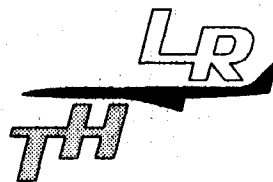
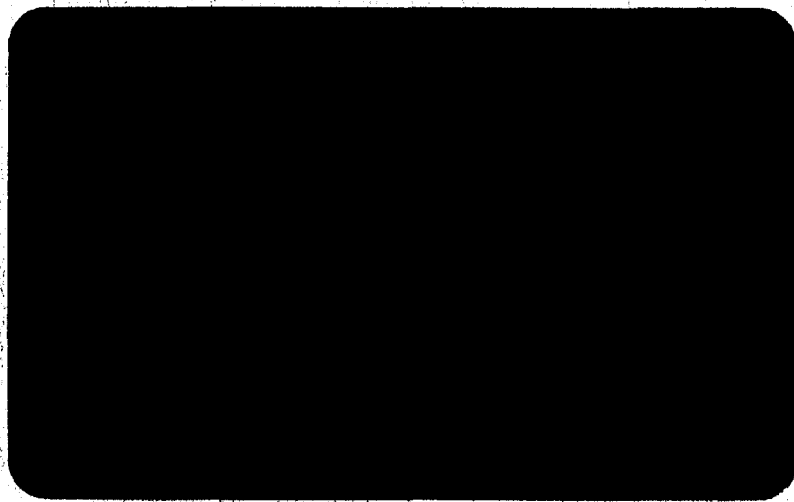


TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT

LUCHTVAART- EN RUIMTEVAARTTECHNIEK



Technische Hogeschool Delft
Afdeling der Luchtvaart- en Ruimtevaarttechniek

Memorandum M-341

Over de grootte van stoorkrachten (-spanningen)
en de mate van uitdemping in CFRP

door

J. van Geer

Projektnummer C1.03.79.02

november 1979

Delft - Nederland

SUMMARY

An investigation has been carried out to get some insight into the magnitude of perturbation stress flows and their rate of decay in an orthotropic CFRP panel. This panel may be the upper or lower part of a box beam (fig. 1).

A perturbation stress distribution has been calculated which is needed to restrain fully the warping of a symmetrical panel. This panel is assumed to be infinitely stiff in the transverse direction.

It has been found:

1. that the magnitude of the perturbation stresses and their rate of decay depend specifically on the ratio E^*/G (normal stiffness/shear stiffness). To decrease the magnitude of the perturbation stresses and the area affected in an u.d. (uni-directional) CFRP panel, add $\pm 45^\circ$ layers to the perturbation area over a length of $L = 1 \text{ à } 2 B$ (panel width) to make the ratio E^*/G sufficiently small. Keep this area very stiff in transverse direction.
2. that for a panel, constructed in such a way that the functions of supporting normal and shearing stresses are distinctly separated, the perturbation problem will be less severe. A panel with - more than two - heavy stringers of u.d.-material and with in between skin of $\pm 45^\circ$ layers CFRP forms a structure which is in principle very well suited to keep perturbation stresses low and their rate of decay high.

However, the decision which panel to use will also depend on which design will yield a higher strength/weight ratio.

Similar perturbation approaches can also be applied to the following cases:

1. warping prevention in an anti-symmetrically warped box beam,
2. force-diffusion in a panel,
3. stress concentrations in a panel with a circular hole.

INHOUD

	blz.
1. Inleiding	1
2. Stoorkrachten (=spanningen) en uitdemping daarvan bij verhin- dering van welving in een symmetrisch gewelfd paneel	2
2.1. Algemene formulering	2
2.2. Rekenvoorbeelden	6
3. Algemene conclusies t.a.v. grootheden die het storingsprobleem beïnvloeden	11
4. Bespreking van de resultaten	12
5. Conclusies	14
Appendix	15
1. Anti-symmetrische welving van een doosligger	15
2. Krachtdiffusie	15
3. Paneel met een cirkelvormig gat	15
Tabel	16
Figuren	

Bij het afsluiten van dit memorandum M-341 werd de auteur gewezen op literatuur waarin hetzelfde onderwerp wordt behandeld:

I. Choi en C.O. Horgan (Department of Mechanical Engineering, University of Houston - Texas): "Saint-Venant's Principle and End Effects in Anisotropic Elasticity", Journal of Applied Mechanics, Sept. 1977, blz. 424 t/m 430.

1. INLEIDING

Beschouwd wordt een uit CFRP opgebouwde doosligger, die door een dwarskracht in het symmetrievlak wordt belast (fig. 1). Het boven- en onderpaneel welven symmetrisch, tenminste, als de samenstelling van het CFRP-paneel ook symmetrie bezit t.o.v. het symmetrievlak van de doosligger. Deze welving wordt volledig verhinderd door een stoorkrachtverdeling. In het geval van symmetrische welving is de storing in boven- en onderpaneel ontkoppeld. Alleen het bovenpaneel wordt beschouwd (fig. 1 en 2).

Zowel ter plaatse van de krachtsinleiding als aan het andere uiteinde van de doosligger is de welving praktisch volledig verhinderd. Er wordt verondersteld dat de doosligger zodanig lang is dat de storingen aan beide uiteinden elkaar niet beïnvloeden. De stoorspanningen ter plaatse van de krachtsinleiding berekend zijn gelijk, maar tegengesteld aan die aan het ingeklemde uiteinde (fig. 1). Bij deze berekening wordt verondersteld dat de dwarsverstijving oneindig stijf is. De resultaten over storing en uitdemping worden vergeleken met die van een paneel van lichtmetaal (tabel 1).

2. STOORKRACHTEN (-SPANNINGEN) EN UITDEMPING DAARVAN BIJ VERHINDERING VAN WELVING IN EEN SYMMETRISCH GEWELFD PANEEL.

2.1. Algemene formulering

De storing wordt ter plaatse van de krachtsinleiding berekend (fig. 2).

De schuifstroom $t(y)$ uit de dwarskracht D , die het bovenpaneel van de dooslijger welft (fig. 1), is:

$$t(y) = -t_r \left(1 - \frac{2y}{B}\right) = Gd \frac{\partial u}{\partial y} \quad \left(\frac{\partial v}{\partial x} = 0\right)$$

Na integratie volgt:

$$u = -\frac{t_r}{Gd} y \left(1 - \frac{y}{B}\right)$$

Dit is de gegeven welvingsverplaatsing u , die in dwarsrichting kwadratisch verloopt en een maximum heeft in $y = \frac{1}{2}B$.

In $y = 0$, B heeft de schuifstroom de grootte $t_r = \frac{D}{2h}$, zodat:

$$u = -0.5 \frac{B}{Gd} \frac{y}{B} \left(1 - \frac{y}{B}\right) \frac{D}{h}$$

$$\text{met } u_{\max_{y=\frac{1}{2}B}} = -0.125 \frac{B}{Gd} \frac{D}{h}$$

Deze welving kan echter door volledige vermindering daarvan in $x = 0$ niet optreden.

Een stoorkrachtverdeling, die over de doorsnede in zichzelf in evenwicht is, zal hier een even grote maar tegengestelde welving moeten leveren. De grootte hiervan zal in x -richting tot nul afnemen.

Voor de berekening van de stoorspanning in x -richting wordt uitgegaan van figuur 3.

De normaalspanning in x -richting wordt gegeven door:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} \frac{\partial u}{\partial x} \quad (v = 0)$$

en de normaalkracht per eenheid van breedte:

$$n_1 = \sigma_1 d_1 = E^* d_1 \frac{\partial u}{\partial x}$$

waarin:

$$E^* = \frac{E}{1 - \nu_{12} \nu_{21}}$$

$d_1 =$ normaalkracht dragend oppervlak per eenheid van breedte

De schuifstroom is:

$$t = Gd \frac{\partial u}{\partial y}$$

waarin:

$d =$ plaatdikte

Uit het evenwicht van een plaalement in figuur 3 volgt:

$$\frac{\partial n_1}{\partial x} + \frac{\partial t}{\partial y} = 0$$

waarmee een partiële differentiaalvergelijking in u kan worden opgesteld:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{Gd}{E^* d_1} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

Als de welving u door een reeks sinusvormen wordt benaderd kan voor de oplossing van de differentiaalvergelijking worden gesteld:

$$u = (F_0 + F_1 \sin \frac{\pi y}{B} + F_3 \sin \frac{3\pi y}{B} + \dots) e^{\lambda x}$$

De differentiaalvergelijking geeft met deze oplossing voor u de volgende waarden voor λ :

$$\lambda_0^2 = 0$$

$$\rightarrow \lambda_0 = 0$$

$$\lambda_1^2 = \frac{\pi^2}{B^2} \frac{Gd}{E*d_1} \quad \rightarrow \quad \lambda_1 = \pm \frac{\pi}{B} \sqrt{\frac{Gd}{E*d_1}}$$

$$\lambda_3^2 = \frac{9\pi^2}{B^2} \frac{Gd}{E*d_1} \quad \rightarrow \quad \lambda_3 = \pm \frac{3\pi}{B} \sqrt{\frac{Gd}{E*d_1}}$$

Voor de verplaatsing u wordt nu geschreven:

$$u = F_0 + F_1 \sin \frac{\pi y}{B} e^{\lambda_1 x} + F_3 \sin \frac{3\pi y}{B} e^{\lambda_3 x} + \dots$$

Als de lengte x toeneemt, zal de storing moeten afnemen; alleen de negatieve waarden van λ voldoen.

De belangrijkste term in u is die met F_1 . De term met F_3 is met $\lambda_3 = 3 * \lambda_1$ zeer snel uitgedempt tegenover de term met F_1 , terwijl ook de grootte van F_3 klein zal zijn t.o.v. F_1 (zie fig. 4).

De term met F_3 wordt verwaarloosd tegenover die met F_1 .

De welving u is nu gegeven door:

$$u = F_0 + F_1 \sin \frac{\pi y}{B} e^{-\lambda x}$$

$$\text{met } \lambda = \frac{\pi}{B} \sqrt{\frac{Gd}{E*d_1}}$$

Randvoorwaarden

In $x = 0, y = 0$ is $u_{\text{rand}} = F_0$ (starre verplaatsing)

In $x = 0, y = \frac{1}{2}B$ is $u_{\text{midden}} = F_0 + F_1$

De gegeven welving u met $u_{\text{max}} = -.125 \frac{B}{Gd} \frac{D}{h}$ wordt door de stoorkrachtverdeling volledig opgeheven, zodat:

$$u_{\text{midden}} - u_{\text{rand}} - .125 \frac{B}{Gd} \frac{D}{h} = 0$$

waaruit volgt:

$$F_1 = .125 \frac{B * D}{Gd * h}$$

De verplaatsingsverdeling t.g.v. de stoorspanning is nu:

$$u = F_0 + .125 \frac{B}{Gd} \frac{D}{h} \sin \frac{\pi y}{B} e^{-\lambda x}$$

Met $F_0 = 0$ en tegengesteld teken is deze welvingsverplaatsing t.g.v. de storing in $x = 0$ een benadering van de gegeven welvingsverplaatsing. Het opheffen van de gegeven welvingsverplaatsing is dus benaderd.

Uit de welvingsverplaatsing wordt de stoorspanningsverdeling berekend. De stoorkrachtverdeling is in zichzelf in evenwicht; er moeten dus trek- en drukspanningen over de doorsnede y zijn.

Bepaal:

$$\int_0^B \sigma_s d_1 dy = 0 \quad \text{in } x = 0$$

waarin:

$$\sigma_s = \sigma_{s_0} + \sigma_{s_1}$$

met:

$$\sigma_{s_0} = \text{constante}$$

$$\sigma_{s_1} = E^* \frac{du}{dx} = -E^* \lambda F_1 \sin \frac{\pi y}{B}$$

dus:

$$\int_0^B (\sigma_{s_0} - E^* \lambda F_1 \sin \frac{\pi y}{B}) dy = 0$$

Na integratie volgt:

$$\sigma_{s_0} = \frac{2}{\pi} E^* \lambda F_1$$

Het stoorspanningsverloop in x - en y -richting wordt hiermee:

$$\sigma_s = .125 \pi \sqrt{\frac{E^* d_1}{Gd}} * \frac{1}{d_1} * \frac{D}{h} \left(\frac{2}{\pi} - \sin \frac{\pi y}{B} \right) e^{-\lambda x}$$

en het stoorkrachtenverloop per eenheid van plaatbreedte:

$$n_1 = \sigma_s d_1$$

2.2. Rekenvoorbeelden

Ter illustratie zijn de rekenvoorbeelden betrokken op panelen met een extreme samenstelling, zoals een laminaat met alleen 0° lagen en een laminaat met alleen $+45^\circ$ lagen. De grootte van de storing wordt berekend ongeacht de toe te laten spanningen. De dwarsstijfheid is steeds oneindig groot gesteld. De grootte van de storing wordt eerst in een paneel van lichtmetaal berekend, om de overeenkomstige resultaten in composietmaterialen hiermee te kunnen vergelijken. De dikte van het composietpaneel wordt daarbij gelijk genomen aan die van het lichtmetalen paneel.

a. Paneel van lichtmetaal

Gegevens: $E = 70 \times 10^3 \text{ N/mm}^2$
 $G = 28 \times 10^3 \text{ N/mm}^2$
 $\nu = .3$ (waarmee $E^* = 77 \times 10^3 \text{ N/mm}^2$)
 $B = 750 \text{ mm}$
 $d = d_1 = 1 \text{ mm}$
 $h = 160 \text{ mm}$
 $D = 46000 \text{ N}$

- De stoorspanning in $x = 0$:

$$\sigma_s = 188 \left(.636 - \sin \frac{\pi y}{B} \right)$$

$$\text{In } y = 0 \quad \sigma_{s0} = 120 \text{ N/mm}^2$$

$$y = \frac{1}{2}B \quad \sigma_{s\frac{1}{2}B} = -68 \text{ N/mm}^2$$

- De uitdemp lengte L:

De uitdemping is gerealiseerd als $e^{-\lambda x} \rightarrow 0$. Met $e^{-\lambda x} = .1$ is de stoorspanning σ_s tot 10% van zijn oorspronkelijke waarde uitgedempt. Er wordt verondersteld dat een reststoorspanning van $\sigma_{s_{x=L}} = 12 \text{ N/mm}^2$ in $x = L$ voldoende klein is.

Uit het voorgaande volgt:

$$\lambda x = 2.3$$

met

$$\lambda = \frac{\pi}{B} \sqrt{\frac{Gd}{E^*d_1}} = 2.52 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$$

volgt:

$$x = 910 \text{ mm, dus } \underline{L = 1.2 B}$$

Er is een lengte L van 1.2 maal de paneelbreedte B nodig om de maximale stoorspanning σ_{s_0} tot 10% van zijn oorspronkelijke waarde ($= 12 \text{ N/mm}^2$) uit te dempen. De in praktijk toch eindige stijfheid van de dwarsverstijving zal deze uitdemplengte doen toenemen. Deze toename zal klein zijn, indien de dwarsstijfheid voldoende groot blijft.

b. Paneel van 0° lagen laminaat

Het onder- en bovenpaneel van de dooslijger worden in hoofdzaak door trek- en drukkrachten belast. Daarom wordt gesteld dat het paneel overwegend uit 0° lagen lamina is opgebouwd. De storingsberekening is gemaakt met de volgende gegevens:

$$\begin{aligned} E_1 &= 140 \times 10^3 \text{ N/mm}^2 \\ G &= 4 \times 10^3 \text{ N/mm}^2 \\ \left. \begin{aligned} \nu_{12} &= .3 \\ \nu_{21} &= .03 \end{aligned} \right\} \text{ waarmee } E^* \approx E_1 \\ B &= 750 \text{ mm} \\ d &= d_1 = 1 \text{ mm} \\ h &= 160 \text{ mm} \\ D &= 46000 \text{ N} \end{aligned}$$

- De stoorspanning in $x = 0$:

$$\sigma_s = 668 \left(.636 - \sin \frac{\pi y}{B} \right)$$

$$\text{In } y = 0 \quad \sigma_{s_0} = 425 \text{ N/mm}^2$$

$$y = \frac{1}{2}B \quad \sigma_{s_{\frac{1}{2}B}} = -243 \text{ N/mm}^2$$

De stoorspanningen in een 0° laminaat zijn beduidend groter dan die in een lichtmetalen paneel van eenzelfde dikte.

- De uitdemplengte L :

De uitdemplengte, waarin de stoorspanningen afnemen tot 10% van hun oorspronkelijke waarden, wordt berekend met $e^{-\lambda x} = .1$.

Dan is:

$$\lambda x = 2.3$$

met:

$$\lambda = \frac{\pi}{B} \sqrt{\frac{Gd}{E d_1}} = .708 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$$

volgt:

$$x = 3250 \text{ mm, dus } \underline{L = 4.4 B}$$

Om de maximale stoorspanning σ_{s_0} tot 10% van zijn oorspronkelijke waarde (= 42.5 N/mm²) uit te dempen is een grote lengte L nodig. Deze lengte wordt nog veel groter als, ter vergelijking met het lichtmetalen paneel, wordt geëist dat in $x = L$ de reststoorspanning $\sigma_{s_{x=L}} \ll 12 \text{ N/mm}^2$ moet zijn.

Dan is:

$$e^{-\lambda x} = .023$$

$$\lambda x = 3.575$$

met:

$$\lambda = .708 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$$

volgt:

$$x = 5050 \text{ mm, dus } \underline{L = 6.8 B}$$

Dit zijn uitdemplengten die in de praktijk niet meer zinvol zijn.

In lichtmetaal zijn de stoorspanningen en de uitdemplengte veel kleiner dan in een 0° laminaat. Uit het rekenvoorbeeld blijkt dat dit te danken is aan de veel kleinere E^*/G verhouding van het lichtmetaal t.o.v. die in het 0° CFRP laminaat.

Het voorgaande rekenvoorbeeld wordt opnieuw berekend met een 2 maal zo grote dikte d en d_1 ; de verhouding d/d_1 blijft dus dezelfde.

- De stoorspanning in $x = 0$:

Door de factor $1/d_1$ in de uitdrukking van de stoorspanning worden de stoorspanningen gehalveerd:

$$\sigma_{s_0} = 213 \text{ N/mm}^2 \text{ en } \sigma_{s_{\frac{1}{2}B}} = -122 \text{ N/mm}^2$$

De uitdemp lengte, waarin de stoorspanningen afnemen tot 10% van hun oorspronkelijke waarden, blijft $L = 4.4 B$.

Indien de eis wordt gesteld dat in $x = L$ de reststoorspanning $\sigma_{s_{x=L}} < 12 \text{ N/mm}^2$ moet zijn, dan volgt:

$$e^{-\lambda x} = 0.56$$

$$\lambda x = 2.882$$

met:

$$\lambda = .708 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$$

volgt:

$$x = 4070 \text{ mm, dus } L = 5.5 B$$

Het paneel van 0° laminaat moet dus veel dikker worden gemaakt om de stoorspanningen klein te krijgen. Echter daarmee worden ook de elementaire spanningen klein gemaakt.

c. Het rekenvoorbeeld b wordt nu herhaald voor een paneel, dat overwegend uit $\pm 45^\circ$ lagen lamina is opgebouwd.

Dit paneel is geschikt voor het opnemen van schuifbelastingen, maar niet geschikt voor de in hoofdzaak op te nemen trek- en drukkkrachten.

Gegeven: $\pm 45^\circ$ CFRP laminaat

$$E^* = 40 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$$

$$G = 30 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$$

$$d = d_1 = 1 \text{ mm}$$

Overigens zijn de gegevens dezelfde als in voorbeeld b.

- De stoorspanning in $x = 0$

$$\sigma_s = 130 \left(.636 - \sin \frac{\pi y}{B} \right)$$

In $y = 0$ $\sigma_{s_0} = 83 \text{ N/mm}^2$

$y = \frac{1}{2}B$ $\sigma_{s_{\frac{1}{2}B}} = -47 \text{ N/mm}^2$

De stoorspanningen in een $\pm 45^\circ$ laminaat zijn dus kleiner dan die in het paneel van lichtmetaal van eenzelfde dikte.

- De uitdemplengte L:

De uitdemplengte, waarin de stoorspanningen afnemen tot 10% van hun oorspronkelijke waarden, volgt met $e^{-\lambda x} = .1$.

Dan is:

$$\lambda x = 2.3$$

met:

$$\lambda = \frac{\pi}{B} \sqrt{\frac{Gd}{E*d_1}} = 3.63 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$$

volgt:

$$x = 634 \text{ mm, dus } \underline{L = .85 B}$$

Ter vergelijking met het lichtmetalen paneel wordt met de eis, dat in $x = L$ de reststoorspanning $\sigma_{s_{x=L}} < 12 \text{ N/mm}^2$ moet zijn, de uitdemplengte $\underline{L = .71 B}$.

De kleine E^*/G verhouding in het $\pm 45^\circ$ laminaat zorgt voor een snelle uitdemping van de storing, die op zich al veel kleiner is dan in het 0° laminaat (factor $(\sqrt{E^*/G})_0 / (\sqrt{E^*/G})_{\pm 45} = 5.1$).

Een overzicht van de resultaten is gegeven in tabel 1.

3. ALGEMENE CONCLUSIES T.A.V. GROOTHEDEN DIE HET STORINGSPROBLEEM BEINVLOEDEN

Uitgaande van een gegeven grootte van de belasting D/h kan voor de stoorspanningen, die optreden bij verhindering van symmetrische welvingsverplaatsingen, het volgende worden geconcludeerd.

- De grootte van de stoorspanningen is evenredig met:

$$\sigma_s \div \sqrt{\frac{E*d_1}{Gd}} * \frac{1}{d_1} * \frac{D}{h}$$

De stoorspanningen zijn kleiner naarmate:

1. de verhouding $E*/G$ kleiner is,
 2. de verhouding d_1/d kleiner is, maar naarmate de dikte d_1 zelf groter is.
- De stoorspanningen zijn onafhankelijk van de paneelbreedte B .

- De grootte van de stoorkrachten per eenheid van breedte is evenredig met:

$$n_1 = \sigma_s d_1 \div \sqrt{\frac{E*d_1}{Gd}} * \frac{D}{h}$$

Voor de stoorkrachten geldt hetzelfde als voor de stoorspanningen, uitgezonderd dat de stoorkrachten niet afhankelijk zijn van de dikte d_1 zelf.

- De uitdemping van de storing wordt bepaald door $e^{-\lambda x}$ waarin:

$$\lambda = \frac{\pi}{B} \sqrt{\frac{Gd}{E*d_1}}$$

De uitdemp lengte is kleiner naarmate λ groter is. Het vergroten van de waarde van λ kan worden bereikt door:

1. de verhouding $E*/G$ kleiner te maken,
2. de verhouding d_1/d kleiner te nemen,
3. de paneelbreedte B kleiner te maken.

De karakteristieke uitdemp lengte is:

$$L = c \sqrt{\frac{E*d_1}{Gd}} B$$

waarin $c =$ constante.

4. BESPREKING VAN DE RESULTATEN

- Het vergroten van de dikte d en d_1 van het paneel, maar zodanig dat de verhouding d_1/d kleiner wordt, geeft kleinere stoorspanningen. Echter de verhouding van de stoorspanningen ten opzichte van de elementaire spanning blijft dezelfde. Het nadeel is dus dat vergroting van de dikte, alleen om de stoorspanningen te beperken, het paneel onnodig zwaar maakt, terwijl het percentage van de stoorspanningen ten opzichte van de elementaire spanningen even groot blijft.
- Het verkleinen van de verhouding E^*/G is effectief voor het verminderen van de stoorspanningen en het sneller uitdempnen daarvan. Hiermee wordt ook het percentage van de stoorspanningen ten opzichte van de elementaire spanningen kleiner.

Uit de rekenvoorbeelden a en b blijkt dat de kleinere waarden van stoorspanningen en uitdemp lengte ten opzichte van die in het 0° lagen laminaat te danken zijn aan de veel kleinere E^*/G verhouding. Daar een paneel van enkel en alleen 0° lagen, vanwege de optredende schuifstromen, niet kan worden toegepast, wordt dit laminaat aangeduid met: overwegend 0° lagen laminaat. Van een paneel met overwegende 0° lagen is de verhouding E^*/G groot (≈ 35), waardoor de stoorspanningen groot zijn en de uitdemp lengte groot is. Van een paneel met overwegend $+45^\circ$ lagen, dus een paneel dat primair geschikt is voor het opnemen van afschuifbelastingen, is de verhouding E^*/G klein (≈ 2) waardoor de stoorspanningen klein zijn en de uitdemp lengte klein is.

Voor een laminaat met 0° en $+45^\circ$ lagen, in een gelijke verhouding, waarvan $E^*/G \approx 5$ en $d = d_1 = 1$ mm, zijn de stoorspanningen σ_{S_0} en $\sigma_{S_{45}}$ resp. 160 en -92 N/mm² en is de uitdemp lengte $L \approx 1.6 B$ ($10\% \sigma_{S_0}$).

Omdat in de praktijk de dwarsverstijving niet oneindig stijf is zal de uitdemp lengte toenemen en de grootte van de stoorspanningen afnemen t.o.v. de in de voorbeelden berekende waarden.

- Uit het voorgaande volgt dat het aan te bevelen is dat in een primair op trek of druk belast paneel in het gebied van de storing over een lengte $L \approx 1 \text{ à } 2 B$ voldoende $+45^\circ$ lagen worden toegevoegd aan de 0° lagen. Door verkleining van de verhouding E^*/G in dit gebied worden de stoorspanningen beperkt en snel uitgedempt.

Houdt in het storingsgebied de stijfheid in dwarsrichting groot.

- Indien het onmogelijk is, op voorgaande wijze de storingsinvloed voldoende te beperken, kan aan een vroeger gebruikt constructietype worden gedacht: een doosligger met zware liggergordingen en licht verstijfde huid*.

Het vroegere nadeel van de lage toe te laten spanningen in de zware gordingen om voortijdig bezwijken van de licht verstijfde huid te voorkomen geldt niet voor de op juiste wijze samengestelde composieten. De zware liggergordingen, opgebouwd uit u.d.-composiet of pull-trusions, hebben bij hoge spanningen slechts een kleine rek, terwijl de huid, opgebouwd uit overwegend $\pm 45^\circ$ lagen bij lage normaalspanningen al een relatief grote rek heeft. Een symmetrisch belaste doosligger met 2 liggers en 4 zware gordingen geeft geen storingsproblemen bij volledige inklemming. Storingsproblemen zijn wel aanwezig bij doosliggers met meer dan 4 liggergordingen.

Als voorbeeld wordt van een symmetrisch belaste doosligger met 3 liggers en 6 zware gordingen de welving t.p.v. de gordingen door inklemming volledig verhinderd. Het type stoorkrachtverdeling, dat hierdoor ontstaat is gegeven in fig. 5. De opbouw van boven- en onderhuid bestaat overwegend uit $\pm 45^\circ$ lagen en is daardoor vanzelf al zeer geschikt om de stoornormaalspanningen klein te houden en deze snel uit te dempen. De huid heeft nl. door zijn opbouw al een kleine E^*/G verhouding. Dit constructietype is dus primair al goed ten aanzien van storingsproblemen. Dezelfde overwegingen gelden bij een anti-symmetrisch belaste (torsie-)doosligger met meer dan 3 zware liggergordingen (fig. 6).

- Uit deze overwegingen volgt dat althans t.a.v. storingsproblemen in composieten het constructietype met zware liggergordingen en licht verstijfde huid voordelen biedt ten opzichte van het constructietype met trek- en drukhuiden. Welke paneelconfiguratie de voorkeur heeft zal echter o.a. ook afhangen van hun respectievelijke sterkte-gewicht verhouding.

* Uit een gesprek met prof. Spies en ir Th. de Jong.

5. CONCLUSIES

1. Voor het type doosligger met trek- en drukhuiden is de samenstelling van het orthotrope paneel uit overwegend 0° lagen primair ongeschikt voor het klein houden van stoorspanningen en het snel uitdempen daarvan.

De storing als gevolg van een symmetrische welvingsverhinderings kan op de volgende wijze worden beperkt:

Voeg in het gebied van stoorspanningen over een lengte $L \approx 1 \text{ à } 2 B$ een aantal $+ 45^\circ$ lagen toe aan het paneel, dat overwegend uit 0° lagen is samengesteld. Probeer in dit gebied de E^*/G verhouding te verkleinen tot $2 \text{ à } 3$ (richtwaarde). Zorg daarbij dat een grote dwarsstijfheid gehandhaafd blijft, want naarmate de dwarsstijfheid afneemt, neemt het storingsgebied toe.

2. Voor het constructietype met zware liggergordingen en licht verstijfde huid is het storingsprobleem alleen van toepassing indien het aantal gordingen voor een paneel 3 of meer is en voor een doosligger 4 of meer is.

De samenstelling van de huid uit overwegend $+ 45^\circ$ lagen is primair al geschikt voor het klein houden van stoorspanningen en het snel uitdempen daarvan.

Wat het storingsprobleem betreft lijkt de keuze van een doosconstructie met zware liggergordingen en licht verstijfde huid geschikt. Welke paneelconfiguratie de voorkeur heeft zal echter ook o.a. afhangen van de respectievelijke sterkte-gewicht verhouding van die twee constructietypen.

APPENDIX

1. Anti-symmetrische welving van een doosligger

In het geval van anti-symmetrische welving blijft de gehele doosliggerdoorsnede in het storingsprobleem betrokken (fig. 7).

De algemene conclusies en overwegingen bij het probleem van symmetrische welvingsverhindering lijken ook hier te gelden.

Alleen dient een aanvullende opmerking gemaakt te worden over de breedte B en de hoogte h van de doosligger. De uitdemplengte is kleiner als de breedte B en de hoogte h kleiner zijn. De stoorkrachten en stoorspanningen zijn ook kleiner als B kleiner, maar h groter is, indien

$$\frac{B}{(Gd)_{\text{huid}}} > \frac{h}{(Gd)_{\text{ligger}}}$$

Het verband is niet linear.

2. Krachtsdiffusie

De krachtsdiffusie in een paneel vertoont veel overeenkomst met het storingsprobleem. De krachtsdiffusie heeft gegeven randbelastingen terwijl het storingsprobleem gegeven welvingsverplaatsingen als randvoorwaarden heeft (fig. 8). Het gebied, waarin de geconcentreerde krachten "diffunderen" in het paneel is in fig. 8 aangegeven met de lengte L. Deze lengte is vergelijkbaar met de uitdemplengte van een storing.

De mate van krachtsdiffusie ("uitdemping") wordt door dezelfde grootheden bepaald als in het storingsprobleem.

De overwegingen en conclusies betreffende de uitdemping van de storing bij het probleem van symmetrische welvingsverhindering gelden ook voor de krachtsdiffusie.

3. Plaat met een cirkelvormig gat

In het collegediktaat ka 83: Composietmaterialen (volgno. 7075-7076) van prof. Spies is in hoofdstuk 12 aangetoond dat de storing van een gat op de belasting en de uitdemplengte van die storing in u.d.-materiaal veel groter is dan in + 45°-materiaal. Dit is dus in overeenstemming met de conclusies voor het storingsprobleem bij welvingsverhindering.

Tabel 1: Overzicht stoorspanningen en uitdeplengten

vb	materiaal	E*/G	d ₁ /d	d ₁ [mm]	stoorspanningen [N/mm ²]		lengte L voor afname σ _s tot beneden:	
					σ _{s1/2B}	σ _{s0}	10% σ _{s0}	12 N/mm ²
a	lichtmetaal	2.75	1	1	- 68	120	1.2 B	1.2 B
b	0° lagen CFRP	35	1	1	-243	425	4.4 B	6.3 B
-	0° lagen CFRP	35	1	2	-122	213	4.4 B	5.5 B
c	+ 45° lagen CFRP	1.33	1	1	- 47	83	.85 B	.71 B

N.B. - De dwarsverstijving is oneindig groot gesteld.

- D = 46000 N, h = 160 mm, B = 750 mm.

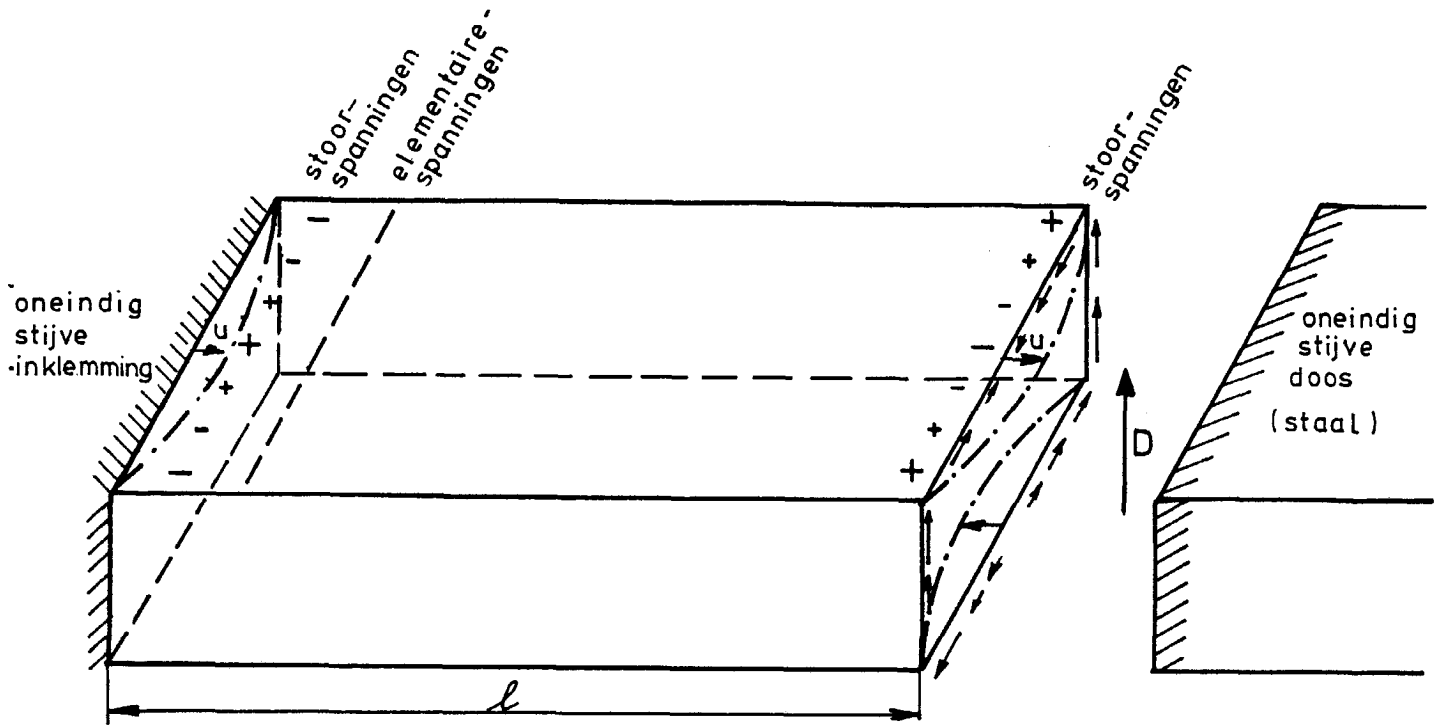


Fig. 1. Symmetrisch belaste doosligger met welvingsverhinderend ("shear lag").

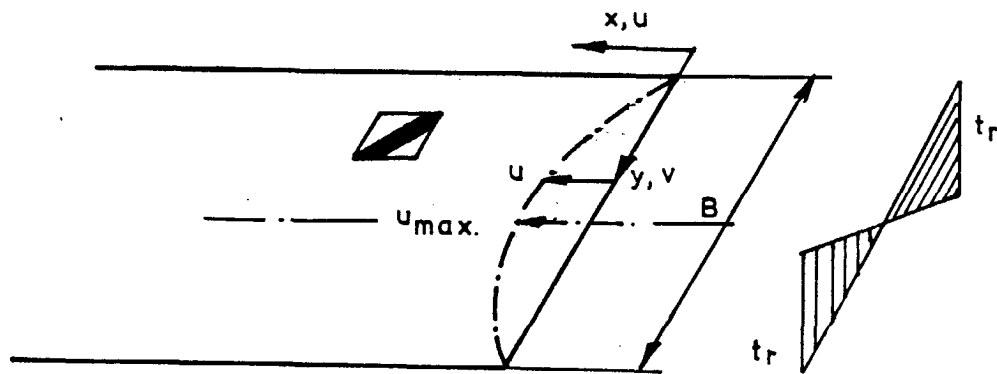


Fig. 2. Paneel met symmetrische welving.

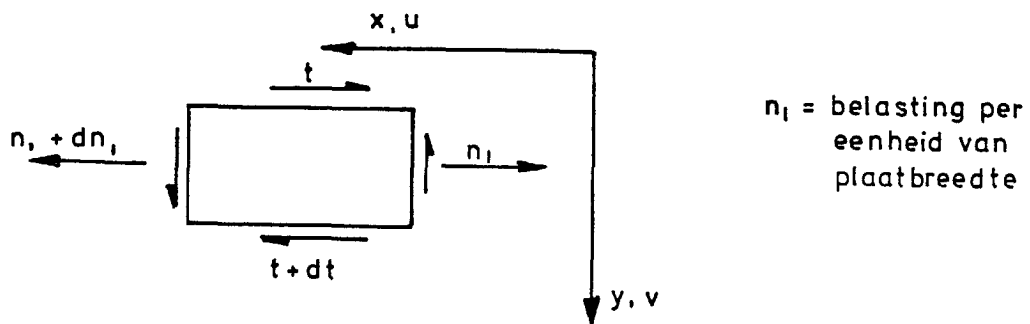


Fig. 3. Belasting van een platoonlement.

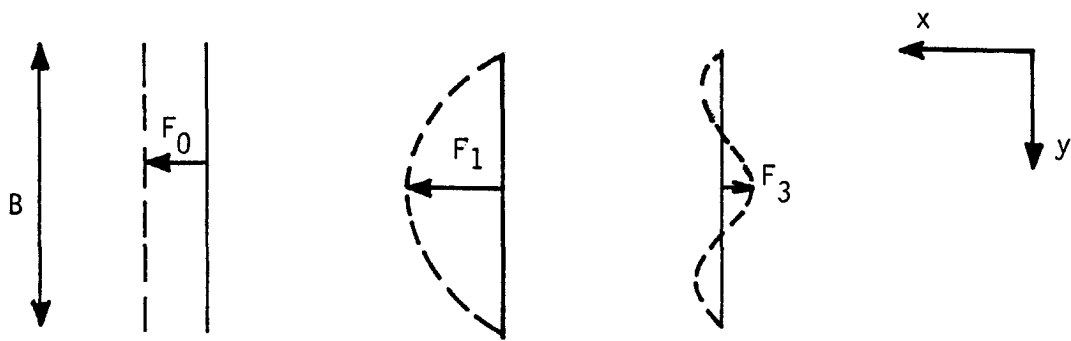


Fig. 4. Verloop van de eigenvectoren over de breedte.

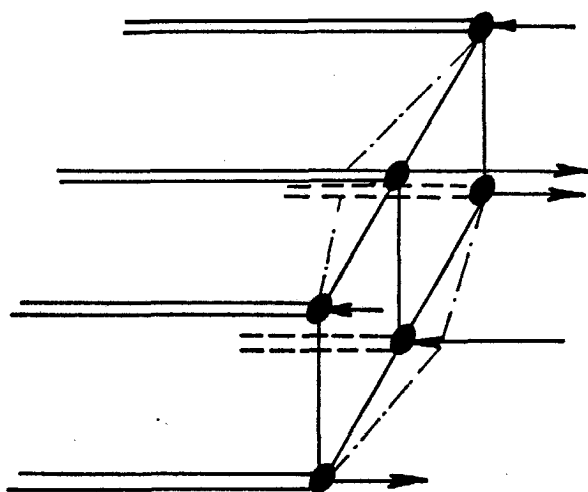


Fig. 5. Stoorkrachtverdeling bij een symmetrisch belaste dooslijger met 6 zware liggorgordingen.

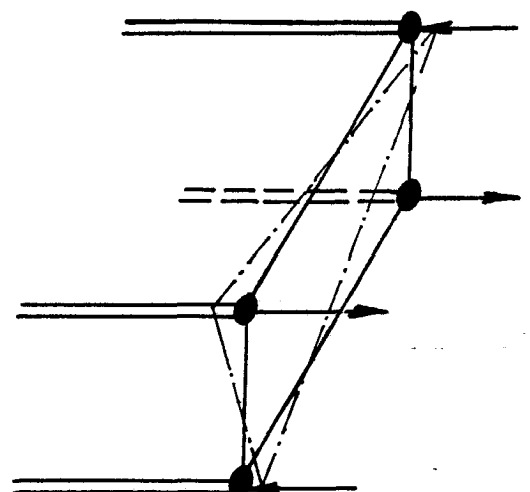
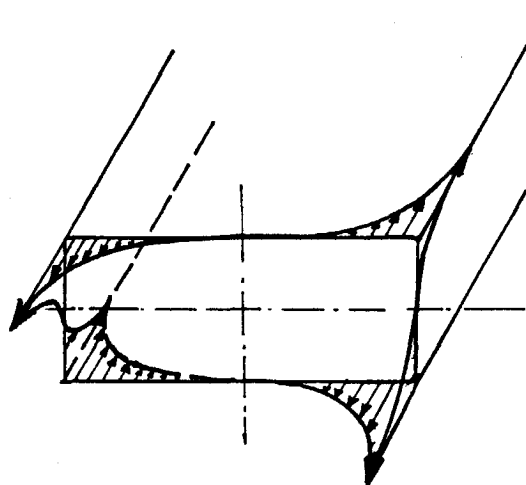
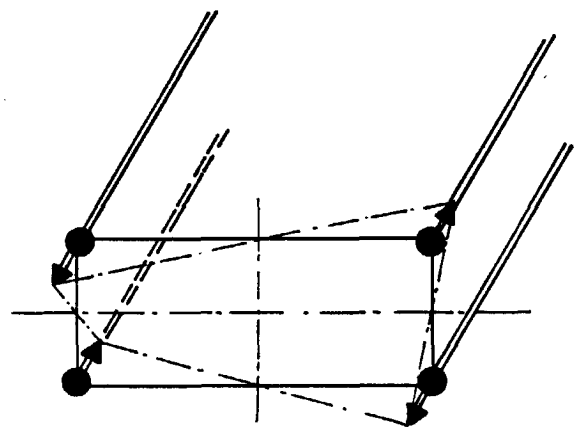


Fig. 6. Stoorkrachtverdeling bij een anti-symmetrisch belaste dooslijger met 4 zware gordingen.

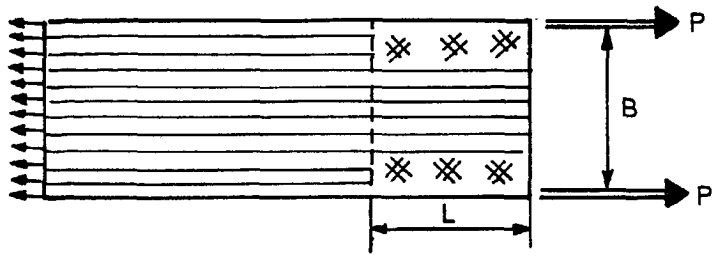


dooslijger met: trek- en drukhuid

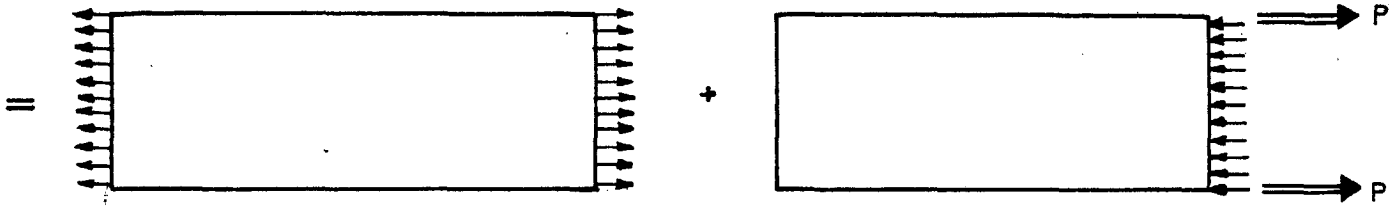


zware liggorgordingen.

Fig. 7. Stoorkrachtsverdeling bij verhindering van anti-symmetrische welving.



is te splitsen in:



dit deel is overeenkomstig het storingsprobleem

Fig. 8. Krachtdiffusie.

Toevoegen aan Memorandum M-341, onderaan blz. 11

c = 1 voor $\lambda x = \pi$, waarmee $e^{-\lambda x} = .043$.

De karakteristieke lengte, waarover de stoorspanningen afnemen tot 4.3% van hun oorspronkelijke waarden, is dan:

$$\frac{L}{B} = \sqrt{\frac{E^*}{G}}$$

$$(d_1 = d)$$

Memorandum 341



60142051091