VERANKERDE TUNNEL

IN DE

STRAAT VAN GIBRALTAR

J.W. PULLES
TH. MULDER

INHOUDSOPGAVE

Algemeen

Reeds in het begin van deze eeuw bestonden er plannen om tot een verbinding te komen tussen Spanje en het Afrikaanse kontinent door de Straat van Gibraltar [1]. Ook werden toen reeds enkele metingen wat betreft stroomsnelheden gedaan, zij het slechts op een enkele plaats en vrij summier [7].

Gedacht werd in die tijd aan een geboorde tunnel iets ten westen van het nauwste gedeelte van de Straat van Gibraltar (≈ 5° 45' w.L.). Hoewel deze mogelijkheid nog altijd een zeer acceptabele is, is de gedachte ontstaan om ook een ander soort verbinding eens te onderzoeken op z'n mogelijkheden en wel met name de "submarine bridge". Dit is een oeververbinding, welke in de laatste jaren o.a. ook al in onderzoek is genomen voor de Noorse fjorden [10] en de Straat van Messina [2 en 3].

In principe komt deze zwevende tunnel, zoals we dit verbindingstype in het verdere verloop zullen noemen, op het volgende neer.

De tunnelbuis, welke zich op een bepaalde diepte onder de waterspiegel bevindt, ondervindt over de gehele lengte een zekere opwaartse kracht. Deze dient zo groot te zijn, dat de naar beneden gerichte belasting te allen tijde kleiner is.

Om nu opdrijven te voorkomen is aan de tunnel een bepaald verankeringssysteem aangebracht. Zodoende blijft de tunnel op een min of meer vaste plaats in het water hangen, hetgeen de indruk van zweven wekt. Vandaar dus de benaming zwevende tunnel, hoewel in de juiste zin des woords niet juist.

Beschouwing v.d. zwevende tunnel t.o.v. andere oeververbindingen.

Alvorens verder op de mogelijkheden van de zwevende tunnel integaan en de problemen ervan te signaleren en zo mogelijk optelossen, zullen we eerst dit type oeververbinding beschouwen in vergelijking tot andere reeds bekende typen, zoals de brug, de gezonken tunnel en de geboorde tunnel.

Wat betreft de brug als verbinding kennen we in hoofdzaak twee typen, namelijk de hangbrug en de brug op pijlers op regelmatige afstanden. Door de dwarsdoorsnede van de Straat van Gibraltar (zie bijgevoegde schets), welke nagenoeg V-vormig is met als grootste diepte ± 850 m, vervalt deze laatste mogelijkheid echter al vrijwel direkt, daar toepassing van pijlers naar een zo grote diepte niet mogelijk is. Blijft over de hangbrug. Ook dit type is echter in het geval van de Straat van Gibraltar praktisch niet mogelijk in verband met de bijzonder grote overspanning (± 14 km) [de grootste tot nog toe uitgevoerde hangbrug is ± 1300 m (zie [8])]

Als tweede mogelijkheid hebben we de afgezonken tunnel. Afgezien nog van de grote problemen, welke dit bij de uitvoering zou opleveren, is deze methode reeds in verband met de ongelooflijk grote hydrostatische druk (tot $800 \times 10^4 \, N/m^2$ = 80 atm) geheel onmogelijk.

Resten ons dus als mogelijkheden de al eerder genoemde geboorde tunnel en de zwevende tunnel.

Om tot een gefundeerde keuze van een van deze twee verbindingstypen te komen, zullen beiden geheel moeten worden uitgewerkt tot in het bestekstadium, zodat een kostenbeschouwing mogelijk wordt.

Als onderdeel van deze uitwerking van de beide verbindingstypen zullen we in dit afstudeerwerk ingaan op enkele problemen met betrekking tot de zwevende tunnel.

Tezamen met de resultaten van eventuele andere onderzoekingen in de toekomst is het dan misschien mogelijk om tot een gefundeerde keuze tussen beide typen te komen.

De onderdelen, welke wij aan een nader onderzoek zullen onderwerpen, zijn:

- Verankeringssysteem
- Grootte v.d. stromings- en golfkrachten
- Bepalen v.d. kabelkrachten en de verplaatsingen van de tunnel.
- Bepaling v.d. afmetingen v.d. tunnelbuis.

Lengteprofiel en tracé

Is tot nog toe alleen nog maar de keuze tussen de verschillende oeververbindingen aan de orde geweest, daarnaast dienen we ook voor die oeververbindingen, die in aanmerking komen, nategaan, wat het meest gunstige lengteprofiel en tracé is.

Zoals reeds uit de genoemde nader te onderzoeken onderdelen blijkt, zullen we voor de zwevende tunnel op deze keuze niet nader ingaan, maar ons beperken tot een bepaalde aanname, welke dan als basisgegeven zal dienen voor ons verdere onderzoek.

Alvorens tot deze aanname te komen zullen we echter eerst nog wel enige aandacht schenken aan diverse punten, welke de keuze kunnen bepalen.

Zo zal het tracé afhankelijk zijn van de bestaande en eventueel te maken verkeersvoorzieningen op het vaste land, de te verkrijgen stabiliteit bij verschillende diepten, de mogelijkheid van het aanbrengen van de verankering en de lengte van de tunnel. Een afweging van de kosten, die een en ander met zich meebrengt zal het meest ekonomische tracé moeten bepalen.

Het lengteprofiel wordt in de eerste plaats bepaald door de diepgang van de scheepvaart en de vrije ruimte, die er moet bestaan tussen de tunnel en de schepen, teneinde de invloeden van de scheepvaart op de tunnel zoveel mogelijk te beperken [een minimum diepte ligt hierdoor vast]. Het kan echter aanbeveling verdienen de tunnel op een grotere, dan de minimale diepte te leggen met het oog op een vermindering van de golfinvloeden (en in mindere mate van dichtheidsverschillenstromingen en temperatuursinvloeden). Dit zal dan echter dienen te worden bekeken tegen de achtergrond van de hogere hydrostatische drukken, die zullen optreden.

Tenslotte dan nog de keuze van de verbinding van de tunnel met het vaste land. Deze zal o.a. gebaseerd moeten zijn op de stijfheid en de sterkte, welke voor deze verbinding noodzakelijk is. Dit in verband met het overbrengen van de krachten, momenten en bewegingen, welke van de zwevende tunnel naar de vaste wal moeten worden overgebracht.

De aanname, die we - hoewel steunend op de voorgaande overwegingen - vrij arbitrair hebben gedaan is nu als volgt:

De zwevende tunnel zal volgens een rechtlijnig tracé in het smalste gedeelte van de Straat van Gibraltar komen, loodrecht op de meest heersende stroomrichting en op een diepte van ± 45 m. De verbinding tussen het zwevende gedeelte en het vaste land zal plaatsvinden onder de waterspiegel, waarbij er naar gestreefd wordt dat de verbinding geen al te grote hoekverdraaiingen behoeft optenemen. Het voordeel bij een vertikaal verankeringssysteem (zie blz) is, dat door het geleidelijk afnemen van de diepte de stijfheid van de gehele tunnel + verankering toeneemt, naarmate men dichter bij de vaste wal komt.

Gegevens van het betreffende gebied

Topografische gegevens

De Straat van Gibraltar is de verbinding tussen de Atlantische Oceaan en de Middellandse Zee. Hij heeft op het smalste punt een breedte van ± 14 km. De grootste diepte in de Straat bedraagt ± 1000 m (zie bijgevoegde zeekaart). De dwars-doorsnede t.p.v. het smalste gedeelte is zoals op bijgevoegde schets is te zien nagenoeg V-vormig (zie bijlage VIII)

Wat betreft de bodem in de Straat, deze is vrij onregelmatig. Een plattegrond van het gebied toont een byzonder komplex geheel in het gedeelte ten Westen van Tarifa. Er zijn daar ter plaatse drie grote onderzeese ruggen namelijk The Sill (÷ 150 m), The Spartel Ridge (÷ 60 m) en nog één ± 10-20 km ten oosten van The Spartel Ridge. Ten Oosten van Tarifa is de hoofddoorgang meer effen en regelmatig. De grootste diepte is hier ongeveer 850 m.

Stroomgegevens

Door de vele oorzaken, welke de horizontale waterbewegingen in de Straat op merkbare wijze kunnen beïnvloeden, wordt een byzonder komplex geheel gevormd, dat – zo het al op een exakte manier beschreven kan worden – niet gebruikt kan worden voor verdere berekeningen.

Om het geheel echter toegankelijk te maken, zullen we het stromingsbeeld (stroming, zowel als funktie v.d. plaats, als v.d. tijd) vereenvoudigen en opgebouwd denken uit twee komponenten. Dit zijn [zie ook [14]] :

1. een permanente stroming,
   welke veroorzaakt wordt door de dichtheidsverschillen tussen het Atlantische en het Middellandse Zeewater.

2. stroming t.g.v. de getijbeweging

N.B. De waarden, die verderop genoemd zullen worden voor de stroomsnelheden t.g.v. de getijbeweging zijn de max. snelheden welke optreden bij springtij

Permanente stroming

Door evaporatie zal er een vermindering v.d. hoeveelheid water in de Middellandse Zee optreden (wordt daardoor zouter). Daarnaast zal in de winter door afkoeling van het zeewater dit een grotere dichtheid krijgen. Deze beide verschijnselen zijn nu verantwoordelijk voor een westwaarts gerichte onderstroom in de Staat van Gibraltar.

Het tekort dat hierdoor in de Middellandse Zee ontstaat wordt gekompenseerd door een oostwaarts transport van Atlantisch water naar de Middellandse Zee (in de bovenlaag)

Het verloop van de stroomsnelheden in de punten 37 t/m 42 (zie voor waarnemingspunten bijlage III) over de diepte is weergegeven op bijlage VI. Hier is te zien, dat de bovenstroom t.p.v. de tunnel ± 0.50 - 0.75 m/s bedraagt, terwijl de grootte van de stroomsnelheid in de onderlaag ± 0.35 - 0.50 m/s is.
Deze metingsresultaten geven tevens aan, dat de bovenlaag gemiddeld 100 - 125 m. dik is.

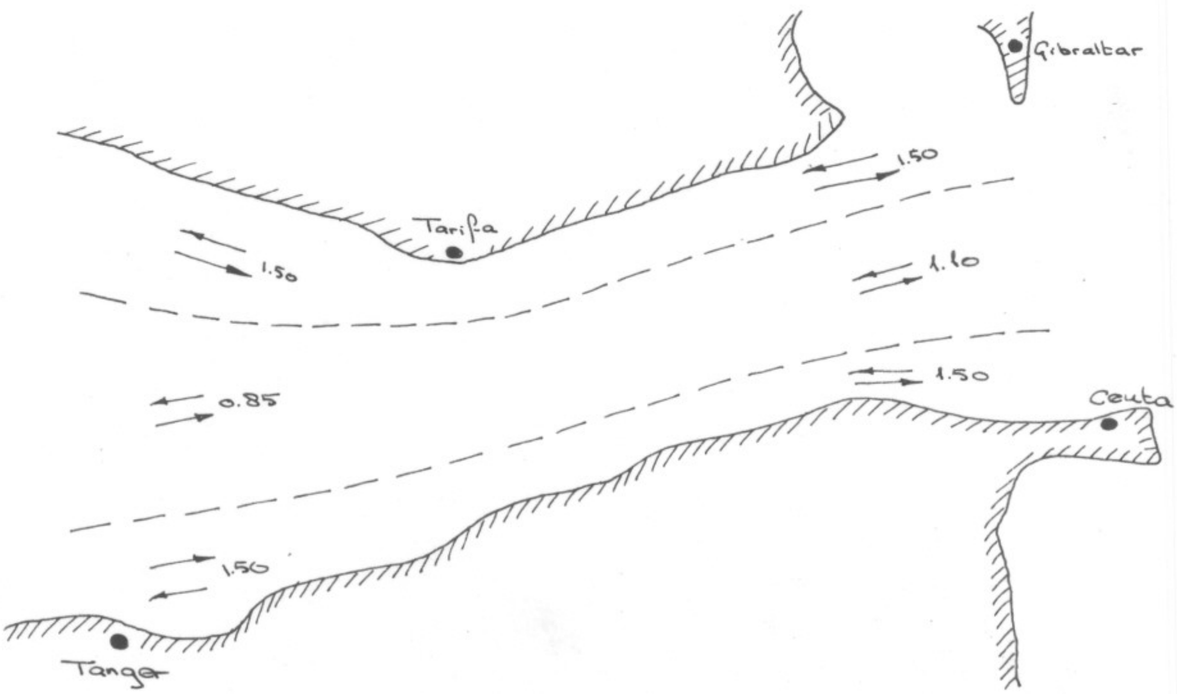
N.B. Het scheidingsvlak tussen beide is zowel in het snelheids - als dichtheidsdiagram goed te onderscheiden (bijlage VI). Tevens wordt hier ook getoond, dat naar de Afrikaanse kust toe het scheidingsvlak lager ligt [zie hiervoor ook gegevens betreffende de dichtheden]

Stroming t.g.v. de getijbeweging

Daar het getij de oorzaak is van deze komponent zal het verloop van de stroomsnelheid in de tijd sinusvormig zijn met als periode $T = 12^h 25'$. Er zal echter tussen de verschillende punten in een dwarsdoorsnede van de Straat een faseverschil bestaan, waardoor de maximale snelheden in de verschillende punten niet gelijktijdig optreden (zie bijlage V - weergevende het verloop v.d. snelheden voor de punten 37 t/m 42 in de tijd - en bijlage IV, waarop het verloop van de snelheden in de dwarsdoorsnede op verschillende tijdstippen is getekend)

Uit bijlage is o.a. op te merken, dat het faseverschil tussen de stroomsnelheden in de punten 38 t/m 40 en die in 37, 41 en 42 $\pm \frac{1}{4}T$ bedraagt, hetgeen wil zeggen, dat de max. snelheden in het midden v.d. Straat optreden bij $v_{oevers} = 0$ en omgekeerd.

Hiermee zijn we meteen gekomen tot een globale splitsing van de dwarsdoorsnede van de Straat in twee delen voor wat betreft de grootte van de max. stroomsnelheid t.g.v. het getij. Dit zijn nl. een strook langs de oevers van 4-8 km, waar maximale snelheden van 1.5 m/s verwacht kunnen worden over de gehele lengte van de Straat en het middengedeelte waar de snelheden maximaal kunnen oplopen tot 0.85 m/s in het westen en 1.10 m/s in het oosten v.d. Straat.



Uitgaande van de voor beide komponenten verkregen waarden voor de stroomsnelheden kunnen we nu resulterend voor ieder meetpunt in de Straat van Gibraltar de uiteindelijke grootte van de snelheid bepalen als som van die t.g.v. de permanente stroming en die t.g.v. de getijbeweging.

Wanneer we dit voor de meetpunten op de meridiaan van Tarifa doen, komen we tot de volgende waarden (pos. richting is van West → Oost)

punt	37	– 1.1	m/s	tot	+ 1.9	m/s
	38	– 0.4	"		+ 1.4	"
	39	– 0.3	"		+ 1.5	"
	40	– 0.3	"		+ 1.7	"
	41	– 0.75	"		+ 2.25	"

Wat betreft de berekening van de tunnel zullen we verder rekenen met een aanwezige stroomsnelheid van $\sim 3.5 \frac{m}{s}$, waarbij we zijn uitgegaan van de in het voorgaande gevonden waarden, vermeerderd met een zekere toeslag voor verwaarloosde invloeden (veiligheid van ~ 1.5)

N.B. Max. optredende verschil in waterhoogte tussen L.A.T. (= Lowest Astronomical Tide) en H.A.T. (= Highest Astronomical Tide) is 1.22 m [4].

Dichtheidsgegevens

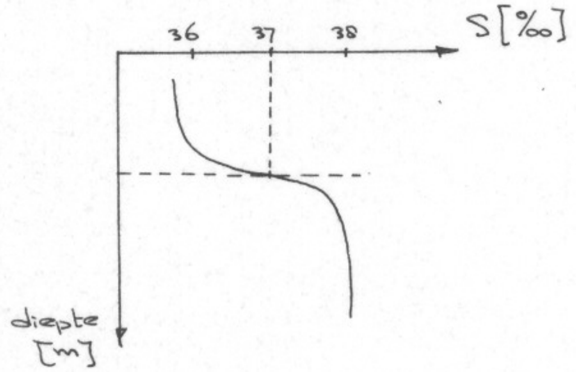
De dichtheid van zeewater is een funktie van het zoutgehalte en de temperatuur van die vloeistof volgens

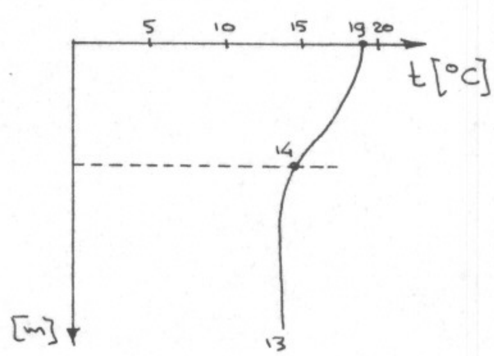
$$\rho = 1000 + 1.455\,C - 0.0065\,(\theta - 4 + 0.4\,C)^2$$

waarin C = chloriniteit $= \frac{1}{1.81} \times S$
S = zoutgehalte (= salinity)
θ = temperatuur in °C

Om de dichtheden te kennen worden daarom metingen betreffende de temperatuur en het zoutgehalte gedaan.

In de Straat van Gibraltar werd in het algemeen het volgende metingsresultaat gevonden





Dit ondersteunt ten volle de resultaten van het stromingsonderzoek, namelijk het bestaan van een tweelagensysteem, met een bovenlaag, waarin de permanente stroming van de Atlantische Oceaan naar de Middellandse Zee is, en een onderlaag met een tegengestelde stroom. Zoals uit de bovenstaande gegevens volgt, kunnen we de grens tussen beide lagen vrij goed benaderen door de diepte, waar het zoutgehalte 37 ‰ bedraagt. Deze grenslaag blijkt op 100-150 m te liggen (komt overeen met de stroomgegevens)

Er dient nog wel opgemerkt te worden, dat het (d,S)-diagram slechts de grenslaag weergeeft voor de meridiaan van Tarifa ongeveer in het midden van de Straat (meetpunt 39-40)

Voor andere meetpunten zal een andere diepte v.d. grenslaag gevonden worden, daar deze zowel in de lengte - als in de dwarsrichting v.d. Straat onder een bepaalde helling ligt (langshelling t.g.v. zouttong en dwarshelling t.g.v. de Corioliskrachten)

Verder dient nog opgemerkt te worden, dat de diepte v.d. grenslaag niet konstant is in de tijd. Vooral t.g.v. de halfdagelijkse cyclus v.h. getij verandert de hoogteligging namelijk belangrijk (zie [15])

De aanwezige dichtheidsverschillen hebben invloed op de volgende punten:

1. het opdrijvend vermogen verandert, wanneer de tunnel in gebieden met een ander zoutgehalte komt (dit bedraagt ± 1 ‰ v.d. totale opwaartse kracht, hetgeen dermate klein is, dat we dit wel kunnen verwaarlozen)

2. T.g.v. de verschillende koncentraties zout zal de elektrische potentiaal plaatselijk verschillen, waardoor korrosie eerder zal kunnen optreden.

3. Ter plaatse van de grenslaag zullen interne golven optreden.

Golfgegevens

In de loop van de jaren 1953-'61 zijn er over de gehele wereld waarnemingen gedaan, betreffende golfhoogten en -perioden. Deze zijn gepubliceerd in "Ocean Wave Statistics" [ ]. De verschillende oceanen zijn hiervoor verdeeld in zones. Voor ons geval zullen we de waarnemingen in zone 11 (Atl. oceaan ten westen v.d. Straat van Gibraltar) en zone 12 (Middellandse Zee) nader bekijken. In deze beide zones zijn resp. 73133 en 21013 waarnemingen verricht.

We zullen deze waarnemingen nu proberen te rangschikken naar:

1. richting
2. golfhoogte

en met behulp daarvan bepaalde ontwerpaannamen doen.

Verdeling over de verschillende richtingen:

Zie voor een grafische weergave bijlage VII.

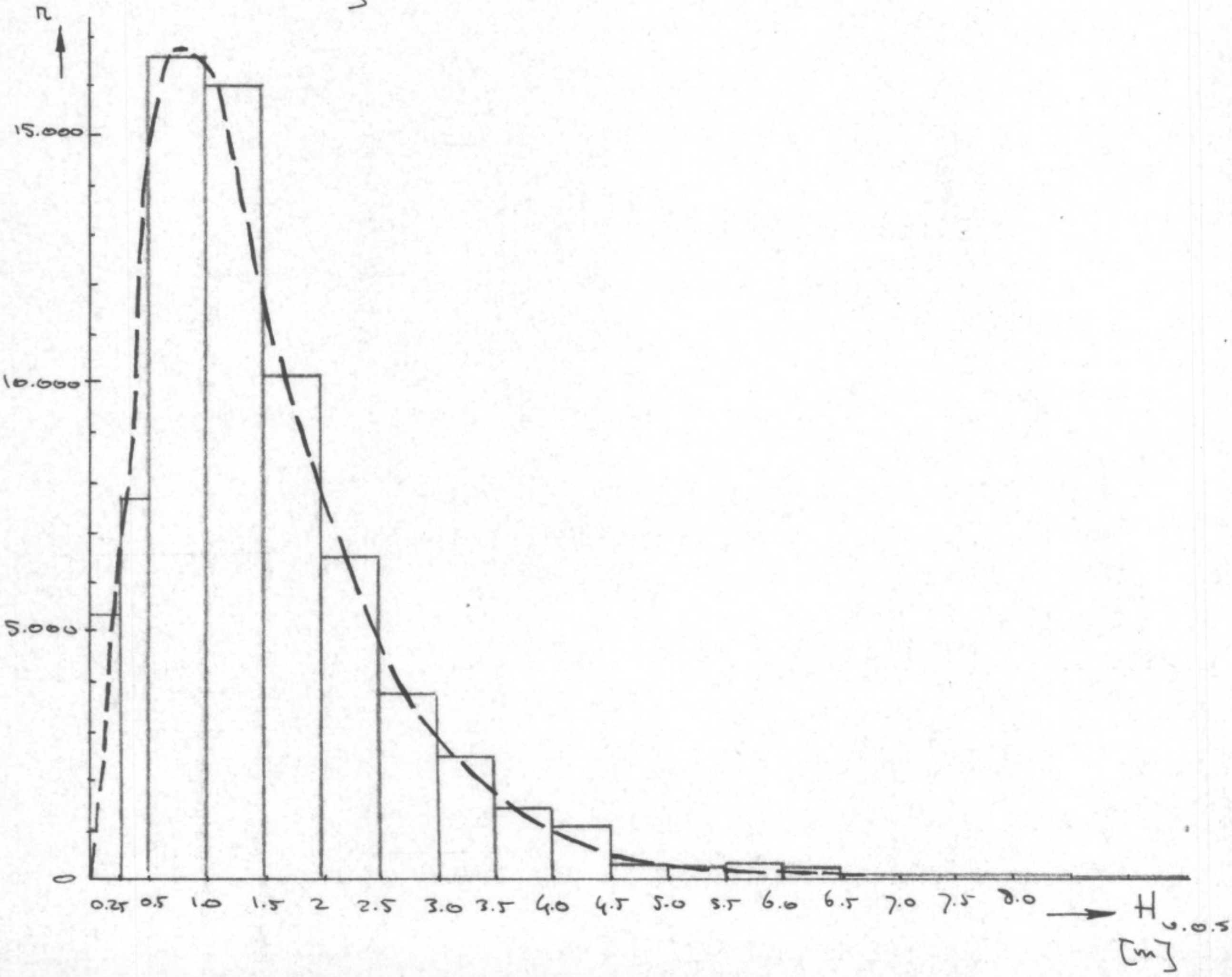
Daar nadere gegevens over de richting van golfvelden juist in de Straat van Gibraltar ons niet ter beschikking hebben gestaan, moet volstaan worden met het trekken van een konklusie uit de gegevens in de gebieden 11 en 12. Beide zijn echter vrij groot en vele invloeden elders in deze gebieden zullen de gegevens dermate beïnvloeden dat ze nagenoeg niet als representatief voor de

Straat van Gibraltar zijn aantehouden.

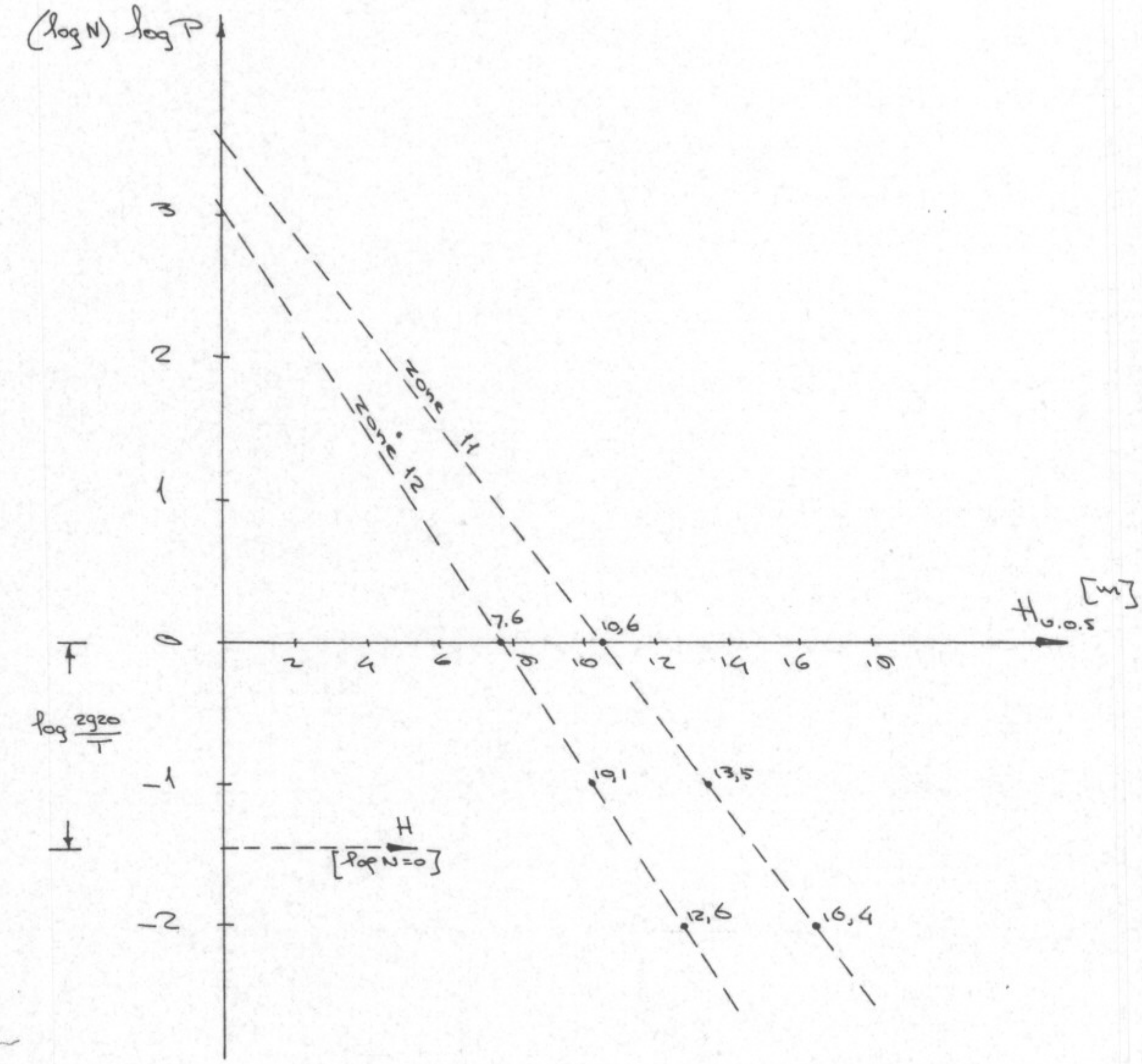
Voor het verdere ontwerp zullen we dan ook v.d. arbitrair gekozen - hoewel logische - aanname uitgaan, dat de overheersende golfrichting WEST → OOST is.

Golfhoogten

Uit de gedane waarnemingen blijkt, dat de grootste golfhoogten voorkomen in de periode dec-febr. [1x100 jr H ~ 16.50 m] en de kleinste in juni-aug. [1x100 jr H ~ 9.50]. Om tot een ontwerpgolfhoogte te komen zullen we de gegevens over een heel jaar beschouwen. M.b.v. deze gegevens komen we dan tot onderstaande verdeling.



Zoals in bijlage II is besproken kan dit worden omgewerkt tot een (log P - H)-diagram. Mbv dit diagram kunnen nu de golfhoogten H bepaald worden, welke 1 x 10 jaar (P=0.1), 1 x 100 jaar (P=0.01) ....etc. voorkomen



Tot nog toe is steeds sprake geweest van de waargenomen golfhoogte H, waarbij we nog onderscheid dienen te maken tussen waarnemingen verricht door vrijwilligers ($H_{v.o.s}$) en door officiele golfwaarnemers ($H_{o.w.s}$)

Hogben en Lumb hebben nu de volgende empirische relaties gevonden tussen $H_{\frac{1}{3}}$, $H_{ows.}$ en H_{vos}:

$$\left.\begin{aligned} H_{ows} &= 0.85 + 0.93\, H_{vos} \\ H_{\frac{1}{3}} &= 1.23 + 0.88\, H_{ows} \end{aligned}\right\} H_{\frac{1}{3}} = 2 + 0.82\, H_{vos.}$$

[eenheden in m.]

Uitgaande van deze $H_{\frac{1}{3}}$ en de aanname volgens [6] dat er in 3 uur tijd ± 1000 golven optreden, komen we tot een $H_{\frac{1}{1000}} = H_{max} = 1.86\, H_{\frac{1}{3}}$ [Longuet-Higgins]

P	$H_{v.o.s}$		$H_{\frac{1}{3}} = 2 + 0.82\, H_{v.o.s}$		$H_{max} = 1.86\, H_{\frac{1}{3}}$	
	11	12	11	12	11	12
1	10.6	7.6	10.7	8.2	19.9	15.3
10^{-1}	13.5	10.1	13.1	10.3	24.2	19.2
10^{-2}	16.4	12.6	15.4	12.3	28.6	22.8

Konklusie:

We zullen in de Straat van Gibraltar rekening dienen te houden met golfhoogten van ± 25 m (met een voorkomen 1 x 100 jr), met een periode van ∼ 14 s. en een golflengte van 300 m

Belastingen

Bij het ontwerpen van de zwevende tunnel zullen we met de volgende belastingen rekening dienen te houden

1. hydrostatische druk

   deze is te splitsen in een gelijke alzijdige druk en de opwaartse kracht [de dwarsdoorsnede en de diepte zijn bepalend]
2. eigen gewicht van de tunnel
3. eigen gewicht van de kabels
4. stromingskrachten

   deze krachten kunnen zo klein mogelijk worden gehouden door de keuze van de dwars - doorsnede v.d. tunnel. Dit geldt eveneens voor de invloed van de wervelingen.
5. krachten t.g.v. golfbeweging
6. verkeersbelasting

   Om tot een waarde voor de grootte van deze laatste belasting te komen dienen we in de eerste plaats te weten voor welk soort verkeer de tunnel toegankelijk wordt. Om een afdoend antwoord op deze vraag te kunnen geven dienen we echter een uitgebreide studie te maken over de verkeersomstandigheden daar ter plaatse en aan de hand daarvan een aantal tunnels geschikt voor verschillende verkeers- typen geheel uitteweken en tegen elkaar aftewegen. Daar dit echter in het kader van dit ontwerp te ver voert, zullen we voor het

verdere onderzoek een aanname doen voor wat betreft het type verkeer en wel ten gunste van het treinverkeer.
[zie voor belasting V.O.S.B. art. 6]

7. invloed van dichtheidsverschillen

Wat betreft de exakte waarden van de belastingen: hierop zullen we bij de diverse problemen, waarbij ze ter sprake komen, verder ingaan.

Materialen

Bij de keuze van de toetepassen materialen beschikken we momenteel over de volgende mogelijkheden.

– staal : a. gelegeerd staal : de mogelijke legeringen zijn hier Nikkelstaal, Chroomstaal, Nikkelchroomstaal. We zullen hierbij dienen nategaan in hoeverre de hoge kosten van deze legeringen opwegen tegen het minder worden van het onderhoud.

b. normaal staal met een beschermende coating. Als coatingen kunnen worden gebruikt : koolteerepoxyhars, gemodificeerde epoxyfenolcoatings, portlandcement of beton.

– beton : dit heeft over het algemeen een vrij goede weerstand tegen het zeewater, mits aan de samenstelling van het beton de nodige aandacht is besteed (o.a. toepassen van hoogovencement)

– aluminium en aluminiumlegeringen : Deze zijn in ieder geval duurder dan staal. Welis-waar zijn er goedkope soorten, maar deze zijn niet resistent tegen NaCl, zodat zij met een coating moeten worden uitgevoerd, hetgeen de kosten weer belangrijk omhoog stuwt.

– titanium : een belangrijk voordeel hievan is, dat het een byzonder goede bestendigheid en grote sterkte bezit. Tevens is de ontwikkeling reeds zover dat lassen mogelijk is. Alleen problemen met betrekking tot spanningskorrosie dienen nog opgelost te worden. Wel byzonder duur.

- koper : koperlegeringen bezitten een goede sterkte, flexibiliteit en bestendigheid.

- gewapend rubber : de technieken hiervan zijn nog niet ver genoeg ontwikkeld. Tevens is gebleken dat sommige bacteriën de koolstof eruit als voedsel gebruiken.

- kunststoffen : ook hier is de ontwikkeling zeker wat betreft de funktie als konstruktief onderdeel nog niet ver genoeg.

Weliswaar hebben we op deze wijze een overzicht van de mogelijke materialen verkregen, maar om tot een definitieve materiaalkeuze voor de diverse onderdelen te komen, dient er een veel diepergaande studie gemaakt te worden om de verschillende materialen tegen elkaar te kunnen afwegen uitgaande van

- de kosten
- sterkte, styfheid
- toepasbaarheid in een bepaalde funktie
- stand v.d. huidige ontwikkeling
- waterdichtheid

In verband hiermee zullen we voor het verdere verloop van dit ontwerp de volgende aanname doen:

Als dragend konstruktiemateriaal zullen we beton nemen.

Wanneer uit het stromingsonderzoek mocht blijken, dat m.b.v. de betonkonstruktie geen voldoende goede stroomlijn kan worden gekregen, zal een stroomgeleiding worden toegepast van staalplaat.

Zoals we reeds eerder hebben gezien kan het staal tegen aantasting beschermd worden hetzij door een coating op plasticbasis, hetzij door een betonlaagje. Hoewel de beschermende werking van beide elkaar niet veel zal ontlopen, wanneer ze geheel intakt zijn, dienen we er wel op te rekenen, dat een volkomen foutloze bedekking d.m.v. plasticcoating heel wat moeilijker zal zijn. Deze heeft daarentegen het voordeel dat het gemakkelijker met de staalplaat verbonden kan worden.

We kiezen in ons geval voor een eventuele stroomgeleiding een bescherming d.m.v. een plastic coating terwijl we de waterafsluitende staalplaat om de tunnelbuis zullen afdekken met een betonlaagje, dat in de wand van de buis verankerd zal worden.

Dwarsdoorsnede

Wanneer we een keuze willen maken voor wat betreft de dwarsdoorsnede houdt dit in grote lijnen in dat we moeten gaan vaststellen:

1. hoeveel inwendige vrije ruimte er benodigd is.
2. welke de meest gunstige vorm van deze ruimte is.
3. hoe groot de wanddikte moet worden
4. in hoeverre een stroomgeleiding toegepast moet worden.

Minimaal benodigde vrije ruimte

Dit wordt bepaald door het profiel van vrije ruimte, dat benodigd is voor het railverkeer en dat beschreven is in de V.G.S.B. (art. 35)

Vorm van de dwarsdoorsnede.

Deze wordt voor het grootste deel bepaald door de krachten, welke op de tunnel werken. Met name de hydrostatische krachten zullen ons er toebrengen in ieder geval een cirkelvormige cilinder toetepassen, daar dan vermeden wordt, dat er in de dwarsdoorsnede momenten in de wand optreden, welke tot vrij grote waarden kunnen oplopen i.v.m. de grote diepte waarop de tunnel zich onder water bevindt (40-50 m. $\rightarrow$ 40-50×10^{4} N/m^2)

Er blijft dan echter nog altijd de keuze of we één grote tunnelbuis voor de beide rijrichtingen zullen toepassen of twee kleinere éénrichtingsverkeerbuizen. Door deze laatste mogelijkheid ontstaat een meer ovale dwarsdoorsnede. Deze keuze zullen we maken aan de hand van de konsekwenties, welke beide typen hebben op de grootte van de stromings- en golfkrachten.

Wat betreft de stromingskrachten: deze zullen door de meer platte vorm en de verminderde doorsnede loodrecht op de stroom voor de gescheiden buizen belangrijk afnemen [zie onderzoek v.d. stromingskrachten; de stromingskracht is volgens $F = \frac{1}{2}\rho v^2 c_D . D$ recht evenredig met c_D = empirisch bepaalde konstante afh. van de vorm en het getal v. Reynolds en D = doorsnede ⊥ stroomrichting, waarbij c_D ± 6.7 × zo klein wordt en D 1,4 × zo klein]

Hoewel dit op zich een voordeel is, staat er tegenover, dat de krachten t.g.v. de golfbeweging met name in vertikale richting ongeveer 2 × zo groot worden [zie onderzoek golfkrachten; golfkrachten worden bepaald m.b.v. $F = \rho a V c_m$, waarin

N.B. De drag force is verwaarloosd (zie blz.)

$a = \frac{\partial v}{\partial t}$ = versnelling
V = volume voorwerp
$c_m = 1 + \frac{c}{b}$
c = as v.h. voorwerp ⊥ stroomri.
b = " " ∥ " "

Hierin wordt bij de gescheiden buizen V iets groter (∼ 1,2 ×) en c_m ∼ 1,7 × zo groot]

Deze vergroting van de golfkrachten nu weegt in verband met de overheersende waarde ervan zwaarder dan de verkleining van de stromingskracht. Zodoende komen we nu tot de konklusie, dat er één grote tunnelbuis wordt toegepast, met welke doorsnede we in het verdere verloop van het ontwerp zullen rekenen (voor de uitwendige diameter is een voorlopige aanname gedaan van D=14 m.)

Grootte van de wanddikte

Om tot een waarde van de wanddikte te komen, zullen we een berekening v.d. betonkonstruktie dienen uitte voeren. Dit zal in een apart ontwerp gebeuren, maar in dit stadium zullen we reeds trachten een inzicht te krijgen over de faktoren, welke deze berekening belangrijk beinvloeden.

Naast de alzijdige druk, welke voor ons bij een aangenomen diepte van 45 m. een vast gegeven is, zijn de meest op de voorgrond tredende faktoren hierbij de vereiste opwaartse kracht en de h.o.h.-afstand van de ankerkabels. Beiden kunnen namelijk de wanddikte op belangrijke wijze beinvloeden.

– opwaartse kracht

Het kan noodzakelijk zijn een grotere dan de minimaal vereiste inwendige diameter toe te passen om het opdrijvend vermogen te kunnen leveren. Weliswaar zal de wanddikte groter worden opdat de betondrukspanningen beneden de toelaatbare blijven*, maar daar het volume en daarmee de opwaartse kracht sneller toeneemt dan het eigen gewicht, zal het resulterend opdrijvend vermogen toch toenemen

*

$$\sigma_\varphi = \frac{p_0 a - \gamma a^2 \cos\varphi}{d}$$

, waarin p_0 = hydr. druk
γ = soort. gew. water
d = wanddikte

Daar $\gamma \ll p_0$ neemt σ_φ toe met a = straal v.d. buis

Omgekeerd kan het echter eveneens mogelijk zijn, dat bij de minimaal vereiste diameter een grotere dan het benodigde opdrijvend vermogen aanwezig is. Dit kan verholpen worden door het aanbrengen van ballast, hetzij speciaal als zodanig aangebracht, hetzij in de vorm v.e. grotere wanddikte (een grotere dan het vereiste opdrijvend vermogen heeft nl. het nadeel van een zwaardere dan de benodigde verankeringskonstruktie)

- h.o.h.-afstand v.d. verankeringskabels

Op grond van een kostenbeschouwing betreffende het materiaal, de vervaardiging, de bescherming en het onderhoud van de kabels en een onderzoek naar de opnamekapaciteit van een verankeringspunt in de bodem kan men komen tot een bepaalde h.o.h.-afstand, welke uit het oogpunt van de verankeringskonstruktie het gunstigste is.

Daartegenover staan echter de hogere kosten welke bijv. met een grotere h.o.h.-afstand samenhangen voor wat betreft de tunnelkonstruktie zelf.

Door een grotere konstruktie zullen namelijk de buigende momenten in de lengterichting van de tunnel t.g.v. de belastingen en daarmee de betonspanningen belangrijk kunnen toenemen, waardoor niet alleen de wanddikte groter zal moeten worden maar waardoor tevens in verband met het benodigde opdrijvend vermogen de inwendige diameter vergroot zal moeten worden, hetgeen op haar beurt weer grotere stromings- en golfkrachten tot gevolg heeft.

Zoals wel uit het voorgaande overzicht blijkt is het geheel een byzonder komplex geval, waarvan - alvorens een definitieve keuze wordt gemaakt - een afdoende studie zal moeten worden gemaakt.

Voor de bepaling van de benodigde wanddikte bij verschillende h.o.h.-afstanden en inwendige diameters met als kriterium het vereiste opdrijvend vermogen wordt verwezen naar het deelontwerp betonkonstrukties.

- stroomgeleiding

We kunnen de grootte van de horizontale krachten, welke door de stroming op de tunnel worden uitgeoefend, verkleinen door een zodanige geleiding rond de tunnel te maken, dat de weerstand zo klein mogelijk wordt. Om vrijwel dezelfde redenen als genoemd op blz. zullen we deze stroomgeleiding in ons ontwerp niet toepassen. Ook hierdoor zullen namelijk de vertikale krachten t.g.v. de golfbeweging belangrijk toenemen.

Tevens zullen we eventueel moeten proberen om de wervelingen zoveel mogelijk te voorkomen of zo dit niet mocht lukken in ieder geval dan de plaats ervan zoveel mogelijk vastteleggen d.m.v. ribbels op de tunnel (in de lengterichting). Op die manier kan dan namelijk voorkomen worden, dat er een zeer variërend wervelpatroon optreedt, hetgeen een grote belasting – en frekwentiespreiding tot gevolg zou hebben.

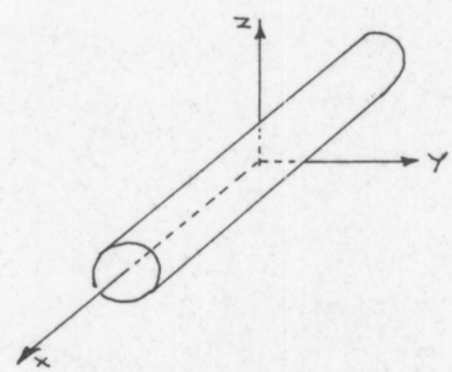
Verankering

Funktie

In principe zullen alle benedenwaartsgerichte krachten worden gedragen door de opwaartse kracht van de tunnel. Zowel de naar beneden gerichte kracht, als de opwaartse kracht zullen in het algemeen variëren in de tijd. Een eerste vereiste is nu, dat er te allen tijde een naar boven gerichte resultante blijft bestaan. Deze resultante nu zullen we moeten opnemen door de verankeringskabels. Daarnaast zullen de kabels uiteraard ook de op de tunnel werkende horizontale krachten opnemen.

Mogelijke bewegingen t.g.v. de optredende krachten.

We zullen bij de tunnel rekening dienen te houden met alle mogelijke verplaatsingen (in x, y en z-richting) en rotaties (in xoy-, xoz- en yoz-vlak)



Voor wat betreft de keuze van een verankeringssysteem zijn echter enkele van deze bewegingen en rotaties niet van zo'n groot belang [Voor een verdere dimensionering mogen zij natuurlijk geenszins verwaarloosd worden; denk met name aan de wringende en buigende momenten in de tunnelbuis]

Dit zijn

– verplaatsing in de x-richting (zie blz.)
Deze kan bijv. veroorzaakt worden door het niet loodrecht op de stroom liggen van de tunnel, waardoor langskrachten ontstaan.
– rotatie in het XOY-vlak,
veroorzaakt door stromings- en golfkrachten
– rotatie in het XOZ-vlak

Materiaal van de ankerkabels

We kunnen o.a. hiervoor onderscheiden : stalen draadkabels , stalen kettingen en nylon kabels. Tevens is er momenteel een ontwikkeling gaande op het gebied van nieuwe hoogwaardige metalen, fiberglas, gecoate andere metalen en diverse soorten plastics

Voor ons ontwerp zullen we uitgaan van stalen draadkabels.

Verankeringen in de bodem

We kennen o.a. de volgende typen verankeringen :

– geslagen palen
in ons geval juist één van de minst geschikte i.v.m. de grote diepte.
– stalen kurketrekker
een eerste vereiste is hierbij, dat de rots van een goede kwaliteit dient te zijn, zodat er geen afbrokkeling plaatsvindt.

- zwaartekrachtsankers

Hieronder wordt verstaan een aan de kabel bevestigd zwaar gewicht. Het nadeel van dit type is dat om de horizontale ontbondene van de kabelkracht optenemen er een enorm gewicht benodigd is, daar de horizontale kracht moet worden opgenomen door de wrijving tussen het gewicht en de bodem [$W = f \times N$]. Daar komt nog bij dat kennis en eventuele kontrole van de grootte van de wrijvingskoëfficient byzonder moeilijk is.

Een oplossing zou zijn, dat het gewicht in de bodem wordt ingebed. Hiermee komen we echter automatisch bij een volgende uitvoeringsmogelijkheid, namelijk

- geboorde palen,

waaronder we verstaan een ingestort anker in een voorgeboord gat.

In verband met de grote diepten, waarop deze verankeringen moeten worden aangebracht, dienen we dat type verankering in beschouwing te nemen, dat zonder dat er duikers aan te pas komen kan worden aangebracht. Dat dit w.b. het boren mogelijk is, is reeds gebleken bij het uitvoeren van olieboringen, waar zeer betrouwbare methoden en uitrustingen zijn ontwikkeld. We zullen in ons ontwerp dan ook uitgaan van de geboorde palen.

Een aanname die we hierbij vrij arbitrair doen is dat dit type verankering in staat is zowel vertikale als horizontale krachten tot vrij grote waarden optenemen.

Het voorspannen van de kabels

Na de verankeringspunten in de bodem aangebracht te hebben, wordt de volgende fase v.d. uitvoering het op diepte brengen v.h. tunnelelement en het voorspannen v.d. kabels. Wat betreft het voorspannen: dit kunnen we naar de plaats van waaruit voorgespannen wordt onderscheiden in twee hoofdsystemen, nl.

1. voorspannen vanaf het verankeringspunt (de verbinding met de tunnel is vast). Gedacht wordt hierbij bijv. aan een systeem zoals hiernaast geschetst. Dus extra lengte kabel en voorspannen vanaf de opp.
2. voorspannen vanaf de tunnel. (met als vaste verbinding, die van de kabel met het anker.

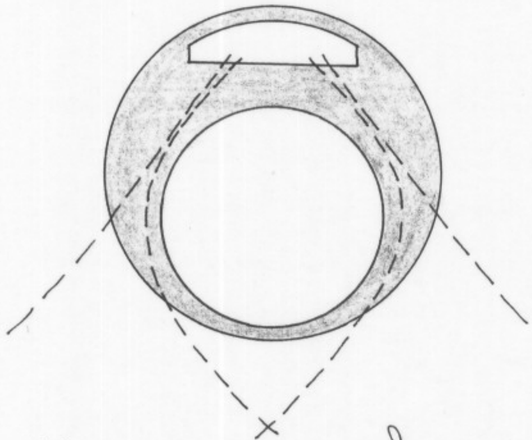
We zullen ons bepalen tot deze tweede mogelijkheid, daar er bij de eerste byzonder grote moeilijkheden ontstaan met het vastzetten v.d. kabel na het voorspannen. Tevens komt daar nog bij, dat eventuele kontrole v.d. verbinding nauwelijks is uit te voeren.

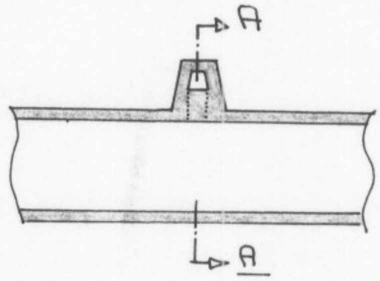
Bij het voorspannen vanaf de tunnel zijn een aantal problemen, die bij de keuze van de plaatsing v.d. verbinding met de tunnel naar voren komen. Dit zijn o.a.

- de kabels moeten kunnen worden voorgespannen vanuit een toegankelijke ruimte.
- de kracht uitgeoefend door de kabels mag niet als puntlast op de tunnel aangrijpen.

Uitgaande van deze twee kriteria komen we tot een volgende ontwerpdoorsnede t.p.v. de aansluiting van de verankeringskabels.

<u>Doorsn. A</u>





Hierbij is het afspannen (van de strengen) mogelijk vanuit de ruimte in de kraag, terwijl tevens de kabelkracht als meer gelijkmatig over de omtrek verdeelde belasting op de tunnel aangrijpt.

Enkele praktische problemen bij deze methode zijn: hoe te verhinderen, dat het zeewater door de kanalen v.d. verankeringskabels in de voorspanruimte doordringt tijdens het voorspannen en daarna.

Dit zou bijv. opgevangen kunnen worden door de voorspanruimte onder een overdruk te brengen. Daar het voorspannen echter nogal wat tijd vergt, zal dit waarschijnlijk het beste automatisch geregeld kunnen worden, waarbij slechts bij het aanbrengen e.d. van de voorspanapparatuur personen in de ruimte aanwezig kunnen zijn. Een nog onopgelost probleem daarbij is hoe de overlengte aan kabel moet worden geborgen.

Het afzinken van een element

Het grote probleem hier is hoe we bij de aanwezige stroomsnelheden en golfbeweging een nieuw tunnelelement met daaraan de verankeringskabels zodanig kunnen manoeuvreren, dat hij bij het uiteinde van het reeds aanwezige komt en daar ook gedurende een zekere periode kan blijven (voor een eerste verbinding).

Hoewel het geheel nog slechts in een eerste ontwerpstadium is, lijkt het mogelijk dit met het volgend systeem te kunnen verwezenlijken (zie schetsen en tek. 1).

In grote lijnen komt het hierop neer, dat het nieuwe element op z'n weg naar beneden geleid wordt door een vertikale [-vormige konstruktie, die aan de bovenzijde is voorzien van drijvers en aan de onderzijde van een "oog", dat om het reeds afgezonken tunneldeel geschaven kan worden.

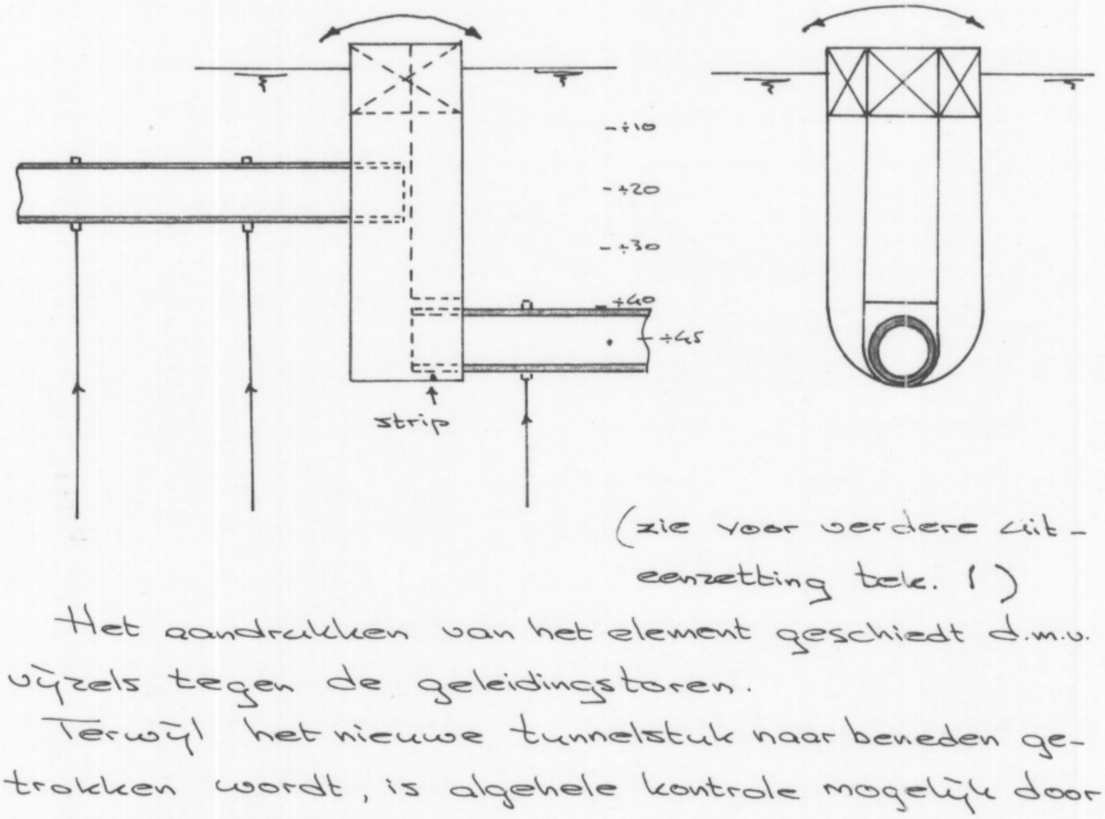
Door dit systeem wordt bereikt, dat

- de verankeringskabels ongehinderd kunnen worden afgespannen.
- de tunnel goed geleid wordt op z'n weg naar beneden.

N.B. de vertikale geleidingskonstruktie kan in horizontale richting aan de opperolakte bewegen dmv.

- het "oog"
- stripvormige oplegging in de richting

loodrecht op de lengterichting van de tunnel



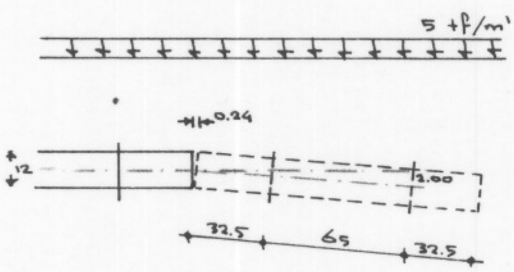
(zie voor verdere uit-eenzetting tek. 1)

Het aandrukken van het element geschiedt d.m.v. vijzels tegen de geleidingstoren.

Terwijl het nieuwe tunnelstuk naar beneden getrokken wordt, is algehele kontrole mogelijk door een bedieningskamer op tunnelhoogte in de toren aantebrengen.

Het is door verschillen in stroming ophet reeds afgezonken en het nieuwe tunnelstuk mogelijk, dat er een hoekverdraaiing tussen beide tunneldelen ontstaat. De max. verplaatsing van het tunneldeel is voor $Y = 200$ m. $\sim$ 2 meter ; dit geeft een max. hoekververdraaiing van $\frac{2}{97.5}$.

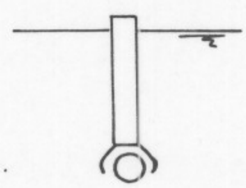
Dit geeft een verplaatsing t.p.v. de verbinding van $2/97.5 \times 12 = 24$ cm ; dit kan de Gina echter niet opvangen. Willen we dat nu ter plaatse van de elementenverbinding opvangen, dan zijn hier zeer grote krachten voor nodig (tot ± 100.000 tf), doordat de stroming aan de langste arm werkt. Dit is veel te hoog, daarom vangen we dit op door de voorspanning in de verst van de verbinding gelegen kabel afhankelijk van de stroming zo te regelen, dat de tunnel in een rechte lijn komt te liggen.



Na het uitlaten van het water kan de Gina-verbinding alleen al t.g.v. de waterdruk het stromingsmoment $M = 5 \times 130 \times 65$ opnemen

Dit betekent, dat alleen voor het sluitend krijgen van het Gina-profiel en tot na het uitlaten van het water het regelen van de voorspanning nodig is. Uit veiligheidsoverwegingen blijft echter de regeling v.d. voorspanning aanwezig tot het beton verhard is.

Na het verharden van de verbinding en het voorspannen ervan, wordt de toren opengeklapt en naar voren verplaatst.



Type verankeringssysteem

We kunnen de op de tunnel uitgeoefende krachten opnemen d.m.v. verschillende systemen nl.

- vertikale verankeringen
  de krachten worden direkt naar de bodem afgegeven

- horizontale verankeringen
  de krachten worden via sekundaire kabels overgebracht naar een hoofdkabel, welke de kracht afgeeft naar de oevers.

- vertikale en horizontale krachten door gescheiden systemen laten opnemen.

[N.B. zie voor schetsen de uitvoeriger bespreking v.d. systemen]

Vertikale verankeringen

We zullen hierbij de verschillende mogelijke typen bekijken en wel aan de hand van de toelaatbare bewegingen van de tunnel en de mogelijkheid tot opname van de op de tunnel uitgeoefende krachten (opwaartse kracht, golfkrachten, verkeersbelasting e.a.)

Daar de kabels slechts krachten in de richting van hun as kunnen opnemen is een eerste vereiste, dat ter plaatse van de tunnel de raaklijn aan de kabel een zodanige hoek met de vertikaal maakt, dat hij in staat is de aanwezige horizontale kracht optenemen zonder daarbij een byzonder hoge vertikale kracht nodig te hebben.

Dit heeft tot gevolg, dat de verankeringstypen, waarbij de kabels vertikaal of nagenoeg vertikaal zijn, niet toegepast kunnen worden, daar zij pas dan horizontale krachten kunnen opnemen, wanneer de tunnel een belangrijke verplaatsing ondergaat.

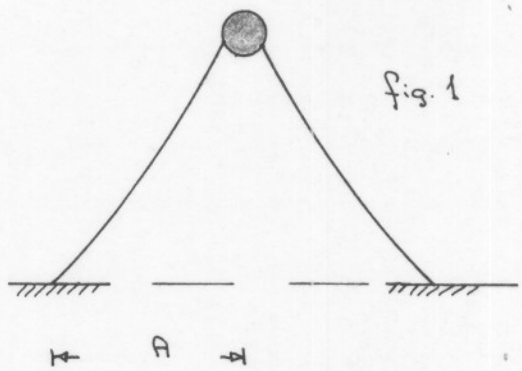
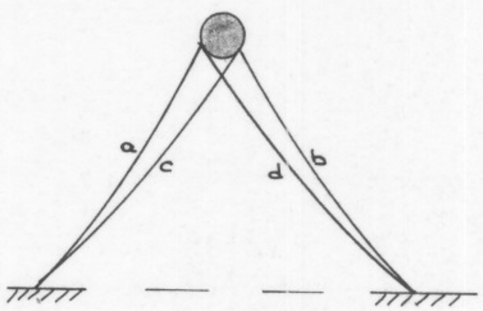


fig. 1

Er resteren ons dus slechts verankeringssyste-men, waarbij de veranke-ringspunten in de bodem zich op een redelijke af-stand $\underline{\underline{A}}$ v.d. projektie van de tunnel op de bodem bevinden. We denken dan in de eerste plaats aan het systeem getekend in fig. 1.

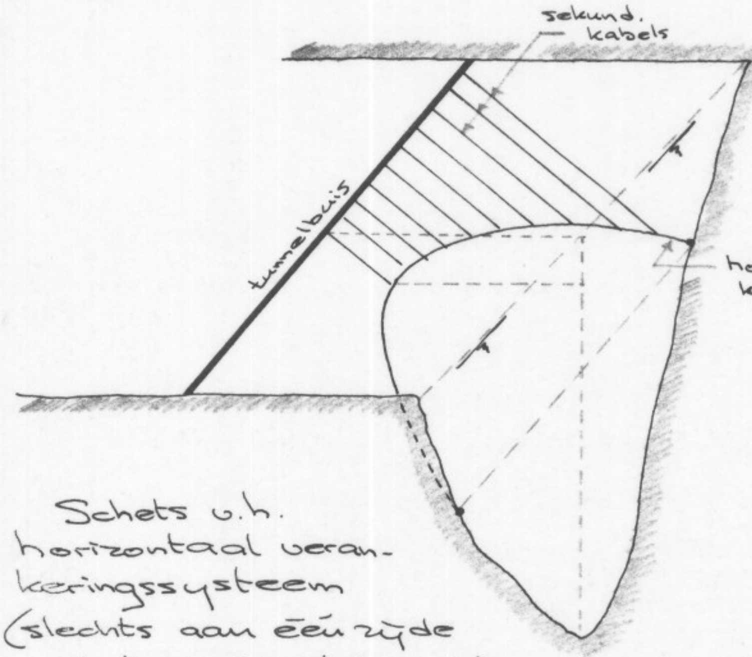
Het nadeel van dit systeem is echter, dat het rotaties om de lengteas van de tunnel, tengevolge van een excen-trische verkeersbelasting of van de golfkrachten, niet tegengaat.



Om nu tenslotte deze rotatie nog zoveel mogelijk tegen te gaan, kunnen we uitgaande van dezelfde an-kerpunten nóg twee kabels aanbrengen. De rotatie zoals hierboven omschreven zal nu worden tegengegaan door óf kabel c òf d, afhankelijk van de richting van de rotatie. Tevens zal de horizontale ontbondene niet meer door de tunnel behoeven te worden opgenomen. De horizontale komponenten van <u>a</u> en <u>d</u> zullen elkaar al voor een groot deel opheffen.

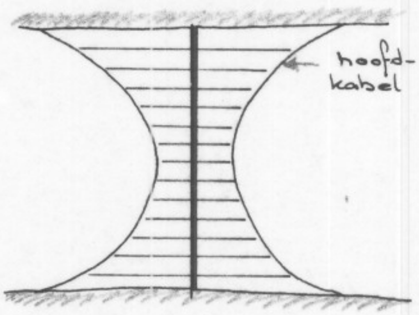
<u>Horizontale verankeringen</u>

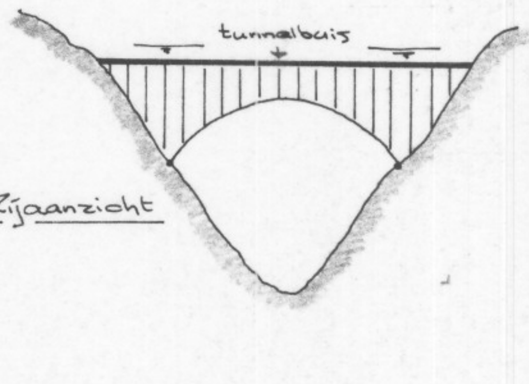
Dit verankeringssysteem berust op de volgende krachtsoverdracht. Alle krachten, zowel de horizontale, als de vertikale moeten via sekundaire kabels worden overgedragen naar een hoofdkabel (aan iedere zijde van de tunnel één), welke de gehele Straat van Gibraltar overspant.



Schets v.h. horizontaal verankeringssysteem (slechts aan één zijde v.d. tunnel getekend)

Bovenaanzicht





<u>Zijaanzicht</u>

Om de horizontale krachten opte kunnen nemen, zullen we de hoofdkabel in het horizontale vlak in een boog dienen te leggen, terwijl om de vertikale krachten optenemen ook een boog in vertikale zin aanwezig dient te zijn.

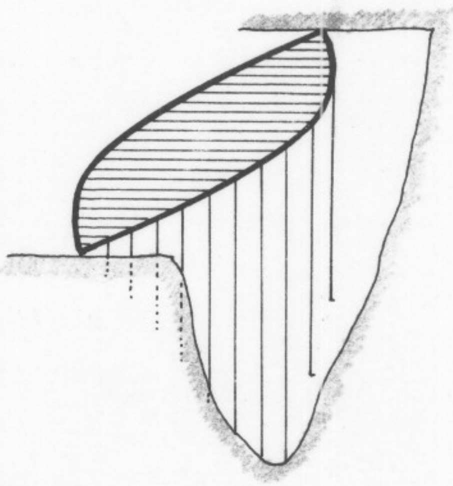
In verband met de grote overspanning zullen er in de hoofdkabel byzonder grote krachten ontstaan, welke doorsneden groter dan 10 m^2 nodig maken. Daar dit op zich al een twijfelachtige zaak is, komt daar nog bij, dat de veiligheid van een dergelijk systeem byzonder laag is. Er hoeft namelijk maar iets met de hoofdkabel te gebeuren of de gehele konstruktie wordt verwoest. Dit in tegenstelling tot het vertikale verankeringssysteem, waar bij breuk van een kabel de naastliggende zijn taak zolang kan overnemen (mits daarop berekend)

We kunnen dan ook vaststellen, dat dit systeem voor zulke grote overspanningen, als hier, niet is aantebevelen.

Gescheiden opname van vert. en hor. krachten

We zouden nog kunnen overwegen om de horizontale krachten door de tunnel zelf te laten opnemen en de vertikale door een eenvoudig vertikaal verankeringssysteem. We zouden dit kunnen bereiken door de tunnel te splitsen in twee afzonderlijke buizen, welke ieder op zich in een horizontale boog worden gelegd. Om te voorkomen, dat de buizen op trek worden belast, zouden we beide buizen kunnen verbinden d.m.v. voorgespannen kabels. Nog altijd blijven dan echter de enorme drukkrachten ($\pm$ 100.000 - 200.000 tf, hetgeen bij een doorsnede met r=5.70 en t=0.60 m neerkomt op spanningen van 400-800 Kgf/cm^2) in de buis, welke de buis zeker zullen doen uitknikken.

Ook hier dus de konklusie, dat het systeem op zich wel toepasbaar is, mits bij kleine overspanningen en kleine horizontale krachten, maar dat het in dit geval niet mogelijk is.



Uiteindelijke konklusie

We kunnen na deze beschouwingen wel tot de konklusie komen, dat, ondanks de vele moeilijkheden, die de uitvoering met zich meebrengt, het vertikale verankeringssysteem met steeds groepen van 4 kabels de voorkeur verdient en we zullen dan ook dit aan een nader onderzoek onderwerpen.

Het opnemen van krachten en bewegingen in lengterichting

Deze krachten, welke o.a. veroorzaakt kunnen worden door het niet loodrecht op de stroom liggen v.d. tunnel en het remmen v.h. treinverkeer kunnen we bij het vertikale verankeringssysteem opnemen door toepassing van schoorkabels, waardoor deze krachten direkt naar de bodem worden overgebracht.

BEPALING VAN DE STROMINGSKRACHTEN EN DE KRACHTEN T.G.V. DE GOLFBEWEGING

DE STROMINGSKRACHTEN

We zullen hiervoor de weerstand van cylindrische buizen in een stromende vloeistof onderzoeken.

De algemene bewegingsvergelijkingen, welke het geheel beschrijven zijn o.a afgeleid in "Modern Developments in Fluid Dynamics" (Hfst. III - §30 e.v.). Zij luiden als volgt:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + X + \nu\nabla^2 u$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + Y + \nu\nabla^2 v$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + Z + \nu\nabla^2 w$$

Hierin zijn X, Y en Z de komponenten van de uitwendige kracht F werkende op de vloeistof per eenheid van massa ; $\nu = \mu/\rho$ en p is de gemiddelde normaaldruk over drie vlakken.

Hoewel deze formules een goede representatie zijn, is het bijzonder moeilijk om ze optelossen. Ze zijn namelijk niet lineair en tot op heden is er nog niemand in geslaagd ze in de algemene vorm optelossen.

Om toch tot een oplossing te komen, zijn er verschillende mogelijkheden en wel:

1° het verwaarlozen van de kwadratische termen in de vergelijkingen.

2° het verwaarlozen van de traagheidstermen bij stromingen om een obstakel (STOKES)

3° het gedeeltelijk in rekening brengen van de traagheidstermen bij stromingen om een obstakel (OSEEN)

Deze verwaarlozingen zijn echter slechts dan mogelijk, wanneer er sprake is van lage getallen van Reynolds.

Bij hogere waarden van dit getal is namelijk de grootte v.d. traagheidstermen van dezelfde orde, als die van de viskeuze termen.

Dit heeft als oorzaak, dat de verandering v.d. schuifspanning erg groot is, hetgeen op zijn beurt weer veroorzaakt wordt door het feit dat de snelheid v.d. vloeistof langs het obstakel snel verandert v.d. waarde in de buurt v.d. wand tot die in de ongestoorde stroom. Deze overgang vindt plaats in een klein smal laagje in de nabijheid van de wand (zg. grenslaag)

Voor het geval van hoge getallen van Reynolds zullen we daarom – om de bewegingsvergelijkingen op te kunnen lossen – de volgende aannamen doen:

1° obstakel is een vlakke plaat *
2° stationnaire stroming
3° tweedimensionale toestand

Deze methode is toegepast door BLASIUS.

* De aanname vlakke platen is voorlopig gedaan, omdat dan - daar de grenslaag dun is - mag worden aangenomen, dat de druk in alle punten van de doorsnede ⊥ op de wand gelijk is aan de druk in de stroming juist buiten de grenslaag.

Bij gebogen wanden zal dit niet langer het geval zijn en zal rekening dienen te worden gehouden met drukgradiënten in de stroomrichting.

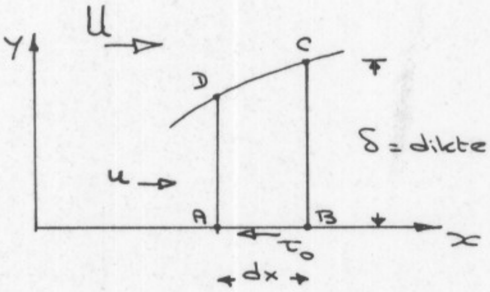
N.B. De methode om gebruik te maken van de grenslaagtheorie is voor het eerst toegepast door PRANDTL.

Voor wat betreft de grenslaagtheorie blijkt, dat evenals bij stroming door buizen, e.a. ook voor een grenslaag een getal van Reynolds is aan te wijzen, waarboven de laminairestromingsvorm niet meer stabiel is.

We zullen dan ook onderscheid moeten maken tussen:

1. Laminaire grenslagen
2. Turbulente grenslagen

ad 1. Voor het laminaire geval is door VON KARMAN een benaderende oplossing bepaald met behulp van de impulsstelling (voor de vlakke plaat)



$$J_{BC} - J_{AD} - J_{CD} = -\tau_0 dx \quad \ldots(1)$$

De drukresultante komt hier niet in voor, daar – zoals we reeds eerder hebben opgemerkt – deze overal gelijk is.

Verder is
$$J_{BC} - J_{AD} = dx \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\delta \rho u^2 \, dy \quad \ldots(2)$$

en
$$J_{CD} = U \, dx \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\delta \rho u \, dy \quad \ldots(3)$$

waarin U = snelheid in de ongestoorde stroom
u = snelheid in een bepaald punt v.d. grenslaag ⊥ op de plaat

(2) en (3) ingevuld in (1) levert nu na uitwerking:

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^\delta \rho u (U - u) \, dy = \tau_0$$

Vullen we nu – in analogie met Poiseuille – voor een laminaire stroming u de benadering $u = Ay^2 + By + C$ in, dan krijgen we

$$\tau_0 = \frac{2}{5.5} \sqrt{\frac{\rho \eta U^3}{x}}$$

Wanneer we verder de kracht op een oppervlak $b.x$ [b = breedte $\perp$ vlak van tekening) schrijven als $D = b\int_0^x \tau_0\,dx$ levert dit m.b.v. $D = \frac{1}{2}\rho U^2.bx.c_d$

$$c_d = \frac{8}{5.5}\sqrt{\frac{\eta}{\rho U x}} = \frac{1.46}{\sqrt{Re_x}}$$

Als we in plaats van het parabolische verloop van u een sinusvormig hadden genomen, was het resultaat geweest:

$$c_d = \frac{1.31}{\sqrt{Re_x}}$$

Tenslotte vond BLASIUS als oplossing: .

$$c_d = \frac{1.327}{\sqrt{Re_x}}$$

<u>ad 2.</u> Is de stroming van het begin af turbulent, dan vullen we voor de verdeling van <u>u</u> in: $u = v_* A \ln\left\{\frac{\rho v_* y}{\eta} + B\right\}$, met $v_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$

Deze formule geldt echter niet in de laminaire onderlaag tegen de wand. Hier verdwijnt nl. de turbulentie.

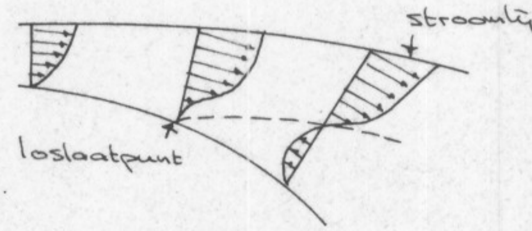
Hiermee rekening houdend heeft SCHLICHTING voor C_d gevonden:

$$C_{d.turb.} = \frac{0.455}{({}^{10}\log Re_x)^{2.58}}$$

N.B. Opgemerkt dient wel te worden, dat de bepaling v.h. impulstransport niet geheel analoog verloopt met het laminaire geval door turbulente snelheidsfluktuaties.

Zoals we reeds op blz. gezien hebben is bij gebogen wanden de druk niet meer konstant, omdat de snelheid in grootte varieert. Dit heeft tot gevolg, dat bij toenemende druk er loslating v.d. grenslaag v.h. wandoppervlak plaatsvindt [bij afnemende druk zal er aan het karakter v.d. grenslaag weinig veranderen]

Op een punt benedenstrooms v.d. scheiding zal t.g.v. de tegengestelde drukgradiënt daar een tegengestelde stroming ontstaan.



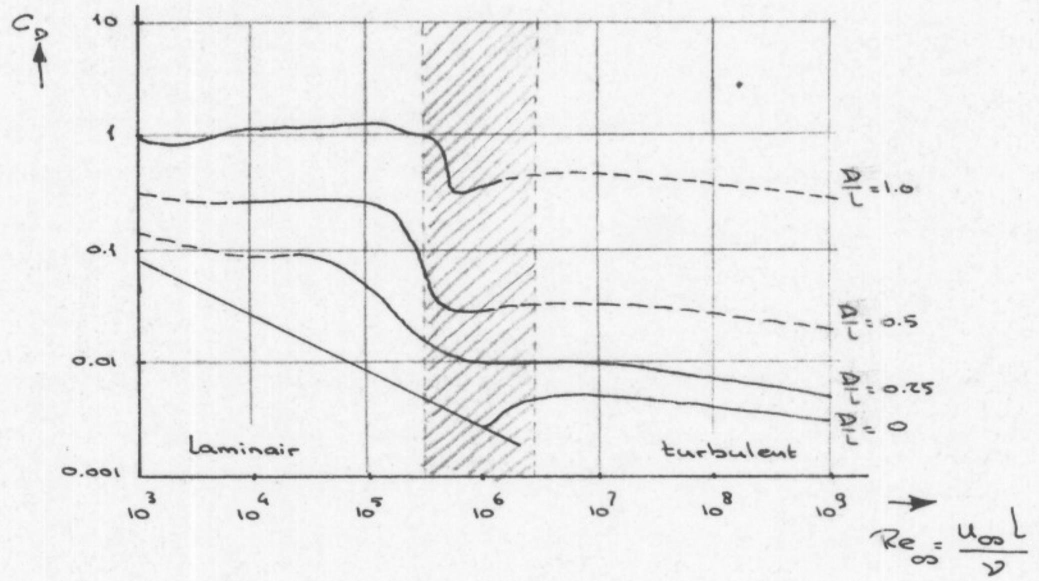
De weerstand, welke er door het objekt geleverd wordt, wordt voor een groot deel bepaald door de plaats v.h. loslaatpunt.

Verder dienen we nog aandacht te schenken aan het feit, dat de laminaire grenslaag eerder loslaat, dan de turbulente. Dit heeft als oorzaak, dat er door de turbulente steeds impuls uit de buitenstroom diep in de grenslaag wordt overgedragen, waardoor deze langer tegen de oplopende druk kan instromen.

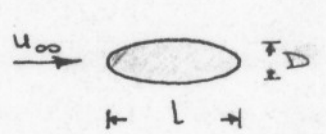
Het opvoeren van de ruwheid stroomopwaarts kan dus soms de totale weerstand wel eens verminderen. De toepassing hiervan heeft vooral zin bij obstakels, waar de weerstand ten gevolge van zuivere wrijving klein is ten opzichte van de totale weerstand (overheersende vormweerstand)

Was het voor een vlakke plaat nog vrij redelijk mogelijk de weerstand (voornamelijk wrijving) te bepalen, voor cylindervormige obstakels is dit tot op heden nog niet mogelijk. We zullen daarom voor de berekening verder dienen uittegaan van empirisch bepaalde waarden van de weerstandskoëfficient c_D in $F = \frac{1}{2}\rho u^2 . D . c_D$

Deze zijn in onderstaande grafiek weergegeven [$\frac{D}{L} = 1$ → cirkel ; $\frac{D}{L} = 0$ → vlakke plaat]



Verklaring tekens :



[grafiek overgenomen uit: Stromungsmechanik door E. Truckenbrodt (blz 503)]

KRACHTEN T.G.V. DE GOLFBEWEGING

Bij de bepaling van de golfkrachten zijn we uitgegaan van de meest gebruikelijke methode, namelijk die, waarbij we de totale kracht op een element opgebouwd denken uit een versnellingskracht (inertia force) en een vormweerstandskracht (drag force).

We zullen deze twee komponenten nu nader bespreken.

DRAG FORCE

Zoals reeds bij de bespreking van de stromingskrachten naar voren is gekomen, is de drag force niet mathematisch te bepalen. Alleen d.m.v. experimenten kan deze bepaald worden.
In formulevorm was $F_D = \frac{1}{2}\rho v^2 . D . C_D$, waarin $C_D = 1$ en $D = 14\ m^2/m$ wordt aangenomen.

Aan de hand van een rekenvoorbeeld zullen we nu een globale indruk omtrent de grootte van deze komponent van de golfkracht proberen te krijgen. We nemen hierbij een ontwerpgolfhoogte = 25 m., een golflengte = 300 m. en een periode van 14 s. aan.

Verder geldt m.b.v. de lineaire golftheorie voor de orbitaalsnelheid:

$$v = a\omega \frac{\cosh k(d+z)}{\sinh kd} \cos(kx - \omega t)$$

hetgeen in diep water vereenvoudigd kan worden tot:

$$u = a\omega e^{kz} \cos(kx - \omega t) = \hat{u} \cos(kx - \omega t)$$

Hierin is :

a = amplitude v.d. opperolaktegolf = 12.5 m

ω = frekwentie $= \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{14}$ rad/s

k = golfgetal $= \frac{2\pi}{L} = \frac{2\pi}{300}$

z = vert. ordinaat met pos. as naar boven

$= -45$ m.

$$\rightarrow \quad \hat{u} = 12.5 \times \frac{2\pi}{14}\, e^{-\frac{2\pi}{300}\cdot 45} = 2.19 \ \mathrm{m/s}$$

Voor een cirkelvormige doorsnede krijgen we dan :

$$F_D = \tfrac{1}{2} \times 10^3 \times 2.19^2 \times 1 \times 14 =$$
$$= 33.5 \times 10^3 \ \mathrm{N/m'}$$

• INERTIA FORCE

Hierbij wordt er vanuit gegaan, dat de frekwentie van de golf zo hoog is, dat er zich een potentiaalstroom kan ontwikkelen [dus wrijving van de vloeistof verwaarlozen]

Afleiding v.d. vergelijking, welke het verband geeft tussen p en ϕ.

We zullen uitgaan van een tweedimensionaal geval. Hierin geldt :

$$a_x = \frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial u}{\partial t} \quad \text{(versnelling in } x\text{-ri.)}$$

$$a_y = \frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial v}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial v}{\partial t}$$

waarin $\frac{dx}{dt} = u$ = snelheid in de x-richting en

$\frac{dy}{dt} = v$ = " " " y-richting

Uitgaande van $K = \frac{d}{dt}(mv) = m.a$ krijgen we dan:

$$-\frac{\partial p}{\partial x}dxdydz + Xdxdydz = \rho dxdydz\left\{\frac{\partial u}{\partial x}u + \frac{\partial u}{\partial y}v + \frac{\partial u}{\partial t}\right\} \quad \ldots (1)$$

waarin X = optredende kracht in x-ri. per eenheid van volume.

Werkt alleen de zwaartekracht, dan is: $X = -g\frac{\partial h}{\partial x}$

Vergelijking (1) wordt dan:

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}(p + \gamma h) = u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial t} \quad \ldots (2)$$

en $$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial y}(p + \gamma h) = u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial t} \quad \ldots (3)$$

Nemen we nu vervolgens een rotatievrije stroming aan, dan geldt: $\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y}$, hetgeen de voorwaarde $udx + vdy$ = exact geeft. We stellen dit nu $\underline{-d\phi}$

Daar tevens geldt $-d\phi = -\frac{\partial \phi}{\partial x}dx - \frac{\partial \phi}{\partial y}dy$

krijgen we $u = -\frac{\partial \phi}{\partial x}$ en $v = -\frac{\partial \phi}{\partial y}$

Tevens levert de aanname: rotatievrije stroming ons de mogelijkheid om $v\frac{\partial u}{\partial y}$ en $u\frac{\partial v}{\partial x}$ resp. te schrijven als $\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{v^2}{2}\right)$ en $\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{u^2}{2}\right)$.

Vergelijkingen (2) en (3) worden dan:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{p}{\rho} + gh + \frac{u^2}{2} + \frac{v^2}{2} - \frac{\partial \phi}{\partial t}\right) = 0 \quad \ldots (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{p}{\rho} + gh + \frac{u^2}{2} + \frac{v^2}{2} - \frac{\partial \phi}{\partial t}\right) = 0 \quad \ldots (5)$$

Om deze vergelijkingen te doen opgaan in de geïntegreerde vorm, nl.

$$\frac{p}{\rho} + gh + \frac{u^2}{2} + \frac{v^2}{2} - \frac{\partial \phi}{\partial t} = F(y,t) \quad \ldots (6)$$

$$\frac{p}{\rho} + gh + \frac{u^2}{2} + \frac{v^2}{2} - \frac{\partial \phi}{\partial t} = F(x,t) \quad \ldots (7)$$

moeten de integratiekonstanten onafhankelijk zijn van x en y. Er blijft dus over een funktie $F(t)$. Daar ϕ door iedere willekeurige funktie van $\underline{t}$ kan worden veranderd zonder dat het stroompatroon verandert (voorwaarden zijn Laplace en de bewegingsvergelijkingen) kan de term $F(t)$ wat betreft de tijdsafhankelijke in $\frac{\partial \phi}{\partial t}$ worden opgenomen. De oplossing wordt dus dan:

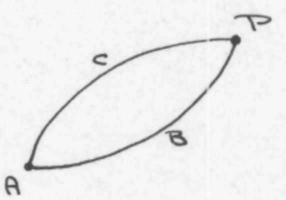
$$\frac{p}{\rho} + gh + \frac{u^2}{2} + \frac{v^2}{2} - \frac{\partial \phi}{\partial t} = \text{Konstant}$$

Voor deze konstante kunnen we nu nul kiezen (is mogelijk door keuze v.h. nulpunt van de potentiaal). Uiteindelijk krijgen we dus het volgende verband tussen p en ϕ:

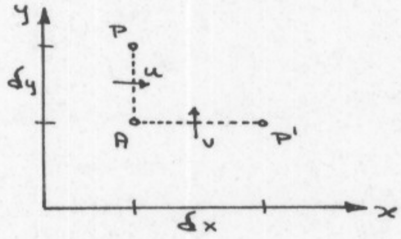
$$\frac{p}{\rho} + gh + \frac{u^2}{2} + \frac{v^2}{2} - \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$$

Hebben we reeds een potentiaalfunktie ϕ gedefinieerd, voor het verdere verloop van de afleidingen hebben we tevens een stroomfunktie ψ nodig, welke we op de volgende wijze definieren:

Als $\underline{A}$ en $\underline{P}$ twee punten in een stroomvlak voorstellen, dan is de hoeveelheid vloeistof, die door de lijnen ACP en ABP gaat, dezelfde, mits de dichtheid konstant is aangenomen en er in het oppervlak ABCP geen vloeistof af- of aangevoerd wordt (kontinuiteit). Stel nu $\underline{A}$ vast en $\underline{P}$ variabel, dan is de hoeveelheid vloeistof, die elke lijn AP passeert



een funktie van P. Deze funktie noemen we ψ
Tekenafspraak: Als de waarnemer uit A in de richting van P kijkt, dan is de stroming van rechts naar links positief.



Door $AP = \delta y$ gaat $\delta\psi = -u\delta y$
Door $AP' = \delta x$ " $\delta\psi = +v\delta x$.

$$\rightarrow \quad u = -\frac{\partial\psi}{\partial y} \quad \text{en} \quad v = +\frac{\partial\psi}{\partial x}$$

Daar we op blz. 10 reeds gezien hadden dat

$u = -\frac{\partial\phi}{\partial x}$ en $v = -\frac{\partial\phi}{\partial y}$ krijgen we als verband tussen ϕ en ψ:

$$\frac{\partial\phi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial y} \qquad \text{en} \qquad \frac{\partial\phi}{\partial y} = -\frac{\partial\psi}{\partial x}$$

Willen we nu de potentiaallijnen om een konstruktie bepalen, dan dienen we uitte gaan van een aantal eenvoudige basisgevallen, namelijk
– de bron – de put – de doublet en de uniforme stroming.

Met behulp van deze basisgevallen kunnen we dan komen tot de weergave van een potentiaalstroming om een cirkelcylinder [dit is nl. de resultante van een doublet en een uniforme stroming]

We zullen nu in de eerste plaats de vier basisgevallen bespreken (tweedimensionaal):

De bron

Noemen we de sterkte van de bron $= m =$ het aantal m^3/s per eenheid van lijnlengte, dan is $q = 2\pi \cdot m$.

De snelheid in radiale richting is dan op een afstand r : $u = \frac{2\pi m}{2\pi r} = \frac{m}{r}$

Daar $u = -\frac{\partial \phi}{\partial r}$, krijgen we $\frac{m}{r} = -\frac{\partial \phi}{\partial r}$

$$\rightarrow \quad \phi = -m \ln r$$

Verder geldt, dat er geen snelheid $\perp$ op de radiale richting aanwezig is, dus $v = -\frac{\partial \phi}{\partial \theta} = 0$

Wat betreft de stroomfunktie :

$$v = \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0 \quad \text{en} \quad u = -\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial \theta} = \frac{m}{r}$$

$$\rightarrow \quad \psi = -m\theta$$

De put

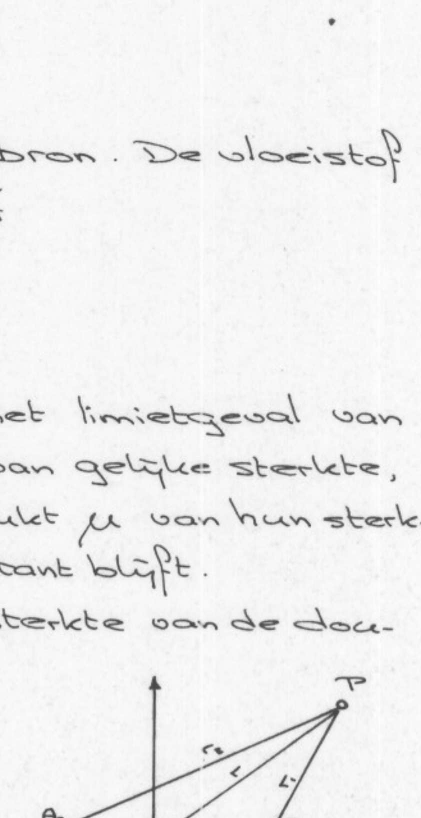
De put is een negatieve bron. De vloeistof verdwijnt hierin met q m^3/s

De doublet

Definitie : De doublet is het limietgeval van een put en een bron van gelijke sterkte, zodanig, dat het produkt μ van hun sterkte en de afstand konstant blijft.

Het produkt μ wordt de sterkte van de doublet genoemd.

De as van de doublet is gericht van put naar bron. In de figuur is S_o



de bron op $(a,0)$ en S_i de put op $(-a,0)$.
Nu geldt voor ϕ als voor de sterkte van de bron $\underline{m}$ nemen :

$$\phi = -m \ln r_1 + m \ln r_2$$
$$= -\frac{m}{2}\left(\ln r_1^2 - \ln r_2^2\right)$$

Voor r_1 en r_2 kunnen we m.b.v. de cosinus-regel schrijven :

$$r_1^2 = r^2 + a^2 - 2ar\cos\theta = r^2\left\{1 + \left(\frac{a}{r}\right)^2 - 2\frac{a}{r}\cos\theta\right\}$$
$$r_2^2 = r^2 + a^2 + 2ar\cos\theta = r^2\left\{1 + \left(\frac{a}{r}\right)^2 + 2\frac{a}{r}\cos\theta\right\}$$

$$\rightarrow \phi = -\frac{m}{2}\left[\ln r^2 + \ln\left\{1 + \left(\frac{a}{n}\right)^2 - 2\frac{a}{r}\cos\theta\right\} - \ln r^2 - \ln\left\{1 + \left(\frac{a}{r}\right)^2 + 2\frac{a}{r}\cos\theta\right\}\right.$$

Gebruiken we de reeksontwikkeling:

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots$$ dan vinden we

$$\phi = 2am\left[\frac{\cos\theta}{r} + \left(\frac{a}{r}\right)^2\frac{\cos\theta}{r} - \frac{a}{r}\frac{\cos\theta}{r} - \frac{4}{3}\left(\frac{a}{r}\right)^2\frac{\cos^3\theta}{r} + \ldots\right]$$

waarin nu $2am = \mu$ = sterkte v.d. doublet
Voor het limietgeval $a \rightarrow 0$ krijgen we:

$$\phi = \frac{\mu\cos\theta}{r}$$

Verder geldt $v_r = -\frac{\partial\phi}{r} = -\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}$ en $v_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\theta} = \frac{\partial\psi}{\partial r}$

$$\rightarrow \frac{\partial\psi}{\partial\theta} = \frac{-\mu\cos\theta}{r} \quad \text{en} \quad \frac{\partial\psi}{\partial r} = \frac{\mu}{r^2}\sin\theta$$

Dit geeft als stroomfunktie :

$$\psi = \frac{-\mu\sin\theta}{r}$$

Uniforme stroming

We beschouwen een uniforme stroming met $u = -U$. Dit geeft d.m.v. integratie $\phi = Ux$; $\psi = Uy$ en in poolcoördinaten:

$$\phi = Ur\cos\theta \qquad \text{en} \qquad \psi = Ur\sin\theta$$

Door samenstelling van een doublet en de uniforme stroming kunnen we nu beschrijven:

De stroming om een cirkelcylinder

Deze stroming kan dus beschreven worden door de volgende potentiaal - en stroomfunktie:

$$\phi = Ur\cos\theta + \frac{\mu\cos\theta}{r} \qquad \text{en} \qquad \psi = Ur\sin\theta - \frac{\mu\sin\theta}{r}$$

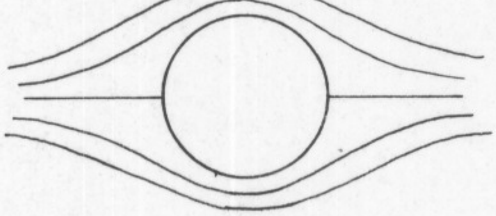
Nu is de voorwaarde op het oppervlak van een lichaam, dat de snelheid $\perp$ op het oppervlak = $v_n = 0$. Voor de cirkel betekent dit dat $v_r = 0 = -\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}$ voor alle θ op $r = b$ (= opp.)

Uitgewerkt geeft dit:

$$v_{r=b} = -\frac{1}{b}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(Ub\sin\theta - \frac{\mu\sin\theta}{b}\right) = -\frac{1}{b}\left\{Ub\cos\theta - \frac{\mu\cos\theta}{b}\right\} =$$

$$= -\frac{\cos\theta}{b}\left(Ub - \frac{\mu}{b}\right)$$

$$\Rightarrow \quad Ub = \frac{\mu}{b} \quad \rightarrow \quad \mu = Ub^2$$



De funkties worden nu dan:

$$\phi = U\left(r + \frac{b^2}{r}\right)\cos\theta$$

$$\psi = U\left(r - \frac{b^2}{r}\right)\sin\theta$$

Deze funkties zijn ook nog in het komplexe vlak te koppelen tot één, namelijk d.m.v.

$$\begin{aligned}
w &= \phi + i\psi \\
&= U\left(r+\frac{b^2}{r}\right)\cos\theta + i.\,U\left(r-\frac{b^2}{r}\right)\sin\theta \\
&= Ur\cos\theta + iUr\sin\theta + \frac{b^2U}{r}\cos\theta - \frac{b^2U}{r}\sin\theta \\
&= U(r\cos\theta + i.r\sin\theta) + \frac{b^2U}{r}(\cos\theta - i\sin\theta) \\
&= U.\,re^{i\theta} + b^2U/re^{i\theta} \\
&= Uz + \frac{b^2U}{z} \\
w &= U\left(z + \frac{b^2}{z}\right)
\end{aligned}$$

Met de nu gevonden weergave van $\underline{w}$ en het op blz. 11 gevonden verband tussen de druk p en de potentiaalfunktie ϕ, kunnen we nu op de volgende wijze de kracht op een cirkelcylinder bepalen

Bepaling krachten op een cirkelcylinder

Voor de cirkelcylinder hebben we gevonden $w = U\left(z+\frac{b^2}{z}\right)$, waarbij $\phi = U\left(r+\frac{b^2}{r}\right)\cos\theta$
In ons geval is U uitgaande v.d. lineaire golf-theorie :

$$U = \omega a e^{kz}\sin(\omega t - kx)$$

Voor een konstante x (neem x=0) en $\omega a e^{kz} = u_0$ geeft dit : $u = u_0 \sin\omega t$

waardoor $\phi = u_0 (r + \frac{b^2}{r}) \cos\theta \sin \omega t$ ..... (a)

Het verband tussen de druk p en ϕ is:

$$\frac{p}{\rho} + gh + \frac{u^2}{2} + \frac{v^2}{2} - \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$$

Wanneer we hierin de termen $\frac{u^2}{2}$ en $\frac{v^2}{2}$ verwaarlozen t.o.v. de andere krijgen we:

$$\frac{p}{\rho} + gh - \frac{\partial\phi}{\partial t} = 0$$

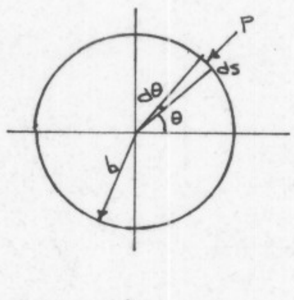
of: $$p = -\rho g h + \rho \frac{\partial \phi}{\partial t}$$ ..... (b)

Uit (a) vinden we:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = u_0 \omega (r + \frac{b^2}{r}) \cos\theta \cos \omega t$$

en dit ingevuld in (b) levert:

$$p = -\rho g h + \rho u_0 \omega (r + \frac{b^2}{r}) \cos\theta \cos\omega t$$



p = druk per eenh. van opp.
Per opp. ($ds \times l$), waarin $ds = b\,d\theta$, hebben we dus een krachtje $dK = p.b\,d\theta$

De horizontale ontbondene hiervan is:

$$dK \cos\theta = pb \cos\theta \, d\theta$$

Geïntegreerd over het opperolak v.d. cirkelcylinder geeft dit:

$$K = \int_0^{2\pi} pb\cos\theta\, d\theta = \int_0^{2\pi} \rho u_0 \omega (b + \frac{b^2}{b})\, b\cos^2\theta \cos\omega t \, d\theta =$$

$$\Rightarrow K = 2 \rho u_0 \omega b^2 \pi \cos \omega t$$

Uitgaande van:

$$F = \rho \frac{\partial u}{\partial t} V \times c_m = \rho u_0 \omega \cos\omega t \,.\, \pi b^2 . c_m$$

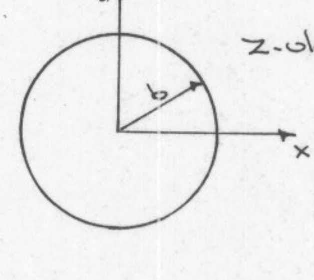
waarin V = volume/m'

krijgen we dus voor $\underline{c_m = \frac{2\pi b^2}{\pi b^2} = 2}$

Voorzover de cirkelcylinder. Om hiernaast ook de konsekwenties van een ellipsvormige dwarsdoorsnede te kunnen overzien, zullen we tevens de krachten t.g.v. de golfbeweging op een ellipsvormige cilinder bepalen

Bepaling v.d. krachten op een ellipsvormige cylinder.

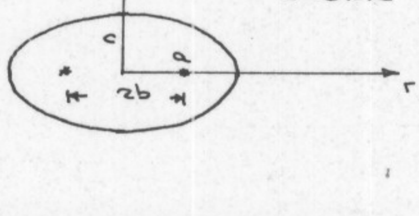
We hebben totnogtoe gerekend in het komplexe z-vlak [$z = x + iy$], waarbij we als vergelijking voor de cirkelvormige doorsnede van de cylinder hadden



$z = be^{i\theta} = b\cos\theta + i\,b\sin\theta$

en de komplexe potentiaal $w = U\left(z + \frac{b^2}{z}\right)$

We willen dit nu transformeren naar een komplex t-vlak d.m.v. een zodanige transformatie, dat de ellips



$t = a\cos\theta + i\,c\sin\theta$

ontstaat. De mee getransformeerde potentiaalfunktie zal dan voor de ellips bekend zijn.
De transformatie, die we toepassen, is:

$$t = F(z) = z + \frac{a^2-c^2}{4z}$$ [In de hydrodynamica staat deze bekend als de transformatie van Joukowski]

De inverse hiervan is:

$$z = G(t) = \tfrac{1}{2}\left(t + \sqrt{t^2-a^2+c^2}\right)$$ met als voorw. $b^2 = a^2 - c^2$
$2b = a + c$

Met behulp van deze transformatie $\omega = U(z + \frac{b^2}{z})$ over in:

$$\omega = U\left[\tfrac{1}{2}\left(t+\sqrt{t^2-a^2+c^2}\right) + \frac{(a+c)^2}{4\times\frac{1}{2}\left(t+\sqrt{t^2-a^2+c^2}\right)}\right]$$

$$= \frac{U}{2}\left[t+\sqrt{t^2-a^2+c^2} + \frac{(a+c)\left(t-\sqrt{t^2-a^2+c^2}\right)}{(a-c)}\right]$$

Deze uitdrukking voor de potentiaal in het rechthoekige koördinatenstelsel is niet zo handig, daar hij moeilijk te scheiden is een reëel deel ϕ en een imaginair deel ψ

Het is daarom beter de potentiaal uittedrukken in elliptische koördinaten en wel zo, dat één v.d. koördinaten-kurven de omtrek van de ellips voorstelt.
Een elliptisch koördinaatsysteem bestaat uit confocale ellipsen (met als brandpuntsafstand 2b) en — als orthogonalen — confocale hyperbolen.

Een dergelijk systeem krijgen we nu m.b.v.

$\varphi = \xi + i\eta$ .... (3)

$t = F(\varphi) = b\cosh\varphi$ .... (4) , waarbij ξ = konst. → ellipsen
η = " → hyperbolen

Uit (3) en (4) volgt:

$$t = b\cosh(\xi + i\eta)$$
$$= b[\cosh\xi\cosh i\eta + \sinh\xi\sinh i\eta]$$
$$= b[\cosh\xi\cos\eta + i.\sinh\xi\sin\eta] \quad \ldots (5)$$

Dit is nu de weergave van confocale ellipsen en hyperbolen, hetgeen op de volgende manier te zien is [uit (5)]:

$$r = b\cosh\xi\cos\eta$$
$$s = b\sinh\xi\sin\eta$$

Bij eliminatie van η:

$$\frac{r^2}{b^2\cosh^2\xi} + \frac{s^2}{b^2\sinh^2\xi} = 1 \quad \ldots \text{ellipsen}$$

Bij eliminatie van ξ:

$$\frac{r^2}{b^2\cos^2\eta} - \frac{s^2}{b^2\sin^2\eta} = 1 \quad \ldots \text{hyperbolen}$$

We nemen nu een zodanige waarde ξ_0 voor ξ, dat we de ellips krijgen met als $\frac{1}{2}$-lange as $\underline{a}$ en als $\frac{1}{2}$-korte as $\underline{c}$

$$\rightarrow \left.\begin{array}{l} a = b\cosh\xi_0 \\ c = b\sinh\xi_0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} a+c = b(\cosh\xi_0 + \sinh\xi_0) = be^{\xi_0} \\ a-c = be^{-\xi_0} \end{array}$$

Verder kunnen we m.b.v.

$$t = b^2\cosh^2\varphi \rightarrow t^2 - b^2 = t^2 - a^2 + c^2 =$$
$$= b^2(\cosh^2\varphi - 1) = b^2\sinh^2\varphi$$

vinden $\sqrt{t^2-a^2+c^2} = b \sinh \rho$

$$t+\sqrt{t^2-a^2+c^2} = b(\cosh\rho+\sinh\rho) = be^{\rho}$$
$$t-\sqrt{t^2-a^2+c^2} = be^{-\rho}$$

M.b.v. deze betrekkingen krijgen we:

$$w = Ube^{\xi_0}\left[\frac{e^{\rho-\xi_0}+e^{-(\rho-\xi_0)}}{2}\right] = U(a+c)\cosh(\rho-\xi_0)$$

Daar $\rho = \xi + i\eta$ kunnen we $\underline{w}$ nu splitsen in een reëel $[\phi]$ en een imaginair deel $[\psi]$, waardoor het mogelijk wordt $\frac{\partial\phi}{\partial t}$ te bepalen.

$$\begin{aligned} w &= U(a+c)\cosh\{(\xi-\xi_0)+i\eta\} \\ &= U(a+c)\{\cosh(\xi-\xi_0)\cosh i\eta + \sinh(\xi-\xi_0)\sinh i\eta\} \\ &= U(a+c)\{\cosh(\xi-\xi_0)\cos\eta + i\sinh(\xi-\xi_0)\sin\eta\} \end{aligned}$$

$$\rightarrow \quad \phi = U(a+c)\cosh(\xi-\xi_0)\cos\eta$$
$$\psi = U(a+c)\sinh(\xi-\xi_0)\sin\eta$$

Daar we in verband met de drukverdeling over de omtrek v.d. ellips alleen belang stellen in $\xi = \xi_0$ geeft dit

$$\phi = U(a+c)\cos\eta$$

<u>Bepaling drukkrachten</u>

We hadden reeds op blz. 17 gevonden
$$p = \rho\frac{\partial\phi}{\partial t} - \rho g h$$

Beschouwen we weer alleen de extra druk

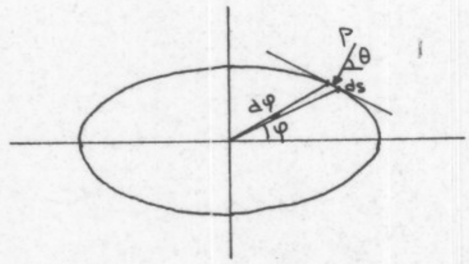
(afgezien van de term $-\rho g h$), dan rest ons

$$p = \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad \text{, waarin } p = \text{druk per eenh. van opp.}$$

Per opp. $(ds \times 1)$ $\rightarrow dp = p . ds$

Hierin is:

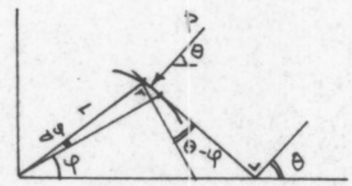
$$ds = \frac{r\, d\varphi}{\cos(\theta - \varphi)}$$



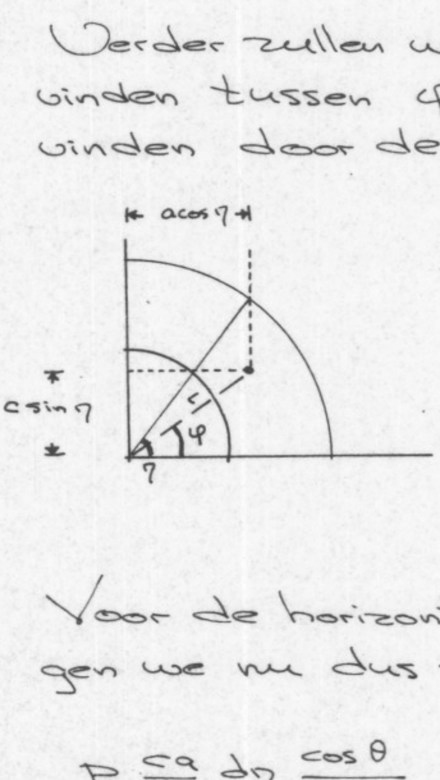
$$\rightarrow dp = p \frac{r\, d\varphi}{\cos(\theta - \varphi)}$$

De horizontale ontbondene is:

$$dp \cos\theta = p\, r\, d\varphi . \frac{\cos\theta}{\cos(\theta - \varphi)}$$



Verder zullen we nog het verband moeten vinden tussen φ en η, hetgeen we kunnen vinden door de opbouw van de ellips te beschouwen.



$$t = a \cos\eta + i c \sin\eta$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{c \sin\eta}{a \cos\eta} = \frac{c}{a} \operatorname{tg}\eta$$

$$\rightarrow \frac{1}{\cos^2\varphi}\, d\varphi = \frac{c}{a} \frac{a^2 \cos^2\eta}{r^2 \cos^2\eta}\, d\eta$$

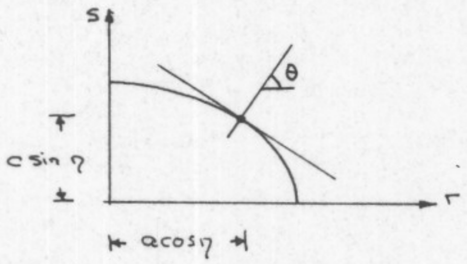
$$d\varphi = \frac{ca}{r^2}\, d\eta$$

Voor de horizontale druk per opp. $(ds \times 1)$ krijgen we nu dus:

$$p \frac{ca}{r}\, d\eta \frac{\cos\theta}{\cos(\theta-\varphi)} = p . \frac{ca}{cr}\, d\eta \frac{\cos\theta}{\cos\theta\cos\varphi + \sin\varphi\sin\theta}$$

$$= p \frac{ca}{r}\, d\eta \frac{1}{\cos\varphi + \sin\varphi \operatorname{tg}\theta} \qquad \text{......(6)}$$

Nu moet nog het verband tussen θ en η bepalen.



Vergelijking ellips: $\frac{r^2}{a^2} + \frac{s^2}{c^2} = 1$

$$\frac{2r}{a^2} + \frac{2s}{c^2}\frac{ds}{dr} = 0$$

$$\rightarrow \frac{ds}{dr} = -\frac{c^2}{a^2}\frac{r}{s}$$

De richting v.e. lijn loodrecht op de raaklijn in (r_1, s_1) is dan:

$$-\frac{1}{\left[{}^{ds}/_{dr}\right]_{r_1 s_1}} = \frac{a^2}{c^2}\frac{s_1}{r_1} = \frac{a^2}{c^2}\frac{c\sin\eta}{a\cos\eta} = \frac{a}{c}\,\mathrm{tg}\,\eta = \mathrm{tg}\,\theta$$

M.b.v. hiervan volgt nu uit (6):

$$dp = p\cdot\frac{ca}{r}\,d\eta\,\frac{1}{\frac{a\cos\eta}{r} + \frac{c\sin\eta}{r}\cdot\frac{a}{c}\cdot\frac{\sin\eta}{\cos\eta}} =$$

$$= p\,\frac{ca}{r}\,d\eta\,\frac{\cos\eta}{\frac{a}{r}\cos^2\eta + \frac{a}{r}\sin^2\eta} = p\cdot c\cdot\cos\eta\,d\eta$$

Geïntegreerd over het oppervlak geeft dit:

$$F = \int_0^{2\pi} pc\cos\eta\,d\eta = \int_0^{2\pi}\rho\frac{\partial u}{\partial t}(a+c)c\cos^2\eta\,d\eta =$$

$$= \int_0^{2\pi}\rho u_0\omega\cos\omega t\;c(a+c)\cos^2\eta\,d\eta =$$

$$F = \rho u_0\omega\cos\omega t\cdot c(a+c)\cdot\pi$$

Uitgaande van $F = \rho\frac{\partial u}{\partial t}\cdot V\cdot c_m =$
$= \rho u_0\omega\cos\omega t\cdot\pi ac\cdot c_m$

krijgen we:

$$c_m = \frac{c(a+c)}{ac} = 1 + \frac{c}{a}$$

Tot slot van dit onderzoek naar de golfkrachten zullen we aan de hand van een getallenvoorbeeld een indruk trachten te krijgen van golfkrachten als funktie van de diepte en van de vorm van de dwarsdoorsnede [bij gegeven waarden van H, T en L]. Wat betreft de dwarsdoorsnede zullen we onderstaande twee onderzoeken:

Gegevens : $H = 25$ m. $\quad C_{m\,cirkel} = 2$

$L = 300$ m $\quad C_{m\,ellips} = 1{,}4$ (hor.)

$T = 14$ s. $\quad = 3{,}5$ (vert.)

Diam. = 14 m.

$$F_I = \rho V \frac{\partial u}{\partial t} \cdot C_m \quad , \quad u = a\omega . e^{kz} \cos(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -a\omega^2 e^{kz} \sin(kx - \omega t)$$

De max. F_I treedt op voor $\sin(\;) = 1$

$$\rightarrow \quad F_I = \rho V . a\omega^2 e^{kz} . C_m$$

<u>Cirkel</u>

Krachten in hor. en vert. richting zijn hier gelijk en wel:

$$F = 10^3 \left(\tfrac{1}{4}\pi . 14^2\right) . 2 . 12{,}5 . \frac{4\pi^2}{196} e^{\frac{2\pi}{300} z}$$

$$= 780 . 10^3 e^{2\pi z/300}$$

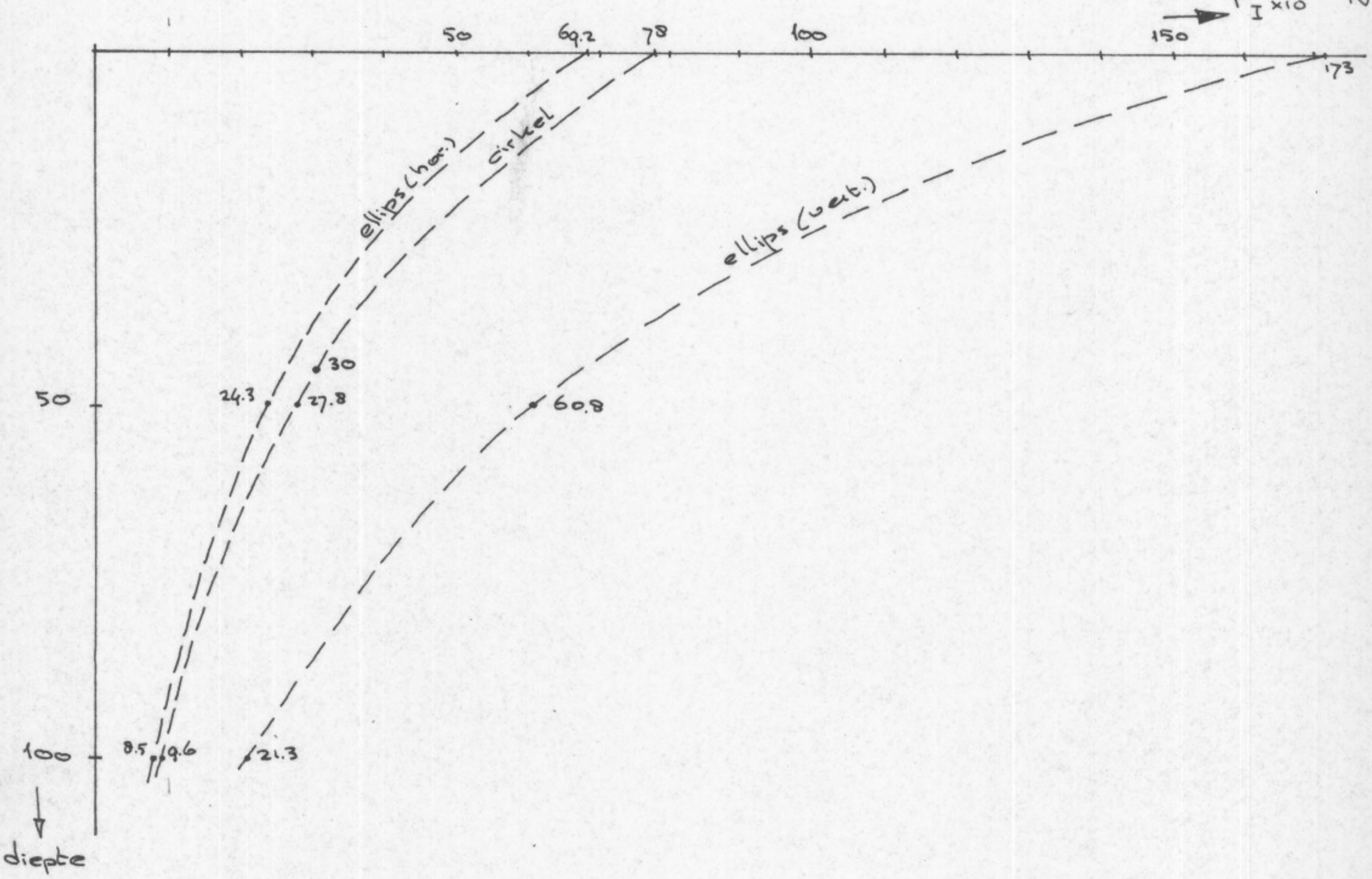
$$= \underline{\underline{78 . e^{\frac{2\pi}{300} z} \times 10^4 \text{ N/m}'}}$$

<u>Ellips</u>

In hor. richting: $F_I = 69.2 \; e^{\frac{2\pi}{300} z} \times 10^4 \text{ N/m}'$

In vert. richting: $F_I = 173 \; e^{\frac{2\pi}{300} z} \times 10^4 \text{ N/m}'$

Deze krachten uitgezet tegen de diepte geeft ons dan onderstaande grafiek :



Op grond van deze berekening en die op blz. mogen we wel konkluderen, dat we voor het verdere verloop van het onderzoek de drag force wel kunnen verwaarlozen t.o.v. de inertia force (max. ~ 10 %)

N.B. Een aanname, welke stilzwijgend in de afleiding is gedaan, is dat de orbitaalsnelheid konstant is over het oppervlak v.h. objekt. Dit kunnen we doen zolang het object maar niet groter is dan 10-15 % v.d. golflengte [m.a.w. klein t.o.v. de orbitaalbeweging]

Voor ons geval met Diam. ~14 m. is de aanname dus juist voor golflengten groter dan 100-150 m en daar we voornamelijk met deze golflengten werken, kunnen we van een redelijke aanname spreken [bij golflengten kleiner dan 100 m. is tevens de invloed van de golfbeweging t.p.v. de tunnel nog maar byzonder klein]

LITERATUURLIJST

[1] OTAR jaargang '57 - dec.
[2] The Docks and Harbour Authority - jan. '71
[3] Submarine bridge - Alan Grant & Partners
[4] Admiralty Tide tables - Volume 1 - 1971
[5] Cahiers oceanographique 1966 - suppl.
[6] " " " 1969 - no 5
[7] " " " 1961 - no 2
[8] The worlds great bridges - H.S. Smith
[9] California undersea aquaduct
Prereconnaissance study
[10] Sintef - rapport
voor Norges Teknisk-Naturvitenskapelige Forskningsråd
[11] Undersea technology - juni 1970
[12] Kollegediktaat dichtheidsstromen - Prof. Schönfeld
[13] Ocean wave statistics - Hogben & Lumb
[14] Surface and sub-surface
watermovements in the Strait of Gibraltar
[15] Notes on the internal tide and short-
periodic secondary oscillations in
The Strait of Gibraltar - H.G. Gade & Eriksen
[16] Handbook of fluïd dynamics Streeter
[17] Fluïd mechanics Streeter
[18] Grenzschichtforschung H. Görtler
[19] Elementaire stromingsleer A en B Dobbinga
[20] Technische stromingsleer v.d. Putte
[21] Separation of flow Chang
[22] Hydrodynamics in Theory and
Application Robertson

[23] Stromungsmechanik — Truckenbrodt
[24] Modern developments in fluid dynamics (I en II) — Goldstein
[25] Estuary and coastline Hydrodynamics — Ippen
[26] Hydrodynamics — Lamb
[27] Rapport No S 118 Informaties toegevoegde massa — Breusers
[28] Diktaten kustwaterbouwkunde
[29] Complex Variabels — Spiegel

Bijlage betr. korrosie v.d. ankerkabels

Algemeen

De korrosie van stalen kabels is een elektrochemisch proces. Hierbij is essentieel, dat ten eerste het metaal kontakt heeft met een vloeistof, die in staat is elektrische stroom te geleiden (een elektrolyt). In ons geval doet het zeewater als zodanig dienst. Ten tweede, dat op het metaalopperolak plaatsen of zones zijn van verschillende potentiaal ten opzichte van die elektrolyt

Deze potentiaalverschillen tussen twee punten van een metaal kunnen o.a. op de twee volgende manieren verkregen worden:

1. t.g.v. materiaalspanningen

   Deze spanningen hebben tot gevolg, dat er spanningskoncentraties ontstaan op de grensvlakken van de kristallen. Zodoende zal er een potentiaalverschil kunnen ontstaan tussen het kristal zelf (kathode) en de grens (anode). Door het korroderen nu van de kristalgrens ontstaan er kleine scheurtjes tussen de kristallen, welke breuk tot gevolg kunnen hebben.

2. t.g.v. verschillen in de samenstelling van het waterig milieu.

Zo geven verschillen in zoutkoncentraties aanleiding tot een verschil in de potentiaalverschillen t.o.v. het water.

Naast deze twee anodische gevallen van korrosie is er ook nog een kathodisch geval ("hydrogen embrittlement"), welke een belangrijke rol kan spelen. Zelfs wordt het momenteel zeer wel mogelijk geacht, dat enkele van de anodische gevallen van spanningskorrosie in feite kunnen worden toegeschreven aan deze zg. waterstofbroosheid.

Waterstofbroosheid kan in feite ter plaatse van iedere kathode optreden. Het komt neer op het indringen van H^+-ionen, welke in dislokaties in het staal zich weer herenigen tot H-atomen. Hierbij kunnen zulke grote drukken worden opgewekt, dat het staal, dat reeds onder hoge trekspanning staat t.g.v. het voorspannen, bros breekt.

<u>Speciale voorzorgsmaatregelen</u> en oppervlakbehandelingen om de voorgespannen kabel tegen korrosie te beschermen.

In de eerste plaats dient er natuurlijk te allen tijde voor gezorgd te worden, dat de kabel van een bijzonder goede kwaliteit is.

Aangezien staal gemakkelijk door verschillende korrosieve invloeden (ook bijv. in aanraking met de lucht) kan worden aangevallen, is het wenselijk het een volledige bescherming te geven tijdens alle uitvoeringsfasen.

Dit zou bijv. op de volgende manieren kunnen gebeuren:

1. metallische deklaag (bijv. zink)

Dit is een anodische bescherming, welke als voordelen heeft, dat hij bij voldoende dikte een goede bescherming vormt voor de kabel en dat een relatief goede binding tussen Fe en Zn mogelijk is.

De nadelen zijn daarentegen, dat het produceren van een Zn-coating van voldoende dikte belangrijk hoge kosten met zich meebrengt, terwijl tevens bij kleine beschadigingen het gevaar van optreden van waterstofbrosheid ontstaat.

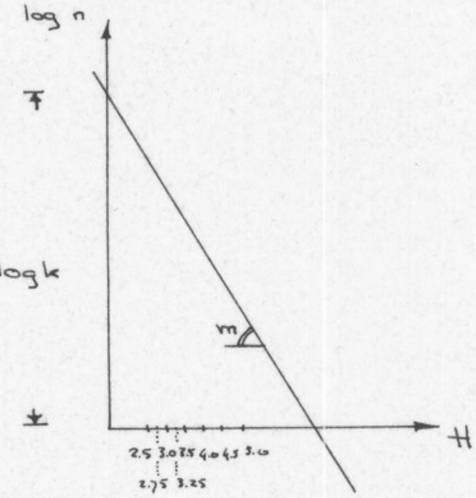
3. voorgespannen kabel voorzien van een coating op plastic basis.

Onderzoek heeft geleerd, dat van de verschillende plastics epoxyhars het meest geschikt is als coating, zowel technisch als ekonomisch gezien. Het grote probleem bij deze coatings is : Hoe de beschermende coating onberispelijk toetepassen op een produkt, als deze ankerkabels, welke toch in vrij grote lengten en hoeveelheden gemaakt moeten worden en te verzekeren, dat de coating onbeschadigd zal blijven gedurende het transport en de verschillende uitvoeringsfasen.

Op het ogenblik is er echter nog weinig bekend omtrent de techniek v.h. toepassen van deze coatings en de kosten, die een en ander met zich meebrengt. De anti-korrosieve werking van de epoxyharsen berust op de ondoorlatendheid van zulke coatings voor wat betreft agressieve stoffen. Bedenk bij toepassing ervan wel, dat een niet perfekt beschermende coating soms zelfs eerder korrosie toestaat, dan wanneer er in het geheel geen coating zou zijn.

Bijlage betr. Golfhoogten
(zie tevens [5])

In de gebieden 11 en 12 zijn resp. 73133 en 21013 waarnemingen gedaan. Wanneer we deze waarnemingen nu indelen naar golfhoogte (verdeeld met stapgrootte = 0,50 m., dus 2.25 – 2.75 ; 2.75 – 3.25 ; 3.25 – 3.75 enz) en dan in een grafiek de gemiddelde golfhoogte van iedere stap (2.50, 3.00, 3.50 enz) uitzetten tegen de logarithme van het aantal waargenomen golven met de betreffende hoogte, dan krijgen we een grafiek als hiernaast getekend, waarbij de rechte wordt weergegeven door de vergelijking:



$$\log n = mH + \log k$$

Hierin is m = helling v.d. rechte
$\log k$ = lengte v.d. oorsprong tot snypunt v.d. rechte en de Y-as.

Van belang voor ons is nu verder het aantal golfhoogten N_i, dat groter is dan een gegeven waarde H_i.

Uitgaande van $n = 10^{mH + \log k}$ geeft dit

$$N_i = \int_{H_i}^{\infty} 10^{mH + \log k} \, dH$$

In hetzelfde diagram uitgezet [nu H tegen log N] geeft dit een rechte parallel aan de rechte $\log n = mH + \log k$. Het snypunt hiervan met de Y-as is $(0, \log K)$

De grootte van de diverse grootheden in de gebieden 11 en 12 bedragen :

	11	12
$-m$	0.345	0.398
$\log k$	4.580	4.141
$\log K$	4.983	4.480

Wanneer we nu definieren:

P_i = percentage v.d. golven met een hoogte $\geq H_i = \dfrac{N_i \times 100}{T}$

waarin T = aantal waarnemingen in een zone

en P_i = de waarschijnlijkheid v.d. waarneming $\geq H_i$ bij 2920 waarnemingen per jaar [1 x per 3 uur]

$= \dfrac{p_i \times 2920}{100}$

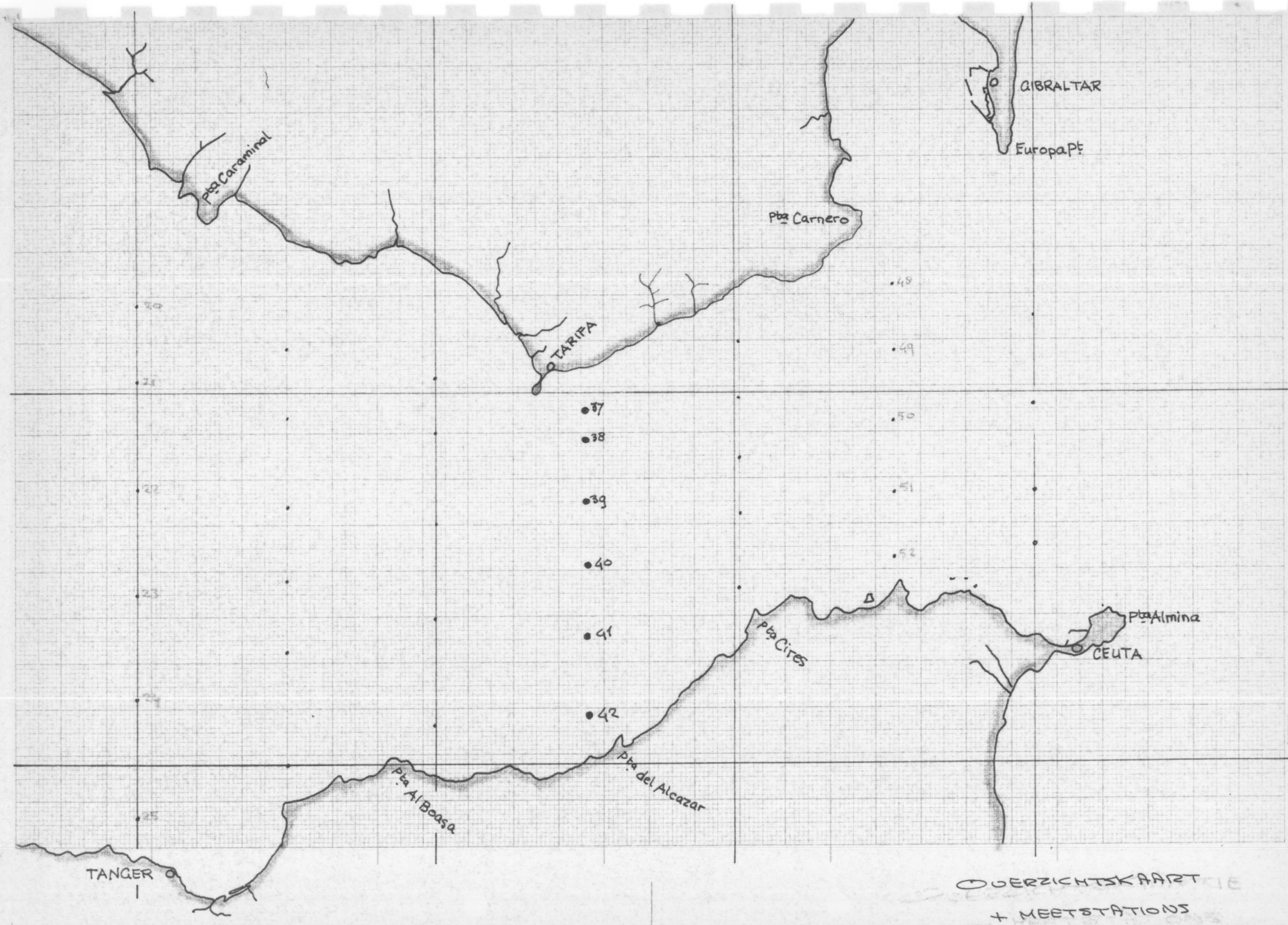
krijgen we $P_i = \dfrac{N_i \times 2920}{T}$

òf $\log P_i = \log N_i + \log \dfrac{2920}{T}$

Door een verschuiving van het assenkruis kunnen we het $(H, \log N)$-diagram vrij eenvoudig omzetten in een $(H, \log P)$-diagram.

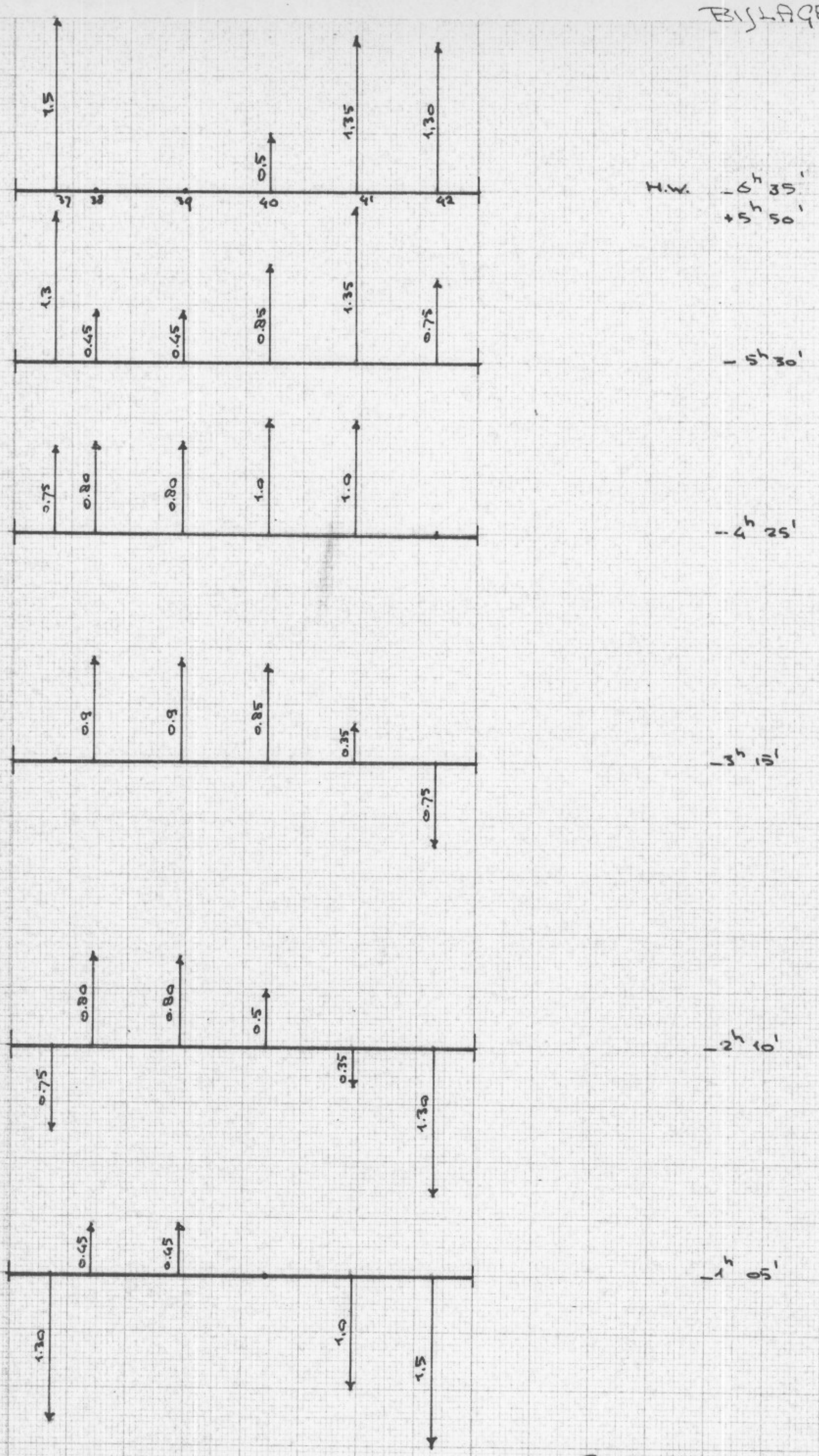
Met behulp van dit diagram kunnen we dan de golfhoogten bepalen bij bijv. $P = 0.1 - 0.01$ enz. ($H_{0.05}$ in de tabel op blz.)

BIJLAGE III



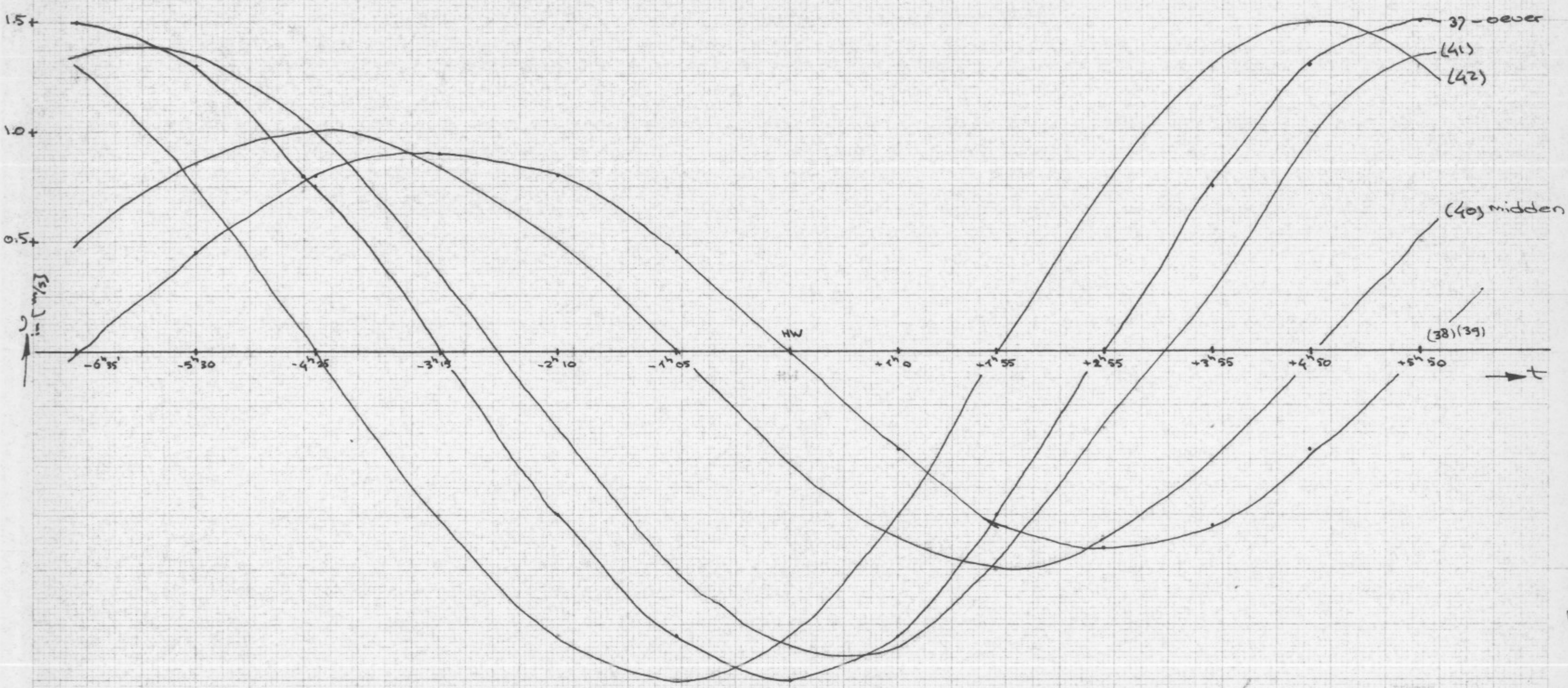
○ OVERZICHTSKAART
+ MEETSTATIONS

BIJLAGE IV



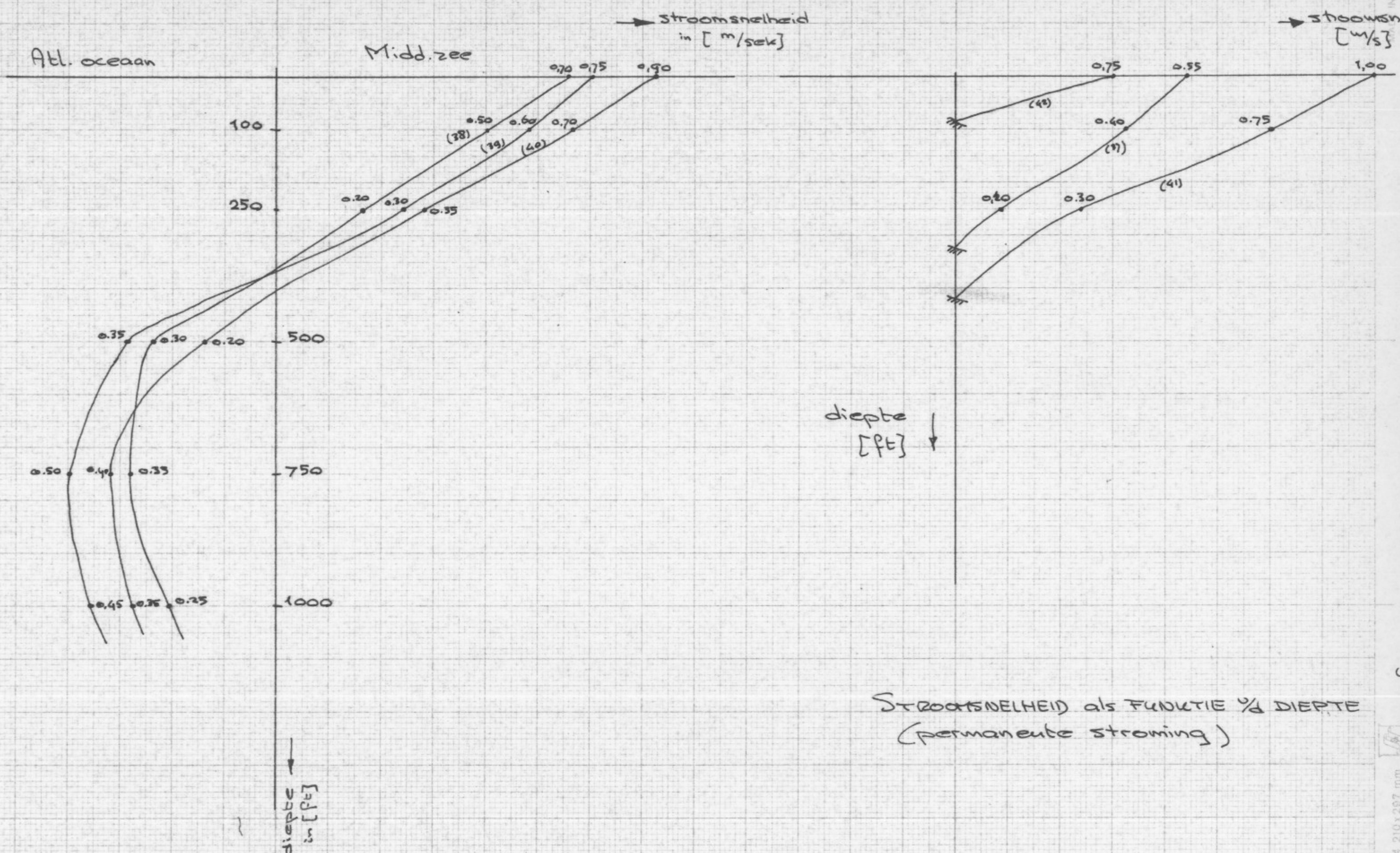
SNELHEDEN IN DE DRSN. V/D
STRAAT V. GIBRALTAR
(op bepaalde tijdstippen)

BIJLAGE V



STROOMSNELHEDEN TGV GETIJ
(t.p.v. meridiaan v. Tarifa)

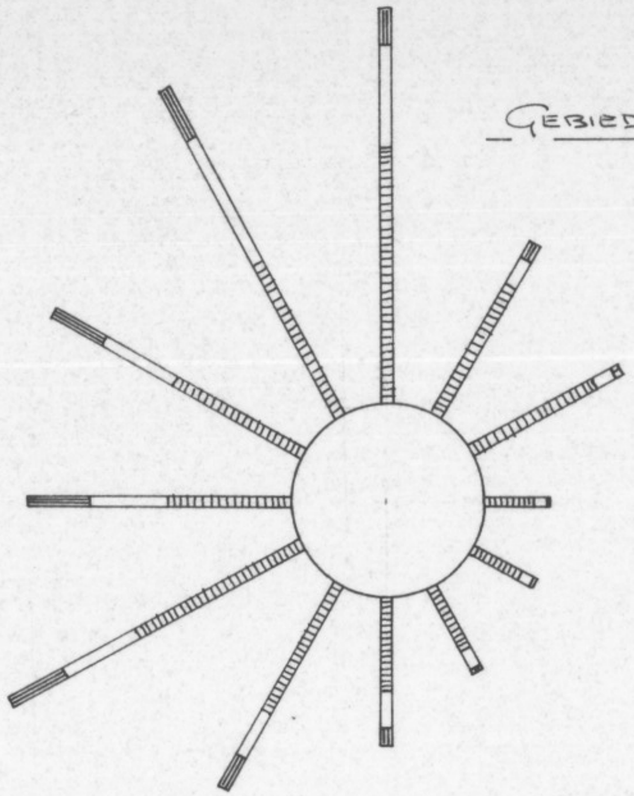
BIJLAGE VI



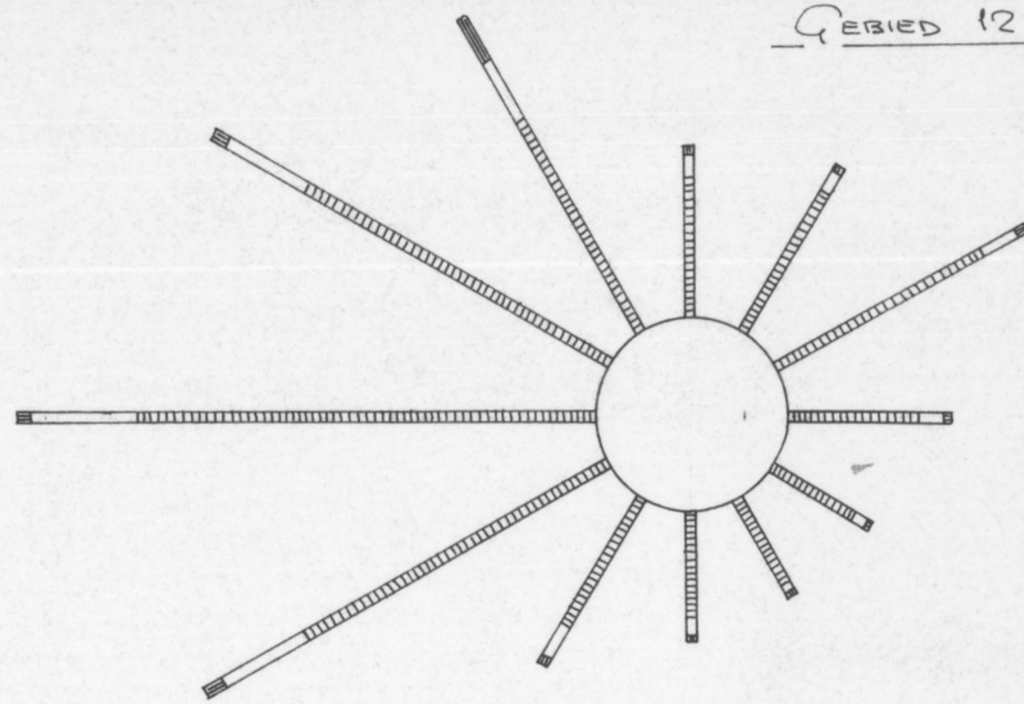
STROOMSNELHEID als FUNKTIE v/d DIEPTE
(permanente stroming)

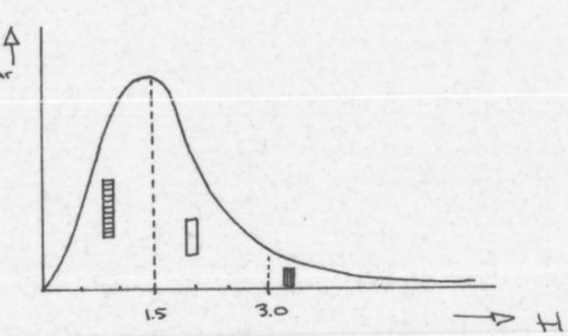
BIJLAGE VII

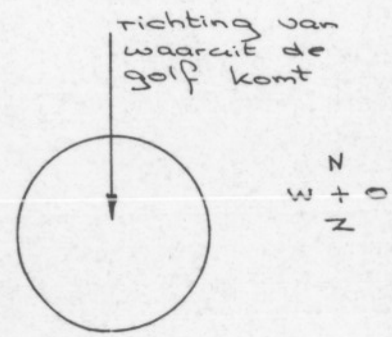
GEBIED 11



GEBIED 12



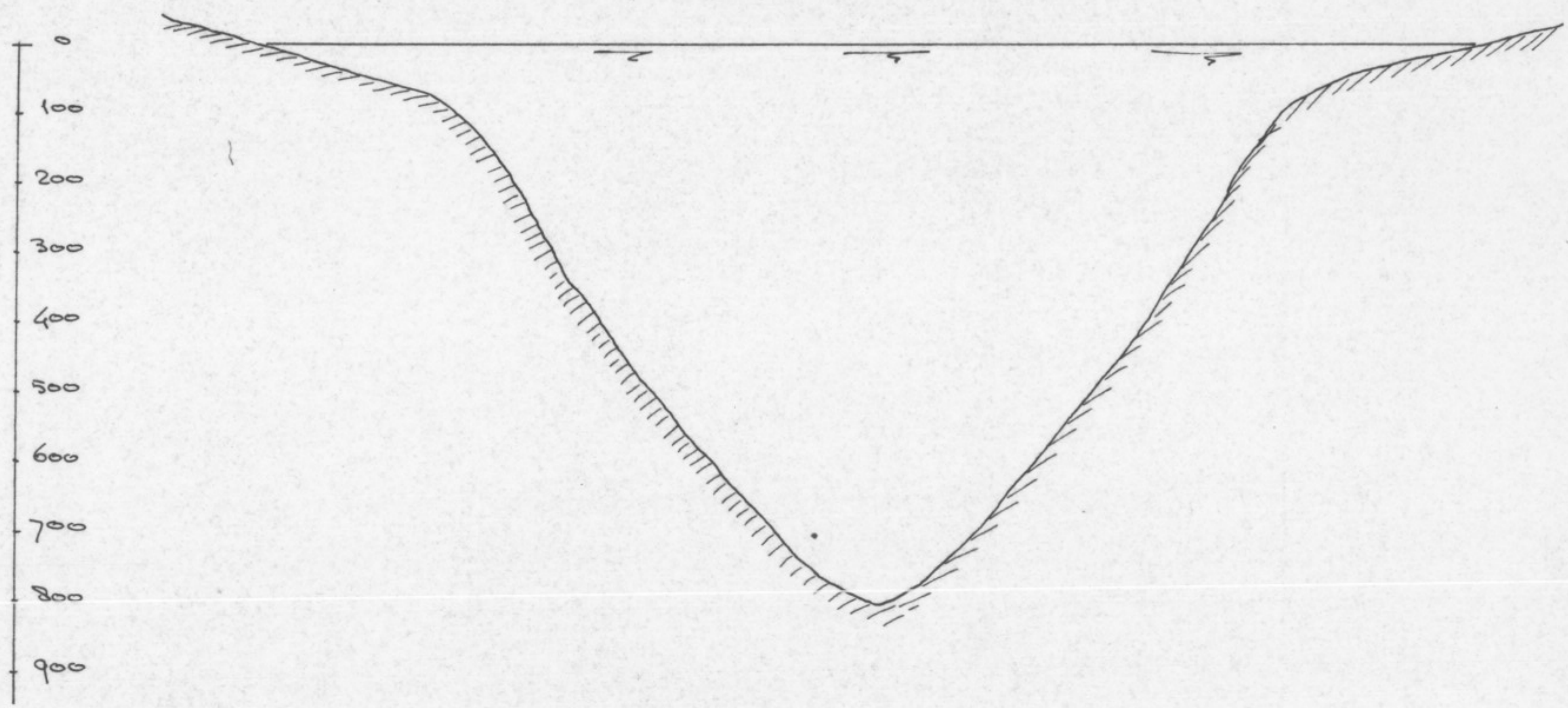




VERDELING V/D GOLVEN NAAR DE RICHTING VAN WAARUIT ZE AFKOMSTIG ZIJN

BIJLAGE VIII

Lengteschaal 1cm ≙ 1km
hoogteschaal 1cm ≙ 100m



DWARSPROFIEL STRAAT VAN GIBRALTAR
(ongeveer t.p.v. de meridiaan van Tarifa)