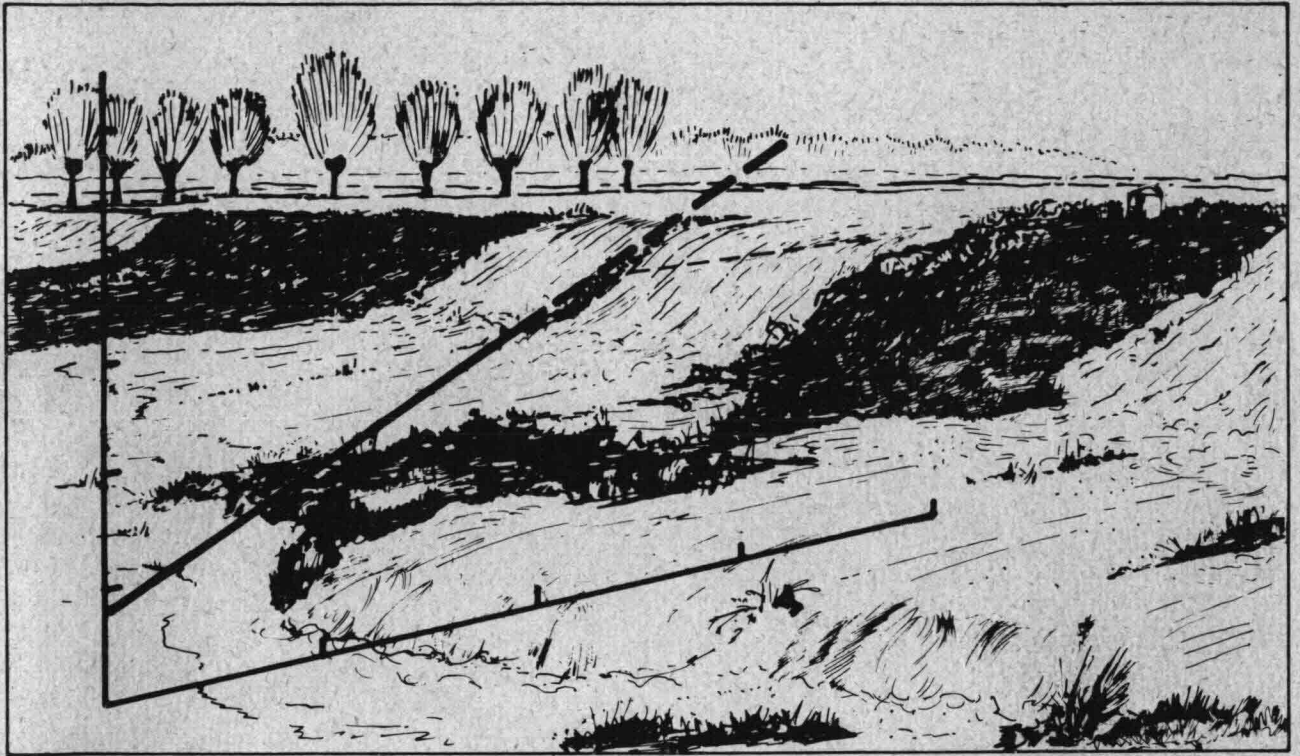


Extreme waarden en decisieproblemen



febr. 1967
92.

III

M1
(14)

proj. v. Bendegean

a2
k3a.



VAKGROEP
WATERBOUWKUNDE
Afd. Civiele Techniek
TH Delft

Technische Hogeschool Delft
Afdeling Weg- en Waterbouwkunde
Sektie Waterbouwkunde

EXTREME WAARDEN EN DECISIEPROBLEMEN

P. Huisman

67-5484.1

Inhoudsopgave

- Hoofdstuk 1. Inleiding.
- Hoofdstuk 2. Statistische Analyse.
2.1. Frekwentieverdelingen.
2.2. Wiskundige modellen.
2.3. Inhomogeniteiten en diskontinuiteiten.
- Hoofdstuk 3. Decisieproblemen.
3.1. Draagwijdte en beperkingen bij besliskundige
 problemen.
3.2. Bepaling van de optimale handelwijze door
 minimalisatie van de totale kosten.
3.3. Bepaling van de optimale handelwijze door
 maximalisatie van de voordelen t.o.v. van
 de totale kosten.
- Hoofdstuk 4. Literatuuropgave.

Hoofdstuk 1.

1.1. Inleiding.

Bij het ontwerpen van projekten ziet de ingenieur zich onophoudelijk voor beslissingen gesteld; beslissingen ten aanzien van situering, type en afmetingen, niet slechts van het geheel, maar ook van de onderdelen en details. Vroeger werden vele van deze beslissingen op het gevoel, uit ervaring of aan de hand van voorbeelden genomen. Deze typisch ambachtelijke niet technisch-wetenschappelijke methode wordt meer en meer vervangen door een wetenschappelijk verantwoorde werkwijze, waarbij maat en getal in samenhang met voldoende gefundeerde wetenschappelijke redeneringen een meer objectieve richtlijn zijn voor de beslissing. Dit betekent nu ook weer niet, dat men bij elke beslissing een objectieve maatstaf moet zien te vinden. Zo zullen bij detailkonstrukties nog vaak traditionele uit ervaring gegroeide oplossingen gekozen kunnen worden. Juist dan zal men zich terdege bewust moeten zijn van de funktionele eisen, die aan de konstruktie gesteld moeten worden, omdat de moderne techniek andere eisen stelt en andere mogelijkheden biedt dan het oude ambacht. Bij de grote, gekompliceerde en kostbare werken, die in de tegenwoordige tijd tot uitvoering komen, waarbij gevoel en ervaring geen richtlijn kunnen geven, is toepassing van analytische methoden zeer noodzakelijk. Deze analytische methoden worden samengevat onder de benaming "besliskunde".

De grondgedachte bij de besliskunde kunnen we in zijn algemene vorm als volgt formuleren: Als een beslissing een keus inhoudt uit verschillende, binnen het bereik liggende handelwijzen, zal men zo goed mogelijk kwantitatief de grootte der voor- en nadelen trachten te ramen, die uit elk der handelwijzen zou voortvloeien. Men kiest dan die handelwijze, de "optimale" geheten, waarbij het overwicht van de voordelen boven de nadelen zo groot mogelijk is. Men zal dus voor elk geval eerst moeten vaststellen wat als voordelen en wat als nadelen wordt beschouwd, en welke gewichten men eraan moet toekennen; m.a.w. men zal de beslissingskriteria moeten formuleren.

Bij elk ontwerp zal men bewust een programma van eisen opstellen, die van planologische, funktionele en konstruktieve aard zijn. Sommige van deze eisen zijn in de beginne wellicht slechts wensen, die kunnen uitgroeien tot (minimum) eisen, soms gekombineerd met een verdergaande wens. Deze eisen en wensen vormen niet de eigenlijke beslissingskriteria; zij dienen om de

verschillende mogelijke oplossingen naast elkaar te zetten. Als één van de projecten aan zwaardere eisen voldoet dan de gestelde zal dat in 't algemeen niet als een voordeel mogen worden aangemerkt bij de beslissing omtrent de keuze; indien een projekt niet ten volle aan een eis voldoet mag dit projekt feitelijk niet meetellen. Als men het toch aksepteert heeft men de eis dus verkeerd gesteld. Men had een lagere eis moeten stellen en daarboven een wenselijkheid moeten aangeven. Het in mindere of meerdere mate voldoen aan een wens speelt wel een rol bij de beslissingskriteria. Soms is deze wens kwantitatief in geld uit te drukken; is dit niet het geval dan komt het moeilijke subjektieve afwegen van kwalitatieve voor- en nadelen.

Het dominerende beslissingskriterium is meestal gelegen in de financiële sektor; de vraag is dan in zijn algemeenheid wat de meest gunstige verhouding is tussen opbrengst en kosten. Vaak is een hogere opbrengst te verkrijgen tegen hogere kosten; waar ligt het optimum. In het Engels spreekt men dan ook van "optimalisation problems". Worden opbrengst en kosten in geld uitgedrukt, dan geeft het kотиënt (benefit-cost ratio) tevens een indruk van de rentabiliteit van het projekt. Keuze en realisatie van een projekt hangen echter niet alleen van deze berekening af. Vaak zijn er niet in geld uit te drukken factoren, die het optimum verschuiven. Sociale en esthetische factoren kunnen een rol spelen. Het gebrek aan deviezen kan een duurder projekt noodzakelijk maken. Ontwikkelingsdruk (energie, voedsel) kan het nodig doen zijn een hogere opbrengst tegen hogere eenheidsprijs te aanvaarden. Het komt daardoor wel voor dat plannen tot uitvoering komen waarvan de benefit-cost ratio beneden één ligt. Aan de andere kant worden in landen, die gebrek aan geld, intellect en geschoolde arbeid hebben (vergeleken met het grote aantal uit te voeren projecten) soms alleen maar die plannen verwezenlijkt die een ratio hebben die hoger dan b.v. 3 ligt.

Een typisch voorbeeld van een benefit-cost probleem is dat van de hoogwater vrijmaking van een gebied. Aangezien dit tevens een goed voorbeeld is van een combinatie met kansrekening zal dit vraagstuk in de volgende hoofdstukken worden besproken.

Soms is de "benefit" niet variabel maar in het programma van eisen vastgelegd, zoals bij het ontwerp van een bevoeiingskanaal met konstante afvoer en gegeven verhang. In dat geval moet de noemer, de "cost" dus zo klein mogelijk zijn. Een dergelijk optimalisatie-vraagstuk zou eenvoudig zijn als er slechts één variabele is. In het bovengenoemde voorbeeld van een kanaal is de berekening al direkt gekompliceerder. Er is niet alleen de variabele b/h , die in de kostenbepaling meespeelt (onteigening en grondverzet); er is

verder variatie in taludhelling (al dan niet bekleed); en er is de mogelijkheid van beperking van het dwarsprofiel door het glad maken van talud en bodem door een afdekking. De oplossing zal dan meestal gezocht worden door berekening van een aantal oplossingen en het tekenen van optimalisatie krommen. Soms kan men de variabelen als functie van een geldbedrag in de formule brengen, en het minimum in een rekenmachine bepalen. Dit geeft echter moeilijkheden als er sprake is van diskontinuiteiten (bekleding wel of niet enz.).

Moelijker worden onze berekeningen als het toeval een rol gaat spelen; in het optimalisatie vraagstuk moeten dan frekwentieberekeningen verwerkt worden. Een typisch voorbeeld hiervan is de berekening van de overslag capaciteit van een kade of de schutcapaciteit van een sluis. Dit zijn optimalisatie vraagstukken van het wachttijden type, zoals deze ook bij ander verkeer voorkomen (telefonie, wegverkeersknooppunten, enz.).

Gegeven is bijvoorbeeld, dat een te bouwen kade een bepaald aantal schepen per jaar moet kunnen laden of lossen, dus een zekere capaciteit moet hebben. Zouden deze schepen met een vaste regelmaat aankomen dan was het probleem en zijn oplossing eenvoudig. Er zit echter een onregelmatigheid in de aankomst, die een verschillende oorzaak kan hebben (herkomst, soort goederen, seizoen, weersomstandigheden, communicatie, enz.). Men zal dus eerst een frekwentieverdeling moeten maken van het aantal schepen, dat in een bepaalde periode zou kunnen aankomen. Zou men de kadelengte, overslagmiddelen, arbeiders enz. nu bepalen voor een toestand, die zelden zou voorkomen, zodat er praktisch nooit een schip zou behoeven te wachten, dan zou de kade vrijwel nooit in zijn geheel in gebruik zijn. De kosten van afschrijving en rente, van onderhoud en gebruik zouden zeer hoog zijn. Zou men de capaciteit daarentegen bepalen op niet veel meer dan het gemiddelde in de aankomst van schepen dan zouden zeer lange wachttijden voorkomen, die hoge kosten voor de reders zouden geven en die sociaal-ekonomisch niet toelaatbaar zijn. Sociaal-ekonomisch moeten we dus zoeken naar een optimum, dat is een minimum in de totale kosten. Uiteraard spelen bij de bepaling ook niet direkt in geld uit te drukken factoren een rol: de 'haam' van de haven, concurrentie-overwegingen, de soort goederen, privaat-ekonomische tegenstellingen, enz. Zo heeft een haven als Rotterdam zelden wachttijden van meer dan enige dagen, terwijl er andere havens zijn waar twee weken wachttijd normaal is.

Een ander type optimalisatie vraagstukken gekombineerd met frekwentieberekeningen is dat van het zogenaamde opslagtype. Een bekend voorbeeld is de bepaling van de reservoirgrootte achter een stuwdam, waar water wordt

opgespaard voor verschillende doeleinden zoals hoogwaterbestrijding, bevoëling of waterkracht. Hoogwatertoppen en laagwaterdalen variëren in tijd en grootte, evenals de maand- en jaarafvoeren. Wellicht is het technisch mogelijk om een zo groot reservoir te bouwen dat alle fluktuaties in afvoer kunnen worden afgedempt zodat een zeer gelijkmatige lozing van water uit het reservoir kan plaats vinden. Het water wordt volledig beheerst en kan volledig worden benut (als de verdamping tenminste geen rol speelt). De kosten van het reservoir zullen echter enorm zijn (het nieuwe Assouan-reservoir). Maakt men het reservoir daarentegen klein, dan wordt de hoogwatergolf niet beheerst en kan slechts weinig water benut worden. Ook hier is een optimum te bepalen met frekwentieberekeningen.

De aanpak van dergelijke vraagstukken zal in de volgende hoofdstukken behandeld worden aan de hand van een voorbeeld waarbij "benefit" en "cost" variabel zijn, namelijk de bescherming tegen hoge waterstanden door dijken. De hoogte van het water is variabel en afhankelijk van toevalsfactoren. Er zijn van deze waterhoogten reeksen waarnemingen waardoor men in staat is frekwentiebeschouwingen op te zetten. Vooral bij projecten in ontwikkelingsgebieden zijn deze waarnemingen echter sterk gelimiteerd.

Het probleem waar men zich hierbij voor geplaatst ziet is: welke waterhoogte is bepalend voor de dijk, die tot op zekere hoogte bescherming moet geven aan gewassen, voorraden, huizen, industrieën en ook aan mensen? Wat is nu de optimale dijkhoogte. Enerzijds zijn er de jaarlijkse kosten van een dijkverhoging (rente, afschrijving, extra onderhoud), anderzijds is er de "benefit" van het verschil in frekwentie van overstroming, waardoor de schade, die achter de dijk kan worden aangericht sterk wordt beperkt. Is de winst door deze schadebeperking groter dan de kosten van de dijkverhoging dan is deze in elk geval verantwoord. Maar waar ligt het optimum?

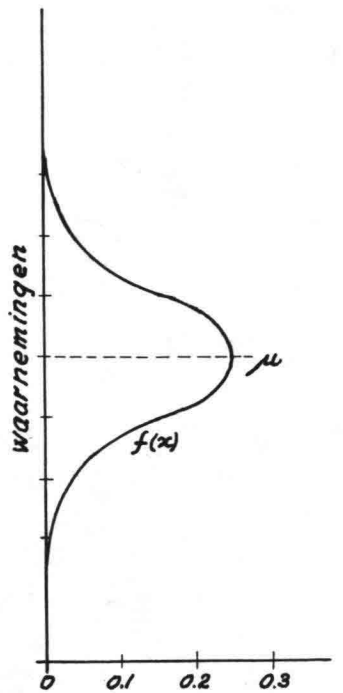
In het volgende hoofdstuk wordt eerst ingegaan op een dergelijk frekwentieprobleem, waarbij het gaat om extreem voorkomende toestanden.

Hoofdstuk 2.Statistische Analyse.2.1. Frekwentieverdelingen.

Bij vrijwel alle verschijnselen, waarvan men van tijd tot tijd één of meer kenmerkende grootheden bepaalt, zal variatie in deze grootheden optreden. Deze variatie wordt veroorzaakt door toevalsfactoren. Om een verschijnsel te kunnen definiëren of beschrijven geeft één enkele waarneming onvoldoende informatie, daarvoor is een reeks van waarnemingen nodig. Bij een grote massa gegevens van één soort zal men het totale variatiegebied van deze gegevens onderverdelen in intervallen en bepalen hoeveel waarnemingen in elk van deze intervallen liggen. De grafische voorstelling van deze frekwentieverdeling heet "histogram". Door i.p.v. het aantal waarnemingen het percentage van het totaal aantal waarnemingen per interval te nemen ontstaat de "relatieve frekwentieverdeling". Tenslotte verkrijgt men door bij elke grens tussen twee intervallen aan te geven hoe groot het aantal resp. het percentage waarnemingen is, waarvoor de gemeten grootte kleiner of groter is dan die intervalgrens de "kumulatieve" resp. de "relatieve kumulatieve frekwentieverdeling".

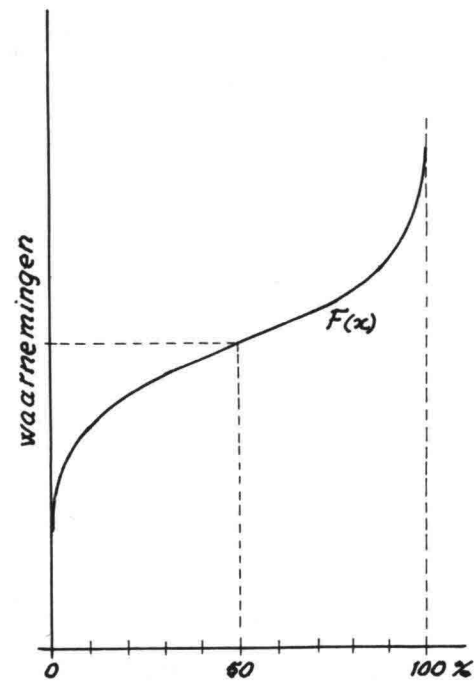
Bij continue kansverdelingen, waarvan in het vervolg sprake van zal zijn gebruikt men ook wel de termen kansdichtheidsfunctie en kansverdelingsfunctie voor resp. de relatieve en de relatieve kumulatieve frekwentieverdeling. Tussen kansdichtheidsfunctie $f(x)$ en verdelingsfunctie $F(x)$ bestaat het volgende verband $F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$; en verder is $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = F(+\infty) = 1$. In figuur 2.1.1. en 2.1.2. zijn voor een normale frekwentieverdeling de kansdichtheidsfunctie en de kansverdelingsfunctie getekend.

Bij waterbouwkundige projekten is men in 't algemeen geïnteresseerd in de frekwentie van zeer hoge of zeer lage waarnemingen. Uit de figuren blijkt wel hoe moeilijk het is om, zelfs bij vergroting van de figuur, nauwkeurig af te lezen welke waarneming bijvoorbeeld behoort bij een onderschrijding



relatieve frekwentie

fig. 2.1.1.



relatieve kumulatieve frekwentie

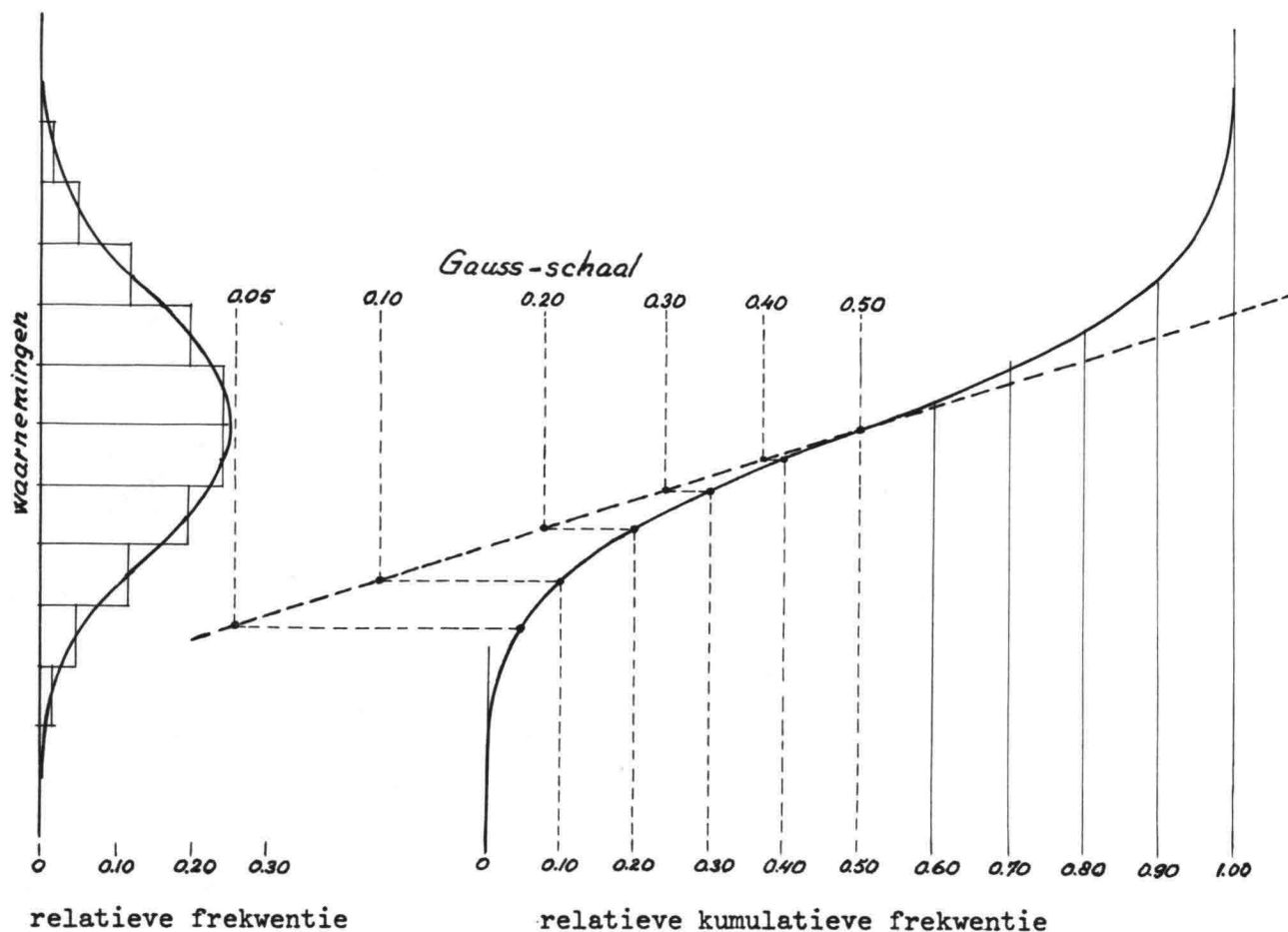
fig. 2.1.2.

van 99 of 99,9 %. Zelfs als er vele tientallen waarnemingen beschikbaar zijn is dit onmogelijk. Er zal dus vanuit het beschikbare waarnemingsmateriaal ge-extrapolerd dienen te worden. Deze extrapolatie zal in de praktijk meestal grafisch geschieden, omdat men dan beter de konsekventie van extrapolatie kan overzien dan bij zuiver wiskundige extrapolatie. Nu is grafische extrapolatie van een kromme sterk subjectief; objectieve extrapolatie is alleen mogelijk bij een rechte lijn. Als de verdelingsfunctie dus tot een rechte getransformeerd kan worden is een objectieve extrapolatie mogelijk. Bij een normale frekwentieverdeling is dit op eenvoudige wijze te bereiken door de lineair verdeelde frekwentieschaal te transformeren volgens de Gauss-verdeling. Bij de normale verdeling is de formule voor de verdelingsfunctie:

$$y = F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt$$

Men krijgt door transformatie van $y = \int_{-\infty}^{\xi} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt$ de rechte

$\xi = \frac{x-\mu}{\sigma}$. In figuur 2.1.3. is dit aanschouwelijk voorgesteld.



figuur 2.1.3.

De frequentieverdeling kan dus door een rechte worden voorgesteld als gebruik gemaakt wordt van een niet-lineaire schaal gebaseerd op de Gauss-verdeling. Grafiekenpapier waarop deze transformatie wordt uitgevoerd wordt normaal waarschijnlijkheidspapier genoemd; dit papier heeft dus een lineaire schaal en een schaal, die aangepast is aan de Gauss-verdeling. Een dergelijke transformatie is echter alleen geldig als de waarnemingen zelf ook normaal verdeeld zijn. In vele gevallen zullen de frequentiekrommen geen normale of symmetrische verdeling hebben, maar een scheve. Vooral in de natuur zijn scheve verdelingen eerder regel dan uitzondering. Dit heeft de Groningse hoogleraar Kapteyn o.a. door een beschouwing over de verdelingen van de diameter, oppervlak en volume van rijpe bessen aangetoond: "Veronderstel", aldus Kapteyn, "dat wij vinden dat de diameter der bessen verdeeld moet volgens een normale curve. Laat ons verder veronderstellen, wat meestal dicht bij de waarheid moet zijn, dat deze bessen zuiver rond zijn, of in elk geval gelijkvormig, en laat ons de vraag stellen: wat zal de frequentie zijn van de volumes van deze bessen?"

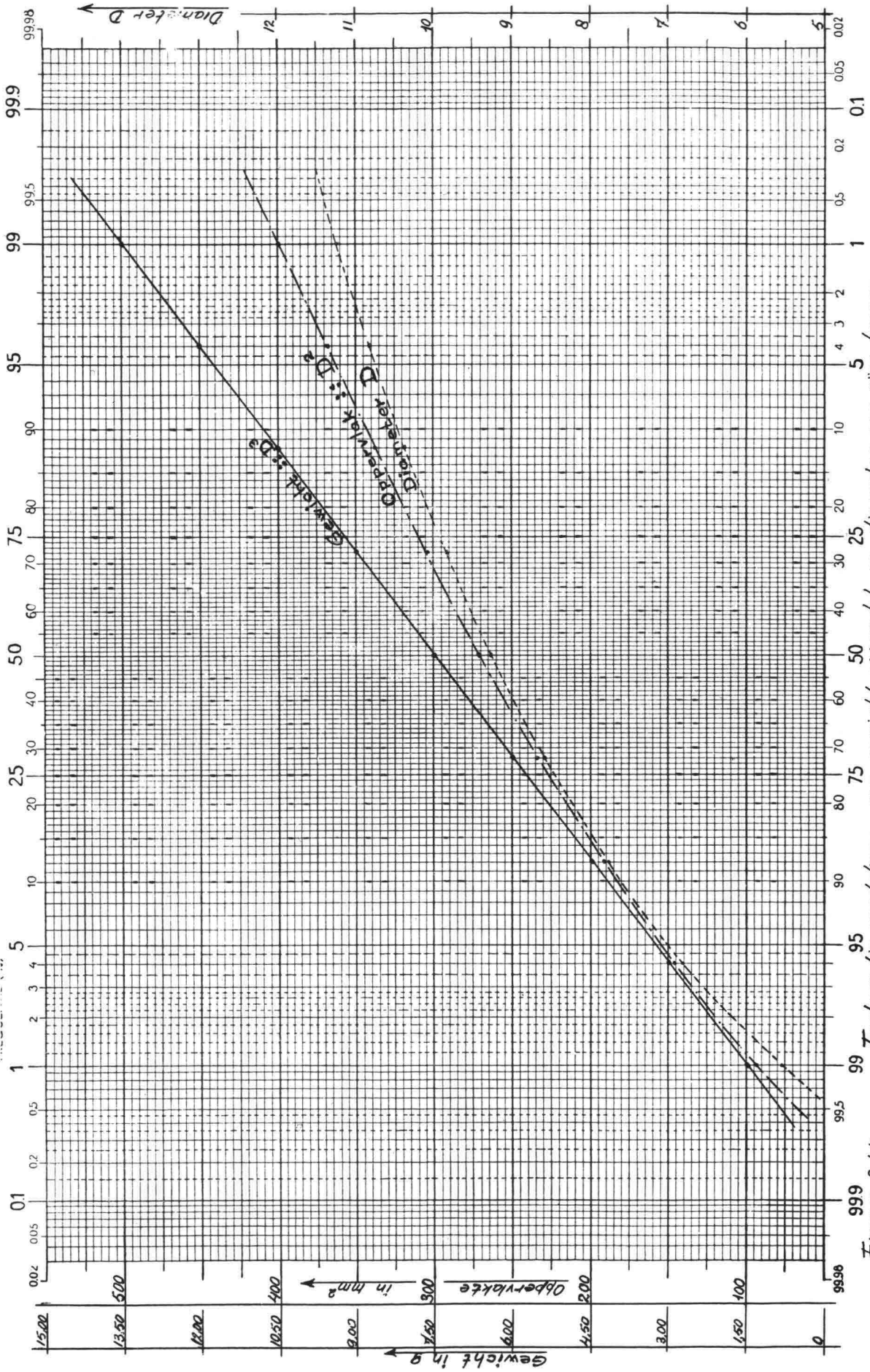
Het is dadelijk in te zien, dat de vorm van deze curve geheel bepaald moet worden door die van de diameters en een weinig nadenken zal gemakkelijk

bewijzen, dat het geen normale curve kan zijn. Zoals we later zullen zien kan de vergelijking van de curve gemakkelijk worden afgeleid; maar wij willen eerst elke te mathematische redenering vermijden.

Op dezelfde wijze zouden we een andere onsymmetrische curve gevonden hebben, als we de oppervlakte van de bessen als objekt van onze metingen hadden genomen, of wanneer we, na de bessen te hebben gerangschikt naar hun grootte, voor elk bepaald hadden hoeveel er in een bepaald gewicht gaam. We beginnen ons zo te realiseren, dat scheve curven, geen uitzondering, integendeel regel moeten zijn in de natuur".

Dit voorbeeld van Prof. Kapteyn is in tekening gebracht op het waarschijnlijkheidspapier van fig. 2.1.4., daarbij is verondersteld, dat de gewichten der bessen normaal verdeeld zijn, dus de kromme d^3 is recht. Uit de figuur blijkt duidelijk, dat de verdeling van d^2 en d scheef is.

Bovendien wordt het scheve karakter van een verdeling in de hand gewerkt door de vrij willekeurige keuze van de grootte, die bepalend wordt geacht voor het te bestuderen verschijnsel. Zo zal voor een zee of getijrivier het waterniveau de karakteristieke grootte zijn, terwijl bij een rivier de grootte der afvoeren uitgangspunt van studie vormt. Dit verschil wordt gemaakt omdat de gemiddelde zeestand - over een lange periode bezien - niet of slechts weinig verandert; bij een rivier zijn door veranderde bodemligging de waterstanden onderling niet meer vergelijkbaar, de afvoeren echter wel. Het verband tussen waterniveau en afvoer is niet lineair, maar exponentieel: $Q = c.b.h^{3/2}.I^{1/2}$; dus de keus van de te bestuderen grootte leidt hier zonder meer al tot een scheve verdeling van de ene of de andere grootte. Uit waarnemingen blijken nu beide grootheden een scheve verdeling te bezitten. Zo'n scheve verdeling is echter veel moeilijker in een mathematisch model te brengen dan de normale verdeling, vandaar dat gezocht dient te worden naar een zo betrouwbaar mogelijk wiskundig model waarmee de verdeling van de waarnemingen beschreven kan worden. Als regel heeft men getracht door grafische methode vanuit de waarnemingen tot een mathematische beschrijving te komen. In de volgende paragraaf zullen enkele van deze wiskundige modellen besproken worden.



Figuur 2.1.4. Freqwentie verdelingen van gewicht, oppervlakte en diameter van rijpe bessen. Gewichten normaal verdeeld.

Par. 2.2.

Wiskundige modellen.

In deze paragraaf worden verschillende wiskundige modellen toegepast op de jaarlijkse maximum afvoeren van de Waiau rivier in Nieuw Zeeland, waargenomen bij het meer Te Anau gedurende een periode van 21 jaar, van 1926 tot 1946. De reden, dat altijd de grootste jaarlijkse waarnemingen als uitgangspunt dienen, ligt in het feit, dat een jaar een natuurlijke periodieke eenheid vormt, waardoor deze jaarlijkse maxima zeker onafhankelijk van elkaar zijn. De kunstmatige scheiding door kalenderjaren moet hierbij vermeden worden, omdat b.v. voor het ene jaar het maximum in december kan vallen, terwijl de grootste waarde van het daarop volgende jaar in januari wordt waargenomen. Dit kan één hoogwater betreffen waardoor deze maxima vrijwel zeker onderling afhankelijk zullen zijn. Het hydrologische jaar moet daarom beginnen bij een duidelijke markering b.v. de droge tijd. Om deze reden gebruikt ook de Rijkswaterstaat de indeling in stroomjaren. Het stroomjaar loopt van 1 november - 31 oktober. De diverse mathematische modellen maken alle gebruik van waarschijnlijkheidspapier waarvan een of beide assen een schaalverdeling hebben zodanig, dat door de uitgezette waarnemingspunten een rechte lijn getrokken kan worden.

Het uitzetten van waarnemingen op waarschijnlijkheidspapier kan op verschillende manieren geschieden. De moeilijkheid, die zich bij het uitzetten voordoet, bestaat hierin, dat van ieder der punten $(x_i, F(x_i))$, die op het waarschijnlijkheidspapier uitgezet precies op een rechte lijn zouden liggen, alleen de koördinaat x_i bekend is, terwijl $F(x_i)$ onbekend is. Men gebruikt daarom in plaats van $F(x_i)$ zelf een schatting van $F(x_i)$ en hiervoor kan men verschillende functies gebruiken.

In het volgende is verondersteld, dat de waarnemingen x_1, \dots, x_n genummerd zijn volgens opklimmende grootte, terwijl er geen gelijke waarnemingen zijn (bij een continue verdeling van x is de kans op gelijke waarnemingen 0), zodat $x_1 < x_2 < \dots < x_n$. De verschillende schattingen voor $F(x_i)$ worden aangegeven met $\lambda(x_1), \lambda(x_2) \dots \lambda(x_n)$, zij hangen alleen van het rangnummer i af.

De keuze $\varphi_1(x_i) = \frac{i}{n}$ voor de schatting van $\lambda(x_i)$ heeft het nadeel, dat $\lambda(x_n) = 1$, zodat het punt $x_n, \lambda(x_n)$ vrijwel nooit uitgezet kan worden op een waarschijnlijkheidspapier zoals in figuur 2.1.3. is ontworpen omdat voor $F(x) = 1$ geldt $\xi = \infty$.

Ditzelfde geldt voor de funktie $\varphi_2(x_i) = \frac{i-1}{n}$, maar nu voor $i = 1$. Men heeft dit bezwaar door de volgende funkties ondervangen:

$\varphi_3(x_i) = \frac{i}{n+1}$ en $\varphi_4(x_i) = \frac{i-\frac{1}{2}}{n}$. Door Benard en Bos-Levenbach wordt echter aangetoond, dat funktie φ_3 het bezwaar heeft, dat voor $i > \frac{n+1}{2}$ de op het waarschijnlijkheidspapier uitgezette punten in meer dan de helft der gevallen onder de lijn liggen, die de onbekende waarschijnlijkheidsverdeling voorstelt, terwijl dit voor $i < \frac{n+1}{2}$ juist andersom is. Deze wijze van uitzetten heeft dus tot gevolg, dat men in meer dan de helft der gevallen de helling van de lijn te laag zal schatten, dus de spreiding te hoog. Daar komt nog bij, dat dit effect het sterkst is voor kleine en voor grote waarden van i , waardoor de op deze wijze uitgezette punten de neiging hebben op het waarschijnlijkheidspapier min of meer in een S-bocht te gaan liggen. Hetzelfde bezwaar, maar nu juist andersom geldt voor φ_4 . Deze manier van uitzetten leidt tot een onderschatting van σ in meer dan de helft der gevallen en eveneens tot S-bochten maar in omgekeerde zin. Een vijfde mogelijkheid, de funktie $\varphi_5(x_i) = \frac{i-1}{n-1}$ verenigt de bezwaren van φ_1, φ_2 en φ_3 in zich.

Door bovengenoemde statistici wordt de funktie $\varphi_6(x_i) = \frac{i-0,3}{n+0,4}$ aanbevolen omdat de genoemde bezwaren dan niet bestaan; de punten $(x_i, \frac{i-0,3}{n+0,4})$ zullen voor iedere i ongeveer even vaak boven als onder de gezochte lijn liggen.

Als er onder de waarnemingen door groepering of afronding gelijken optreden, dan kan men wellicht het beste de methode der gemiddelde rangnummers toepassen. Deze bestaat daarin, dat men aan alle waarnemingen uit een groep van gelijken als rangnummers het gemiddelde toekent van de rangnummers, die deze waarnemingen gehad zouden hebben, als zij ongelijk waren geweest, maar ten opzichte van alle niet tot die groep behorende waarnemingen dezelfde positie zouden hebben ingenomen bij rangschikking naar grootte als nu het geval is. Deze gemiddelde rangnummers vult men dan in de formules voor φ in. Gemakshalve is dit in het volgende achterwege gelaten mede omdat bij één van de modellen voor het konstrueren van een betrouwbaarheids-interval alle punten nodig zijn.

Tabel 2.2.1.

Maximum afvoeren van de Waiau rivier bij het meer te Anau in Nieuw Zeeland uitgedrukt in cubic feet per second (cusecs). Deze gegevens zijn ontleend aan Benham.

1926	20.300
1927	20.940
1928	35.000
1929	14.470
1930	12.330
1931	20.940
1932	15.710
1933	27.470
1934	19.030
1935	21.670
1936	25.550
1937	15.500
1938	18.120
1939	15.710
1940	25.820
1941	20.000
1942	23.190
1943	15.710
1944	15.080
1945	22.450
1946	25.820

Tabel 2.2.2.

Verband tussen maximum afvoeren en de onderschrijdingskansen in breuken en decimalen.

Jaarlijkse maximum afvoeren gerangschikt naar grootte in cusecs.	Onderschrijdingskansen geschat met $\varphi_3 = \frac{i}{n+1}$	
	in breuken	in decimalen
12.330	1/22	0,045
14.470	2/22	0,090
15.080	3/22	0,136
15.500	4/22	0,182
15.710	5/22	0,228
15.710	6/22	0,273
15.710	7/22	0,318
18.120	8/22	0,364
19.300	9/22	0,409
20.000	10/22	0,455
20.300	11/22	0,500
20.940	12/22	0,545
20.940	13/22	0,590
21.670	14/22	0,636
22.450	15/22	0,681
23.190	16/22	0,727
25.500	17/22	0,772
25.820	18/22	0,817
25.820	19/22	0,863
27.470	20/22	0,907
35.000	21/22	0,955

Als de waarnemingen op normaal waarschijnlijkheidspapier worden uitgezet dan blijken de punten niet op een rechte lijn te liggen, zie figuur 2.2.1. Dit was gezien, hetgeen onder par. 2.1. over de vorm van de verdeling is opgemerkt, wel te verwachten. Extrapolatie van de gevonden kromme is op uiteenlopende wijze mogelijk en dus onmogelijk objectief te noemen.

Om de verkregen kromme tot een rechte lijn te transformeren kan men twee werkwijzen volgen:

1. De ene schaal van het waarschijnlijkheidspapier blijft volgens een normale waarschijnlijkheidskurve verdeeld, terwijl de andere schaal, waarop de waarnemingsgrootte is uitgezet, een zodanige verdeling krijgt, dat de waarnemingen op een rechte komen te liggen. Dit houdt dus in, dat de waarnemingen zelf niet door de normale verdeling kunnen worden beschreven, maar wel één of andere functie van de waarnemingen.

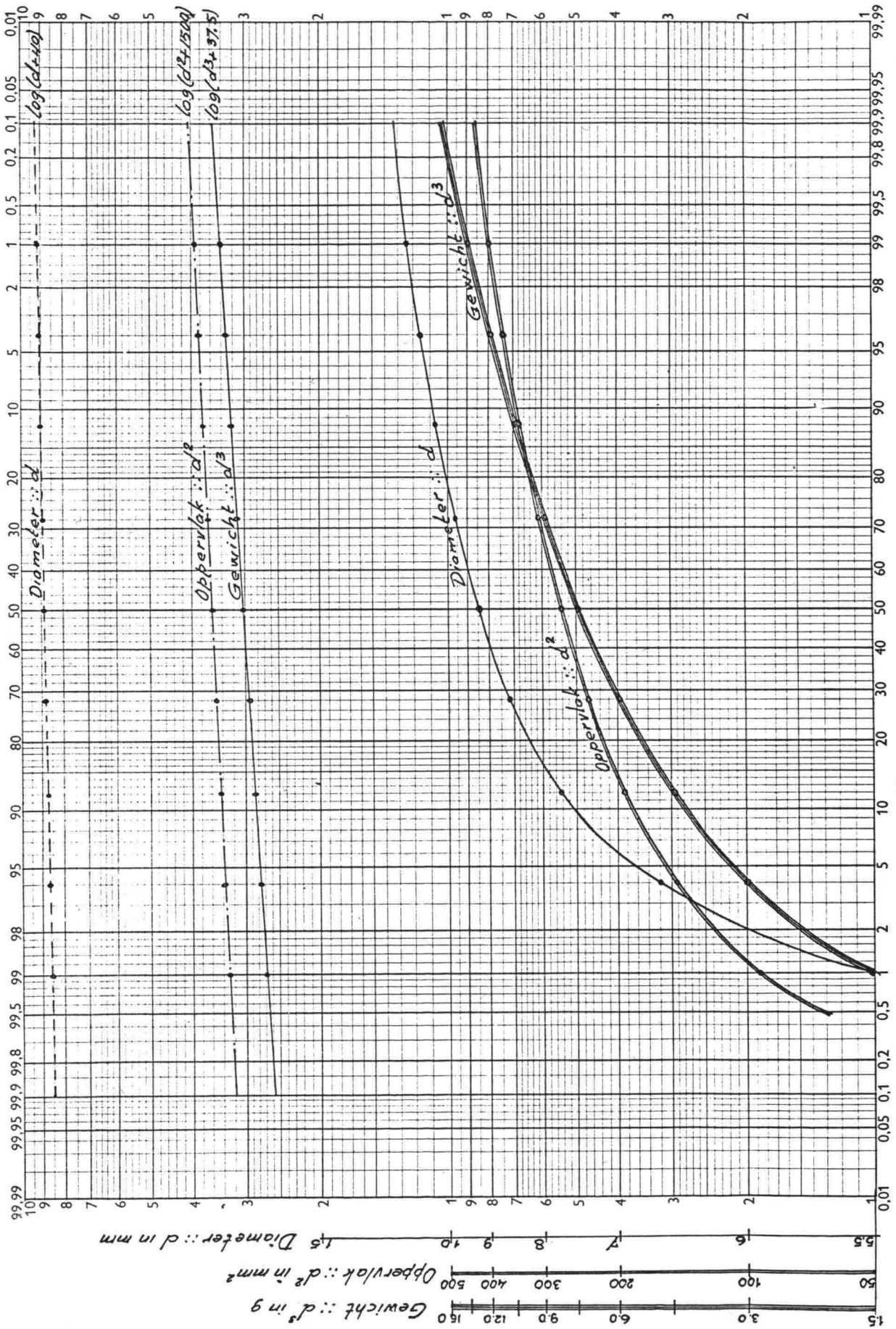
Deze werkwijze is in figuur 2.2.2. toegepast op het bessenvoorbeeld van 2.1.; de drie krommen d , d^2 , d^3 kunnen op een dergelijk ontworpen waarschijnlijkheidspapier (volgens Hazen waarover hieronder wat meer) tot een rechte getransformeerd worden.

2. De schaal voor de waarnemingsgrootte of een afgeleide daarvan is lineair (een enkele maal logaritmisch); de schaal voor de waarschijnlijkheid is nu zodanig, dat de gewenste rechte door de waarnemingen gekonstrueerd kan worden.

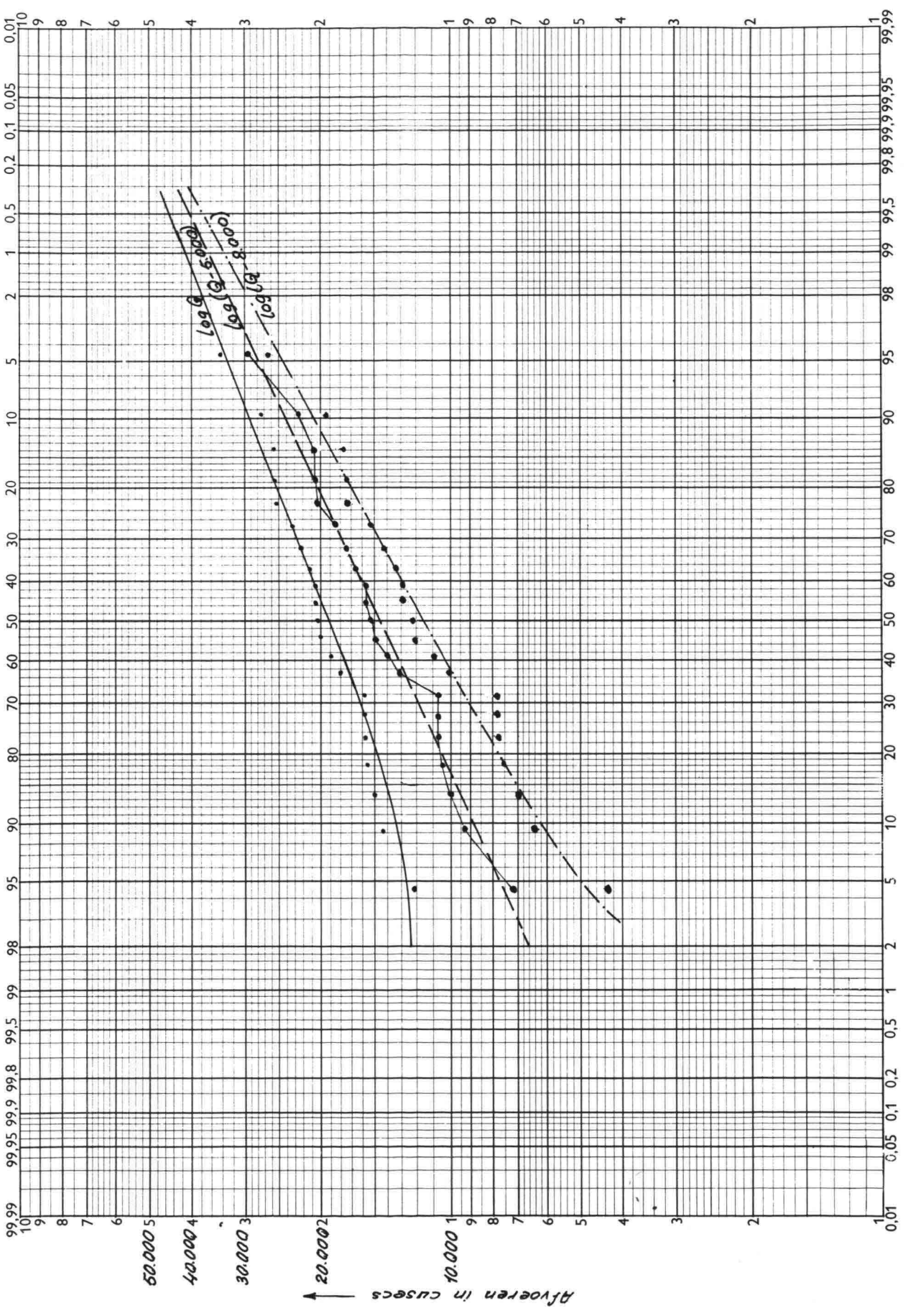
In de loop der jaren heeft men getracht beide werkwijzen toe te passen op hydrologische waarnemingen. Naar aanleiding van een studie van L. Standish Hall stelde de Amerikaanse waterbouwkundige A. Hazen voor de schaal volgens de normale waarschijnlijkheidsverdeling te handhaven maar de andere schaal van een logaritmische verdeling te voorzien.

Als $\log Q$ wordt uitgezet zal veelal een kromme lijn gevonden worden. Door een juiste keuze van Q_0 , dus van $\log (Q-Q_0)$, zal een rechte door de uitgezette punten getrokken kunnen worden. In figuur 2.2.1. is voor een drietal waarden van $\log (Q-Q_0)$ de waarschijnlijkheidsverdeling van de jaarlijkse maximum afvoeren van de Waiiau rivier getekend; voor $\log (Q-5,000)$ kan door de punten een rechte getrokken worden.

In 1924 publiceerde H.A. Foster een verhandeling over frekwentiekrommen en hun toepassing op waterbouwkundige vraagstukken. Foster neemt als uitgangspunt de formule van de Engelse statistikus K. Pearson, die omstreeks 1900 gepoogd heeft scheve frekwentieverdelingen in formule te brengen. Hij gaat daarbij uit van een grondformule, waaruit een aantal bijzondere gevallen worden afgeleid afhankelijk van de begrenzing naar de beide zijden van de



N.V. Kunstddrukkerij Mercurius - Wormerveer No. 755 *Frekwentie verdelingen van gewicht, oppervlak en diameter van rijpe bessen.*
Gewichten normaal verdeeld.
 Figuur 2.22.



N.V. Kunstdrukkerij Mercurius - Wormerveer No. 755

Frekwentie verdeling volgens Hazen voor de afvoeren van de Wbiau rivier.

Figuur 2.2.3.

frekwentiekromme. Uit de waarnemingen moet door bepaalde bewerkingen een aantal konstanten bepaald worden. Deze methode heeft het bezwaar, dat ze vrij ingewikkeld en bewerkelijk is.

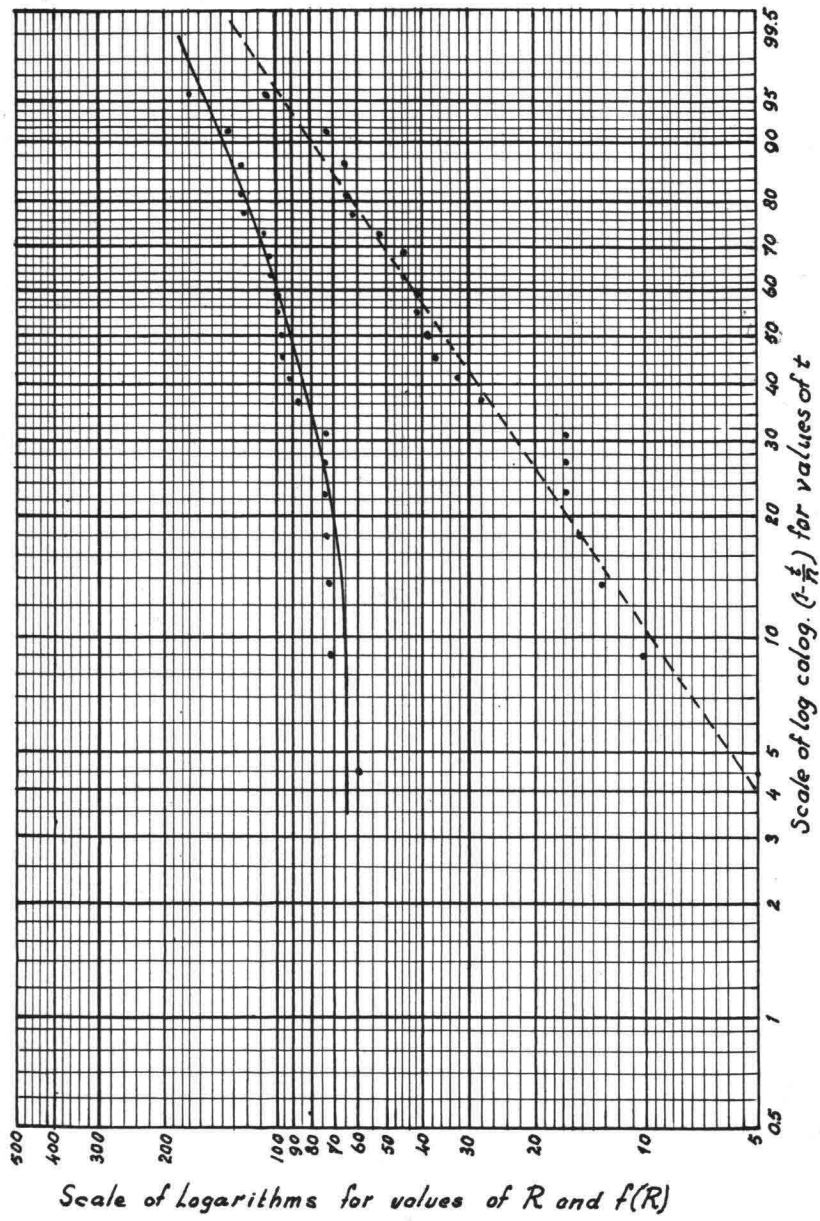
Gemakkelijker toe te passen is de methode, die R.D. Goodrich in 1927 publiceerde. Onafhankelijk van Pearson stelde Goodrich een aantal vergelijkingen op die overeenkwamen met die van eerstgenoemde. Op grond van deze vergelijkingen is door Goodrich een waarschijnlijkheidspapier ontworpen, waarvan de frekwentieschaal een asymmetrische verdeling heeft, beschreven door een van die vergelijkingen, terwijl de tweede schaalverdeling afhankelijk hiervan lineair of logaritmisch kan zijn. In figuur 2.2.4. is de logaritmische uitvoering van dit papier toegepast op de Waiiau rivier. Hierbij wordt echter de grootte zelf niet uitgezet, maar het percentage, dat de i de waarneming van het gemiddelde der waarnemingen aflight. Dit gemiddelde is 20.510 cusecs, zie tabel 2.2.8.; de percentages zijn in tabel 2.2.3. weergegeven. Evenals bij de methode van Hazen moet ook hier de kromme tot een rechte getransformeerd worden door een bepaalde waarde van de berekende percentages af te trekken.

Een nadeel van deze methode, evenals van de voorgaande, is haar empirisch karakter, dat des te sterker gevoeld wordt aangezien er rivieren zijn, die niet, met een vergelijking van Goodrich te beschrijven zijn, zoals S.H.A. Begemann in 1931 voor enkele rivieren in Indonesië aantoonde.

Tabel 2.2.3.

Ligging van de ide waarneming t.o.v. het gemiddelde.

Afvoer in cusecs.	Percentage t.o.v. het gemiddelde.
12.330	60,1
14.470	70,5
15.080	73,5
15.500	75,5
15.710	76,7
15.710	76,7
15.710	76,7
18.120	88,4
19.030	93,0
20.000	97,5
20.300	99,0
20.940	102,0
20.940	102,0
21.670	105,8
22.450	109,6
23.190	113,0
25.500	124,2
25.820	125,8
25.820	125,8
27.470	134,0
35.000	170,5



Waiau rivier bij het meer Te Anau

figuur 2.2.4.

Zoals gezegd dragen vorengenoemde methoden een sterk empirisch karakter; bij vrijwel alle is er geen mathematische achtergrond omtrent de soort van deze verdelingen. Door E.J. Gumbel zijn in 1944 dit soort verdelingen bestudeerd met behulp van de theorie der extreme waarden, waarvan de grondslagen in de jaren 1925 tot 1930 door Frechet, Fisher en Tippett zijn geformuleerd. Aan de toepassing van deze theorie, bekend als "methode Gumbel" zal hieronder wat meer aandacht worden gewijd als aan bovengenoemde methoden.

Om de stap naar de theorie van de extreme waarden zo klein mogelijk te doen zijn wordt herinnerd aan de uitermate belangrijke centrale limietstelling uit het kollege Toegepaste Statistiek A, die enigszins met genoemde theorie overeenkomst vertoont. Deze centrale limietstelling was als volgt geformuleerd:

Als uit een normaal verdeelde populatie steekproeven met waarnemingen worden getrokken dan zijn de gemiddelden van die steekproeven ook weer normaal verdeeld. Ook als de verdeling van de populatie, waarvan is uitgegaan niet normaal is, is de verdeling van de gemiddelden der steekproeven vaak bij goede benadering normaal. Hieruit blijkt, dat als men bepaalde deelkollekties neemt en van deze deelkollekties één kenmerk b.v. het gemiddelde beschouwt dat kenmerk ook een verdeling heeft en dat de verdeling van dat kenmerk onafhankelijk kan zijn van de oorspronkelijke verdeling.

Frechet, Fisher en Tippett hebben iets dergelijks gedaan door als kenmerk de grootste (kleinste) waarden van de deelkollekties te beschouwen. Afhankelijk van de oorspronkelijke verdeling, kwamen zij tot drie asymptotische kumulatieve verdelingen waarmee de grootste resp. kleinste waarden der deelkollekties te beschrijven zijn.

$$\text{I} \quad P(x) = e^{-e^{-\alpha(x-\mu)}} \quad (-\infty < x < \infty)$$

$$\text{II} \quad P(x) = e^{-\left(\frac{v-\epsilon}{x-\epsilon}\right)^k} \quad (0 \leq x < \infty)$$

$$\text{III} \quad P(x) = e^{-\left(\frac{w-x}{w-v}\right)^k} \quad (-\infty < x \leq 0)$$

Gumbel heeft deze theorie o.m. toegepast op hydrologische en meteorologische waarnemingen zoals rivierafvoeren, waterstanden, neerslag, temperaturen e.d. Daarbij bleek, dat met de eerste asymptotische verdeling de jaarlijkse maxima der rivierafvoeren goed zijn te beschrijven zoals door vele instanties en onderzoekers van honderden rivieren onder verschillende klimatologische omstandigheden is aangetoond. Hierbij moet wel aangetekend worden

dat dit niet uit de theorie zonder meer volgt, omdat van de drie veronderstellingen waarop deze theorie gebaseerd is er twee niet geverifieerd kunnen worden, terwijl de derde: onafhankelijkheid van de dagelijkse waarnemingen zeker niet juist is, echter mag de invloed door afhankelijke waarnemingen volgens G.S. Watson in de meeste praktische gevallen verwaarloosd worden.

Op basis van deze drie dubbelexponentiële verdelingen zijn een tweetal soorten waarschijnlijkheidspapier ontworpen. Van beide is de schaal voor de frekwentie verdeeld volgens de functie $\varphi(y) = e^{-e^{-y}}$; de schaal waarop de grootheden van het te bestuderen verschijnsel (afvoeren, neerslag e.d.) zijn aangegeven kan zowel lineair als logaritmisch verdeeld zijn. De lineaire voor de eerste Gumbelverdeling, de logaritmische voor de tweede en derde. Van het verband tussen $P(x)$ en $\varphi(y)$ wordt in onderstaand schema een overzicht gegeven.

Waarschijnlijkheid	Relatie tussen x en y
I $P(x) = e^{-e^{-\alpha(x - \mu)}}$	$y = \alpha(x - \mu)$
II $P(x) = e^{-\left(\frac{v - x}{x - \epsilon}\right)^k}$	$y = k \lg(x - \epsilon) + \text{konstante}$
III $P(x) = e^{-\left(\frac{w - x}{w - v}\right)}$	$y = -k \lg(w - x) + \text{konstante}$

De schaal volgens de transformatie $(y) = e^{-e^{-y}}$ heeft bij deze twee soorten waarschijnlijkheidspapier nog twee verwante schadeverdelingen, de "return period" en "reduced variate". In plaats van een frekwentie P voor de onderschijding van een bepaalde afvoer op te geven wordt ook wel gesproken over een herhalingstijd van T jaren; d.w.z. dat deze afvoer gemiddeld eenmaal in die T jaren bereikt of overschreden wordt. Het verband tussen waarschijnlijkheid en herhalingstijd is $T = \frac{1}{1-P}$. Bij een gemiddelde waarschijnlijkheid van onderschrijding van 99% (overschrijdingskans 1%) behoort dus een herhalingstijd van 100 jaar. De "reduced variate y " is een lineaire schaal waarmee evenals bij de normale verdeling bepaald kan worden welke fraktie van de waarnemingen in de populatie kleiner is dan een bepaalde waarde x .

Na het uitzetten (plotten) van de waarnemingspunten volgens één der beschreven methoden moet door deze punten de meest aannemelijke rechte worden getrokken, dat wil zeggen dat van de rechte $y = \alpha(x - \mu)$ de parameters α en μ bekend moeten zijn. Omdat het aantal waarnemingen beperkt is zal men van deze parameters een schatting moeten maken. Er zijn een aantal methoden om de schattingen $\hat{\alpha}$ en $\hat{\mu}$ van α en μ te kunnen berekenen, hiervan zal de bekendste behandeld worden n.l. de methode der kleinste kwadraten.

Deze methode kan volgens een drietal procedures worden uitgevoerd:

- 1^e. Evenwijdig aan de x-as. De rechte wordt zodanig gekonstrueerd, dat de som der kwadraten van de evenwijdig aan de x-as gedachte afstand der punten tot die rechte minimaal is, dit is het geval als:

$$\hat{\alpha}_1 = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{s^2}$$

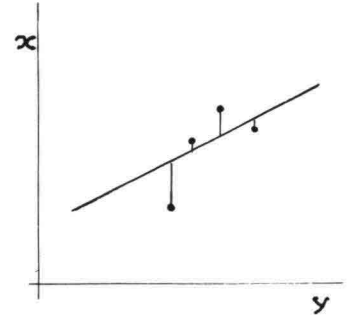
$$\hat{\mu}_1 = \bar{x} - \frac{\bar{y}}{\hat{\alpha}_1}$$

Hierin zijn: $\overline{xy} = 1/n \sum_1^n x_i y_i$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_1^n x_i$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_1^n y_i$$

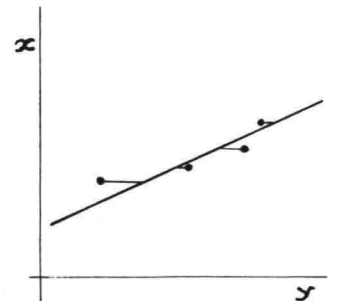
$$s = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}{n-1}}$$



- 2^e. Evenwijdig aan de y-as. De som der kwadraten van de evenwijdig aan de y-as gedachte afstand moet minimaal zijn.

$$\hat{\alpha}_2 = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_y^2}$$

$$\hat{\mu}_2 = \bar{y} - \frac{\bar{x}}{\hat{\alpha}_2}$$

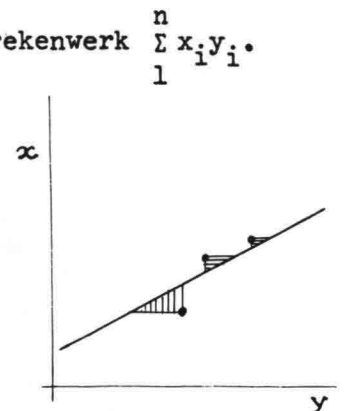


- 3^e. De combinatie van beide voorgaande (1^e en 2^e) wat in feite inhoudt het minimaliseren van de som der oppervlakten der rechthoekige driehoekjes, met de rechte hoek in $x_i y_i$.

Deze procedure vermijdt het omvangrijke rekenwerk $\sum_1^n x_i y_i$.
 $\hat{\alpha}_1$ en $\hat{\alpha}_2$ gekombineerd.

$$\hat{\alpha}_3 = \sqrt{\frac{\hat{\alpha}_1}{\hat{\alpha}_2}} = \frac{\sigma_y}{s}$$

$$\hat{\mu}_3 = \bar{x} - \frac{\bar{y}}{\hat{\alpha}_3}$$



De waarden \bar{y} en σ_y zijn als functie van n voor een aantal waarden van n berekend voor de methode van uitzetten volgens de functie $\varphi_3(x_i) = \frac{i}{n+1}$ zie tabel 2.2.4.; wil men een andere functie kiezen b.v. $\varphi_6(x_i) = \frac{i-0,3}{n+0,4}$ dan zal van een analoge tabel gebruik gemaakt moeten worden.

Nadat op het waarschijnlijkheidspapier de meest aannemelijke rechte is getrokken, zal men zich afvragen of de n -punten zo weinig om deze rechte gespreid liggen, dat de veronderstelling, dat de waarnemingen inderdaad komen uit een populatie met een kansverdeling, waarop het gebezigde waarschijnlijkheidspapier berust, juist is. Voor dit doel konstrueert men de 2/3 toetsingsband rondom de rechte. Als het aantal punten, dat buiten de band ligt n' is en $n' > 1/3 n$ dan is de veronderstelling onjuist geweest dat de waarnemingen tot de veronderstelde kansverdeling behoorde of het te beschrijven verschijnsel wordt door een ander verschijnsel beïnvloed, waardoor de waarnemingen onderling niet meer vergelijkbaar zijn, d.w.z., dat er zich inhomogeniteiten voordoen. Hierover zal in de volgende paragrafen het een en ander gezegd worden.

De 2/3 toetsingsband bestaat uit 2 gedeelten:

- a. De waarden, die door de verdelingsfunctie $F(x)$ beschreven worden zijn $x_1 < x_2 \dots < x_n$. Bij vaste n is iedere x_m stochastisch ($m = 1, 2 \dots n$). De verdeling van x_m voor waarden van m , die niet te ver van $\frac{1}{2}n$ afliggen is bij benadering normaal, het gemiddelde hiervan is μ_m en de standaarddeviatie σ_m . Deze benadering is redelijk voor het traject $0,15 < F_m < 0,85$. Vanuit de rechte zet men naar boven en beneden σ_m uit. Voor iedere m is een grootheid Ω te berekenen zodanig, dat $\sigma_m = \Omega / \hat{\sigma} \sqrt{n}$, zie tabel 2.2.5.
- b. Aan de einden d.w.z. voor $x_n, x_{n-1}, x_{n-2}, x_{n-3}$ en x_1 wordt de toetsingsbreedte Δ bepaald door de kansverdeling van de grootste, 2^e grootste en kleinste waarneming. Van deze kansverdeling is een standaardgrootheid χ berekend zodanig dat $\Delta = \chi / \hat{\sigma}$, zie tabel 2.2.6. De toetsingsbreedte Δ wordt t.p.l.v. genoemde punten van uit de rechte $y = \alpha (x - \mu)$ uitgezet.

Tabel 2.2.4.

Gemiddelde en standaardafwijking van extremen.

n	\bar{y}	σ_y	n	\bar{y}	σ_y
8	.4843	.9043	49	.5481	1.1590
9	.4902	.9288	50	.54854	1.16066
10	.4952	.9497	51	.5489	1.1623
11	.4996	.9676	52	.5493	1.1638
12	.5035	.9833	53	.5497	1.1653
13	.5070	.9972	54	.5501	1.1667
14	.5100	1.0095	55	.5504	1.1681
15	.5128	1.02057	56	.5508	1.1696
16	.5157	1.0316	57	.5511	1.1708
17	.5181	1.0411	58	.5515	1.1721
18	.5202	1.0493	59	.55288	1.1734
19	.5220	1.0566	60	.55208	1.17467
20	.52355	1.06283	62	.5527	1.1770
21	.5252	1.0696	64	.5533	1.1793
22	.5268	1.0754	66	.5538	1.1814
23	.5283	1.0811	68	.5543	1.18346
24	.5296	1.0864	70	.55477	1.18536
25	.53086	1.09145	72	.5552	1.1873
26	.5320	1.0961	74	.5557	1.1896
27	.5332	1.1004	76	.5561	1.1906
28	.5343	1.1047	78	.5565	1.1923
29	.5353	1.1086	80	.55688	1.19382
30	.53622	1.11238	82	.5572	1.1953
31	.5371	1.1159	84	.5576	1.1967
32	.5380	1.1193	86	.5580	1.1980
33	.5388	1.1226	88	.5583	1.1994
34	.5396	1.1255	90	.55860	1.20073
35	.54034	1.12847	92	.5589	1.2020
36	.5410	1.1313	94	.5592	1.2032
37	.5418	1.1339	96	.5595	1.2044
38	.5424	1.1363	98	.5598	1.2055
39	.5430	1.1388	100	.56002	1.20649
40	.54362	1.14132	150	.56461	1.22534
41	.5442	1.1436	200	.56715	1.23598
42	.5448	1.1458	250	.56878	1.24292
43	.5453	1.1480	300	.56993	1.24786
44	.5458	1.1499	400	.57144	1.25450
45	.54630	1.15185	500	.57240	1.25880
46	.5468	1.1538	750	.57377	1.26506
47	.5473	1.1557	1000	.57450	1.26851
48	.5477	1.1574			

N.B. De grote nauwkeurigheid waarmee de waarde van \bar{y} en σ_y zijn opgegeven heeft voor toepassing op problemen als in dit diktaat worden besproken geen zin. De tabel is met een computer berekend vandaar deze grote nauwkeurigheid.

Tabel 2.2.5.

2/3 toetsingsband om de Gumbelrechte voor het gebied $0,15 < F_m < 0,85$.

Frekwentie interval	Ω	Reduced variate y	2/3 toetsingsbreedte σ_m voor de afvoeren der Waiau rivier
0,15	1,2548	- 0,64034	1,390
0,20	1,2427	- 0,47588	1,380
0,25	1,2494	- 0,32663	1,390
0,30	1,2687	- 0,18563	1,400
0,35	1,2981	- 0,04862	1,440
0,40	1,3366	0,08742	1,480
0,45	1,3845	0,22501	1,530
0,50	1,4427	0,36651	1,600
0,55	1,5130	0,51444	1,670
0,60	1,5984	0,67173	1,770
0,65	1,7034	0,84215	1,890
0,70	1,8355	1,03093	2,030
0,75	2,0069	1,24590	2,220
0,80	2,2408	1,49994	2,480
0,85	2,5849	1,81696	2,870

Tabel 2.2.6.

2/3 toetsingsband voor het gebied
 $F > 0,85$ $F < 0,85$

x	2/3 toetsingsbreedte Δ voor de afvoeren der Waiau rivier
grootste (x_n)	$\Delta_n = 5770$
2 ^e grootste (x_{n-1})	$\Delta_{n-1} = 3810$
3 ^e grootste (x_{n-2})	$\Delta_{n-2} = 2980$
4 ^e grootste (x_{n-3})	$\Delta_{n-3} = 2720$
kleinste (x_1)	$\Delta_1 = 1880$

K - tabel

T	1,1	2	5	10	15	20	25	30	40	50	60	75	100	150	200	500	1,000	5,000	10,000
$\frac{Y}{T}$	-0,87877	+0,3665	1,4929	2,2504	2,6738	2,9702	3,1985	3,3854	3,6762	3,9019	4,0680	4,3139	4,6001	5,0083	5,2958	6,2136	6,9073	8,5171	9,2103
8	-1,507	-0,130	1,123	1,953	2,421	2,749	3,001	3,208	3,530	3,780	3,963	4,235	4,551	5,003	5,321	6,336	7,103	8,883	9,649
10	-1,447	-0,136	1,058	1,848	2,224	2,606	2,847	3,044	3,350	3,588	3,763	4,021	4,323	4,753	5,056	6,022	6,753	8,448	9,178
15	-1,363	-0,143	0,967	1,703	2,117	2,410	2,632	2,823	3,099	3,321	3,501	3,721	4,005	4,405	4,686	5,586	6,265	7,843	8,522
20	-1,320	-0,148	0,919	1,625	2,023	2,302	2,517	2,690	2,966	3,179	3,352	3,563	3,836	4,220	4,490	5,354	6,006	7,521	8,173
25	-1,291	-0,151	0,888	1,575	1,963	2,235	2,444	2,614	2,882	3,088	3,257	3,463	3,729	4,102	4,365	5,206	5,842	7,317	7,952
30	-1,272	-0,153	0,866	1,541	1,922	2,188	2,393	2,560	2,823	3,026	3,191	3,393	3,653	4,020	4,279	5,104	5,727	7,175	7,798
35	-1,257	-0,154	0,851	1,516	1,891	2,152	2,354	2,520	2,779	2,979	3,142	3,341	3,598	3,959	4,214	5,027	5,642	7,068	7,683
40	-1,246	-0,155	0,838	1,495	1,866	2,126	2,326	2,489	2,745	2,943	3,104	3,301	3,554	3,912	4,164	4,968	5,576	6,986	7,594
45	-1,237	-0,156	0,829	1,478	1,847	2,104	2,303	2,464	2,717	2,913	3,078	3,268	3,520	3,874	4,123	4,920	5,522	6,919	7,521
50	-1,230	-0,157	0,820	1,466	1,831	2,086	2,283	2,433	2,695	2,889	3,048	3,241	3,491	3,842	4,090	4,880	5,478	6,865	7,462
55	-1,223	-0,157	0,813	1,455	1,818	2,071	2,267	2,426	2,676	2,869	3,027	3,219	3,467	3,816	4,063	4,848	5,442	6,820	7,414
60	-1,218	-0,158	0,807	1,446	1,806	2,059	2,253	2,411	2,660	2,852	3,008	3,200	3,446	3,793	4,038	4,820	5,410	6,781	7,371
65	-1,213	-0,158	0,801	1,437	1,796	2,048	2,241	2,398	2,646	2,837	2,992	3,183	3,429	3,774	4,018	4,795	5,383	6,747	7,334
70	-1,209	-0,159	0,797	1,430	1,788	2,038	2,230	2,387	2,633	2,824	2,979	3,169	3,413	3,757	4,000	4,774	5,359	6,717	7,302
75	-1,206	-0,159	0,792	1,423	1,780	2,029	2,220	2,377	2,623	2,812	2,967	3,155	3,400	3,742	3,984	4,775	5,338	6,691	7,274
80	-1,203	-0,159	0,788	1,417	1,773	2,020	2,212	2,368	2,613	2,802	2,956	3,145	3,387	3,729	3,970	4,739	5,320	6,668	7,249
85	-1,200	-0,160	0,785	1,413	1,767	2,013	2,205	2,361	2,604	2,793	2,946	3,135	3,376	3,717	3,957	4,724	5,303	6,648	7,227
90	-1,197	-0,160	0,782	1,409	1,762	2,007	2,198	2,353	2,596	2,785	2,938	3,125	3,367	3,706	3,945	4,709	5,287	6,628	7,205
95	-1,195	-0,160	0,780	1,405	1,757	2,002	2,193	2,347	2,589	2,777	2,930	3,116	3,357	3,696	3,935	4,697	5,273	6,611	7,186
100	-1,193	-0,160	0,779	1,401	1,752	1,998	2,187	2,341	2,583	2,770	2,922	3,109	3,349	3,687	3,925	4,686	5,261	6,595	7,169
150	-1,179	-0,162	0,763	1,376	1,721	1,963	2,150	2,302	2,539	2,724	2,859	3,060	3,293	3,627	3,861	4,610	5,176	6,490	7,056
200	-1,170	-0,162	0,755	1,362	1,704	1,944	2,129	2,280	2,515	2,698	2,832	3,031	3,263	3,593	3,826	4,569	5,130	6,432	6,993
300	-1,161	-0,163	0,745	1,347	1,686	1,923	2,106	2,256	2,489	2,670	2,803	3,000	3,229	3,557	3,787	4,522	5,078	6,368	6,924
500	-1,153	-0,164	0,739	1,333	1,669	1,905	2,086	2,235	2,466	2,645	2,777	2,972	3,200	3,524	3,752	4,481	5,032	6,311	6,862
1000	-1,146	-0,164	0,730	1,321	1,655	1,889	2,069	2,216	2,446	2,623	2,754	2,948	3,174	3,495	3,722	4,445	4,992	6,261	6,808
∞	-1,135	-0,164	0,719	1,305	1,635	1,866	2,044	2,189	2,416	2,592	2,722	2,913	3,137	3,455	3,679	4,395	4,935	6,190	6,731

Naast deze toetsingsband is ook nog een nauwkeurighedsband rondom de Gumbelrechte te konstrueren. Vanuit de meest aannemelijke rechte (ook beste rechte genoemd) door de geplote punten volgens de funktie $\varphi_3(x_i) = \frac{i}{n+1}$ wordt bij verschillende herhalingstijden T een nauwkeurighedsbreedte $\psi = \epsilon s_T$ uitgezet. De ϵ heeft betrekking op de gewenste nauwkeurigheds b.v. bij een nauwkeurigheds van 95% is, de normale verdeling volgend, $\epsilon = 2$. De standaard-deviatie s_T is afhankelijk van n, T en s en wordt uit de volgende betrekkingen bepaald:

$$s_T = W \cdot s$$

$$W^2 = (1 + 1,14 K + 1,10 K^2) : n$$

In tabel 2.2.7. is K voor verschillende waarden van y en T berekend.

De hierboven uiteengezette theorie zal nu worden toegepast op de jaarlijkse maximum afvoeren van de Waiaurivier uit Nieuw Zeeland.

In tabel 2.2.8. zijn de schattingen voor het gemiddelde \bar{x} en de standaard-deviatie s berekend. De schattingen van α en μ volgens de 3^e methode der kleinste kwadraten zijn:

$$\hat{\alpha} = \frac{\sigma_y}{s} = \frac{1,0696}{5420} = 1,98 \cdot 10^{-4}$$

$$\hat{\mu} = \bar{x} - \frac{\bar{y}}{\hat{\alpha}} = 20510 - \frac{0,5252}{1,98 \cdot 10^{-4}} = 17850$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Voor } n = 21 \text{ geeft tabel 2.2.4.} \\ \sigma_y = 1,0696 \text{ en } \bar{y} = 0,5252 \end{array} \right\}$$

De vergelijking van de beste rechte:

$$y = 1,98 \cdot 10^{-4} (x - 17850)$$

of

$$x = 17850 + 5070 y.$$

De 2/3 toetsingsband:

In het middengebied $0,15 < F_m < 0,85$ wordt de toetsingsbreedte $\sigma_m = \Omega / \hat{\alpha} / n$ bij diverse frekwenties berekend; de waarden van Ω uit tabel 2.2.5. worden vermenigvuldigd met $1 / \hat{\alpha} / n = 1120$ het resultaat is in dezelfde tabel opgegeven.

Aan de einden $F_m < 0,15$ en $F_m > 0,85$ wordt de toetsingsbreedte $\Delta = \frac{\chi}{\hat{\alpha}}$ berekend voor de grootste, 2^e grootste kleinste waarneming, zie het resultaat in tabel 2.2.6.

Tabel 2.2.8.

Schattingen voor het gemiddelde \bar{x} , en de standaarddeviatie s uit de jaarlijkse maximum afvoeren van de Waiau rivier.

Afvoer in cusecs	$z_i = x_i - a, \quad a = 20.000$	z_i^2
12.330	- 7.670	59.0
14.470	5.630	31.8
15.080	4.920	24.1
15.500	4.500	20.3
15.710	4.290	18.4
15.710	4.290	18.4
15.710	4.290	18.4
18.120	1.880	3.5
19.030	0.970	0.9
20.000		
20.300	+ 0.300	0.1
20.940	0.940	0.9
20.940	0.940	0.9
21.670	1.670	2.8
22.450	2.450	6.0
23.190	3.190	10.2
25.500	5.500	30.8
25.820	5.820	34.0
25.820	5.820	34.0
27.470	7.470	55.9
35.000	15.000	225.0
	+ 49.150 - 38.440	$\Sigma z_i^2 = 595.4$

$$\Sigma z_i = 10.710$$

$$\bar{x} = a + \frac{\Sigma z_i}{n} = 20.000 + \frac{10.710}{21} = 20.510 \text{ cusecs}$$

$$s = \sqrt{\frac{\Sigma z_i^2 - \frac{(\Sigma z_i)^2}{n}}{n-1}} = \sqrt{\frac{595.4 - \frac{10.710^2}{21}}{21-1}} = 5.420 \text{ cusecs.}$$

In figuur 2.2.5. zijn de waarnemingen volgens $\varphi_3(x_i) = \frac{i}{n+1}$ geplot; door deze punten is de beste rechte $x = 17850 + 5070 y$ getrokken. Vanuit deze rechte zijn de toetsingsbreedte σ_m voor $0,15 < F_m < 0,85$ en Δ voor $F_m < 0,15$ en $F_m > 0,85$ uitgezet; deze punten worden door vloeiende kurven met elkaar verbonden. Wat de ligging van de punten rondom deze rechte betreft, valt te konstateren dat geen der punten buiten de toetsingsband valt. De hypothese, dat de jaarlijkse maximum afvoeren der Waiiau rivier met Gumbels eerste verdeling te beschrijven zijn behoeft niet te worden afgewezen, dit zou het geval zijn als meer dan $1/3$ der punten buiten de toetsingsband viel.

Als door het rechter boven- en beneden eindpunt van de $2/3$ toetsingsband rechten // aan $y = 1,98 \cdot 10^{-4} (x - 17850)$ worden getrokken ontstaat de $2/3$ controleband. Deze band heeft alleen betekenis bij horizontale doorsnijding. Hij levert dan de verzameling der individuele herhalingsstijden t , die in 2 van de 3 gevallen, bij een gegeven gemiddelde herhalingsstijd T behoren.

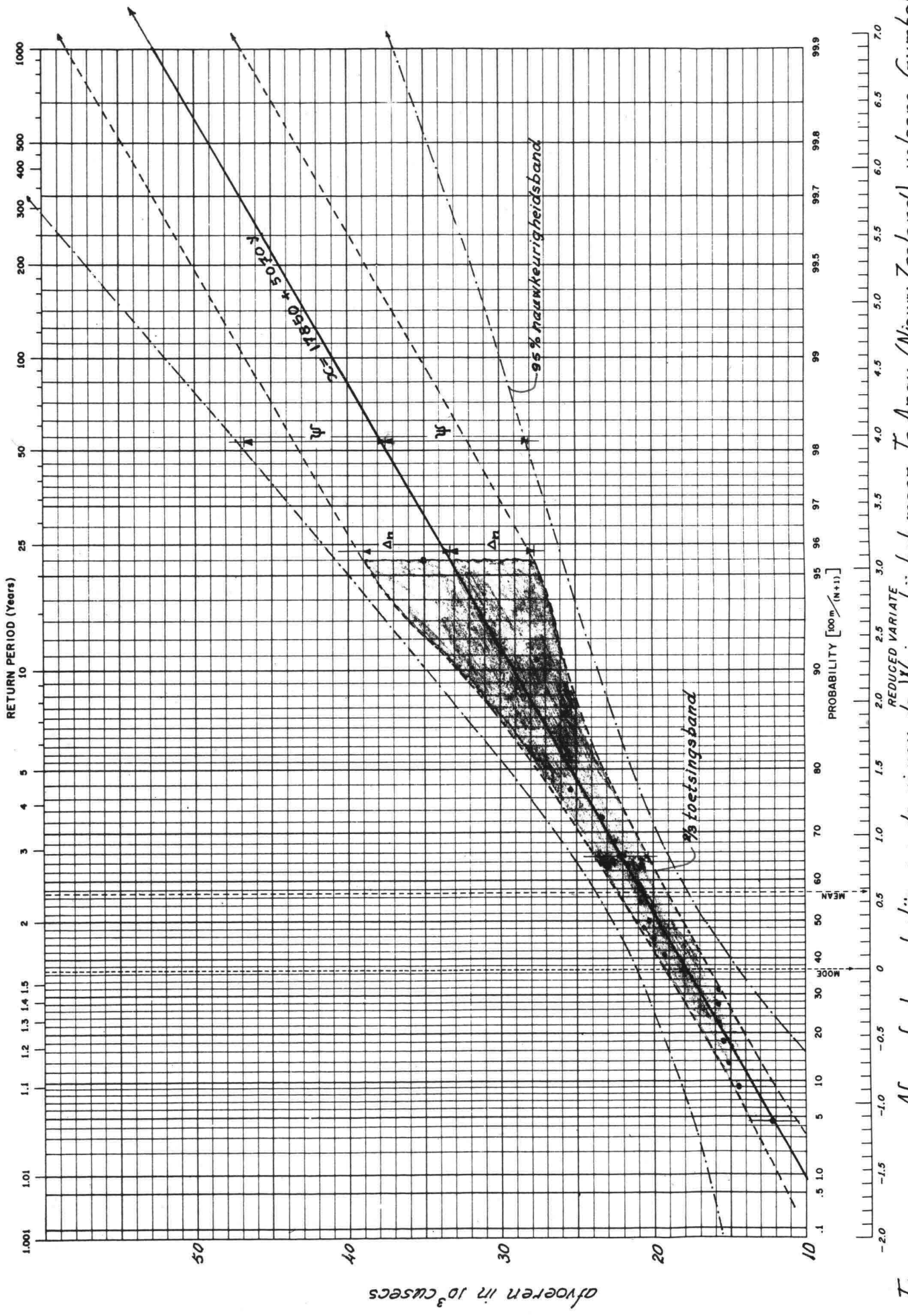
Bijvoorbeeld: De horizontale rechte door $Q = x = 40000$ cusecs geeft een gemiddelde herhalingsstijd van $\frac{23}{90}$ jaar, in 2 van de 3 gevallen ligt de individuele herhalingsstijd tussen 27 en 250 jaar.

De 95% nauwkeurighedsband:

Vanuit de snijpunten van de vertikalendoor $T = 1,1; 2 \dots 1000$ met de meest aannemelijke rechte $y = 1,98 \cdot 10^{-4} (x - 17850)$ zet men de nauwkeurighedsbreedte $\psi = 2s_T$ uit behorende bij een 95% interval. De standaardafwijking s_T is voor verschillende T als functie van n en T in tabel 2.2.8. berekend. Door de aldus ontstane punten worden vloeiende krommen getrokken. Deze krommen sluiten de "95% nauwkeurighedsband" in. Deze band kan zowel horizontaal als vertikaal doorsneden worden. Bijvoorbeeld, wat is de te verwachten herhalingsstijd T en 95% interval voor $Q = 38000$ cusecs. De horizontaal door $x = 38000$ geeft $T = 45$ jr met 95% interval van $13\frac{1}{2}$ tot 1000 jr of welke afvoer met 95% interval behoort bij een gemiddelde herhalingsstijd van 200 jr. De reduced variate voor $T = 200$ is $y = 5,28$ $Q = x = 17850 + 5070 \cdot 5,28 = 44600$ cusecs; 95% interval $44600 - 2 \times 6290 = 32000$ cusecs en $44600 + 2 \times 6290 = 57200$ cusecs.

U. S. DEPARTMENT OF COMMERCE, WEATHER BUREAU
EXTREME PROBABILITY PAPER

W. B. FORM 911-2
(1-56)



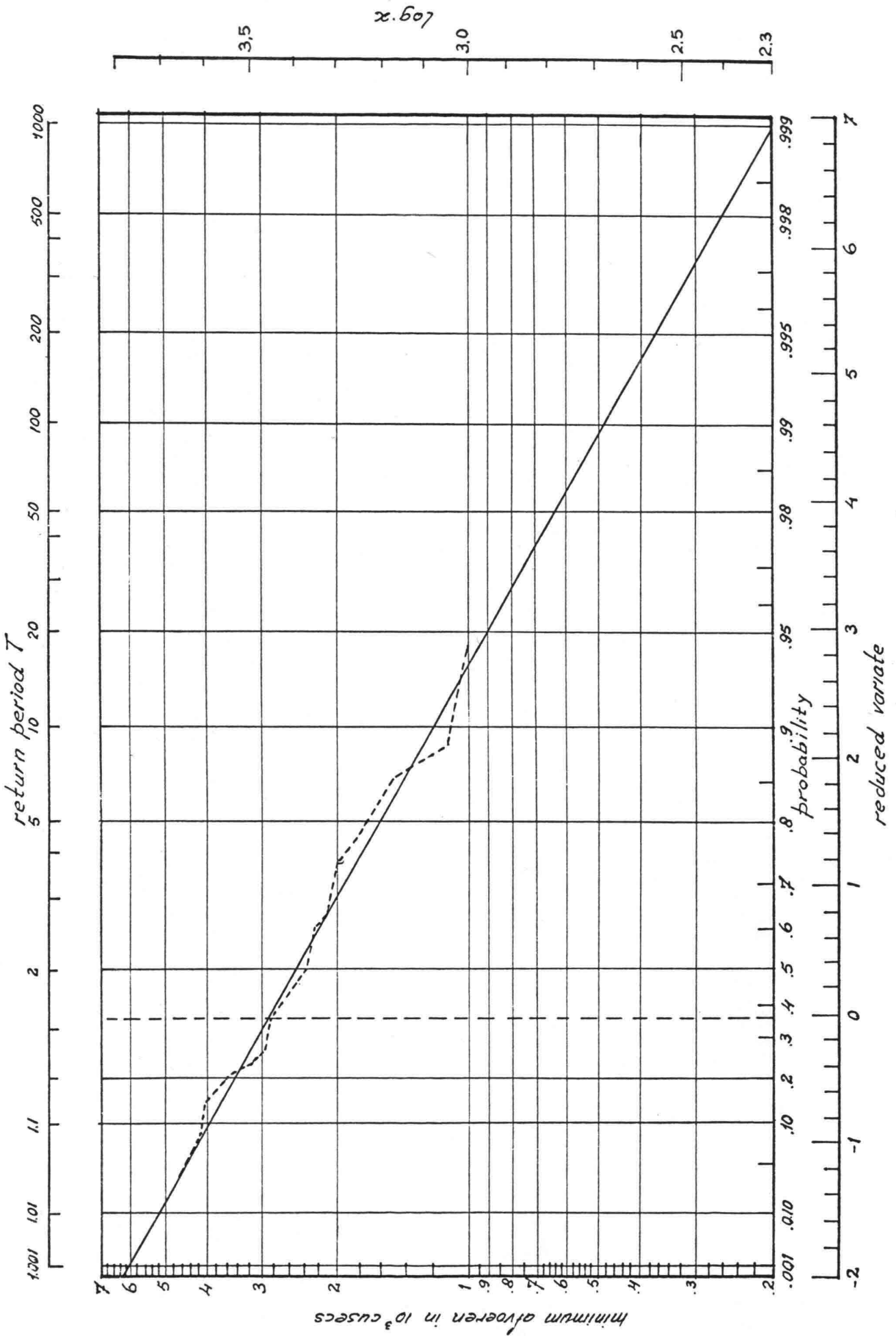
Figuur 2.2.5. Afvoerfrequentielijn van de rivier de Waiau bij het meer Te Anau (Nieuw Zeeland) volgens Gumbel.

Tabel 2.2.9.

De 95% nauwkeurighedsband om de Gumbelrechte.

Herhalingstijd T	K uit tabel 2.2.7.	$W = \frac{1+1,14 K+1,10 K^2}{n}$	Standaarddeviatie $S_T = Ws$ voor de afvoeren van de Waiaurivier
1,1	- 1,314	0,46	2500
2	- 0,148	0,24	1400
5	0,913	0,38	2060
10	1,615	0,52	2810
25	2,502	0,72	3900
50	3,160	0,86	4650
100	3,815	1,01	5470
200	4,465	1,16	6290
500	5,324	1,35	7310
1000	5,975	1,50	8120

De jaarlijkse maximum rivierafvoeren kunnen met Gumbels eerste verdeling beschreven worden. Zonder verder op de theorie in te gaan zij volledigheidshalve vermeld, dat voor de jaarlijkse minimum rivierafvoeren Gumbels derde asymptotische verdeling voor de kleinste waarden toegepast kan worden. In figuur 2.2.6. is van deze toepassing zonder verdere uitwerking een voorbeeld gegeven. Voor de periode van 1922-1939 is deze derde verdeling toegepast op de jaarlijkse minimum afvoeren van de Colorado rivier bij Lees Ferry in Arizona (USA). De schaal, waarop de afvoeren worden afgelezen is in tegenstelling met Gumbels eerste verdeling niet lineair maar logarithmisch verdeeld.



Figuur 2.2.6. Frekwentie verdeling van de jaarlijkse minimum afvoeren van de Colorado rivier

In het voorafgaande beperkten de statistische beschouwingen zich tot rivierafvoeren; in het volgende zal ook een en ander opgemerkt worden over waterstanden aan de kust.

Door de lage ligging van ons land hebben onze voorouders dijken gebouwd om zich te beschermen tegen de hoge zeestanden, die het gevolg waren van het samenspannen van de elementen wind en water. De hoogte van deze waterkeringen werd gebaseerd op de "hoogst bekende waterstand", dus op de hoogste waarneming, die ter plaatse van de te bouwen of te verhogen dijk was voorgekomen.

In 1939 werd door ir. P.J. Wemelsfelder een statistische aanpak van hoogwaterstanden aan onze kust gepubliceerd. In deze publikatie wordt afgerekend met de "hoogst bekende waterstand" als basis voor de hoogtebepaling van een waterkering. Wemelsfelder betoogde aan de hand van een frekwentiekromme van hoogwaters te Hoek van Holland, dat men met hogere dan de waargenomen standen dient te rekenen, omdat in het licht van de frekwentiegrafiek gezien het duidelijk is hoe toevallig de hoogste stand in de waarnemingsperiode (1888-1937) geweest is. De hoogste stand in dit tijdvak bereikte een peil van $3,28^+$. De stormvloed van 1953 was wel een pijnlijke bevestiging van Wemelsfelders betoog, de stand van $3,28^+$ werd met ruim $\frac{1}{2}$ m overschreden ($3,85^+$).

De hoge standen waarop de waterkeringen gebaseerd moeten worden zal men evenals bij de rivierafvoeren door extrapolatie uit het beschikbare waarnemingsmateriaal moeten schatten. De frekwentiekromme, die de verdeling van de waarnemingen beschrijft, zal men evenals bij de rivierafvoeren door een juiste keus van de schaalverdelingen van het toe te passen waarschijnlijkheidspapier tot een rechte trachten te transformeren, waardoor een objectievere extrapolatie mogelijk is.

Op half-logaritmisch papier - vertikale schaal lineair, horizontale schaal logaritmisch - vond Wemelsfelder een nagenoeg rechtlijnig verloop voor de frekwentiekromme. Deze empirische verdeling werd reeds in 1914 door W.E. Fuller op hoogwaterafvoeren en stormvloedstanden toegepast.

Naast deze exponentiële verdeling kan men ook de verdeling der uiterste waarden, zoals hierboven als methode Gumbel is uiteengezet op dit probleem toe passen. Een nadeel van deze methode t.o.v. de exponentiële verdeling is, dat hierbij slechts de jaarmaxima gebruikt kunnen worden, terwijl een niet onbelangrijk deel van de in de overige waarnemingen vervatte informatie ongebruikt blijft. Voor de exponentiële verdeling zijn meer waarnemingen bruikbaar dan alleen de jaarmaxima zodat nauwkeuriger uitkomsten mogelijk zijn. Bovendien zal bewezen worden, dat in het gebied dat voor dit probleem van belang is - van N.A.P. + 2 m tot N.A.P. + 6 m - beide verdelingen bij gebruikmaking van dezelfde

waarnemingspunten (b.v. de jaarmaxima) tot hetzelfde resultaat leiden.

Extrapolatie van de empirisch verkregen rechte op half-logaritmisch papier is vrij onzeker en zal toch zo zorgvuldig mogelijk moeten geschieden. Daarom moet aan het homogeen zijn van het waarnemingsmateriaal goede aandacht geschonken worden. Door de statistische afdeling van het Mathematisch Centrum zijn in samenwerking met het K.N.M.I. de volgende bewerkingen uitgevoerd om de waarnemingen zo homogeen mogelijk te doen zijn.

- 1°. De hoogste standen treden vrijwel altijd op in de maanden november, december en januari. De standen in de overige maanden zijn lager, meerekenen van deze standen doet de helling van de hoogwateroverschrijdingslijn flauwer worden, waardoor het gevaar bestaat, dat bij extrapolatie een te lage schatting der overschrijdingskansen wordt verkregen. Men dient met de ongunstigste schattingen uit de waarnemingen rekening te houden. Vandaar dus ook de splitsing in zomer- en winterhoogwaters. Deze bewerking is in tabel 2.2.10. uitgevoerd.
- 2°. De oorzaak van een gevaarlijk hoogwater is een storm, die weer het gevolg van een depressie is. Door depressies te beschouwen in plaats van de afzonderlijke hoogwaters komt men dichterbij de oorzaak van deze hoge standen. Een depressie strekt zich veelal uit over meer dan één hoogwater, waardoor er van onafhankelijkheid tussen op elkaar volgende hoogwaters geen sprake is. Deze afhankelijkheid wordt geëlimineerd door de hoogste waarneming per depressie te nemen.
- 3°. Niet alle depressies zijn even gevaarlijk. Er is een bepaalde strook boven de Noordzee, die op meteorologische gronden als bijzonder gevaarlijk voor ons land wordt beschouwd. Depressies, die een baan beschrijven, die geheel of gedeeltelijk buiten deze strook valt, worden geschrapt.

De resultaten van de 2° en 3° bewerking zijn opgetekend in tabel 2.2.11.

Uit het aldus verkregen homogene waarnemingsmateriaal werd de hoogwateroverschrijdingslijn voor het kuststation Hoek van Holland samengesteld. Door de punten boven N.A.P. + 1,70 m is de meest aannemelijke rechte getrokken, zie figuur 2.2.7.

Tabel 2.2.10.

Aantal overschrijdingen van het aangegeven peil in de jaren 1888 tot en met 1956 (69 jaar) en de splitsing daarvan in overschrijdingen in de wintermaanden (januari, november en december) en de overige maanden van het jaar.

Aantal overschrijdingen				Aantal overschrijdingen			
H.W. in m + N.A.P.	Jaar	Winter- maanden	Overige maanden	H.W. in m + N.A.P.	Jaar	Winter- maanden	Overige maanden
3,84	1	1	0	1,98	181	119	62
3,28	2	2	0	1,96	196	130	66
3,00	4	4	0	1,94	215	141	74
2,96	7	6	1	1,92	226	147	79
2,76	8	6	2	1,90	250	158	92
2,74	9	7	2	1,88	272	171	101
2,70	11	8	3	1,86	287	179	108
2,68	14	10	4	1,84	316	198	118
2,66	16	12	4	1,82	343	214	129
2,64	18	13	5	1,80	377	234	143
2,62	21	16	5	1,78	406	247	159
2,56	22	16	6	1,76	442	268	174
2,54	23	17	6	1,74	483	288	195
2,52	27	20	7	1,72	525	306	219
2,50	28	21	7	1,70	580	340	240
2,48	28	21	7	1,68	630	371	259
2,46	29	22	7	1,66	676	401	275
2,44	30	23	7	1,64	737	428	309
2,42	31	23	8	1,62	803	459	344
2,40	34	24	10	1,60	877	507	370
2,38	37	26	11	1,58	952	552	400
2,36	40	28	12	1,56	1034	594	440
2,34	40	28	12	1,54	1129	635	494
2,32	46	32	14	1,52	1233	690	543
2,30	49	33	16	1,50	1362	751	611
2,28	53	34	19	1,48	1487	802	685
2,26	54	35	19	1,46	1600	857	743
2,24	59	40	19	1,44	1749	926	823
2,22	64	44	20	1,42	1894	997	897
2,20	70	48	22	1,40	2109	1088	1021
2,18	76	54	22	1,38	2281	1156	1125
2,16	82	57	25	1,36	2449	1232	1217
2,14	92	64	28	1,34	2706	1338	1368
2,12	103	74	29	1,32	2936	1424	1512
2,10	114	82	32	1,30	3255	1541	1714
2,08	126	89	37	1,28	3550	1659	1891
2,06	132	92	40	1,26	3854	1766	2088
2,04	146	97	49	1,24	4295	1932	2363
2,02	155	103	52	1,22	4715	2069	2646
2,00	169	114	55	1,20	5267	2239	3028

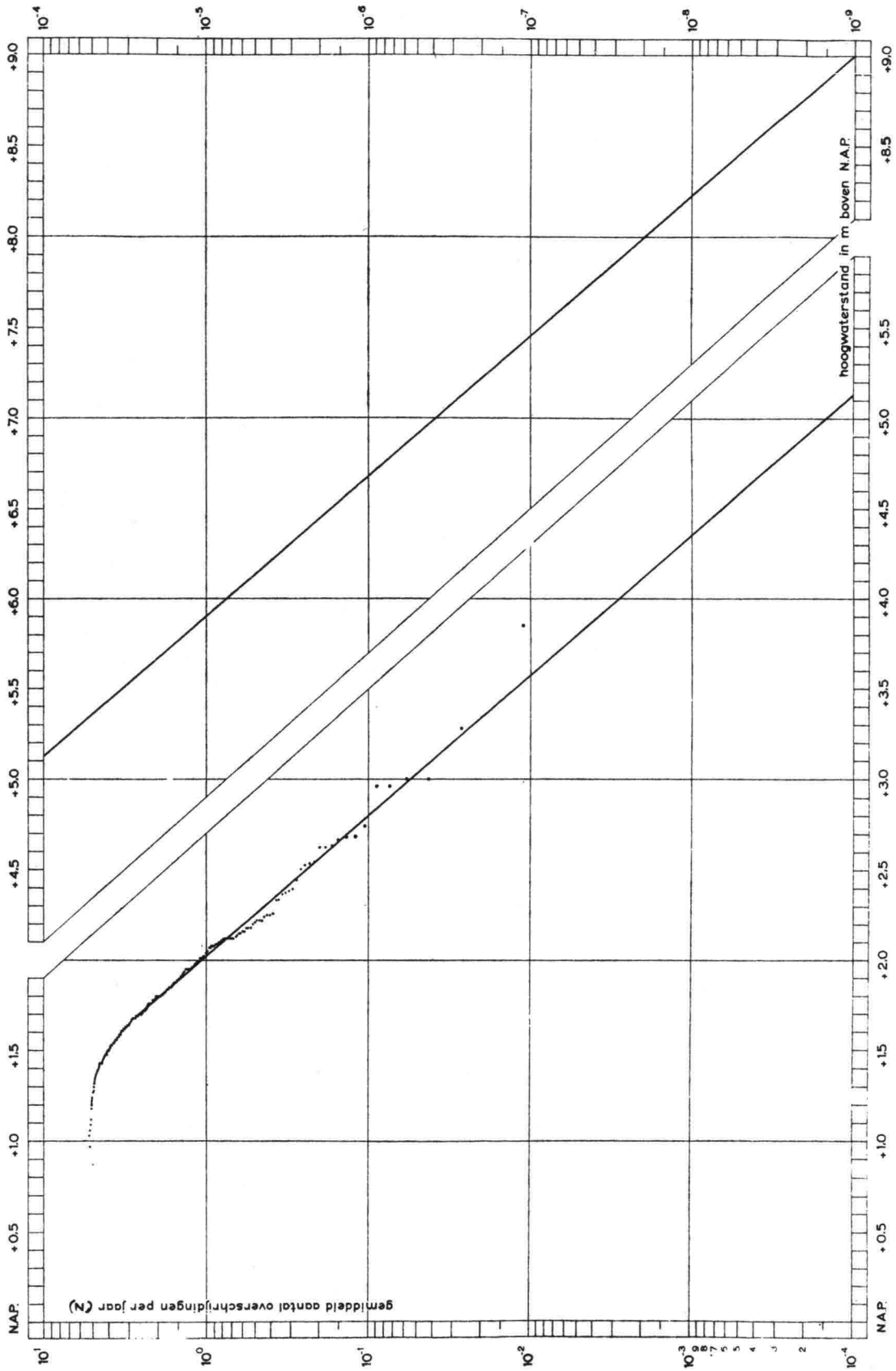
De aangegeven waterpeilen klimmen met 0,02 m; van N.A.P. + 1,20 m tot N.A.P. + 2,56 m zijn zij alle aangegeven, daarboven alleen de hoogste peilen, die een bepaald aantal keren werden overschreden. Het jaarpeil blijkt hier N.A.P. + 2,20 m te zijn en het grenspeil N.A.P. + 2,40 m.

Tabel 2.2.11.

Hoogste hoogwaterstanden uit naar banen geselecteerde depressies uit de wintermaanden (januari, november en december) van de winters 1888/'89 tot en met 1938/'39 en 1945/'46 tot en met 1956/'57 (63 jaar).

H.W. in m + N.A.P.	Aantal overschrij- dingen	H.W. in m + N.A.P.	Aantal overschrij- dingen	H.W. in m + N.A.P.	Aantal overschrij- dingen
3,85	1	1,99	73	1,58	222
3,28	2	1,98	74	1,57	223
3,00	4	1,97	76	1,56	230
2,96	6	1,96	78	1,55	233
2,74	7	1,95	85	1,54	238
2,68	9	1,94	86	1,53	244
2,66	10	1,93	88	1,52	248
2,63	11	1,92	89	1,51	251
2,62	13	1,91	91	1,50	257
2,54	14	1,90	94	1,49	259
2,53	15	1,89	96	1,48	265
2,52	16	1,88	100	1,47	268
2,50	17	1,87	101	1,46	271
2,44	18	1,86	104	1,45	274
2,39	19	1,85	108	1,44	277
2,38	20	1,84	111	1,43	287
2,37	21	1,83	113	1,42	289
2,36	22	1,82	117	1,41	291
2,33	24	1,81	121	1,40	293
2,26	25	1,80	129	1,39	297
2,25	27	1,79	130	1,38	298
2,22	31	1,77	137	1,36	303
2,21	32	1,76	144	1,35	306
2,20	33	1,75	145	1,34	307
2,18	36	1,74	148	1,33	309
2,16	38	1,73	151	1,32	312
2,15	40	1,72	156	1,30	313
2,14	41	1,71	157	1,28	314
2,13	42	1,70	166	1,27	315
2,12	50	1,69	172	1,24	319
2,11	51	1,68	180	1,23	320
2,10	53	1,67	182	1,22	321
2,09	56	1,66	185	1,21	322
2,08	59	1,65	189	1,20	323
2,07	61	1,64	196	1,18	324
2,05	62	1,63	200	1,12	327
2,04	64	1,62	204	1,09	328
2,02	66	1,61	209	1,06	330
2,01	70	1,60	212	1,03	331
2,00	71	1,59	216	0,97	332

De standen zijn opgegeven in 0,01 m nauwkeurig. Daar gedurende de Tweede Wereldoorlog geen weerkaarten getekend konden worden, was het onmogelijk de selectie voor de winters van 1939/'40 tot en met 1944/'45 toe te passen.



Figuur 2.2.X Het gemiddeld aantal overschrijdingen per jaar van het peil h , afkomstig van de hoogste hoogwaterstanden der naar banen geselecteerde depressies, uit de maanden januari, november en december der winters 1888/89 tot en met 1938/39 en 1945/46 tot en met 1956/57, met een daaraan aangepaste rechte

Uit de figuur is de volgende betrekking op te stellen:

$$h_a - h_b = - s_{\left(\frac{b}{a}\right)} (\log a - \log b) \quad (h_a < h_b \text{ en voldoende groot})$$

$$s_{\left(\frac{b}{a}\right)} = \frac{h_a - h_b}{\log\left(\frac{b}{a}\right)}$$

Voor de waarden a en b kan men verschillende waarden substitueren b.v. wanneer $a = 10^{-1}$ en $b = 10^{-2}$ dan volgt:

$$s_{0,1} = h_{0,01} - h_{0,1}$$

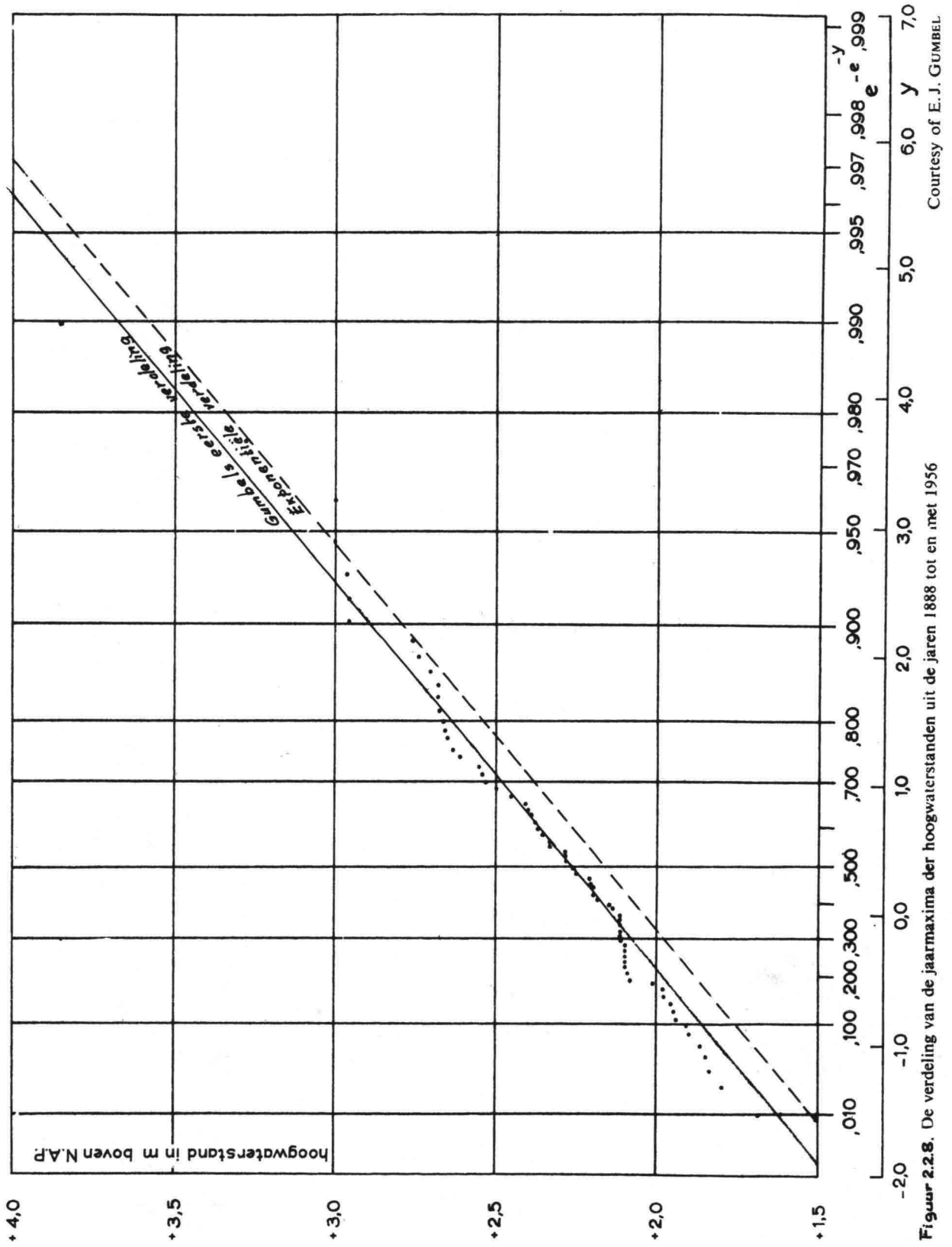
en dit is juist het hoogteverschil, dat tot decimering van de kans voert. Evenzo kan worden afgeleid, dat $s_{0,5}$ het hoogteverschil is, dat tot halvering van de kans leidt. Dergelijke grootheden worden in de besliskunde als reken-eenheden gebruikt. Voor Hoek van Holland bedragen de "decimeringshoogte" en "halveringshoogte" resp. 78 en 23 cm.

Figuur 2.2.8. geeft de toepassing van de verdeling volgens Gumbel voor hetzelfde peilschaalstation. Hierbij wordt telkens het maximum bepaald uit de 706 hoogwaters, die per jaar voorkomen. Dit aantal is voldoende groot voor de onafhankelijkheid der jaarmaxima. De verdelingsfunctie voor de hoogwaterstanden is dezelfde als bij de rivierafvoeren nl. $P(h) = e^{-e^{-\alpha(h-\mu)}}$.

De parameters α en μ moeten uit de gegevens geschat worden. De punten worden zodanig op het waarschijnlijkheidspapier geplott, dat ieder punt een kans van $\frac{1}{2}$ heeft om onder dan wel boven de kromme te liggen; (zie blz. 2.2.2.) als h_1, h_2, \dots, h_n ($h_1 > h_2 > \dots > h_n$) de waargenomen standen zijn dan zijn de koördinaten van het i^e punt $\left(\frac{i-0,3}{n+0,4}, h_{n-i+1}\right)$.

De jaarmaxima uit tabel 2.2.9. blijken volgens figuur 2.2.8. inderdaad bij goede benadering op een rechte lijn te liggen. De vergelijking van deze lijn is $y = \alpha(h-\mu)$. Voor grote y d.w.z. voor grote h ($\alpha > 0$) bestaat er vrijwel geen verschil tussen:

$$e^{-e^{-y}} = 1 - e^{-y} + \frac{e^{-2y}}{2!} - \dots \text{ en } 1 - e^{-y}$$



Figuur 2.2.8. De verdeling van de jaarmaxima der hoogwaterstanden uit de jaren 1888 tot en met 1956

Courtesy of E. J. GUMBEL

Tabel 2.2.12.

Jaarmaxima der hoogwaterstanden van de jaren 1888
tot en met 1956 (69 jaar).

Datum	H.W. in m + N.A.P.	Datum	H.W. in m + N.A.P.	Datum	H.W. in m + N.A.P.
21-11-1888	1,84	30- 9-1911	2,41	15-10-1934	1,87
9- 2-1889	2,76	11-11-1912	2,62	25- 1-1935	2,12
2-10-1890	2,12	4-12-1913	1,91	1-12-1936	2,74
10-12-1891	1,90	11-11-1914	2,14	15- 3-1937	1,79
3- 1-1892	1,96	16- 1-1915	2,12	29- 1-1938	2,36
23-11-1893	1,98	13- 1-1916	3,00	27-11-1939	2,08
22-12-1894	3,28	2-12-1917	2,54	6-12-1940	2,65
7-12-1895	2,68	23-12-1918	2,02	7-12-1941	2,10
16- 1-1896	2,12	19-12-1919	2,39	29-12-1942	2,20
29-11-1897	2,68	4-12-1920	2,20	7- 4-1943	2,68
3- 2-1898	2,28	6-11-1921	2,63	26- 1-1944	2,67
13- 1-1899	2,26	6-12-1922	2,25	19- 1-1945	2,46
22-12-1900	1,85	19-12-1923	2,10	23- 2-1946	2,56
28- 1-1901	2,21	6- 2-1924	1,95	26-11-1947	2,18
26- 1-1902	2,38	28-11-1925	2,09	23-10-1948	2,10
22-11-1903	2,37	10-10-1926	2,40	1- 3-1949	2,70
30-12-1904	2,96	12- 9-1927	1,69	13-11-1950	2,12
7- 1-1905	2,50	26-11-1928	2,96	29-11-1951	2,28
12- 3-1906	2,97	12-12-1924	2,22	7-11-1952	2,12
21- 2-1907	2,28	23-11-1930	2,53	1- 2-1953	3,85
23-11-1908	2,66	17- 1-1931	2,33	23-12-1954	3,00
5- 2-1909	2,10	28-11-1932	2,33	13- 1-1955	2,10
1-11-1910	1,94	26-10-1933	1,98	18- 1-1956	2,15

Voor $y = 2$ blijkt de fout in de orde van 1% te liggen. Dit betekent dat voor grote h de kans op overschrijding van het peil h in één jaar door $1 - e^{-e^{-\alpha(h-\mu)}}$ wordt voorgesteld, zodat de helling van de overschrijdingslijn volgens de verdeling van Gumbel moet overeenstemmen met de helling volgens de exponentiële verdeling. De overschrijdingslijn van figuur 2.2.7. is daarom ook in figuur 2.2.8. getekend. Er valt daarbij op te merken, dat de helling van beide lijnen dezelfde is, maar dat er tussen beide lijnen een systematisch hoogteverschil van 10 cm is. Dit verschil is klein en blijft bij extrapolatie onveranderd, zodat het van geen belang voor verder onderzoek is.

De overschrijdingslijnen voor andere peilschaalstations langs de Nederlandse kust blijken een verloop te hebben analoog aan dat te Hoek van Holland. Dit is ook wel te verwachten, daar de afmetingen van het zuidelijk bekken van de Noordzee, waaraan de westkust van Nederland is gelegen, relatief zo gering zijn, dat de windvelden van een bepaalde storm voor bijna alle plaatsen langs dit kustgedeelte het stormvloedverloop beheersen. Wel varieert de grootte van het astronomisch getij langs de Nederlandse westkust in belangrijke mate en daarom zullen de overschrijdingslijnen voor de diverse plaatsen een analoge variatie vertonen. Verder naar het noorden langs de Waddeneilanden tot aan de Eemsmond doet zich ook de invloed gelden van de zich voortdurend wijzigende ligging van deze kust ten opzichte van het Noordzeebekken, dat zich daar tot in de Duitse Bocht verbreedt.

Voor de overschrijdingslijnen van de plaatsen aan de zeearmen en in het Wadengebied zijn er nog enige bijkomende aspecten. Deze zullen in een volgende paragraaf behandeld worden omdat de verschillende hoogwaters niet meer door één verschijnsel i.c. stormen als gevolg van depressies veroorzaakt worden, maar beïnvloed worden door het getij in de monden en de configuratie van deze gebieden waardoor de onderlinge hoogwaterstanden niet meer vergelijkbaar zijn d.w.z. het waarnemingsmateriaal is niet homogeen en vrijwel onmogelijk homogeen te maken.

In deze paragraaf zijn dus enkele methoden uiteengezet waarmee men een schatting kan maken van de kans van optreden van een bepaald verschijnsel. Wanneer men d.m.v. een geextrapoleerde overschrijdingslijn een waarde van het te bestuderen verschijnsel bepaalt, b.v. een afvoer Q of een waterstand h , die 0,001 maal per jaar voorkomt dan zou men dit ten onrechte kunnen interpreteren als de waterstand of afvoer, die gemiddeld éénmaal per 1000 jaar voorkomt (helemaal onjuist is de interpretatie "voor het eerst over 1000 jaar"). Men dient zich terdege te realiseren, dat dit peil of deze afvoer gemiddeld

éénmaal per 1000 jaar wordt overschreden. En de mate van overschrijding kan zeer aanzienlijk zijn. Dit is aannemelijk te maken aan de hand van de volgende overwegingen voor het kuststation Hoek van Holland. De hoogste tot nu toe waargenomen stormvloedhoogte is die van 1 februari 1953 met $3,85 + \text{N.A.P.}$ De voorspelde hoogte van het astronomisch getij was $0,90 + \text{N.A.P.}$ Er was dus een hoogwateropzet van $2,95 \text{ m.}$ Op andere plaatsen langs de kust is op 1 februari 1953 een stormeffekt berekend van $3,40 \text{ m.}$ Er is geen enkele reden om te veronderstellen, dat eenzelfde waarde niet bij Hoek van Holland zou kunnen voorkomen. Evenmin is er grond voor de veronderstelling, dat een samentreffen van een dergelijk stormeffekt met een hoger astronomisch getij tot de onmogelijkheden behoort. Op 18 januari 1953 was bijvoorbeeld de hoogte van het astronomisch getij $1,25 + \text{N.A.P.}$ Een combinatie met het hoogste voor 1 februari berekende stormeffekt zou leiden tot een vloedhoogte te Hoek van Holland van $4,65 + \text{N.A.P.}$, dus $0,80 \text{ m}$ hoger dan de waargenomen stand, voorzeker geen gering bedrag.

Daarbij is de kans, dat overschrijding van h of Q voorkomt in een tijdperk met een lengte van T jaar ook aanzienlijk groter, dan de kans dat overschrijding niet optreedt. Deze kansen (overschrijding treedt niet, éénmaal, tweemaal enz. op) zijn te berekenen met de binominale verdeling, die voor dit geval benaderd mag worden met de Poissonverdeling.

$$P(\underline{x} = k) = \frac{m^k}{k!} e^{-m}$$

hierin is k het aantal overschrijdingen
en m de gemiddelde kans, dat een bepaalde gebeurtenis optreedt; hier is $m = 1$.

Door k de waarden $0, 1, 2 \dots$ enz. te laten aannemen zijn de bijbehorende kansen te berekenen.

$x = k = 0$	$P(x=0) = 0,37$
1	$P(x=1) = 0,37$
2	$P(x=2) = 0,18$
3	$P(x=3) = 0,06$
4	$P(x=4) = 0,015$

De kans, dat overschrijding niet voorkomt is 37% ; de kans op overschrijding is aanzienlijk groter n.l. 63% .

Par. 2.3. Inhomogeniteiten en diskontinuiteiten.

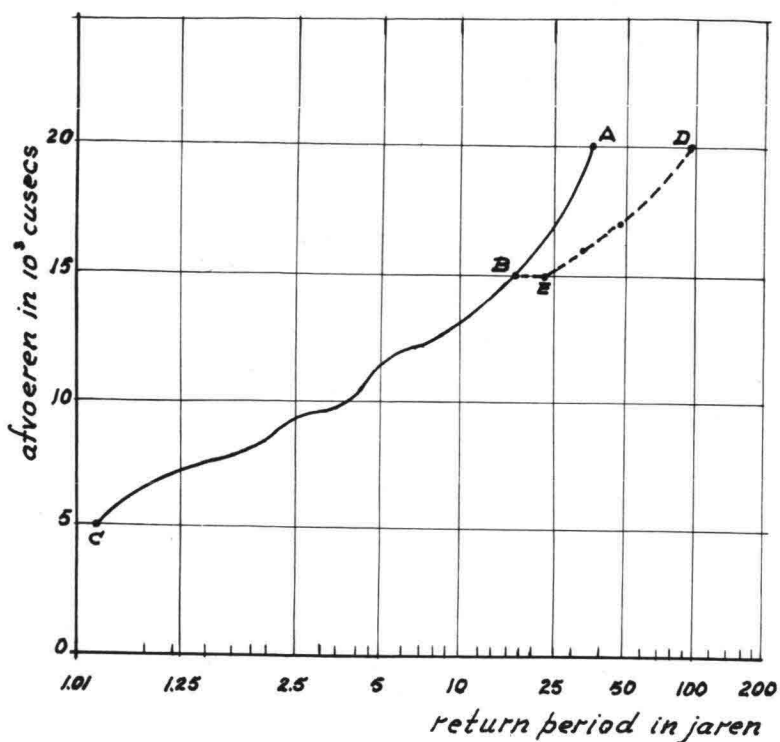
Bij de toepassing van statistische methoden voor de bepaling van waterstanden en afvoeren met zeer lage frekventies, doen zich soms bijzondere omstandigheden voor waarvan men zich terdege rekenschap moet geven wil men niet de kans lopen de gegevens onjuist te interpreteren. Voorbeelden hiervan zijn de keuze van de waarnemingsserie, tijdsveranderlijke invloeden en diskontinuiteiten in de optredende verschijnselen.

Keuze van de waarnemingsserie.

In 't algemeen zal men er naar streven de waarnemingsserie zo groot mogelijk te maken. Daarbij kan het voorkomen, dat in de waarnemingsserie over bepaalde jaren geen gegevens bekend zijn. Indien dit ontbreken het gevolg is van toevallige omstandigheden mag men deze onderbroken reeks toch in zijn geheel bekijken, waarbij uiteraard het aantal waarnemingen (n) gelijk moet zijn aan de gehele reeks jaren verminderd met de uitgevallen jaren. Als het ontbreken van jaarmaxima het gevolg is van extreem hoge waterstanden (uitvallen van peilschalen) dan mag dit niet. Voor een dergelijk jaar kan men een geschatte waarneming aannemen; aan de ligging ervan in de grafiek mag uiteraard weinig waarde worden gehecht.

Het kan ook voorkomen, dat er een aantal extreme waarnemingen, gelegen buiten de waarnemingsserie, beschikbaar zijn. Veronderstel, dat over een periode van 35 jaar, van 1910-1944, de jaarlijkse maximum afvoeren van een rivier bekend zijn. Kromme ABC in figuur 2.3.1. geeft de frekventieverdeling over die periode weer. Veronderstel verder, dat men over een periode van 95 jaar voorafgaand aan 1944 alle afvoeren, die gelijk of groter zijn dan b.v. 15000 cusecs, door kenmerken op gebouwen, bomen of anderszins, heeft kunnen vaststellen. Het bovenste deel van de 95 jarige frekventiekromme kan worden getekend voor alle afvoeren, die gelijk of groter zijn dan 15000 cusecs. Dit deel van de frekventiekromme is even nauwkeurig als wanneer alle hoogwaters over de 95 jaar bekend waren; aangenomen, dat gedurende deze tijd geen verandering in het regime van de rivier is gekomen. In tabel 2.3.1. zijn de frekventies van deze hoogwaters berekend en daarna in figuur 2.3.1. uitgezet.

Het hoogwater van 15000 cusecs is voor beide frekventiekrommen gelijk en wordt door lijn EB weergegeven. Voor extrapolatie van afvoeren met een grotere return period dan 95 jaar gebruikt men de kromme DEBC. Deze methode is zuiver empirisch en niet te verenigen met zuiver mathematische analyses. Hoe groter echter het aantal historische hoogwaters is des te dichter het



Figuur 2.3.1.

onderste punt (E) van kromme DE naar punt C verplaatst en des te gemakkelijker beide krommen gekombineerd kunnen worden.

Tabel 2.3.1.

Frekwenties van (historische) hoogwaters.

Jaar	Herkomst	Afvoer in cusecs	Rangschikking	Return period in jaren	Corresp. punt in fig. 2.3.1.
1933	-	20.000	1	36	A
1915	-	15.000	2	18	B
enz.					
1912	-	5.000	35	1,03	C
1933	-	20.000	1	96	D
1850	historisch	17.000	2	48	"
1882	historisch	16.000	3	32	"
1915	-	15.000	4	24	E

Tenslotte komt het voor, dat na een zeer extreme stand of afvoer besloten wordt tot een statistisch onderzoek. De serie waarnemingen is dan niet willekeurig gekozen en dus strijdig met een der grondbeginselen der statistiek: aselektie der waarnemingen. Bij het bepalen van de frekwentiekromme mag deze extreme waarneming niet mee gerekend worden; uit de verkregen kromme kan men wel vaststellen hoe extreem deze waarneming is.

De stormvloed van 1953 is niet alleen de hoogst voorgekomen stormvloed in de waarnemingsperiode, maar ook in de laatste 150 jaar. Het is onjuist te beweren, dat de overschrijdingsfrekwentie van deze stormvloed $1/150$ bedraagt. De overschrijdingsfrekwentie van het voorkomen van de topstanden van deze stormvloed is voor diverse plaatsen langs de kust verschillend, afhankelijk van hun ligging t.o.v. het voorgekomen windveld en van de fase van het getij ter plaatse. In het verloop van deze frekwenties langs de kust moet echter een zekere continuïteit voorkomen.

Door onderlinge vergelijking is het mogelijk gebleken een inzicht te verkrijgen in de grootte van deze frekwenties. Zo blijkt voor Hoek van Holland de overschrijdingsfrekwentie $0,004$ d.w.z. een gemiddelde herhalingsstijd van 250 jaar of 40% kans per eeuw. De kleinste frekwentie van deze stormramp is ongeveer voor de kop van Schouwen opgetreden, dit eiland is dan ook het zwaarst getroffen. De kans van optreden is daar gemiddeld eens per 300 jaar, of wel 33% per eeuw.

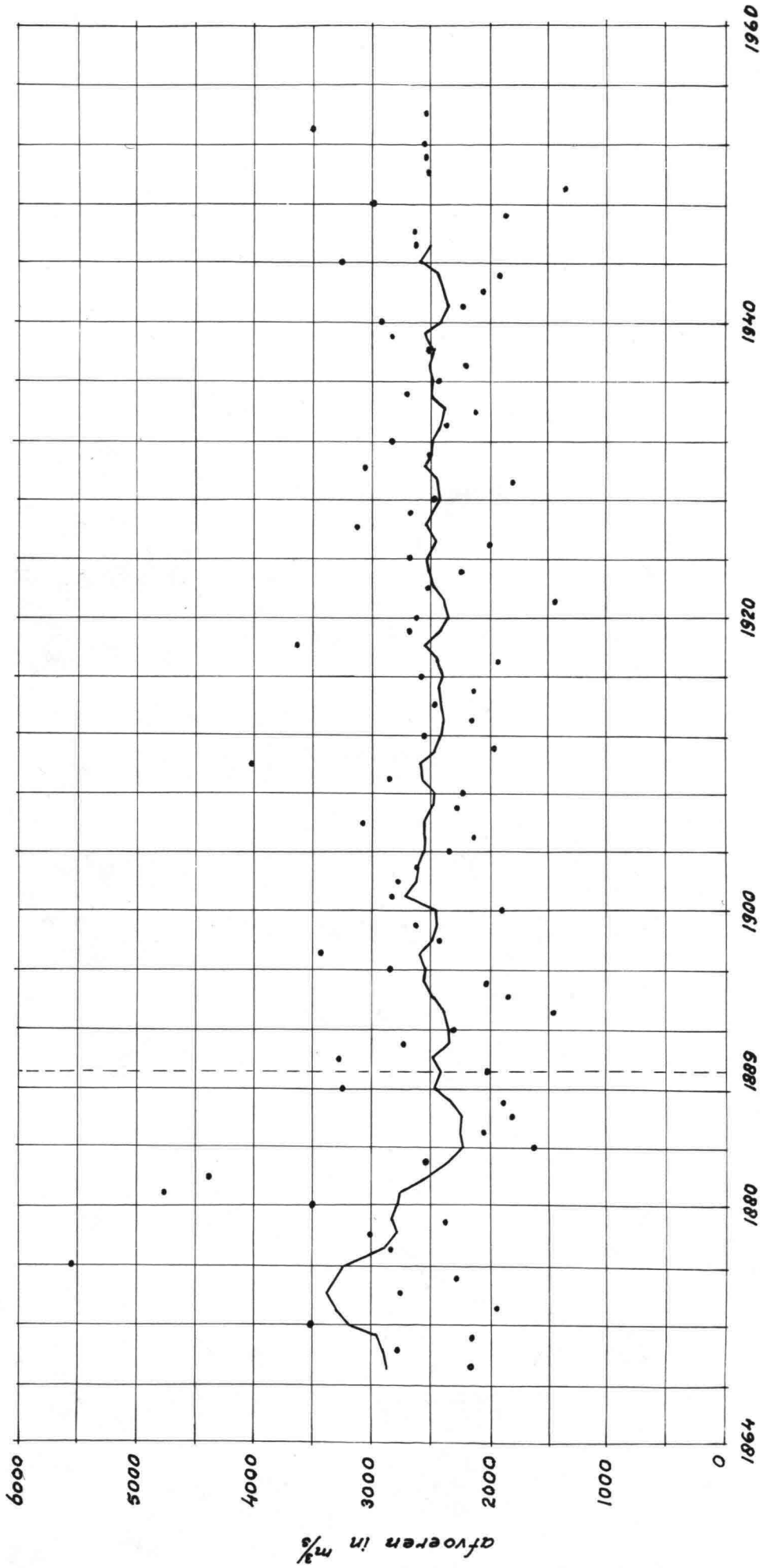
Tijdsveranderlijke invloeden.

Bij waarnemingen, die zich over een lange reeks van jaren uitstrekken, moet soms rekening gehouden worden met meer of minder geleidelijke opgetreden veranderingen. Genoemd kunnen worden: veranderingen in het laag- of hoogwaterbed van een rivier, inpolderingen in een zeearm, baggeren in een riviermond enz. Zelfs zouden klimatologische veranderingen, zoals het afnemen van sneeuw-koppen en gletschers een rol kunnen spelen. Dit betekent dus dat de oude waarnemingen niet direkt vergelijkbaar zijn met de huidige waarnemingen. Soms kan men op de oude waarnemingen een korrektie toepassen, b.v. van een uitgevoerd werk kan men de invloed op waterstanden en afvoeren berekenen. Soms kan bij een geleidelijke verandering de korrektie voor de verschillende decennia gevonden worden door b.v. 10 jarige perioden te nemen en voor elk de duurlijn te bepalen. Dit geeft verschuivingen, die geëxtrapoleerd kunnen worden voor de extreme standen en afvoeren.

Hoe belangrijk een wijziging in het regime van een rivier kan zijn zal hieronder worden aangetoond door een beschouwing over de rivierafvoeren van de Rijn te Rheinfelden. De waarnemingsserie strekt zich uit over een periode van 86 jaar nl. van 1869 tot 1954. In figuur 2.3.2. zijn de waarnemingen van de afvoeren in chronologische volgorde uitgezet; evenals het voortschrijdend tienjarig gemiddelde. Uit deze grafiek blijkt, dat het tienjarig gemiddelde in de periode voor 1890 een sterke variatie vertoont. Na 1890 is het tienjarig gemiddelde vrijwel konstant. Men kan zich afvragen wat hiervan de oorzaak is?

Deze vraag vindt zijn antwoord in een artikel van E. Walser in La Houille Blanche; hierin wordt de invloed van de natuurlijke en kunstmatige meren in het stroomgebied van de Rijn bovenstrooms van Basel op de afvoeren in bovengenoemd waarnemingsstation besproken. In de maanden maart tot en met juni wordt een deel van het smeltwater in de meren opgeslagen. Dit water komt vervolgens tot afvoer gedurende de maanden juli tot en met februari. Het is dus duidelijk, dat de meren op de grootte van de afvoeren een nivellerende werking hebben. De afvlakkende werking kan aangetoond worden met het koeffiënt van het ogenblikkelijk maximum en de kleinste gemiddelde dagafvoer gedurende een bepaalde periode.

Reeds vroeg werd deze eigenschap van de meren onderkend. Om zich te beschermen tegen hoge rivierafvoeren begon men in de 18e eeuw belangrijke rivieren, die vroeger vrij in de Rijn of een van zijn zijtakken uitmonden, zodanig te verleggen, dat zij een meer moeten doorstromen. De oudste omlegging is die van de rivier de Kander, die geleid werd naar het meer van Thun. Dit werk werd uitgevoerd in de jaren 1711-1714. In 1807-1827 volgde de Linth.



voortschrijdend tienjarig gemiddelde
uitgezet aan het begin van de periode

Jaarlijkse hoogwaterafvoeren van de Rijn bij Rheinfelden van 1869-1954.

Figuur 2.32.

Voor de omleiding stroomde deze rivier rechtstreeks af naar het meer van Zürich; thans mondt hij uit in de Walensee, waarna hij via het Linth-kanaal in het meer van Zürich terecht komt.

Tenslotte volgde de voor ons voorbeeld van belang zijnde afleiding nl. die van de Aare. Deze rivier verlaat bij Aarberg zijn oorspronkelijk bed, wordt dan geleid naar het meer van Biel, dat hij via een kanaal verlaat om 12 km benedenstrooms van het punt van afleiding weer in zijn oude bed terug te keren. Deze omleiding werd gerealiseerd in de periode 1869-1891. In figuur 2.3.3. een kaart van het stroomgebied van de Rijn bovenstrooms van Basel zijn de besproken omleidingen met een streeplijn aangegeven.

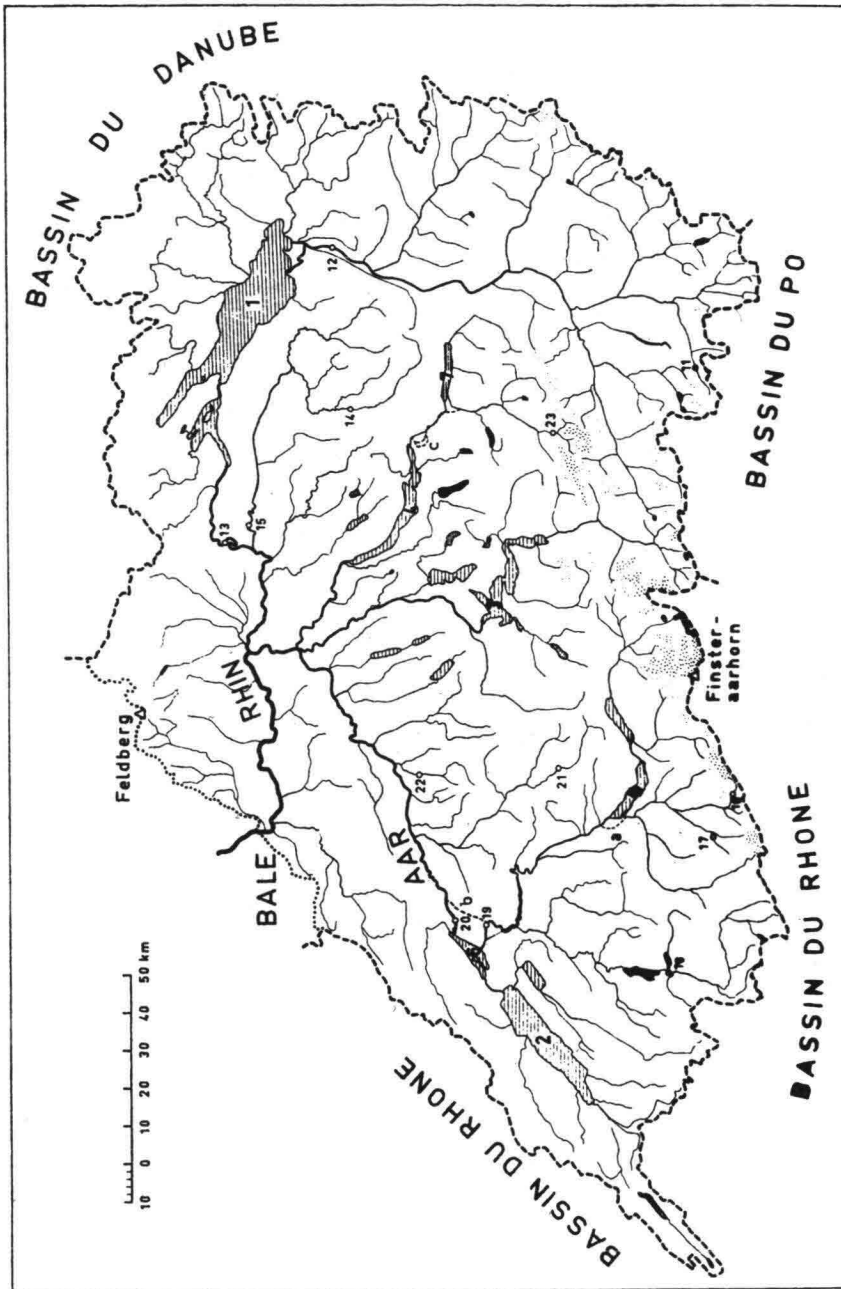
Walser komt tot de volgende konklusie: De huidige afnemende tendens van het kотиënt van de ogenblikkelijke maximum afvoer en de kleinste gemiddelde dagafvoer van de Rijn bij Basel staat zonder twijfel in verband, althans zeker voor een deel, met de hierboven besproken ingrepen. In het onderstaande tabelletje komt deze teruggang duidelijk naar voren.

Periode	Max. afvoer(jaar)	:	Min. dagafvoer (jaar)	Kotient
1808-1900	5700 (1876)	:	202 (1858)	= 28,2
1901-1920	4300 (1910)	:	272 (1909)	= 15,8
1921-1957	3800 (1953)	:	306 (1921)	= 12,4

Uit het bovenstaande is dus de konklusie te trekken, dat in de periode voor 1890 het regime van de rivier in belangrijke mate gewijzigd is. De jaarmaxima voor 1890 behoren dan ook niet tot hetzelfde universum als de maxima na dit jaartal. Om de frekwenties van de te verwachten afvoeren te bepalen mag daarom uitsluitend gebruik gemaakt worden van het waarnemingsmateriaal na 1890.

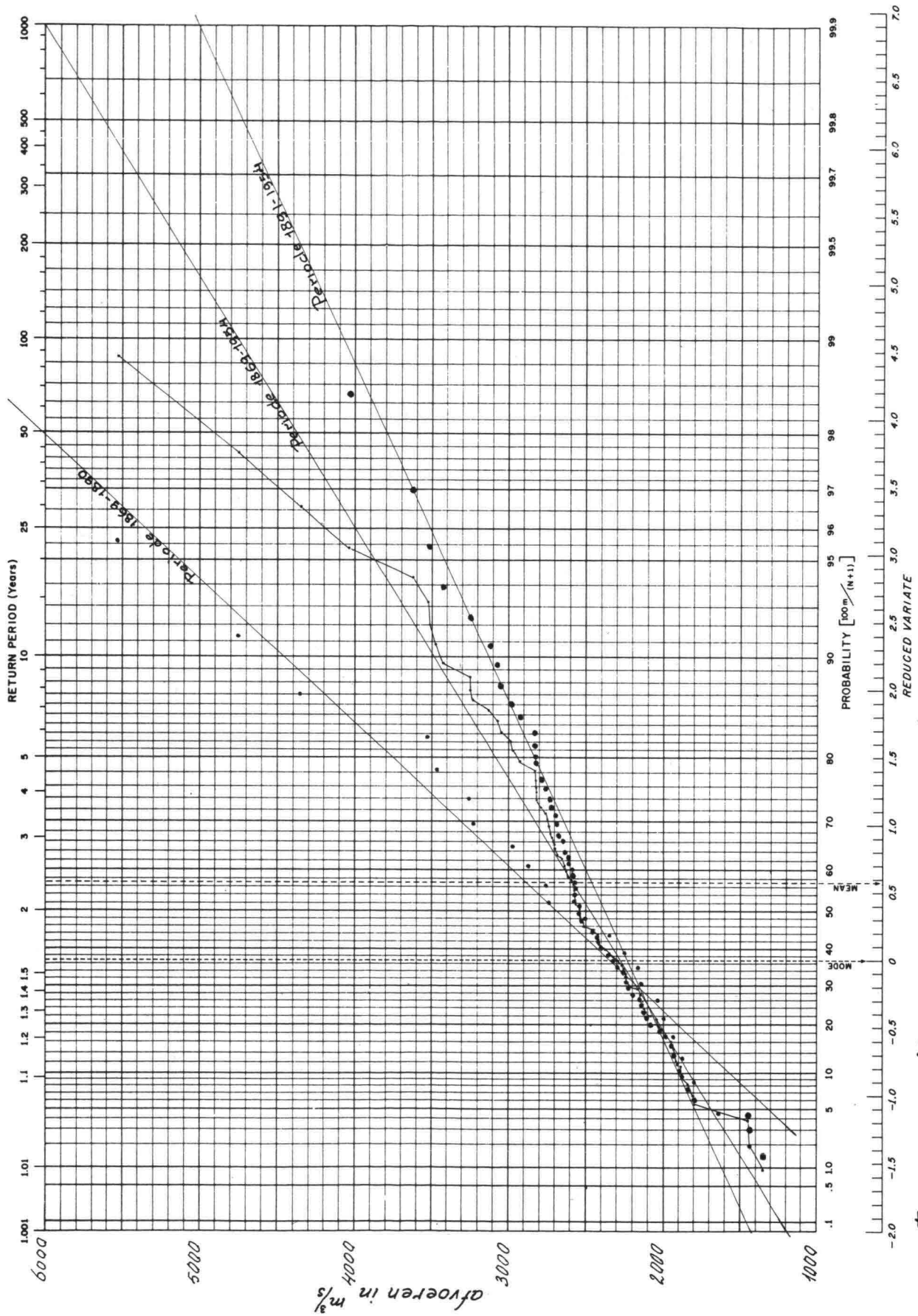
Toepassing van statistische methoden op het volledige waarnemingsmateriaal zonder zich ervan tevoren van overtuigd te hebben of deze gegevens tot eenzelfde universum behoren, kan belangrijke afwijkingen van de juiste frekwenties geven. Dit is weergegeven in figuur 2.3.4. In deze grafiek zijn de overschrijdinslijnen volgens Gumbel getekend voor de perioden 1869-1890; 1890-1954 en 1869-1954.

Uit de overschrijdingslijnen voor de beide laatste perioden blijkt, dat de grotere afvoeren thans met een geringere frekwentie zullen voorkomen dan anders uit het gehele waarnemingsmateriaal zou zijn gevolgd.



Bassin du Rhin en amont de Bâle. Lacs : 1. Lac de Constance, 2. Lac de Neuchâtel, 3. Lac des Quatre-Cantons, 4. Lac de Zürich, 5. Lac de Thoune, 6. Lac de Bielle, 7. Lac de Walenstadt. Ancien lit avant la correction : a) de la Kander, b) de l'Aar, c) de la Linth. Stations : 11. Hinterrhein, 12. Schmitter, 13. Nohl, 14. Bütschwil, 15. Andelfingen, 16. Gastertal, 17. Adalboden, 18. Broc, 19. Aarberg, 20. Brugg, 21. Eggwil, 22. Lotzwil, 23. Tierfehd.

(figur 2.3.3.)



Figuur 2.3.4 Afvoerfrequentielijnen van de Rijn te Rheinfelden voor een drietal perioden.

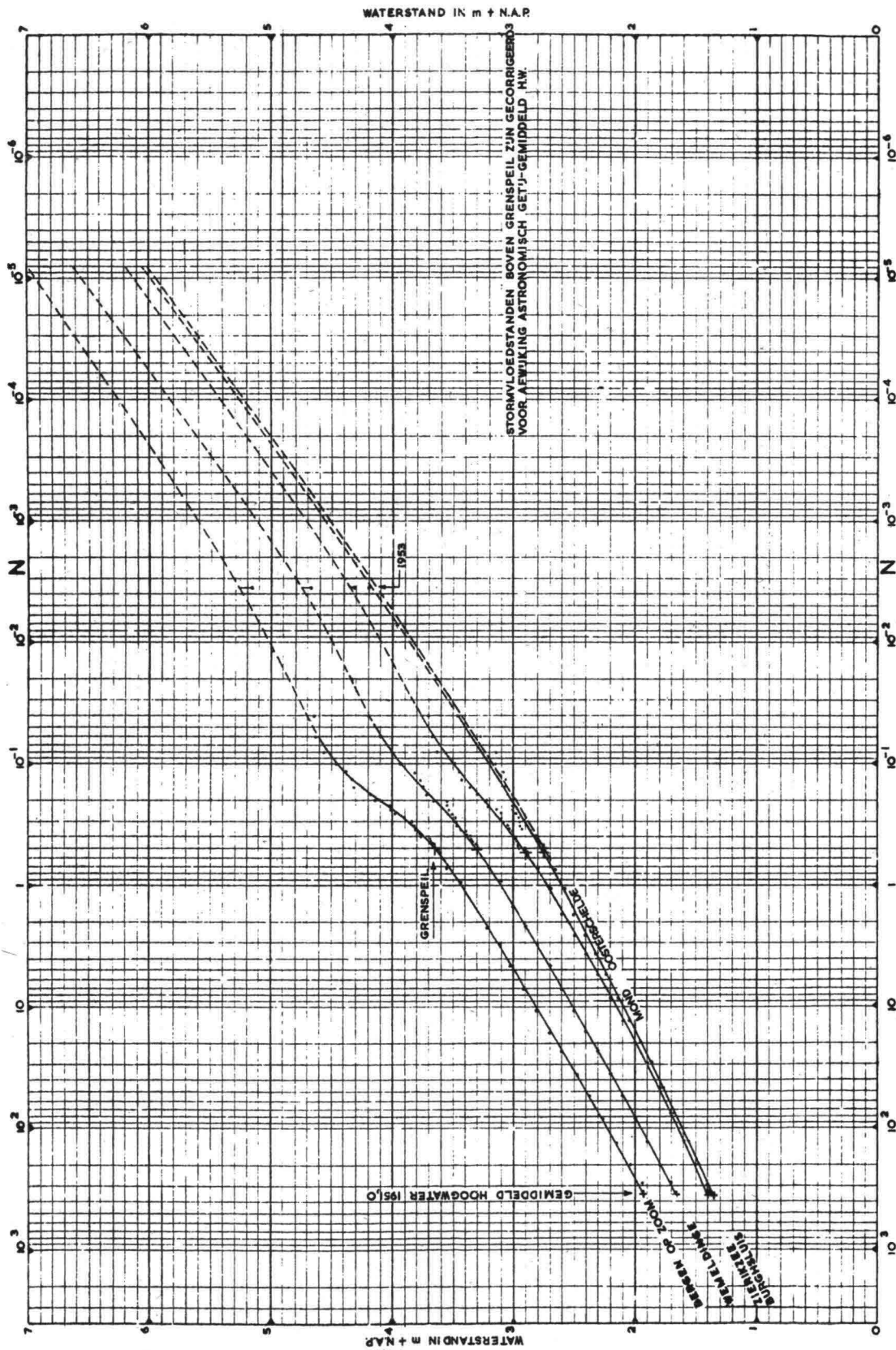
Diskontinuiteiten in de frekwentiekromme.

In het voorgaande is aangetoond, dat een normale of symmetrische frekwentieverdeling tot de uitzonderingen behoort. Ook als het primaire verschijnsel (diepte van depressies, regenval op een stroomgebied) een normale frekwentieverdeling zou hebben, dan zou toch het afgeleide verschijnsel, waarvan men de waarschijnlijkheidsverdeling wil weten, (stormvloedstanden, hoogwater op rivieren) vrijwel altijd een scheve verdeling geven. Er is namelijk geen lineair verband tussen beide verschijnselen. Bovendien zullen bij de opeenvolgende intervallen (in dit geval dus waterstands- en afvoergroepen) de omstandigheden geleidelijk veranderen zoals de komberging, de weerstand, de loopsnelheid enz. In par. 2.2. is bij bespreking van de hoogwater overschrijdingslijnen van de plaatsen langs de Nederlandse kust al even aangestipt, dat er voor de plaatsen aan de zeearmen en het Waddengebied enige bijkomende aspecten zijn. Uit figuur 2.3.5. blijkt, dat voor plaatsen langs de Oosterschelde even voorbij het grenspeil (frekwentie gemiddeld eenmaal per 2 jaar) de overschrijdingslijnen sterker omhoog lopen en wel des te meer naarmate het station meer landinwaarts is gelegen. Dit opbuigen naar boven wordt door de waarnemingspunten dwingend aangegeven; opvallend is ook de regelmatige toeneming van de helling in landwaartse richting.

Echter is extrapolatie vanuit deze waarnemingspunten zonder meer niet verantwoord, omdat er blijkbaar een verschijnsel bij hoge waterstanden optreedt, dat het mechanisme, dat de hoogwaterstanden veroorzaakt beïnvloedt, waardoor de waarnemingen onderling niet langer vergelijkbaar zijn d.w.z. niet langer homogeen zijn. Pas als het beïnvloedend verschijnsel verklaard en het verloop hiervan vastgesteld kan worden is extrapolatie mogelijk.

De oorzaak van deze divergentie van de overschrijdingslijnen boven het grenspeil is gelegen in de topografie van de zeearm. Tot aan de matig hoge vloed worden wel alle platen en slikken overstroomd, doch de gehele vloedstroom gaat door de geulen. Voor hogere vloed neemt de diepte op de platen zodanig toe, dat een merkbare en snel toenemende vergroting van het effectieve doorstromingsprofiel optreedt.

Dit betekent een zwakker worden der weerstandskrachten. Ten gevolge daarvan zullen, bij gelijk blijvende verhangen, de hoeveelheden toestromend vloedwater toenemen, hetgeen een verhoging van de stormvloedhoogte in landwaartse richting ten gevolge heeft.



Figuur 2.3.3. Overschrijdingslijnen van de hoogwaterstanden 1901-1950 langs de Oosterschelde: Mond, Burghsluis, Zierikzee, Wemeldinge, Bergen op Zoom

Dit verschijnsel wordt bij hogere waterstanden regelmatig belangrijker. Het blijkt echter, dat juist boven het grenspeil de overschrijdingslijnen veel sterker gaan stijgen dan beneden het grenspeil. Dit verschijnsel moet toegeschreven worden aan de dan belangrijk toenemende invloed van de verhoging van de waterstanden door de opwaaiing door de windkrachten op de zeearmen zelf. Bij stormen van relatief geringe betekenis, waarbij de hoogwaterstand niet hoger komt dan het grenspeil, is deze opwaaiing meestal niet belangrijk, doordat en de windkracht en de duur hiervan niet groot is. Er is een bepaalde tijdsperiode nodig, vóórdat de windeffekten zich volledig op de watermassa doen gevoelen.

Bij zware stormvloed en is de windkracht belangrijk groter en ook de duur van de wind. Daar de opwaaiing evenredig is met het kwadraat van de windkracht, neemt het effect belangrijk in betekenis toe. Weliswaar is de diepte groter, hetgeen tot lineair evenredige verkleining van de opwaaiing leidt, maar de genoemde effecten die tot verhoging leiden, zijn veel belangrijker. De opwaaiing, welke zich evenredig ontwikkelt aan de strijklengte (dus aan de afstand van de monding), neemt in landwaartse richting toe, zoals uit figuur 2.3.5. duidelijk blijkt. We zien een oplopen van de vloedhoogte van Burghsluis tot Bergen op Zoom.

Voor al het sterker oplopen van de lijnen tussen Wemeldinge en Bergen op Zoom is opvallend. Door de uitgebreidheid van het wateroppervlak en de geringe lufwerking van de dijken tussen beide stations kunnen de windkrachten hier een belangrijke opwaaiing veroorzaken.

Dit verschijnsel wordt zij het in wat zwakkere mate ook op de Westerschelde, de Grevelingen en het Haringvliet gekonstateerd, echter niet op de Rotterdamse Waterweg, omdat hier geen opwaaiing van betekenis optreedt; de Waterweg is n.l. een bankenloze, diepe, relatief smalle geul.

Als aanvullend bewijs voor de gegeven verklaring voor het opbuigen van de lijnen op de zeearmen zij gewezen op het afwezig zijn van dit versterkt oplopen bij de stations aan de gesloten duinkust Scheveningen, Katwijk en IJmuiden.

Volgens figuur 2.3.5. divergeren de overschrijdingslijnen tot ongeveer $N = 5 \cdot 10^{-2}$. Voor nog hogere stormvloed en zullen de overschrijdingslijnen minder sterk gaan oplopen, omdat door de steeds toenemende diepte de invloed van de afwaaiing relatief zwakker wordt. Weliswaar zullen bij nog zwaardere stormen de windkracht groter kunnen zijn, maar het blijkt, dat de frekwentie van optreden van hogere snelheden op de zeearmen zeer klein wordt, o.a. doordat de wind toch in mindere of meerdere mate landoppervlak moet passeren. Deze zeer hoge stormvloed en worden eerder veroorzaakt doordat de storm op zee langduriger wordt, terwijl de windkrachten niet belangrijk groter behoeven te zijn.

Zo was bij de stormvloed 1953 de windsnelheid zelfs geringer dan bij andere stormvloeden, die in de laatste 50 jaar zijn opgetreden. Verder zij opgemerkt, dat ook de krachten die de voortplanting van de stormvloed bij zeer hoge waterstanden beheersen meestal zwakker worden. Daar alle ondiepe delen van het estuarium, van dijk tot dijk onder water staan, neemt de kernberging niet meer toe en worden bij de meeste stormen de snelheden in de omgeving van hoogwater door de toegenomen doorstromingsprofielen zelfs kleiner. Hierdoor worden ook de weerstandskrachten en de traagheidskrachten kleiner. De invloed van de traagheidskrachten bij de hoge waterstanden is echter veel groter dan die der weerstandskrachten. Daar de traagheidskrachten de waterstanden verhogen en de weerstandskrachten deze verlagen, zal dus bij het afnemen van deze krachten de verlaging als gevolg van de verkleining der traagheidskrachten groter zijn dan de verhoging, die ontstaat door vermindering der weerstandskrachten. Het resultaat is, dat de hoogste waterstanden lager worden. Het analoge verschijnsel treedt op bij de plaatsen langs de Westerschelde, Grevelingen en Haringvliet.

Dit is een voorbeeld van een geleidelijke diskontinuiteit. Tenslotte zal in deze paragraaf ook nog de aandacht gevestigd worden op de grote diskontinuiteiten. Deze veroorzaken geen geleidelijke afbuiging van de overschrijdingslijn, doch geven bij een bepaalde frekwentie een knik te zien. Men zal zich daarom bewust moeten zijn van deze diskontinuiteiten en hiermee rekening moeten houden bij het bepalen van de frekwentiekromme.

Diskontinuiteiten in een natuurlijk frekwentieverschijnsel worden meestal veroorzaakt door menselijk ingrijpen, door de aanleg van reservoirs, dijken, enz. Een zeer typisch voorbeeld hiervan zal in het volgende besproken worden.

Vele rivieren bezitten bandijken, die wel de frekwentieverdeling beïnvloeden, maar die geen diskontinuiteiten veroorzaken. Bij de aanleg van nieuwe bandijken, die een deel van het hoogwaterbed inpolderen, zal verkleining van de komberging en soms van het doorstromingsprofiel optreden, waardoor de hoge standen ter plaatse en benedenstrooms van de indijking worden verhoogd: er treedt een kleine ombuiging van de frekwentiekromme op. In de uiterwaarden (het hoogwaterbed) van vele rivieren bevinden zich echter ook lage kaden (zomerkaden) die tot doel hebben de lagere zomerhoogwaters te keren. Bij de Rijn ligt de kruin van deze kade laag ten opzichte van de hoge winter-hoogwaters. Wellicht is er een kleine diskontinuiteit bij hoogwaters, die ongeveer tot de kruin van de zomerkade komen. Bij verder stijgende waterstanden neemt echter het gehele rivierbed geleidelijk deel aan de afvoer en bij zeer hoge hoogwaters is de invloed van de kade nauwelijks of niet meer te bespeuren. De kaden hebben dan ook niet tot doel de hoge

hoogwaters te beïnvloeden.

Dit is geheel anders bij de golena-(uiterwaard) dijken in het hoogwaterbed van een rivier als de Po in Italië. De kruin van deze dijken ligt zeer hoog; slechts even beneden de kruin van de bandijken. Bij hoogwater blijft de golena droog totdat het water de kruin van de dijk heeft bereikt. Dan wordt door overstroming en breuk van de dijken komberging geschapen. Steeds

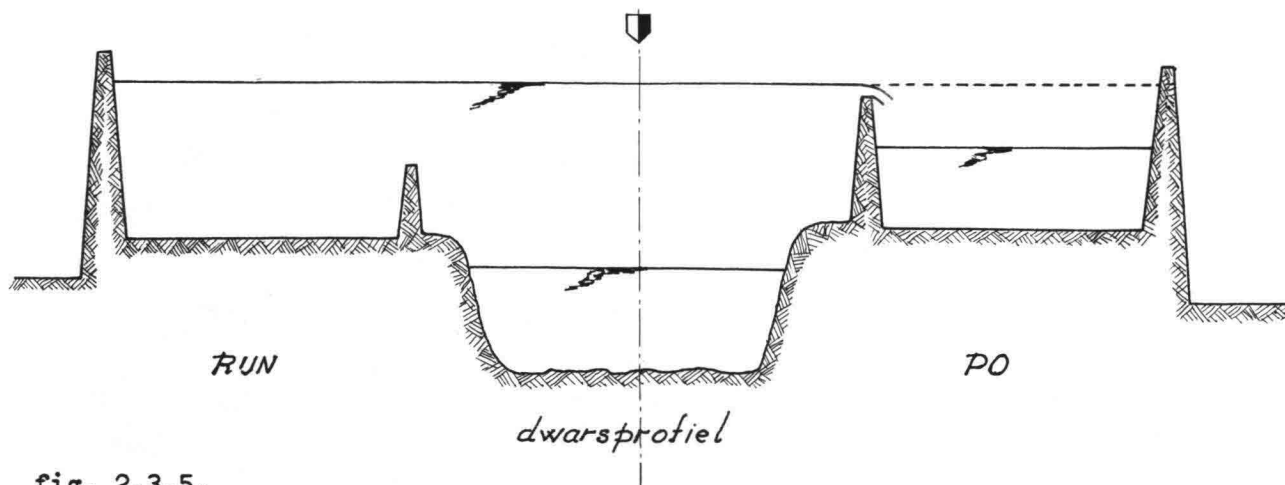
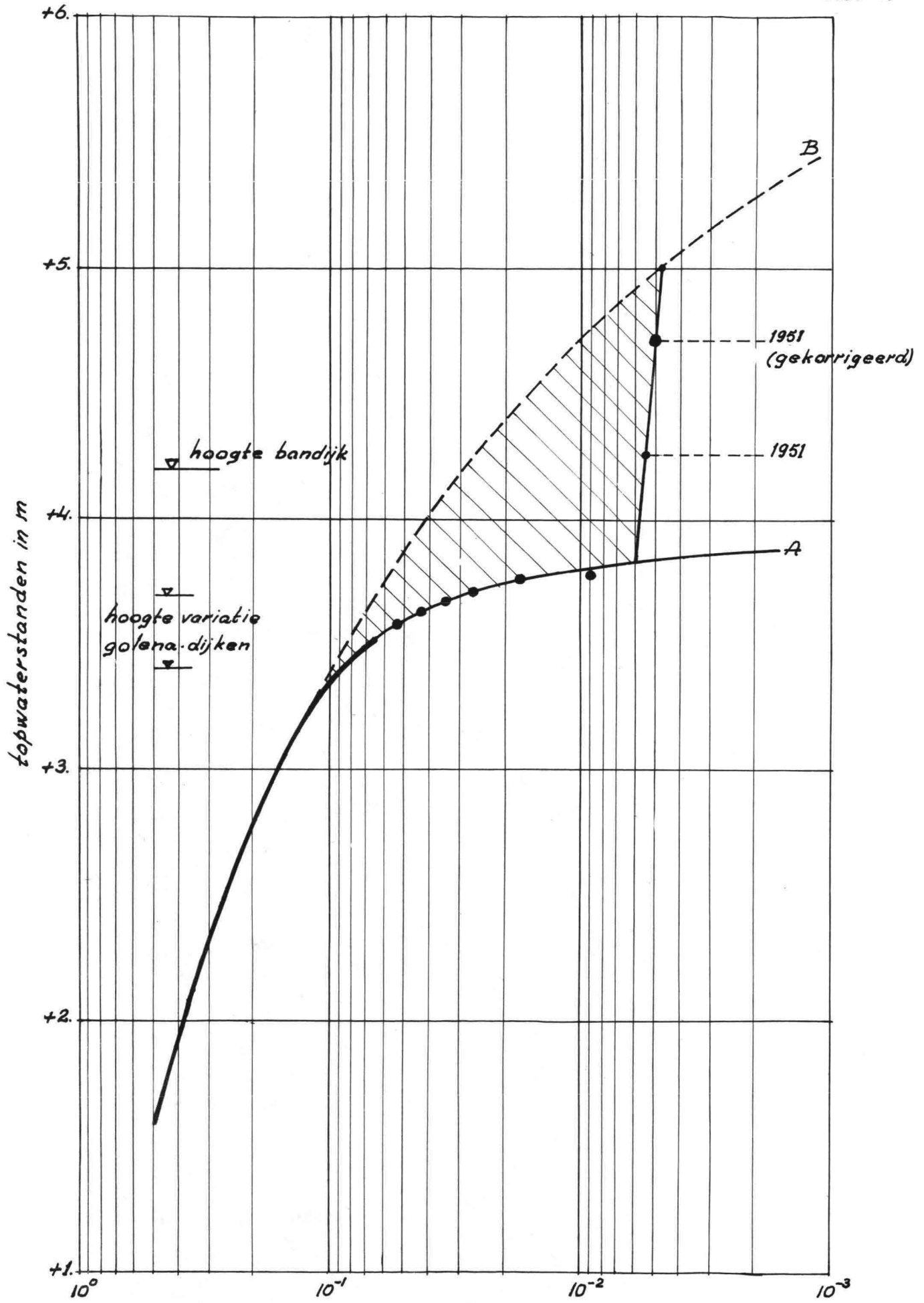


fig. 2.3.5.

meer golena's gaan inlopen; de waterstand in de rivier stijgt niet verder bij het passeren van de hoogwatergolf. Als de hoogwatergolf gepasseerd is zijn de golena's nog slechts ten dele gevuld. De functie van de golenadijken is dus het afplatten van de hoogwatergolf benedenstrooms. Dit geeft een frekwentiekromme zoals aangegeven in figuur 2.3.6. (kromme A). Deze kromme is verkregen uit ruim 100 jaar waarnemingen waarbij een korrektie is toegepast voor de oude standen i.v.m. de geleidelijke verkleining van het hoogwaterbed door begroeiing, aanslibbing en bebouwing.

Bij het ramphoogwater van 1951 trad een extreem hoge stand op. Deze zou nog hoger geweest zijn als niet tengevolge van doorbraken in de bandijken het hoogwater ontijdig was afgevlakt. Met een dergelijk hoogwater had niemand rekening gehouden, misleid als men was door kromme A. In werkelijkheid had men echter moeten rekenen, althans bij de zeer kleine frekwenties met kromme B. Het gearceerde gedeelte is de invloed van de komberging in de golena's; zodra deze echter vol zijn moet al het aangevoerde water naar beneden worden afgevoerd; de afvoerkapaciteit van de rivier moet plotseling stijgen en de waterstand moet dus snel omhoog gaan na vulling van de golena's.



Gem. overschrijdingsfrequentie van de max. jaarstanden van de Po te Pontelagoscuro *Figuur 2.3.6.*

Dit is een voorbeeld van een grote diskontinuiteit en de gevolgen, die hierdoor kunnen ontstaan, als bij het konstrueren van een frekwentiekromme geen rekening wordt gehouden met het bestaan van dergelijke diskontinuiteiten.

Tot nu toe is steeds aandacht besteed aan gevallen waarin één frekwentieverschijnsel - al dan niet in combinatie met veranderingen in de fysische omstandigheden van rivier of zeearm - het probleem bepaalde. Er doen zich ook situaties voor waarin meerdere frekwentieverschijnselen een rol spelen.

De waterstanden in plaatsen aan beneden rivieren worden zowel bepaald door de waterstanden aan de kust als ook door de waterafvoeren van de boven-rivieren. Het is dus van belang na te gaan of er tussen beide verschijnselen een verband bestaat. In 't bijzonder stelt men belang in het voorkomen van combinaties van hoge waterstanden aan de kust, veroorzaakt door stormvloeden met de waterstanden, die het gevolg zijn van grote rivierafvoeren. Het is dus zaak na te gaan of er sprake is van onafhankelijkheid van hoogwaterstand aan de kust en rivierafvoeren. Als dit het geval is kan door combinatie van beide kansverdelingen de overschrijdingslijnen van de hoogwaterstanden voor de verschillende peilschaalstations in het deltagebied worden berekend.

Door het Mathematische Centrum is in opdracht van de Delta-commissie een onderzoek gedaan naar de onafhankelijkheid van de hoogwaterstanden te Hoek van Holland en de afvoer van de Rijn te Lobith. Uit het resultaat van dit onderzoek, waarbij als hypothese getoetst werd: de onafhankelijkheid van hoog waterstanden te Hoek van Holland en de Rijn-afvoer te Lobith, mag gekonkludeerd worden, dat er inderdaad sprake is van onafhankelijkheid.

In bijdrage IV-3 van de Rijkswaterstaat aan het Rapport Delta-commissie is voor peilschaalstation Dordrecht de combinatie van beide kansverdelingen toegepast, waarvan het resultaat vergeleken is met de gegevens uit het statistisch onderzoek van de geregistreerde hoogwaterstanden waaruit gebleken is, dat er een bevredigende overeenstemming bestaat, zodat extrapolatie naar extreme waarden verantwoord is.

Een ander vraagstuk waarin meerdere frekwentieverschijnselen zich voordoen is de bepaling van de kruinhoogte van een dijk. Deze kruinhoogte wordt door verschillende factoren bepaald: de waterstand, buisoscillaties en buistoten, golfoploop veroorzaakt door windgolven, zetting en klink van dijklichaam en ondergrond. De waterstand is een frekwentieverschijnsel en wordt naast het getij mede veroorzaakt door het voorkomen van windvelden, die zorgen voor een geleidelijke verhoging van de zeespiegel. De curve van een kontinu registerende peilschaal geeft geen glad verloop te zien, maar de watertoestanden blijken bij storm onderhevig te zijn aan variaties met perioden van enkele minuten tot een uur. Deze waterstandsvariaties kunnen het gevolg zijn van tijdelijk sterk toegenomen windsnelheid gedurende regenbuien. Dit verschijnsel wordt buisoscillatie genoemd als het plaatselijk optreedt, buistoot, als het over grotere afstand langs

de kust te volgen is. Deze verschijnselen leveren een bijdrage tot de uiteindelijke hoogte van de zeespiegel bij stormvloed. De oscillaties en stoten hebben het karakter van een lange golf en volgen dus andere wetten dan de oppervlaktegolven. Zij doen hun invloed sterk gevoelen op plaatsen die in de luwte gelegen zijn en in kwasi afgesloten bekkens en juist daar waar door de storm geen directe watergolf ontstaat. Dit zijn dus ook frekwentieverschijnselen die op de basis waterstand gesuperponeerd moeten worden. Maar hoe? Er zijn onvoldoende gegevens omtrent frekwentie en amplitude en als ze er waren hoe moeten ze dan gekombineerd worden omdat er duidelijk afhankelijkheid in het spel is: zowel waterstand als oscillaties en stoten worden door weersinvloeden veroorzaakt.

Hetzelfde kan ook gezegd worden van de windgolven, die van velerlei factoren afhangen die ook samenhangen met het begrip frekwentie zoals waterstand, windrichting in verband met de strijklengte, windkracht en windduur; alle frekwentieverschijnselen, die bovendien nog van elkaar afhankelijk zijn.

In het kader van het Delta-plan worden in dit verband onderzoeken gedaan naar deze factoren zowel theoretisch als experimenteel. De uitkomsten hiervan moeten zo goed mogelijk aan de praktijk getoetst worden vandaar dat tijdens stormvloeden getracht wordt zoveel mogelijk informatie door waarnemingen te verkrijgen.

Uit de gegeven uiteenzetting omtrent de toepassing van statistische methoden op hydrologische waarnemingen en de komplikaties, die zich hierbij kunnen voordoen is de konklusie gerechtvaardigd, dat deze toepassing zorgvuldig en verantwoord moet geschieden, waarbij de civiel-ingenieur als hydroloog en/of hydraulikus het beste bij de statistikus te rade kan gaan als er komplikaties optreden. De civiel-ingenieur dient de effecten die bepaalde verschijnselen te weeg brengen te onderkennen en verklaren, terwijl de statistikus de mathematische konsekventies van verschillende manipulaties beter kan overzien en beoordelen.

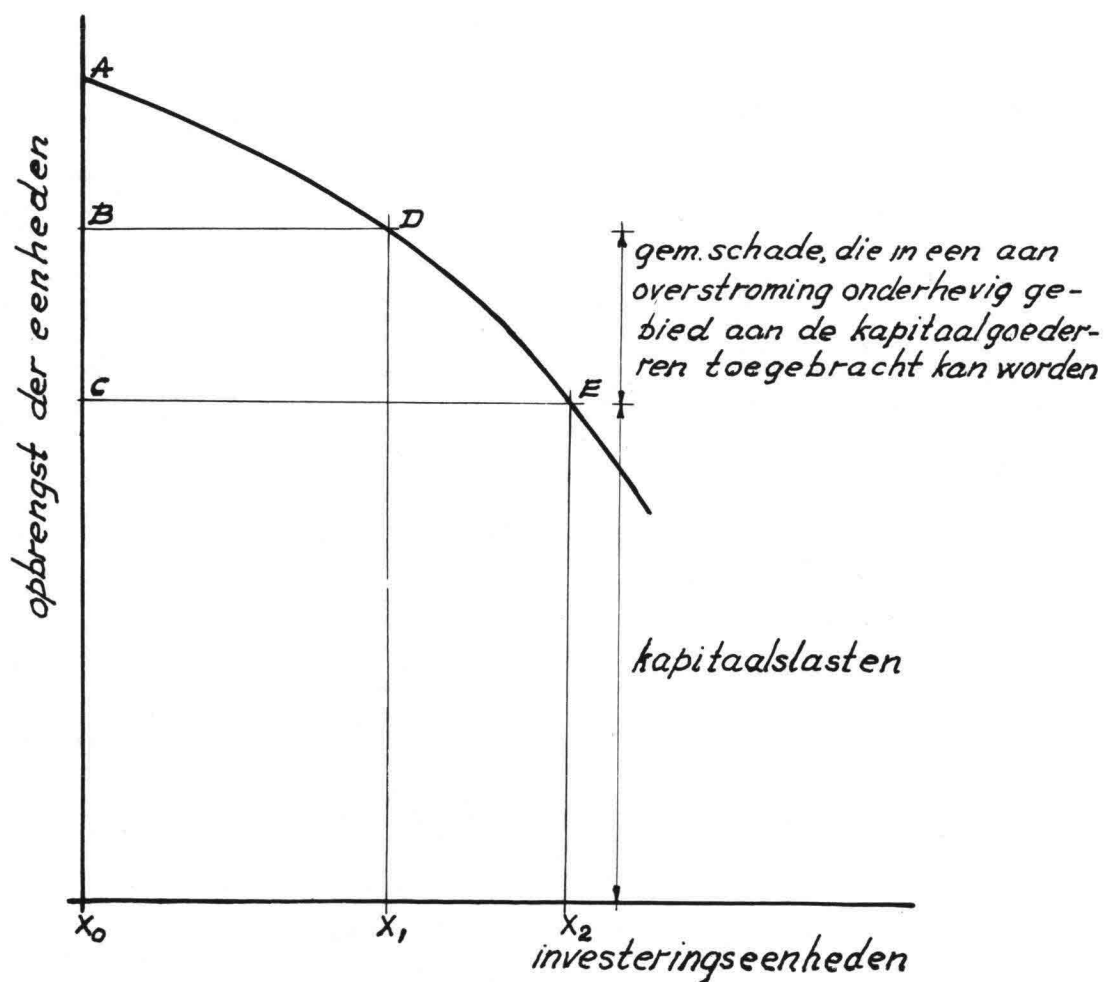
3. Decisieproblemen

3.1. Draagwijdte en beperkingen bij besliskundige problemen

In het vorige hoofdstuk is uiteengezet op welke wijze men tot een zo verantwoord mogelijke schatting kan komen omtrent de gemiddelde kans, dat een extreem geachte waarde in een bepaald verschijnsel voorkomt of wordt overschreden. Overschrijding van extreem geachte waarden kan van bijzonder groot belang zijn en verstrekkende gevolgen hebben. Bij overschrijding b.v. van extreem hoge waterstanden of -afvoeren kunnen waterkeringen, die het erachter liggende gebied bescherming moeten bieden, hun functie niet meer vervullen en zullen bezwijken, zodat het gebied door het water overstroomd wordt, waardoor mensen door verdrinking het leven kunnen laten en schade aan goederen, gebouwen, gewassen enz. zal worden toegebracht. De kans op overschrijding van deze extremiteiten zal men liefst zo klein mogelijk maken, maar welke voorzieningen en/of maatregelen ook getroffen worden, de kans van voorkomen wordt nooit geheel nul. De vraag is echter: welke gemiddelde kans, dat een dergelijk ramp-hoogwater optreedt is aanvaardbaar te achten? In het verleden werd deze kans op het gevoel of uit ervaring vastgesteld. Deze subjektieve benaderingswijze is na de tweede wereldoorlog steeds meer verdrongen door een wetenschappelijk gefundeerd onderzoek naar de overschrijdingskans in samenhang met de economische en sociale belangen, die hierbij een rol spelen. Men heeft daartoe methoden en technieken ontwikkeld waarmee men een economisch optimum kan bepalen tussen b.v. het te beschermen gebied met toebehoren enerzijds en de kosten aan hoogwaterbescherming anderzijds. Deze methoden zijn de toepassing van een wiskundig-economische theorie, de "decision theory", die in de U.S.A. in eerste instantie voor militaire en industriële doeleinden gebruikt werd, maar na de oorlog ook gebruikt wordt voor een verantwoorde besteding van overheidsgelden voor gemeenschapsvoorzieningen. In de inleiding is deze methode aangeduid met de benaming "besliskunde".

De produktiviteit en daarmee de welvaart, die een gebied zal kunnen bereiken, is afhankelijk van verschillende factoren zoals de ligging ten opzichte van andere gebieden, de grootte en inslag van de bevol-

king, de vruchtbaarheid van de bodem, de toegankelijkheid, het klimaat en andere waardevolle omstandigheden. Om deze produktiviteit te bereiken zullen in het gebied produktiefactoren als arbeid, machines, gebouwen, gewassen, levende have enz. gebracht moeten worden. Deze laatste factoren zijn het kapitaal, dat in het gebied wordt gestoken of de investeringen, die hierin gedaan worden. Als men de opeenvolgende investeringen met de erbij behorende opbrengst per eenheid uitzet, zal men vinden, dat bij toenemende investeringen wel de totale opbrengst toeneemt, maar in afnemende mate, omdat de aantrekkelijkste projecten met de grootste opbrengst per investeringseenheid het eerst tot uitvoering komen. De opbrengst per investeringseenheid neemt dus af. Het geheel is in figuur 3.1.1. in tekening gebracht.



Figuur 3.1.1.

Het oppervlak tussen de kromme door A, D en E en de x-as stelt de totale opbrengst voor bij toenemend aantal investeringseenheden. Deze opbrengst wordt verminderd door de kapitaalslasten, rente en afschrijvingen. De maximum netto-opbrengst wordt dus weergegeven door opp. A.E.C, bij een nog groter aantal investeringen in het gebied wordt de opbrengst kleiner, voorbij X_2 wordt de netto opbrengst per investeringseenheid negatief.

Als het gebied bovendien nog aan overstroming onderhevig is, bestaat de mogelijkheid, dat de gedane investeringen geheel of gedeeltelijk verloren gaan. Tegen dit verlies zou men zich wellicht kunnen verzekeren bij een assurantie-maatschappij. Of er een dergelijke instelling bestaat, die dit risico zou willen verzekeren wordt buiten beschouwing gelaten; dit is niet van belang voor deze redenering. Deze maatschappij zal nagaan hoe groot de kans is, dat het gebied door een overstroming getroffen wordt en welke schade daarbij kan worden geleden; uit deze factoren zal de te betalen premie worden berekend.

Deze premie verhoogt de kapitaalslasten en vermindert dus de netto opbrengst. De maximum netto opbrengst, oppervlak A.E.C. in figuur 3.1.1. neemt met B.D.E.C. af. In een gebied, dat de kans loopt overstroomd te worden kan men dus minder ver gaan met investeren, dan in een gebied waar geen overstromingsschade kan worden aangericht.

Men dient zich hierbij echter te realiseren, dat de gebieden vergelijkbaar moeten zijn. Dit hangt nauw samen met de vraag: waarom vestigen de mensen zich in de riviervalleien en de deltagebieden en doen daar grote investeringen, terwijl er een reële kans bestaat, dat er investeringen en mensenlevens verloren gaan? In het algemeen zijn deze gebieden van betere kwaliteit dan de andere, waar overstromingsgevaar afwezig is. In riviervalleien en deltagebieden zijn de verbindingswegen met de zee of het achterland beter, door het vlakke karakter van deze gebieden is een goede waterbeheersing mogelijk, bovendien is de oppervlaktelaag meestal van uitstekende kwaliteit, omdat deze gevormd wordt door zware gronden, die het water vasthouden. Het is moeilijk om gebieden te vinden, die kwa mogelijkheden volkomen te vergelijken zijn, doch indien dit wel het geval is, zal in het gebied, dat aan overstromingsgevaar is blootgesteld, de investering lager zijn, dan in het gebied, waar de hoogwatervloeden niet voorkomen.

Zo kan het voorkomen, dat er projekten in een gebied dat aan overstroming onderhevig is, uitgevoerd worden, die daar economisch niet verantwoord zijn, omdat de bescherming tekort schiet en er herhaaldelijk grote schade aan de projekten wordt aangericht, terwijl bij vergroting van de bescherming de kosten, die hieruit voortvloeien zo hoog worden, dat de opbrengst, die door de projekten wordt geleverd, hierdoor overtroffen wordt.

In het bovenstaande is de zaak nog wat simpel gesteld; er is slechts gesproken over de waterhoogte die, of het debiet dat maatgevend zou zijn voor overstroming en de door de overstroming aangerichte schade. Er zijn veelal dingen, die even belangrijk zijn als bovengenoemde factoren. Het maakt bij een rivier een groot verschil of het hoogwater voorspeld kan worden, waardoor er tijdig maatregelen (b.v. dijkbewaking) genomen kunnen worden, of dat het water geheel onverwachts tot kritieke waarden stijgt. Naast beide factoren, de absolute hoogte en de voorspelbaarheid, speelt ook de aard van het hoogwater een rol: vormt het stroomgeulen op bepaalde plaatsen, laat het grote hoeveelheden slib achter, die het land in waarde doen verminderen, komt het in een tijd als er gewassen te velde staan of als er toch weinig aan de gewassen geschaad kan worden. Ook de snelheid van het water en het aantal vloedden, dat per jaar voorkomt en de duur, dat een hoge waterstand voorkomt, is van belang. Kortom de kritieke waterstand of het maximum debiet zijn niet de enige criteria, die dit probleem bepalen.

Hierboven is tot nu toe alleen gesproken over bescherming van een gebied tegen overstromingsgevaar. Men moet zich echter niet blind staren op de bescherming, die geboden dient te worden. Naast bescherming is er ook de mogelijkheid om land en volk aan te passen aan het overstromingsgevaar. Aanpassen is vaak even juist, soms belangrijker en economisch gezien beter dan bescherming.

Mogelijkheden van aanpassing aan het overstromingsgevaar zijn er verschillende. Op de plaatsen waar grote investeringen gedaan zijn, b.v. steden, industriegebieden, kan men het water lokaal verlagen, b.v. door overlaten. De gebouwen zijn door waterdicht maken en/of door er voor te zorgen, dat er op de benedenverdiepingen geen kostbare machines of goederen staan opgesteld of opgeslagen, aan te passen. Eén van

de belangrijkste aanpassingsmogelijkheden is de voorlichting. In de periode, waarin men bewust aan het maatschappelijk proces deelneemt, ongeveer 40 jaar, is het niet nodig, dat men kennis heeft van een overstromingsramp, maar wel, dat men zich van het overstromingsgevaar bewust is. Dit bewustzijn is afwezig als de mens zich, op aandrang van een overheid of industrie, vestigt in een voor hem onbekend gebied. In de U.S.A. zijn de laatste jaren door psychologen, sociologen en ekonomen onderzoekingen gedaan naar de indruk, die de bewoners van een gebied onderhevig aan overstroming hebben van het gevaar, dat ze lopen in hun woon- en werkgebied en of ze enig idee hadden van de omvang van de schade, die aangericht zou kunnen worden. Uit deze onderzoeking bleek, dat alleen de families, die al generaties in een bepaalde streek woonden, enige indruk hiervan hadden. Het resultaat van deze onderzoekingen werd ook bevestigd door de stormvloed van 17 februari 1962, waarbij het gebied van de Elbe in de omgeving van Hamburg door een overstromingsramp getroffen werd. In de delta bij Hamburg woonden voornamelijk mensen, die niet in die streek geboren en getogen waren, maar vluchtelingen uit Oost-Duitsland en mensen, die door bombardementen dakloos waren geworden; dezen hadden geen flauwe notie van het overstromingsgevaar. Het gebied in het noorden aan de mond van de Elbe, dat ook erg te lijden heeft gehad van de stormvloed, werd bevolkt door boeren, die generaties lang in die streek gevestigd waren. In dit gebied zijn veel minder slachtoffers gevallen dan in de streek bij Hamburg, omdat men zich daar aan het overstromingsgevaar heeft aangepast.

Na een dergelijke ramp komt het probleem van schadevergoeding aan de orde. Wie moet de schade betalen: de man, die de schade heeft geleden of de overheid? Dit hangt af van de wetgeving in het betreffende land; doch veelal ontbreekt een wettelijke regeling op dit gebied. Wanneer de kans op voorkomen van natuurrampen zodanig is, dat de return period valt binnen een generatie (20-25 jaar), dan is het redelijk te verlangen, dat de schade door het individu zelf betaald wordt; is deze return period aanzienlijk groter dan is het redelijk te verlangen, dat de overheid, zij het gedeeltelijk, helpt. De morele aansprakelijkheid van de overheid wordt natuurlijk kleiner als er van overheidswege voldoende informatie over het overstromingsgevaar is gegeven.

Het vraagstuk van schadevergoeding speelt ook een rol bij investeringen van de Nederlandse industrie in ontwikkelingslanden. Deze investeringen kunnen door politieke invloeden, opstanden, revoluties, achteruitgang in waarde van valuta enz. verloren gaan. Ook door natuurrampen, overstromingen en aardbevingen kan kapitaalverlies voorkomen. In hoeverre moet de overheid hierin bijspringen en welk risico wordt hierbij door de ondernemer gedragen? Als de overheid altijd zou bijspringen heeft de ondernemer er geen belang bij economisch tewerk te gaan en zouden er zonder onderzoek investeringen gedaan worden in een gebied, waar de kans op verloren gaan van deze investeringen door natuurrampen vrij groot is.

Om de investeringen te beschermen kunnen er waterbouwkundige werken tot ontwikkeling gebracht worden. De kosten, die hiermee gepaard gaan lopen sterk uiteen. Er zijn in eerste instantie de rechtstreekse kosten, voortvloeiend uit de aanleg van de waterbouwkundige werken met alles wat erbij hoort; waarbij nooit vergeten mag worden, dat zelfs bij het meest perfecte werk er nog altijd aanpassingskosten zullen zijn. Een dijk zal bij hoogwater bewaakt worden; er is dus een instantie nodig voor de oproep en organisatie van deze bewaking. Zelfs als het werk zeer veilig wordt uitgevoerd is een dergelijke organisatie nodig, omdat er juist dan rekening gehouden moet worden met de mensen, die beschermd worden en een gevoel van hoge zekerheid hebben; de verantwoordelijkheid van de dijkbeheerder is dan des te groter.

De deltawerken, welke thans in uitvoering zijn, geven een zeer hoge zekerheid. In het kader van deze werken bestudeert de Rijkswaterstaat hoe het waarschuwingssysteem is te verbeteren, opdat in geval van overstroming de schade nog zoveel mogelijk beperkt kan worden. Men kan dus stellen: beschermen en aanpassen gaan altijd samen.

De kosten, die uit het beschermingsproject voortvloeien moeten vergeleken worden met het schadebedrag, dat geleden kan worden als het bouwwerk onvoldoende bescherming biedt. Als b.v. een dijk bezwijkt, hoe groot is dan de schade, die aangericht kan worden? Dit is een uitermate belangrijk en moeilijk vraagstuk, omdat ze samenhangt met een andere vraag; wat kan beschadigd worden, in welke mate en hoe groot zijn de kosten van herstel van deze schade. Bij een ramp, die op korte termijn zou kunnen plaatshebben, is het nog eenvoudig de schade aan gebouwen te bere-

kenen. Hier zit de moeilijkheid niet. Men bouwt echter een dijk niet met de gedachte dat over 10 of 15 jaar de volgende verhoging weer zal plaatsvinden; dit is economisch onverantwoord. In de genoemde periode worden de investeringen aan gebouwen echter wel groter. Dit houdt dus in, dat een schatting gemaakt moet worden van de schade, die over enige tijd aangericht kan worden. Het volgende probleem is dan ook over welke tijd er een schatting gemaakt dient te worden, immers de return period is ook nog onbekend. De dijk kan men wel hoger bouwen en zodoende rekening houden met de groei der investeringen, maar misschien kunnen volgende generaties de hoogwaterkeringen wel goedkoper bouwen door nieuwe materialen, konstruktie methoden of uitvoeringstechnieken. Het is dus zaak om tot een aanvaardbare schatting te komen van de groei der investeringen.

Een nog moeilijker vraagstuk is de schade, die bij het bezwijken van de hoogwaterbescherming aan kultuurgronden toegebracht kan worden, omdat deze gronden twee verschillende waarden bezitten n.l. een privaat-economische en een sociaal-economische. De kosten, die de overheid zich getroost om kultuurgrond te verwerven in de nieuwe IJsselmeerpolders bedragen ruwweg f 17.000,-- per ha (met inbegrip van de boerderij). Op de publieke markt wordt gelijkwaardige kultuurgrond verhandeld voor ongeveer f 7.000,-- per ha. Er is dus een waarde, uitgedrukt in valuta die de overheid, i.c. de gemeenschap, toekent aan het verwerven van kultuurgrond en een waarde, waarvoor het individu kultuurgrond wil verkrijgen.

Het is moeilijk om een schatting te maken omtrent de kosten, die bij verlies of aanwinning van kultuurgrond een rol spelen. De grond zelf is niet zoveel waard; de boer is echter niet de enige, die profiteert van de opbrengst van de grond; ook de bedrijven, die de produkten, welke de boer verbouwt of produceert, vervoeren, verwerken, verhandelen of exporteren krijgen hun aandeel van de opbrengst. Wat de opbrengst van de grond in feite is, is dus moeilijk vast te stellen. De rechtstreekse opbrengst geeft geen juist beeld; misschien kan men door deze opbrengst met een bepaalde faktor te vermenigvuldigen rekening houden met de totale opbrengst, die mede door andere sectoren van de samenleving wordt geleverd. Er is wel eens gesteld, dat de sociaal-economische waarde het 5-voudige bedraagt van de privaat-economische.

Als er bepaalde zaken beschermd moeten worden, omdat de kans bestaat, dat ze verloren gaan of beschadigd worden, dan moet er een verzekeringspremie betaald worden: deze premie manifesteert zich bij de hoogwaterbescherming in de vorm van dijken of dijkverhogingen. Bij de verhoging van een dijk met een bepaalde maat b.v. met 1 m zal men een bepaalde uitgave moeten doen; als deze uitgave groter is dan de grotere veiligheid voor de te beschermen goederen - de veiligheid is een produkt van waarschijnlijkheid en aan te richten schade - dan is deze uitgave economisch niet verantwoord geweest. Anderzijds is het nalaten van deze verhoging ook oneconomisch als de gekapitaliseerde som van de schade gekombineerd met de kans van voorkomen groter is dan de kosten der dijkverhoging.

De schade bij overstromingen is helaas niet altijd beperkt tot gebouwen, kultuurgrond, goederen, enz. maar er zijn vaak ook mensenlevens te betreuren. Hiermee worden de vragen aan de orde gesteld: moet men in zijn economische overwegingen dit verlies aan mensenlevens betrekken en moet een gebied waar veel mensen wonen een hogere bescherming hebben dan een gebied, dat dun bevolkt is? Deze vragen zijn in bevestigende zin te beantwoorden.

Een rationele beschouwing om de waarde van een mensenleven als ekwivalent met een bepaald bedrag in geld uit te drukken stuit velen tegen de borst; bovendien welk uitgangspunt moet hierbij gekozen worden ten einde tot een totale schatting te komen van de te beschermen materiele en immateriële waarden.

Als men, zoals Reynolds in een studie van 1956, in verband met de schaden, veroorzaakt door verkeersongelukken, de economische gevolgen van het verlies van mensenlevens in geld tracht te waarderen, door deze gelijk te stellen met de verwachting van de waarde der economische goederen, die zij bij voortleven nog zouden produceren verminderd met wat zij zouden consumeren, en dat herleid op de dag van vandaag, dan zal men een bedrag vinden, dat als economisch gegeven inzake het vraagstuk der dijkverhoging toegepast zou moeten worden; dit bedrag is echter niet konstant; voor de manlijke bevolkingsgroep tussen 15 en 20 jaar is zij het hoogst, voor bejaarden en vrouwen van bijna alle leeftijden wordt zelfs een negatief bedrag gevonden.

Men zou ook als uitgangspunt kunnen nemen het bedrag, waarvoor het

leven van rijksambtenaren, die in dienst van het rijk per vliegtuig reizen, verzekerd is. De moeilijkheid is echter dat dit bedrag geen maat is voor de waarde, die de staat aan het behoud van de levens van zijn ambtenaren hecht, maar een dekking tegen de aanspraken van de nabestaanden. Daarnaast is dit bedrag geen gemiddelde voor alle ambtenaren en nog minder voor alle burgers.

Bovengenoemde uitgangspunten - er zijn nog enkele van dergelijke redeneringen - worden vaak verworpen omdat ze in hoge mate subjectief zijn door aan de ene mens meer waarde te hechten dan aan de andere.

Een meer objektieve beschouwingwijze is als uitgangspunt de stelling: Er gaan in onze samenleving nu eenmaal mensenlevens verloren. Mensen laten het leven op wegen, in ziekenhuizen, door bedrijfsongevallen en verdrinking tengevolge van overstroming etc. In theorie is het verlies aan mensenlevens te verkleinen door nog betere wegen en beveiligingssystemen, grotere investeringen in instrumentaria en geneesmiddelen, hogere dijken en hoogwaterbestrijdingsprojecten. Dat dit wordt nagelaten komt, omdat er voor deze zaken niet voldoende geld en mankracht beschikbaar is. Een deel van het geld, dat gebruikt zou kunnen worden wordt besteed voor andere op zichzelf minstens even belangrijke doeleinden b.v. behoud van onze beschaving in zijn ruimste betekenis, behoud en verhoging van ons welvaartspeil, hulp en vergroting van de hulp aan ontwikkelingslanden, behoud van onze vrijheid enz.

Het bedrag, dat de maatschappij beschikbaar heeft om mensenlevens te redden, is nu eenmaal beperkt en het is dus onze taak dit beperkte bedrag zo goed mogelijk te besteden. Hierbij moet duidelijk gesteld worden, dat het niet gaat over de redding van één bepaald mensenleven b.v. opgesloten mijnwerkers, onvoorzichtige bergbeklimmers e.d. dus individuen, die men bij naam kent en uit menselijk solidariteitsgevoel ten koste van welk bedrag dan ook wil redden; onze beschouwingen gaan over de anonieme man en het bedrag, dat de maatschappij zou willen besteden om het leven van deze man te kunnen redden. Door onderzoekingen is gebleken, dat in sommige sectoren van onze samenleving veel geld wordt uitgegeven voor de redding van gemiddeld één mensenleven, terwijl men in andere gevallen - dit zijn geen uitzonderingen, eerder regel - verzuimd wordt, soms zelfs geweigerd, betrekkelijk kleine bedragen uit te geven, waarmee het verlies van gemiddeld één mensenleven

kan worden voorkomen.

De auteurs van "Het economisch beslissingsprobleem inzake de beveiliging van Nederland tegen stormvloeden", een bijdrage uit het Rapport Deltacommissie, hebben een waardering van mensenlevens in geld willen vermijden en gesteld, dat het beter is de niet-economische waarden, waaronder ook de kulturele goederen en de voordelen, gelegen in het beheersen van een situatie boven de niet te beheersen situatie, die bij een ramp zou kunnen ontstaan, begrepen zijn, samen te vatten in een faktor, waarmee de zuiver economisch te beschermen waarde moet worden vermenigvuldigd. Het bepalen van deze faktor die uiteraard groter is dan één, kan niet geschieden op statistische of economische gronden, maar zal vanwege het subjektieve element dat hierin gelegen is, veeleer een zaak van beleid zijn. Bij het bepalen van het beleid inzake het Deltaplan hebben regering en Staten-Generaal de opvatting gehuldigd, dat men niet naar de goedkoopste, dat is de economisch optimale oplossing moest streven, maar dat de mogelijkheid een zeer hoge graad van veiligheid voor het deltagebied te bereiken, een economisch offer waard is. Daar het Nederlandse volk bij monde van regering en volksvertegenwoordiging een beslissing heeft genomen, bestaat er in deze geen besliskundig probleem meer. Desondanks heeft men toch beschouwingen over de economische aspecten van het Deltaplan opgezet, waaruit gekonkludeerd werd, dat alleen op zuiver economische gronden, dus zonder inachtnaam van de immateriële waarden, de uitvoering van dit plan gerechtvaardigd is.

Uit het bovenstaande valt dus wel de konklusie te trekken, dat zodra er mensenlevens in het geding zijn de beslissingen niet meer genomen worden uitsluitend op economische gronden, maar mede bepaald worden door de algemene situatie van een bepaald land of gebied. Op grond van deze algemene omstandigheden zal de desbetreffende overheid een beleid voeren, dat gericht moet zijn op een harmonische samenhang van de verschillende kansen van verlies aan mensenlevens. Het zou een onjuist beleid zijn als de gemiddelde kans op verdrinking van 10^{-4} tot 10^{-6} werd teruggebracht, terwijl de kans om slachtoffer van het verkeer te worden 10^{-3} bedraagt. De overheid dient er dus eerst naar te streven deze kans ook in de buurt van 10^{-4} - 10^{-5} te brengen voordat aan een frequentieverlaging van dood door verdrinking gedacht moet worden.

3.2. Bepaling van de optimale handelwijze door minimalisatie van de totale kosten

In de voorgaande paragraaf zijn de verschillende problemen genoemd, die bij het vraagstuk van de optimale handelwijze een rol (kunnen) spelen. In deze paragraaf zal een sterk vereenvoudigd geval behandeld worden. Deze vereenvoudiging tast de meer gekompliceerde werkelijkheid niet aan en kan met behulp van betrekkelijk eenvoudige korrekties met haar in overeenstemming gebracht worden. De onderstaande beschouwingen hebben betrekking op een gebied, dat geheel of gedeeltelijk door dijken tegen hoge waterstanden beschermd wordt; hierbij wordt een aantal vereenvoudigde veronderstellingen gemaakt.

1. De overschrijdingskansen volgen een in de tijd konstante (dubbel) exponentiële verdeling.
2. Bij de huidige toestand is een peil h , waarbij geen schade optreedt zolang dit peil wordt onderschreden. (Bedenk wel, dat de werkelijke kruinhoogte van een dijk naast de waterhoogte h o.m. nog afhankelijk is van de golfoploop, zetting en klink).
3. Bij overschrijding van peil h gaat de laaggelegen inhoud van de polder geheel verloren, dus de mogelijkheid van gedeeltelijke schade wordt uitgesloten.
4. De door de waterkeringen te beschermen waarde W omvat niet alleen de totale reële waarde van alle laaggelegen goederen in de polder, maar ook de kosten van dijkherstel, het opnieuw droogmaken na overstroming en alle indirecte schade.
5. De te beschermen waarde is uitgedrukt in een waarde vaste geldeenheid en een in de tijd konstante rentevoet.
6. Na dijkdoorbraak kan het dijkherstel tot de vóór de doorbraak bestaande toestand binnen een jaar plaatsvinden.
7. Doorbraak is het gevolg van overstroming van het water en niet van kwel.

Uit de 3e veronderstelling volgt, dat de kans op rampschade gelijk is aan de overschrijdingskansen van een kritiek peil h . Door verhoging van de waterkeringen over de gehele dijk lengte wordt de kans op rampschade kleiner, hoe groot de verhoging echter ook gekozen wordt, de rampschadekans wordt nooit nul. Er rijzen nu twee vragen:

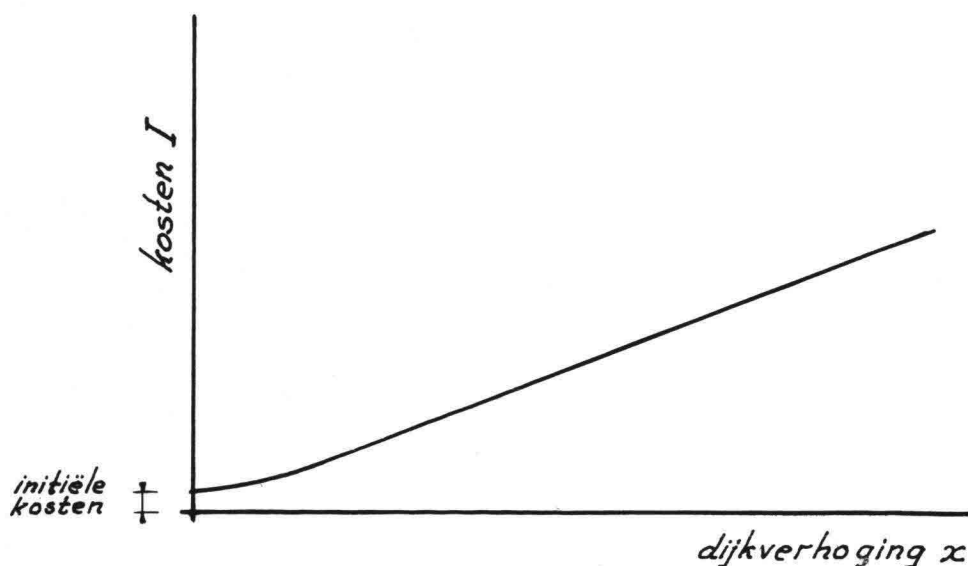
- a. Is het economisch gezien beter de toestand te laten zoals deze thans is of moeten de dijken inderdaad verhoogd worden?

- b. Als het economisch beter is een verhoging aan te brengen, wat dus wil zeggen, dat de voordelen van deze verhoging opwegen tegen de kosten (het quotient $\frac{\text{voordelen}}{\text{kosten}} > 1$), hoe groot moet deze verhoging dan zijn?

Er wordt nu verondersteld, dat vraag a bevestigend beantwoord is, daarom zullen voortvloeiend uit vraag b de volgende zaken tegen elkaar afgewogen dienen te worden.

1. Een verhoging met x meter brengt bepaalde kosten met zich mee.

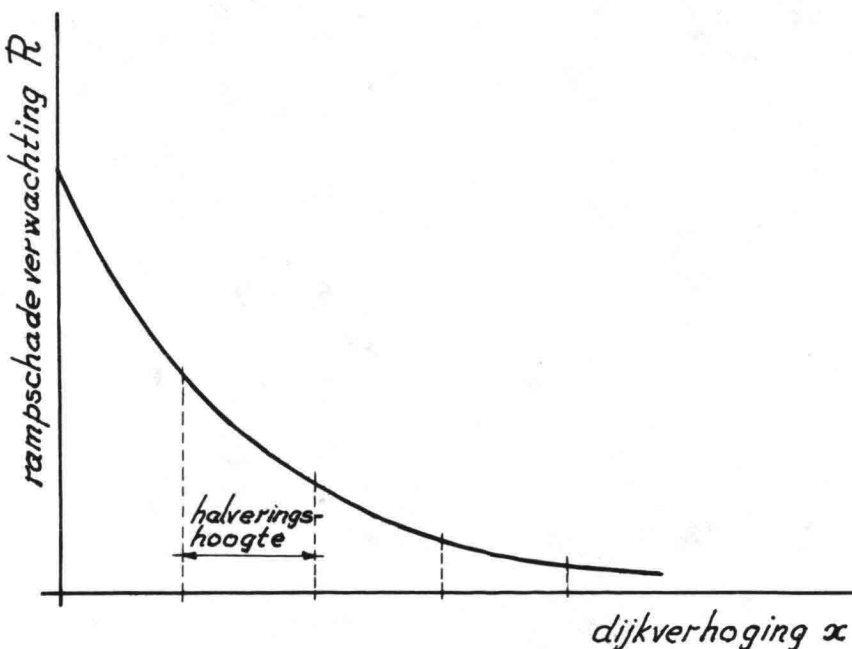
Er wordt verondersteld, dat de kosten I van de dijkverhoging evenredig zijn met x , wat alleen het geval kan zijn als er sprake is van een verhoging van x meter over de gehele dijk lengte; in werkelijkheid komt het voor, dat verschillende delen van de dijk een onregelmatige bescherming bieden, zodat aanvankelijk sommige delen niet, andere wel verhoogd moeten worden. Bovendien geldt deze evenredigheid boven een bepaalde x , omdat er ongeacht de grootte van de verhoging initiële kosten zijn. In figuur 3.2.1. zijn dijkverhoging en de kosten hiervan tegen elkaar uitgezet.



Figuur 3.2.1. kosten I bij dijkverhoging x

2. De verhoging met x meter verkleint de kans op rampschade. Voor welk bedrag moet de kans op rampschade in rekening gebracht worden? Om dit bedrag te kunnen berekenen wordt verondersteld, dat de overblijvende rampschade volledig door een verzekeringsmaatschappij gedekt kan worden. Deze maatschappij heeft een fiktief karakter omdat er

waarschijnlijk geen instelling bestaat, die bereid of zelfs in staat zou zijn deze overblijvende rampschade te verzekeren. Het verzekerde bedrag zou dan moeten zijn: de waarde van alles wat zich in de polder bevindt, de kosten van dijkherstel en eventuele herbemaling, de kosten van indirecte schade zoals produktiederving, waardevermindering van de grond, produktiederving in andere gebieden, die van het overstroomde economisch afhankelijk zijn, schade aan de verkeersmiddelen enz. Dit totale bedrag W , de te beschermen economische waarde van het beschouwde gebied is volgens de veronderstellingen 4 en 5 uitgedrukt in waarde vaste geldeenheid en verandert niet in de loop der jaren. De verzekeringsmaatschappij zou een jaar premie moeten heffen, die theoretisch gelijk zou zijn aan de na de verhoging overblijvende rampschadeverwachting per jaar, dat is het produkt van het verzekerde bedrag W en de overblijvende kans op rampschade in dat jaar. De gekapitaliseerde waarde van de som der jaarpremies is gelijk aan de som der konstante waarden van de jaarpremies of ook de koopsom van een onmiddellijk ingaande eeuwigdurende lijfrente ten bedrage van de jaarpremie. Dit wordt de totale rampschadeverwachting genoemd en hangt natuurlijk van de verhoging x af: met elke halveringshoogte waarmee de dijk verder verhoogd wordt, halveert men ongeveer de overschrijdingskans, en dus de jaarpremie en daarmee ook de totale rampschadeverwachting. In figuur 3.2.2. is de rampschadeverwachting R tegen de dijkverhoging x uitgezet.

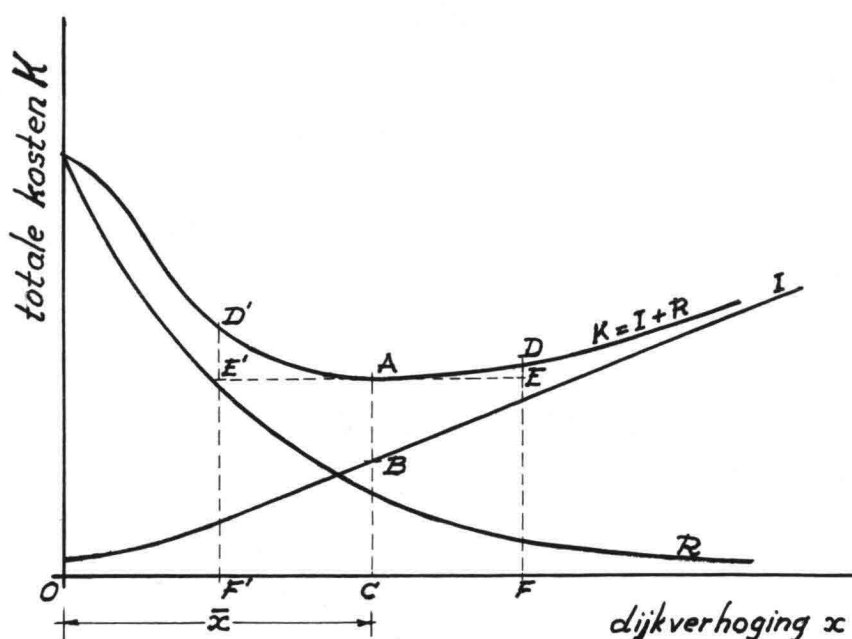


Figuur 3.2.2. Rampschadeverwachting R bij dijkverhoging x

De totale kosten K ter bescherming van het gebied bestaat dus uit:

1. De investeringskosten I in verhoging van de waterkeringen.
 2. De gekapitaliseerde waarde R van de gezamenlijke jaarpremie.
- Beide hangen af van de dijkverhoging x .

De economisch optimale dijkverhoging \bar{x} is klaarblijkelijk die, waarvoor de totale kosten $K = I + R$ minimaal zijn. Door superpositie van beide voorgaande figuren wordt de grafische voorstelling van de totale kosten K gevonden, uitgezet tegen de dijkverhoging x . De afstand OC in figuur 3.2.3. stelt de optimale dijkverhoging \bar{x} voor; BC de kosten van



Figuur 3.2.3. Totale kosten K bij dijkverhoging x

deze optimale verhoging \bar{x} en AB de hierbij behorende overblijvende rampschadeverwachting \bar{R} .

In figuur 3.2.3. valt nog een en ander op te merken. De kromme R daalt in het begin vrij snel, daarentegen stijgt I langzaam; de kromme $K (=I+R)$ stijgt daarom rechts van A langzaam en links van A snel; dit heeft de volgende konsekwentie. Het kan zijn, dat om een of andere reden niet de optimale verhoging gekozen wordt. De keus kan zijn te groot b.v. OF dan wel te klein b.v. OF' . In beide gevallen zijn de kosten DF en DF' groter dan de optimale AC . Het verschil, DE en $D'E'$ noemt men de "spijt", d.w.z. het bedrag dat verloren gaat omdat men de optimale keus heeft gemist. Er blijkt verder uit deze grafiek, dat bij een te grote dijkverhoging b.v. OF de "spijt" veel kleiner is dan bij een te kleine verhoging

OF' omdat $DE < D'E'$.

Het bovenstaande economische model voor berekening der optimale dijkverhoging was gebaseerd op vereenvoudigde veronderstellingen, die in werkelijkheid niet vervuld zijn. Zo zal er een geleidelijke reële waardevermeerdering plaatsvinden door voortdurende vermeerdering van de kapitaalgoederen door toenemende investeringen in het gebied, dus door voortgaande economische expansie. De rentevoet en de sekulaire waardevermindering van het geld zijn beslist niet in de tijd konstant. De overschrijdingskans van een bepaald peil is in de loop der tijd ook aan verandering onderhevig; ons land daalt b.v. langzaam t.o.v. het gemiddelde zeeniveau als gevolg van de zeespiegelrijzing en de bodemdaling. Op de berekening van de optimale verhoging zullen dus correcties aangebracht moeten worden om met al deze factoren rekening te houden. Deze correcties tasten echter het wezen van het economische model niet aan.

Hiermee is vraag b beantwoord. Het antwoord op vraag a bestaat nu in het nagaan of deze optimale dijkverhoging voordeliger is dan handhaving van de bestaande toestand of niet. Hierbij vergelijkt men de totale kosten K bij de optimale dijkverhoging met de totale kosten zonder dijkverhoging, dus met $K_0 = R_0$. Dijkverhoging is dus voordeliger als $\bar{K} < K_0$.

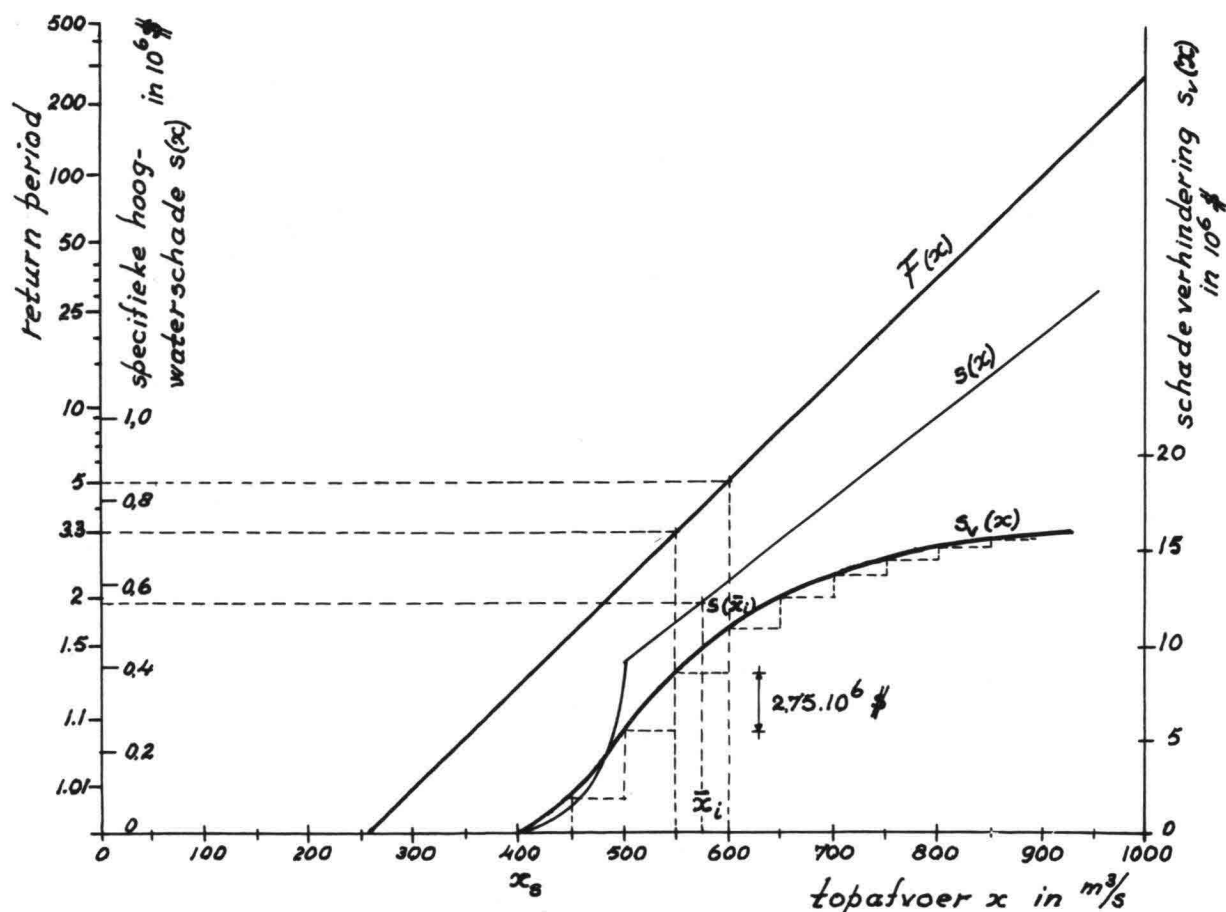
3.3. Bepaling van de optimale handelwijze door maximalisatie van de voordelen t.o.v. de totale kosten

De ontwikkeling en opbouw in de ontwikkelingslanden is in hoge mate afhankelijk van deviezen, die men zich op verschillende manieren tracht te verwerven. Een der middelen om dit te bereiken is de opbrengst van exportgewassen of -produkten zo hoog mogelijk op te voeren. Vaak wordt dit opvoeren belemmerd door de telkens terugkerende inundaties van riviervalleien en deltagebieden door hoge waterafvoeren en/of stormvloedstanden. Om deze inundaties tegen te gaan, juister te beperken, moeten hoogwaterbeschermingswerken worden uitgevoerd. De uitgaven als gevolg van de hoogwaterbescherming moeten economisch verantwoord zijn, d.w.z. dat de opbrengst groter dient te zijn dan deze uitgaven. Het probleem waar men zich dan voor geplaatst ziet is: welke afmetingen moet men deze hoogwaterkeringen geven om het grootst mogelijke profijt te krijgen. In deze paragraaf wordt de benadering van een dergelijk probleem uiteengezet. De beschouwingen betreffen een riviervallei waarin door de telkens optredende inundaties schade wordt aangericht en waarvan dus geen optimaal economisch gebruik gemaakt kan worden. Men denkt het gebied beter te kunnen benutten als het gebied door dijken tegen deze inundaties beschermd wordt. Aan de hand van een economische analyse wil men de afmetingen van deze waterkering bepalen.

Uit een analyse van de waargenomen hoogwaterafvoeren heeft men een frequentieverdeling kunnen opmaken (fig. 3.3.1.). Naast de waarneming van de afvoeren heeft men ook telkens als er een grote topafvoer x voorkwam de schade vastgesteld. Er is dus een verband tussen topafvoer x en de schade $s(x)$. Dit verband is als volgt te definiëren: De specifieke hoogwaterschade $s(x)$ is het schadebedrag, uitgedrukt in een bepaalde geldeenheid, dat in de periode waarover de berekeningen zich uitstrekken als gemiddelde schade bij één enkel hoogwater met topafvoer x verwacht moet worden. Er zij nadrukkelijk op gewezen, dat er sprake is van gemiddelde schade omdat de topafvoer x , in m^3/sec , het hoogwater onvoldoende karakteriseert. Ook de duur van het hoogwater is van belang. Men behoeft slechts te denken aan hoogwater voor of na de oogst, aan structuurverandering van de grond of aan de schadelijke werking van lang aanhoudende vochtpenetratie op gebouwen.

Zoals dus uit de waargenomen hoogwaters een waarschijnlijkheidsverdeling vastgesteld kan worden, is het ook mogelijk door gebruik te maken van schaden die door de voorgekomen hoogwaterafvoergolven werden veroorzaakt, de kromme voor de specifieke hoogwaterschade $s(x)$ te bepalen. Over de schadekromme valt nog wel een en ander op te merken. De schaden uit het verleden moeten i.v.m. waardevermindering van het geld en waardevermeerdering van het gebied gekorrigeerd worden om vergelijkbaar cijfermateriaal te verkrijgen. In de kromme kunnen knikken en sprongen voorkomen als gevolg van een sprong in het bodemprofiel van de vallei, waardoor bij overschrijding grotere schade wordt aangericht. Het verloop is in het algemeen zo, dat eerst bij een bepaalde afvoer schade zal ontstaan (x_s).

Als in de toekomst ook niets gedaan wordt om de hoogwaterafvoeren te beteugelen en de hieruit voortvloeiende schade te beperken (te vermijden is onmogelijk omdat er geen maximum afvoer bestaat) dan zullen ook



Bepaling van de schadeverhindering $s_v(x_A) = \int_0^{x_A} s(x) a(x) dx$
 en de totale schadeverwachting $s_t = \int_0^{\infty} s(x) a(x) dx$

Figuur 3.3.1.

in de periode waarover de berekeningen zich uitstrekken, hoogwaterafvoeren optreden die dezelfde - eventueel verhoogde - schade zullen veroorzaken als in het verleden werd aangericht. Door combinatie van de waarschijnlijkheidsverdeling van de hoogwaterafvoeren $F(x)$ en de verdeling voor de specifieke hoogwaterschade $s(x)$ is voor een bepaalde periode, b.v. 50 jaar, een schatting te maken van de totale schade, die in de komende 50 jaar verwacht kan worden. In figuur 3.3.1. waarin de verdelingen $F(x)$ en $s(x)$ zijn getekend zal dit worden uitgewerkt. Uit de kumulatieve waarschijnlijkheidsverdeling $F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$ is de relatieve frekwentieverdeling $a(x)$ van het aantal topafvoeren in de komende 50-jarige periode te bepalen:

$$\int_{-\infty}^x a(x) dx = 50 \int_{-\infty}^x f(x) dx = 50 F(x)$$

Het gemiddeld aantal hoogwaterafvoeren dat in het interval tussen x en $(x + dx)$ verwacht kan worden is $a(x)$. De specifieke hoogwaterschade in dit interval bedraagt $s(x)$. De bijdrage aan de totale schade s_t is in dit interval:

$$d s_t = a(x) \cdot s(x) \cdot dx$$

De totale schade:

$$s_t = \int_0^{\infty} s(x) a(x) dx$$

In werkelijkheid zal de integraal door eindige sommen bepaald worden. De specifieke hoogwaterschade wordt dan over het interval konstant gehouden. De bijdrage Δs_{t_i} in de totale schade over het interval $x_1 < x < x_1 + \Delta x$:

$$\Delta s_{t_i} = s(\bar{x}_i) \cdot a(\bar{x}_i) \Delta_i x = s(\bar{x}_i) \cdot 50 \left[F(x_1 + \Delta x) - F(x_1) \right]$$

De totale schade s_t wordt dus benaderd met:

$$s_t = \sum_{i=1}^{i=u} s(\bar{x}_i) \cdot a(\bar{x}_i) \Delta_i x$$

de benadering is beter naarmate $\Delta_i x$ kleinere waarden aanneemt. Als voorbeeld de berekening van de bijdrage Δs_t voor het interval $550 < \bar{x}_i < 600 \text{ m}^3/\text{s}$.

De gemiddelde herhalingstijd voor een afvoer van $550 \text{ m}^3/\text{s}$ is 3,3 jaar dus 30% per jaar; voor een afvoer van $600 \text{ m}^3/\text{s}$ is $T=5$ jaar ofwel 20% per jaar. Het gemiddeld aantal hoogwaters dat de komende 50 jaar een afvoer zal hebben tussen de 550 en $600 \text{ m}^3/\text{s}$ bedraagt dus $50 \cdot (30-20)\% = 5$. De specifieke hoogwaterschadeverwachting voor $s(575) = 0,55 \cdot 10^6 \$$

$$\Delta s_{t_{575}} = 0,55 \cdot 10^6 \cdot 5 = 2,75 \cdot 10^6 \$$$

Door deze berekening een aantal malen te herhalen verkrijgt men de gemiddelde totale schade die de komende 50 jaar verwacht kan worden. De berekening wordt afgebroken bij het punt μ , dat zodanig gekozen wordt dat praktisch geen bijdrage meer wordt geleverd. Als μ groot is dan is de aan te richten schade bijzonder groot; alleen de kans van optreden is erg klein zodat het produkt en daarmee de bijdrage erg klein is.

De trapjeskromme wordt door een vloeiende kromme vervangen, de ordinaten leveren dus de bijdrage aan de gemiddelde totale schade s_t voor de komende 50 jaar, welke door topafvoeren kleiner of gelijk aan de beschouwde afvoer x veroorzaakt wordt. Door dijkaanleg kan men een deel van deze schade voorkomen. Als de maximum afvoer, die nu tussen de dijken, zonder inundaties tot afstroming komt x_A is, dan worden de hoogwaters met topafvoeren $\leq x_A$ zonder schade aan te richten afgevoerd.

Hierdoor worden de schaden $\int_0^{x_A} s(x) a(x) dx$ volledig verhinderd.

Bij de bepaling van de economische voordelen door bedijking moet ook de overblijvende of resterende schadeverwachting $s_r(x_A)$ worden vastgesteld omdat ook na de indijking door afvoeren $> x_A$ schade kan worden aangericht. De schadebeperking $s_b(x_A)$, die door dijkaanleg met ontwerpafvoer x_A wordt verkregen is het verschil tussen totale schadeverwachting en resterende schadeverwachting:

$$s_b(x_A) = s_t - s_r(x_A)$$

De schadebeperking $s_b(x_A)$ valt in twee componenten uiteen:

De schadeverhindering $s_v(x_A)$ voor afvoeren $x \leq x_A$ en de schadevermindering $s_m(x_A)$ voor afvoeren $x > x_A$.

$$s_b(x_A) = s_v(x_A) + s_m(x_A)$$

Door de bedijking worden topafvoeren $\leq x_A$ zonder schade aan te richten afgevoerd. De door zulke afvoeren vroeger veroorzaakte schaden worden hierdoor volledig verhinderd.

$$s_v(x_A) = \int_0^{x_A} s(x) a(x) dx$$

De deelsom voor s_t tot b.v. het 12e interval met eindwaarde $600 \text{ m}^3/\text{s}$ is gelijk aan $s_v(600)$, zie figuur 3.3.1.

De afvoeren $> x_A$ richtten vroeger een schade aan van:

$$\int_{x_A}^{\infty} s(x) a(x) dx.$$

Deze schade wordt na dijkanaanleg niet meer zo groot omdat er niet meer zoveel water in het gebied komt als vroeger. (Om de stabiliteit van de dijken niet in gevaar te brengen worden voor het overstroomde water wel gedeelten van de dijken als overlaat uitgevoerd).

Als de ontwerpafvoer $x_A = 700 \text{ m}^3/\text{s}$ en er treedt een topafvoer van $850 \text{ m}^3/\text{s}$ op, dan zal $150 \text{ m}^3/\text{s}$ het gebied binnenstromen. De schade, die een na bedijking optredende topafvoer van $850 \text{ m}^3/\text{s}$ aanricht kan aan de schade $s(x_0 + 150)$ gelijkgesteld worden, welke in onbedijkte toestand bij een topafvoer van $(x_0 + 150) \text{ m}^3/\text{s}$ optreedt, waarbij ook $150 \text{ m}^3/\text{s}$ het gebied binnenstroomt als x_0 de afvoer is waarbij de rivier buiten zijn oevers treedt. In het voorbeeld is $x_0 = 375 \text{ m}^3/\text{s}$.

Bij deze afvoer zal de rivier dus buiten zijn oevers treden en zal in het algemeen de eerste schade worden aangericht. De afvoer (x_0) waarbij de rivier buiten zijn oevers treedt hoeft niet samen te vallen met de afvoer ($x_s = 400 \text{ m}^3/\text{s}$) waarbij de eerste schade s wordt aangericht. In bedijkte toestand zal dan ook wel $25 \text{ m}^3/\text{s}$ kunnen wegstromen zonder schade aan te richten, zie figuur 3.3.1.

Rekapitulatie:

	over- stro- ming bij	begin van de schade bij	beschouwde hoogwater- afvoeren	hiervan in het gebied	optredende schade
thans onbedijkte toestand	$x_0 = 375$	$x_s = 400$	$\underline{x} = 525$	150	$s(525)$
toekomstige be- dijkte toestand	$x_A = 700$	$x_s = 725$	$\underline{x} = 850$	150	$s(150+375)$

Een hoogwaterafvoer x veroorzaakt na de bedijking een gelijke specifieke schade $s(x - x_A + x_0)$ als een topafvoer $(x - x_A + x_0)$ voor de bedijking. Bedenk echter wel dat, zoals in het begin van deze paragraaf reeds vermeld is, de schade niet alleen van de topafvoer in m^3/s afhankelijk is, maar wel degelijk door de waterhoeveelheid in m^3 , die in het gebied terecht komt. Door veronderstellingen aangaande de topafvoer x en de

duur en daarmee de hoeveelheid $m(x)$ van de hoogwatergolf is dit weer recht te breien. Deze veronderstellingen compliceren echter in grote mate de uitvoering; essentieel zijn ze niet voor de benadering van het probleem.

De na bedijking dus nog te verwachten resterende schade, welke alleen door hoogwaterafvoeren $> x_A$ veroorzaakt worden is:

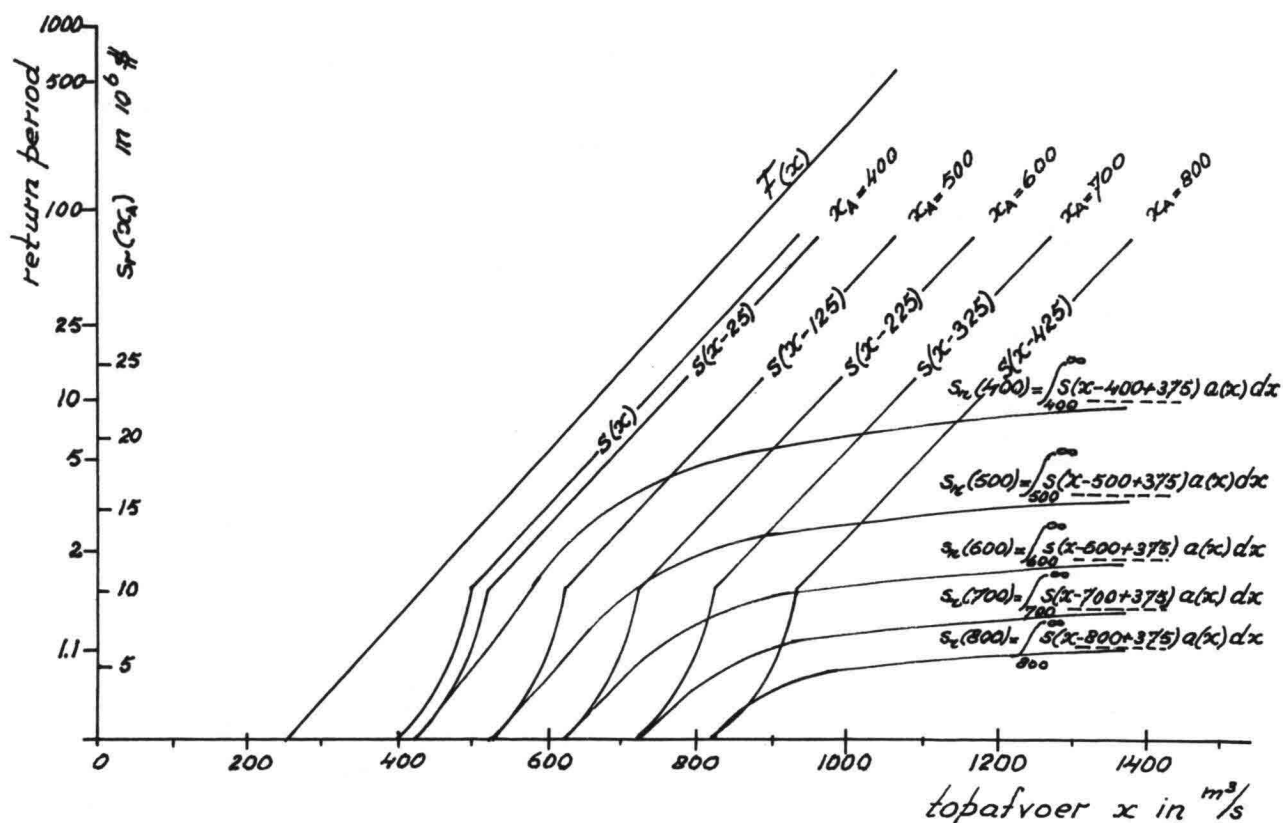
$$s_r(x_A) = \int_{x_A}^{\infty} s(x - x_A + x_0) a(x) dx$$

Topafvoeren $> x_A$ veroorzaken in onbedijkte situatie daarentegen een schade van:

$$\int_{x_A}^{\infty} s(x) a(x) dx$$

De schadevermindering $s_m(x_A)$ wordt daarmee:

$$\begin{aligned} s_m(x_A) &= \int_{x_A}^{\infty} s(x) a(x) dx - \int_{x_A}^{\infty} s(x - x_A + x_0) a(x) dx \\ &= \int_{x_A}^{\infty} [s(x) - s(x - x_A + x_0)] a(x) dx \end{aligned}$$



Bepaling van de gemiddelde te verwachten resterende schade $s_r(x_A)$.

Figuur 3.3.2.

De resterende schadeverwachting $s_r(x_A)$ is te berekenen door de $s(x)$ -kromme eenvoudig naar rechts te verschuiven over een afstand

$x_d = x_A - x_0 = x_A - 375$, afhankelijk van de ontwerpafvoer x_A . Er ontstaan nu, zie figuur 3.3.2., een aantal $s(x - x_A + 375)$ -krommen waarmee door combinatie met de waarschijnlijkheidsverdeling $a(x)$ voor verschillende waarden van x_A de eindwaarden van de resterende schadeverwachting

$$s_r(x_A) = \int_{x_A}^{\infty} s(x - x_A + 375) a(x) dx$$

te berekenen zijn.

De gezochte schadebeperking volgt, zoals gezegd, uit:

$$s_b(x_A) = s_t - s_r(x_A) = \int_0^{\infty} s(x) a(x) dx - \int_{x_A}^{\infty} s(x - x_A + x_0) a(x) dx$$

Door de bedijking en de daaruit voortvloeiende maatregelen wordt, gedurende de periode waarover de berekeningen zich uitstrekken, een economisch voordeel behaald gelijk aan de verwachte schadebeperking $s_b(x_A)$ en een eventuele extra opbrengst $e(x_A)$ uit investeringen, die door bedijking pas zinvol worden:

$$b(x_A) = s_b(x_A) + e(x_A)$$

Naast het voordeel (benefit) staan de kosten van de hoogwaterkering. Teneinde de kosten (cost) bij verschillende uitvoeringen te schatten, zal men enige varianten met dijken van verschillende hoogte ontwerpen, waarvan de bouwkosten te bepalen zijn. De kosten zijn afhankelijk van lokale bijzonderheden waardoor het dijkprofiel sterk beïnvloed wordt. Tot de bouwkosten dienen ook de onderhouds- en reparatiekosten gerekend te worden. Wat het verloop van de kostenkromme betreft is een monotone stijging te verwachten en deze stijging zal in het algemeen steiler zijn dan een rechte omdat het dwarsprofiel al meer dan verdubbelt bij een 2x grotere hoogte. Voor de uit de bedijking voortvloeiende bouwwerken, zoals uitwateringssluizen, opritten, bruggen enz. is een dergelijk verloop te verwachten.

Tot de kosten moeten ook de eventuele beschadigingen en/of schadeloosstellingen gerekend worden, die door de bedijking kunnen ontstaan, waarbij door te kleine dijkafstanden en insnoering van de natuurlijke bergingsoppervlakken er een versnelling en een geringere uitdemping

van de hoogwatergolf optreedt, waardoor de toestand in het benedenstroomse gebied verslechtert.

Gedurende de beschouwde periode van 50 jaar wordt door de bedijking van het gebied een opbrengst $b(x_A)$ bereikt, die als som van de te verwachten gemiddelde schadebeperking $s_b(x_A)$ en de extra opbrengst $e(x_A)$, die uit investeringen wordt verkregen, welke eerst door bedijking economisch mogelijk werd. Om deze opbrengst te bereiken is een bedrag ter grootte van $c(x_A)$ in de hoogwaterkeringen gestoken. Deze kosten verminderen de opbrengst. Het totale voordeel $v(x_A)$ dat bereikt kan worden bedraagt dus:

$$v(x_A) = b(x_A) - c(x_A)$$

Hierin zijn alle grootheden afhankelijk van de ontwerpafvoer x_A ; het is dus zaak, deze zo te kiezen dat het totale voordeel zo groot mogelijk wordt, d.w.z. dat voor de optimale ontwerpafvoer \bar{x} het totale voordeel $v(\bar{x})$ een maximum is.

Differentiëren van:

$$v(x_A) = b(x_A) - c(x_A)$$

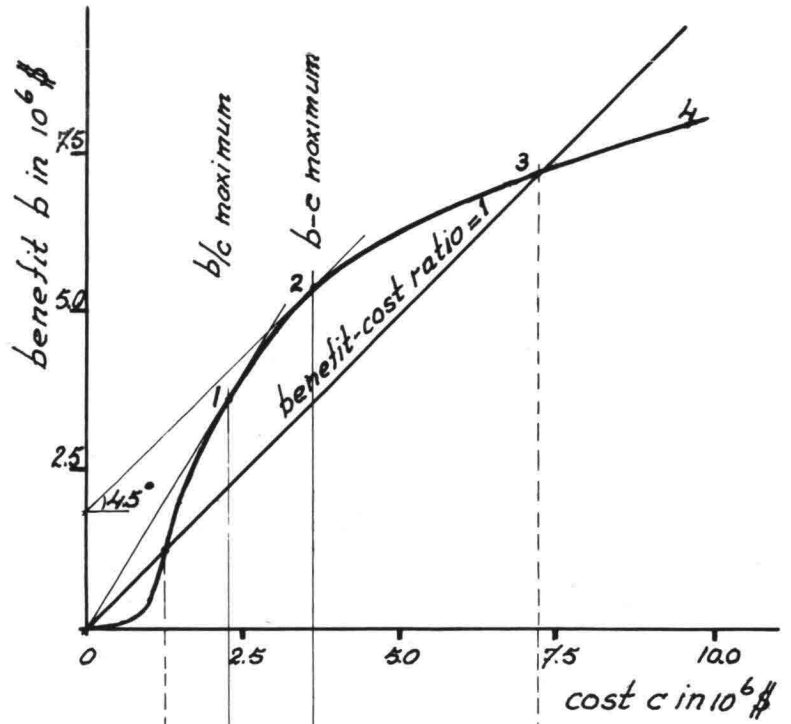
$$\frac{d}{dx} v(x_A) = \frac{d}{dx} b(x_A) - \frac{d}{dx} c(x_A) = 0$$

$$\frac{d}{dx} b(x_A) = \frac{d}{dx} c(x_A)$$

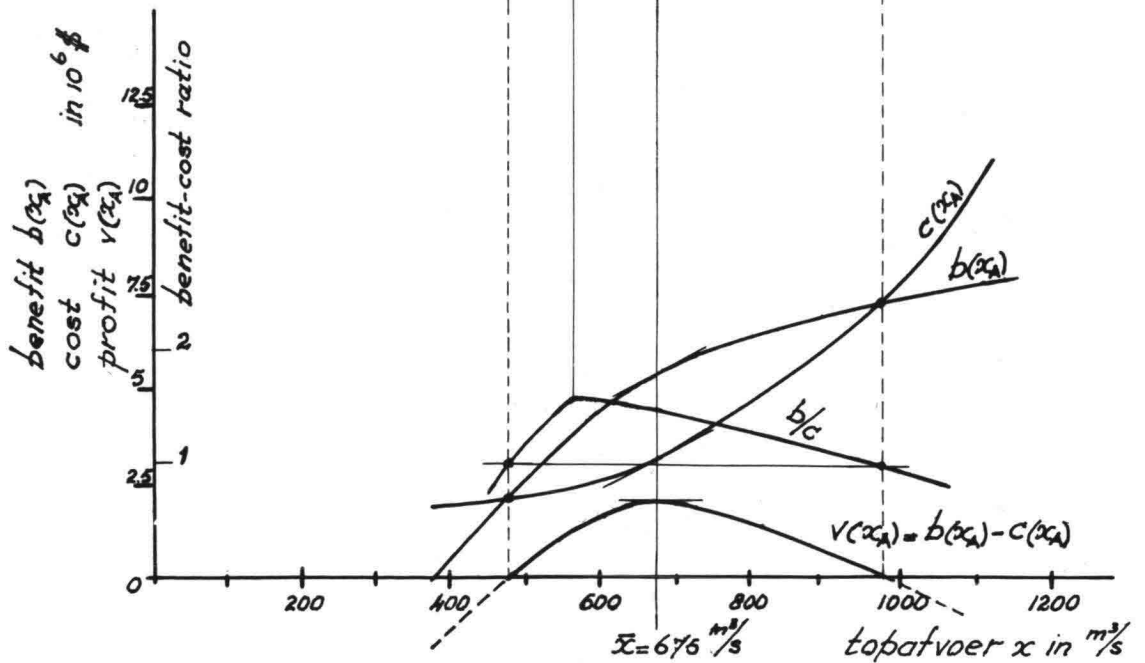
Dus $v(\bar{x}) = b(\bar{x}) - c(\bar{x}) = \text{maximum}$.

Voor ons voorbeeld is de optimale ontwerpafvoer $\bar{x} = 675 \text{ m}^3/\text{s}$, zie figuur 3.3.4., hierin zijn de verschillende krommen getekend. t.w. $b(x_A)$, $c(x_A)$ en $v(x_A) = b(x_A) - c(x_A)$

In figuur 3.3.3. zijn de opbrengst en de kosten tegen elkaar uitgezet. Hierin valt nog een en ander op te merken. Als een particuliere onderneming ook een dergelijke benefit-cost-analysis zou opzetten, zou de keus van ontwerpafvoer $575 \text{ m}^3/\text{s}$ zijn (punt 1, hier is $\frac{b}{c}$ maximaal), omdat uitvoering volgens deze grootte de onderneming het grootste rendement schenkt van haar investeringen in de aanleg van dijken. Uit sociaal-economisch oogpunt zal een projekt gekozen worden, dat verder op de kromme ligt, b.v. de overheid van het ontwikkelingsland zal zijn keus laten vallen op projekt 2 (optimale afvoer \bar{x}). Dit behoeft echter niet altijd zo te zijn. Een overheid kan ook nog projekt 3 kiezen waar kosten en opbrengst elkaar juist dekken. Zelfs projekt 4 kan in aan-



Figuur 3.3.3.



Bepaling van de optimale ontwerpafvoer \bar{x} .

Figuur 3.3.4.

merking komen als de overheid ter ontwikkeling een bedrag à fonds perdu wil schenken (4-3).

Dit betrof een vrij eenvoudig geval. Moeilijk wordt het als er verschillende mogelijkheden ter ontwikkeling zijn. Bijvoorbeeld kan het water van een rivier op verschillende manieren benut worden: voor waterkracht, scheepvaart, irrigatie. Welke mogelijkheid of combinatie van mogelijkheden gekozen dient te worden om het water optimaal te benutten? Om een vergelijking tussen de verschillende mogelijkheden te kunnen maken wordt een aantal ontwerpen gemaakt en een schatting van de bijbehorende kosten en opbrengsten. De opbrengsten en de kosten worden tegen elkaar uitgezet zoals in figuur 3.3.3., waaruit dan de optimale mogelijkheid bepaald kan worden. De onderdelen van de projekten moeten ook zo economisch mogelijk gedimensioneerd worden. Zo zullen bij een irrigatieproject de kosten van de kanalen minimaal moeten zijn, dus zal men dezelfde werkmethode moeten volgen zoals in paragraaf 3.2. is uiteengezet.

In de bovenstaande beschouwingen is aangenomen, dat de ingenieur tezamen met de econoom de beslissingscriteria bepaalt, waardoor deze een objektieve en wetenschappelijk verantwoorde waarde krijgen. In werkelijkheid is dit zelden het geval. Niet alleen zijn er vaak onweegbare subjektieve waarderingen in het spel (b.v. de waarde van mensenlevens), maar bovendien spelen bijna altijd politieke-, sociale - en gevoelsoverwegingen een rol. Zo zal een ramp, welke zo pas is voorgekomen een veel zwaarder aksent krijgen dan een ramp, die kan optreden.

In een gebied dat in verschillende eenheden met uiteenlopend karakter (landbouw, industrie, wonen) onder te verdelen is kan men gescheiden waterkeringen maken met diverse kruinhoogte (dus veiligheid). Dit is logisch en men ziet dit bijvoorbeeld in het hoogwaterbed van rivieren (Mississippi) waar stedelijke bebouwing voorkomt. Maar men kan verder gaan en deze onderverdeling eveneens toepassen op een groot poldergebied (b.v. West-Nederland). Een recent voorbeeld geven de IJsselmeerpolders. Op grond van een benefit-cost-berekening komt men voor de verschillende polders tot uiteenlopende frekwenties voor de hoogte der dijken. Dit vindt zijn oorzaak in de ongelijke dijk lengte per ha, de uiteenlopende grondwaarde, de aan- of afwezigheid van industriële vestiging enz. De ingenieur en de econoom zullen voor elk der polders tot

een afzonderlijk te bepalen veiligheid adviseren. Uit sociale en politieke overwegingen zal men echter kunnen besluiten om deze polders, die ook als een eenheid worden beschouwd, samen te voegen in één benefit-cost-berekening en ze dezelfde veiligheid te geven.

In ons polderland bezitten de polders een nogal uiteenlopende veiligheid. Dit is historisch gegroeid volgens het privaat-ekonomisch principe "wie water deert, die water keert". Hierdoor worden soms polders beschermd door voorliggende polders zonder dat deze achterliggende polders hieraan financieel bijdragen. Anderzijds zijn er polders die zo zwaar worden bedreigd, dat een benefit-cost-analyse tot een zeer lage veiligheid zou leiden. Een eerste, meer sociaal-ekonomische, zienswijze vinden we in de wet op de kalamiteuze polders, waarbij steun wordt gegeven tot verhoging van de veiligheid. Een volgende stap is de uitvoering van het deltaplan waarbij de landsoverheid het sociaal-ekonomisch belang sterker naar voren brengt.

Afwijzing van de konsekwenties volgend uit een benefit-cost-berekening kan ook nodig zijn uit algemeen financiële overwegingen. Als het geld of de arbeid in een bepaalde periode "duur" is zal men niet gauw overgaan tot kostbare dijkverhogingen, ook al zijn deze ekonomisch verantwoord. Tenslotte zal men altijd moeten zoeken naar harmonie bij besteding van het beschikbare geld. Dit geldt niet alleen voor de reeds eerder besproken menselijke visies, maar ook voor de zuiver materiële zaken (brand, insektenplagen, droogte, enz.). Op het ogenblik worden al deze visies nog niet tezamen in één benefit-cost-berekening verenigd. Dit zijn nog politieke, subjektieve zaken. Wellicht komt de tijd nog eens, dat dergelijke beslissingen meer objektief tot stand komen.

4. Literatuuropgave

- S.H.A. Begemann "Toepassing van de waarschijnlijkheidsleer op hydrologische waarnemingen"
De Waterstaatsingenieur, januari 1931.
- A. Benard en E.C. Bos-Levenbach "Het uitzetten van waarnemingen op waarschijnlijkheidspapier". Statistica Neerlandica 7, 1953.
- A.D. Benham "The estimation of extreme flood discharges by statistical methods"
New Zealand Inst. of Eng. Proc., 1950, deel 36.
- W.C. Bischoff van Heemskerck "Enige beschouwingen over het berekenen van de economische dijkverhoging waarin opgenomen een berekening voor het gebied van Centraal Holland"
Nota secretariaat Deltacommissie 1955.
- H.J. de Boer "De cumulatieve frekwentieverdelingen van de k-daagse neerslagsommen van Winterswijk"
K.N.M.I. De Bilt, 1957.
- Committee on floods "Review of flood frequency methods"
Transactions A.S.C.E., 1951, deel 77.
- T. Dalrymple "Flood-frequency analysis"
Manual of Hydrology.
U.S. Dept. of the Interior, 1960.
- D. van Dantzig en J. Hemelrijk "Extrapolatie van de overschrijdingslijn van hoogwaterstanden te Hoek van Holland met behulp van geselecteerde stormen"
Bijdrage 11.1 Rapport Deltacommissie, deel 3.
- D. van Dantzig "Het economisch beslissingsprobleem inzake de beveiliging van Nederland tegen stormvloeden"
Bijdrage 11.2 Rapport Deltacommissie, deel 3.

- J.J. Dronkers en
H.J. Stroband "De invloed van de deltawerken op de waterbewe-
ging en de veiligheid tegen overstromingen in
het getijgebied van Zuidwest-Nederland"
- E.W. Eden jr. "Design of Major Drainage Canals"
Proc. A.S.C.E., 1956, deel 82.
- R.A. Fisher en
L.H.C. Tippett "Limiting forms of the frequency distribution of
the largest and smallest member of a sample"
Proc. Camb. Phil. Soc., 1928, deel 23.
- E.R. Togatry "Benefits of Water Development Projects"
Proc. A.S.C.E., 1956, deel 82.
- H. Alden Foster "Theoretical frequency-curves and their applic-
ation to engineering problems"
Transactions A.S.C.E., 1924, deel 87.
- W.E. Fuller "Flood flows"
Transactions A.S.C.E., Vol 77, 1914.
- R.D. Goodrich "Straight line plotting of skew frequency data"
Transactions A.S.C.E., 1927, deel 91.
- E.J. Gumbel "Statistics of extremes"
New York, 1958.
- C.J. van der Ham,
P.J. Rijkkoord en
P. Groen "Meteorologische en oceanografische aspecten van
stormvloed en de Nederlandse kust"
Bijdragen 1.1-3 Rapport Deltacommissie, deel 2.
- A. Hazen "Storage to be provided in impounding reservoirs"
Transactions A(merican) S(ociety) of C(ivil)
E(ngineers), 1914, deel 77.
- J. Hemelrijk "Over de extrapolatie van de hoogwateroverschrij-
dingslijn van Hoek van Holland"
Mathematisch Centrum 1954-11(2).

- J. Hemelrijk "Toetsing van de onafhankelijkheid van het hoogwater te Hoek van Holland en de waterafvoer van de Rijn te Lobith"
- R.W. Kates "Hazard and Choise Perception in Flood Plain Mangement"
Chicago, 1962.
- M. Kirsten "Ein neues Verfahren für die Bestimmung der wirtschaftlichen Ausbaugrösse und der Würdigkeit von Hochwasserschutzmassnahmen"
Mitt. Inst. für Wasserwirtschaft, Berlin, 1964.
- J. van der Kley "Overeenkomstige waterstanden 1953 Waddenzee"
Rijkswaterstaat, Dir. Alg. Dienst, 1955.
- K.N.M.I. "Frequenties van k-daagse neerslagsommen op Nederlandse stations. Winterswijk"
De Bilt, 1956.
- K.N.M.I. "Frequenties van k-daagse neerslagsommen op Nederlandse stations. Verklaring en toelichting (deel A)"
De Bilt, 1965.
- E. Kuiper "Benefit-cost analysis Lake Manitoba Regulation"
Winnipeg, 1958.
- E. Kuiper "Water resources development"
London, 1965.
- C. Levert "Toepassing van de theorie der Extreme waarden op vraagstukken uit de praktijk"
Cursus statistiek, mei 1964.
- N. Nanninga Diktaat "Waterbouwkunde"
- Pres. Adv. Comm. on Water Resources Policy in the U.S. "Standards and criteria for formulating and evaluating federal water resources development"

- J.J. Rasmussen "Economic Criteria for Water Development Projects"
Proc. A.S.C.E., 1956, deel 82.
- D.J. Reynolds "The cost of road accidents"
J.R.S.S. Series A, Londen, 1956.
- Rijkswaterstaat "Tienjarige overzichten"
- E.C. Schnackenberg "Extreme flood discharges"
New Zealand Inst. of Eng. Proc., 1949, deel 66.
- J.W. Sieben en
H.A. de Munck "Toegepaste Statistiek A"
Delit, 1965.
- L. Standish Hall "The probable variation in yearly run-off as
determined from a study of Californian streams"
Transactions A.S.C.E., 1921, deel 84.
- J. Tinbergen "Economische balans van het deltaplan"
Bijdrage VI, Rapport Deltacommissie.
- United Nations "Proceedings of the regional technical conference
on water resources development in Asia and the
Far East"
Flood control series 9.
- United Nations "Multiple-purpose river basin development"
Flood control series 7.
- U.S. Inter Agency
Committee on Water
resources "Proposed practices for economic analysis of
river basin projects"
- F.J. de Vos "Bepaling economische dijkverhoging Terschelling"
Nota secretariaat Deltacommissie 1954.
- E. Walser "Le bassin du Rhin à l'amont de Bâle et l'influ-
ence des lacs sur le régime du fleuve"
La Houille Blanche 2, 1959.

- P.J. Wemelsfelder "Wetmatigheden in het optreden van stormvloeden"
De Ingenieur, 8 maart 1939.
- P.J. Wemelsfelder "Nota grenspeil"
Rijkswaterstaat, 1 maart 1948.
- P.J. Wemelsfelder "De overstromingsramp 1953: Waterstanden"
De Ingenieur, 33, 1953.
- P.J. Wemelsfelder "Bijdragen III.I - 111.5"
Rapport Deltacommissie, deel 4.
- P.J. Wemelsfelder "Frequentielijnen van hoogwater in het Nederlandse
kustgebied"
Rijkswaterstaat, Dir. Algemene Dienst, 1954.
- P.J. Wemelsfelder "Frequentielijnen Waddenzee"
Nota Rijkswaterstaat, 's-Gravenhage, 1956.
- P.J. Wemelsfelder "Voorlopig onderzoek naar extreem hoge waterstan-
den op de Rijn en zijn zijtakken"
Rijkswaterstaat, Dir. Bovenrivieren, 1956.
- G.F. White e.a. "Papers on Flood Problems"
Chicago, 1961.
- G.F. White "Choice of Adjustment to Floods"
Chicago, 1964.

