

23

Archiefexemplaar

Laboratorium voor
PHYSISCHE TECHNOLOGIE
der Technische Hogeschool
Pr. Bernhardlaan 6 - DELFT

Afstudeerverslag No. 351

door

.....G.C.Honig.....1953.....

23

H

Archief
23

Onderzoek naar de spreiding in verblijftijd van een
roterende reactor door middel van de sinusresponsie-
methode.

Afstudeerwerk C.C. Honig. 1952-1953.

Inhoud.

	Hfdst.	Blz.
Samenvatting		1
Lijst van symbolen		2
De stromingsverschijnselen tussen 2 coaxiale cylinders	I	3
Theorie	II	4
De opstelling	III	12
De metingen	IV	17
Foutenschatting	V	27
Conclusies	VI	29

Samenvatting.

Aan een continu doorstroomde reactor, bestaande uit een holle buiten cylinder en daarbinnen een roterende binnencylinder, worden metingen verricht ten aanzien van de spreiding in de verblijftijd met behulp van de sinus-responsiemethode. Hiertoe wordt aan de ingang van de reactor een zoutoplossing toegevoerd, waarvan de concentratie sinusvormig gevarieerd wordt; op minstens 2 plaatsen in de reactor wordt het verloop van de concentratie met de tijd waargenomen.

Onder de veronderstelling dat de spreiding in de verblijftijd van een roterende reactor beschreven kan worden met een axiale diffusiecoefficient, leidt de berekening tot twee benaderde oplossingen van een differentiaalvergelijking, die beide tot een meetmethode aanleiding geven.

De waarnemingen, volgens de eerste, meest eenvoudige methode verricht, bevestigen het vermoeden dat een aantal eigenschappen van de reactor zich laten verklaren door de veronderstelling van een axial werkzame diffusiecoefficient; deze wordt als functie van enkele variabelen bepaald.

De experimentele voorwaarden voor de tweede methode zijn wat moeilijker te verwezelijken dan die voor de eerste; het aantal volgens deze methode verrichte metingen is niet zeer groot. Het blijkt ten slotte mogelijk met deze methode resultaten te verkrijgen die in goede overeenstemming zijn met die, welke volgens de eerste gevonden zijn.

Lijst van symbolen.

De volgende afkortingen werden in dit verslag achtereenvolgens in gebruik genomen. Letters of symbolen, die staan voor grote groepen in de formules, zijn hierin niet opgenomen; men zie hiervoor de definities in de tekst.

D	diffusiecoefficient
L	meetlengte in de reactor
x	lengte coördinaat
t	tijd
v	gemiddelde stroomsnelheid
C, c	concentratie
w	hoekfrequentie
ξ	gereduceerde lengtecoördinaat
N_D	diffusiegetal
τ	verblijftijd
α	amplitudeverzwakking
φ	faseverschuiving
R_i	straal van de rotor
R_u	straal van de buitencylinder
ν	kinematische viscositeit

Hoofdstuk I.

De stromingsverschijnselen tussen twee roterende coaxiale
cilinders.

Zie bijlage.

Prof. Kroon

METINGEN BETREFFENDE DE SPREIDING IN VERBLIJFTIJD
VAN EEN VLOEISTOF, STROMEND TUSSEN TWEE ROTERENDE
COAXIALE CYLINDERS.

Deel 1 Literatuuroverzicht over de stromings-
verschijnselen tussen twee coaxiale
roterende cylinders.

November 1952.

P. Croockewit.

C.C. Honig.

Literatuurlijst.

De cijfers tussen haakjes in de tekst verwijzen naar onderstaande literatuurlijst.

- | | | |
|------------------|---|---|
| 1. Cornish, R.J. | Proc. Royal Soc. A <u>140</u> (1933) 227. | |
| 2. Fage, A. | " " " " <u>165</u> (1938) 501. | x |
| 3. Taylor, G.I. | " " " " <u>151</u> (1935) 494. | |
| 4. " | " " " " <u>157</u> (1936) 546. | |
| 5. " | " " " " <u>157</u> (1936) 565. | |
| 6. " | Phil. Trans. Royal Soc. A. <u>223</u> (1923) 289. | x |
| 7. Wehdt, F. | Ingenieur-Archiv (1933) 577. | |
| 8. Meksyn | Proc. Roy. Soc. A. <u>187</u> (1946) 115, 480, 492. | |

Symbolen.

De symbolen, gebruikt in de verschillende publicaties verschillen onderling sterk. Onderstaande lijst vormt een compromis ervan met de meest gangbare.

H,h	Hoogte van de buiten- resp. binnencylinder.
R,r	Straal van de buiten- resp. binnencylinder.
W,w	Hoeksnelheid van de buiten- resp. binnencylinder.
N,n	Aantal toeren per seconde van de buiten- resp. binnencylinder
d	= $R - r$
m	= $\frac{1}{2}(R - r)$
u	gemiddelde axiale vloeistofsnelheid.
\emptyset	axiaal volumedebiet.
ρ	soortelijk gewicht.
η	absolute viscositeit.
ν	kinematische viscositeit.
dp/dz	axiale drukgradient.
M	overgebrachte koppel.
F	turbulentie criterium.
λ	golflengte van het turbulentieverschijnsel.

De stromingsverschijnselen tussen twee roterende, coaxiale
cilinders.

Het eenvoudigste model, aan de hand waarvan wij de turbulentieverschijnselen van een visceuse vloeistof kunnen trachten te beschrijven is dat van een vloeistof tussen twee oneindig uitgebreide, evenwijdige platte vlakken welke ten opzichte van elkaar bewegen. Een ernstig bezwaar van het model springt direct in het oog: het is experimenteel vrijwel niet te realiseren. Bovendien bleek de wiskunde van het probleem toch reeds zo ingewikkeld, dat tot 1923 de pogingen tot oplossing ervan geen succes hadden.

In dat jaar publiceerde Taylor zijn zeer fraaie artikel (6), waarin hij er in slaagde, een wiskundige beschrijving te geven van de stromingsverschijnselen tussen twee roterende, coaxiale cilinders - een mathematisch gecompliceerder, maar experimenteel veel beter uitvoerbaar model.

De wiskundige behandeling is inderdaad zeer ingewikkeld; des te opmerkelijker is de nauwkeurigheid waarmede Taylors voorspellingen door zijn eigen experimenten bewaarheid werden.

Een zeer uitgebreide determinantvergelijking bevat de grootheden R , r , W , w , λ en s . Hierin is s een turbulentiekenmerk. Taylor tracht aan een van zijn vergelijkingen te voldoen, door een willekeurige initiale storing van de stroming in grootte evenredig te veronderstellen met een term van de vorm e^{st} waarin t voor de tijd staat; is s positief, dan verwachten we een toenemen van de storing dus turbulentie; is s negatief dan verwachten we een wegdempen van de storing, dus herstel van de laminaire stroming.

Van de genoemde variabelen worden R, r en $k = W/w$ constant gehouden. Voor $s = 0$ willen we nu bepalen, welke de laagste waarde van w is, waarvoor we de vergelijking kunnen bevredigen; hieruit volgt dan de golflengte λ van het turbulente verschijnsel, dat ontstaat. Het woord "golflengte" moeten we hier niet al te letterlijk opvatten; het duidt door gebrek aan een scherpe definitie slechts de schaal aan waarop de verschijnselen zich afspelen.

Turbulentie criterium.

Het turbulentie criterium wordt vervolgens door Taylor uitgewerkt voor verschillende waarden en trajecten van k . Voor ons is uiteraard het geval $k = 0$ het belangrijkste. Hiervoor geldt:

$$F = 0,0571 \cdot (1 - 0,652 \cdot d/r) + 0,00056 \cdot (1 - 0,0652 \cdot d/r)^{-1}$$

waarin

$$F = \frac{\pi^4 \nu^2 (R + r)}{2w^2 d^3 r^2}, \text{ waarin } d = R - r, \text{ en } \nu \text{ de kin. visc. voorstelt.}$$

Het criterium is binnen enkele percenten nauwkeurig zolang d/r kleiner blijft dan $1/3$; wordt d/r groter, dan vinden we een te lage snelheid. In het artikel van Taylor werden, om een algemene geldigheid te verkrijgen, de waarden van de gemeten en de berekende grootte w/ν vergeleken.

We vinden de bovenstaande formule in vereenvoudigde vorm terug in tal van andere publicaties, o.a. in (3) :

$$\log d/r + 2 \log wd/\nu = 3,232 \text{ en in (7) :}$$
$$n = 4,63 \cdot \frac{\nu}{r} \sqrt{(R + r)/(R - r) / (R - r)}$$

Deze formules gelden slechts indien d/r klein is.

Stabiliteit.

Een meer algemene beschouwing over turbulente verschijnselen vinden we in (7).

Turbulentie kenmerkt zich steeds door bewegingen dwars op de hoofdstroom. Het is daarom te verwachten, dat een krachtveld dwars op de hoofdstroom invloed op de turbulentie en op het daarmee samenhangende kritische getal van Reynolds zal hebben.

Als voorbeeld diene het geval van een vloeistof, waarvan de dichtheid een functie van de hoogte is. Neemt de dichtheid met de hoogte af, dan is er voor ieder volume-element een laag te vinden, waarin het in stabiel evenwicht verkeert; de verdeling werkt een turbulentie, welke eventueel zou kunnen ontstaan uit een laminaire horizontale stroming, tegen. Deze stabiliserende invloed kan zo sterk zijn, dat ook voor een oneindig groot getal van Reynolds theoretisch noch praktisch turbulentie kan ontstaan. Anderszijds heeft een toename van de dichtheid met de hoogte een afnemen van het kritische getal van Reynolds

tengevolge.

Iets dergelijks doet zich voor in het veld van de centrifugale versnelling tussen twee roterende coaxiale cilindrs. Prandtl en Rayleigh leidden af, dat de stroming zeker stabiel moet zijn als W/w groter is dan r^2/R^2 . Deze relatie wordt door Taylor (6) theoretisch en proefondervindelijk bevestigd.

Taylor's latere experimenten tonen aan (4), dat, als respectievelijk de binnen- en de buitencylinder stilstaat, de verhouding der kritische toerentallen van resp. buiten- en binnencylinder snelstijgt als d/R groter wordt. Ze is gelijk aan 6 voor $d/R = 0,017$ en overschrijdt 1000 voor $d/R = 0,38$.

Toruswervels.

Taylor (6) berekent verder, dat de vloeistof bij het inzetten van de turbulentie, dus voor $s = 0$ zal gaan stromen in torusvormige wervels, afwisselend in verschillende richting draaiend (fig. 1)

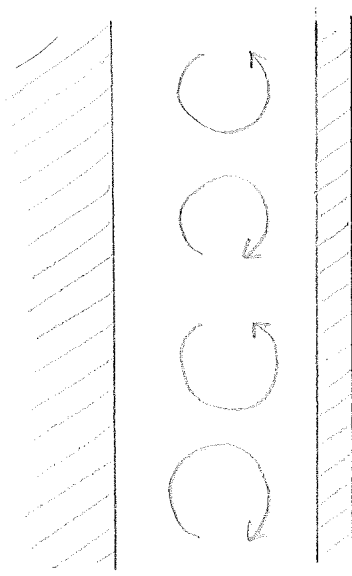


fig 1.

Voor $k = 0$ en $s = 0$ zijn de wervels rond en is hun hoogte gelijk aan d .

De waarneming van de wervels geschiedde als volgt. Boven in de binnencylinder bevonden zich 6 gaatjes over de omtrek verdeeld. Hierdoor werd een kleurstof van hetzelfde s.g. als de vloeistof tussen de cilindrs geperst, terwijl men de vloeistofkolom zelf liet zakken. Op deze wijze ontstond een gekleurde film langs de binnencylinder. Zodra de turbulentie intrad, bewogen zich dunne vliezen van kleurstof op afstanden $2d$ loodrecht op de binnencylinder naar de buitencylinder, verdeelden zich daar over de wand, om dan halverwege tussen de

oorspronkelijke ringen weer naar binnen te bewegen (fig. 2). Voor het oog bleef de toestand hierna ongewijzigd.

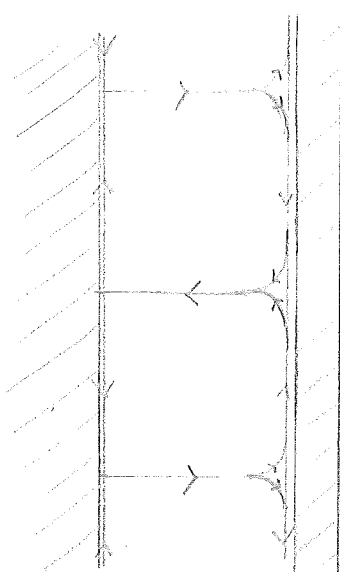


fig 2

De berekeningen van Taylor leenden zich er niet toe, de baan van één bepaald vloeistofdeeltje na te gaan, of het stromingsbeeld te voorspellen, zodra s sterk positief wordt. Wel nam hij waar, dat bij hogere rotatiesnelheden de hoogte der wervels periodiek groter en kleiner werd, totdat ze geheel verdwenen, om plaats te maken voor een onoverzichtelijke turbulentie.

Bij al zijn berekeningen ging Taylor er van uit, dat de verschijnselen symmetrie ten opzichte van de hoofdas zouden vertonen. Zijn experimenten tonen evenwel aan dat er ook een spiraalvormige wervelbeweging kan ontstaan. Deze is niet symmetrisch ten opzichte van de as, dus valt buiten zijn beschouwingen. Ze ontstaat, wanneer de laminaire stroming, welke heerst vlak voor de turbulentie inzet, niet zuiver tweedimensionaal is.

Heftige turbulentie.

Meksyn (8) volgt de analyse van Taylor op de voet, maar weet door een andere benaderingswijze de formules eenvoudiger te houden, zodat ze ook bij positieve s bruikbaar blijven.

Bovendien toont hij aan dat niet, zoals Taylor aannam, in principe iedere golflengte kan ontstaan en we dus bij $s = 0$ diegene krijgen welke bij de laagste w hoort die de vergelijkingen bevredigt, doch dat theoretisch slechts een eindig aantal discrete waarden van λ bestaanbaar is. De curve van w tegen de λ welke ontstaan is verloopt zeer steil in het begin-een verhoging van w van $\frac{1}{2}\%$ geeft een verandering van λ met 5%. Hiermede

verklaart Meksyn de pulserende wervels die Taylor zag toen hij w verder opvoerde.

Het overgebrachte koppel.

Het koppel, dat door de beide cylinders op elkaar wordt uit-geoeffend voor het geval van een laminaire stroming, wordt gegeven door:

$$M_{\text{lam}} = - 8 \pi^2 \eta \cdot h \cdot \frac{R^2 r^2}{R^2 - r^2} (N - n) \quad (7)$$

In een figuur wordt nu uitgezet M/M_{lam} tegen $(N - n)/\sqrt{\nu}$, met n/N als parameter. Voor grote waarden van $(N - n)/\sqrt{\nu}$ wordt de kromme recht; in het turbulente gebied geldt dus blijkbaar een kwadratische benaderingsformule voor het overgebrachte koppel: M is evenredig met $(N - n)^2$. De waarde van w waarvoor het moment gaat afwijken van de evenredige formule wordt als kritische hoeksnelheid beschouwd. Met deze worden in (7) Taylors (6) waarnemingen bevestigd. In fig. 3 is een dimensie-loze groep, gebaseerd op het gedrag van het moment in het turbu-lente geval, afgezet tegen het getal van Reynolds, met als parameter een getal, dat de vorm van het toestel karakteriseert. Het rechte deel van de grafiek stelt het laminaire gebied voor.

De invloed van een axiale vloeistofsnelheid.

In (2) heeft Fage onder meer nagegaan, wat de invloed is van een axiale verplaatsing van de vloeistof op het kritische toerental.

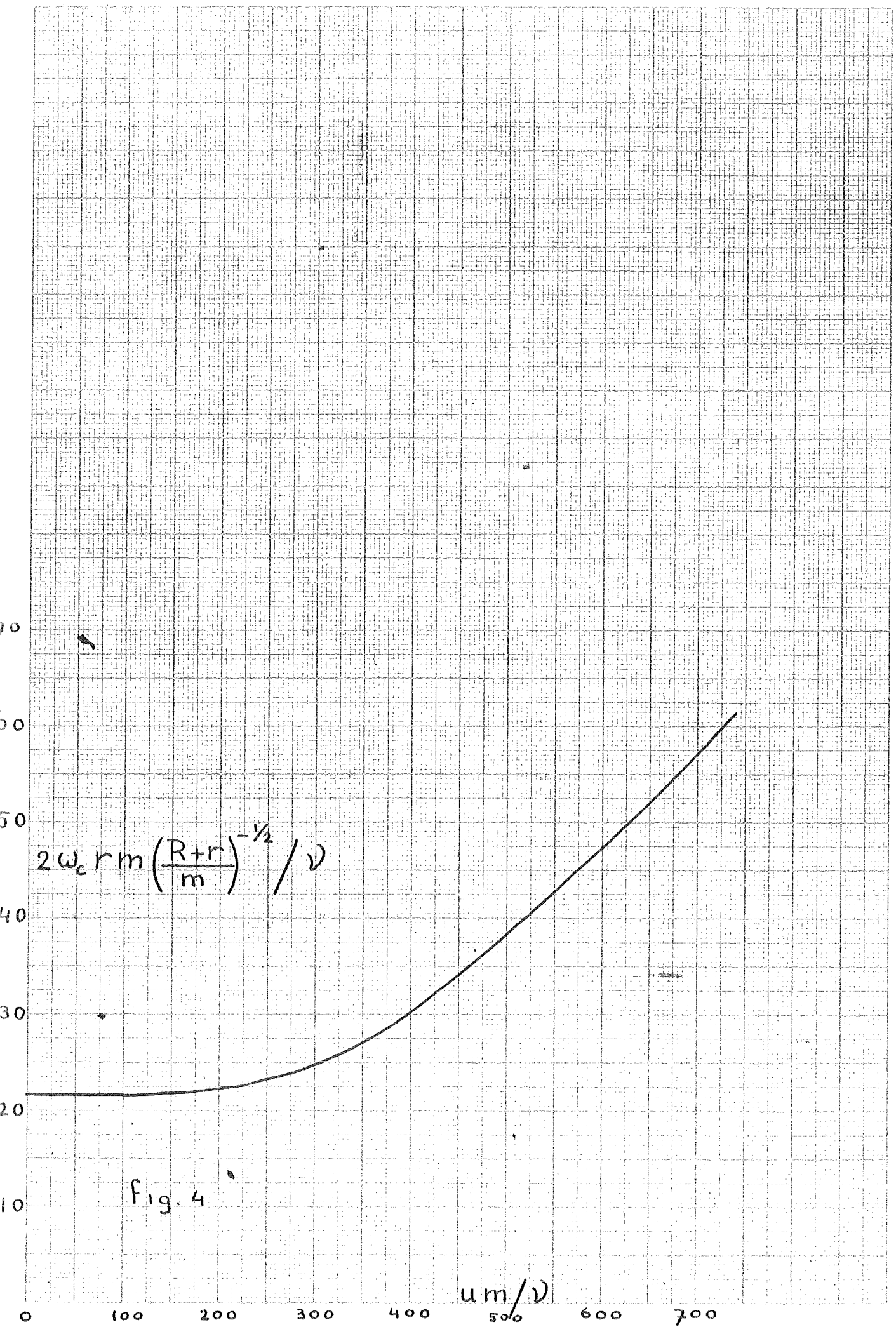
Afgezet werden de waarden van e , de verhouding van de waarde van $\phi \sqrt{\rho} / R^4 P$ gemeten langs een bepaald gedeelte van de proefbuis met eenparig draaiende rotor, tot de waarde van deze grootheid voor stilstaande rotor, tegen $2 w_{\text{rm}}/\sqrt{\nu}$. Hierin stelt ϕ het axiale volumedebiet, ρ het soortelijk gewicht en dP/dz de axiale drukgradient voor. Voor iedere waarde van de parameter $u/\sqrt{\nu}$ (u is de axiale vloeistofsnelheid) liggen de waarden van e op een gladde kromme; de waarden van $2w_{\text{rm}}/\sqrt{\nu}$ waarbij de krommes afwijken van de horizontaal $e = 1$ werden aangenomen te zijn de kritische waarden van de abcis, waarbij de eerste afwijkingen van de laminaire stroming zich voordoen.

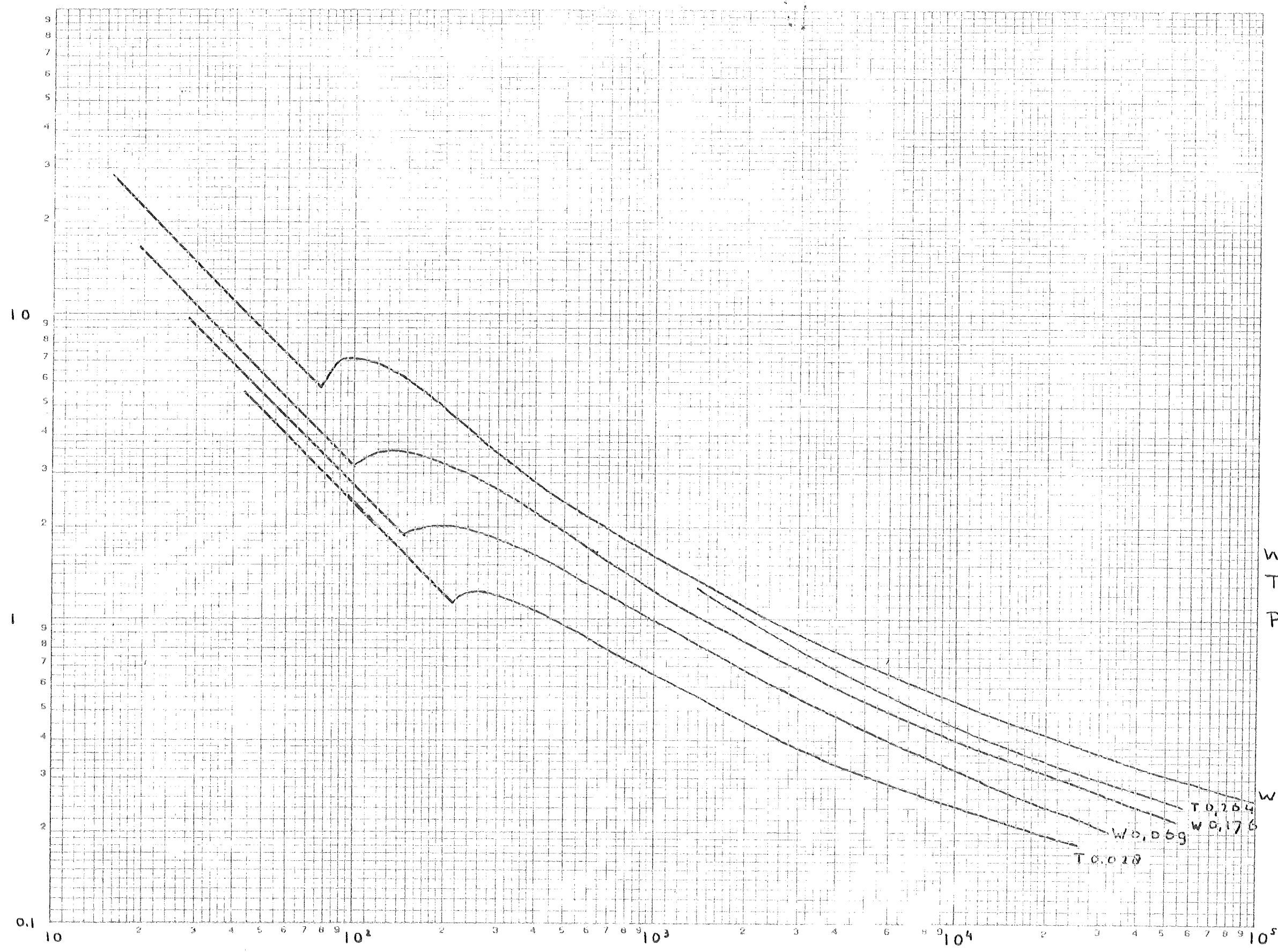
Uit deze grafiek kan men de kromme van fig. 4 afleiden. De

ordinaat van deze figuur is volgens de relatie van Taylor een toestelconstante:

$$2w_c r m / \nu \cdot \left(\frac{R + r}{m} \right)^{-\frac{1}{2}} = \pi^2 / 2 \sqrt{F}.$$

We zien dat de waarde van de ordinaat en dus w_c eerst langzaam, later sneller stijgt bij toenemende u/ν . De waarde van w_c voor $u = 0$ komt nauwkeurig overeen met die welke Taylor berekende en controleerde.





$M/\rho h n^2 r^4$

W = Wendt
 T = Taylor
 Parameter
 $(R-r)/r$

Fig. 3

$2\pi n r (R-r) / \nu$

Hoofdstuk II. Theorie.

In het nu volgende gedeelte zal sprake zijn van een systeem met axiale diffusie, aan de ingang waarvan sinusvormige concentratieveranderingen worden veroorzaakt. In zijn geïdealiseerde vorm voldoet het aan de volgende beschrijving.

Het systeem bestaat uit een in twee dimensies begrensde ruimte, terwijl een onsamendrukbaar medium stroomt met uniforme snelheid in de derde richting. In deze richting, die we de lengte zullen noemen, werkt een diffusiecoëfficiënt D ; de diffusie in de beide andere richtingen is oneindig groot. In deze (dwars) richtingen is dus geen gradient van de concentratie mogelijk.

Het systeem kan al dan niet oneindig lang zijn; in het geval van een eindige lengte L zal worden aangenomen dat de diffusiecoëfficiënt bij waarden van de lengte (x) coördinaat kleiner dan 0 en groter dan L de waarde 0 aanneemt. Voor de genoemde waarden vertoont het verloop van de diffusiecoëfficiënt dus een sprong.

Het is voor de voorstelling gemakkelijk in dit geval te veronderstellen, dat het systeem met axiale doorstroming zich voor $x < 0$ en $x > L$ voortzet, doch zonder axiale diffusie.

Teneinde een indruk te krijgen van de eigenschappen van het systeem zal aan de ingang ervan ($x=0$) een in de tijd (t) sinusvormig verloopende concentratievariatie worden aangelegd. De concentratie in het systeem kan nu als functie van x, t, D de hoekfrequentie w en eventueel andere variabelen worden berekend.

Uit hoofde van de stofbalans voor een gedeelte van het systeem tussen twee dicht bijeen gelegenvlakken, loodrecht op de hoofdrichting, kunnen we de volgende differentiaalvergelijking opschrijven:

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - v \frac{\partial c}{\partial x} - \frac{\partial c}{\partial t} = 0$$

Hierin stelt v de gemiddelde stroomsnelheid voor.

In de nu volgende afleidingen zullen complexe getallen onderscheiden worden van reële door een er boven geplaatste streep.

We leggen een sinusvormige concentratievariatie aan voor $x=0$; deze zal zich door stroming en diffusie uitbreiden over het gehele systeem. We zullen daarom trachten de vergelijking te bevredigen met een oplossing van de vorm

$$\bar{c} = \bar{X}(x) \cdot e^{iwt}, \quad \text{met als eerste randvoorwaarde}$$

$$\bar{X} = \bar{X}_0 \quad \text{voor } x = 0$$

Hierin is \bar{X}_0 de vector, die in phase en amplitude het aangelegde signaal voorstelt.

De differentiaalvergelijking voor \bar{X} luidt blijkbaar:

$$D \frac{d^2 \bar{X}}{dx^2} - v \frac{d\bar{X}}{dx} - i\omega \bar{X} = 0$$

of, met de reductie $x = L\xi$:

$$\frac{D}{L^2} \frac{d^2 \bar{X}}{d\xi^2} - \frac{v}{L} \frac{d\bar{X}}{d\xi} - i\omega \bar{X} = 0$$

met als algemene oplossing

$$\bar{\alpha} = \frac{\bar{X}}{\bar{X}_0} = \bar{C}_1 e^{\bar{p}_1 \xi} + \bar{C}_2 e^{\bar{p}_2 \xi}$$

waarin

$$\begin{matrix} \bar{p}_1 \\ \bar{p}_2 \end{matrix} = \frac{vL}{2D} \left[1 \pm \sqrt{1 + 4i \frac{\omega D}{v^2}} \right] = \frac{vL}{2D} \left[1 \pm (R + Ii) \right]$$

en

$$\begin{matrix} R \\ I \end{matrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{1 + \frac{16D^2\omega^2}{v^4}} \pm 1}$$

De eerste randvoorwaarde, welke nu luidt

$$\bar{X} = \bar{X}_0 \text{ voor } \xi = 0, \text{ leidt tot de betrekking } \bar{C}_1 + \bar{C}_2 = 1.$$

De overdrachtsverhouding $\bar{\alpha}$ is een complex getal. Het argument ervan geeft het faseverschil van het gemeten signaal met dat aan de ingang aan, en de modulus de verzwakkingsfactor van de amplitude. Beide zijn onder andere een functie van x .

We moeten nu nog de tweede randvoorwaarde vaststellen. De meest voor de hand liggende en tevens de meest eenvoudige is die, welke geldt voor een oneindig lang systeem:

$|\bar{X}| = 0$ als $\xi = \infty$. Dit leidt, met de eerste randvoorwaarde tot de oplossing

$$\bar{\alpha} = e^{\bar{p}_2 \xi} = e^{\frac{vL}{2D} [1 - R - Ii] \xi} \quad (1)$$

R is steeds groter dan 1, dus de oplossing geeft inderdaad een aflopend verschijnsel weer. Als we de dimensieloze groep $\frac{vL}{2D}$ de naam N_D geven laat zich de amplitudeverzwakking schrijven als

$$\alpha = e^{-N_D(1-R)} \quad \text{en het faseverschil als}$$

$$\varphi = N_D I \xi$$

Tenslotte kunnen we N_D nog invoeren in de formules voor R en I:

$$R = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{4\omega^2 \tau^2}{N_D^2} + 1}$$

$$I = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{4\omega^2 \tau^2}{N_D^2} + 1}$$

Hierin staat τ voor de verblijftijd L/v .

In de grafieken I en II zijn α en φ afgebeeld als functie van $\omega\tau$, met N_D als parameter. Het is uit het beeld van de krommen scharen duidelijk, dat N_D en daarmee de gezochte D, bepaald zal moeten worden uit de fasegrafiek, daar deze, met uitzondering van het geval van een zeer kleine N_D , de nauwkeurigste resultaten zal opleveren. Het ware evenwel onjuist, zich bij de metingen te beperken tot waarneming van alleen de fase, of tot een enkele waarde van $\omega\tau$ omdat slechts overeenkomst van een gehele fase- en amplitude-karakteristiek met die, welke gelden voor een bepaalde N_D , zekerheid kan verschaffen omtrent de vraag, of de waargenomen spreiding in de verblijftijd zich laat beschrijven aan de hand van een geïdealiseerd model, waarin een axiale diffusiecoëfficiënt heerst. Het is immers altijd mogelijk, dat het niet-ideale experimentele model, hoe zorgvuldig ook geconstrueerd, nog andere mechanismen herbergt welke spreiding in de verblijftijd kunnen veroorzaken. Laminaire stromingslagen aan de wanden van het systeem en kortsluitstromen zijn hier de bekendste voorbeelden van.

De aandacht zij er op gevestigd, dat het verband tussen α en D voor een bepaalde D een minimum vertoont:

$\alpha = 1$ voor $D = 0$ en $D = \infty$, *achtereen volgens voorstellend een vlak stromingsprofiel en een ideaal mixer, met fase verschuiving van resp. $-\omega\tau$ en 0.*

We kunnen bij de waarnemingen onder bepaalde omstandigheden de op het eerste gezicht enigszins paradoxale toestand verwachten, dat de amplitude van het gemeten signaal stijgt wanneer we D laten toenemen.

Wanneer we in het vervolg van de concentratievector \bar{X}_0 spreken, bedoelen we daarmee de vector die het signaal weergeeft, dat we meten even voorbij het punt $x = 0$. Dit is nodig omdat voor $x = 0$ amplitude en fase van het signaal niet eenduidig gedefinieerd zijn: er treedt een concentratiesprong op, die we als volgt kunnen bepalen.

De continuïteitsvergelijking voor $x = 0$ luidt:

$$\bar{X}'_0 v = \bar{X}_0 v - D \frac{d\bar{X}_0}{dx}$$

Hierin stelt \bar{X}'_0 de signaalvector voor van een punt, gelegen vlak vóór $x = 0$. Uit (1) volgt

$$\bar{X} = \bar{X}_0 e^{\frac{v}{2D}(1-R-2i)x}$$

dus
$$\frac{d\bar{X}}{dx} = \frac{v}{2D}(1-R-2i) e^{\frac{v}{2D}(1-R-2i)x}$$

met $x = 0$:
$$\frac{d\bar{X}_0}{dx} = \frac{v}{2D} \bar{X}_0 (1-R-2i)$$

Als we dit substitueren in de continuïteitsvergelijking vinden we onder gebruikmaking van de relatie

$$R^2 = I^2 + 1$$

een amplitudeverzwakking
$$A = \sqrt{\frac{2}{R(R+1)}}$$

en een faseverschil
$$\delta = \text{bs } \frac{-I}{1+R}$$

voor de concentratiesprong bij $x = 0$. Het maakt dus wel een groot verschil uit of we vóór of vóór $x = 0$ meten.

Wanneer we te doen hebben met een systeem van eindige lengte, moeten we een andere tweede randvoorwaarde aanleggen. Terplaatse van de sprong in de diffusiecoëfficiënt voor $x = L$ moet de overdracht door diffusie nul zijn gedurende de gehele periode. Een beschouwing van de stofbalans voor het vlak $x = L$ doet immers inzien, dat, ware er wel transport door diffusie, een positieve concentratiesprong gedurende de halve periode met negatieve concentratiegradient en een negatieve sprong gedurende de halve periode met positieve gradient het resultaat zou zijn. Vooral het eerste

eerste lijkt onwaarschijnlijk, evenals de vergroting van de amplitude van het signaal voor $x = L$ die zou ontstaan. De tweede randvoorwaarde laat zich dan formuleren als

$$\frac{d\bar{\alpha}}{d\xi} = 0 \text{ voor } \xi = 1, \text{ en leidt tot de oplossing}$$

$$\bar{\alpha} = e^{\bar{P}_2 \xi} \frac{1 - \frac{\bar{P}_2}{\bar{P}_1} e^{(\bar{P}_2 - \bar{P}_1)(1-\xi)}}{1 - \frac{\bar{P}_2}{\bar{P}_1} e^{\bar{P}_2 - \bar{P}_1}} \quad (2)$$

Deze oplossing is numeriek zeer lastig te hanteren. We vragen ons daarom af, aan welke voorwaarden we bij een bepaalde meetnauwkeurigheid moeten voldoen om ook voor een eindig systeem de oplossing (1) te mogen gebruiken.

(2) blijkt over te gaan in (1), wanneer

$$\left| \frac{\bar{P}_2}{\bar{P}_1} \right| e^{\operatorname{Re}(\bar{P}_2 - \bar{P}_1)(1-\xi)} \ll 1 \quad (3)$$

of $\leq 1/q$

Hierin is $1/q$ een getal waarboven de verhouding opl.(2)-opl.(1)/opl.(2) niet mag gaan; q is dus een schaal voor de scherpte van de eis die we stellen. Het is duidelijk, dat de modulus van de breuk in (2) reeds tot 1 nadert vóór aan de relatie (3) is voldaan, omdat teller en noemer bij stijgende q tegelijk groter worden.

We willen nu weten aan welke eis we moeten voldoen om voor een bepaalde waarde van q bij een meting in de eerste helft van het systeem, dus voor $\xi \leq 0,5$, geen hinder te ondervinden van de term in opl.(2) met positieve gradient van de amplitude, dus die welke de "reflectie" weergeeft.

Uit (3) volgt:

$$0,5 \leq 1 - \xi = \frac{1}{\operatorname{Re}(\bar{P}_2 - \bar{P}_1)} \ln \frac{1}{q} \left| \frac{\bar{P}_1}{\bar{P}_2} \right|$$

$$= \frac{-1}{2N_D R} \ln q \sqrt{\frac{(1+R)^2 + I^2}{(1-R)^2 + I^2}}$$

$$0,5 \leq \frac{-1}{2N_D R} \ln \frac{1}{q} \sqrt{\frac{R+1}{R-1}}$$

$$N_D \leq \frac{1}{2R} \ln q^2 \frac{R-1}{R+1}$$

In grafiek III zien we krommen voor N_D als functie van $\frac{2\omega\tau}{N_D}$ met q als parameter. Wanneer we een serie metingen doen bij

dezelfde N_D beeldt deze zich, als w de variabele is, als een horizontaal lijnstuk in de figuur af. We hoeven dan slechts zorg te dragen, dat deze lijnstukken blijven in het gebied boven de betreffende q -kromme. Komen de lijnstukken onder de bedoelde kromme, dan hoeft dit, zoals reeds is opgemerkt, nog niet tot gevolgen te hebben, dat afwijkingen zich zullen voordoen; mocht evenwel uit de meetresultaten blijken, dat zich wel een afwijking voordoet, dan zal allereerst in deze richting gezocht moeten worden.

Onder bepaalde voorwaarden laat de oplossing (2), die moeilijk exact te berekenen is, zich benaderen. We gaan hiertoe uit van de oplossing (1) en bepalen, met welke complexe factor $\bar{F} = \bar{T}/\bar{N}$ we deze moeten vermenigvuldigen om een benadering van oplossing (2) te krijgen. We schrijven (2) uit voor $\xi = 1$:

$$\bar{\alpha}' = \frac{\bar{T}}{\bar{N}} e^{N_D(1-R-Ii)} = \frac{1 - \frac{1-R-Ii}{1+R+Ii}}{1 - \frac{1-R-Ii}{1+R+Ii} e^{-2N_D(R+Ii)}} e^{N_D(1-R-Ii)}$$

Om de verhouding $\bar{F} = \bar{T}/\bar{N}$ van beide oplossingen te bepalen, berekenen we de moduli en fassen van \bar{T} en \bar{N} .

$$\begin{aligned} \bar{T} &= 1 - \frac{1-R-Ii}{1+R+Ii} = 1 - \frac{(1-Ii)^2 - R^2}{(1+R)^2 + I^2} \\ &= 1 + \frac{I^2 + Ii}{R^2 + R} = \frac{1}{R} \left[2R - 1 + \frac{I}{R+1} i \right] \end{aligned}$$

Hiermit vinden we $\bar{T} = \sqrt{\frac{4R^2 - 2}{R(R+1)}} e^{i \text{bs } \gamma} \frac{I}{(2R-1)(R+1)}$

$$\bar{N} = 1 - \frac{1-R-Ii}{1+R+Ii} e^{-2N_D(R+Ii)}$$

Men is $\left| \frac{1-R-Ii}{1+R+Ii} \right| \leq 1$; waarom

$$N_D R \geq 1,5 \text{ is } e^{-2N_D R} \leq 0,05 \text{ dus } \bar{N} \approx 1$$

We mogen voor de verhouding F van de amplitudes van beide oplossingen blijkbaar schrijven

$$F = T = \sqrt{\frac{4R^2 - 2}{R(R+1)}}$$

en voor hun faseverschil β

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{I}{(2R-1)(R+1)} = \operatorname{arctg} \frac{1}{2R-1} \sqrt{\frac{R-1}{R+1}}$$

In grafiek IV zien we F en β afgebeeld als functie van $\frac{2\omega\tau}{N_D}$. Het faseverschil is slechts klein en bedraagt maximaal 13 graden; de amplitudeverhouding nadert bij grote $\frac{\omega\tau}{N_D}$ tot 2. In de grafieken V, VIa, b, c en d is de benaderde oplossing (2) (α' en φ') uitgezet, berekend uit oplossing (1) met behulp van F en β . De gestreepte stukken van de krommen zijn de trajecten, waarvoor niet aan de relatie $N_D R \geq 1,5$ is voldaan; het zijn extrapolaties van de getrokken gedeelten naar de oorsprong, omdat een berekening met F en β tot onjuiste resultaten zou leiden.

Tenslotte zijn van oplossing (1) en de benaderde oplossing (2) naast grafische voorstellingen, ook tabellen bijgevoegd.

Tabellarisch overzicht van opl. (1) en opl. (2) van de diff. verg.
(Zie hoofdstuk II)

	N_D	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	6	12	
$x \cdot 10^2$	$\omega \tau$								
	1	76	74	76	84	85	92	94	Zie grafiek IIa,b,c en d
	2	61	57	55	58	62	74	85	
	4	47	38	32	30	31	40	55	
	6	38	28	21	17	17	21	30	
	9	28	19	13	10	07	07	13	
	12	23	14	08	05	04	04	03	
ψ	1	27	36	45	53	56	60	64	Zie grafiek I.
	2	44	54	71	90	100	110	120	
	4	56	81	108	143	165	190	219	
	6	65	97	134	182	214	270	312	
	9	68	120	169	231	274	356	427	
	12	69	138	194	268	322	429	540	
$\alpha' \cdot \omega^2$	1	99	97	94	91	92	95	96	Zie grafiek VIa,b,c,d.
	2	95	90	77	72	72	78	86	
	4	81	77	50	42	42	46	58	
	6	66	49	32	26	24	26	23	
	9	51	34	20	14	11	10	12	
	12	43	25	14	08	06	04	05	
γ'	1	31	35	42	50	54	60	66	Zie grafiek V.
	2	40	50	58	77	90	114	124	
	4	49	74	97	130	152	192	221	
	6	57	90	125	171	201	257	310	
	9	63	114	160	221	263	343	427	
	12	66	133	187	259	301	416	527	

Hoofdstuk III. De opstelling.

Gezocht is naar een object, waaraan de in het vorige hoofdstuk beschreven methode ter bepaling van een eventuele diffusiecoëfficiënt met kans op succes getoetst kon worden.

Het diende een continu doorstroomd systeem te zijn, met een grote, liefst regelbare spreiding in de verblijftijd, welke evenwel niet veroorzaakt mocht worden door een kortsluit- of laminaire stroming.

De keus viel op een z.g. roterende reactor. Hieronder verstaan we een in de lengterichting doorstroomd cilindrisch vat, waarbinnen een massieve cylinder eenparig ronddraait. We hebben hierin dus te doen met een soort stroming als beschreven in hoofdstuk I; de dimensies zijn evenwel zo gekozen, dat we steeds ver boven het critische toerental voor het ontstaan van de toruswervels werken; we verwachten dus een wilde turbulentie, met een diffusie die daarvan het gevolg is.

Het voordeel van deze reactor voor de betreffende metingen springt in het oog: de transversale snelheidscomponenten zijn zo groot ten opzichte van de longitudinale, dat "channeling", bijvoorbeeld ten gevolge van laminaire stroming aan de wand, vrijwel uitgesloten is: we mogen verwachten dat in dit toestel geen transversale concentratiegradiënten zullen bestaan. We hebben bij het gebruik van dit soort reactor dus een gereede kans, dat de terugmengingsverschijnselen, die we gaan meten, met een diffusiecoëfficiënt beschreven zullen kunnen worden.

De reactor, waarvan fig. 1 een sterk vereenvoudigde maatschets geeft, is, behalve de plexiglazen buitencylinder, geheel uit roestvrij staal vervaardigd. De rotor is uitwisselbaar, en loopt op nylon lagers. Fig. 1 geeft de maatschetsen van de achter-eenvolgens gebruikte rotoren. De rotor wordt via een buigzame koppeling en een mechanische variator aangedreven door een SKA motor. Bij een motortoerental van 1500 is het toerental van de rotor continu regelbaar tussen 135 en 875 toeren per minuut.

De concentraties van de NH_4Cl oplossing die het toestel doorstromen worden gemeten met een geleidbaarheidsbepaling. Daartoe zijn in de reactor eerst twee, later drie platina meetcellen aangebracht, bestaande uit een dun (\varnothing 1 mm) staafje platina, ongeveer 1 cm lang, waaromheen spiraalvormig een stukje platina-draad gewonden is. Door de spiraaltjes te verbinden met de massa

van de reactor wordt voorkomen dat meetfouten ten gevolge van geleiding via de rotor ontstaan.

De meetschakeling waarop de cellen zijn aangesloten wordt in fig. 2 weergegeven.

Uit een toongenerator wordt een wisselspanning van ongeveer 100 V en 2000 Hz betrokken. De hogefrequentie blijkt voordelig ter voorkoming van hinderlijke polarisatieverschijnselen op het noodgedwongen kleine oppervlak van de meetcellen. Deze spanning wordt met een normale gloeistroomtransformator tot ongeveer 1,5 V omlaag getransformeerd, teneinde geen hoge impedantie in het meetcircuit te introduceren. Dit bestaat uit de secundaire wikkeling van de transformator, een voor iedere cel afzonderlijk instelbare spanningsdeler, de ingeschakelde cel, en de laagohmige wikkeling van een luidsprekertransformator. De hoogohmige wikkeling hiervan is via een gelijkrichtcel, begrenziingsweerstand, afvlakfilter, gevoeligheidsregeling en nulpuntsinstelling aangesloten op een "Brown" registrerende millivoltmeter met een bereik van 1 tot 10 mV. Een omschakelaar maakt het mogelijk naar keuze een der drie spanningsdelers met de daaraan verbonden cel in te schakelen. Kleine verschillen in de celconstanten kunnen op eenvoudige wijze worden opgevangen door met de spanningsdeler de betreffende cel een iets hogere of lagere spanning te geven. Het afvlakfilter blijkt noodzakelijk om een voortdurend oscilleren van de millivoltmeter als gevolg van kleine, snelle concentratievariaties in de stromingswervels te onderdrukken.

Met de gebruikte, niet gezwarte meetcellen is het verband tussen de aanwijzing van de voltmeter en de concentratie van de NH_4Cl oplossing die de reactor doorstroomt, rechtlijnig in het concentratiegebied van 0,1 - 1,3 g/L.

Een stromingsdebiet van 25-50 L/u blijkt bruikbare waarden voor τ te geven; via een overstort die enkele meters waterdruk levert, een naaldklep en een rotameter wordt deze hoofdstroom als zuiver leidingwater aangevoerd. Een doseerpompje met een opbrengst, regelbaar tussen 0,3 en 1 L/u verdringt met olie via een verdringfles de geconcentreerde zoutoplossing, welke vlak voor (onder) de reactor in de hoofdstroom van zuiver water wordt geïnjecteerd. Bij het minimum debiet van 25 L/u zuiver water mag nu dus een gemiddelde concentratie in de reactor van 0,7 g/L niet overschreden worden. Hieruit volgt voor de geconcentreerde oplossing een concentratie van $25 \times 0,7 \approx 18$ g/L.

Voor het teweegbrengen van de sinusvormige variaties van de zoutconcentratie aan de ingang van de reactor stond een z.g. sinusgenerator ter beschikking, waarvan de periode door het uitwisselen van tandwielen in trappen regelbaar was tussen 5 en 925 seconde. De slag was verstelbaar tot een maximum van 15 cm. Door de sinusgenerator te verbinden met een klepeloze plunjerpomp, aangesloten aan de perszijde van de doseerpomp, kunnen de vereiste variaties veroorzaakt worden. Bij een dikte van 0,8 cm van de plunjer volgt voor 100% modulatie van de oplossingsstroom en een periode van 90 seconde een slaglengte van 15 cm bij de maximale opbrengst van 1 L/u van de doseerpomp. Bij hogere frequenties wordt dan de slaglengte van de plunjer evenredig verkort, bij lagere frequenties wordt de opbrengst van de doseerpomp zover verminderd, dat de in de glazen persleiding van de doseerpomp stromende olie juist niet meer terugloopt bij het uitschuiven van de plunjer.

Bij het in bedrijfstellen van de opstelling werden twee moeilijkheden ondervonden.

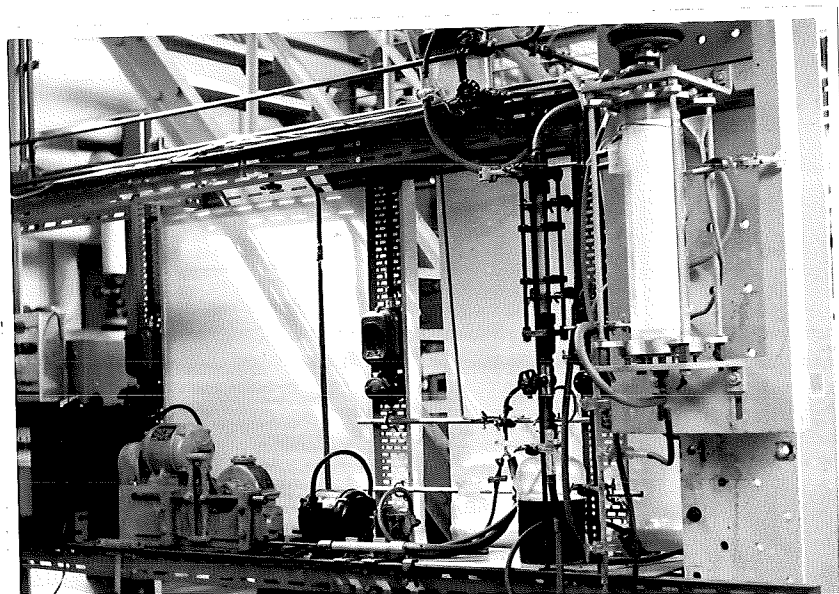
Ten eerste werd last ondervonden van luchtbelletjes die zich bij lage toerentallen van de rotor en het gebruik van tamelijk koud water vastzetten op de meetcellen. Teneinde de mogelijkheid te hebben, het water te ontlichten werd daartoe een installatie aangebracht. Deze bestaat uit een kleine kolom met raschigringen, waarin het water door stoomverhitting op bijna 100°C wordt gebracht, een ingebouwde overstort en een eronder aangebrachte koeler om het water weer op kamertemperatuur te brengen.

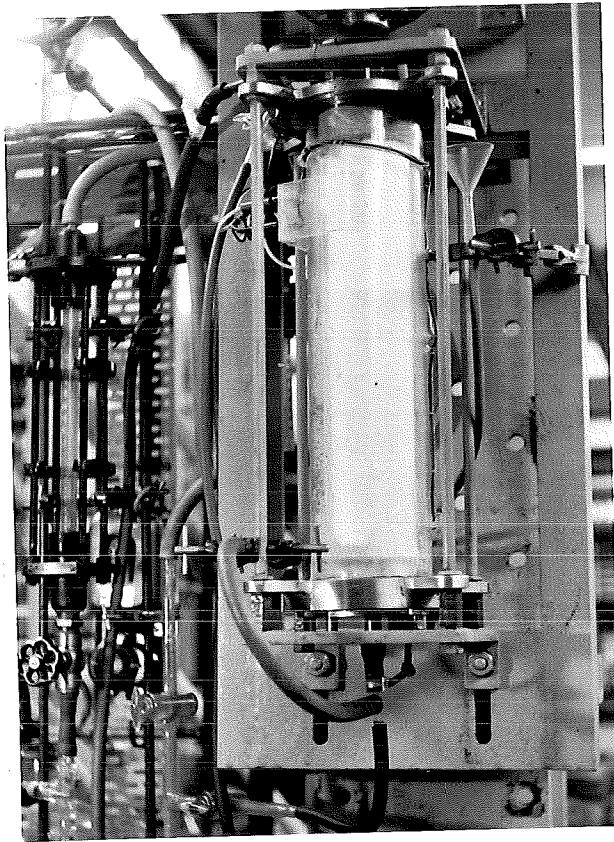
Ten tweede bleek het niet mogelijk, het signaal aan de eerste (onderste) meetcel dieper te moduleren dan enkele tientallen procenten. De oorzaak hiervan was, dat de schadelijke ruimte tussen het T-stuk waar de zoutoplossing in de hoofdstroom kwam en de eerste cel te groot was en daarom te veel "voormenging" veroorzaakte. Een grote verbetering werd verkregen toen deze ruimte tot het mogelijke minimum teruggebracht was. In de tegenwoordige uitvoering stroomt de vloeistof vanuit de centraal geplaatste toevoer door 8 dunne kanaaltjes naar 8 gaten in de bodem van de reactor. De kleine dwarsdoorsnede van de kanaaltjes houdt de stroming in de meeste gevallen turbulent, waardoor een zo vlak mogelijk snelheidsprofiel verzekerd is.

Na het aanbrengen van de genoemde veranderingen werkte de opstelling bevredigend.

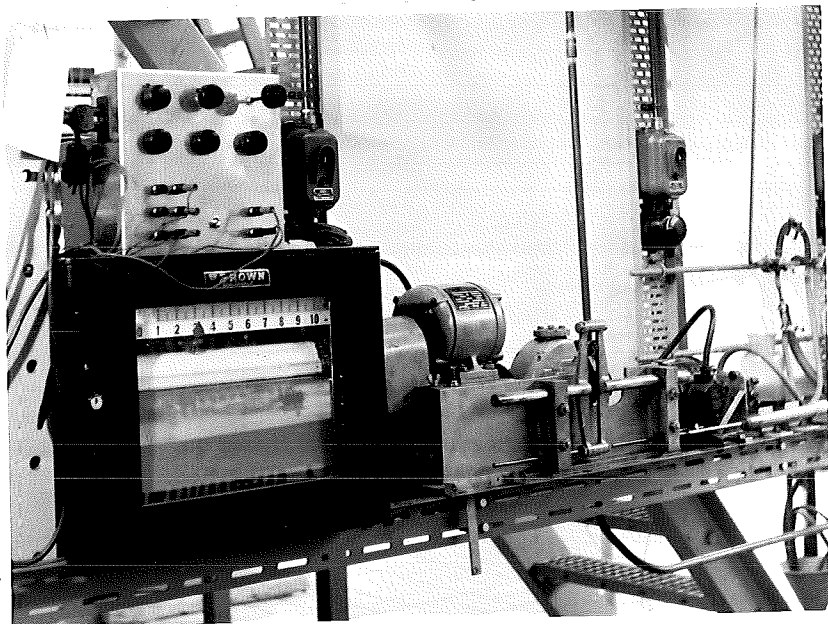
Een olievoorraadfles, een terugloopleiding voor de olie en een vulfles voor de oplossing completeren tenslotte het vloeistofcircuit, dat weergegeven is in fig. 3. De foto's geven een indruk van de constructie van de opstelling en zijn onderdelen.

Overzicht van de opstelling.





De reactor.



Sinusgenerato
plunjer, meet
keling en mil
meter.

Hoofdstuk IV . De metingen.

Aanvankelijk stond als binnencylinder alleen ter beschikking de rotor 1 (\varnothing 59 mm, zie maatschets). In boven- en onderdeksel de reactor waren twee meetcellen aangebracht, waarvan de doortocht werd bewerkstelligd met gummistoppen; het was toen dus nog niet mogelijk de meetlengte te variëren.

Na enkele oriënterende metingen bleek de verblijftijd bij gebruik van rotor 1, wanneer werd vastgehouden aan het door de lineariteit van de concentratiemetingen begrensde volumedebiet 25-50 L/u, zo hoog te zijn, dat slechts door het kiezen van een excessief lange periode (> 290 sec) een goed meetbaar eindsignaal verkregen kon worden. Om in deze moeilijkheid te voorzien, werd toen rotor 2a vervaardigd (\varnothing 75 mm), met aan de einden afgeronde uitsparingen om de meetcellen te bevatten.

Inmiddels was het theoretisch onderzoek evenwel zo ver gevorderd, dat het inzicht was verkregen, dat de oplossing van de differentiaalvergelijking, berekend voor een oneindig lang systeem onder bepaalde omstandigheden ook voor een eindig systeem bruikbaar was, wanneer halverwege dat systeem het uitgaand signaal gemeten. De benaderingsformules voor het eindeffect stonden toen nog niet ter beschikking. Het werd dus gewenst geacht op halve hoogte in de reactor een meetcel te plaatsen. Omdat met de bestaande aanwezige cellen last werd ondervonden van een te weinig starre bevestiging in de gummistoppen, werden alle drie de cellen in plexiglazen buitencylinder gesmolten. De diameter van de cellen moest met het oog op de nauwere spleet, welke met de nieuwe rotor overbleef, teruggebracht worden tot 6,5 mm. Dit gold ook voor beide cellen aan de einden van de cylinder, die, om bij de metingen geen hinder te ondervinden van de daar aanwezige storingen in het stromingsveld, enkele cm van de einden gemonteerd werden. Ze werden daarom niet meer in de uitsparingen in de rotor. Hun afstande tot de middelste cel bedroegen 16,3 cm, de totale meetlengte in de reactor dus 32,6 cm.

Deze opstelling van de meetcellen voldeed goed en werd gebruikt in alle in dit verslag beschreven proefnemingen aangehouden met de volgende veranderingen in de meetlengte en de vloeistofde

de slechts betrekkelijke constantheid van de celconstanten en vloeistofsnelheid.

Omdat geenszins vaststond, dat de te meten verschijnselen kelijk beschreven zouden kunnen worden met een diffusiecoëfficiënt was het noodzakelijk, dat elke stromingstoestand bij een groot aantal waarden van de variabelen v en $\omega\tau$ doorgemeten werd: voorlopig was het karakter van de grafisch uitgezette meetresultaten belangrijker dan de er eventueel uit te berekenen waarde van de parameter N_D .

Besloten werd, in eerste instantie voor drie verschillende toerentallen van de rotor 2a de amplitudeverzwakking en de faseverschuiving te meten, bij twee verschillende vloeistofsnelheden en vijf waarden van $\omega\tau$.

De meetprocedure was de volgende: Tijdens een inlooptijd enkele minuten stelde zich in de reactor bij draaiende rotor de gewenste concentratie in, bepaald door de vloeistofsnelheid en opbrengst van de doseerpomp. Nadat de concentratie blijkens de aanwijzing van de "Brown Electronic" schrijvende millivoltmeter niet meer verliep konden kleine verschillen in de celconstanten aan het licht kwamen bij het overschakelen van de ene cel naar de andere, worden opgevangen door de spanning op de betreffende cel iets te wijzigen. De onderste cel (cel 1) werd daarna ingeschakeld en de sinusgenerator aangezet. Wanneer de gemiddelde concentratie, die na de eerste halve slag van de sinusgenerator een afwijking vertoonde, weer tot zijn beginwaarde was teruggekomen en de pieken van de sinus alle op dezelfde hoogte lagen, werd overgeschakeld op cel 2, vlak nadat de uitslag een maximum of minimum bereikt had. Dit maximum of minimum bereikte cel 2 iets later; het verschil in tijd tussen beide pieken gedeeld door de duur van de periode was een maat voor de faseverschuiving. Evenzo kan de verhouding van de beide amplitudes na afloop van de meting met een meetlat op het registreerpapier gemeten worden. Een voorbeeld van de beide sinusgolven op een stuk van de meetrol is bij dit verslag gevoegd.

Het bepalen van τ geschiedde door met een stophorloge de tijd te meten, die de vloeistofspiegel nodig had om bij de betreffende

formaat als dat van de bijgevoegde grafieken I en II. Op deze wijze was het mogelijk, eenvoudig na te gaan, of het karakter van de gevonden lijn overeenkwam met dat van de berekende. Als dit het geval was, kon uit de grafiek een N_D bepaald worden, waarbij de fase- en amplitude grafiek natuurlijk dezelfde waarden moesten opleveren. Voor waarden van $N_D > 1$ levert de fasegrafiek nauwkeuriger resultaten dan de amplitude grafiek.

Uit de definitie van $N_D (= vL/2D)$ volgt

$$D = vL/2N_D = L^2/2N_D \tau$$

Bij meting van het doorkomend signaal halverwege de reactor moet voor L uiteraard de afstand van 16,3 cm tussen de eerste twee meetcellen genomen worden, omdat de oplossing niet is uitgegerekend voor $\xi = \frac{1}{2}$ maar voor $\xi = 1$.

Van de aldus verkregen uitkomst voor D mag, gezien de relatief hoge tangentieele snelheden van de vloeistof, verwacht worden dat hij onafhankelijk is van v . We moeten dus bovendien dezelfde waarde van D vinden, wanneer we de metingen met een andere vloeistofsnelheid herhalen.

De eerste metingen, bij drie verschillende toerentallen van de rotor en twee vloeistofsnelheden werden samengevat in de zes series III, IV, V, VI, VII en VIII, elk van vijf of zes waarden voor $\omega\tau$. Alle van deze series belangrijke getalwaarden zijn te vinden in het bijgevoegde tabellarische overzicht van de meetresultaten. Per serie zijn hierin vermeld het nummer van de rotor verwijzend naar de maatschets, het aantal toeren per minuut van de rotor n , de verblijftijd en de meetlengte L . Per meting werden de kolommen achtereenvolgens: het nummer van de meting, overeenstemmend met dat op de meetrol, de periode T in sec, het product $\omega\tau$, de amplitudeverzwakking α en het faseverschil ψ . Bij de metingen over de gehele lengte van de reactor, waarbij met het eindeffect rekening moest worden gehouden, is voor de laatste beide grootheden resp. α' en ψ' geschreven. Onder iedere serie staat het met behulp van de grafieken bepaalde diffusiecoëfficiënt D .

een uitzondering gemaakt worden voor serie III, waarbij we in merking mogen nemen, dat dit de eerste serie was.

Ook de gemeten fasegrafieken leveren overeenkomstige gedachten op als de berekende, maar dit mag minder verbazing verwekken omdat de vorm van deze krommen minder karakteristiek is dan die van de amplitudegrafiek.

De conclusie werd dan ook voorlopig getrokken, dat de meningen over de verschijnselen, die zich in de reactor afspelen, inderdaad met behulp van de diffusiecoëfficiënt beschreven kunnen worden. Over het algemeen was de overeenkomst tussen de uit de beide grafieken bepaalde waarden van N_D goed; voor waarden van N_D groter dan 1 is de fasegrafiek vooral bij grote waarden van N_D zoveel nauwkeuriger dan die van de amplitude, dat tegenspraak ook niet te verwachten was. Ook voor waarden van N_D kleiner dan 1, waarbij beide lijnen een bijna even nauwkeurig uitsluitsel over het diffusiegetal geven, werden geen significante afwijkingen gevonden. Tenslotte waren ook de bij verschillende vloeistofsnelheden en gelijk toerental uit de N_D 's bepaalde diffusiecoëfficiënten of dezelfde, of hun verschil was kleiner dan de nauwkeurigheid, waarmee de waarde van de parameter N_D geschat kon worden. In het laatste geval werd voor de uiteindelijke waarde van D een gemiddelde genomen.

Het verband tussen toerental en diffusiecoëfficiënt, dat gevonden was werd hierna met nog een drietal punten aangevuld. Omdat het bestaansrecht van het getal N_D niet meer betwist werd was het hiervoor niet nodig, nog zoveel meetpunten per kromme nemen; er werd volstaan met drie waarden van $\omega\tau$. Wel werd nog vastgehouden aan het meten bij twee verschillende vloeistofsnelheden.

De series IX, X, XI, XII, XIII en XIV leverden zo weer drie diffusiecoëfficiënten op; samen met de reeds gevonden waarden zijn deze in een kromme van D als functie van n uitgezet in grafiek VIII. Om het verband tussen de diffusiecoëfficiënt en de oorzaak van de diffusie wat duidelijker tot uiting te laten komen werd in grafiek VIII de verhouding van D tot het product van de omtreksnelheid van de rotor en de spleetbreedte $D/wR_1(R_u - R_i)$ uitgezet tegen het toerental. Dit geval als $Re = wR_1(R_u - R_i)/\nu$ gedefinieerde turbulentiege

De benaderingsformules voor het eindeffect waren inmiddels klaar gekomen en een aantal metingen moest worden gedaan om ze te controleren. Het effect van de "reflectie" op de faseverschuiving is slechts gering: het bedraagt maximaal 13 graden. Wanneer we meten bij een grote waarde van $w\tau/N_D$ wordt α' echter tweemaal groot als α bij dezelfde meetlengte; dit moest in ieder geval aantoonbaar zijn.

Om een grote waarde van $w\tau/N_D$ te krijgen, werd een lage vloeistofsnelheid gekozen, waardoor de verblijftijd groot werd. $N_D = vL/2D$ relatief klein. Om voor een grote D zorg te dragen werd de rotor aangedreven met het maximale toerental van 735 t/min. De Moeilijkheid van de meting was gelegen in het probleem, dat de buis heersende diffusiecoëfficiënt vlak voorbij de aan het gemonteerde meetcel zo snel mogelijk tot een verwaarloosbaar kleine waarde te laten dalen. Bij de gebruikte cilinder 2a was dit zeker niet het geval; de invloed van de uitsparing in de kop van de cilinder op het stromingspatroon was niet te overzien. In de door afvoerleidingen in het bovendeksel van de reactor kon, gezien de lage vloeistofsnelheid, op laminaire stroming worden gerekend, maar de er aan inherente niet-diffuse spreiding in de verblijftijd vlak van het bovendeksel was dus als "reflectiescherm" al bijzonde ongeschikt; bovendien was de afstand tussen de vlak onder de door uitsparing in de rotor gemonteerde meetcel en het bovendeksel groot. Toch werd op het gebruik van rotor 2a prijs gesteld, omdat de diffusiecoëfficiënt ervan bekend was, zodat deze kon worden vergeleken met die, welke eventueel uit de te verrichten metingen zou voortvloeien.

De oplossing werd tenslotte hierin gezocht, dat de gehele kop van de rotor boven de meetcel voorzien werd van een dikke laag boetseerwas, die werd afgedraaid tot tussen de rotor en de buiten cilinder een spleet van nog ongeveer 2,5 mm over bleef. Gehoopt werd, dat in de nauwe spleet een relatief kleine D en mede door de ter plaatse hoge vloeistofsnelheid een hoge waarde van N_D zou ontstaan.

Zowel de meetlengte als de verblijftijd waren van deze serie tweemaal zo groot als die van de overeenkomstige serie III ($n = 1$). Als de formules juist waren, moesten ze ook voor de serie III

de met de benaderingsformules berekende grafieken voor $N_D = 1$ zomogen worden verwacht. De gedachte drong zich op, dat de diffusie in de overgebleven spleet van 2,5 mm nog te veel invloed uitoe dus dat het diffusiegetal voor de spleet nog niet groot genoeg. Om dit getal zoveel mogelijk op te voeren, werd de spleet tot kleinst mogelijke breedte van 0,75 mm teruggebracht, waarna de meting herhaald werd als serie XV'.

Het resultaat van de herhaalde meting was verrassend: zowel de amplitude- als de fasegrafiek geven een haast volledige dekking met de lijnen, berekend voor $N_D = 1$. De kleine, zich voerende afwijkingen van de vloeiende lijn zijn onregelmatig, en kunnen zonder voorbehoud ten laste van de te verwachten toevalmeetfouten geboekt worden.

Hoewel dit resultaat verheugend is, is het aantal bepalingen van α' en ψ' nog te klein om al te kunnen zeggen, dat volledige overeenstemming van het gemeten met het berekende eindeffect onder alle omstandigheden gewaarborgd is. Het zou hiervoor wel gewensd zijn, dat ook nog een aantal metingen werd verricht bij wat lagere waarden van wL/N_D , dus wanneer de invloed van de reflectie op de fase wat minder uitgesproken is. De nogal nauwkeurige overeenkomst van de gedane metingen en de berekening doet echter de hoop leven, dat ook verdere proefnemingen in deze richting positief resultaat opleveren.

Tenslotte werd ook van de oorspronkelijk aanwezige, dunne rotor 1 het verband tussen toerental en diffusiecoëfficiënt bepaald. Om geen onnodig risico te nemen werd hiervoor weer gebruik gemaakt van de beter beproefde meetmethode halverwege de cylinder; dit is bovendien het voordeel, dat ^{de} bij het gebruik van de rotor relatief lange verblijftijd gehalveerd werd. Gezien de eerder bereikte resultaten werd het niet meer nodig geoordeeld te meten bij twee verschillende vloeistofsnelheden; om de invloed van toevallige meetfouten enigszins te ontgaan, werd vastgehouden aan een minimum van drie meetpunten voor fase en amplitude per serie. Evenals bij de andere rotor werd gemeten bij zes verschillende toerentalen.

Het resultaat is te zien in de series XVI, XVII, XVIII, XIX, XX, XXI. In de grafieken VII en VIII zijn de voor D gevonden waarden op dezelfde wijze uitgezet als voor de andere rotor. In tegenstelling tot

de horizontale as snijdt bij het kritische toerental voor het vormen van de toruswervels; de laminaire Couetttestroming veroorzaakt geen of zeer weinig diffusie.

Blijkens de voor dit toerental geldende formule uit hoofdstuk I

$$n_c = 278 \frac{J}{R_u(R_u - R_i)} \sqrt{\frac{R_u + R_i}{R_u - R_i}} \quad \text{bedraagt } n_c \text{ voor}$$

rotor 1 $n_c = 1,3 \quad \text{t/m}$ en voor
rotor 2 $n_c = 3,0 \quad \text{t/m}$.

Het was met de gebruikte variator ($n_{\min} = 135 \text{ t/m}$) dus bij lange na niet mogelijk dit toerental te bereiken. Bovendien zou reeds ver boven de genoemde toerentalen de invloed van de vloeistofsnelheid niet verwaarloosbaar meer zijn.

Het beeld van de grafieken VII en VIII laat zien, dat de invloed van de grotere spleetbreedte bij rotor 1 steeds minder wordt naar mate het toerental toeneemt. De vraag werpt zich op, of boven een bepaald toerental de diffusie tengevolge van de werveling onafhankelijk wordt van de spleetbreedte. Om een antwoord op deze vraag te krijgen langs experimentele weg zal echter nog een groot aantal metingen bij hoge toerentalen en verschillende spleetbreedtes verricht moeten worden.

Tebellarisch overzicht van de meetresultaten.

	No	T(sec)	$\omega \tau$	α	γ	N_D	$D \cdot 10^4 (\text{m}^2/\text{sec})$
Serie III	16	290	0,52	0,90	36		
Rotor 2a	17	160	0,95	0,75	43		
$n=735 \text{ t/m}$	18	90	1,68	0,58	56		
$z = 24 \text{ sec}$	19	51	2,98	0,42	92		
$L=16,3 \text{ cm}$	20	29	5,2	0,29	109	1,0	5,5
Serie IV	21	29	8,5	0,18	126		
Rotor 2a	22	51	4,8	0,31	90		
$n=735 \text{ t/m}$	23	90	2,73	0,31	59		
$z = 39 \text{ sec}$	24	160	1,54	0,61	51		
$L=16,3 \text{ cm}$	25	290	0,85	0,77	32	0,6	5,4

	No	T(sec)	ωL	α	γ	N_D	$D \cdot 10^4 (m^2)$
Serie V	27	290	0,52	0,90	30		
Rotor 2a	28	160	0,95	0,80	38		
n=520 t/m	29	90	1,68	0,61	71		
$\tau = 24$ sec	30	51	2,98	0,35	99		
L=16,3 cm	31	29	5,2	0,22	140		
	32	16	9,5	0,11	200	1,5	3,7
Serie VI	33	290	1,05	0,68	48		
Rotor 2a	34	160	1,91	0,55	64		
n=520 t/m	35	90	3,39	0,37	82		
$\tau = 48$ sec	36	51	6,0	0,23	123		
L=16,3 cm	37	26	10,5	0,12	151	0,75	3,7
Serie VII	39	16	9,5	0,08	266		
Rotor 2a	40	29	5,2	0,22	187		
n=250 t/m	41	51	2,98	0,46	125		
$\tau = 24$ sec	42	90	1,68	0,70	85		
L= 16,3 cm	43	160	0,95	0,87	47		
	44	290	0,52	0,97	27	3,0	1,8
Serie VIII	45	290	1,5	0,73	48		
Rotor 2a	46	160	1,91	55	74		
n=250 t/m	47	90	3,39	36	114		
$\tau = 48$ sec	48	51	6,0	18	167		
L=16,3 cm	49	29	10,5	07	187	1,5	1,8
Serie IX	51	51	2,98	39	96		
Rotor 2a	54	29	5,2	22	154		
n=640 t/m	57	16	9,5	09	200	1,2	4,6
$\tau = 24$ sec							
L= 16,3 cm							
Serie X	52	51	2,98	39	113		
Rotor 2a	55	29	5,2	21	169		
n=390 t/m	58	16	9,5	08	254	1,8	3,1
$\tau = 24$ sec							
L= 16,3 cm							

	No	T(sec)	$\omega\tau$	$\alpha \cdot \omega^2$	φ	N_D	$D \cdot 10^4 (m^2)$
Serie XI	53	51	2,98	56	147		
Rotor 2a	56	29	5,2	24	234		
n=135 t/m	59	16	9,5	07	346	5,5	1,0
$\tau = 24 \text{ sec}$							
L=16,3 cm							
Serie XII	60	90	3,4	38	85		
Rotor 2a	63	51	6,0	25	113		
n=640	66	29	10,5	12	151	0,6	4,6
$\tau = 48 \text{ sec}$							
L=16,3 cm							
Serie XIII	61	90	3,4	0,37	97		
Rotor 2a	64	51	6,0	22	126		
n=390 t/m	67	29	10,5	11	180	0,9	3,1
$\tau = 48 \text{ sec}$							
L=16,3 cm							
Serie XIV	62	90	3,4	35	135		
Rotor 2a	65	51	6,0	17	201		
n=135 t/m	68	29	10,5	06	273	2,8	1,0
$\tau = 48 \text{ sec}$							
L=16,3 cm							
Serie XV	69	51	11,9	10	224		
Rotor 2b	70	90	6,7	24	156		
n=735 t/m	71	160	3,8	45	106		
$\tau = 96 \text{ sec}$	72	290	2,08	66	64	-	-
L=32,6 cm							
Serie XV'	69'	51	11,9	13	182		
Rotor 2c	70'	90	6,7	29	142		
n=735 t/m	71'	160	3,8	50	99		
$\tau = 96 \text{ sec}$	72'	290	2,08	73	64	1,0	5,5
L=32,6 cm							
Serie XVI	73	90	6,5	37	66		

	No	T(sec)	$\omega\tau$	α	γ	N_D	$D \cdot 10^4 (m^2)$
Serie XVII	74	90	6,5	0,31	85		
Rotor 1	77	51	11,5	19	108		
n=450 t/m	80'	160	3,7	44	66	0,4	3,6
$\tau = 93$ sec							
L=16,3 cm							
Serie XVIII	75	90	6,5	25	118		
Rotor 1	78	51	11,5	13	153		
n=200 t/m	81'	160	3,7	39	81	0,6	2,4
$\tau = 93$ sec							
L=16,3 cm							
Serie XIX	82'	160	3,7	47	56		
Rotor 1	85	51	11,5	23	95		
n=600 t/m	88	90	6,5	34	80	0,3	4,8
$\tau = 93$ sec							
L=16,3 sec							
Serie XX	83'	160	3,7	41	72		
n=300 t/m	86	51	11,5	16	132		
$\tau = 93$ sec	89	90	6,5	28	96	0,5	2,8
L= 16,3 cm							
Rotor 1							
Serie XXI	84'	160	3,7	38	93		
Rotor 1	87	51	1,5	10	170		
n=135 t/m	90	90	6,5	21	123	0,7	2,0
$\tau = 93$ sec							
L= 16,3 cm							

Hoofdstuk V. Foutenschattting.

Een foutberekening in de gewone zin van het woord laat zich voor deze metingen moeilijk geven tengevolge van de grafische bepaling van de parameter N_D . Een schatting, waarbij we niet op aan de veilige kant blijven, laat zich natuurlijk maken.

De geleidbaarheidsmeting zelf laat zich gemakkelijk met een nauwkeurigheid van ongeveer 1% uitvoeren. Bij de gevolgde methode sluipen er evenwel toevallige fouten in ten gevolge van:

- a) verloop van de vloeistofsnelheid en
- b) verloop van de celconstanten door aantasting van de meetcellen.

Beide waren op de meetrol soms zichtbaar als een verloop van de nullijn van de sinusgolf. Door de metingen zo snel mogelijk te voeren, dus de periode niet onnodig lang te nemen, het resultaat op de meetrol op verstandige wijze op te meten en na afloop van de meting te controleren of de beide celconstanten nog ongeveer gelijk waren, kon de invloed van deze foutenbronnen zoveel mogelijk worden ontgaan. Hij was ten opzichte van de invloed van andere fouten groot.

Toevallige fouten werden ook veroorzaakt door de lengte van de metingen op de meetrol; ze waren van de orde van 1mm. Dit beïnvloedt voor de amplitudemeting een tot 10% oplopende fout bij dalen van het eindsignaal, dus stijgende $\omega\tau$. Ook de fout in de bepaling van de faseverschuiving is bij grote waarde van $\omega\tau$ het grootst, omdat hierbij de doorschuifsnijl van de meetrol eigenlijk te klein was. De fout, hierin in het ongunstigste geval gemaakt, kan tot 15% geschat worden. De afwijkingen van de vloeiende lijn, die bij de grafisch uitgezette meetresultaten gevonden werden, wijzen op toevallige fouten van maximaal deze grootteorde.

Hoewel enerzijds de fout in de bepaling van N_D door het verloop bij verschillende waarde van $\omega\tau$ en v geringer zal zijn, wordt anderzijds bij de geschatte interpolatie van de parameter N_D een toevallige fout geïntroduceerd, die in tegenstelling tot de meetfouten in amplitude en fase, afneemt bij toenemende $\omega\tau$.

van 15% voor N_D en D een grootteorde wordt aangegeven, die vermoedelijk iets aan de veilige kant ligt en zeker lager gesteld kan worden, wanneer de daartoe nodige voorzorgen genomen worden.

Hoofdstuk VI. Conclusies.

Resumerend kan gezegd worden, dat de metingen de berekeningen voor de faseverschuiving en de amplitudeverzwakking in een oneindig lang systeem volledig bevestigd hebben. De resultaten van de metingen ten aanzien van een systeem met niet verwaarloosbaar eindeffect zijn bemoedigend; om van een volledig succes te kunnen spreken zal hun aantal nog wat moeten worden uitgebreid.

Voor een eventuele voortzetting van dit onderzoek komen in de eerste plaats de laatstgenoemde metingen in aanmerking.

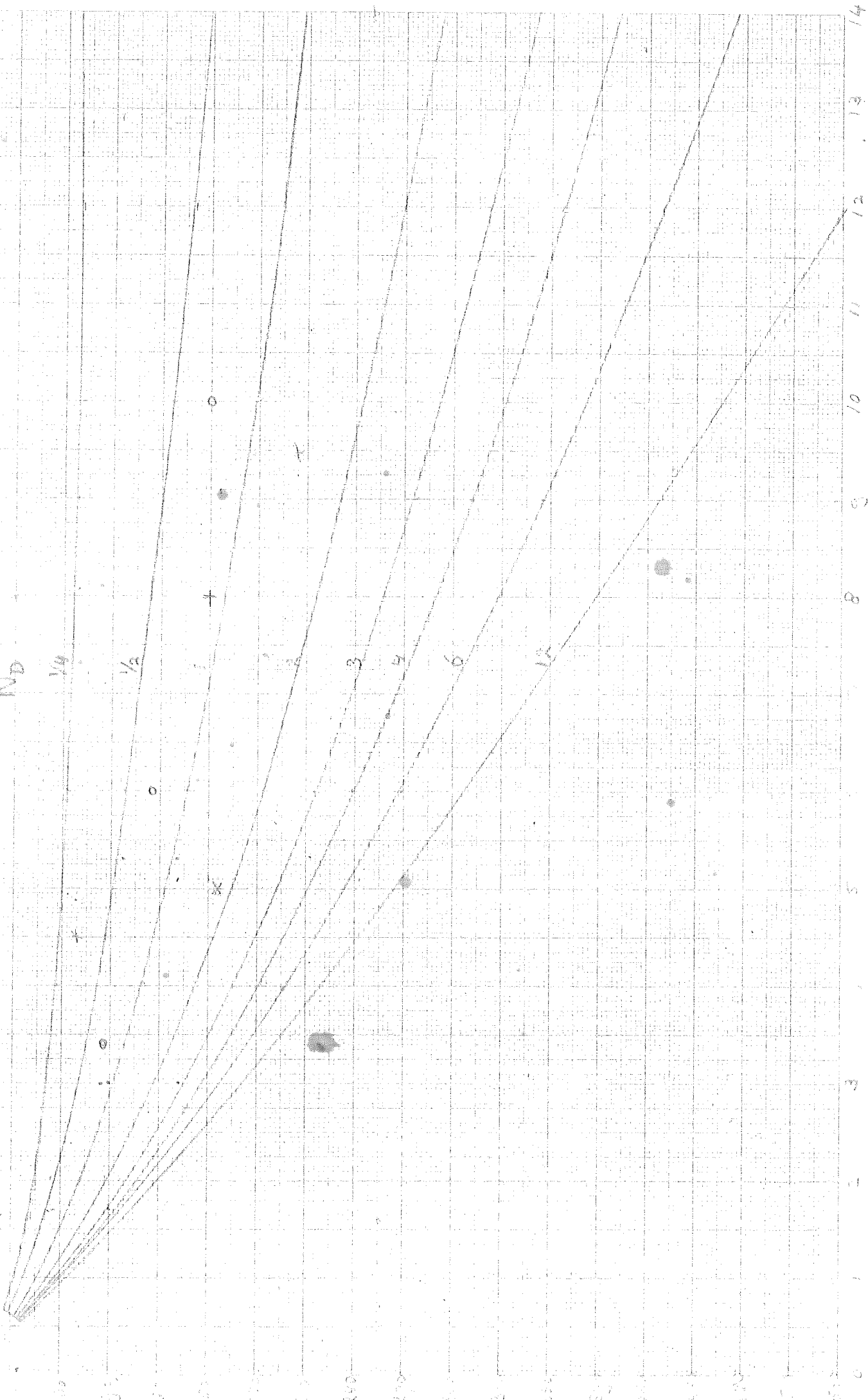
Daarnaast kan, zoals werd gezegd, een poging gedaan worden de aard van het verband tussen diffusiecoëfficiënt, toerental en spleetbreedte wat nader te onthullen.

De meetmethode in zijn huidige vorm blijkt geschikt om van een willekeurig doorstroomd systeem na te gaan, of de spreiding in de verblijftijd beschreven kan worden met een diffusiecoëfficiënt terwyl, zo dat het geval is, deze tamelijk eenvoudig bepaald kan worden, zij het met een matige nauwkeurigheid, die echter nog voor verhoging vatbaar is.

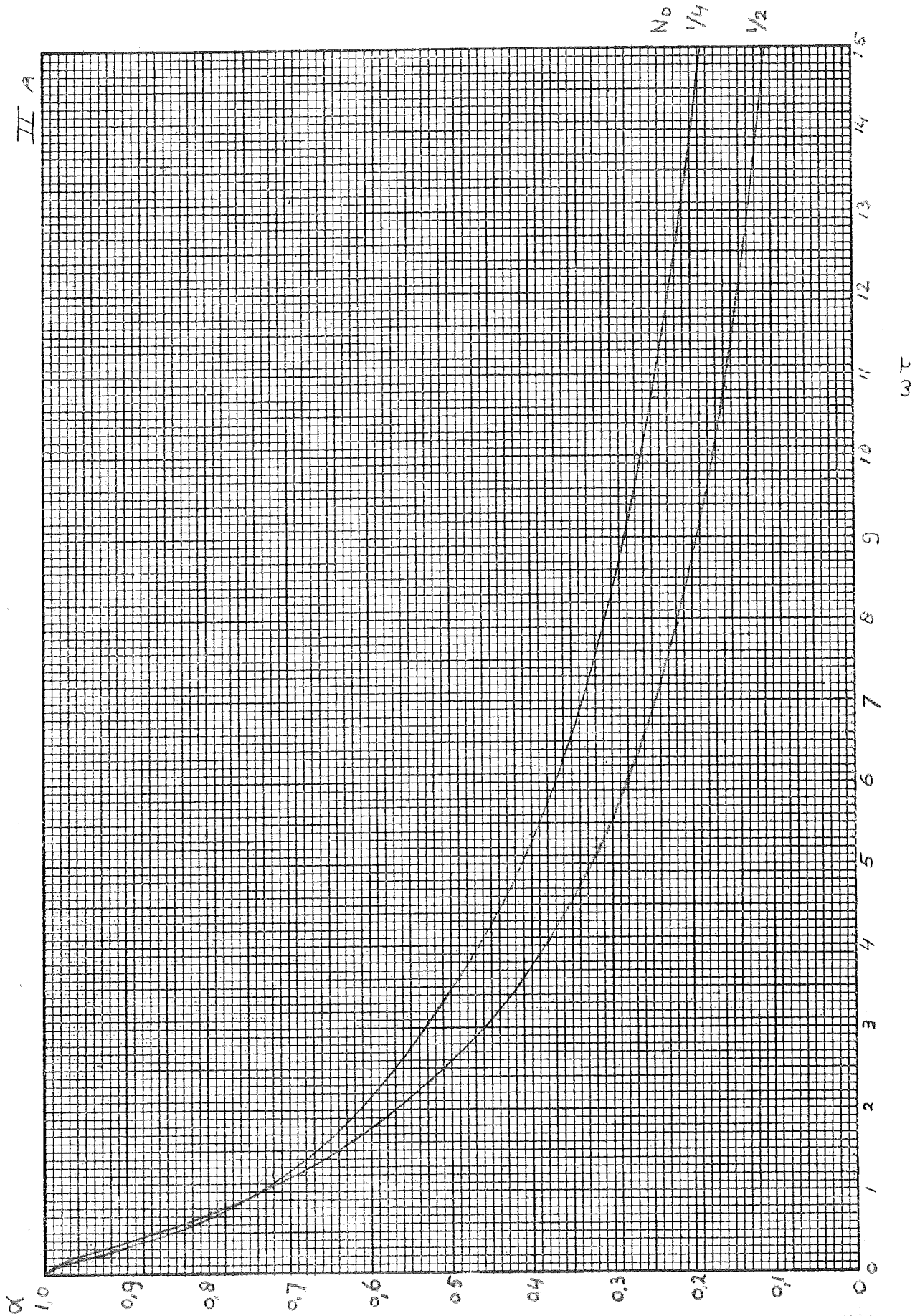
ND

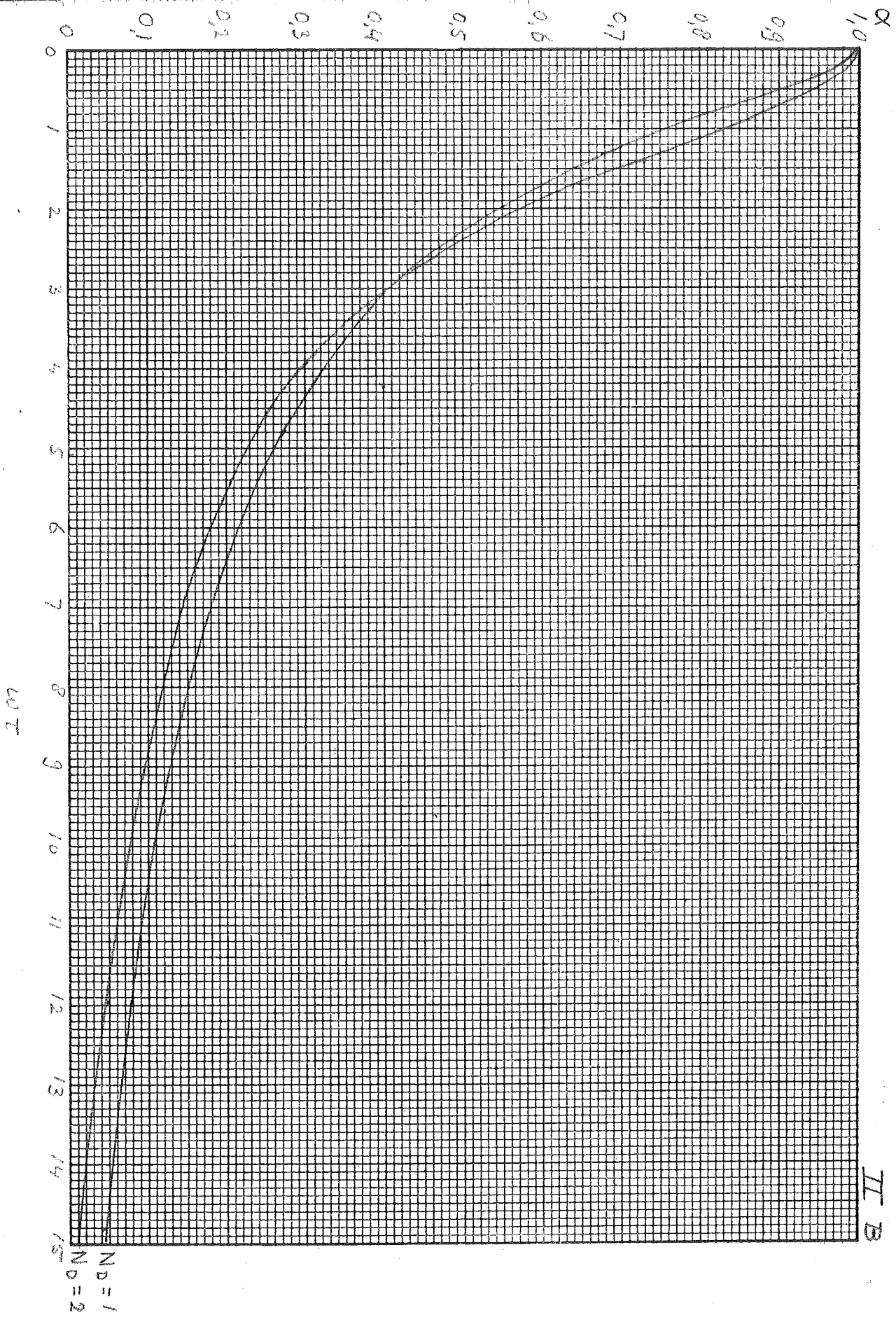
1/4

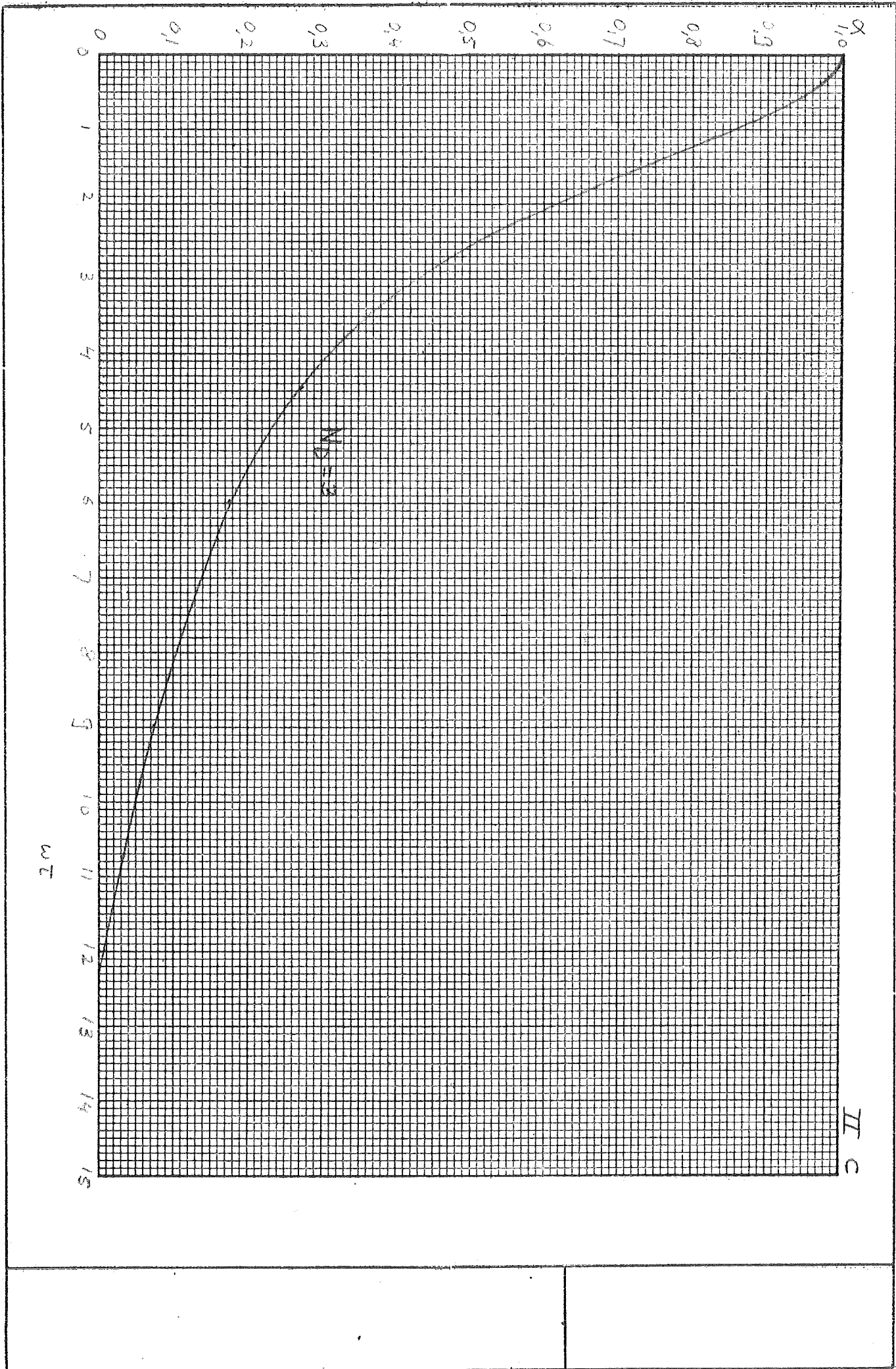
1/2

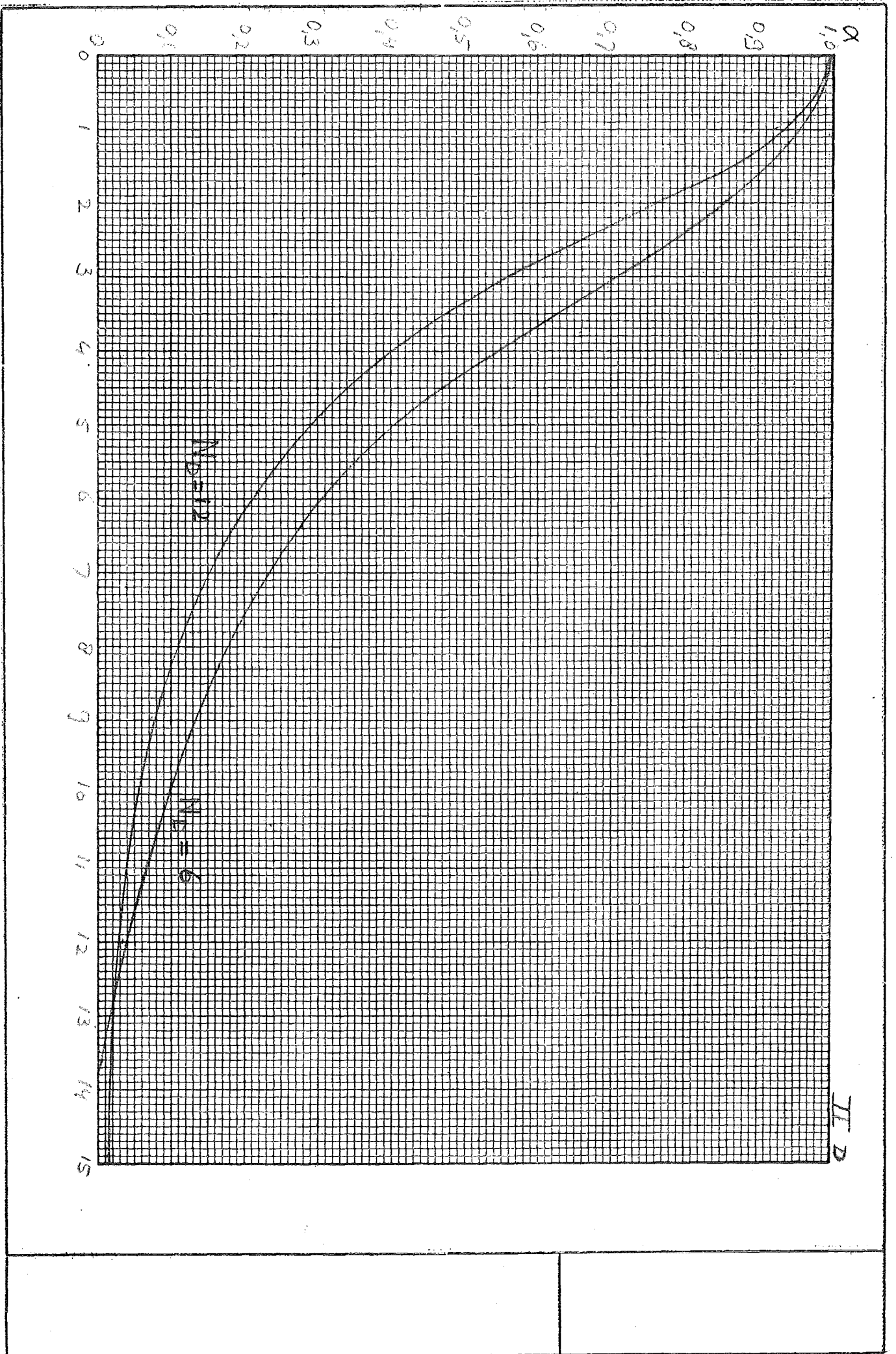


II A

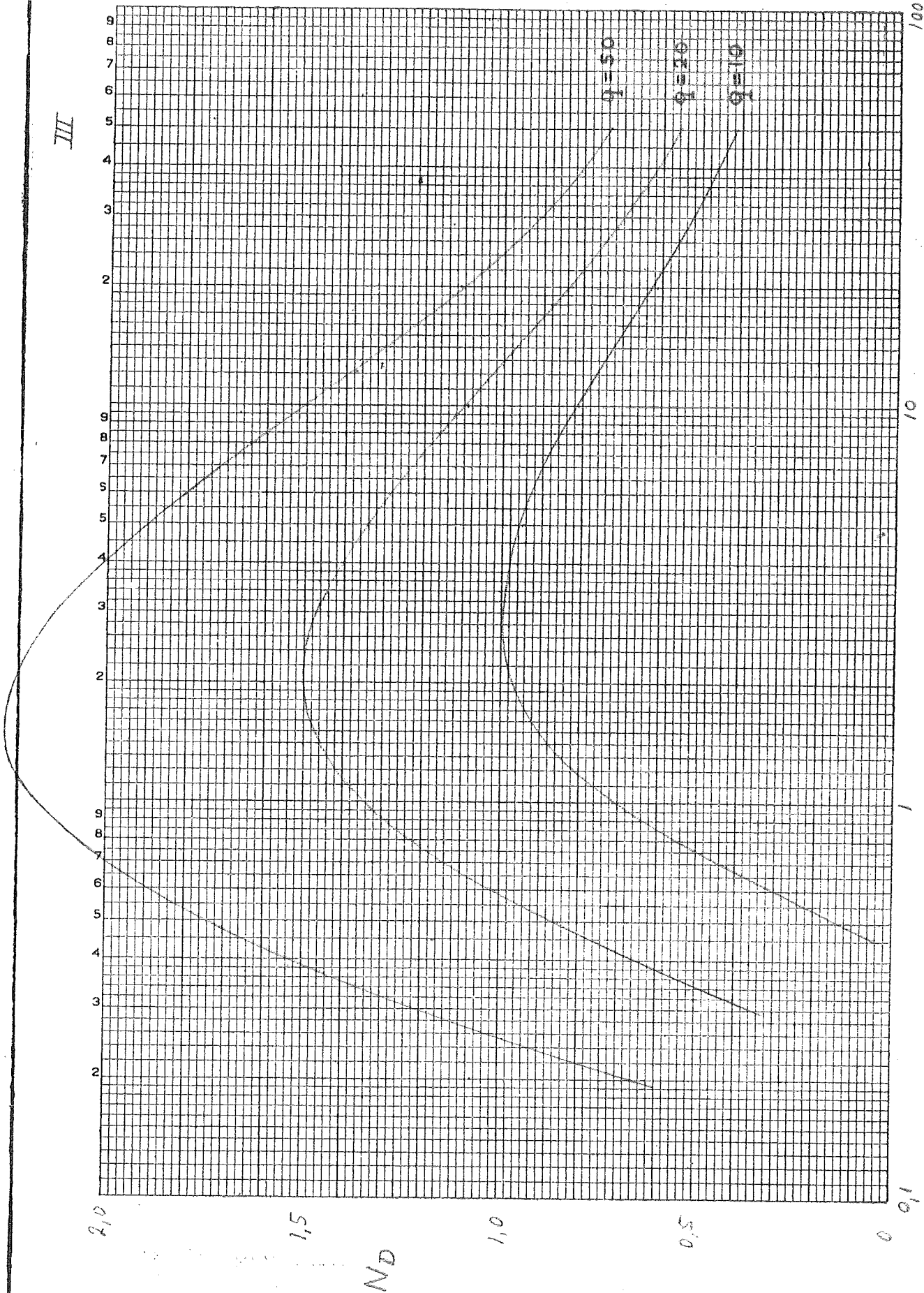




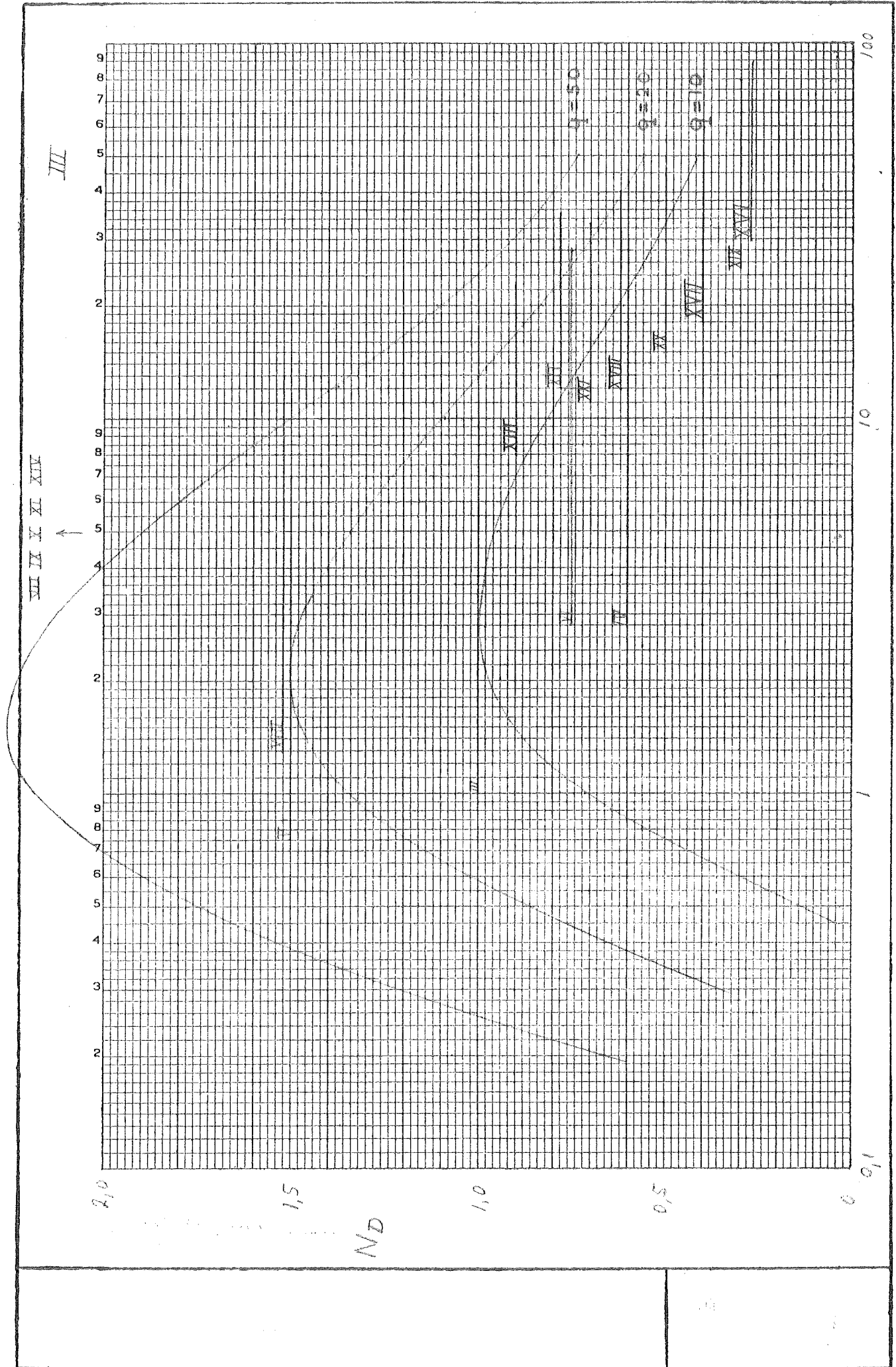




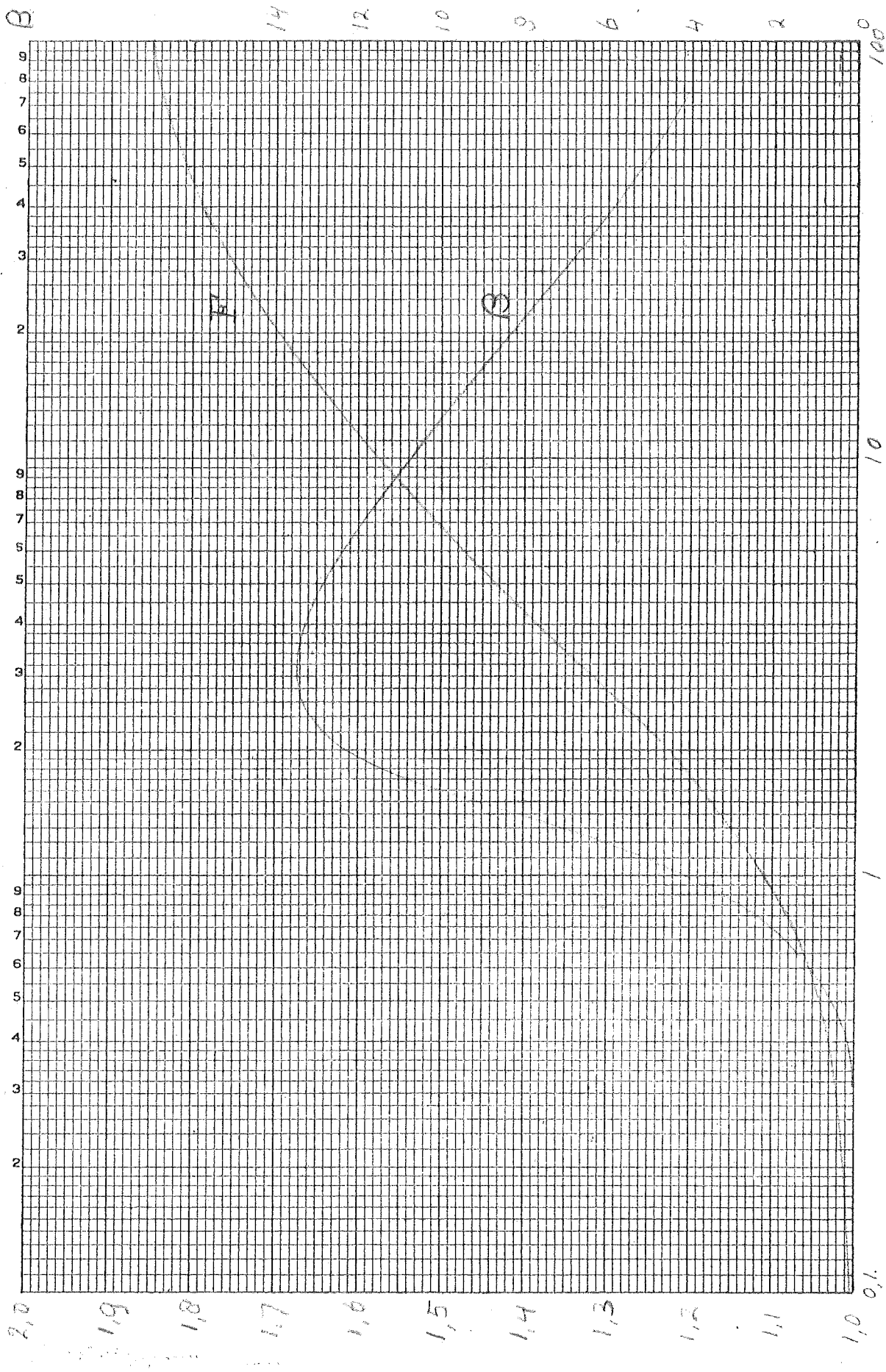
III



$$\frac{4D\omega}{V^2} = \frac{2\omega\tau}{Nd}$$

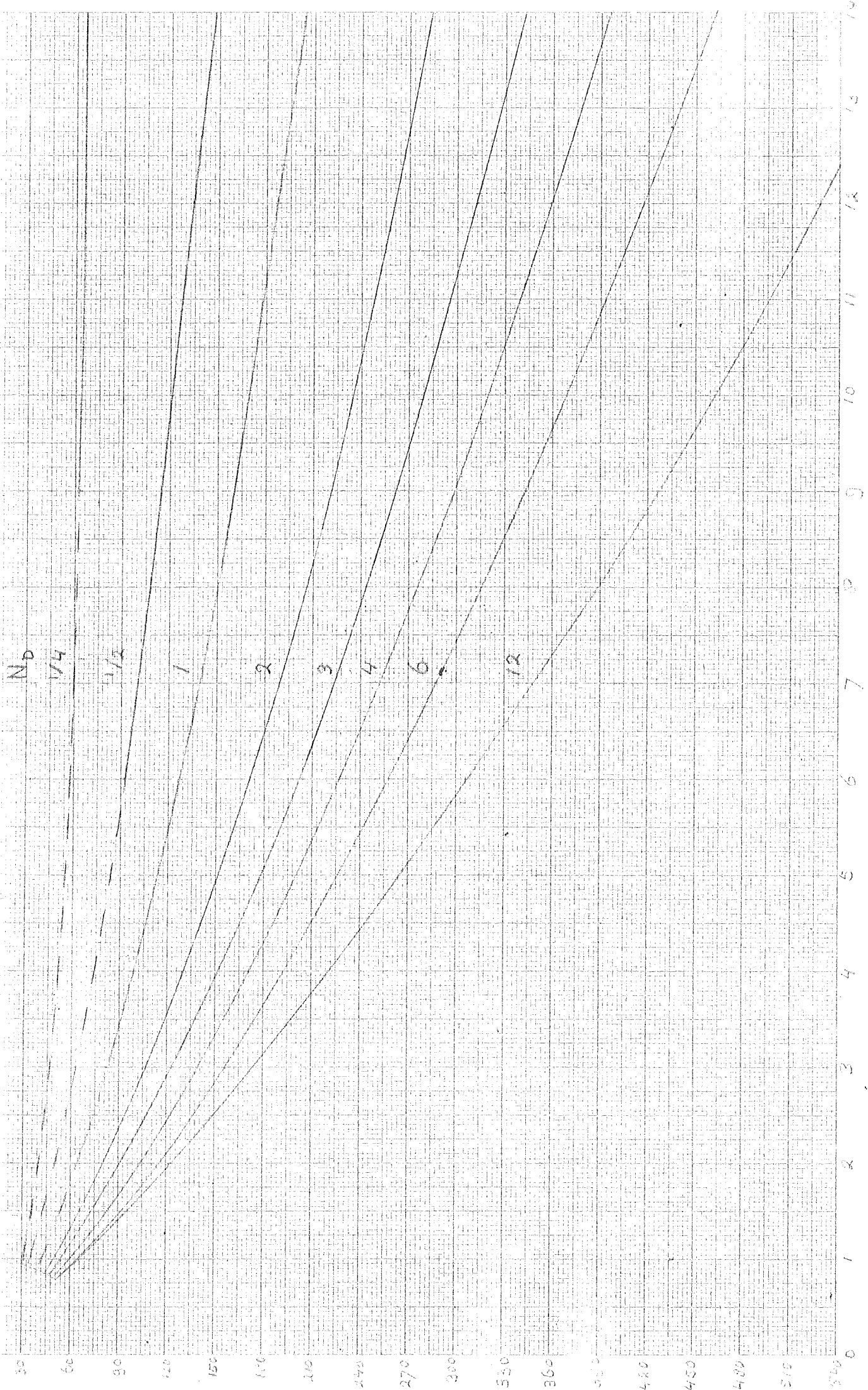


IV



$\frac{2wt}{No}$

2,0
1,9
1,8
1,7
1,6
1,5
1,4
1,3
1,2
1,1
1,0



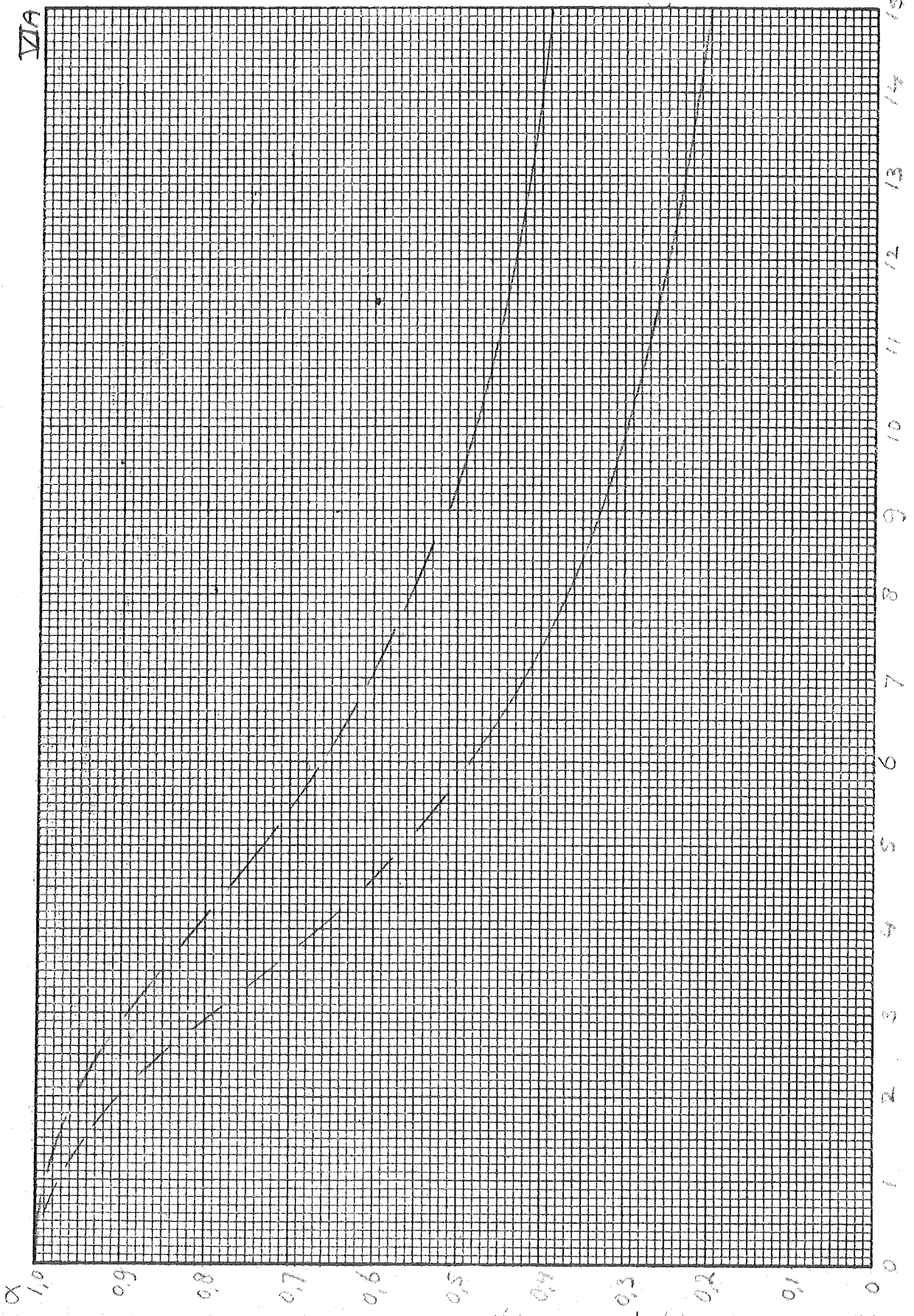
207

VIA

$\xi = 1$

$N_D = \frac{1}{4}$

$N_D = \frac{1}{2}$



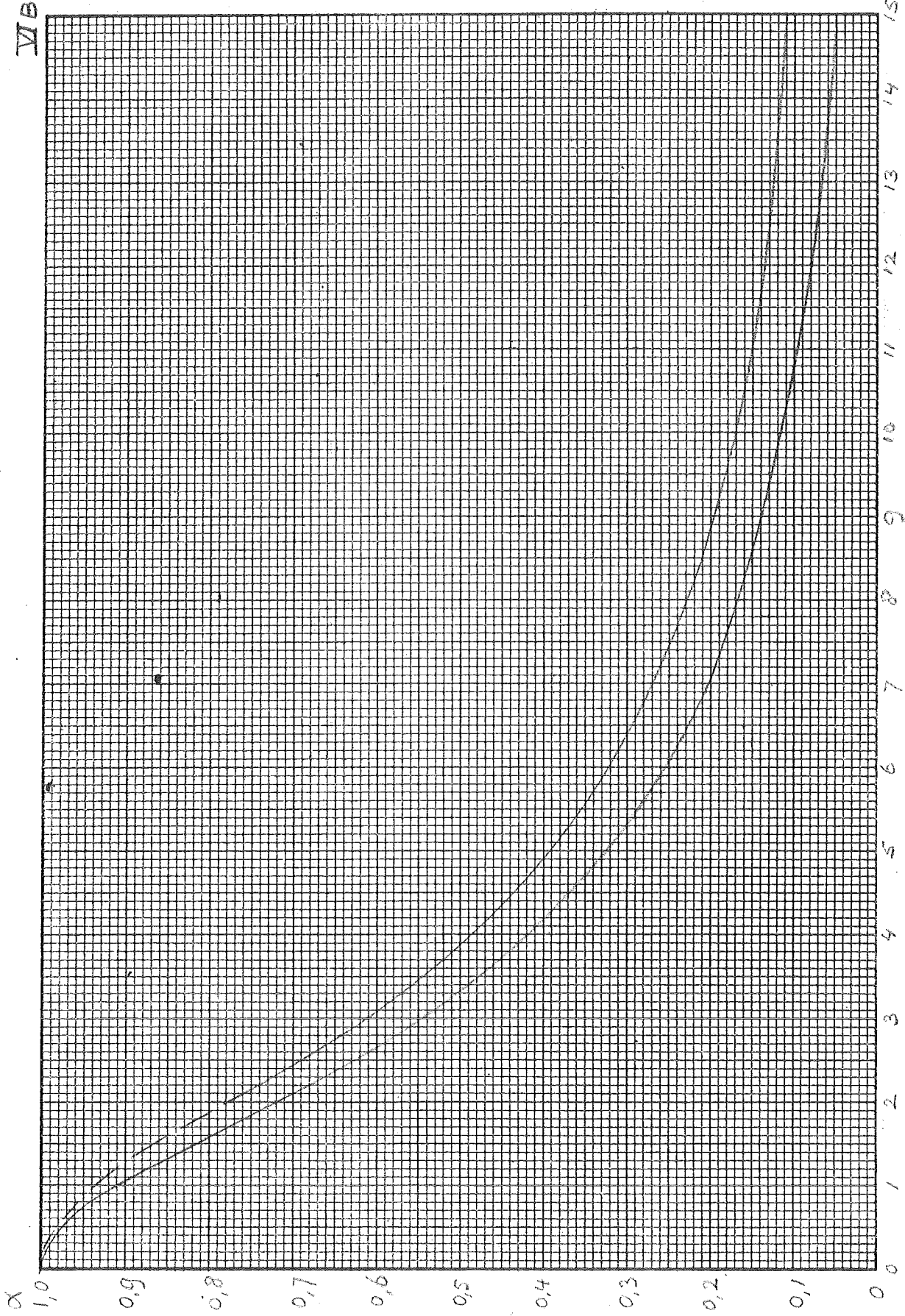
α

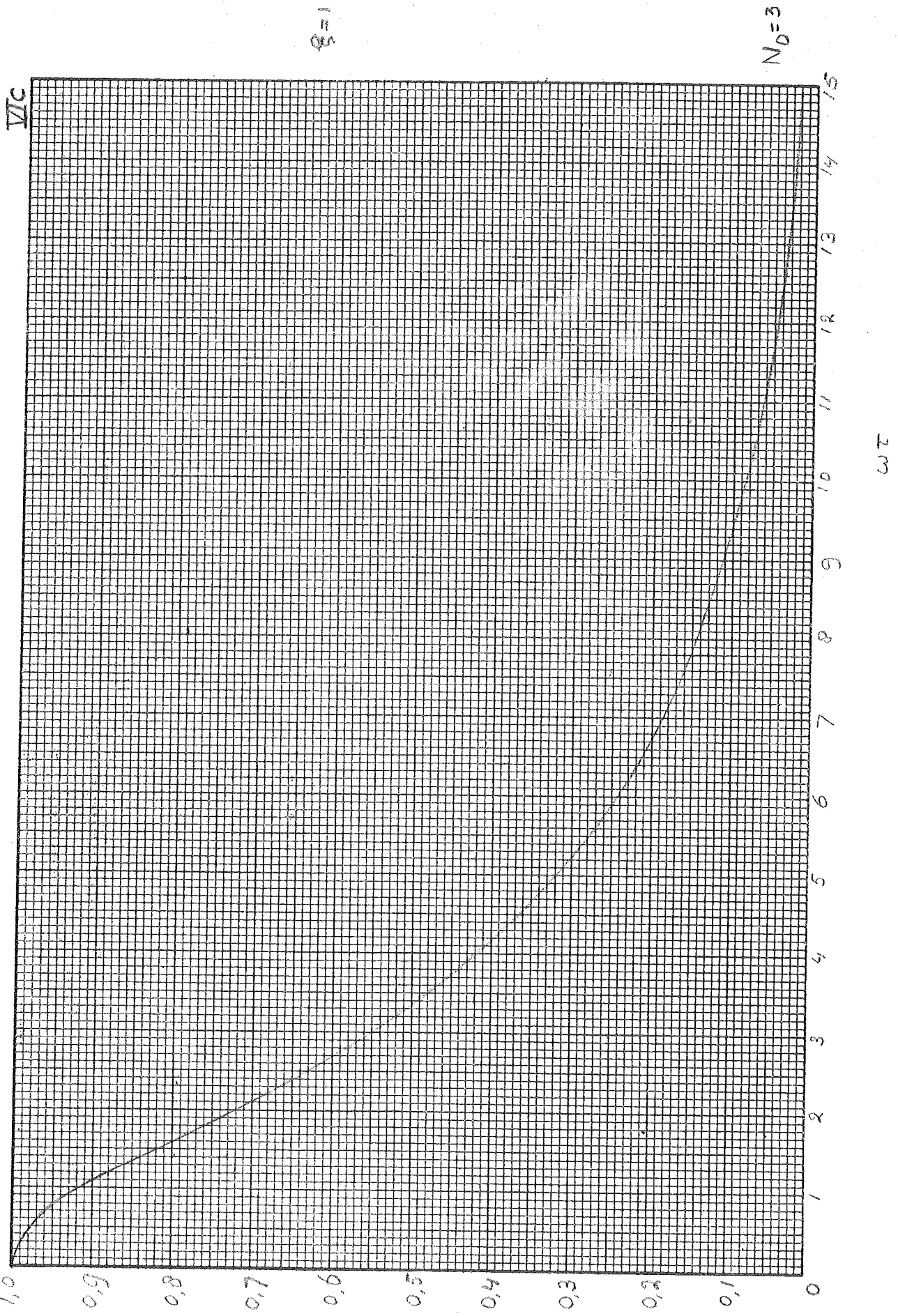
$\xi = 1$

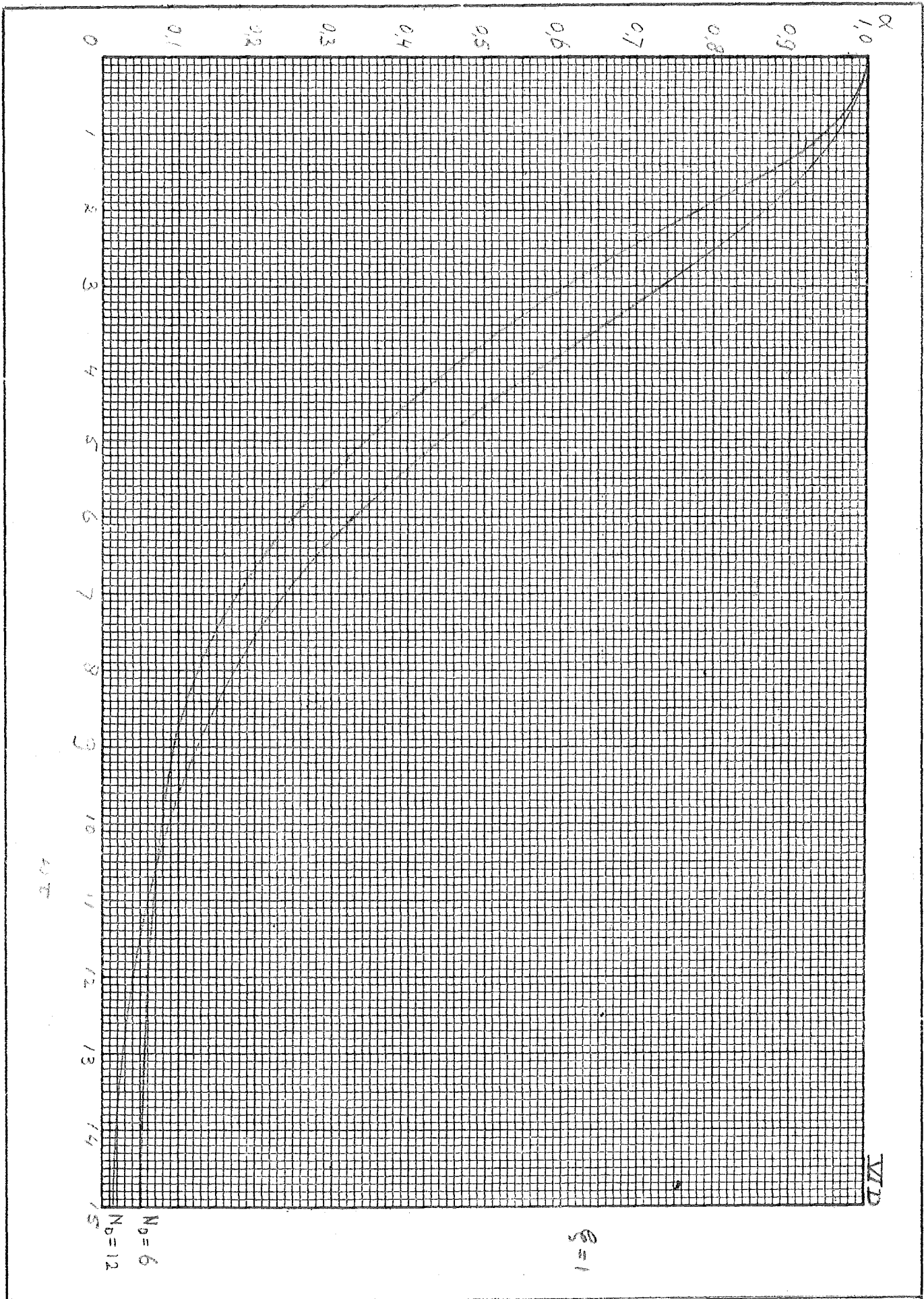
$N_0 = 1$

$N_0 = 2$

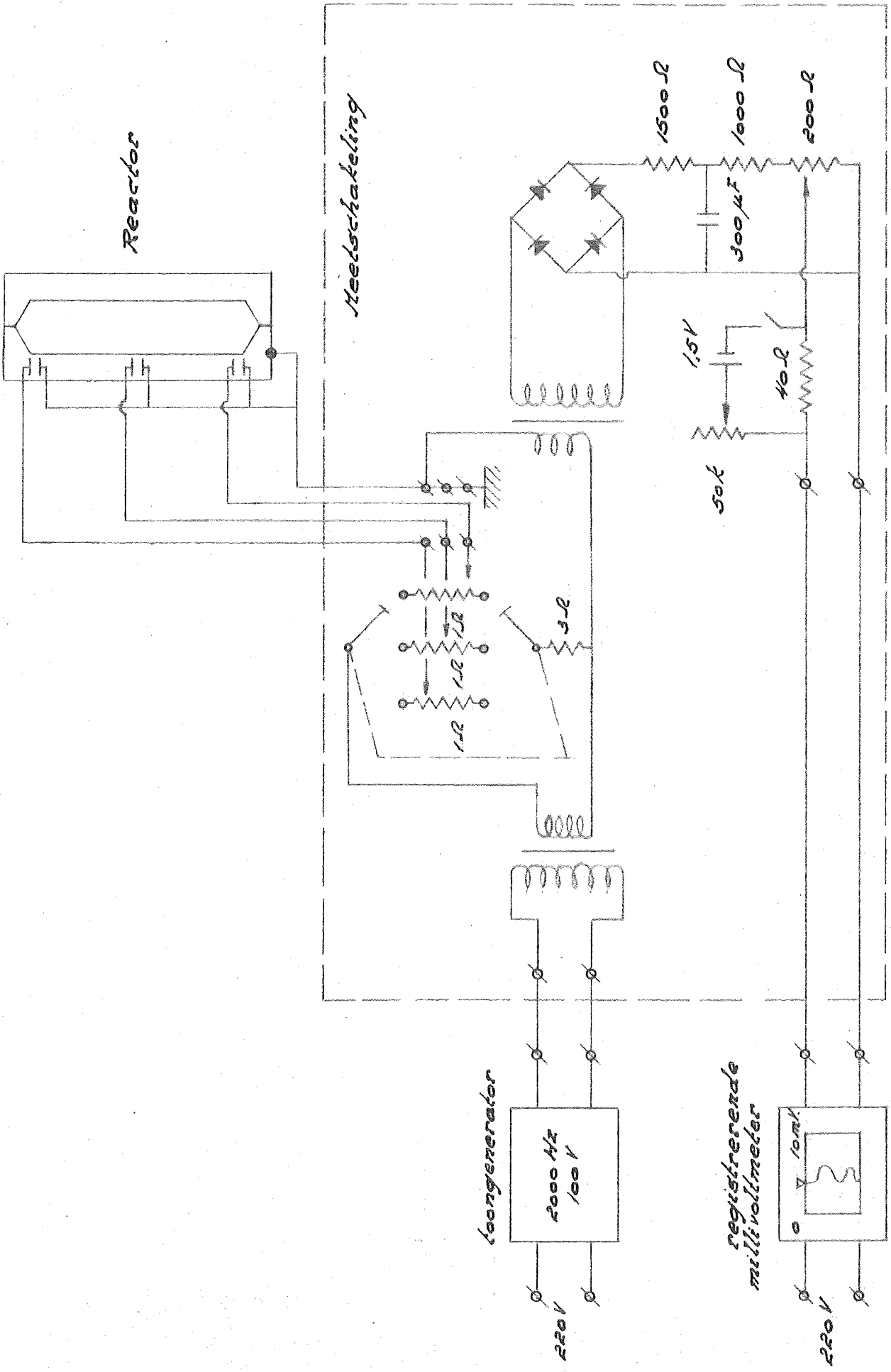
ωT





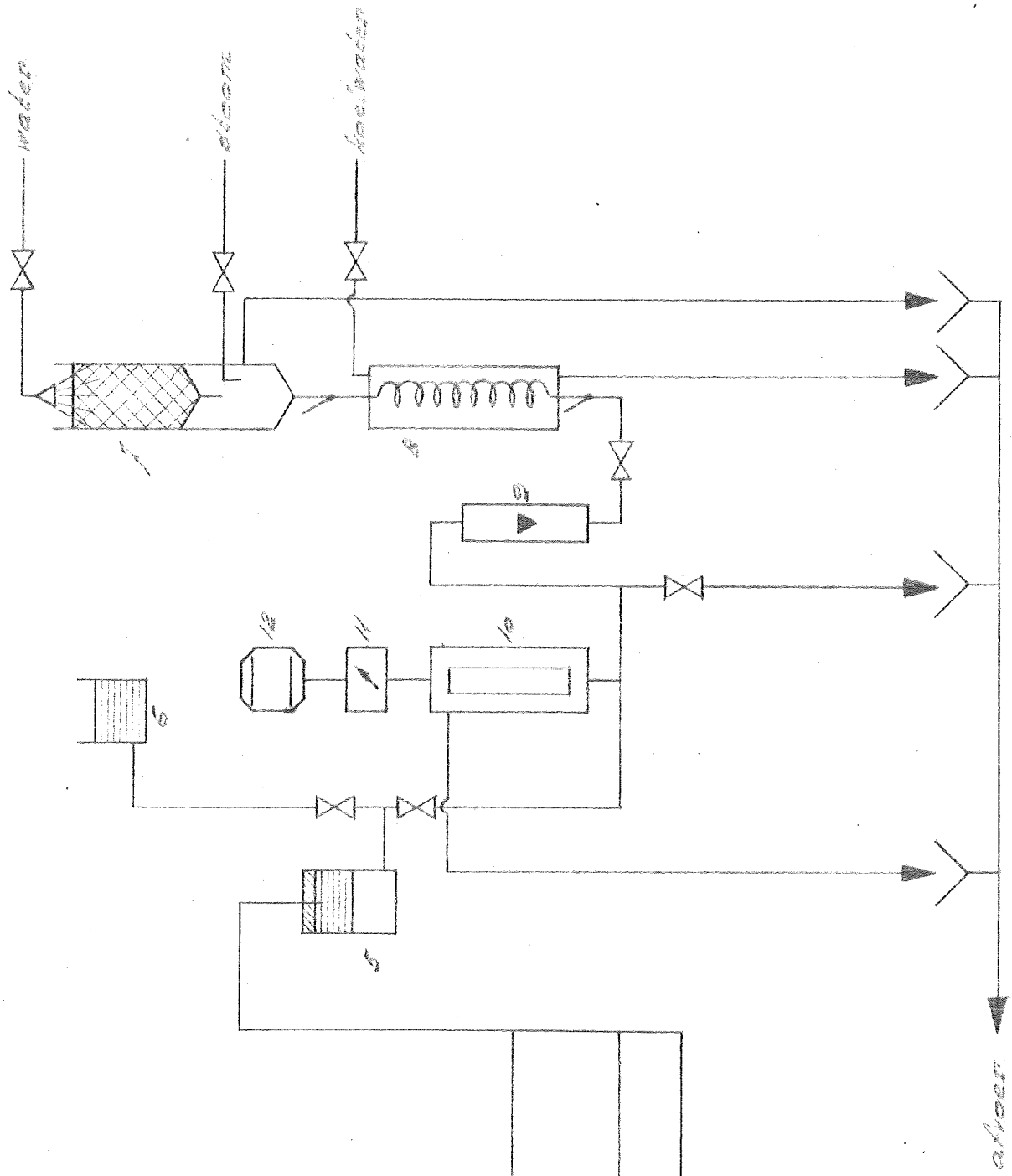


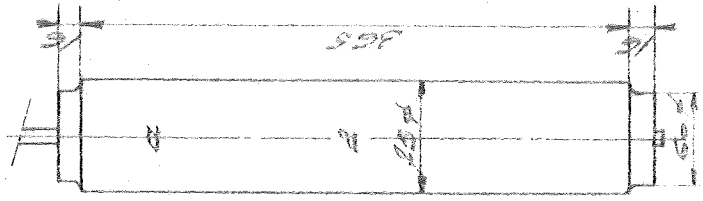
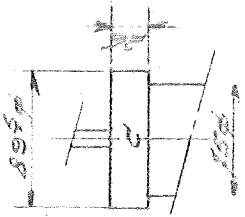
Schaltenschema



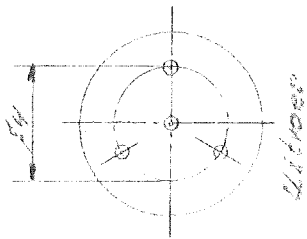
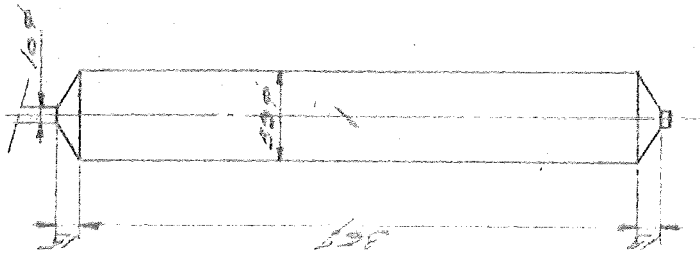
Scanned with CamScanner

1. Pompa
2. Reaktor
3. Tangkapan oli
4. Pompa
5. Kemudi
6. Tangkapan oli
7. Perwarmaningskolam
8. Koeler
9. Rotameter
10. Reaktor
11. Variator
12. Motor

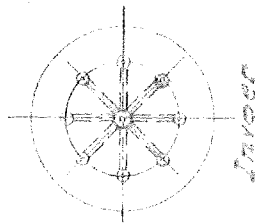




Roller



Roller



Roller

