	
				III	3	11,173	1000	3,3	
				IV	4	11,111	1000	3,4	
				V	5	11,049	1000	3,4	
				VI	6	10,988	1000	3,5	
				VII	7	10,927	1000	3,5	
				VIII	8	10,867	1000	3,6	
					9	10,807	1000		

TABEL 5 - 6

Gatlengte [m]	Gatdiepte [m]	Q [m ³ /s]	C [m ^{1/2} /s]	vak	n	a _n	vaklengte [m]	i w _n * 10 ⁻⁵	w _s /k u*
16000	1,25	14.700	50	I	1	10,050	2000	6,4	3,553
				II	2	9,988	2000	6,6	
				III	3	9,930	2000	6,7	
				IV	4	9,874	2000	6,8	
				V	5	9,820	2000	6,9	
				VI	6	9,768	2000	7,0	
				VII	7	9,718	2000	7,1	
				VIII	8	9,670	2000	7,2	
					9	9,670	2000	7,3	
16000	1,25	14.700	55	I	1	10,050	2000	5,3	2,828
				II	2	9,966	2000	5,5	
				III	3	9,886	2000	5,6	
				IV	4	9,808	2000	5,7	
				V	5	9,732	2000	5,9	
				VI	6	9,660	2000	6,0	
				VII	7	9,590	2000	6,1	
				VIII	8	9,522	2000	6,3	
					9	9,458	2000	6,4	

§ 5-3.3. De gevoeligheid van de ω_s/Ku_x - waarden voor foutieve C-waarden.

Om na te gaan in hoeverre de verschillende foutief gekozen parameters de $Z = \omega_s/Ku_x$ waarde beïnvloeden, zal met behulp van de kwadratische voortplantingswet van fouten de formule voor de foutberekening in de $Z = \omega_s/Ku_x$ waarde worden afgeleid. Daarna zal de fout in de Z-waarde met behulp van deze formule berekend worden. Tenslotte wordt de berekende fout gecontroleerd met behulp van de in § 5-3.2 berekende Z-waarden om na te gaan in hoeverre de kwadratische voortplantingswet van fouten de werkelijke fout benadert. De fouten in de Z-waarden ten gevolge van het kiezen van foutieve C-waarden kunnen direct uit de in § 5-3.2 berekende Z-waarden bepaald worden. Het berekenen van de fouten met behulp van de kwadratische voortplantingswet van fouten is dan ook niet noodzakelijk. Het voordeel van de in deze paragraaf behandelde methode is dat men een beter inzicht krijgt, welke parameters de belangrijkste bijdragen leveren tot de grootte van de fout.

De kwadratische voortplantingswet van fouten:

In het algemeen geldt dat als: $z = a x^b y^c$

$$r_z^2 \approx b^2 r_x^2 + c^2 r_y^2$$

$$r_x = \frac{\Delta x}{x} \quad = \text{de relatieve fout in } x$$

$$r_y = \frac{\Delta y}{y} \quad = \text{de relatieve fout in } y$$

$$r_z = \frac{\Delta z}{z} \quad = \text{de relatieve fout in } z$$

Voor de formule: $Z = \omega_s / K u_*$ is het onderstaande af te leiden:

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\omega_s}{K u_*} = \frac{\omega_s}{K \sqrt{g a i}} = \frac{\omega_s}{K} \cdot \frac{1}{\sqrt{g}} \cdot \frac{1}{\sqrt{a i}} = \frac{\omega_s}{K} \cdot \frac{1}{\sqrt{g}} \cdot \frac{C}{u} \\ &= \frac{\omega_s}{K} \cdot \frac{1}{\sqrt{g}} \cdot \frac{C}{\varnothing} B a = \left(K^{-1} \cdot g^{-1/2} \right) \omega_s B \varnothing^{-1} C a \\ &= 0,798 \omega_s B \varnothing^{-1} C a \end{aligned}$$

Hieruit volgt:

$$r_z^2 \approx (1)^2 r^2 \omega_s + (1)^2 r_B + (-1)^2 r_\varnothing^2 + (1)^2 r_C^2 + (1)^2 r_a^2$$

Als nu gesteld wordt dat: $r \omega_s = 0$, $r_B = 0$, $r_\varnothing = 0$
oftewel de relatieve fouten in de valsnelheid, de rivierbreedte
en de afvoer zijn nul, dan volgt:

$$r_z^2 \approx r_a^2 + r_C^2$$

$$r_a = \frac{i \omega_e * \left| \left\{ 1 - (C_e / C_\varnothing)^2 \right\} \right|}{(i \omega_e - i_b) + \{ (\Delta z + h_e) / L g \}} \quad (\text{zie § 4-4.1) en}$$

$$r_C = \frac{\Delta C}{C_e} = \frac{|C_e - C_\varnothing|}{C_e}$$

Zodat de uiteindelijke formule luidt:

$$r_z^2 \approx \left[\frac{i \omega_e * \left| \left\{ 1 - (C_e / C_\varnothing)^2 \right\} \right|}{(i \omega_e - i_b) + \{ (\Delta z + h_e) / L g \}} \right]^2 + \left[\frac{|C_e - C_\varnothing|}{C_e} \right]^2$$

$$\text{met } i_{we} = Q^2 / \{ B^2 \cdot C_e^2 (h_e + \Delta z)^3 \}$$

$$\epsilon_z = \frac{\Delta Z}{Z} = \text{de relatieve fout in } Z = \omega_s / K_{u*}$$

i_{we}	= het waterspiegelverhang behorende bij C_e	$[-]$
C_e	= de exacte waarde van Chezy	$[m^{\frac{1}{2}}/s]$
C_f	= de foutieve waarde van Chezy	$[m^{\frac{1}{2}}/s]$
i_b	= het bodemverhang	$[-]$
Δz	= de diepte van het gebaggerde gat	$[m]$
L_g	= de lengte van het gebaggerde gat	$[m]$
h_e	= de evenwichtsdiepte bij afvoer Q	$[m]$
Q	= de rivierafvoer	$[m^3/s]$
B	= de rivierbreedte	$[m]$

Bij de berekening van ϵ_z zal van de volgende waarden worden uitgegaan:

Q	= 14.700 m^3/s
B	= 1150 m
L_e	= 8,8 m
i_b	= $9,5 \times 10^{-5}$
C_e	= de met de methode van Engelund- Hansen afgeschatte en daarna aangepaste C-waarden (zie tabel 5-1).
C_f	= de benedenstrooms van de gaten aanwezige C-waarden bepaald met behulp van de formule van Chezy (zie §5-3.2)

Voor de berekening van ϵ_z zie tabel 5-7 op de volgende bladzijde.

TABEL 5-7

GATLENGTE (L_g) [m]	GATDIEPTE (Δz) [m]	$C_e^{1/2}$ [$m^{1/2}/s$]	i_{we} $\times 10^{-5}$	C_f [$m^{1/2}/s$]	r_a	r_c	r_z	r_z in %
1000	20	95	0,08	50	0	0,474	0,474	47,4
2000	10	80	0,38	50	0,001	0,375	0,375	37,5
4000	5	65	1,50	50	0,003	0,231	0,231	23,1
8000	2,5	60	3,10	50	0,010	0,167	0,167	16,7
16000	1,25	55	5,30	50	0,019	0,091	0,093	9,3

$$i_{we} = \frac{Q^2}{B^2 C_e^2 (h_e + \Delta z)^3}$$

$$r_a = i_{we} \times \frac{1}{1 - (C_e / C_f)^2} \Bigg/ \frac{(i_{we} - i_b) + \sqrt{(\Delta z + h_e) / L_g}}{C_e}$$

$$r_c = \frac{C_e - C_f}{C_e}$$

$$r_z = (r_a^2 + r_c^2)^{1/2}$$

$$Q = 14.700 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$B = 1150 \text{ m}$$

$$= 8,8 \text{ m}$$

$$i_b = 9,5 \times 10^{-5}$$

Bij een kleinere C-waarde, of te wel grotere ruwheid, in het gebaggerde gat zullen de waterdiepte (a) en het waterspiegelverhang (i) toenemen in het gebaggerde gat.

Dus de $Z = \omega_5 / K u_* = \omega_5 / \sqrt{g a i}$ - waarde zal afnemen. De berekende ϵ_z -waarden duiden dan ook op relatieve afnamen van de Z-waarden.

De met de kwadratische voortplantingswet berekende fouten in de $Z = \omega_5 / K u_*$ -waarden zijn benaderingen van de werkelijke fouten bij het gebruik van foutieve C-waarden. Voor de berekening van de werkelijke fouten in de Z-waarden zie tabel 5-8. Bij deze berekening is gebruik gemaakt van de in de tabellen 5-2 tot en met 5-6 berekende Z-waarden.

TABEL 5-8

GATLENGTE m	GATDIEPTE m	Z_e	Z_f	$\epsilon_z = \frac{Z_e - Z_f}{Z_e}$	ϵ_z in %
1000	20	19,654	10,505	0,466	46,6
2000	10	10,914	6,866	0,371	37,1
4000	5	6,413	5,023	0,217	21,7
8000	2,5	4,775	4,031	0,156	15,6
16000	1,25	3,828	3,553	0,072	7,2

* Z_e : de berekende Z-waarden bij de met de methode van Engelund-Hansen bepaalde en daarna aangepaste C-waarden (zie tabel 5-1).

Z_f : de berekende Z-waarden bij de met de formule van Chezy benedenstrooms van de gebaggerde gaten bepaalde C-waarden (zie § 5-3.2).

Uit tabel 5-7 en tabel 5-8 blijkt, dat de kwadratische voortplantingswet van fouten een goede benaderingsmethode is om de fouten in de ω_3/κ_{u_x} - waarden ten gevolge van het gebruik van "foutieve" C-waarden te bepalen.

Ten aanzien van de "fouten" die ontstaan door over de gehele gebaggerde gaten de C-waarden te gebruiken die op de rivier bij uniforme stroming gelden kan het volgende worden opgemerkt: door het gebruik van de lage C-waarden zullen de Z-waarden afnemen. Zoals uit de berekeningen blijkt, zal de afname het grootst zijn in het diepste gat en het kleinst in het minst diepe gat.

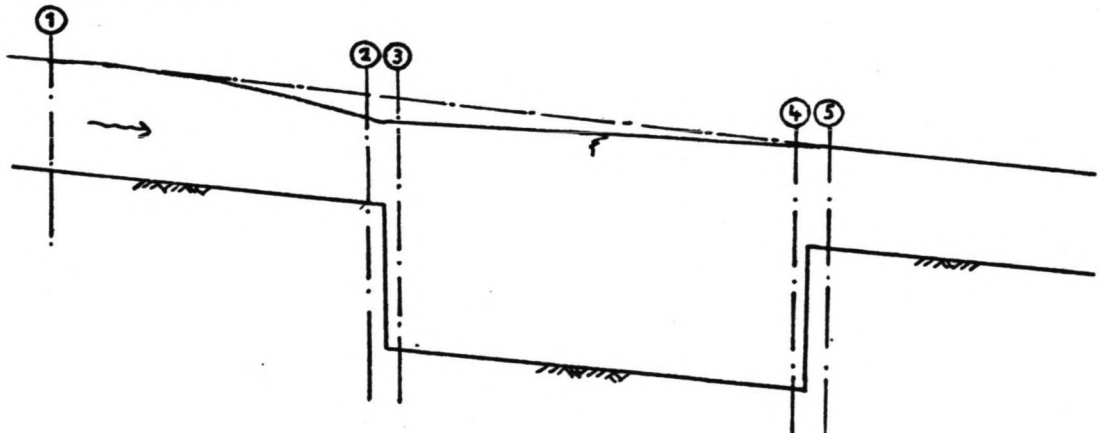
De Z-waarden veranderingen zijn voornamelijk het gevolg van de afnamen van de C-waarden en nauwelijks het gevolg van de toenames van de waterdiepten. Immers er geldt: $\kappa_z^2 = \kappa_a^2 + \kappa_c^2$ en uit de berekeningen blijkt dat $\kappa_a \ll \kappa_c$.

Omdat de afnamen van de C-waarden voor de diepere gaten het grootst is oftewel κ_c is voor de diepere gaten het grootst, zal de κ_z voor de diepere gaten het grootst zijn oftewel de afnamen van de Z-waarden voor het diepere gaten het grootst zijn.

5-3.4. Berekening van de ω_s / κ_{u*} -waarden bovenstrooms en benedenstrooms van de gebaggerde gaten.

In deze paragraaf zal worden nagegaan hoe groot de ω_s / κ_{u*} -waarden zijn, benedenstrooms en bovenstrooms van de gebaggerde gaten. Verder zal heel in het kort iets gezegd worden over het verloop van de ω_s / κ_{u*} -waarden in de tijd.

FIGUUR 5-7



a) $Z = \omega_s / \kappa_{u*}$ -waarde in doorsnede ① en ⑤.

De ω_s / κ_{u*} -waarde in doorsnede ① en ⑤ heeft voor alle gebaggerde gaten een minimale waarde bij $Q = 14.700 \text{ m}^3/\text{s}$

$$\begin{aligned} Q &= 14.700 \text{ m}^3/\text{s} \\ a &= h_e = 8,8 \text{ m} \\ i_w &= i_b = 9,5 \times 10^{-5} \\ \omega_s &= 0,118 \text{ m/s} \\ k &= 0,4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Hieruit volgt: } w_s / \kappa u_* &= \frac{w_s}{\kappa \sqrt{g a i}} \\ &= 0,118 / 0,4 \sqrt{9,81 \cdot 8,8 \cdot 9,5 \cdot 10^{-5}} \\ &= 3,258 \end{aligned}$$

b) $Z = u_s / \kappa u_*$ -waarde in doorsnede ② :

De $u_s / \kappa u_*$ -waarde in doorsnede ② heeft eveneens voor alle gebaggerde gaten een minimale waarde bij $Q = 14.700 \text{ m}^3/\text{s}$.

De waarden verschillen echter per gebaggerd gat, omdat de afzuiging en daarmee de snelheid in doorsnede ② per gebaggerd gat verschilt. Voor de berekening zie hieronder.

$$\begin{aligned} Q &= 14.700 \text{ m}^3/\text{s} \\ B &= 1150 \text{ m} \\ C &= 50 \text{ m}^{\frac{1}{2}}/\text{s} \\ a &= h_e\text{-afzuiging} = 8,8\text{-afzuiging} \\ w_s &= 0,118 \text{ m/s} \\ K &= 0,4 \end{aligned}$$

$$i_w = Q^2 / (C^2 B^2 a^3)$$

TABEL 5-9

GATLENGTE [m]	GATDIEPTE [m]	AFZUIGING [m]	a [m]	$i_w \cdot 10^{-5}$	$w_s / \kappa u_*$
1000	20	0,094	8,706	9,9	3,208
2000	10	0,183	8,617	10,2	3,177
4000	5	0,319	8,481	10,7	3,127
8000	2,5	0,493	8,307	11,4	3,061
16000	1,25	0,592	8,208	11,8	3,026

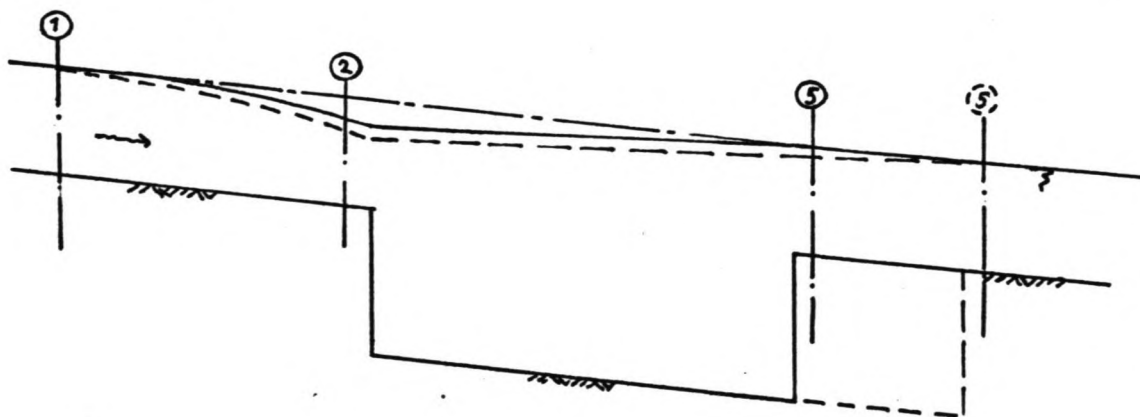
Vanzelfsprekend zullen de ω_s/k_{u*} -waarden in doorsnede ② voor alle gaten kleiner zijn, dan de ω_s/k_{u*} -waarden in doorsnede ① en ⑤. Immers de snelheden zullen in doorsnede ② groter zijn, dan in doorsnede ① en ⑤. Wanneer men bedenkt, dat $\omega_s/k_{u*} = \omega_s C/\sqrt{g} u$, zal bij gelijkblijvende ω_s en C de waarde afnemen bij toenemende u .

Samenvattend kan men stellen dat de ω_s/k_{u*} -waarden afnemen van doorsnede ① naar doorsnede ②, dan plotseling toenemen in doorsnede ③, vervolgens zeer weinig toenemen van doorsnede ③ naar doorsnede ④ en tenslotte plotseling afnemen in doorsnede ⑤. De kleinste ω_s/k_{u*} -waarde doet zich voor alle gebaggerde gaten voor in doorsnede ②.

Bovenstaande beschouwing heeft betrekking op de situatie op $t = 0$, als het gebaggerde gat er ineens zou liggen. Tengevolge van de vervorming van het gebaggerde gat in de tijd, zullen de ω_s/k_{u*} -waarden echter veranderen in de tijd. Twee uitersten ten aanzien van de vervorming van het gebaggerde gat, worden hierna besproken.

- 1) Het gebaggerde gat wordt alleen langer.

FIGUUR 5-8

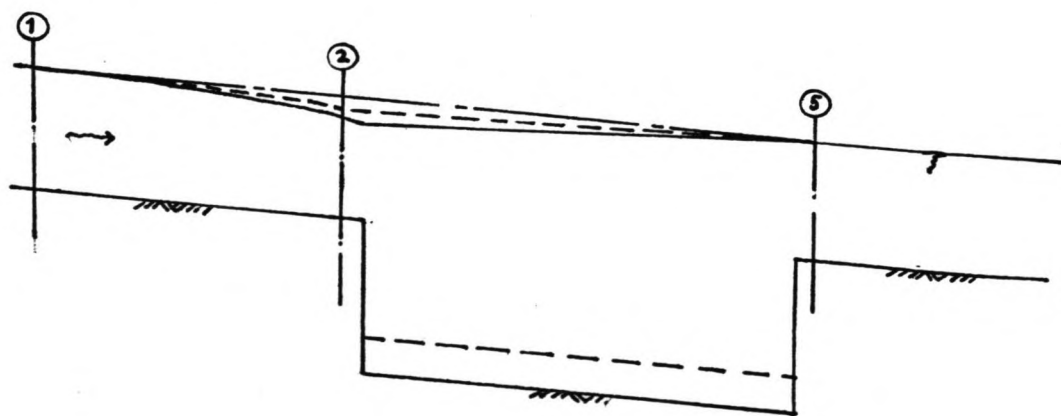


Als het gebaggerde gat alleen langer wordt, zal de afzuiging toenemen. De snelheden in het gebaggerde gat zullen toenemen en de w_s/k_{u*} -waarden in het gebaggerde zal afnemen. Aangezien in het gat nooit een kleinere waterdiepte dan de evenwichtsdiepte bereikt zal worden, zullen de w_s/k_{u*} -waarden in het gat nooit kleiner worden dan die in doorsnede ① en ⑤, dus nooit kleiner dan 3,258 (zie blz. 236).

In doorsnede ② zal de w_s/k_{u*} -waarde door de grotere afzuiging en daardoor grotere snelheid kleiner worden. Echter de bodem zal direct bovenstrooms van het gat worden uitgeschuurd, totdat de evenwichtsdiepte (h_e) is bereikt. Dit laatste zal snelheidsafname tengevolge hebben, dus een toename van de w_s/k_{u*} -waarde. Het is dan ook moeilijk om iets over het verloop van de w_s/k_{u*} -waarde in doorsnede ② in de tijd te zeggen.

2) Het gebaggerde wordt alleen ondieper

FIGUUR 5.9



Als het gebaggerde gat alleen ondieper wordt, zal de afzuiging afnemen. De snelheden in het gebaggerde gat zullen toenemen en de

ω_s/k_{u*} -waarden in het gebaggerde gat zullen afnemen. Aangezien in het gat nooit een kleinere waterdiepte dan de evenwichtsdiepte bereikt zal worden, namelijk op het moment, dat het gat volledig gevuld is, zullen de ω_s/k_{u*} -waarden nooit kleiner worden, dan die in doorsnede ① en doorsnede ⑤, dus nooit kleiner dan 3,258 (zie blz. 236).

In doorsnede ② zal de ω_s/k_{u*} -waarde door de kleinere afzuiging en daardoor lagere snelheid groter worden. Bovendien zal de bodem direct bovenstrooms van het gat worden uitgeschuurd, totdat de evenwichtsdiepte is bereikt. Dit laatste heeft een afname van de snelheid tengevolge waardoor eveneens de ω_s/k_{u*} -waarde zal toenemen. Men kan dus stellen dat in dit geval de ω_s/k_{u*} -waarde in doorsnede ② zal toenemen en de waarden voor de verschillende gaten nooit kleiner zullen zijn dan die berekend in tabel 5-9.

Het werkelijke verloop van de vervorming van de gebaggerde gaten zal een combinatie zijn van beide bovenomschreven vormen. Men kan dus stellen dat de ω_s/k_{u*} -waarden in de gebaggerde gaten zullen afnemen in de tijd en dat ze nooit kleiner zullen worden dan de ω_s/k_{u*} -waarde bij uniforme stroming en een afvoer van $14.700 \text{ m}^3/\text{s}$. Deze waarde is 3,258.

Over het verloop van de ω_s/k_{u*} -waarde in doorsnede ② in de tijd, is moeilijk iets te zeggen. Er kan slechts met zekerheid gesteld worden, dat in de uiteindelijke evenwichtssituatie in doorsnede ② de ω_s/k_{u*} -waarde eveneens de waarde 3,258 zal bereiken bij de afvoer van $14.700 \text{ m}^3/\text{s}$.

§ 5-3.5 Conclusie ten aanzien van de berekende ω_s/k_{u*} - waarden.

I. In de gebaggerde gaten zal zich een situatie voordoen die afwijkt van de onderzoeksituatie van Kerssens en wel ten aanzien van de onderstaande punten:

- er is geen uniforme stroming over de gebaggerde gaten;
- door de niet-uniforme stroming zal de ω_s/k_{u*} -waarde niet constant zijn in de stroomrichting (zie § 5-3.4);
- in tegenstelling tot de proeven van Kerssens is er direct bovenstrooms van het gebaggerde gat geen uniform verdeelde beginconcentratie; de concentratie verdeling ligt daar vast door de daar geldende ω_s/k_{u*} -waarde; de ω_s/k_{u*} -waarde in het gebaggerde gat is bepalend voor de vorm van de nieuwe evenwichtsvertikaal in het gebaggerde gat. Dus zowel de ω_s/k_{u*} -waarde direct bovenstrooms van het gebaggerde gat als die in het gebaggerde gat, zijn dus bepalend voor de aanpassingslengte van de concentratie-vertikaal in het gebaggerde gat;
- de berekende ω_s/k_{u*} -waarden (zie tabel 5-10) zijn veel groter dan Kerssens in zijn onderzoek heeft verwerkt.

Helaas moet geconcludeerd worden, dat het vanwege bovengenoemde punten gevaarlijk is, om in de grafiek van Kerssens te extrapoleren om zodoende de aanpassingslengte voor de diverse gaten te berekenen.

Wanneer we echter tabel 5-10, waarin de berekende Z-waarden in de verschillende doorsneden voor de diverse gaten zijn opgenomen, vergelijken met tabel 5-11 (uit [2]) dan blijkt dat het transport van bodemmateriaal net bovenstrooms van de gebaggerde gaten (doorsnede 2) uit overwegend bodemtransport bestaat.

Aangezien het bodemtransport zich zeer snel aanpast aan de hydraulische omstandigheden in de gebaggerde gaten en gezien de grote w_s/k_{u*} -waarden in de gebaggerde gaten (doorsnede 3[≠]), lijkt ons de keuze van het stelsel vergelijkingen 5-1.5, 5-1.6, 5-1.7 en 5-1.4 om daarmee de morfologische berekeningen uit te voeren niet geheel ongegrond.

TABEL 5-10

w_s/k_{u*} -waarden

GATLENGTE	GATDIEPTE	DOORSNEDE	DOORSNEDE	DOORSNEDE	DOORSNEDE
[m]	[m]	① en ⑤	②	③ [≠]	③ ^{≠≠}
1000	20	3,258	3,208	19,654	10,505
2000	10	3,258	3,177	10,914	6,866
4000	5	3,258	3,127	6,413	5,023
8000	2,5	3,258	3,061	4,775	4,031
16000	1,25	3,258	3,026	3,828	3,553

[≠] w_s/k_{u*} -waarden bij de met de methode van Engelund-Hansen bepaalde en daarna aangepaste C-waarden (zie tabel 5-1).

^{≠≠} w_s/k_{u*} -waarden bij de met de formule van Chezy benedenstrooms van de gebaggerde gaten bepaalde C-waarde (zie §5-3.2).

^{≠≠≠} Voor de plaatsen van de doorsneden zie §5-3.4.

TABEL 5-11

AARD VAN HET TRANSPORT	$Z = w_s/k_{u*}$
intensief bodemtransport	10
suspensie in benedenste helft	2,5
deeltjes bereiken de waterspiegel	0,8
goed ontwikkelde suspensie	0,1
homogene suspensie	0,01

Tenslotte wordt nog opgemerkt dat de berekende ω_s/Ku_* -waarden minimaal optredende waarden zijn. Deze waarden zijn immers berekend bij de maximale afvoer ($Q = 14.700 \text{ m}^3/\text{s}$), zodat over het gehele afvoerregime bekeken de ω_s/Ku_* -waarden gemiddeld nog hoger zullen zijn dan de hier berekende.

II. Uit tabel 5-10 blijkt verder dat de ω_s/Ku_* -waarde in doorsnede 3 relatief sterker afneemt bij toepassing van een lagere C-waarde dan die welke met de methode van Englund-Hansen gevonden is, naarmate het gat dieper wordt. De ω_s/Ku_* -waarden blijven voor alle gaten groot.

Met andere woorden, het doet er niet toe welke C-waarde men zou hebben genomen, die welke berekend is met de methode van Englund-Hansen of die welke geldig is direct benedenstrooms van het gat, om tot de onder I van deze paragraaf behandelde conclusie te komen. De conclusie is dus niet gevoelig voor de grootte van de C-waarden.

TABEL 5-12

GATLENGTE [m]	GATDIEPTE [m]	a [m]	u [m/s]	$k_2^2 = u^3/ga$	k_2
1000	20	8,71	1,47	0,025	0,158
2000	10	8,62	1,48	0,026	0,161
4000	5	8,48	1,51	0,027	0,164
8000	2,5	8,31	1,54	0,029	0,170
16000	1,25	8,31	1,56	0,030	0,173

* k_2^2 -waarden berekend bij: $Q = 14.700 \text{ m}^3/\text{s}$ (maximale afvoer)
 $b = 1150 \text{ m}$

** Voor de waarden van de waterdiepten zie de tabellen
 5-2, 5-3, 5-4, 5-5 en 5-6 in §5-3.2

HOOFDSTUK 6

Analyse karakteristieke voortplantingssnelheid bij diverse
continuïteitsvergelijkingen

§6-1 Inleiding

In dit hoofdstuk wordt aangegeven - zie §6-2 - op welke wijzen het zand in de rivier kan worden gewonnen, tevens wordt vermeld voor welke wijzen van zandwinning de morfologische veranderingen in de rivier met behulp van het één dimensionale computerprogramma kunnen worden berekend.

In §6-3 worden de één dimensionale bewegingsvergelijking voor het water en de één dimensionale continuïteitsvergelijking voor het water gecombineerd tot de één dimensionale vergelijking voor de stuwkrommes.

In §6-4 en §6-5 worden continuïteitsvergelijkingen voor het sediment besproken indien er niet gebaggerd wordt.

In §6-5 wordt de continuïteitsvergelijking voor het sediment besproken die tijdens het baggeren geldt.

In §6-4 en §6-6 worden formules afgeleid voor de karakteristieke voortplantingssnelheid van een bodemverstoring (C_b) en de relatie die langs de karakteristieken geldt. Bij de afleiding van deze formules wordt er van uitgegaan dat de froude getallen klein zijn ($Fr < 0,4$).

§6-2 Waar het zand in de rivier kan worden gewonnen.

Er zijn natuurlijk tal van manieren waarop het zand in de rivier kan worden gewonnen, in het onderstaande worden enkele mogelijke mogelijkheden besproken.

- 1^e Het zand wordt over de volle breedte van de rivier gebaggerd tot op een bepaalde diepte. Op deze wijze verkrijgt men "gatvormen" zoals die in hoofdstuk 4 zijn besproken.
Met behulp van een één-dimensionaal computerprogramma kunnen de morfologische veranderingen in de rivier ten gevolge van zo'n gatvorm worden berekend.
- 2^e Het zand wordt uit de oevers gehaald, feitelijk wordt dan de rivier over een bepaalde lengte verbreedt. (zie fig. 6-1).

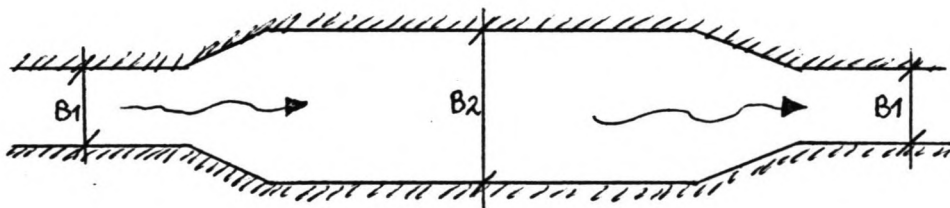


fig. 6-1

Indien de oevers tot op de rivierbodem worden weggebaggerd, kunnen de morfologische veranderingen in de rivier ten gevolge van deze vorm van zandwinning met behulp van het één-dimensionale computerprogramma worden berekend.

- 3^e Het zand wordt gewonnen door het wegbaggeren van ondieptes in de rivier ten behoeve van de scheepvaart. Deze ondieptes kunnen bijvoorbeeld crossings zijn, die aanwezig zijn in de overgang van twee rivierbochten. De morfologische veranderingen, die in de rivier optreden ten gevolge van het wegbaggeren van ondieptes kunnen met behulp van het één-dimensionale computerprogramma worden berekend, mits deze ondieptes over de volle rivierbreedte worden weggebaggerd.
- 4^e Het zand wordt gewonnen door het baggeren van een asymmetrisch ten opzichte van de rivier-as gelegen diep gat (zie fig. 6-2)

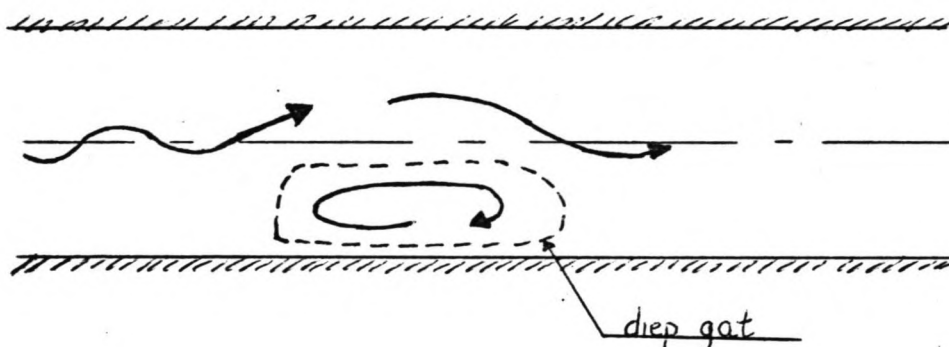


fig. 6-2

Ter plaatse van het diepe gat zal een duidelijke driedimensionale stroming optreden, zodat men de morfologische veranderingen in de rivier niet meer kan berekenen met behulp van het één-dimensionale computerprogramma. Bij lage rivierafvoeren zal het asymmetrisch gelegen gat zich gaan opvullen met sediment. Bij grote rivierafvoeren kan zich een neer in het asymmetrisch gelegen gat ontwikkelen (zie fig. 6-2). Deze neer zal het asymmetrisch gelegen gat gaan uitschuren, zodat het gat tijdens hoge rivierafvoeren weer dieper wordt. Er bestaat dus een mogelijkheid dat het gat zich in de loop der jaren in stand houdt.

Een dergelijk geval heeft zich voor gedaan op de Ohio River in Amerika. Een 10 meter diep gebaggerd gat was daar na twee jaar zelfs dieper geworden. Zie voor verdere details over het in de Ohio River gebaggerde gat: Journal of Sedimentary Petrology, vol 40 1970, blz. 449 t/m 456.

5^e Het zand wordt op een bepaalde plaats in de rivier gewonnen, hierna wordt dit "bepaalde gebied" aan de rivier onttrokken door er een kade om heen te leggen.

Deze kade is zo hoog dat het bewuste gebied tijdens hoogwater niet kan onderlopen. Men zou bijvoorbeeld een kade om een zandbank kunnen leggen en dan de omkade zandbank van binnen uit leeg baggeren.

Deze mogelijkheid van zandwinning komt feitelijk neer op een rivier versmalling. De morfologische veranderingen in de rivier ten gevolge van deze profielvernauwing zijn met behulp van het één-dimensionale computerprogramma te berekenen.

§6-3 De gecombineerde één-dimensionale gecombineerde bewegings/continuïteitsvergelijking voor het water.

De één dimensionale bewegingsvergelijking voor het water luidt:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \bar{g} \frac{\partial a}{\partial x} + \bar{g} \frac{\partial z}{\partial x} + \bar{g} \frac{u|u|}{c^2 a} = 0 \quad 6-3.1$$

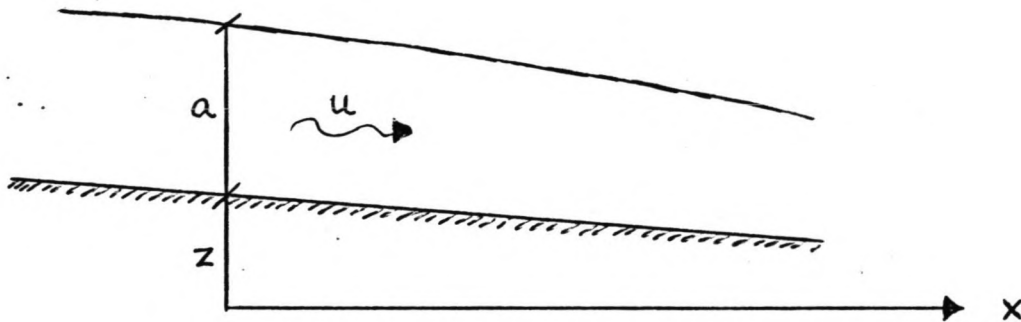


fig. 6-3

De één dimensionale continuïteitsvergelijking voor het water luidt:

$$\frac{\partial a}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial a}{\partial x} = 0 \quad 6-3.2$$

Er worden nu de volgende aannemens gedaan: $\partial u / \partial t = 0$ en $\partial a / \partial t = 0$, waardoor de formules 6-3.1 en 6-3.2 reduceren tot respectievelijk 6-3.3 en 6-3.4. De gedane aannemens komen er op neer dat de waterbeweging quasi-stationair wordt beschouwd ten opzichte van de sedimentbeweging, hetgeen geoorloofd is omdat de karakteristieke voortplantings-snelheden van de waterbeweging oneindig groot zijn, indien ze gerelateerd worden aan de karakteristieke voortplantingssnelheid van een bodemver-

storing (C_b) (zie fig. 6-4).

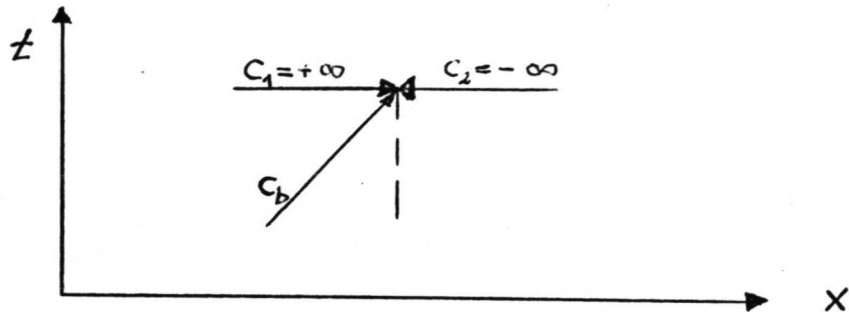


fig. 6-4

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + \bar{g} \frac{\partial a}{\partial x} + \bar{g} \frac{\partial z}{\partial x} + \bar{g} \frac{u|u|}{C^2 \cdot a} = 0 \quad 6-3.3$$

$$a \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial a}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (u \cdot a) = 0 \quad 6-3.4$$

In vergelijking 6-3.4 staat feitelijk niets anders dan dat $q = u \cdot a$ alleen een functie is van de tijd (t). Dus in plaats van vergelijking 6-3.4 kan men ook vergelijking 6-3.5 schrijven

$$q(t) = u \cdot a \quad 6-3.5$$

Door vergelijking 6-3.5 te substitueren in vergelijking 6-3.3 kan men vergelijking 6-3.6 vinden

$$\left\{ u - \frac{\bar{g}q}{u^2} \right\} \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} + g \frac{u|u|}{C^2 \cdot a} = 0 \quad 6-3.6$$

Vergelijking 6-3.6 is de één-dimensionale gecombineerde bewegings/continuïteits vergelijking voor de waterbeweging.

Vergelijking 6-3.6 is de formule waarmee een verhangkromme bij stationaire, niet-een-parige, één-dimensionale stroming kan worden berekend.

§ 6-4 De één-dimensionale continuïteits vergelijking voor het sediment " $\partial s_t / \partial x + \partial z / \partial t = 0$ "

Met s_t , het totale sedimenttransport, per eenheid van breedte, wordt bedoeld het bodemtransport gesommeerd met het zwevend transport.

Bij de afleiding van de continuïteits vergelijking per eenheid van breedte (6-4.1) wordt het sedimenttransport als één geheel gezien, waardoor veranderingen in het totale sedimenttransport in de langsrichting ($\partial s_t / \partial x$) alleen kunnen resulteren in plaatselijke bodemveranderingen in de tijd ($\partial z / \partial t$) en niet in veranderingen van de concentraties in de tijd van het sediment dat in suspensie is ($\partial C_A / \partial t$).

$$\partial s_t / \partial x + \partial z / \partial t = 0 \quad 6-4.1$$

Met behulp van fig. 6-5 kan de afleiding van formule 6-4.1 worden verduidelijkt.

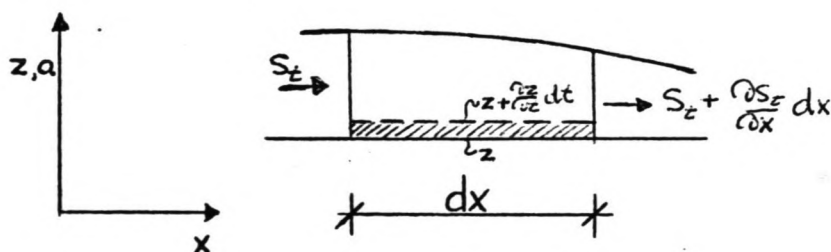


fig. 6-5

Voor de massa balans over het stukje dx uit fig. 6-5 over de tijd dt geldt:

$$\left\{ s_t - \left(s_t + \frac{\partial s_t}{\partial x} dx \right) \right\} dt + \left\{ z - \left(z + \frac{\partial z}{\partial t} dt \right) \right\} dx = 0$$

$$\text{dus: } s_t dt - s_t dt - \frac{\partial s_t}{\partial x} dx dt + z dx - z dx - \frac{\partial z}{\partial t} dt dx = 0$$

$$\text{dus: } \frac{\partial s_t}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial t} = 0$$

Er wordt aangenomen dat het totale sedimenttransport een functie van de gemiddelde watersnelheid (u) is,

dus

$$s_t = \alpha u^\beta$$

6-4.2

waarin:	α : een coefficient	in [m]
	β : een coefficient	dimensieloos
	u : gemiddelde watersnelheid	in [m/sec]
	s_t : totale sedimenttransport	in [m ² /sec]
	per eenheid van breedte	

Vergelijking 6-4.2 is de bewegingsvergelijking voor het sediment. De vergelijkingen 6-4.1 en 6-4.2 zijn te herschrijven tot vergelijking 6-4.3

$$\frac{\beta \cdot s_t}{u} * \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial t} = 0$$

6-4.3

We hebben nu de vergelijkingen 6-3.6 en 6-4.3 en de vergelijkingen 6-4.4

en 6-4.5 voor de totale differentialen

$$dt \frac{\partial u}{\partial t} + dx \frac{\partial u}{\partial x} = du \quad 6-4.4$$

$$dt \frac{\partial z}{\partial t} + dx \frac{\partial z}{\partial x} = dz \quad 6-4.5$$

De vergelijkingen 6-3.6, 6-4.3, 6-4.4 en 6-4.5 kunnen ook in matrix vorm worden geschreven:

$$\begin{pmatrix} u - \frac{\vec{g}q}{u^2} & 0 & \vec{g} & 0 \\ \beta s_t / u & 0 & 0 & 1 \\ dx & dt & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dt \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \partial u / \partial x \\ \partial u / \partial t \\ \partial z / \partial x \\ \partial z / \partial t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\vec{g} \frac{u|u|}{c^2 a} \\ 0 \\ du \\ dz \end{pmatrix}$$

Men kan de karakteristieke voortplantingssnelheid van een bodem verstoring vinden door hoofd determinant van bovenstaande matrix gelijk nul te stellen (zie ook De Vries, lectures notes f 10a)

$$\begin{vmatrix} u - \frac{\vec{g}q}{u^2} & 0 & \vec{g} & 0 \\ \beta s_t / u & 0 & 0 & 1 \\ dx & dt & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dt \end{vmatrix} = 0$$

Indien men de determinant berekent verkrijgt men vergelijking 6-4.6

$$dt \left\{ \left(u - \frac{\vec{g}q}{u^2} \right) dx + \frac{\beta s_t}{u} \cdot \vec{g} \cdot dt \right\} = 0 \quad 6-4.6$$

Vergelijking 6-4.6 heeft twee oplossingen

- 1^e $dt = 0$ hier uit volgen de gedegenereerde karakteristieke voortplantingssnelheden voor de waterbeweging.
 c is per definitie dx/dt , als dus geldt $dt = 0$ dan geldt voor $C_{1,2} = dx/0 = \pm \infty$

$$2^{\text{e}} \quad C_b = \frac{dx}{dt} = \frac{\frac{\beta s_t \cdot \vec{g}}{u}}{\frac{u - \frac{\vec{g}}{g}}{u^2}} = \frac{\beta \cdot s_t \cdot u}{\frac{q}{1 - \frac{\vec{g}}{g a}}} = \frac{\beta \cdot s_t \cdot u}{\frac{q}{1 - F_R^2}}$$

resumé

Voor de karakteristieke voortplantingssnelheid van een bodemverstoring (C_b) bij kleine froude getallen geldt

$$C_b = \frac{\beta \cdot s_t \cdot u}{1 - F_R^2} \quad 6-4.7$$

Bij kleinde froude getallen ($F_R^2 \ll 1$) kan vergelijking 6-4.7 gereduceerd worden tot 6-4.8

$$C_b = \beta \cdot \frac{s_t}{q} \cdot u \quad 6-4.8$$

Om de relatie die langs de karakteristieke bodemverstoring in het x, t - vlak geldt te kunnen vinden wordt de onderstaande determinant nul gesteld. Er volgt dan vergelijking 6-4.9

$$\begin{vmatrix} -\frac{\vec{g}}{g} \frac{u|u|}{c^2 a} & 0 & \frac{\vec{g}}{g} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ du & dt & 0 & 0 \\ dz & 0 & dx & dt \end{vmatrix} = 0$$

$$dt \left\{ -\vec{g} \frac{u|u|}{c^2 a} \cdot dx - \vec{g} dz \right\} = 0$$

6-4.9

Indien $dt \neq 0$ dan geeft vergelijking 6-4.9 de oplossing

$dz/dx = -u|u|/c^2 a$, tevens geldt voor de karakteristieke bodemverstoring ook formule 6-4.7, zodat formule 6-4.9 herschreven kan worden tot formule 6-4.10

$$\frac{dz}{dt} = - \frac{u^3 |u| \cdot \beta \cdot s_t}{c^2 \cdot q^2} \cdot \frac{1}{1 - f_R^2} \quad 6-4.10$$

Bij kleine froude getallen ($F_R^2 \ll 1$) kan de relatie langs de karakteristieke voortplantingssnelheid van een bodemverstoring in het x, t - vlak worden gereduceerd tot vergelijking 6-4.11

$$\frac{dz}{dt} = - \frac{u^3 |u| \cdot \beta \cdot s_t}{c^2 \cdot q^2} \quad 6-4.11$$

§ 6-5 De één-dimensionale continuïteitsvergelijking voor het sediment " $\frac{\partial s_t}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial a}{\partial t} = 0$ "

Met s_t , het totale sedimenttransport per eenheid van breedte wordt bedoeld het bodemtransport gesommeerd met het zwevend transport.

Bij de afleiding van de continuïteitsvergelijking per eenheid van breedte (6-5.3) wordt het totale sedimenttransport opgesplitst in zwevend sedimenttransport (s_z) en in bodemtransport (s_b). (zie fig. 6-6).

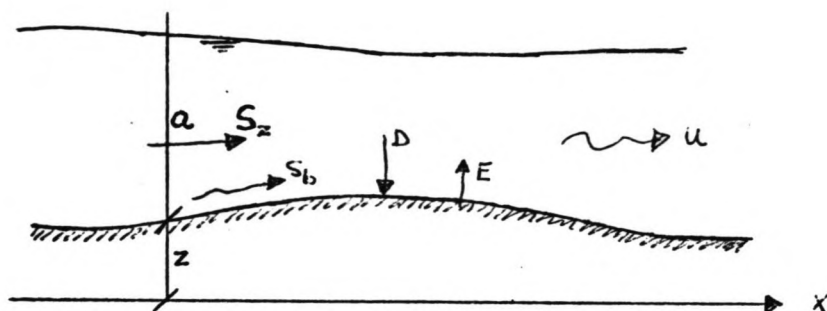


fig. 6-6

a : de waterdiepte	in [m]
z : de hoogte van de bodem t.o.v. referentie	in [m]
u : de gemiddelde watersnelheid	in [m/sec]
s_z : het zwevend transport per eenheid van breedte	in [m ² /sec]
s_b : het bodem transport per eenheid van breedte	in [m ² /sec]
D : de hoeveelheid sediment die per tijdseenheid en per oppervlakte eenheid van uit het zwevend transport in het bodemtransport terecht komt.	in [m/sec]

E : de hoeveelheid sediment die per tijdseenheid in $[m/sec]$
 en per oppervlakte eenheid van uit het bodem
 transport in het zwevend transport terecht komt.

De continuïteits vergelijking voor het bodemtransport per eenheid van breedte luidt:

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial s_b}{\partial x} - D + E = 0 \quad 6-5.1$$

De continuïteitsvergelijking voor het zwevend transport per eenheid van breedte luidt:

$$\frac{\partial}{\partial t} \{C \cdot a\} + \frac{\partial s_z}{\partial x} + D - E = 0 \quad 6-5.2$$

waarin C = gemiddelde concentratie van de zwevende deeltjes $[dimensieloos]$
 in de verticaal met lengte a

De continuïteitsvergelijkingen 6-5.1 en 6-5.2 kunnen worden verweven tot vergelijking 6-5.3

$$\frac{\partial s_b}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \{C \cdot a\} = 0 \quad 6-5.3$$

Indien men vergelijking 6-5.3 vergelijkt met 6-4.1 moet men constateren dat 6-5.3 een uitbreiding van 6-4.1 is, doordat de term $\frac{\partial}{\partial t} \{C \cdot a\}$ is toegevoegd.

De toevoeging van de term $\frac{\partial}{\partial t} \{C \cdot a\}$ betekent niets anders dan dat een verandering van het zwevende transport in langsrichting ook kan resulteren in een plaatselijke verandering in de tijd van de hoeveelheid sediment die in suspensie is.

Men kan op twee verschillende manieren aantonen, dat de term $\frac{\partial}{\partial t} \{C \cdot a\}$

in vergelijking 6-5.3 kan worden verwaarloosd.

1^e Door aan te tonen, dat de term $\frac{\partial}{\partial t} \{C.a\}$ ongeveer 20 maal zo klein is als de term $\frac{\partial^2}{\partial t}$ in vergelijking 6-5.3.

2^e Door aantonen dat de karakteristieke voortplantingssnelheid van een bodemverstoring berekend met behulp van formule 6-5.3 even groot is als berekend met behulp van formule 6-5.4. Deze weg is gevolgd in het Nedecorapport, 1973, rio magdalena and canal del dique survey project, blz. 136, 137.

ad 1^e Om aan te kunnen tonen dat de term $\frac{\partial}{\partial t} \{C.a\}$ verwaarloosbaar is ten opzichte van de term $\frac{\partial^2}{\partial t}$ in het riviertraject waar wij gaan rekenen, moet eerst de grootheid $C.a$ worden berekend.

Bij dominante rivierafvoer ($Q_{dom}=9670 \text{ [m}^3/\text{sec]})$ te Shintaku bedraagt het bodemtransport $4200 \text{ [m}^3/\text{dag}]$. (zie Nedeco-tabel 5.2.4-2).

Het jaarlijkse bodemtransport te Shintaku bedraagt $0,88 \times 10^6 \text{ [m}^3/\text{jaar}]$. Het jaarlijkse zwevende transport te Shintaku bedraagt $1,3 \times 10^6 \text{ [m}^3/\text{jaar}]$ (zie Nedeco, 1958 tabel 5.3.3-1).

Aangenomen wordt dat het zwevende transport behorende bij de dominante rivierafvoer als volgt mag worden berekend

$$S_2 = \frac{1,3 \times 10^6}{0,88 \times 10^6} \times 4200 = 6200 \text{ [m}^3/\text{dag}]$$

Er geldt: $C.Q = S_2$

$$\text{zodat: } C = S_2 / Q = 6200 / 24 / 3600 / 9670 = 7,4 \times 10^{-6} \text{ [-]}$$

Aangenomen wordt dat de waterdiepte behorende bij de dominante rivierafvoer in ons riviertraject ongeveer

7 m (zie blz. 149) bedraagt.

Zodat bij uniforme dominante rivierafvoer de groothed C_a ongeveer 52×10^{-6} [m] bedraagt.

Voor het quotient van $\partial\{C_a\}/\partial t$ en $\partial z/\partial t$ kan worden geschreven

$$\frac{\partial\{C_a\}/\partial t}{\partial z/\partial t} \approx \frac{\{C_a\}/T}{z/T}$$

Indien nu het quotient van C_a/T en z/T zeer klein is, kan de term $\partial C_a/\partial t$ worden verwaarloosd ten opzichte van de term $\partial z/\partial t$. Stel dat we een periode van een maand beschouwen ($T=2592000$ [sec]) dan is een verandering in de bodemligging van 1 [mm] toch wel zeer klein te noemen

$$\text{dus } \frac{C_a}{T} \bigg/ \frac{z}{T} = \frac{C_a}{z} = \frac{52 \times 10^{-6}}{1 \times 10^{-3}} \approx 0,05$$

ad 2^e Om op dezelfde wijze als in §6-4 de karakteristieke voortplantingssnelheid van een bodemverstoring te kunnen berekenen, moet de formule 6-5.3 worden herschreven, er geldt:

$$s_t = \alpha u^\beta = s_s + s_b \quad 6-5.4$$

$$s_s = \gamma \alpha u^\beta \quad 6-5.5$$

$$s_b = (1 - \gamma) \alpha u^\beta \quad 6-5.6$$

$$s_s = C \cdot q \quad 6-5.7$$

Uit de vergelijkingen 6-5.5. en 6-5.7 volgt vergelijking 6-5.8

$$C = \frac{\gamma \alpha u^\beta}{q} = \frac{\gamma}{a} \cdot \alpha \cdot u^{\beta-1} \quad 6-5.8$$

Met behulp van vergelijking 6-5.8 en 6-5.4 kan formule 6-5.3 worden herschreven tot formule 6-5.9

$$\alpha \beta u^{\beta-1} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial t} + (\beta-1) f \alpha u^{\beta-2} \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad 6-5.9$$

We hebben nu de vergelijkingen 6-3.6 en 6-5.9 en de vergelijkingen 6-5.10 en 6-5.11 voor de totale differentiaal

$$dt \frac{\partial u}{\partial t} + dx \frac{\partial u}{\partial x} = du \quad 6-5.10$$

$$dt \frac{\partial z}{\partial t} + dx \frac{\partial z}{\partial x} = dz \quad 6-5.11$$

De vergelijkingen 6-3.6, 6-5.9, 6-5.10 en 6-5.11 kunnen ook in matrix vorm worden geschreven.

$$\begin{pmatrix} u - \frac{\vec{g} \cdot \vec{g}}{u^2} & 0 & \vec{g} & 0 \\ \alpha \beta u^{\beta-1} & (\beta-1) f \alpha u^{\beta-2} & 0 & 1 \\ dx & dt & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dt \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial u / \partial x \\ \partial u / \partial t \\ \partial z / \partial x \\ \partial z / \partial t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g \frac{|u|}{c^2 a} \\ 0 \\ du \\ dz \end{pmatrix}$$

Men kan de karakteristieke voortplantingssnelheid van een bodemverstoring vinden door de hoofd determinant van bovenstaande matrix gelijk aan nul te stellen (zie ook De Vries, lecturenotes f 10a)

$$\begin{vmatrix} u - \frac{\vec{g} \cdot \vec{g}}{u^2} & 0 & \vec{g} & 0 \\ \alpha \beta u^{\beta-1} & (\beta-1) f \alpha u^{\beta-2} & 0 & 1 \\ dx & dt & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dt \end{vmatrix} = 0$$

Indien men de determinant berekent verkrijgt men vergelijking 6-5.12

$$dt \times \left\{ (\vec{g} \cdot (\beta-1) \cdot f \cdot \alpha \cdot u^{\beta-2} - u + \frac{\vec{g} \cdot q}{u^2}) dx - \vec{g} \cdot \alpha \beta u^{\beta-1} dt \right\} = 0 \quad 6-5.12$$

Vergelijking 6-5.12 heeft twee oplossingen

- 1^e $dt = 0$ hieruit volgen de twee gedegenereerde karakteristieke voortplantingssnelheden (C_1, C_2) voor de water beweging. C is per definitie dx/dt , als dus geldt $dt = 0$ dan geldt voor $C_{1,2} = dx/0 = \pm \infty$

2^e

$$C_b = \frac{dx}{dt} = \frac{\vec{g} \cdot \alpha \beta u^{\beta-1}}{\vec{g} \cdot (\beta-1) \cdot f \cdot \alpha \cdot u^{\beta-2} - u + \frac{\vec{g} \cdot q}{u^2}} \quad 6-5.13$$

Men kan nu aantonen, dat de term $\vec{g} \cdot (\beta-1) \cdot f \cdot \alpha \cdot u^{\beta-2}$ in vergelijking 6-5.13 is te verwaarlozen ten opzichte van de term,

$$\frac{\vec{g} \cdot q / u^2}{\vec{g} \cdot (\beta-1) \cdot f \cdot \alpha \cdot u^{\beta-2}} = \frac{\vec{g} \cdot q / u^2}{(\beta-1) \cdot f \cdot \alpha \cdot u^{\beta-2}} = (\beta-1) C \ll 1$$

uit 6-5.8 volgt $f = C \cdot a \cdot \alpha^{-1} \cdot u^{-\beta+1}$

Onder ad 1^e is reeds berekend dat $C = 7,4 \times 10^{-6}$, het zal duidelijk zijn dat $(\beta-1) C$ dus inderdaad zeer veel kleiner is dan één. Doordat de term $\vec{g} \cdot (\beta-1) \cdot f \cdot \alpha \cdot u^{\beta-2}$ in vergelijking 6-5.13 kan worden verwaarloosd wordt deze vergelijking gereduceerd tot vergelijking 6-5.14

$$C_b = \frac{\vec{g} \cdot \alpha \beta u^{\beta-1}}{(\vec{g} \cdot q / u^2) - u} \quad 6-5.14$$

Doordat geldt $s_t = \alpha \cdot u^\beta$ en $F_R^2 = u^2 / \bar{g} a$
 kan vergelijking 6-5.14 worden herschreven tot vergelijking 6-5.15.
 Vergelijking 6-5.15 is exact gelijk aan vergelijking 6-4.7

$$C_b = \frac{\beta \cdot s_t \cdot u / q}{1 - F_R^2} \quad 6-5.15$$

Het blijkt dus dat de karakteristieke voortplantingssnelheid van een bodemverstoring (C_b) berekent met de continuïteitsvergelijking " $\partial s_t / \partial x + \partial z / \partial t = 0$ " exact gelijk is aan de karakteristieke voortplantingssnelheid van een bodemverstoring (C_b) berekent met de continuïteitsvergelijking " $\partial s_t / \partial x + \partial z / \partial t + \partial C_a / \partial t = 0$ ".
 Indien men nu morfologische berekeningen gaat maken met behulp van de continuïteitsvergelijking $\partial s / \partial x + \partial z / \partial t = 0$ wordt de term $\partial C_a / \partial t$ verwaarloosd, maar doordat de karakteristieke voortplantingssnelheden van een bodemverstoring (C_b) hierdoor niet verandert is volgens het Nedeco rapport 1973 de verwaarlozing van de term $\partial C_a / \partial t$ geoorloofd.

resumé

Zoals in ad 1^e en ad 2^e is aangetoond, mag de term $\partial C_a / \partial t$ in de continuïteitsvergelijking worden verwaarloosd. Daarom zal in het één-dimensionale computerprogramma ook met de continuïteitsvergelijking " $\partial s_t / \partial x + \partial z / \partial t = 0$ " voor het sediment worden gewerkt, waarvoor geldt:

$$C_b = \frac{\beta \cdot s_t \cdot \frac{u}{q}}{1 - F_R^2} \quad \frac{dz}{dt} = \frac{u^3 |u| \beta \cdot s_t}{C^2 \cdot q^2} \cdot \frac{1}{(1 - F_R^2)}$$

en voor kleine froude getallen

$$C_b = \beta \cdot s_t \cdot \frac{u}{q} \quad \frac{dz}{dt} = - \frac{u^3 |u| \beta \cdot s_t}{C^2 \cdot q^2}$$

§6-6 De één-dimensionale continuïteitsvergelijking voor het sediment die geldt tijdens het baggeren

$$\frac{\partial s_t}{\partial x} + \frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{G_z}{B \cdot L} = 0$$

Met s_t , het totale sedimenttransport per eenheid van breedte, wordt bedoeld het bodemtransport gesommeerd met het zwevend transport.

Bij de afleiding van de continuïteitsvergelijking per eenheid van breedte (6-6.1) wordt de term $\partial C_0 / \partial t$ verwaarloosd (zie ook §6-5).

$$\frac{\partial s_t}{\partial x} + \frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{G_z}{B \cdot L} = 0 \quad 6-6.1$$

Bij de afleiding van formule 6-6.1 wordt ook aangenomen dat een bepaald baggerwerktuig op een bepaalde plaats over de gehele rivierbreedte (B) baggert met een constante productie van G_z [m³/sec]. L is de lengte van de rivier waaruit het baggerwerktuig met een constante productie G_z [m³/sec] het zand onttrekt. (zie fig. 6-7).

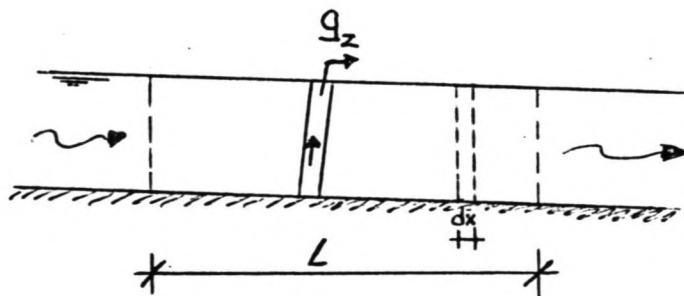


fig. 6-7

Feitelijk komt het er op neer, dat wordt aangenomen, dat het baggerwerk-
 tuig uit een gebied ter grootte van $B \times L$ een hoeveelheid van G_2
 $[m^3/sec]$ zand, gelijkmatig verdeeld over de bodem, onttrekt, zodat
 per eenheid van oppervlakte een hoeveelheid van $G_2 / B \cdot L [m/sec]$
 wordt onttrokken.

Het zal duidelijk zijn, dat de lengte L en de constante productie
 sterk afhankelijk zijn van het soort baggermateriaal dat wordt in-
 gezet.

Voor een stukje dx in het deel van de rivier waar wordt gebaggerd
 (zie ook fig. 6-7) kan de continuïteitsvergelijking voor het sedi-
 ment worden opgesteld. Met behulp van fig. 6-8 kan de afleiding van
 formule 6-6.1 worden verduidelijkt.

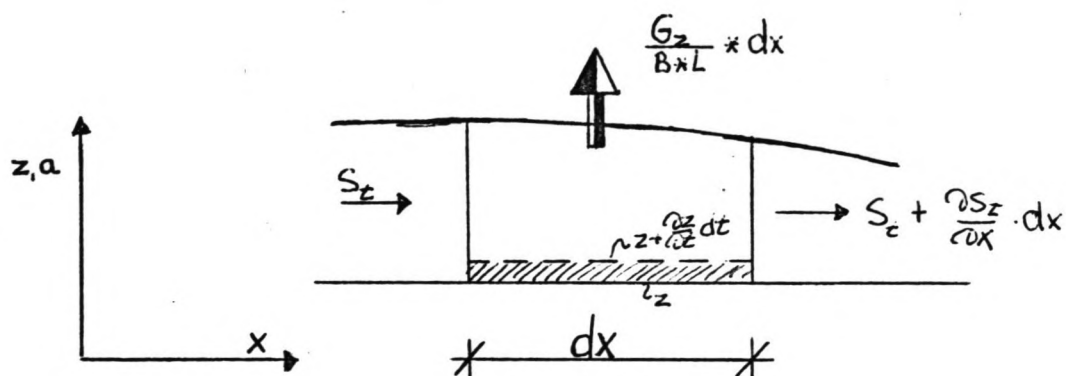


fig. 6-8

Voor de massabalans over het stukje dx uit fig. 6-8 over de tijd
 dt geldt:

$$\left\{ S_t - \left(S_t + \frac{\partial S_t}{\partial x} dx \right) \right\} dt + \left\{ z - \left(z + \frac{\partial z}{\partial t} dt \right) \right\} dx - \frac{G_2}{B \cdot L} \cdot dx \cdot dt = 0$$

of te wel:

$$S_t dt - S_t dt - \frac{\partial S_t}{\partial x} dx dt + z dx - z dx - \frac{\partial z}{\partial t} dt \cdot dx - \frac{G_z}{B.L.} dx \cdot dt = 0$$

of te wel: $\frac{\partial S_t}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{G_z}{B.L.} = 0$

De formule 6-6.1 is afgeleid om de morfologische veranderingen in de rivier tijdens het baggeren te kunnen berekenen.

Er is gesteld dat een hoeveelheid van $23 \times 10^6 \text{ m}^3$ zand in twee jaar uit de rivier moet worden gebaggerd. Men kan nu aannemen, dat na twee jaar een bepaald gat in de rivierbodem aanwezig is en met behulp van het één-dimensionale computerprogramma en de continuïteitsvergelijking voor het sediment $\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial S_t}{\partial x} = 0$ de morfologische veranderingen in de rivier ten gevolge van het gat berekenen.

Men kan ook op $t = 0$ met een niet-geroerde rivierbodem gaan rekenen en met behulp van het één-dimensionale computerprogramma en de continuïteitsvergelijking voor het sediment $\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial S_t}{\partial x} + \frac{G_z}{B.L.} = 0$ de morfologische veranderingen in de rivier tijdens het baggeren berekenen, op de plaats waar het baggerwerktuig ligt. Beneden- en bovenstrooms van de plaats waar het baggerwerktuig ligt, zal men de morfologische veranderingen in de rivier moeten berekenen, met het één-dimensionale computerprogramma en de continuïteitsvergelijking voor het sediment $\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial S_t}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial S_t}{\partial x} = 0$ (Voor de duidelijkheid zie fig. 6-9).

Opgemerkt dient te worden dat een baggervoertuig over het algemeen niet over de volle breedte van de rivier zal baggeren. Maar aangezien het computermodel één-dimensionaal is, kan dit niet worden meegenomen, daarom is aangenomen dat het baggervoertuig wel over de volle breedte baggert.

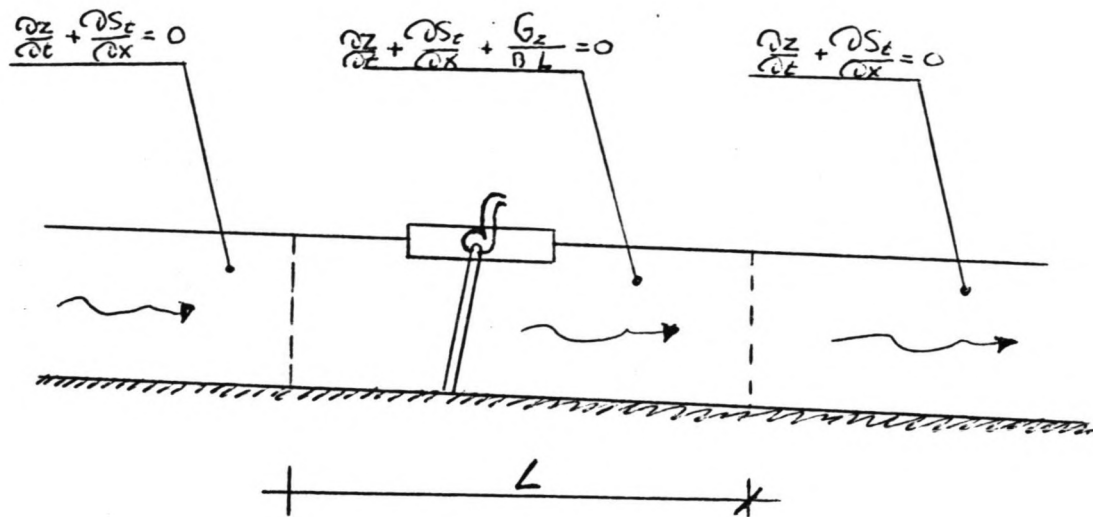


fig. 6-9

De karakteristieke voortplantingssnelheid van een bodemverstoring (C_b) berekend, uitgaande van de continuïteitsvergelijking

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial S_t}{\partial x} + \frac{G_z}{B \cdot L} = 0$$

Er wordt aangenomen dat het totale sedimenttransport een functie van de gemiddelde watersnelheid (u) is.

$$S_t = \alpha u^\beta$$

6-6.2

waarin:	α : een coëfficiënt	in [m]
	β : een coëfficiënt	dimensieloos
	u : gemiddelde watersnelheid	in [m/sec]
	s_t : totale sedimenttransport	in [m ² /sec]
	per eenheid van breedte	

Vergelijking 6-6.2 is de bewegingsvergelijking voor het sediment.

De vergelijkingen 6-6.1 en 6-6.2 zijn te combineren tot vergelijking 6-6.3

$$\frac{\beta \cdot s_t}{u} * \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{G_z}{B.L} = 0 \quad 6-6.3$$

We hebben nu de vergelijkingen 6-3.6, 6-6.3 en de vergelijkingen 6-6.4 en 6-6.5 voor de totale differentiaal

$$dx \frac{\partial u}{\partial x} + dt \frac{\partial u}{\partial t} = du \quad 6-6.4$$

$$dx \frac{\partial z}{\partial x} + dt \frac{\partial z}{\partial t} = dz \quad 6-6.5$$

De vergelijkingen 6-3.6, 6-6.3, 6-6.4 en 6-6.5 kunnen ook in matrix vorm worden geschreven.

$$\begin{pmatrix} u - \frac{g^2}{u^2} & 0 & g & 0 \\ \beta \frac{s_t}{u} & 0 & 0 & 1 \\ dx & dt & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dt \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial u / \partial x \\ \partial u / \partial t \\ \partial z / \partial x \\ \partial z / \partial t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -g \frac{u|u}{c^2 a} \\ -\frac{G_z}{B.L} \\ du \\ dz \end{pmatrix}$$

Men kan de karakteristieke voortplantingssnelheid van een bodem verstoring vinden door de hoofd determinant van de hierboven volgende matrix gelijk nul te stellen (zie ook De Vries, Lectures notes f 10a).

$$\begin{vmatrix} u - \frac{\vec{g} \cdot \vec{q}}{u^2} & 0 & \vec{g} & 0 \\ \beta \frac{s_t}{u} & 0 & 0 & 1 \\ dx & dt & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dt \end{vmatrix} = 0$$

Indien met de bovenstaande determinant berekent verkrijgt men vergelijking 6-6.6 . Aangezien de bovenstaande determinant exact dezelfde is als de determinant die in §6-4 werd gevonden, is vergelijking 6-6.6 ook exact gelijk aan vergelijking 6-4.6

$$dt \left\{ \left(u - \frac{\vec{g} \cdot \vec{q}}{u^2} \right) dx + \frac{\beta s_t}{u} \cdot \vec{g} \cdot dt \right\} = 0 \quad 6-6.6$$

Vergelijking 6-6.6 heeft twee oplossingen:

1^e $dt = 0$ hier uit volgen de twee gedegenereerde karakteristieke voortplantingssnelheden voor de waterbeweging.

C is per definitie dx/dt , als dus geldt $dt=0$, dan geldt voor $C_{1,2} = dx/0 = \pm \infty$

$$2^e \quad C_b = \frac{dx}{dt} = \frac{-\beta \cdot \frac{s_t}{u} \cdot \vec{g}}{\frac{u - \vec{g} \cdot \vec{q}}{u^2}} = \frac{\beta \cdot \frac{s_t}{q} \cdot u}{1 - \frac{u^2}{g a}} = \frac{\beta \cdot \frac{s_t}{q} \cdot u}{1 - F_R^2}$$

Om de relatie die langs de karakteristieke voortplantingssnelheden in het $x-t$ vlak geldt te kunnen vinden wordt de volgende determinant gelijk aan nul gesteld. Er volgt dan vergelijking 6-6.7

$$\begin{vmatrix} -\frac{\vec{g}}{g} \frac{u|u|}{c^2 a} & 0 & \frac{\vec{g}}{g} & 0 \\ -\frac{G_z}{B.L} & 0 & 0 & 1 \\ du & dt & 0 & 0 \\ dx & 0 & dx & dt \end{vmatrix} = 0$$

$$dt * \left\{ -\frac{\vec{g}}{g} \frac{u|u|}{c^2 a} \cdot dx - \frac{\vec{g}}{g} \left(dz + \frac{G_z}{B.L} dt \right) \right\} = 0 \quad 6-6.7$$

Indien $dt \neq 0$ dan geeft de vergelijking 6-6.7 als oplossing:

$$\frac{dz}{dt} = -\frac{u|u|}{c^2 \cdot a} \cdot \frac{dx}{dt} - \frac{G_z}{B.L} \quad 6-6.8$$

Indien $dt \neq 0$ dan geldt voor de karakteristieke voortplantingssnelheid

$$C_b = \frac{dx}{dt} = \frac{\beta \cdot \frac{s_t}{q} \cdot u}{1 - F_R^2} \quad 6-6.9$$

Met behulp van vergelijking 6-6.9 kan vergelijking 6-6.8 worden herschreven tot 6-6.10

$$\frac{dz}{dt} = \frac{-u^3 |u| \cdot \beta \cdot s_t}{c^2 \cdot q^2 \cdot (1 - F_R^2)} - \frac{G_z}{B.L} \quad 6-6.10$$

Vergelijking 6-6.10 geeft de relatie die langs de karakteristieke voortplantingssnelheid in het $x-t$ vlak geldt.

resumerend

Voor de continuïteitsvergelijking voor het sediment

$$"\partial s_t / \partial x + \partial^2 / \partial t + G_z / B.L = 0"$$

kan worden afgeleid dat

$$- C_b = \beta \cdot \frac{s_t}{q} \cdot u / (1 - f_R^2)$$

dit is dezelfde karakteristieke voortplantingssnelheid als afgeleid kan worden voor de continuïteitsvergelijking

$$\partial s_t / \partial x + \partial^2 / \partial t = 0$$

- de relatie langs de karakteristieken luidt zoals in vergelijking 6-6.10 beschreven, dit is niet dezelfde relatie zoals die kan worden afgeleid voor de continuïteitsvergelijking $\partial s_t / \partial x + \partial^2 / \partial t = 0$ (zie 6-4.10).

HOOFDSTUK 7

De schematisatie

§ 7-1 Inleiding

Er is een riviertraject van 74 km. lengte op de rivier de Niger geschematiseerd tussen de plaatsen Shintaku en Agnebode. Er waren slechts vier peilschalen op het traject aanwezig, te Shintaku (0 km.), te Koji (9km.), te Ajaokuta (30 km.), te Agnebode (74 km.). Afstanden in benedenstroomse richting van de rivier gemeten.

In § 7-2 staan de schematisatie gegevens vermeld.

In § 7-3 staat de wijze beschreven, waarop de in § 7-2 beschreven schematisatie is gevonden.

Indien men goed schematiseerd dienen twee aspecten goed te worden weergegeven, ten eerste de waterbeweging en ten tweede het sedimenttransport. In verband met de beperkte gegevens over de sedimenttransporten in het beschouwde riviertraject, heeft het zwaartepunt van de schematisatie meer op de waterbeweging gelegen.

§ 7-2 De schematisatie gegevens

§ 7-2.1 Het gekozen referentie niveau

Als referentie is gekozen het Lagos Datum, zie voor een verdere toelichting hierop § 7-3.1. De nul van de peilschalen ten opzichte van het Lagos Datum staan in tabel 7-1

Plaats	nul van de peilschaal t.o.v. Lagos Datum
Shintaku	+ 29,845
Koji	+ 27,581
Ajaokuta	+ 26,694
Agnebode	+ 21,463

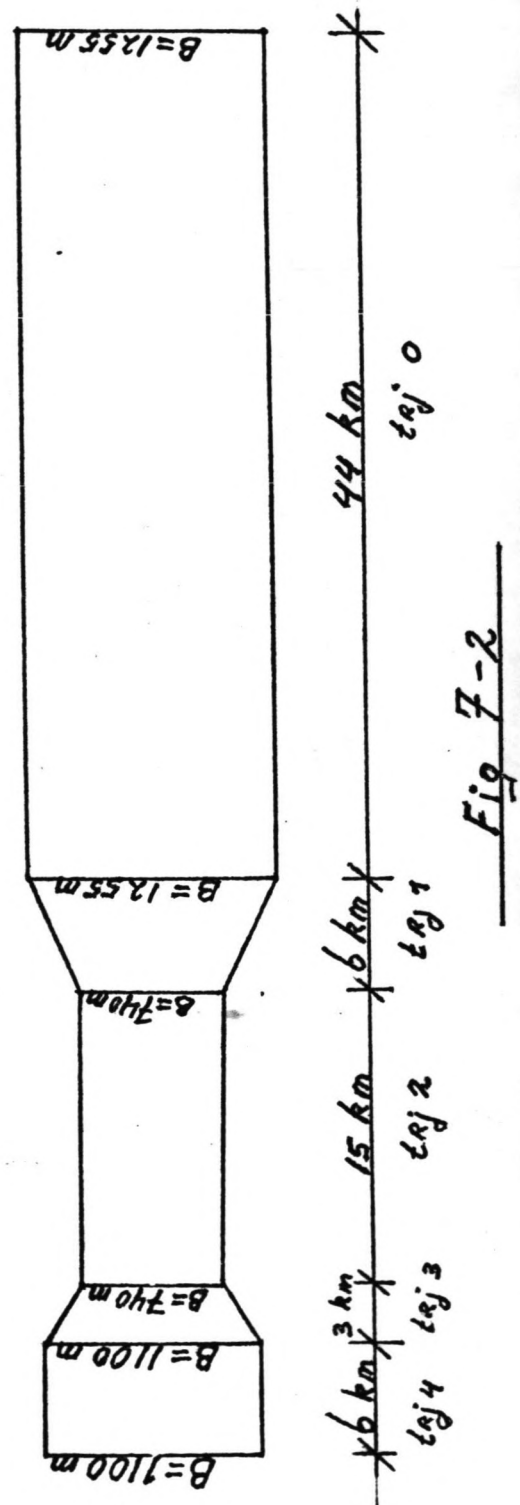
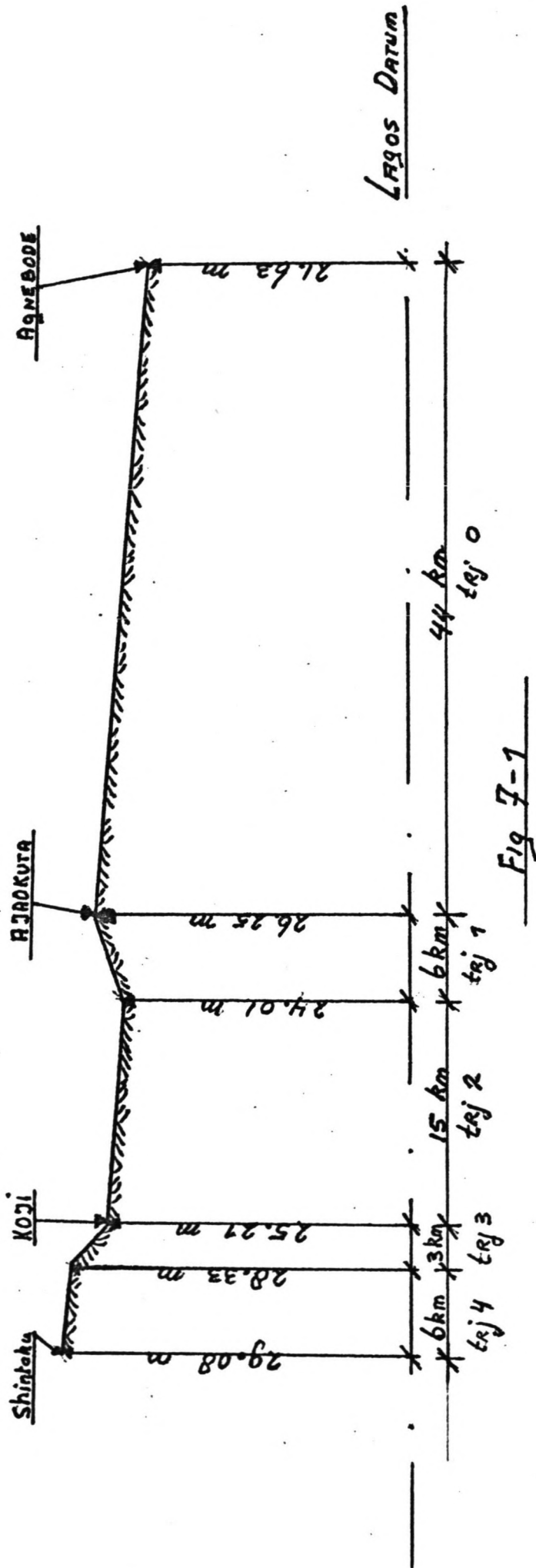
tabel 7-1

§ 7-2.2 De bodemligging ten opzichte van Lagos Datum

Voor de bodemligging van de geschematiseerde rivier ten opzichte van Lagos Datum, zie figuur 7-1.

§ 7-2.3 Het verloop van de rivierbreedte

Voor de plaatselijke breedte van de geschematiseerde rivier, zie figuur 7-2. Opgemerkt wordt dat plaatselijk de bodembreedte van de rivier overal gelijk is aan de waterspiegelbreedte van de rivier.



§ 7-2.4 De waarden voor d_{50} , d_{90} en W_f

De waarden voor de d_{50} en de d_{90} van het bodemmateriaal en ook de valsnelheid W_f per traject, staan vermeld in tabel 7-2.

(N.B. $Re = \frac{W \cdot d_{50}}{\nu} > 150$).

traject nr.	traject lengte in km.	d_{50} in mm.	d_{90} in mm.	de valsnelheid W_f $W_f = \sqrt{g \cdot \Delta \cdot d_{50}}$
0	44	0,73	2,41	0,110
1	6	0,78	2,76	0,113
2	15	0,80	2,92	0,115
3	3	0,82	3,06	0,116
4	6	0,82	3,14	0,116

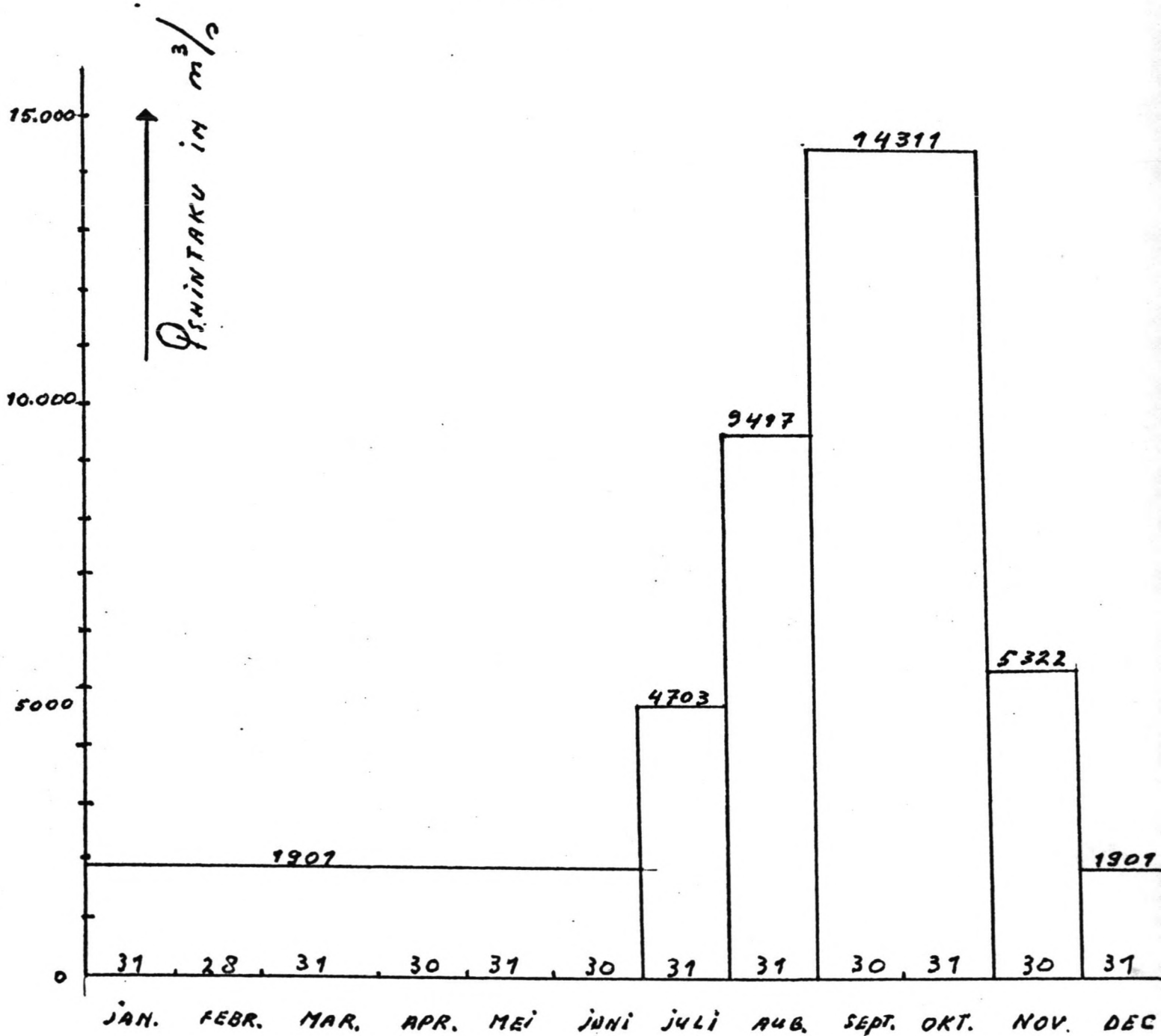
tabel 7-2

§ 7-2.5 De geschematiseerde afvoerregimes met bijbehorende

Chezy-waardes en peilschaal aflezingen

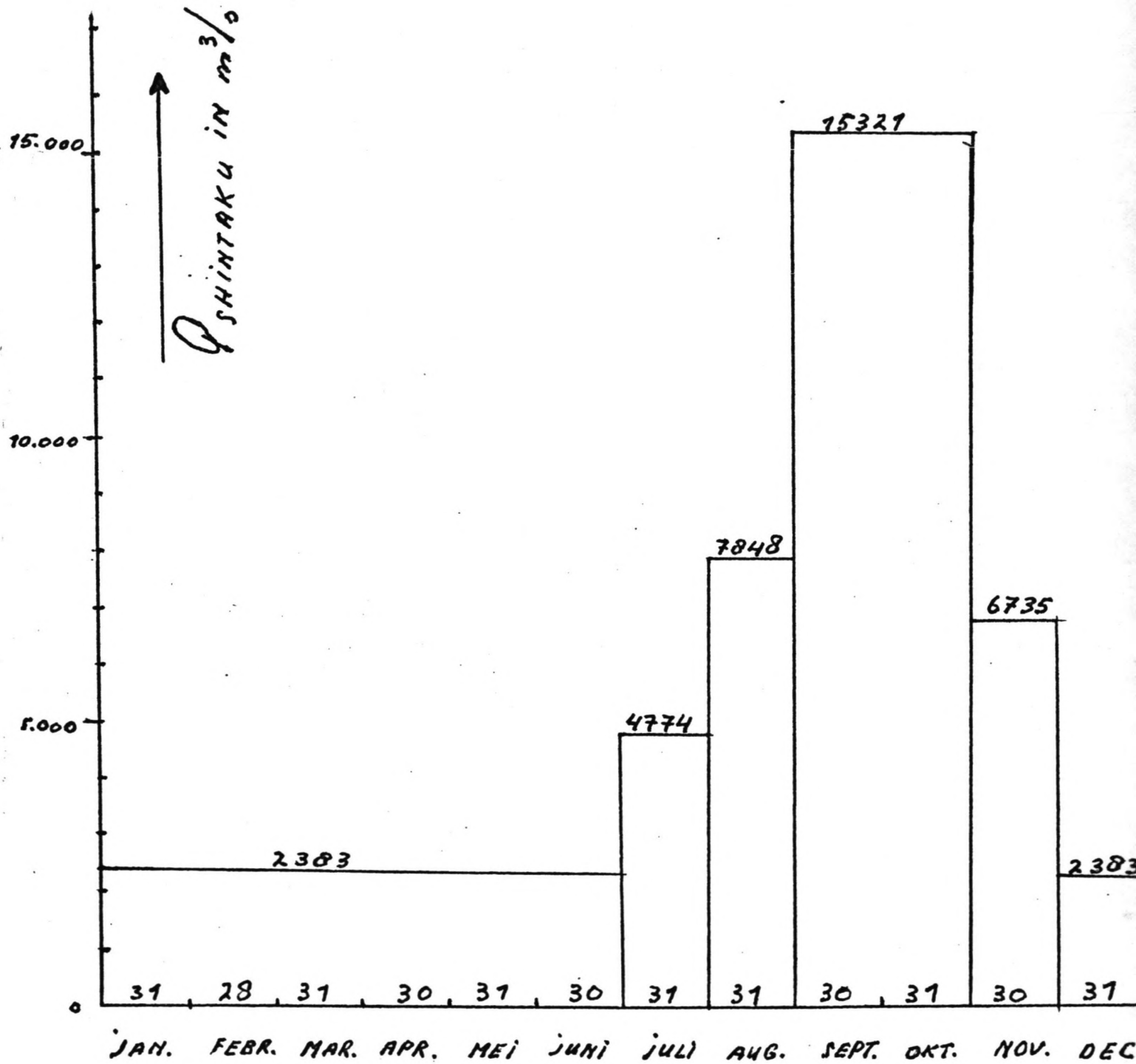
Indien de morfologische berekening wordt gestart voor 1 juli 1984, kan het afvoerverloop door figuur 7-3 worden beschreven (zie ook tabel 1-3). Het afvoerverloop tijdens de periode 1 juli 1984-1 juli 1990 staat in figuur 7-4 weergegeven (zie ook tabel 1-7). Het afvoerverloop na het tijdstip 1 juli 1990 staat in figuur 7-5 weergegeven (zie ook figuur 1-30.).

FIGUUR 7-3 : GESCHEMATISEERD 50% JAARLYKSE
AFVOERVERLOOP TE SHINTAKU
NA DE BOUW VAN DE DAM TE
KAINJJ.



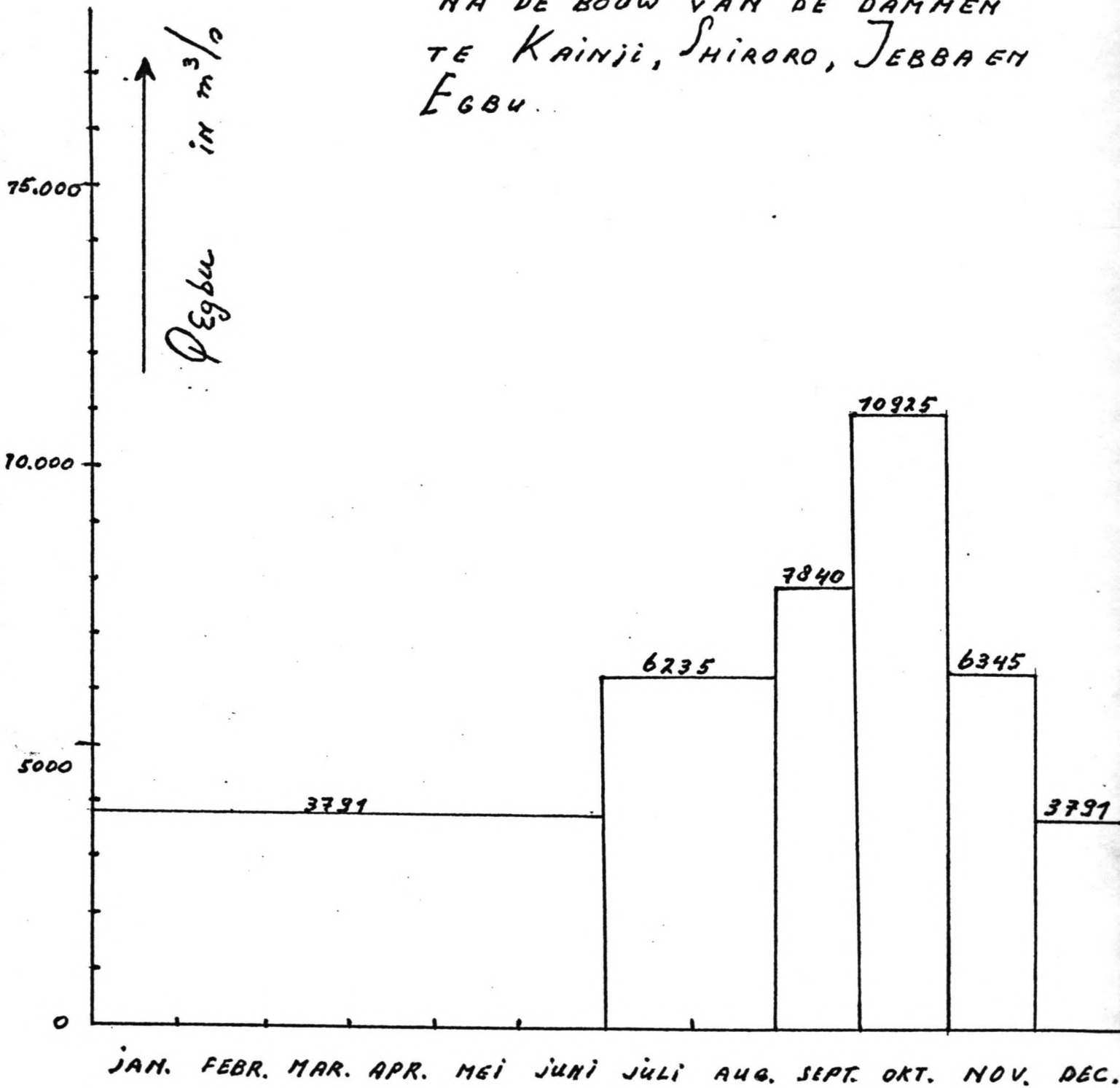
* PERIODE VOOR 1 JULI 1984.

FIGUUR 7-4 : GESCHEMATISEERDE 50% jaarlykse
AFVOER VERLOOP TE SHINTAKU
NA DE BOUW VAN DE DAMMEN TE
KAINJI, SHIRORO EN JEBBA.



* PERIODE 1 JULI 1984 - 1 JULI 1990.

FIGUUR 7-5: GESCHEMATISEERD 50% jaarlykse
AFVOERVERLOOP TE Egbu
NA DE BOUW VAN DE DAMMEN
TE KAINJI, SHIRORO, JEBBA EN
EGBU.



* PERIODE NA 1 JULI 1990.

Zoals men in de figuren 7-3 tot en met 7-5 kan zien, zijn er 15 verschillende debieten, waarbij de morfologische berekeningen eventueel uitgevoerd moeten worden. Door ijking, met behulp van computerberekeningen, zie Job nr. 2305, nr. 2310 en nr. 2318, zijn de bij deze debieten behorende Chezy-waardes, die per traject verschillen, bepaald. (zie hiervoor tabel 7-3). Om te kunnen ijken, moeten de peilschaalaflezingen, op de vier beschikbare peilschalen bij de diverse debieten, bepaald worden. (zie tabel 7-4). Dit is gebeurd met de Q-h relaties te Agnebode, Ajaokuta, Koji en Shintaku, zie respectievelijk figuur 7-6 tot en met 7-9.

Periode	debiet Q in $[m^3/sec]$	Chezy-waarde in $[m^{1/2} / sec]$				
		trj.nr. 0	trj.nr. 1	trj.nr. 2	trj.nr. 3	trj.nr. 4
vóór	1901	34	30	30	32	32
1 juli	4703	35	34	34	36	36
1984	9417	41	39	39	46	46
	14311	46	42	42	54	54
	5322	35	35	35	38	38
1 juli	2383	34	31	31	32	32
1984	4774	35	34	34	36	36
↓	7848	39	37	37	43	43
1 juli	15321	46	43	43	55	55
1990	6735	37	36	36	42	42
na	3791	34	33	33	34	34
1 juli	6235	36	35	35	41	41
1990	7840	39	37	37	43	43
	10925	42	40	40	48	48
	6345	37	35	35	41	41

tabel 7-3

debiet Q in [m ³ /sec]	AGNEBODE		AJAOKUTA		KOJI		SHINTAKU	
	peilschaal aflezing in [m]	water diepte in [m]	peilschaal aflezing in [m]	water diepte in [m]	peilschaal aflezing in [m]	water diepte in [m]	peilschaal aflezing in [m]	water diepte in [m]
1901	+ 2,63	2,46	+ 2,25	2,690	+ 2,63	5,00	+ 1,88	2,64
4703	+ 4,85	4,68	+ 4,37	4,81	+ 5,23	7,60	+ 4,04	4,80
9417	+ 7,30	7,13	+ 6,49	6,93	+ 7,83	10,20	+ 6,38	7,14
14311	+ 9,04	8,87	+ 8,10	8,54	+ 9,83	12,20	+ 8,27	9,03
5322	+ 5,23	5,06	+ 4,75	5,19	+ 5,68	8,05	+ 4,39	5,15
2383	+ 3,08	2,91	+ 2,69	3,13	+ 3,13	5,50	+ 2,33	3,09
4774	+ 4,85	4,68	+ 4,40	4,84	+ 5,25	7,62	+ 4,08	4,84
7848	+ 6,63	6,46	+ 5,88	6,32	+ 7,10	9,47	+ 5,68	6,44
15321	+ 9,33	9,16	+ 8,40	8,84	+ 10,20	12,57	+ 8,63	9,39
6735	+ 6,05	5,88	+ 5,43	5,87	+ 6,55	8,92	+ 5,13	5,89
3791	+ 3,90	3,73	+ 3,75	4,19	+ 4,48	6,85	+ 3,43	4,19
6235	+ 5,80	5,63	+ 5,21	5,65	+ 6,30	8,67	+ 4,88	5,64
7840	+ 6,63	6,46	+ 5,88	6,32	+ 7,10	9,47	+ 5,68	6,44
10925	+ 7,88	7,71	+ 7,02	7,46	+ 8,50	10,87	+ 7,02	7,78
6345	+ 5,85	5,68	+ 5,25	5,69	+ 6,34	8,71	+ 4,95	5,71

tabel 7-4

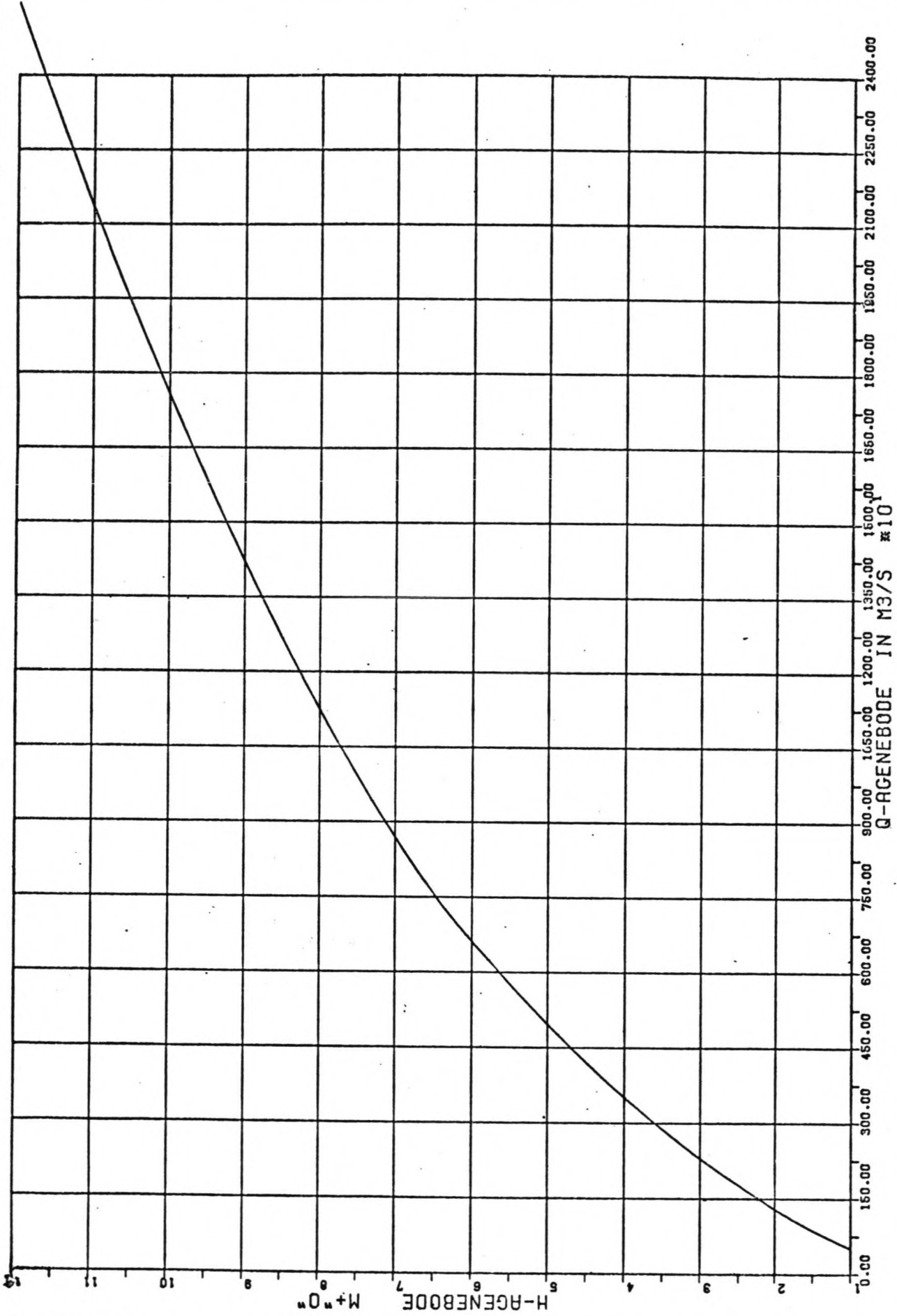


Fig 7-6

RATING CURVE AGENEBODE BASED ON DISCHARGE DATA 1976-1978		
		FIG. D3
RIVER NIGER TRANSPORT CONSORTIUM		

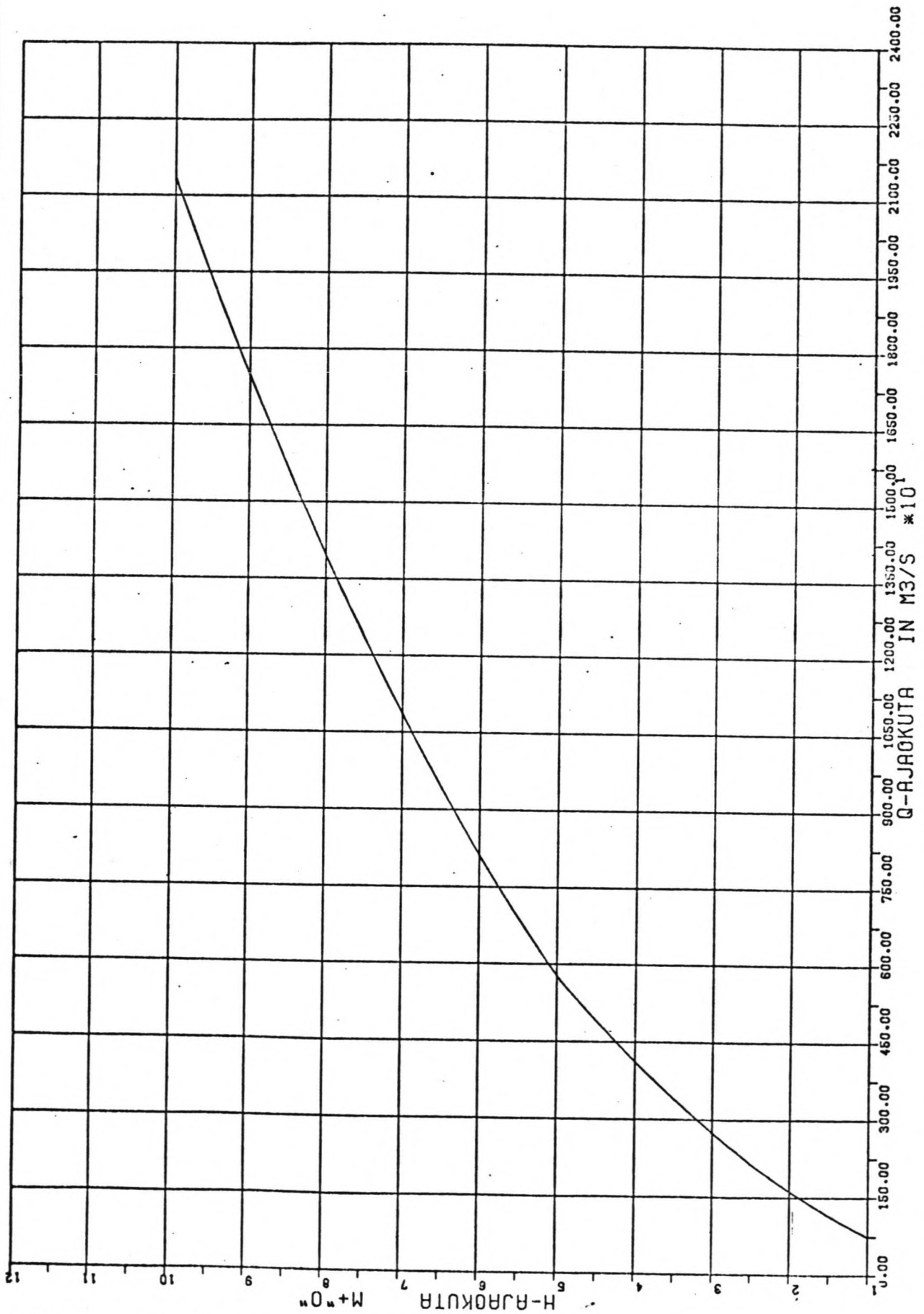


Fig 7-7

RATING CURVE AJAKUTA
BASED ON DISCHARGE DATA 1976-1978

RIVER NIGER TRANSPORT CONSTRUCTION

FIG. 7-7

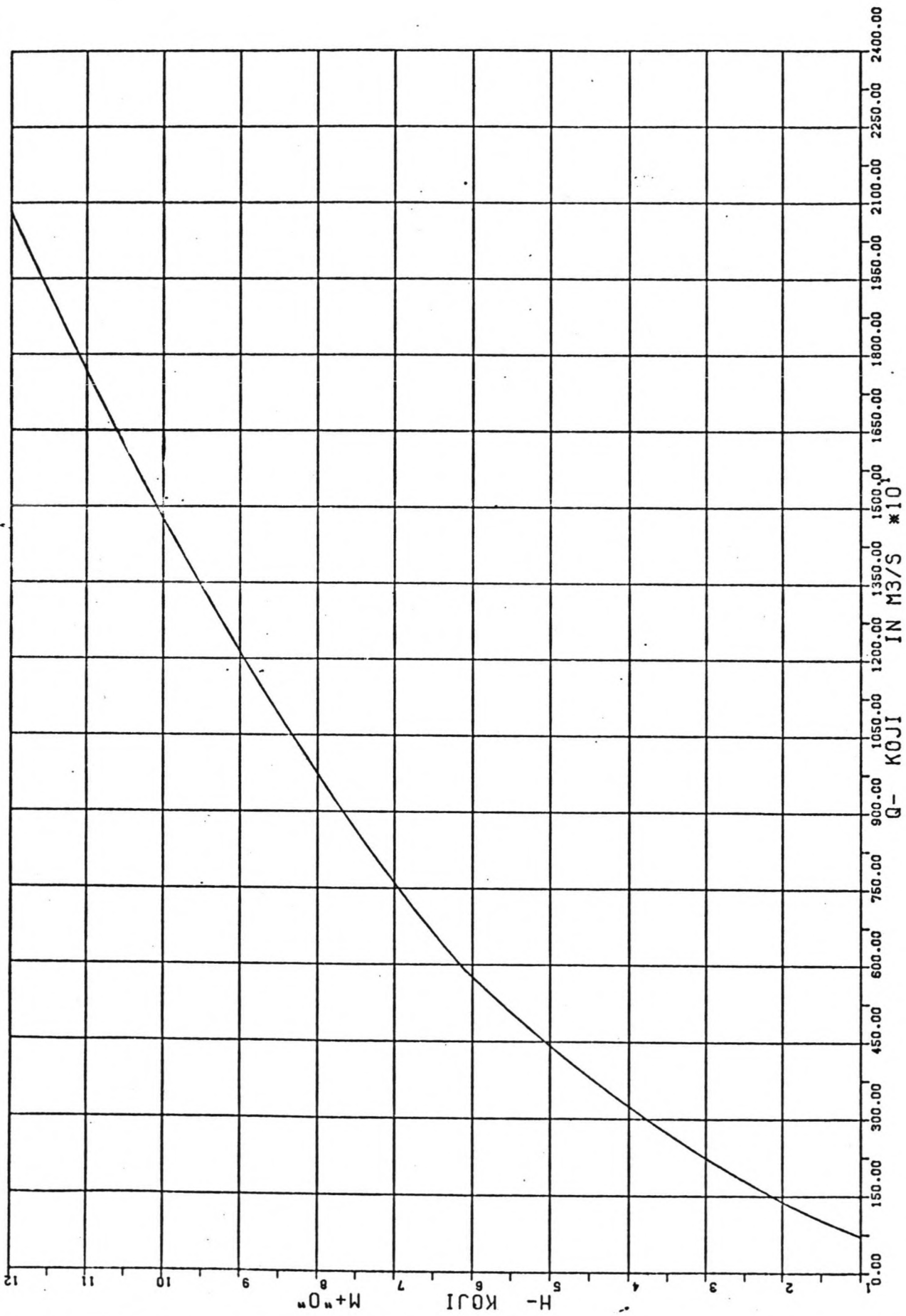


Fig 7-8

RATING CURVE KOJI
BASED ON DISCHARGE DATA 1976-1978

RIVER NIGER TRANSPORT CONSORTIUM

FIG. D6

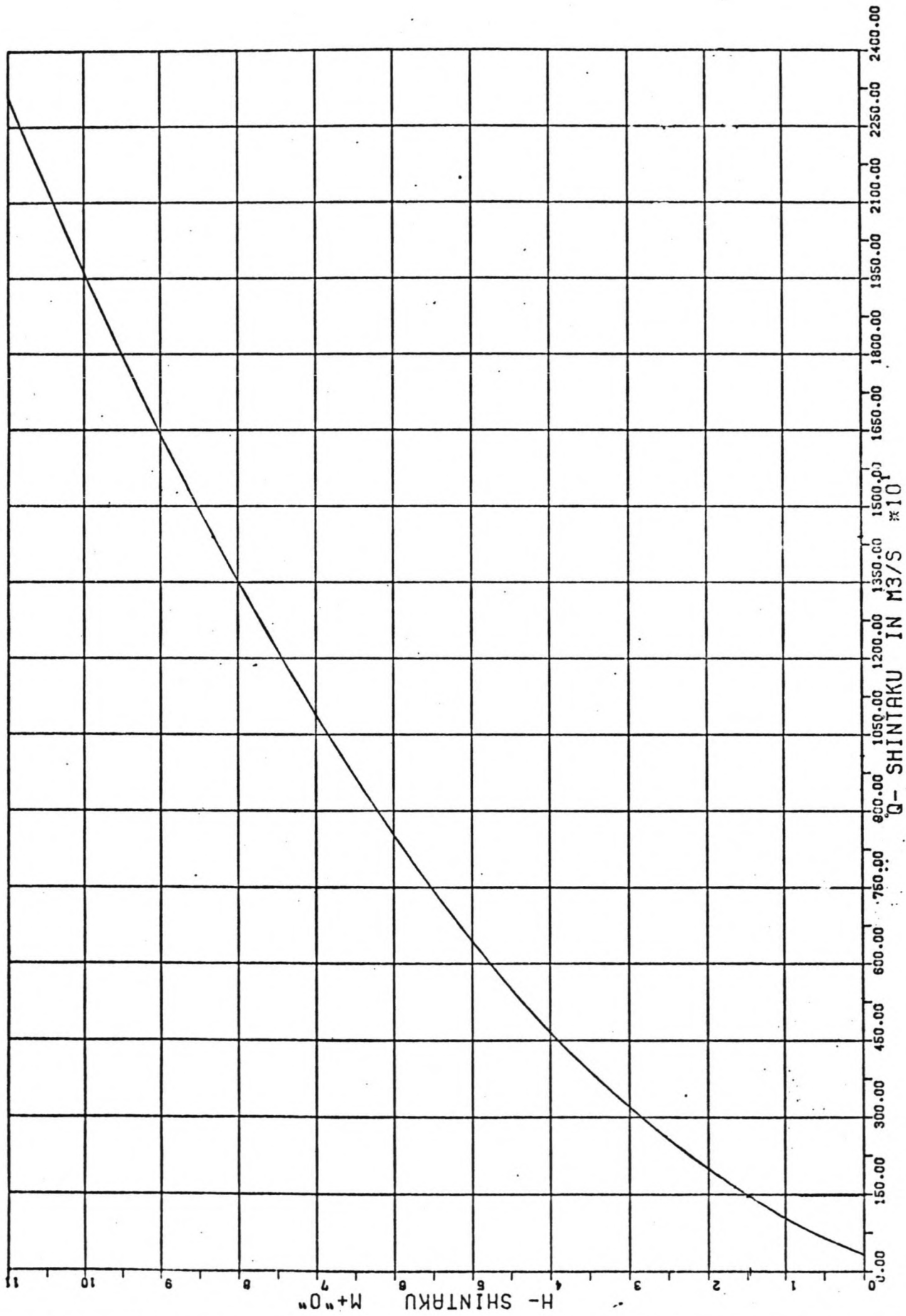


Fig 7-9

RATING CURVE SHINTAKU
BASED ON DISCHARGE DATA 1976-1978

RIVER NIGER TRANSPORT CONSORTIUM

FIG. D7

§ 7-2.6 De verhanglijnen over de geschematiseerde rivier

Met de in de vorige paragrafen vermelde gegevens zijn de verhanglijnen over het geschematiseerde riviertraject berekend. De verhanglijnen van de debieten behorende bij de periode voor 1984 staan getekend in figuur 7-10. Voor de bijbehorende regeldrukker uitvoer, zie Job nr. 2305. De verhanglijnen van de debieten behorende bij de periode van 1 juli 1984 tot 1 juli 1990 staan getekend in figuur 7-11. Voor de bijbehorende regeldrukker uitvoer, zie Job nr. 2310.

De verhanglijnen van de debieten behorende bij de periode na 1 juli 1990 staan getekend in figuur 7-12. Voor de bijbehorende regeldrukker uitvoer, zie Job nr. 2318.

Zoals men in de figuren 7-10 tot en met 7-12 kan zien, treedt er bij lage afvoeren een holle stuwkromme op in de rocky-section, terwijl er bij hoge afvoeren een bolle stuwkromme optreedt. Dit komt overeen met het plaatje-figuur 7-13- uit het Nedeco rapport 1958

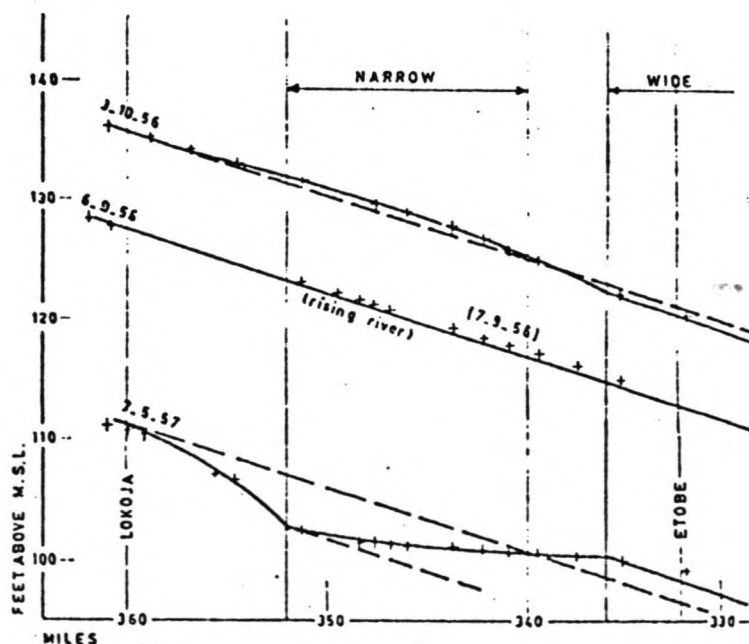


DIAGRAM 4.2.6-3
*Observed water-line of the
Niger below Lokoja*

figuur 7-13

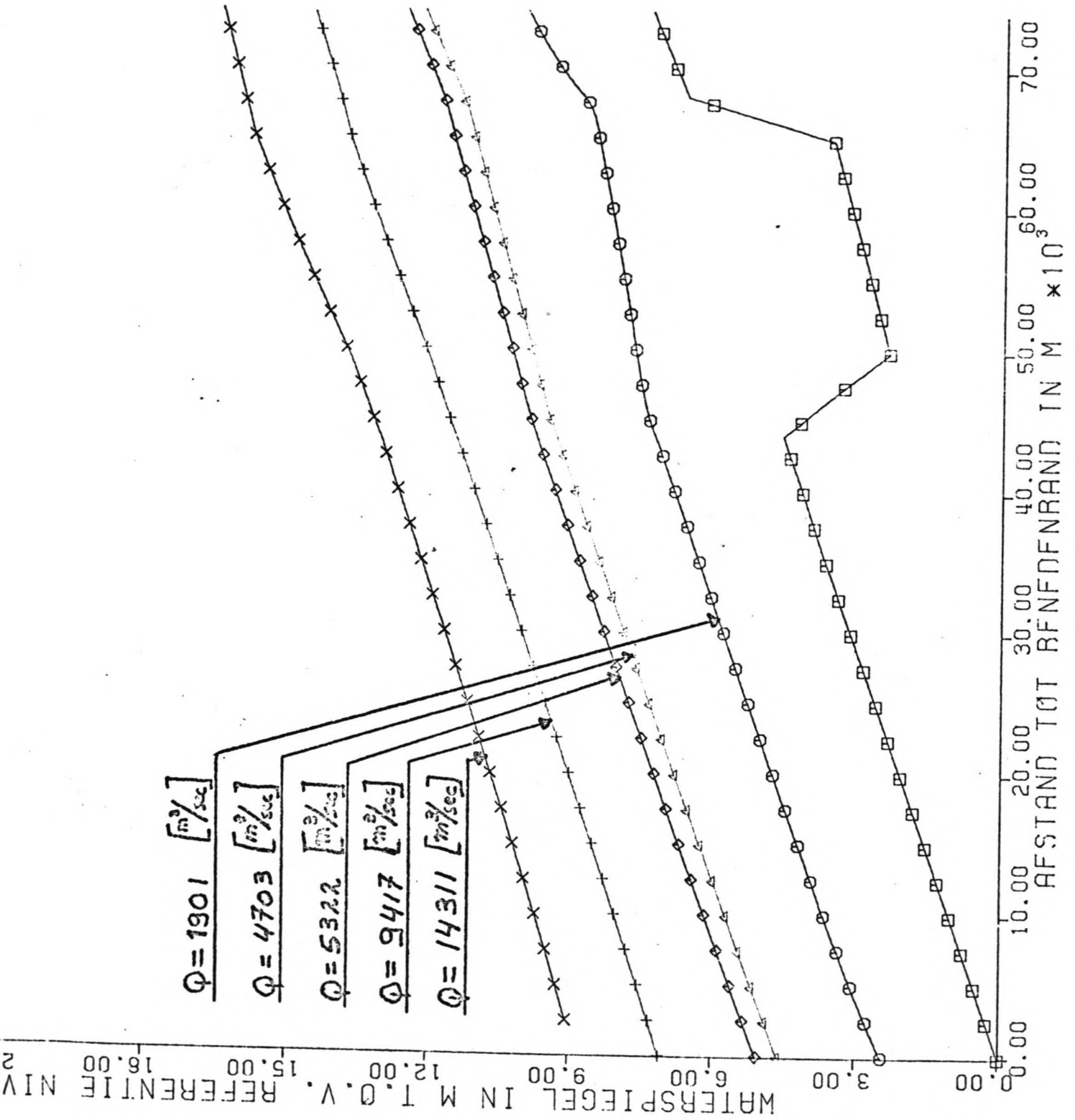


Fig 7-10

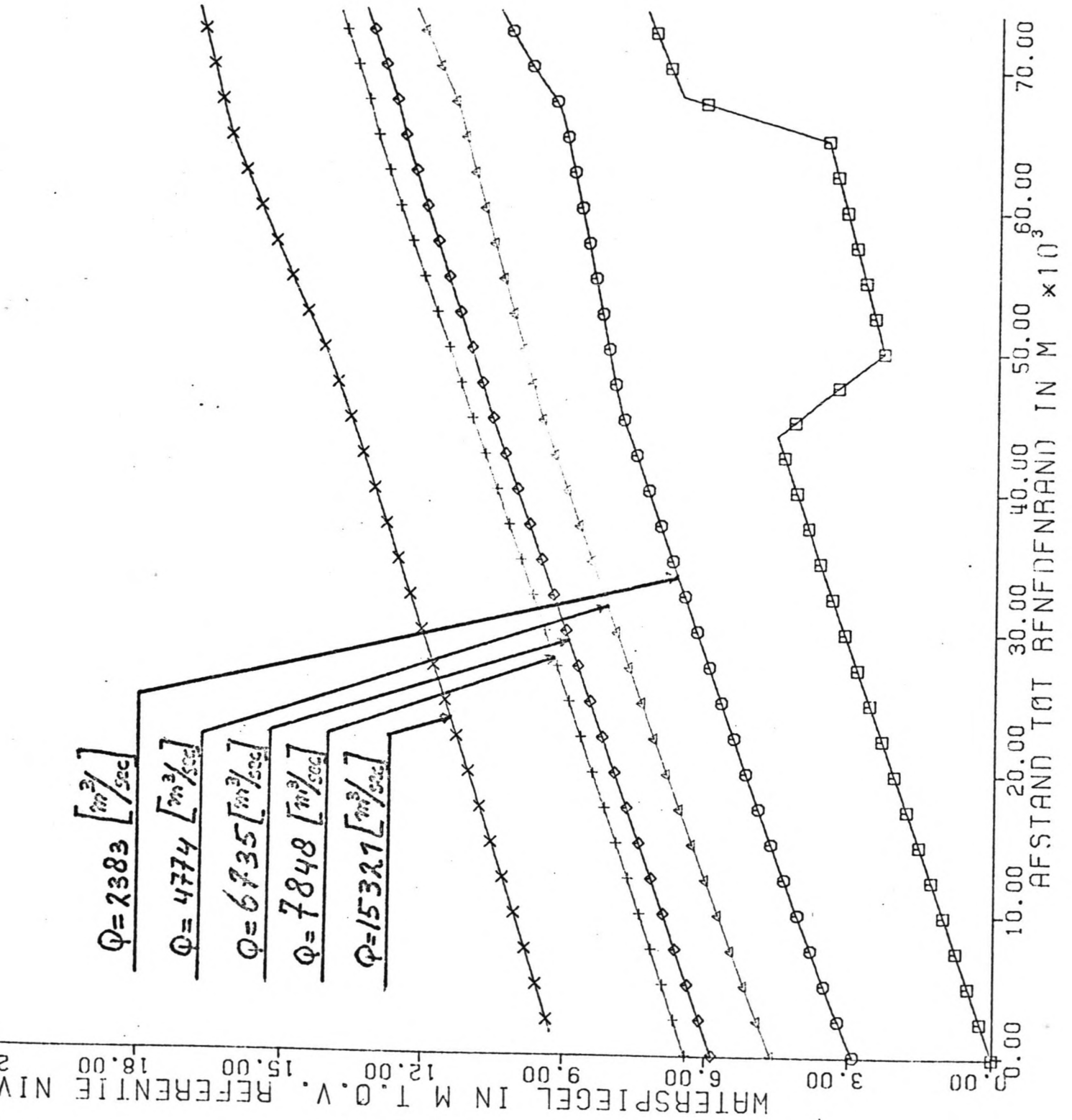


FIG 7-11

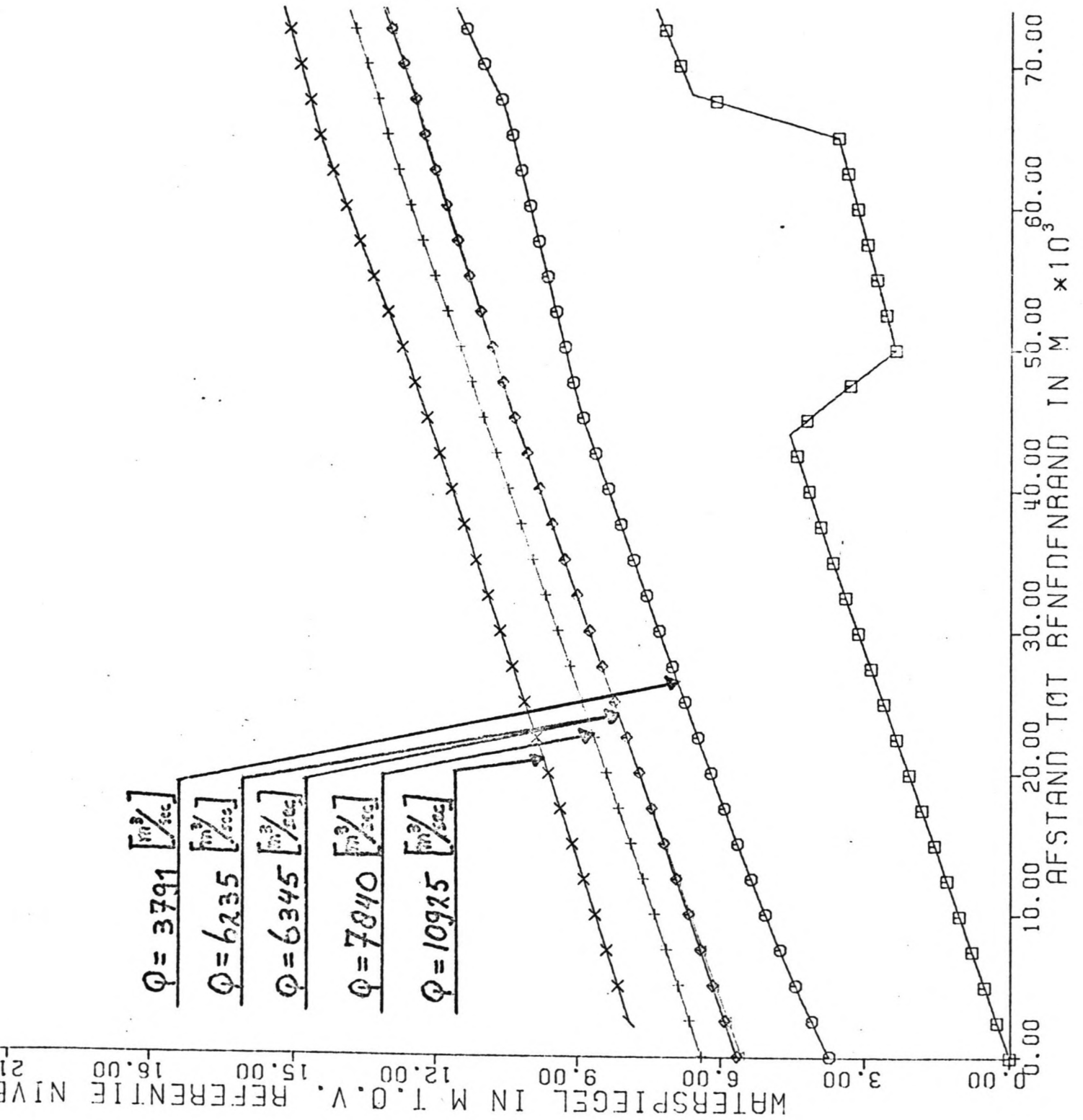


FIG 7-12

§ 7-2.7 De morfologische doorgerekende schematisatie

Zoals reeds zal zijn gebleken, ligt er een gat in de geschematiseerde rivier. Dit gat in de geschematiseerde rivier ligt ter hoogte van de "rockey-section", waar de rivier zich versmalt. (zie figuur 7-1 en figuur 7-2).

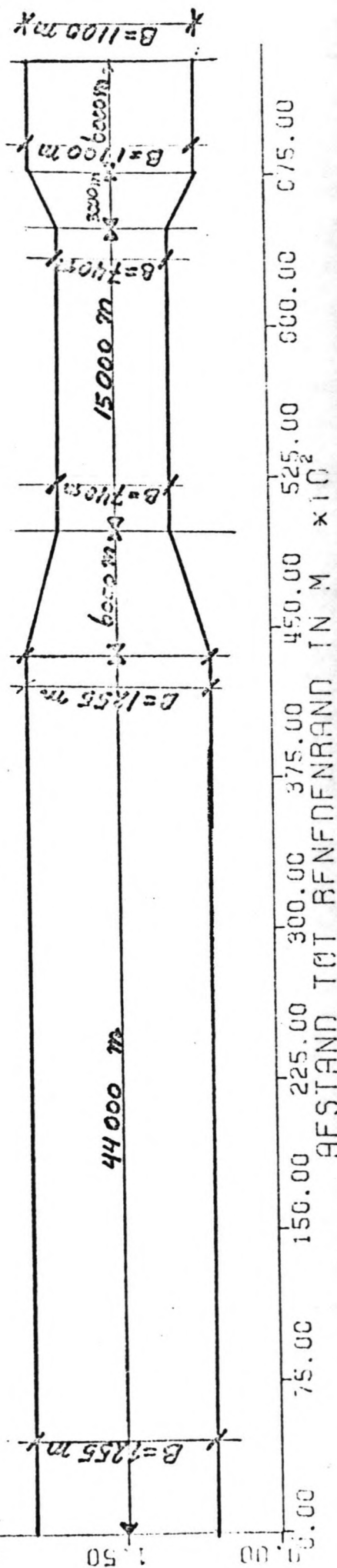
Om nu te onderzoeken of het "geschematiseerde gat" zich door de jaren heen in stand zal weten te houden is een morfologische berekening over de geschematiseerde rivier gedurende vier jaren uitgevoerd. Er is niet langer dan vier jaar gerekend, omdat anders een verstoring vanaf de bovenrand de Rocky Section inloopt. Voor de bijbehorende regeldrukker uitvoer, zie Job nr. 7239. Voor de bijbehorende plotter uitvoer zie figuur 7-14a.

De conclusies die aan de morfologische berekening kunnen worden verbonden zijn:

- 1^e - De bodemveranderingen in het traject Agnebode-Ajaokuta zijn te verwaarlozen, dit traject is dus in evenwicht.
- 2^e - Op het benedenstroomse talud van het "geschematiseerde gat" vinden zeer klein te noemen aanzandingen en uitschuringen plaats.
- 3^e - De bodemligging van het "geschematiseerde gat" heeft zich een weinig verdiept ca. 10 cm.
- 4^e - Op het bovenstroomse talud van het "geschematiseerde gat" vinden redelijk klein te noemen aanzandingen plaats.
- 5^e - In het traject bovenstrooms van het "geschematiseerde gat" zijn de bodemveranderingen te verwaarlozen.

Resumerend kan worden gesteld dat het "geschematiseerde gat" redelijk in evenwicht is t.g.v. het afvoerverloop voor de periode voor 1984.

F197-14B

$$\begin{array}{l} t = 0 \text{ dagen} \\ t = 730 \text{ dagen} \\ t = 1460 \text{ dagen} \end{array}$$


§ 7-3 De wijze waarop is geschematiseerd

§ 7-3.1 De keuze van het referentie niveau

Er waren in principe twee referentie niveau's beschikbaar, het Lagos Datum en het Pitoa peil. Indien beide referentie niveaus goed zijn, zullen de verschillen in hoogtes van de "0" niveaus ten opzichte van beide referentie niveaus voor de diverse peilschalen gelijk moeten zijn. Zoals men in tabel 7-5 kan zien is dit niet het geval.

PLAATS	"0" peilschaal t.o.v.Lagos Datum	"0" peilschaal t.o.v.Pitoa Peil	verschil in [m]
Shintaku	29,845	31,516	- 1,671
Koji	27,581	29,148	- 1,567
Ajaokuta	26,694	27,550	- 0,856
Agnebode	21,463	24,070	- 2,607

tabel 7-5

Door ter plaatse deskundigen, werd aan ons geadviseerd dat het Lagos Datum het meest betrouwbare referentie niveau was. Bij een verdere uitwerking bleek het Lagos Datum ook realistischer bodemverhangen te leveren dan het Pitoa Peil.

§ 7-3.2 Bepaling van de gemiddelde waarden voor de d_{50} , d_{90} en valsnelheid W_s per traject

De in tabel 7-2 vermelde waarden voor de d_{50} , d_{90} en valsnelheid W_s , zijn de in het midden van het traject met behulp van formule 7-3.2.1 berekende waarden.

$$d(x) = d(0) * e^{-ax} \quad 7-3.2.1$$

Door in formule 7-3.2.1 te substitueren $d(x) = d_{\text{IDAH}}$, $d(0) = d_{\text{SHINTAKU}}$ en $x = 70$ km. kan men vinden dat $a_{d_{50}} = 24 * 10^{-7}$ en $a_{d_{90}} = 54 * 10^{-7}$.

De waarden voor d_{50} en d_{90} van het bodemmateriaal te Idah, respectievelijk te Shintaku zijn gehaald uit het Nedeco rapport 1958 (zie tabel 7-6).

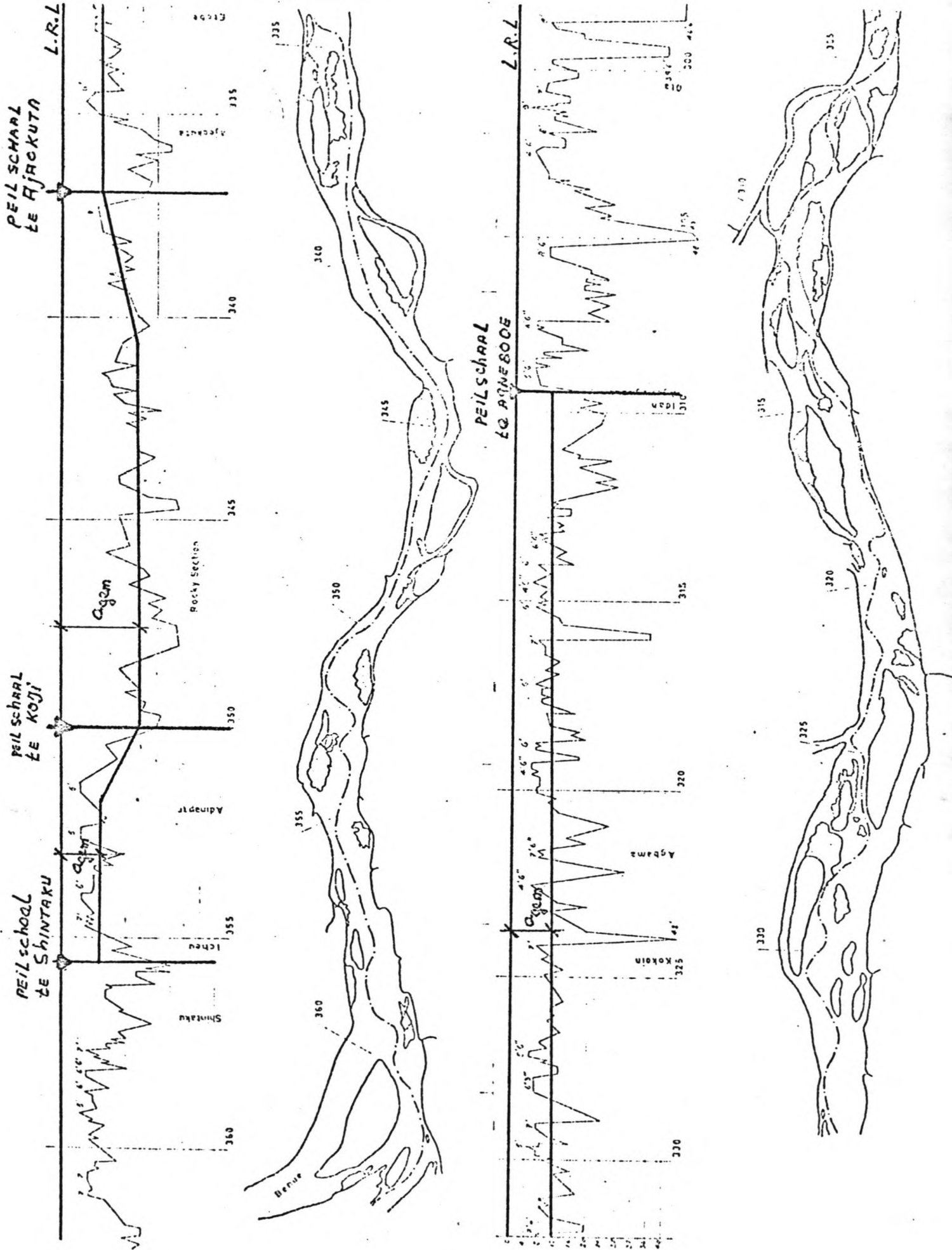
PLAATS	d_{50} in mm	d_{90} in mm
IDAH	0,70	2,18
SHINTAKU	0,83	3,19

tabel 7-6

§ 7-3.3 Bepaling van de bodemligging

In het Nedeco rapport 1958 staat één bij low river level (L.R.L.)

FIG 7-14



gevaren "echolading" over de rivier, tevens staan ook de bijbehorende peilschaalaflezingen vermeld. (zie figuur 7-14).

Door nu in figuur 7-14 om de 500 meter de waterdiepte te meten, kunnen ook om de 500 meter de bodemliggingen ten opzichte van het Lagos Datum worden berekend, mits de waterspiegellijn recht mag worden verondersteld van peilschaal tot peilschaal. Het behoeft geen verdere uitleg, dat indien meerdere peilschalen in het riviertraject beschikbaar zijn, de bodemliggingen op bovenbeschreven wijze nauwkeuriger kunnen worden bepaald.

Voor de trajecten Shintaku-Koji, Koji-Ajaokuta en Ajaokuta-Agnebode zijn de gemiddelde waterdieptes bij L.R.L. bepaald. Ook zijn voor deze drie trajecten de bodemverhangen bepaald door middel van lineaire regressie, waarbij de extreme bodemliggingen niet zijn medegenomen. (zie tabel 7-7).

TRAJECT	Lengte [m]	A gem bij L.R.L. in [m]	i_b in 10^{-5}	$i_{w_{dw}}$ in 10^{-5}	$i_{w_{L.R.L.}}$ in 10^{-5}
Shintaku-Koji	9000	3,17	12,5	7,7	15,7
Koji-Ajaokuta	21000	5,92	8,0	12,8	6,6
Ajaokuta-Agnebode	44000	3,24	10,5	9,8	11,0

tabel 7-7

In tabel 7-7 staan ook de waterspiegelverhangen (lineair tussen de peilschalen) vermeld bij een hoge rivieraafvoer $Q = 15500 \text{ [m}^3/\text{sec]}$

en bij de rivierafvoer $Q = 2650 \text{ [m}^3/\text{sec]}$ behorende bij de low river level (L.R.L.).

Het verschil in de peilschaalaflezingen (Δa) tussen hoogwater en L.R.L. bedraagt voor de vier peilschalen respectievelijk:

$$\Delta a_{\text{Shintaku}} = 6,13 \text{ [m]}$$

$$\Delta a_{\text{Koji}} = 6,85 \text{ [m]}$$

$$\Delta a_{\text{Ajaokuta}} = 5,55 \text{ [m]}$$

$$\Delta a_{\text{Agnebode}} = 6,08 \text{ [m]}$$

De waterdieptes in Agnebode en Ajaokuta voor het traject Ajaokuta-Agnebode zijn nu als volgt te berekenen:

$$\underline{\text{Agnebode}} \quad a_{LW} = 3,24 - (11-10,5) \times 10^{-5} \times \frac{1}{2} \times 44000 = 3,13 \text{ m}$$

$$a_{HW} = 3,13 + 6,08 = 9,21 \text{ m}$$

$$\underline{\text{Ajaokuta}} \quad a_{LW} = 3,24 + (11-10,5) \times 10^{-5} \times \frac{1}{2} \times 44000 = 3,35$$

$$a_{HW} = 3,35 + 5,55 = 8,90 \text{ m}$$

De waterdieptes in Koji en Ajaokuta voor het traject Koji-Ajaokuta zijn nu als volgt te berekenen:

$$\underline{\text{Ajaokuta}} \quad a_{LW} = 5,92 + (8-6,6) \times 10^{-5} \times \frac{1}{2} \times 21000 = 6,07 \text{ m}$$

$$a_{HW} = 6,07 + 5,55 = 11,62 \text{ m}$$

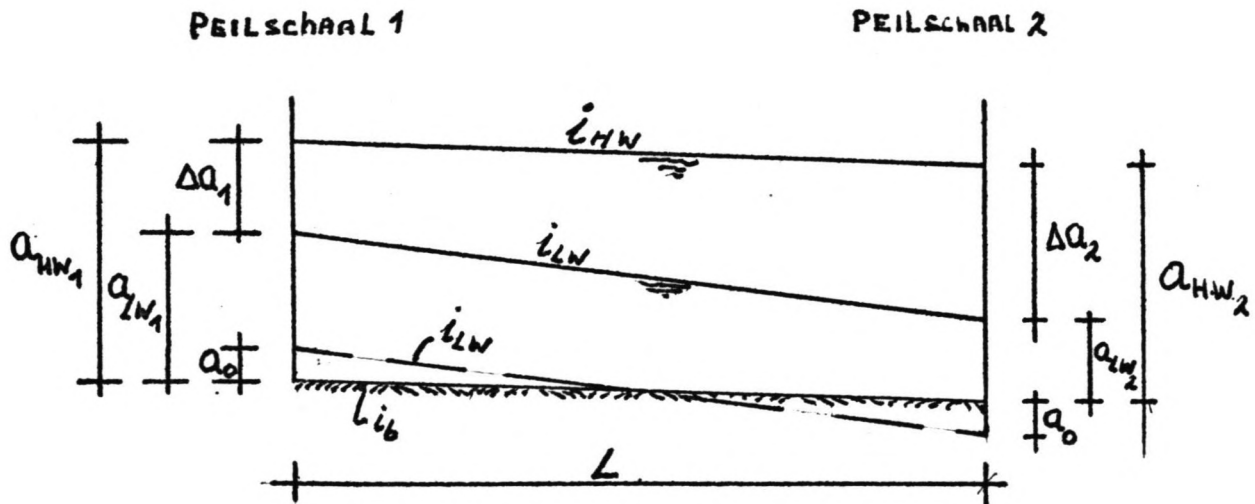
$$\underline{\text{Koji}} \quad a_{LW} = 5,92 - (8-6,6) \times 10^{-5} \times \frac{1}{2} \times 21000 = 5,77 \text{ m}$$

$$a_{HW} = 5,77 + 6,85 = 12,62 \text{ m}$$

De waterdieptes in Shintaku en Koji voor het traject Shintaku-Koji zijn nu als volgt te berekenen:

<u>Koji</u>	$a_{Lw} = 3,17 - (15,7-12,5) \times 10^{-5} \times \frac{1}{2} \times 9000 = 3,03 \text{ m}$
	$a_{Hw} = 3,03 + 6,85 = 9,88 \text{ m}$
<u>Shintaku</u>	$a_{Lw} = 3,17 + (15,7-12,5) \times 10^{-5} \times \frac{1}{2} \times 9000 = 3,31 \text{ m}$
	$a_{Hw} = 3,31 + 6,13 = 9,44 \text{ m}$

Ter toelichting op de rekensommetjes van het bovenstaande, zie figuur 7-15



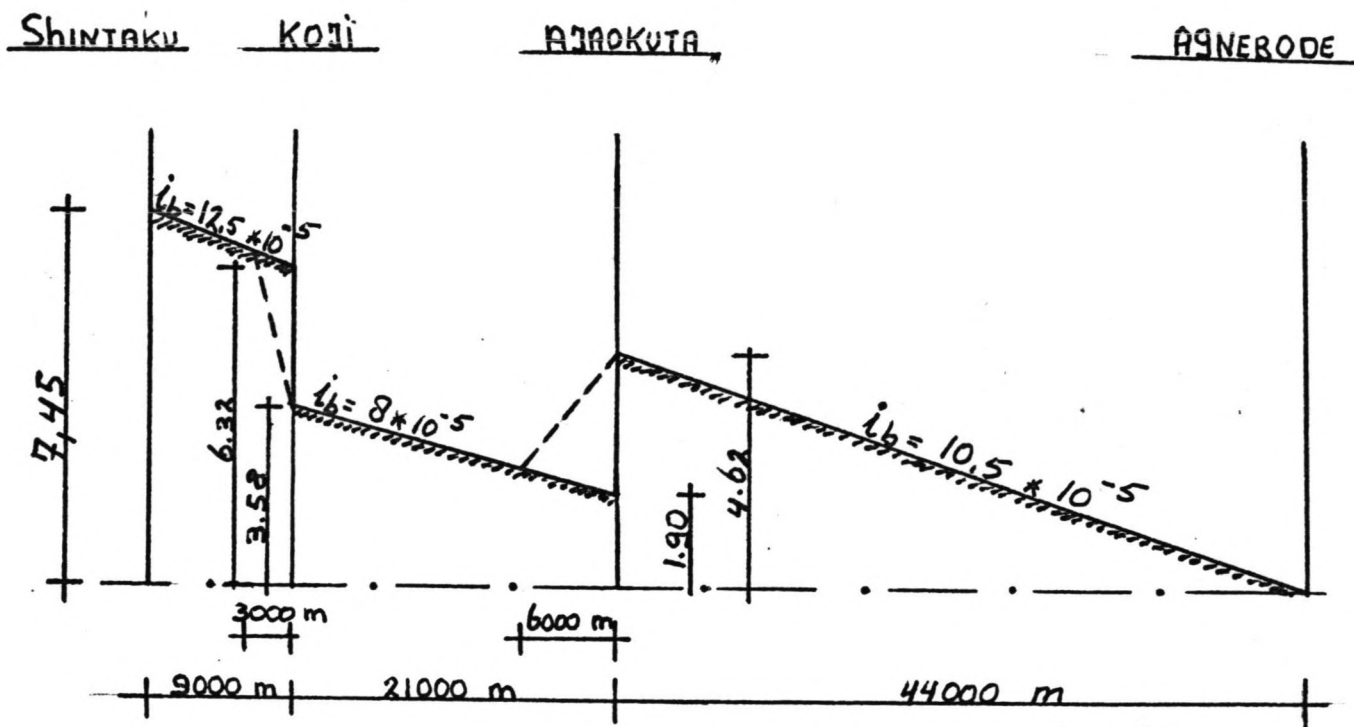
figuur 7-15

$$a_0 = |i_{Lw} - i_b| \times \frac{1}{2} \times L$$

$$a_{Lwi} = a_{gem} \pm a_0$$

$$a_{Hwi} = a_{Lwi} + \Delta a_i$$

Met behulp van de op de vorige bladzijde berekende waterdieptes en de reeds bekende bodemverhangen is de in figuur 7-16 getekende bodemligging te bepalen. Voor de eenvoud is het referentievlak gekozen door de bodemligging te Agnebode.



figuur 7-16

Zoals men in figuur 7-16 kan zien is de gemiddelde diepte van het "geschematiseerde gat" $(2,74 + 2,72)/2 = 2,73$ m .

Het zal duidelijk zijn dat de loodrechte taluds te Koji en Ajaokuta fysisch niet reëel zijn. Er zullen in figuur 7-16 daarom ook taluds moeten worden aangebracht. Het aanbrengen van deze taluds is op nogal subjectieve wijze gebeurd. Kijkende naar figuur 7-14 is besloten om het bovenstroomse talud 3,12:3000 en het benedenstroomse talud 2,24:6000 te leggen.

In § 7-3.5 wordt een manier besproken om te controleren of de aangebrachte taluds behoren bij een evenwichtsligging van de rivierbodem. Zoals men nu reeds bemerkt zal hebben is figuur 7-16 net de aangebrachte taluds exact gelijk aan figuur 7-1, indien men bij alle bodemhoogtes in figuur 7-16 de waarde 21,63 m optelt.

§ 7-3.4 Bepaling van de rivierbreedtes

De rivier is op elke dwarsdoorsnede geschematiseerd tot een bakprofiel, zodat bodembreedte gelijk is aan de waterspiegelbreedte.

De breedte van de rivier is bepaald door een wisselwerking tussen kaartinterpretatie en de volgende sommetjes.

Voor de trajecten Shintaku-Koji, Koji-Ajaokuta, Ajaokuta-Agnebode zijn de rivierbreedtes op onderstaande wijze berekend.

$$B_{HW} = (\sum ba^{3/2})_{HW} / a_{HW}^{3/2}$$

$$B_{LW} = (\sum ba^{3/2})_{LW} / a_{LW}^{3/2}$$

$$B = (B_{HW} + B_{L.W.}) / 2$$

Voor de trajecten Koji-Ajaokuta en Ajaokuta-Agnebode zijn de gegevens voor $(\sum ba^{3/2})_{HW}$ en $(\sum ba^{3/2})_{LW}$ bij respectievelijk

$Q = 15500 \text{ [m}^3/\text{sec]}$ en $Q = 2650 \text{ [m}^3/\text{sec]}$ te halen uit het Nedeco rapport (zie figuur 7-17). Zoals men in figuur 7-17 kan zien, variëren de lokale waarden voor $\xi(bq^{3/2})_{H/LW}$ nogal per traject.

De gemiddelde waterdiepte bij hoogwater Q_{HW} en laagwater Q_{LW} voor de trajecten Koji-Ajaokuta en Ajaokuta-Agnebode bij afvoeren respectievelijk $Q = 15500 \text{ [m}^3/\text{sec]}$ en $Q = 2650 \text{ [m}^3/\text{sec]}$ staan vermeld in tabel 7-8.

Uit figuur 7-17 zijn geen waarden voor $(\xi bq^{3/2})_{HW}$ en $(\xi bq^{3/2})_{LW}$ te halen voor het traject Shintaku-Koji.

Daarom is besloten om dwarsprofiel metingen te Shintaku te gebruiken bij debieten van $Q = 14378 \text{ [m}^3/\text{sec]}$ en $Q = 1485 \text{ [m}^3/\text{sec]}$.

De bij deze debieten behorende waterdieptes zijn bepaald met behulp van de Q - h relatie te Shintaku en de reeds bekende bodemligging (zie § 7-3.3). Het is vrij gevaarlijk om aan een dwarsprofiel een breedte voor een gans traject op te hangen, daarom is kijkende naar de rivierkaart een breedte voor het traject Shintaku-Koji gekozen, terwijl met het sommetje is gecontroleerd of deze in orde van grootte ligt. Voor de gemeten dwarsprofielen te Shintaku zie de figuren 7-18 en 7-19.

Voor de berekening van de rivierbreedte per traject, zie tabel 7-8.

TRAJECT	$\xi(bq^{3/2})_{HW}$ in $m^{5/2}$	Q_{HW} gem. in m	$\xi(bq^{3/2})_{LW}$ in $m^{5/2}$	Q_{LW} gem. in m	B_{HW} in m	B_{LW} in m	B gekozen in m
Shintaku-Koji	33737	9,07	3845	2,25	1235	1140	1100
Koji-Ajaokuta	35000	12,12	9000	5,92	830	625	740
Ajaokuta-Agnebode	38000	9,06	6500	3,24	1390	1115	1255

tabel 7-8

III, 6

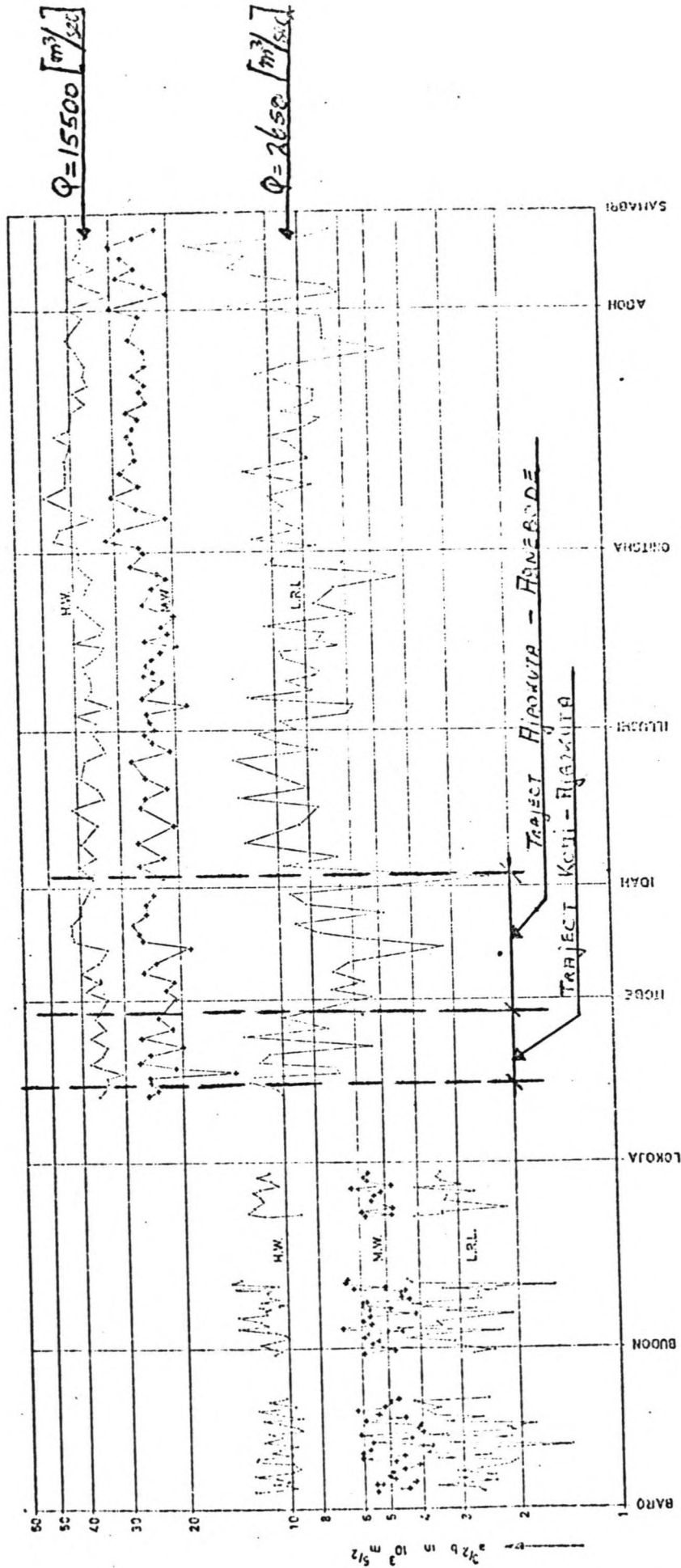
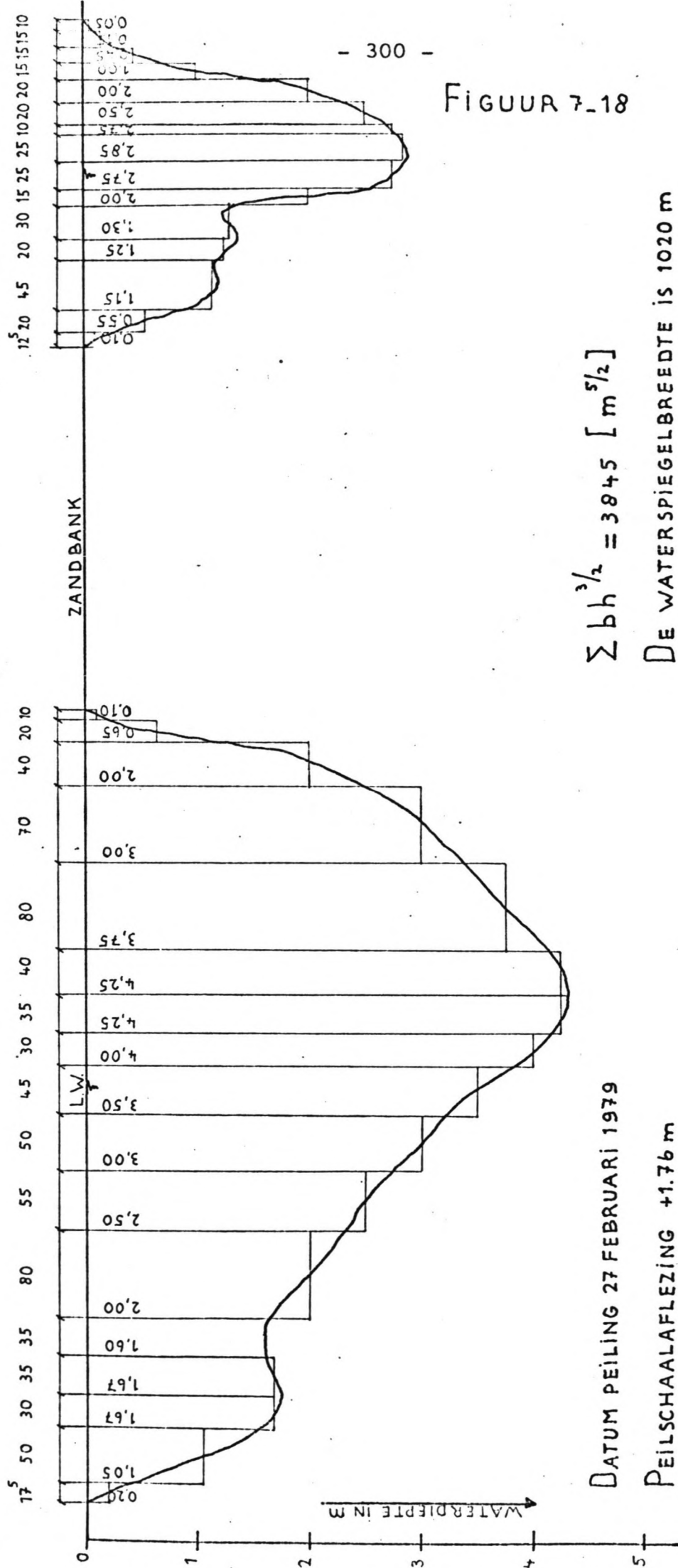


DIAGRAM 6.1.6-5

Values for a-b along the Niger

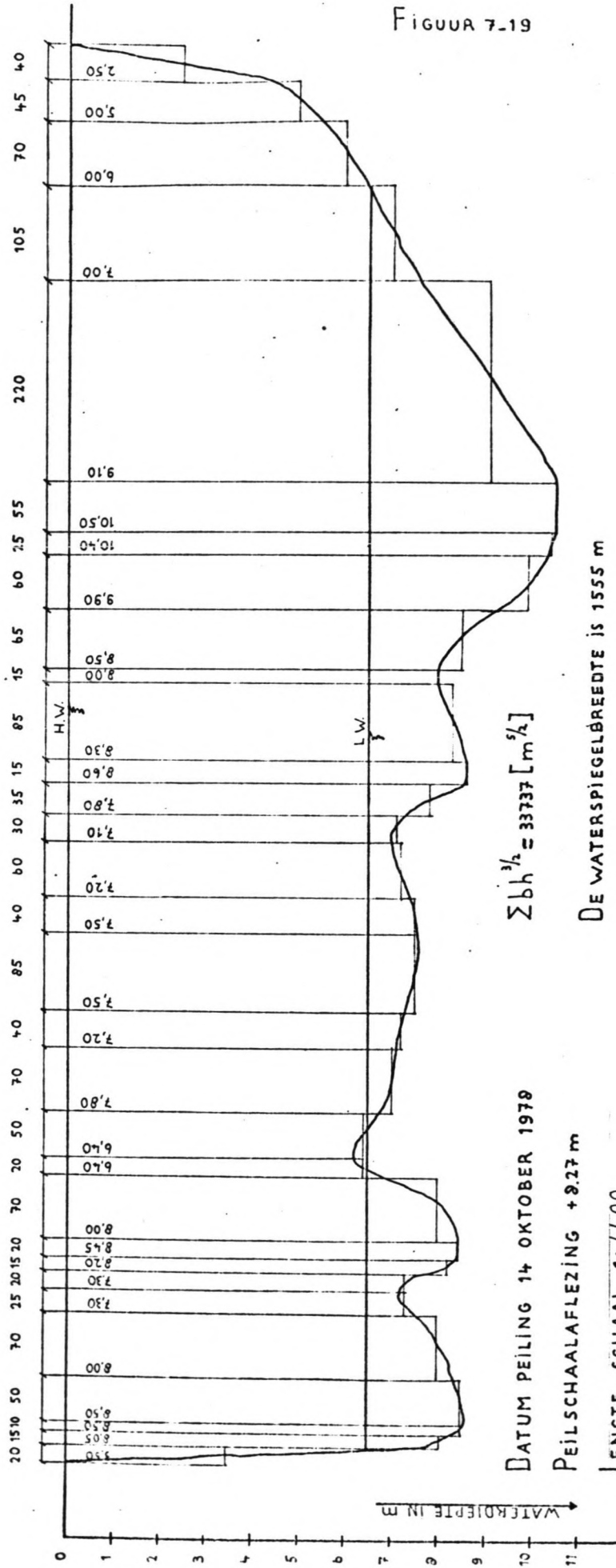
Fig 7-17

DWARSPROFIEL TE SHINTAKU BIJ $Q = 1485 \text{ m}^3/\text{s}$



FIGUUR 7-19

DWARSPROFIEL TE SHINTAKU BIJ $Q = 14378 \text{ m}^3/\text{s}$



$$\sum b h^{3/2} = 33737 \text{ [m}^5/\text{s]}$$

DE WATERSPIEGELBREEDTE IS 1555 m

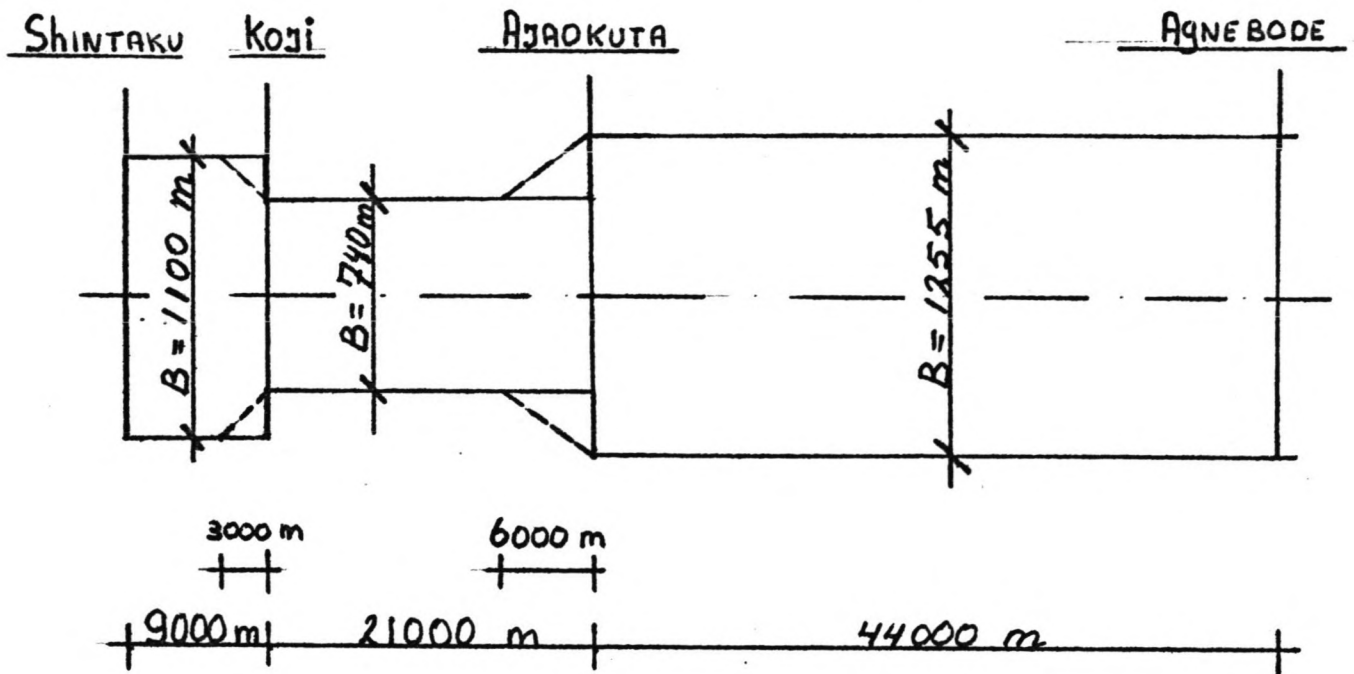
DATUM PEILING 14 OKTOBER 1978

PEILSCHAALAFLEZING +9.27 m

LENGTE - SCHAAL 1: 6600

HOOGTE - SCHAAL 1: 133

Indien men de in tabel berekende/gekozen rivierbreedtes per traject zou kiezen, verkrijgt men een rivierbreedte-schematisatie zoals die in figuur 7-20 is getekend.



figuur 7-20

Het zal duidelijk zijn dat de discontinuïteiten in de rivierbreedte te Koji en te Ajaokuta fysisch niet reëel zijn. Feitelijk moeten evenals bij de bodemligging nu horizontale langstaluds worden aangebracht, die met het fysische beeld overeenkomen. Als fysisch beeld heeft gediend de rivierkaart. In figuur 7-20 zijn de aangebrachte langstaluds gestippeld, figuur 7-20 is dan identiek aan figuur 7-2.

§ 7-3.5 Methode om te controleren of de schematisatie globaal de evenwichtsligging der rivier is.

Of een bepaald riviertraject in evenwicht is t.g.v. een bepaald jaarlijks afvoerverloop kan men globaal controleren met behulp van de formules voor de waterbeweging en de sedimenttransporten.

Waterbeweging

- de gecombineerde bewegings-continuïteitsvergelijking voor de waterbeweging vermits stroomvoerende breedte gelijk is aan bergende breedte

$$\vec{g} \frac{\partial z_b}{\partial x} + \left(u - \frac{\vec{g} q}{u^2} \right) \frac{\partial u}{\partial x} - \vec{g} \frac{q}{uB} \frac{\partial B}{\partial x} = \vec{g} \frac{u^2 |u|}{c^2 q} \quad 7-1$$

Sedimenttransporten

- veronderstel dat het sedimenttransport $S_t [m^3/sec]$ beschreven kan worden met onderstaande formule

$$S_t = B * f(u) \quad 7-2$$

Uitgangspunt: een riviertraject is bij een bepaald debiet in evenwicht, indien op elke dwarsdoorsnede het sedimenttransport in $[m^3/sec]$ even groot is.

Uit formule 7-2 is de watersnelheid u te bepalen, bij bekende S_t en $f(u)$, die men in 7-1 moet gebruiken.

Dit is in principe voor elk debiet te doen.

Het is ook mogelijk om de rivierbreedte, de bodemligging of de Chezy-waarde per doorsnede te berekenen, waarbij de rivier t.g.v. één debiet in evenwicht is, vermits dit de enige variabele parameter is. Dit gebeurt dan door de vergelijkingen voor de waterbeweging en de sedimenttransporten gecombineerd op te lossen.

Het probleem is dat dit ene debiet representatief moet zijn voor het gehele afvoerregiem van de rivier.

Tevens zijn vaak meerdere parameters onbekend bijvoorbeeld bodemligging en rivierbreedte.

Of een bepaalde schematisatie een evenwichtssituatie is van de rivier, kan men ook controleren door de schematisatie morfologisch door te rekenen met behulp van de bijbehorende afvoerverlopen (zie § 7-2.7).

Literatuurlijst

- [1] Collegedictaat „Morphological computations"
F10A, Prof. Dr. Ir. M. de Vries
- [2] Collegedictaat „Sedimenttransport"
F10, Ir. A. Prins
- [3] Model for non-steady suspended sediment transport
P.J.M. Kerssens en L.C. van Rijn,
publicatie „Waterloopkundig laboratorium Delft
.. publicatie nummer 191, november 1977

