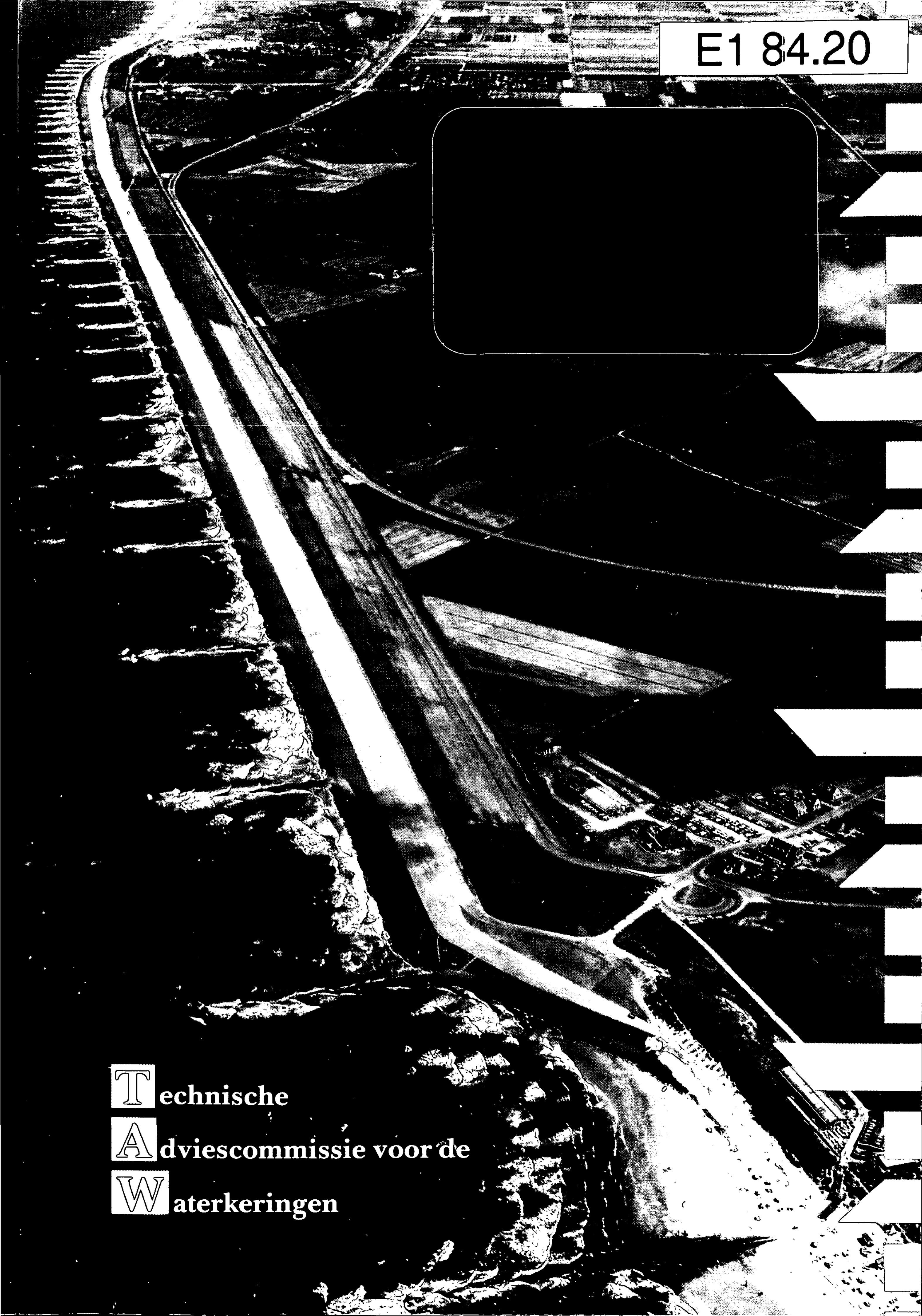


Technische Adviescommissie voor de Waterkeringen

E1. 84.20

ENIGE ASPECTEN VAN DE BEPALING VAN DE ECONOMISCH OPTIMALE DIJKHOOGTES VOOR EEN GEBIED DAT DOOR TWEE WATERSTANDEN WORDT BEDREIGD.

Drs. Ir. J.K. Vrijling

december 1984

<u>Enige aspecten van de bepaling van de economisch optimale dijkhoogtes voor een gebied dat door twee waterstanden wordt bedreigd.</u>

Inhoud:

Lijst van variabelen.

A , B	= constanten in de HW - overschrijdingslijn van rivier 1.
C , D	= constanten in de HW - overschrijdingslijn van rivier 2.
b_k	= kruinbreedte.
C_1	= prijs dijklichaam / m^3.
C_2	= prijs dijkbekleding / m^2.
F_{H_i} (h)	= kansverdelingsfunctie van de waterstand op rivier i.
f_{H_i} (h)	= kansdichtheidsfunctie van de waterstand op rivier i.
H_i	= waterstand op rivier i.
h_i	= dijkhoogte op rivier i.
I	= aanlegkosten, investering.
I_o	= vaste kosten bij dijkverhoging.
I_i	= variabele kosten bij dijkverhoging.
K	= totale kosten.
λ	= multiplicator van Lagrange.
L	= dijklengte.
m , n	= taludhellingen.
l_{tb}	= lengte van de taludbekleding.
P_{f_i}	= kans op overstroming van dijk i.
$P_{inundatie}$	= kans op overstroming van de polder.
p	= reële rentevoet.
Q	= budget beperking.
S	= totale schade in guldens.
X	= optimant bij overstroming van de polder.
V	= totale inhoud van een dijkvak.
Z_i	= betrouwbaarheidsfunctie van het mechanisme overlopen van rivier i.

1. Inleiding en probleemstelling

In het Deltarapport heeft prof. van Danzig getoond, hoe voor een door de zee bedreigd gebied een economisch optimale dijkhoogte kan worden vastgesteld.
Doch het door van Danzig gekozen model is zeer eenvoudig vooral omdat het slechts één dijkhoogte bevat en één bedreiging, de zee. Verder is er in het model sprake van een zuiver economische afweging op grond van de schaarsheid der beschikbare middelen gesymboliseerd door de reële rentevoet.
In de praktijk is echter veelal sprake van een bedreiging door de zee en rivieren, die elk hun eigen dijkhoogte eisen. Bovendien wordt de zuiver economische afweging vaak verstoord door harde budgetbeperkingen of beleidsuitgangspunten die gebaseerd zijn op milieu- of andere criteria.

In deze notitie zal getracht worden het model van Van Danzig uit te breiden naar twee bedreigende waterstanden en twee te kiezen dijkhoogten.
Tevens zal worden onderzocht wat de invloed is van een harde budgetbeperking en van een beleidsuitgangspunt ten aanzien van de hoogte van één der beide dijken.

Daarna zal het model worden opgelost voor het geval dat de beide waterstanden volledig gekorreleerd zijn.

Tot slot zal worden onderzocht in hoeverre de bouwkosten van de dijk een lineaire functie van de aanleghoogte zijn en wat dit betekent voor de gevonden resultaten.

Als probleemstelling is gekozen voor een polder, die omstroomd wordt door twee rivieren. De dijken langs de rivieren hebben verschillende hoogten, omdat de waterstandsoverschrijdingslijnen voor de beide rivieren verschillen.
De hoogwateroverschrijdingslijn voor de eerste rivier wordt gegeven door

$$1 - F_{H_1}(h) = e^{-\frac{h-A}{B}} \quad \left(\frac{1}{\text{jaar}}\right)$$

Voor de tweede rivier geldt:

$$1 - F_{H_2}(h) = e^{-\frac{h-C}{D}} \quad \left(\frac{1}{\text{jaar}}\right).$$

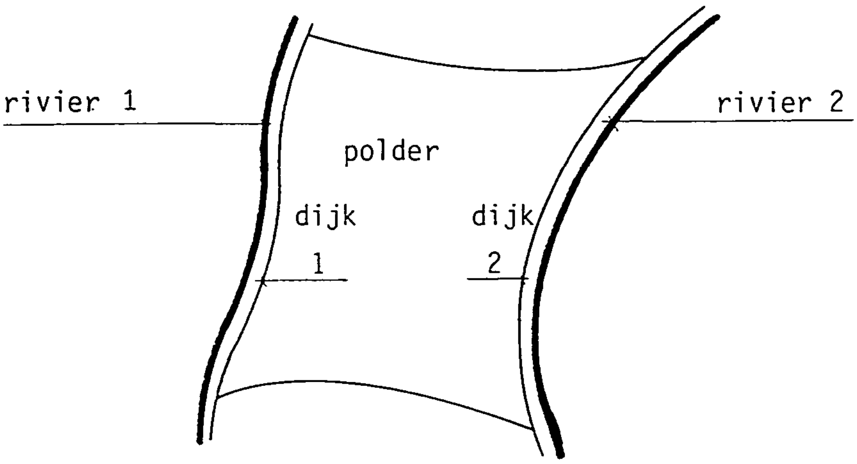


fig. 1. Situatie schets

De dijkhoogten van de twee dijken worden aangegeven door h_1 en h_2. Als bezwijkmechanisme wordt uitsluitend overlopen in beschouwing genomen zodat de volgende betrouwbaarheidsfuncties de veiligheid van de polder aangeven:

$$Z_1 = h_1 - H_1$$
$$Z_2 = h_2 - H_2$$

En als de dijkhoogten deterministische waarden hebben zijn de respectievelijke faalkansen

$$P_{f_1} = 1 - F_{H_1}(h_1) = e^{-\frac{h_1-A}{B}} .$$

$$P_{f_2} = 1 - F_{H_2}(h_2) = e^{-\frac{h_2-C}{D}}$$

Indien de rivierstanden onafhankelijk zijn is de inundatiekans van de polder gelijk aan

$$P_{inundatie} = P_{f_1} + P_{f_2} - P_{f_1} P_{f_2} \approx P_{f_1} + P_{f_2}$$

aangezien $P_f << 1$

Zodra er sprake is van volledige korrelatie van de waterstanden is de inundatiekans van de polder

$$P_{inundatie} = \max \left\{ P_{f_1}, P_{f_2} \right\}$$

2. De economisch optimale dijkhoogte voor het geval van onafhankelijkheid

Indien de waterstanden op de beide rivieren statistisch onafhankelijk zijn is de kans op inundatie van de polder gelijk aan

$$P_{inundatie} = P_{f_1} + P_{f_2}$$

Voor een oneindig lange planningsperiode en een beschermde waarde S in de polder geldt een contante waarde van het risico

$$c.w. = \frac{(P_{f_1} + P_{f_2})\, S}{p}$$

waarin p = reële rentevoet.

De investering die in de twee dijken gedaan kan worden om het risico te verminderen is een functie van de aanleghoogten h_1 en h_2.

$$I = I_o + h_1\, I_1 + h_2\, I_2$$

De totale kosten zijn nu te becijferen op

$$K = I_o + h_1 I_1 + h_2 I_2 + \frac{S}{p}\left\{P_{f_1} + P_{f_2}\right\}$$

$$= I_o + h_1 I_1 + h_2 I_2 + \frac{S}{p}\left\{e^{-\frac{h_1 - A}{B}} + e^{-\frac{h_2 - C}{D}}\right\}$$

De economische rationaliteit eist dat een kostenminimum wordt nagestreefd door een goede keuze van h_1 en h_2.

$$\frac{\partial K}{\partial h_1} = \frac{\partial K}{\partial h_2} = 0$$

Uit deze twee vergelijkingen volgt na enig herleiden voor de optimale faalkansen:

$$P_{f_{1_{opt.}}} = \frac{I_1\ p\ B}{S}$$

$$P_{f_{2_{opt.}}} = \frac{I_2\ p\ D}{S}$$

De verhouding van de optimale faalkansen is bijzonder eenvoudig:

$$\frac{P_{f_1}}{P_{f_2}} = \frac{I_1 B}{I_2\ D}$$

Nu het kostenminimum gevonden is rest nog de controle of het project winstgevend is.
Daartoe moet

$$K_{oud} - K_{nieuw} > 0$$

of iets anders geschreven.

$$\frac{S}{p} \left\{ \Sigma\ P_{f_{oud}} - \Sigma\ P_{f_{opt.}} \right\} > I_o + h_1\ I_1 + h_2\ I_2$$

De winst aan veiligheid moet groter zijn dan de kosten van de dijksverhoging.

3. De optimale dijkhoogte in het geval van een harde budget beperking en onafhankelijkheid

In veel gevallen berust de afweging van de mate van dijkverhoging niet op het door de markt geeiste rendement P maar voegt een beleidsinstantie daaraan richtlijnen toe.
Soms wordt door de beleidsinstantie een harde budgetbeperking ingesteld, die inhoudt dat ongeacht de ligging van het kostenminimum niet meer dan een bedrag Q mag worden geinvesteerd.
De dijkverhogingen worden nu dus beperkt door

$$I_o + h_1 I_1 + h_2 I_2 \leq Q$$

Met behulp van de multiplicatoren methode van Lagrange kan deze beperkende voorwaarde aan de optimant van de vorige paragraaf worden toegevoegd.

$$X = \lambda \left\{ I_o + I_1 h_1 + I_2 h_2 - Q \right\} + I_o + I_1 h_1 + I_2 h_2 + \frac{S}{p} \left\{ e^{-\frac{h_1 - A}{B}} + e^{-\frac{h_2 - C}{D}} \right\}$$

Voor het minimum van de kosten onder de beperking Q geldt nu:

$$\frac{\partial X}{\partial h_1} = \frac{\partial X}{\partial h_2} = \frac{\partial X}{\partial \lambda} = 0$$

Na enig herleiden volgt uit deze vergelijkingen:

$$P_{f_{1_{opt}}} = \frac{(1+\lambda) I_1 \; p \; B}{S}$$

$$P_{f_{2_{opt}}} = \frac{(1+\lambda) I_2 \; p \; D}{S}$$

De verhouding van de faalkansen is opnieuw gelijk aan

$$\frac{P_{f_{1_{opt.}}}}{P_{f_{2_{opt.}}}} = \frac{I_1 \; B}{I_2 \; D}$$

Doch uit de laatste afgeleide vloeit nu de beperking voort:

$$\frac{\partial X}{\partial \lambda} = I_o + I_1 h_1 + I_2 h_2 - Q = 0$$

De conclusie is dat de faalkansen van de beide dijken in dezelfde verhouding worden teruggebracht als in het geval zonder budget-beperking, doch nu niet verder dan het bedrag Q reikt.

Wel moet nog gecontroleerd worden of het dijkverhogingsproject een positief resultaat heeft:

$$\frac{S}{p}\left\{\Sigma\, P_{f_{oud}} - \Sigma\, P_{f_{nieuw}}\right\} > Q$$

4. De optimale dijkhoogte in het geval de hoogte van één dijk ongewijzigd blijft op grond van beleid

Indien men verondersteld dat de rentevoet de enige vermogens-rantsoenerende factor is, volgt het optimum uit het kostenminimum:

$$\bar{K} = I_0 + h_1 \bar{I_1} + \frac{S}{p} \left\{ e^{-\frac{h_1 - A}{B}} + e^{-\frac{h_2 - C}{D}} \right\}$$

Omdat alleen een uitspraak mag worden gedaan over dijk 1, dijk 2 blijft op grond van andere overwegingen gehandhaafd op het huidige nivo, geldt voor het minimum:

$$\frac{\partial K}{\partial h_1} = 0$$

Met als resultaat voor de optimale faalkans van dijk 1:

$$P_{f_{1_{opt.}}} = \frac{I_1 \, p \, B}{S}$$

De winstgevendheid van de verhoging van dijk 1 wordt beoordeeld aan de hand van

$$\frac{S}{p} \left\{ P_{f_{1_{oud}}} - P_{f_{1_{nieuw}}} \right\} > I_0 + I_1 h_1$$

Opvallend is dat in de afweging van de ideale hoogte van dijk 1 het feit dat dijk 2 ongewijzigd blijft op grond van beleids-overwegingen, geen enkele rol speelt.
De optimale faalkans voor dijk 1 is gelijk aan het eerder bestudeerde geval waarin ook dijk 2 werd verhoogd.

5. De optimale dijkhoogte in het geval de waterstanden afhankelijk zijn

Indien er geen andere beperking is dan de rentevoet, volgt de optimale faalkans uit het kostenminimum.
Het resultaat van § 1 in gedachten houdend zijn de totale kosten bij afhankelijkheid van de waterstanden.

$$K = I_o + I_1 h_1 + I_2 h_2 + \frac{S}{p} \max \left\{ P_{f_1} , P_{f_2} \right\}$$

Het kostenminimum wordt in beginsel gevonden door middel van differentiatie.

De volledige afhankelijkheid van de waterstanden houdt echter in, dat bij elke waarde van H_1 slechts één waarde van H_2 mogelijk is.

$$1 - F_{H_1} (H_1) \underset{=}{m} 1 - F_{H_2} (H_2)$$

$$e^{-\frac{H_1 - A}{B}} = e^{-\frac{H_2 - C}{D}}$$

Hieruit volgt voor het verband tussen de waterstanden H_1 en H_2:

$$H_2 = \frac{D}{B} H_1 - \frac{AD}{B} + C$$

Op grond van dit verband, is het duidelijk dat een der beide dijken maatgevend zal zijn, tenzij ook voor de dijkhoogten geldt:

$$h_2 = \frac{D}{B} h_1 - \frac{AD}{B} + C$$

Alleen dan is immers

$$P_{f_1} = P_{f_2} = P_f$$

Als de effecten van de volledige afhankelijkheid verwerkt worden in de totale kostenopstelling ontstaat de volgende uitdrukking

$$K = I_o + I_1 h_1 + I_2 \left\{ \frac{D}{B} h_1 - \frac{AD}{B} + C \right\} + \frac{S}{p} e^{-\frac{h_1 - A}{B}}$$

$$\frac{\partial K}{\partial h_1} = I_1 + I_2 \frac{D}{B} - \frac{S}{Bp} e^{-\frac{h_1 - A}{B}} = 0$$

$$P_{f_{opt.}} = P_{f_{1_{opt.}}} = P_{f_{2_{opt.}}} \quad \frac{(I_1 B + I_2 D)p}{S}$$

Een vergelijking van dit resultaat met het geval van onafhankelijke waterstanden (§ 2.) leert dat de veiligheid per dijk bij afhankelijkheid lager is.

De systeemveiligheid is echter precies gelijk

afhankelijk $\quad P_{f_{syst.}} = P_{f_1} = P_{f_2} = \dfrac{(I_1 B + I_2 D)p}{S}$

onafhankelijk $P_{f_{syst.}} = P_{f_1} + P_{f_2} = \dfrac{I_1 Bp}{S} + \dfrac{I_2 Dp}{S}$

Ook in het geval van afhankelijkheid moet gecontroleerd worden of de baten van dijksverhoging positief zijn.

$$\frac{S}{p} \left\{ \max \left(P_{f_{1_{oud}}}, P_{f_{2_{oud}}} \right) - P_{f_{nieuw}} \right\} > I_o + h_1 I_1 + h_2 I_2$$

In het bovenstaande is er stilzwijgend vanuit gegaan dat beide dijken verhoging behoeven (zie fig. 2).

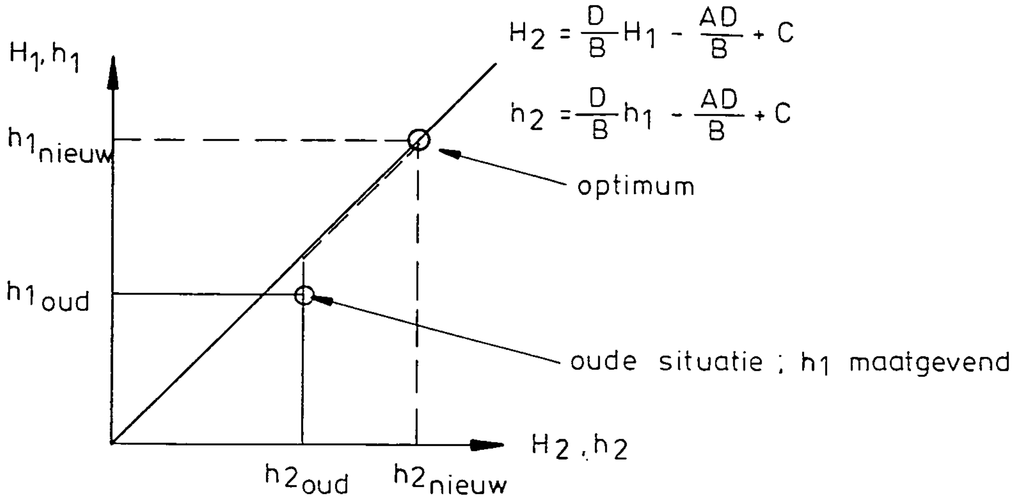


fig. 2. Het verband tussen de waterstanden H_1 en H_2 en de optimale dijkhoogten.

Indien één der dijken reeds de optimale hoogte heeft, dient de andere dijk tot haar optimale hoogte te worden gebracht.

6. De optimale dijkhoogte in het geval van een harde budgetbeperking en afhankelijkheid

Aan de totale kostenfunctie van § 5 kan, zoals getoond in § 3 een harde budgetbeperking worden toegevoegd met behulp van de multiplicatoren methode van Lagrange.

De optimant wordt na deze toevoeging

$$X = \lambda\ (I_0 + h_1 I_1 + h_2 I_2 - Q) + I_0 + I_1 h_1 + I_2 h_2 + \frac{S}{p} \max \left\{ P_{f_1}, P_{f_2} \right\}$$

Overeenkomstig de resultaten van de vorige paragraaf zal de uitkomst voor de optimale faalkans als volgt luiden

$$P_{f_{opt.}} = \left\{ (1+\lambda) \frac{(I_1 B + I_2 D) p}{S} \right\}$$

In feite betekent dit, dat beide dijken zodanig worden verhoogd dat de faalkans van beide gelijk is en totdat het bedrag Q is gespendeerd.

Ook nu moet worden nagegaan of voor het bedrag Q een zinvolle verandering kan worden aangebracht in het waterkeringssysteem.

$$\frac{S}{p} \left\{ \max\ (P_{f_{i_{oud}}}) - P_{f_{nieuw}} \right\} > Q$$

7. De optimale dijkhoogte in het geval de hoogte van één dijk ongewijzigd blijft en afhankelijkheid

Indien de rentevoet de enige beperkende factor is bij het bepalen van de verhoging van de aan te passen dijk, geldt de volgende kostenfunctie:

$$K = I_o + h_1 I_1 + \frac{S}{p} \max \left\{ P_{f_1}, P_{f_2} \right\}$$

Veranderingen hebben alleen zin indien de aan te passen dijk de hoogste faalkans heeft

$$\frac{\partial K}{\partial h_1} = I_1 - \frac{S}{pB} e^{-\frac{h_1 - A}{B}} = 0$$

Hieruit volgt een optimale faalkans die niet afwijkt van wat tot nu toe gevonden werd:

$$P_{f_{1_{opt.}}} = \frac{I_1 \, p \, B}{S}$$

Helaas heeft het geen zin P_{f_1} verder te verlagen dan de waarde van P_{f_2} aangezien het maximum van beiden maatgevend is.

Het resultaat van de beschouwing is dus in feite dat verhoging alleen zinvol is als dijk 1 aanvankelijk een lager veiligheidsnivo heeft dan de dijk die niet gewijzigd mag worden. De verbetering moet dan beperkt blijven tot het nivo waarop de veiligheid van beiden gelijk is.

$$P_{f_{1_{opt}}} = \max \left\{ \frac{I_1 \, p \, B}{S}, P_{f_2} \right\}$$

De toets voor de zinvolheid van de operatie luidt als volgt:

$$\frac{S}{p} \left\{ P_{f_{1_{oud}}} - \max \left\{ \frac{I_1 \, p \, B}{S}, P_{f_2} \right\} \right\} > I_o + I_1 h_1 \, .$$

8. Conclusie, samenvatting en discussie

In onderstaande tabel zijn de bereikte resultaten nog eens samengevat.

- Grof weg komt het erop neer dat in het geval van onafhankelijkheid voor elke dijk afzonderlijk de optimale hoogte kan worden bepaald.
- Indien er naast onafhankelijkheid sprake is van een budgetbeperking dienen alle faalkansen met de zelfde factor te worden verhoogd totdat de verbetering voor het aangegeven bedrag kan worden gerealiseerd.
- Het feit, dat één dijk om redenen van beleid of anderszins niet mag worden verhoogd heeft geen invloed op de optimale faalkans van de dijk, die wel wordt verhoogd.

Indien de waterstanden afhankelijk zijn ontstaat een geheel ander beeld.

- In dit geval is steeds de dijk met de hoogste faalkans maatgevend voor de veiligheid van de polder.
  Vandaar, dat twee dijken zodanig worden opgetrokken dat de faalkans van beide gelijk is.
  Indien een dijk reeds de juiste hoogte heeft wordt de andere dijk zo hoog opgetrokken, dat de faalkans gelijk is aan die van de maatgevende dijk.
- Wanneer naast de afhankelijkheid ook een budgetbeperking een rol speelt, wordt de optimale faalkans met een zodanige factor gereduceerd, dat de dijkverhogingen juist voor het toegestane bedrag kunnen plaatsvinden.
- Indien één der dijken op grond van andere overwegingen niet verhoogd mag worden is verhoging van de andere dijk slechts zinvol tot het nivo waarop de faalkans van de ongewijzigde dijk wordt geevenaard.

Wel moet in alle gevallen steeds worden nagegaan of het project van dijkverhoging economisch aantrekkelijk is. De maatstaf daarvoor is de mate waarin de baten de kosten overtreffen.

$$\frac{S}{p}\left\{ P_{\substack{\text{inundatie}\\ \text{oud}}} - P_{\substack{\text{inundatie}\\ \text{nieuw}}} \right\} > I_0 + I_1 h_1 + I_2 h_2 \; .$$

Beperkingen	onafhankelijke waterstanden	afhankelijke waterstanden
reële rente p	$P_{f_1} = \frac{I_1 B p}{S}$ $P_{f_2} = \frac{I_2 D p}{S}$ $\frac{S}{p}\left\{\Sigma p_{f_{oud}} - \Sigma p_{f_{nieuw}}\right\}$ $> I_o + I_1 h_1 + I_2 h_2$	$P_{f_1} = P_{f_2} = P_{f_{nieuw}}$ $P_{f_{nieuw}} = \left\{\frac{(I_1 B + I_2 D)p}{S}\right\}$ $\frac{S}{p}\left\{\max(P_{f_{oud}}) - P_{f_{nieuw}}\right\}$ $> I_o + I_1 h_1 + I_2 h_2$
beperkt budget en reële rente Q, p	$P_{f_1} = (1+\lambda)\frac{I_1 B p}{S}$ $P_{f_2} = (1+\lambda)\frac{I_2 D p}{S}$ $I_o + I_1 h_1 + I_2 h_2 \leq Q$ $\frac{S}{p}\left\{\Sigma P_{f_{oud}} - \Sigma p_{f_{nieuw}}\right\} \geq Q$	$P_{f_1} = P_{f_2} = P_{f_{nieuw}}$ $P_{f_{nieuw}} = (1+\lambda)\left\{\frac{(I_1 B + I_2 D)p}{S}\right\}$ $I_o + I_1 h_1 + I_2 h_2 \leq Q$ $\frac{S}{p}\left\{\max\ (P_{f_{oud}}) - P_{f_{nieuw}}\right\} \geq Q$
dijk-hoogte $h_2 = h$	$P_{f_1} = \frac{I_1 B p}{S}$ $\frac{S}{p}\left\{\Sigma p_{f_{oud}} - \Sigma p_{f_{nieuw}}\right\}$ $> I_o + I_1 h_1$	$P_{f_1} = \max\left\{\frac{I_1 B p}{S}, P_{f_2}\right\}$ $\frac{S}{p}\left\{\max\ (P_{f_{oud}}) - P_{f_{nieuw}}\right\}$ $> I_o + I_1 h_1$

Soms wordt dit weergegeven door de winstgevendheids index die als volgt gedefinieerd is

$$W.I. = \frac{\frac{S}{p}\left\{ P_{\substack{inundatie\\oud}} - P_{\substack{inundatie\\nieuw}} \right\}}{I_o + I_1h_1 + I_2h_2}$$

Bij prioriteitsbepaling tussen polders onderling kan dit een nuttig kengetal zijn.

Binnen het analyse kader van deze notitie is het echter niet zinvol de winstgevendheids index per dijk (van één polder) te bepalen en zodoende de onderlinge prioriteit af te wegen.
Voor het geval van afhankelijke waterstanden moeten alle dijken in beschouwing worden genomen omdat de onveiligste de veiligheid bepaalt.
Wanneer echter sprake is van onafhankelijke waterstanden kan deze wijze van prioriteitsbepaling zinvol zijn mits een wijziging in de uitdrukking voor de investeringskosten wordt aangebracht.

$$I_{tot} = I_{o_1} + I_{o_2} + I_1h_1 + I_2h_2$$

Nu zijn immers twee afzonderlijke projecten, die elk hun vaste en mobilisatiekosten hebben, in beschouwing genomen.

Een punt van discussie is het veronderstelde lineaire verloop van de dijkbouwkosten als functie van de hoogte. Nauwkeuriger analyse wijst uit dat dit niet aannemelijk is. Voor een eenvoudige dijk zonder bermen kan de volgende kwadratische kostenfunctie worden afgeleid (zie bijlage):

$$I = I_o + \left\{ b_k\ h + \tfrac{1}{2}\ (m+n)\ h^2 \right\} L.C_1 + \sqrt{1 + m^2}.h.C_2L$$

waarin b_k = kruinbreedte
m,n = taludhellingen
L = dijklengte
C_1 = prijs dijklichaam/m^3
C_2 = prijs bekleding/m^2

Hiermee is de eenvoudige oplossing van het optimalisatie probleem verijdeld. Het principe is echter niet aangetast, zodat met numerieke methoden een oplossing gevonden kan worden.
Op grond van een afschatting lijkt er evenwel sprake te zijn van een punt dat de aandacht verdient want

$$\frac{\partial I}{\partial h} = \left\{ b_k + (m+n)\ h \right\} LC_1 + \sqrt{1+m^2}.C_2L$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial h^2} = (m+n)\ LC_1$$

de verandering van de eerste afgeleide van de kosten, die bepalend is in een eerste ronde benadering, mag niet verwaarloosd worden.

voor $C_1 = 10,- [\frac{f}{m^3}]$

$C_2 = 30,- [\frac{f}{m^2}]$

$m = 6$

$n = 3$

$b_k = 2\ m$

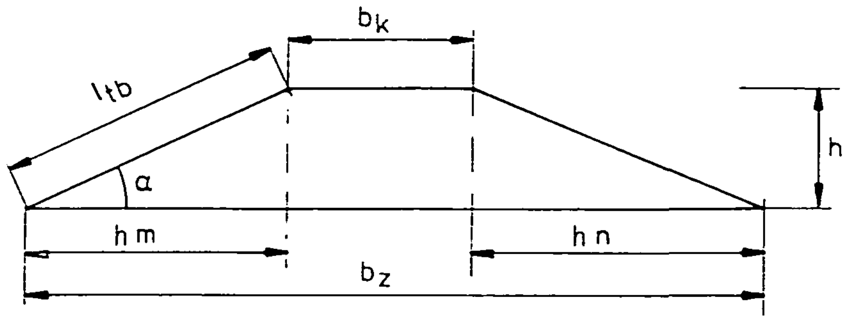
$L = 20.000\ m$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial h^2} = (m+n).L.C_1 = 1{,}8.10^6\ [f']$$

Dit betekent een wijziging van de afgeleide met 1,8 miljoen gulden per m dijkhoogte.
De waarde van de afgeleide zelf is bij een dijkhoogte van 10 m $22{,}0.10^6$, zodat de wijziging op dat nivo $\pm$ 8% bedraagt.
Nadere studie zal moeten uitwijzen of dit verschil de optimale dijkhoogte sterk beïnvloedt.

drs.ir. J.K. Vrijling
december 1984

Kosten van een dijk



De totale breedte b_z is:

$$b_z = b_k + (m + n)\ h$$

De totale inhoud van de dijk met lengte L:

$$V = \{b_k h + \tfrac{1}{2}(m + n)\ h^2\}.L$$

De lengte van de taludbekleding:

$$l_{tb} = \sqrt{1 + m^2}\ .\ h$$

De totale aanleg kosten van de dijk:

$$I = I_o + \{\ b_k h + \tfrac{1}{2}(m + n)h^2\ \}\ .L.C_1 + \sqrt{1 + m^2}\ .\ h.C_2.L$$

C_1 = prijs grond/m^3
C_2 = prijs bekleding/m^2

De afgeleide van de dijkkosten:

$$\frac{\partial I}{\partial h} = [\{\ b_k + (m + n)h\}\ C_1 + \sqrt{1 + m^2}.C_2\ ].L$$

Stel:
$m = 6$
$n = 3$
$b_k = 2$ m
$C_1 = f\ 10,-/m^3$
$C_2 = f\ 30,-/m^2$
$L = 20.000$ m

dan: $I = I_o + (2h + 4{,}5\ h^2)\ 20.10^3.10 + 6h.30.20.10^3$

$= I_o + (200h + 45\ h^2).20.10^3$

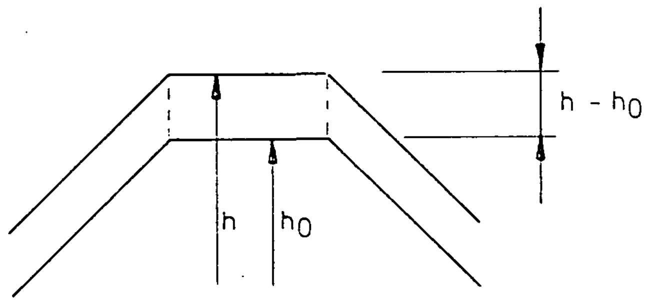
en: $\frac{\partial I}{\partial h} = (200 + 90h)\ 20.10^3$

$= 4.10^6 + 1{,}8.10^6 h.$

en: $\frac{\partial^2 I}{\partial h^2} = 1{,}8.10^6$

$\frac{\partial I}{\partial h}$ wijzigt nogal wat (30%) bij verandering van h met 1 m.

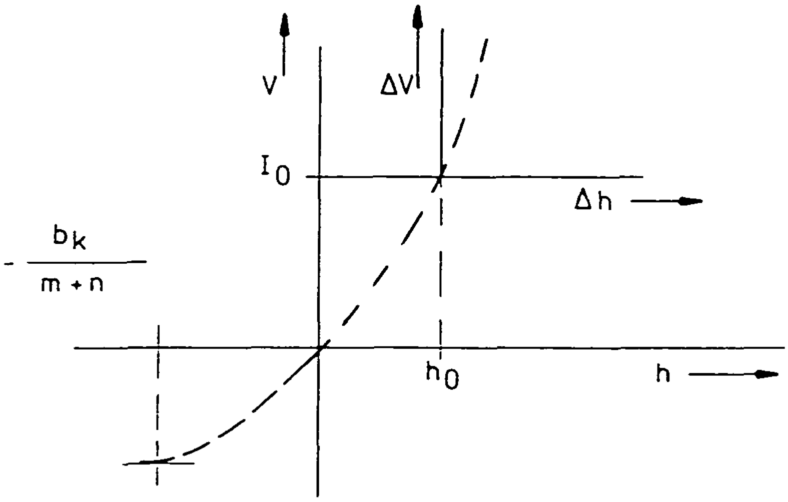
Kosten van een dijkverhoging



$V = \{ b_k h + \frac{1}{2}(m + n)h^2 - (b_k h_o + \frac{1}{2}(m + n)h_o^2) \} .L$

$V = \{ b_k(h-h_o) + \frac{1}{2}(m + n)\ (h^2 - h_o^2) \} .\ L$

$\frac{dV}{dh} = \{ b_k + (m + n)h \} L$



Bij aanwezigheid van een berm (hoogte h_b, breedte b_b):

$$V = \left\{ b_k.h + b_b h_b + \tfrac{1}{2}(m + n)\ h^2 \right\} L$$

De lengte taludbekleding:

$$l_{tb} = \sqrt{1 + m^2}\ h + b_b$$

De totale kosten van een dijk met een berm worden dan:

$$I = I_o + \left\{ b_k h + b_b h_b + \tfrac{1}{2}(m + n)h^2 \right\} L.C_1$$
$$+ \left\{ \sqrt{1 + m_2}\ h + b_b \right\} C_2.L$$

De Technische Adviescommissie voor de Waterkeringen werd door de Minister van Verkeer en Waterstaat ingesteld.
De commissie adviseert de minister omtrent alle technisch-wetenschappelijke aspecten die van belang kunnen zijn voor een doelmatige constructie en het onderhoud van waterkeringen, dan wel voor de veiligheid van door waterkeringen beschermde gebieden.

Met vragen omtrent het werk van de TAW kan men zich wenden tot het werkorgaan van de commissie, ondergebracht bij de Dienst Weg- en Waterbouwkunde van de Rijkswaterstaat.
Postbus 5044, 2600 GA Delft,
tel. 015-~~699440~~. 2518440