

STOF OVERDRACHT NAAR EEN TRANSVERSAAL TRILLENDE DRAAD.

Slecht origineel

LABORATORIUM VOOR FYSISCHE TECHNOLOGIE.
DELFT.

AFSTUDEERVERSLAG.
D.W. WINK.
APRIL 1967.

Samenvatting.

Bij het onderzoek is de stofoverdracht naar een in vloeistof trillende draad gemeten als functie van de amplitude en de frequentie. De trilling vindt plaats in een plat vlak loodrecht op de draadas. De amplitude verloopt ongeveer sinusvormig, van nul op de bodem van het meetvat, tot een maximale waarde op de hoogte van het vloeistofniveau. Ook werd nog nagegaan of de hoogte van de vloeistof in het meetvat van invloed is op de stofoverdrachtscoëfficiënt. Dit bleek praktisch niet het geval, indien als karakterestieke waarde van de amplitude, de over de vloeistofhoogte gemiddelde waarde werd genomen.

Uit de metingen blijkt dat ongeveer geldt:

$$Sh = 25 \left(\frac{nD^2}{\nu} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{a}{D} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \pm 25 \%$$

Voor deze relatie is nog geen principiële verklaring te geven.

Inhoud.

	Pag.
Samenvatting	1
Inhoud	2
Literatuur	3
Symbolenlijst	4
I Inleiding	5
II Meetopstelling	6
III Meetmethode	12
III.1 Electrochemische methode ter bepaling van stofoverdrachtscoëfficiënten	12
III.2 Fotografische methode ter bepaling van de amplitude	15
IV Metingen en Resultaten	16
V Conclusies en Opmerkingen	19
V.1 Vergelijking met de stofoverdracht naar een oneindig lange getrokken draad	19
V.2 Vergelijking met de stofoverdracht naar dwars aangestroomde cylinders	20
V.3 Aanbevelingen	22
Appendix I. (Algolprogramma)	23
Appendix II. (Waarnemingen)	25
Grafieken	

Literatuur.

1. G.I.J. Tummers Afstudeerverslag;
Laboratorium voor Fysische
Technologie; 1966.
2. J.I. Dekker Afstudeerverslag;
Laboratorium voor Fysische
Technologie; 1965.
3. P.H. Vogtländer Afstudeerverslag;
Laboratorium voor Fysische
Technologie; 1962.
4. P. Noordsij Afstudeerverslag;
Laboratorium voor Fysische
Technologie; 1966.
5. H. Kramers Collegedictaat; Fysische
transportverschijnselen;
Delft, 1961.

Symbolenlijst.

A	draadoppervlak in de vloeistof	m^2
\bar{C}	gemiddelde $Fe(CN)_6^{4-}$ -ionenconcentratie	$Kmol/m^3$
C_o	concentratie van $Fe(CN)_6^{4-}$ aan het oppervlak van de draad	$Kmol/m^3$
D	draaddiameter	m
E	spanningsverschil tussen draad en referentie-electrode	V
F	constante van Faraday = $96,5 \cdot 10^6$	C/Kmol
K	stofoverdrachtscoëfficiënt	m/s
R_1, R_2 en R_3	weerstanden	
Sc	getal van Schmidt	
Sh	getal van Sherwood	
V_3	spanning over weerstand R_3	V
$\psi_{Fe(CN)_6^{4-}}$	stroombichtheid van de $Fe(CN)_6^{4-}$ ionen	$Kion/m^2s$
a	amplitude van de trilling	m
d, e, f en g	constanten	
h	hoogte vloeistof in meetvat	m
i	stroomsterkte	A
n	toerental	1/s
u_o	breedte van belichte streep op opname van de trillende draad	m
u_1	breedte van belichte streep op opname van de stilstaande draad	m
v	snelheid	m/s
ν	kinematische viscositeit	m^2/s

I. Inleiding.

Het onderzoek heeft tot doel de stofoverdracht naar een in vloeistof trillende draad te bepalen, waarbij de trilling transversaal is, en slechts in één plat vlak plaats vindt. De draad is ingeklemd in de bodem van een verticaal geplaatst cilindrisch vat, en wordt in trilling gebracht via een excentriek.

De grootheden waarvan de invloed op de stofoverdracht nagegaan wordt, zijn:

- de frequentie waarmee de draad trilt,
- de amplitude van de trilling,
- de vloeistofhoogte in het meetvat.

De metingen vormen een onderdeel van een onderzoek aan stofoverdracht naar een continue bundel draden, die in hun lengterichting door een vloeistof getrokken worden. In de praktijk doet zich dit probleem voor in de textielindustrie, waar een bundel draden door een spinbad getrokken wordt. Als onderdeel van dit onderzoek heeft Tummers (1) metingen gedaan aan stofoverdracht naar een oneindig lange draad, die verticaal, in de lengterichting, door een vloeistofbad getrokken wordt. Uit zijn resultaten blijkt dat trillingen van de draad weleens een grote invloed zouden kunnen hebben op de stofoverdracht.

II. Meetopstelling.

De opstelling (zie figuur 1) bestaat uit een verticaal cilindrisch vat, vervaardigd uit perspex (doorzichtig), aan de binnenzijde bekleed met een nikkelen scherm. In de hartlijn ervan is een nikkeldraad aangebracht, die door de bodem van het vat gevoerd wordt. De draaddoorvoering is met behulp van een pakking zodanig uitgevoerd dat geen lekkage optreedt. De draad wordt op 90 cm-boven de bodem van het meetvat ingeklemd; de trekspanning in de draad kan geregeld worden met een gewicht dat beneden de doorvoering aan de draad wordt gehangen.

Het in trilling brengen van de draad geschiedt met behulp van een excentriek, aangedreven met een electromotor, en aangrijpend op 30 cm boven de bodem van het meetvat. De frequentie van de trilling wordt bepaald door het meten van het toerental van het excentriek, met een tachometer.

De frequentie is regelbaar door het variëren van de spanning over de electromotor. Daartoe kan de netspanning met een regelbare transformator omgezet worden in de gewenste voedingsspanning voor de motor. Op deze manier is de frequentie waarmee de draad trilt te variëren tussen 0 en 100 Hz. Een minder prettige bijkomstigheid is dat bij het verhogen van de frequentie ook de amplitude groter wordt.

De amplitude van de trilling kan geregeld worden met het excentriek (zie figuur 2).

Het excentriek bestaat uit een schijf, die op een as gemonteerd is. De as wordt aangedreven door de electromotor. Op de schijf is, excentrisch, een palletje

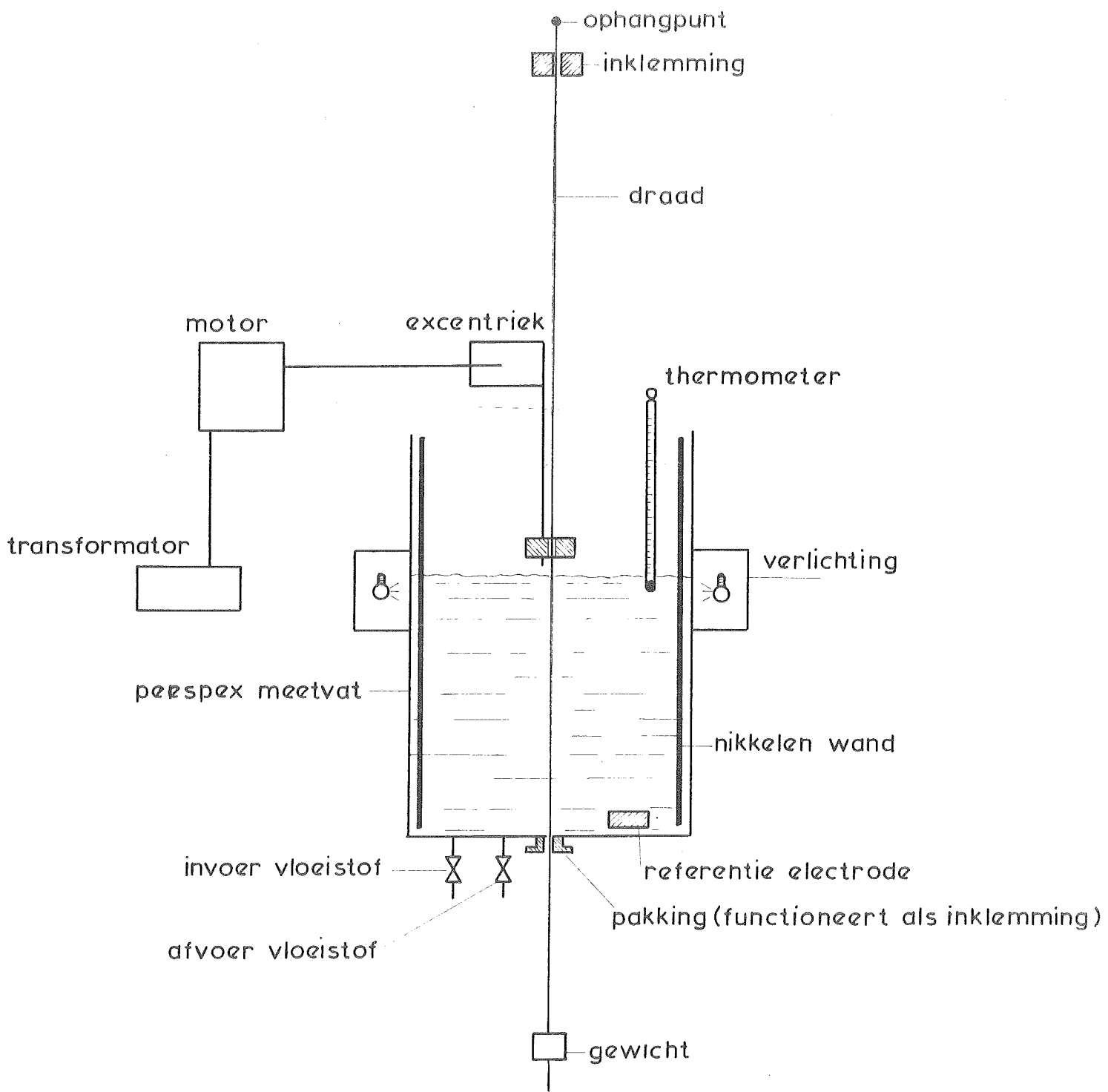


Fig.1. Overzicht van de meetopstelling.

gemonteerd. Via dat palletje wordt, bij het draaien van de schijf, een staaf aangedreven die om een vast punt kan draaien. Aan het uiteinde van die staaf is, met behulp van een verbindingsstuk, de draad bevestigd. De afstand tussen de as van de schijf en het palletje is regelbaar. Wordt de afstand verkleind, dan wordt de amplitude van de trilling ook kleiner. Bij vergroten van de afstand wordt de amplitude groter.

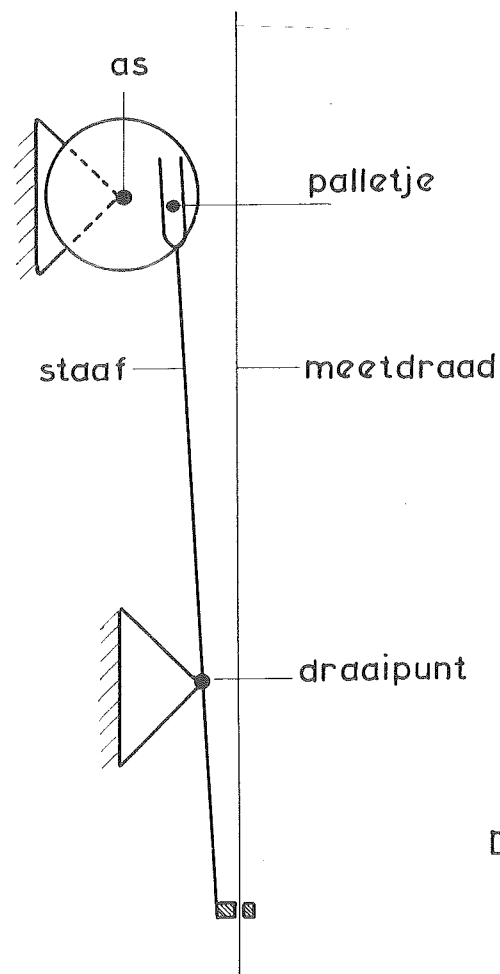


Fig. 2
De excentriek

De meting van de amplitude geschiedt langs fotografische weg. Daartoe zijn in de nikkelen bekleding van het meetvat drie verticale uitsparingen, over nage-

noeg de gehele hoogte, aangebracht (zie figuur 3). Voor de middelste uitsparing, met een breedte van ongeveer 2,5 cm, is een camera (EXA) geplaatst. Voor ieder van de beide andere uitsparingen, met breedten van 1 cm, en elk over een vierde van de omtrek verschoven ten opzichte van de middelste uitsparing, is een verlichting aangebracht. Het vlak waarin de draad trilt en de as van het fototoestel staan loodrecht op elkaar, zodat op de opnamen steeds de grootst-mogelijke uitwijking waar te nemen is. Het fototoestel kan in verticale richting verplaatst worden, zodanig dat op elke hoogte in het vat de uitwijking van de draad gefotografeerd kan worden.

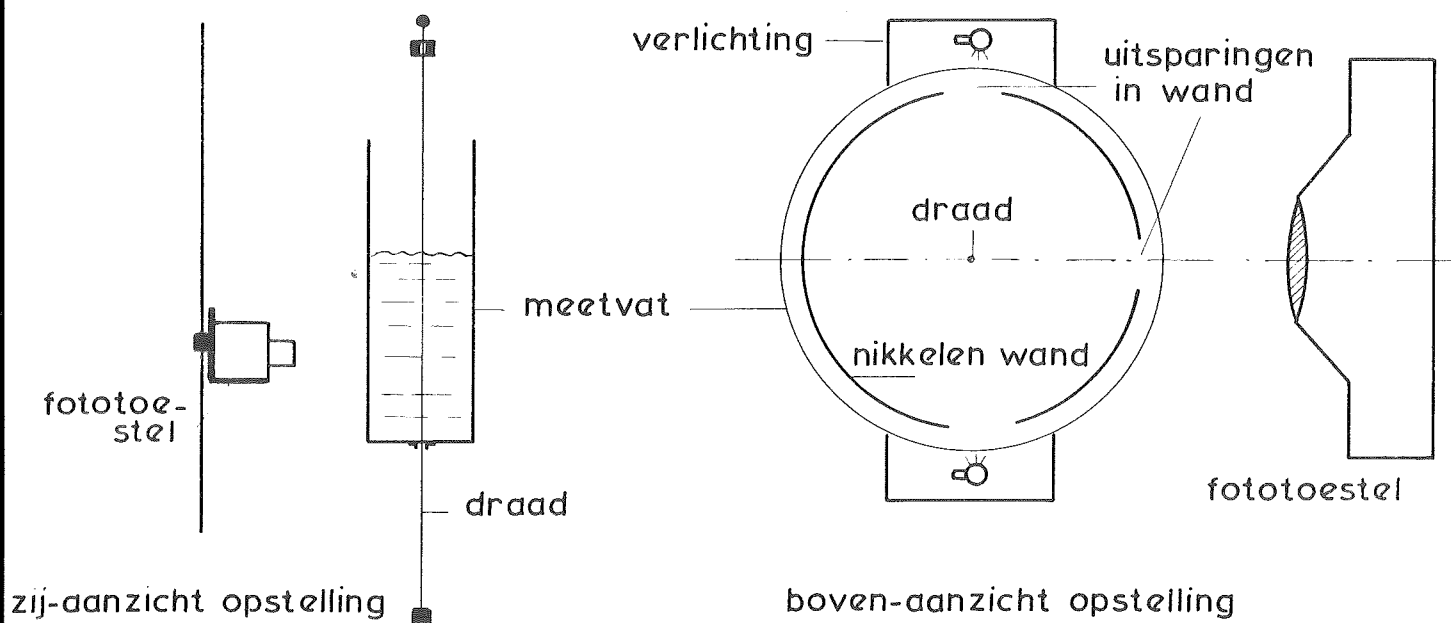


Fig.3

De stofoverdracht wordt gemeten met behulp van een electrochemische meetmethode. Daartoe kan met een plaatsspanningsapparaat (P.S.A.), dat continu regelbaar is van 0,1 tot 6,5 V, een spanningsverschil over de nikkelen wand (anode) en de nikkeldraad (kathode) worden aangebracht. Op de bodem van het meetvat is een referentie-electrode aangebracht, die geïsoleerd van draad en wand is opgesteld. Tijdens de metingen wordt het spanningsverschil (E) tussen de referentie-electrode en de draad ingesteld en constant gehouden met behulp van het plaatsspanningsapparaat. Daartoe is een voltmeter (V) tussen de draad en de referentie-electrode geplaatst, waarop het spanningsverschil (E) is af te lezen. De stroomsterkte door de nikkeldraad wordt bepaald aan de hand van het spanningsverschil (V_3) over de weerstand R_3 . Zie hiervoor de schakeling in figuur 4.

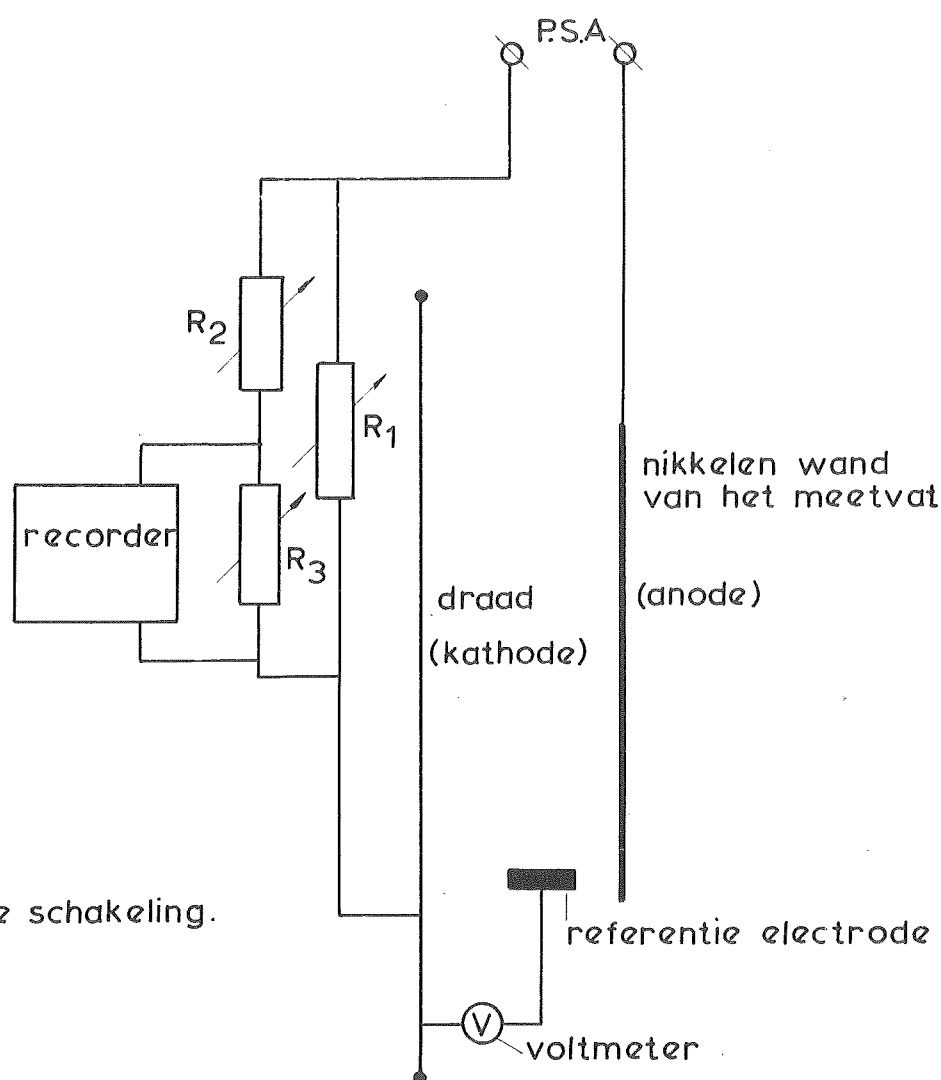


Fig.4. Electriche schakeling.

Het sanningsverschil (V_3) kan met behulp van een recorder worden afgelezen. De weerstanden R_1 , R_2 en R_3 uit de schakeling, bestaan uit decadebanken. R_1 is regelbaar van 0,1 tot 11,0 Ω , R_2 van 1 tot 11110 Ω en R_3 van 0,1 tot 1111,0 Ω .

Het verband tussen de stroomsterkte en het spanningsverschil (V_3) is dan te vinden met behulp van de formule:

$$i = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1 \times R_3} V_3$$

Wat betreft het voorraadvat voor de meetvloeistof kan verwezen worden naar het verslag van Tummers (1) en van Dekker (2). Hieraan is geen enkele wijziging meer aangebracht.

III. Meetmethode.

1. Electrochemische methode ter bepaling van stof-overdrachtscoëfficiënten.

Voor de theoretische grondslagen van deze meetmethode wordt verwezen naar Vogtländer (3).

De meetmethode berust op een redoxreactie. Daartoe wordt over een oplossing van kaliumferro- en kaliumferricyanide (geel- en roodbloedloogzout) in water, een elektrische spanning aangelegd. Is de spanning groot genoeg dan vinden de volgende reacties plaats:

a. aan de kathode (hier de nikkeldraad):



b. aan de anode (hier de nikkelen bekleding van het meetvat):



Doordat het oppervlak van de wand veel groter is dan dat van de draad, is het aan de draad gebeuren snelheidsbepalend (ondanks het feit dat de reactiesnelheid van de reactie aan de kathode groter is dan die aan de anode). De bij de reactie aan de draad opgenomen electronen hebben een elektrische stroom tengevolge, waarvan de grootte gevonden kan worden met de formule:

$$i = AF \nu \text{Fe}(\text{CN})_6^{''''}$$

De reactiesnelheid aan de draad is, indien de potentiaal groot genoeg is, zeer groot. Dan wordt de stroomsterkte in de draad uitsluitend bepaald door de snelheid waarmee de ferricyanide-ionen kunnen worden aangevoerd. Deze aanvoer van ionen geschiedt door diffusie, convection, en een transport onder invloed van het elektrisch veld tussen de anode en kathode. Om het

ferricyanide-ionen transport via het laatste mechanisme verwaarloosbaar klein te maken, is aan de oplossing een hoeveelheid natronloog toegevoegd. Doordat de Na^+ - en OH^- -ionen een veel grotere beweeglijkheid bezitten dan de grote ferricyanide-ionen, worden nagenoeg alleen Na^+ - en OH^- -ionen verplaatst ten gevolge van het elektrisch veld in de oplossing. Het potentiaalverloop in de oplossing, tussen de elektroden, krijgt de gedaante als weergegeven in figuur 5.

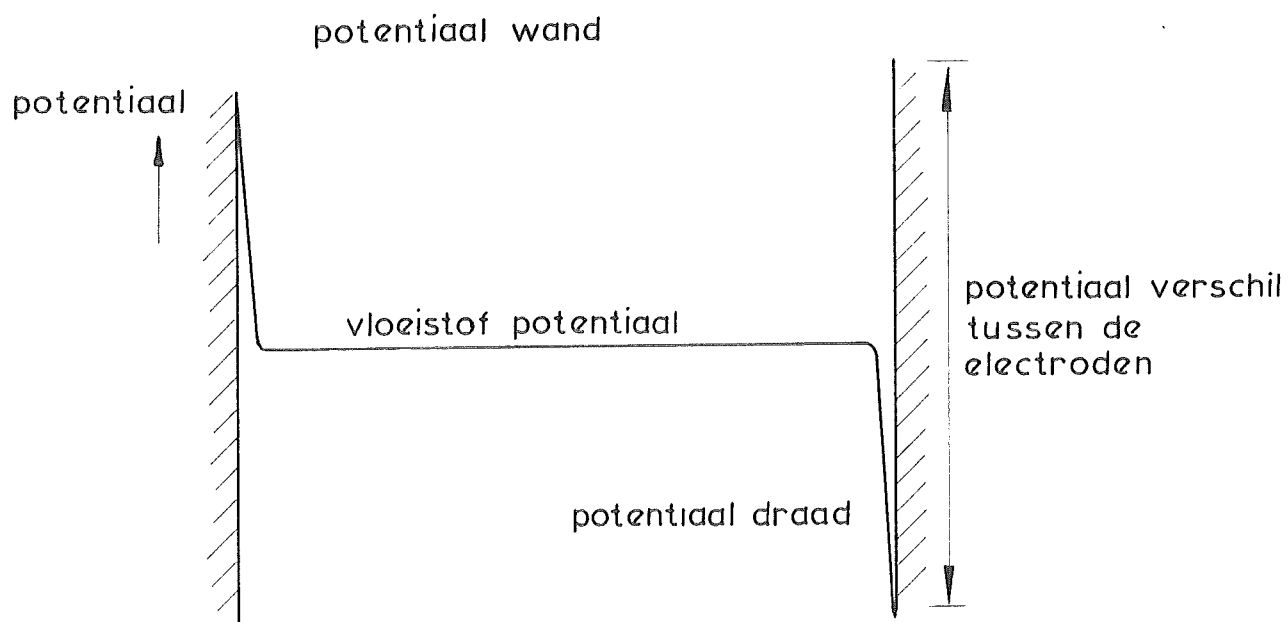


Fig.5. Potentiaalverloop in de meetoplossing.

Er moet voor gezorgd worden dat de potentiaal aan de elektroden niet zo groot is dat er ontleding van het water plaats vindt. De spanning E mag dus niet te hoog worden.

Daar de aanvoer van ferricyanide-ionen nu uitsluitend door diffusie en convectie geschiedt, kan men schrijven:

$$\phi_{\text{Fe}(\text{CN})_6}'' = K (\bar{C} - C_0)$$

C_o is de $\text{Fe}(\text{CN})_6^{4-}$ -concentratie aan het oppervlak van de draad, en is te verwaarlozen ten opzichte van \bar{C} .
Voor de stofoverdrachtscoëfficiënt wordt dan gevonden:

$$K = \frac{i}{AFC}$$

2. Fotografische methode ter bepaling van de amplitude.

Het principe van de methode berust op het feit dat er een contrast is tussen de draad, en de achter de draad liggende wand van het meetvat. Daartoe wordt de draad van twee zijden belicht, terwijl er voor gezorgd wordt dat er zo weinig mogelijk licht op de wand terecht komt. Is de draad in trilling dan wordt met het fototoestel een opname gemaakt. De belichtingstijd van de opname wordt zodanig gekozen dat minimaal één volledige trilling heeft plaats gevonden. De lichtsterkte van de belichtingsapparatuur is daarom aangepast aan de kleinste frequentie waarbij gewerkt wordt.

De opname geeft zo een belichte streep te zien, waarvan de breedte (u_1) wordt gemeten. Om de ware uitwijking te kunnen berekenen wordt ook een opname van de stilstaande draad gemaakt. Dit levert een breedte u_0 op. De ware diameter van de draad (D) is bekend. Voor de amplitude van de trilling geldt nu:

$$a = \frac{1}{2} D \left(\frac{u_1}{u_0} - 1 \right)$$

De amplitude is echter plaatsafhankelijk en een functie van de afstand tot de bodem van het meetvat. Uit metingen blijkt dat bij benadering mag worden aangenomen dat de uitwijking op een bepaald tijdstip sinusvormig met de afstand varieert. Wordt dan op één plaats de amplitude bepaald, dan is de amplitude op iedere plaats te berekenen. De opnamen worden bij de metingen steeds gemaakt op het scheidingsvlak tussen vloeistof en lucht, omdat daar de waar te nemen amplitude maximaal is. Bij elke stofoverdrachtsmeting worden 2 à 3 opnamen gemaakt ter berekening van de amplitude.

IV. Metingen en Resultaten.

Gemeten wordt bij $E = 0,8$ V.

De draaddiameter $D = 1$ mm.

De diameter van het meetvat is: 92 mm.

Voor de bij de berekeningen gebruikte diffusiecoëfficiënt (D) en de kinematische viscositeit (ν) wordt verwezen naar Noordsij (4).

De invloed van de vloeistofhoogte (h) in het meetvat en van de hierover gemiddelde amplitude (a) en van de frequentie van de trilling, op de stofoverdracht is nagegaan. Daartoe is gemeten bij:

a. vloeistofhoogte:

h is: 29, 25, 21 en 17 cm.

b. frequentie:

n is: 6,7; 10,0; 13,3; 16,7; 20,0; 23,3;
26,7; 30,0; 33,3; 37,5; 41,7; 45,8; 50,0;
en 58,3 Hz.

c. amplitude:

a is: 0,3 tot 6 mm.

Onder de amplitude (a) wordt hier verstaan de gemiddelde amplitude; deze is de helft van de gemeten amplitude op het scheidingsvlak tussen vloeistof en lucht.

Een ondervonden moeilijkheid is dat de gewenste amplitude niet nauwkeurig ingesteld kan worden. De grootte van de amplitude kan pas na het ontwikkelen van de gemaakte opnamen bepaald worden. Bovendien wordt bij groter wordende frequenties, als men niets aan de apparatuur verandert, de amplitude ook groter. Om deze redenen is het niet mogelijk metingen te doen bij precies dezelfde amplitude en wisselende frequenties.

Wel is het mogelijk bij een bepaalde frequentie bij verschillende amplitudes te meten.

Om de invloed van de amplitude en de frequentie op de stofoverdracht afzonderlijk te kunnen nagaan, is bij een vloeistofhoogte van 29 cm, met 7 verschillende amplitudes, bij elk van de hier voor genoemde frequenties gemeten. Het aantal meetpunten is daardoor bij deze vloeistofhoogte vrij groot. Bij de andere vloeistofhoogten is met minder meetpunten volstaan; de amplitude is daarbij niet opzettelijk veranderd:

97 meetpunten bij $h = 29$ cm.

13 meetpunten bij $h = 25$ cm.

14 meetpunten bij $h = 21$ cm.

14 meetpunten bij $h = 17$ cm.

De metingen zijn opgenomen in Appendix II.

Met behulp van de TR^4 is een functie van de vorm (1) bepaald, waaraan de meetpunten het best voldoen. Hierbij is gebruik gemaakt van de methode van de kleinste kwadraten. Voor het programma zie Appendix J. Bij deze berekening is aangenomen dat voldaan wordt aan de betrekking:

$$Sh = d \left(\frac{nD^2}{\nu} \right)^e \left(\frac{a}{D} \right)^f Sc^g \dots \dots (1)$$

Voor Sh geldt de betrekking:

$$Sh = \frac{K \cdot D}{D} = \frac{i}{\pi D h F C}$$

Gevonden wordt:

$$\text{Voor } h = 29 \text{ cm: } Sh = 22 \left(\frac{nD^2}{\nu} \right)^{0,29} \left(\frac{a}{D} \right)^{0,45} \dots \dots (2)$$

Alleen bij de vloeistofhoogte van 29 cm wordt de $\frac{a}{D}$ -verhouding gevarieerd bij elke frequentie. Nemen we aan dat hetzelfde $\frac{a}{D}$ -verband ook geldt bij andere vloeistofniveaus, dan kan men weer met de methode van de

kleinste kwadraten het verband vinden tussen Sh , en de andere dimensieloze getallen.

Gevonden wordt:

$$\text{Voor } h = 25 \text{ cm: } Sh = 33 \left(\frac{nD^2}{\nu} \right)^{0,19} \left(\frac{a}{D} \right)^{0,45} \dots (3)$$

$$\text{Voor } h = 21 \text{ cm: } Sh = 33 \left(\frac{nD^2}{\nu} \right)^{0,19} \left(\frac{a}{D} \right)^{0,45} \dots (4)$$

$$\text{Voor } h = 17 \text{ cm: } Sh = 29 \left(\frac{nD^2}{\nu} \right)^{0,23} \left(\frac{a}{D} \right)^{0,45} \dots (5)$$

De spreiding van de constanten in de vier gevonden betrekkingen is echter zodanig dat geen invloed van de vloeistofhoogte op de stofoverdracht gevonden kan worden. Alle meetresultaten kunnen dan ook worden samengevat in de relatie:

$$Sh = 25 \left(\frac{nD^2}{\nu} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{a}{D} \right)^{\frac{1}{2}} \pm 25 \% \quad *)$$

$$\text{Voor: } 6 < \frac{nD^2}{\nu} < 60, \text{ en } 0,3 < \frac{a}{D} < 6.$$

*) Er wordt onderzocht of dezelfde correlatie gevonden wordt indien de waarnemingen verdeeld worden in een groep met: $\frac{a}{D} < 1$ en een groep met: $\frac{a}{D} > 1$.

V. Conclusies en Opmerkingen.

1. Vergelijking met de stofoverdracht naar een on-eindig lange getrokken draad,

Ter vergelijking met de stofoverdracht naar een on-eindig lange getrokken draad, waaraan gemeten is door Tummers (1), moet het Sherwoodgetal omgerekend worden. Tummers definieert het getal van Sherwood namelijk als volgt:

$$Sh_I = \frac{K \cdot h}{D}$$

terwijl hier de definitie geldt:

$$Sh_{II} = \frac{K \cdot D}{D}$$

Bij de metingen aan de trillende draad varieert Sh_{II} van ongeveer 15 tot 125. Voor omrekening naar Sh_I -waarden moet dat vermenigvuldigd worden met $\frac{h}{D}$ (= 290 bij $h = 29$ cm). Gevonden wordt dan: $4500 < Sh_I < 37500$.

Tummers vindt bij de maximale draadsnelheid waarbij hij gemeten heeft, bij een vloeistofhoogte van 29 cm, voor het Sherwoodgetal: $Sh_I = 30000$.

De beïnvloeding van de trilling van de draad op de stofoverdracht kan dus in dezelfde orde van grootte liggen als bij het trekken van een draad in de lengterichting door een vloeistof.

2. Vergelijking met de stofoverdracht naar dwars aangestroomde cilindfers.

Voor een dwars aangestroomde lange cylinder geeft Kramers (5) de volgende betrekking:

$$Sh = 0,42(Sc)^{0,20} + 0,57\left(\frac{vD}{\nu}\right)^{0,50}(Sc)^{0,33} \dots (6)$$

Daarbij is de term: $0,42(Sc)^{0,20}$, bij de hier geldende condities, klein ten opzichte van de andere termen. $(Sc)^{0,33}$ is bij $21,5^{\circ}C$ ongeveer $11,7$, zodat de bovenstaande formule dan overgaat in:

$$Sh = 6,67\left(\frac{vD}{\nu}\right)^{0,50} \dots (7)$$

Voor de snelheid v kan bij een trillende draad het product van frequentie en amplitude geschreven worden. Daar de snelheid afhankelijk is van de hoogte op de draad, en de tijd, moet de gemiddelde waarde worden berekend. Voor $v^{0,5}$ kunnen we dan bij benadering schrijven:

$$\overline{v^{0,5}} = 5/7 (n a_{\max})^{0,5} = (na)^{0,5}$$

Formule (7) gaat dan over in:

$$Sh = 6,67\left(\frac{naD}{\nu}\right)^{0,5} = 6,67 \left(\frac{nD^2}{\nu}\right)^{0,5} \left(\frac{a}{D}\right)^{0,5} \dots (8)$$

Bij deze formule blijkt de exponent van a/D ongeveer even groot te zijn als de gemeten waarde ervan. De frequentie blijkt de stofoverdracht echter anders te beïnvloeden dan de bovenstaande formule zou doen verwachten. * *)

De gemeten waarden van de Sherwoodgetallen liggen in dezelfde orde van grootte als de volgens formule (8) berekende waarden. Voor de maximale uitwijking en de maximale frequentie, waarbij gemeten is, vinden we volgens formule (8):

$$Sh = 6,67 \sqrt{\frac{60 \cdot 10^{-6}}{10^{-6}}} \sqrt{\frac{6}{1}} = 127,$$

en berekend met de experimenteel bepaalde formule voor de vloeistofhoogte van 29 cm:

$$Sh = 22 \left(\frac{60 \cdot 10^{-6}}{10^{-6}} \right)^{0,29} \left(\frac{6}{1} \right)^{0,45} = 169.$$

De gemeten en berekende waarden van Sh blijken dus van dezelfde orde van grootte te zijn.

* *) Zie de voetnoot op pag. 18.

3. Aanbevelingen.

a. De tachometer is niet vast aan de apparatuur gemonteerd, maar wordt tijdens de meting tegen de as van het excentriek gedrukt. De frequentie wordt daardoor beïnvloed. Het is daarom bij de huidige opstelling onmogelijk zonder hulp te meten (het meten van de frequentie en het maken van de foto dient tegelijkertijd te gebeuren). Om het mogelijk te maken de metingen alleen te verrichten moet de tachometer vast aan het excentriek bevestigd worden.

b. De meetvloeistof vertoont na enkele dagen verouderingsverschijnselen, ook al wordt ze onder stikstof in het voorraadvat bewaard. Een mogelijke oorzaak hiervan is het ontstaan van ferrihydroxyde, dat neerslaat. Daardoor neemt de ferriconcentratie, met de tijd af. Welke gevolgen dit heeft op de meetresultaten (bijvoorbeeld doordat de \bar{D} en de ν kunnen veranderen) is niet bekend. Vandaar is het aan te bevelen het voorraadvat niet te gebruiken, maar steeds een verse oplossing te bereiden.

c. De fout bij het bepalen van de amplitude is groot. Bovendien is het niet prettig dat pas na enige tijd de amplitude van de trilling bekend kan worden. Daarom is het misschien aantrekkelijk hiervoor een andere meetmethode te gebruiken.

Appendix I.Algolprogramma.Verklaring symbolen:

g : nummer getalband.

n : aantal meetpunten.

sh : Sh_2

re : $\frac{nD^2}{\nu}$.

am : $\frac{a}{D}$.

a : exponent van $\frac{nD^2}{\nu}$.

p_o : natuurlijke logaritme van de constante c₁,
 uit: $Sh = c_1 \left(\frac{nD^2}{\nu}\right)^{c_2} \left(\frac{a}{D}\right)^{c_3}$

pl : exponent van $\left(\frac{a}{D}\right)$.

==a2,

```

'begin'  'integer' g,n;
        read(g,n); print(g); nler;
        'begin'  'procedure' nul; 'code';
            'array' x,y,sh,re,am[1:n];
            'array' p,sigma[0:1];
            'array' sig[1:7];
            'integer' i,j;
            'real' a;
            read(sh,re,am); j:=1;
            write('          a          po
                sigma');
            'for' a:=0.2 'step' 0.1 'until' 0.8 'do'
'begin'  'for' i:=1 'step' 1 'until' n 'do'
        'begin'  x[i]:=ln(am[i]);
                y[i]:=ln(sh[j]) - a*ln(re[i]);
        'end';
                nul(x,y,n,i,sigma,p);
                print(a,p[0],p[1],sigma[1]);
                sig[j]:=sigma[1]; j:=j+1;
        'end';
                j:=1; nler(2);
la:      'if' sig[j+1] 'less' sig[j] 'then'
'begin'  j:=j+1; 'go to' la;
'end';
        'for' a:=0.1*j 'step' 0.01 'until'
        0.1*j+0.2 'do'
'begin'  'for' i:=1 'step' 1 'until' n 'do'
        'begin'  x[i]:=ln(am[i]);
                y[i]:=ln(sh[i]) - a*ln(re[i]);
        'end';
                nul(x,y,n,i,sigma,p);
                print(a,p[0],p[1],sigma[1]);
        'end';
'end';
'end';
'end';

```

Appendix II. (Waarnemingen)

SERIE: 1.

VLOETSTEFHOOGTE: 29 cm.

TEMPERATUUR: 21,5 °C.

FERRI-CONCENTRATIE: 0,0149 N

<u>Sh</u>	$\frac{nD^2}{\nu}$	$\frac{a}{D}$
26,8	6,51	0,53
31,3	9,78	0,54
36,3	13,02	0,55
40,4	16,32	0,60
46,9	19,56	0,61
48,0	22,80	0,65
52,1	26,05	0,65
52,1	29,35	0,79
57,1	32,60	0,89
62,7	36,65	0,99
71,6	40,80	1,20
77,2	44,80	1,35
86,1	48,90	1,53
90,1	52,95	1,73
94,4	57,00	2,04

SERIE: 2.

VLOETSTOFHOOGTE: 29 cm.

TEMPERATUUR: 21,5 °C.

FERRIT-CONCENTRATIE: 0,0204 N

Sh	$\frac{nD^2}{\nu}$	$\frac{a}{D}$
44,2	6,51	1,18
50,2	9,78	1,24
56,2	13,02	1,32
62,2	16,31	1,29
66,3	19,56	1,34
68,3	22,80	1,40
72,3	26,05	1,46
74,3	29,35	1,65
80,4	32,60	1,79
84,4	36,65	1,93
90,4	40,80	2,24
94,4	44,80	2,65
100,4	48,90	2,94
112,5	57,00	3,67

SERIE: 3.

VLOEISTOFHOOGTE: 29 cm.

TEMPERATUUR: 21,5 °C.

FERRI-CONCENTRATIE: 0,0204 N

<u>Sh</u>	$\frac{nD^2}{\nu}$	$\frac{a}{D}$
38,2	6,51	0,79
44,2	9,78	0,81
52,0	13,02	0,66
58,1	16,31	0,65
62,1	19,56	0,96
69,1	22,80	1,08
76,1	26,05	1,09
74,3	29,35	1,27
80,4	32,60	1,44
88,4	36,65	1,65
90,4	40,80	1,77
96,4	44,80	2,05
102,5	48,90	2,38
106,5	57,00	3,18

SERIE: 4.

VLOEISTOFHOOGTE: 29 cm.

TEMPERATUUR: 21,5 °C.

FERRI-CONCENTRATIE: 0,0204 N

<u>St</u>	$\frac{nD^2}{\nu}$	$\frac{a}{D}$
16,0	6,51	0,33
17,6	9,78	0,34
22,4	13,02	0,37
31,1	16,31	0,37
26,4	19,56	0,39
31,9	22,80	0,41
41,4	26,05	0,43
42,2	29,35	0,42
51,7	32,60	0,66
49,4	36,65	0,64
52,5	40,80	0,66
63,3	44,80	0,66
67,3	48,90	0,95
84,4	57,00	1,32

SÉRIE: 5.

VLOEISTOFHOOGTE: 29 cm.

TEMPERATUUR: 21,5 °C.

FERRI-CONCENTRATIE: 0,0204 N

<u>Sh</u>	<u>$\frac{nD^2}{\nu}$</u>	<u>$\frac{a}{D}$</u>
27,1	6,51	0,48
27,9	9,78	0,48
30,3	13,02	0,51
39,1	16,31	0,54
34,2	19,56	0,55
31,8	16,31	0,54
37,4	22,80	0,62
49,4	26,05	0,59
51,0	29,35	0,59
61,3	32,60	0,67
58,9	36,65	0,75
71,3	40,80	0,90
84,1	44,80	1,09
90,1	48,90	1,52
106,1	57,00	1,64

SERIE: 6.

VLOETSTOFHOOGTE: 29 cm.

TEMPERATUUR: 21,5 °C.

FERRI-CONCENTRATIE: 0,0204 N

<u>Sh</u>	$\frac{nD^2}{\nu}$	$\frac{a}{D}$	
66,1	6,51	3,06	
78,1	9,78	3,17	
86,1	13,02	3,17	
88,1	16,31	3,36	
92,1	19,56	3,56	
94,1	22,80	3,81	
100,1	26,05	3,94	
108,1	29,35	4,33	
110,1	32,60	4,73	bellen in vloeistof
112,1	36,65	5,02	bellen in vloeistof
116,1	40,80	5,41	bellen in vloeistof
122,2	44,80	5,80	bellen in vloeistof

SERIE: 7.

VLOETSTOFHOOGTE: 29 cm.

TEMPERATUUR: 21,5 °C.

FERRI-CONCENTRATIE: 0,0204 N

<u>Sb</u>	$\frac{nD^2}{\nu}$	$\frac{a}{D}$	
50,1	6,51	1,37	
56,1	9,78	1,41	
62,1	13,02	1,45	
68,1	16,31	1,55	
72,1	19,56	1,62	
70,1	22,80	1,71	
78,1	26,05	1,90	
86,1	29,35	2,05	
90,1	32,60	2,48	
94,1	36,65	2,56	
97,8	40,80	2,73	
105,8	44,80	3,23	bellen in vloeistof
111,8	48,90	3,61	bellen in vloeistof

SERIE: 8.

VLOEISTOFHOOGTE: 25 cm.

TEMPERATUUR: -20,5 °C.

FERRI-CONCENTRATIE: 0,0204 N

<u>Sh</u>	<u>$\frac{nD^2}{\nu}$</u>	<u>$\frac{a}{D}$</u>	
50,1	6,38	1,19	
54,9	9,56	1,22	
59,7	12,76	1,33	
66,8	15,95	1,35	
64,4	19,14	1,43	
66,8	22,33	1,50	
71,6	25,52	1,58	
81,1	28,71	1,82	
85,9	31,90	1,97	
93,0	35,79	2,17	
100,2	39,68	2,33	
105,0	43,57	2,92	
109,7	47,85	3,11	bellen in vloeistof

SERIE: 9.

VIJCELSTOHOOGTE: 21 cm.

TEMPERATUUR: 20,5 °C.

FERRI-CONCENTRATIE: 0,0204 N

<u>Sh</u>	$\frac{nD^2}{\psi}$	$\frac{a}{D}$
42,6	6,38	1,00
51,1	9,57	1,02
56,8	12,76	1,13
62,5	15,95	1,15
68,2	19,14	1,21
62,5	22,33	1,26
68,2	25,52	1,34
73,9	28,71	1,55
82,4	31,90	1,75
86,6	35,79	1,90
95,2	39,68	2,07
102,3	43,57	2,47
106,5	47,85	2,76
117,9	55,83	3,41

SERIE: 10.

VLIEËSTOFHOOGTE: 17 cm.

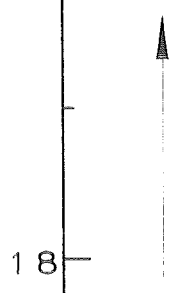
TEMPERATUUR: 20,5 °C.

FERRI-CONCENTRATIE: 0,0204 N.

<u>Sh</u>	$\frac{nD^2}{\nu}$	$\frac{a}{D}$
38,1	6,38	0,81
45,1	9,57	0,85
50,8	12,76	0,92
57,8	15,95	0,99
62,1	19,14	1,02
55,0	22,33	1,08
60,6	25,52	1,15
66,3	28,71	1,34
76,2	31,90	1,48
80,4	35,79	1,62
91,7	39,68	1,80
95,9	43,57	2,15
101,6	47,85	2,34
114,3	55,83	2,89

vloeistofhoogte 29 cm
 $Sh = 22 \left(\frac{nD^2}{\nu} \right)^{0.29} \left(\frac{a}{D} \right)^{0.45}$

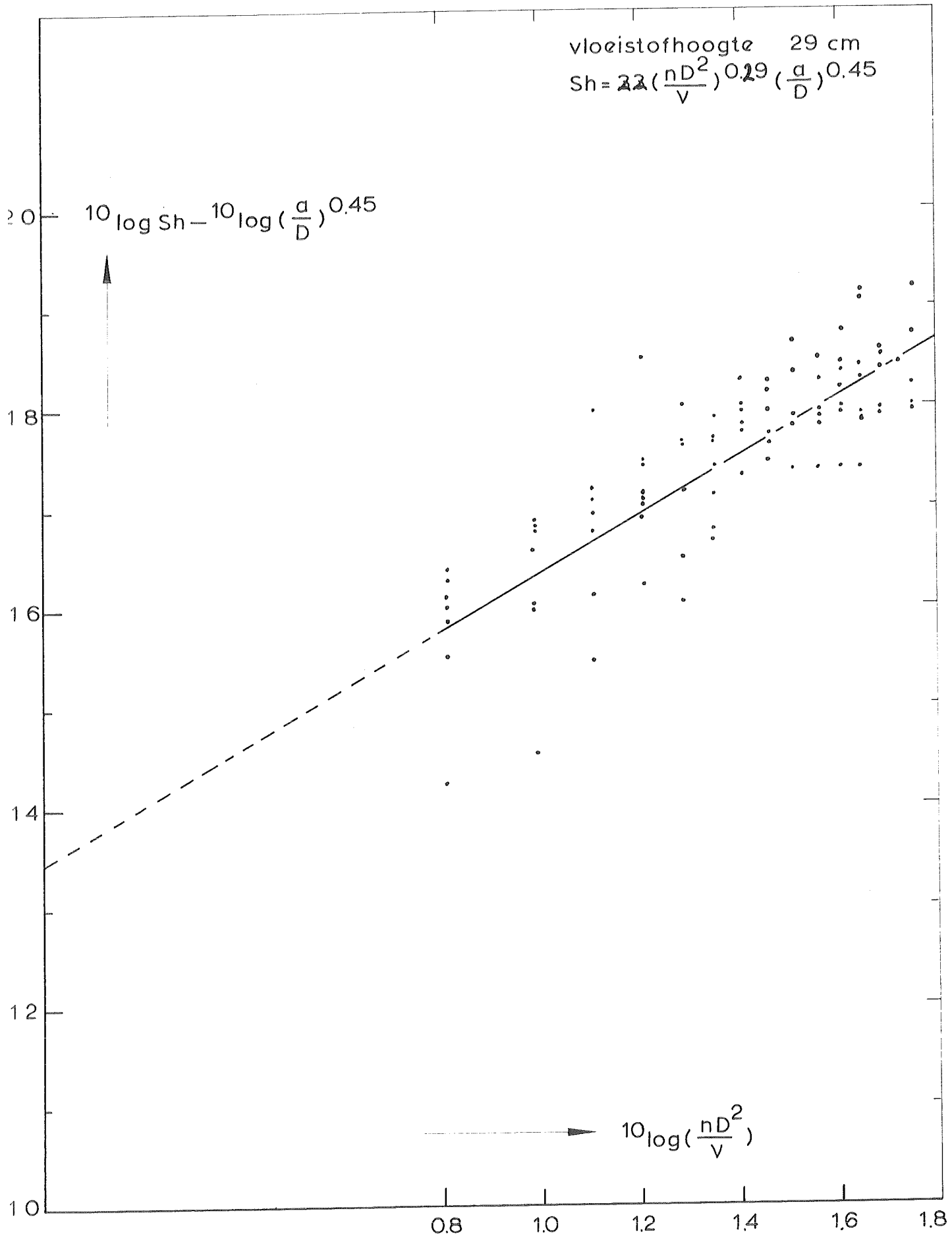
$10 \log Sh - 10 \log \left(\frac{a}{D} \right)^{0.45}$



20
18
16
14
12
10

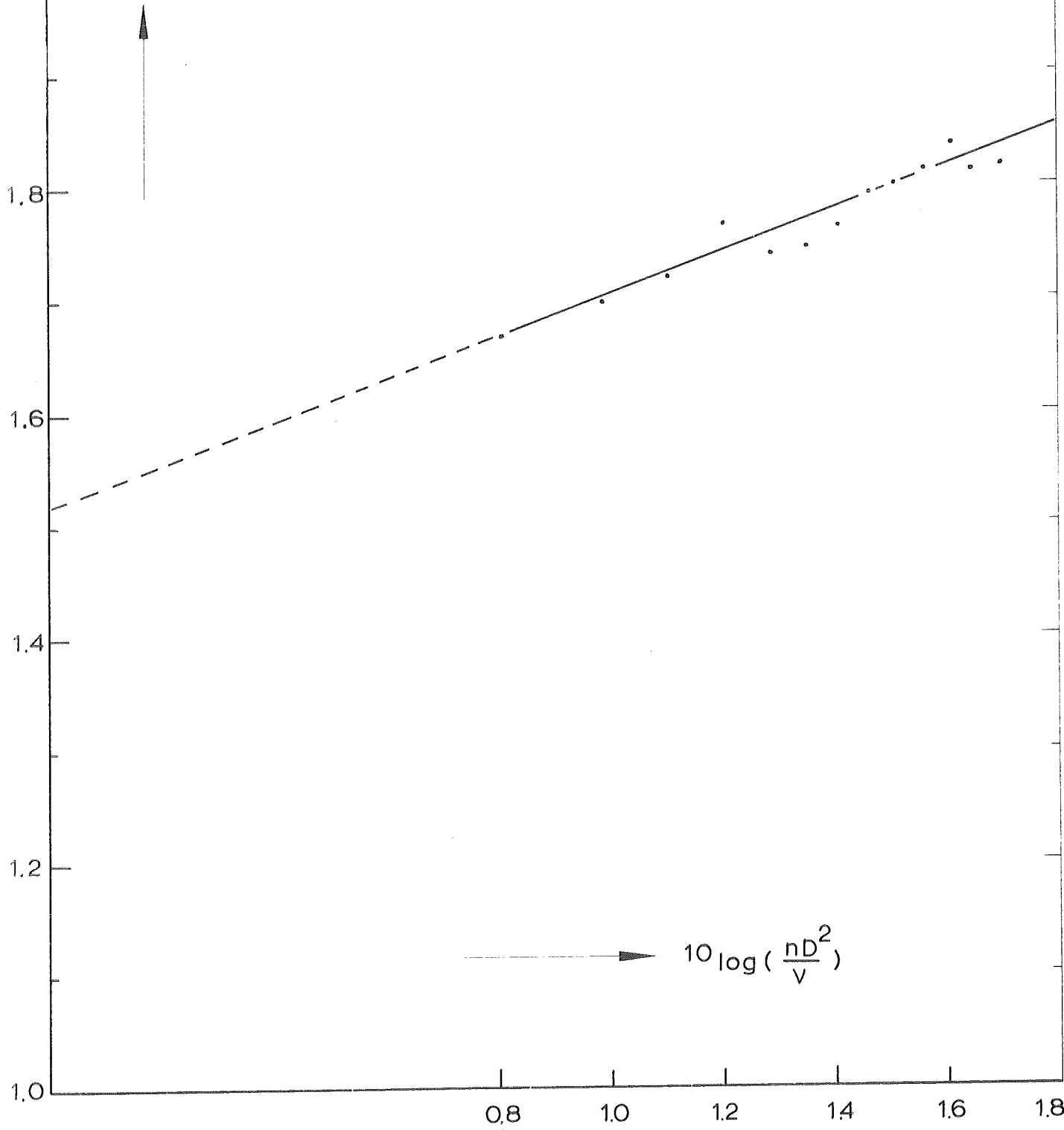
$10 \log \left(\frac{nD^2}{\nu} \right)$

0.8 1.0 1.2 1.4 1.6 1.8



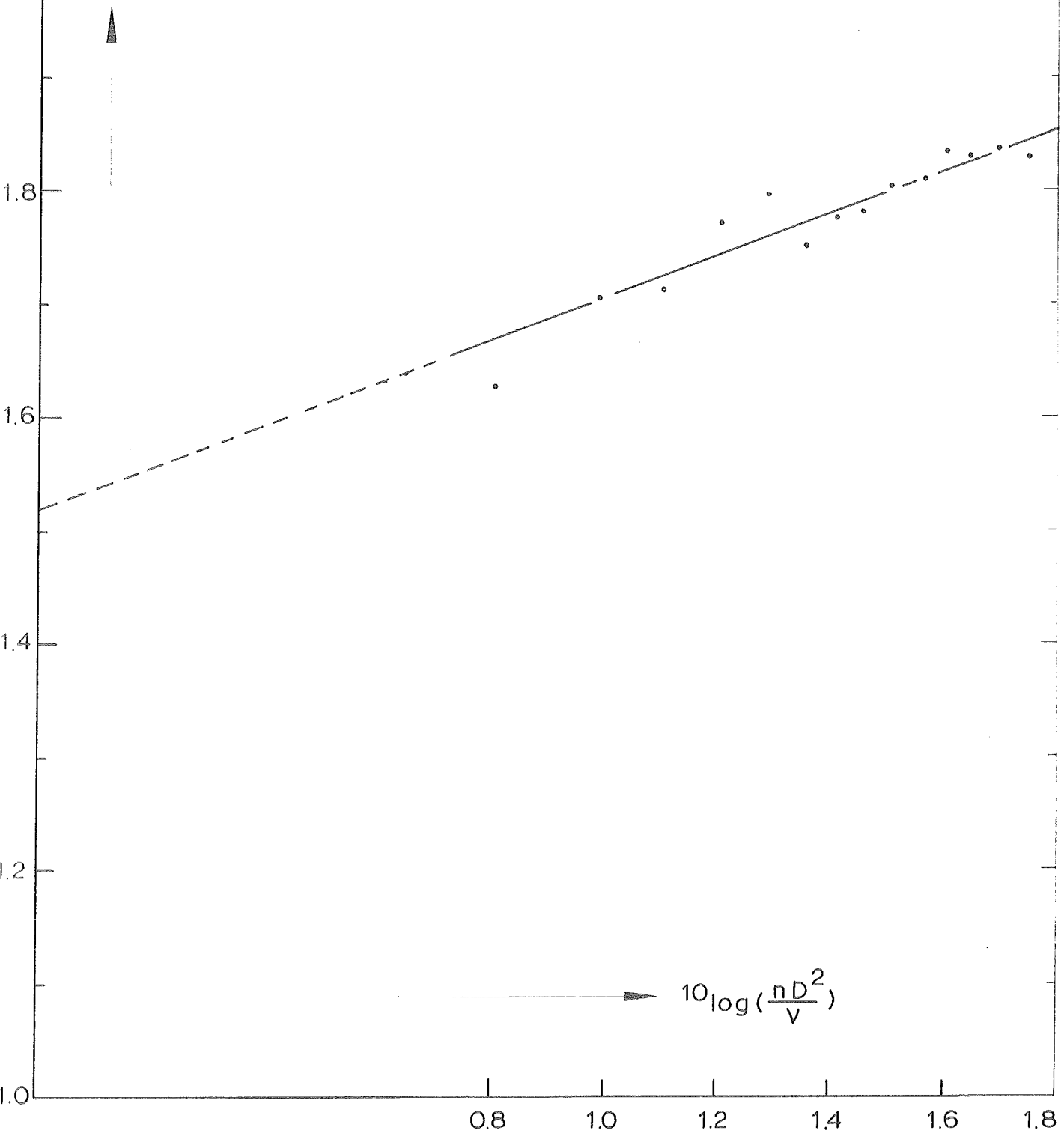
vloeistofhoogte, 25 cm
 $Sh = 33 \left(\frac{nD^2}{\nu} \right)^{0.29} \left(\frac{a}{D} \right)^{0.45}$

$10 \log Sh - 10 \log \left(\frac{a}{D} \right)^{0.45}$



vloeistofhoogte 21 cm
 $Sh = 33 \left(\frac{nD^2}{\nu} \right)^{0.19} \left(\frac{a}{D} \right)^{0.45}$

$10 \log Sh - 10 \log \left(\frac{a}{D} \right)^{0.45}$



vloeistofhoogte 17 cm
 $Sh = 29 \left(\frac{nD^2}{v}\right)^{0.23} \left(\frac{a}{D}\right)^{0.45}$

$10 \log Sh - 10 \log \left(\frac{a}{D}\right)^{0.45}$

