

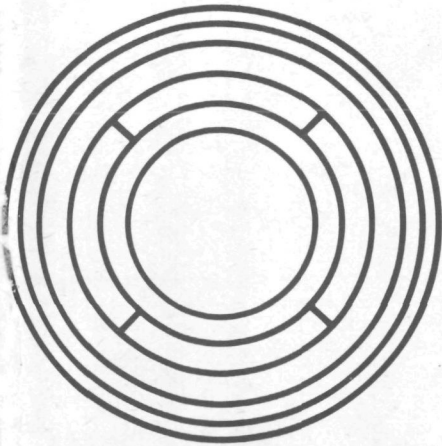
THEORIE EN PRAKTIJK VAN DE
ABSOLUTE MEMBRAANDRUKVERSCHILMETER

VERBODEN



C10045
07388

P1599
5167



1378
515
5

B
P

J Delft



C 450738

THEORIE EN PRAKTIJK VAN DE ABSOLUTE MEMBRAANDRUKVERSCHILMETER

Proefschrift ter verkrijging
van de graad van doctor in de
technische wetenschappen
aan de Technische Hogeschool Delft,
op gezag van de rector magnificus
prof. dr. ir. F.J. Kievits,
voor een commissie aangewezen
door het college van dekanen
te verdedigen op
woensdag 3 oktober 1979
te 14.00 uur door

Willem Christiaan Heerens
natuurkundig ingenieur
geboren te 's-Gravenhage



Dit proefschrift is goedgekeurd door de promotor
prof. dr. J. Kistemaker
en de copromotor
prof. dr. ir. W.T. Koiter

Aan mijn ouders

Aan Elly
Sonja
Ronald

INHOUDSOPGAVE

GOEDKEURING PROMOTOR EN COPROMOTOR.	4
OPDRACHT.	5
INHOUDSOPGAVE.	7
LIJST VAN SYMBOLEN.	9
LIJST VAN FIGUREN.	13
LIJST VAN TABELLEN.	14
HOOFDSTUK I.	
INLEIDING.	
SAMENVATTING. SUMMARY.	15
I. a. PROBLEEMSTELLING.	17
HOOFDSTUK II.	
BESCHOUWINGEN VAN RESULTATEN EN PUBLIKATIES VAN ANDEREN.	
SAMENVATTING. SUMMARY.	19
II. a. PRIMAIRE KWALITEITSEISEN TE STELLEN AAN EEN REFERENTIE- STANDAARDMEETINSTRUMENT.	21
II. b. GLOBAAL ORGANISATIESCHEMA BIJ HET GEBRUIK VAN STANDAARDS EN DE STAND VAN ZAKEN OP HET GEBIED VAN DRUKSTANDAARDS VOOR LAGE DRUKKEN.	23
II. c. ONTWERPEN VAN MEMBRAANDRUKVERSCHILMETERS VAN ANDERE ONDER- ZOEKERS OP NIET-CAPACITIEVE BASIS.	24
II. d. DOOR ANDEREN ONTWERPEN CAPACITIEVE MEMBRAANVACUUMMETERS KRITISCH BEZIEN.	25
II. e. KRITISCH ONDERZOEK AAN MEMBRAANVACUUMMETERS DOOR ANDEREN VERRICHT.	33
HOOFDSTUK III.	
BUIGINGSPROFIELEN VAN GESPANNEN CIRKELVORMIG INGEKLEMDE STIJVE PLATEN ONDER ROTATIESYMMETRISCHE BELASTINGEN.	
SAMENVATTING. SUMMARY.	35
III. a. OPLOSSING VOOR HET UITWIJKINGSPROFIEL VAN EEN CIRKELVORMIG INGEKLEMDE ALZIJDIG GESPANNEN STIJVE PLAAT ONDER UNIFORME BELASTING.	37
III. b. HET UITWIJKINGSPROFIEL INDIEN DE BELASTING IN RADIALE RICH- TING DE VORM VAN EEN STAPFUNCTIE HEEFT.	41
III. c. DE ONGESPANNEN STIJVE PLAAT EN HET IDEEAAL MEMBRAAN ALS LIMIETEN VAN DE ALGEMENE OPLOSSING.	45
HOOFDSTUK IV.	
POTENTIAAL-, KRACHTENVELD- EN CAPACITEITSBEPALINGEN IN CIRKEL-CILIN- DRISCHE RUIMTEN MET RECHTHOEKIGE DOORSNEDEN.	
SAMENVATTING. SUMMARY.	47
IV. a. DE CAPACITIEVE DRUKVERSCHILSENSOR GEZIEN ALS POTENTIAAL- RUIMTE EN CONDENSATORSYSTEEM.	49
IV. b. HET POTENTIAALVELD IN RECHTE CIRKELCILINDERS MET ROTATIE- SYMMETRISCHE POTENTIAALBELEGGINGEN OP DE WANDEN.	51
IV. c. DE OPPERVLAKTELADINGSDICHTHEID, KRACHTENVELDEN EN CAPACI- TEITSBEREKENINGEN.	56
IV. d. CAPACITEITSFORMULES BIJ GROTE ARGUMENTEN IN DE BESSELFUNC- TIES.	59
IV. e. PRAKTISCHE FORMULES VOOR HET IN REKENING BRENGEN VAN SPLEET- INVLOEDEN.	61

IV.f.	METHODE VOOR BEPALING VAN DE EFFECTIEVE STRALEN VAN CIRKEL- VORMIGE DOOR SPLETEN BEGRENSEDE PLAATELEKTRODES.	63
IV.g.	PRAKTISCHE CAPACITEITSFORMULES BIJ SCHEEFSTAND VAN EN ZADEL- VORMING IN EEN VAN DE ELEKTRODEOPPERSVLAKKEN VAN DE CIRKEL- VORMIGE IDEALE PLAATCONDENSATOR.	65
HOOFDSTUK V.		
HOOFDPUNTEN BIJ HET ONTWERPEN VAN EEN ABSOLUTE MEMBRAANDRUKVERSCHILMETER. SAMENVATTING. SUMMARY.		
V.a.	HET PRINCIPE VAN DE ABSOLUTE MEMBRAANDRUKVERSCHILMETER.	67
V.b.	HET INSTELCRITERIUM BIJ PRAKTISCHE REALISATIE.	69
V.c.	DE ELEKTRISCHE TERUGTREKMOGELIJKHEID, VOORZIEN VAN COMPEN- SATIE VOOR ELEKTRODEAFSTANDSVERANDERINGEN, RESULTEREND IN DE METERCONSTANTE VOOR HET KWADRATISCHE TYPE.	70
V.d.	DE GELINEARISEERDE ABSOLUTE MEMBRAANDRUKVERSCHILMETER.	72
V.e.	DE EISEN DIE GESTELD MOETEN WORDEN BIJ DE CAPACITIEVE METINGEN.	74
V.f.	EISEN, WELKE GESTELD MOETEN WORDEN AAN DE MECHANISCHE CONSTRUC- TIE.	75
V.g.	INVLOEDEN VAN CONTACTPOTENTIALEN TUSSEN MEMBRAAN EN ELEKTRODES EN ELIMINATIE VAN DEZE EFFECTEN UIT DE METERCONSTANTES VAN KWADRATISCH EN LINEAIR TYPE.	77
V.h.	INVLOEDEN VAN VERANDERINGEN IN HET DIELEKTRICUM TUSSEN MEM- BRAAN EN ELEKTRODES.	78
HOOFDSTUK VI.		
PRAKTISCH ONDERZOEK AAN PROTOTYPES VAN MEMBRAANDRUKVERSCHILMETERS. SAMENVATTING. SUMMARY.		
VI.a.	EVALUATIE VAN PROTOTYPES NAAR AANLEIDING VAN EXPERIMENTELE RESULTATEN.	80
VI.b.	PRAKTISCH ONDERZOEK AAN EEN CAPACITIEVE MEMBRAANDRUKVERSCHIL- METER VAN DE TWEDE GENERATIE.	81
VI.c.	DE OPBOUW VAN DE EXPERIMENTELE OPSTELLING VOOR ONDERZOEK AAN DE TWEDE GENERATIE PROTOTYPES.	85
VI.d.	DE INSTELLING VAN DE MEMBRAAN-ELEKTRODEDRAGERAFSTAND, DE SCHEEFSTANDSCOMPENSATIE EN HET ZADELVORMINGSONDERZOEK BIJ DE TWEDE GENERATIE MEMBRAANDRUKVERSCHILMETERS.	90
VI.e.	STABILITEITSONDERZOEK BIJ DE MEMBRAANDRUKVERSCHILMETER VAN DE TWEDE GENERATIE.	91
VI.f.	ONDERZOEK NAAR DE INVLOED VAN MECHANISCHE EN ELEKTRISCHE BELAS- TINGEN OP DE MEMBRAANDRUKVERSCHILMETER VAN DE TWEDE GENERATIE.	93
HOOFDSTUK VII.		
SAMENVATTENDE CONCLUSIES EN ENKELE MOGELIJKE TOEPASSINGEN. SAMENVATTING. SUMMARY.		
VII.a.	SAMENVATTENDE CONCLUSIES.	107
VII.b.	ENKELE MOGELIJKE TOEPASSINGEN.	109
APPENDIX I.		
THE SOLUTION OF LAPLACE'S EQUATION IN CYLINDRICAL AND TOROIDAL CONFIGURA- TIONS WITH RECTANGULAR SECTIONAL SHAPES AND ROTATION-SYMMETRICAL BOUNDARY CONDITIONS.		
APPENDIX II.		
GEMODIFICEERDE BESSELFUNCTIES EN HUN BETREKKINGEN.		
LITERATUUR.		
SAMENVATTING.		
SUMMARY.		
DANKBETUIGING.		

LIJST VAN SYMBOLEN (SI)

Ten gevolge van symbolenconventies in de diverse ter sprake komende vakgebieden zijn doublures van symbolen onvermijdelijk.

Door het gebruik van indices is gepoogd misinterpretatie te voorkomen.

Ook uit de context zal blijken wat met het gebruikte symbool bedoeld wordt.

a_0	over oppervlak gemiddelde amplitude van het membraan	m
\bar{v}	middelbare snelheid gasdeeltjes	m/s
C	capaciteit	F
C_0		
C_1		
C_2	constanten	-
C_3		
C_4		
C_c	capaciteit contrôlering	F
C_e	capaciteit eilandelektrode	F
C_k	capaciteit kruiscondensator	F
C_0	capaciteit ideale plaatcondensator	F
C_{p1}	capaciteit plaatcondensator	F
C_r	capaciteit segmentenringcondensator	F
C_s	capaciteit bij aanwezigheid van spleet s	F
$C(R_1, R_2, \theta_s, w_m)$	capaciteit ringcondensator bij zadelvorming	F
$C(\theta_s, R_1, R_2)$	capaciteit ringcondensator bij scheefstand	F
\bar{d}_0	hoogte cilinder tevens afstand membraan-elektrode	m
d^F	aantrekkende kracht op dS t.g.v. potentiaalverschil	N
dp_e	elektrostatistische druk	Pa
dS	infinitesimaal oppervlak op de geleider	m ²
D	buigingsstijfheid	Nm
D_0		
D_1		
D_2	constanten	-
D_3		
D_4		
E	elasticiteitsmodulus	Pa
h	plaatdikte	m
$I_0(u)$	gemodificeerde Besselfunctie 1 ^e soort 0 ^e orde met argument u	-
$I_1(u)$	gemodificeerde Besselfunctie 1 ^e soort 1 ^e orde met argument u	-
K	meterconstante	Pa/...
K_1	meterconstante	Pa/...
K_2	meterconstante	Pa/...
$K_0(u)$	gemodificeerde Besselfunctie 2 ^e soort 0 ^e orde met argument u	-
$K_1(u)$	gemodificeerde Besselfunctie 2 ^e soort 1 ^e orde met argument u	-

K_k	meterconstante kwadratische meter	Pa^{-1}
K_l	meterconstante lineaire meter	Pa^{-1}
K_m	materiaalgrootheid	$\text{Pa}^{-\frac{1}{2}}$
m	gemiddelde	-
n	aantal metingen	-
$p(r)$	belasting op voerstraal r	Pa
$p(r, \phi)$	belasting ter plaatse (r, ϕ)	Pa
P	afkortingsnotatie	N
P_0	absolute druk	Pa
Q	afkortingsnotatie	m
Q_{totaal}	totale lading op een geleider	C
r	straal (willekeurig)	m
r_p	straal van aandrijvende plaat	m
R	straal	m
\bar{R}	rekenkundig gemiddelde van spleetbegrenzings bij enkelvoudige spleet	m
R_1		
R_2		
R_3	stralen van de begrenzingen van ringvormige geleiders	m
R_4		
R_a		
R_b	stralen ringvormig gebied	m
R_e	straal van elektrode tevens begrenzing van stap in stapfunctie	m
R_{eff}	effectieve straal elektrode	m
R_m	straal sponning van het membraan	m
R_0	straal cilinderwand	m
s	geschatte standaarddeviatie	-
s	spleetbreedte tussen elektrodes	m
t	tijd	s
T	temperatuur	K
u	variabele	-
V	potentiaal van belegging	V
V_c	contactpotentiaal	V
V_0	rustspanning	V
V_s	statische potentiaal	V
V_t	terugtrekspanning	V
V_v	amplitude van wisselspanning	V
w_1	uitwijking in gebied 1	m
w_2	uitwijking in gebied 2	m
w_m	amplitude van de golving in de sponning	m

$w(0)$	buigingspeil	m
$w(r)$	uitwijking op straal r	m
$w(r, \phi)$	uitwijking ter plaatse (r, ϕ)	m
$w(\rho)$	uitwijking op relatieve straal ρ	m
$w_0(R_a, R_b)$	oppervlaktegemiddelde plaatuitwijking binnen een ring	m
$\bar{W}_n(x, y)$	afkortingsnotatie voor combinatie van Besselfuncties	-
W	resulterende schuifkracht per lengte	N/m
x	stand decadenttransformator	-
x	variabele	-
\bar{x}	geschat gemiddelde	-
x_i	waarde van één enkele meting	-
X_P	nulpuntsafstand tussen membraan en plaat	m
y	variabele	-
z	met plaat meebewegende coördinaat	m
z	hoogtecoördinaat in cilinder	m
α	genormeerde vlakspannings-buigstijfheidscoëfficiënt	-
β	vlakspannings-buigstijfheidscoëfficiënt	m ⁻¹
δ	relatieve verandering terugtrekpotentiaal	-
Δ	systematische fout	-
ΔC_n	capaciteitsbijdrage	F
Δp	drukverschil	Pa
Δp_1	belasting in gebied 1	Pa
Δp_2	belasting in gebied 2	Pa
Δp_c	elektrostatistische druk t.g.v. V_c	Pa
Δp_e	elektrisch drukverschil	Pa
Δp_g	gravitatie ­ druk	Pa
$\Delta p(r)$	straalafhankelijk drukverschil	Pa
ΔR_{eff}	verschil tussen R_{eff} en R	m
ΔV	verandering terugtrekspanning	V
ϵ_0	permittiviteit van vacuüm	F/m
ϵ_r	relatieve permittiviteit	-
ξ	genormeerde hoogte coördinaat in cilinder	-
θ_s	scheefstandhoek	rad
θ_z	hoek tussen neutrale lijnen op zadelvormig membraan	rad.
λ	vrije weglengte gasdeeltjes	m
μ	getal van Poisson	-
ρ	relatieve straal	-
ρ_0	genormeerde straal cilinderzijwand	-

ρ_1		
ρ_2	genormeerde elektrodebegrenzigen	-
ρ_3		
ρ_4		
ρ_a	genormeerde stralen van ringvormig gebied	-
ρ_b		
ρ_e	relatieve begrenzing stapfunctie	-
ρ_g	dichtheid gas	kg/m ³
σ	standaarddeviatie	-
σ_{ζ}	oppervlaktespanning	N/m
σ_p	trekspanning	Pa
σ_r	trekspanning in radiale richting	Pa
σ_r	oppervlakteladingsdichtheid in cilinderbovenvlak	C/m ²
σ_s	oppervlakteladingsdichtheid	C/m ²
σ_s	oppervlakteladingsdichtheid in cilinderzijvlak	C/m ²
σ_{ϕ}	trekspanning in tangentiële richting	Pa
τ_{xy}	schuifspanning	Pa
ϕ	hoekcoördinaat	rad.
$\Phi(r, z)$	potentiaal ter plaatse (r, z) in potentiaalruimte	V
$\Phi(\rho, \zeta)$	potentiaal ter plaatse (ρ, ζ) in potentiaalruimte	V
χ_{pr}	susceptibiliteit	
ω	resonantiehoekfrequentie	Hz
∇^2	differentiaaloperator van Laplace	-
∇_r^2	radiaal afhankelijke deel operator van Laplace	-

LIJST VAN FIGUREN.

Fig.1.	Schematische voorstelling van organisatiestructuren voor het hanteren van standaards.	22
Fig.2.	Principeschema's van commerciële membraandrukverschilmeters op capacatieve basis.	26
Fig.3.	Schematische constructies van commerciëel verkrijgbare drukverschilsensoren.	28
Fig.4.	Enkelzijdige drukverschilsensor Atlas-MMM met invloed op het membraan van de terugtrekspanning.	30
Fig.5.	Cirkelvormige plaat als scheidingswand tussen twee ruimten met verschillende drukken.	36
Fig.6.	Cirkelvormige plaat als scheidingswand tussen twee ruimten met verschillende drukken. Door terugtrekken heeft de belasting in radiale richting de vorm van een stapfunctie gekregen.	42
Fig.7.	Schematische weergave van de potentiaalruimte in een enkelvoudige rotatiesymmetrische capacatieve drukverschilsensor.	48
Fig.8.	Capacatieve differentiaal drukverschilsensor met een membraan als middenelektrode.	48
Fig.9.	Schematische weergave van de cirkelcilindrische potentiaalruimte.	48
Fig.10.	Ideale cilinderruimte met potentiaalbelegging op de bodem.	50
Fig.11.	Van belang zijnde potentiaalbeleggingen in de cilindervormige potentiaalruimte.	52
Fig.12.	Het analogon voor spleetinvloeden met de schakelmogelijkheden voor de diverse stellen geleiders om capaciteiten te vormen.	60
Fig.13.	Principeschets en elektrodesysteem van de absolute capacatieve membraandrukverschilmeter.	68
Fig.14.	Principeschema van de brugschakeling met vervangingsschema.	76
Fig.15.	Samenstellingstekening van de membraandrukverschilmeter van de eerste generatie.	83
Fig.16.	Samenstellingstekening van de membraandrukverschilmeter van de tweede generatie, mechanisch gedeelte.	84
Fig.17.	Samenstellingstekening van de membraandrukverschilmeter van de derde generatie, waarbij gebruik gemaakt is van een groot aantal componenten van de tweede generatie.	88
Fig.18.	Samenstellingstekening van de vierde generatie membraandrukverschilmeters, geschikt gemaakt voor uitstoken bij 200°C en aansluiting op UHV-systemen.	89
Fig.19.	Thermische responsie en capaciteitsverhoudingsresponsie op een sprong in het stookvermogen van de omhullende oven. Met vast aangedraaide membraanspanning.	95
Fig.20.	Thermische responsie en capaciteitsverhoudingsresponsie op een sprong in het stookvermogen van de omhullende oven. Met losse membraanspanning.	97

LIJST VAN TABELLEN.

Tabel I.	Relatieve onnauwkeurigheid bij de beschikbare referentie-standaards in het drukgebied van 100 Pa en lager.	23
Tabel II.	Overzicht van voorgeschreven en gemeten straalwaarden voor de elektrodes op de elektrodedrager.	91
Tabel III.	Nominale elektrodeafstand, capaciteit eilandelektrode, berekende elektrodeafstand, capaciteitsverhouding ring/eiland en contrôlering/eiland, afwijkingen verhoudingen ten opzichte van theoretisch ideale waarde.	94
Tabel IV.	Illustratie van de invloed van langzame temperatuurveranderingen, in dit geval 0.7°C op karakteristieke grootheden.	98
Tabel V.	Effecten op de capaciteitsverhouding C_p/C_e bij kantelen van de meter in het zwaartekrachtsveld.	98
Tabel VI.	Invloed van de meetspanning op de brugverhouding C_p/C_e .	100
Tabel VII.	Vershil in brugstand als functie van de aangelegde spanning en de per meetpunt optredende afwijking in decadenstappen. Bij vermeld is de afwijking van het tweedegraadsverband bij aanpassing met kleinste kwadratenmethode.	101
Tabel VIII.	Effecten van de terugtrekspanning bij de combinatie van roestvrijstaal en goud.	102
Tabel IX.	Effecten van de oriëntatie van het membraan ten opzichte van de versnelling van de zwaartekracht.	103
Tabel X.	Combinatie van uitbuiging van het membraan in het zwaartekrachtsveld en elektrostatische terugtrekking.	105

HOOFDSTUK I.

INLEIDING.

SAMENVATTING.

Tot op heden is absolute drukmeting in vacuüm een problematische zaak. In een overzichtsartikel van het National Bureau of Standards in Washington, van de hand van S. Ruthberg¹ uit 1972 is uiteengezet dat nauwkeurigheid en zuiverheid dramatisch afnemen bij afnemende druk tot 20 % bij drukken van 10^{-5} Pa of lager. Dit gegeven rechtvaardigt elke poging om drukmeetsystemen te onderzoeken, ten einde zo mogelijk deze systemen te evolueren tot referentiestandaards met internationale erkenning en met hoge nauwkeurigheid en zuiverheid. Door gebruik te maken van theoretische en praktische resultaten, worden de voorwaarden, waarbij een capacitieve membraandrukverschilmeter als absoluut instrument werkt, geformuleerd. Gebaseerd op deze gegevens zijn diverse prototypes gebouwd en onderzocht.

CHAPTER I.

INTRODUCTION.

Summary.

Up to now absolute pressure measurements in vacuum are problematic. A surveying article from the National Bureau of Standards in Washington, written by S. Ruthberg¹ in 1972 shows that precision and accuracy decrease dramatically with decreasing pressure until 20 % at pressures of 10^{-5} Pa or lower. This statement justifies every effort to examine pressure measurement systems in order to evaluate these systems to reference standards with international recognition and with high level accuracy and precision. Using theoretical and practical results, the conditions for a capacitive membrane pressure differential gauge, acting as an absolute one, are formulated. Based on this formulation several prototypes have been built and examined.

I.a. PROBLEEMSTELLING.

Absolute drukmeting in vacuüm is tot op heden een problematische zaak.

In praktisch alle standaardwerken op het gebied van vacuümtechnologie en vele proceedings van conferenties en singuliere publikaties op het gebied van vacuümmeettechnieken wordt in meerdere of mindere mate wel aandacht geschonken aan het feit dat de nauwkeurigheden van absolute drukmeetinstrumenten of drukmeetsystemen dramatisch afneemt bij lager wordende druk.

In een in 1972 verschenen overzichtsartikel van het National Bureau of Standards te Washington laat S. Ruthberg¹ zien dat de totale relatieve meetonnauwkeurigheid van de te meten druk, uitgevoerd met de beste, daarvoor in aanmerking komende vergelijkingsprocedures, gebaseerd op standaardmeetinstrumenten, van ongeveer 0.05 % bij 100 Pa toeneemt tot 10 % bij 10^{-5} Pa. Voor nog lagere drukken is de verwachting, dat de relatieve nauwkeurigheid bij absolute drukmeting met nog te ontwikkelen meetsystemen en meetprocedures niet veel beter zal zijn dan 20 %. Dit gegeven op zich al rechtvaardigt ieder streven om drukmeetsystemen op theoretische en principiële meettechnische basis te onderzoeken en mogelijk te evolveren tot internationaal erkende referentiestandaardmeetsystemen.

Indien men het begrip *druk* als uitgangspunt neemt, wordt men geconfronteerd met twee primaire aspecten:

Enerzijds komt uit de kinetische gastheorie² de volgende definitie van druk voort:

Druk is gelijk aan de overdracht van impuls per tijd en per oppervlak.

Hierdoor is de relatie tussen de druk op een wand en de massa's en snelheden (en daardoor ook de *temperatuur*) van gasdeeltjes in de aangrenzende ruimte vastgelegd.

Anderzijds is in het *SI*³ een relatie tussen de drie afgeleide grootheden voor *druk*, *kracht* en *oppervlak* gedefiniëerd:

Druk is gelijk aan kracht per oppervlak.

en dit houdt in, dat iedere uniform over een wand verdeeld aangrijpende kracht, van welke origine dan ook, bij deling door het wandoppervlak rechtstreeks met een druk op die wand in relatie kan worden gebracht. Door de coherentie binnen het *SI*⁴ geldt deze relatie ook voor de eenhedenvergelijking.

In een afgesloten isotherme ruimte levert de thermische beweging van de aanwezige gasdeeltjes het mechanisme dat een uniforme buitenwaarts gerichte belasting tot gevolg heeft op elk deel van de begrenzende wand. In het verdere betoog zal deze belasting *mechanische druk* genoemd worden.

Uit de fenomenologische elektriciteitsleer⁵ volgt, dat twee elektrisch geladen, evenwijdig aan elkaar geplaatste, vlakke plaatvormige geleiders, bij oneindige zijdelingse uitgebreidheid, een uniform verdeelde aantrekkende kracht op elkaar uitoefenen. Zoals later zal worden uiteengezet hangt de kracht per oppervlak op eenvoudige wijze samen met de diëlektrische eigenschappen van het ruimtevullende medium, het elektrisch spanningsverschil en de afstand tussen de beide platen. In het vervolg zal in dit geval gesproken worden over de *elektrische druk*.

Indien in een scheidingswand tussen een gasgevulde en een gasloze ruimte een membraan wordt opgenomen, dan zal dit membraan onder invloed van de mechanische druk naar de gasloze ruimte toe doorbuigen.

Is dit membraan elektrisch geleidend en wordt in de gasgevulde ruimte een elektrode evenwijdig aan het membraan opgesteld, dan zal onder invloed van een aangebracht potentiaalverschil het membraan terugbuigen door de ontstane elektrische druk.

Hier hebben mechanische en elektrische druk onderling een compenserende werking. Indien de invloedssfeer van de elektrische druk op het membraan dezelfde uitgebreidheid heeft als die van de mechanische druk, dan is in principe de gelijkheid tussen beide volkomen op het moment dat het membraan in de volledig vlakke positie is. De vlakspanningen in het membraan doen dan niet in het belastingsevenwicht mee en het elektrisch spanningsverschil tussen membraan en elektrode is dan een rechte streekse maat voor de druk in de gasgevulde ruimte.

In hoeverre deze methode absoluut is en gebruikt kan worden voor de ontwikkeling van een referentiestandaard zal moeten blijken uit fundamentele fysisch-mathematische beschouwingen en is bovendien afhankelijk van de mogelijkheid om op correcte wijze de positie van het membraan te kunnen detecteren.

De vorm van de invloedssfeer doet in feite niet ter zake maar om fabricagetechnische redenen wordt de sponning van het membraan en de begrenzing van de evenwijdige elektrode circulair gekozen.

Zoals zal blijken in een overzicht van het werk van andere onderzoekers is de beschreven methode niet nieuw. Met respect voor het werk van die onderzoekers valt er evenwel ten aanzien van het absolute karakter van de door hen beschreven systemen zoveel af te dingen dat niet van absolute meetsystemen gesproken kan worden. Teneinde in deze problematiek succesvol te kunnen zijn heeft mijn studie in de afgelopen jaren uit de volgende onderdelen bestaan:

Een kritisch onderzoek van publikaties en resultaten van andere onderzoekers.

Het in een analytische theorie vastleggen van de verschijnselen die zich voordoen bij extreem kleine uitwijkingen van circulaire, reële membranen onder rotatiesymmetrische belastingen.

Het eveneens in analytische vorm vastleggen van het verloop van de potentiaal in cirkelcilindrische en toroidale ruimten met rechthoekige doorsneden en rotatiesymmetrische potentiaalbeleggingen op de begrenzingen van die ruimten⁶.

De afleidingen hieruit van de krachtwerking van geleiders op elkaar met meenemen van de invloeden van de randverstoringen.

De bepaling van de analytische capaciteitsformules in begrensde cilindrische geleidersystemen.

Verder zijn de praktische voorwaarden, beperkingen en nevenverschijnselen onderzocht. In experimenten met meetsystemen voor standaardcapaciteiten in combinatie met pratotypen van membraandrukverschilindicatoren zijn deze voorwaarden geverifieerd.

Uit de combinatie van theorie en praktijk zijn de voorwaarden geformuleerd van zowel mechanisch-constructieve als van elektrische en meettechnische aard om te komen tot een ontwerp van een als referentiestandaard te gebruiken capacitieve membraandrukverschilmeter. Deze voorwaarden zijn bepalend voor het in internationaal verband aanvaarden van het ontworpen meetstelsel als standaarddrukverschilmeter, die een extreem hoge gevoeligheid, een grote nauwkeurigheid en opmerkelijke stabiliteit bezit, maar waarvan bovenal de meterconstante in absolute zin en zonder voorbehoud controleerbaar is.

HOOFDSTUK II.

BESCHOUWINGEN VAN RESULTATEN EN PUBLIKATIES VAN ANDEREN.

SAMENVATTING.

Eenzijds is vastgesteld dat de beperkende factor in het verheffen van de membraanvacuüm-meter tot primaire of referentiestandaard wordt bepaald door de niet te berekenen meterconstante; anderzijds is uit literatuurstudie gebleken dat qua stabiliteit, reproduceerbaarheid en gevoeligheid de moderne ontwerpen uitstekend zouden voldoen.

Verder is gebleken dat de vacuüm-meter, waarbij het membraan dat door een mechanisch drukverschil uitbolt wordt teruggetrokken door een elektrische spanning, wat de bepaling van de meterconstante betreft, het verst ontwikkeld is.

Naast de beschrijving van de invloeden van temperatuur, diëlektrische constante, gas ad- en desorptie en kontaktpotentiaal blijken voor een correcte bepaling van de meterconstante een theoretische beschrijving van de reële membraan- en plaatuitwijkingen alsmede een analytische bepaling van de capaciteitswaarde tussen membraan en elektrode, inclusief randeffecten, noodzakelijke voorwaarden.

CHAPTER II.

EXAMINATIONS OF THE RESULTS AND PUBLICATIONS OF OTHER RESEARCH WORKERS.

SUMMARY.

On the one hand it is determined that the restricting factor in the efforts of raising the status of the membrane vacuum gauge to the level of primary or reference standard has been defined by the impossibility of calculating the gauge factor, on the other hand literature shows that the rate of stability, reproduceability and sensitivity would be highly satisfactory in the designs of to-day.

Further it has been shown that the vacuum gauge, with which the membrane is bulging by a mechanical pressure difference and is pulled back again in its ancient equilibrium by an electric potential, has made the most progress, as far as determining the gauge factor is concerned.

Next to the description of influences of temperature, dielectric constants, gas adsorption and desorption and contact potentials it is determined that a theoretical description of the real membrane and plate deflections as well as an analytical calculation of capacitance between membrane and electrode, including fringe effects, are necessary conditions in order to raise the status of the membrane vacuum gauge.

II.a. PRIMAIRE KWALITEITSEISEN TE STELLEN AAN EEN REFERENTIESTANDAARD-MEETINSTRUMENT.

Zoals Ruthberg¹ in zijn overzichtsartikel uiteenzet geldt algemeen voor meetinstrumenten of meetprocessen, dat zij geaccepteerd worden als referentiestandaards als aan de volgende primaire eisen is voldaan:

1. Optimale precisie van het meetproces of meetinstrument. Hiermee wordt bedoeld de graad van onderlinge overeenstemming, karakteristiek voor onafhankelijke metingen van één enkele grootheid, verkregen bij herhaald toepassen van het meetproces.
2. Grote zuiverheid. Hiermee wordt bedoeld de mate van overeenstemming van de gemeten waarde met de werkelijke waarde van de betreffende grootheid. Meestal wordt de werkelijke waarde bereikt door verstandelijke onderlinge vergelijking van verschillende meetprocessen, waarbij concensus over de juistheid van deze processen bestaat.

Een maat voor de precisie is de geschatte standaarddeviatie s .
Voor één enkele meting is deze

$$s = \left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 / (n - 1) \right]^{\frac{1}{2}} . \quad (\text{I.1})$$

Hierin is n het aantal onafhankelijke metingen van x_i en \bar{x} het geschatte gemiddelde, waarvoor geldt

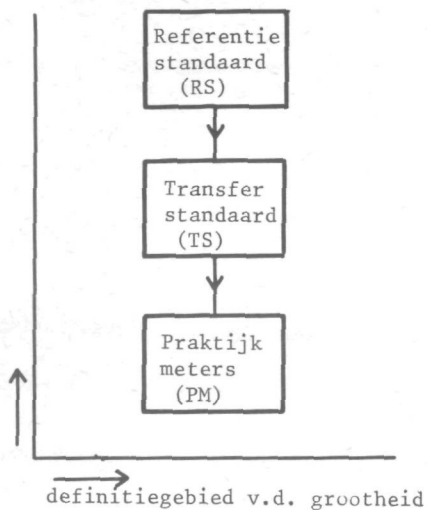
$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i . \quad (\text{I.2})$$

Voor n naar oneindig gaat s over in σ , de standaarddeviatie en \bar{x} gaat over in m , de meetverwachting.

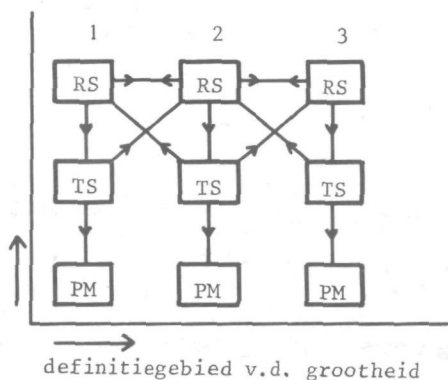
De onzuiverheid is gedefiniëerd als

$$\Delta = m - \tau . \quad (\text{I.3})$$

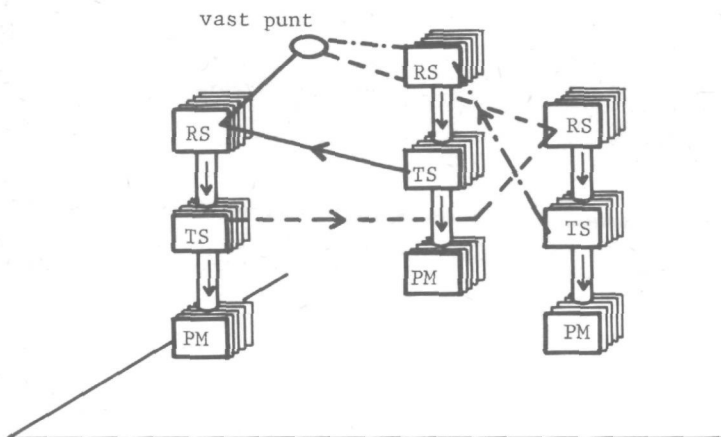
Hierin is τ de werkelijke waarde van de te meten grootheid. Een maat voor de nauwkeurigheid bestaat uit twee delen, te weten σ en een geloofwaardige begrenzing van de onzuiverheid Δ .



1.A Vertikale kalibratieketen



1.B Tweedimensionale structuur
(in feite liggen de definitiegebieden van 1 en 2 resp. 2 en 3 in elkaar geschoven)



1.C Driedimensionale geografische organisatiestructuur met uitwisseling van transferstandaards en vast punt

Fig.1. Schematische voorstelling van organisatiestructuren voor het hanteren van standaards.

II.b. GLOBAAL ORGANISATIESCHEMA BIJ HET GEBRUIK VAN STANDAARDS EN DE STAND VAN ZAKEN OP HET GEBIED VAN DRUKSTANDAARDS VOOR LAGE DRUKKEN.

Het gewone beeld dat men heeft van een kalibratieketen is dat van een verticale structuur met een referentiestandaard aan de top en praktijkmeters aan de voet zoals in Fig.1.A. is weergegeven.

Ook een horizontale structuur, binnen een voor standaards verantwoordelijke organisatie, kan aanwezig zijn, indien voor bepaalde grootheden meerdere referentiestandaards mogelijk zijn. De transferstandaards onder het niveau van de referentiestandaards spelen in het proces van onderlinge vergelijking van primaire en secundaire standaards de rol, zoals in Fig.1.B. is aangegeven.

De transferstandaards onderscheiden zich van de referentiestandaards doordat zij wel is waar een hoge stabiliteit en daardoor grote precisie bezitten, maar de systematische fouten die zij bezitten slecht of moeilijk af te schatten of te reduceren zijn.

Tenslotte kan het organisatieschema internationaal gezien driedimensionaal worden, zoals Fig.1.C. aangeeft, indien onderlinge vergelijkingen op het niveau van referentiestandaards worden uitgevoerd. Geografische afstanden kunnen dit beperken tot uitwisseling van transferstandaards, waardoor de zuiverheid op een lagere waarde komt dan die van de referentiestandaards. Hulpmiddel kan zijn het definiëren en hanteren van vaste punten op de schaal van de betreffende grootheid. Als voorbeelden kunnen dienen de vaste punten op de internationale temperatuurschaal.

Ruthberg memoreert, dat voor wat betreft drukmeting en in het bijzonder lage drukmeting slechts weinig organisaties een horizontale structuur volgens Fig.1.B. hebben opgebouwd en dat er slechts zeer weinig internationale communicatie bestaat op basis van het schema van Fig.1.C..

Hij concludeert voorts, dat er nog veel gedaan zal moeten worden om de precisie en de zuiverheid van de bestaande procedures te verbeteren teneinde te voldoen aan de toenemende behoefte aan grotere nauwkeurigheid.

Absoluutdruk Pa	Relatieve onnauwkeurigheid†	Absoluutdruk Pa	Relatieve onnauwkeurigheid†
100	5×10^{-4}	10^{-3}	2×10^{-2}
10	3×10^{-3}	10^{-4}	5×10^{-2}
1	6×10^{-3}	10^{-5}	8×10^{-2}
10^{-1}	8×10^{-3}	10^{-6}	1×10^{-1}
10^{-2}	1×10^{-2}	$< 10^{-7}$	$> 2 \times 10^{-1}$

Tabel I. Relatieve onnauwkeurigheid bij de beschikbare referentiestandaards in het drukgebied van 100 Pa en lager.

†Toestand in 1972 op basis van het 99^e percentiel.

Uit de literatuur is verder op te maken dat in deze toestand sinds 1972 niet veel verandering is gekomen en dat Tabel.I, voortkomend uit onderzoek bij het National Bureau of Standards nog steeds geldig is.

Verder blijkt uit dit onderzoek dat de capacatieve membraanvacuümmeter door zijn grote gevoeligheid en stabiliteit als transferstandaard dienst kan doen (en dit momenteel ook reeds doet) maar door zijn onvoldoende zuiverheid tot op heden niet geschikt is als referentiestandaard.

II.c. ONTWERPEN VAN MEMBRAANDRUKVERSCHILMETERS VAN ANDERE ONDERZOEKERS
OP NIET-CAPACITIEVE BASIS.

Het uitbollen van een dunne scheidingswand of membraan als indicatie voor het bestaan van drukverschillen over die wand is reeds lang bekend. De geschiedenis van pogingen om dit fenomeen op steeds gevoeliger wijze te gebruiken gaat ver terug. In het kader van dit onderzoek wordt een onderscheid gemaakt tussen capacitieve en niet-capacitieve meetsystemen.

Bij de laatste categorie vindt men de oudste soorten. Deze berusten op de methode om door middel van spiegelverplaatsingen de membraanuitwijking te bepalen⁷⁻¹⁰. In de loop der tijd hebben diverse onderzoekers deze spiegelmethoden verbeterd¹¹ en interferometrische meetmethoden geïntroduceerd en geëvolueerd¹³⁻¹⁵.

Er is bij de ontwikkeling van drukverschilmeters ook gebruik gemaakt van de bepaling van de uitwijking van een op het membraan gelijmde naald¹⁶, het tot stand komen van elektrische contacten tussen geleiders op de membranen en vast opgestelde geleiders¹⁷⁻²¹, het op inductieve wijze meten²²⁻²⁸ en het toepassen van rekstrookjesmeettechnieken²⁹⁻³². Het ging hierbij voornamelijk om drukverschilindicatoren ontworpen voor een grote gevoeligheid en bedoeld om agressieve gasmilieus te scheiden van een milieu waarin corrosiegevoelige absolute meters kunnen worden opgenomen.

Bij al deze ontwerpen is de meterconstante niet uit de geometrie van de drukgevoelige sensor en uit de materiaaleigenschappen en de spanningstoestand van het membraan te berekenen, althans niet met een nauwkeurigheid die vereist is voor referentiestandaard. Deze categorie meters is als zodanig niet bruikbaar. Wel geven sommige publikaties aan, dat het gebruik als transferstandaard gerechtvaardigd is.

Afhankelijk van de gekozen geometrie en detectiemethode strekt het drukgebied door deze meters bestreken wordt, zich uit van ongeveer 0.5 Pa tot 5×10^{-6} Pa, terwijl de meetbereiken per sensor ongeveer drie decaden in druk omvatten met een relatieve gevoeligheid die niet veel beter is dan 1 % van het totale meetbereik. Daar waar alleen drukgelijkheid aan weerskanten van het membraan gedetecteerd wordt, kan een relatieve gevoeligheid van 50 p.p.m. tot 100 p.p.m. gehaald worden. Momenteel commercieel verkrijgbare membraanvacuummeters van het inductieve type en rekstrookjestype zijn uitgerust met meetbereiken van ongeveer 10^5 Pa en een gevoeligheid van 10 Pa³³. Zoals zeer recent in een publikatie³⁴ beschreven is, kan ook gebruik gemaakt worden van het effect dat de resonantiefrequentie van een membraan verandert door de toename van een drukverschil over het membraan. Ook hierbij blijken nauwkeurigheid en gevoeligheid niet veel groter dan reeds aangegeven is.

II.d. DOOR ANDEREN ONTWERPEN CAPACITIEVE MEMBRAANVACUUMMETERS KRITISCH BEZIEN.

Als gevolg van de keuze in detectiesystemen en te ontwerpen geometrieën bestaat er op het gebied van de capacitieve membraanvacuummeters een grote diversiteit van ontwerpen. Daar deze categorie meetssystemen nauwer aansluit bij mijn eigen onderzoek dan de niet-capacitieve systemen zullen verder van de capacitieve systemen een viertal onderscheidbare hoofdgroepen nader beschouwd worden.

1. Capacitieve drukverschilindicatoren, die als onderdeel dienen voor een resonantiebrug of geïntegreerd zijn in een oscillatorsysteem.

Een van de eerste ontwerpen hiervan dateert uit 1929 van Olson en Hirst³⁵ en bestaat uit een plaatcondensator, waarvan één plaat gevormd wordt door een membraan. Deze condensator wordt in serie geschakeld met een variabele condensator en een spoel, zodat een trillingskring ontstaat. De resonantiefrequentie van die kring wordt vergeleken met die van een kristalgestuurde oscillator. Bij frequentiegelijkheid wordt maximum meteruitslag van het verdere meetstelsel bereikt. Door de geringe capaciteitswaarde van de membraancondensator en de relatief grote waarde van de variabele condensator wordt een grote gevoeligheid bereikt van 3×10^{-2} Pa. Temperatureffecten worden wel genoemd maar niet in detail besproken. Invloed van de heersende absolute druk aan beide zijden van het membraan leverde een nulpuntsverschuiving op van 6×10^{-2} Pa bij verlaging van die absolute druk van 3000 Pa tot 2 Pa. Een verdere nauwkeurighedsbeschouwing ontbreekt. Omstreeks dezelfde tijd publiceerde Sommermeyer³⁶ een soortgelijk ontwerp voor een membraanmanometer.

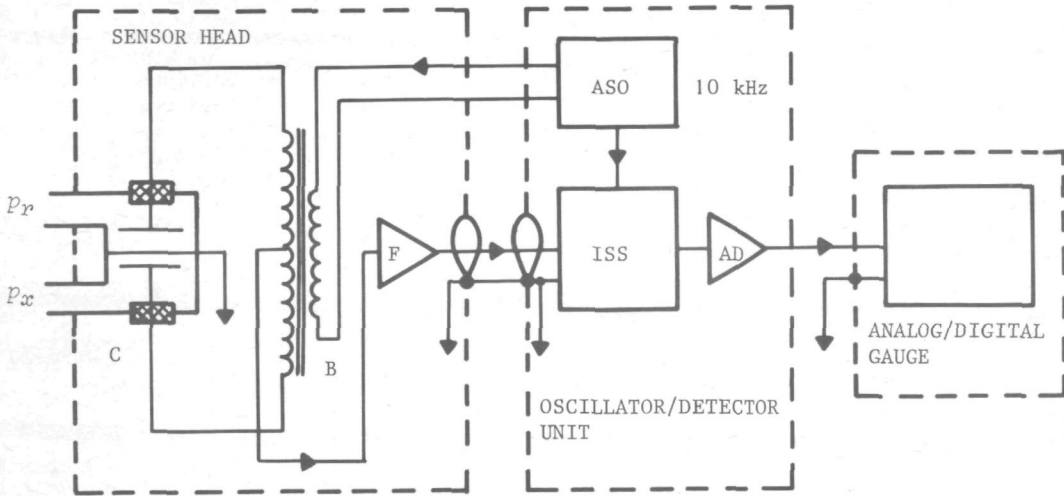
Cook en Danby³⁷ namen de membraancondensator in een elektronisch oscillatorcircuit op. Door vergelijking van de tweede harmonische met een gecontroleerd verstembare oscillator op frequentiegelijkheid wordt door hoge kringkwaliteiten een grote gevoeligheid bereikt. Bij een meterbereik van 10^{-1} tot 10 Pa was deze 5×10^{-2} Pa. Temperatureffecten worden buiten beschouwing gelaten. Wel worden constructiedetails besproken om de strooicapaciteiten in het circuit zo klein mogelijk te houden en wordt gememoreerd dat de meter over lange perioden bekeken stabiel is. Perls, Kaechele en Goalwin³⁸ beschrijven een capacitieve druksensor in combinatie met een resonantiebrug en met een gevoeligheid van 10^{-2} Pa.

Door meting ten opzichte van een kristalgestuurde oscillator van de frequentieverandering ten gevolge van de capaciteitsverandering hebben Suyatin en Bulobuyer³⁹ een capacitieve drukverschilmeter ontworpen met twee gegolfde membranen, waarvan er één reageert op het drukverschil. De gevoeligheid is 2×10^{-2} Pa en de kalibratie is praktisch lineair van 0 tot 10 Pa.

Rony⁴⁰ heeft een drukverschilmeter ontworpen op basis van een differentiaalmembraancondensator, waarvan de beide capaciteiten ieder een tak van een resonantiebrug vormen, waarmee een drukverschil van 10^{-2} Pa met een nauwkeurigheid van 2 % gemeten kan worden.

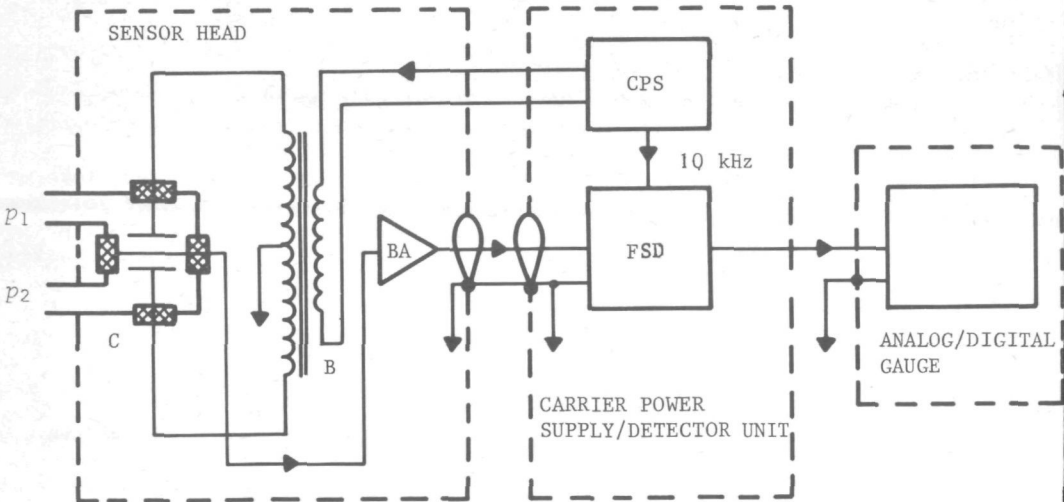
Horčík, Mastner en Simek⁴¹ gebruiken een soortgelijke differentiaalmembraancondensator als drukgevoelige sensor in een hoogfrequent resonantiesysteem dat met een laagfrequente blokspanning gemoduleerd wordt. Door gebruik te maken van fasegevoelige detectie wordt de polariteit van het drukverschil bepaald. De uitgangsspanning is ongeveer 0.1 mV bij 1 Pa drukverschil en de meter is over zijn gehele meetgebied van 2×10^{-2} Pa tot 500 Pa lineair. De door reproduceerbaarheid en nulpuntsstabiliteit bepaalde gevoeligheid is 2×10^{-2} Pa. De temperatureinvloeden zijn door de zo symmetrisch mogelijk uitgevoerde constructie tot een minimum beperkt.

Bij deze systemen valt op dat zij een grote gevoeligheid bezitten. Een nadeel is dat deze resonantiesystemen alle hoogfrequent werken en daardoor de invloed van strooicapaciteiten in de meetkoppen, de kabels en de meetkasten mede bepalend zijn voor de eigenfrequentie van de resonantiekring. Iedere variatie in strooicapaciteit, veroorzaakt door thermische en extern mechanische invloeden, heeft nulpuntsdrijf tot gevolg en maakt het bepalen van de meterconstante uit de geometrie onmogelijk.



C: pressure cell; B: bridgetransformer; F: follower; ASO: amplitude stable oscillator; ISS: input selector switch; AD: amplifier-detector.

2.A Principe MKS-Baratron system



C: pressure cell; B: bridgetransformer; BA: buffer amplifier; CPS: carrier power supply; FSD: phase sensitive detector.

2.B Principe Datametrics Barocel system

Fig.2. Principe schema's van commerciële membraandrukverschilmeters op capacitieve basis.

2. Drukmeting door capacatieve meting van de demping van een elektrodynamisch in trilling gebracht membraan.

Hoewel het principe van demping sterk afwijkt van de in deze dissertatie ter sprake komende onderwerpen wordt toch uitvoeriger stilgestaan bij een artikel van Dimeff, Lane en Coon⁴² omdat daar een aantal aspecten in behandeld worden die ook van belang kunnen zijn voor het bereiken van het door mij beoogde doel. Het gaat in dit artikel om een differentiaalcondensatorsysteem, waarbij de ene vaste plaat door gebruikmaking van superpositie van een constante en een alternerende potentiaal door de variabele krachtwerking het membraan doet trillen in zijn grondfrequentie, terwijl de andere plaat samen met het membraan aangesloten is op een capacatieve verplaatsingsmeter, die de uitwijking ten gevolge van de resonantie bepaalt. Bij vaste gelijkspanning en vaste membraanamplitude kan de benodigde wisselspanning rechtstreeks als maat voor het vermogen, nodig om de dempende werking van het gas te compenseren, worden gebruikt. Dit vermogen staat in relatie tot de druk. De relatie tussen de verschillende grootheden wordt gegeven door formule (II.1) voor lage druk (<1000 Pa)

$$\frac{V_s V_v}{a_0} = \frac{32 \beta c X_p^2}{\epsilon_0 \epsilon_r \omega r_p^2} p_0 \quad (\text{II.1})$$

en (II.2) voor hogere druk (>1000 Pa)

$$\frac{V_s V_v}{a_0} = \frac{32}{\epsilon_0 \epsilon_r} \frac{X_p^3}{9\omega r c \lambda r_p^2} p_0^2, \quad (\text{II.2})$$

waarin V_s : statische potentiaal [V] V_v : amplitude wisselspanning [V]
 a_0 : over het oppervlak gemiddelde amplitude van het membraan [m]
 ϵ_0 : permittiviteit vacuüm [F/m] ϵ_r : relatieve permittiviteit -
 β : accommodatiecoëfficiënt (zie Dushman en Lafferty⁴³) ≈ 1 -
 c : middelbare snelheid gasdeeltjes [m/s]
 ω : resonantiehoekfrequentie [s⁻¹] X : nulpuntsafstand membraan-plaat [m]
 r_p : straal aandrijvende plaat [m] ρ_p : dichtheid gas [kg/m³]
 λ : vrije weglengte gasdeeltjes [m] p_0 : absolute druk [Pa]

Door te stellen dat de meterconstantes in (II.1) respectievelijk (II.2) worden gegeven door

$$p_0 = K_1 V_v, \quad K_1: \text{meterconstante bij lage druk} \quad (\text{II.3})$$

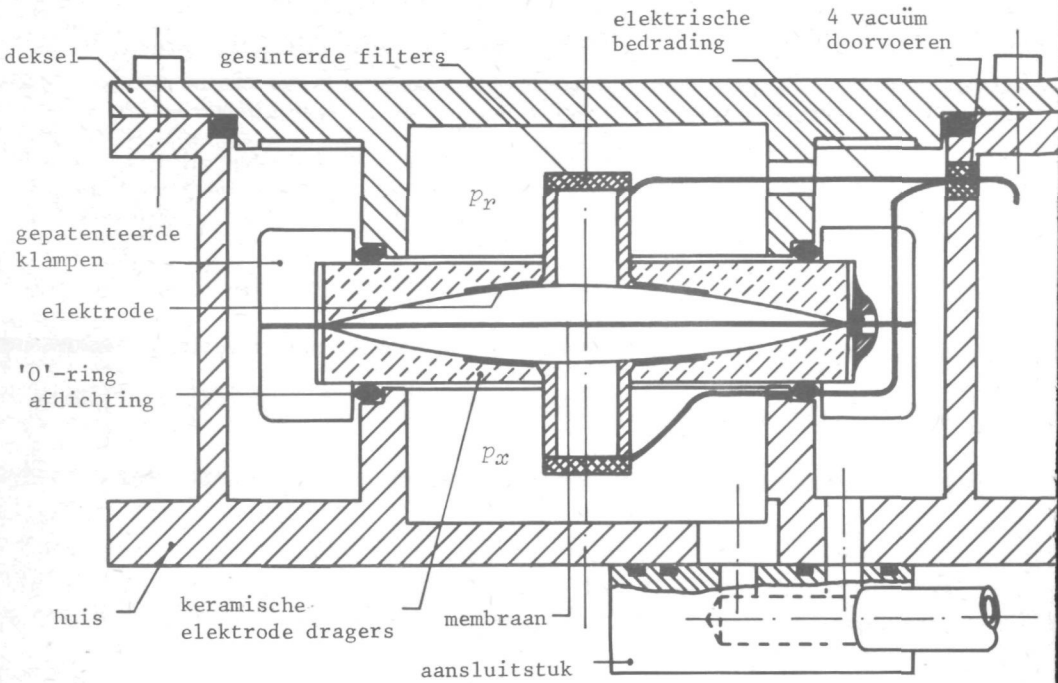
en

$$p_0 = K_2 V_v^{\frac{1}{2}}, \quad K_2: \text{meterconstante bij hoge druk}, \quad (\text{II.4})$$

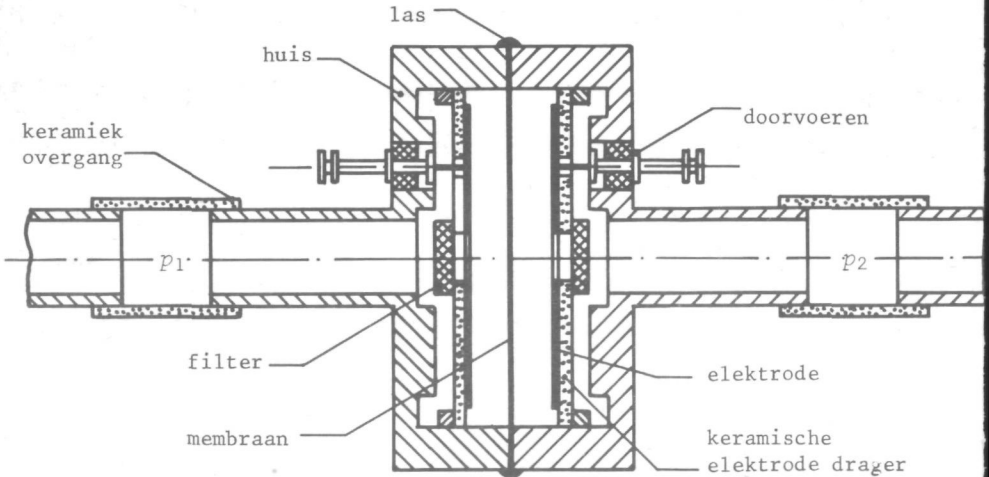
is direkt aan de samenhang tussen K_1 en K_2 met gasafhankelijke en in sommige gevallen zelfs met drukafhankelijke grootheden te zien, dat men hier niet te maken heeft met een absoluut systeem. Echter de hele opbouw van de membraandrukverschilmeter lijkt zoals later zal blijken zo zeer op het door Dimeff et.al. gepubliceerde ontwerp, dat de door hen gebruikte methoden ook met zeer geringe wijzigingen kunnen worden toegepast, waardoor de ontworpen drukindicator met twee fundamenteel verschillende principes kan werken.

3. Zowel laag- als hoogfrequent capaciteitsmeetsystemen, gecombineerd met enkel- of dubbelzijdige capacatieve drukverschilsensoren.

Alpert, Matland en McCoubrey⁴⁴ hebben een drukverschilmeter ontwikkeld, waarvan de capacatieve drukverschilsensor enkelvoudig is en waarvan het membraan gebruikt wordt als scheidingswand tussen een schoon vacuümsysteem en een ruimte waarvan de druk met absolute manometers kan worden gemeten. De membraancondensator wordt gebruikt als drukgelijkheidsindicator tussen beide ruimten. Daartoe wordt deze indicator aangesloten op een audiofrequente (10kHz) capaciteitsmeetbrug en vergeleken met de standaardcondensator in die brug. De bereikte gevoeligheid was slechts 1 Pa. Wat evenwel interessant is in hun ontwerp, waarvan zij opgeven dat de nauwkeurigheid wordt bepaald door de mechanische en de thermische stabiliteit van het gehele capacatieve



3.A Schematische constructie Baratron sensor



3.B Schematische constructie Barocel sensor

Fig.3. Schematische constructies van commercieel verkrijgbare drukverschilensensoren.

meetsysteem, zijn het elektrisch schema van de brug en de opengewerkte tekening van de apparatuur. Deze laten op simpele wijze zien dat er wel is waar grote zorg is besteed aan het reduceren van ongewenste strooicapaciteiten, maar dat al deze capaciteiten deels parallel aan de standaardcondensator deels parallel aan de membraancondensator geschakeld zijn. Gezien het ontwerp zijn die strooicapaciteiten, waaronder capaciteiten van coaxiaalleidingen, van dezelfde grootte orde of zelfs ordes groter dan de te meten capaciteit, waardoor het systeem zeer schok- en stootgevoelig wordt en bijvoorbeeld beweging van de coaxiaalkabels grote brugverschuivingen kan introduceren.

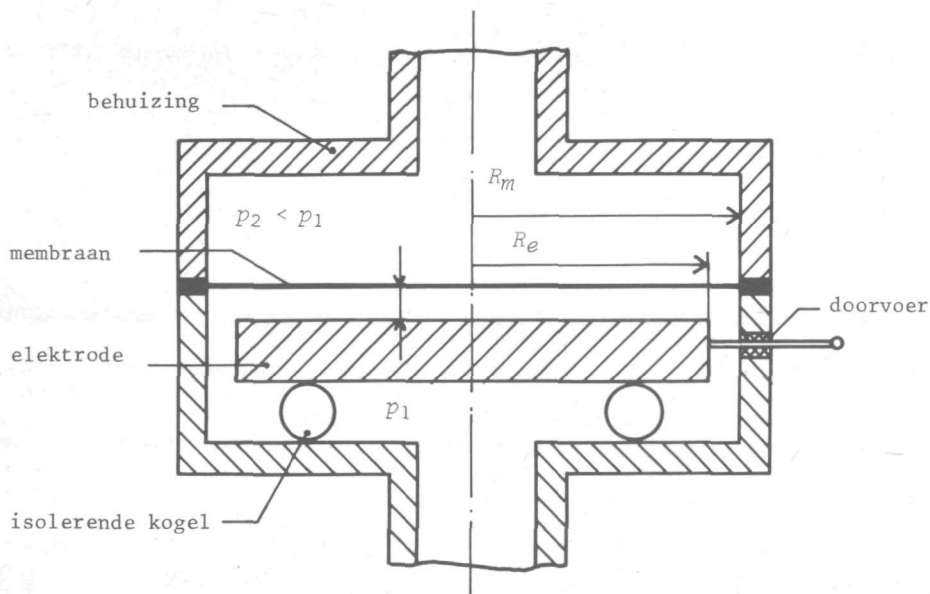
Uit de publikatie van Becker en Stehl⁴⁵ blijkt hoe stabiel en gevoelig gemeten kan worden, indien gebruik wordt gemaakt van een zorgvuldig geconstrueerde differentiaalmembraancondensator in combinatie met een hoogfrequent meetbrug. Er werd een stabiliteit van 2×10^{-4} Pa bereikt, hetgeen tevens in het meest gevoelige meetgebied een gevoeligheid van 2×10^{-4} Pa/sd inhield. Hun ontwerp bestond uit een tot in zeer kleine details symmetrisch opgebouwde differentiaalmembraancondensator, waarvan de beide capaciteiten, samen met stabiele hoogfrequent trimcondensatoren, in een h.f. capaciteitsbrug werden opgenomen. Door zorgvuldige elektrische scheiding van de in één kast gebouwde kristalgestuurde, amplitudegestabiliseerde h.f. oscillator, de h.f. capaciteitsbrug en de selectieve h.f. versterker gecombineerd met de galvanometer, die als uitslagmeter wordt gebruikt, wordt ook elektrisch-elektronisch een hoge stabiliteit bereikt. Door op elektronische wijze een verschuiving van het werkpunt van het systeem te verkrijgen is bereikt, dat de werklijn (galvanometeruitslag vanuit nulpositie/drukverschil inclusief polariteit) recht is tot drukken van ± 2 Pa.

In een later stadium zijn door Rideal, Robertson⁴⁶ en Beynon, Cairns⁴⁷ eenvoudige membraandrukverschilmeters beschreven met in het ene geval een drukgebied van 10^{-2} tot 100 Pa en een opmerkelijke responsietijd van 10^{-4} seconde en in het andere geval een drukgebied van 10^{-3} tot 5 Pa met een nauwkeurigheid van ± 2 % volle schaal.

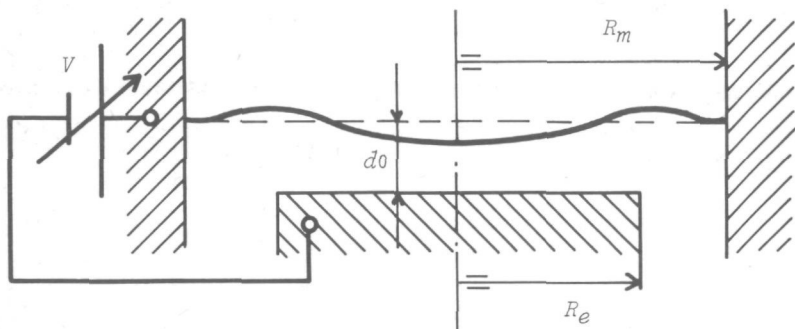
Van de momenteel commercieel verkrijgbare membraanvacuümeters of capacatieve drukverschilmeters zijn er twee fabrikaten die concurrerend zijn, namelijk de MKS-Baratron van MKS Instruments, Inc.⁴⁸ en de Barocel van Datametrics⁴⁹. Beide firma's brengen een serie druksensoren op de markt, die bijna alle van het differentiaalmembraancondensatortype zijn. Zoals Fig. 2. laat zien zijn de beide gebruikte meet-systemen nagenoeg identiek en wordt de hoge stabiliteit van audiofrequente meet-systemen benut, hetgeen voor beide fabrikaten neerkomt op een drukbereik in de gevoeligste opbouw van 0 tot 100 Pa met een gevoeligheid en stabiliteit van één tot enkele malen 10^{-4} Pa. Uit gesprekken met gebruikers van deze apparatuur is mij gebleken dat aan deze specificaties echter veelal niet kan worden voldaan. Een nadere beschouwing van beide blokschema's van Fig. 2. leert, dat analoog aan het systeem van Alpert et al.⁴⁴, de capacatieve sensor samen met de brugschakeling en de eerste signaalversterkingstrap in één behuizing is opgenomen, teneinde de destabiliserende werking van kabelcapaciteiten en andere strooicapaciteiten tot een minimum te beperken. Het uitgangssignaal van 10 kHz wordt met behulp van fasegevoelige detectie omgezet in een D.C. signaal met een polariteit die gekoppeld is aan die van het drukverschil. Een ogenschijnlijk onbelangrijk verschil in beide systemen is het feit dat bij de Barocel-systemen het membraan elektrisch zwevend is opgesteld en dat bij de Baratron-systemen het membraan juist op aardpotentiaal ligt en de brugtransformator die de andere tak van de brug vormt zwevend is opgesteld. Zoals later zal blijken is het juist dit verschil dat maakt dat, wel is waar met aanpassing van de mechanische constructie, (zie Fig. 3.) de strooicapaciteiten en andere parasitaire impedanties welke in de sensorbehuizing optreden kunnen worden geëlimineerd bij het ontwerp van Datametrics terwijl dit bij het ontwerp van MKS op principiële gronden niet mogelijk is.

Een voor de gevoeligste druksensoren opmerkelijk detail is bij Datametrics het gebruik van een hulpelektrode welke de plaaitelektrode omringt en voor compensatie van de beweging van de elektrodendrager ten opzichte van de spanning van het membraan gebruikt wordt.

Alle onder 3. behandelde ontwerpen berusten op uitwijking van het membraan. Membraan en plaaiteigenschappen zijn dus vertegenwoordigd in de meterconstante. Boven-



4.A Schematische weergave van de drukverschilsensor Atlas-MMM



4.B Ontstaan van komvorm t.g.v. terugtrekken over een kleiner oppervlak dan de totale oppervlakte van het membraan

Fig.4. Enkelzijdige drukverschilsensor Atlas-MMM met invloed op het membraan van de terugtrekspanning.

dien treden parallel aan de te meten condensatoren parasitaire impedanties op, die een rechtstreekse berekening van de meterconstante uit de constructiegegevens belemmeren. Deze meters zijn wel als transferstandaards te kwalificeren, echter niet als referentiestandaards.

4. De combinatie van elektrostatisch terugtrekken van het membraan met capacatieve detectie.

Opstelten en Warmoltz⁵⁰ hebben een membraandrukverschilmeter ontworpen, welke afgeleid is van de constructie van een condensatormicrofoon, beschreven door Rademakers⁵¹, in combinatie met een hoogfrequent brugcircuit, ontworpen door Zaalberg van Zelst⁵². Hierbij wordt het ten gevolge van een drukverschil uitbollend membraan door het aanbrengen van een elektrostatisch spanningsverschil weer teruggebracht in de evenwichtsstand. Het bereiken van die evenwichtsstand wordt gedetecteerd met behulp van de hoogfrequentbrug. Uitgaande van de aantrekkende werking van geladen platen van vlakke plaatcondensatoren en uitgaande van een ideale symmetrie in de capacatieve membraandrukverschilsensor valt af te leiden, dat tussen een elektrostatisch spanningsverschil V aan één zijde van het membraan en het mechanisch drukverschil Δp geldt

$$\Delta p = K \cdot V^2, \text{ met } K: \text{ meterconstante.} \quad (\text{II.5})$$

Bij elektrostatische spanningsverschillen aan beide zijden van het membraan, aan de hoge drukzijde $V_0 + \Delta V$ en aan de lage drukzijde $V_0 - \Delta V$, geldt

$$\Delta p = 4KV_0\Delta V. \quad (\text{II.6})$$

Waar oorspronkelijk de relatie tussen Δp en V kwadratisch is geldt nu een lineair verband tussen Δp en ΔV . In een wat later verschenen artikel van Opstelten, Warmoltz en Zaalberg van Zelst⁵³ zijn de resultaten van een dergelijk meetsysteem gepubliceerd. Door instelling van V_0 op verschillende waarden kan de metergevoeligheid veranderd worden. Hierbij ontstaat dan een lineaire meter voor drukverschillen met een meetgebied van 10^{-3} tot 50 Pa bij praktisch iedere absolute druk in de meter. Het wordt aanbevolen de drukmeter te thermostrezen om de stabiliteit te vergroten.

In 1957 annonceerde Atlas-Werk AG. te Bremen⁵⁴ dat een serie membraanvacuümmeters op de markt gebracht zou worden, waaronder er één, waarbij het membraan elektrostatisch in de evenwichtsstand teruggetrokken kan worden. De druksensor werd enkelzijdig uitgevoerd en had een meetbereik van 10^{-2} tot 10 Pa met een gevoeligheid van 2×10^{-3} Pa/sd. Voor de capaciteitsmeetbrug werd gebruik gemaakt van een 20 kHz generator gecombineerd met fasegevoelige detectie. In latere publikaties rond deze commercieel verkrijgbare instrumenten geeft Drawin⁵⁵⁻⁵⁷ theoretische verhandelingen over de bepaling van de meterconstante en de invloeden van optredende verschijnselen, zoals membraandoorbuigingen, diëlektrische effecten, gasadsorptie en temperatuur. Hierbij zijn een aantal kanttekeningen te plaatsen. Zoals in Fig.4.A. schematisch is weergegeven wordt het membraan met een straal R_m door een spanning V op de elektrode met straal R_e op afstand d_0 teruggetrokken, terwijl over het membraan in tegengestelde richting een drukverschil staat. In zijn theorie vervangt Drawin de beide oppervlakteverdeelde belastingen Δp over oppervlak met straal R_m en $\epsilon_0 \epsilon_r V^2 / d_0^2$ over oppervlak met straal R_e door hun resulterende krachten, aangrijpend in het centrum van het membraan. Hij stelt dat het membraan weer in de oorspronkelijke evenwichtsstand is als de capaciteitswaarde bij terugtrekking gelijk wordt aan de oorspronkelijke rustcapaciteit tussen membraan en elektrode en dat er dan eveneens evenwicht is tussen de beide resulterende krachten. In formulevorm levert dit met meterconstante K

$$\Delta p = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r R_e^2 V^2}{R_m^2 d_0^2} = KV^2. \quad (\text{II.7})$$

Drawin gaat daarmee voorbij aan het feit dat door het verschil in omvang van de invloedssfeer van beide belastingen het membraan een komvorm zal vertonen in teruggetrokken positie, zoals geschetst is in Fig.4.B. Later zal blijken dat dit effect afhankelijk is van de grootte van de verhouding R/R_e en de meterconstante daardoor in de orde van enkele procenten wordt beïnvloed. De meterconstante wordt afhankelijk van de materiaaleigenschappen en de voorspanning welke aan het membraan gegeven is. Er wordt zo ver teruggetrokken dat de gemiddelde capaciteit tussen komvormig membraan en elektrode gelijk is aan die tussen oorspronkelijk vlak membraan en elektrode.

De membraan-elektrode-afstand d_0 kan niet rechtstreeks voldoende nauwkeurig worden bepaald en wordt daarom via capaciteitsmeting bepaald door gebruik te maken van de ideale plaatcondensatorformule

$$C_e = \frac{\pi \epsilon_0 \epsilon_r R_e^2}{d_0} \cdot \quad (\text{II.8})$$

In het ontwerp van Drawin zijn strooicapaciteiten en andere parasitaire impedanties met een gezamenlijke waarde C_s aanwezig, die bij meting van d_0 aan de nauwkeurigheid ernstig afbreuk doen.

Teneinde ook de invloed van de doorbuiging van het membraan op de capaciteit tussen membraan en elektrode te berekenen maakt Drawin gebruik van de formules welke gelden voor stijve platen met verschillende middenuitwijkingen. Ook hiervan zal later blijken dat dit incorrect is.

Tenslotte wordt door Drawin afgeleid dat alleen de veranderingen van de contactpotentiaal tussen membraan en elektrode een invloed op de drukmeting zouden hebben hetgeen eveneens onjuist is.

Dat desondanks vrij diepgaand is ingegaan op de theoriën van Drawin ligt aan het feit, dat zijn bedoeling om de membraanvacuummeter absoluut te maken ook de mijn is.

Tenslotte is nog als ontwerp vermeldenswaard de druksensor ontwikkeld door Frank omdat hierbij, gebruikmakend van een differentiaalcondensatorsysteem, een temperatuurstabiliteit bereikt wordt van 10^{-4} Pa/K voor de capaciteitsverhouding, terwijl deze stabiliteit van beide capaciteitshelften afzonderlijk een factor 1000 slechter was.

II.e. KRITISCH ONDERZOEK AAN MEMBRAANVACUUMMETERS DOOR ANDEREN VERRICHT.

Een uitgebreid artikel over de invloed van temperatuur-effecten op membraandrukverschilsensors is geschreven door Pressey⁵⁹. Naast de effecten van rechtstreekse capaciteitsveranderingen ten gevolge van verschillen in de uitzettingscoëfficiënten, gekoppeld aan capaciteitsgeometrieën heeft hij ook aandacht besteed aan de invloed die ontstaat indien een ongespannen vlakke plaat is opgenomen in een sponning met een kleinere uitzettingscoëfficiënt. Er ontstaan dan instabiliteiten door temperatuursverhoging daar de plaat dan zowel van de elektrode af als naar de elektrode toe kan doorknikken. Om dit te voorkomen is voorspannen van dunne platen het aangewezen middel. Door een goede combinatie van materialen met bekende uitzettingscoëfficiënten is te bereiken dat de capaciteitsstabiliteit van een enkelvoudig uitgevoerde drukverschilsensor relatief gezien uitkomt op ongeveer 100 p.p.m. per Kelvin.

Ook Baxter⁶⁰ heeft zich met de beperking van de temperatuursinvloed bezig gehouden. Milazzo⁶¹ heeft aangetoond dat aanmerkelijke meetfouten kunnen optreden door adsorptie van stoffen met grote dipoolmomenten op membranen en elektroden. Ook geeft hij wegen aan om deze fouten te vermijden.

Verder zijn in de loop der jaren vele artikelen verschenen waarbij een capacitieve membraanvacuüm-meter vergeleken wordt met betrouwbare absolute vacuüm-meters⁶²⁻⁶⁶. Uit alle artikelen blijkt de grote lineariteit, de reproduceerbaarheid en de betrouwbaarheid van dit type meter dat hem superieur maakt aan de McLeod-vacuüm-meter; evenwel de erkenning als primaire standaard is niet mogelijk door de onberekenbaarheid van de meterconstante.

Naast de door de fabrikanten aangegeven toepassingsmogelijkheden^{48,49} van membraanvacuüm-meters, zoals automatische drukkewaking en regeling in systemen, volumebepalingen, windtunnelexperimenten, gasstroommeetsystemen, dampdrukthermometrie en cryogene temperatuurconstrôle, massaspectrometrie transferstandaard en lektesten, zijn door Peggs⁶⁷ op het gebied van gasstroommetingen en door Norström, Berg en Andersson⁶⁸ op het gebied van volumemetingen, artikelen gepubliceerd, waaruit blijkt dat de membraanvacuüm-meter een uiterst nuttig instrument is.

HOOFDSTUK III.

BUIGINGSPROFIELEN VAN GESPANNEN CIRKELVORMIG INGEKLEMDE STIJVE PLATEN ONDER ROTATIESYMMETRISCHE BELASTINGEN.

SAMENVATTING.

Door gebruik te maken van de grondslagen voor de toegepaste mechanica bij membranen en platen is de differentiaalvergelijking opgesteld voor infinitesimale uitwijkingen van dunne, in hun vlak alzijdig gespannen platen, die in een cirkelvormige sponning zijn ingeklemd en waarop een rotatiesymmetrische belasting inwerkt. Bij uniforme belasting en bij belasting, die langs de voerstraal beschouwd, de vorm heeft van een stapfunctie worden analytische oplossingen voor het uitwijkingprofiel gegenereerd. Met behulp van de oplossing bij stapvormige belasting wordt het oppervlaktegemiddelde van de uitwijking binnen een ringvormig gebied analytisch bepaald.

Tenslotte worden uit die analytische oplossingen, door enerzijds de voorspanning tot nul te laten afnemen en anderzijds de plaatdikte tot nul te laten afnemen met behoud van een eindige oppervlaktetenspanning, de door anderen^{69,81} reeds gegeven oplossingen voor respectievelijk de ongespannen cirkelvormig ingeklemden stijve plaat en het cirkelvormig ingespannen ideale membraan verkregen. Dit laatste dient deels ter controle van de theorie, deels ter verkrijging van handzamer formules.

CHAPTER III.

DEFLECTION PROFILES OF PRE-STRESSED CIRCULARLY CLAMPED STIFF PLATES UNDER INFLUENCES OF ROTATION-SYMMETRICAL LOADS.

SUMMARY.

Using the basic principals of applied mechanics in the cases of membranes and plates, the differential equation has been derived for infinitesimal deflections of thin plates, uniformly stressed, circularly clamped and loaded by a rotation-symmetrical load.

In the cases of a uniform load and a load in the form of a stepfunction in radial direction, analytical solutions of the deflection profiles are generated.

With the solution of the deflection, due to a load in the form of a stepfunction, the surface average deflection inside a ringformed area is derived analytically.

Finally with this analytical solution, the solutions for on the one hand deflection profiles of the ideal membrane, letting the thickness of the plate become zero while the surface tension remains and on the other hand the ideal stiff unstressed, circularly clamped plate, published by other investigators^{69,81}, are achieved as asymptotic boundaries of the derived real solution. This is done partly for checking the theory, partly for achieving tractable formulas.

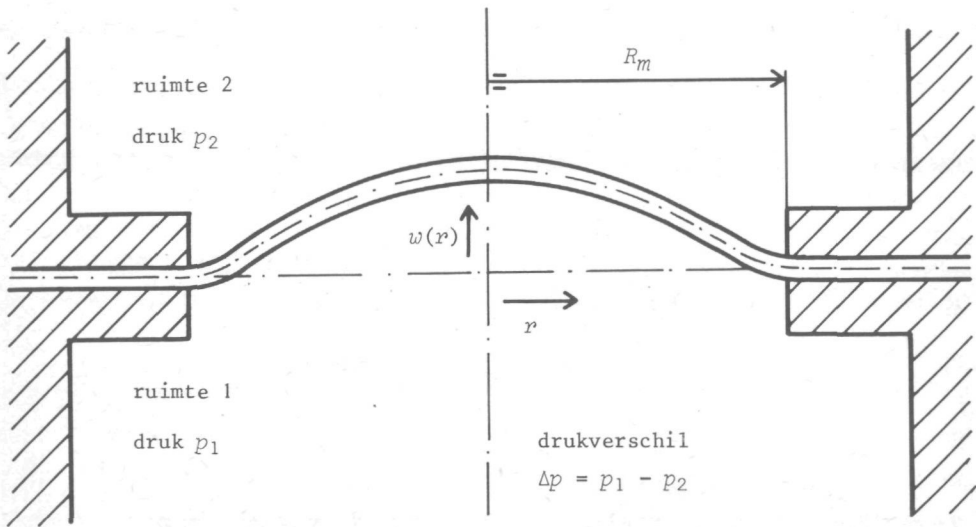


Fig.5. Cirkelvormige plaat als scheidingswand tussen twee ruimten met verschillende drukken.

III.a. OPLOSSING VOOR HET UITWIJKINGSPROFIEL VAN EEN CIRKELVORMIG INGEKLEMDE ALZIJDIG GESPANNEN STIJVE PLAAT ONDER UNIFORME BELASTING.

Om de uitwijking van een voorgespannen, cirkelvormig ingeklemde dunne plaat onder uniforme belasting te berekenen, kan worden uitgegaan van de, onder meer door Timoshenko en Woinowsky-Krieger⁶⁹ geformuleerde, differentiaalvergelijking in cartesische coördinaten

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{1}{D} \left[\Delta p + h \sigma_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + h \sigma_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2h \tau_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right], \quad (\text{III.1})$$

waarbij w : uitwijking ter plaatse (x, y) [m]; x en y coördinaten in het plaatvlak [m]; D : buigstijfheid [Nm], $D = Eh^3/12(1-\mu^2)$; E : elasticiteitsmodulus [Pa]; h : plaatdikte [m]; μ : getal van Poisson [-]; Δp : belasting loodrecht op het plaatoppervlak [Pa]; σ_x : spanning in x -richting [Pa]; σ_y : spanning in y -richting [Pa]; τ_{xy} : schuifspanning [Pa], waarbij $\tau_{xy} = \tau_{yx}$.

Is de voorspanning isotroop, zodat geldt

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_p \quad (\text{III.2}) \quad \text{en} \quad \tau_{xy} = 0, \quad (\text{III.3})$$

dan is (III.1) te schrijven als

$$D \nabla^2 \nabla^2 w - h \sigma_p \nabla^2 w = \Delta p, \quad (\text{III.4})$$

waarbij ∇^2 de differentiaaloperator van Laplace representeert en Δp nog een functie kan zijn van de plaats.

Bij cirkelvormige inklemming en rotatiesymmetrische belasting Δp wordt na coördinaten transformatie van cartesische naar cilindercoördinaten, rekening houdend met het verdwijnen van de hoekafhankelijkheid, gevonden voor de differentiaalvergelijking (III.4)

$$\nabla_r^2 [D \nabla_r^2 w - h \sigma_p w] = \Delta p, \quad (\text{III.5})$$

waarbij geldt

$$\nabla_r^2 = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d}{dr} \right). \quad (\text{III.6})$$

Verder moet bij de oplossing gebruik gemaakt worden van de radiaalspanning in de plaat, welke in dit geval luidt

$$\sigma_r = \sigma_p - \frac{E}{1-\mu^2} \left[z \frac{d^2 w}{dr^2} + \mu \frac{z}{r} \frac{dw}{dr} \right], \quad (\text{III.7})$$

waarbij z een met het plaatmateriaal meebewegende coördinaat is, die zijn oorsprong heeft in het meridiaanvlak van de plaat en loopt van $-h/2$ tot $+h/2$.

Ten slotte geldt nog voor de schuifkracht per lengte W op een straal r

$$W = \frac{d}{dr} (D \nabla_r^2 w - h \sigma_p w). \quad (\text{III.8})$$

Is de belasting Δp in het beschouwde gebied constant, zoals in Fig.5. is weergegeven, dan gaat (III.5) door te stellen

$$D \nabla_r^2 w - h \sigma_p w = f(r) \quad (\text{III.9})$$

en na uitschrijven van de differentiaaloperator ∇_r^2 volgens formule (III.6) over in

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \frac{df(r)}{dr} = \Delta p. \quad (\text{III.10})$$

De algemene oplossing van deze differentiaalvergelijking luidt

$$f(r) = \frac{1}{4} \Delta p r^2 + C_1 \ln r + C_0 \quad (\text{III.11})$$

met C_0 en C_1 nog aan de randvoorwaarden aan te passen constanten.

Met behulp van (III.11) gaat (III.5) over in

$$\frac{D}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dw}{dr} \right) - h\sigma_p w = \frac{1}{4} \Delta p r^2 + C_1 \ln r + C_0. \quad (\text{III.12})$$

De oplossing van deze differentiaalvergelijking bestaat uit de som van de oplossing (w_1) van de homogene differentiaalvergelijking en een particuliere oplossing (w_2).

Als particuliere oplossing blijkt te voldoen

$$w_2(r) = -\frac{C_0}{h\sigma_p} - \frac{D\Delta p}{h^2\sigma_p} - \frac{C_1}{h\sigma_p} \ln r - \frac{\Delta p}{4h\sigma_p} r^2. \quad (\text{III.13})$$

Nu moet nog de oplossing $w_1(r)$ gevonden worden van de homogene differentiaalvergelijking

$$\frac{D}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dw_1}{dr} \right) - h\sigma_p w_1 = 0. \quad (\text{III.14})$$

Door substitutie van $u = r(h\sigma_p/D)^{\frac{1}{2}}$ gaat (III.14) over in

$$\frac{1}{u} \frac{d}{du} \left(u \frac{dw_1}{du} \right) - w_1 = 0 \quad (\text{III.15})$$

Dit is een bijzonder geval van de gemodificeerde differentiaalvergelijking van Bessel

$$\frac{1}{u} \frac{d}{du} \left(u \frac{dw_1}{du} \right) - \left(1 + \frac{n^2}{u^2} \right) w_1 = 0, \quad (\text{III.16})$$

waarin n een geheel getal is.

De algemene oplossing van deze differentiaalvergelijking luidt

$$w_1(u) = C_2 I_n(u) + C_3 K_n(u). \quad (\text{III.17})$$

Hierin zijn $I_n(u)$ en $K_n(u)$ n^e orde gemodificeerde Besselfuncties van respectievelijk de eerste en tweede soort. C_2 en C_3 zijn nog aan te passen constanten.

Voor de definities van deze functies wordt verwezen naar Appendix II.

De oplossing van vergelijking (III.14) wordt gegeven door

$$w_1(r) = C_2 I_0(2\beta r) + C_3 K_0(2\beta r) \quad (\text{III.18})$$

met

$$\beta = \frac{1}{2} (h\sigma_p/D)^{\frac{1}{2}} = \left[3\sigma_p(1 - \nu^2)/h^2 E \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (\text{III.19})$$

De algemene oplossing van (III.5) met uniforme belasting luidt nu

$$w(r) = w_1(r) + w_2(r) = \left[-C_0 - \Delta p/4\beta^2 - C_1 \ln r - \Delta p r^2/4 \right] / h\sigma_p + C_2 I_0(2\beta r) + C_3 K_0(2\beta r). \quad (\text{III.20})$$

Ter berekening van de constanten in formule (III.20) worden deze in overeenstemming gebracht met de geldende randvoorwaarden. Deze randvoorwaarden luiden (zie ook Fig.5.):

1. Voor $r = R_m$ wordt de uitwijking nul of $w(R_m) = 0$.

De voorwaarden, dat er continuïteit van zowel verplaatsing als hellingshoek is, leidt bij $r = 0$ en $r = R_m$ tot de volgende drie randvoorwaarden:

2. Voor $r = R_m$ geldt $\left(\frac{dw}{dr}\right)_{r=R_m} = 0$.

3. Voor $r = 0$ moet de uitwijking eindig zijn.

4. Voor $r = 0$ geldt $\left(\frac{dw}{dr}\right)_{r=0} = 0$.

Hierbij is R_m de straal van de sponning van de plaat.

Deze vier randvoorwaarden blijken voldoende te zijn voor de bepaling van de constanten C_0, C_1, C_2, C_3 uit vergelijking (III.20)

Als resultaat vindt men

$$C_0 = \left[\frac{1}{\beta^2} - R_m^2 + \frac{R_m}{\beta} \frac{I_0(2\beta R_m)}{I_1(2\beta R_m)} \right] \frac{\Delta p}{4},$$

$$C_1 = 0$$

$$C_2 = \frac{\Delta p R_m}{4h\sigma_p} \cdot \frac{1}{I_1(2\beta R_m)},$$

$$C_3 = 0.$$

(III.21)

Hierbij is gebruik gemaakt van recurrente betrekkingen en, ter evaluatie van de regulariteitsvoorwaarde voor $r = 0$, van benaderende waarden van $K_0(2\beta r)$ en $K_1(2\beta r)$ voor kleine argumenten. De formules hiervoor zijn weergegeven in Appendix II. Door substitutie van de gevonden waarden volgens (III.21) en met behulp van de normeringsnotaties

$$\alpha = 2\beta R_m \quad (\text{III.22}) \quad \text{en} \quad r/R_m = \rho, \quad (\text{III.23})$$

ingevuld in (III.20) wordt gevonden

$$w(\rho) = \left[1 - \rho^2 + \frac{2}{\alpha} \frac{I_0(\alpha\rho) - I_0(\alpha)}{I_1(\alpha)} \right] \frac{R_m^2 \Delta p}{4h\sigma_p}. \quad (\text{III.24})$$

Hierin zijn ρ : de op de straal van de sponning genormeerde plaatcoördinaat[-], $w(\rho)$: uitwijking ter plaatse ρ [m], R_m : straal van de sponning [m], h : dikte van de plaat [m], σ_p : voorspanning [Pa], Δp : belastende druk [Pa].

In de parameter α , gegeven door

$$\alpha = R_m (h\sigma_p/D)^{\frac{1}{2}} = R_m \left[12\sigma_p(1 - \nu^2)/h^2 E \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (\text{III.25})$$

komen alle grootheden voor die het membraan of plaatgedrag bepalen.

Voor $D \rightarrow 0$ en $h\sigma_p$ eindig, zodat $\alpha \rightarrow \infty$ gaat, ontstaat het membraangedrag.

Voor $\sigma_p \rightarrow 0$ en D eindig, zodat $\alpha \rightarrow 0$ gaat, moet het ongespannen stijve plaatgedrag ontstaan.

Wordt nu in (III.24) en (III.25) de trekspanning σ_p vervangen door een drukspanning $-\sigma_p$, dan wordt α zuiver imaginair.

Op eenvoudige wijze is dan met behulp van recurrente betrekkingen tussen normale en gemodificeerde Besselfuncties aan te tonen dat (III.24) zonder meer overgaat

in

$$w(\rho) = \left[\rho^2 - 1 + \frac{2}{\alpha} \frac{J_0(\alpha\rho) - J_0(\alpha)}{J_1(\alpha)} \right] \frac{R_0^2 \Delta p}{4h\sigma_p}, \quad (\text{III.26})$$

waarbij $J_0(x)$ en $J_1(x)$ de 0^e en 1^e orde Besselfuncties met argument x voorstellen. Formule (III.26) is identiek aan de door Nádai⁷⁰ gegeven analytische oplossing voor een cirkelvormig ingeklemde stijve plaat, welke niet alleen onderworpen wordt aan een uniforme belasting Δp , maar waarop in het vlak van de plaat een uniforme drukspanning σ_p werkt.

De restrictie dat α beneden een maximale waarde $\alpha_{\max} = 3.83171$ moet blijven geldt bij (III.24) nu evenwel niet meer, daar voor iedere waarde van $\alpha > 0$ geldt $I_1(\alpha) > 0$. Voor een uitvoerige behandeling van de invloed op het profiel van de grootte van α kan verwezen worden naar het afstudeerverslag van F.C. Vermeulen⁸², waarin ook een groot aantal profielmetingen aan zowel dunne membranen als dikkere stijve platen geanalyseerd zijn.

Het uitwijkingsprofiel volgens (III.24) geldt voor infinitesimale plaatuitwijkingen, dat wil zeggen zodanig kleine uitwijkingen dat het kwadraat van de hellingshoek bij de bepaling van de rektoename in de plaat nog verwaarloosd mag worden. Wordt aan dit laatste niet meer voldaan, dan moet aansluiting gezocht worden bij oplossingen die door anderen⁶⁹⁻⁷⁹ hieromtrent geleverd zijn.

III.b. HET UITWIJKINGSPROFIEL INDIEN DE BELASTING IN RADIALE RICHTING DE VORM VAN EEN STAFFUNCTIE HEEFT.

Indien de rotatiesymmetrische belasting $\Delta p(r)$ de vorm van een stapfunctie heeft, waarbij voor $0 \leq r < R_e$ geldt $\Delta p(r) = \Delta p_1$ en voor $R_e < r \leq R_m$ geldt $\Delta p(r) = \Delta p_2$, dan kan de algemene differentiaalvergelijking (III.5) opgesplitst worden over de beide deelgebieden. Voor beide deelgebieden geldt analoog aan formule (III.20): Gebied 1; $0 \leq r < R_e$; $\Delta p(r) = \Delta p_1$; (zie Fig.6.),

$$w_1 = - \left[C_0 + \frac{\Delta p_1}{4\beta^2} + C_1 \ln r + \frac{\Delta p_1}{4} r^2 \right] / h\sigma_p + C_2 I_0(2\beta r) + C_3 K_0(2\beta r). \quad (III.27)$$

Gebied 2; $R_e < r \leq R_m$; $\Delta p(r) = \Delta p_2$,

$$w_2 = - \left[D_0 + \frac{\Delta p_2}{4\beta^2} + D_1 \ln r + \frac{\Delta p_2}{4} r^2 \right] / h\sigma_p + D_2 I_0(2\beta r) + D_3 K_0(2\beta r). \quad (III.28)$$

In (III.27) en (III.28) zijn C_0 t/m C_3 en D_0 t/m D_3 constanten, die aan de geldende randvoorwaarden moeten worden aangepast.

Voor gebied 1 levert dit voor $r = 0$ opnieuw de beide eisen op

$$r = 0; \quad \frac{dw_1}{dr} = 0 \quad \text{en} \quad w_1 \text{ eindig.} \quad (III.29)$$

Hieraan kan voldaan worden als geldt

$$C_1 = C_3 = 0. \quad (III.30)$$

C_1 en C_3 kunnen direct ingevuld worden in (III.27).

Op de grens tussen beide gebieden $r = R_e$ gelden de volgende betrekkingen:

1. Continuïteit van de uitwijking, zodat $w_1 = w_2$ ofwel $w_1 - w_2 = 0$, resulterend in

$$- \left[(C_0 - D_0) + \frac{\Delta p_1 - \Delta p_2}{4\beta^2} - D_1 \ln R_e + \frac{\Delta p_1 - \Delta p_2 R_e^2}{4} \right] / h\sigma_p + (C_2 - D_2) I_0(2\beta R_e) - D_3 K_0(2\beta R_e) = 0. \quad (III.31)$$

2. Continuïteit van de hellingshoek, zodat $\frac{dw_1}{dr} = \frac{dw_2}{dr}$ ofwel $\frac{dw_1}{dr} - \frac{dw_2}{dr} = 0$, resulterend in

$$- \left[-\frac{D_1}{R_e} + \frac{\Delta p_1 - \Delta p_2 R_e}{2} \right] / h\sigma_p + 2\beta(C_2 - D_2) I_1(2\beta R_e) + 2\beta D_3 K_1(2\beta R_e) = 0 \quad (III.32)$$

3. Continuïteit in de radiaalspanning σ_r , hetgeen met formule (III.7) en de onder 2. gegeven conditie resulteert in

$$\frac{d^2 w_1}{dr^2} = \frac{d^2 w_2}{dr^2} \quad \text{ofwel} \quad \frac{d^2 w_1}{dr^2} - \frac{d^2 w_2}{dr^2} = 0,$$

$$- \frac{D_1}{R_e^2} + \frac{\Delta p_1 - \Delta p_2}{2} h h\sigma_p + 4\beta^2(C_2 - D_2) \left[I_0(2\beta R_e) - \frac{I_1(2\beta R_e)}{2\beta R_e} \right] + 4\beta^2 D_3 \left[K_0(2\beta R_e) + \frac{K_1(2\beta R_e)}{2\beta R_e} \right] = 0. \quad (III.33)$$

4. Continuïteit in de schuifspanning per lengte W , hetgeen met formule (III.8), gecombineerd met (III.11) oplevert

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{1}{4} (\Delta p_1 - \Delta p_2) r^2 + C_0 - D_0 - D_1 \ln r \right)_{r=R_e} = 0. \quad (III.34)$$

Uitwerking geeft voor D_1 de waarde

$$D_1 = (\Delta p_1 - \Delta p_2) \frac{R_e^2}{2}. \quad (III.35)$$

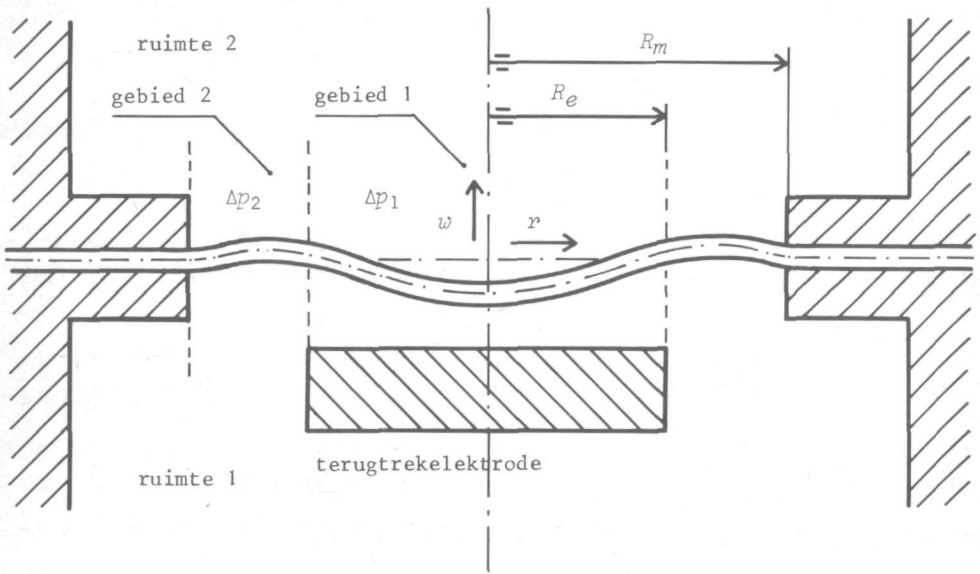


Fig.6. Cirkelvormige plaat als scheidingswand tussen twee ruimten met verschillende drukken. Door terugtrekken heeft de belasting in radiale richting de vorm van een stapfunctie gekregen.

Op de buitenrand van gebied 2. ($r=R_m$) zijn weer de volgende betrekkingen geldig:
 $r = R_m$; $w_2 = 0$ of

$$- \left[D_0 + \frac{\Delta p_2}{4\beta^2} + D_1 \ln R_m + \frac{\Delta p_2 R_m^2}{4} \right] \bar{h}\sigma_p + D_2 I_0(2\beta R_m) + D_3 K_0(2\beta R_m) = 0,$$

$r = R_m$; $\frac{dw_2}{dr} = 0$ of

$$- \left[\frac{D_1}{R_m} + \frac{\Delta p_2 R_m}{2} \right] \bar{h}\sigma_p + 2\beta D_2 I_1(2\beta R_m) - 2\beta D_3 K_1(2\beta R_m) = 0. \quad (\text{III.37})$$

In de formules (III.32) t/m (III.37) is gebruik gemaakt van de recurrente betrekkingen welke voor gemodificeerde Besselfuncties en hun afgeleiden gelden. Zie hiervoor Appendix II.

De laatste relatie, waaraan moet worden voldaan, komt voort uit het feit dat de plaat in rust is, zodat er voor ieder concentrisch deel van de schijf met een straal R evenwicht moet zijn tussen de resultante van de schuifkracht $W(R)$ per lengte langs de omtrek $2\pi R$ en de totale belasting op de schijf binnen straal R , hetgeen met behulp van (III.8), gecombineerd met (III.9) en (III.11) voor een straal $R > R_e$ oplevert

$$2\pi R \left[\frac{D_1}{R} + \frac{\Delta p_2 R}{2} \right] = \pi R_e^2 \Delta p_1 + \pi (R^2 - R_e^2) \Delta p_2, \quad (\text{III.38})$$

resultierend in dezelfde waarde voor D_1 als in (III.35) reeds gegeven is.

De formules (III.31) t/m (III.33) en (III.35) t/m (III.37) kunnen opgevat worden als zes onafhankelijke vergelijkingen voor de zes onbekenden C_0 , C_2 , D_0 , D_1 , D_2 en D_3 . Oplossing van dit stelsel geeft achtereenvolgens

$$C_0 = - \frac{\bar{h}\sigma_p Q \alpha^2 \rho_e^2}{2} \left[\frac{1}{2} - \ln(\rho_e) \right] - \frac{\Delta p_2 R_m^2}{\alpha^2} \left[1 + \frac{\alpha^2}{4} \right] + \frac{P}{2} \frac{I_0(\alpha)}{\alpha I_1(\alpha)} - \bar{h}\sigma_p Q \frac{\rho_e I_1(\alpha \rho_e)}{I_1(\alpha)},$$

$$C_2 = \frac{P}{2} \frac{1}{\bar{h}\sigma_p \alpha I_1(\alpha)} - Q \alpha \rho_e I_1(\alpha \rho_e) \left[\frac{K_1(\alpha)}{I_1(\alpha)} - \frac{K_1(\alpha \rho_e)}{I_1(\alpha \rho_e)} \right],$$

$$D_0 = - \frac{\bar{h}\sigma_p Q \alpha^2 \rho_e^2}{2} \ln(R_m) - \frac{\Delta p_2 R_m^2}{\alpha^2} \left[1 + \frac{\alpha^2}{4} \right] + \frac{P}{2} \frac{I_0(\alpha)}{\alpha I_1(\alpha)} - \bar{h}\sigma_p Q \frac{\rho_e I_1(\alpha \rho_e)}{I_1(\alpha)},$$

$$D_1 = \frac{R_m^2 \rho_e^2}{2} (\Delta p_1 - \Delta p_2),$$

$$D_2 = \frac{P}{2} \frac{1}{\bar{h}\sigma_p \alpha I_1(\alpha)} - Q \alpha \rho_e I_1(\alpha \rho_e) \frac{K_1(\alpha)}{I_1(\alpha)},$$

$$D_3 = - Q \alpha \rho_e I_1(\alpha \rho_e). \quad (\text{III.39})$$

Hierin zijn de volgende afkortingsnotaties gebruikt

$$P = R_m^2 \left[\rho_e^2 \Delta p_1 + (1 - \rho_e^2) \Delta p_2 \right],$$

$$Q = \frac{R_m^2 (\Delta p_1 - \Delta p_2)}{\bar{h}\sigma_p \alpha^2}. \quad (\text{III.40})$$

Ook nu weer geldt respectievelijk voor α en ρ formule (III.22) respectievelijk formule (III.23).

Voor de uitwijking in de beide gebieden wordt na invullen van (III.22), (III.23), (III.39) en (III.40) in de formules (III.27) en (III.28) gevonden

$$w_1 = \frac{\Delta p_1}{4h\sigma_p} R_m^2(1 - \rho^2) + \frac{Q}{4} \left[\alpha^2 \rho_e^2 - \alpha^2 - 2\alpha^2 \rho_e^2 \ln(\rho_e) - 4 \right] + \frac{P}{2h\sigma_p} \frac{I_0(\alpha\rho) - I_0(\alpha)}{\alpha I_1(\alpha)} + Q \frac{\rho_e I_1(\alpha\rho_e)}{I_1(\alpha)} - Q\alpha\rho_e I_1(\alpha\rho_e) \left[\frac{K_1(\alpha)}{I_1(\alpha)} - \frac{K_1(\alpha\rho_e)}{I_1(\alpha\rho_e)} \right] I_0(\alpha\rho) \quad (\text{III.41})$$

en

$$w_2 = \frac{\Delta p_2}{4h\sigma_p} R_m^2(1 - \rho^2) - \frac{Q}{2} \alpha^2 \rho_e^2 \ln(\rho) + \frac{P}{2h\sigma_p} \frac{I_0(\alpha\rho) - I_0(\alpha)}{\alpha I_1(\alpha)} + Q \frac{\rho_e I_1(\alpha\rho_e)}{I_1(\alpha)} - Q\alpha\rho_e I_1(\alpha\rho_e) \left[\frac{K_1(\alpha)}{I_1(\alpha)} + \frac{K_0(\alpha\rho)}{I_0(\alpha\rho)} \right] I_0(\alpha\rho). \quad (\text{III.42})$$

In de keuze van Δp_1 en Δp_2 is men nog vrij. Voor het praktische geval dat men te doen heeft met een membraanvacuüm-meter, waarvan het membraan wordt teruggetrokken kan men stellen

$$\Delta p_2 = \Delta p, \text{ het mechanisch drukverschil}$$

en

$$\Delta p_1 = \Delta p - \Delta p_e, \text{ het verschil van mechanisch drukverschil en elektrisch drukverschil.}$$

Het hangt nu af van de te kiezen elektrodenconfiguratie wat de berekening van de meterconstante met behulp van (III.41) oplevert.

Zoals later zal blijken wordt voor de bepaling van het bereiken van een evenwichtstand bij terugtrekken van het membraan het oppervlaktegemiddelde van de uitwijking in gebied 1, tussen verschillende stralen R_a en R_b regelmatig gebruikt. Dit oppervlaktegemiddelde is als volgt gedefiniëerd

$$w_0 = \frac{1}{R_b^2 - R_a^2} \int_{R_a}^{R_b} 2rw_1 dr = \frac{2}{\rho_b^2 - \rho_a^2} \int_{\rho_a}^{\rho_b} \rho w_1 d\rho. \quad (\text{III.43})$$

Uitvoering van de integratie levert met behulp van (III.41) op

$$w_0 = \frac{\Delta p_1 R_m^2}{4h\sigma_p} \left[1 - (\rho_b^2 + \rho_a^2)/2 \right] + \frac{Q}{4} \left[\alpha^2 \rho_e^2 - \alpha^2 - 2\alpha^2 \rho_e^2 \ln(\rho_e) - 4 \right] - \frac{P}{2h\sigma_p} \frac{I_0(\alpha)}{I_1(\alpha)} + Q \frac{\rho_e I_1(\alpha\rho_e)}{I_1(\alpha)} + \frac{P}{h\sigma_p} \frac{\rho_b I_1(\alpha\rho_b) - \rho_a I_1(\alpha\rho_a)}{(\rho_b^2 - \rho_a^2) \alpha^2 I_1(\alpha)} - 2Q\rho_e I_1(\alpha\rho_e) \left[\frac{K_1(\alpha)}{I_1(\alpha)} - \frac{K_1(\alpha\rho_e)}{I_1(\alpha\rho_e)} \right] \frac{\rho_b I_1(\alpha\rho_b) - \rho_a I_1(\alpha\rho_a)}{\rho_b^2 - \rho_a^2}. \quad (\text{III.44})$$

Als voorbeeld van het gebruik van dit oppervlaktegemiddelde kan dienen de membraanvacuüm-meter zoals door Drawin beschreven. De evenwichtstand die dan bereikt wordt bij terugtrekken is, op tweede orde fouten na, te berekenen uit formule (III.44) door te stellen

$$w_0 = 0; \rho_a = 0 \text{ en } \rho_b = \rho_e.$$

Dit levert duidelijk een andere evenwichtsconditie op dan Drawin heeft gebruikt.

III.c. DE ONGESPANNEN STIJVE PLAAT EN HET IDEAAAL MEMBRAAN ALS LIMIETEN VAN DE ALGEMENE OPLOSSING.

De algemene oplossing van par. III.a. en III.b. omvatten de beide uitersten van de ideale ongespannen stijve plaat en het ideaal membraan.

1. Zoals reeds eerder is uiteengezet is de ideale stijve plaat niet gespannen en alleen maar ingeklemd. Dit heeft tot gevolg dat de voorspanning σ_p nul wordt. Ook volgt uit de definitie van β (III.19) en α (III.22), dat α nul wordt. Voor σ_p kan gesubstitueerd worden

$$\sigma_p = \frac{D}{hR_m^2} \alpha^2, \quad (III.45)$$

terwijl voor Q geschreven kan worden

$$Q = R_m^4 (\Delta p_1 - \Delta p_2) / D \alpha^4. \quad (III.46)$$

Invullen in formule (III.24) levert op

$$w(\rho) = \left[1 - \rho^2 + \frac{2}{\alpha} \frac{I_0(\alpha\rho) - I_0(\alpha)}{I_1(\alpha)} \right] \frac{\Delta p R_m^4}{4D\alpha^2}. \quad (III.47)$$

Door gebruik te maken van de reeksontwikkelingen voor gemodificeerde Besselfuncties en daarbij een voldoende aantal termen mee te nemen is te bewijzen dat geldt

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} w(\rho) = (1 - \rho^2)^2 \frac{\Delta p R_m^4}{64D}, \quad (III.48)$$

hetgeen overeenstemt met wat onder andere door Timoshenko⁶⁹ beschreven is.

Invullen van (III.45) en (III.46) in (III.41) en (III.42) levert voor de stapvormige belasting op

$$w_1 = \frac{R_m^4}{4D\alpha^4} \left\{ \Delta p_1 \alpha^2 (1 - \rho^2) + \Delta p_2 \frac{2\alpha [I_0(\alpha\rho) - I_0(\alpha)]}{I_1(\alpha)} + (\Delta p_1 - \Delta p_2) \times \right. \\ \times \left[\alpha^2 \rho_e^2 - \alpha^2 - 2\alpha^2 \rho_e^2 \ln(\rho_e) - 4 + \rho_e^2 \frac{2\alpha [I_0(\alpha\rho) - I_0(\alpha)]}{I_1(\alpha)} + 4\rho_e \frac{I_1(\alpha\rho_e)}{I_1(\alpha)} \right. \\ \left. \left. - 4\alpha\rho_e I_1(\alpha\rho_e) \left[\frac{K_1(\alpha)}{I_1(\alpha)} - \frac{K_1(\alpha\rho_e)}{I_1(\alpha\rho_e)} \right] I_0(\alpha\rho) \right] \right\} \quad (III.49)$$

en

$$w_2 = \frac{R_m^4}{4D\alpha^4} \left\{ \Delta p_2 \left[\alpha^2 (1 - \rho^2) + \frac{2\alpha [I_0(\alpha\rho) - I_0(\alpha)]}{I_1(\alpha)} \right] + (\Delta p_1 - \Delta p_2) \times \right. \\ \times \left[-2\alpha^2 \rho_e^2 \ln(\rho) + \rho_e^2 \frac{2\alpha [I_0(\alpha\rho) - I_0(\alpha)]}{I_1(\alpha)} + 4\rho_e \frac{I_1(\alpha\rho_e)}{I_1(\alpha)} + \right. \\ \left. \left. - 4\alpha\rho_e I_1(\alpha\rho_e) \left[\frac{K_1(\alpha)}{I_1(\alpha)} + \frac{K_0(\alpha\rho)}{I_0(\alpha\rho)} \right] \cdot I_0(\alpha\rho) \right] \right\}. \quad (III.50)$$

De limieten voor α naar nul geven

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} w_1 = \frac{R_m^4}{64D} \left[\Delta p_2 (\rho^2 - 1)^2 + (\Delta p_1 - \Delta p_2) 4\rho_e^2 - 3\rho_e^4 + \rho^4 - 2\rho_e^4 \rho^2 + \right. \\ \left. + (4\rho_e^4 + 8\rho_e^2 \rho^2) \ln(\rho_e) \right] \quad (III.51)$$

en

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} w_2 = \frac{R_m^4}{64D} \left[\Delta p_2 (\rho^2 - 1)^2 + (\Delta p_1 - \Delta p_2) 4\rho_e^2 - 4\rho_e^2 \rho^2 - 2\rho_e^4 \rho^2 + 2\rho_e^4 + (4\rho_e^4 + 8\rho_e^2 \rho^2) \ln(\rho) \right] \quad (III.52)$$

Beide resultaten zijn in overeenstemming met die van A. en L. Föppl⁷⁹.

2. Als de plaatdikte naar nul gaat, maar het product van plaatdikte en voorspanning eindig blijft, vindt men de oplossing voor het ideaal membraan. Herschrijving van formule (III.45) levert dan

$$\sigma_l = \hbar \sigma_p = D\alpha^2 / R_m^2 = \text{constant} \quad (III.53)$$

Invullen in (III.47), waarna de limiet voor α naar oneindig bepaald wordt, geeft

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} w(\rho) = (1 - \rho^2) \frac{\Delta p R_m^2}{4\sigma_l} \quad (III.54)$$

hetgeen het doorbuigingsprofiel beschrijft van het ideaal membraan.

Bij de berekening van de limiet is gebruik gemaakt van asymptotische ontwikkelingen voor gemodificeerde Besselfuncties bij grote argumenten volgens Appendix II. Invullen van (III.53) in (III.49) en (III.50) voor de stapvormige belasting levert, na de limietbepaling voor α naar oneindig de volgende relatie op voor de uitwijkingen

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} w_1 = \frac{R_m^2}{4\sigma_l} \left[\Delta p_1 (1 - \rho^2) + (\Delta p_1 - \Delta p_2) \rho_e^2 - 1 - 2\rho_e^2 \ln(\rho_e) \right] \quad (III.55)$$

en

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} w_2 = \frac{R_m^2}{4\sigma_l} \left[\Delta p_2 (1 - \rho^2) - (\Delta p_1 - \Delta p_2) 2\rho^2 \ln(\rho) \right] \quad (III.56)$$

hetgeen de uitwijking beschrijft van een ideaal membraan met oppervlaktespanning σ_l en een rotatie-symmetrische belasting in de vorm van een stapfunctie.

Dit laatste is op eenvoudige wijze rechtstreeks af te leiden, uitgaande van de onder andere door Trefftz⁸⁰ en Geckeler⁸¹ in het Handbuch der Physik geformuleerde differentiaalvergelijking voor het ideaal membraan.

De bepaling van het oppervlaktegemiddelde van w_1 in de beide situaties gaat volledig analoog aan die van de reële plaat en levert voor de ongespannen stijve plaat

$$w_{0\text{plaat}} = \frac{R_m^4}{64D} \left[\Delta p_2 \left(1 + \frac{1}{3}(\rho_b^4 + \rho_b^2 \rho_a^2 + \rho_a^4) - (\rho_b^2 + \rho_a^2) \right) + (\Delta p_1 - \Delta p_2) \times \right. \\ \left. \times \left(4\rho_e^2 - 3\rho_e^4 + 4\rho_e^4 \ln(\rho_e) + \frac{1}{3}(\rho_b^4 + \rho_b^2 \rho_a^2 + \rho_a^4) - \rho_e^4 (\rho_b^2 + \rho_a^2) + 4\rho_e^2 (\rho_b^2 + \rho_a^2) \ln(\rho_e) \right) \right] \quad (III.57)$$

en voor het ideaal membraan

$$w_{0\text{membraan}} = \frac{R_m^2}{4\sigma_l} \left[\Delta p_1 \left(1 - \frac{1}{2}(\rho_b^2 + \rho_a^2) \right) + (\Delta p_1 - \Delta p_2) \left(\rho_e^2 - 1 - 2\rho_e^2 \ln(\rho_e) \right) \right] \quad (III.58)$$

HOOFDSTUK IV.

POTENTIAAL-, KRACHTENVELD- EN CAPACITEITSBEPALINGEN IN CIRKEL-CILINDRISCHE RUIMTEN MET RECHTHOEKIGE DOORSNEDEN.

SAMENVATTING.

De ruimte tussen een cirkelvormig membraan en een daar tegenover opgesteld elektrodesysteem wordt beschouwd als een cirkel-cilindrische potentiaalruimte met rotatiesymmetrische potentiaalbeleggingen op de begrenzingen.

Nadat dit gegeven gecombineerd is met reeds eerder gepubliceerde analytische oplossingen voor deze potentiaalproblemen, worden in de eerste plaats formules afgeleid voor de potentiaalvelden in de betreffende ruimte. Vervolgens worden hieruit afgeleid de formules voor de mechanische belastingen op de begrenzingen en de capaciteitswaarden tussen diverse delen van de wanden van de ruimte onderling.

Als oplossing voor het probleem van de in de praktijk aanwezige spleetinvloeden, die niet analytisch te bepalen zijn, worden de resultaten van een analogon gehanteerd.

Gecombineerd met analytische formules voor rotatie-symmetrische kruiscondensatoren, levert dit laatste een methode op voor uitermate zuivere bepaling van de diverse effectieve stralen, welke in een praktische elektrodenconfiguratie aanwezig zijn.

Tenslotte worden formules gegeven voor de invloeden van scheefstand en zadelvorming op de capaciteitswaarden, indien de formules voor ideale plaatcondensatoren op onderdelen van de platen mogen worden toegepast.

CHAPTER IV.

DETERMINATION OF POTENTIALS, FIELDS OF FORCES AND CAPACITANCES IN CIRCULAR CYLINDRICAL SPACES WITH RECTANGULAR SECTIONAL SHAPES.

SUMMARY.

The space between a circular membrane and an electrode system, placed opposite towards the membrane, is observed as a circular cylindrical potential space with rotation symmetrical potential overlays on the boundaries.

After combining this statement with analytical solutions for these potential problems earlier published, firstly formulas are derived for the potential fields in the concerning space.

After that formulas are derived for mechanical loads on the boundaries and for capacitances between several parts of the walls.

As a solution for the problems of gap influences, existing in practical situations and which can not analytically be calculated, the results of an analogon are used. In combination with analytical formulas for rotation symmetrical cross capacitors, the last solution of gap influences gives a method for utmost accurate detection of the various effective radii, that are existing in practical electrode-geometries.

Finally formulas are given for the influences of oblique orientation and saddle shape on the capacitances, in the cases that the formulas for ideal plate capacitors on parts of the plates can be used.

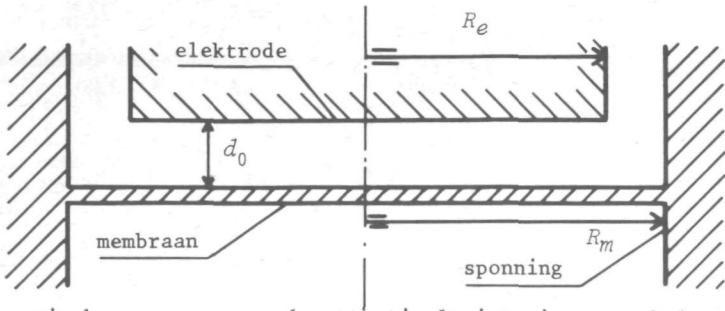


Fig.7. Schematische weergave van de potentiaalruimte in een enkelvoudige rotatiesymmetrische capacitieve drukverschilsensor.

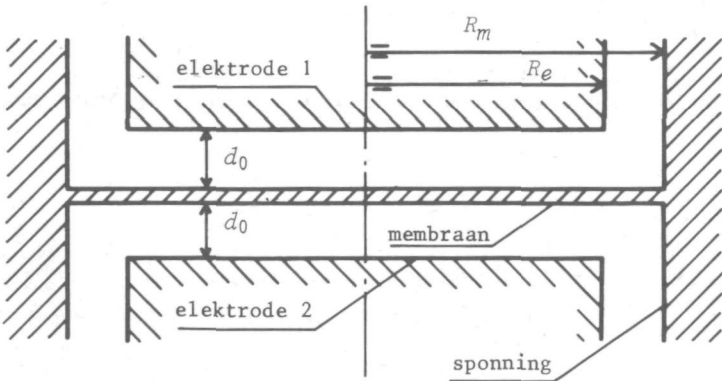


Fig.8. Capacitieve differentiaal drukverschilsensor met een membraan als midden elektrode.

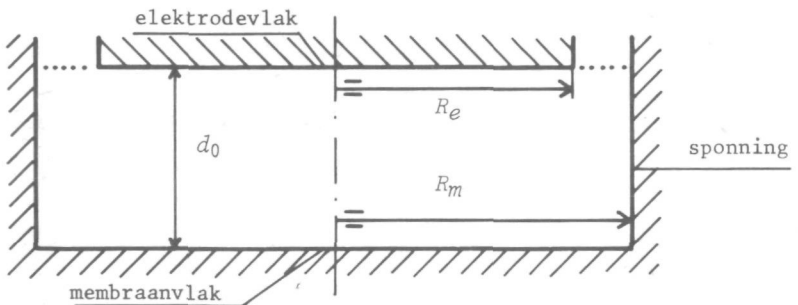


Fig.9. Schematische weergave van de cirkelcilindrische potentiaalruimte.

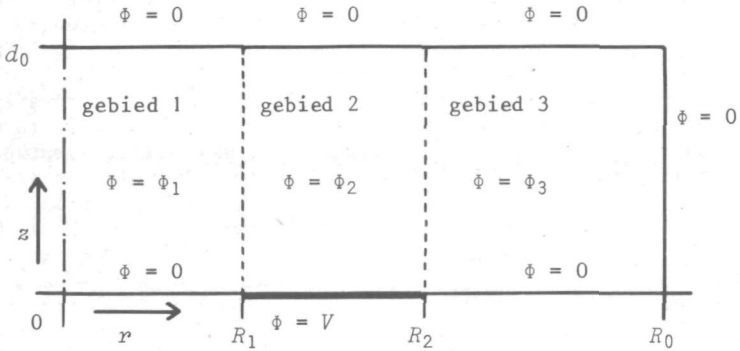
IV. a. DE CAPACITIEVE DRUKVERSCHILSENSOR GEZIEN ALS POTENTIALRUIMTE EN CONDENSATORSYSTEEM.

Alle ontwerpen van capacitieve drukverschilsensoren, welke in Hoofdstuk II. beschouwd werden, hebben het principe, zoals dat geschetst is in Fig.7. Er is sprake van een cirkelcilindrische geometrie. Het drukgevoelige deel van de totale capaciteit bestaat uit de cirkelvormige plaatcondensator, waarvan het membraan en de tegenoverliggende elektrode de beide platen vormen. In differentiaalluitvoering is aan weerszijden van het membraan een identieke elektrodengeometrie uitgevoerd, zoals Fig.8. laat zien.

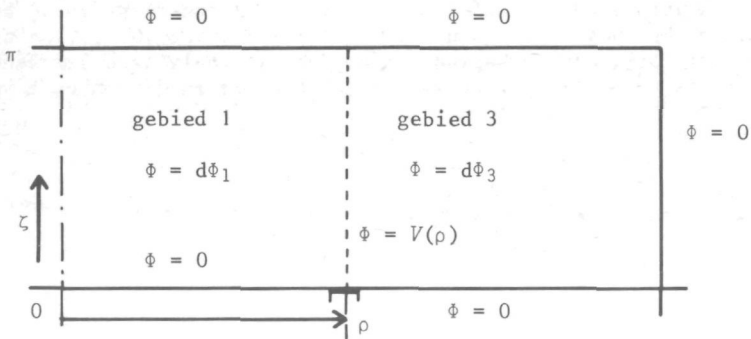
Voor potentiaalberekeningen, krachtveldbepalingen en essentiële capaciteitsberekeningen wordt voor elke gekozen vorm de van belang zijnde potentiaalruimte begrensd door het membraanvlak, het daaraan planparallel veronderstelde elektrodevlak en de cirkelvormige cilindermantel, welke loodrecht op die beide vlakken staat en gevormd wordt door de sponning van het membraan, zoals in Fig.9. is aangegeven.

In de zo ontstane cilindervormige potentiaalruimte met een rechthoekige doorsnede, is door de rotatiesymmetrie van de elektroden de potentiaalbelegging op de randen ook rotatiesymmetrisch. Voor de oplossing van de differentiaalvergelijking van Laplace in dit systeem kan gebruik gemaakt worden van een door mij gepubliceerd artikel⁶, dat van ruimere opzet is dan hier noodzakelijk is. Zie hiervoor Appendix I.

Zoals reeds eerder ter sprake is geweest, wordt het elektrodensysteem bij terugtrekken van het membraan door het aanleggen van een elektrische spanning tussen membraan en elektrode tweevoudig gebruikt. In de eerste plaats omvat het elektrodensysteem detectie-elektroden voor de plaatsbepaling van het membraan. In de tweede plaats moet ten gevolge van de elektrostatische krachtwerking op het membraan via het elektrodensysteem het membraan worden teruggebracht in een evenwichtsstand. Met nadruk wordt hier gesproken over elektrodensysteem, omdat de elektrode, die tegenover het membraan wordt geplaatst uit meerdere, onderling geïsoleerd opgestelde geleiders kan bestaan. Een uitvoerige beschrijving van oplossingen van de differentiaalvergelijking van Laplace en de daaruit analytisch berekenbare krachtwerking enerzijds en de capaciteitswaarden anderzijds is gerechtvaardigd en wordt in het volgende gegeven.



10.A Potentiaal V op een ringvormig gebied van de bodem



10.B Potentiaal $V(\rho)$ op infinitesimaal smalle ring in de bodem

Fig.10. Ideale cilinderruimte met potentiaalbelegging op de bodem.

IV.b. HET POTENTIAALVELD IN RECHTE CIRKELCILINDERS MET ROTATIESYMMETRISCHE POTENTIAALBELEGGINGEN OP DE WANDEN.

In Fig.10.A. is een axiale doorsnede geschetst van een rechte cirkelcilindrische potentiaalruimte met een potentiaalbelegging op de wanden, die overall nul is, behalve op een ringvormig gebied in de bodem tussen de stralen R_1 en R_2 , waar deze een potentiaal V heeft.

Zoals in Appendix I is afgeleid wordt het potentiaalveld in dat geval per gebied beschreven door een analytische vergelijking.

Gebied 1; $0 \leq r \leq R_1$ of $0 \leq \rho \leq \rho_1$

$$\phi_1(\rho, \zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V}{\pi} \left[\rho_2 K_1(n\rho_2) - \rho_1 K_1(n\rho_1) + \left[\rho_2 I_1(n\rho_2) - \rho_1 I_1(n\rho_1) \right] \frac{K_0(n\rho_0)}{I_0(n\rho_0)} \right] \times \\ \times I_0(n\rho) \sin(n\zeta). \quad (IV.1)$$

Gebied 2; $R_1 \leq r \leq R_2$ of $\rho_1 \leq \rho \leq \rho_2$

$$\phi_2(\rho, \zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V}{\pi} \left\{ \left[\rho_2 K_1(n\rho_2) + \left[\rho_2 I_1(n\rho_2) - \rho_1 I_1(n\rho_1) \right] \frac{K_0(n\rho_0)}{I_0(n\rho_0)} \right] I_0(n\rho) + \right. \\ \left. + \rho_1 I_1(n\rho_1) K_0(n\rho) \right\} \sin(n\zeta) + \frac{\pi - \zeta}{\pi} V. \quad (IV.2)$$

Gebied 3; $R_2 \leq r \leq R_0$ of $\rho_2 \leq \rho \leq \rho_0$

$$\phi_3(\rho, \zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V}{\pi} \left[\rho_2 I_1(n\rho_2) - \rho_1 I_1(n\rho_1) \right] \left[\frac{K_0(n\rho_0)}{I_0(n\rho_0)} I_0(n\rho) - K_0(n\rho) \right] \sin(n\zeta). \quad (IV.3)$$

Is het ringvormig gebied infinitesimaal smal, met $R_1 = R$ en $R_2 = R + dr$ ofwel $\rho_1 = \rho$ en $\rho_2 = \rho + d\rho$, dan is de bijdrage tot de potentiaal in een punt $A(r_A, z_A)$ ofwel $A(\rho_A, \zeta_A)$ gegeven door de volgende drie vergelijkingen (zie ook Fig.10.B.):

$\phi(\rho_A, \zeta_A)$ in gebied 1 ten opzichte van de ring; $\rho_A \leq \rho$

$$d\phi_1(\rho_A, \zeta_A) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V(\rho)}{\pi} n\rho W_n(\rho, \rho_0) \frac{I_0(n\rho_A)}{I_0(n\rho_0)} \sin(n\zeta_A) d\rho. \quad (IV.4)$$

$\phi(\rho_A, \zeta_A)$ in gebied 2 ten opzichte van de ring; $\rho_A \equiv \rho$

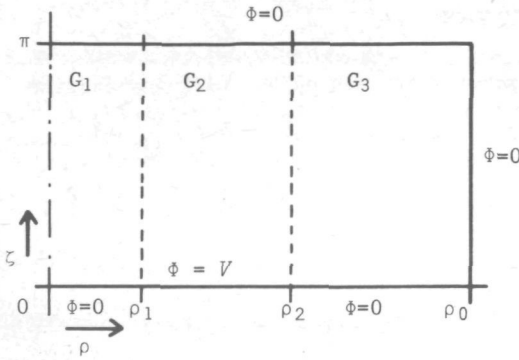
$$d\phi_2(\rho_A, \zeta_A) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V(\rho_A)}{\pi} n\rho_A W_n(\rho_A, \rho_0) \frac{I_0(n\rho_A)}{I_0(n\rho_0)} \sin(n\zeta_A) d\rho_A. \quad (IV.5)$$

$\phi(\rho_A, \zeta_A)$ in gebied 3 ten opzichte van de ring; $\rho_A \geq \rho$

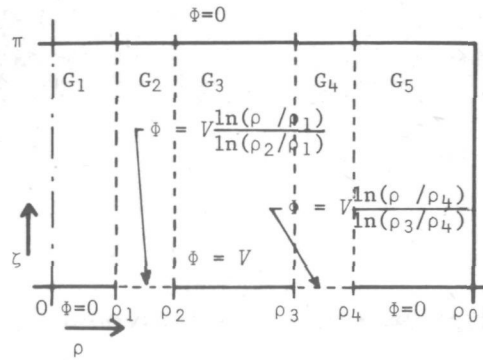
$$d\phi_3(\rho_A, \zeta_A) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V(\rho)}{\pi} n\rho W_n(\rho_A, \rho_0) \frac{I_0(n\rho)}{I_0(n\rho_0)} \sin(n\zeta_A) d\rho. \quad (IV.6)$$

In de formules (IV.1) tot en met (IV.6) zijn de volgende afkortingsnotaties gebruikt:

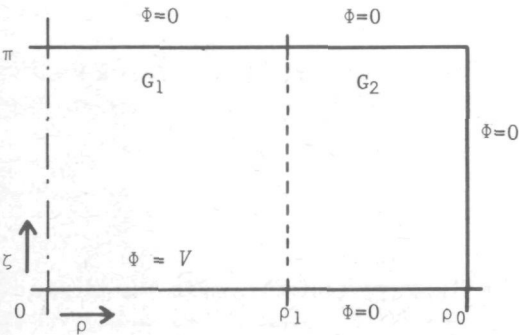
$$W_n(x, y) = I_0(nx)K_0(ny) - I_0(ny)K_0(nx) \quad (IV.7)$$



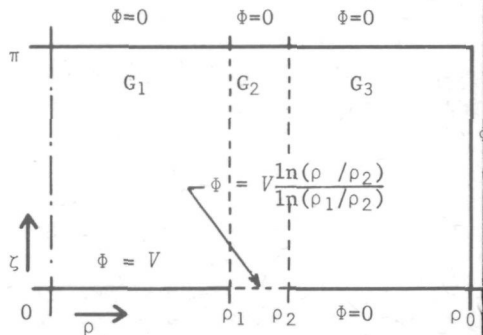
11.A Theoretisch ideale ringvormige potentiaalbelegging (drie gebieden)



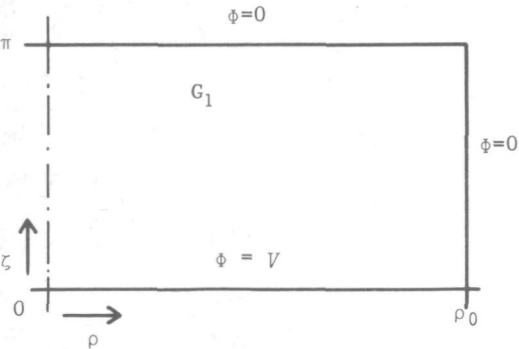
11.D Ringvormige elektrode met spleten omringd (vijf gebieden)



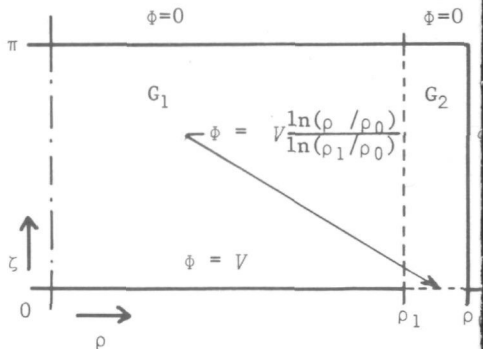
11.B Theoretisch ideale eilandvormige potentiaalbelegging (twee gebieden)



11.E Eilandvormige elektrode met spleet omringd (drie gebieden)



11.C Theoretisch ideale potentiaalbelegging op de gehele bodem (één gebied)



11.F Elektrode omringd door spleet grenzend aan de zijwand (twee gebieden)

Fig. 11. Van belang zijnde potentiaalbeleggingen in de cilindervormige potentiaalruimte.

en

$$\rho_x = \pi r_x / d \quad \zeta_x = \pi z_x / d \quad . \quad (IV.8)$$

In de formules (IV.4) tot en met (IV.6) is de potentiaal straalafhankelijk gesteld.

De totale potentiaal in een punt $A(\rho_A, \zeta_A)$ bij een rotatiesymmetrische potentiaalbelegging op de bodem wordt gegeven door

$$\Phi(\rho_A, \zeta_A) = \int_0^{\rho_A} d\Phi_3(\rho_A, \zeta_A) + \int_{\rho_A}^{\rho_0} d\Phi_1(\rho_A, \zeta_A). \quad (IV.9)$$

Voor de capacatieve drukverschilsensor met terugtrekfaciliteiten zijn de potentiaalbeleggingen, geschetst in Fig.11. interessant.

Zoals later zal blijken zijn de potentiaalbeleggingen van Fig.11.A,B,D en E van belang voor het instelcriterium van de drukverschilmeter, terwijl de potentiaalbeleggingen volgens Fig.11.B,C en F van belang zijn voor het bepalen van de elektrostatische krachtwerking op het membraan.

De potentiaalbelegging volgens Fig.11.A., heeft als oplossing de reeds in formules (IV.1) tot en met (IV.3) gegeven potentialen in de drie onderscheidbare gebieden.

De oplossing van de potentiaalverdeling, volgens Fig.11.B. is eenvoudig af te leiden door van de formules (IV.2) en (IV.3) de limiet te nemen voor ρ_1 naar nul en vervolgens ρ_2 te vervangen door ρ_1 , hetgeen oplevert

$$\Phi_1(\rho, \zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V}{\pi} \left[\rho_1 K_1(n\rho_1) + \rho_1 I_1(n\rho_1) \frac{K_0(n\rho_0)}{I_0(n\rho_0)} \right] I_0(n\rho) \sin(n\zeta) + \frac{\pi - \zeta}{\pi} V \quad (IV.10)$$

en voor $\rho_1 \leq \rho \leq \rho_0$

$$\Phi_2(\rho, \zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V}{\pi} \rho_1 I_1(n\rho_1) \left[\frac{K_0(n\rho_0)}{I_0(n\rho_0)} I_0(n\rho) - K_0(n\rho) \right] \sin(n\zeta). \quad (IV.11)$$

De potentiaalverdeling, zoals in Fig.11.C. geschetst is, volgt weer door de limiet te nemen van vergelijking (IV.10) voor ρ_1 naar ρ_0 . Door gebruik te maken van de Wronski relatie tussen gemodificeerde Besselfuncties, gegeven in Appendix II, volgt

$$\Phi(\rho, \zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V}{n\pi} \cdot \frac{I_0(n\rho)}{I_0(n\rho_0)} \sin(n\zeta) + \frac{\pi - \zeta}{\pi} V. \quad (IV.12)$$

Voor de bepaling van de potentiaal met een potentiaalbelegging volgens Fig.11.D. moet gebruik gemaakt worden van de formules (IV.4) tot en met (IV.9). De potentiaalruimte moet dan verdeeld worden in vijf gebieden. Voor deze gebieden gelden de volgende relaties:

Gebied 1; $0 \leq \rho_A \leq \rho_1$

$$\Phi_1(\rho_A, \zeta_A) = \int_{\rho_1}^{\rho_A} d\Phi_1(\rho_A, \zeta_A). \quad (IV.13)$$

Gebieden 2, 3 en 4; $\rho_1 \leq \rho_A \leq \rho_4$

$$\Phi_{2,3,4}(\rho_A, \zeta_A) = \int_{\rho_1}^{\rho_A} d\Phi_3(\rho_A, \zeta_A) + \int_{\rho_A}^{\rho_4} d\Phi_1(\rho_A, \zeta_A). \quad (\text{IV.14})$$

Gebied 5; $\rho_4 \leq \rho_A \leq \rho_0$

$$\Phi_5(\rho_A, \zeta_A) = \int_{\rho_1}^{\rho_4} d\Phi_3(\rho_A, \zeta_A). \quad (\text{IV.15})$$

Met gebruikmaking van de onbepaalde integralen uit Appendix I wordt voor ieder gebied afzonderlijk gevonden

Gebied 1; $0 \leq \rho_A \leq \rho_1$

$$\begin{aligned} \Phi_1(\rho_A, \zeta_A) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V}{\pi} \left[\frac{W_n(\rho_1, \rho_0) - W_n(\rho_2, \rho_0)}{n \ln(\rho_2/\rho_1)} + \frac{W_n(\rho_3, \rho_0) - W_n(\rho_4, \rho_0)}{n \ln(\rho_3/\rho_4)} \right] \times \\ \times \frac{I_0(n\rho_A)}{I_0(n\rho_0)} \sin(n\zeta_A). \end{aligned} \quad (\text{IV.16})$$

Gebied 2; $\rho_1 \leq \rho_A \leq \rho_2$

$$\begin{aligned} \Phi_2(\rho_A, \zeta_A) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V}{\pi} \left[\frac{W_n(\rho_A, \rho_0) I_0(n\rho_1) - W_n(\rho_2, \rho_0) I_0(n\rho_A)}{n \ln(\rho_2/\rho_1)} + \right. \\ \left. + \frac{W_n(\rho_3, \rho_0) - W_n(\rho_4, \rho_0)}{n \ln(\rho_3/\rho_4)} I_0(n\rho_A) \right] \frac{\sin(n\zeta_A)}{I_0(n\rho_0)} + \frac{\pi - \zeta_A}{\pi} \frac{\ln(\rho_A/\rho_1)}{\ln(\rho_2/\rho_1)} V. \end{aligned} \quad (\text{IV.17})$$

Gebied 3; $\rho_2 \leq \rho_A \leq \rho_3$

$$\begin{aligned} \Phi_3(\rho_A, \zeta_A) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V}{\pi} \left[\frac{W_n(\rho_A, \rho_0) [I_0(n\rho_1) - I_0(n\rho_2)]}{n \ln(\rho_2/\rho_1)} + \right. \\ \left. + \frac{[W_n(\rho_3, \rho_0) - W_n(\rho_4, \rho_0)] I_0(n\rho_A)}{n \ln(\rho_3/\rho_4)} \right] \times \frac{\sin(n\zeta_A)}{I_0(n\rho_0)} + \frac{\pi - \zeta_A}{\pi} V. \end{aligned} \quad (\text{IV.18})$$

Gebied 4; $\rho_3 \leq \rho_A \leq \rho_4$

$$\begin{aligned} \Phi_4(\rho_A, \zeta_A) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V}{\pi} \left[\frac{W_n(\rho_A, \rho_0) [I_0(n\rho_1) - I_0(n\rho_2)]}{n \ln(\rho_2/\rho_1)} + \right. \\ \left. + \frac{W_n(\rho_A, \rho_0) I_0(n\rho_3) - W_n(\rho_4, \rho_0) I_0(n\rho_A)}{n \ln(\rho_3/\rho_4)} \right] \frac{\sin(n\zeta_A)}{I_0(n\rho_0)} + \frac{\pi - \zeta_A}{\pi} \frac{\ln(\rho_A/\rho_4)}{\ln(\rho_3/\rho_4)}. \end{aligned} \quad (\text{IV.19})$$

Gebied 5; $\rho_4 \leq \rho_A \leq \rho_0$

$$\Phi_5(\rho_A, \zeta_A) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V}{\pi} \left[\frac{I_0(n\rho_1) - I_0(n\rho_2)}{n \ln(\rho_2/\rho_1)} + \frac{I_0(n\rho_3) - I_0(n\rho_4)}{n \ln(\rho_3/\rho_4)} \right] \frac{W_n(\rho_A, \rho_0)}{I_0(n\rho_0)} \sin(n\zeta_A) \quad (\text{IV.20})$$

Het potentiaalveld van een cilinderruimte met een potentiaalbelegging volgens Fig.11.E. wordt gevonden door in de formules (IV.18) tot en met (IV.20) eerst de spleet te laten verdwijnen en vervolgens van de eerste term tussen de haken de limiet van ρ_2 nadert tot ρ_1 te bepalen volgens

$$\lim_{\rho_2 \rightarrow \rho_1} \frac{I_0(n\rho_1) - I_0(n\rho_2)}{n \ln(\rho_1/\rho_2)} W_n(\rho_A, \rho_0) = -\rho_1 I_1(n\rho_1) W_n(\rho_A, \rho_0). \quad (\text{IV.21})$$

Laat men vervolgens ρ_1 naar nul gaan, dan wordt voor een eilandelektrode, omgeven door een ringvormige spleet, het potentiaalveld tenslotte na vervanging van ρ_3 door ρ_1 en ρ_4 door ρ_2 in de formules (IV.18) tot en met (IV.20) gegeven door de volgende relaties

$$0 \leq \rho_A \leq \rho_1 \quad \Phi_1(\rho_A, \zeta_A) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V}{\pi} \cdot \frac{W_n(\rho_1, \rho_0) - W_n(\rho_2, \rho_0)}{n \ln(\rho_1/\rho_2)} \cdot \frac{I_0(n\rho_A)}{I_0(n\rho_0)} \sin(n\zeta_A) + \frac{\pi - \zeta_A}{\pi} V. \quad (\text{IV.22})$$

$$\rho_1 \leq \rho_A \leq \rho_2 \quad \Phi_2(\rho_A, \zeta_A) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V}{\pi} \cdot \frac{W_n(\rho_A, \rho_0) I_0(n\rho_1) - W_n(\rho_2, \rho_0) I_0(n\rho_A)}{n \ln(\rho_1/\rho_2)} \cdot \frac{\sin(n\zeta_A)}{I_0(n\rho_0)} + \frac{\pi - \zeta_A}{\pi} \cdot \frac{\ln(\rho_A/\rho_2)}{\ln(\rho_1/\rho_2)} V. \quad (\text{IV.23})$$

$$\rho_2 \leq \rho \leq \rho_0 \quad \Phi_3(\rho_A, \zeta_A) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V}{\pi} \cdot \frac{I_0(n\rho_1) - I_0(n\rho_2)}{n \ln(\rho_1/\rho_2)} \cdot \frac{W_n(\rho_A, \rho_0)}{I_0(n\rho_0)} \sin(n\zeta_A). \quad (\text{IV.24})$$

Tenslotte vindt men de oplossing van het potentiaalveld met belegging volgens Fig.11.F. door ρ_2 naar ρ_0 te laten naderen in de formules (IV.22) en (IV.23). Dit levert op

$$0 \leq \rho_A \leq \rho_1 \quad \Phi_1(\rho_A, \zeta_A) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V}{\pi} \cdot \frac{W_n(\rho_1, \rho_0) I_0(n\rho_A)}{n \ln(\rho_1/\rho_2) I_0(n\rho_0)} \sin(n\zeta_A) + \frac{\pi - \zeta_A}{\pi} V. \quad (\text{IV.25})$$

$$\rho_1 \leq \rho_A \leq \rho_0 \quad \Phi_2(\rho_A, \zeta_A) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V}{\pi} \cdot \frac{W_n(\rho_A, \rho_0) I_0(n\rho_1)}{n \ln(\rho_1/\rho_2) I_0(n\rho_0)} \sin(n\zeta_A) + \frac{\pi - \zeta_A}{\pi} \cdot \frac{\ln(\rho_A/\rho_0)}{\ln(\rho_1/\rho_0)} V. \quad (\text{IV.26})$$

IV.c. DE OPPERVLAKTELADINGSDICHTHEDEN, KRACHTENVELDEN EN CAPACITEITS-
BEREKENINGEN.

Indien de begrenzingen van de potentiaalruimten volgens Fig.11. geheel of gedeeltelijk geleiders zijn, dan is de oppervlakteladingsdichtheid op die geleiders uit het berekende potentiaalveld te bepalen. Voor de oppervlakteladingsdichtheid geldt

$$\sigma_s = - \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial \Phi}{r \partial n}, \quad (\text{IV.27})$$

waarbij $\frac{\partial \Phi}{\partial n}$ aanduidt dat er een differentiatie van de potentiaal dicht bij het geleideroppervlak is uitgevoerd loodrecht op het oppervlak en in een richting, die vanaf het oppervlak wijst in de potentiaalruimte. Dit levert voor het cilinderbovenvlak op

$$\sigma_r = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{d\Phi}{dz} = \epsilon_0 \epsilon_r \pi \frac{d\Phi}{d\zeta} / d_0, \quad (\text{IV.28})$$

terwijl voor het cilinderzijvlak geldt

$$\sigma_z = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{d\Phi}{dr} = \epsilon_0 \epsilon_r \pi \frac{d\Phi}{d\rho} / d_0. \quad (\text{IV.29})$$

Verder blijkt uit de elektrostatica⁵ dat de lokale aantrekkende kracht op een infinitesimaal oppervlakte dS van de geleider ten gevolge van het potentiaalveld gegeven wordt door

$$dF = \frac{\sigma_s^2}{2\epsilon_0 \epsilon_r} dS. \quad (\text{IV.30})$$

De *elektrostatische druk*, die eveneens gedefinieerd is als kracht per oppervlak wordt gegeven door

$$dp_e = \frac{dF}{dS} = \frac{\sigma_s^2}{2\epsilon_0 \epsilon_r}. \quad (\text{IV.31})$$

Voor de potentiaalbeleggingen volgens Fig.11.B,C en F levert dit op voor het bovenvlak van de cilinder

Fig.11.F. en formules (IV.25) - (IV.26); $0 \leq \rho \leq \rho_1$

$$dp_{e1} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r V^2}{2d_0^2} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_0(n\rho)}{I_0(n\rho_0)} \cdot \frac{W_n(\rho_1, \rho_0)}{\ln(\rho_1/\rho_0)} (-1)^n \right]^2, \quad (\text{IV.32})$$

respectievelijk $\rho_1 \leq \rho \leq \rho_0$

$$dp_{e2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r V^2}{2d_0^2} \left[\frac{\ln(\rho/\rho_0)}{\ln(\rho_1/\rho_0)} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_0(n\rho_1)}{I_0(n\rho_0)} \frac{W_n(\rho, \rho_0)}{\ln(\rho_1/\rho_0)} (-1)^n \right]^2. \quad (\text{IV.33})$$

Fig.11.B. en formules (IV.10) - (IV.11); $0 \leq \rho \leq \rho_1$

$$dp_{e1} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r V^2}{2d_0^2} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_0(n\rho)}{I_0(n\rho_0)} n\rho_1 \left[I_0(n\rho_0)K_1(n\rho_1) + K_0(n\rho_0)I_1(n\rho_1) \right] (-1)^n \right]^2, \quad (IV.34)$$

respectievelijk $\rho_1 \leq \rho \leq \rho_0$

$$dp_{e2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r V^2}{2d_0^2} \left[2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_1(n\rho_1)}{I_0(n\rho_0)} n\rho_1 W_n(\rho, \rho_0) (-1)^n \right]^2. \quad (IV.35)$$

Fig.11.C. en formule (IV.12); $0 \leq \rho < \rho_0$

$$dp_e = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r V^2}{2d_0^2} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_0(n\rho)}{I_0(n\rho_0)} (-1)^n \right]^2, \quad (IV.36)$$

$\rho = \rho_0$: $dp_e = 0$.

Voor de capaciteitsberekeningen voor de situaties volgens Fig.11.A,B,D en E moeten eerst de in de verschillende gebieden geldende oppervlakteladingsdichtheden bepaald worden uit de bijbehorende potentiaalvelden, gegeven door de formules (IV.1) - (IV.3), (IV.10) - (IV.11), (IV.16) - (IV.20) respectievelijk (IV.22) - (IV.24). Daarbij moet bedacht worden, dat de cilinderzijwand ook meegenomen wordt bij de berekeningen, omdat in het reële geval van de geometrie van de membraandrukverschilsensor deze membraanspanning deel uitmaakt van de membraanelektrode. Vervolgens kan de totale lading op het cilinderbovenvlak en de cilinderzijwand bepaald worden met behulp van de oppervlakteintegralen van de ladingsdichtheden

$$Q_{\text{totaal}} = \int_0^{R_0} 2\pi r \sigma_r dr + \int_0^{d_0} 2\pi R_0 \sigma_z dz. \quad (IV.37)$$

Deling door het potentiaalverschil met negatief voortekken geeft de capaciteitswaarde per gekozen geometrie volgens

$$C = - Q_{\text{totaal}} / V. \quad (IV.38)$$

Voor de vier geometrieën wordt dit respectievelijk

Fig.11.A.

$$C = \frac{\pi \epsilon_0 \epsilon_r}{d_0} (R_2^2 - R_1^2) + \frac{4d_0 \epsilon_0 \epsilon_r}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\rho_2 I_1(n\rho_2) - \rho_1 I_1(n\rho_1) \right] \cdot \left[n\rho_0 I_0(n\rho_0) \right]^{-1}. \quad (IV.39)$$

Fig.11.B.

$$C = \frac{\pi \epsilon_0 \epsilon_r R^2}{d_0} + \frac{4d_0 \epsilon_0 \epsilon_r}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho_1 I_1(n\rho_1)}{n\rho_0 I_0(n\rho_0)}. \quad (IV.40)$$

Formule (IV.40) is in overeenstemming met reeds eerder door Vermeulen en mij⁸³ gepubliceerde resultaten, welke ook in de praktijk getoetst zijn.

Fig. 11.D.

$$C = \frac{\pi \epsilon_0 \epsilon_r}{d_0} \left[\frac{R_4^2 - R_3^2}{2 \ln(R_4/R_3)} - \frac{R_2^2 - R_1^2}{2 \ln(R_2/R_1)} \right] + \frac{4d_0 \epsilon_0 \epsilon_r}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{I_0(n\rho_1) - I_0(n\rho_2)}{n \ln(\rho_2/\rho_1)} + \frac{I_0(n\rho_3) - I_0(n\rho_4)}{n \ln(\rho_3/\rho_4)} \right] \cdot \left[n\rho_0 I_0(n\rho_0) \right]. \quad \text{(IV.41)}$$

Fig. 11.E.

$$C = \frac{\pi \epsilon_0 \epsilon_r}{d_0} \cdot \frac{R_2^2 - R_1^2}{2 \ln(R_2/R_1)} + \frac{4d_0 \epsilon_0 \epsilon_r}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_0(n\rho_2) - I_0(n\rho_1)}{n \ln(\rho_2/\rho_1)} \cdot \left[n\rho_0 I_0(n\rho_0) \right]. \quad \text{(IV.42)}$$

Ook nu weer blijkt bij het op de juiste manier bepalen van de limieten dat de formules (IV.39) tot en met (IV.42) in elkaar overgaan.

IV.d. CAPACITEITSFORMULES BIJ GROTE ARGUMENTEN IN DE BESSELFUNCTIES.

Een nadere beschouwing van de capaciteitsformules (IV.39) - (IV.42) leert dat deze bestaan uit de formule voor een ideale Kelvin-schutringcondensator, al of niet voorzien van spleetcorrecties, met daaraan toegevoegd een verstoringbijdrage veroorzaakt door de eindige uitgebreidheid van de beide elektrodeplaten. De algemene term voor de verstoring uit formule (IV.40) leent zich het beste voor het verkrijgen van inzicht omtrent de invloed van die uitgebreidheid op de waarde van de capaciteit bij de keuze van de diverse dimensies in de potentiaalruimte. Deze algemene term is

$$\Delta C_n = \frac{4d_0 \epsilon_0 \epsilon_r \rho_1 I_1(n\rho_1)}{\pi n \rho_0 I_0(n\rho_0)}, \quad (IV.43)$$

waarbij ΔC_n de capaciteitsbijdrage van de n^e term in de verstoring is. Verder geldt

$$\rho_1 = \pi R_1 / d_0 \quad \text{en} \quad \rho_0 = \pi R_0 / d_0. \quad (IV.44)$$

In het ontwerp van de capaciteieve drukverschilmeter zullen de stralen R_1 en R_0 zeer veel groter zijn dan d_0 . Als reëel voorbeeld kan dienen $R_0/d_0 > R_1/d_0 \geq 60$. De argumenten in de Besselfuncties worden dan zo groot dat zonder meer gebruik gemaakt mag worden van asymptotische ontwikkelingen voor grote argumenten, (zie Appendix II) hetgeen voor ΔC_n oplevert

$$\Delta C_n = \frac{4d_0 \epsilon_0 \epsilon_r \left(\frac{R_0}{R_1}\right)^{\frac{1}{2}}}{n\pi} \frac{1 - \frac{3}{8n\rho_1} - \frac{3.5}{2!(8n\rho_1)^2} - \frac{3.5.21}{3!(8n\rho_1)^3} \dots}{1 + \frac{1}{8n\rho_0} + \frac{9}{2!(8n\rho_0)^2} + \frac{9.25}{3!(8n\rho_0)^3} \dots} \exp[n(\rho_1 - \rho_0)]. \quad (IV.45)$$

De relatieve bijdrage $\Delta C_n / C_0$, waarbij C_0 gegeven wordt door de ideale plaatcondensatorformule

$$C_0 = \frac{\pi \epsilon_0 \epsilon_r R_1^2}{d_0}, \quad (IV.46)$$

wordt in eerste benadering gegeven door

$$\frac{\Delta C_n}{C_0} = \frac{4d_0^2}{n\pi^2 R_1^2} \left(\frac{R_0}{R_1}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left[-n\pi(R_0 - R_1)/d_0\right]. \quad (IV.47)$$

Kiest men nu $R_1/d_0 = 60$; $R_0 - R_1 = 5d_0$; $n = 1$, dan wordt de grootste relatieve bijdrage geleverd door

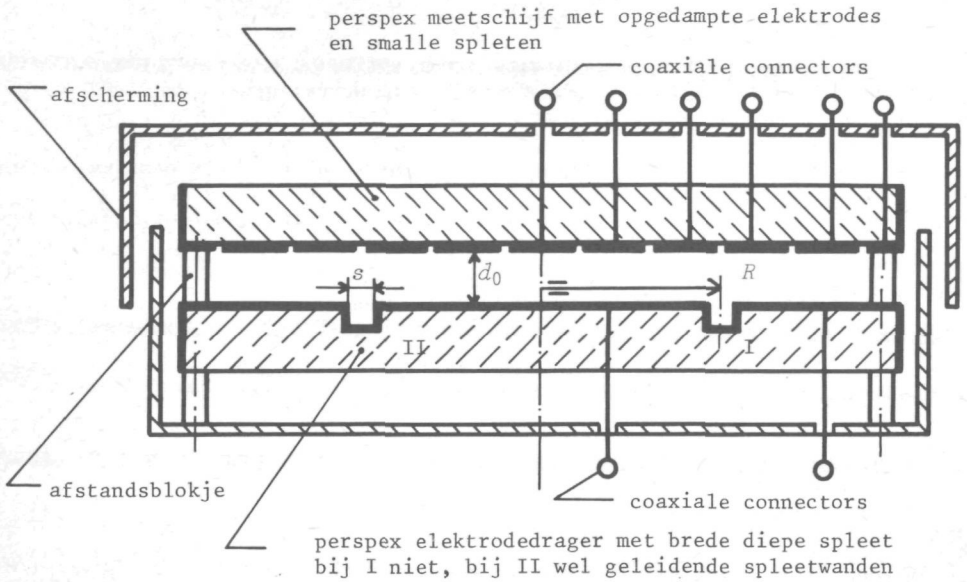
$$\frac{\Delta C_n}{C_0} = \frac{\Delta C_1}{C_0} = 1.8 \times 10^{-11}. \quad (IV.48)$$

De bijdragen voor $n > 1$ worden meer dan exponentieel kleiner en zijn derhalve volledig verwaarloosbaar.

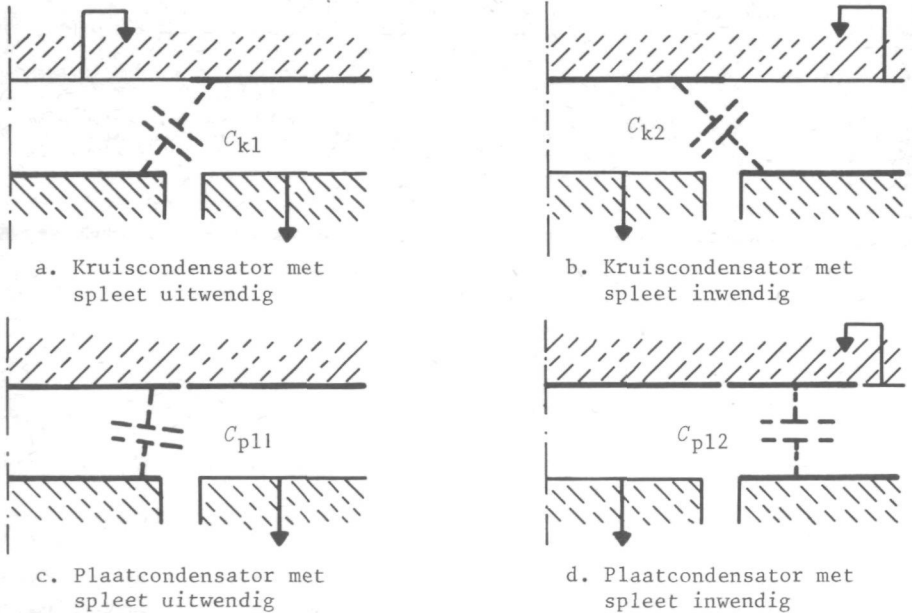
Wordt $R_0 - R_1 = 3d_0$ gekozen dan is de relatieve bijdrage 9.3×10^{-9} .

Met andere woorden, wanneer een minimaal straalverschil tussen elektrode en ruimtebegrenzing, dat groter is dan drie maal de onderlinge plaatafstand, wordt gekozen, dan gelden de ideale plaatcondensatorformules met een relatieve onzuiverheid ter grootte van enkele duizendsten van een part per million.

Dit is ruim voldoende om aan de eisen die men stelt aan referentiestandaards te kunnen voldoen.



12.A. Schematische weergave van het spleet-analogon.



12.B. Schakelmogelijkheden voor condensatoren met spleetinvloeden bij het analogon in radiale doorsnede getekend.

Fig. 12. Het analogon voor spleetinvloeden met de schakelmogelijkheden voor de diverse stellen geleiders om capaciteiten te vormen.

IV.e. PRAKTISCHE FORMULES VOOR HET IN REKENING BRENGEN VAN SPLEETINVLOEDEN.

In par. IV.b. is stilzwijgend uitgegaan van een logarithmische potentiaalgradiënt in de spleten. (Zie Fig.11.D,E en F) Dit is nog wel te rechtvaardigen voor dikke elektrodes, waarin diepe spleten aanwezig zijn. Hierbij zal de potentiaal in het begin van de spleet niet veel afwijken van de potentiaalgradiënt dieper in de spleet. Deze potentiaal heeft een logarithmisch verloop, zoals in een cilindercondensator aanwezig is.

Voor het geval van diepe spleten hebben C. Moon en C.M. Sparks⁸⁴ een spleetcorrectieformule geponereerd, die bij nadere beschouwing toch vraagtekens oproept

$$C_s = C_0 \left[1 - \frac{s^2}{2\pi R d_0} \coth(\pi R / d_0) \right], \quad (\text{IV.49})$$

met $s = R_2 - R_1$, $\bar{R} = (R_1 + R_2)/2$, $R_2 > R_1$, waarbij R_1 en R_2 de beide spleetbegrenzende stralen vertegenwoordigen.

Bij zeer kleine elektrode afstand d_0 wordt namelijk de totale capaciteit negatief, hetgeen in de praktijk onmogelijk is.

Ontstaat bovendien nog het elektrodesysteem door het opdampen van een geleidende laag op een isolerende drager, waarna de spleten ingeëtst worden, dan is er geen sprake van diepe spleten en is derhalve een nader onderzoek naar deze spleeteffecten noodzakelijk.

Een dergelijk onderzoek is uitgevoerd aan een analogon, bestaande uit dikke perspex schijven, waarop een metaallaag opgedampt is. Zoals in Fig.12.A. is aangegeven, is één der schijven voorzien van uiterst smalle concentrische ringvormige spleten, terwijl in de andere schijf brede diepe ringvormige groeven aangebracht zijn. De platen worden onderling op afstand gehouden door een drietal glazen afstandsblokken. Voor een deel van de metingen zijn de zijwanden van die spleten geleidend gemaakt om dikke elektrodes te simuleren. Het overgrote deel van de metingen is verricht aan schijven met slechts een geleidende laag aan het oppervlak en niet op de spleetwanden. Door te werken met diverse gemiddelde stralen \bar{R} , spleetbreedtes s en elektrode afstanden d_0 is onderzocht welk model voor spleetinvloeden gehanteerd moet worden.

Uitgegaan is van de veronderstelling dat de elektrodes met de tussenliggende spleet vervangen kunnen worden door een ideale elektrodeconfiguratie met een oneindig smalle spleet en een effectieve straal R_{eff} .

Uit het onderzoek is gebleken dat de relatieve straalcorrectie tussen R_{eff} en het rekenkundig gemiddelde \bar{R} van de beide spleetbegrenzende stralen t.o.v. deze gemiddelde waarde voor 'dunne' elektrodes gegeven wordt door

$$\frac{\Delta R_{\text{eff}}}{\bar{R}} = -0.2348 (s/\bar{R})^2 + 0.0076 s^2/\bar{R}d_0 \quad (\text{IV.50})$$

en voor 'dikke' elektrodes door

$$\frac{\Delta R_{\text{eff}}}{\bar{R}} = -0.125 (s/\bar{R})^2 + 0.0076 s^2/\bar{R}d_0 \quad (\text{IV.51})$$

De nauwkeurigheid van de coëfficiënten is ongeveer 5 % en de formules zijn geldig voor $0.02 \leq s/\bar{R} \leq 0.08$ en voor $4.6 < \bar{R}/d_0 < 140$.

Bovendien is uit het onderzoek gebleken dat drie mogelijkheden om straalcorrecties te meten (volgens Fig.12.B.a en b, respectievelijk c of d) leiden tot onderling identieke straalcorrecties, afhankelijk van de spleetgeometrie, volgens de formules (IV.50) of (IV.51).

Dit laatste biedt de mogelijkheid om in de definitieve elektrodeconfiguratie de effectieve stralen zeer nauwkeurig te kunnen meten, waarvoor in de volgende paragraaf de methode gegeven wordt.

Formule (IV.51) vertoont zeer sterke overeenkomst met door mij achteraf gevonden literatuur voor deze specifieke spleetgeometrie.

Deze door Brown en Bulleid⁸⁵ genoemde experimentele resultaten van White⁸⁶ en Collins en White⁸⁷, zijn gebaseerd op een door Maxwell⁸⁸ reeds in 1873 gepubliceerde, geïdealiseerde theoretische spleetcorrectieformule.

Na herleiding van Maxwell's formule ontstaat een formule, die qua vorm identiek is aan formule (IV.51), met een waarde voor de eerste coëfficiënt van $-1/8$, dus identiek aan -0.125 en voor de tweede coëfficiënt een waarde van hooguit 0.11 in plaats van 0.0076 .

IV.f. METHODE VOOR BEPALING VAN DE EFFECTIEVE STRALEN VAN CIRKELVORMIGE DOOR SPLETEN BEGRENSEDE PLAATELEKTRODES.

Het zo exact mogelijk bekend zijn van de stralen van het, voor meten en terugtrekken bedoelde, elektrodesysteem is van doorslaggevend belang voor de zuiverheid van de meterconstante.

Verder is gebleken dat een cirkelvormige elektrode, begrensd door een eindige spleet, vervangen kan worden door het theoretische model van een cirkelvormige elektrode met aangepaste effectieve straal, begrensd door een oneindig smalle spleet. Daarom loont het de moeite om de analytische oplossingen voor de potentiaal, zoals geschetst in Fig. 11.B. en zoals gegeven in formules (IV.10) en (IV.11), verder te analyseren.

Indien in die vergelijkingen ρ_0 zeer veel groter wordt gekozen dan ρ_1 , dan zijn beide vergelijkingen te vereenvoudigen tot

$$0 \leq \rho \leq \rho_1$$

$$\Phi_1(\rho, \zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V}{\pi} \rho_1 K_1(n\rho_1) I_0(n\rho) \sin(n\zeta) + \frac{\pi - \zeta}{\pi} V \quad (\text{IV.52})$$

$$\text{en } \rho_1 \leq \rho \leq \infty$$

$$\Phi_2(\rho, \zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2V}{\pi} \rho_1 I_1(n\rho_1) K_0(n\rho) \sin(n\zeta). \quad (\text{IV.53})$$

Worden de geleiders in het bovenvlak van de potentiaalruimte volgens Fig. 11.B. qua vorm identiek gekozen aan die in het ondervlak met een genormeerde straal ρ_1^{\dagger} ($\rho_1^{\dagger} \geq \rho_1$), dan is, analoog aan de in par. IV.c. gevolgde methodiek, af te leiden dat voor de zogeheten kruiscondensatoren geldt:

De capaciteitswaarde tussen de geleider in het grondvlak ($0 \leq \rho \leq \rho_1$) en de geleider in het bovenvlak ($\rho_1^{\dagger} \leq \rho$) is

$$C_{k1} = \frac{4\varepsilon_0 \varepsilon_r d_0 \rho_1 \rho_1^{\dagger}}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} I_1(n\rho_1) K_1(n\rho_1^{\dagger}) \quad (\text{IV.54})$$

en de capaciteitswaarde tussen de geleider in het grondvlak ($\rho_1 \leq \rho$) en de geleider in het bovenvlak ($0 \leq \rho \leq \rho_1^{\dagger}$) is

$$C_{k2} = C_{k1} + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r d_0}{\pi} (\rho_1^{\dagger 2} - \rho_1^2). \quad (\text{IV.55})$$

Het verschil in capaciteitswaarde $C_{k2} - C_{k1}$ is gebruikt voor de effectieve straalbepaling bij het in IV.e. besproken analogon voor spleetinvloeden.

Een bijzondere situatie doet zich voor als $\rho_1^{\dagger} = \rho_1$. Dan is, door middel van reeksontwikkeling, gecombineerd met het gebruik van Euler-sommen, de oneindig voortlopende sommatie van de combinatie van Besselfuncties te schrijven als

$$C_{k1} = C_{k2} = 2\varepsilon_0 \varepsilon_r \ln 2R_1 \left[1 + 0.000\,043\,507 \left(\frac{d_0}{R_1}\right) - 0.050\,631\,437 \left(\frac{d_0}{R_1}\right)^2 + \right. \\ + 0.013\,601\,241 \left(\frac{d_0}{R_1}\right)^3 - 0.074\,191\,393 \left(\frac{d_0}{R_1}\right)^4 + 0.188\,651\,138 \left(\frac{d_0}{R_1}\right)^5 + \\ - 0.276\,078\,125 \left(\frac{d_0}{R_1}\right)^6 + 0.183\,758\,410 \left(\frac{d_0}{R_1}\right)^7 - 0.031\,623\,604 \left(\frac{d_0}{R_1}\right)^8 + \\ - 0.003\,585\,485 \left(\frac{d_0}{R_1}\right)^9 + 0.001\,797\,297 \left(\frac{d_0}{R_1}\right)^{10} - 0.000\,511\,568 \left(\frac{d_0}{R_1}\right)^{11} + \\ + 0.000\,135\,631 \left(\frac{d_0}{R_1}\right)^{12} - 0.000\,025\,046 \left(\frac{d_0}{R_1}\right)^{13} + 0.000\,002\,269 \left(\frac{d_0}{R_1}\right)^{14} + \\ \left. + \varepsilon \left(\frac{d_0}{R_1}\right) \right], \quad (\text{IV.56})$$

met $\epsilon(d_0/R_1) \leq 2.2 \times 10^{-7}$ voor $R_1/d_0 \geq 1.2$.

In de praktijk is R_1/d_0 in de orde van grootte van 50 à 60 of nog hoger en kan meestal de formule (IV.56) na de kwadratische term in d_0/R_1 worden afgebroken. Dan resteert, met een nauwkeurigheid die beter is dan 10^{-6} , de volgende formule

$$C_k = 2\epsilon_0\epsilon_r \ln 2R_1 \left[1 + 0.000\ 043\ 507 (d_0/R_1) - 0.050\ 631\ 437 (d_0/R_1)^2 \right]. \quad (\text{IV.57})$$

Wordt naast deze kruiscondensatoren ook nog beschouwd de plaatcondensator, die opgebouwd gedacht kan worden uit de geleider $0 \leq \rho \leq \rho_1$ in het ondervlak en het volledige bovenvlak van de cilindervormige ruimte, dan geldt daarvoor de ideale plaatcondensatorformule

$$C_{p1} = \pi\epsilon_0\epsilon_r R_1^2 / d_0. \quad (\text{IV.58})$$

Bij nauwkeurige bepaling van C_k/C_{p1} volgt na berekening de waarde voor d_0/R_1 , hetgeen ingevuld in formule (IV.58) de juiste waarde voor R_1 oplevert.

Dit proces is voor alle ringvormige geleiders in de geformeerde elektrodeconfiguraties uit te voeren en biedt de mogelijkheid om de diverse effectieve stralen bij de in de praktijk toe te passen membraan-elektrodeafstand te bepalen en zodoende spleetinvloeden te elimineren.

IV.g. PRAKTISCHE CAPACITEITSFORMULES BIJ SCHEEFSTAND VAN EN ZADELVORMING IN EEN VAN DE ELEKTRODEOPPERVLAKKEN VAN DE CIRKELVORMIGE IDEALE PLAATCONDENSATOR.

Indien in een vlakke plaatcondensator, volgens het model van Fig. 11.A en 11.B, bovenvlak en grondvlak onderling een geringe scheefstand vertonen onder een hoek θ_s , terwijl de uitwendige begrenzingen zodanig ver weg gelegen zijn, dat toch gebruik gemaakt mag worden van de ideale plaatcondensatorformules op kleine onderdelen van de plaatoppervlaktes, dan kunnen op elementaire wijze een aantal capaciteitsformules afgeleid worden.

Zo geldt voor de capaciteitswaarde tussen de geleider $0 \leq r \leq R_1$ in het grondvlak en het gehele bovenvlak, dat de z -as snijdt in het punt d_0 de volgende formule

$$C(\theta_s, R_1) = C_0 \left[1 + \frac{R_1^2 \operatorname{tg}^2 \theta_s}{4d_0^2} \right], \quad (\text{IV.59})$$

waarbij C_0 gegeven wordt door de ideale plaatcondensatorformule volgens formule (IV.46)

Door formule (IV.59) voor verschillende stralen R_1 en R_2 , $R_2 > R_1$, tweemaal toe te passen is dan af te leiden

$$C(\theta_s, R_1, R_2) = C_0(R_1, R_2) \left[1 + \frac{R_1^2 + R_2^2}{4d_0^2} \operatorname{tg}^2 \theta_s \right], \quad (\text{IV.60})$$

waarbij

$$C_0(R_1, R_2) = \pi \epsilon_0 \epsilon_r (R_2^2 - R_1^2) / d_0 \quad (\text{IV.61})$$

de ideale vlakke plaatcondensatorformule voor een ring is.

Bij bekende elektrodeoppervlakken en stralen kunnen de formules (IV.59) en (IV.60) gebruikt worden voor het testen van de eventuele scheefstand tussen de elektrodeoppervlakken.

Wordt verondersteld dat er een zadelvormige afwijking in één der elektrodeoppervlakken aanwezig is, waarbij het oppervlak ten minste in één richting vanuit het centrum vlak is en overal elders langs de voerstraal parabolisch gebogen is, dan is de uitwijking $w(r, \phi)$ in een punt (r, ϕ) te geven als

$$w(r, \phi) = w_m (\cos 2\phi - \cos \theta_z) r^2 / R_m^2, \quad (\text{IV.62})$$

met $0 \leq \theta_z \leq \pi$ en $2w_m$ het maximale niveauverschil op de rand met straal R_m .

De elektrodeafstand op een plaats (r, ϕ) is dan

$$d(r, \phi) = d_0 + w(r, \phi), \quad (\text{IV.63})$$

met $w(r, \phi) \ll d_0$.

De bijdrage tot de totale capaciteit van een oppervlakje $rdrd\phi$ om het punt (r, ϕ) wordt gegeven door

$$dC(r, \phi) = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r r dr d\phi}{d_0 + w(r, \phi)}. \quad (\text{IV.64})$$

Reeksontwikkeling en afbreken na de derdegraads term in $w(r, \phi) / d_0$ en tenslotte integratie over het betrokken oppervlak levert op:

1. Capaciteit tussen het elektrodeoppervlak $0 \leq r \leq R_1$ in het grondvlak en het gehele bovenvlak

$$C(R_1, \theta_z, w_m) = C_0 \left\{ 1 + \frac{w_m R_1^2}{2d_0 R_m^2} \cos \theta_z + \frac{w_m^2 R_1^4}{3d_0^2 R_m^4} \left[\frac{1}{2} + \cos^2 \theta_z \right] + \frac{w_m^3 R_1^6}{4d_0^3 R_m^6} \left[\frac{3}{2} \cos \theta_z + \cos^3 \theta_z \right] \right\}, \quad (\text{IV.65})$$

met C_0 uit formule (IV.46).

2. Capaciteit tussen het ringvormig elektrodeoppervlak $R_1 \leq r \leq R_2$ in het grondvlak en het gehele bovenvlak

$$C(R_1, R_2, \theta_z, w_m) = C_0(R_1, R_2) \left\{ 1 + \frac{w_m R_1^2 + R_2^2}{d_0 2R_m^2} \cos \theta_z + \frac{w_m^2 R_1^4 + R_1^2 R_2^2 + R_2^4}{d_0^2 3R_m^4} \times \left[\frac{1}{2} + \cos^2 \theta_z \right] + \frac{w_m^3 R_1^6 + R_1^4 R_2^2 + R_1^2 R_2^4 + R_2^6}{d_0^3 4R_m^6} \left[\frac{3}{2} \cos \theta_z + \cos^3 \theta_z \right] \right\}, \quad (\text{IV.66})$$

met $C_0(R_1, R_2)$ volgens formule (IV.61).

De geïntroduceerde parameter θ_z is hierbij een maat voor de symmetrie in de zadelvorm. Voor $\theta_z = 0$ is in de richtingen $\phi = 0$ en π de doorsnijding van het geleid oppervlak niet gekromd, hetgeen overeenkomt met een mechanische voorspanning in richtingen $\pi/2$ en $3\pi/2$ gelijk aan nul, terwijl in die richtingen de kromming in het plaatoppervlak maximaal negatief is.

Voor $\theta_z = \pi/2$ is in de richtingen $\phi = \pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4$ en $7\pi/4$ de doorsnijding niet gekromd, terwijl dit in de richtingen $\phi = 0$ en π maximaal positief en in de richtingen $\phi = \pi/2$ en $3\pi/2$ maximaal negatief is.

Voor $\theta_z = \pi$ is in de richtingen $\phi = \pi/2$ en $3\pi/2$ de doorsnijding niet gekromd, terwijl dit voor $\phi = 0$ en π maximaal positief is en het membraan in die richtingen niet gespannen is.

Bij een ideale enkelvoudige zadelvorming is $\theta_z = \pi/2$, hetgeen in de praktijk overeenkomt met een alzijdig homogeen gespannen vlies in een sinusvormig golvende sponning.

HOOFDSTUK V.

HOOFDPUNTEN BIJ HET ONTWERPEN VAN EEN ABSOLUTE MEMBRAANDRUKVERSCHILMETER.

SAMENVATTING.

Het principe van zowel een kwadratische als een lineaire capacatieve membraan-drukverschilmeter wordt geformuleerd.

Na de formulering van het gekozen instelcriterium wordt, met behulp van de resultaten van de vorige twee theorie hoofdstukken, aangetoond dat in een praktische situatie in zeer hoge mate kan worden voldaan aan de relatie dat de elektrische belasting voor terugtrekken van het membraan en de mechanische belasting op het membraan aan elkaar gelijk zijn bij het hernieuwd bereiken van het instelcriterium.

Door meting van de membraan-elektrodeafstand kan de terugtrekspanning zodanig bijgestuurd worden dat de meterconstante zijn zuiverheid tijdens de metingen blijft behouden.

Vervolgens worden de eisen voor het elektrische en meettechnische systeem en voor de mechanische constructie geformuleerd.

Tenslotte worden naast de effecten van contactpotentialen tussen membraan en elektrodes, de invloeden van diëlektricum veranderingen en de methodes om deze storende effecten te elimineren of te reduceren, beschreven.

CHAPTER V.

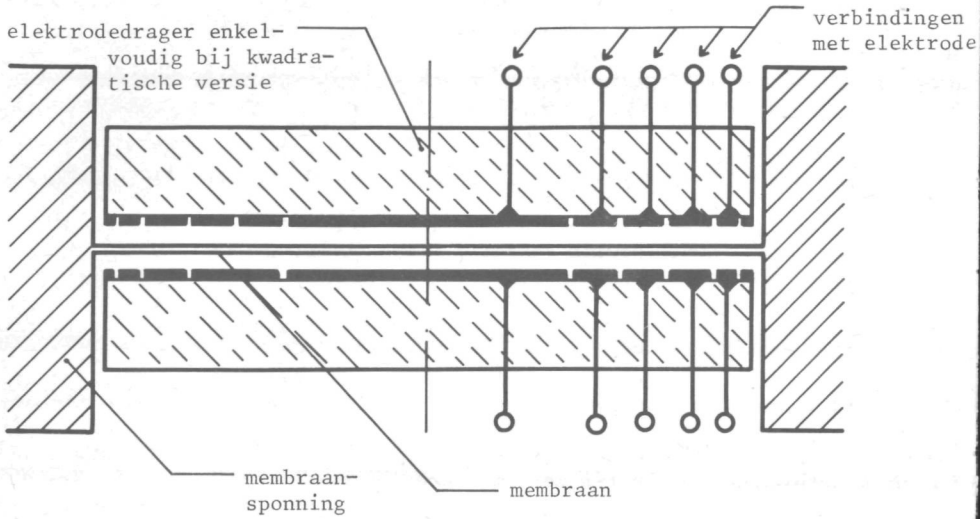
MAIN ASPECTS IN DESIGNING AN ABSOLUTE DIFFERENTIAL MEMBRANE PRESSURE GAUGE.

SUMMARY.

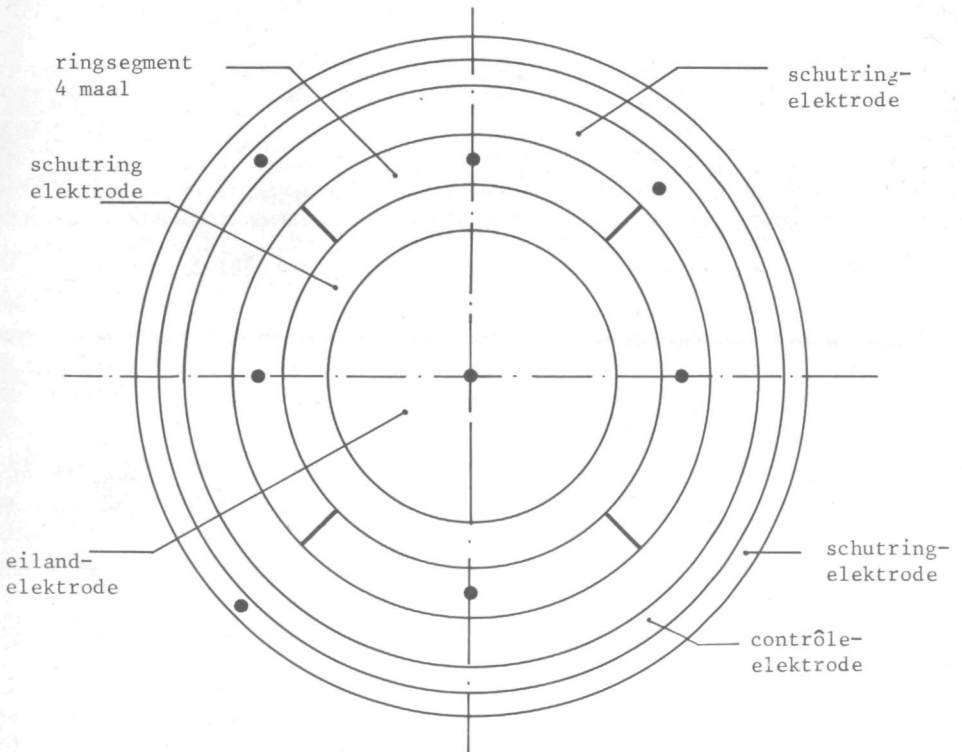
The principle of a quadratic capacitance differential membrane pressure gauge will be formulated, as well as that of a pressure gauge of the linear type. After formulation of the chosen gauge setting criterium, using the results of the theoretical chapters III and IV, it will be shown that the relation of equilibrium between the load of electrical origin and the mechanical load caused by the pressure difference is satisfied to a large extent, if the setting criterium is reached again.

By measurement of the membrane-electrode distance, the electrical potentials for drawing back the membrane into its original equilibrium can be corrected in such a way that the gauge factor remain on its accurate value during the measurements. Furthermore the requirements of the electrical system, the measurement technics and of the mechanical constructions are formulated.

Finally the effects of contact potentials between membrane and electrodes are described, as well as the influences of change in dielectric behaviour of the filling gasses and methods to eliminate or to reduce these disturbing effects.



13.A. Principeschets van de capacitieve drukverschilsensor.



13.B. Elektrodepatroon op de elektrodedrager.

Fig.13. Principeschets en elektrodesysteem van de absolute capacitieve membraandrukverschilmeter.

V.a. HET PRINCIPE VAN DE ABSOLUTE MEMBRAANDRUKVERSCHILMETER.

Het principe van de absolute membraandrukverschilmeter berust op het volgende: Een vlak en cirkelvormig ingespannen dunne, niet permeabele plaat van elektrisch geleidend materiaal is onderdeel van de scheidingswand van twee ruimten, waarin onderling verschillende drukken kunnen heersen. Deze plaat functioneert als membraan-elektrode in een capaciteitsconfiguratie en is elektrisch geïsoleerd opgesteld ten opzichte van de rest van het systeem, dat zich doorgaans op andere elektrische potentialen zal bevinden.

Op geringe afstand en planparallel ten opzichte van het membraanvlak is bij het ontwerp van de meter met kwadratische meetschaal aan de zijde waar een hogere druk heerst een cirkelvormige vlakke elektrodedrager opgesteld. Bij het meterontwerp met een lineaire meetschaal zijn aan beide zijden van het membraan dergelijke elektrodedragers opgesteld (Zie Fig.13.A.).

Op die elektrodedragers zijn, door opdampen en etsen, concentrisch ringvormige elektrodes aangebracht, onderling door smalle spleten gescheiden en door het dragermateriaal heen verbonden met aansluitpunten op de achterzijde van die dragers. Fig.13.B. toont een schets van het elektrodepatroon.

De middelste elektrode of eilandelektrode vormt met het membraan een capaciteit die in een brugschakeling vergeleken wordt met de capaciteit die gevormd wordt door het membraan en de vier onderling parallel geschakelde ringsegmenten.

Bij onbelast membraan levert dit een bepaalde verhouding op, die zich wijzigt bij bolling van het membraan ten gevolge van een drukverschil. In het geval van enkelzijdige elektrodeconfiguratie kan een uitbollen van het membraan van de elektrode af gecompenseerd worden door op alle elektrodes, inclusief de schutringen een spanning aan te brengen. Deze spanning dient zodanig groot te zijn dat het membraan teruggetrokken wordt en hierdoor de oorspronkelijke capaciteitsverhouding tussen membraan en eilandelektrode en membraan en ringsegmentenelektrode weer hersteld wordt.

Om te controleren of de benodigde terugtrekspanning afgestemd is op de membraan-elektrodeafstand, wordt voortdurend de capaciteit tussen de contrôlering en het membraan vergeleken met de capaciteitswaarde van een uitwendige standaardcondensator. Afhankelijk van dit resultaat wordt de terugtrekspanning bijgegeregeld.

Bij dubbelzijdige elektrodeconfiguraties zijn de op één van beide elektrodedragers aanwezige eilandelektrode en ringsegmentenelektrode functioneel, terwijl de contrôle-elektrodes op beide dragers afzonderlijk gebruikt worden om de terugtrekspanningen aan weerszijden van het membraan te kunnen bijregelen.

Met behulp van de in de Hoofdstukken III en IV afgeleide formules kunnen de meterconstante en het absolute karakter van de meter berekend respectievelijk aange-
toond worden.

Zoals uit par.IV.d. gebleken is, kan voor het berekenen van de capaciteiten, welke tussen de diverse ringvormige elektrodes en het membraan bestaan, de formule voor de ideale plaatcondensator worden toegepast, mits de onderlinge straal verschillen en het verschil tussen de straal van de membraanspanning en de uitwendige straal van de contrôle-elektrode minstens drie maal de afstand tussen membraan en elektrodedrager is. De door deze benadering gemaakte relatieve fout is dan kleiner dan 0.01 p.p.m.

Bij een uitbolling van het membraan, die veroorzaakt wordt door een rotatie-symmetrische belasting en waarbij de uitwijking $w(r)$ klein blijft ten opzichte van de oorspronkelijke membraan-elektrodeafstand d_0 , kan voor de bepaling van de totale capaciteitswaarde $C(R_a, R_b)$ van de ringcondensator tussen de stralen R_a en gebruik gemaakt worden van de, langs de voerstraal r , geïntegreerde bijdragen van infinitesimaal smalle ringvormige plaatcondensatoren volgens

$$C(R_a, R_b) = \int_{R_a}^{R_b} dC(r) = 2\pi\epsilon_0\epsilon_r \int_{R_a}^{R_b} \frac{rdr}{d_0 + w(r)} \quad (V.1)$$

Na reeksontwikkeling van de noemer kan formule (V.1) herleid worden tot

$$C(R_a, R_b) = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{d_0} \int_{R_a}^{R_b} r \left[1 - \frac{w(r)}{d_0} + \left(\frac{w(r)}{d_0}\right)^2 - \dots \right] dr \quad (V.2)$$

In de praktijk blijkt dat $w(r)/d_0$ in de orde van grootte van 10^{-3} of kleiner blijft, zodat bij de integratie van de reeks in formule (V.2) voor het bereiken van een nauwkeurigheid van 1 p.p.m. of beter nã de lineaire term in $w(r)/d_0$ mag worden afgebroken.

De bijdrage van de eerste term onder de integraal levert de ringcapaciteit op $C_0(R_a, R_b)$ bij onbelast membraan, terwijl de bijdrage van de tweede term, vermenigvuldigd met de factor vóór de integraal, gelijk is aan het oppervlaktegemiddelde $w_0(R_a, R_b)$ van de uitwijking volgens formule (III.43) vermenigvuldigd met de factor $\pi\epsilon_0\epsilon_r(R_a^2 - R_b^2)/d_0^2$, zodat geldt

$$C(R_a, R_b) = C_0(R_a, R_b) \left[1 - w_0(R_a, R_b)/d_0 \right] \quad (V.3)$$

Om symmetrieredenen van meettechnische aard wordt een één op één vergelijkingsmetbrug nagestreefd, hetgeen inhoudt dat de nominale oppervlakken van de eilandelektrode en de ringsegmentenelektrode gelijk gekozen moeten worden.

Dit heeft voor de binnenste drie stralen van het patroon in Fig.13.B. geleid tot een verhoudingsreeks van 3:4:5, terwijl aansluitend op die verhoudingsreeks de buitenste drie stralen de volgende verhouding hebben: 6:6.5:7. De buitenste straal in het patroon wordt gelijk gekozen aan die van de membraanspanning. Voor de waarden van ρ_a en ρ_b in de formules (III.44), (III.57) en (III.58) voor de oppervlaktegemiddelden bij respectievelijk reële gespannen stijve plaat, ideale ongespannen stijve plaat en ideaal membraan, kunnen bij de eilandelektrode ingevuld worden: $\rho_a = 0$ en $\rho_b = 3/7$ en bij de ringsegmentenelektrode $\rho_a = 4/7$ en $\rho_b = 5/7$.

Wordt in de praktijk gekozen voor een roestvrijstalen membraan dat 0.1 % alzijds in zijn vlak gerekt wordt, dan geldt bij aanname van een getal van Poisson van ingevuld in de formule (III.25) voor α de relatie

$$\alpha = 0.1 R_m/h \quad (V.4)$$

Bij een membraan met dikte $h = 30 \mu\text{m}$ en een straal van de spanning $R_m = 30 \text{mm}$ wordt α in de orde van grootte van 100. Berekend kan dan worden dat met deze gegevens in formule (III.44) de relatieve bijdrage van de laatste twee termen in

de orde van grootte van 10^{-20} en derhalve volledig verwaarloosbaar is. Bij $\alpha=30$ is die relatieve bijdrage in de orde van grootte van 10^{-7} en bij $\alpha=10$ in de orde van grootte van 6×10^{-4} .

Asymptotische ontwikkeling voor grote waarden van α levert voor formule (III.44) bij verwaarlozing van de laatste twee termen, op

$$\begin{aligned}
 w_0 = & \frac{R_m^2}{4h\sigma_p} \left[\Delta p_1 \left[1 - (\rho_b^2 + \rho_a^2)/2 \right] + (\Delta p_1 - \Delta p_2) \left[\rho_e^2 - 1 - 2\rho_e^2 \ln(\rho_e) - \frac{4}{\alpha^2} \right] + \right. \\
 & \left. - \left[\rho_e^2 \Delta p_1 + (1 - \rho_e^2) \Delta p_2 \right] \frac{2}{\alpha} \left[1 + \frac{1}{2\alpha} + \frac{3}{8\alpha^2} \right] + \right. \\
 & \left. + (\Delta p_1 - \Delta p_2) \frac{4e^{-\alpha(1-\rho_e)}}{\alpha^2} \left[1 - \frac{3}{8\alpha\rho_e} - \frac{15}{2!(8\alpha\rho_e)^2} \right] \left[1 - \frac{3}{8\alpha} - \frac{15}{2!(8\alpha)^2} \right]^{-1} \right].
 \end{aligned}
 \tag{V.5}$$

Om sluiting tussen de membraanspanning en de buitenste schutring op de elektrodrager te voorkomen is noodgedwongen de verhouding $R_e/R_m = \rho_e$ kleiner dan 1.

Dit laatste houdt in, dat het oppervlaktegemiddelde bij de voldoende gespannen reële dunne plaat, volgens formule (V.5), analoog aan dat voor het ideale membraan, volgens formule (III.58), overal binnen het meetoppervlak dezelfde waarde behoudt, als geldt $\Delta p_1 = 0$.

Dit in tegenstelling tot het verloop van het oppervlaktegemiddelde bij de ideale ongespannen stijve plaat volgens formule (III.57). Hierbij treedt dit vlak zijn op als $\rho_e = 1$ en $\Delta p_1 = 0$, hetgeen de triviale situatie $w_{0\text{plaat}} = 0$ oplevert.

In het geval dat $\Delta p_1 = 0$, is het reële membraan over een deel van het oppervlak evenwijdig aan zichzelf verplaatst, zodat het instelcriterium, gevormd door de capaciteitsverhouding membraan-eilandelektrode/membraan-ringsegmentenelektrode, weer op zijn oorspronkelijke waarde is teruggekeerd. Dit geldt echter alleen als de elektrische belasting op het membraan voldoende uniform is, hetgeen in de volgende paragraaf besproken zal worden.

V.c. DE ELEKTRISCHE TERUGTREKMOGELIJKHEID, VOORZIEN VAN COMPENSATIE VOOR ELEKTRODEAFSTANDSVERANDERINGEN, RESULTEREND IN DE METERCONSTANTE VOOR HET KWADRATISCHE TYPE.

Het, door een mechanische belasting Δp , uitbollende membraan wordt door een elektrische spanning, die aangebracht is op alle elektrodes (inclusief de schutringen), teruggetrokken in de evenwichtstand. De analytische formules die het meest realistisch de elektrische belasting beschrijven zijn de formules (IV.32) en (IV.33). Zij zijn evenwel voor illustratieve berekeningen moeilijk hanteerbaar door de combinatie van Besselfuncties en logarithmen in de algemene term van de reeks. Hiervoor lenen de formules (IV.34) en (IV.35) zich beter, hoewel het beedat zij geven van de invloed van de randverstoringen en eindige uitgebreidheid op de homogeniteit van de belastingen te negatief is.

Voor de berekening van de invloed van de randverstoring kan de eerste term in de reeks van formule (IV.34) voor grote argumenten ontwikkeld worden. Hierbij moet bedacht worden dat een argument ρ_i gelijk is aan $\pi R_i/d_0$. Gaat men uit van een praktijksituatie met een membraan-elektrodeafstand d_0 van 100 μm , een straal van de membraansponning R_m van 30.0 mm een uitwendige straal van de elektrodedrager R_e van 29.8 mm, dan is de relatieve invloed van de randverstoringen op een straal R van 29.26 mm reeds kleiner dan 0.1 p.p.m. Geconcludeerd kan worden dat in dat geval binnen het gebied met een straal die 98 % bedraagt van de uitwendige straal van de elektrodedrager, R_e , de elektrische belasting homogeen is.

Bij een membraan-elektrodeafstand d_1 is de elektrische belasting bij een terugtrekspanning V_1 gegeven door

$$\Delta p_e = \epsilon_0 \epsilon_r V_1^2 / 2d_1^2 . \quad (\text{V.6})$$

Zoals reeds in par.V.b. gebleken is, wordt, bij het opnieuw bereiken van het instelcriterium, de totale belasting Δp_1 binnen het invloedsgebied van de elektrodedrager, op een uiterst smalle rand aan de buitenkant na, gelijk aan 0. Daar Δp_1 gedefinieerd is als het verschil van mechanisch drukverschil Δp en elektrisch drukverschil Δp_e geldt voor het mechanisch drukverschil

$$\Delta p = \epsilon_0 \epsilon_r V_1^2 / 2d_1^2 . \quad (\text{V.7})$$

De membraan-elektrodeafstand is nu niet meer op de beginwaarde d_{01} , maar op de waarde $d_1 = d_{01} + w_0$. Voor een juiste meting is het noodzakelijk de verhouding tussen de te gebruiken terugtrekspanning V_1 en de optredende elektrodeafstand d constant te houden. Hiertoe moet de terugtrekspanning gecompenseerd worden. Daar uit berekening blijkt dat ook de elektrode die de contrôlering vormt volledig binnen het homogene belastinggebied ligt, kan de capaciteitswaarde C_{e1} van deze ringelektrode ten opzichte van het membraan hiervoor gebruikt worden. Het compensatiemechanisme moet zodanig ingericht worden dat geldt

$$C_{e1} V_1 = C_{0e1} V_{01} = \text{Constant}, \quad (\text{V.8})$$

waarbij voor C_{e1} gebruik gemaakt is van de ideale plaatcondensator formule. V_1 is de gecompenseerde en V_{01} is de oorspronkelijke elektrische spanning. De onbelaste elektrodeafstand d_{01} wordt bepaald met behulp van de capaciteit C_{01} van de eilandelektrode met straal R_{01} ten opzichte van het membraan volgens

$$d_{01} = \frac{\pi \epsilon_0 \epsilon_r R_{01}^2}{C_{01}} . \quad (\text{V.9})$$

Combinatie van de formules (V.7) tot en met (V.9) levert de relatie tussen de te meten grootheid Δp en de vooraf bekende groottheden V_{01} , C_{01} en R_{01} . Wordt bij het terugtrekken gebruik gemaakt van een fractie δ van een vooraf ingestelde waarde $V_{01\text{max}}$, dan ontstaat uiteindelijk de relatie

$$\Delta p = \frac{C_{01}^2 V_{01\max}^2}{2 \pi^2 \epsilon_0 \epsilon_r R_{01}^4} \delta^2 = K_k \delta^2 . \quad (\text{V.10})$$

Hierin stelt K_k de meterconstante voor van de kwadratische meter.

De zuiverheid en precisie van de meterconstante wordt bepaald door de zuiverheid en precisie waarmee de drie grootheden C_{01} , $V_{01\max}$ en R_{01} vooraf bepaald of ingesteld kunnen worden.

Het kwadratische karakter van de meter met enkelzijdige terugtrekfaciliteit is duidelijk aanwezig.

Analoog aan de methode van Opstelten en Warmoltz⁵⁰ is linearisering van de meter mogelijk door dubbelzijdige uitvoering van het terugtrekmechanisme. Dit zal in de volgende paragraaf behandeld worden.

Een bijkomend effect van het hier gekozen meet- en compensatieprincipe is dat alle invloeden van buitenaf die een verandering van de afstand tussen het membraanvlak en het oppervlak van de elektrodedrager teweegbrengen geen effect hebben op het instelcriterium en de meterconstante. Hieraan dankt de meter zijn uitzonderlijke ongevoeligheid voor uniforme temperatuurveranderingen.

Aan weerszijden van het membraan worden, qua vorm, identieke elektrodedragers geplaatst op afstanden van respectievelijk d_1 en d_2 . Worden alle elektrodes van de eerste elektrodedrager op spanning V_1 gebracht en die van de tweede elektrodedrager op spanning V_2 , dan wordt de totale elektrische belasting gegeven door

$$\Delta p_e = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{2} \left[\frac{V_1^2}{d_1^2} - \frac{V_2^2}{d_2^2} \right]. \quad (\text{V.11})$$

Kiest men nu voor V_1 aan de zijde waar de hogere druk heerst de volgende vorm

$$V_1 = V_{01}(1 + \delta) \quad (\text{V.12})$$

en voor V_2 aan de zijde van de lagere druk de vorm

$$V_2 = V_{02}(1 - \delta), \quad (\text{V.13})$$

met $|\delta| \leq 1$, waarbij bovendien met de compensatiemechanismen aan beide zijden van het membraan de ingestelde waarden V_1/d_1 respectievelijk V_2/d_2 constant gehouden worden, terwijl tenslotte nog voor de verhoudingen van V_{01}/d_{01} en V_{02}/d_{02} geldt

$$V_{01}/d_{01} = V_{02}/d_{02}, \quad (\text{V.14})$$

dan leveren de formules (V.12) tot en met (V.14) ingevuld in (V.11) op

$$\Delta p_e = \frac{2\epsilon_0 \epsilon_r V_{01}^2}{d_{01}^2} \cdot \delta. \quad (\text{V.15})$$

Opnieuw toepassen van formule (V.9) levert voor formule (V.15) op

$$\Delta p = \frac{2C_{01}^2 V_{01}^2}{\pi^2 \epsilon_0 \epsilon_r R_{01}^4} \cdot \delta = K_L \cdot \delta. \quad (\text{V.16})$$

De meterconstante heeft op een factor 4 na dezelfde vorm als die in formule (V.16). Bedacht moet echter worden dat de grootte van V_{01} in formule (V.16) bij een zelfde meetbereik als de kwadratische versie de helft bedraagt van die van $V_{01\max}$ in formule (V.10). Voor het zelfde meetbereik moeten in de gelineariseerde versie een tweetal spanningsbronnen gebruikt worden, waarbij de ene van halve spanning V_{01} naar volle spanning $2V_{01}$ en de andere van halve spanning V_{02} naar nul geregeld moeten worden.

Daar men echter met negatieve waarden voor δ bij de instelling van de meter mag werken, is de meter niet alleen gelineariseerd, maar ook nog in twee richtingen werkend geworden.

V.e. DE EISEN DIE GESTELD MOETEN WORDEN BIJ DE CAPACITIEVE METINGEN.

De optredende capaciteitswaarden zijn klein, namelijk in de orde grootte van 10 pF. Daarom moet bij de opbouw van de meetbruggen voor deze capaciteiten aan het elimineren van parasitaire capaciteiten uiterste zorg besteed worden. De constructie van de drukverschilsensor moet zodanig zijn uitgevoerd, dat tussen het membraan en de elektrodes op de elektrodedrager, die niet als schutring- en zijn uitgevoerd, nergens in de schakeling een weg te vinden is die loopt via een diëlektricum, anders dan door de ruimte tussen membraan en elektrode. Alle aansluitpunten en de overige delen van de elektrodedrager moeten daarom omgeven zijn door een volledige elektrische afscherming. De capaciteiten kunnen dan onderling vergeleken worden bij aansluiting aan een brugtransformator, gecombineerd met een decadenttransformator, een detector en generator zoals in Fig.14.A. is aangegeven. Het vervangingsschema van deze schakeling is, bij geringe impedanties van de brugtransformator, decadenttransformator en generator, gegeven in Fig.14.B. Op het moment dat de detector stroomloos is geldt de relatie

$$x \cdot C_e = C_r, \quad (V.17)$$

waarin x de stand van de decadenttransformator is.

De in de schakeling optredende parasitaire capaciteiten komen deels parallel aan de detector te staan en beïnvloeden dan alleen de gevoeligheid van die detector, maar bij voldoende grootte hiervan niet de zuiverheid van de meting. Deels komen zij parallel aan de takken van de brugtransformator of de aftakking van de decadenttransformator te staan. Daar beide transformatoren met uiterst lage impedanties gedimensioneerd zijn, beïnvloeden de parallel daar aan geschakelde parasitaire capaciteiten de spanningsverhoudingen in de brug niet of uitermate gering.

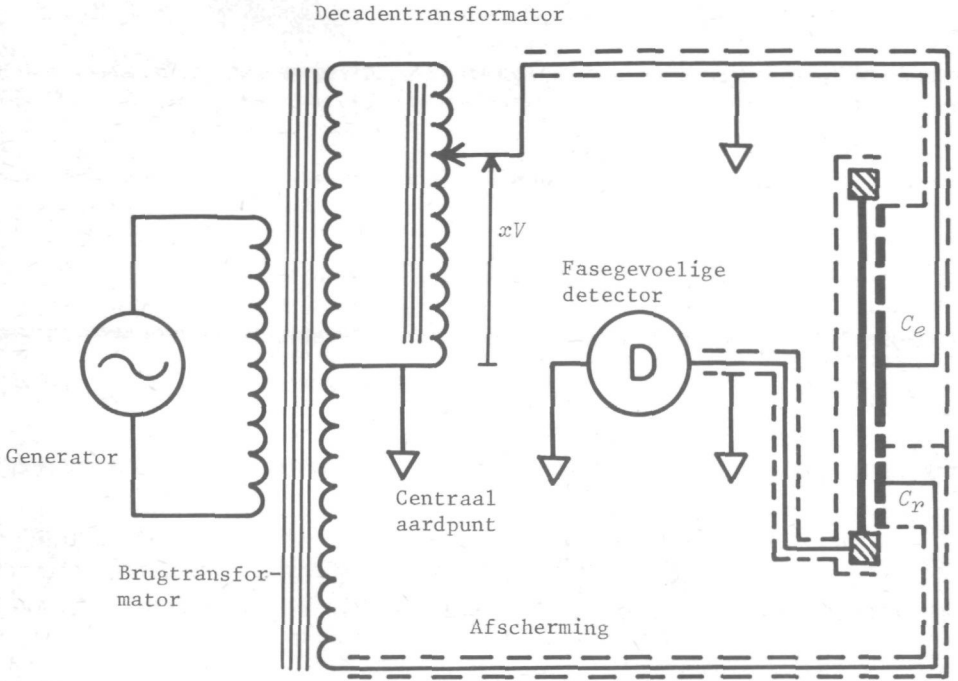
Met dergelijke systemen zijn op eenvoudige wijze resoluties van $1:10^7$ te bereiken met derhalve zuiverheden van 0.1 p.p.m. Dit is onder andere beschreven in de handleiding van de General Radio Type 1615-A Capacitance Bridge⁸⁹ en door Hersh⁹⁰. Indien de detector gekozen wordt als een zogenaamd fasegevoelig systeem, dan is in de buurt van het brugevenwicht de uitgangsgrootte van de fasegevoelige detector recht evenredig met de mate van onbalans in de brug, als de fase juist is ingesteld.

Voor het terugtrekken van het membraan naar de evenwichtstand kan het middelpunt van de brugtransformator, waaraan alle schutringen zijn doorverbonden, losgekoppeld worden van aarde en via een laagimpedante gelijkspanningsbron met aarde verbonden worden. Om geen verlies van terugtrekspanning over de detector te krijgen dient deze voor gelijkspanningssituaties een resistieve ingang te bezitten.

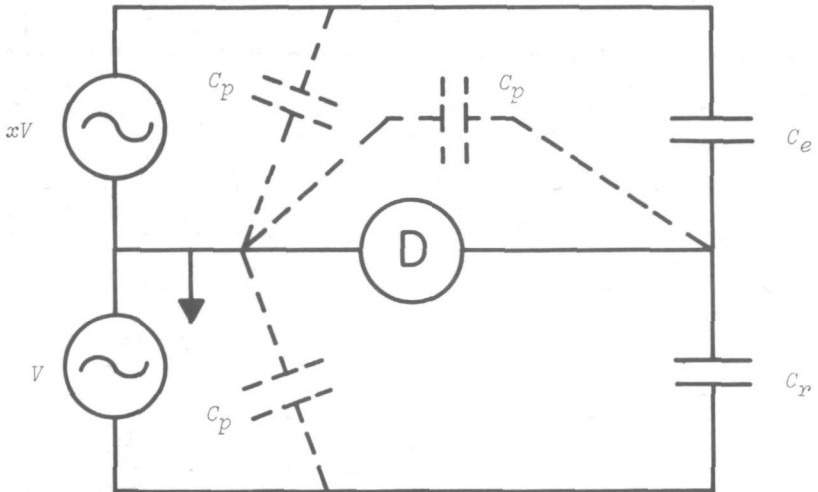
Voor bijregelen van de grootte van ingestelde terugtrekspanning in relatie met de membraan-elektrodeafstand kan intermitterend de contrôlecondensator in dezelfde brug vergeleken worden met een externe standaard condensator. Voor de lineaire versie moet dit laatste voor beide contrôlecondensatoren worden uitgevoerd.

Het gehele systeem leent zich nog voor automatisering, digitalisering van signaalverwerking en uitlezing, omschakelen van de gebruikte drukeenheid en on-line verwerking van de meetgegevens.

Dit valt evenwel buiten het bestek van deze dissertatie. Bovendien is en wordt met de beschreven schakeling aan diverse, in verschillende stadia van ontwikkeling zijnde, prototypen van de drukverschilsensoren onderzoek verricht naar de praktische werking.



14.A. Principe van de brugschakeling



14.B. Vervangingschema

Fig.14. Principeschema van de brugschakeling met vervangingschema.

V.f. EISEN, WELKE GESTELD MOETEN WORDEN AAN DE MECHANISCHE CONSTRUCTIE.

Bij de te stellen eisen aan de mechanische constructie komen alleen die aspecten hier aan bod welke direct of volgens een duidelijk indirect verband de nauwkeurigheid van de meter beïnvloeden.

Centraal hierbij staat het membraan en zijn inklemming.

Het membraan dient van elektrisch geleidend, voor gassen en dampen niet permeabel, dun materiaal te zijn, dat in zijn vlak gespannen kan worden zonder dat oppervlakteschadigingen, zoals plooiën en putjes, achterblijven. Het membraan moet in alzijdig gespannen toestand geklemd worden tussen twee inwendig cirkelvormige membraanhouders.

Aan de vlakheid van het klemoppervlak en de mechanische stabiliteit van deze membraanhouders dient de uiterste zorg besteed te worden.

Membraan inclusief houders moet elektrisch geïsoleerd en afgeschermd van de rest van het systeem opgesteld worden, daar deze rechtstreeks verbonden is met de uiterst gevoelige detectoringang. Hierbij moet niet uit het oog verloren worden dat het membraan ook nog deel blijft uitmaken van de scheidingswand tussen twee ruimten.

De elektrodedrager moet van isolatiemateriaal gemaakt worden, waardoorheen, in mechanische zin, spanningsvrij en in een bepaald patroon geplaatst, verbindingsdraden tussen het elektrode-oppervlak en de achterzijde van de drager kunnen worden aangebracht.

Na het vlakslijpen en polijsten moet hierop, hechtend en stabiel contact makend met alle verbindingsdraden, een metaallaag worden aangebracht.

Goed gecentreerd moet met behulp van etstechnieken het ringenpatroon, zoals in Fig. 13.B. is aangegeven, in de metaallaag worden aangebracht, waarbij de verschillende deelvlakken onderling elektrisch geïsoleerd komen te staan.

De elektrodedrager moet voldoende stijfheid bezitten om eigen doorbuigingen te garanderen, die verwaarloosbaar zijn ten opzichte van die van het membraan.

Verder moet de elektrodedrager geplaatst worden in een houder, die zeer stabiele afregeling van planparallele opstelling van de elektrodedrager ten opzichte van het membraan mogelijk maakt.

Genoemde houder moet samen met de gemetalliseerde oppervlakken van de elektrodedrager een elektrische kooiconstructie vormen, waarbinnen de verbindingen van de diverse elektrodes, onderling onafgeschermd, maar wel geïsoleerd van elkaar opgesteld, gemaakt kunnen worden met de elektrische doorvoeren, welke in de buitenwand van het systeem aanwezig zijn.

Ook buiten de eigenlijke drukverschilsensor moeten de leidingen van de diverse elektrodes elektrisch afgeschermd worden ten opzichte van de verbinding met het membraan.

Punten die indirecte invloed hebben zijn de volgende:

Maatvoering en materiaalkeuze moeten zodanig zijn dat de invloed van thermische uitzetting van de onderdelen van de constructie, verantwoordelijk voor de ingestelde membraan-elektrodeafstand, zo goed mogelijk geëlimineerd is. In dat geval is bijsturing van de terugtrekspanning alleen noodzakelijk voor de evenwijdige verplaatsing van het membraan, welke reeds principieel ontstaat.

Het materiaal waarvan de elektrodedrager gemaakt wordt moet zo mogelijk gekozen worden uit isolatoren met zeer geringe thermische uitzettingscoëfficiënt.

Ter illustratie: Een uitzettingscoëfficiënt gelijk aan 0 van alléén het dragermateriaal levert bij correctie op de terugtrekspanning een volledig temperatuur-onafhankelijke meterconstante op.

Bij deze eisen komt er voor vacuümtoepassingen nog bij, dat het systeem geen kleine, moeilijk ontgassende holtes, verbonden met de vacuümruimten, mag hebben en dat de materialen die gebruikt worden voor toepassing in vacuüm geschikt zijn, terwijl bij ultra-schone systemen uitstookbaarheid tot ongeveer 200 °C een extra eis is.

V.g. INVLOEDEN VAN CONTACTPOTENTIALEN TUSSEN MEMBRAAN EN ELEKTRODES EN ELIMINATIE VAN DEZE EFFECTEN UIT DE METERCONSTANTES VAN KWADRATISCH EN LINEAIR TYPE.

Het membraan en de elektrodes op de elektrodedrager vormen de uiteinden van een galvanische keten. Zijn van beide geleidende elementen de materialen niet hetzelfde, dan ontstaat de mogelijkheid dat van nature reeds een statisch potentiaalverschil aanwezig is, de zogenaamde contactpotentiaal.

Zonder mechanisch drukverschil trekt deze het membraan in een rusttoestand, die afhankelijk is van het evenwicht tussen mechanische spanningen in het membraan en de aantrekkende werking van de contactpotentiaal, die het membraan naar de elektrode toe laat doorbuigen.

Met behulp van formule (V.6) wordt de belasting door de contactpotentiaal V_c gegeven door

$$\Delta p_c = \epsilon_0 \epsilon_r V_c^2 / 2d_1^2. \quad (\text{V.18})$$

Deze maakt evenwicht met de 'inwendige belasting' p_i in het membraan, zodat een instelcriterium in lichtgebolde toestand ontstaat.

Treedt er vervolgens een mechanische belasting Δp op, dan wordt deze met een terugtrekspanning V_t gecompenseerd tot het instelcriterium weer bereikt is.

Nu is tussen de elektrodes en het membraan een totale elektrostatische spanning aanwezig, welke gevormd wordt door superpositie van terugtrekspanning en contactpotentiaal. De totale elektrische belasting wordt dan

$$\Delta p_e = \epsilon_0 \epsilon_r (V_t + V_c)^2 / 2d_1^2. \quad (\text{V.19})$$

Deze belasting, verminderd met de mechanische belasting Δp maakt opnieuw evenwicht met p_i bij hetzelfde instelcriterium. Dit resulteert in

$$\Delta p = \epsilon_0 \epsilon_r (V_t^2 + 2V_t V_c) / 2d_1^2. \quad (\text{V.20})$$

Aan formule (V.20) is te zien dat de contactpotentiaal principieel een verstoringende werking heeft.

Een eenvoudig rekenvoorbeeld levert dat bij een contactpotentiaal van 1 V voor het compenseren van een mechanische belasting, waarvoor in het ideale geval een terugtrekspanning van 1 V nodig zou zijn, afhankelijk van de polariteit van de terugtrekspanning ten opzichte van die van de contactpotentiaal, terugtrekspanningen nodig zijn van 0,414 V respectievelijk -2,414 V.

De remedie hiertegen kan gezocht worden in het kiezen van gelijke materialen voor membraan en elektrodes. Daar deze laatste door opdampen ontstaan zijn en het membraan noodzakelijkerwijs niet altijd van identiek materiaal gekozen kan worden, bestaat de mogelijkheid dat contactpotentiaalinvloeden principieel aanwezig blijven.

Een andere eliminatie methode is gebaseerd op het gebruikmaken van ompoolfaciteiten voor de terugtrekspanning. In dat geval wordt na elkaar gemeten

$$\Delta p = \epsilon_0 \epsilon_r (V_{t1}^2 + 2V_{t1} V_c) / 2d_1^2 \quad (\text{V.21})$$

en

$$\Delta p = \epsilon_0 \epsilon_r (V_{t2}^2 - 2V_{t2} V_c) / 2d_1^2. \quad (\text{V.22})$$

Door onderlinge vergelijking levert dit op

$$V_c = (V_{t2} - V_{t1}) / 2 \quad (\text{V.23})$$

en

$$\Delta p = \epsilon_0 \epsilon_r V_{t1} V_{t2} / 2d_1^2 \quad (\text{V.24})$$

of met (V.10)

$$\Delta p = K_k \cdot \delta_1 \cdot \delta_2 \quad . \quad (V.25)$$

Een analoge situatie ontstaat bij de gelineariseerde meter, waarbij de optredende contactpotentialen niet gelijk behoeven te zijn. Wordt voldaan aan de formules (V.12) tot en met (V.14), dan resulteert

$$\Delta p = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r V_{t1}^2}{d_{10}^2} \left[2 + V_{c1}/V_{t1} + V_{c2}/V_{t2} \right] \delta \quad (V.26)$$

Door gelijktijdig ompolen van V_{t1} en V_{t2} wordt bereikt dat bij een nieuwe instelling δ' geldt

$$\Delta p = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r V_{t1}^2}{d_{10}^2} \left[2 - V_{c1}/V_{t1} - V_{c2}/V_{t2} \right] \delta' \quad (V.27)$$

Formules (V.26) en (V.27) gecombineerd levert op

$$\frac{V_{c1}}{V_{t1}} + \frac{V_{c2}}{V_{t2}} = 2 \frac{\delta' - \delta}{\delta' + \delta} \quad (V.28)$$

en

$$\Delta p = \frac{4\epsilon_0 \epsilon_r V_{t1}^2}{d_{10}^2} \cdot \frac{\delta' \delta}{\delta' + \delta} = 2K_z \frac{\delta' \delta}{\delta' + \delta} \quad (V.29)$$

Wordt tijdens het meet proces geconstateerd dat de contactpotentialen constant blijven, dan kan door permanente inschakeling van een tegengesteld gepoolde compensatie voorspanning dit effect eveneens geëlimineerd worden. In tegenstelling tot de methodes van Drawin⁵⁶, die de contactpotentialen verwaarloost binnen zekere grenzen, worden zij hier gemeten en geëlimineerd.

V.h. INVLOEDEN VAN VERANDERINGEN IN HET DIELEKTRICUM TUSSEN MEMBRAAN EN ELEKTRODES.

De ruimte tussen het membraan en de elektrodedrager is gevuld met een gas of damp, welke een diëlektricum vormt met een relatieve permittiviteit ϵ_p . Deze is afhankelijk van de druk en de temperatuur. Drawin⁵⁶ gaat hier dieper op in.

De relatieve permittiviteit ϵ_p hangt samen met de voor verschillende stoffen verschillende waarde voor de susceptibiliteit χ volgens

$$\epsilon_p = 1 + \chi_{pp} p/p_p, \quad (\text{V.30})$$

met p_p de referentiedruk (in handboeken doorgaans atmosfeerdruk) en p de absolute druk in de meetruimte.

De grootste respectievelijk kleinste waarde voor χ bij atmosfeerdruk uit de literatuur zijn: 1.28×10^{-2} en 7.4×10^{-5} . Dit gegeven, gecombineerd met het meterprincipe, levert op dat veranderingen van ϵ_p geen invloed hebben op het instelcriterium, terwijl bij beschouwing van de meterconstanten van zowel het kwadratische (V.10) als het lineaire type (V.16) blijkt dat capaciteitswaarde vermenigvuldigd met terugtrekspanning constant gehouden wordt en de beide meterconstanten reciproof met ϵ_p veranderen.

Wordt de meter gebruikt in een vacuümomgeving met een absolute druk lager dan 10 Pa, dan zijn de invloeden door verandering van ϵ_p kleiner dan 1 p.p.m. en derhalve volledig verwaarloosbaar.

Bij hogere absolute drukken aan weerskanten van het membraan is het inbouwen in die ruimten van kleine, alleen op ϵ_p -veranderingen reagerende standaardcondensatoren de aangewezen methode om fouten te elimineren door zelfstandige meting van ϵ_p , zodat ook temperatuurinvloeden hierop kunnen worden meegemeten.

Een eveneens door Drawin besproken invloed is de mogelijkheid van gasadsorptie op membraan en elektrodes. Enerzijds kunnen hierdoor contactpotentialen gaan veranderen, maar deze worden reeds meegemeten volgens de methode van V.g., anderzijds ontstaan schijnbare elektrode-membraan afstandsveranderingen. Dit laatste resulteert in capaciteitsveranderingen van de controlecapaciteit, waarmee de terugtrekspanning wordt bijgesteld tot het product van capaciteitswaarde en ingestelde terugtrekspanning in de meterconstanten van beide types weer constant is. Ook voor gasadsorptie-effecten is de meter gecompenseerd.

Een belangrijk aspect van de gasvulling in de meetruimte is dat, afhankelijk van de absolute druk in de ruimte en afhankelijk van de soort gas of damp, de maximaal toelaatbare veldsterkte, nodig voor terugtrekken, begrensd wordt door de mogelijkheid van doorslag tussen membraan en elektrodes.

Bij de gangbare permanente gassen is het maximale drukverschil dat met elektrostatisch terugtrekken gemeten kan worden ca. 20 Pa met een veldsterkte van 1.4×10^6 V/m.

Bij bijzondere gasvullingen moet de maximaal toelaatbare terugtrekspanning van geval tot geval bepaald worden.

HOOFDSTUK VI.

PRAKTISCH ONDERZOEK AAN PROTOYTES VAN MEMBRAANDRUKVERSCHILMETERS.

SAMENVATTING.

Aan de hand van gepubliceerde resultaten, voornamelijk die van Drawin⁵⁴⁻⁵⁷ en aan de hand van eigen experimentele resultaten op het gebied van drieklems capaciteitsmetingen is in de loop van de onderzoeksperiode een serie prototypes ontwikkeld.

Bij de eerste generatie prototypes werd het differentiele detectiesysteem voor bepaling van de uitwijking gevormd door aan weerszijden van het membraan opgestelde elektrodes, voorzien van schutringen. Bij onderzoek bleek dat dit systeem nog te sterk temperatuur afhankelijk was.

Bij de tweede generatie is het differentiële capacatieve detectie systeem coplanair uitgevoerd aan één zijde van het membraan, waardoor niet meer de verandering in de uitwijking van het membraan maar de verandering in de bolling hiervan ten gevolge van drukverschillen werd bepaald. Een in hoge mate temperatuurafhankelijk meetsysteem werd hierdoor verkregen.

Bij het aanwezig zijn van een zadelvorm in het membraan werd door elektrostatisch terugtrekken van het membraan dit zadel versterkt.

Hierdoor stemden de resultaten, die verkregen werden bij gebruik van de theoretisch berekenbare meterconstante niet overeen met de resultaten die werden verkregen door gebruik te maken van de meterconstante, die bepaald kon worden uit de responsie van het meetsysteem op verschillen in doorzakking van het membraan onder zijn eigen gewicht bij wijziging van de oriëntatie hiervan ten opzichte van de zwaartekracht.

Ondanks dit enigszins teleurstellende feit is als resultaat te vermelden dat een membraandrukverschilmeter is gebouwd en beproefd, die niet gethermostreerd behoefde te worden, met een meetbereik van $3,5 \times 10^{-5}$ Pa tot 300 Pa, waarin zich nog aantoonbare onvolkomenheden qua constructie voordoen, welke in toekomstige ontwerpen voorkomen kunnen worden.

CHAPTER VI.

PRACTICAL RESEARCH ON PROTOTYPES OF MEMBRANE DIFFERENTIAL PRESSURE GAUGES.

SUMMARY.

Using the published results from other investigators, mainly those from Drawin⁵⁴⁻⁵⁷, and using my own experimental results in the field of three terminal capacitance measurements, a series of prototypes is developed during the period of research.

In the first generation of prototypes a differential detection system was situated on both sides of the membrane, measuring the displacements of the membrane. It has been investigated that the influence of temperature on this system was too large.

In the second generation the differential capacitance system was situated in coplanar position on one side of the membrane. With this system the bending of the membrane was detected and no longer the displacements due to lateral loading of the membrane. A highly temperature independent measurement system was achieved. Also a mechanism for distance setting and correction of tilting was introduced. A saddle form in the membrane was intensified by pulling the membrane back, using electrostatic forces.

Due to this effect, the results, using the gaugefactor obtained by calculation in the situation that electrostatic forces are used, are not in agreement with the results of the other gaugefactor, that can be achieved by using the response of the system on differences in the sag of the membrane due to changes in the orientation towards gravity.

For determination of this last mentioned gaugefactor the amount of mass per unit area of the membrane material was measured.

In spite of the disappointing results mentioned before it can be stated that a membrane differential pressure gauge has been built and tested, for which demonstration was not necessary, with a measuring-range of 3.5×10^{-5} Pa to 300 Pa, yet afflicted with demonstrable imperfections in construction that can be avoided in future designs.

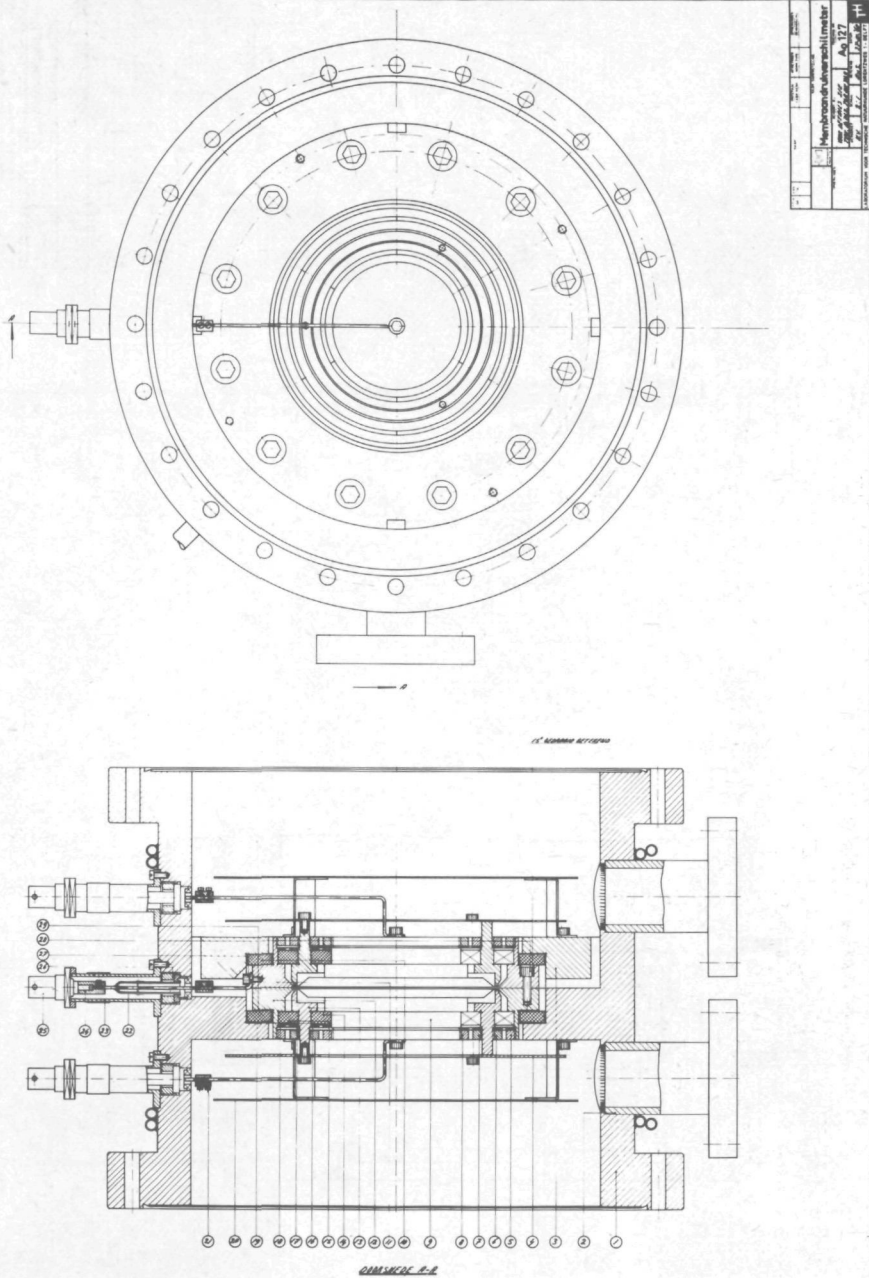


Fig.15. Samenstellingstekening van de membraandrukverschilmeter van de eerste generatie.

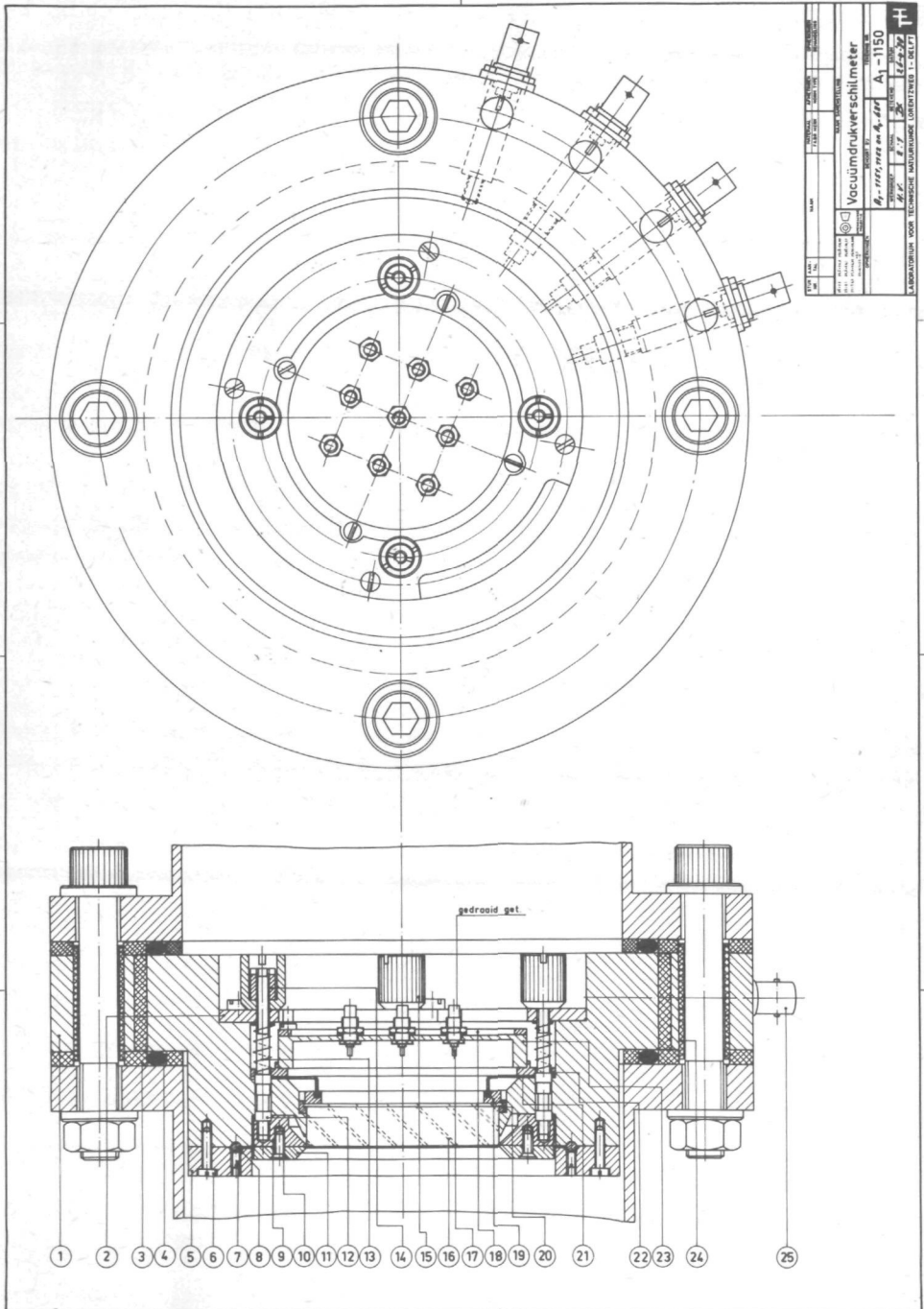


Fig. 16. Samenstellingstekening van de membraandrukverschilmeter van de tweede generatie, mechanisch gedeelte.

VI.a. EVALUATIE VAN PROTOTYPES NAAR AANLEIDING VAN EXPERIMENTELE RESULTATEN.

1. De Eerste Generatie:

Aanvankelijk is uitgegaan van het principe van Drawin⁵⁴⁻⁵⁷. Hierbij werden twee door Drawin duidelijk foutief geïnterpreteerde aspecten onderkend.

In de eerste plaats de incorrecte theorie van het belastingsevenwicht, hetgeen na afleiding van de analytische formulering van het gedrag van een reëel membraan, ten gevolge van een rotatiesymmetrische belasting, leidde tot systematische correcties, welke zelfs in de orde van grootte van 10 % kwamen te liggen voor de door Drawin afgeleide meterconstante. Dit wordt bereikt door toepassing van formule (III.44) met daarin ingevuld: $\omega_0 = 0$, $\rho_a = 0$ en $\rho_b = \rho_e$, in plaats van de eenvoudige veronderstelling van Drawin dat de membraanelektrode reageert als ideale ongespannen stijve plaat en het evenwichtscriterium (capaciteitswaarde terug op de oorspronkelijke waarde) weer bereikt wordt als de diverse resultantes, aangrijpend in het centrum van de plaat, afkomstig van oppervlakteverdeelde belastingen, elkaar in evenwicht houden.

In de tweede plaats viel het ontbreken van schuttringelektrodes op, zodat alle parasitaire capaciteiten direct parallel aan de voor metingen interessante capaciteit tussen membraan en elektrode kwamen te staan.

Naast het introduceren van schuttringfaciliteiten werd het elektrodesysteem, bestaande uit een elektrode omringd door een schuttring, aan weerskanten van het membraan in vaste positie opgesteld; dit naar analogie van dubbelzijdig uitgevoerde ontwerpen van anderen^{45-48,53}. Hierdoor wordt zoveel mogelijk gebruik gemaakt van het stabiliteitsbevorderende effect van de symmetrische opbouw. (Fig.15.) Bij vergelijkend onderzoek bleek, dat wel is waar de invloed van kabelcapaciteiten was geëlimineerd, maar het metersysteem in zijn behuizing toch mechanisch dermate instabiel was, dat een zeer geringe thermische schok uitwendig op de meterbehuizing aangebracht, een dramatisch grote directe nulpuntsverschuiving teweegbracht, welke overeenkwam met een druk van 10^{-2} Pa of zelfs meer. Desondanks leverde dit ontwerp een stabiliteitsverbetering van het nulpunt met een factor 10 op ten opzichte van het ontwerp van Drawin, maar zeer stringente thermostreering bleef noodzakelijk

2. De Tweede Generatie:

Bij experimenten om de theorie van zeer kleine membraan- en plaatuitwijkingen bij uniforme belastingen in de praktijk te verifiëren, uitgevoerd door Vermeulen⁸², is voor de profielmetingen bij de uitwijkingen van membranen en platen voor het eerst gebruik gemaakt van een elektrodedrager met een 24-tal concentrische ringvormige elektrodes, zodanig wat stralen betreft ingedeeld, dat nominaal een zoneplaat ontstond, met uitzondering van een fijnere onderverdeling in het centrum. Naast de metingen van het profiel, welke bestonden uit na elkaar uitvoeren van capaciteitsmetingen van alle successievelijk te formeren ringcondensatoren, bij zowel belast als onbelast membraan, werden ook stabiliteitstesten uitgevoerd. Dit geschiedde door de capaciteit, gevormd door de centrum- of eilandelektrode en het membraan, te vergelijken met die van één van de ringcondensatoren en het membraan.

Leverden de profielmetingen al een experimentele bevestiging van de uitbuigings-theorie van dunne gespannen stijve platen op, de beschreven capaciteitsverhoudingsmetingen gaven een hoogst opmerkelijke stabiliteit van die verhouding te zien. Daar waar de diverse capaciteiten op zich een relatieve stabiliteit in de tijd vertoonden van enkele malen 10^{-5} , leverde de verhouding van twee van dergelijke capaciteiten bij onbelast membraan een stabiliteit van enkele malen 10^{-7} op. Dit is de aanleiding geweest voor de keuze van de in par.V.a. beschreven elektrodeconfiguratie.

Verder was reeds uit een onderzoek van Vermeulen en mijzelf⁸³ over effecten van de eindige uitgebreidheid van Kelvinschuttringcondensatoren bekend dat, bij de zeer geringe membraan-elektrodedrager afstanden, welke gebruikt zouden moeten worden, een minimale onderlinge scheefstand aanzienlijke effecten heeft op de capaci-

teitswaarden en daardoor de capaciteitsverhouding afwijkingen gaat vertonen, die kwadratisch evenredig zijn met de mate van scheefstand. Dit heeft geleid tot de indeling in vier gelijke sectoren van één van de ringelektrodes om, gecombineerd met een afstandsinstellings- en scheefstandsjusteerinrichting, het mogelijk te maken de elektrodedrager evenwijdig ten opzichte van het membraan op een bepaald afstand op te stellen. (Fig.16.)

Bestonden bij de eerste generatie omtrent de stabiele ophanging en centrering van elektrodes problemen; bij de tweede generatie bleek al in eerste opzet dat het formeren van losse elektrodes tot een mechanisch stabiel elektrodesysteem praktisch onmogelijk was.

Daarom is veel aandacht besteed aan vervaardigingsmethodes van elektrodedragers van isolatiemateriaal met daar door heen aangebrachte elektrische verbindingen, die contact moeten maken tussen de aan de geslepen en gepolijste zijde door opdampen en etsen aan te brengen elektrodes en de doorverbindingpunten aan de andere zijde van de drager.

Aanvankelijk is gekozen voor de methode om dunne konisch toelopende gouddraden vast te trekken in cilindrische gaatjes van 0.5 mm diameter, welke geboord zijn in een glazen schijf. Vervolgens werd deze schijf aan de zijde waar de gouddraden ingebracht waren vlakgeslepen en uitgepolijst. Tenslotte werden dan met behulp van opdamp- en estechnieken de elektrodepatronen aangebracht. De stabiliteit van de verbinding tussen gouddraad en opgedampte laag werd in latere exemplaren gering door het veelvuldig optreden van onrondheid bij het boren van gaten in de glasplaten.

Daarom zijn draden in ruimere gaten in de elektrodedrager met behulp van twee-componenten hechtmiddel vastgezet, waarna eveneens uitgepolijst en opgedampt werd. Geringe temperatuurveranderingen leveren evenwel door kruip en ductiel gedrag van het hechtmiddel instabiliteiten van de opgedampte laag ter plaatse van het hechtmiddel, zodat fabricage van uitstookbare systemen niet meer mogelijk is. Ook vastzetten van de draden met elektrisch geleidende twee-componenten hechtmiddelen leverde elektrodesystemen met instabiele verbindingen op, hetgeen zeker aan de orde was bij de gewenste uitstooktemperaturen van ca. 200 °C.

Het beste voldoet een elektrodedrager, bestaande uit glas 8250, waarin elektrische doorvoeren van dun Vacon draad worden ingesmolten. Hierbij trad aanvankelijk het probleem op, dat bij het insmelten van Vacondraden, voorzien van een vooraf aangesmolten glaskraal, in de glasplaat, ter plaatse van de samensmelting van beide glasdelen, een uiterst fijn gasbellenspoor ontstond, dat bij het uitslijpen en polijsten een krans van zeer kleine putjes in het gepolijste oppervlak opleverde. Hierdoor ontstaan dan weer mogelijk dubieuze verbindingen met het elektrode-oppervlak. Door de wanden van de voorgeboorde gaten in de glasplaat met behulp van een fijne vlam op verwekingstemperatuur te brengen, ontstaat een dermate glad wandoppervlak, dat de dichtheid van het bellenspoor sterk gereduceerd is. Uit microscopisch onderzoek van de gepolijste oppervlakken blijkt dat het aantal opengeslepen gasbellen, in een krans rond de doorvoervorming liggend, zodanig klein is geworden dat de verbinding tussen het elektrode-oppervlak als geheel en de doorvoer zeer bedrijfszeker is.

Een andere methodiek, waarbij het glas in vloeibare toestand als het ware om te brengen tussen de Vacon pennen, die in een mal op hun plaats worden gehouden, gesmolten wordt, levert uitstekende resultaten op, waarbij de vervaardigingstechniek met gebruik van zeer hoge temperaturen de uitstookmogelijkheid in vacuüm van de gefabriceerde elektrodedrager met elektrodes garandeert. De met deze techniek maximaal haalbare diameter is evenwel beperkt tot ongeveer 40 mm.

3. De Derde Generatie:

Uit later ter sprake komende experimenten met de tweede generatie prototypes is een derde generatie ontwikkeld. Hierbij is, ter voorkoming van zadelvorming effecten, het membraan na gespannen te zijn niet meer door een instelmechanisme te verplaatsen, maar wordt de elektrodedrager instelbaar gemaakt door drie,

in een 120^0 oriëntatie opgestelde, bladveren te gebruiken voor scheefstands-correctie en precisie afstandsinstelling te gebruiken. Dit instelmechanisme voor de elektrodedrager ten opzichte van het membraan is afkomstig van het ontwerp van de vierde generatie.

Met de aan de hand van Fig.17. uitgevoerde modificaties wordt beoogd dat zo veel mogelijk onvolkomenheden uit de tweede generatie worden geëlimineerd, waarbij toch ook weer zo veel mogelijk componenten opnieuw gebruikt kunnen worden.

4. De Vierde Generatie:

Een vierde generatie drukverschilsensoren is in een vergevorderd stadium. Hierbij zijn voor het eerst de verbeteringen ten aanzien van de stabiliteit, de compensatie van thermische effecten op de absolute elektrodedrager-membraan afstanden en de precisie van het elektrode-instelmechanisme aangebracht en is een kleine uitstookbare versie van het lineaire type nagestreefd, welke door toepassing van $2\frac{3}{4}$ " conflat aansluitflenzen direct in een ultrahoogvacuümsysteem kan worden toegepast.

De ervaringen tijdens de moeizaam verlopen fabricage zijn te summier om omtrent deze ontwikkeling reeds uitspraken te doen; evenwel geven de onlangs uitgevoerde montage en eerste oriënterende experimenten een duidelijke verbetering voor het instellen van de elektrodedrager-membraan afstand en het elimineren van scheefstand tussen beide oppervlakken te zien.

Fig.18. toont van deze versie de samenstellingstekening.

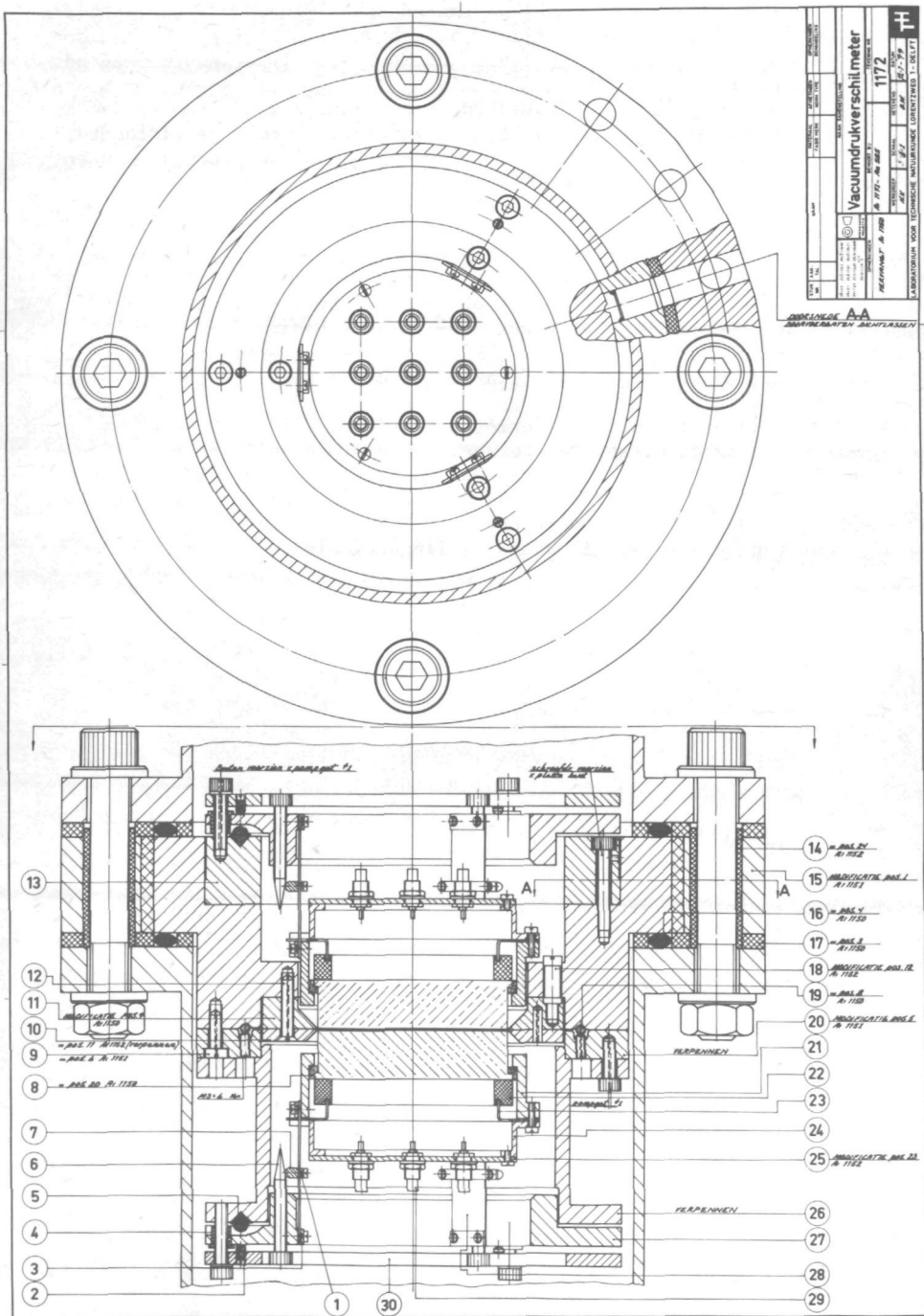


Fig. 17. Samenstellingstekening van de membraandrukverschilmeter van de derde generatie, waarbij gebruik gemaakt is van een groot aantal componenten van de tweede generatie.

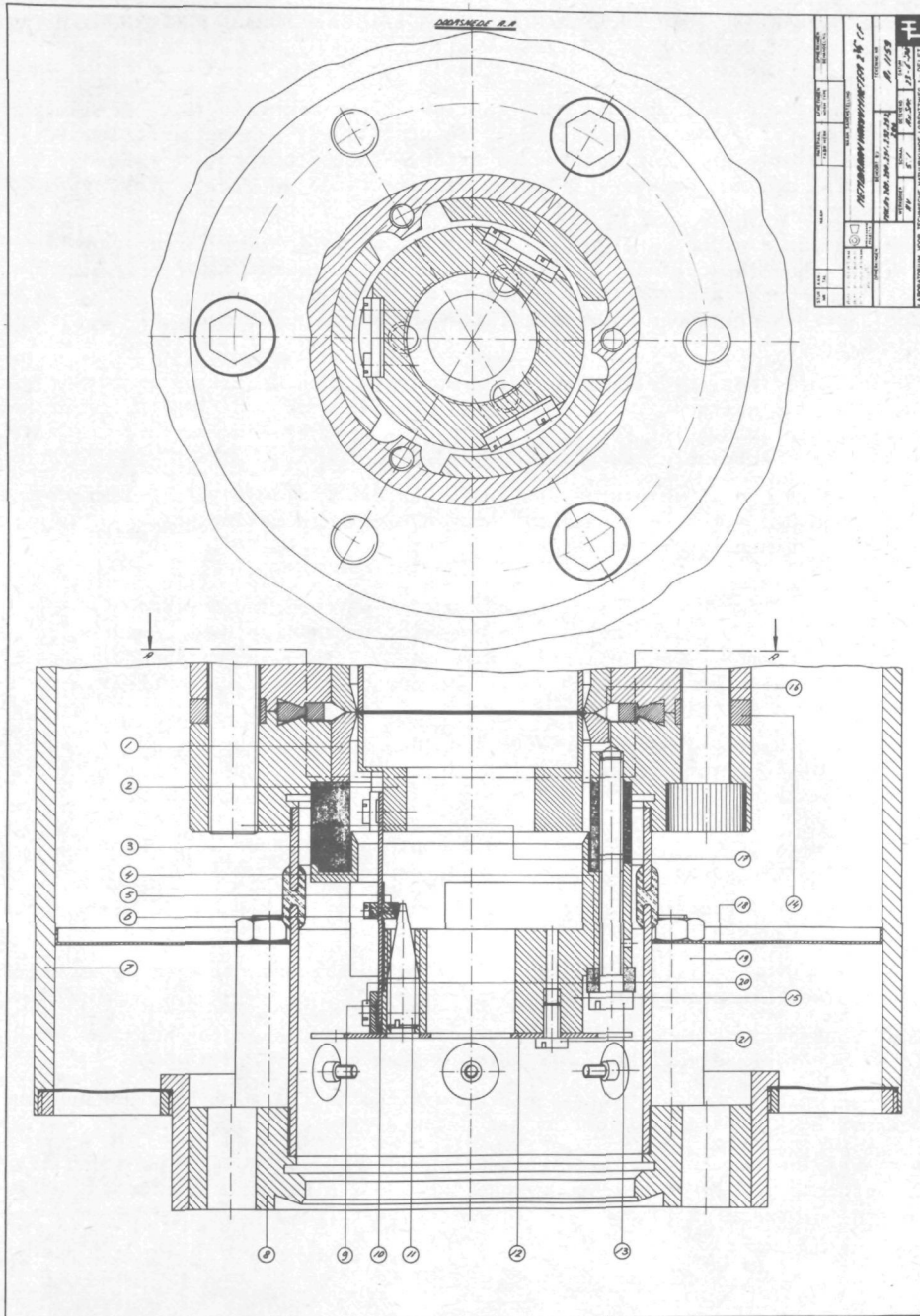


Fig. 18. Samenstellingstekening van de vierde generatie membraan-
drukverschilmeters, geschikt gemaakt voor uitstoken bij
200°C en aansluiting op UHV-systemen.

VI.b PRAKTISCH ONDERZOEK AAN EEN CAPACITIEVE MEMBRAANDRUKVERSCHILMETER VAN DE TWEDE GENERATIE.

De mate van succes bij de bouw van een capacatieve membraandrukverschilmeter wordt in belangrijke mate bepaald door de stabiliteit van het instelcriterium en de mate waarin dit door interne en externe factoren wordt beïnvloed. Hiertoe zijn bij een drukverschilmeter van de tweede generatie prototypes de volgende instellings- en stabiliteitsexperimenten uitgevoerd.

1. Invloed van drukverschillen over het membraan op de verandering van de capaciteitsverhouding tussen segmentenringelektrode-membraancapaciteit en eilandelektrode-membraancapaciteit en onderzoek naar de omvang van het gebied waarbinnen de verandering van die capaciteitsverhouding recht evenredig blijft met het drukverschil
2. Mogelijkheid tot instelling van de membraan-elektrodeafstand en eliminatie van scheefstand tussen beide oppervlakken. Verder werden de kwaliteit van het evenwijdig zijn van beide oppervlakken en de mogelijke aanwezigheid van zadelvormen in het membraan of de elektrode onderzocht.
3. Stabiliteit van de absolute capaciteitswaarden van de diverse elektrodes ten opzichte van het membraan onder invloed van omgevingsomstandigheden, zoals temperatuur en ruimtelijke oriëntatie van de drukverschilmeter.
4. Stabiliteit van de capaciteitsverhouding tussen de capaciteit gevormd door membraan en centrum- of eilandelektrode en die gevormd door membraan en ringsegmentenelektrode, onder invloed van omgevingsomstandigheden, zowel op lange als op korte termijn. Ook de stabiliteit van de verhouding tussen de capaciteit van eilandelektrode en membraan en de capaciteit van de controleling en het membraan is onderzocht.
5. Reproduceerbaarheid van de invloed van 'doorzakking' van het membraan onder zijn eigen gewicht in diverse oriëntaties van het membraan-vlak ten opzichte van de zwaartekracht.

Voor het praktisch onderzoek van de meterconstante en naar de storende effecten op die meterconstante zijn de volgende experimenten uitgevoerd:

1. Invloed van de grootte van de meetspanning in de takken van de wisselstroombrug op het brugevenwicht.
2. Toepassing van gelijkspanning in het wisselspanningscircuit en de invloed hiervan op het brugevenwicht.
3. Onderzoek naar de aanwezigheid en de grootte van contactpotentialen en hun invloed op het brugevenwicht en de meterconstante.
4. Invloed op het brugevenwicht van doorzakking van het membraan, staande onder een scheve hoek met de versnelling van de zwaartekracht.
5. Vergelijking van de benodigde terugtrekspanning, ingevuld in de theoretische meterconstante met de optredende mechanische belasting op het membraan ten gevolge van 'doorzakking' onder invloed van de zwaartekracht.

VI.c. DE OPBOUW VAN DE EXPERIMENTELE OPSTELLING VOOR ONDERZOEK AAN DE TWEEDE GENERATIE PROTOTYPES.

Voor het stabiliteitsonderzoek is gebruik gemaakt van een glazen elektrodedrager van 60 mm diameter, waarop volgens het patroon van Fig. 13.B. elektrodes waren aangebracht. Deze elektrodedrager is gemonteerd in het membraandrukverschilssysteem, waarvan Fig.16. de samenstellingstekening weergeeft en wel zodanig geïoriënteerd ten opzichte van de instelmogelijkheden van het membraan (pos. 11 - 15) dat de middellijnen van de ringsegmenten samenvallen met de onderling in een loodrechte oriëntatie opgestelde membraanverplaatsingsmechanismes. Verder was in de opstelling uiterste zorg besteed aan het handhaven van het schutringprincipe, zoals geformuleerd in V.e. Voor de absolute capaciteitsmetingen en de metingen van de capaciteitsverhoudingen is een brugsysteem gebruikt, dat analoog aan Fig.14.A. was opgebouwd en uitgebreid met een schakeleenheid, waarbij naar believen de eilandelektrode, ieder van de vier ringsegmenten en de contrôle elektrode onafhankelijk van elkaar naar het centraal aardpunt, dus parallel aan de schutringelektrodes, of naar één van de beide takken van de brug geschakeld kon worden. Tenslotte kon desgewenst een uitwendige standaardcondensator in één van de beide takken van de brug worden ingeschakeld voor bepalingen van de absolute capaciteitswaarden van de diverse elektrode- membraan condensatoren.

De gebruikte fasegevoelige detector was de PAR model 128-A, die, voorzien van een interne oscillator, enerzijds als voorversterker van de generator funtioneerde. De generator bestond uit de oscillator van de fasegevoelige detector, die de vermogensversterker QUAD 50E, welke voorzien is van een scheidingstransformator in het uitgangscircuit en uitgerust is met continu en stapsgewijs instelbare spanningsversterking, uitstuurde.

Als brugtransformator is gebruikt de Singer RATIOTRAN RT-60 met vaste middenaftak en als decadenttransformator fungeerde de Singer AC RATIOSTANDARD MODEL 1011. Deze laatste heeft een instelbereik van -0.0111111 tot $+1.1111110$, zodat capaciteitsverhoudingsmetingen in 7 decimalen uitgevoerd kunnen worden.

Van het gebruikte elektrodesysteem, waarvan door de fabrikageproblemen slechts één exemplaar beschikbaar was, konden de stralen niet met behulp van het recept volgens Par.IV.f. bepaald worden, maar zijn deze met behulp van een comparator meetbank bepaald.

In Tabel II zijn van de diverse stralen, welke per straal in het midden van de spleet gemeten zijn, naast elkaar de aan de fabrikant (VECO-Zeefplatenfabriek Eerbeek) opgegeven waarden en de met behulp van de Cambridge Comparator opgemeten waarden weergegeven. De optredende spreiding bij achtvoudige straalmeting bedroeg $0.5 \mu\text{m}$. en de gemiddelde spleetbreedte bedroeg $22 \mu\text{m}$.

Straal tussen uitwendige van		Straalwaarde in mm. aan fabrikant opgegeven * gemeten	
	inwendige van		
eiland	schutring	12.85714	12.8585
schutring	segmentenring	17.14286	17.1443
segmentenring	schutring	21.42857	21.4245
schutring	contrôlering	25.71429	25.7175
contrôlering	schutring	27.85714	27.8600

*Voortkomend uit de reeks 3/7; 4/7; 5/7; 6/7; 6.5/7 van 30.000 mm

Tabel II. Overzicht van voorgeschreven en gemeten straalwaarden voor de elektrodes op de elektrodedrager.

Uit de gemeten straalwaarden in Tabel II., gecombineerd met het gebruik van de ideale plaatcondensatorformule, toegepast op zowel de eilandelektrode, de segmentenringelektrode als op de contrôleringelektrode, kan verwacht worden dat voor de capaciteitsverhouding C_p/C_e tussen segmentenring-membraan en eiland-membraan respectievelijk C_e/C_e tussen contrôlering-membraan en eiland-membraan bij ideale planparalleliteit van het membraan ten opzichte van de elektrodedrager de volgende waarden gevonden

$$C_p/C_e = 0.998435 \quad \text{en} \quad C_e/C_e = 0.694261. \quad (\text{VI.1})$$

De effectieve straalcorrecties die berekend kunnen worden door toepassing van formule (IV.50) zijn ten opzichte van de gebruikte afmetingen dermate klein (relatief in de orde van enkele p.p.m.) dat zij ten opzichte van de reeds aanwezige onzekerheden in de diverse stralen kunnen worden verwaarloosd.

Met deze gegevens kunnen door het gebruik van ideale plaatcondensatorformules de membraan-elektrodeafstanden en het planparallel zijn van membraan en elektrodedrager, alsmede zadelvormingseffecten bepaald worden.

VI.d. DE INSTELLING VAN DE MEMBRAAN-ELKTRODEDRAGERAFSTAND, DE SCHEEFSTANDS-COMPENSATIE EN HET ZADELVORMINGSONDERZOEK BIJ DE TWEDE GENERATIE MEMBRAANDRUKVERSCHILMETERS.

Met de in par.VI.c. beschreven opstelling was het mogelijk om een nominale membraan-elektrodedragerafstand tussen 50 en 200 μm in te stellen. Hoewel het directe schroefmechanisme voor deze afstandsinstelling in de praktijk nogal grof bleek te zijn, gezien de zeer grote effecten op de absolute capaciteitswaarden bij slechts geringe verdraaiing, was dit instellen toch met weinig moeite te realiseren.

Bij de gehanteerde methode is gebruik gemaakt van de capaciteitswaarde van de eilandelektrode ten opzichte van het membraan voor de berekening van de bijbehorende onderlinge afstand. Hierbij werd uit de ideale plaatcondensatorformule (V.9), gecombineerd met de gemeten capaciteitswaarde, de onderlinge afstand tussen membraan en elektrodedrager berekend.

Met het gebruikte schroefmechanisme zijn absolute afstandsinstellingen met een reproduceerbaarheid van ongeveer 0.2 μm met enige moeite te realiseren.

Door de capaciteitswaarden van onderling diametraal georiënteerde ringsegment-elektrodes ten opzichte van het membraan in de bestaande capaciteitsmeetbrug paarsgewijze te vergelijken, wordt bereikt dat bij brucevenwicht, dat ontstaat door verandering van de stand van het membraaninstelmechanisme, in de betreffende richting de scheve stand tussen membraan en elektrodedrager geëlimineerd is. De in dit type ingebouwde directe schroefinstelmogelijkheden geven grote effecten in de capaciteitsverhouding bij geringe verdraaiingen van het mechanisme, zodat de afwijking in de één op één verhouding niet kleiner is te maken dan 2×10^{-4} en derhalve nog steeds een, zij het geringe, scheefstand aanwezig blijft.

Na het evenwijdig stellen van membraan en elektrodedrager konden de capaciteiten van de ringsegmenten ten opzichte van het membraan afzonderlijk vergeleken worden met de capaciteit tussen eilandelektrode en membraan.

Daar de oppervlakken van de vier ringsegmenten even groot gekozen zijn en gezamenlijk een oppervlak vormen dat nominaal even groot is als het oppervlak van de eilandelektrode, zijn in het ideale geval de vier te vormen capaciteitsverhoudingen onderling gelijk en gelijk aan 0.25.

Wijken deze verhoudingsgetallen voor aangrenzende ringsegmenten dan bij dat van de eilandelektrode onderling af, dan is er in ieder geval sprake van zadelvorming. Dit effect was duidelijk aanwezig bij de eerste montage die onderzocht is en leverde, in de ongunstigste combinatie van het gebruikte membraanmateriaal, de gebruikte membraanklemringen en de ingestelde elektrodeafstand, verhoudingswaarden op welke varieerden tussen 0.245 en 0.251.

Dit aan zadelvorming toe te schrijven effect bleek geringer te zijn bij gebruik van Hostafaanfolie met een dikte van 5 μm als membraanmateriaal dan bij het gebruik van roestvrijstaal met een dikte van 25 μm . Bij dit laatste materiaal bleek ook de zadelvorming asymmetrisch te worden, hetgeen wijst op inhomogeen gespannen zijn van het membraan bij inklemming in een golvende sponning.

In Tabel III. zijn bijvoorbeeld bij gebruik van een roestvrijstalen membraan van 25 μm dikte achtereenvolgens bij verschillende nominale afstanden tussen membraan en elektrodedrager, de bijbehorende capaciteitswaarde van de eiland-condensator de berekende afstand, de capaciteitsverhouding tussen segmentenring-membraan-capaciteit en eilandelektrode-membraan-capaciteit, de capaciteitsverhouding tussen contrôlering-membraan-capaciteit en eilandelektrode-membraan-capaciteit en de bijbehorende relatieve afwijkingen ten opzichte van de theoretisch ideale waarde, welke gegeven wordt door de oppervlakteverhouding, opgenomen.

Daar de stralen uit Tabel II. nog te onnauwkeurig bekend zijn, levert bepaling van $\cos\theta_z$ volgens de formules (IV.65) en (IV.66) voor de hoek tussen de twee op het membraan aanwezige 'neutrale lijnen' in het zadel en de relatieve waarde van de randamplitude w_m/d_0 geen bruikbare waarden op. Wel blijkt de invloed van het zadel bij grotere membraan-elektrode-afstanden minder sterk af te nemen dan op theoretische gronden te verwachten is.

d_{nom} μm	C_e pF	d_0 μm	C_r/C_e -	C_c/C_e -	$\delta(C_r/C_e)$ 0/00	$\delta(C_c/C_e)$ 0/00
98	47.08226	97.634	0.9974896	0.6907220	-0.947	-5.098
109	42.30344	108.663	0.9978437	0.6914138	-0.592	-4.101
114	40.46520	113.605	0.9979840	0.6916998	-0.452	-3.689
128	36.00096	127.697	0.9983166	0.6923862	-0.119	-2.700
150	30.77512	149.387	0.9987282	0.6932657	0.294	-1.434

Tabel III. Nominale elektrodeafstand, capaciteit eilandelektrode, berekende elektrodeafstand, capaciteitsverhouding ring/eiland en contrôlering/eiland, afwijkingen verhoudingen ten opzichte van theoretisch ideale waarde.

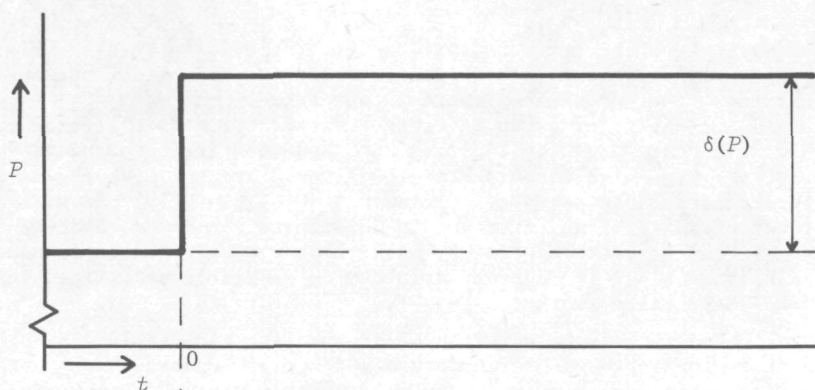
Dit kan verklaard worden door het feit dat de membraanspaninrichting ook het membraan in een richting loodrecht op het membraanvlak fixeert. Wordt vervolgens het membraan door twee drukpunten op de inklemring binnen de straal van de spanning op afstand gebracht, dan is door deze combinatie de voorwaarde bij uitstek voor zadelvorming gecreëerd. Later uitgevoerde experimenten, waarbij, bij eenmaal ingeklemd membraan, de spanning gelost werd, bevestigden dit, daar de zadel-effecten duidelijk verminderden.

Na demonteren van de membraanklemring (Fig.16, Pos.11) bleek deze bij contrôle-metingen niet vlak te zijn, maar te golven met een amplitude van ongeveer 15 μm . Door nabewerking van deze ring is de invloed wel iets verminderd, maar de invloed van de andere klemring bleef duidelijk overheersen.

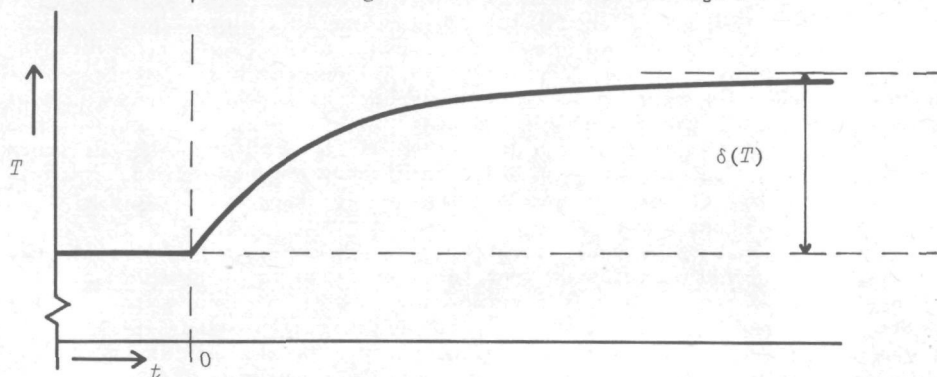
De invloed van inhomogeniteit bij het spannen van het membraan bleek duidelijk uit het experiment, waarbij de membraanspanning bij ingeklemd membraan niet meer rondom, maar in één richting werd aangespannen. Hierbij bleek dat de afwijking ten opzichte van de theoretische capaciteitsverhouding tussen ring- en eilandcapaciteit richtingsafhankelijk was en bij selectief spannen zelfs nage-roeg geëlimineerd kon worden.

De conclusies uit deze experimenten zijn de volgende:

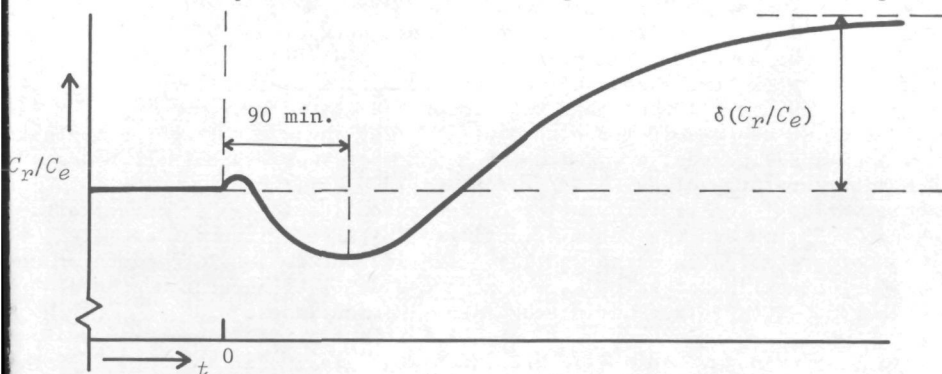
1. De afstandsinstelling en het elimineren van scheefstand dient zodanig te worden uitgevoerd in een volgend ontwerp, dat een zeer verfijnde regeling mogelijk is.
2. Aan de stabiliteit en de vlakheid van de membraanspanning moet in volgende ontwerpen de uiterste zorg worden besteed om zadelvorming en golving in de membraaninklemming te voorkomen.



19.A. Stookstroomvermogen P als functie van de tijd t .



19.B. Temperatuur van meterbehuizing T als functie van de tijd t .



19.c. Capaciteitsverhouding C_r/C_e als functie van de tijd t .

Fig.19. Thermische responsie en capaciteitsverhoudingsresponsie op een sprong in het stookvermogen van de omhullende oven. Met vast aangedraaide membraanspanning.

VI.e. STABILITEITSONDERZOEK BIJ DE MEMBRAANDRUKVERSCHILMETER VAN DE TWEEDE GENERATIE.

Bij de membraandrukverschilmeter van de tweede generatie is in eerste instantie het effect van de omgevingstemperatuur op de absolute capaciteitswaarde tussen de eilandelektrode en het membraan C_e vermeldenswaard.

Een uniforme temperatuurstijging van de meetkop van 22°C tot 40°C leverde bij een nominale waarde voor C_e van 66.1 pF bij 22°C een capaciteitsverandering per $^{\circ}\text{C}$ op van $0.204 \text{ pF}/^{\circ}\text{C}$. Een zelfde experiment een week later uitgevoerd van 23°C tot 34.5°C leverde een capaciteitsverandering per $^{\circ}\text{C}$ op van $0.197 \text{ pF}/^{\circ}\text{C}$.

Duidelijk blijkt hieruit dat de effecten van de temperatuur op de absolute afstand tussen membraan en elektrodedrager, welke bij de tweede generatie nog ongeveer $3 \text{ }^{\circ}/_{100}$ bedragen, beduidend hoger zijn dan de uitzettingscoëfficiënten van de gebruikte materialen, welke hooguit $10^{-5} /^{\circ}\text{C}$ bedragen.

De hiervoor besproken thermische effecten op de absolute capaciteit van de eilandelektrode ten opzichte van het membraan vormden een onderdeel van een veel uitgebreider onderzoek naar invloeden van temperatuurveranderingen op het systeem.

Daartoe was de membraandrukverschilmeter opgenomen in een oven, waarin door verandering van de stroom in verwarmingselementen het toegevoerde vermogen sprongsgewijze kon worden veranderd. (Fig.19.A.) Door de grote warmtecapaciteit van de meterbehuizing verliep de temperatuur hiervan geheel volgens de verwachtingen exponentieel naar een nieuwe eindwaarde. (Fig.19.B.) Gelijkzeitig met de registratie van de temperatuur van de meterbehuizing werd de capaciteitsverhouding C_n/C_e tussen segmentenring-membraan en eilandelektrode-membraan geregistreerd door gebruik te maken van uitsluiting van de fasegevoelige detector, waarvan de uitgang gekoppeld was aan een potentiometerschrijver.

Dit alles werd ten behoeve van drukvereffening uitgevoerd bij volledige onderlinge doorverbinding van de beide ruimten ter weerszijden van het membraan.

Aanvankelijk zijn een aantal malen vermogenssprongen toegepast met verschillende grootte, ter verkrijging van zowel temperatuurstijgingen als dalingen.

Bij een membraan van $25 \text{ }\mu\text{m}$ dik roestvrijstaal, waarvan de spanning vast aangedraaid was, werd als responsie op de exponentiële temperatuurverandering van de meterbehuizing het verloop volgens Fig.19.C. geconstateerd. Aanvankelijk ontstaat een snel verloop in de verhouding C_n/C_e vanaf $t = 0$, dat al gauw wordt overheerst door een trager, maar veel groter verloop naar de andere kant, dat in alle beschouwde gevallen binnen een afwijking in de tijd van 10 minuten na 90 minuten op een extreme waarde uitkomt en vervolgens weer in een proces met een tijdsduur van 8 tot 10 uur naar een eindwaarde gaat kruipen.

De verandering in de capaciteitsverhouding $\delta(C_n/C_e)$ in de eindfase ten opzichte van de startwaarde is recht evenredig met het temperatuurverschil $\delta(T)$ tussen begin en eindtemperatuur volgens $\delta(C_n/C_e)/\delta(T) = 13 \text{ p.p.m.}/^{\circ}\text{C}$.

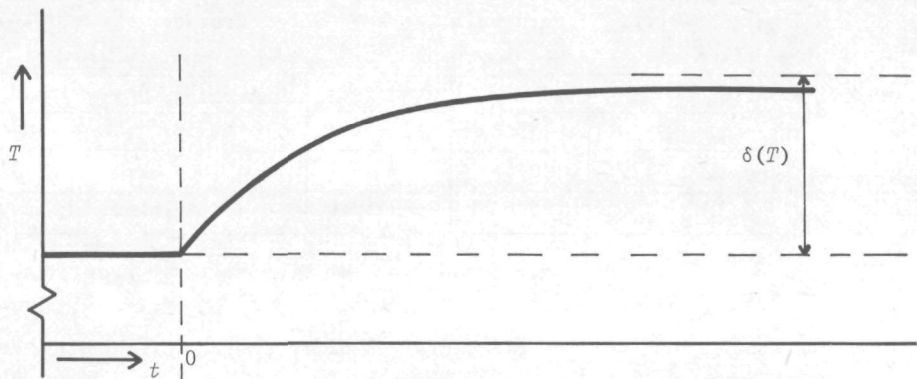
Het gehele verloop van Fig.19.C. wijst op een gevoeligheid van de capaciteitsverhouding C_n/C_e , en dus van het uiteindelijke instelcriterium van de meter, voor temperatuurgradiënten naast een gevoeligheid voor de absolute temperatuurwaarde. Door uitzetting of krimp verandert naast de elektrodeafstand ook de vorm van het zadel, resulterend in een gemengd verschijnsel.

Dit laatste wordt nog onderschreven door het feit dat bij een spanning die losgezet werd het verloop volgens Fig.19.C. zich wijzigde in dat van Fig.20.B. bij temperatuurveranderingen van de behuizing volgens Fig.20.A.

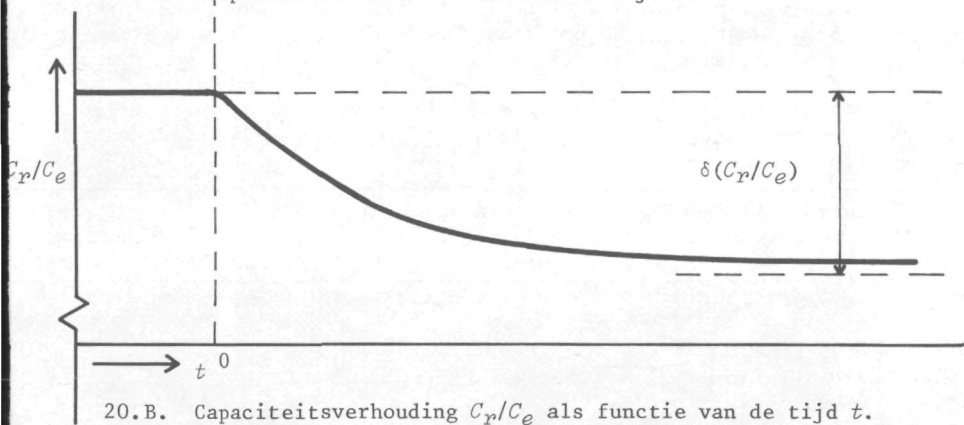
De verandering van de capaciteitsverhouding is nu volledig exponentieel en hangt samen met de temperatuur volgens $\delta(C_n/C_e)/\delta(T) = -40 \text{ p.p.m.}/^{\circ}\text{C}$.

De effecten zijn weliswaar groter en tegengesteld, maar de invloed van gradiënten in de temperatuur is verdwenen.

In de theoretisch ideaal vlakke situatie zouden er geen thermische effecten op de verhouding C_n/C_e bestaan, zodat uit dit onderzoek, evenals bij het thermisch gedrag van de absolute capaciteit van de eilandelektrode ten opzichte van het membraan, blijkt dat uiterste zorg besteed moet worden aan niet alleen thermische stabiliteit van de membraan-elektrodedragerafstand, maar ook aan voorkomen



20.A. Temperatuur T als functie van de tijd t .



20.B. Capaciteitsverhouding C_r/C_e als functie van de tijd t .

Fig.20. Thermische responsie en capaciteitsverhoudingsresponsie op een sprong in het stookvermogen van de omhullende oven. Met losse membraanspanning.

van zadelvorming door golven van de membraanklemringen.

Overigens bleek dat de drukverschilmeter bij geringe fluctuaties in de temperatuur van de experimenteeruimte, waarin de meter zonder thermostaatvoorzieningen was opgesteld, toch in termijnen van enkele uren zodanig stabiel was dat zeven decaden van de decadentransformator significant gebruikt konden worden bij de overige stabiliteitsexperimenten en in de verdere meet-situaties.

Onderzoek naar de onderlinge afwijkingen tussen de verhouding C_p/C_e en die van de contrôleringcapaciteit ten opzichte van de eilandcapaciteit C_e/C_e leverde op dat, bij geleidelijk verloopende temperatuurveranderingen van hooguit één à twee graden in enkele uren tijds, in zeer hoge mate de relatieve veranderingen in C_p/C_e en C_e/C_e gelijk waren, hetgeen geïllustreerd wordt door de gegevens in Tabel IV.

Datum van de meting.	1-3-'79	2-3-'79	Onderlinge afwijking.
Capaciteit eiland in pF.	48.59602	48.49848	2 ⁰ / ₀₀
Capaciteitsverhouding C_p/C_e .	0.9986673	0.9986591	8 p.p.m.
Capaciteitsverhouding C_e/C_e .	0.6925582	0.6925540	6 p.p.m.

Tabel IV. Illustratie van de invloed van langzame temperatuurveranderingen, in dit geval 0,7°C op karakteristieke grootheden.

Naast de temperatuur heeft ook de oriëntatie van de meter ten opzichte van de zwaartekracht invloed. Om dit na te gaan is de meter in zijn geheel gemonteerd in een kantelmechanisme.

Bij een membraan van 25 µm dik roestvrijstaal zijn achtereenvolgens 15 kantelingen uitgevoerd, waarbij in de ene stand het membraan ten opzichte van de elektrodetrager in onderliggende positie en in de andere stand in bovenliggende positie verkeerde.

Tabel V. geeft de verhouding tussen C_p en C_e per meting en de verschillen tussen de opeenvolgende metingen aan. De totale tijdsduur van dit experiment bedroeg ongeveer 1½ uur.

Meting no.	Membraan in onderliggende positie C_p/C_e	Membraan in bovenliggende positie C_p/C_e	Verskil in stappen van de 7 ^e decade van de decadentransformator
1	0.9989676		
2		0.9983249	6427
3	0.9989666		6417
4		0.9983252	6414
5	0.9989672		6420
6		0.9983253	6419
7	0.9989676		6423
8		0.9983256	6420
9	0.9989682		6426
10		0.9983258	6424
11	0.9989679		6421
12		0.9983266	6413
13	0.9989686		6420
14		0.9983269	6417
15	0.9989682		6413
16		0.9983267	6415

Tabel V. Effecten op de capaciteitsverhouding C_p/C_e bij kantelen van de meter in het zwaartekrachtsveld.

De hoge graad van reproduceerbaarheid van gemiddeld 6419 stappen in de zevende decade van de decadentransformator bij een spreiding van 6 stappen was aanlei-

ding om het membraanvlak onder een meetbare hoek met de zwaartekracht in te stellen en het 'doorzakken' van het membraan onder zijn eigen gewicht, dat verantwoordelijk is voor de verandering in de capaciteitsverhouding C_p/C_e , als functie van de ingestelde hoek te meten. In de volgende paragraaf zal hier verder op worden ingegaan.

De onafhankelijkheid van de verhouding C_p/C_e van de gasvulling van de meter kwam duidelijk tot uiting in het feit dat afpompen van de onderling kortgesloten meetkamers van atmosfeerdruk tot enkele tientallen pascals slechts enkele p.p.m.'s verloop van de verhouding C_p/C_e opleverde, terwijl de capaciteitswaarde van C_e relatief 2 0/00 verliep. Gezien het grote verloop van C_e spelen hierbij kennelijk nog compressie effecten in de meterbehuizing mee.

De conclusies welke uit deze stabiliteitsonderzoeken getrokken kunnen worden zijn de volgende:

1. In een volgend ontwerp dienen bij de constructie van het afstandsinstelmechanisme de afmetingen en materiaalkeuzes zodanig op elkaar te worden afgestemd dat de afstand tussen membraan en elektrodedrager zich invariant ten opzichte van de temperatuur gedraagt.
2. De combinatie van zadelvorming en spanningsverandering in het membraan ten gevolge van temperatuurgradiënten geeft weliswaar geringe, maar toch storende effecten op de stabiliteit van het instelcriterium van de uiteindelijke membraandrukverschilmeter. Opnieuw blijkt dat deze fouten in toekomstige constructies vermeden dienen te worden.
3. Zowel de capaciteit van de segmentenringelektrode als die van de contrôleringselektrode ten opzichte van het membraan volgen de capaciteitswaarde van de eilandelektrode ten opzichte van het membraan, bij langzame variaties van de temperatuur zodanig correct, dat de capaciteitswaarde van de contrôlering zonder bezwaar gebruikt kan worden voor elektrode-afstandscorrecties bij elektrostatisch terugtrekken van het membraan.
4. Ondanks de nog aanwezige constructiefouten is de stabiliteit bij kantelen van de meter in het zwaartekrachtveld zodanig groot, dat bij gebruik van dit verschijnsel de membraanvacuümmeter ook nog op andere wijze een absoluut karakter krijgt.

VI.f. ONDERZOEK NAAR DE INVLOED VAN MECHANISCHE EN ELEKTRISCHE BELASTINGEN OP DE MEMBRAANDRUKVERSCHILMETER VAN DE TWEDE GENERATIE.

Om een indruk te krijgen van de gevoeligheid van de membraandrukverschilmeter, voorzien van een 25 μm dik roestvrijstaal folie, zijn beide aansluitingen hiervan, gelijktijdig met de beide aansluitingen van een Wallace & Tiernan Precision Aneroid-manometer Model No FA-141 met een drukgebied van 0 tot 20 torr (overeenkomend met een meetbereik van ongeveer 0 tot 2500 Pa), aan weerskanten van een instelbare stromingsweerstand aangesloten. Door aan de ene zijde gastoevoer via een regelventiel en aan de andere zijde gasafvoer door middel van een voorvacuumpomp te verzorgen, worden stabiele drukverschillen gerealiseerd en kunnen beide meters onderling vergeleken worden. Door verwisseling van de aansluitingen van membraandrukverschilmeter zijn na elkaar twee series metingen gedaan, waarbij in de ene situatie het membraan naar de elektrode toe en in de andere situatie van de elektrode af doorboog.

Uit diverse series metingen is gebleken dat een gevoeligheid werd bereikt van 8.5×10^{-4} Pa/stap, waarbij één stap in de 7^e decade van de decadentransformator wordt bedoeld.

Voorzover dit met de Wallace & Tiernan manometer nog betrouwbaar was te bepalen liep het lineariteitsgebied tussen het aantal stappen van de decadentransformator en het gemeten drukverschil binnen enkele procenten in beide doorbuigingsrichtingen door tot vier stappen in de tweede decade, overeenkomend met een drukverschil van 340 Pa. Bij nog grotere uitwijkingen ging het lineaire karakter verloren, hetgeen niet te wijten was aan toenemende spanning in het membraan, maar aan het feit dat de capaciteitsverhouding bij deze uitwijkingen niet-lineariteiten gaat vertonen.

Interessant zijn nog de effecten die optreden bij een membraandrukverschilmeter welke aan beide zijden in verbinding met de omgeving staat.

Duidelijk traden acoustische effecten van lagere frequenties op. De frequentiebeperking werd voornamelijk gegeven door de in te stellen tijdconstante van de fasegevoelige detector.

Langzame drukeffecten, veroorzaakt door bijvoorbeeld objecten, welke naar één van de beide openingen bewogen werden en daardoor gas in een drukgolf voor zich uit stuwden, waren duidelijk zichtbaar.

Ook het Bernoulli-effect bij langsstromen van gas, zelfs bij zeer geringe stroomsnelheden, was duidelijk merkbaar.

Pas bij onderlinge kortsluiting van beide meetkamers met voldoende vormvast materiaal in de vorm van dikwandige vacuümslang werd voldoende stabiliteit in het brugevenwicht verkregen.

In de verdere metingen is deze laatste situatie voortdurend gehandhaafd.

In het geval dat het membraan door elektrostatische krachtwerking wordt teruggetrokken, zal er interactie optreden tussen de terugtrekspanning en de meetspanning. Ook zal het membraan in onbelaste toestand, door de aanwezigheid van de meetspanning, door delen van de elektrodedrager worden aangetrokken. Door de meetspanning, bij een overigens onbelast membraan, te variëren en de grootte van de verandering in de capaciteitsverhouding te meten is deze invloed bepaalbaar.

Meetspanning per brugtak V_{eff}	Verhouding C_n/C_e	Vershil in stappen van 7 ^e decade	Meetspanning per brugtak V_{eff}	Verhouding C_n/C_e	Vershil in stappen van 7 ^e decade
1.00	0.9974197	-	6.00	0.9974186	11
2.00	0.9974197	0	7.00	0.9974179	18
3.00	0.9974195	2	8.00	0.9974171	26
4.00	0.9974193	4	9.00	0.9974163	34
5.00	0.9974190	7	10.00	0.9974151	46

Tabel VI. Invloed van de meetspanning op de brugverhouding C_n/C_e .

Tabel VI. geeft hiervan een voorbeeld.

Hieruit blijkt dat de brugspanning ongeveer kwadratische effecten oplevert, maar dat bij de doorgaans benodigde en constant te houden brugspanning van 3 à 4 V effectief, zowel in de nulstand als later in de meetstand, slechts een systematische verschuiving van enkele stappen in de 7^e decade hiervan het gevolg is.

Teneinde de invloeden van terugtrekspanningen, gecombineerd met die van contactpotentialen, te kunnen bepalen zijn, zowel bij 5 μm dik, met aluminium bedampt Hostafaanfolie als bij 25 μm dik roestvrijstaalfolie, proeven gedaan met elektrostatische aantrekking van het membraan, waarbij als functie van de terugtrekspanning het aantal stappen verschuiving in de decadentransformator van het brugevenwicht C_p/C_e ten opzichte van de onbelaste toestand werd bepaald.

Door praktische problemen die zich aanvankelijk voordeden bij het inkoppelen van de gelijkspanningsbron, waardoor niet op alle deelelektrodes, maar slechts op de eilandelektrode en de segmentenringelektrode deze gelijkspanning kwam te staan, zijn bij het Hostafaanfolie geen gegevens voorhanden van elektrisch aantrekkende werking over het gehele oppervlak, waardoor afwijkingen van het zuiver kwadratische karakter gingen optreden. Voor een zuivere bepaling van de contactpotentialiaal is dit echter geen bezwaar. Het membraan is voortdurend voor gelijkspanning op aardniveau gehouden en de elektrodes op de elektrodedrager op zowel positieve als negatieve potentiaal, aangeduid met + of -.

Tabel VII. geeft een illustratie van het effect van de contactpotentialiaal in de combinatie aluminium-goud.

Terugtrekspanning V	Verskil in brugstand $\delta(C_p/C_e)$	Afwijking t.o.v. parabool	Terugtrekspanning V	Verskil in brugstand $\delta(C_p/C_e)$	Afwijking t.o.v. parabool
0.00	0	-	0.00	0	-
- 1.00	32	- 9.0	+ 1.00	- 2	-20.8
- 2.00	56	- 7.3	+ 2.00	4	-16.9
- 3.00	96	0.1	+ 3.00	18	-13.5
- 4.00	135	- 0.4	+ 4.00	42	- 8.6
- 5.00	186	1.8	+ 5.00	73	- 5.2
- 6.00	247	5.6	+ 6.00	112	- 2.3
- 7.00	313	5.8	+ 7.00	160	1.2
- 8.00	388	6.6	+ 8.00	212	0.2
- 9.00	471	6.9	+ 9.00	275	1.6
- 10.00	564	8.7	+ 10.00	346	2.6
- 15.00	1145	6.4	+ 15.00	827	6.3
- 20.00	1934	0.0	+ 20.00	1517	6.9
- 25.00	2937	- 4.4	+ 25.00	2417	5.3
- 30.00	4149	-12.0	+ 30.00	3528	2.7
- 35.00	5606	13.2	+ 35.00	4854	2.9
- 40.00	7254	17.4	+ 40.00	6387	- 1.9
- 45.00	9110	17.5	+ 45.00	8118	-20.8
- 50.00	11130	-30.6	+ 50.00	10185	84.1
- 55.00	13444	3.3	+ 55.00	12249	-26.1
- 60.00	15933	0.0	+ 60.00	14633	-28.4

Verskil in brugstand en Afwijking t.o.v. parabool in aantal stappen van de 7^e decade van de decadentransformator.

Tabel VII. Verschil in brugstand als functie van de aangelegde spanning en de per meetpunt optredende afwijking in decadenstappen. Bij vermeld is de afwijking van het tweedegraadsverband bij aanpassing met kleinste kwadraten methode.

Door alle meetpunten met zowel positieve als negatieve terugtrekspanning is een tweedegraadsverband gelegd met een kleinste kwadraten aanpassing volgens

$$\delta(C_R/C_e) = a(0) + a(1)V + a(2)V^2, \quad (\text{VI.2})$$

met $a(0) = 25.1172$; $a(1) = -10.5965$ en $a(2) = 4.2423$.

Doordat bij minimale waarde van $\delta(C_R/C_e)$ geldt $V_{\min} = -V_c$, de contactpotentiaal is uit de afgeleide van formule (VI.2) bepaald

$$V_c = -1.249 \text{ V.} \quad (\text{VI.3})$$

De door de contactpotentiaal veroorzaakte verschuiving in $\delta(C_R/C_e)$ wordt dan gegeven door 18,5 stappen in de 7^e decade.

Terugtrekspanning V	Brugverhouding C_R/C_e	Vershil in brugstand $\delta(C_R/C_e)$	Afwijking t.o.v. parabool
0.00	0.9976222	0	- 0.82
1.00	0.9976221	1	- 0.80
2.00	0.9976216	6	- 0.12
3.00	0.9976208	14	0.21
4.00	0.9976197	25	0.20
5.00	0.9976183	39	- 0.16
6.00	0.9976165	57	0.14
7.00	0.9976144	78	0.09
8.00	0.9976120	102	- 0.30
9.00	0.9976092	130	- 0.03
10.00	0.9976059	163	1.89
11.00	0.9976024	198	2.47
12.00	0.9975990	232	- 1.30
13.00	0.9975948	274	- 0.41
14.00	0.9975903	319	0.13
15.00	0.9975855	367	0.33
16.00	0.9975804	418	0.18
17.00	0.9975750	472	- 0.30
18.00	0.9975692	530	- 0.14
19.00	0.9975630	592	0.68
20.00	0.9975565	657	1.16
21.00	0.9975495	725	1.30
22.00	0.9975425	795	0.09
23.00	0.9975351	869	- 0.47
24.00	0.9975274	946	- 1.37
25.00	0.9975192	1028	- 0.61
26.00	0.9975109	1111	- 2.20
27.00	0.9975021	1199	- 2.13
28.00	0.9974929	1291	- 1.41
29.00	0.9974835	1385	- 2.03
30.00	0.9974735	1485	0.01
31.00	0.9974631	1589	2.70
32.00	0.9974526	1694	3.04
0.00	0.9976220	0	0.82

Vershil in brugstand en Afwijking t.o.v. parabool in aantal stappen van de 7^e decade van de decadentransformator.

Tabel VIII. Effecten van de terugtrekspanning bij de combinatie van roestvrijstaal en goud.

Hoek in $^{\circ}$	Druk uit berekening Pa	Vershil brugstand st	Gevoeligheid in 10^{-4} Pa/st	Hoek in $^{\circ}$	Druk uit berekening Pa	Vershil brugstand st	Gevoeligheid in 10^{-4} Pa/st
0	0.0000	0	-.-----	30	1.0079	1538	6.5533
1	0.0352	64	5.4970	32	1.0682	1643	6.5016
2	0.0704	107	6.5748	34	1.1272	1734	6.5007
3	0.1055	170	6.2058	36	1.1849	1827	6.4499
4	0.1406	218	6.4503	38	1.2411	1902	6.5250
5	0.1757	270	6.5070	40	1.2957	1977	6.5540
6	0.2107	319	6.6053	42	1.3488	2071	6.5130
7	0.2457	379	6.4819	44	1.4003	2152	6.5070
8	0.2805	428	6.5548	46	1.4501	2173	6.6730
9	0.3153	484	6.5153	48	1.4980	2236	6.6996
10	0.3500	539	6.4943	50	1.5442	2353	6.5627
11	0.3846	586	6.5637	52	1.5885	2412	6.5857
12	0.4191	623	6.7273	54	1.6308	2486	6.5600
13	0.4535	689	6.5814	56	1.6712	2532	6.6002
14	0.4877	731	6.6712	58	1.7095	2608	6.5584
15	0.5217	804	6.4892	60	1.7457	2647	6.5952
16	0.5556	833	6.6703	63	1.7961	2740	6.5551
17	0.5894	887	6.6445	66	1.8415	2801	6.5746
18	0.6229	939	6.6339	69	1.8819	2876	6.5435
19	0.6563	999	6.5694	72	1.9171	2926	6.5521
20	0.6894	1055	6.5350	75	1.9471	2972	6.5516
21	0.7224	1102	6.5554	78	1.9718	3005	6.5616
22	0.7551	1150	6.5664	81	1.9910	3028	6.5753
23	0.7876	1202	6.5527	85	2.0081	3040	6.6057
24	0.8199	1255	6.5331	90	2.0158	3060	6.5876
25	0.8519	1306	6.5231				
26	0.8837	1354	6.5264				
27	0.9152	1399	6.5415				
28	0.9464	1445	6.5492				
29	0.9773	1496	6.5326				

Vershil in brugstand in stappen van de 7^e decade van de decadentransformator.

Tabel IX. Effecten van de oriëntatie van het membraan ten opzichte van de versnelling van de zwaartekracht.

In Tabel VIII. is het effect gegeven van de terugtrekspanning, nu ook op de schu ringelektrodes aangebracht, op de verschuiving in het brugevenwicht C_r/C_e in stappen van de decadenttransformator voor de combinatie roestvrijstaal-goud. Eveneens is in deze tabel per meetpunt de afwijking van het tweedegraadsverband in stappen van de decadenttransformator gegeven. Het nu optredende verband wordt opnieuw gegeven door formule (VI.2), waarbij de waarden voor de coëfficiënten gegeven worden door $\alpha(0) = 0.81818$; $\alpha(1) = -0.69221$ en $\alpha(2) = 1.67216$.

De nu optredende contactpotential bedraagt

$$V_c = -0.207 \text{ V.} \quad (\text{VI.4})$$

De door de contactpotential veroorzaakte verschuiving in $\delta(C_r/C_e)$ wordt in dit geval gegeven door 0.75 stappen in de 7^e decade.

De, in stappen van de 7^e decade van de decadenttransformator opgegeven, afwijking tussen de metingen en het kwadratische verband is zondermeer als uitermate klein te beschouwen en is praktisch gelijk aan de, met het systeem te behalen, resolutie van één stap in deze laatste decade.

De beide contactpotentialen komen redelijk overeen met de verwachtingswaarden uit de literatuur⁹⁵.

Daar de verandering van de oriëntatie van de meter in het zwaartekrachtsveld zulke reproduceerbare brugverschuivingen teweeg bracht, is bij het roestvrijstalen membraan door weging, gecombineerd met de lokaal heersende versnelling van de zwaartekracht, de 'gravitatiedruk' bij loodrechte oriëntatie van het membraan ten opzichte van de zwaartekracht bepaald als

$$\Delta p_{\text{membraan}} = 2.0158 \text{ Pa.} \quad (\text{VI.5})$$

Indien het membraanvlak onder een hoek ϕ met de zwaartekracht staat, dan is de resulterende 'gravitatiedruk' gegeven door

$$\Delta p_g = 2.0158 \sin(\phi). \quad (\text{VI.6})$$

Tabel IX geeft hiervan een beeld, waarbij het membraan onder verschillende hoeken met de versnelling van de zwaartekracht werd opgesteld. Tevens is hierbij het verschil in brugstand ten opzichte van die van het vertikaal opgestelde membraan gegeven en de per meetpunt berekende gevoeligheid van de membraandrukverschillen in pascals per stap van de 7^e decade van de decadenttransformator.

De hierbij optredende verschillen in gevoeligheid zijn onderling zeer klein en worden praktisch volledig bepaald door de nauwkeurigheid waarmee de hoeken met behulp van een instelbare waterpas te realiseren waren. Een systematische afwijking ontstond bij de hoeken 42 tot en met 48 graden. Bij 45 graden moest de waterpas in zijn orthogonale stand worden gezet om hoeken groter dan 45 graden te realiseren, zodat de instelling van 42 en 48 respectievelijk 44 en 46 graden in feit ontstonden bij dezelfde stand van de libel in de waterpas. Middeling over beide gevoeligheden van deze gekoppelde hoekstanden levert waarden op die weer zeer dicht bij die van de overige reeks waarnemingen komen te liggen.

Door combinatie van het uitbuigen van het membraan onder verschillende hoeken met de zwaartekracht, in zodanige oriëntatie met die zwaartekracht dat het membraan zich van de elektrodetrager af beweegt, met het terugtrekken van het membraan door elektrostatische krachtwerking, kunnen beide in zichzelf absolute methoden met elkaar vergeleken worden.

Tabel X. geeft hiervan de resultaten. De waarde van C_e hierbij is 49.580 pF. Bij berekening van de meterconstante bij terugtrekken van het membraan uit de afmetingen en de capaciteitswaarden van de eilandelektrode ten opzichte van het membraan wordt nu een metergevoeligheid gevonden die een factor 1.972 kleiner is dan die welke gemeten wordt uit het doorzakkingsexperiment.

Hoek in $^{\circ}$	Druk uit berekening Pa	Terugtrekspanning V		Gevoeligheid 10^{-4} Pa/V ²
		Positief	Negatief	
0	0.0000	0.00	0.00	-.----
1	0.0352	5.99	7.04	8.3427
2	0.0704	8.57	9.28	8.8458
3	0.1055	10.43	11.10	9.1126
4	0.1406	11.94	12.63	9.3245
5	0.1757	13.42	14.04	9.3245
6	0.2107	14.66	15.31	9.3880
7	0.2457	15.69	15.68	9.9856
8	0.2805	16.80	16.78	9.9518
9	0.3153	17.86	17.78	9.9304
10	0.3500	18.87	18.70	9.9199
11	0.3846	19.73	19.75	9.8708
12	0.4191	20.58	20.64	9.8867
13	0.4535	21.36	21.47	9.8879
14	0.4877	22.17	22.02	9.9894
15	0.5217	22.83	22.78	10.0320
16	0.5556	23.60	23.54	10.0016
17	0.5894	24.30	24.20	10.0222
18	0.6229	24.95	24.88	10.0348
19	0.6563	25.55	25.54	10.0573
20	0.6894	26.20	26.23	10.0323
21	0.7224	26.82	26.68	10.0956
22	0.7551	27.44	27.32	10.0730
23	0.7876	28.05	27.92	10.0572
24	0.8199	28.58	28.49	10.0695
25	0.8519	29.17	29.01	10.0673
26	0.8837	29.65	29.49	10.1063
27	0.9152	30.32	30.09	10.0310
28	0.9464	30.78	30.65	10.0313
29	0.9773	31.25	31.10	10.0556
30	1.0079	31.74	31.61	10.0459

Tabel X. Combinatie van uitbuiging van het membraan in het zwaarte-krachtsveld en elektrostatische terugtrekking.

it hoogstmerkwaardige feit liet aanvankelijk het vermoeden rijzen dat bij de afleiding van de meterconstante in de theorie een fout was gemaakt van een factor 2 in de noemer. Dit te meer daar bij een nader onderzoek van de meterconstante volgens Drawin (Formule (II.7)) deze factor daar juist ontbreekt.

Herformuleren van de elektrostatische attractie effecten leverde evenwel op dat het weglaten van de factor 2 in de noemer door Drawin niet juist was en in strijd met de fundamentele wetten van de elektrostatica.

Voor opnieuw vergelijkende metingen uit te voeren met andere afstanden tussen membraan en elektrodedrager, waarbij ook de relatieve invloed van de nog altijd aanwezige zadelvorm werden beschouwd, werd geconstateerd dat de factor 1.972 toeallig zeer dicht bij 2 lag en bij andere afstandsinstellingen duidelijk andere waarden ging verkrijgen. Onderzoek, waarbij de capaciteitsverhouding per segment aan de segmentenringelektrode ten opzichte van die van de eilandelektrode werd beschouwd tijdens het aanleggen van een terugtrekspanning, toonde aan dat de zadelvorming in het membraan hierop een zeer grote invloed had. Hierbij was telkens

de afstand tot het membraan van de eilandelektrode gemiddeld kleiner dan de afstand van de segmentenring, zodat een uitbuigen van het membraan van de elektrode af door de kwadratisch grotere aantrekking in het centrum bij terugtrekken de gewijzigde capaciteitsverhouding met geringere terugtrekspanningen gecompenseerd kon worden.

Ook de golving in het membraan werd hierdoor in tangentiële richting versterkt. Verder onderzoek aan de derde en vierde generatie membraandrukverschilmeters, waarin de uiterste zorg is besteed aan het vermijden van zadelvorming zal hierop definitief uitsluitsel moeten geven.

Na deze toch wel enigszins teleurstellende resultaten met de membraanvacuüm-meter van de tweede generatie, voorzien van een roestvrijstaal membraan, is opnieuw een Hostafaanfolie als membraan geplaatst, omdat hierbij de zadelvorming doorgaans minder asymmetrisch is. Enkele zeer recent uitgevoerde korte onderzoekingen leverden op dat de gewraakte factor wel dichter bij 1 kwam te liggen, maar er te nog te ver van af bleef om al van succes te kunnen spreken.

Deze onderzoeken waren mogelijk, omdat ook bij het 5 μm dikke folie gewerkt is worden met de doorzakking onder invloed van de zwaartekracht als kalibratie. De 'gravitatie-druk' van het membraan bedroeg nu uit weging, gecombineerd met de versnelling van de zwaartekracht

$$\Delta p \text{ membraan} = 7.656 \times 10^{-2} \text{ Pa.}$$

Bij tien maal kantelen over 180° werd gevonden 4474.5 decadenstappen met een spreiding van 1.5 stap in de 7^e decade, zodat met dit Hostafaanfolie een gevoeligheid was bereikt van

$$3.422 \times 10^{-5} \text{ Pa/decadestap,}$$

hetgeen toch wel als opmerkelijk gevoelig kan worden gekwalificeerd.

Conclusies uit deze onderzoeken zijn:

1. De meter is in de situatie dat het membraan doorbuigt onder het drukverschil tot hoge onbalans (ca 5%) van de meetbrug lineair. 5% onbalans komt overeen met 500 000 stappen in de decadentransformator.
2. De meter is bij atmosfeerdruk als basisdruk in staat om drukvariaties Δp ten opzichte van de absolute druk p significant te meten met een ondergrens welke in de orde grootte ligt van $(\Delta p/p)_{\text{min}} = 10^{-9}$ à 10^{-10} .
3. Het terugtrekmechanisme functioneert en geeft na correctie van de invloed van de contactpotentiaal bij enkelzijdige elektrodeuitvoering in hoge mate een zuiver kwadratisch verband.
4. Het instellen van het membraan onder hoeken met de zwaartekracht geeft eveneens een absolute kalibratie van de meter met grote nauwkeurigheid en is in de praktijk bij een eenvoudiger type zonder terugtrekfaciliteiten uitstekend bruikbaar.
5. Door zadelvorming, als voornaamste fout in de constructie van de tweede generatie membraandrukverschilmeters, geeft de kalibratie van de meter door berekenen van de meterconstante uit de zijdelingse afmetingen en de capaciteitswaarde van de eilandelektrode ten opzichte van het membraan geen juiste uitkomst.

HOOFDSTUK VII.

SAMENVATTENDE CONCLUSIES EN ENKELE MOGELIJKE TOEPASSINGEN.

SAMENVATTING.

Combinatie van zowel de theoretische als de experimentele resultaten leveren op dat het elektrostatisch terugtrekken van het membraan theoretisch weliswaar in principe leidt tot de formulering van een absolute drukverschilmeter, waarbij het weer vlak zijn van een deel van het membraan capacitief bepaald wordt en gebruikt wordt als instelkenmerk, maar ten gevolge van golving in de membraansponning in de praktijk afwijkt van een op praktische gronden gebaseerde absolute membraandrukverschilmeter. Deze laatste ontstaat doordat het doorbuigen van het membraan onder zijn eigen gewicht zodanig zuiver gemeten kan worden dat de doorzakking van het membraan bij verschillende oriëntaties ten opzichte van de zwaartekracht als absolute kalibratie gehanteerd kan worden. Als toepassing is het meest eenvoudige ontwerp beschreven dat hierop gebaseerd is. Ook andere toepassingen van het gebruikte capacitieve meetprincipe in de vorm van een absolute laagdiktemeter, profielmeetapparatuur en de ontwikkeling van een berekenbare standaardcondensator komen aan de orde.

CHAPTER VII.

SUMMARIZING CONCLUSIONS AND SOME POSSIBLE APPLICATIONS.

SUMMARY.

Combination of theoretical results as well as experimental results show that pulling the membrane back electrostatically in theory leads to the formulation of an absolute differential pressure gauge, in which again achieving flatness of a part of the membrane, measured in a capacitive way, serves as indication of equilibrium. In practice however, due to unflatness of the frame of the membrane, this gauge factor differs in accuracy of the gauge factor from an absolute differential pressure gauge, based on practical results. This last one is based on the fact that the sag of the membrane under its own weight can be measured so accurately that this effect can be used as absolute calibration. As an application based on this principle the most simple design of an absolute membrane differential pressure gauge is described. Also other applications of the capacitive gauging principle in the form of an absolute thickness monitor, a profile measuring system and the development of a calculable standard capacitor are mentioned.

VII.a. SAMENVATTENDE CONCLUSIES.

De conclusies uit het voorafgaande zijn van oorsprong drieërlei.

In de eerste plaats is, gebaseerd op theoretische grondslagen van zowel de toegepaste mechanica als die van de potentiaaltheorie, het bewijs geleverd dat het in principe mogelijk is een capacitieve membraandrukverschilmeter te construeren, die het kenmerk heeft absoluut te zijn, omdat de meterconstante vooraf bepaalbaar en tijdens het meetproces controleerbaar is. Hierbij wordt het membraan door een gelijkspanning zodanig teruggetrokken, dat het oorspronkelijke evenwicht, dat als instelcriterium wordt gebruikt, opnieuw wordt bereikt.

Als basis voor dit bewijs dient de analytische bepaling van het uitwijkingsprofiel van een reële cirkelvormig ingeklemde en alzijdig gespannen plaat onder een rotatie symmetrische belasting, die in radiale richting de vorm van een stapfunctie heeft.

Hieruit blijkt dat voor dunne, gespannen platen het stijve plaatkarakter slechts in een zeer smalle zone, grenzend aan de membraanspanning, merkbaar is. Tevens blijkt dan dat in het inwendige deel van het invloedsgebied van de stapvormige belasting het oppervlaktegemiddelde van de uitwijking in een ringvormig gebied in zeer hoge mate onafhankelijk van de ringbegrenzungen wordt indien de belasting in dat invloedsgebied gelijk aan nul wordt. Met andere woorden op een uiterst smalle rand na is het gehele membraan weer vlak, zij het op enige afstand evenwijdig aan zijn oorspronkelijk onbelaste vlakke positie.

De stapvormige belasting die hieraan voldoet, wordt gevormd door de te meten uniforme mechanische belasting ten gevolge van het drukverschil over het gehele membraan in een cirkelvormig gebied met kleinere straal te compenseren door met behulp van elektrostatistische krachtwerking een tegengesteld gerichte belasting van gelijke grootte op te wekken.

Uit berekeningen van capaciteitswaarden voor eilandvormige en ringvormige elektrodes, omringd door schutringen op een elektrodedrager en geplaatst tegenover een homogene plaaielektrode zijn de voorwaarden geformuleerd waaronder gebruik gemaakt mag worden van de ideale plaatcondensator formules. De daarvoor belangrijke parameter is de verhouding tussen straalverschillen in de diverse elektrodebegrenzungen ten opzichte van de afstand tussen de beide elektrode-oppervlakken. Hieruit volgt weer dat een concentrisch elektrodesysteem, bestaande uit een eilandelektrode en een ringelektrode omringd door schutringelektrodes, planparallel tegenover het membraan opgesteld en tesamen met het membraan een differentiaalcondensatorsysteem vormend, bij uitstek geschikt is als detectiesysteem voor het controleren van de vlakheid van het membraan. Door meting van de afstand tussen elektrodedrager en membraan met behulp van een aparte elektrode is een mechanisme ontstaan om de grootte van de gelijkspanning op alle elektrodes, inclusief de schutringen, benodigd voor het terugtrekken van het membraan, te corrigeren voor afstandsveranderingen, ongeacht wat de oorzaak hiervan is.

Combinatie van de mechanische, elektrostatistische en capacitieve principes biedt, bij een elektrodedrager aan één zijde van het membraan opgesteld, in principe de mogelijkheid tot de opbouw van een absolute kwadratische drukverschilmeter.

Bij identieke elektrodedragers aan weerszijden van het membraan opgesteld, kan een lineaire absolute meter opgebouwd worden.

Bepalende grootheden voor de meterconstante zijn de permittiviteit van vacuüm, de relatieve permittiviteit van het vullende gas, de effectieve straal van de eilandelektrode en de capaciteit van de eilandelektrode ten opzichte van het membraan.

Al deze grootheden zijn of bekend of voldoende nauwkeurig bepaalbaar.

De systematische invloeden van contactpotentialen tussen het elektrodemateriaal en het membraanmateriaal zijn op theoretische gronden eenvoudig te elimineren, evenals dat het geval is voor verandering in de relatieve permittiviteit.

In de tweede plaats zijn daar de uitkomsten van een aanzienlijk aantal experimenten van verschillende aard aan prototypes van de capacitieve membraandrukverschilmeter.

Uit de momenteel beschikbare gegevens blijkt dat, ondanks de aanwezigheid van grote invloeden van de temperatuur op de absolute afstand tussen elektrodedrager en membraan, met het hiervoor beschreven differentiaalcondensatorsysteem een hoge mate storingsongevoelig detectiesysteem is verkregen voor bepaling van doorbuigingen in het membraan, waarbij voor nauwkeurige metingen ook nu al geen thermostaatvoorzieningen noodzakelijk zijn, maar waarbij alleen verlangd wordt dat er niet al te grote en te snel veranderende temperatuurgradiënten optreden.

De meting van doorbuiging in het membraan onder invloed van een mechanische belasting verliep lineair tot drukverschillen, die op zich vele malen groter waren dan maximaal met elektrostatisch terugtrekken gecompenseerd kunnen worden.

Optredende invloeden van contactpotentialen blijken zonder meer door ompolen van de gelijkspanningsbron geëlimineerd te kunnen worden.

Voor de capacitieve membraandrukverschilmeter voorzien van elektrostatische terugtrekfaciliteiten is een afstandsinstellings- en scheefstandsjusteermechanisme ontbeerlijk.

Desondanks bleek bij het tot op heden onderzochte prototype dat golving van de membraanspanning het membraan zodanig vervormde dat de resultaten, welke verkregen werden door de meterconstante te berekenen alsof het membraan en de elektrodedrager ideaal planparallel waren, aanzienlijk afweken van die welke verkregen werden door kantelen van het membraan in het zwaartekrachtsveld.

Het kantelen van het membraan in het zwaartekrachtsveld levert de derde groep van conclusies op.

De hierbij uitgevoerde experimenten werden ingegeven door de uitzonderlijk hoge stabiliteit en reproduceerbaarheid van de onderling afwijkende capaciteitsverhoudingen bij diverse oriëntaties van het membraan ten opzichte van de zwaartekracht. De experimenten hebben geleid tot de conclusie dat de ontbondene van de versnelling van de zwaartekracht loodrecht op het membraanvlak, gecombineerd met de massa per oppervlak van het membraanmateriaal, als homogene belasting van het membraan beschouwd mag worden. Tevens levert dit de conclusie dat, bij eenmaal bekend zijn van de lokale versnelling van de zwaartekracht en de massa per oppervlak van het membraan, bij het plaatsen van het membraanvlak onder hoeken met de zwaartekracht er een in absolute zin bekende relatie bestaat tussen de aangebrachte verandering in belasting en de door verandering van doorzakking ontstane verandering in capaciteitsverhouding.

Dit houdt in dat ook op deze wijze een absoluut drukverschilmeetsysteem wordt verkregen.

VII.b. ENKELE MOGELIJKE TOEPASSINGEN.

De samenvattende conclusies brengen de lezer weer terug bij de oorspronkelijke niet-instelbare ontwerpen voor praktische toepassingen.

De voor een fabrikant van membraandrukverschimeters interessante gegevens zijn dan de volgende:

Met in achtneming van de principes beschreven in de eerste drie alinea's van par. V.a. wordt een capacatieve membraandrukverschilmeter opgebouwd. Afwijkend van de gegevens volgens Fig.13.B. moet de segmentenring weggelaten worden ten gunste van een uitbreiding van het schutringoppervlak tussen eiland en contrôleringelektrode. De laatstgenoemde elektrode moet door verkleining van de inwendige straal in oppervlakte vergroot worden, zodanig dat de oppervlakten van eilandelektrode en contrôleringelektrode aan elkaar gelijk worden. De contrôleringelektrode gaat in het vervolg de rol van de segmentenringelektrode overnemen.

Met handhaving van de eisen geformuleerd in par.V.e., uitgezonderd die passages welke betrekking hebben op elektrostatisch terugtrekken en handhaving van de eisen uit par.V.f., waarbij de instelbaarheid van de afstand tussen membraan en elektrodedrager wordt vervangen door starre stabiele opstelling, wordt een meet-systeem voor doorbuiging van het membraan verkregen, dat in hoge mate temperatuur-onafhankelijk is en daardoor niet gethermostreerd behoeft te worden.

De verandering in de capaciteitsverhouding is tot afwijkingen van enkele procenten in de nominale één op één verhouding lineair, mits de afstand tussen elektrodedrager en membraan niet zodanig groot is dat dan van grote uitwijkingen van het membraan of de plaat gesproken moet worden.

Uitvoering van identieke elektrodedragers aan weerskanten, met in de meetbrug verwisselde aansluitingen, heeft verdere linearisering, zo die gewenst is, in het hogere drukgebied tot gevolg.

Door aan de gebruiker de waarde van de massa per oppervlak op te geven, is deze laatste, bij bekend zijn van de lokale versnelling van de zwaartekracht, in staat ter plaatse de meter te kalibreren en zelfs te ijken door deze eenvoudigweg te kantelen tussen de positie met het membraan ten opzichte van de elektrodedrager in onderliggende respectievelijk in bovenliggende positie.

Voor geïnteresseerden moet hierbij evenwel worden opgemerkt, dat het principe van de hier gebruikte capacatieve elektrodesystemen evenals die in de andere nog te noemen toepassingen deel uitmaakt van een veel ruimer gestelde octrooiaanvraag*.

Het voorgaande principe is nu niet meer gebonden aan zeer geringe drukverschillen. Dun, weinig gespannen membraanmateriaal met een geringe waarde voor de massa per oppervlak levert een drukverschilmeter op voor gevoelige toepassingen. Daarentegen dik, met grote kracht gespannen plaatmateriaal met een grote waarde voor de massa per oppervlak levert een drukverschilmeter voor grote drukverschillen op. De nauwkeurigheid van de meterconstante wordt in die gevallen bepaald door het aantal decadenstappen dat de verandering in de capaciteitsverhouding door het kantelen ondergaat ten opzichte van het minimaal te detecteren aantal decadenstappen.

Indien men zich realiseert dat de gemiddelde niveaueverschillen in de afstanden tussen het membraan en de eilandelektrode respectievelijk de segmentenringelektrode bij een nominale afstand van 100 μm met een resolutie van zeven decimalen gemeten kon worden, kan daaraan de conclusie verbonden worden dat men met een resolutie van 10^{-11} m gemiddelde niveaueverschillen kan detecteren. Bij verkleining van de afstand tussen elektrodedrager en meetobject kan deze resolutie nog worden opgevoerd. Bij gebruik van stabiele elektrodedragers en qua oppervlak stabiele meetobjecten, kan door het meten van capaciteitsverhoudingen vóór en na het aanbrengen van een opgedampte laag op het meetobject met een zijdelingse uitgebreidheid die halverwege de schutring tussen eilandelektrode en segmentenringelektrode ligt, waarna eventueel bij gebruik van een opgedampte isolator het gehele meet-

*Octrooiaanvraag Nr. 7905562 d.d. 17 juli 1979

object weer van een homogene geleidende laag wordt voorzien, de laagdikte van de betreffende laag in principe met een resolutie van 10^{-7} op de ingestelde nominale elektrodedragers-objectafstand en in absolute zin gemeten worden.

Ook eenvoudig onderzoek naar stralingsbeschadiging van metalen oppervlakken behoort dan tot de mogelijkheden.

Door gebruik te maken van matrices van elektrodes, die volgens een gewenst coördinaten patroon geformeerd zijn, op een elektrodedrager is het door de zeer storingsvrije meetmethode mogelijk om van mechanische constructies of modellen hiervan nauwkeurige vervormingsprofielen te meten, ook daar waar interferentie-holografie de onderzoeker door te kleine of te grote vervormingen in de steek laat.

De enige eisen die gesteld worden zijn dat het meetobject elektrisch geïsoleerd moet kunnen worden opgesteld en het te meten oppervlak voldoende vlak is ten opzichte van de capacitieve meetopnemer.

Een omkering van het in par.IV.f. beschreven principe van de kruiscapaciteiten biedt de mogelijkheid om, gebruikmakend van andere meetmethoden om de stralen van de spleetvormige onderbrekingen in grote elektrodeplaten te bepalen, met behulp van twee van dergelijke onderling identieke platen een berekenbare standaardcondensator te formeren, die in hoge mate dezelfde eigenschappen bezit als die van Thompson en Lampard^{96,97}, maar die geen last heeft van eindverstoringen.

De gehanteerde capacitieve meetprincipes kunnen in praktisch alle door Jones en Richards⁹⁸ besproken toepassingen aanzienlijke vereenvoudigingen in de constructie en grote verbetering in de zuiverheid van de metingen opleveren.

Op bijna ieder toepassingsgebied, dat genoemd wordt in het onlangs door Garratt⁹⁹ gepubliceerde overzichtsartikel omtrent verplaatsingsopnemers, zijn vormen van de door schutringen omgeven meervoudige elektrodesystemen in principe met succes bruikbaar.

De vraag hiernaar zal evenwel uit de praktijk moeten gaan blijken. Bedacht hierin moet worden dat het gemakkelijker is een zeer hoge gevoeligheid en zuiverheid op praktische redenen te verminderen dan omgekeerd deze nog verder op te voeren.

The solution of Laplace's equation in cylindrical and toroidal configurations with rectangular sectional shapes and rotation-symmetrical boundary conditions

W. Chr. Heerens

Department of Applied Physics, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands
(Received 20 February 1976; in final form 11 May 1976)

Basic formulas have been obtained for the contribution to the potential in any point of a cylindrical or toroidal volume with rectangular sectional shapes and rotation-symmetrical boundary conditions. This is done by solving Laplace's equation in cylindrical coordinates using the method of separation of variables for the cases in which simple but characteristic rotation-symmetrical potential overlays on the boundaries exist. Knowing these solutions and limiting the widths of the areas where the potential overlays are defined, differential contributions to the potential in any point of the observed volumes in analytical form are derived. With these solutions also numerical formulas for the contribution in a point of the volume can be formulated so that the relaxation method can be avoided.

PACS numbers: 02.30.Er, 03.50.Cd

I. INTRODUCTION

Laplace's equation in cylindrical coordinates has the following form:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0, \quad (1)$$

where ϕ is the potential and r , ϕ , and z are the three coordinates. The observed volumes and the boundary conditions are rotation symmetrical so the potential ϕ cannot be a function of the coordinate ϕ . Laplace's equation then reduces to

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0. \quad (2)$$

Using the method of separation of variables we can write the potential ϕ as a sum of several products of functions of r and z :

$$\phi(r, z) = R_0(r)Z_0(z) + \sum_m R_m(r)Z_m(z), \quad (3)$$

where $R_0(r)$ and $Z_0(z)$ are the particular solutions of

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} = 0 \quad \text{and} \quad \frac{d^2 Z}{dz^2} = 0, \quad (4)$$

while $R_m(r)$ and $Z_m(z)$ can be found by proposing

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} - m_1^2 R = 0 \quad \text{and} \quad \frac{d^2 Z}{dz^2} = -m_1^2 Z, \quad (5)$$

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + m_2^2 R = 0 \quad \text{and} \quad \frac{d^2 Z}{dz^2} = m_2^2 Z, \quad (6)$$

respectively.

The solutions of Eqs. (4) can be given as

$$\begin{aligned} \Phi_0(r, z) &= R_0(r)Z_0(z) \\ &= (C_0 \ln r + D_0)(A_0 z + B_0); \end{aligned} \quad (7)$$

the solutions of Eqs. (5) are given by a combination of modified Bessel functions and trigonometric functions

$$\begin{aligned} \Phi_{m_1}(r, z) &= R_{m_1}(r)Z_{m_1}(z) \\ &= [C_{m_1} I_0(m_1 r) + D_{m_1} K_0(m_1 r)] \\ &\quad \times (A_{m_1} \sin m_1 z + B_{m_1} \cos m_1 z), \end{aligned} \quad (8)$$

and finally the solutions of Eqs. (6) by a combination of normal Bessel functions and exponential functions

$$\begin{aligned} \Phi_{m_2}(r, z) &= R_{m_2}(r)Z_{m_2}(z) \\ &= [C_{m_2} J_0(m_2 r) + D_{m_2} Y_0(m_2 r)] \\ &\quad \times (A_{m_2} \sinh m_2 z + B_{m_2} \cosh m_2 z). \end{aligned} \quad (9)$$

The values of the coefficients A_i , B_i , C_i , and D_i , where i is 0, m_1 , or m_2 , and the eigenvalues m_1 and m_2 can be found by adapting the total solution $\phi(r, z)$ to the boundary conditions. Only in a very few situations is this adaptation possible. First, the sectional shape of the observed volume must be of a simple form; secondly the boundary conditions must be simple.

Two simple geometries are the cylinder and torus with rectangular sectional shapes. After choosing one of these geometries we can look at a potential overlay consisting of zero potential everywhere on the boundaries except on a ring-formed area on one of the boundary surfaces, where the potential has a value V differing from zero. If the solutions in analytical form in these cases are derived, then these solutions can be used to construct an analytical solution for the potential contribution from an arbitrary potential distribution along a radial coordinate by simulating this distribution with a series of ring potentials of the mentioned type. Summation or, in the limit, integration of the contributions to the potential at any point of the concerned volume yields the general solution.

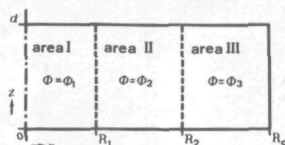


FIG. 1. Axial cross section of a cylindrical volume with a rotation-symmetrical potential overlay on the bottom surface.

II. POTENTIAL SOLUTION IN A CYLINDER WITH RECTANGULAR SECTIONAL SHAPE

Let us assume the cylindrical configuration of Fig. 1 is a cross section. For the total solution of this problem the cross section must be divided into three areas with additional boundary conditions:

area I:

$$\begin{aligned} 0 < r < R_1; \quad z = 0: \quad \Phi_1 = 0, \quad 0 < r < R_1; \\ z = d: \quad \Phi_1 = 0, \quad r = 0; \quad 0 < z < d: \quad \Phi_1, \quad \frac{\partial \Phi_1}{\partial r}, \\ \text{etc.}, \quad \text{are limited;} \end{aligned} \tag{10}$$

area II:

$$\begin{aligned} R_1 < r < R_2; \quad z = 0: \quad \Phi_2 = V, \quad R_1 < r < R_2; \\ z = d: \quad \Phi_2 = 0; \end{aligned} \tag{11}$$

area III:

$$\begin{aligned} R_2 < r < R_0; \quad z = 0: \quad \Phi_3 = 0, \quad R_2 < r < R_0; \\ z = d: \quad \Phi_3 = 0, \quad r = R_0; \quad 0 < z < d: \quad \Phi_3 = 0. \end{aligned} \tag{12}$$

The conditions on the common boundary of areas I and II are given by

$$r = R_1; \quad 0 < z < d: \quad \Phi_1 = \Phi_2 \quad \text{and} \quad \frac{\partial \Phi_1}{\partial r} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial r} \tag{13}$$

The conditions on the common boundary between areas II and III are

$$r = R_2, \quad 0 < z < d: \quad \Phi_2 = \Phi_3 \quad \text{and} \quad \frac{\partial \Phi_2}{\partial r} = \frac{\partial \Phi_3}{\partial r} \tag{14}$$

Satisfying the boundary conditions for $z = 0$ and $z = d$ mentioned in Eqs. (10)–(12) and for $r = 0$ leads to the expressions of the three potentials, using the Fourier series:

$$\Phi_1 = \sum_{n=1}^{\infty} C_{n1} I_0(n\rho) \sin n\xi, \tag{15}$$

$$\Phi_2 = \sum_{n=1}^{\infty} [C_{n2} I_0(n\rho) + D_{n2} K_0(n\rho)] \sin n\xi + \frac{\pi - \xi}{\pi} V, \tag{16}$$

$$\Phi_3 = \sum_{n=1}^{\infty} [C_{n3} I_0(n\rho) + D_{n3} K_0(n\rho)] \sin n\xi, \tag{17}$$

with attendant equations

$$\rho = \pi r/d \quad \text{and} \quad \xi = \pi z/d, \tag{18}$$

while n is an integer. The coefficients C_{n1} , C_{n2} , D_{n2} , C_{n3} and D_{n3} can be found by satisfying the boundary conditions if $r = R_1$, R_2 , or R_0 , respectively, using relations for modified Bessel functions according to Sneddon,¹ Relton,² and Watson.³ This results in the final equations for the potentials:

$$\begin{aligned} \Phi_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V}{\pi} \left(\rho_2 K_1(n\rho_2) - \rho_1 K_1(n\rho_1) \right. \\ \left. + [\rho_2 I_1(n\rho_2) - \rho_1 I_1(n\rho_1)] \frac{K_0(n\rho_0)}{I_0(n\rho_0)} \right) I_0(n\rho) \sin n\xi, \end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned} \Phi_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V}{\pi} \left[\left(\rho_2 K_1(n\rho_2) + [\rho_2 I_1(n\rho_2) - \rho_1 I_1(n\rho_1)] \right. \right. \\ \left. \left. \times \frac{K_0(n\rho_0)}{I_0(n\rho_0)} \right) I_0(n\rho) + \rho_1 I_1(n\rho_1) K_0(n\rho) \right] \sin n\xi + \frac{\pi - \xi}{\pi} V. \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} \Phi_3 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V}{\pi} \left[\rho_2 I_1(n\rho_2) - \rho_1 I_1(n\rho_1) \right] \\ \times \left(\frac{K_0(n\rho_0)}{I_0(n\rho_0)} I_0(n\rho) - K_0(n\rho) \right) \sin n\xi. \end{aligned} \tag{21}$$

In Eqs. (19)–(21) (ρ, ξ) can be any point in the area I, II, or III, respectively. Limitation of the width $R_2 - R_1$ of the second area gives

$$R_2 = R_1 + dr = R + dr$$

or

$$\rho_2 = \rho_1 + d\rho = \rho + d\rho. \tag{22}$$

Using the Taylor expansion in Eqs. (19)–(21) the contribution to the potential at a point $A(\rho_A, \xi_A)$ lying in the areas I, II or III, respectively, is given by

$$d\Phi_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V(\rho)}{\pi} n\rho W_n(\rho, \rho_0) \frac{I_0(n\rho_A)}{I_0(n\rho_0)} \sin n\xi_A d\rho, \tag{23}$$

$$d\Phi_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V(\rho_A)}{\pi} n\rho_A W_n(\rho_A, \rho_0) \frac{I_0(n\rho_A)}{I_0(n\rho_0)} \sin n\xi_A d\rho_A, \tag{24}$$

$$d\Phi_3 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V(\rho)}{\pi} n\rho W_n(\rho_A, \rho_0) \frac{I_0(n\rho)}{I_0(n\rho_0)} \sin n\xi_A d\rho. \tag{25}$$

In these formulas the notation $W_n(x, y)$ is used:

$$W_n(x, y) = I_0(nx)K_0(ny) - I_0(ny)K_0(nx). \tag{26}$$

Both Eqs. (23) and (25) are equal to Eq. (24) if ρ becomes ρ_A , while V is chosen as a function of ρ expressed by $V = V(\rho)$.

If the potential on the boundary $0 \leq r \leq R_0$ and $z = 0$ is given as a function of r , then it can be proven that the potential contribution of this potential overlay to the potential at a point $A(r_A, z_A)$ is given by

$$\Phi(\rho_A, \xi_A) = \int_0^{\rho_A} d\Phi_3 + \int_{\rho_A}^{\rho_0} d\Phi_1. \tag{27}$$

In a similar manner the contribution to the potential at any point of the cylindrical volume from a potential overlay on the surface $0 \leq r \leq R_0$ and $z = d$ can be derived, which results in formulas like Eqs. (23)–(25), where the minus sign must be replaced by $(-1)^n$.

A potential overlay on the cylinder wall according to Fig. 2, gives the simple solution

$$\Phi_4 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2V}{n\pi} (\cos n\xi_1 - \cos n\xi_2) \frac{I_0(n\rho)}{I_0(n\rho_0)} \sin n\xi. \tag{28}$$

A also differential form can be derived assuming $\xi_2 - \xi_1 = d\xi$ and using a Taylor expansion on the trigonometric functions. The contribution to the potential at any point $A(r_A, z_A)$ of the volume is given by

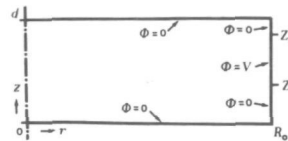


FIG. 2. Axial cross section of a cylinder with a potential overlay on the cylinder side wall.

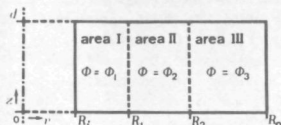


FIG. 3. Axial cross section of a toroidal volume with a rotation-symmetrical potential overlay on the bottom surface.

$$d\Phi_4 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2V(\xi)}{\pi} \frac{\sin n \xi_A I_0(n\rho_A)}{I_0(n\rho_0)} \sin n \xi d\xi. \tag{29}$$

III. POTENTIAL SOLUTION IN A TORUS WITH RECTANGULAR SECTIONAL SHAPE

Let us now assume the toroidal configuration according to Fig. 3. The boundary conditions in area I are given by

$$R_1 \leq r < R_2; \quad z = 0: \quad \Phi_1 = 0, \quad R_1 \leq r \leq R_2; \\ z = d: \quad \Phi_1 = 0, \quad r = R_1; \quad 0 \leq z \leq d: \quad \Phi_1 = 0. \tag{30}$$

The boundary conditions of areas II and III are equal to those of Eqs. (11) and (12), respectively, and the conditions on the common boundaries $r=R_1$ and $r=R_2$ with $0 < z \leq d$ are equal to Eqs. (13) and (14).

Satisfying the boundary conditions for $z=0$ and $z=d$ gives, similar to Eqs. (15)–(17), the following expressions:

$$\Phi_1 = \sum_{n=1}^{\infty} [O_{n_1} I_0(n\rho) + P_{n_1} K_0(n\rho)] \sin n \xi, \tag{31}$$

$$\Phi_2 = \sum_{n=1}^{\infty} [O_{n_2} I_0(n\rho) + P_{n_2} K_0(n\rho)] \sin n \xi + \frac{\pi - \xi}{\pi} V, \tag{32}$$

$$\Phi_3 = \sum_{n=1}^{\infty} [O_{n_3} I_0(n\rho) + P_{n_3} K_0(n\rho)] \sin n \xi. \tag{33}$$

Equations (18) are also valid.

The coefficients O_{n_1} , P_{n_1} , O_{n_2} , P_{n_2} , O_{n_3} , and P_{n_3} can be formed by satisfying the boundary conditions for $r=R_1$, R_2 , R_1 and R_0 , which leads to

$$O_{n_1} = -\frac{2V}{\pi} [S_n K_0(n\rho_0) K_0(n\rho_1) + T_n I_0(n\rho_0) K_0(n\rho_1)], \tag{34}$$

$$P_{n_1} = \frac{2V}{\pi} [S_n K_0(n\rho_0) I_0(n\rho_1) + T_n I_0(n\rho_0) I_0(n\rho_1)], \tag{35}$$

$$O_{n_2} = -\frac{2V}{\pi} [S_n K_0(n\rho_0) K_0(n\rho_1) + T_n I_0(n\rho_0) K_0(n\rho_1) \\ + \rho_1 K_1(n\rho_1)], \tag{36}$$

$$P_{n_2} = \frac{2V}{\pi} [S_n K_0(n\rho_0) I_0(n\rho_1) + T_n I_0(n\rho_0) I_0(n\rho_1) \\ - \rho_1 I_1(n\rho_1)], \tag{37}$$

$$O_{n_3} = -\frac{2V}{\pi} [S_n K_0(n\rho_0) K_0(n\rho_1) + T_n K_0(n\rho_0) I_0(n\rho_1)], \tag{38}$$

$$P_{n_3} = \frac{2V}{\pi} [S_n I_0(n\rho_0) K_0(n\rho_1) + T_n I_0(n\rho_0) I_0(n\rho_1)]. \tag{39}$$

In these equations

$$S_n = [\rho_2 I_1(n\rho_2) - \rho_1 I_1(n\rho_1)] [W_n(\rho_0, \rho_1)]^{-1} \tag{40}$$

and

$$T_n = [\rho_2 K_1(n\rho_2) - \rho_1 K_1(n\rho_1)] [W_n(\rho_0, \rho_1)]^{-1}. \tag{41}$$

If the width of area II becomes extremely small a differential notation for the potential contribution in any point of the torus is possible. Therefore the short Eqs. (40) and (41) can be modified to

$$dS_n = n\rho I_0(n\rho) d\rho [W_n(\rho_0, \rho_1)]^{-1} \tag{42}$$

and

$$dT_n = -n\rho K_0(n\rho) d\rho [W_n(\rho_0, \rho_1)]^{-1}, \tag{43}$$

which results in a contribution to the potential at any point $A(r_A, z_A)$ of the torus according to the following formulas:

Point A in area I

$$d\Phi_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V(\rho)}{\pi} \frac{W_n(\rho_A, \rho_1)}{W_n(\rho_0, \rho_1)} W_n(\rho, \rho_0) n\rho \sin n \xi_A d\rho; \tag{44}$$

point A in area II

$$d\Phi_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V(\rho_A)}{\pi} \frac{W_n(\rho_A, \rho_1)}{W_n(\rho_0, \rho_1)} W_n(\rho_A, \rho_0) n\rho_A \sin n \xi_A d\rho_A; \tag{45}$$

point A in area III

$$d\Phi_3 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V(\rho)}{\pi} \frac{W_n(\rho_A, \rho_0)}{W_n(\rho_0, \rho_1)} W_n(\rho, \rho_1) n\rho \sin n \xi_A d\rho. \tag{46}$$

Now it is easy to see that Eqs. (44) and (46) becomes Eq. (45), if ρ becomes ρ_A . As in Eq. (27) it can be proven that a rotation-symmetrical potential overlay on the bottom surface of the torus leads to the potential contribution at a point $A(r_A, z_A)$ of this torus:

$$\Phi(\rho_A, \xi_A) = \int_{\rho_1}^{\rho_A} d\Phi_3 + \int_{\rho_A}^{\rho_0} d\Phi_1. \tag{47}$$

Also a potential overlay on the top surface of the torus gives analytical formulas according to Eqs. (44)–(46) where the minus sign must be replaced by $(-1)^n$. A potential overlay on the torus side wall according to Fig. 4 gives the solution

$$\Phi_4 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2V}{n\pi} \frac{W_n(\rho, \rho_1)}{W_n(\rho_0, \rho_1)} (\cos n \xi_2 - \cos n \xi_1) \sin n \xi. \tag{48}$$

The differential form if $\xi_2 = \xi_1 + d\xi = \xi + d\xi$ gives for point $A(r_A, z_A)$

$$d\Phi_4 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2V(\xi)}{\pi} \frac{W_n(\rho_A, \rho_1)}{W_n(\rho_0, \rho_1)} \sin n \xi_A \sin n \xi d\xi. \tag{49}$$

The total contribution to the potential at point A due to a potential overlay on the outer torus side wall is given

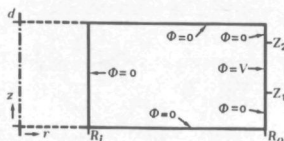


FIG. 4. Axial cross section of a torus with a potential overlay on the outer torus side wall.

by

$$\Phi(\rho_A, \xi_A) = \int_0^{\xi} d\Phi_k \tag{50}$$

The formulas expressing a potential contribution produced by a potential overlay on the inner torus side wall can be derived from Eqs. (48) and (49) by changing $W_n(\rho, \rho_0)$ to $W_n(\rho, \rho_0)$.

IV. THE FORMULAS FOR A CYLINDER COMPARED WITH THE FORMULAS FOR A TORUS

Before comparing the formulas for a cylinder with those of a torus we must consider a few relations for modified Bessel functions. If the argument x becomes zero the following expressions are valid:

$$x \rightarrow 0: I_0(x) \rightarrow 1, \quad K_0(x) \rightarrow \infty \tag{51}$$

and

$$W_n(x_1, x) / W_n(x_2, x) \rightarrow I_0(nx_1) / I_0(nx_2), \tag{52}$$

$$K_0(nx) / W_n(x_2, x) \rightarrow 1 / I_0(nx_2), \tag{53}$$

$$1 / W_n(x_2, x) \rightarrow 0. \tag{54}$$

If we let the radius of the inner torus side wall R_i decrease to zero it can be proven simply with the aid of Eqs. (51)–(54) that all the formulas for the torus change into the formulas for the cylinder.

V. POSSIBLE BOUNDARY CONDITIONS FOR ANALYTICAL SOLUTIONS AND FORMULAS FOR NUMERICAL CALCULATIONS

The boundary conditions for analytical solutions of the potential contributions in the cases of cylinder side wall and inner or outer toroid side wall potential overlays are simple: any rotation-symmetrical potential overlay given as a function of the z coordinate that can be developed into a Fourier series is applicable. For creating analytical solutions in the cases of rotation-symmetrical potential overlays on the bottom or top planes of the cylinder or torus the following analytical integrations must be possible:

$$\int xf(x)I_0(x) dx \quad \text{and} \quad \int xf(x)K_0(x) dx. \tag{55}$$

This implies that the function $f(x)$ is given by

$$f(x) = A + B \ln x, \tag{56}$$

where A and B are constants yet to be chosen. The two integrations lead to

$$\int x(A + B \ln x)I_0(x) dx = x(A + B \ln x)I_1(x) - BI_0(x) + C \tag{57}$$

and

$$\int x(A + B \ln x)K_0(x) dx = -x(A + B \ln x)K_1(x) - BK_0(x) + C. \tag{58}$$

In both equations C is the integration constant.

If the potential overlay on these bottom or top planes cannot be integrated in combination with $xI_0(x)$ or $xK_0(x)$,

then these areas be analytically divided into a great number of ring-formed areas. Let the average radius of such a ring be R_k and the width ΔR_k , while the average value for the potential is $V(R_k)$ or $V(\rho_k)$ using the notation of Eq. (18); then in the case of a cylinder formulas (23) and (25) can be modified into the contribution of the ring with index k :

$\rho_k \geq \rho_A$:

$$\Delta\Phi_{k_1} = \sum_{n=1}^N \frac{-2V(\rho_k)}{\pi} n\rho_k W_n(\rho_k, \rho_0) \frac{I_0(n\rho_A)}{I_0(n\rho_0)} \sin(n\xi_A) \Delta\rho_k, \tag{59}$$

$\rho_A \geq \rho_k$:

$$\Delta\Phi_{k_2} = \sum_{n=1}^N \frac{-2V(\rho_k)}{\pi} n\rho_k W_n(\rho_A, \rho_0) \frac{I_0(n\rho_k)}{I_0(n\rho_0)} \sin(n\xi_A) \Delta\rho_k. \tag{60}$$

The number of terms N that is taken into account fixes the accuracy of these contributions. Asymptotic expansions of modified Bessel functions lead to the approximating contribution of the N th term:

$$\Delta\Phi_{k_1}(N) = \frac{-V(\rho_k)}{\pi} \left(\frac{\rho_k \rho_0}{\rho_A^2}\right)^{1/2} \left\{ \exp[-N(2\rho_0 - \rho_A - \rho_k)] - \exp[-N(\rho_k - \rho_A)] \right\}, \tag{61}$$

$$\Delta\Phi_{k_2}(N) = \frac{-V(\rho_k)}{\pi} \left(\frac{\rho_0}{\rho_A}\right)^{1/2} \left\{ \exp[-N(2\rho_0 - \rho_A - \rho_k)] - \exp[-N(\rho_A - \rho_k)] \right\}. \tag{62}$$

From Eqs. (61) and (62) it can be seen that the contribution decreases exponentially with increasing value of $|\rho_k - \rho_A|$ and of N .

The total potential at the point $A(\rho_A, \xi_A)$ due to a potential overlay on the bottom plane of the cylinder is then given by

$$\Phi(\rho_A, \xi_A) = \sum_{k=0}^{k=A} \Delta\Phi_{k_2} + \sum_{k=A}^{k=\infty} \Delta\Phi_{k_1}. \tag{63}$$

In this notation the meaning of k is given by the following k is an integer and $k=0: \rho_k=0, k=A: \rho_k=\rho_A, k=\infty: \rho_k=\rho_0$.

A potential overlay on the top plane of the cylinder can be calculated also. Similar equations can be derived for the torus from Eqs. (44) and (46).

VI. CONCLUSIONS

With the equations derived before, it is possible to calculate the potential at any point in a cylinder or torus with rectangular sectional shape and (as far as it concerns the potential) rotation-symmetrical boundary conditions. The accuracy of the calculations only depends on the fineness of the division in ring-formed areas of the boundaries and the accuracy with which the contribution of each ring is calculated. This calculation method saves a great amount of computer memory in relation to the relaxation method if extreme accuracy is

necessary. It has the additional advantage that only calculations of the area of interest have to be made.

After defining the surface charge density on the boundaries, if they are concentric conductors, charge calculations and capacitance calculations of several interesting guard-ring capacitors with modified edge geometry are possible.⁴ If the potential in the gap between two concentric electrodes is known, gap correction formulas can be derived.

¹I. N. Sneddon, *Special Functions of Mathematical Physics and Chemistry* (Oliver & Boyd, London, 1966).

²F. E. Relton, *Applied Bessel Functions* (Dover, New York, 1965).

³G. N. Watson, *Theory of Bessel Functions* (Cambridge U. P., Cambridge, 1952).

⁴W. Chr. Heerens and F. C. Vermeulen, *J. Appl. Phys.* **46**, 2496-2490 (1975).

APPENDIX II

GEMODIFICEERDE BESSELFUNCTIES EN HUN BETREKKINGEN.

In de dissertatie is veelvuldig gebruik gemaakt van gemodificeerde Besselfuncties en hun onderlinge betrekkingen.

Van de meest gebruikte betrekkingen volgt hier een overzicht.

1. Definitie van de gemodificeerde Besselfuncties.

Indien men te maken heeft met de volgende differentiaalvergelijking

$$\frac{d^2 U}{du^2} + \frac{1}{u} \frac{dU}{du} - \left[1 + \frac{n^2}{u^2} \right] U = 0, \quad (\text{A. II. 1})$$

dan is dit de differentiaalvergelijking van Bessel en $I_n(u)$ en $K_n(u)$ zijn de gemodificeerde Besselfunctie van de n^{e} orde en respectievelijk de 1^{e} en 2^{e} soort, die in een lineaire combinatie aan deze differentiaalvergelijking voldoen, zodat geldt

$$U = C_1 I_n(u) + C_2 K_n(u), \quad (\text{A. II. 2})$$

met C_1 en C_2 willekeurige constanten.

2. De polynoomvoorstelling van de gemodificeerde Besselfuncties.

Bij orde n en argument u geldt

$$I_n(u) = \left(\frac{1}{2}u\right)^n \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{2}u\right)^{2m}}{m!(m+n)!} \quad (\text{A. II. 3})$$

en

$$K_n(u) = (-1)^{n+1} \cdot I_n(u) \left[\ln\left(\frac{1}{2}u\right) + \gamma \right] + \frac{1}{2} \sum_{r=0}^{n-1} \frac{(-1)^r (n-r-1)!}{r!} \left(\frac{1}{2}u\right)^{-n+2r} + \frac{1}{2} (-1)^n \sum_{r=0}^{\infty} \frac{1}{r!(n+r)!} \left[\sum_{s=1}^r \frac{1}{s} + \sum_{s=1}^{r+n} \frac{1}{s} \right] \left(\frac{1}{2}u\right)^{n+2r}, \quad (\text{A. II. 4})$$

met

$$\gamma = \lim_{k \rightarrow \infty} \left[\sum_{m=1}^k \frac{1}{m} - \ln(k) \right]. \quad (\text{A. II. 5})$$

3. Limietwaarden voor kleine argumenten in de gemodificeerde Besselfuncties.

Voor argument u nadert tot nul gelden de volgende betrekkingen

$$I_n(u) \approx \frac{\left(\frac{1}{2}u\right)^n}{n!}, \quad (\text{A. II. 6})$$

$$K_0(u) \approx -\ln(u), \quad (\text{A. II. 7})$$

$$K_n(u) \approx \frac{1}{2} (n-1)! \left(\frac{1}{2}u\right)^{-n}. \quad (\text{A. II. 8})$$

4. Asymptotische ontwikkelingen voor grote argumenten.

Als geldt: $\mu = 4n^2$, dan geldt voor grote argumenten u

$$I_n(u) \approx \frac{e^u}{\sqrt{2\pi u}} \left[1 - \frac{\mu-1}{8u} + \frac{(\mu-1)(\mu-3^2)}{2!(8u)^2} - \frac{(\mu-1)(\mu-3^2)(\mu-5^2)}{3!(8u)^3} + \dots \right] \quad (\text{A. II.9})$$

en

$$K_n(u) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2u}} e^{-u} \left[1 + \frac{\mu-1}{8u} + \frac{(\mu-1)(\mu-3^2)}{2!(8u)^2} + \frac{(\mu-1)(\mu-3^2)(\mu-5^2)}{3!(8u)^3} + \dots \right] \quad (\text{A. II.10})$$

5. Relaties tussen gemodificeerde Besselfuncties en hun afgeleiden.

Algemeen geldt

$$\left(\frac{1}{u} \frac{d}{du} \right)^k \left[u^n I_n(u) \right] = u^{n-k} I_{n-k}(u) \quad (\text{A. II.11})$$

en

$$\left(\frac{1}{u} \frac{d}{du} \right)^k \left[u^n K_n(u) \right] = (-1)^k u^{n-k} K_{n-k}(u). \quad (\text{A. II.12})$$

In het bijzonder geldt

$$I_0'(u) = I_1(u), \quad (\text{A. II.13})$$

$$K_0'(u) = -K_1(u), \quad (\text{A. II.14})$$

$$I_1'(u) = I_0(u) - \frac{1}{u} I_1(u), \quad (\text{A. II.15})$$

$$K_1'(u) = -K_0(u) - \frac{1}{u} K_1(u). \quad (\text{A. II.16})$$

6. Relatie van Wronski.

Voor gemodificeerde Besselfuncties geldt onder meer de volgende relatie van Wronski

$$I_n(u) K_{n+1}(u) + I_{n+1}(u) K_n(u) = \frac{1}{u}. \quad (\text{A. II.17})$$

Voor gedetailleerd uitgewerkte theorie kan verwezen worden naar standaardwerken van Sneddon⁹¹, Relton⁹² en Watson⁹³, terwijl in het handboek voor mathematische functies van Abramowitz en Stegun⁹⁴ veel betrekkingen zijn te vinden, waaronder ook polynoombenaderingen voor numerieke verwerking.

LITERATUUR.

1. RUTHBERG, S. *J. Vac. Sci. & Technol.* 9 (1972) 186-195
2. ZEMANSKY, M.W. *Heat and Thermodynamics 5th Edition* (1968)
McGraw-Hill Kogakusha, Ltd.
3. ISO/R31/III *Quantities and Units of Mechanics* (1960)
4. ISO 31/0 *General Introduction to ISO 31* (1974)
General Principles concerning Quantities, Units and Symbols
5. BLEANEY, B.I. *Electricity and Magnetism 3rd Edition* (1976)
BLEANEY, B. Oxford University Press
6. HEERENS, W.CHR. *J. Appl. Phys.* 47 No. 8 (1976) 3740-3744
Zie ook Appendix I
7. WARBURG, E. *Ann. d. Phys.* 23 (1907) 209
LEITHAUSER, G.
8. KORNFELD, G. *Z. phys. Chem.* B4 (1929) 37
KLINGER, E.
9. GIBSON, G.E. *Proc. R. Soc. Edin.* 33 (1912) 1
10. JACKSON, C.G. *J. Chem. Soc.* 99 (1911) 1056
11. SEELIGER, R. *Phys. Z.* 27 (1926) 732
12. GREGOROVICI, R. *Z. techn. Phys.* 20 (1939) 102
13. KENTY, C. *Rev. Sci. Instrum.* 11 (1940) 377-386
14. SCHEEL, K. *Verh. D. Phys. Ges.* 11 (1909) 1
HEUSE
15. BUCK, W.E. *Rev. Sci. Instrum.* 19 (1948) 678-684
BARKAS, W.H.
16. MOSER, H. *Ann. d. Phys.* 14 (1932) 790
17. DANIELS, F. *J. Am. Chem. Soc.* 42 (1920) 1131
BRIGHT, A.C.
18. KARRER, S. *J. Indust. Eng. & Chem.* 19 (1922) 1015
JOHNSTON, E.H.
WULF, O.R.
19. DANIELS, F. *J. Am. Chem. Soc.* 50 (1928) 1115
20. BLOM, E.C. *Instruments* 23 (1950) 903
21. KABESH, A. *J. Chem. Soc.* (1951) 3252-3253
NYHOLM, R.S.
22. DIBELER, V.H. *J. Res. Nat. Bur. Stand.* 46 RP2167 (1951) 1-4
CORDERO, F.
23. GREENOUGH, M.L. *J. Res. Nat. Bur. Stand.* 46 RP2168 (1951) 5-10
WILLIAMS, W.E.

LITERATUUR (vervolg)

- | | | |
|---|--|----------------|
| 24. LORANT, M. | <i>Electr. Eng.</i> 24 | (1952) 80 |
| 25. KAECHLE, W.H.
BROMBACHER, W.G. | <i>N.B.S. Report No 2621</i> | (1953) |
| 26. McHUGO, J.W.
OLIVER, W.L. | <i>Vacuum</i> 15, No 3 | (1965) 117-122 |
| 27. SHEFT, I. | <i>Rev. Sci. Instrum.</i> 37 | (1966) 767-768 |
| 28. CHYTRY, V.
LIM, D. | <i>J. Sci. Instrum Ser.2</i> 1, 9 | (1968) 964-965 |
| 29. MATHESON, H.
EDEN, M. | <i>Rev. Sci. Instrum.</i> 19 | (1948) 502-506 |
| 30. THUREAU, P.
LEURIERE, B. | <i>C. R. Acad. Sci. Paris</i> 254, 4 | (1962) 629-631 |
| 31. HAYASHI, C.
TSUKAKOSHI, O. | <i>Jap. J. Appl. Phys.</i> 3, 7 | (1964) 425-428 |
| 32. TSUKAKOSHI, O.
MURAKAMI, K.
HAYASHI, C. | <i>Vacuum</i> 14, 11 | (1964) 425-427 |
| 33. LEYBOLD-HERAEUS
SOGEV | <i>Bulletins LHS 510 & LHS 511</i> | (1975) |
| 34. SCHUSTER, G.M. | <i>IEEE Trans. Vol. IECI-25</i> , 1 | (1978) 29-38 |
| 35. OLSON, A.R.
HIRST, L.L. | <i>J. Am. Chem. Soc.</i> 51 | (1929) 2378 |
| 36. SOMMERMEYER, K. | <i>Z. phys. Chem.</i> A155 | (1931) 208 |
| 37. COOK, D.B.
DANBY, C.J. | <i>J. Sci. Instrum.</i> 30 | (1952) 238-240 |
| 38. PERLS, T.A.
KAECHLE, W.H.
GOALWIN, D.S. | <i>N.B.S. Report No 2165</i> | (1953) |
| 39. SUYATIN, P.E.
BULOBUYER, P.V. | <i>Works Laboratory</i> 30, 3 | (1964) 374 |
| 40. RONY, P.R. | <i>U.S. Atom Energy Comm. UCRL-16073</i> | (1965) |
| 41. HORCIK, L.
MASTNER, J.
SIMEK, J. | <i>Vakuum-Technik</i> 17, 9 | (1968) 232-236 |
| 42. DIMEFF, J.
LANE, J.W.
COON, G.W. | <i>Rev. Sci. Instrum.</i> 33, 8 | (1962) 804-811 |

LITERATUUR (vervolg)

43. DUSHMAN, S. *Scientific Foundation of Vacuum Technique 2nd Ed.*
Rev. Editor: New York/ London, John Wiley & Sons, Inc.
LAFFERTY, J.M. (1962)
44. ALPERT, D. *Rev. Sci. Instrum.* 22 (1951) 370-371
MATLAND, C.G.
McCOUBREY, A.O.
45. BECKER, E.W. *Z. Angew. Phys.* 4 (1952) 20-22
STEHL, O.
46. RIDEAL, E.K. *J. Sci. Instrum.* 32, 9 (1955) 349-350
ROBERTSON, A.J.B.
47. BEYNON, J.D.E. *J. Sci. Instrum.* 41, 2 (1964) 111-112
CAIRNS, R.B.
48. MKS-INTRUMENTS INC. *MKS BARATRON^R 170 SERIES techn. data suppl.A.* (1977)
49. DATAMETRICS *CATALOG No. 2500, Bulletin 2500A & 2500B* (1974)
SUBS. ITE IMP. CORP.
50. OPSTELTEN, J.J. *Appl. Sci. Res.* 4B (1955) 329-336
WARMOLTZ, N.
51. RADEMAKERS, A. *Philips Techn. Rev.* 9 (1947) 330
52. ZAALBERG *Philips Techn. Rev.* 9 (1947) 357
VAN ZELST, J.J.
53. OPSTELTEN, J.J. *Appl. Sci. Res.* 6B (1956) 124-136
WARMOLTZ, N.
ZAALBERG
VAN ZELST, J.J.
54. ATLAS-WERK AG. *Regelungstechnik* 5, 10 (1957) 374-375
BREMEN
55. DRAWIN, H.W. *Vakuum-Technik* 7, 8 (1958) 177-185
56. DRAWIN, H.W. *Z. Instrum.* 68, 1 (1960) 1-8
57. DRAWIN, H.W. *GIT Fachzeitschrift f.d. Labor.* 4 (1960) 171-177
58. FRANK, P. *ATM.*, No 352 (1965) 49-52
59. PRESSEY, D.C. *J. Sci. Instrum.* 30 (1953) 20-24
60. BAXTER, I.G. *J. Sci. Instrum.* 30 (1953) 456-457
61. MILAZZO, G. *Z. Elektr. Chem.* 60, 2 (1956) 185-188
62. UTTERBACK, N.G. *Rev. Sci. Instrum.* 37, 7 (1966) 866-870
GRIFFITH Jr, T.

LITERATUUR (vervolg)

- | | | | |
|---|--|--------|---------|
| 63. BROMBERG, J.P. | <i>J. Vac. Sci. & Technol.</i> 6, 5 | (1969) | 801-808 |
| 64. GASCOIGNE, J. | <i>Vacuum</i> 21, 1/2 | (1971) | 21-26 |
| 65. LORIOT, G.
MORAN, T. | <i>Rev. Sci. Instrum.</i> 46, 2 | (1975) | 140-143 |
| 66. VAN ZIJL, B. | <i>Rev. Sci. Instrum.</i> 47, 9 | (1976) | 1214-12 |
| 67. PEGGS, G.N. | <i>Vacuum</i> 26, 8 | (1976) | 321-328 |
| 68. NORSTROM, H.
BERG, S.
ANDERSSON, L.P. | <i>Vacuum</i> 27, 3 | (1977) | 99-101 |
| 69. TIMOSHENKO, S.P.
WOINOWSKY-
KRIEGER, S. | <i>Theory of Plates and Shells</i> 2nd Ed.
McGraw-Hill Kogakusha, Ltd. | (1959) | |
| 70. NÁDAI, A. | <i>Elastische Platten</i>
Berlin | (1925) | |
| 71. KÁRMÁN, TH. VON | <i>Encyklopädie der Mathematischen
Wissenschaften</i> Vol.IV ₄ | (1910) | |
| 72. FÖPPL, A. | <i>Vorlesungen über Technische Mechanik</i>
Band 5
Teubner, Leipzig | (1922) | |
| 73. FEDERHOFER, K. | <i>Eisenbau</i> , Vol 9. | (1918) | 152 |
| 74. HENCKY, H. | <i>Z. Math. Physik</i> , Vol 63 | (1915) | 311-31 |
| 75. FRIEDRICHS, K.O. | <i>Proc. Symposia Appl. Math.</i> , Vol. 1 | (1949) | 188 |
| 76. ECK, B. | <i>Z. angew. Math. Mech.</i> , Vol. 7 | (1927) | 498 |
| 77. MCPHERSON, A.
RAMBERG, W.
LEVY, S. | <i>NACA Rept.</i> 744 | (1942) | |
| 78. WAY, S. | <i>Trans. ASME</i> , Vol 56 | (1934) | 627 |
| 79. FÖPPL, A.
FÖPPL, L. | <i>Drang und Zwang</i> , 1 Band
Verlag R. Oldenburg, Berlin | (1920) | |
| 80. TREFFTZ, E. | <i>Handbuch der Physik</i> , Band VI
<i>Mechanik der Elastischen Körper</i> | | 84-85 |
| 81. GECKELER, J.W. | <i>Handbuch der Physik</i> . Band VI
<i>mechanik der Elastischen Körper</i> | | 230-23 |

LITERATUUR (vervolg)

82. VERMEULEN, F.C. *Afstudeerverslag TH-Delft Afd. Techn. Natuurk.* (1975)
83. HEERENS, W.CHR.
VERMEULEN, F.C. *J. Appl. Phys.* 46 (1975) 2486-2490
84. MOON, C.
SPARKS, C.M. *J. Res. Nat. Bur. Stand.* 41 RP1935 (1948) 497-507
85. BROWN, M.A.
BULLEID, C.E. *J. Phys. E.* 11 (1978) 429-432
86. WHITE, G.K. *Cryogenics* 1 (1961) 151-158
87. COLLINS, J.G.
WHITE, G.K. *Prog. Low Temp. Phys.* 4 (1964) 450-479
88. MAXWELL, J.C. *A Treatise on Electricity and Magnetism, Vol I* (1873)
Clarendon, Oxford
89. GENERAL RADIO
INC. *Type 1615-A Capacitance Bridge
Manual* (1966) 19-32
90. HERSH, J.F. *General Radio Experimenter* 33, 7 (1959)
91. SNEDDON, I.N. *Special Functions of Mathematical
Physics and Chemistry.* (1966)
Oliver & Boyd, London
92. RELTON, F.E. *Applied Besselfunctions* (1965)
Dover, New York
93. WATSON, G.N. *Theory of Besselfunctions* (1952)
Cambridge U.P., Cambridge
94. ABRAMOWITZ, M.
STEGUN, I.A. *Handbook of Mathematical Functions* (1970)
Dover, New York
95. MICHAELSON, H.B. *J. Appl. Phys.* 21 (1950) 536
96. THOMPSON, A.M.
LAMPARD, D.G. *Nature* 177 (1956) 888
97. THOMPSON, A.M. *Proc. I.E.E. Monograph No 216M* (1957) 307-310
98. JONES, R.V.
RICHARDS, J.C.S. *J. Phys. E: Sci. Instrum.* 6 (1973) 589-600
99. GARRATT, J.D. *J. Phys. E: Sci. Instrum.* 12 (1979) 563-573

SAMENVATTING.

Het formuleren van de theoretische voorwaarden, waaraan een membraandrukverschilmeter moet voldoen om als absoluut meetinstrument gekwalificeerd te kunnen worden en het onderzoek aan concrete praktische uitvoeringsvormen zijn onderzocht, omdat in de wereld van de vacuümtechniek reeds ettelijke decennia lang de noodzaak onderkend wordt om het beschikbaar areaal van absolute drukmeters -welke qua drukgebied onderling slecht aansluiten, vaak geringe zuiverheden bezitten, doorgaans moeilijk hanteerbaar zijn en veelal een grote beïnvloeding van de te meten druk opleveren- te vervangen door één meter, die naast een vooraf bepaalde en tijdens het meetproces controleerbare meterconstante, een groot drukbereik, een grote gevoeligheid en een grote zuiverheid bezit, terwijl een geringe beïnvloeding van het gemetene gegarandeerd wordt.

De bestaande capacitieve membraandrukverschilmeters voldoen wel aan de gestelde eisen ten aanzien van gevoeligheid, drukbereik en beïnvloeding van het gemetene, maar de bepaalbaarheid van de meterconstante en de zuiverheid van meten leveren principieel theoretische problemen op, terwijl bovendien in bestaande uitvoeringsvormen door externe storingen -voornamelijk die van thermische aard- de ondergrens van het meetbereik zeer nadelig beïnvloed wordt.

Door mathematische beschrijving van het uitwijkingprofiel van cirkelvormig ingeklemde gespannen dunne platen onder invloed van rotatie-symmetrische, in radiale richting stapvormige belastingen enerzijds en analytische bepalingen van de elektrostatische krachtwerking en berekening van capaciteitswaarden tussen rotatie-symmetrische elektrodes in cirkelcilindrische ruimten met rechthoekige doorsnedes anderzijds, zijn genoemde theoretische problemen tot oplossing gebracht.

Door de keuze van het instelkenmerk, dat bestaat uit een systeem van coplanair concentrisch ringvormige elektrodes, die tesamen met het membraan een differentiaalcondensator vormen, wordt niet meer -zoals tot op heden gebruikelijk bij capacitieve membraandrukverschilmeters- de uitwijking, maar de doorbuiging van het membraan onder invloed van de belasting bepaald.

Bij het elektrostatisch terugtrekken van het membraan door op alle coplanaire elektrodes ten opzichte van het membraan een spanning aan te brengen, waarbij hernieuwd vlak zijn van het membraan als instelcriterium wordt gebruikt, is het verband tussen terugtrekspanning en mechanisch drukverschil in principe vooraf bepaalbaar en tijdens het meetproces controleerbaar.

Bij de onderzochte praktische uitvoeringsvormen werd door golving in de membraanspanning de meterconstante vooralsnog onvoldoende betrouwbaar.

Wel boden de grote thermische stabiliteit, reproduceerbaarheid en lineariteit van het detectiesysteem de mogelijkheid om de capacitieve membraandrukverschilmeter toch in absolute zin te iken door de doorzakking van het membraan bij kanteling van de meter in het zwaartekrachtsveld als absoluut kalibratiepunt te gebruiken.

De ontwikkelde capacitieve meetssystemen lenen zich voor een veel groter aantal toepassingen dan alleen het hier besprokene.

SUMMARY.

The formulation of theoretical conditions, that have to be satisfied by a membrane differential pressure gauge in order to be qualified as an absolute instrument for pressure measurements and the investigations on concrete practical designs has been undertaken, because of the fact that in the world of vacuum technique already for a period of several decennia the necessity of replacing the available absolute pressure gauges -from which can be said that their pressure definition areas are mostly badly connected, their accuracies are at a rather low level, they are difficult to handle and cause mostly undesired influences on the pressure to be measured- by a single gauge from which not only the gauge factor is predictable and can be checked during measurements but also is equipped with a large pressure definition area, a high level accuracy and sensitivity and that causes hardly any influences on the pressure to be measured.

The existing capacitive membrane pressure gauges do satisfy the conditions of sensitivity, pressure definition area and influence on pressure, but the preliminary calculation of the gauge factor and the accuracy produce principal theoretical problems, while in existing designs external interferences -mainly due to thermal instabilities- cause disadvantageous effects on the minimum detectable pressure.

On the one hand by describing, in a mathematical way, the deflection of a circular clamped pre-stressed thin plate, laterally loaded by a rotation-symmetrical in radial direction step-shaped load, on the other hand by analytical calculations of electrostatic forces and capacitances between circular electrodes in cylindrical configurations with rectangular sectional shapes the already mentioned principal problems have been solved.

The choice of the detectionsystem, existing of a set of coplanar concentric ring-shaped electrodes, which form together with the membrane a differential capacitor, gives the possibility of detecting the bending of the membrane due to external loads and -which is common practice- no longer the deflection.

The gauge factor is calculable in the situation that all coplanar electrodes are set on a potential, differing from the membrane potential and the again obtained flatness is detected in a capacitive way.

The investigated practical designs based on this principle gave for the time being insufficient reliable gauge factors due to unflatness in the membrane clamps.

The high thermal stability, reproducibility and linearity of the chosen detection system have given the possibility of using the changes in bending of the membrane under its own weight in different orientations towards gravity as an absolute calibration.

The developed capacitive measurement systems can be used for much more applications as is mentioned here.

DANKBETUIGING.

Tot slot wil ik hierbij tegenover mijn promotor prof.dr. J. Kistemaker en mijn copromotor prof.dr.ir. W.T. Koiter mijn grote dank en erkentelijkheid uitspreken voor het feit dat beiden, na bestudering van het door mij in een laat stadium geleverde materiaal, ondanks beider drukke werkzaamheden, zich zonder meer bereid verklaarden om mij bij mijn promotie-activiteiten te begeleiden.

Prof.dipl.ing. J.B. Westerdijk wil ik dank zeggen voor het grote vertrouwen dat hij altijd in mij heeft getoond, hetgeen geresulteerd heeft in het opwekken van interesse in mijn werkzaamheden bij zijn vriend en mijn promotor.

Grote dank wil ik hierbij uitspreken tegenover die drie mensen, waarvan ik in een lange reeks van jaren zoveel steun heb mogen ontvangen en met wie ik zomogelijk de samenwerking nog lange tijd hoop te bestendigen.

In de eerste plaats mijn ex-collega Piet Zantman, de vroegere leider van de onderzoeksgroep 'Hoog Vacuüm'. Zijn vertrek vorig jaar betekende voor mij het wegvallen uit onze groep van iemand met grote organisatorische talenten, maar bovenal het wegvallen van een collega die onvoorwaardelijke collegialiteit en loyaliteit niet met de mond, maar met de daad bewees.

In de tweede plaats mijn collega en vroegere leermeester Oscar Schannen.

Met vreugde denk ik terug aan al die uren dat ik samen met hem gebrainstormed heb over allerlei meettechnische problemen, aan zijn altijd diepdoordachte suggesties zowel op het gebied van de instrumentatie als op dat van de theorie en aan zijn enthousiasme over de bereikte resultaten.

In de derde, maar niet in de minste plaats mijn assistent Henk Peerbolte. Zijn, vanuit de praktijk ontwikkelde, grote kennis van zaken op een zeer breed technisch gebied, maar vooral zijn telkens weer verwondering opwekkende inventiviteit alleen al maken hem voor mij onmisbaar. Wat zich tussen hem en mij in al die jaren aan positieve factoren in het menselijke vlak heeft geopenbaard laat zich hier niet beschrijven.

Verder wil ik dank zeggen aan Frits Vermeulen en Dirk van Essen voor de tijdens hun kandidaats en doctoraalstudie voor mij verrichte onderzoekingen. Ook de op dit moment in de groep werkzame studenten Gerrit Keizer, Koos van der Straaten en Hans van Kessel wil ik dank zeggen, deels voor de minutieus uitgevoerde experimenten van eerstgenoemde, de met enthousiasme aangedragen oplossingen voor constructieproblemen bij de bouw van het laatste prototype en deels voor de door hun drieën geleverde, vaak ongezoeten, veelal toch terechte kritiek op de concepte van deze dissertatie.

Ten slotte wil ik hierbij benadrukken dat ik, zonder verder namen te noemen, bijna niemand in de dienstverlenende groepen van het Laboratorium voor Technische Natuurkunde ken die niet op een gegeven moment, hetzij veel, hetzij geringe activiteiten heeft ontwikkeld ten dienste van mijn onderzoek.

Ik ben er mij volledig van bewust dat zonder hun inspanningen dit werk niet deze afronding zou hebben gekregen.

STELLINGEN

I

Zolang in bedrijfscommissies, welke geïnstalleerd worden ter bevordering van het gebruik van het SI, nog deskundigen worden benoemd, die de filosofie hebben dat men bij de groenteman op de hoek voortaan moet vragen naar 9.81 Newton aardappelen in plaats van 1 kilogram, omdat de brave man met een veerunster weegt, zolang zal er een aversie blijven bestaan tegen dit stelsel.

II

Het niet op de juiste wijze toepassen van schutringen is er de oorzaak van dat Jones en Richards in hun artikel wel van zeer gevoelige, maar niet van nauwkeurige capacitieve verplaatsingsmeters kunnen spreken.

JONES, R.V. *J. Phys. E: Sci. Instrum.* 6 (1973) 589-600
RICHARDS, J.C.S.

III

De filosofie dat een student natuurkunde geen praktijkstage buiten de muren van het laboratorium, waar hij wordt opgeleid, behoeft te doorlopen, omdat de experimentele omstandigheden elders in niets afwijken, is kortzichtig en achterhaald en zal in toenemende mate de plaatsbaarheid van de delftse natuurkundig ingenieur in nadelige zin beïnvloeden.

IV

Voor oplossing van de justeerproblemen in de holografie, maar ook in andere vakgebieden, leveren capacatieve verplaatsingsmeters en capacatieve positioneringssystemen van het drieklemstypen en meerklemstypen nog ongekennde mogelijkheden op.

V

Een belangrijk verschil tussen de opvattingen uit de vorige eeuw dat een stoomtrein uit den boze was, omdat de koeien langs de lijn geen melk meer zouden geven, terwijl de reizigers de adem zou worden benomen en de huidige aversie tegen invoering van kernenergie is de schaalfactor. Een in het oog springend punt van overeenkomst is de gemanipuleerde angst voor het onbekende.

VI

De analytische oplossingen van de differentiaalvergelijking van Laplace in rechte cirkelcilinders met rotatiesymmetrische potentiaalbeleggingen bieden de mogelijkheid tot contrôle en verdere verfining van de door Harting en Read gedane berekeningen aan elektrostatische lenzen.

HARTING, E. *Electrostatic Lenses* Elsevier, Amsterdam (1976)
READ, F.H.

HEERENS, W.C. *J. Appl. Phys.* 47 8 (1976) 3740-3744

VII

Om begripsverwarring te voorkomen bij het gebruik van het woord 'Transducer', daar waar 'Grootheidsomzetter' wordt bedoeld, is het aan te bevelen dit woord te vervangen door het begrip 'Transquantitor'.

VIII

Sinds het schrappen van het vak 'werktuigbouwkundig schetsen' uit het studiepakket van de delftse natuurkundestudie vertonen veel technische schetsen door studenten geleverd overeenkomsten met die van Leonardo da Vinci. Helaas ontbreekt het eerstgenoemden daarbij aan overeenkomstige talenten.

IX

De door Makow en Campbell voorgestelde ontwerpen voor toroïdale kruiscondensatoren zijn nog niet de meest eenvoudige vormen van berekenbare standaardcondensatoren zonder eindveld verstoringen. Het loslaten van de gedachte dat iedere elektrode op zich één ondeelbaar geheel moet zijn biedt hierbij meer perspectieven.

MAKOW, D. *Metrologia* 8
CAMPBELL, J.B.

(1972) 148-155

Stellingen behorende bij het proefschrift 'Theorie en praktijk van de absolute membraandrukverschilmeter' door W.Chr. Heerens

Delft

3 oktober 1979