

Lokale ontgroning.
Analyse geparametriseerd
waterbewegingsmodel 'Profielenmethode'

G.J.C.M. Hoffmans

rapport nr. 1-88

Technische Universiteit Delft
Faculteit der Civiele Techniek
Vakgroep Waterbouwkunde

Voorwoord

Het algemeen doel van het onderzoek lokale ontgroning is het numeriek modelleren van ontgrondingskuilen als functie van de tijd (twee dimensionaal vertikaal). Het model moet bij gegeven initiele stroomcondities en berekende materiaaleigenschappen de configuratie van de ontgrondingskuil na een bepaalde tijd simuleren.

Hiertoe zijn twee modellen nodig te weten een waterbewegingsmodel en een morfologisch model, die indien zij binnen bepaalde nauwkeurigheidsgrenzen functioneren, aan elkaar gekoppeld worden. Het waterbewegingsmodel beschrijft het stromingsproces in de gehele ontgrondingskuil en het morfologisch model bepaalt het totale sedimenttransport en de bodemligging.

In dit verslag is nagegaan of het geparametriseerde waterbewegingsmodel 'profielen-methode' [Van Rijn], dat in eerste instantie ontwikkeld is voor een stroming loodrecht op tunnelsleuven met relatief flauwe aanzethellingen (1:8), geschikt is of geschikt gemaakt kan worden voor ontgrondingskuilen met steile aanzethellingen (1:3).

Deze analyse is uitgevoerd door ir. G.J.C.M. Hoffmans

Delft, december 1987

Inhoudsopgave

Analyse snelheidsprofielen

Algemeen

Snelheidsprofiel

Oppervlaktesnelheid

Kontinuiteitsvergelijking

Stroomsnelheid op halve waterdiepte

Stromingsparameter

Recept profielenmethode

Conclusies

Literatuurlijst

Symbolenlijst

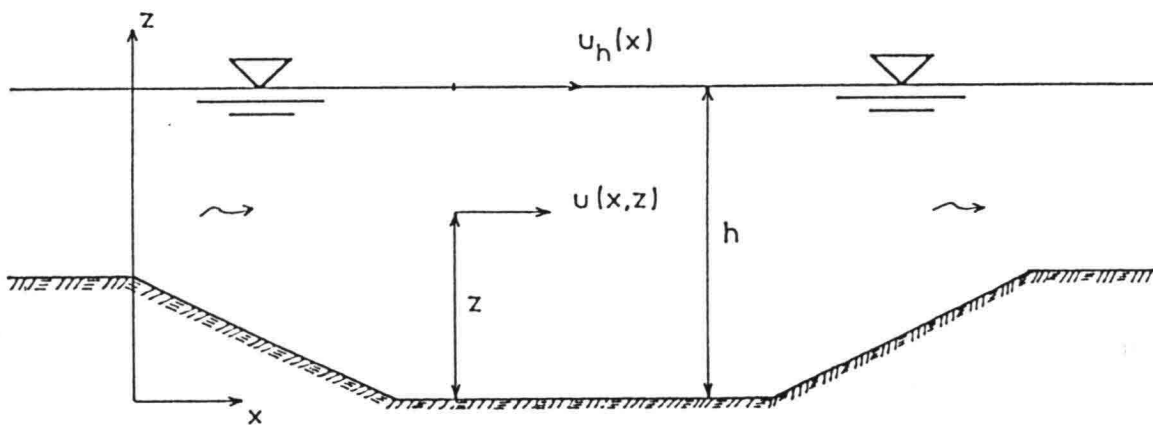
Appendix A.

Analyse snelheidsprofielen (Van Rijn)

Algemeen

De zogenaamde profielenmethode is een methode die opgezet is voor het berekenen van de stroomsnelheidsverdeling van een stationaire stroming in een sleuf dwars op de stroom, zie figuur 1. Deze methode is voornamelijk empirisch van aard. Er wordt uitsluitend rekening gehouden met de continuïteitsvergelijking en er worden aannamen gedaan voor

- het snelheidsprofiel
- oppervlakesnelheid
- snelheid op de halve waterdiepte.



figuur 1 Tunnelsleuf dwars op stroomrichting

Snelheidsprofiel

Er wordt aangenomen dat het snelheidsprofiel kan worden beschreven door zie ook figuur 2.

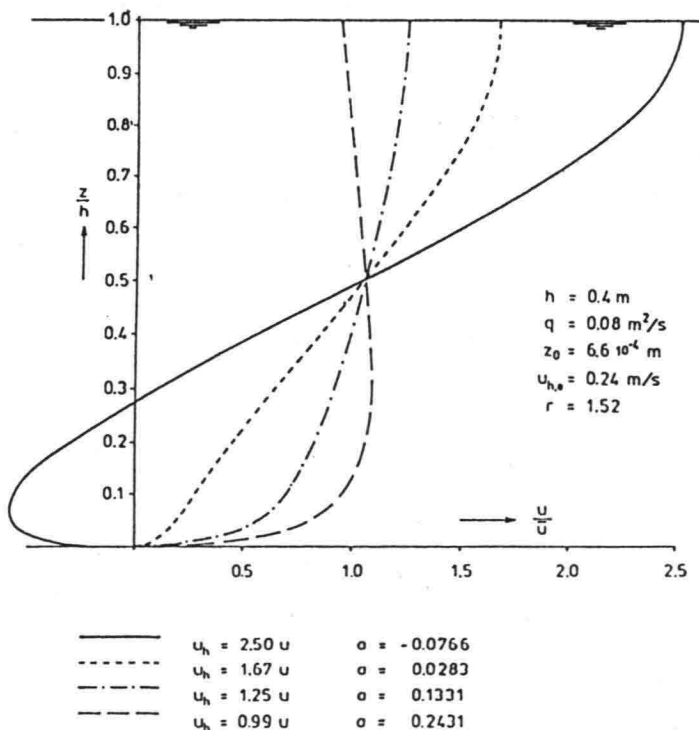
$$u(z) = u_h \left[a \ln \frac{z}{z_0} + (1-a) \ln \frac{h}{z_0} \right] \left\{ 2 \left(\frac{z-z_0}{h-z_0} \right)^r - \left(\frac{z-z_0}{h-z_0} \right)^{2r} \right\} \quad (1)$$

logaritmisch deel

verstorings deel

waarin:

$u(z)$	= stroomsnelheid op hoogte z boven het bed	[m/s]
u_h	= stroomsnelheid ter plaatse van wateroppervlak	[m/s]
a	= stromingsparameter	[-]
z	= verticale afstand	[m]
z_0	= nulpunt snelheidsvertikaal (= $0,033 k_s$)	[m]
k_s	= effectieve bodemruwheid	[m]
h	= waterdiepte	[m]
r	= ruwheids-parameter	[-]



figuur 2 Snelheidsprofiel als functie van u_h

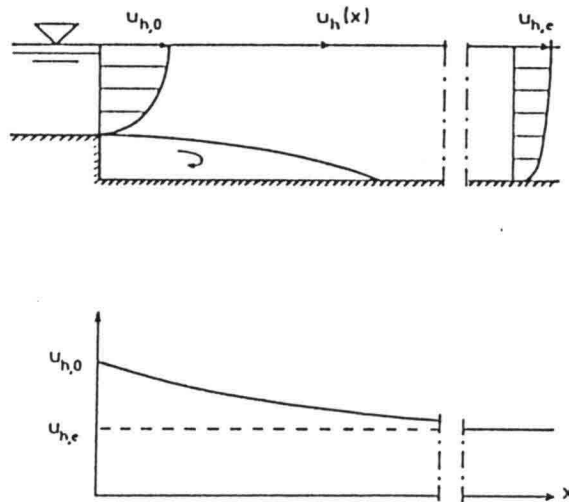
Het snelheidsprofiel is volledig gedefinieerd als u_h , a en r bekend zijn. Om deze parameters te kunnen bepalen zijn drie vergelijkingen nodig. Hiervoor worden gebruikt:

- een eerste orde differentiaalvergelijking voor u_h
- de continuïteitsvergelijking
- een aanname voor stroomsnelheid op halve waterdiepte.

Oppervlaktesnelheid

Er is gesteld dat de oppervlaktesnelheid u_h beschreven wordt door een eerste orde differentiaalvergelijking, die een exponentiële aanpassing naar de evenwichtswaarde van de oppervlaktesnelheid ($u_{h,0}$) geeft, zie figuur 3. De algemene oplossing van deze d.v. luidt, indien de breedte constant is.

$$u_h(x) = (u_{h,0} - \frac{\alpha_1}{\alpha_2} u_{h,e}) e^{-\frac{\alpha_2}{h} x} + u_{h,e} \quad (2)$$



figuur 3 Oppervlaktesnelheid u_h als functie van x

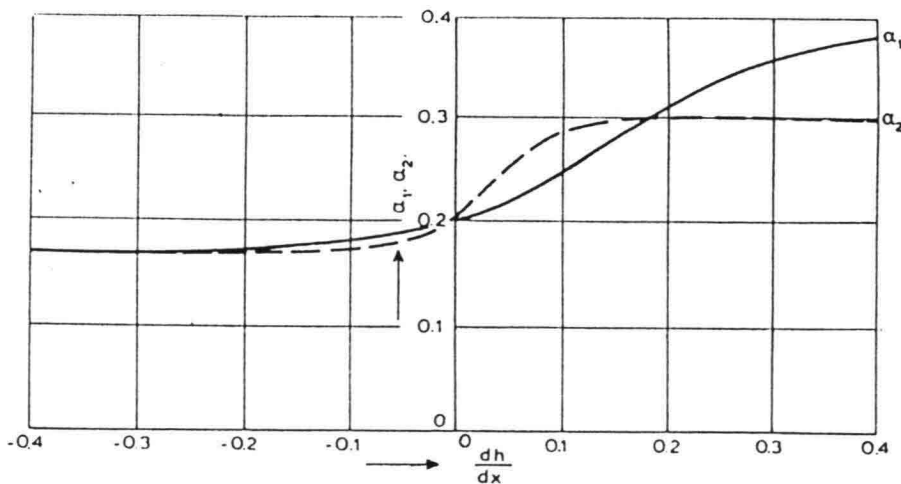
waarin:

$u_h(x)$	= oppervlaktesnelheid als functie van x	[m/s]
$u_{h,0}$	= oppervlaktesnelheid voor $x=0$	[m/s]
$u_{h,e}$	= stroomsnelheid aan het oppervlak voor een uniforme (evenwichts)-stroming met een logarithmische snelheidsverdeling over de vertikaal	[m/s]
α_1	= calibratiecoëfficiënt als functie van het lokale bodemverhang	[-]
α_2	= calibratiecoëfficiënt als functie van het lokale bodemverhang	[-]
x	= longitudinale afstand	[m]

De coëfficiënten α_1 en α_2 zijn geïjkt aan gemeten snelheidsprofielen in trapeziumachtige tunnelsleuven, zie figuur 4. Hiertoe werden 7 experimenten met verschillende geometrieën en hydraulische condities geselecteerd, lit. [2]. Dit leidde tot de volgende relaties voor α_1 en α_2 .

$$\alpha_1 = 0,28 + 0,11 \tanh \left[6 \left(\frac{dh}{dx} \right) - 0,15 \right] \quad (3)$$

$$\alpha_2 = 0,235 + 0,065 \tanh \left[17 \left(\frac{dh}{dx} - 0,035 \right) \right] \quad (4)$$



figuur 4 Empirische coëfficiënten (profielen methode)

opmerkingen

- 1) De coëfficiënten α_1 en α_2 zijn alleen afhankelijk van de lokale bodemverandering
- 2) De oppervlaktesnelheid (u_h) is een functie van
 - a) stroomcondities
 - oppervlaktesnelheid $u_h(x=0)$
 - debiet q
 - b) geometrie
 - waterdiepte h
 - bodemruwheid k_s
 - lokaal bodemverhang (α_1, α_2)
 - afstand x

notatie: $u_h(x) = f(u_{h,0}, q, \frac{h}{z_0}, \frac{dh}{dx})$.

Kontinuiteitsvergelijking

Het debiet (q) wordt verkregen door de snelheids (u_z) te integreren over de vertikaal:

$$q = \int_{z_0}^h u_z dz \quad (5)$$

Substitutie van (1) in (5) geeft na enige omwerking:

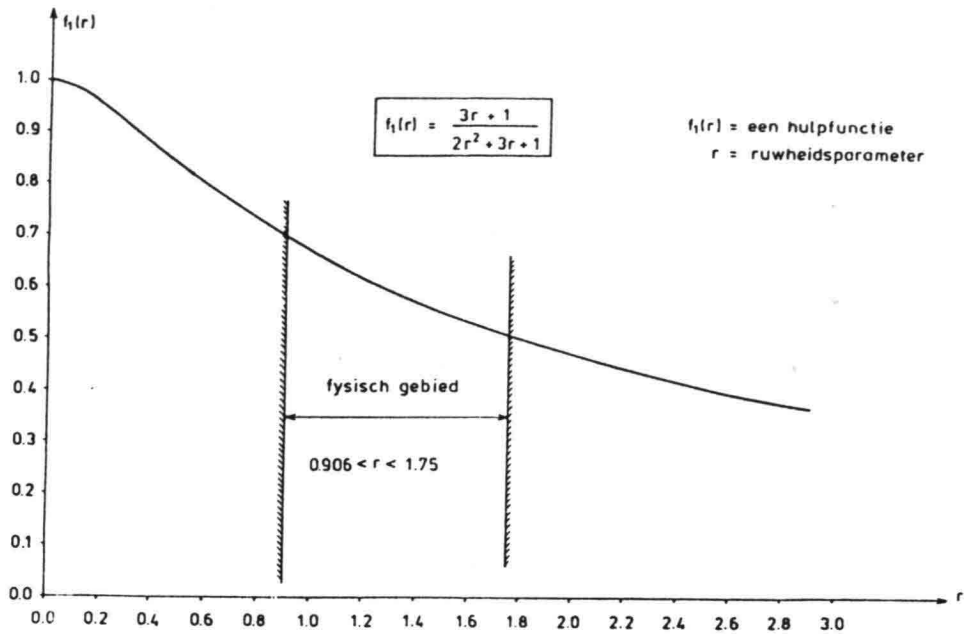
$$q = h u_h \left[a(-1 + \ln \frac{h}{z_0}) + (1 - a \ln \frac{h}{z_0}) f_1(r) \right] \quad (6)$$

met $f_1(r) = \frac{3r+1}{2r^2+3r+1}$, zie figuur 5.

Het snelheidsprofiel is gedefinieerd als de som van een logaritmisch- en een verstoringsdeel zie (1). De oppervlaktesnelheid voor een uniforme stroming ($u_{h,e}$) wordt verkregen als het verstoringsdeel in de snelheidsverdeling naar nul gaat of als de a -parameter gelijk is aan $1/\ln(h/z_0)$.

Substitutie van deze a in (6) geeft

$$u_h = u_{h,e} = \frac{\ln \frac{h}{z_0}}{-1 + \ln \frac{h}{z_0}} \cdot \frac{q}{h} \quad (7)$$



figuur 5 Hulpfunctie $f_1(r)$ als functie van ruwheidsparameter r

Stroomsnelheid op halve waterdiepte

De stroomsnelheid op $z = 0,5 h$ boven de bodem wordt in elk profiel gelijk verondersteld aan de stroomsnelheid volgens het logaritmisch profiel voor een uniforme stroming, zie figuur 2.

$$u_{z=0,5h} = u_{0,5h,e} \quad (8)$$

waarin:

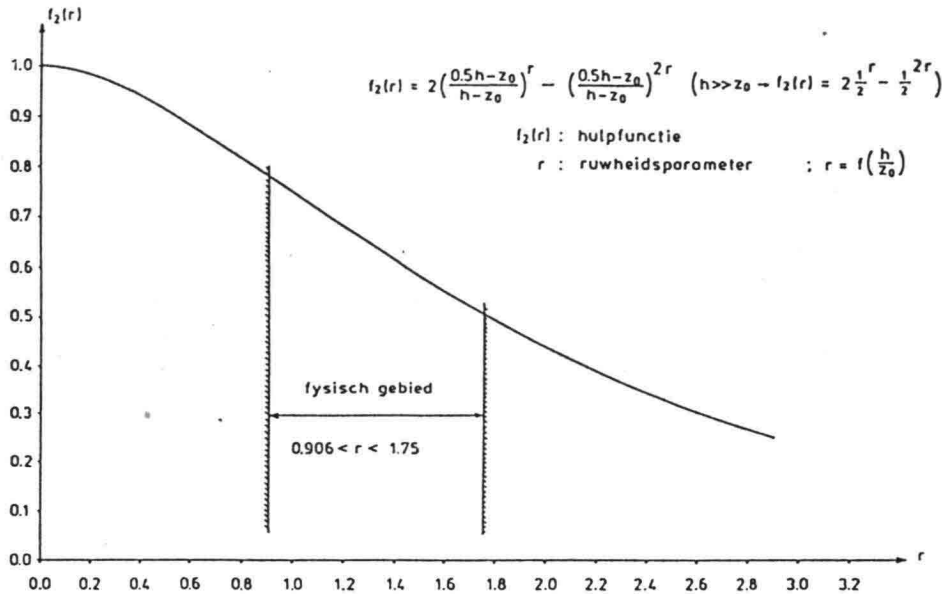
$u_{z=0,5h}$ = snelheid op halve waterdiepte voor een willekeurige doorsnede [m/s]

$u_{0,5h,e}$ = snelheid op halve waterdiepte voor een uniforme (evenwichts)-stroming [m/s]

Substitutie van $z = \frac{1}{2}h$ in (1) geeft:

$$u_{z=0,5h} = u_h \left[a \ln \frac{0,5h}{z_0} + (1-a \ln \frac{h}{z_0}) \cdot f_2(r) \right] \quad (9)$$

met $f_2(r) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^r - \left(\frac{1}{2}\right)^{2r}$, zie figuur 6.



figuur 6 Hulpfunctie $f_2(r)$ als functie van ruwheidsparameter r

Er is getoond dat voor een uniforme stroming (logaritmische snelheidsverdeling) de a -parameter gelijk moet zijn aan $1/\ln(h/z_0)$. Substitutie van deze a in (9) geeft:

$$u_{z=0,5h} = u_h \frac{\ln \frac{0,5h}{z_0}}{\ln \frac{h}{z_0}} \quad (10)$$

Substitutie van het rechterlid van (7) in (10) en gelijkstelling van deze term met het rechterlid van (8) levert op:

$$u_{0,5h,e} = \frac{\ln \frac{0,5h}{z_0}}{-1 + \ln \frac{h}{z_0}} \cdot \frac{q}{h} \quad (11)$$

Substitutie van (6) in (11) en gelijkstelling van deze term met het rechterlid van (9) geeft:

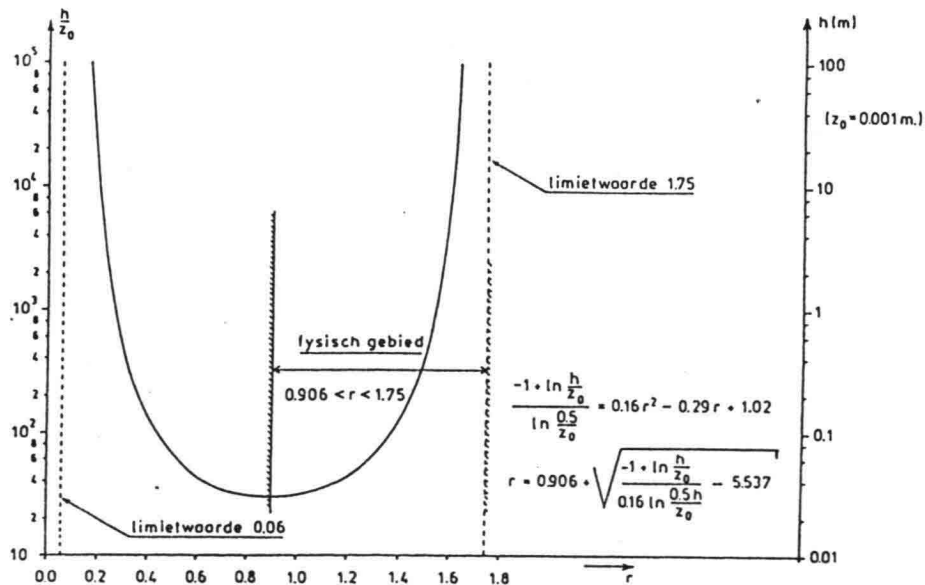
$$\frac{-1 + \ln \frac{h}{z_0}}{\ln \frac{0,5h}{z_0}} = \frac{f_1(r)}{f_2(r)} \approx 0,16 r^2 - 0,29 r + 1,02 \quad (12)$$

Van deze vierkantsvergelijking voor r voldoet op fysische gronden alleen de oplossing:

$$r = 0,906 + \sqrt{\frac{-1 + \ln \frac{h}{z_0}}{0,16 \ln \frac{0,5h}{z_0}} - 5,537} \quad (13)$$

Opmerkingen, zie ook figuur 7.

- 1) De r -parameter is een soort ruweids-parameter, omdat deze een functie is van de relatieve effectieve bodemruweid (k_s), zie vgl. (13)



figuur 7 Relatieve ruweid r als functie van $\frac{h}{z_0}$

- 2) Als $\frac{h}{z_0} < 0$ is dit fysisch gezien onzin.
- 3) Voor $0 < \frac{h}{z_0} < 30$ heeft r imaginaire waarden.
- 4) r heeft reële waarden voor $\frac{h}{z_0} > 30$.
- 5) r bereikt twee limietwaarden voor $\frac{h}{z_0} \rightarrow \infty$ (=oneindig) te weten:

$$\lim_{\frac{h}{z_0} \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{-1 + \ln \frac{h}{z_0}}{0,16 \ln \frac{0,5h}{z_0}} - 5,537} = \sqrt{\frac{1}{0,16} - 5,537} = 0,844$$

$$\text{dus } r_1 = 0,906 + 0,844 = 1,75$$

$$r_2 = 0,906 - 0,844 = 0,06$$

Het reële (mathematisch gezien) interval van r bedraagt:

$$0,06 < r < 1,75.$$

- 6) Het fysisch reële interval van r bedraagt:

$$0,91 < r < 1,75 \quad (\text{appendix A}).$$

Stromingsparameter a

Deze parameter kan op 2 manieren bepaald worden

- 1) direkt uit vergelijking (6)

$$a = \frac{\frac{q}{hu_h} - f_1(r)}{(1 - f_1(r)) \cdot \ln \frac{h}{z_0} - 1} \quad (14)$$

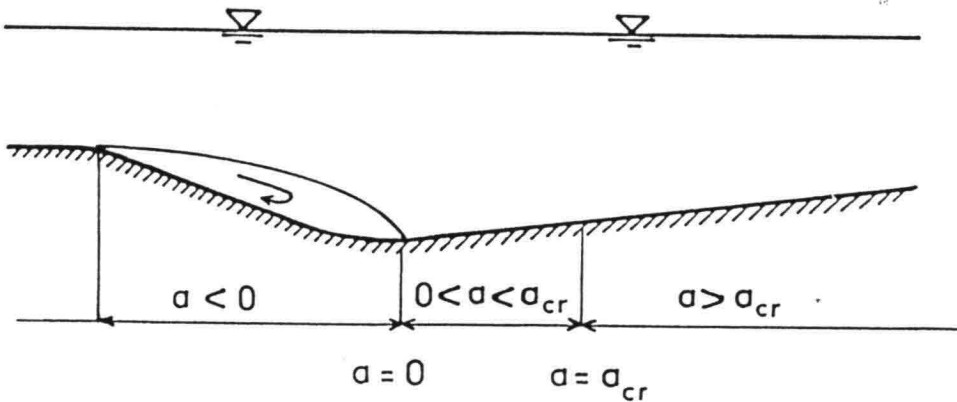
- 2) door gelijkstelling van (9) en (11)

$$a = \frac{\frac{u_{0,5h,e}}{u_h} - f_2(r)}{\ln \frac{0,5h}{z_0} - f_2(r) \cdot \ln \frac{h}{z_0}} \quad (15)$$

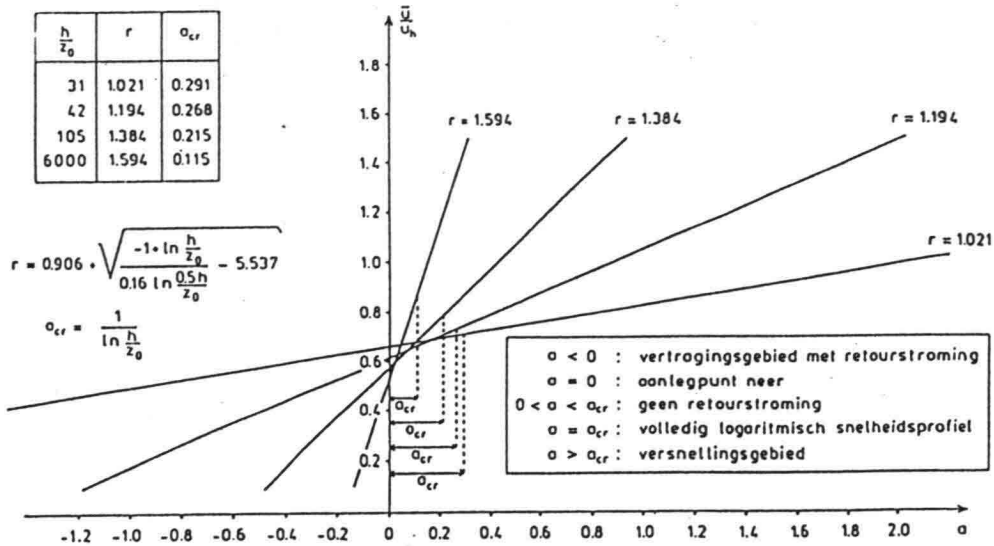
Opmerkingen, zie ook figuur 8.

- 1) De a -parameter kan gedefinieerd worden als een soort stromingsparameter. De volgende situaties kunnen worden onderscheiden.

$a < 0$	vertragingsgebied met retourstroming
$a = 0$	aanlegpunt neer
$0 < a < a_{cr}$	vertragingsgebied zonder retourstroming
$a = a_{cr}$	volledig logaritmisch snelheidsverdeling
$a > a_{cr}$	versnellingsgebied



- 2) De profielenmethode is niet geschikt om snelheidsverdelingen in vertragingsgebieden met retourstroming goed weer te geven. Als de oppervlaktesnelheid met een factor 10% toe- of afneemt ter hoogte waar de neer aanlegt, zal bij een praktische waarde van $r \approx 1,4$ ($h/z_0 = 150$) de a -parameter variëren van $-0,05$ tot $+0,05$, zie figuur 8. Dit betekent dat voor een vertragingsgebied met terugstroming door de profielenmethode niet altijd een neer wordt berekend of dat de neerlengte goed wordt bepaald.



figuur 8 Oppervlaktesnelheid u_h als functie van de stromingsparameter a

Recept profielenmethode (handberekening)

gegeven:

- lokaal bodemverhang ($\frac{dh}{dx}$)
- ruwheid ($\frac{h}{z_0}$)
- debiet (q)
- oppervlaktesnelheid voor $x = 0$ ($u_{h,0}$).

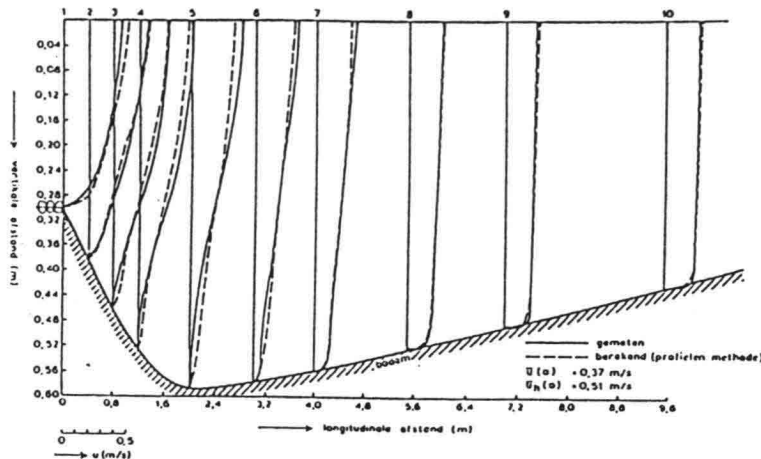
bereken:

- a) α_1 met (3) en α_2 met (4)
- b) $u_{h,e}$ met (7)
- c) u_h met (2)
- d) r met (13)
- e) $f_1(r)$; zie figuur 5
- f) a met (14)
- g) $u(z)$ met (1)
- h) voor een nieuw snelheidsprofiel (andere doorsnede) ga naar b), indien de lokale bodemhelling verandert ga naar a).

Conclusies (t.a.v. profielenmethode)

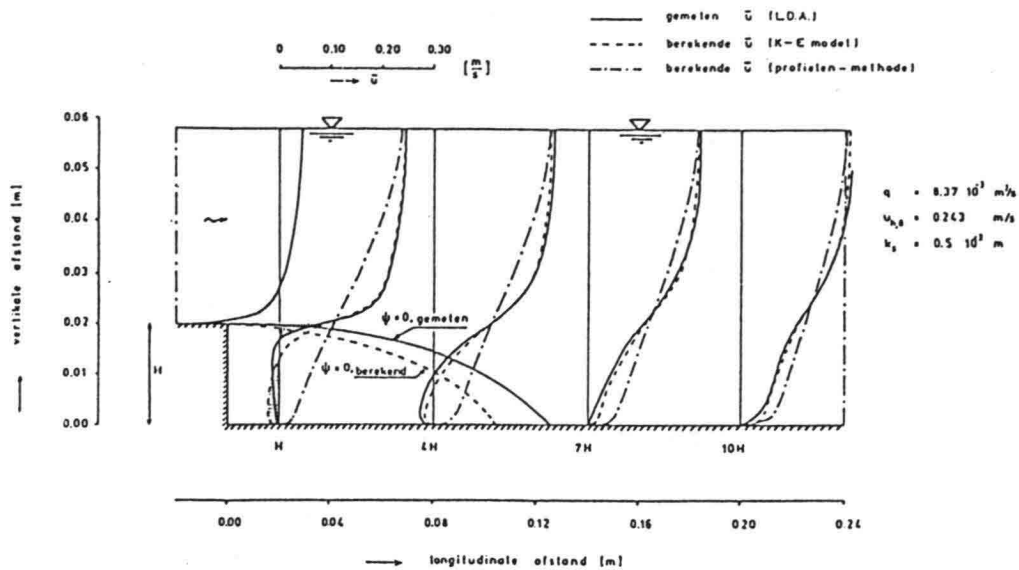
1) Nuloptie.

De berekende snelheidsprofielen voor ontgrondingskuilen met aanzethellingen van 1:5 en flauwer komen redelijk goed overeen met gemeten snelheidsverdelingen, zie figuur 9. Voor aanzethellingen steiler dan 1:5 zijn de snelheidsvoorspellingen in het vertragsingsgebied met name aan de bodem matig tot slecht.



figuur 9 Gemeten en berekende snelheidsprofielen

- 2) Omdat bij een backward-facing step of steile aanzethelling de horizontale snelheid voorbij $x=0$ op de halve waterdiepte niet gelijk is aan de evenwichtswaarde ($u_{0,5h,e}$), zie figuur 10, zou overwogen kunnen worden om de aanname voor de snelheid op deze diepte te vervangen. Met andere woorden het scharnierpunt van alle snelheidsprofielen niet als vast te beschouwen ($z = \frac{1}{2}h$), maar bijvoorbeeld als functie van x en z te nemen. Dit betekent dat een nieuwe onbekende variabele geïntroduceerd wordt waarvoor een nieuwe vergelijking gezocht moet worden. Dit lijkt echter nauwelijks een verbetering.



Figuur 10 Horizontale snelheid u als functie van de vertikaal

- 3) In het verleden is voorgesteld om de profielenmethode geschikt te maken voor ontgrondingskuilen door calibratie coëfficiënten beter af te stemmen. Uit de analyse volgt dat dit totaal geen zin heeft, daar deze coëfficiënten uitsluitend afhankelijk zijn van het lokale bodemverhang. Bij goede ijking van deze coëfficiënten wordt de berekende oppervlaktensnelheid benaderd door de gemeten waarde, zie figuur 10, echter het berekend snelheidsprofiel niet, zie ook opmerking 2.
- 4) Overwegend bezwaar van deze methode is dat ze gebaseerd is op curve fitting waarbij lokale aanpassing belangrijk is en dat de methode niet gebaseerd is op de hydrodynamische vergelijkingen.

Literatuurlijst

1. Rijn, L.C. van, december 1985
Two-dimensional vertical mathematical model for suspended sediment transport by currents and waves, S488 part IV.
2. Rijn, L.C. van, november 1980
Storm surge barrier Oosterschelde, computation of siltation in dredged trenches, semi empirical model for the flow in dredged trenches.
Report R1267-III
Delft Hydraulics Laboratory, Delft.
3. Wijngaarden, N.J., maart 1984
Fundamenteel onderzoek naar voorspellen van ontgroningen.
Voorstel voor voortgezet onderzoek M1820.

Symbolenlijst

α	: calibratiecoëfficiënt als functie van het lokale bodem verhang	[-]
a	: stromingsparameter	[-]
h	: waterdiepte	[m]
H	: drempelhoogte	[m]
k_s	: effectieve ruwheid	[m]
q	: debiet	[m ² / s]
r	: relatieve ruwheid	[-]
u	: tijdgemiddelde longitudinale snelheid	[m/s]
x	: longitudinale afstand	[m]
z	: verticale afstand	[m]
z_0	: nulpunt snelheidsvertikaal	[m]
$f(r)$: hulpfunctie	[-]

Subscript:

0	: ter plaatse van instroomrand ($x=0$)
e	: evenwichtswaarde
h	: ter plaatse van oppervlak
cr	: kritiek

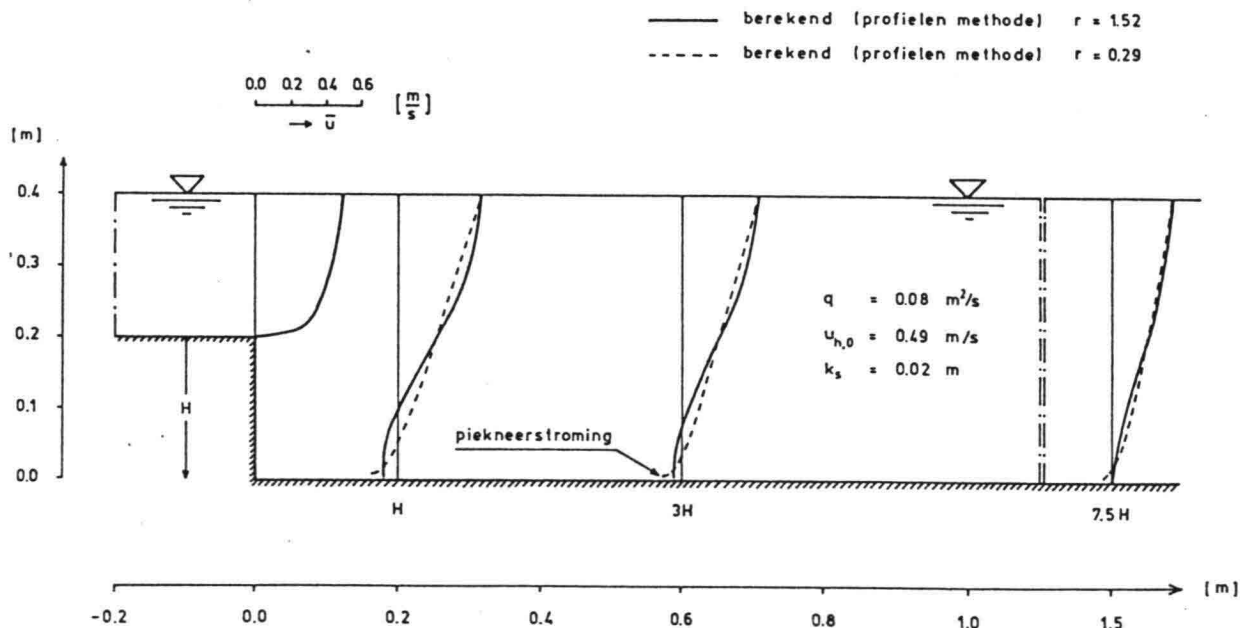
Appendix A.

Enige exercities hebben uitgewezen dat het snelheidsprofiel voor r binnen het interval

$$0,06 < r < 0,906$$

fysisch gezien geen waarde oplevert. Nabij de bodem treden negatieve pieksnelheden op ten gevolge van de overheersende (negatieve) bijdrage van het verstoringsdeel, zie vergelijking 1.

In figuur 11 zijn diverse snelheidsprofielen uitgezet. De getrokken lijnen zijn ten opzichte van de gestippelde fysisch gezien het meest plausibel. Tevens toont deze figuur dat de berekende snelheidsprofielen bij deze geometrie-randvoorwaarden en stromingscondities betere resultaten geven in vergelijking tot figuur 10, met name in het neergebied. Dit is waarschijnlijk te wijten aan het feit dat deze som (lit 1, figuur 4.10) garant stond om de parameters α_1 en α_2 te ijken.



figuur 11 Horizontale snelheid u als functie van de vertikaal

