

DE BEREKENING VAN GETIJDEN EN STORMVLOEDEN OP BENEDENRIVIEREN

P R O E F S C H R I F T

TER VERKRIJGING VAN DEN GRAAD VAN
DOCTOR IN DE TECHNISCHE WETENSCHAP
AAN DE TECHNISCHE HOOGESCHOOL TE
DELFT, OP GEZAG VAN DEN RECTOR MAGNI-
FICUS Dr. Ir. C. B. BIEZENO, HOOGLEERAAR
IN DE AFDEELING DER WERKTUIGBOUW-
KUNDE EN SCHEEPSBOUWKUNDE, VOOR
EEN COMMISSIE UIT DEN SENAAAT TE VER-
DEDIGEN OP DONDERDAG 16 DECEMBER 1937,
DES NAMIDDAGS TE 4 UUR,

DOOR

JANNIS PIETER MAZURE

CIVIEL-INGENIEUR

GEBOREN TE ROTTERDAM

Gesch. door

Ir M. J. BOSSEN
Mauritslaan 54
RIJSWIJK 2102

STELLINGEN.

1. Door oordeelkundige vereenvoudigingen kunnen de differentiaalvergelijkingen van de waterbeweging in beneden-rivieren integrabel worden gemaakt en zodoende benut voor een praktische en betrouwbare berekening van het hoofdgetij en het middenstandsverhang.

2. De conclusie, welke uit het overzicht in Hoofdstuk II van het verslag der Staatscommissie-Lorentz zou kunnen worden getrokken, dat de afsluiting van een gedeelte van een zeearm steeds tot stormvloedverhooging buiten den afsluitdijk zou leiden, is onjuist.

3. Voor het afleiden van de windstuwing bij stormvloeden heeft toepassing der harmonische analyse geen zin.

4. De door van Rinsum geoefende critiek op de formule van Chézy en op het wetenschappelijk gebruik van het begrip „gemiddelde snelheid in een dwarsprofiel” berust op een overschatting van de mogelijke nauwkeurigheidsgraad van hydraulische afvoerformules en is daarom te verwerpen.

A. van Rinsum: Die Abfluss in offenen, natürlichen Wasserläufen. Berlin, Springer & Co. 1935.

5. Bij stroommetingen tot een maximum diepte van 8 à 10 m verdient het gebruik van den Jacobsenstroommeter in de meeste gevallen aanbeveling.

6. Het door de Staatscommissie tot het instellen van een onderzoek omtrent een afsluiting en een droogmaking van de Zuiderzee in haar verslag (1894) als maximaal waterbezwaar van het IJsselmeer genoemde cijfer van $4800 \text{ m}^3/\text{sec}$ gedurende 3 etmalen is aanmerkelijk te hoog.

7. Bij zorgvuldig beheer en contrôle van de peilschalen om het IJsselmeer kan onderlinge vergelijking hiervan een waardevolle toetsing van de nauwkeurigheidswaterpassingen vormen.

8. Een randkanaal met een breedte van 2000 m zal de hydraulische invloed van de eventuele drooglegging van de Zuidelijke Zuiderzeepolder op de Veluwe practisch geheel opheffen en bij een breedte van 1000 m grootendeels.

9. De invloed van zoutdiffusie in het grondwater wordt door Bijl overschat en vormt geen verklaring voor de verdeling van het door de Haarlemmermeer uitgeslagen chloor over natte en droge perioden.

Ir. J. G. Bijl: De verzouting der openbare wateren, De Ingenieur 1931, No. 1.

10. Aanwijzingen voor het optreden van een, uit groote diepte afkomstige, door de tertiaire lagen opstijgende, brakke kwelstrooming naar het IJsselmeer zijn, in tegenstelling tot de de meening van v. d. Hoeven, niet aanwezig.

De Ingenieur 1937, Nos. 10 en 12.

11. De theoretische opzet van de door Ekkehard Schmid verrichte proeven ter bepaling van den invloed van temperatuurverschillen op de verdamping van water is onjuist, waardoor zijn resultaten practisch geen waarde hebben.

Meteorologische Zeitschrift, Augustus 1933.

12. De in Nederland bij overheidswerken gebruikelijke verhouding en werkverdeling tusschen directie en aannemer vormt een rem op de ontwikkeling van de gewapend-beton-techniek.

13. Op het gebied der toegepast-wetenschappelijke onderzoeken is in den tegenwoordigen tijd de ontwikkeling van de econometrische conjunctuurstudie uit een oogpunt van volkswelzijn het meest urgent en belangrijkst.

14. De economische beteekenis van de vergemakkelijking van het autoverkeer wordt sterk overschat.

15. De term: „belangen van scheepvaart” in art. 1 A 3^o van de Wet van 14 Juni 1918 tot afsluiting en droogmaking van de Zuiderzee is op te vatten als „belangen, verbonden aan de gelegenheid tot vervoer te water” en niet als „belangen van de verschillende scheepscategorieën”.

DIT PROEFSCHRIFT IS GOEDGEKEURD DOOR DEN
PROMOTOR PROF. DR. J. M. BURGERS

Aan mijn Ouders

INHOUD.

	blz.
Aangehaalde literatuur	9
Gebezigde symbolen en hun beteekenis	14
Inleiding.	17
Hoofdstuk I. De berekening van getijden en stormvloeden in zeearmen.	
§ 1. Berekeningen en voorspellingen vóór de Staatscommissie Lorentz.	23
§ 2. De methode Lorentz voor de berekening van het hoofdgetij	28
§ 3. Theoretische rechtvaardiging van de vereenvoudigingen bij de methode Lorentz	32
§ 4. De stormvloedberekening volgens Lorentz ...	39
Hoofdstuk II: De ontwikkeling der waterloopkundige berekening van benedenrivieren.	
§ 5. Afvoerberekening op bovenrivieren	44
§ 6. De behandeling van de waterbeweging op de Nederlandsche benedenrivieren in de vorige eeuw	48
§ 7. De verdere ontwikkeling van de theorie der waterbeweging in benedenrivieren	58
§ 8. De voor benedenrivieren beschikbare berekeningsmethoden	66
§ 9. Nadere bespreking van de voorgestelde eenvoudige methoden	73
Hoofdstuk III: De getijtheorie voor benedenrivieren in den geest der methode Lorentz.	
§ 10. Afleiding der differentiaalvergelijkingen voor	

	blz.
een kanaal	86
§ 11. Herleiding van de bewegingsvergelijkingen voor de combinatie van getij en bovenafvoer (met 3 aanhangsels)	91
§ 12. Beschouwing van de termen der herleide be- wegingsvergelijkingen	107
§ 13. Integratie van de differentiaalvergelijkingen ..	112
§ 14. De toepassing en contrôle der geïntegreerde vergelijkingen	117
§ 15. De toetsing en de practische waarde van de ontwikkelde methode	123
Hoofdstuk IV: De getijberekening, toegepast op de Lek boven Krimpen.	
§ 16. De opzet der berekeningen	130
§ 17. Het verzamelen der gegevens	136
§ 18. De uitvoering der berekening	146
§ 19. Bespreking van de resultaten	150
§ 20. Practische opmerkingen en een globale reken- wijze voor trechtersvormige rivieren	157
Hoofdstuk V: Proeve van een stormvloed- berekening op een benedenrivier.	
§ 21. Het gestelde probleem en de wijze van behan- deling	167
§ 22. Het weergeven van den directen windinvloed	177
§ 23. De stormvloed als een explosieve slingering (met één aanhangsel)	184
§ 24. De toepassing der methode op de Bergsche Maas	192
Samenvatting	207
Overzicht van den inhoud in het Fransch	212
Tabellen IX—XII en XVII.	
Kaart van de Zuidhollandsche en Zeeuwsche stroomen (fig. 13).	

AANGEHAALDE LITERATUUR.

- S. C. L.: Verslag van de Staatscommissie, benoemd bij Koninklijk Besluit van 4 Juli 1918, no. 30, met opdracht te onderzoeken, in hoeverre, als gevolg van de afsluiting van de Zuiderzee, te verwachten is, dat tijdens storm hoogere waterstanden en een grootere golfoploop zullen voorkomen (Staatscommissie Lorentz).
1. V. W. EKMAN: On the influence of the earth's rotation on ocean-currents.
Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik. Band 2, no. 11, 1905—1906.
 2. A. DEFANT: Dynamische Ozeanographie.
Berlin, J. Springer, 1929.
 3. H. THORADE: Probleme der Wasserwellen.
Hamburg, H. Grand, 1931.
 4. H. LAMB: Hydrodynamics.
Cambridge University press.
 5. A. DEFANT: Gezeitenprobleme des Meeres in Landesnähe.
Hamburg, H. Grand, 1925.
 6. Rapport van de internationale commissie van 12 September 1866.
Notulen van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs 1866—'67, blz. 198.
 7. P. J. NEYT: Over de afdamming van het Sloe.
Tijdschrift van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs 1872—'73, blz. 209.
 8. C. LELY: De invloed van de afsluiting op de waterkeering der provinciën langs de Zuiderzee. Nota no. 2 van het onderzoek omtrent de afsluiting en droogmaking van de Zuiderzee, de Wadden en de Lauwerszee.
Uitgegeven door de Zuiderzeevereeniging. Leiden, Brill, 1887.
 9. C. LELY: De invloed van de afsluiting op de waterloozing der provinciën langs de Zuiderzee. Nota no. 3 van het onderzoek omtrent de afsluiting en droogmaking van de Zuiderzee, de Wadden en de Lauwerszee.
Uitgegeven door de Zuiderzeevereeniging. Leiden, Brill, 1888.
 10. Verslag van de Staatscommissie, benoemd bij Koninklijk Besluit van 8 September 1892, no. 21, tot het instellen van een onderzoek omtrent een afsluiting en een droogmaking van de Zuiderzee.
's-Gravenhage, Belinfante, 1894.

11. H. E. DE BRUYN: Mededeeling in de vergadering van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs op 11 September 1894 bij de discussie over de voordracht van A. Huet over de meest voordeelige landaanwinning in de Zuiderzee.
Notulen van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs 1894—1895, blz. 27.
12. H. E. DE BRUYN: Invloed van de afsluiting van de Zuiderzee op de vloedhoogte buiten den afsluitdijk.
De Ingenieur, 1911, no. 1.
13. L. H. MANSHOLT: De afsluiting der Zuiderzee, een ernstig gevaar voor Friesland en Groningen.
Groningen, Noordhoff, 1916.
14. J. KOOPER: Nota betreffende den te verwachten invloed van de afsluiting der Zuiderzee op de waterstanden langs de Friesche en Groningsche kusten.
Door de Zuiderzeevereeniging uitgegeven te zamen met 15.
15. C. W. LELY: Verhooging van de stormvloedstanden op de Friesche kust, tengevolge van de afsluiting der Zuiderzee.
Uitgegeven door de Zuiderzeevereeniging, Leiden, Brill, 1918.
16. P. H. GALLÉ: Stormvloed en Noordzee- en Zuiderzeekusten.
Uitgegeven door de Zuiderzeevereeniging, Leiden, Brill, 1917.
17. C. W. LELY: De invloed van de Zuiderzee op de stormvloedstanden langs de Friesche kust.
Academisch proefschrift, 's-Gravenhage, 1921.
18. A. STRICKLER: Beiträge zur Frage der Geschwindigkeitsformel für Ströme, Kanäle und geschlossene Leitungen.
Mitteilungen des Amtes für Wasserwirtschaft, Bern, 1923.
19. C. W. LELY: Nota betreffende berekeningen omtrent riviervverbeteringen. Rapporten en Mededeelingen van den Rijkswaterstaat, no. 11.
's-Gravenhage, Algemeene Landsdrukkerij, 1917.
20. JOH. VAN VEEN: Bodemgolven van groot formaat, geregistreerd met een echotoestel.
De Ingenieur, 1934, no. 47.
21. C. LELY: Rivieren en Rivierwerken.
Deel 2, Afd. XI van „Waterbouwkunde”, door Henket, Schols en Telders.
's-Gravenhage, Gebrs. van Cleef, 1890.
22. M. C. BONGAERTS: De scheiding van Maas en Waal.
Uitgegeven door het Ministerie van Waterstaat, 1909.
23. A. T. DE GROOT en A. B. MARINKELLE: De Waterweg langs Rotterdam naar Zee.
Uitgegeven door het Ministerie van Waterstaat, 1916.
24. J. H. FERRAND en L. J. A. VAN DER KUN: Rapport nopens hetgeen tot verbetering der Nederlandsche rivieren zoude kunnen bewerkstelligd

worden.

Bijlage II van het Verslag over de Openbare werken, 1854.

25. Verslag van de commissie tot onderzoek over den verhoogden waterspiegel op de rivieren de Waal en Merwede, ingesteld bij Koninklijk Besluit van 29 October 1856, no. 71.
's-Gravenhage, 1858.
26. Verslag der Staatscommissie, benoemd bij Koninklijk Besluit van 13 Februari 1869, no. 12, tot onderzoek der bezwaren inzake de Nieuwe Merwede.
's-Gravenhage, 1870.
27. L. J. A. VAN DER KUN, H. F. FIJNJE en J. F. W. CONRAD: Rapport der Inspecteurs van den Waterstaat naar aanleiding eener beschikking van den Minister van Binnenlandsche Zaken van 27 Maart 1861, no. 123.
's-Gravenhage, 1861.
28. BARON KRAYENHOFF: Proeve van een ontwerp tot scheiding der rivieren de Waal en de Boven Maas en het doen afloopen dezer laatste over haar oude bedding op het Bergsche Veld.
Nijmegen, 1823.
29. Nota omtrent de afmetingen der uitmondingen van de Maas.
Bijlage II van de Memorie van Toelichting van het wetsontwerp van 11 December 1885.
30. H. ROSE: Nota inzake de verbetering van den waterstaatstoestand van Noord-Brabant, dd. 8 Juni 1880.
Afgedrukt in lit. no. 22.
31. P. CALAND: Verslag van een studiereis naar Fransche en Engelsche benedenrivieren.
Bijlage II van het Verslag over de Openbare Werken, 1855—'56.
32. Rapport over de verbetering van den Waterweg van Rotterdam naar Zee, uitgebracht door een Raad van den Waterstaat, ingesteld bij besluit van den Minister van Binnenlandsche Zaken van 5 November 1857.
's-Gravenhage, 1858.
33. Eindverslag van de Staatscommissie, benoemd bij Koninklijk Besluit van 4 December 1877, no. 1, tot het instellen van een onderzoek omtrent de verbetering van den Waterweg langs Rotterdam naar Zee.
's-Gravenhage, Algemeene Landsdrukkerij, 1880.
34. H. ROSE, J. F. W. CONRAD en E. F. VAN DISSEL: Nota over de normaalbreedte van den Rotterdamschen Waterweg.
Bijlage van de Memorie van Toelichting van het wetsontwerp van 2 April 1881.
35. J. A. A. WALDORP: Nota over de normaalbreedte van den Rotterdamschen Waterweg.
Bijlage van de Memorie van Toelichting van het wetsontwerp van 2 April 1881.

36. Verslag van de Staatscommissie, benoemd bij Koninklijk Besluit van 20 Maart 1916, no. 23, inzake buitengewoon hooge waterstanden op den Rotterdamschen Waterweg.
's-Gravenhage, Gebrs. van Langenhuisen, 1920.
37. G. H. DE VRIES BROEKMAN: Invloed van eb en vloed op benedenrivieren.
De Ingenieur, 1916, no. 29.
38. J. J. CANTER CREMERS: Eenige beschouwingen over de waterbeweging en de beweging van vaste stoffen in benedenrivieren, getoetst aan uitkomsten van waarnemingen en aan de uitwerking van uitgevoerde verbeteringen in den Waterweg van Rotterdam naar zee.
De Ingenieur, 1921, no. 38.
39. E. SCHULTZE: Die Bestimmung der Abflussverhältnisse im Tidegebiet.
Die Bautechnik, 1934, blz. 438 en 493.
40. J. TH. THIJSSSE: De toepassingsmogelijkheden van verschillende getijberekeningen.
De Ingenieur, 1935, no. 50.
41. J. LAMOEN: Sur l'hydraulique des fleuves à marée.
Revue générale de l'Hydraulique, 1936.
42. J. OELTJENS: Ueber die Berechnung der Flutwellenlinieën in einem Tideflusse.
Zentralblatt der Bauverwaltungen, 1919, Heft 27.
43. H. REINEKE: Die Berechnung der Tidewellen in Tideflüsse.
Jahrbuch der Gewässerkunde Norddeutschlands, Bes. Mitt. Band 3, no. 4, Berlin, 1921.
44. A. WEINHOLDT: Die Eiderabdämmung.
Deutsche Wasserwirtschaft, 1934, blz. 117.
45. J. J. DRONKERS: Een getijberekening voor benedenrivieren.
De Ingenieur, 1935, no. 34.
46. H. KREY: Die Flutwelle in Flussmündungen und Meeresbuchten.
Berlin, 1926.
47. L. BONNET: Contribution à l'étude théorique des fleuves à marée et application aux rivières à marée du bassin de l'Escaut maritime.
Annales des Travaux publics de Belgique, 1922 en 1923.
48. JOH. VAN VEEN: Getijstroomberekening met behulp van wetten analoog aan die van Ohm en Kirchhoff.
De Ingenieur, 1937, no. 19.
49. J. M. BURGERS: Getijstroomberekening met behulp van wetten analoog aan die van Ohm en Kirchhoff (met naschrift door J. van Veen).
De Ingenieur, 1937, no. 28.
50. J. P. MAZURE: Getijberekening voor benedenrivieren.
De Ingenieur, 1935, no. 41.

51. L. PRANDTL: Neuere Ergebnisse der Turbulenzforschung.
Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, Febr. 1933.
 52. HUNTER ROUSE: Modern conceptions of the mechanics of fluid turbulence.
Proceedings American Society of Civil Engineers. Jan. 1936.
 53. P. MASSÉ: Sur l'amortissement des intumescences qui se produisent dans les eaux courantes.
Paris, 1935.
 54. L. CAGNIARD: Hydrodynamique fluviale.
Revue générale de l'Hydraulique, 1937.
 55. J. P. VAN DER STOK: Elementaire theorie der getijden.
Mededeelingen en Verhandelingen van het Kon. Ned. Meteorologisch Instituut, 1910.
 56. WEIDNER: Rapport no. 2 van het „Congrès de Navigation internationale”, Bruxelles 1936.
 57. J. TH. THIJSSSE: L'influence de la fermeture du Zuyderzee sur le régime des marées le long des côtes néerlandaises.
Bulletin de l'Association permanente des Congrès de navigations, no. 15, 1933.
 58. J. TH. THIJSSSE: Berechnung von Gezeitenwellen mit beträchtlicher Reibung.
Vorträge aus dem Gebiete der Hydro- und Aerodynamik. (Innsbrück, 1922). Berlin, Springer.
-

GEBEZIGDE SYMBOLEN EN HUN BETEKENIS

<i>a</i>	inundatiecoëfficiënt.
<i>b</i>	stroomvoerende breedte.
<i>b₀</i>	id. gemeten op den waterspiegel.
<i>c</i>	vaart (voortplantingssnelheid).
<i>e</i>	2,71828.....
<i>f</i>	oppervlakte van het dwarsprofiel ¹⁾
<i>g</i>	versnelling van de zwaartekracht.
<i>h</i>	waterdiepte.
<i>i</i>	imaginaire eenheid ($\sqrt{-1}$).
<i>j</i>	verhang.
<i>j_w</i>	id. ten gevolge van de wind, (evenwichtsopwaaiing).
<i>j*</i>	zie formule 70.
<i>k</i>	lineaire weerstandscoefficiënt.
<i>l</i>	lengte van een vak.
<i>m</i>	dimensielooze weerstandscoefficiënt.
<i>n</i>	hoeksnelheid ($2\pi : T$). In Hfdst. V uitgebreider beteekenis.
<i>p</i>	waterdruk.
<i>q</i>	trechtercoëfficiënt.
<i>r</i>	complexe vervormingscoëfficiënt ($\mu + \nu i$).
<i>s</i>	stroom.
<i>s₀</i>	grootste der beide waarden <i>S</i> en <i>s₀</i> .
<i>t</i>	tijd.
<i>u</i>	verticale snelheid.
<i>v</i>	horizontale snelheid.
<i>w</i>	windsnelheid.
<i>x</i>	afstand langs geulas.
<i>y</i>	verticale afstand onder den waterspiegel (§ 10). Verval (§ 24).
<i>z</i>	hoogte van den waterspiegel t.o.v. nulvlak (N.A.P.).
<i>A</i>	amplitude.
<i>B</i>	bergende breedte.
<i>C</i>	coëfficiënt in de formule van Chézy.
<i>C*</i>	coëfficiënt in de formule van Manning.
<i>C₁, C₂</i>	integratieconstanten.
<i>E</i>	electromotorische kracht.
<i>F</i>	windkracht.

H	diepte in den middenstand.
H_1, H'	gemiddelde diepte in den middenstand ($f_m : B$).
I	electriche stroomsterkte.
K	correctiekracht.
L	} coëfficiënten van de ¹⁾ vakvergelijkingen ¹⁾ (§ 14).
M	
N	
O	
Q	vermogen.
R	hydraulische straal ($f : \omega$) ¹⁾
S	bovenafvoer
T	getijperiode
V	afvoersnelheid ($S : f$).
W	weerstand.
X	horizontale, uitwendige kracht.
Y	verticale, uitwendige kracht.
Z	hoogte van den middenstand t.o.v. nulvlak.
γ	hoek tusschen windrichting en geulas.
ϵ	$bg \sin S : \sigma_0$
ζ	verhouding van windkracht tot gelijkwaardige ruimtekracht.
η	verheffing van den waterspiegel t.o.v. den middenstand.
θ	$nt - \phi$.
κ	fasehoek van het verticaal getij.
λ	golflengte.
μ	dempingscoëfficiënt.
ν	vertragsingscoëfficiënt.
π	3,1416.....
ρ	dichtheid.
σ	getijstroom.
τ	looptijd.
ϕ	fasehoek van den getijstroom.
ψ	coëfficiënt (zie formule 15).
χ	coëfficiënt voor den invloed van de waterdiepte op het afvoerend vermogen.

INDICES.

m	waarde in den middenstand van.....
o	(bij getijgrootheden). Amplitude van.....
s	maatgevende waarde gedurende de stormvloedperiode van.....

¹⁾ De aldus aangegeven symbolen zijn in § 9 in een afwijkende, aldaar aangegeven beteekenis gebruikt.

INLEIDING.

Benedenrivieren zijn de bij de uitmonding in zee aansluitende gedeelten van de rivieren, waar, naast den voor de bovenrivier kenmerkenden waterafvoer, ook andere, hun oorsprong in zee vindende waterbewegingen (getijden en stormvloeden) optreden. Deze combinatie van twee soorten van waterbeweging, welke in oorsprong en karakter sterk verschillen, is oorzaak van de moeilijkheden, welke de exacte, wiskundige behandeling van de hydraulische problemen in de benedenrivieren meebrengt.

Een goed beeld ontstaat bij beschouwing van de benedenrivieren als een schakel in de keten, welke loopt van de oceanen, over de randzeeën, de zeearmen en de benedenrivieren naar de bovenrivieren. De toestand van het water in al deze gebieden wordt gekenmerkt door een vrije wateroppervlakte, zoodat de waterberging tengevolge van het rijzen en dalen van den waterspiegel steeds een belangrijken bepalenden factor voor de optredende waterbewegingen vormt. De overige bepalende factoren zijn echter voor elk gebied verschillend,

Kenmerkend voor de oceanen zijn hun groote diepte en groote uitgestrektheid, waardoor de getijverwekkende krachten in staat zijn, hier een krachtige getijbeweging op te wekken. De snelle wisseling dezer krachten doet de traagheidswerkingen sterk op den voorgrond treden, terwijl daarnaast de aardrotatie (kracht van Coriolis) de bewegingen in hooge mate beïnvloedt. De wrijvingsweerstand, welke hun oorsprong vinden aan de grensvlakken van de watermassa's, zijn door de groote diepte van ondergeschikte beteekenis; hun invloed beperkt zich tot de z.g. wrijvingsdiepte van Ekman (1) ¹⁾, welke van de orde van 75 m is. De stroomrichting wordt niet

door uitwendige omstandigheden bepaald, zoodat de waterbeweging een in horizontalen zin tweedimensionaal probleem vormt (2, 3, 4).

In de r a n d z e e ë n (b.v. de Noordzee) beperkt de nabijheid van het vasteland en vaak van eilanden de mogelijke stroomrichtingen en daardoor ook den invloed van de kracht van Coriolis, terwijl de veel geringere diepte de wrijvingsweerstand van belang doet worden. Vaak is het mogelijk zoowel den invloed van de kracht van Coriolis als dien van de wrijving te beschouwen als correcties op een behandeling, welke uitsluitend met waterberging en traagheid rekent. In het algemeen zal het noodzakelijk zijn, het probleem als tweedimensionaal te stellen. (3, 5).

Z e e a r m e n (b.v. de Waddenzee en de Oosterschelde) zijn zoodanig door het omringende land en door ondiepe banken ingesloten en verdeeld, dat meestal (de kom van de Zuiderzee was b.v. een uitzondering) de stroomrichting vaststaat, zoodat het probleem kan worden opgevat als in horizontalen zin een-dimensionaal; n.l. als een strooming in een meer of minder ingewikkeld net van geulen of kanalen. De kracht van Coriolis speelt geen rol van beteekenis meer; de invloed van de wrijving is gelijkwaardig geworden aan dien van waterberging en traagheid. De ontwikkeling van de getijden en stormvloeden wordt practisch niet beïnvloed door afvoer van opperwater (S.C.L.).

Voor b e n e d e n r i v i e r e n staat, in tegenstelling met de zeearmen, het eendimensionale karakter van de stroomrichtingen geheel vast. Dezelfde factoren als bij de zeearmen spelen een rol, waarbij die van den weerstand in belang toeneemt. Daarbij beïnvloedt evenwel de afvoer van opperwater de voortplanting van getijden en stormvloeden, en de door dezen afvoer veroorzaakte permanente waterstandsverschillen

¹⁾ De vetgedrukte cijfers verwijzen naar de betreffende nummers van de Literatuurlijst (blz. 9).

tusschen verschillende plaatsen hangen weer in sterke mate van de getijverschijnselen af.

Op de *bovenrivieren* is de invloed van de zeeverschijnselen verdwenen en treedt alleen de waterafvoer op. Bij permanenten afvoer is de nauwkeurige bepaling van het door wrijvingsweerstand veroorzaakte verhang van groote beteekenis; terwijl bij afvoerveranderingen wel de waterberging een rol speelt, doch niet de traagheid. Daarvoor zijn dergelijke verschijnselen te langzaam.

Ziet men even af van de onzekerheden, welke somtijds optreden bij het dwingen van de zeearmen in een ééndimensionaal schema, dan blijkt uit dit overzicht, dat de moeilijkheden, welk zich bij de behandeling van zeearmen en *bovenrivieren* voordoen, bij de *benedenrivieren* onverzwakt blijven bestaan, terwijl, zooals reeds is gezegd, de combinatie van de beide bewegingen nieuwe moeilijkheden schept. Het is dus te begrijpen, dat een theorie van de waterbeweging in *benedenrivieren* eerst mogelijk werd, nadat dit zoowel voor zeearmen als *bovenrivieren* reeds was gelukt, en dat eerstgenoemde in exactheid steeds zal moeten achterstaan zoowel bij die voor *bovenrivieren* als bij die voor zeearmen (tenzij de schematisatie van deze laatsten tot een geulennet belangrijke foutenbronnen meebrengt).

In hoofdzaak gelden bovenstaande beschouwingen voor de *getijden* en de *gemiddelde verhanglijnen* op *benedenrivieren*. Dit zijn regelmatige, vloeiende verschijnselen, waarbij alleen een exacte, methodische behandeling tot betrouwbare resultaten voert.

*Stormvloed*en, met hun grillig, ingewikkeld karakter, dat bovendien voor elken vloed verschillend is, bieden, ook doordat de windinvloed een rol speelt, bij methodische behandeling veel grooter moeilijkheden. Een goede getijtheorie vormt nog maar een eersten stap naar een bevredigende oplossing

van het stormvloedsprobleem, en een zeker opportunisme, een gebruik maken van de bijzondere omstandigheden van den onderzochten storm en het onderzochte gebied kunnen en moeten vaak een praktische oplossingswijze aan de hand doen. Typisch bleek dit bij het Zuiderzeeprobleem: de voorspelling van den invloed van de afsluiting op de waterbeweging in de Waddenzee. Uit het rapport der Staatscommissie Lorentz spreekt duidelijk, hoeveel meer moeite het kostte om een op exacte basis berustende oplossing voor stormvloeden te vinden dan voor de behandeling der getijden noodig was. Toch waren vóór en tijdens de werkzaamheden der commissie reeds op verscheidene wijzen meer en minder geslaagde schattingen omtrent de stormvloedverhooging gemaakt en bracht de commissie in dit opzicht een vergroote nauwkeurigheid, doch geen fundamenteel nieuwe gezichtspunten. Geheel anders was de toestand bij de voorspelling van de getijveranderingen. De verwachtingen van de meeste deskundigen weken hierbij in veel sterker mate van de door de Staatscommissie voorspelde en juist gebleken uitkomsten af (alleen H. E. de Bruyn slaagde erin om zonder wiskundige behandeling tot een kwalitatief juist inzicht te komen (11, 12)) en de eerste resultaten van de exacte berekeningen (vooral de versterking van den stroom in het Heldersche zeegat) wekten zelfs in den boezem van de Staatscommissie verbazing en aanvankelijk wantrouwen.

Terwijl dus de methode voor het behandelen van getijverschijnselen in benedenrivieren in elk geval een logische uitbreiding moet zijn van de voor zeearmen opgestelde theorie en een apparaat moet vormen, dat voor elk probleem op dit gebied de oplossingswijze moet leveren, zal in tegenstelling daarmee voor stormvloeden elk vraagstuk op zichzelf moeten worden beschouwd en zal vaak in een riviergebied een totaal andere oplossingswijze de beste zijn dan voor een zeearm het geval was.

De in deze studie gegeven getijtheorie is te beschouwen als

een uitbreiding van de methode Lorentz, volgens welke de zoo goed uitgekomen voorspellingen van den invloed der Zuiderzeeafsluiting zijn opgesteld. De methode Lorentz geeft echter geen middel om den invloed van bovenwaterafvoer op de getijverschijnselen in rekening te brengen en leert evenmin de verandering van het verhang van een permanenten stroom tengevolge van gelijktijdig optredende getijverschijnselen berekenen. Eerst aanvulling van deze lacunes maakt voor benedenrivieren mogelijk, wat de methode Lorentz voor zee-armen geeft: een vlotte, ook voor ingewikkelde gebieden geschikte rekenmethode, waarmee de hoofdzaken van de getijbeweging (amplitude en fase van het M_2 getij) goed worden weergegeven en volgens welke de gevolgen in dit opzicht van een ingrijpen in het rivierregime op voor de practijk voldoende wijze kunnen worden voorspeld.

Als inleiding tot de behandeling van de benedenrivieren vindt men in Hoofdstuk I een overzicht van de ontwikkeling van de theorie voor zeearmen, waarbij in het bijzonder het karakter en de eigenschappen van de getijberekening volgens Lorentz uitvoerig zijn uiteengezet en de gevolgen van de bij deze methode toegepaste verwaarloozingen nader zijn beschouwd. Hoofdstuk II geeft in aansluiting daarop een beeld van de ontwikkeling van de berekeningsmethoden voor rivieren. Eerst wordt behandeld de afvoerberekening voor bovenrivieren, in het bijzonder de moeilijkheden en foutenbronnen, welke hierbij optreden, daar deze ook op benedenrivieren van invloed zijn. Daarnaast wordt nagegaan, hoe de vroegere en tegenwoordige stand van de mogelijkheid tot het voorspellen van veranderingen op benedenrivieren is.

Hoofdstuk III bevat een afleiding van de formules, waarmee het bovengestelde doel voor de getijberekening op benedenrivieren kan worden bereikt, terwijl Hoofdstuk IV een uitgewerkte toepassing van deze methode op de Lek boven Krimpen inhoudt.

Ten aanzien van de stormvloeden, waarvoor reeds bleek,

dat geen algemeen geldende methode is te geven, is aangeknoopt aan een voor praktische doeleinden uitgevoerde berekening ten aanzien van de stormvloedverhooging, welke op de Bergsche Maas zou optreden tengevolge van het watervrij maken van bepaalde gebieden in deze omgeving. Hoofdstuk V geeft eerst de formules, volgens welke de berekeningen zijn uitgevoerd (welke formules op denzelfden gedachtengang berusten als die, welke in Hoofdstuk III voor het getij zijn opgesteld) en daarna de uitvoering van de becijfering voor de Bergsche Maas.

HOOFDSTUK I.

DE BEREKENING VAN GETIJDEN EN STORMVLOEDEN IN ZEEARMEN.

§ 1. Berekeningen en voorspellingen vóór de Staatscommissie Lorentz.

Gelijk op vele gebieden van toegepaste wetenschap het geval is, hebben ook ten aanzien van de waterbeweging in het getijgebied de praktische behoeften den stoot gegeven tot een wetenschappelijke behandeling van de zich daarbij voordoende problemen. Naarmate de Nederlandsche waterbouwkundigen in sterker mate gingen ingrijpen in de natuurlijke toestanden, groeide hun behoefte om de gevolgen van hun ingrijpen juist en exact te kunnen voorzien. Waar en zoolang de eigen theoretische ontwikkeling der civiel-ingenieurs hiervoor tekort schoot, werd de hulp ingeroepen van theoretische physici en -meteorologen. De daaruit voortvloeiende samenwerking, vooral tot uiting komende in de beide Staatscommissies, resp. van 1916 tot onderzoek van de stormvloedstanden op den Rotterdamschen Waterweg en van 1918 tot onderzoek van de stormvloedverhooging door afsluiting van de Zuiderzee, heeft geleid tot het ontwikkelen van theoretisch juiste en practisch toepasbare berekeningsmethoden.

Het is niet te verwonderen, dat de sterkste ontwikkeling van de theorie heeft plaats gevonden naar aanleiding van het sterkste ingrijpen in den natuurlijken waterstaatkundigen toestand: de afsluiting van de Zuiderzee. In het bijzonder vormt het verslag van de Staatscommissie Lorentz een mijlpaal op dezen weg. Voor zeearmen werd daarin de definitieve oplossing

van de voornaamste principiële en praktische moeilijkheden gegeven en een apparaat geschapen, dat ongetwijfeld nog kan worden verfijnd en uitgebreid, maar dat in elk geval het uitgangspunt zal moeten vormen voor de oplossing van elk toekomstig, op dit gebied zich voordoend probleem.

Het hoogtepunt, dat de Staatscommissie Lorentz in dezen ontwikkelingsgang vormt, werd echter niet ineens bereikt. Verscheidene pogingen waren vóórdien reeds ondernomen om op min of meer exacte wijze de gevolgen van bepaalde maatregelen te voorspellen. Ook daarbij trad de afsluiting van de Zuiderzee sterk op den voorgrond, doch ook bij andere problemen valt een geleidelijke ontwikkeling te bespeuren van een ontwerpen zuiver „op het gevoel”, via min of meer empirisch opgestelde berekeningen naar een steeds exacter behandeling. De meeste van deze problemen betreffen echter benedenrivieren, waarbij de afvoer van bovenwater van grooten invloed is, zoodat hiervoor naar Hoofdstuk II wordt verwezen.

Behalve voor de afsluiting van de Zuiderzee is in Nederland het probleem van den invloed van uit te voeren werken op getijden en stormvloeden in eigenlijke zeearmen practisch alleen aan de orde geweest bij het leggen van de spoorwegdammen door de Oosterschelde en het Sloe. In hoofdzaak was daarbij de aandacht gericht op den invloed, welke de verandering van de getijstroomen zou hebben op de bevaarbaarheid van de aangrenzende vaarwaters, waaromtrent een felle polemiek tusschen Belgische en Nederlandsche deskundigen werd gevoerd. Een internationale commissie, bestaande uit de ingenieurs Maus en Blondin voor België, Beyerinck en Caland voor Nederland wist door een aantal metingen de ligging van het wantij bezuiden Bergen op Zoom en de stroomsterkten in de omgeving van Bath vast te stellen, doch kwam ten aanzien van de als gevolg van een afdamming van de Oosterschelde te verwachten veranderingen niet tot overeenstemming. Duidelijk blijkt uit de argumentatie van de beide tegenovergestelde meeningen, dat een niet-wiskundige behandeling van dergelijke

ingewikkelde vraagstukken niet tot betrouwbare resultaten voert. De redeneering van de Belgen lijkt op het hoofdpunt sterker en exacter dan die van de Nederlanders, doch beide verschillen zoo in uitgangspunt en gedachtengang, dat zij langs elkaar heengaan en geen overtuigende kracht bezitten.

Aan het verticale getij wordt slechts terloops aandacht geschonken, doch als vanzelfsprekend wordt aangenomen, dat de afsnijding van den bij H.W. naar de Oosterschelde trekkenden stroom een verhooging van het H.W. bij Bath zal veroorzaken (6).

Ten aanzien van de stormvloeden is van belang, dat reeds in 1810 de inspecteur der zeewerken, A. Schaver, bij een toenmaals aanhangig project tot uitvoering der beide genoemde afdammingen, voor den Sloedam een verhooging van de stormvloeden benoorden dien dam voorzag en wel, omdat de stormvloeden te Veere hooger opliepen dan in de Westerschelde bij den Sloemonnd. De mate van verhooging werd geschat op een deel van het betreffende verschil (7).

Van een eigenlijke berekening voor zeearmen was dus omstreeks 1870 nog geen sprake. Daarna vond dit onderwerp, bij gebrek aan een practische aanleiding, langen tijd vrijwel geen aandacht. Bij de Zuiderzeeplannen werd het aanvankelijk en bagatelle behandeld. De grondlegger van het uitgevoerde plan: Dr. ir. C. Lely geeft na summiere beschouwing als zijn meening:

- 1e. dat de afsluiting op de stormvloedstanden te Harlingen practisch geen invloed zal hebben en dat langs den afsluitdijk Wieringen—Piaam ongeveer dezelfde maximum stand zal optreden als te Harlingen, wat een stormvloedverhooging aldaar van ongeveer 15 cm beteekent (8);
- 2e. dat de getijlijnen langs den dijk een overgang zullen vormen tusschen die van Helder en Harlingen, welke zelf niet zullen veranderen (9).

De vrij onbegrijpelijke beschouwingen van de Staatscommissie van 1892 (10) leidden tot in hoofdzaak dezelfde conclusies

als waartoe Lely kwam.

Een geheel ander geluid liet ir. H. E. de Bruyn hooren in een vergadering van het Kon. Instituut van Ingenieurs in 1894. Zijn beschouwingen, welke weliswaar betrekking hadden op het plan Huet met een afsluitdijk tusschen de Ven en het Roode Klif, getuigden van een voor dien tijd geniaal inzicht in de waterbeweging en in het golfkarakter ervan en leidden tot de gedurfde, maar volkomen juiste voorspelling, dat de afsluiting een versterking van den stroom door de zeegaten zou meebrengen. Dit denkbeeld werd door Huet als absurd verworpen (11).

Een andere, zeer vernuftige gedachte van de Bruyn was, om den invloed van de sterke belemmering van de waterbeweging in de Zuiderzee door de zware ijsbezetting in den winter van 1891 op te vatten als een aanwijzing voor den invloed, welke de volkomen belemmering van deze waterbeweging door de afsluiting zou meebrengen (12).

Veel weerklank vonden de scherpzinnige beschouwingen van de Bruyn, welke betrekking hadden op de getijverschijnselen, niet. Ook voor de stormvloedverhooging kwam eerst weder belangstelling, toen het derde ministerschap van Lely de uitvoering der plannen in het verschiet had gebracht en de zware stormvloed van Januari 1916 de aandacht op de gevaren van dijkdoorbraak had gericht.

L. H. Mansholt, de eerste, die zich aan een voorspelling van de stormvloedverhooging waagde, bepaalde zich tot het aanwijzen van analogieën tusschen de Waddenzee (na afsluiting), de Lauwerszee en den Dollart en trok daaruit de conclusie, dat bij Piaam een stormvloedverhooging van omstreeks 180 cm zou optreden. Door kwalitatieve redeneering trachtte hij daarna aan te toonen, dat deze verhooging naar buiten toe zoo langzaam zou afnemen, dat zelfs voor de Groningsche dijken een merkbare toeneming van de stormvloedhoogte zou zijn te verwachten (13).

Kooper komt de eer toe voor het eerst, in zijn nota voor

Gedeputeerde Staten van Groningen (14), het vraagstuk kwantitatief te hebben behandeld. Hij bouwde voor den storm van 1916 den toestand na afsluiting op door superpositie van den toestand zonder afsluiting en een „verschiltoestand”, bestaande uit een strooming over de lijn van afsluiting, gelijk, doch tegengesteld gericht aan de bij den storm voorgekomen strooming. Deze laatste werd afgeleid uit de rijzing van het gebied bezuiden den afsluitdijk. Kooper berekende nu de stormvloedverhooging als het verval van dezen stationnair gedachten stroom vanaf de op constant peil gedachte Noordzee tot het beschouwde punt en kwam tot een verhooging bij Piaam van 130 cm. Deze verhooging liep langs de Friesche kust geleidelijk te niet en was langs de Groningsche kust onmerkbaar. Dat deze berekeningswijze te kort schoot, doordat slechts één factor van de waterbeweging, de weerstand, werd beschouwd en de met het niet-permanente karakter der verschijnselen samenhangende factoren, traagheid en waterberging, werden verwaarloosd, doet aan de verdienste van deze eerste schrede naar een exacte oplossing niets af.

Voor de ontwikkeling van een exacte berekeningsmethode minder vruchtdragend waren de door C. W. Lely (15) en Gallé (16) ingeslagen wegen. Hierbij werden de moeilijkheden min of meer omzeild door gebruik te maken van het feit, dat, na de afsluiting op het oogenblik van H.W. in de Waddenzee de waterbeweging zeer gering is. Door den invloed van de dan aanwezige stroomen te verwaarloozen, kon het verschil tusschen de waterstanden in de zeegaten (welke als stationnair werden beschouwd) en aan de Friesche kust worden berekend als de opwaaiing, overeenkomende met den op het beschouwde moment waaienden wind. Dat de onzekerheid daarbij groot was, blijkt uit de gevonden cijfers (Gallé gaf drie verschillende rekenwijzen) voor de stormvloedverhooging te Piaam, welke uiteenliepen tusschen 72 en 119 cm.

Een derde methode, eveneens aan C. W. Lely (17) te danken, ging uit van het feit, dat de stormvloedverhooging ontstaan

kan worden gedacht door het wegvallen van den „verlagenden invloed” van de Zuiderzee. Deze invloed hing samen met den naar de Zuiderzee trekkenden stroom en deze weer met het niveauverschil tusschen Waddenzee en Zuiderzee. Door statistische bewerking van een groot aantal stormvloeden kon een lineair aangenomen verband tusschen dit niveauverschil en den verlagenden invloed worden vastgelegd en daaruit de stormvloedverhooging worden bepaald. Uitgaande van een onveranderden toestand in de zeegaten werd een maximum verhooging te Piaam afgeleid van 55 cm. De langs denzelfden weg gevonden verhooging van het normale hoogwater bedrøeg 12 cm. Ook deze methode, welke in vele omstandigheden weinig betrouwbaar is, kon weinig tot de ontwikkeling van de theorie bijdragen, omdat zij niet uitging van de wetten, welke de waterbeweging beheerschen en een algemeene toepasbare theorie alleen hierop kon worden gebouwd.

§ 2. De methode Lorentz voor de berekening van het hoofdgetij.

De instelling van een Staatscommissie met opdracht, te onderzoeken welke verhooging van stormvloedstanden en golfoploop het gevolg zou zijn van de afsluiting van de Zuiderzee en vooral het feit, dat de geniale natuurkundige Lorentz bereid was, het voorzitterschap der commissie op zich te nemen, vormt het uitgangspunt voor de ontwikkeling van de exacte behandeling van de waterbeweging in zeearmen en benedenrivieren. Lorentz kwam weldra tot het inzicht, dat de vroeger aangewende hulpmiddelen voor dit probleem tekort schoten. De ingewikkelde waterbeweging in de Waddenzee, waarbij verscheidene factoren niet te verwaarloozen invloed uitoefenden, kon niet worden behandeld met methoden, opgesteld voor gevallen, waarin slechts één of twee factoren van belang waren. Oncontroleer-

bare fouten zouden daarvan het gevolg zijn. Het eenige fundament waar veilig op kon worden gebouwd, waren de strenge differentiaalvergelijkingen van de waterbeweging. Om deze voor numerieke becijferingen bruikbaar te maken, was echter niet eenvoudig.

Zooals in § 8 uitvoerig wordt uiteengezet, treden reeds bij vrij eenvoudige geulenstelsels onoverkomelijke praktische moeilijkheden op bij methoden, welke de differentiaalvergelijkingen niet in gesloten vorm integreeren, doch oplossen door reeksontwikkeling of door vervormen tot differentievergelijkingen. Daar voor de strenge vergelijkingen gesloten integratie niet mogelijk is, moest het streven zijn, deze zoodanig te vereenvoudigen, dat de integratie kon worden uitgevoerd, zonder dat de vereenvoudigingen tot te groote afwijkingen van de werkelijkheid aanleiding gaven. Dit is een zeer moeilijke taak, waarvan de vervulling aan het eminente physische en mathematische inzicht van Lorentz is te danken.

Als „strenge” vorm van de vergelijkingen wordt bedoeld het resultaat, waartoe men komt, als men de, bij de beschouwde bewegingen zeer geringe, verticale snelheden en versnellingen verwaarloost, van de aardrotatie en van het onderscheid in snelheid tusschen de verschillende punten van eenzelfde verticaal afziet en voor den wrijvingsweerstand de in de hydraulica gebruikelijke empirische uitdrukking invoert. De beweging in een prismatisch gedacht kanaal met horizontalen bodem verkrijgt dan een in de ruimte ééndimensionaal karakter, welke wordt bepaald door twee bewegingsvergelijkingen, voor de afleiding waarvan naar Hoofdstuk III moge worden verwezen, en wel

de continuïteitsvergelijking:

$$\frac{\delta s}{\delta x} = - B \frac{\delta h}{\delta t} \quad (1)$$

(in tegenstelling met de „stroomvoerende” breedte b dient de „bergende” breedte B ook te worden betrokken op naast de stroomgeul gelegen gebieden, als banken en kribvelden, welke

wel water bergen, doch geen of practisch geen water transporteren);

de dynamische vergelijking:

$$\frac{\delta v}{\delta t} + v \frac{\delta v}{\delta x} = -g \frac{\delta h}{\delta x} \pm W \quad (2)$$

Hierbij is $s = fv$, terwijl de weerstandsterm W afhangt van de voor permanente stroomen geldende uitdrukking voor het verhang. Is dit de wet van Chezy:

$$v = C \sqrt{Rj} \quad (3)$$

dan zal voor W de uitdrukking: $\frac{g v/v}{C^2 R}$ moeten worden ingevoerd.

Denkt men het dwarsprofiel rechthoekig met de stroomvoerende breedte groot t.o.v. de diepte, zoodat $R = h$, dan verschijnt de dynamische vergelijking in den volgenden vorm:

$$\frac{1}{g} \frac{\delta v}{\delta t} + \frac{v}{g} \frac{\delta v}{\delta x} = - \frac{\delta h}{\delta x} - \frac{v/v}{C^2 h} \quad (4)$$

De vereenvoudigingen, welke Lorentz aan deze vergelijking aanbracht om ze lineair en daardoor integreerbaar te maken, waren de volgende:

- a. de term $v \frac{\delta v}{\delta x}$, de Bernoulliterm, wordt verwaarloosd, waarbij in sommige gevallen achteraf aan de oplossing een correctie wordt aangebracht, welke de invloed van dezen term weergeeft (S.C.L. § 36),
- b. de afwijkingen η van den waterspiegel t.o.v. den middenstand worden klein ondersteld t.o.v. de gemiddelde diepte H , zoodat laatstgenoemde constante waarde in de dynamische vergelijking en in de betrekking tusschen s en v de veranderlijke waarde h kan vervangen (S.C.L. § 36),
- c. de met (3) samenhangende kwadratische weerstandwet wordt vervangen door een lineaire betrekking, waardoor de laatste term van (4) wordt vervangen door de uitdrukking — kv . Aan de bepaling van de waarde van k wordt

daarbij bijzondere zorg besteed. Deze wordt afhankelijk gesteld van de in de geul optredende snelheden en wel volgens de z.g. arbeidsvoorwaarde. Hierbij wordt geëischt, dat bij de optredende snelheden een volgens de lineaire uitdrukking $\rho k v$ bepaalde wrijvingskracht een arbeid zou verrichten, welke gelijk is aan dien verricht door de werkelijke wrijvingskracht $\rho v^2/C^2 h$.

De aldus vereenvoudigde vergelijking wordt na substitutie van s voor v :

$$\frac{1}{g b H} \frac{\delta s}{\delta t} = - \frac{\delta h}{\delta x} - \frac{k s}{b H} \quad (5)$$

en moet worden beschouwd in verband met de continuïteitsvergelijking (1).

De veranderlijken, s en h , komen in deze vergelijkingen slechts in lineairen vorm voor. Daardoor is integratie mogelijk, waarbij als oplossingen kunnen optreden exponentiële en goniometrische functies of een som hiervan. In het bijzonder kan een oplossing worden aangegeven, waarbij alle veranderlijken enkelvoudig harmonische functies van den tijd zijn, welke oplossing dus een beeld geeft van de voortplanting van één enkel partieel getij zonder beïnvloeding door andere getijden. Practische beteekenis heeft deze oplossing voor het M_2 getij, dat in West-Europa een zoo sterk overheerschende positie inneemt, dat dit getij beschouwd kan worden — en ook algemeen in gebruik is — als een eerste benadering van de totale getijbeweging.

Twee vragen dringen zich hier op:

A. Zijn de uit het M_2 getij — uit deze eerste benadering van de totale getijbeweging — te trekken conclusies toereikend om een voldoende nauwkeurig antwoord op de door de practijk gestelde vragen mogelijk te maken? Alleen dan immers zal een voor het M_2 getij geldende berekeningsmethode de moeite loonen.

Het verslag der Staatscommissie Lorentz laat zich over deze vraag niet uit. Gezien de beteekenis, welke het antwoord

hierop ook voor de op benedenrivieren toe te passen methode heeft, zal in § 15 een nadere behandeling er van volgen.

B. Geeft de vergelijking (5) een — gezien de toegepaste verwaarloozingen en vereenvoudigingen — voldoende nauwkeurig beeld van de voortplanting van het M_2 getij?

De Staatscommissie Lorentz rechtvaardigt haar verwaarloozingen in hoofdzaak à posteriori, door te wijzen op de goede resultaten, welke haar methode oplevert bij het narekenen van bestaande gebieden van zoo verschillend karakter als het samenstel van Waddenzee en Zuiderzee eenerzijds; het kanaal van Bristol anderzijds. Ook een door schrijver dezes voor de Oosterschelde uitgevoerde getijberekening kwam uitstekend met de werkelijkheid overeen, terwijl de schitterende wijze, waarop de voorspellingen van de Staatscommissie ten aanzien van het getij in de Waddenzee na afsluiting zijn uitgekomen, het sterkste argument voor de practische toepasbaarheid van de methode Lorentz vormen.

Men kan zich echter ook afvragen of niet nader kan worden aangetoond, waarom, c.q. onder welke voorwaarden, de gemaakte verwaarloozingen geoorloofd zijn en waarom juist de toepassing van de arbeidsvoorwaarde bij de bepaling van k de meest bruikbare uitkomst geeft. Een dergelijke rechtvaardiging à priori komt in het verslag der Staatscommissie niet voor. Zooals in de volgende § wordt aangetoond, is zij echter wel aanwezig.

§ 3. Theoretische rechtvaardiging van de vereenvoudigingen bij de methode Lorentz.

Bij de getijbeweging in een kanaal met horizontalen bodem kan de ligging van den waterspiegel worden weergegeven door $h = H + \eta$, waarbij H aangeeft de constante diepte t.o.v. den middenstand en η de afwijking van den waterspiegel t.o.v. den

middenstand. Indien het M_2 getij (zooals in West-Europa het geval is) als eerste benadering van de getijbeweging kan worden beschouwd, zal η , evenals s , in eerste benadering door een enkelvoudig harmonische functie van den tijd met de periode van het M_2 getij worden weergegeven.

Wordt een kanaal beschouwd met een breede rechthoekige doorsnede, (eventueel met naastgelegen banken) dan kan men schrijven:

$$s = b (H + \eta) v$$

en daarmee v uit (4) elimineeren:

$$\begin{aligned} \frac{1}{g b (H + \eta)} \frac{\delta s}{\delta t} - \frac{s}{g b (H + \eta)^2} \frac{\delta \eta}{\delta t} + \frac{s}{g b^2 (H + \eta)^2} \frac{\delta s}{\delta x} - \\ - \frac{s^2}{g b^2 (H + \eta)^3} \frac{\delta \eta}{\delta x} = - \frac{\delta \eta}{\delta x} - \frac{1/s/s}{C^2 b^2 (H + \eta)^3} \end{aligned} \quad (6)$$

Van de beide strenge differentiaalvergelijkingen (1) en (6) laat de methode Lorentz vergelijking (1) onaangetast, zoodat de resultaten exact aan de continuïteitsvoorwaarde voldoen en dus kinematisch mogelijk zijn. Vergelijking (6) wordt echter vervormd tot (5). Beide vergelijkingen drukken uit, dat de versnelling der waterdeeltjes bepaald wordt door de werkende krachten t.w. de zwaartekracht (het verhang) en de weerstand.

Men kan zich nu afvragen, welke krachten K men op de watermassa extra zou moeten laten werken, opdat (5) de strenge dynamische vergelijking vormt. Door vergelijking van (6) en (5) volgt, dat, uitgedrukt per gewichtseenheid, de toe te voegen krachten bedragen:

$$\begin{aligned} K = - \frac{\eta}{g b (H + \eta) H} \frac{\delta s}{\delta t} - \frac{s}{g b (H + \eta)^2} \frac{\delta \eta}{\delta t} + \frac{s}{g b^2 (H + \eta)^2} \frac{\delta s}{\delta x} - \\ - \frac{s^2}{g b^2 (H + \eta)^3} \frac{\delta \eta}{\delta x} - \left(\frac{k s}{b H} - \frac{1/s/s}{C^2 b^2 (H + \eta)^3} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

Dezelfde krachten, doch met tegengesteld teeken, vormen a.h.w. de correctiekrachten, welke, indien zij inwerken op den reeds aanwezig gedachten, door (1) en (5) bepaalden bewegings-toestand, dezen doen overgaan in de aan de strenge vergelijkingen

gen (1) en (6) voldoende beweging.

In de eerste plaats is nu van belang, de orde van grootte der verschillende termen van K te vergelijken met de in (5) behouden krachten $\frac{\delta \eta}{\delta x}$ en $\frac{k s}{b H}$. Daarbij wordt uitgegaan van het feit, dat het M_2 getij een eerste benadering van de totale getijbeweging vormt en dat, eveneens in eerste benadering, de maximale verheffingen η klein zijn t.o.v. de gemiddelde diepte H (practisch valt te denken aan een verhouding van 1 : 8 tot 1 : 10).

Een benadering van K wordt dus verkregen door, in plaats van de exacte waarden van s en η , de bij het M_2 getij behorende waarden te substitueeren. Dit M_2 getij vertoont een periode T en een golflengte λ , welke met T en de voortplantingssnelheid¹⁾ c samenhangt volgens de uitdrukking: $\lambda = c T$. Daar de veranderingen van s en η van hun maximum positieve tot hun maximum negatieve waarde plaatsvinden in den tijd over een halve periode en naar den afstand over een halve golflengte, geldt:

$$\begin{aligned} \frac{\delta s}{\delta t} : \frac{\delta s}{\delta x} &\approx \frac{1}{T} : \frac{1}{\lambda} = c \\ \frac{\delta \eta}{\delta t} : \frac{\delta \eta}{\delta x} &\approx \frac{1}{T} : \frac{1}{\lambda} = c \end{aligned}$$

Met behulp van (1) is nu af te leiden:

$$\begin{aligned} \frac{\delta \eta}{\delta t} &\approx c \frac{\delta \eta}{\delta x} \\ \frac{\delta s}{\delta x} &\approx B c \frac{\delta \eta}{\delta x}, \text{ en dus ook:} \\ s &\approx B c \eta, \text{ zoodat:} \\ \frac{\delta s}{\delta t} &\approx B c^2 \frac{\delta \eta}{\delta x} \end{aligned}$$

¹⁾ In aansluiting op het in Frankrijk en Duitschland ingevoerde gebruik om een voortplantingssnelheid aan te duiden door een afzonderlijken term (resp. „célérité” en „Schnelligkeit”), zal hiervoor in het vervolg het woord „vaart” worden gebezigd.

Tenslotte volgt uit het feit, dat de drie termen van (5) in zeearmen van dezelfde orde van grootte zijn, dat

$$B c^2 \propto g b H$$

Met behulp van deze uitdrukkingen kan de orde van grootte van de eerste vier termen van (7) als volgt worden weergegeven:

$$\frac{\eta}{g b (H + \eta) H} \frac{\delta s}{\delta t} \propto \frac{\eta}{B c^2 H} B c^2 \frac{\delta \eta}{\delta x} = \frac{\eta}{H} \frac{\delta \eta}{\delta x}$$

$$\frac{s}{g b (H + \eta)^2} \frac{\delta \eta}{\delta t} \propto \frac{B c \eta}{B c^2 H} c \frac{\delta \eta}{\delta x} = \frac{\eta}{H} \frac{\delta \eta}{\delta x}$$

$$\frac{s}{g b^2 (H + \eta)^2} \frac{\delta s}{\delta x} \propto \frac{B c \eta}{B c^2 b H} B c \frac{\delta \eta}{\delta x} = \frac{\eta}{H} \frac{\delta \eta}{\delta x}$$

$$\frac{s^2}{g b^2 (H + \eta)^3} \frac{\delta \eta}{\delta x} \propto \frac{B^2 c^2 \eta^2}{B c^2 b H^2} \frac{\delta \eta}{\delta x} = \frac{\eta^2}{H^2} \frac{\delta \eta}{\delta x}$$

Het blijkt dus, dat de eerste, tweede en derde term van de uitdrukking voor de correctiekrachten van dezelfde orde zijn en wel, als men de termen van de vergelijking (5) als van de eerste orde betitelt, van de tweede orde. Ook de laatste term, gevormd als het verschil van twee uitdrukkingen voor den weerstand, die van de eerste orde zijn, kan als van de tweede orde worden beschouwd.

Slechts de vierde term is van lagere (derde) orde. Wil men dus de correctiekrachten K benutten om een indruk te krijgen van het verschil tusschen een eerste en een tweede benadering van de exacte beweging, dan kan deze vierde term vervallen, terwijl men in de overige termen van (7) de uit de eerste benadering volgende waarden van s en η kan substitueeren. Men krijgt zodoende een eerste benadering van K , wat voldoende is voor een tweede benadering van den bewegingstoestand.

De te gebruiken uitdrukking voor K is met behulp van (1) en indien eenvoudigheidshalve bij deze principiële beschouwing

$b = B$ wordt gesteld, als volgt te schrijven:

$$K = - \frac{2s}{g b H^2} \frac{\delta \eta}{\delta t} - \frac{\eta}{g b H^2} \frac{\delta s}{\delta t} - \left[\frac{k s}{b H} - \frac{1/s/s}{C^2 b^2 (H + \eta)^3} \right] \quad (8)$$

Als resultaten van de eerste benadering verschijnen s en η in den navolgenden vorm:

$$\begin{aligned} s &= s_0 \cos (n t - \varphi) \\ \eta &= \eta_0 \cos (n t - \kappa) \end{aligned}$$

Substitueert men deze waarden in (8), dan is het resultaat:

$$\begin{aligned} K &= \frac{2 n s_0 \eta_0}{g b H^2} \cos (n t - \varphi) \sin (n t - \kappa) + \\ &+ \frac{n s_0 \eta_0}{g b H^2} \sin (n t - \varphi) \cos (n t - \kappa) - \\ &- \left[\frac{k s_0}{b H} \cos (n t - \varphi) - \right. \\ &\left. - \frac{s_0^2}{C^2 b^2 H^3} \cos (n t - \varphi) \cos (n t - \varphi) \left\{ 1 - \frac{3 \eta_0}{H} \cos (n t - \kappa) \right\} \right] \quad (9) \end{aligned}$$

In den laatsten term, welke op zichzelf van de eerste orde is, mag η t.o.v. H niet worden verwaarloosd, doch mag wel worden geschreven:

$$\left(\frac{H}{H + \eta} \right)^3 = 1 - 3 \frac{\eta}{H}$$

Het karakter van K komt naar voren, indien men bovenstaande uitdrukking gaat vervormen tot een reeks termen, welke elk één factor vertoonen van den vorm van een cos.- of sin.functie van een hoek, bepaald door een veelvoud van nt , vermeerderd of verminderd met een constanten term. Deze vervorming is voor alle termen door toepassing van goniometrische formules uit te voeren, behoudens voor den met den kwadratischen weerstand samenhangenden term $\cos (n t - \varphi) / \times \cos (n t - \varphi)$ daar hier de positieve en negatieve waarden afzonderlijk moeten worden behandeld.

Dit nu is juist de waarde, die de door Lorentz opgestelde arbeidsvoorwaarde aan k toekent, zooals blijkt bij vergelijking met formule (14) van het verslag der Staatscommissie. ¹⁾

Indien dus aan k de door de methode Lorentz geëischte waarde wordt gegeven, bevat de uitdrukking voor de correctiekrachten K geen termen met de frequentie van M_2 , doch wel constante termen en termen met de frequentie van M_4 , M_6 enz., welke bovendien ten hoogste van de tweede orde zijn. Deze correctiekrachten zullen dus in tweede benadering aanleiding geven tot permanente waterstandsverschillen en tot bovengetijden, doch zij zullen het in eerste benadering gevonden M_2 getij niet beïnvloeden.

M.a.w. het in eerste benadering gevonden M_2 getij zal bij overgaan tot de tweede benadering niet veranderen, of, nog anders uitgedrukt, het verschil tusschen de volgens de methode Lorentz gevonden waarden voor de M_2 getij-constanten en de exacte waarden is van de derde orde.

Er is dus gebleken:

De methode Lorentz, welke zich beperkt tot het hoofdgetij (M_2), kan niet meer geven dan een eerste benadering van de getijbeweging.

Van fundamenteel belang is, dat, tengevolge van de voor k aangenomen waarde, de verwaarloosde termen het M_2 getij in eerste benadering niet beïnvloeden. Daardoor zijn de volgens de methode Lorentz berekende M_2 getijden ook in tweede benadering juist. Juist hierin ligt de theoretische rechtvaardiging van de bij deze methode toegepaste verwaarloozingen.

De bij de methode Lorentz verwaarloosde termen geven aanleiding tot het ontstaan van permanente waterstandsverschillen en tot bovengetijden. Het is dus uitgesloten, dat deze veranderingen en vervormingen van den middenstand, resp. de

¹⁾ Daarbij valt te bedenken, dat $8/3\pi = 0,849$, terwijl s_0/bH practisch identiek is met de maximum stroomsnelheid v_m . De factor g is, door een andere behandelingswijze, thans uit de formule verdwenen, k heeft diengevolge een andere dimensie dan bij de Staatscommissie.

getijlijn, met de volgens de methode Lorentz vereenvoudigde vergelijkingen kan geschieden.

Het is in principe mogelijk, deze veranderingen en vervormingen nader te onderzoeken door na te gaan, tot welke waterbeweging de door (11) bepaalde correctiekrachten K aanleiding geven. Daarbij dient bij het vaststellen van den weerstand rekening te worden gehouden met de aanwezige stroomen van het M_2 getij.

Het gezamenlijk aanwezig zijn van den hierboven aange-toonden logischen, theoretischen opbouw en een aantal geslaagde practische toepassingen wettigt de uitspraak, dat de methode Lorentz het aangewezen instrument is tot het berekenen van het hoofdgetij in zeearmen.

§ 4. De stormvloedberekening volgens Lorentz.

Naast een, op sommige punten verbeterde uitwerking van de door Gallé (16) en C. W. Lely (17) gegeven methode tot het berekenen van de stormvloedverhooging, wordt in het verslag der Staatscommissie Lorentz een „derde methode” opgebouwd, welke in hoofdzaak aan Lorentz persoonlijk is te danken en welke, evenals de methode Lorentz voor de getijberekening, uitgaat van de exacte bewegingsverlikingen. Hierin moest ook de invloed van den wind worden weergegeven (S.C.L. §§ 54—63).

De voor de becijfering der eindresultaten gevolgde methode berust, in tegenstelling met de getijtheorie, niet op het door passende vereenvoudigingen integreel maken der differentiaalvergelijkingen. In het bijzonder werd van het lineariseeren van den weerstandsterm afgezien, wat het integreeren der vergelijkingen in gesloten vorm onmogelijk maakte. Daarom werd de oplossing ontwikkeld als een oneindige reeks naar machten van α , waarbij als coëfficiënten willekeurige functies

van t optreden. Indien de geullengte niet langer was dan ongeveer 20 km, konden de vierde en volgende termen der reeksen buiten rekening worden gelaten (§§ 96—106 S.C.L.).

Zooals in § 8 nader wordt uiteengezet, is een dergelijke berekening alleen uitvoerbaar bij een uiterst eenvoudig geulenschema. Daar dit schema de assen van de belangrijkste geulen diende te volgen, kon van een voldoende nauwkeurige bepaling van de stormvloedverhooging langs de kusten op deze wijze geen sprake zijn, terwijl het voor de practijk hier juist op aankwam.

Om dit bezwaar te ondervangen zijn, naast deze „exacte” berekening met een uiterst eenvoudig schema, berekeningen uitgevoerd voor een stationnair gedachten stroomingstoestand, welke ongeveer overeenkomt met dien, welke op het moment van H.W. in de Waddenzee heerschte. Deze stationnaire berekening werd eenerzijds uitgevoerd met hetzelfde eenvoudige schema, anderzijds met een zeer uitgebreid geulenschema, waarbij door een achteraf uitgevoerde vereffening de door de schematisering ontstane onnauwkeurigheden practisch te niet werden gedaan (§§ 86—93 S.C.L.).

Al deze berekeningen werden uitgevoerd voor den toestand met open Zuiderzee en daarna, door het laten wegvallen van den stroom naar de Zuiderzee, voor afgesloten Zuiderzee. Het verschil in waterstand tusschen de beide berekeningen gaf de stormvloedverhooging.

Door vergelijking van de twee berekeningen met eenvoudig schema werd een coëfficiënt bepaald, welke den invloed weergaf van het niet stationnair zijn der verschijnselen op de stormvloedverhooging. Deze coëfficiënt varieerde veel minder dan de stormvloedverhooging zelf, waardoor het mogelijk werd, voor punten aan de kust den coëfficiënt met voldoende nauwkeurigheid af te leiden uit de in de geulassen gevonden waarden. Toepassing van dezen coëfficiënt op de uit de stationnaire berekening met uitgebreid en vereffend geulenschema volgende waarden leidde tot de meest waarschijnlijke waarden voor de

stormvloedverhoogingen.

Overeenkomstig hetgeen in de inleiding werd opgemerkt, is deze behandelingswijze in hooge mate gebonden aan de plaatselijke omstandigheden. Als zoodanig zijn hier te noemen:

- a. de betrekkelijk geringe lengte van het na afsluiting overblijvende gebied, waardoor de oogenblikken van H.W. in dit gebied weinig van elkaar en van het oogenblik van maximum Noordzeestanden afwijken. Daardoor kon de fixeering van de omstreeks dezen tijd aanwezige stroomingen tot een stationnairen toestand dienst doen als een bruikbare benadering van de werkelijkheid;
- b. de vorm van de Waddenzee, die in uiterste vereenvoudiging als één enkele geul tusschen de zeegaten van Texel en Vlieland kon worden opgevat, hetgeen de „exacte” methode practisch mogelijk maakte.

Waar hierbij komt, dat zelfs in dit geval het rekenwerk zeer aanzienlijk was, lijkt de kans dat deze methode in andere omstandigheden eveneens de aangewezen zou zijn niet groot.

Aanvankelijk hebben Lorentz en Thijssen, als voorzitter en 2e secretaris van de Staatscommissie, de oplossing van het stormvloedprobleem gezocht langs een anderen weg, welke echter na vele pogingen voor de bovengenoemde is opgegeven en welke in het verslag der commissie alleen in § 83 kort wordt gememoreerd. Deze eerst onderzochte methode kan worden aangeduid als die der periodieke stormvloeden.

Zij berust op het, uit het in de §§ 82, 147 en 148 S.C.L. behandelde onderzoek volgende, en ook op andere wijzen aan te toonen feit, dat omstandigheden in of aan de grenzen van een bepaald gebied op den momenteelen toestand van dit gebied een invloed uitoefenen, welke kleiner is, naarmate deze omstandigheden in den tijd verder terug liggen. Steeds is een tijdinterval aan te geven, zoo groot, dat de invloed van omstandigheden, welke nog vroeger zijn voorgevallen, kan worden verwaarloosd. De grootte van dit interval zal afhangen van

en in het algemeen toenemen met de grootte van het gebied.

Indien nu op een of andere sterk benaderende wijze een ruime schatting van dit tijdinterval is verkregen, kan men de t.o.v. de kritieke momenten (hoogwaterperiode) meer dan het tijdinterval vroeger voorgekomen omstandigheden vervangen door willekeurige omstandigheden. B.v. kan men aannemen, dat de onderzochte stormvloed identieke voorgangers heeft gehad, welke steeds weer met gelijke tusschenpoozen op elkaar zijn gevolgd. Alle omstandigheden worden daardoor periodieke functies van den tijd met een periode T , welke gelijk is aan of grooter dan het bovenbedoelde tijdinterval.

Met een Fourieranalyse kunnen deze periodieke functies worden ontbonden in een constanten term en een aantal enkelvoudig harmonische functies met de perioden T , $\frac{1}{2}T$, enz. Men kan nu elke enkelvoudige beweging op zichzelf als een getij met de betreffende periode berekenen en de uitkomsten voor elk punt superponeeren.

Het verslag der Staatscommissie geeft aan, dat deze methoden niet tot een bevredigend resultaat voerden, vooral wegens het feit, dat de werkelijke kwadratische weerstand, welken een aantal stroomen tezamen ondervindt, sterk kan afwijken van de som der weerstanden, welke elke stroom op zichzelf zou ondervinden. Bij de berekening der enkelvoudige bewegingen dienden dus weerstandscoefficienten te worden gebruikt, welke niet alleen van deze beweging zelf, doch ook van de andere enkelvoudige bewegingen afhangen. Het voldoende juist bepalen van den lineairen weerstandscoefficient biedt zodoende zeer groote moeilijkheden.

Bovendien volgt uit de beschouwingen van § 3, dat, indien geen sprake is van een hoofdgetij, doch van enkele getijden van dezelfde orde van grootte, de theoretische rechtvaardiging voor de toepassing van de getijtheorie van Lorentz ontbreekt. Het getij met periode T zal b.v. bovengetijden doen ontstaan van de periode $\frac{1}{2}T$, welke slechts klein van de eerste orde zijn t.o.v. de oorspronkelijke getijden met deze periode.

Ook de methode der periodieke stormvloeden zal dus slechts zelden tot een bevredigende oplossing kunnen leiden. Toch heeft zij het aanknoopingspunt gegeven voor de wijze, waarop bij de in Hoofdstuk V beschreven stormvloedproblemen op benedenrivieren tot een resultaat is gekomen.

HOOFDSTUK II.

DE ONTWIKKELING VAN DE WATERLOOPKUNDIGE BEREKENING VAN BENEDENRIVIEREN.

§ 5. Afvoerberekening op bovenrivieren.

Het verband tusschen den afvoer en het verhang van rivieren en kanalen is één der oudste problemen van de hydraulica, dat reeds in de 18e eeuw een voorloopige oplossing vond in de formule van Chézy:

$$v = S : f = C \sqrt{R i} \quad (3)$$

Het voorloopige karakter van deze oplossing is vooral gelegen in het feit, dat de coëfficiënt C geen constante is, doch van vele omstandigheden afhangt, in het bijzonder van den hydraulischen straal R en van de geaardheid van de wanden van het primatisch gedachte bed.

Het heeft niet aan pogingen ontbroken om, hetzij de formule van Chézy door een andere te vervangen, hetzij een nadere uitdrukking voor de waarde van C te geven. Een opsomming ervan zou vele bladzijden vorderen (zie b.v. (18)), doch gelukkig zijn de meeste snel in het vergeetboek geraakt. Vrijwel unaniem bestaat tegenwoordig de overtuiging, dat v het best kan worden weergegeven door een ééntermige uitdrukking, waarin het verhang als een factor met de macht $\frac{1}{2}$ voorkomt.

Minder eenstemmigheid bestaat ten aanzien van de macht van den factor R . In het algemeen, bij groote variaties, staat vast, dat de macht van R , waarmee v evenredig is, grooter is dan $\frac{1}{2}$; zoodat bij groote rivieren met hoogere waarden van C moet worden gerekend dan bij slooten en beken. Ter weergeving van deze variatie komt steeds meer op den voorgrond

de formule van Manning, volgens welke geldt:

$$v = S : f = C^* R^{2/3} j^{1/2} \quad (38)$$

waarbij dus a.h.w. de constante van Chézy evenredig is gesteld met $R^{1/6}$.

Strickler (zie 18) heeft deze formule nader uitgewerkt door C^* omgekeerd evenredig te stellen met den zesdemachtswortel van een lineaire afmeting, welke als maat voor de oneffenheden van den wand kan gelden.

De waarnemingen op de Nederlandsche bovenrivieren wijzen echter niet op de geldigheid van de formule van Manning. Het zorgvuldig onderzoek van C.W. Lely (19) voor enkele vakken op de Waal, den Nederrijn en de Lek gaf waarden voor C , die weinig uiteen liepen (van 45,4 tot 49,6) en waarbij van toeneming van C met den hydraulischen straal niets viel te bespeuren. Ook recente onderzoeken van den studiedienst in de directie Bovenrivieren van den Rijkswaterstaat wijzen in dezelfde richting, hetgeen ook gezegd kan worden van enkele, dezerzijds ondernomen en in Hoofdstuk IV beschreven pogingen om den afvoercoëfficiënt op de Lek uit waarnemingen af te leiden.

In tegenspraak hiermee is echter weer, dat bij proefberekeningen voor de in Hoofdstuk V beschreven weergeving van den stormvloed van 13—14 Januari 1916 op de Bergsche Maas de formule van Manning tot een veel bevredigender resultaat leidde dan die van Chézy.

Wellicht kan deze tegenspraak worden verklaard volgens den gedachtengang van Strickler. Een hoogere waterstand op de bovenrivieren gaat gepaard met grootere snelheden, welke den zandbodem beïnvloeden. Indien daardoor de oneffenheden van den bodem globaal in evenredigheid met de diepte toenamen, zou, bij algemeene geldigheid van de formule van Strickler, practisch voor de bovenrivieren de formule van Chézy opgaan. Daarentegen zal de stormvloed, waarmee in het algemeen geen grootere snelheden gepaard gaan, geen vergroting van de bodemoneffenheden behoeven te veroorzaken,

terwijl in elk geval de tijd zou ontbreken om ze tot stand te brengen. De formule van Strickler is hier, bij constanten bodemvorm, dus gelijk aan die van Manning. Echter kan deze verklaring als niet méér dan een hypothese worden beschouwd en in elk geval bestaat op dit gebied een belangrijke onzekerheid. Doch naast deze theoretische verschillen ten aanzien van den bouw en den coëfficiënt van de afvoerformule staat het feit, dat de formule feitelijk slechts geldt voor rechte, prismatische kanalen.

In hoeverre de bochten van een natuurlijken waterloop een extra weerstand veroorzaken, is twijfelachtig. Leidt men den coëfficiënt uit waarnemingen af, dan zal de invloed van de kronkelingen erin zijn verwerkt, doch dan zullen voor een bepaalde rivier opgestelde constanten niet toepasbaar zijn op een andere, waarvan het régime en de aard der aanliggende terreinen een andere mate van kronkeling hebben veroorzaakt.

Belangrijker is de invloed van het feit, dat de natuurlijke waterlopen niet prismatisch zijn, doch dat de grootte der dwarsprofielen van punt tot punt sterk kan verschillen. C. W. Lely (19) heeft hierop met klem gewezen. Later is zelfs gebleken, dat de variatie in bodemligging nog grooter was dan hij aannam. Op een bepaald moment zal de bodem een aaneenschakeling van ruggen en dalen vertoonen, welke onderling in hoogteligging verschillen (20), terwijl daarnaast van oogenblik tot oogenblik sterke variaties in de gemiddelde bodemligging over een bepaald riviervak kunnen optreden. Uit onderzoekingen van den bovengenoemden studiedienst voor de bovenrivieren bleek, dat in tijden van grooten rivierafvoer geleidelijk een verhooging, daarentegen in droge tijden een verlaging van de bodemligging optreedt.

Het vaststellen van het maatgevende dwarsprofiel bij natuurlijke waterlopen wordt als gevolg hiervan een zeer moeilijk proces, waaraan een exacte basis ontbreekt en dat aan de hand van de gebruikelijke peilkaarten niet dan met be-

langrijke onzekerheid en een zekere willekeur kan geschieden.

Een derde onzekerheid is bij de Nederlandsche rivieren aanwezig in den vorm van de kribben. Alleen tusschen twee tegenover elkaar gelegen kribben is van een wel gedefinieerd dwarsprofiel sprake; op de overige punten is aan de peilkaarten niet te zien, hoe groot het profiel is, waarover de rivierafvoer zich verdeelt. Of de rivier tusschen twee opeenvolgende kribparen haar hydraulisch werkzaam dwarsprofiel behoudt, dan wel dat een deel van den afvoer zijn weg door de kribvelden zoekt, of dat tenslotte contractieverschijnselen bij de kribkoppen het werkzame dwarsprofiel over bepaalde stukken van het traject kleiner doen zijn dan het profiel tusschen de kribkoppen, dit zijn vragen, waarop nog geen afdoend antwoord is te geven.

De permanente strooming in een rivier met kribben vormt een probleem, dat door nauwgezette waarnemingen in de werkelijkheid en in modellen nader zal moeten worden bestudeerd. Het is zeer waarschijnlijk, dat allerlei plaatselijke omstandigheden het karakter van de strooming om de kribkoppen en in de kribvelden zullen beheerschen, waardoor een algemeene, nauwkeurige formule niet zal kunnen worden opgesteld.

Bij den tegenwoordigen stand van zaken zal de vaststelling van het voor een riviervak maatgevende dwarsprofiel op een min of meer conventioneele aanname berusten en de te gebruiken waarde van den afvoercoëfficiënt C of C^* zal mede door deze aanname worden bepaald.

In nog sterker mate dan Lely veronderstelde, geldt daarom de door hem getrokken conclusie ten aanzien van den in de te gebruiken formule optredende coëfficiënt. Voor een nauwkeurige berekening moet deze worden bepaald door vergelijking van, met dezelfde formule en bij gelijksoortige aannamen betreffende het dwarsprofiel uitgevoerde, berekeningen en van waarnemingen van afvoer, verhang en profielgegevens voor een bestaanden toestand van de onderzochte rivier. Empirische formules, afgeleid uit waarnemingen op andere rivieren en kanalen, zijn nimmer als betrouwbaar te aanvaarden.

In elk geval blijft de onnauwkeurigheid der berekeningen vrij belangrijk en het onderzoek van de stroomingen op de bovenrivieren kan dus aan de theorie der waterbeweging op benedenrivieren slechts een onvolkomen instrument bieden ter vaststelling van den weerstand, welken een bepaalde strooming op de benedenrivier ondervindt.

§ 6. De behandeling van de waterbeweging op de Nederlandsche benedenrivieren in de vorige eeuw.

Zooals reeds in § 1 werd aangegeven, is de ontwikkeling van het inzicht in en de berekening van de waterbeweging op benedenrivieren in hooge mate verbonden aan de practische problemen, welke zich hebben voorgedaan. Een beschrijving van den groei van de theorie en van rekenmethoden voor getijrivieren zal daarom dienen uit te gaan van de belangrijke veranderingen, welke door menschelijk ingrijpen in het régime der Nederlandsche benedenrivieren zijn gebracht en weergeven, hoe de drang om de gevolgen van dit ingrijpen vooraf te voorspellen, steeds sterker werd en aanleiding gaf tot aanvankelijk gebrekkige, later steeds in betrouwbaarheid toenemende methoden van behandeling.

Twee perioden zijn daarbij te onderscheiden. De eerste wordt, na een langdurige voorbereiding, omstreeks het midden der negentiende eeuw ingezet met de vorming van de Nieuwe Merwede. Het ingetreden bederf van onze rivieren, die de taak van het afvoeren van water en ijs slechts onvolkomen vervulden en regelmatig door overstromingen ernstige schade aanrichtten, dwong tot krachtig ingrijpen. Daarnaast maakte de technische vooruitgang van de scheepvaart noodzakelijk, nieuwe toegangswegen tot onze groote havensteden te schep-
pen, hetwelk in één geval eveneens tot een belangrijke wijziging in het rivier-régime leidde.

De drie groote veranderingen, welke in het tijdvak 1850—

1880 aan onze benedenrivieren werden aangebracht, zijn:

- A. de vorming van de Nieuwe Merwede;
- B. de verlegging van de uitmonding van de Maas naar den Amer;
- C. de aanleg van den Waterweg van Rotterdam naar zee.

Bij de Nieuwe Merwede lagen de problemen nog op een terrein, waar het afvoerend karakter der rivieren als hoofdzaak viel te beschouwen en de getijden en stormvloed en slechts als bemoeilijkende omstandigheden optraden. Ook voor de Bergsche Maas op zichzelf is dit nog het geval, maar met den invloed hiervan op den Amer is reeds het karakteristieke getijgebied bereikt, waar het getijkarakter van de waterbeweging volledig moet worden aanvaard. Bij den Rotterdamschen Waterweg is deze laatste omstandigheid geheel aanwezig.

Bij de hieronder volgende behandeling van deze drie problemen wordt allerm minst een volledig overzicht van de ontwerpen en de uitvoering van deze werken bedoeld (zie hiervoor **21**, **22** en **23**), doch wordt uitsluitend nagegaan, hoe men hierbij de waterloopkundige gevolgen voorzag en weergaf en op welke wijze dit leidde tot verdieping van het inzicht en ontwikkeling van de theorie.

A. Bij de plannen en ontwerpen tot vorming van de Nieuwe Merwede is een poging om de te verwachten veranderingen in cijfers weer te geven, nimmer gedaan. Nu was het hoofddoel van de verbetering, zooals deze door Ferrand en v. d. Kun in hun bekend rapport (**24**) werd ontwikkeld, het voorkomen van ijsverstoppingen door den afvoer van het ijs langs een breede, vloeiend gevormde rivier mogelijk te maken en voor dit doel was een hydraulische berekening niet wel mogelijk en ook niet bepaald noodig. Doch ook de vele andere zijden van het probleem werden slechts in woorden behandeld. Ferrand en v. d. Kun achtten het wenschelijk, dat de Beneden- en Nieuwe Merwede bij normale waterstanden ieder de helft van de door de Boven Merwede aangebrachte hoeveelheid zouden afvoeren,

doch dat bij hooge waterstanden de Nieuwe Merwede een grooter aandeel in den afvoer zou hebben. Welke afmetingen van de rivieren daarvoor noodig waren, gaven zij niet aan en hun sterke aandrang om het ingrijpen in de situatie zeer geëldelijk te doen plaats hebben, is een teeken, dat zij proefondervindelijke aanwijzingen voor den gewenschten toestand wilden afwachten. Ten aanzien van een vooral tijdens de uitvoering mogelijke verhooging van de waterstanden zeggen zij, dat zij deze niet verwachten, doch voegen er direct de restrictie achter „immers niet zoodanig, dat de uitwatering van Steenenhoek gevoelig wordt benadeeld”. Doch dat zij ook daarvan niet geheel zeker zijn, is af te leiden uit den erop volgende zin „Hetgeen het zwaarst is, zal ook als zoodanig moeten gelden.....” en terecht beschouwen zij hun wel doordachte, grondleggende plannen tot herstel van onze rivieren als te belangrijk om door een onzekerheid ten aanzien van een plaatselijk nadeel te worden opgehouden. Doch hoe juist het moge zijn om de hoofdzak niet door bijzaken te laten beïnvloeden; dat het verwaarloozen van bijzaken tot bezwaren leidt, kwam weldra tot uiting. Zeer ernstige klachten — gegronde en ongegronde — werden ingebracht tegen de gevolgen der ondernomen werken, waarvan de belangrijkste was, die betreffende de belemmering van de uitwatering van het kanaal van Steenenhoek. Tweemaal, in 1856 en 1869, werd een Staatscommissie benoemd om deze bezwaren te onderzoeken (25 en 26). Door nauwgezette vergelijking van de vóór en na 1850 voorgekomen waterstanden werd de invloed van de werken benaderd en maatregelen aangegeven om de diensengevolge geleden schade te herstellen. Beide commissies waren het erover eens, dat de nadeelige gevolgen vooral optraden bij den overgangstoestand, waarbij wel de meeste killen door den Biesbosch waren gedicht, doch de Nieuwe Merwede nog niet zijn volledige capaciteit had. Beide raadden daarom aan, de vorming van de nieuwe rivier krachtig voort te zetten.

In het verslag der 2e commissie wordt voor het eerst in

bijlage IV een hydraulische berekening aangetroffen met het doel aan te toonen, dat bij den hoogsten, vroeger voorgekomen waterstand te Werkendam het gezamenlijk vermogen van Nieuwe- en Beneden Merwede voldoende is om de som van de maximale afvoeren van de Waal en van de Maas te transporteren. Daarvoor worden de H.W.- en L.W.standen geschat, welke bij dergelijke afvoeren zullen optreden te Deeneplaat en Dordrecht. Uit het verval tusschen den aangenomen maximumstand te Werkendam en deze H.W.- en L.W.standen worden met behulp van de formule voor permanente strooming afvoeren berekend, welke worden aangenomen resp. bij H.W. en L.W. op te treden. Het gemiddelde van beide wordt tenslotte als de gemiddelde afvoer van de betreffende rivier bij den bedoelden stand te Werkendam beschouwd. Bij deze sterke benadering doet het eigenaardig aan, als „bekende formule” voor de afvoerberekening aan te treffen de formule van Chézy met als constante C een waarde van 53,813, dus op tienduizendsten nauwkeurig.

Het belangrijke werk van de vorming van de Nieuwe Merwede, dat van zoo groote beteekenis is geweest voor de verbetering van onze rivieren en de voorkoming van de voorheen zoo veelvuldige overstromingen, is dus ontworpen en grootendeels uitgevoerd zonder eenige poging om vooraf de waterloopkundige gevolgen onder cijfers te brengen. Eerst kort voor de voltooiing wordt een dergelijke poging gedaan ten aanzien van den waterstand bij zeer grooten afvoer. Aan de beïnvloeding van de getijsterkte is in de betreffende stukken nimmer eenige aandacht geschonken.

B. Als tweede belangrijk ingrijpen, dat, met de vorming van de Nieuwe Merwede de voorwaarde heeft geschapen, waarop kon berusten een doorgaande geschiktmaking van de rivieren voor den afvoer van water en ijs zonder gevaar voor dijkdoorbraken, treedt op de verlegging van den Maas-mond naar den Amer. Ferrand en v. d. Kun hadden dit werk slechts

kort aangeduid en aangegeven, dat het eerst na voltooiing van de Nieuwe Merwede diende te worden aangepakt. Doch in het rapport der inspecteurs v. d. Kun, Fijnje en Conrad van 1861 (27) wordt het, oorspronkelijk door Krayenhoff (28) opgestelde project reeds als urgent en belangrijk op den voorgrond geschoven. In tegenstelling met wat bij de Nieuwe Merwede het geval is, geven zij reeds dadelijk een berekening, om de mate van de te verwachten verbetering onder cijfers te brengen. Van het „gevoelsstadium”, kenmerkend voor het ontstaan van de Nieuwe Merwede, is men in het stadium gekomen van de, in meer of mindere mate, op globale aannamen berustende berekeningen.

De door de inspecteurs gegeven becijfering gaat uit van de aanname, dat de L.W.standen langs een rivier bij een bepaalden afvoer overeenkomen met een permanentie bij dezen afvoer. Voor de H.W.standen wordt een berekening blijkbaar te bezwaarlijk geacht en deze worden daarom benaderd door een in het lengteprofiel op het gevoel getrokken lijn, „toogsgewijs en genoegzaam gelijkvormig aan de vloedlijn op de overige rivieren”. Men nam daarbij aan, dat „het uitwerksel der vloed” tusschen St. Andries en Lith zou eindigen.

Naarmate de plannen hun uitvoering naderen, wordt uitvoeriger op de waterbeweging ingegaan en bij de beschrijving van het definitieve project in de Memorie van Toelichting van de onteigeningswet is een uitvoerige nota met waterloopkundige beschouwingen gevoegd (29). De laagwaterstanden op de Bergsche Maas worden daarin berekend bij verschillende bovenafvoeren en wel op de bovengenoemde, in het rapport van 1861 beschreven wijze. Op de hoogwaterstanden wordt niet ingegaan.

Uitvoerige beschouwingen wijdt de nota aan de normalisatie van en de waterbeweging op den Amer. Indien niet werd genormaliseerd, zou de verandering, die de nieuwe Maasmond voor de waterstanden op den Amer zou beteekenen, kunnen worden afgeleid uit vroegere waarnemingen bij werking van

den Baardwijkschen overlaat. Doch een onderzoek naar de gevolgen van de op den Amer aan te brengen verruimingen moet, naar het oordeel der Memorie van Toelichting, „op hypothetischen en dus betwistbaren grondslag berusten”. In de nota wordt dit onderwerp uitvoerig besproken en een schatting gemaakt van de, op verschillende punten van den Amer, na de verandering te verwachten vloed- en ebhoeveelheden. De beschouwingen zijn over het algemeen moeilijk te volgen en vaak onjuist. Reeds Lely (21, blz. 436—443) oefende hierop zeer juiste critiek. Een typisch kenteeken voor de in dit stadium ten aanzien van de getijbeweging op benedenrivieren gebruikelijke redeneeringen is het groote onderscheid, dat wordt gemaakt tusschen vloed en eb. De ebstroom wordt mechanisch opgevat als een stroom, die nauw samenhangt met het optredende verhang en daaruit met meer of minder groote nauwkeurigheid kan worden berekend. De vloedstroom wordt geheel anders behandeld en de daarop betrekking hebbende beschouwingen lijken veelal uit te gaan van den vloed als een min of meer antropomorf wezen, beziel met den wil om de rivier op te trekken, waarbij bepaalde hindernissen remmend kunnen werken, doch waarbij vaak gesteld wordt, dat kleine hinderpalen zonder verdere gevolgen „genomen” worden. Ongetwijfeld kan op deze wijze achteraf vaak een goed en sprekend beeld van de verschijnselen worden gegeven, maar als middel om een te verwachten toestand te beredeneeren zijn er groote gevaren aan verbonden.

Een op zichzelf niet belangrijk, doch kenmerkend voorbeeld hiervan is de in de nota voorkomende redeneering, dat in een bepaalde omstandigheid geen vloedwater de Donge kan instroomen, omdat dan op den Amer boven Drimmelen geen vloedstroom loopt. Het is de voorstelling van het wezen, dat niet voorbij Drimmelen is gekomen en dus de Donge niet heeft kunnen bereiken. In werkelijkheid zijn echter zeer wel toestanden mogelijk, waarbij de rijzing van het water tijdens den vloed op den Amer geen omkeering van den stroom bewerkt,

doch op de Donge, met een veel geringer bovenafvoer, wel.

Meer in overeenstemming met de opvattingen van Lely is de wijze, waarop Rose (30) het probleem aanpakt. Deze stelt voorop, dat „de golfbeweging van het tij een kracht aan de strooming van het water geeft, die een zelfstandige berekening moeilijk maakt”, en tracht daarom de waterstanden op de nieuwe rivier te benaderen door analogieën op te sporen met andere rivieren, in het bijzonder met de Nieuwe Maas. Ook Lely is van meening, dat de laagwaterstanden slechts zijn „af te leiden door vergelijking van laagwaterstanden, die op bestaande rivieren onder ongeveer gelijke toestanden voorkomen”.

Al heeft Lely gelijk in zijn critiek op de voor Amer en Bergsche Maas opgestelde berekeningen, en al verdiende de door hem aangegeven weg bij den toenmaligen stand van de waterlooptkunde inderdaad vaak meer vertrouwen, dit neemt niet weg, dat voor den vooruitgang van de wetenschap, welke in de toekomst tot betrouwbaarder voorspellingsmethoden moest leiden, dergelijke analogieredeneeringen veel minder waarde hebben dan pogingen, om de getijbeweging te analyseren. En de „Nota omtrent de afmetingen der uitmondingen van de Maas” verdient, als ernstig streven in deze richting, ongetwijfeld waardeering. Bovendien, dat zelfs een zeer benaderde voorspelling beter is dan geen voorspelling, blijkt uit het feit, dat de gevolgen van de Maasverlegging in het algemeen vooraf juist zijn ingezien en de voorziening in de geschade belangen tijdig is aangebracht. Een hevige pennestrijd en een haastig voorzien in achteraf gerezen klachten, zooals bij de Nieuwe Merwede optrad, is bij dit werk niet noodig geweest.

C. Hadden van de bovenbehandelde vraagpunten die ten aanzien van den Amer reeds betrekking op het gebied, waar de getijbeweging de hoofdrol speelt, geheel is dit het geval met de problemen van den Rotterdamschen Waterweg, welke chronologisch reeds vóór die van de Maasverlegging in behan-

deling kwamen. Na een door P. Caland in 1856 ondernomen studiereis naar Engeland en Frankrijk (31) en een door hem in 1858 ingezonden plan, werd het definitieve ontwerp voor de Doorgraving opgesteld in een rapport van een Raad van den Waterstaat (32). In bijlage no. 9 van dit rapport wordt een „berekening” gegeven van de in den mond van den Waterweg te verwachten diepte. Allereerst wordt daarbij op grond van geschatte hoog- en laagwaterstanden de komberging bepaald en daaruit en uit den aanvoer van bovenwater de ebafvoer berekend. Voor de gemiddelde snelheid van den ebstroom wordt daarop een bepaalde waarde geponeerd en door deeling wordt het profiel en bij vastgelegde breedte de te verkrijgen diepte becijferd. Vernietigend is de critiek, welke de hydrograaf Blommendal reeds in 1859 in een tweetal Memories (33, bijlage B) op deze berekeningsmethode uitoefent, in het bijzonder op de willekeurige en volgens zijn waarnemingen onjuiste aanname van de gemiddelde ebsnelheid. In verband met het boven opgemerkte omtrent de antropomorfe voorstelling is typisch, hoe Blommendal deze a.h.w. ad absurdum voert. Hij wijst op een tegenstrijdigheid tusschen de verwachting van den Raad van den Waterstaat, dat de stroomschuring de doorstrooming op het gewenschte profiel zal brengen en de stelling van Caland, dat de rivier zijn slib niet tot in zee brengt, doch dat dit zich hoogerop zal neerzetten en zal moeten worden weggebaggerd, en roept dan uit: „Waarlijk zou men geneigd zijn, om de uitstrooming bij iemand te vergelijken, die zich eenigen tijd aan ongeloofelijke vermoeienissen heeft blootgesteld, en nu eenmaal zijn streven bereikt zijnde, plotseling dood blijft”.

De onmogelijkheid om de te bereiken diepte te voorspellen, weegt bij Blommendal zoo zwaar („Het ware te wenschen dat er een middel bekend was om het grootsche plan op hechte gronden te doen steunen”, verzucht hij), dat hij tenslotte aan een kanaalplan, met gebruik van Hellegat en Brouwershavensche gat de voorkeur geeft. Blommendal's opvattingen waren

wetenschappelijk sterker en juister; toch is het gelukkig, dat de practische ingenieurskunst van Caland en zijn opvolgers zich door het tekortschieten der wetenschappelijke grondslagen niet heeft laten afschrikken en, met oer-menschelijke dwalingen en struikelingen, haar weg heeft vervolgd.

Toen het niet gelukte, in den mond van den Waterweg voldoende diepte te krijgen, werd in 1877 een Staatscommissie ingesteld om middelen ter verbetering aan te geven. In het rapport der Commissie (33) wordt o.a. gegeven een staat van de aan de rivier beneden Krimpen te geven normaalbreedten, waarbij is aangegeven, dat deze zijn te berekenen. Het rapport geeft de berekening niet, doch deze is te vinden in een nota bij de Memorie van Toelichting tot het wetsontwerp van 2 April 1881, van de hand der ingenieurs Rose, Conrad en van Dissel (34).

De nota begint met het constateeren van de wenschelijkheid om de vaststelling der normaalbreedten op een objectieve berekening te grondvesten. Als grondslag van de berekening worden genomen de stroommetingen van 26, 27 en 28 September 1878, waaruit de vloed- en ebafvoer van de Nieuwe Maas volgen. Bij de door de commissie voorgestelde afsluiting van de Noordgeul zou deze hoeveelheid zich geheel door Scheur en Doorgraving richten. Door optellen, resp. aftrekken van de komberging tusschen de onveranderd aangenomen hoogten van H.W. en L.W. wordt de ebafvoer in den Mond en te Delfshaven berekend.

Het bij den aanwezigen toestand optredende ebvermogen in den Mond eveneens bekend zijnde, wordt ondersteld, dat het aanwezige profiel in den mond in evenredigheid met deze beide ebvermogens zal toenemen. De profielen in tusschengelegen punten worden afgeleid door het ebvermogen aldaar uit de komberging (zie boven) te berekenen en te vergelijken met de ebvermogens in den Mond en te Delfshaven. Uit het in den Mond te verwachten profiel en het te Delfshaven aanwezige wordt in evenredigheid met de vermogens het profiel

op het tusschenpunt bepaald. Men vindt daarvoor dus twee waarden en het eindresultaat wordt verkregen door interpolatie bij gewichten, omgekeerd evenredig met den afstand van het punt tot het gebruikte uiteinde. Uit de verkregen profielen wordt de normaalbreedte verkregen door aan te nemen, dat de gemiddelde diepte 5,50 m onder L.W. zal bedragen.

Lely (21) rafelt de onderstellingen, waarop deze „berekening” berust, grondig uiteen en roept uit: „Tegen eene eenigszins willekeurige aanname der breedten, bij wijze van tasting, zouden wij geen bezwaar hebben, omdat men feitelijk niet in staat is, om op juiste gronden de breedten te bepalen, doch naar het ons voorkomt is het niet wenschelijk, indien die willekeurige aangenomen afmetingen den schijn verkrijgen van op juiste gronden door berekening bepaald te zijn.” Een volkomen juiste critiek. Kan de waterloopkundige nota betreffende den Amer nog worden beschouwd als een, wel is waar onvolmaakte analyse, welke een stap op den weg tot beter begrip beteekent, de quasi-exacte berekening van de thans behandelde nota is niet meer dan zelfbedrog.

Op hooger peil staat de tweede bijlage bij de laatstgenoemde Memorie van Toelichting (35), een nota van de hand van den ingenieur Waldorp. Ook deze berust op aannamen, doch zij worden als zoodanig erkend, wat een eerste vereischte is voor het juist beoordeelen van de aan de berekening te hechten waarde. Waldorp gaat uit van de H.W.- en L.W.lijn in het lengteprofiel en schat op het gevoel de veranderingen, die hierin zullen ontstaan door betere normalisatie en door de afsluiting van de Noordgeul („Tevoren met juistheid te bepalen de mate van vermeerdering der getijhoogten op de verschillende punten der getijrivier is niet mogelijk; een waarschijnlijke benadering is daarvoor echter wel te stellen” geeft hij, met een goed inzicht in de aanwezige mogelijkheden, aan). Het zwakke punt ligt in de berekening van de eb- en vloedvermogens, welke eveneens berusten op de stroommetingen van September 1878, doch waarbij over de door de afsluiting van

de Noordgeul optredende veranderingen licht wordt heengestapt. Met behulp van de waargenomen tijden van vloed- en ebduur en den waargenomen vorm der stroomkrommen worden voor enkele profielen de maximumsnelheden bij vloed en eb vastgesteld.

§ 7. De verdere ontwikkeling van de theorie der waterbeweging in benedenrivieren.

De in de voorgaande § geschetste, eerste periode van de ontwikkeling van de theorie van het getijgebied komt na 1880 voorloopig tot stilstand.

Als voortreffelijk overzicht van den stand van de rivierwaterloopkunde op dit moment kan worden genoemd het reeds meermalen aangehaalde werk van Lely (21). Zijn scherp, kritisch inzicht doet hem de gevaren van de antropomorfe beschouwing geheel vermijden en het misbruik, dat deze beschouwingen plegen te maken van de begrippen vloed en vloedgolf (waarbij veelal de samenhang van de met een golf gepaard gaande strooming en het verhang wordt geloochend) doet hem zelfs ontkennen, dat vloed en eb op benedenrivieren een golvende beweging vormen. Dit standpunt, hoewel feitelijk onjuist, was voor dien tijd paedagogisch zeer nuttig. Lely is ook de eerste, die goed acht geeft op den invloed van faseverschillen tusschen de beweging op verschillende punten en hij critiseert uit dit oogpunt scherp de vele kombergingsbecijferingen, die dit verschijnsel verwaarloozen. Ook andere verschijnselen, inclusief den invloed van soortelijk gewichtsverschillen en den ondervloed, weet hij scherp te analyseeren, en bewonderenswaardig is zijn zelfbedwang om onmiddellijk aan te geven, waar zijn reken- en redeneerapparaat tekort schiet en alleen practisch inzicht en vergelijking met overeenkomstige toestanden elders een antwoord op de gestelde vragen kan

geven.

Daarbij valt slechts op, hoe omslachtig en moeilijk te volgen Lely's redeneeringen vaak zijn ten aanzien van een aantal punten, waar een ruimer gebruik van wiskundige formules veel eenvoudiger en beter tot het doel leidt.

Tusschen ongeveer 1890 en 1916 is van verdere hydraulische studies in het getijgebied weinig te bemerken. Nieuwe projecten komen niet ter sprake en de uitvoering en het onderhoud der bovenbehandelde werken brengen geen verrassingen mee. Het uitblijven van impulsen uit de practijk brengt de wetenschappelijke ontwikkeling op dit gebied tot stilstand.

De stoot, welke aanleiding is tot een verdere ontwikkeling van de theorie en waarmee de tweede periode inzet, wordt gegeven door den stormvloed van 13—14 Januari 1916. Middellijk, doordat deze stormvloed de voordeelen van de afsluiting van de Zuiderzee onder de aandacht brengt en daardoor de aanneming van de betreffende wet, met de daarmee samenhangende waterloopkundige discussies, hielp bevorderen, hetgeen uiteindelijk leidde tot de instelling van de Staatscommissie Lorentz (vergl. Hoofdstuk I). Onmiddellijk, doordat de hooge waterstanden, welke bij dezen stormvloed optraden in den Rotterdamschen Waterweg, aanleiding zijn om een Staatscommissie in te stellen ter vaststelling van de oorzaken daarvan (36). Op een ingenieuze, door C. W. Lely aangegeven methode kon deze aantoonen, dat de vorming en verruiming van de Doorgraving hierbij slechts van weinig beduidenden invloed was geweest. Voor het hier gestelde doel is echter van meer belang, dat de Staatscommissie aangeeft, dat de stormvloedstanden op den Waterweg c.a. kunnen worden verlaagd door afsluiting van de Brielsche Maas bij den mond en enkele berekeningen vermeldt om de gevolgen daarvan op de stormvloedstanden na te gaan. De aandacht is dus van het normale getij naar de stormvloedten verschoven.

In de eerste plaats wordt in het verslag aandacht gewijd

aan de door de Vries Broekman aangegeven berekeningsmethode (37). Een groote verdienste van de Vries Broekman is, dat hij, in scherpe tegenstelling tot de boven geciteerde uitlatingen over de onmogelijkheid van een juiste berekening voor benedenrivieren, op den voorgrond stelt, dat een dergelijke berekening wél mogelijk is en het theoretisch bewijs daarvoor levert. Hij vervormt daartoe de exacte differentiaalvergelijkingen der waterbeweging tot differentievergelijkingen, verdeelt de lengte in vakken en den tijd in perioden en berekent na elke periode den toestand vak voor vak, uitgaande van den toestand bij het begin van de periode en van de opgetreden veranderingen in één profiel (de mond). Daar in werkelijkheid de stroomsnelheid in den mond niet is gegeven, worden na elke periode enkele waarden daarvoor aangenomen en die aangehouden, welke tot de juiste waterstanden aan het andere einde van de benedenrivier (overgang in de niet meer door de zee beïnvloede bovenrivier) leidt. Bij haar onderzoek kwam de commissie tot de erkenning van de mogelijkheid om langs zuiver theoretischen weg de waterbeweging op de benedenrivieren te bepalen, doch gaf tevens aan, dat zelfs voor een eenvoudig geval het aan de methode verbonden rekenwerk zoo geweldig groot zou zijn, dat aan practische toepassing niet te denken viel. Deze conclusie lijkt te moeten worden gehandhaafd, zelfs al neemt men aan, dat de door de commissie noodig geoordeelde tijd bij verminderde eischen ten aanzien van de nauwkeurigheid sterk zou kunnen worden beperkt.

Voor de berekening van den invloed van de ontworpen afsluiting worden twee methoden toegepast, resp. opgesteld door C. W. Lely en door Canter Cremers. Beiden gaan ervan uit, dat, om de normale getijbeweging op de Nieuwe Maas niet te verzwakken, gelijktijdig met de afsluiting van de Brielsche Maas een verruiming van den Waterweg moet worden uitgevoerd. Daar stroommetingen hadden uitgewezen, dat bij normaal tij de Brielsche Maas rond 30 % van het vloedwater van het Scheur aanvoerde, werd de aan den Waterweg te geven

capaciteitsvergrooting op 30 % gesteld, of een dieptevergrooting bij constante breedte van 19 %.

Lely maakt gebruik van de voor den stormvloed van 1916 typeerende omstandigheid, dat de aan het stormvloedtij voorafgaande L.W. en H.W. in hoogte weinig van elkaar verschillen, zoodat bij het inzetten van de tot den stormvloedstand leidende rijzing de waterhoogte in het geheele gebied vrij nauwkeurig is vast te stellen. De tijdens deze rijzing den Waterweg intrekende stroom wordt behandeld als een permanente; de gemiddelde grootte van dezen stroom bij den bestaanden toestand is bekend en nagegaan wordt, hoe deze stroom zal veranderen als na verruiming van den Waterweg de stand bij de Noordgeul met x cm verlaagt en dus het verval op den Waterweg met x cm toeneemt. De toeneming van den stroom moet gelijk zijn aan de in de afgesloten Brielsche Maas en een deel van de Oude Maas (die bij den mond van het Spui afgesloten wordt gedacht) geborgen hoeveelheid, verminderd met de, als gevolg van de verlaging der stormvloedstanden, op de Nieuwe Maas minder geborgen hoeveelheid. Voor bepaling van deze laatste hoeveelheid wordt aangenomen, dat de verlaging tot Krimpen constant blijft en daarboven geleidelijk afneemt. Op deze wijze is x te bepalen.

Een en ander vormt een sterk vereenvoudigde voorstelling van zaken. De belangrijkste onzekerheid is de vraag, of de gemiddelde verlaging x ook de verlaging van den maximumstand aangeeft. Ongetwijfeld moet het verval in den Waterweg toenemen als de vulling van de kom van de Brielsche Maas c.s. de stroomsnelheid doet toenemen. Doch dit meerdere verval kan worden verkregen door een vertraging van de stijging bij de Noordgeul, zonder dat de bereikte maximumstand daardoor in beteekenende mate zou dalen. De als voorbeeld in fig 1 weergegeven waterstandskrommen b en c vertoonen beide t.o.v. de kromme a een zelfde gemiddelde verlaging tijdens de rijzing, doch terwijl de maximumstand van b lager is dan dien van a, is die van c er gelijk aan. De laatste

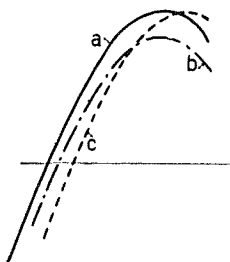


FIG. 1.

omstandigheid zou zeker optreden als de maximumstand in zee vrij lang geheel of nagenoeg onveranderd zou hebben aangehouden. De snelheid, waarmee de waterstand in zee na het bereiken van het maximum daalt, is van groote beteekenis voor het resultaat, doch speelt bij de berekening van Lely geen rol.

Canter Cremers daarentegen baseert zich van begin aan op het veranderlijk en golvend karakter van de waterbeweging. Hij begint met een beschouwing van de getijverschijnselen, welke neerkomt op het volgende. Uit de formule voor een zich voortplantende sinusoïdale getijbeweging:

$$\eta = A e^{\mu x} \cos (nt - v x)$$

leidt hij af:

$$j = \frac{\delta \eta}{\delta x} = \mu \eta + A v e^{\mu x} \sin (nt - v x) \quad (13)$$

terwijl volgens de dynamische vergelijking geldt:

$$j = \frac{v^2}{C^2 R} + \frac{D v}{D t} \quad (14)$$

Neemt men nu aan, wat in Waterweg en Nieuwe Maas niet ver van de werkelijkheid is, dat het moment van maximumstroomsnelheid ($D v / D t = 0$) samenvalt met halftij ($\eta = 0$; $\cos (nt - v x) = 0$ en $\sin (nt - v x) = 1$), dan volgt uit (13) en (14):

$$\frac{v_0^2}{C^2 R} = A e^{\mu x} v$$

Nu geeft n/v de vaart c aan, zoodat $v = n/c = 2 \pi / c T$ is,

terwijl $A e^{\mu x}$ de amplitude A_0 ter plaatse voorstelt, zoodat voor de vaart kan worden geschreven:

$$c = \frac{2 \pi A_0 C^2 R}{T v_0^2}$$

of, daar $2 \pi C^2 R$ voor een bepaalden toestand van de rivier als een constante kan worden beschouwd en dit ook geldt voor de verhouding van v_0 tot de gemiddelde snelheid v_m ,

$$c = \psi \frac{A_0}{T v_m^2} \quad (15)$$

Deze formule berust dus op een aanname, welke in het door Canter Cremers beschouwde gebied eenigszins gerechtvaardigd is, doch geenszins een voor benedenrivieren algemeen geldende wet beteekent.

Canter Cremers past deze formule ook op stormvloeden toe, waarbij hij den coëfficiënt ψ empirisch bepaalt. Daartoe gaat hij een twaalfstal stormvloeden na. A_0 staat daarbij voor de aan den stormvloedstand voorafgaande rijzing en T voor den tijd, welke deze rijzing in beslag neemt; voor c wordt de vaart van het H.W. genomen. A_0 , T en c zijn uit peilschaalkrommen af te leiden. Voor v_m wordt genomen de totaal doorgestroomde hoeveelheid, gedeeld door het dwarsprofiel van den Waterweg en den duur van den vloedstroom, welke gelijk aan T wordt genomen. De totaal doorgestroomde hoeveelheid wordt afgeleid uit het bekende vloedvermogen bij normaal tij door voor dit vermogen evenredigheid aan te nemen met het product van de rijzing A_0 en van de bergende oppervlakte beneden Rotterdam (welke laatste bij hooge waterstanden eenigszins grooter is dan bij normaal getij).

De voor ψ gevonden waarden loopen uiteen van 5,45 tot 9,80; als gemiddelde wordt 7,80 aangehouden (T is daarbij uitgedrukt in uren).

Voor een bepaalden storm wordt nu met de gevonden gemiddelde waarde van ψ opnieuw c berekend (waarbij de gevonden waarde dus kan afwijken van de waargenomen waarde).

Daarna wordt de toeneming van het vermogen wegens de afsluiting van de Brielsche Maas geschat op dezelfde wijze als dit door Lely is geschied en, met in rekening brengen van de verruiming van het profiel van den Waterweg, wordt de waarde van v_m voor den nieuwen toestand gevonden. Ook A_0 wordt wegens de te verwachten verlaging eenigszins verminderd. Daarmee wordt de waarde van c in den nieuwen toestand berekend en tenslotte, hoeveel later daardoor het H.W. ter plaatse van de Noordgeul zal vallen. Daardoor valt het H.W. aldaar samen met een zeestand, welke zooals uit de peilschaalkromme is af te leiden, a lager is dan de zeestand, waarmee het H.W. aan de Noordgeul bij den bestaanden toestand samenvalt.

Bovendien verandert het verval in den Waterweg op het moment van H.W. in de Noordgeul. Deze vervallen worden zoo goed mogelijk afgeleid met behulp van de uit kombergingsgegevens afgeleide vermogenskromme. Daar de methode geen middel levert om het moment van H.W. in de Noordgeul t.o.v. deze vermogenskromme te bepalen, worden hiervoor eenige schattingen gemaakt.

In den nieuwen toestand blijkt het verval op het moment van H.W. in de Noordgeul kleiner dan in den ouden toestand; het verschil moet van de waarde a worden afgetrokken, om de verlaging bij de Noordgeul te vinden. Al naar de gemaakte onderstellingen varieeren de gevonden verlagingen in reden van 1 : 1,4.

De methode van Canter Cremers vormt ongetwijfeld een stap vooruit t.o.v. de behandelingswijze van Lely, omdat een dieper gaande analyse op de verschijnselen wordt toegepast. Practisch is een groot voordeel, dat de vorm van de stormvloedslijn in zee in rekening wordt gebracht, maar een nadeel, dat door de vele aannamen een groote mogelijkheid aanwezig is om de uitkomst in een bepaalde richting te stuwen.

Voor de ontwikkeling van het inzicht in de waterbeweging op benedenrivieren is de vroege dood van Canter Cremers

een groot verlies geweest, gelijk ook duidelijk blijkt uit zijn magistraal artikel over de waterbeweging en de beweging van vaste stoffen op benedenrivieren (38), dat echter de berekening van waterstanden niet behandelt en dus hier niet verder zal worden besproken.

Overdenking van den in het bovenstaande en in Hoofdstuk I geschetsten ontwikkelingsgang leidt tot de volgende beschouwing:

De praktijk van het ingrijpen in de waterstaatkundige toestanden van het getijgebied heeft zich aanvankelijk vrijwel zonder hulp van de theorie weten te ontwikkelen door gebruik van het gezond verstand, door te ondernemen en te probeeren en door lessen te putten uit tegenslagen. Overschatting van de theorie zal hierin een rem vinden. De verhoudingen zijn zoodanig, dat de riviertechniek voor haar doelstellingen afhankelijk is van de sociaal-economische belangen en voor haar mogelijkheden en werkwijzen van de technisch-economische ontwikkeling, terwijl de stand van de wetenschappelijke waterloopkunde voor haar wel belangrijk, maar niet beslissend is.

Het belang van de wetenschappelijke ontwikkeling voor de riviertechniek berust op de volgende gronden:

- a. omdat een goed inzicht in de gevolgen van een ingrijpen en een ook kwantitatief juiste voorspelling er van aan de ontwerpers en uitvoerders een groote mate van zekerheid schenkt, die voor een goed uitvoeren van hun taak bevorderlijk is;
- b. omdat rampen en tegenslagen, zelfs al beletten zij het bereiken van het gestelde doel niet, belangrijke economische nadeelen meebrengen en de kans op optreden ervan bij ontwerpen op het gevoel veel grooter is dan bij een ontwerp op wetenschappelijken grondslag;
- c. omdat niet voorzienige gevolgen van een maatregel belangrijke schade aan derden kunnen veroorzaken en de daaruit voortvloeiende protesten de sfeer van het werk vertroebelen.

len en het vertrouwen in de technische leiders schaden.

Naarmate de werken kostbaarder worden, naarmate de gevolgen ervan ingrijpender zijn en naarmate de met deze gevolgen samenhangende belangen in beteekenis toenemen, naar die mate wordt de waarde van een waterloopkundig juiste voorbereiding van de werken grooter. En voor de grootste werken wordt het punt bereikt, waar een juist inzicht in de gevolgen vrijwel onontbeerlijk moet worden genoemd.

Behalve de waarde van de wetenschappelijke waterloopkunde leert de historische ontwikkeling ook, dat een benaderende berekening beter is dan geen berekening, mits de begane verwaarloozingen en de bereikte nauwkeurigheid terdege in het oog worden gehouden. Men kan zeggen, dat een uitkomst van een berekening nimmer de oplossing vormt van een probleem, doch hoogstens een gegeven voor de oplossing aanbrengt. De waarde van dit gegeven moet worden beoordeeld naar de waarde van de rekenmethode.

Het is daarom van belang, na te gaan, welke rekenmethoden ook thans nog voor benedenrivieren worden aanbevolen en welke waarde eraan valt te hechten.

§ 8. De voor benedenrivieren beschikbare berekeningsmethoden.

In de voorgaande paragraaf werd voor Nederland geschetst, hoe ingenieurs, gesteld voor de taak om in te grijpen in een régime van een benedenrivier, op vele wijzen hebben getracht, de gevolgen van dit ingrijpen globaal te berekenen. Vele van deze, hier en in het buitenland ontwikkelde rekenwijzen waren uitsluitend bedoeld als hulpmiddel in het onderzochte geval; andere zijn, wegens de eraan verbonden nadeelen spoedig in het vergeetboek geraakt. Er zijn tenslotte slechts enkele methoden gebleven, welke ook thans nog door grootere of

kleinere kringen als goede en bruikbare instrumenten ter berekening van benedenrivieren worden beschouwd. Een overzicht hiervan geven b.v. Schulze (39), Thijsse (40) en Lamoën (41), waarbij de beide eersten de onderlinge waardeverhouding van deze methoden vrij uitvoerig bespreken.

Het is teeknend, dat voor benedenrivieren sprake is, en steeds sprake zal blijven, van verschillende rekenwijzen. De oorzaak hiervan is de ingewikkelde bouw van de, het probleem beheerschende, differentiaalvergelijkingen. Waren deze eenvoudig integreerbaar, dan zou de uitkomst van deze integratie de algemeen erkende methode leveren. In de gegeven omstandigheden kan men echter op verschillende wijzen het feit, dat de vergelijkingen niet op eenvoudige wijze zijn te integreeren, omzeilen. Twee hoofdrichtingen vallen daarbij te onderscheiden.

In de eerste plaats kan men wegens de onmogelijkheid van een gesloten integratie overgaan tot een numerieke integratie, welke neerkomt op een vervorming tot differentievergelijkingen. Men kan dit doen ten opzichte van de beide onafhankelijke variabelen, x en t , wat het noodig maakt, den afstand in vakken en den tijd in perioden te verdeelen en voor elke periode uit de gegevens van de voorgaande periode de aanwezige verhanglijnen te berekenen, waarbij van vak tot vak wordt voortgeschreden. Dit geschiedt bij de bovenbeschreven rekenwijze van de Vries Broekman (37) en ook bij de door Oeltjen (42) aangegeven en door Reineke (43) uitgewerkte methode, welke in Duitschland bij de verbetering van den Weser (43) en de afdamming van den Eider (44) is toegepast. Beide methoden komen op hetzelfde neer, doch Reineke geeft zijn formules in eenvoudiger en handelbaarder vorm dan de Vries Broekman, en laat meer mogelijkheden tot passende vereenvoudigingen.

Een variant hiervan is, dat men alleen de variabele t in perioden verdeelt en voor de variabele x het differentiaal-karakter van de vergelijkingen behoudt en deze integreert in den vorm van een machtreeks van x , waarbij de coëfficiënten

willekeurige, grafisch voor te stellen functies van t zijn. De eerste praktische toepassing van dit principe vindt plaats bij zeearmen als de z.g. „exacte methode” van het verslag der Staatscommissie Lorentz, terwijl Dronkers (45) de formules zoodanig vervormt, dat zij voor benedenrivieren geschikt worden.

In de tweede plaats komen de methoden, welke het groote rekenwerk, dat aan de numerieke integraties is verbonden, willen ontgaan en tot eenvoudiger rekenwijzen trachten te geraken. De methode Lorentz geeft dit voor zeearmen. Daarnaast heeft Krey (46) een beschouwingswijze ontwikkeld, welke ook voor benedenrivieren aanspraak maakt op geldigheid; terwijl Bonnet (47) op grond van zijn studie van de Schelde een aantal wetten heeft opgesteld, welke voor de berekening van een benedenrivier kunnen worden gebruikt.

Schultze vergelijkt de methode Reineke, de methode Lorentz en de methode Bonnet. De methode Reineke zal de nauwkeurigste uitkomsten geven, maar de waarde daarvan wordt volgens hem verminderd, omdat de grondslagen, in het bijzonder de vaststelling van den wrijvingsweerstand, zoo onzeker zijn. De in nauwkeurigheid verkregen winst weegt daarom niet op tegen de ontzagelijke hoeveelheid werk, die aan de methode is verbonden. De methode Lorentz in haar bestaanden vorm acht Schultze terecht niet geschikt voor benedenrivieren. Hij overschat de methode door te aanvaarden, dat zij in staat stelt de bovengetijden afzonderlijk, als een op het hoofdgetij te superponeeren getij, te berekenen, doch heeft praktische bezwaren tegen deze wijze van doen. Het gunstigst oordeelt hij over de methode Bonnet, al maakt hij het voorbehoud, dat eerst moet worden gecontroleerd of zijn wetten ook voor andere benedenrivieren dan de Schelde opgaan. De publicatie van Krey wordt wel genoemd en enkele ontwikkelingen eruit becritiseerd, doch als een met de drie genoemde gelijkwaardige methode kan Schultze die van Krey blijkbaar niet beschouwen, zoodat hij er niet nader op ingaat.

Thijssse wijst op de verschillende doelstelling der rekenwijzen. De methode Lorentz geeft rekenschap van de demping en vertraging, welke een uit zee in het gebied dringende getijgolf ondergaat; en zij verschaft een beeld van de stroomsterkten, welke op verschillende plaatsen zijn te verwachten. Bijzonderheden van de getijlijn, zooals een dubbele vloedkop of de juiste hoogte van het H.W. en L.W. kan zij niet weergeven. Wil men deze kennen, dan moet tot één der numerieke integratiemethoden worden overgegaan. Thijssse geeft aan, hoe men daarbij de nauwkeurigheid naar believen kan opvoeren, doch steeds ten koste van belangrijk meer werk; en concludeert, dat de te kiezen methode afhangt van het doel, dat men wil bereiken. Op te merken valt, dat de schrijver de methode Bonnet in één adem noemt met die van de Vries Broekman en Reineke en dat hij Krey's rekenwijze niet vermeldt.

De hoofdtegenstelling ligt tusschen de methoden met numerieke integratie van de differentiaalvergelijkingen (verder genoemd „exacte methoden”) en de methoden, welke deze vermijden (z.g. „eenvoudige methoden”).

Het voordeel der exacte methoden is, dat deze niet er toe dwingen om bepaalde, bekende factoren, welke de waterbeweging beïnvloeden, te verwaarloozen. A priori kan worden aangenomen, dat een exacte methode voor benedenrivieren dezelfde nauwkeurigheid kan bereiken als aan de afvoerberekening van bovenrivieren toekomt. In § 5 is reeds aangegeven, waarom dit geen groote nauwkeurigheid behoeft te beteekenen. In het gebied, waar brak water in de rivier aanwezig kan zijn, komt bovendien de invloed daarvan ook in de exacte vergelijkingen niet tot uiting. Noch het verschijnsel van den zouten ondervloed, noch dat van den invloed van de horizontale gelaagdheid van het water op den turbulenten wrijvingsweerstand, zooals deze door Canter Cremers (38) is behandeld, vinden in de differentiaalvergelijkingen hun weergave.

Een tweede voordeel is, dat de exacte methoden de waar-

den van stroom en waterhoogten van oogenblik tot oogenblik leveren en dat men dus elke bijzonderheid van de getijlijn of de stroomkromme te weten komt.

Alle exacte methoden leggen een verband tusschen de bekend onderstelde waterhoogte en stroom aan het ééne uiteinde van een betrekkelijk korte geul en de onbekende waterhoogte en stroom aan het andere uiteinde. Dit laatste uiteinde kan men weer beschouwen als het begin van een volgende, aan de eerste verbonden geul, welke men dus eveneens kan berekenen. Zoo kan men door aaneenschakeling van vakken de waterbeweging in lange geulen becijferen.

Het groote bezwaar van deze methoden is, dat bij voorspellende bewegingen nimmer de waterhoogte en de stroom op ééNZelfde punt bekend zijn. Bij een afsluiting van een arm of bekken, een verruiming of vernauwing, een nieuwe verbinding e.d. kan men wel steeds een punt A aangeven in den mond van de rivier, waar het verticaal getij door de wijziging niet zal veranderen, doch hoe de stroom daar na de uitvoering der werken zal worden, kan alleen een berekening leeren. Daarentegen zal de waterbeweging aan een voorwaarde op een geheel ander punt B moeten voldoen; bij een afsluiting b.v. zal de stroom aldaar nul moeten worden.

Bij een exacte berekening zal men nu moeten beginnen met in A een stroom aan te nemen. Uitgaande van A worden dan stroom en getij berekend aan het eind van het eerste vak, daarna die aan het eind van het tweede vak en zoo vervolgens tot men punt B bereikt. Aan de voorwaarde aldaar zal dan uiteraard niet voldaan zijn. Nu moet de berekening herhaald worden met een andere aanname van den stroom in A; men komt tot een tweede, verkeerde waarde voor de randvoorwaarde in B en zal trachten met een derde aanname in A den juiste toestand in B te treffen, en zoo vervolgens tot voldoende overeenstemming is bereikt. Vaak zal de aanname van den stroom in A zeer nauwkeurig moeten geschieden, vooral als B ver weg ligt en een vrij groote verandering van den toestand

in B een slechts kleine verandering in den stroom in A tengevolge heeft. In dat geval zal immers omgekeerd een geringe afwijking van de juiste aanname te A een groot verschil in B geven en dus correctie vereischen.

Welke exacte methode daarbij de voorkeur verdient, is moeilijk algemeen te beantwoorden. Bij volledige toepassing der differentiemethode (de Vries Broekman, Reineke) zijn de mogelijke vaklengten kleiner dan bij reeksontwikkeling naar x (Lorentz, Dronkers). Bij de exacte methode Lorentz zijn vaklengten tot 19 km gebruikt en veel langere vakken zouden de onnauwkeurigheid snel doen toenemen. Dronkers breekt zijn ontwikkeling een term eerder af dan Lorentz doet, zoodat waarschijnlijk voor de door hem gegeven formules een vaklengte van 10 km als wenschelijk en één van 15 km als maximum is te beschouwen. De Staatscommissie voor den Rotterdamschen Waterweg van 1916 achtte voor een definitieve berekening met de methode van de Vries Broekman een vaklengte van 1 km noodzakelijk, doch dit lijkt een overdreven eisch. Reineke past vaklengten toe van 1,5 tot 5 km, waarbij laatstgenoemde waarde de maximale lijkt te naderen.

Een tweede nadeel van de differentie-methode is, dat de uitgangstoestand in het geheele gebied bij het begin van de berekening moet worden aangenomen. Deze aanname moet worden gecontrôleerd, wat enkele proefberekeningen eischt, al is hierbij groote nauwkeurigheid niet noodig.

De methode met reeksontwikkeling heeft een aanname van een uitgangstoestand niet noodig. In plaats daarvan treedt het aannemen van de eerste en tweede differentiaalquotiënten naar den tijd van de uitgangsaannamen en van de nader berekende grootheden in de vakuiteinden op het moment van aanvang der berekening. Dit gaat in het algemeen met minder bezwaren gepaard dan het schatten van den uitgangstoestand, doch veroorzaakt onzekerheden in de eerste perioden van de berekening.

Een voordeel van de differentiemethode is, dat hierbij de

berekening voor elke periode afzonderlijk wordt uitgevoerd. Men heeft dan telkens slechts één onbekende waarde en door interpoleeren zal vaak de 3e of 4e herhaling reeds den goeden uitslag leveren. Bij de reeksontwikkeling daarentegen spelen de differentiaalquotiënten naar den tijd van de aangenomen grootheden een rol en een verandering van een aanname op één moment plant zich in de uitkomsten zoowel naar vroeger als latere tijden voort. Daardoor zijn, zooals bij de berekeningen voor de Staatscommissie Lorentz is gebleken, veel méér herhalingen noodig vóór een bevredigend resultaat is bereikt. Bij de gepubliceerde (bijlage 11 S.C.L.) berekening van het geulschema (één doorgaande geul van totaal 88 km lengte) voor afgesloten Zuiderzee is b.v. de becijfering 10 x herhaald voor de bereikte overeenstemming voldoende voor de publicatie werd geoordeeld.

Voor een enkelvoudige geul zal in ieder geval volgens een of andere exacte methode, ten koste van veel, maar niet onoverkomelijk veel werk, een volledige oplossing zijn te verkrijgen. De Westerschelde verkeert b.v. in deze omstandigheid.

Geheel anders wordt de toestand bij een geulennet, zooals bij de Zuidhollandsche benedenrivieren optreedt. Men kan weer van het gegeven getij en de aangenomen stroom in één der mondingen uitgaan, doch bij het eerste splitsingspunt is de stroomverdeeling onbekend. Er zit dan niet anders op, dan de stroom in één der takken aan te nemen. Het doorrekenen van dezen tak (aannemende, dat geen tweede splitsingspunt optreedt) leidt na vele herhalingen tot een goede aanname, waarna de stroom in den anderen tak bekend is. Doorrekenen van den tweeden tak leidt tot afwijking van de randvoorwaarde aan het einde van dien tak en eerst nu moet de aanvankelijk aangenomen stroom in den mond worden gewijzigd om betere aansluiting te bereiken. Bij de herhaalde berekening moet weer een stroom in den éenen tak worden aangenomen, gecontrôleerd, verbeterd, enz., daarna de tweede tak berekend en bij opnieuw afwijken van voorwaarde en uitkomst moet een

derde aanname van den stroom in den mond volgen. Is dit bij één splitsingspunt desnoods nog tot een goed einde te brengen, bij twee en meer splitsingspunten wordt het al spoedig onbegonnen werk.

Daar bij een eenigszins belangrijke verandering in de Zuidhollandsche benedenrivieren een gebied in de beschouwing zal moeten worden betrokken, waarin zeker een 5 à 6 knooppunten voorkomen, zullen voor dergelijke problemen de exacte methoden onbruikbaar zijn.

§ 9. Nadere bespreking van de voorgestelde, eenvoudige methoden.

De drang naar „eenvoudige” berekeningen is, op grond van de voorgaande uiteenzettingen, als een zeer natuurlijke te beschouwen. Eerst een combinatie van een goede eenvoudige rekenwijze voor het berekenen van de hoofdzaken der waterbeweging over groote, ingewikkelde gebieden met een exacte methode om, waar noodig, details van de waterbeweging na te gaan, kan worden beschouwd als een geschikt apparaat ter behandeling van de theoretische problemen op benedenrivieren. Kenmerk van elke eenvoudige berekening is, dat deze afziet van het weergeven van het volledige verloop in den tijd van de waterbeweging en zich bepaalt tot enkele, de beweging karakteriseerende grootheden. Krey neemt daarvoor de vaart en de totale energie van de getijgolf, Bonnet het tijverschil en het verhang der middenstanden, Lorentz de amplitude en de fase van het M_2 getij, terwijl de in Hoofdstuk III beschreven methode amplitude en fase van het M_2 getij, benevens het verhang der middenstanden leert berekenen.

Allereerst dient nagegaan, welke waarde aan de grondslagen van deze verschillende methoden zijn te hechten.

In hoeverre de methode Krey voor voorspellende berekeningen geschikt kan worden geacht, is twijfelachtig. Noch

Schultze, noch Thijsse beschouwen ze blijkbaar als zoodanig. Daar echter Krey zijn methode uitdrukkelijk geeft als een hulpmiddel tot het berekenen van getijgolven en de schatting van veranderingen tengevolge van kunstmatig ingrijpen, kan op grond van zijn gezag als waterloopkundige, een behandeling van zijn publicatie niet achterwege blijven.

De formules van Krey ten aanzien van de vaart van de getijgolven worden afgeleid met behulp van een figuur (fig. 2),

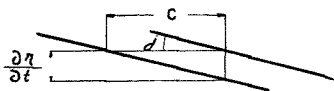


FIG. 2

welke de verandering van een klein deel van het golfoppervlak gedurende een tijd dt in beeld brengt. Schultze oefent terecht critiek op deze onoverzichtelijke methode. Terwijl de afleiding zou moeten leiden tot een analoge formule als door Canter Cremers (zie § 7) is aangegeven, voert Krey impliciet tijdens

de ontwikkeling in, dat $\frac{\partial \eta}{\partial t} : \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial t} : \frac{\partial v}{\partial x}$ welke

betrekking alleen geldt voor zuiver loopende golven, dus indien op geen enkele wijze een terugkaatsing optreedt, die tot een interfereerende golf leidt. Dientengevolge komt Krey tot de voor loopende golven geldende formule van Lagrange: $c = \sqrt{gH}$, aan welke formule hij, tengevolge van een niet juiste onderscheiding van eerste en tweede benadering, de term $+v$ toevoegt. De verdere correcties, die hij aanbrengt om rekening te houden met golfvervorming en wrijving, hebben daardoor weinig beteekenis. Een toetsing van de formules aan de werkelijkheid wordt door Krey niet ondernomen en zou ongetwijfeld tot zeer afwijkende uitkomsten leiden.

Oók zijn afleiding van de energieoverdracht via een bepaald dwarsprofiel is niet geheel bevredigend. Terwijl de arbeid-uitoefenende kracht gelijk is aan den statischen druk van het

water, neemt hij daarvoor het verschil van dezen statischen druk en van den statischen druk, welke het water in den middenstand zou uitoefenen. Wordt de arbeid over de geheele getijperiode gesommeerd, dan leidt Krey's aanname echter tot de juiste waarde, zoodat zijn verdere ontwikkelingen geldigheid behouden.

De hoofdgedachte van Krey's methode is het splitsen van de resulteerende golf in twee zuiver loopende golven, een heengaande en een teruglopende, met behulp van energiebeschouwingen. Uit de getijkrommen en de, b.v. uit komberging berekende stroomkrommen volgt de totale potentiële en kinetische energie van de golfbeweging, welke gelijk is aan de som der energiehoeveelheden der beide loopende golven. De energieoverdracht, welke eveneens uit getij en stroom kan worden bepaald en waarbij het faseverschil tusschen beide van overwegenden invloed is, vormt daarentegen het verschil der beide, door elke golf overgebrachte energiehoeveelheden. De energie van elke golf afzonderlijk is zodoende te bepalen, terwijl de totale energie op verschillende punten de energievernietiging door de wrijvingsweerstand leert kennen.

Wordt nu een zeearm afgesloten op een punt, waar de energie van de heengaande golf A en die van de teruggaande golf B is, terwijl de potentiële energie C en de kinetische D bedraagt (waarbij dus $A + B = C + D$), dan redeneert Krey, dat na de afsluiting de heengaande golf zonder verlies wordt teruggekaatst en dat dus ter plaatse van de afsluiting de totale energie $2A$ is en wel, bij ontbreken van strooming, geheel potentiële energie. Daar de potentiële energie evenredig is met het kwadraat van het tijverschil, neemt Krey aan, dat het tijverschil ter plaatse van de afsluiting zal toenemen in reden van $\sqrt{2 A/C}$.

Krey zelf geeft aan, dat dit slechts een grove benadering beteekent, omdat de invloed op de energiehuishouding van de, tengevolge van de veranderde stroomsnelheden, gewijzigde wrijvingsweerstand niet in rekening is gebracht. Hij geeft

de methode alleen voor zeearmen, doch wellicht kan de invloed van opperwaterafvoer in rekening worden gebracht. Voor een vertakt net geeft de methode geen bevredigende oplossing, terwijl de berekening van de energiehuishouding op verschillende punten veel werk meebrengt. Als hulpmiddel tot het berekenen van de waterbeweging kan daarom aan de methode geen hoge waarde worden toegekend.

Is de wijze, waarop Krey zijn formules afleidt, reeds aan bedenkingen onderhevig, in veel sterker mate geldt dit voor Bonnet. Bij zijn eerste beschouwingen over golfvoortplanting onderscheidt hij niet voldoende de lange getijgolven en de oppervlaktegolven, en bezigt hij formules, welke op deze verschillende verschijnselen betrekking hebben, door elkaar. De getijgolf van de Schelde beschouwt hij als een verheffingsgolf ten opzichte van de laagwaterlijn. Deze verheffingsgolf loopt stroomopwaarts teniet wegens de weerstanden e.d. en het met de golf binnengedrongen water wordt als ebstroom naar zee teruggevoerd. Bonnet huldigt het in § 7 gememoreerde onderscheid tusschen den vloed en de eb; de vloed heeft een golfkarakter en gedraagt zich „selon les lois du mouvement ondulatoire”, terwijl de ebstroom („courant de retour”) wordt beheerscht door „les lois du mouvement par pente de surface”. De vloedgolf wordt als onafhankelijk van het verhang opgevat.

Hoe deze beschouwingswijze tot verkeerde resultaten moet leiden, doch hoe wordt vermeden, dat deze aan den dag treden, komt vooral uit bij de behandeling van het middenstandsverhang (t.a.p. blz. 628—633). In den gedachtengang van Bonnet is dit het verhang van de „courant de retour”, inclusief het aangevoerde opperwater. De „courant de retour” moet afvoeren het door de vloedgolf aangebrachte water. De maximumsnelheid in de zich met een vaart, gelijk aan $\sqrt{gH}$ voortplantende golf bedraagt: $\sqrt{gH} \times \eta/H$ (onder verwaarloozing van eenige, door Bonnet behouden termen van de tweede orde). De snelheid van de „courant de retour” wordt aangegeven als

$\alpha \propto \sqrt{gH} \times \eta/H$ waarbij uitdrukkelijk wordt aangegeven, dat α weinig van 1 verschilt.

Twee bladzijden verder wordt echter gezegd, dat de coëfficiënt α door de theorie niet kan worden bepaald, doch dat de bestudeering van de Schelde geleid heeft tot een formule voor α , welke na substitutie blijkt te leiden tot een waarde van α van ongeveer 0,1. In de formule voor het middenstandsverhang treden verder op de afvoerconstante C , het kwadraat van het tijverschil en de $-5/2$ e macht van de gemiddelde diepte.

De bevestiging van deze formule door de waarnemingen beteekent in den grond van de zaak dus niet anders dan dat, als het middenstandsverhang omgekeerd evenredig met de $5/2$ e macht van de diepte wordt gesteld, een coëfficiënt is aan te geven, waarmede het verloop van den middenstand op de Schelde wordt benaderd. De theoretische fundeering van de formule is slechts schijn; het is een empirische en dus alleen op de Schelde toepasselijke betrekking. De waarde van de overige beschouwingen is niet grooter. Bonnet begint met een profielverdeeling te berekenen, waarbij de snelheden in alle profielen dezelfde maxima bereiken en gebruikt deze, als theoretisch wenschelijk beschouwde profielen vaak in plaats van de werkelijk optredende. Zoo noodig wordt een op de waarnemingen berustende corrigeerende functie ingevoerd (zie b.v. blz. 623) en dat de aldus gecorrigeerde formules de werkelijkheid benaderen, is niet te verwonderen.

De door Schultze gestelde vraag, of de wetten van Bonnet op andere rivieren zijn toe te passen, zal dus moeten worden beantwoord in dien zin, dat deze wetten een stel empirische regels vormen, welke den bestaanden toestand op de Schelde beschrijven, doch waaromtrent zelfs geen zekerheid bestaat, dat zij de gevolgen van een verandering op de Schelde goed kunnen weergeven.

Als bruikbare „eenvoudige” methode blijft dus slechts over de methode Lorentz. In Hoofdstuk I is aangetoond, hoe de opbouw van deze methode voor zeearmen een vèrgaande

waarborg biedt, dat hiermee betrouwbare resultaten ten aanzien van de als kenmerkend aanvaarde grootheden kunnen worden verkregen. De toetsing van deze methode in tal van gebieden bevestigde empirisch haar bruikbaarheid en de voorspellende berekeningen voor de afsluiting van de Zuiderzee bewezen de groote praktische beteekenis van deze rekenwijze. Voor benedenrivieren met een bovenafvoer, welke t.o.v. de getijverschijnselen van eenige beteekenis is, wordt de methode Lorentz echter ongeschikt. Gezien het ontoereikende karakter van de andere eenvoudige methoden, zou men dus voor benedenrivieren uitsluitend op de „exacte” methoden zijn aangewezen, waardoor een betrouwbare berekening van een eenigszins omvangrijk net onmogelijk zou worden.

Nadat deze studie was geschreven, publiceerde Van Veen (48, zie ook 49), een nieuwe methode tot het berekenen van getijstroomen. Volgens den auteur zou met deze methode de eigenlijke kern der getijberekening zijn aangeraakt en zouden voor de meest voorkomende riviervverbeteringsgevallen de getijstroomen hiermede gemakkelijk en nauwkeurig kunnen worden berekend.

De methode wordt aangeduid als de „electrische” methode en veel aandacht wordt besteed aan het trekken van een analogie tusschen de leer der wisselstroomen en de getijbeweging. In hoofdzaak schijnt de afleiding neer te komen op het volgende (waarbij de notaties in overeenstemming zijn gebracht met de in deze studie gevolgde, behoudens vermelde afwijkingen).

Voor wisselstroomen in capaciteitlooze leidingen geldt de differentiaalvergelijking:

$$E = IR + L \frac{dI}{dt} \quad (16)$$

(R stelt hier den electrischen weerstand, L de zelfinductie voor), waaruit voor de door een index 0 aan te duiden amplitude van

I en E is af te leiden:

$$I_0 = \frac{E_0 \cos. \varphi}{R} \quad (17)$$

waarbij φ de faseverschuiving tusschen I en E voorstelt. Voor getijstroomen geldt de door Lorentz gelineariseerde dynamische vergelijking (vergl. formule 5):

$$gbhj = gbh \frac{\delta h}{\delta x} = -ks - \frac{\delta s}{\delta t} \quad (18)$$

Geconcludeerd wordt, dat dus $gbh \frac{\delta h}{\delta x}$ overeenstemt met E , s met I , k met R , terwijl $L = 1$ is, zoodat als pendant van (17) moet gelden:

$$s_0 = \frac{gbhj_0}{k} \cos \varphi \quad (19)$$

Om j_0 te berekenen, wordt h weergegeven door:

$$h = A \cos n(t - \frac{x}{c}) \quad (20)$$

(bedoeld is blijkbaar, dat (20) weergeeft het verschil tusschen h en de diepte in den middenstand) en geschreven:

$$j = \frac{\delta h}{\delta x} = \frac{nA}{c} \sin n(t - \frac{x}{c}) \quad (21)$$

zoodat $j_0 = nA : c$. Hiermee gaat (19) over in:

$$s_0 = \frac{gbhnA}{kc} \cos \varphi \quad (22)$$

Als vermogen Q wordt gedefinieerd de over een getijperiode T gesommeerde absolute waarden van s , dus

$$Q = \frac{2}{\pi} s_0 \times T = \frac{2}{\pi} s_0 \times \frac{2\pi}{n} = \frac{4s_0}{n} \quad (23)$$

zoodat uit (22) wordt verkregen:

$$Q = \frac{4gbhA}{kc} \cos. \varphi \quad (24)$$

Voor de vaart c kan worden geschreven $l : \tau$, als l de lengte

van een vak en τ de voortplantingstijd (t.a.p. door Van Veen met T aangeduid) is. Vult men daarnaast voor k de door Lorentz gegeven waarde in, dan ontstaat:

$$Q = \frac{4bhA \ 3 \pi C^2 h \tau \cos \varphi}{8v_0 l} = \frac{3 \pi AC^2 b^2 h^3 \tau \cos \varphi}{2s_0 l}$$

zoodat: $Q^2 = \frac{3 \pi AC^2 b^2 h^3 \tau}{2ln : 4} \cos \varphi$, en dus:

$$\frac{Q^2}{b^2 h^3} = 3AC^2 T' \frac{\tau}{l} \cos \varphi \quad (25)$$

Door invoeren van een coëfficiënt f kan men schrijven:

$$\frac{Q}{bh^3/2} = f \sqrt{\frac{4A \tau}{l}} \quad (26)$$

waarin dus geldt, dat:

$$f = \sqrt{\frac{3}{4} C^2 T' \cos \varphi} \quad (27)$$

Waar bij wisselstroom geldt:

$$tg \varphi = \frac{Ln}{R}$$

moet ook thans gelden:

$$tg \varphi = \frac{n}{k} = \frac{2 \pi 3 \pi C^2 h}{T \ 8v_0 g} = \frac{3 \pi^2 C^2 h}{4 v_0 g T} \quad (28)$$

Aangegeven wordt, dat bij niet-sinusoidale getijlijnen $4A\tau$ kan worden vervangen door een, grafisch uit de getijlijnen aan de einden van het vak af te leiden „oppervlak” M . Omdat de lineariseering van den weerstand wellicht foutenbronnen schept, wordt formule (27) met de uit (28) volgende waarde van φ niet gebruikt. Formule (26) wordt toegepast op vele riviervakken, waar afvoermetingen zijn verricht en op grond van de ervaring wordt geconcludeerd, dat f met behoorlijke benadering constant blijkt te zijn en dat de gemiddelde waarde 9600 bedraagt.

Als hoofdwet voor de getijberekening geldt dus:

$$\frac{Q}{bh^{3/2}} = 9600 \sqrt{\frac{M}{l}} \quad (29)$$

Daarnaast geldt voor de knooppunten, dat in de samenkomende geulen

$$\sum (s) = 0 \quad (30)$$

is, waaruit wordt geconcludeerd, dat dus ook

$$\sum (Q) = 0 \quad (31)$$

zal zijn, terwijl tenslotte gebruik wordt gemaakt van de stelling, dat, als tusschen twee punten verschillende wegen bestaan, de totale voortplantingstijden over al deze wegen dezelfde moeten zijn.

Aangegeven wordt, dat men hiermee voor elk geulensstelsel (bij voldoende randvoorwaarden) tot evenveel vergelijkingen komt als er onbekenden zijn.

Ten aanzien van deze ontwikkeling en de praktische toepasbaarheid er van zijn de volgende opmerkingen te maken:

1. Hoewel het vanzelfsprekend is, dat tusschen wisselstroomen en getijstroomen zekere analogiën bestaan, gaat de door Van Veen getrokkenene min of meer mank. Een belangrijk verschil tusschen de beide vergelijkingen (16) en (18) is, dat de eerste een gewone, de tweede een partieele differentiaalvergelijking is. Vergelijking (16) geeft volledig de betrekking tusschen E en I ; terwijl (18) slechts in combinatie met de continuïteitsvergelijking de betrekkingen tusschen h en s bepaalt. De continuïteitsvergelijking wordt echter in bovenstaande ontwikkeling in het geheel niet benut.

2. De formule (21) heeft geen algemeene geldigheid.

De volledige vorm zou moeten luiden:

$$i = \frac{\delta h}{\delta x} = \frac{nA}{c} \left[\sin n\left(t - \frac{x}{c}\right) + \frac{\delta A}{\delta x} \cos n\left(t - \frac{x}{c}\right) \right] \quad (21^*)$$

Er is dus ondersteld, dat $\delta A / \delta x = 0$ is. Inderdaad wordt in den aanhef gememoreerd, dat de methode uitsluitend betrekking zal hebben op die gevallen, waarbij de amplitude van het

verticaal getij niet of niet noemenswaard verandert. Hierdoor wordt ook begrijpelijk, hoe, ondanks het niet in aanmerking nemen van de continuïteitsvoorwaarde, toch tot een resultaat wordt gekomen. De continuïteitsvergelijking, als tweede betrekking tusschen s en h , is vervangen door de voorwaarde, dat de amplitude van h constant blijft.

Dit kan in feite slechts het gevolg zijn van een zoodanigen trechtervorm van de rivier, dat het daardoor veroorzaakte oploopen van het getij de damping door den weerstand ongeveer opheft.

3. Ook de, uit (16) af te leiden eigenschap, dat de verhouding van traagheids- en weerstandskracht (resp. Ln en R) gelijk is aan de tangens van de faseverschuiving, volgt niet algemeen uit de voor de getijbeweging geldende vergelijking (18), doch uitsluitend indien weer de onderstelling wordt gemaakt, dat de amplitude van het getij langs de rivier constant blijft.

4. Uit de, op elk moment voor een knooppunt geldende vergelijking (30) kan in het algemeen niet tot een betrekking tusschen de vermogens van de samenkomende geulen worden geconcludeerd. Dat $\sum(Q) = 0$ zou zijn, zooals formule (31) geeft, kan niet waar zijn, omdat negatieve vermogens niet voorkomen, doch dit is ook de bedoeling niet. In de toepassingen is de interpretatie hiervan zoodanig, dat voor een zich splitsende rivier wordt gesteld, dat het vermogen van de hoofdriever gelijk is aan de som der vermogens van twee takken. Dit is echter alleen juist, indien de fase van den stroom in alle rivieren gelijk is.

5. In de theoretische ontwikkeling wordt niet ingegaan op de afleiding van het vermogen aan het einde van een vak uit dat aan het begin van het vak (waarschijnlijk wegens de getrokken analogie, daar bij elektrische stroomen de stroomsterkten over een vak constant blijven). Toch is dit noodig, wil een voldoende aantal vergelijkingen worden verkregen. In de toepassingen vindt men dan ook vergelijkingen, welke uitdrukken, dat het vermogen aan het zeewaartsche einde van

een vak gelijk is aan dat aan het landwaartsche einde, vermeerderd met de komberging van het vak. (In het artikel wordt dit laatste begrip niet gedefinieerd; in het algemeen wordt hieronder verstaan het volume van een vak tusschen de vlakken van hoogwater en laagwater.)

Een dergelijke betrekking kan niet algemeen juist zijn, doch moet afhangen van het faseverschil tusschen stroom en verticaal getij. Indien b.v. op het moment van stroomkenteren het water in den middenstand staat, verdwijnt de invloed van de komberging en zijn de vermogens aan de beide uiteinden gelijk. Vallen echter de oogenblikken van hoog- en laagwater samen met de stroomkentering, dan wordt het vermogen aan het zeewaartsche einde gelijk aan de som van het vermogen aan het landwaartsche einde en van de dubbele komberging. In elk geval is het niet ingaan op deze faseverhoudingen een verzuim, waar reeds Lely (21) ernstig tegen waarschuwde.

6. Hoewel in het artikel voortdurend over benedenrivieren wordt gesproken, wordt over den invloed van den bovenafvoer op het getij niet gerept. Het door Van Veen genoemde voordeel van zijn methode, dat de bovenafvoer geen storende invloed uitoefent, komt er dus op neer, dat de invloed van den bovenafvoer is verwaarloosd, m.a.w. zijn methode is opgezet voor zeearmen en niet voor benedenrivieren.

Het blijkt dus, dat voor de geldigheid van de electriche methode aan de volgende voorwaarden moet zijn voldaan:

- 1e. de invloed van den bovenafvoer moet kunnen worden verwaarloosd;
- 2e. de amplitude van het verticaal getij moet over het geheele gebied niet of niet noemenswaard uiteenloopen;
- 3e. de stroomen in samenkomende geulen mogen geen noemenswaarde fasenverschillen vertoonen;
- 4e. het faseverschil tusschen stroom en verticaal getij zal over het geheele gebied vrijwel constant moeten zijn (waarna, op grond van de gemiddelde waarde ervan, de invloed van de waterberging op de vermogens nader zal

moeten worden geanalyseerd);

- 5e. de lineaire weerstandscoefficiënt k , dus de verhouding $v_0 : C^2 h$, zal in het gebied niet veel uiteen mogen loopen (daar anders de coëfficiënt f volgens (27) geen quasi-constante wordt).

Voor een gebied, waar bij benadering aan deze vijf voorwaarden is voldaan, zal de elektrische methode bij benadering tot juiste waarden voor de getijstroomen leiden. Wordt in dit gebied een verandering aangebracht, welke zoodanig en zoo klein is, dat a priori kan worden verwacht, dat ook daarna de vijf omstandigheden aanwezig zullen zijn, dan zal de methode de gevolgen van deze verandering op de getijstroomen ook kunnen voorspellen.

In het algemeen zullen de genoemde omstandigheden bij benadering optreden tijdens perioden van geringen aanvoer van opperwater in de zeewaartsche uiteinden van benedenrivieren met een regelmatig, flauw trechtervormig verloop en ook in sommige, matig vertakte stelsels van deze rivieren (delta's), indien de getij-amplitude langs de kust weinig verandert. In ons land voldoet daaraan het stelsel Rotterdamsche Waterweg-Nieuwe Maas-Brielsche Maas-Oude Maas. Voor kleine veranderingen in dit gebied zal de „elektrische” methode dus waarschijnlijk tot vrij juiste uitkomsten voor de getijstroomen leiden.

Voor meer stroomopwaartsche gebieden, voor het berekenen van het getij bij hoog opperwater en voor gebieden (als bv. de Zeeuwsche stroomen), waar de amplituden sterk veranderen is de „elektrische” methode van Van Veen echter niet geschikt. Om den invloed van het maken of wegnemen van een groote waterberging op de getijdemping na te gaan, of van een verschil in bovenafvoer op de getijvoortplanting, biedt zij geen middel. Den invloed van de getijbeweging op de middenstanden geeft zij niet, zoodat zij ook de absolute hoogten der waterstanden, welke op benedenrivieren eveneens van praktisch belang zijn, niet kan leeren kennen.

De „electrische” methode zal dus in zeer bepaalde gevallen tot een beperkt doel kunnen leiden, doch vormt volstrekt niet een methode, welke algemeen op benedenrivieren van toepassing is en daar gebruik van een „exacte” methode in vele gevallen overbodig zou kunnen maken.

Ook na kennisneming van de „electrische” methode van Van Veen kan dus onverzwakt blijven gehandhaafd de conclusie, waartoe de beschouwing op blz. 78 leidt, dat een uitbreiding van de methode Lorentz, waardoor deze voor benedenrivieren geschikt zou worden, een ernstige lacune in het beschikbare rekenapparaat zou vullen. In het volgende hoofdstuk wordt deze uitbreiding, waarvan het principe reeds eerder door schrijver dezes is gepubliceerd (50), behandeld.

HOOFDSTUK III.

DE GETIJTHEORIE VOOR BENEDENRIVIEREN IN DEN GEEST DER METHODE LORENTZ.

§ 10. Afleiding der differentiaalvergelijkingen voor een kanaal.

Onder kanaal wordt hier verstaan een geïdealiseerde geul, welke volkomen recht en prismatisch is, met constante diepte en waarvan de breedte zoo gering is, dat de invloed van dwarsstroomingen volkomen kan worden verwaarloosd.

Deze laatste eigenschap maakt het mogelijk, de grondvergelijkingen voor de waterbeweging in den hun door Euler gegeven vorm, te vereenvoudigen door de beweging als tweedimensionaal op te vatten en alle grootheden, samenhangende met de loodrecht op het lengteprofiel van het kanaal staande coördinaat, uit de vergelijkingen weg te laten.

De dynamische vergelijkingen, welke uitdrukken, dat het product van massa en versnelling van een waterdeeltje gelijk is aan de er op werkende kracht, worden in dat geval, als v de horizontale en u de verticale snelheidscomponente voorstelt:

$$\rho \frac{Dv^1)}{Dt} = \rho \left[\frac{\delta v}{\delta t} + v \frac{\delta v}{\delta x} + u \frac{\delta v}{\delta y} \right] = - \frac{\delta p}{\delta x} + X \quad (32)$$

¹⁾ $\frac{D}{Dt}$ stelt voor de verandering per tijdseenheid van een bepaald water-

deeltje; $\frac{\delta}{\delta t}$ geeft de verandering per tijdseenheid in een bepaald punt van de ruimte.

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho \left[\frac{\delta u}{\delta t} + v \frac{\delta u}{\delta x} + u \frac{\delta u}{\delta y} \right] = - \frac{\delta p}{\delta y} + Y \quad (33)$$

Daarnaast is van belang de continuïteitsvoorwaarde, welke, gezien de onsamendrukbaarheid van water, uitdrukt dat de resulterende, naar een vloeistofelement gerichte stroom nul is:

$$\frac{\delta v}{\delta x} + \frac{\delta u}{\delta y} = 0 \quad (34)$$

Welke transformaties, en in het bijzonder welke vereenvoudigingen men op deze fundamenteele vergelijkingen zal toepassen, hangt geheel af van de soort beweging, welke men wil beschouwen. De in dit opzicht belangrijke eigenschap van getijverschijnselen en stormvloeden is, dat deze kunnen worden opgevat (continu of over een zekere periode) als samengesteld uit een aantal periodieke bewegingen, waarvan de snelst wisselende een periode T heeft, welke minstens enkele uren bedraagt. Uitsluitend op deze groote waarde van T berust een aantal vereenvoudigingen, welke bij kleinere perioden, zooals bij windgolven en deining optreden, ontoelaatbaar worden. Daarnaast is voor de behandeling van de vergelijkingen van belang, welke uitwendige krachten optreden. Hier zal alleen rekening worden gehouden met de zwaartekracht, gelijk te stellen aan ρg , en den weerstand W . De kracht van Coriolis is onbeteekenend wegens de geringe breedte der beschouwde geulen en de directe windinvloed wordt eerst bij de behandeling van de stormvloeden (Hoofdstuk V) ingevoerd. Andere uitwendige krachten komen niet in aanmerking. Tenslotte is van belang de vaststelling van de dichtheid ρ . Hier wordt uitgegaan van homogeen water, zoodat het verschil in dichtheid tusschen zoet en zout water wordt verwaarloosd. Dit verschil heeft in het brakwatergebied belangrijke gevolgen (ondervloed, vermindering turbulenten wrijvingsweerstand), welke door Canter Cremers (38) uitvoerig zijn bestudeerd, doch ten aanzien van de voortplanting van getijden en stormvloeden kan van dit verschijnsel worden afgezien.

Vergelijking (33) kan op grond van het bovenstaande ingrijpend worden vereenvoudigd. Aan de oppervlakte zal u gelijk zijn aan $\frac{\delta h}{\delta t}$ en onder de oppervlakte zal u afnemen. u is dus hoog-

stens van de orde van $\frac{\delta h}{\delta t}$, dus van $\frac{2\pi\eta_0}{T}$ en $\frac{Du}{Dt}$ wordt van de orde $\frac{4\pi^2\eta_0}{T^2}$. Voor een groote waarde van η_0 , bv. 2 m, en een

kleine waarde van T , bv. 1 uur, wordt dus $\frac{Du}{Dt}$ van de orde van

$\frac{1}{1600}$ cm/sec.² en is bijgevolg volkomen te verwaarloozen

t.o.v. g . Gezien de minieme waarde van u is ook de weerstand tegen verticale beweging te verwaarloozen, zoodat (33) overgaat in:

$$\frac{\delta p}{\delta y} = -\rho g \quad (35)$$

m.a.w. de druk in een verticaal verandert volgens de hydrostatische wet. Wordt de atmosferische druk als nulpunt aangenomen, dan wordt de integraal van (35):

$$p = \rho g (z - y) \quad (36)$$

daar overal aan de oppervlakte, welke op een hoogte z boven het horizontale nulvlak wordt aangenomen, de druk nul moet zijn.

Uit (36) volgt voor den in (32) voorkomenden term $\frac{\delta p}{\delta x}$ de waarde $\rho g \frac{\delta z}{\delta x}$, terwijl als horizontale kracht uitsluitend de

weerstand W optreedt. Daar W over een verticaal niet constant behoeft te zijn, zal het rechterlid van (32) niet voor alle punten in één verticaal dezelfde waarde hebben, zoodat ook de versnelingen en snelheden in een verticaal niet constant zijn. Het is trouwens een bekend feit, dat de snelheidsverdeeling in een

verticaal nimmer gelijkmatig is, doch een karakteristieken vorm vertoont, welke wordt bepaald door het mechanisme van den turbulenten weerstand en de randvoorwaarden aan bodem en oppervlakte. Eerst in den laatsten tijd heeft de hydro-mechanica in dit mechanisme eenig inzicht weten te verkrijgen (bv. 51, 52).

Voor het gestelde doel is het echter niet noodig, op deze ingewikkelde kwesties in te gaan. Indien men van de snelheids-verdeeling langs een verticaal en andere details van de beweging wil afzien, is het mogelijk, aan de hand van de in de hydraulica ontwikkelde bepaling van de bewegingsweerstand, tot een eenvoudige vergelijking te komen. Daartoe denkt men de termen in de dynamische vergelijking als voorstellende de gemiddelde waarde van de betreffende grootheid in de

verticaal. Na invulling van de uit (36) volgende waarde van $\frac{\delta p}{\delta x}$

komt er:

$$\frac{\delta v}{\delta t} + v \frac{\delta v}{\delta x} = -g \frac{\delta z}{\delta x} + W \quad (37)$$

waarin dus thans v voorstelt de gemiddelde snelheid over een verticaal en W den gemiddeld in de verticaal ondervonden weerstand per massa-eenheid.

De waarde van W moet empirisch worden bepaald. Het is à priori duidelijk, dat voor de beschouwde, langzaam veranderende stroomen, het mechanisme van den weerstand zich op analoge wijze zal doen gelden als bij permanente stroomen. De waarde van W moet dus zoodanig worden gekozen, dat,

indien $\frac{Dv}{Dt} = 0$ wordt, de in § 5 behandelde formules voor

bovenrivieren verschijnen.

Uitgegaan zal worden van de formule van Chézy, waarbij echter de mogelijkheid dat C een functie is van den hydraulischen straal (respectievelijk de diepte bij breede rivieren) open wordt gelaten.

Gesteld moet worden:

$$W = -\frac{g/v/v}{C^2 R}$$

waarbij de factoren $/v/v$ gebruikt zijn in plaats van het gebruikelijke v^2 om eenduidig het teeken van W vast te leggen.

De dynamische vergelijking wordt dus tenslotte:

$$\frac{\delta v}{\delta t} + v \frac{\delta v}{\delta x} = -g \frac{\delta z}{\delta x} - \frac{g/v/v}{C^2 R} \quad (38)$$

Het feit, dat de beweging kan worden benaderd door de snelheid over de verticaal constant aan te nemen, is oorzaak, dat ook de continuïteitsvergelijking kan worden vereenvoudigd. Men kan er van uitgaan, dat het verschil van de, door twee dicht bijeengelegen kanaalprofielen stroomende, waterhoeveelheden gelijk is aan de tusschen deze profielen door rijzing van den waterspiegel geborgen hoeveelheden. Dit leidt tot de betrekking:

$$\frac{\delta s}{\delta x} = -B \frac{\delta h}{\delta t} \quad (39)$$

Daar de dynamische vergelijking het eenvoudigst wordt bij gebruik van de snelheid v , doch de continuïteitsvergelijking bij gebruik van den stroom s , dient één van beide herleid te worden met behulp van de betrekking:

$$s = f v \quad (40)$$

Terwijl de gevolgen van vereenvoudigingen aan de dynamische vergelijking met behulp van de in Hoofdstuk I aangeduide methode der correctiekrachten kunnen worden geschat, is dit met wijzigingen van de continuïteitsvoorwaarde niet zoo eenvoudig mogelijk. Daarom is het gewenscht, de laatste vergelijking exact te handhaven en daarvoor in eenvoudigen vorm te houden, wat de noodzakelijkheid meebrengt om v uit (38) te elimineeren.

Men kan de dynamische vergelijking dan in den volgenden

vorm brengen:

$$\frac{\delta z}{\delta x} = -\frac{1}{gf} \frac{\delta s}{\delta t} + \frac{s}{gf^2} \frac{\delta f}{\delta t} - \frac{s}{gf^2} \frac{\delta s}{\delta x} + \frac{s^2}{gf^3} \frac{\delta f}{\delta x} - \frac{1/s/s}{C^2 f^2 R}$$

of met invoering van de waarde van $\frac{\delta s}{\delta x}$ uit (39):

$$\frac{\delta z}{\delta x} = -\frac{1}{gf} \frac{\delta s}{\delta t} + \frac{s}{gf^2} \left[\frac{\delta f}{\delta t} + B \frac{\delta h}{\delta t} \right] + \frac{s^2}{gf^3} \frac{\delta f}{\delta x} - \frac{1/s/s}{C^2 f^2 R} \quad (41)$$

De vergelijkingen (39) en (41) zijn afgeleid op grond van overwegingen, die óf volkomen uit het karakter der beschouwde bewegingen volgen, óf door hun veelvuldige toepassing in de hydraulica hun toelaatbaarheid hebben bewezen. Met de in het begin dezer § genoemde beperkingen ten aanzien van de optredende krachten en met inachtneming van het gezegde over het afzien van de details van de beweging, kunnen deze vergelijkingen dus als de exact geldende worden beschouwd.

§ 11. Herleiding van de bewegingsvergelijkingen voor de combinatie van getij en bovenafvoer.

De in § 10 afgeleide strenge bewegingsvergelijkingen dienen geschikt te worden gemaakt voor integratie bij omstandigheden, zooals de getijbeweging op benedenrivieren vertoont. In dit opzicht worden de twee volgende met de practijk overeenkomende feiten aangenomen:

- a. t.o.v. het hoofdgetij M_2 zijn de overige getijden van lagere orde van grootte;
- b. de variaties van den waterspiegel zijn grootheden van lager orde t.o.v. de waterdiepte in den middenstand.

Begonnen wordt met voor elke grootheid te substitueeren een tweeterm, waarvan de eerste term de bij afwezigheid van getij optredende middenwaarde voorstelt en de tweede term de door het getij veroorzaakte afwijking van deze middenwaarde. Daarbij valt te bedenken, dat bij aanwezigheid van

bovenafvoer, de middenstand een helling zal vertoonen en dat dit in het algemeen ook met den bodem het geval zal zijn. Fig. 3 verduidelijkt de beteekenis van de verschillende letters,

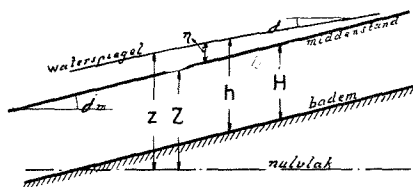


FIG. 3

die in dat geval worden gebruikt. De in te voeren uitdrukkingen zijn als volgt te schrijven:

$$\left. \begin{aligned} s &= S + \sigma \\ h &= H + \eta \\ z &= Z + \eta \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

$$j = \frac{\delta z}{\delta x} = \frac{\delta Z}{\delta x} + \frac{\delta \eta}{\delta x} = j_m + \frac{\delta \eta}{\delta x}$$

Door de variatie van h varieeren ook de waarden van het geulprofiel f en van het doorlaatvermogen $C^2 f^2 R$ van de geul. De afwijkingen ten aanzien van de door een index m aan te duiden waarden bij den middenstand zijn evenredig te stellen met η . Voor f is de evenredigheidsfactor gelijk aan de bovenbreedte b_ω van het waterafvoerend profiel: voor $C^2 f^2 R$ hangt deze factor af van den vorm van het profiel en van de wet, volgens welke C verandert. Men kan schrijven:

$$C^2 f^2 R^2 = C_m^2 f_m^2 R_m (1 + \chi \eta), \text{ waarbij dus:}$$

$$\chi = \frac{1}{C_m^2 f_m^2 R_m} \frac{\delta C^2 f^2 R}{\delta \eta}$$

De in deze uitdrukkingen voorkomende grootheden S , H , Z , f_m en b_ω zijn constanten en de substitutie in (39) en (41) levert

daarom het volgende resultaat:

$$\frac{\delta \sigma}{\delta x} = -B \frac{\delta \eta}{\delta t} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} j_m + \frac{\delta \eta}{\delta x} = & - \frac{I}{g(f_m + b_\omega \eta)} \frac{\delta \sigma}{\delta t} + \frac{S + \sigma}{g(f_m + b_\omega \eta)^2} (b_\omega + B) \frac{\delta \eta}{\delta t} + \\ & + \frac{(S + \sigma)^2 b_\omega}{g(f_m + b_\omega \eta)^3} \frac{\delta \eta}{\delta x} - \frac{[S + \sigma] (S + \sigma)}{C_m^2 f_m^2 R_m (1 + \chi \eta)} \end{aligned} \quad (44)$$

Indien men de in (44) voorkomende termen nader beschouwt, blijken de orden van grootte sterk uiteen te loopen, waarbij de waarde van $S : \sigma$ de verhoudingen sterk beïnvloedt. In Aanhangsel 1 is dit nader uitgewerkt. Als stelregel is aangenomen, dat de termen van de eerste en tweede orde moeten worden behouden, doch dat factoren en termen, waarvan de invloed in elk geval van de derde orde of lager is, kunnen worden verwaarloosd. Het blijkt dan, dat (44) kan worden vervangen door:

$$\begin{aligned} j_m + \frac{\delta \eta}{\delta x} = & - \frac{I}{g f_m} \left(1 - \frac{b_\omega}{f_m} \eta\right) \frac{\delta \sigma}{\delta t} + \frac{(S + \sigma)(B + b_\omega)}{g f_m^2} \frac{\delta \eta}{\delta t} + \\ & + \frac{S^2 b_\omega}{g f_m^3} \frac{\delta \eta}{\delta x} - \frac{[S + \sigma] (S + \sigma)}{C_m^2 f_m^2 R_m} [1 - \chi \eta] \end{aligned} \quad (45)$$

welke formule dus tot in tweede benadering juist is.

Nagegaan wordt nu, in hoeverre aan de bewegingsvergelijkingen (43) en (45), kan worden voldaan door enkelvoudig harmonische grootheden met de periode van het hoofdgetij M_2 (12,4 uur). Daartoe wordt gesteld:

$$\begin{cases} \eta = \eta_0 \cos (nt - \kappa) \\ \sigma = \sigma_0 \cos (nt - \varphi) \end{cases} \quad (46)$$

Na substitutie van deze uitdrukkingen wordt het rechterlid van (45) gesplitst in drie soorten termen:

- constante termen;
- termen met de frequentie van het hoofdgetij;
- termen met afwijkende (hoogere) frequentie.

Wordt dit term voor term verricht, dan vindt men de volgende resultaten. Het aantal strepen onder elken term duidt

daarbij den coëfficiënt van nt in den harmonischen factor aan:

$$\begin{aligned} \frac{1}{g f_m} \left(1 - \frac{b_\omega}{f_m} \eta\right) \frac{\delta \sigma}{\delta t} &= \frac{1}{g f_m} \frac{\delta \sigma}{\delta t} + \\ + \frac{b_\omega}{g f_m^2} \eta_0 \cos (nt - \kappa) n \sigma_0 \sin (nt - \varphi) &= \\ = \frac{nb_\omega \eta_0 \sigma_0 \sin (\kappa - \varphi)}{2 g f_m^2} + \frac{1}{g f_m} \frac{\delta \sigma}{\delta t} + \\ + \frac{n b_\omega \eta_0 \sigma_0 \sin (2 nt - \kappa - \varphi)}{2 g f_m^2} \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \frac{(S + \sigma) (B + b_\omega)}{g f_m^2} \frac{\delta \eta}{\delta t} &= \frac{S (B + b_\omega)}{g f_m^2} \frac{\delta \eta}{\delta t} \\ - \frac{B + b_\omega}{g f_m^2} \sigma_0 \cos (nt - \varphi) n \eta_0 \sin (nt - \kappa) &= \\ = \frac{n (B + b_\omega) \eta_0 \sigma_0 \sin (\kappa - \varphi)}{2 g f_m^2} + \\ + \frac{S (B + b_\omega)}{g f_m^2} \frac{\delta \eta}{\delta t} - \frac{n (B + b_\omega) \eta_0 \sigma_0 \sin (2 nt - \kappa - \varphi)}{2 g f_m^2} \end{aligned} \quad (48)$$

$$\frac{S^2 b_\omega}{g f_m^3} \frac{\delta \eta}{\delta x} = \frac{S^2 b_\omega}{g f_m^3} \frac{\delta \eta}{\delta x} \quad (49)$$

Grootere moeilijkheden doen zich voor bij de herleiding van den weerstandsterm, vooral omdat de factor $/S + \sigma/$ ($S + \sigma$) bij het door nul gaan een niet-analytisch karakter vertoont. In Aanhangel 2 is aangegeven, hoe men hier door een Fourier-analyse het doel kan bereiken. Als resultaat is gevonden, dat men algemeen geldend kan schrijven:

$$\begin{aligned} /S + \sigma/ (S + \sigma) &= m_0 s_0^2 + m_1 s_0^2 \cos (nt - \varphi) + \\ + m_2 s_0^2 \cos 2 (nt - \varphi) + m_3 s_0^2 \cos 3 (nt - \varphi) \end{aligned} \quad (50)$$

waarin s_0 de grootste der beide stroomen S en σ_0 voorstelt en m_0, m_1, m_2, m_3 dimensielooze coëfficiënten zijn, waarvoor de formules in Aanhangel 2 zijn afgeleid en welke in fig. 4 grafisch zijn voorgesteld. Daarmede wordt de herleiding van den weer-

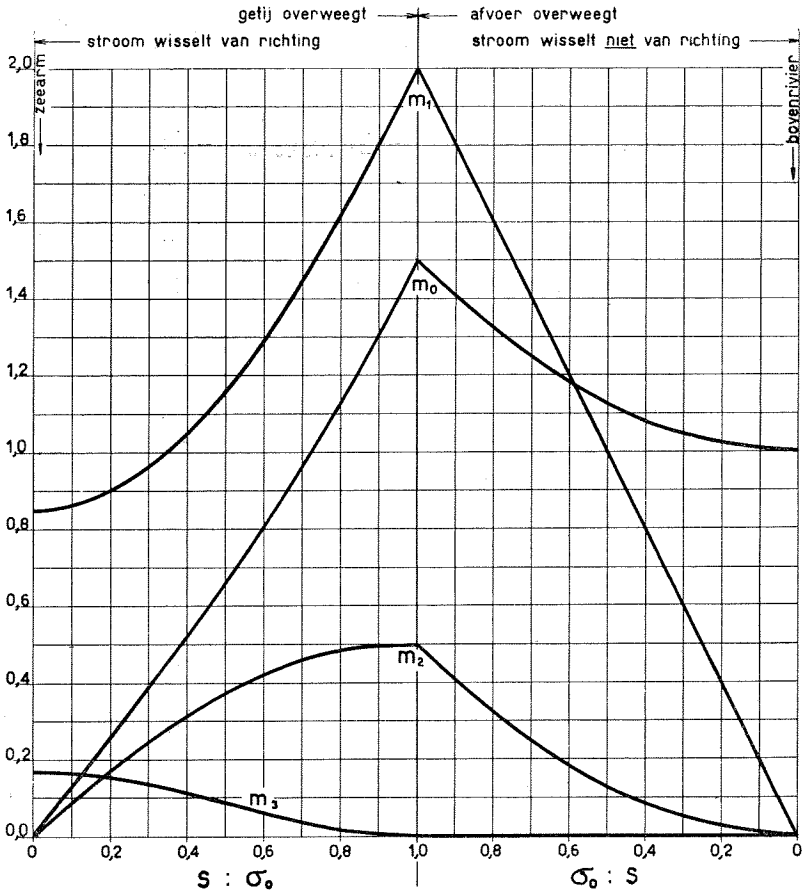


fig. 4. Waarden van de coëfficiënten m .

standsterm (met weglating van den noemer $C_m^2 f_m^2 R_m$):

$$\begin{aligned}
 & /S + \sigma/ (S + \sigma)(1 - \chi \eta) = \\
 & \quad = [m_0 s_0^2 + m_1 s_0^2 \cos (nt - \varphi) + m_2 s_0^2 \cos 2 (nt - \varphi) + \\
 & \quad + m_3 s_0^2 \cos 3 (nt - \varphi)] [1 - \chi \eta_0 \cos (nt - \kappa)] = \\
 & \quad = m_0 s_0^2 - \frac{1}{2} m_1 \chi \eta_0 s_0^2 \cos (\kappa - \varphi) - \\
 & \quad - m_0 \chi \eta_0 s_0^2 \cos (nt - \kappa) + m_1 s_0^2 \cos (nt - \varphi) - \\
 & \quad \quad \quad - \frac{1}{2} m_2 \chi \eta_0 s_0^2 \cos (nt - 2\varphi + \kappa) - \\
 & \quad - \frac{1}{2} m_1 \chi \eta_0 s_0^2 \cos (2nt - \kappa - \varphi) + m_2 s_0^2 \cos 2 (nt - \varphi) - \\
 & \quad \quad \quad - \frac{1}{2} m_2 \chi \eta_0 s_0^2 \cos (2nt - 3\varphi + \kappa) - \\
 & \quad - \frac{1}{2} m_2 \chi \eta_0 s_0^2 \cos (3nt - 2\varphi - \kappa) + m_3 s_0^2 \cos 3 (nt - \varphi) \quad (51)
 \end{aligned}$$

De in bovenstaande herleidingen optredende termen met hoogere frequentie zijn oorzaak, dat met enkelvoudig harmonische grootheden niet aan de bewegingsvergelijkingen kan worden voldaan. Zij bewerken, dat de voortplanting van een sinusoïdaal getij bovengetijden doet ontstaan, welke, in overeenstemming met de werkelijkheid, de dubbele en drievoudige frequentie van het hoofdgetij bezitten.

Van groot belang is de grootte van deze, bovengetijverwekkende invloeden. In Aanhangsel 3 is deze nagegaan, waarbij blijkt, dat onder normale omstandigheden op benedenrivieren deze invloeden klein zijn ten opzichte van de op het hoofdgetij inwerkende verhang- en weerstandskrachten, zoodat de ontstaande bovengetijden klein zullen blijven ten opzichte van het hoofdgetij. Dit is trouwens geheel in overeenstemming met hetgeen de practijk leert.

De bovengetijden zullen op hun beurt weer invloed uitoefenen op het hoofdgetij, doch daar deze invloed weer klein is ten opzichte van de bovengetijden, zal hij ten opzichte van het hoofdgetij van de derde orde zijn en dus, volgens de bij deze ontwikkeling aangenomen stelregel, kunnen worden verwaarloosd. Dit beteekent, dat, indien wordt afgezien van het weergeven van de bovengetijden, dus van den juisten vorm der getij- en stroomkrommen, de termen met hoogere frequentie

zonder bezwaar kunnen worden verwaarloosd, daar de berekening van het hoofdgetij er tot in tweede benadering geen nadeel van ondervindt.

Na het invoeren van deze vereenvoudiging zijn de termen van (45) óf constant, óf van de periode van het hoofdgetij. Wil aan (45) worden voldaan, dan moet dit noodzakelijk eveneens het geval zijn voor de constante termen afzonderlijk en voor de getijtermen afzonderlijk. Door deze voorwaarden op te schrijven, ontstaan de beide vergelijkingen, welke als resultaat van de herleiding optreden:

$$j_m = -\frac{m_0 s_0^2}{(C^2 f^2 R)_m} + \frac{m_1 \chi \eta_0 s_0^2 \cos (\kappa - \varphi)}{2 (C^2 f^2 R)_m} + \frac{n B \eta_0 \sigma_0 \sin (\kappa - \varphi)}{2 g f_m^2} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta \eta}{\delta x} = & -\frac{1}{g f_m} \frac{\delta \sigma}{\delta t} + \frac{S (B + b_\omega)}{g f_m^2} \frac{\delta \eta}{\delta t} + \frac{S^2 b_\omega}{g f_m^3} \frac{\delta \eta}{\delta x} + \\ & + \frac{m_0 \chi \eta_0 s_0^2 \cos (nt - \kappa)}{(C^2 f^2 R)_m} - \frac{m_1 s_0^2 \cos (nt - \varphi)}{(C^2 f^2 R)_m} + \\ & + \frac{m_2 \chi \eta_0 s_0^2 \cos (nt - 2\varphi + \kappa)}{2 (C^2 f^2 R)_m} \end{aligned} \quad (53)$$

Tenslotte zijn nog enkele vereenvoudigingen mogelijk. Uit de continuïteitsvoorwaarde, toegepast op η en σ , volgt:

$$\begin{aligned} \frac{\delta \sigma}{\delta x} = \frac{\delta \sigma_0}{\delta x} \cos (nt - \varphi) + \sigma_0 \frac{\delta \varphi}{\delta x} \sin (nt - \varphi) = -B \frac{\delta \eta}{\delta t} = \\ = B \eta_0 n \sin (nt - \kappa) \end{aligned}$$

Deze vergelijking geldt op elk moment, dus ook als $nt = \varphi$, in welk geval dus geldt:

$$B \eta_0 n \sin (\varphi - \kappa) = \frac{\delta \sigma_0}{\delta x}$$

hetgeen in den derden term van de uitdrukking voor j_m kan worden gesubstitueerd.

De laatste term van de uitdrukking voor η is eenvoudiger te schrijven met behulp van de uitdrukking:

$$\begin{aligned} \eta_0 s_0 \cos (nt - 2\varphi - \kappa) = \\ = 2 \eta_0 s_0 \cos (nt - \varphi) \cos (\kappa - \varphi) - \eta_0 s_0 \cos (nt - \kappa) = \\ = 2 \eta_0 \frac{s_0}{\sigma_0} \sigma \cos (\kappa - \varphi) - s_0 \eta \end{aligned}$$

Men komt zoodoende tot de volgende formules, waarin de verschillende termen ten behoeve van de in § 12 volgende bespreking, door een nummer zijn onderscheiden:

$$j_m = - \frac{m_0 s_0^2}{(C^2 f^2 R)_m} + \frac{m_1 \chi \eta_0 s_0^2 \cos(\kappa - \varphi)}{(C^2 f^2 R)_m} - \frac{1}{2 g f_m^2} \frac{\delta \frac{1}{2} \sigma^2}{\delta x} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta \eta}{\delta x} \left(1 - \frac{S^2 b_{\omega}}{g f_m^3} \right) &= - \frac{1}{g f_m} \frac{\delta \sigma}{\delta t} + \frac{S(B + b_{\omega})}{g f_m^2} \frac{\delta \eta}{\delta t} \\ &- \frac{[m_1 - \chi m_2 \eta_0 \cos(\kappa - \varphi)]}{(C^2 f^2 R)_m} \frac{s_0^2}{\sigma_0} \sigma + \frac{\chi (m_0 - \frac{1}{2} m_2)}{(C^2 f^2 R)_m} s_0^2 \eta \quad (55) \end{aligned}$$

Bij de interpretatie van deze vergelijkingen valt te bedenken, dat de positieve X-as in de richting van S , dus stroomafwaarts is getrokken. Dit beteekent, dat j_m normaal negatief is, terwijl van de getijstroomen de eb als positief, de vloed als negatief moet worden genomen en φ dus zoodanig moet worden gekozen, dat op het oogenblik van maximum ebstroom ($nt - \varphi$) = 0 is.

De vergelijking (54) kan, zoodra de getijgrootheden η en σ bekend zijn, voor de berekening van het middenstandsverhang worden benut. Voor vergelijking (55) is echter nog een integratie noodig, waarbij uiteraard de continuïteitsvergelijking eveneens in rekening moet worden gebracht.

AANHANGSEL 1.

Onderzoek van de orden van grootte der termen in formule 44.

De verhouding van de grootten der termen van (44) hangt sterk af van de verhouding $S : \sigma$, en daarom zullen twee uiteenloopende, kenmerkende gevallen worden bekeken, nl.:

- S is klein t.o.v. σ en kan bij beschouwing van de orden van grootte worden verwaarloosd. Deze toestand treedt op in zeearmen en in zeer wijde riviermonden;
- σ is klein t.o.v. S en wel, om de gedachten te bepalen, in

zoodanige verhouding, dat $\sigma : S \propto \eta : H'$. Hierin is $H' = f/B$ en dus $= H \cdot b/B$. Een dergelijke toestand treedt op nabij den overgang van de bovenrivier in de benedenrivier.

De getijbeweging doet zich voor als een golf met een periode $= T$, een vaart c' en een golflengte λ , welke gelijk is aan $c'T$. De vaart c' is kleiner dan de theoretische vaart van een loopende golf $c = \sqrt{gH'}$ ¹⁾; in de eerste plaats omdat de resulterende golf wordt gevormd door interferentie van een heengaande en een kleinere teruggekaatste golf en in de tweede plaats door den invloed van den weerstand, welke, vooral in geval b, belangrijk is.

De orden van grootte van de differentiaalquotienten kunnen hiermede als volgt worden weergegeven:

$$\frac{\delta \eta}{\delta x} \propto \frac{2\pi\eta_0}{\lambda}, \quad \frac{\delta \eta}{\delta t} \propto \frac{2\pi\eta_0}{T}, \quad \frac{\delta \sigma}{\delta x} \propto \frac{2\pi\sigma_0}{\lambda},$$

doch volgens (43) is $\frac{\delta \sigma}{\delta x} = -B \frac{\delta \eta}{\delta t} \propto \frac{2\pi B \eta_0}{T}$ zoodat geldt:

$$\sigma_0 \propto \frac{B \lambda \eta_0}{T} = B \eta_0 c' \text{ en dus: } \frac{\delta \sigma}{\delta t} \propto \frac{2\pi B \lambda \eta_0}{T^2} = \frac{2\pi B \eta_0 c'^2}{\lambda}$$

Geval a. S zeer klein.

De invloed van den weerstand op de vaart van de getijgolven is in dat geval niet groot, zoodat het verschil vrijwel geheel door de interferentie zal worden veroorzaakt. Dientengevolge zal c' wel kleiner zijn dan c , doch in het algemeen niet van lager orde van grootte. Dit is van belang bij de vergelijking, van den verhangterm en den eerste versnellingsterm. Men heeft nu:

$$\frac{\delta \eta}{\delta x} \propto \frac{2\pi\eta_0}{\lambda}$$

$$\frac{1}{g f} \frac{\delta \sigma}{\delta t} \propto \frac{1}{g H' B} \frac{2\pi B \eta_0 c'^2}{\lambda} \propto \frac{c'^2}{c^2} \frac{2\pi\eta_0}{\lambda}$$

¹⁾ Bij de voortplanting van golven door een geul met ernaast gelegen banken of kribvelden, waar dus $B > b$, is de vaart van een ongedempte golf (dus met verwaarloozing van de weerstanden) niet gelijk aan $\sqrt{gH}$, doch aan $\sqrt{gH'}$.

De eerste versnellingsterm is dus wel kleiner dan de verhangterm, doch dient toch zekerheidshalve als een term van de eerste orde te moeten behandeld.

Voor de beide andere versnellingstermen geldt:

$$\begin{aligned} \frac{S + \sigma}{g f^2} (B + b_\omega) \frac{\delta \eta}{\delta t} &\propto \frac{\sigma (B + b_\omega)}{g H'^2 B^2} \frac{2 \pi \eta_0}{T} \propto \frac{\eta_0 c'}{g H'^2} \frac{2 \pi \eta_0}{T} = \\ &= \frac{c'^2}{c^2} \frac{2 \pi \eta_0^2}{\lambda H'} \\ \frac{(S + \sigma)^2 b_\omega}{g f^2} \frac{\delta \eta}{\delta x} &\propto \frac{\sigma^2 b_\omega}{g H'^3 B^3} \frac{2 \pi \eta_0}{\lambda} \propto \frac{c'^2 \eta_0^2}{g H'^3} \frac{2 \pi \eta_0}{\lambda} = \frac{c'^2}{c^2} \frac{2 \pi \eta_0^3}{\lambda H'^2} \end{aligned}$$

zoodat deze respectievelijk van de tweede en derde orde zijn.

De weerstandsterm moet op grond hiervan van dezelfde orde zijn als de verhangterm.

Verhang-, weerstands- en eerste versnellingsterm zijn dus te beschouwen als termen van de eerste orde, waarbij de laatste vrijwel steeds de kleinste zal zijn.

Practisch is dit nog te verifieeren door vergelijking van den weerstands- en versnellingsterm:

$$\frac{1}{g f} \frac{\delta \sigma}{\delta t} : \frac{\sigma^2}{C^2 f^2 R} = \frac{1}{g} \frac{\delta v}{\delta t} : \frac{v_0^2}{C \cdot R} = \frac{2 \pi}{g T} : \frac{v_0}{C^2 R}$$

Met T (periode van het getij) rond 45.000 sec of $\frac{g T}{2 \pi}$ rond 70.000 en met C gemiddeld gesteld op 50 wordt deze verhouding gelijk aan $R : 28v$ (R in meters, v in meters per seconde). Practisch steeds is deze verhouding kleiner dan één en in de meeste gevallen $\frac{1}{2}$ à $\frac{1}{4}$. Slechts in zeer diepe zeearmen (b.v. de Helsdeur) kan de versnellingsterm overwegen.

Geval b. σ_0 klein en wel $\sigma_0 \propto \frac{S \eta_0}{H'}$

Daar: $\sigma_0 \propto B \eta_0 c'$, moet gelden:

$$c' \propto \frac{S}{B H'} \propto V, \text{ waar } V = S : f.$$

Dit wijst op een, ook werkelijk optredende, sterke vermin-

dering van de vaart c' , welke op de bovenwaartsche gedeelten van de benedenrivieren, als gevolg van den invloed van den bovenafvoer, zooveel kleiner is dan $\sqrt{gH}$, dat voor de kwadraden van deze waarde zeker een verschil in orde van grootte aanwezig is.

Vergelijkt men thans het varieerende gedeelte van den vervalterm (dus zonder het middenstandsverhang j_m dat geen getijkarakter heeft en dus bij deze vergelijking niet ter zake doet) met den eersten versnellingsterm, dan vindt men dezelfde uitdrukking als in geval **a**, n.l. $c'^2 : c^2$, doch dit beteekent thans, dat de eerste versnellingsterm van de tweede orde is, terwijl de varieerende gedeelten van het verhang en den weerstandsterm van de eerste orde zijn (hoewel ook deze weer klein zijn t.o.v. de permanente gedeelten van deze termen).

De tweede en derde versnellingstermen zijn thans echter van dezelfde orde als de eerste, n.l.

$$\frac{1}{gf} \frac{\delta \sigma}{\delta t} \approx \frac{c'^2}{c^2} \frac{2\pi\eta_0}{\lambda}$$

$$\frac{S + \sigma}{gf^2} (B + b_\omega) \frac{\delta \eta}{\delta t} \approx \frac{V}{gH'} \frac{2\pi\eta_0}{T} = \frac{Vc'}{c^2} \frac{2\pi\eta_0}{\lambda}$$

$$\frac{(S + \sigma)^2 b_\omega}{gf^3} \frac{\delta \sigma}{\delta \eta} \approx \frac{V^2}{gH'} \frac{2\pi\eta_0}{\lambda} = \frac{V^2}{c^2} \frac{2\pi\eta_0}{\lambda}$$

daar immers $c' \approx V$ is.

Het is dus gebleken:

De verhang- en weerstandstermen zijn steeds van de eerste orde.

De eerste traagheidsterm is hoogstens van de eerste orde.

De tweede traagheidsterm is steeds van de tweede orde.

De derde traagheidsterm is hoogstens van de tweede orde, n.l. als σ klein is. De invloed van σ in dezen term is dus zeker van de derde orde en kan worden verwaarloosd.

De afwijkingen der profielgrootheden (f , R , enz.) van hun waarden in den middenstand zijn, t.o.v. laatstgenoemde waar-

den, op te vatten als grootheden van de tweede orde. In die termen van (44), welke zelf reeds van de tweede orde zijn, kunnen deze afwijkingen daarom worden verwaarloosd; terwijl in de termen van de eerste orde een herleiding mag worden toegepast, waarbij grootheden van de derde orde worden verwaarloosd. In het bijzonder mag worden geschreven:

$$\frac{1}{f_m + b_\omega \eta} = \frac{1}{f_m} \left(1 - \frac{b_\omega}{f_m} \eta \right)$$

en evenzoo voor de andere factoren.

Past men het aldus gevondene toe, dan gaat (44) over in (45).

AANHANGSEL 2.

Herleiding van den factor $|S + \sigma| (S + \sigma)$

De herleiding van dezen factor kan eenvoudig langs goniometrischen weg geschieden, als $|S| > \sigma_0$, daar in dat geval $S + \sigma$ steeds hetzelfde teeken — dat van S — heeft. Wordt in het vervolg S positief gehouden, door de positieve X-as volgens de richting van den bovenafvoer te leggen, dan geldt hiervoor:

$$\begin{aligned} |S + \sigma| (S + \sigma) &= (S + \sigma)^2 = S^2 + 2S\sigma + \sigma^2 = \\ &= S^2 + 2S\sigma_0 \cos(nt - \varphi) + \sigma_0^2 \cos^2(nt - \varphi) = \\ &= (S^2 + \frac{1}{2}\sigma_0^2) + 2S\sigma_0 \cos(nt - \varphi) + \frac{1}{2}\sigma_0^2 \cos 2(nt - \varphi) \end{aligned} \quad (56)$$

Van het rechterlid is dus de eerste term constant; de tweede heeft de frequentie van het hoofdgetij; de derde heeft hoogere frequentie.

Indien $\sigma_0 > |S|$, wisselt $S + \sigma$ van teeken en wel, indien $S : \sigma = \sin \epsilon$ wordt gesteld, bij een waarde van $nt - \varphi = \frac{\pi}{2} + \epsilon$. Men krijgt, als θ wordt geschreven voor $nt - \varphi$.

$$|S + \sigma| (S + \sigma) = \sigma_0^2 |\sin \epsilon + \cos \theta| (\sin \epsilon + \cos \theta)$$

en het gaat er nu om, de functie:

$$|\sin \epsilon + \cos \theta| (\sin \epsilon + \cos \theta)$$

te schrijven als de som van een constanten term, een term met

factor $\cos \theta$ (daar de functie even is, kunnen geen termen met $\sin \theta$ optreden) en termen met factoren $\cos 2\theta$, $\cos 3\theta$ enz. Dit beteekent het toepassen van een Fourier-analyse op deze uitdrukking, welke, wegens het even karakter der functie, slechts met integratiegrenzen tusschen 0 en π behoeft te worden uitgevoerd en waarbij volstaan kan worden met de termen tot en met $\cos 3\theta$, daar de coëfficiënten der hoogere termen onbeteekenend worden.

Men kan schrijven:

$$[\sin \epsilon + \cos \theta] (\sin \epsilon + \cos \theta) = m_0 + m_1 \cos \theta + m_2 \cos 2\theta + m_3 \cos 3\theta + \dots \quad (57)$$

Ter bepaling van de coëfficiënten m_0 , m_1 , m_2 en m_3 zal men integratie tusschen de aangegeven grenzen moeten toepassen op de functie in het linkerlid, resp. vermenigvuldigd met 1 , met $\cos \theta$, met $\cos 2\theta$ en met $\cos 3\theta$. Het resultaat moet worden gedeeld door π of door $\frac{1}{2}\pi$, al naar het m_0 of één der andere coëfficiënten betreft.

Voor het uitvoeren der onbepaalde integraties zal men daarbij de bedoelde functie vervangen door $(\sin \epsilon + \cos \theta)^2$. Het linkerlid van (57) is hieraan gelijk voor waarden van θ tusschen 0 en $\frac{1}{2}\pi + \epsilon$, terwijl de beide functies voor waarden van θ tusschen $\frac{1}{2}\pi + \epsilon$ en π gelijk van grootte doch tegengesteld van teeken zijn. Dientengevolge zal de bepaalde integraal, welke wordt gezocht, gelijk zijn aan $2 \times$ de waarde van de berekende onbepaalde integraal voor $\theta = \frac{1}{2}\pi + \epsilon$, verminderd met de som van de waarden voor $\theta = 0$ en $\theta = \pi$.

Als resultaten der onbepaalde integraties vindt men:

$$\int (\sin \epsilon + \cos \theta)^2 d\theta = \theta \sin^2 \epsilon + 2 \sin \epsilon \sin \theta + \frac{1}{2} \theta + \frac{1}{4} \sin 2\theta.$$

$$\begin{aligned} \int (\sin \epsilon + \cos \theta)^2 \cos \theta d\theta &= \\ &= \sin^2 \epsilon \sin \theta + \theta \sin \epsilon + \frac{1}{2} \sin \epsilon \sin 2\theta - \frac{1}{3} \sin^3 \theta + \sin \theta. \end{aligned}$$

$$\int (\sin \epsilon + \cos \theta)^2 \cos 2\theta d\theta = \frac{1}{2} \sin^2 \epsilon \sin 2\theta -$$

$$\begin{aligned}
 & - 4/3 \sin \epsilon \sin^3 \theta + 2 \sin \epsilon \sin \theta + \frac{1}{4} \theta + \frac{1}{4} \sin 2 \theta \left(\frac{1}{2} + \cos^2 \theta \right) \\
 & \int (\sin \epsilon + \cos \theta)^2 \cos 3 \theta d \theta = 1/3 \sin^2 \epsilon \sin 3 \theta + \\
 & \quad + 2 \sin \epsilon \sin \theta \cos^3 \theta + \sin \theta - 5/3 \sin^3 \theta + 4/5 \sin^5 \theta
 \end{aligned}$$

Het invoeren der grenzen op de boven aangeduide wijze leidt tenslotte tot de volgende formules:

$$m_0 = \frac{1}{\pi} [5 \sin \epsilon \cos \epsilon + \epsilon (1 + 2 \sin^2 \epsilon)] \quad (58)$$

$$m_1 = \frac{4}{\pi} [\cos \epsilon + \epsilon \sin \epsilon - 1/3 \cos^3 \epsilon] \quad (59)$$

$$m_2 = \frac{\pi}{2} [2/3 \sin \epsilon \cos^3 \epsilon + \sin \epsilon \cos \epsilon + \epsilon] \quad (60)$$

$$m_3 = \frac{8}{15\pi} \cos^5 \epsilon \quad (61)$$

Met deze waarden geldt dus, voor $|S| < \sigma_0$:

$$\begin{aligned}
 |S + \sigma| / (S + \sigma) &= \\
 &= m_0 \sigma_0^2 + m_1 \sigma_0^2 \cos (nt - \varphi) + m_2 \sigma_0^2 \cos^2 (nt - \varphi) + \\
 & \quad + m_3 \sigma_0^2 \cos^3 (nt - \varphi) \quad (62)
 \end{aligned}$$

De beide uitdrukkingen (56) en (62) kunnen meer eenvormig worden voorgesteld, indien ingevoerd wordt een grootheid s_0 , welke de grootste der beide stroomen $|S|$ of σ_0 voorstelt. Men kan dan algemeen schrijven:

$$\begin{aligned}
 |S + \sigma| / (S + \sigma) &= \\
 &= m_0 s_0^2 + m_1 s_0^2 \cos (nt - \varphi) + m_2 s_0^2 \cos^2 (nt - \varphi) + \\
 & \quad + m_3 s_0^2 \cos^3 (nt - \varphi) \quad (50)
 \end{aligned}$$

waarin de dimensielooze coëfficiënten m_0, m_1, m_2, m_3 functies zijn van de verhouding $|S| : \sigma_0$. En wel geldt:

$$\begin{aligned}
 m_0 &= 1 + \frac{1}{2} \frac{\sigma_0^2}{S^2} \text{ als } |S| > \sigma_0 \quad s_0 = S \\
 m_0 &= \frac{1}{\pi} [3 \sin \epsilon \cos \epsilon + \epsilon (1 + 2 \sin^2 \epsilon)] \text{ als } |S| < \sigma_0 \quad s_0 = \sigma_0
 \end{aligned} \quad (63)$$

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 2 \frac{\sigma_0}{S} \text{ als } |S| > \sigma_0 \quad s_0 = S \\
 m_1 &= \frac{4}{\pi} [\cos \epsilon + \epsilon \sin \epsilon - 1/3 \cos^3 \epsilon] \text{ als } |S| < \sigma_0 \quad s_0 = \sigma_0
 \end{aligned} \quad (64)$$

$$m_2 = \frac{1}{2} \frac{\sigma_0^2}{S^2} \quad \left. \begin{array}{l} \text{als } |S| > \sigma_0 \quad s_0 = S \\ m_2 = \frac{1}{\pi} [{}^{2/3} \sin \epsilon \cos^3 \epsilon + \sin \epsilon \cos \epsilon + \epsilon] \quad \text{als } |S| < \sigma_0 \quad s_0 = \sigma_0 \end{array} \right\} \quad (65)$$

$$\left. \begin{array}{l} m_3 = 0 \\ m_3 = \frac{8}{15\pi} \cos^5 \epsilon \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{als } |S| > \sigma_0 \quad s_0 = S \\ \text{als } |S| < \sigma_0 s_c = \sigma_0 \end{array} \right\} \quad (66)$$

Op de grafiek, fig. 4, zijn de waarden der coëfficiënten weer-gegeven als functie der verhouding $\sigma_0 : S$, resp. $S : \sigma_0 (= \sin \epsilon)$.

AANHANGSEL 3.

Onderzoek van de termen met hoogere frequentie.

Zooals uit de analyse van de dynamische vergelijking (45) is gebleken, treden hierin termen op, welke een hoogere frequentie bezitten dan het hoofdgetij en welke oorzaak zijn, dat een enkelvoudig harmonisch getij niet een exacte oplossing der bewegingsvergelijkingen kan vormen. Men kan deze termen opvatten als z.g. „correctiekrachten”. ¹⁾ Indien dergelijke krachten, doch met tegengesteld teeken, als toegevoegde uitwendige krachten aanwezig waren, zou dit tot gevolg hebben, dat het hoofdgetij zich zonder vorming van bovengetijden (dus met gelijkvormig blijvende getijlijn) zou voortplanten. Heeft men omgekeerd het hoofdgetij berekend onder verwaarloozing van de bedoelde termen, dan kunnen de correctiekrachten een indruk geven van de beteekenis en het belang van de te verwachten storingen. Uit de gegeven ontwikkeling van de termen van (45) (zie formules 47, 48, 49 en 51) volgt voor de correctie „kracht” K (waarvan de dimensie die van een verhang is):

$$K = \frac{-n(B + 2b_\omega)\eta_0\sigma_0}{2gf_m^2} \sin(2nt - \kappa - \varphi) - \frac{m_2 s_0^2 \cos(2nt - 2\varphi)}{(C^2 f^2 R)_m} +$$

¹⁾ De term „krachten” is gebezigd ook als de dimensie van de beschouwde termen niet die van een kracht is.

$$\begin{aligned}
& + \frac{m_1 \chi s_0^2 \eta_0 \cos(2nt - \kappa - \varphi)}{2(C^2 f^2 R)_m} + \frac{m_3 \chi s_0^2 \eta_0 \cos(2nt - 3\varphi + \kappa)}{2(C^2 f^2 R)_m} + \\
& + \frac{m_2 \chi s_0^2 \eta_0 \cos(3nt - 2\varphi + \kappa)}{2(C^2 f^2 R)_m} - \frac{m_3 s_0^2 \cos(3nt - 3\varphi)}{(C^2 f^2 R)_m} \quad (67)
\end{aligned}$$

Nagegaan moet worden of deze correctieverhangen voldoende klein zijn t.a.v. de bij het hoofdgetij optredende verhangen, dat aanbrengen er van toelaatbaar mag worden geacht.

De eerste term is klein t.o.v. den term $\frac{1}{g f_m} \frac{\delta \sigma}{\delta t}$, dus t.o.v.

$$- \frac{n \sigma_0}{g f_m} \sin(nt - \varphi) \text{ en wel in de verhouding } 1 : \frac{\eta_0}{f_m (b_\omega + \frac{1}{2} B)},$$

zoodat een verschil in orde van grootte aanwezig is.

De termen met den factor χ staan tot den voor het hoofdgetij optredende weerstandsterm hoogstens in de verhouding $\eta_0 \chi : 2$.

Nu is $\chi = \frac{1}{(C^2 f^2 R)_m} \frac{\delta}{\delta \eta} (C^2 f^2 R)_m$. Om de orde van grootte te bepalen, kan C constant worden gedacht en het profiel zeer breed met diepte H worden genomen. Dan wordt $\chi = 3/H$ en de verhouding wordt als $3/2 \eta_0 : H$, wat dus inderdaad van lager orde is.

Daarna blijven nog over de beide weerstandscorrecties zonder factor χ , die zich tot den weerstandsterm van het hoofdgetij verhouden als m_2 , resp. $m_3 : m_1$. Fig. 4 leert, dat deze verhouding niet steeds zoo klein is, dat van een verschil in orde van grootte kan worden gesproken, doch dat m_2 en m_3 toch steeds belangrijk kleiner zijn dan m_1 . De maximum verhouding $m_2 : m_3$ treedt op als $S = 0,5 \sigma_0$ en bedraagt $1 : 3$. Voor $m_3 : m_1$ wordt de maximum waarde $1 : 5$ gevonden als $S = 0$, dus in zeearmen. Meer bovenwaarts worden de waarden van m_2 en m_3 relatief kleiner, waarbij m_2 sterk overheerscht t.o.v. m_3 . Voor $\sigma_0 < 0,9 S$ blijft $m_2 < 1/5 m_1$; voor $\sigma_0 < 0,5 S$ is $m_2 < 1/10 m_1$.

Er blijkt dus, dat een benedenrivier vakken zal vertoonen, waar de bij de onderhavige herleiding verwaarloosde vervorming van de getijgolf sterker zal zijn dan in zeearmen, zonder

echter veel sterker te worden. Daarentegen zal in de hoogerop gelegen vakken van de benedenrivier de vervorming geringer zijn dan in de zeearmen. De totale vervorming, welke de getijkromme bij de voortplanting langs een benedenrivier ondergaat, zal dus nimmer veel verschillen van de vervorming, welke bij de voortplanting over een even groote lengte door een zeearm optreedt. Dit is in volkomen overeenstemming met de ervaring op de Nederlandsche zeearmen en benedenrivieren.

Het invoeren van de correctiekrachten heeft dus op benedenrivieren en zeearmen een weinig uiteenloopenden invloed, of m.a.w., de thans ontwikkelde theorie voor benedenrivieren staat in dit opzicht niet achter bij de getijberekening volgens Lorentz voor zeearmen.

Opgemerkt moge nog worden, dat het mogelijk moet zijn, inzicht te verkrijgen in het ontstaan van de bovengetijden door na te gaan, welke bewegingen de correctiekrachten K in het leven zullen roepen, doch hierop zal thans niet worden ingegaan. Ir. P. J. Wemelsfelder van den Algemeenen Dienst van den Rijkswaterstaat heeft in dit opzicht reeds belangrijke resultaten bereikt.

§ 12. Beschouwing van de termen der herleide bewegingsvergelijkingen.

Alvorens over te gaan tot integratie der differentiaalvergelijking, is het van belang, de in deze vergelijkingen (54) en (55) voorkomende termen nogmaals op hun herkomst te toetsen en een beeld te vormen van hun beteekenis.

Allereerst zij verg. (54) beschouwd, welke het middenstands-verhang bepaalt.

Term 1 geeft den invloed hierop van den bovenafvoer. Voor zeearmen, waar $m_0 = 0$ is (zie fig. 4) wordt deze term

nul. Het doorlaatvermogen in den noemer wijst op het weerstandskarakter, doch de term is grooter dan het weerstandsverhang van den bovenafvoer zonder getij-invloed. Als $S > \sigma_0$ is, zoodat s_0 door S kan worden vervangen, volgt dit uit het feit, dat m_0 in dat geval grooter dan 1 is. Voor $\sigma_0 = 0$, wordt $m_0 = 1$ en komt dus het zuivere afvoerverhang $S^2 : C^2 f^2 R$ voor den dag, doch voor $\sigma_0 = S$ is het weerstandsverhang reeds 50 % grooter. Wordt $\sigma_0 > S$, dan treedt in de formule de grootere s_0 in de plaats van S en al daalt m_0 , de term wordt relatief steeds grooter t.o.v. het afvoerverhang; voor $\sigma_0 = 2S$ bv. $0,655 \times 4 = 2,66 \times$ zoo groot. Als σ_0 zeer groot is t.o.v. S , wordt het weerstandsverhang van den middenstand bepaald door $1,28 S \sigma_0$ in plaats van door S^2 ; dus bij limiet een tot oneindig naderende verhouding. In dat geval is de absolute waarde van het verhang echter klein.

Term 2 is onafhankelijk van den bovenafvoer en treedt in zeearmen in volkomen denzelfden vorm op. Zij is het gevolg van het feit, dat de stroomrichting, welke bij hoogwater aanwezig is, een ander profiel vindt en dus een ander verhang veroorzaakt dan de stroom bij laagwater.

In het algemeen zal de kentering van vloedstroom op ebstroom na hoogwater vallen, zoodat de ebstroom het kleinste profiel vindt. Ook zonder bovenafvoer zal dus de middenstand landwaarts oploopen. Dit is in overeenstemming met de teekens in (54), omdat φ het moment van maximumebstroom aangeeft en dit meer dan een kwart periode na het door κ aangegeven hoogwater valt. ($\kappa - \varphi$) is dan $> \frac{1}{2} \pi$ en $\cos(\kappa - \varphi)$ is negatief.

Term 3 is een Bernoulliterm en kan bij integratie over een zekeren afstand 1 — 2 geschreven worden als:
$$\frac{\frac{1}{2} v_{01}^2 - \frac{1}{2} v_{02}^2}{2g}$$

waarbij $v_0 (= \sigma_0 / f_m)$ de maximum getijstroomsnelheid voorstelt.

Dat alleen voor den getijstroom een Bernoulliterm lijkt op te treden en niet voor den bovenafvoer, is een gevolg van het aannemen van een zuiver prismatisch kanaal. De bovenafvoer

veroorzaakt dan overal dezelfde snelheid, en de constante energiehoopte, welke daarmee samengaat, treedt in de differentiaalvergelijking niet op.

In werkelijkheid zal het profiel van een benedenrivier veranderen en daardoor zal ook de bovenafvoer van punt tot punt een verschil in energiehoopte meebrengen. In een schema zal dit worden benaderd door het aannemen van prismatische kanaalvakken van verschillend profiel achter elkaar, waarbij wordt aangenomen, dat de stroomovergang zonder eenig energieverlies plaats vindt.

In deze onderstelling zal bij een profielsverandering van f tot f^* aan het einde van geul 1—2 een plotselinge verandering van de waterspiegelhoopte optreden, gelijk aan:

$$\frac{1}{2g} \frac{(S + \sigma_2)^2}{f^2} - \frac{1}{2g} \frac{(S + \sigma_2)^2}{f^{*2}}$$

Dit verschil zal van moment tot moment veranderen, doch een eindige middenwaarde bezitten, welke gelijk is aan:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2g} \left[\frac{1}{f^2} - \frac{1}{f^{*2}} \right] \frac{1}{T} \int [S + \sigma_{02} \cos (nt - \phi)]^2 dt = \\ = \frac{1}{2g} \left[\frac{1}{f^2} - \frac{1}{f^{*2}} \right] \left[S^2 + \frac{1}{2} \sigma_{02}^2 \right] \end{aligned}$$

Uit (54) blijkt, dat in kanaal 1—2 ten gevolge van den Bernoulliterm de waterstand in 2 hooger staat dan in 1 en wel tot een bedrag:

$$\frac{1}{2g} \left[\frac{\frac{1}{2} \sigma_{01}^2}{f^2} - \frac{\frac{1}{2} \sigma_{02}^2}{f^{*2}} \right]$$

Het totale waterstandsverschil ten gevolge van de Bernoulliwering tusschen het begin van geul 1—2 en het begin van de er op volgende geul bedraagt dus:

$$\frac{1}{2g} \left[\frac{S^2 + \frac{1}{2} \sigma_{01}^2}{f^2} - \frac{S^2 + \frac{1}{2} \sigma_{02}^2}{f^{*2}} \right] \quad (68)$$

en in dezen resulteerenden Bernoulli-invloed treden zoowel de bovenafvoer als de getijstroom op. De invloed van den getijstroom blijkt in dit opzicht gelijkwaardig te zijn aan een per-

manenten stroom van een sterkte $= j^{\frac{1}{2}} \times$ de amplitude van den getijstroom,

Zoodra een benedenrivier is samengesteld uit vakken van verschillend profiel, is daarom de beste weg, het verhang j_1 van de energielijn vak voor vak te berekenen met

$$j_1 = - \frac{m_0 s_0^2}{(C^2 f^2 R)_m} + \frac{m_1 \chi \eta_0 s_0^2 \cos(\kappa - \varphi)}{2 (C^2 f^2 R)_m} \quad (69)$$

en het verschil in energiehoopte tusschen de eindpunten in rekening te brengen volgens (68).

Overgaande tot de getijvergelijking (55) zullen ook hiervan de termen globaal volgens de belangrijkheid worden besproken.

Term 1 stelt het resulterende verhang van den waterspiegel voor.

Term 4a geeft den weerstand van den getijstroom. Deze is grooter dan zonder bovenafvoer het geval is. Als $\sigma_0 > S$ is, zoodat $s_0 = \sigma_0$ wordt, volgt dit uit het feit, dat m_1 steeds grooter is dan voor $S = 0$ het geval is. Voor $S = 0$ wordt $m_1 = 0.85$

$\left(\frac{8\pi}{3}\right)$ en komt de door Lorentz gegeven uitdrukking voor den dag, terwijl voor $S = \sigma_0$, $m_1 = 2.0$ wordt, dus $2.35 \times$ zoo groot. Wordt $S > \sigma_0$, dan is dit nog in sterker mate het geval, zoo wordt bv. voor $S = 2\sigma_0$ de term $4 : 0.85 = 4.7 \times$ zoo groot als zonder bovenafvoer. Steeds als S grooter is dan σ_0 wordt het weerstandsverhang van den getijstroom bepaald door $2S\sigma_0$ in plaats van door σ^2 of, bij lineariseering volgens de methode Lorentz, door $0.85 \sigma \sigma_0$.

Term 2 geeft het traagheidsverhang van den getijstroom, zooals dit ook zonder bovenafvoer optreedt.

Term 5a ontstaat doordat het weerstandsverhang van den bovenafvoer periodiek varieert, al naar het dwarsprofiel, door het periodiek rijzen en dalen van den waterspiegel, grooter en kleiner wordt. Dit is dus hetzelfde verschijnsel, dat de stuwkromme bij een permanente rivier beheerscht; het veroorzaakt

een demping van de getijbeweging, zonder de voortplanting er van te beïnvloeden.

Term 3a is een Bernoulliterm, hetgeen duidelijker spreekt, indien $B \frac{\delta \eta}{\delta t}$ volgens de continuïteitsvoorwaarde wordt

vervangen door $-\frac{\delta \sigma}{\delta x}$. De totale Bernoulliterm is immers

$\frac{1}{2g} \frac{\delta (S + \sigma)^2}{f^2 \delta x}$ en term 3a is hiervan het deel met de periode van het hoofdgetij.

Evenals bij de vergelijking voor het middenstandsverhang het geval was, is ook hier de Bernoulliterm feitelijk niet volledig, omdat uitgegaan is van een zuiver prismatisch kanaalvak. Bij den overgang van een kanaalvak in het volgende, brengt echter de Bernoulliterm een geconcentreerd waterstandsverschil teweeg, dat ook een deel bevat, dat de periode van het hoofdgetij bezit en wel:

$$\frac{1}{2g} \left[\frac{1}{f^2} - \frac{1}{f^{*2}} \right] 2S\sigma$$

Om de noodzakelijkheid te vermijden, bij elken vakovergang deze correctie op de getijvector aan te brengen, verdient het aanbeveling, dezen invloed in de vakvergelijking te verwerken. Dit kan geschieden door een term toe te voegen aan het rechterlid van (55) en wel:

$$-\frac{S}{g} \sigma \frac{\delta}{\delta x} \left(\frac{1}{f_{v.}^2} \right)$$

welke als 4c aan term 4 kan worden toegevoegd.

Term 3b geeft den invloed van de versnellingen en vertragingen, welke de met den afvoerstroam samenhangende stroomsnelheid moet ondergaan, tengevolge van de wijzigingen van het profiel door het getijverschil.

Term 1b is evenals 5a en 3b een gevolg van het feit, dat de waterstandswisselingen invloed uitoefenen op de stroomsnelheden en dat deze invloed op de door den bovenafvoer ver-

oorzaakte snelheid de periode van het hoofdgetij heeft. Gaf 5a dezen invloed op den weerstand en 3b op de traagheid weer, 1b hangt samen met den Bernoulliterm van den afvoerstroom, welke eveneens met den waterstand varieert. De term is steeds zeer klein en practisch meestal te verwaarloozen.

De termen 4b en 5b zijn beide gevolg eenerzijds van het kwadratisch karakter van den weerstand, anderzijds van het samengaan van afvoer- en getijstroom, en tenslotte van de beïnvloeding van den weerstand door de rijzingen en dalingen van den waterspiegel. De physische beteekenis is moeilijk in woorden weer te geven, terwijl de invloed van deze termen gering is.

§ 13. Integratie van de differentiaalvergelijkingen.

Onder toevoeging van den term, welke met de verandering van het dwarsprofiel rekening houdt, kan de dynamische vergelijking voor de getijbeweging eenvoudiger worden geschreven door in te voeren een maatgevend verhang j^* bepaald door:

$$j^* = \frac{S_0^2}{(C^2 f^2 R)_m} \quad (70)$$

dus het verhang bij gemiddelden waterstand van een permanenten stroom, gelijk aan de grootste der beide stroomen S en σ_0 . Daarnaast zal voor de snelheid, behoorende bij den afvoer van bovenwater in den middenstand de letter $V = S : f_m$ worden ingevoerd. Men komt dan tot:

$$\begin{aligned} \frac{\delta \eta}{\delta x} \left(1 - \frac{V^2 b_\omega}{g f_m} \right) = & - \frac{1}{g f_m} \frac{\delta \sigma}{\delta t} + \frac{V (B_\omega + b)}{g f_m} \frac{\delta \eta}{\delta t} - \\ & - \left[\left\{ m_1 - \chi m_2 \eta_0 \cos(\kappa - \varphi) \right\} \frac{j^*}{\sigma_0} + \frac{S}{g} \frac{\delta}{\delta x} \left(\frac{1}{f_m^2} \right) \right] \sigma + \\ & + \chi (m_0 - \tfrac{1}{2} m_2) j^* \eta \end{aligned} \quad (71)$$

Voor de verdere herleiding en integratie der bewegingsvergelijkingen is het noodig, aan te nemen, dat de weerstands-

factoren $m_0 s_0^2$, $m_1 s_0^2$ en $m_2 s_0^2$, die feitelijk van punt tot punt met de waarde van σ_0 wisselen, over het beschouwde vak constant zijn. Practisch beteekent dit, dat vóór het begin der berekening voor σ_0 een maatgevende waarde wordt geschat en met deze constante waarde de weerstandsgrootheden worden bepaald. Alle coëfficiënten van de onbekenden η en σ of van hun differentiaalquotienten in (71) worden daarmee constanten.

Uit de beide vergelijkingen (43) en (71) kan σ nu worden geëlimineerd door (71) naar x te differentieëren en voor de in

dat geval optredende factoren $\frac{\delta \sigma}{\delta x}$ en $\frac{\delta^2 \sigma}{\delta x \delta t}$ hun uit (43)

(resp. uit de naar t gedifferentieerde vergelijking (43)) volgende waarde te substitueeren. Het resultaat is:

$$\begin{aligned} \frac{\delta^2 \eta}{\delta x^2} \left(1 - \frac{V^2 b_\omega}{g f_m}\right) = & + \frac{B}{g f_m} \frac{\delta^2 \eta}{\delta t^2} + \frac{V (B + b_\omega)}{g f_m} \frac{\delta^2 \eta}{\delta x \delta t} + \\ & + B \left[\left\{ m_1 - \chi m_2 \eta_0 \cos(\kappa - \varphi) \right\} \frac{j^*}{s_0} + \frac{S}{g} \frac{\delta}{\delta x} \left(\frac{1}{f_m^2} \right) \right] \frac{\delta \eta}{\delta t} + \\ & + \chi (m_0 - \tfrac{1}{2} m_2) j^* \frac{\delta \eta}{\delta x} \end{aligned} \quad (72)$$

(Deze vergelijking vertoont overeenkomst met de door Massé (53) en Cagniard (54) onderzochte vergelijking ter weergeving van de voortplanting van translatiegolven in stroomend water. In dat geval zijn echter veel ingewikkelder integratiemethoden noodig dan bij de toepassing op het getijprobleem.)

Voor (72) dient nu een integraal te worden gezocht, waarbij η een enkelvoudig harmonische functie van t is met een periode T . η kan dan worden geschreven als:

$$\eta = \eta_0 \cos (nt - \kappa) \quad (46)$$

waarbij dan zoowel η_0 als κ functies van x zijn. Wel stelt (72), daar deze voor alle waarden van t moet gelden, in staat beide

grootheden te bepalen, doch zoowel algebraïsch als rekenkundig brengt het werken met twee onbekenden van zoo verschillend karakter als η_0 en κ , bezwaren mee.

Het getij, bepaald door η_0 en κ , is op te vatten als een tweedimensionale vector en het brengt een belangrijke vereenvoudiging als dit vectorkarakter op den voorgrond wordt geplaatst en (72) als vectorvergelijking wordt opgevat. Dit kan geschieden door η op te vatten als het reële gedeelte van de complexe grootheid $\eta_0 e^{i(\eta t - \kappa)}$; een methode waarvan reeds door Lorentz gebruik is gemaakt.

Men overtuigt zich gemakkelijk dat de som van twee complexe getallen in dezen gedachtengang weergeeft het resultaat van de interferentie van twee getijden. Daarnaast kan de invloed van de voortplanting door een kanaalvak, waardoor zoowel amplitude als kappagetal van het getij veranderen, worden voorgesteld als een complexe coëfficiënt, waarmede η wordt vermenigvuldigd. De modulus van deze coëfficiënt geeft de verhouding der amplituden aan de beide uiteinden, het argument het verschil in kappagetal.

Niet uit het oog mag worden verloren, dat het invoeren van de exponentieele schrijfwijze uitsluitend geldigheid heeft binnen het raam der verschijnselen, welke zich voordoen bij het interfereeren en voortplanten van enkelvoudig harmonische getijgolven. Zoolang de onderlinge beïnvloeding van bewegingen van verschillende periode (ook van een getij en van bovenafvoer) aan de orde is, moet de exponentieele schrijfwijze worden behouden. Invoering van de e -functies bij de herleiding van (45) zou tot foutieve resultaten hebben gevoerd. Eerst nu in (71) en (72) de op het hoofdgetij inwerkende factoren afzonderlijk zijn weergegeven in vergelijkingen met constante coëfficiënten, kan de complexe schrijfwijze worden ingevoerd.

Wanneer men in de lineaire vergelijking (72) voor η een functie substitueert, welke den tijd uitsluitend in de exponentieele functie $e^{i\eta t}$ bevat, komt men tot een gewone differentiaalvergelijking, waarvan een oplossing is te vinden door aan

te nemen dat η de coördinaat x in den vorm van een dergelijke functie bevat, zoodat gesteld zal worden:

$$\eta = A e^{i n t + r x} \quad (73)$$

waarbij r in het algemeen complex zal zijn, omdat langs een getijrivier zoowel amplitude als fase van het hoofdgetij veranderen.

Indien men de coëfficiënt r voorstelt als: $r = \mu + \nu i$, dan geeft e^μ de relatieve verandering van de amplitude en ν de verandering van het kappagetal, beide per eenheid van lengte. μ kan worden aangeduid als de dempingscoëfficiënt, ν als de vertragsingscoëfficiënt, r als de voortplantingscoëfficiënt.

Tusschen r en n bestaat een betrekking, welke volgt door (73) in (72) te substitueeren en dan door $e^{i n t + r x}$ te deelen. Er ontstaat een vergelijking, welke men kan betitelen als de karakteristieke vergelijking van het betreffende vak:

$$\begin{aligned} r^2 \left(1 - \frac{V^2 b_\omega}{g f_m} \right) = & - \frac{B n^2}{g f_m} + \frac{V (B + b_\omega) i n r}{g f_m} + \\ & + B i n \left[\left\{ m_1 - \chi m_2 \eta_0 \cos(\kappa - \varphi) \right\} \frac{j^*}{\sigma_0} + \frac{S}{g} \frac{\delta}{\delta x} \left(\frac{1}{f_m^2} \right) \right] + \\ & + r \chi (m_0 - \tfrac{1}{2} m_2) j^* \end{aligned}$$

of:

$$\begin{aligned} r^2 - r \left[\frac{\chi (m_0 - \tfrac{1}{2} m_2) j^*}{1 - V^2 b_\omega : g f_m} + \frac{V (B + b_\omega) n}{g f_m - V^2 b_\omega} i \right] + \frac{B n^2}{g f_m - V^2 b_\omega} - \\ - \frac{B n i}{1 - V^2 b_\omega : g f_m} \left[\left\{ m_1 - \chi m_2 \eta_0 \cos(\kappa - \varphi) \right\} \frac{j^*}{\sigma_0} + \frac{S}{g} \frac{\delta}{\delta x} \left(\frac{1}{f_m^2} \right) \right] = \\ = 0 \quad (74) \end{aligned}$$

De vergelijking (74) levert twee waarden voor r , welke als r_1 en r_2 zullen worden aangeduid. Dit beteekent dat de meest algemeene oplossing van (72) door enkelvoudig harmonische functies van t met een periode T wordt voorgesteld door

$$\eta = C_1 e^{i n t + r_1 x} + C_2 e^{i n t + r_2 x} \quad (75)$$

Met behulp van de continuïteitsvergelijking volgt dan voor σ de waarde:

$$\sigma = - \frac{B n i}{r_1} C_1 e^{i n t + r_1 x} + \frac{B n i}{r_2} C_2 e^{i n t + r_2 x} \quad (76)$$

De beide vergelijkingen (75) en (76) vormen met de uitdrukking (54) voor het middenstandsverhang de oplossing van de differentiaalvergelijkingen voor een kanaal, waarin de combinatie van een enkelvoudige getijbeweging met een bovenafvoer optreedt. Natuurlijk dienen daarbij voor r_1 en r_2 de uit (74) volgende waarden van r_1 en r_2 te worden gebruikt.

Van de beide wortels van de karakteristieke vergelijking is er één, waarvan het reële en het imaginaire deel beide positief zijn, terwijl van den anderen wortel beide deelen negatief zijn. Daarom kunnen (75) en (76) worden opgevat als de interferentie van twee, in tegengestelde richting langs de rivier loopende golven, welke per lengte-eenheid elke op zich zelf een relatieve damping $= e^{\mu_1}$ resp. e^{μ_2} vertoonen en een vertraging van resp. v_1 en v_2 . Dit is dus in overeenstemming met wat de vergelijkingen van Lorentz opleveren (§ 141 S.C.L.).

Waar echter bij de methode Lorentz de karakteristieke vergelijking (t.a.p. verg. 109) geen termen met r bevat, zijn de beide wortels aldaar gelijk van grootte, hoewel tegengesteld van teeken. Dit beteekent, dat de beide interfereerende golven zich met dezelfde vaart en dezelfde damping voortplanten. Thans is dit niet het geval. De karakteristieke vergelijking (74) bevat termen met r en de beide wortels zijn wel tegengesteld van teeken, doch niet gelijk van grootte. De beide, in tegengestelde richting loopende golven hebben dus verschillende vaart en verschillende damping. Dit is volkomen begrijpelijk, omdat het optreden van bovenafvoer de symmetrie der beide voortplantingsrichtingen verstoort. In de volgende §§ wordt hierop nader teruggekomen.

§ 14. De toepassing en contrôle der geïntegreerde vergelijkingen.

De in de vorige § afgeleide vergelijkingen stellen in staat om de waterbeweging in een riviervak te berekenen, als voldoende gegevens bekend zijn om de beide integratieconstanten C_1 en C_2 te bepalen.

Voor het veel voorkomende geval, dat het verticale getij en de stroom aan het begin van een vak zijn gegeven, is het van belang, formules af te leiden, die na eliminatie van C_1 en C_2 in staat stellen, direct getij en stroom aan het einde van het vak te berekenen.

Het beginpunt A zij met den index a , het eindpunt L met den index l aangeduid. Dan geldt voor A , dat $x = 0$ is, zoodat volgens (75) en (76) (met weglating van den algemeenen factor e^{int}):

$$\eta_a = C_1 + C_2 \text{ en } \sigma_a = - \frac{B n i}{r_1} C_1 - \frac{B n i}{r_2} C_2 \text{ is,}$$

waaruit C_1 en C_2 zijn op te lossen:

$$C_1 = \frac{r_1}{r_1 - r_2} \eta_a + \frac{r_1 r_2}{(r_1 - r_2) B n i} \sigma_a$$

$$C_2 = \frac{r_2}{r_2 - r_1} \eta_a + \frac{r_1 - r_2}{(r_2 - r_1) B n i} \sigma_a$$

Substitueert men dit in (75) en (76), daarbij $x = l$ stellende, dan vindt men:

$$\left. \begin{aligned} \eta_l &= \eta_a \left[\frac{r_1 e^{r_1 l}}{r_1 - r_2} + \frac{r_2 e^{r_2 l}}{r_2 - r_1} \right] + \sigma_a \left[\frac{r_1 r_2 e^{r_1 l}}{B n i r_1 - r_2} + \frac{e^{r_2 l}}{r_2 - r_1} \right] \\ \sigma_l &= - \eta_a B n i \left[\frac{e^{r_1 l}}{r_1 - r_2} + \frac{e^{r_2 l}}{r_2 - r_1} \right] + \sigma_a \left[\frac{r_1 e^{r_2 l}}{r_1 - r_2} + \frac{r_2 e^{r_1 l}}{r_2 - r_1} \right] \end{aligned} \right\} \quad (77)$$

Deze vergelijkingen gelden voor een bovenafvoer volgens de richting van de positieve X-as; m.a.w., A is het bovenstroomsche, L het benedenstroomsche einde van het vak.

Het is van belang, ook stroomopwaarts te kunnen rekenen.

De daarvoor geldende formules zouden kunnen worden afgeleid door uit (77) η_a en σ_a als functies van η_1 en σ_1 op te lossen. Ook kan echter de geheele herleiding van (45) worden herhaald, doch nu met de aanname, dat de richting van S volgens de negatieve X-as is. φ moet dan zoo worden gekozen, dat voor den maximumvloedstroom $nt = \varphi$ is.

Bij de herleiding van den weerstandsterm blijkt in dat geval, dat m_0 en m_2 negatief worden, terwijl m_1 en m_3 hetzelfde teeken als bij de stroomafwaartsche berekening behouden. Bij de herleiding der traagheidstermen moet aan S het omgekeerde teeken worden toegekend. Overzichtelijk is, om S en alle m -coëfficiënten als positieve grootheden te handhaven. In dat geval moet dus in (72), (73), (74), (75), en (76) aan alle factoren m_0 , m_2 en S , resp. V , een negatief teeken worden toegevoegd. Bovendien verschilt de waarde van φ thans 180° met de bij stroomafwaarts rekenen geldende, terwijl ook $\frac{\delta}{\delta x} \left(\frac{1}{f_n^2} \right)$ bij het ver-

anderen van de positieve x richting van teeken wisselt.

De karakteristieke vergelijking wordt daardoor:

$$r^2 + r \left[\frac{\chi (m_0 - \frac{1}{2} m_2) j^*}{1 - V^2 b_\omega : g f_m} + \frac{V (B + b_\omega) n}{g f_m - V^2 b_\omega} i \right] + \frac{B n^2}{g f_m - V^2 b_\omega} - \frac{B n i}{1 - V^2 b_\omega : g f_m} \left\{ m_1 + \chi m_2 \eta_0 \cos (\kappa - \varphi) \right\} \frac{j^*}{\sigma_0} - \frac{S}{g} \frac{\delta}{\delta x} \left(\frac{1}{f_n^2} \right) = 0 \quad (78)$$

Bij vergelijking van (78) met (74) blijkt het product der beide wortels hetzelfde te zijn, terwijl de som der wortels tegengesteld teeken verkrijgt. Dit beteekent, dat de beide waarden r_1 en r_2 bij stroomopwaarts rekenen het tegengestelde zijn van de beide wortels r_1 en r_2 bij stroomafwaarts rekenen. Een begrijpelijk resultaat, daar de damping en vaart der beide interfereerende golven door omkeering van de X-as niet veranderen van grootte, doch t.o.v. de positieve X-richting tegengesteld teeken verkrijgen.

Van belang is op te merken, dat de coëfficiënt van r , dus het tegengestelde van de som van r_1 en r_2 , bij stroomopwaarts

rekenen positief, in het omgekeerde geval negatief is; m.a.w., stroomopwaarts is de negatieve wortel in absolute waarde het grootste, stroomafwaarts het kleinste. Nu heeft de negatieve waarde van r betrekking op de in de richting van de positieve X -as loopende golf (voor grootere waarde van x verdwijnt nl. $nt + rx$ voor grootere waarde van t , dus later, zoodat de tijden van hoogwater, resp. maximum stroom, voor grootere x later vallen) en er blijkt dus, dat de absolute waarde van dien wortel r , welke behoort bij de tegen den bovenafvoer in loopende golf, steeds het grootst is. Een grootere absolute waarde van μ beteekent sterker damping; een grootere waarde van ν sterker vertraging, dus geringer vaart. M.a.w., een stroomopwaarts trekkende golf wordt sterker gedempt en plant zich minder snel voort dan een stroomafwaarts loopende.

Indien bij het stroomopwaarts rekenen de wortels r volgens (78) worden bepaald, gaat de afleiding van het verband tusschen getij en stroom aan de beide uiteinden van een vak geheel als boven is aangegeven. De vergelijkingen (77) gelden dus onafhankelijk van de rekenrichting, doch de te gebruiken waarden van r veranderen van teeken.

Houdt men echter de wortels r_1 en r_2 van (74) aan, en is A het stroomopwaartsche uiteinde van het vak, dan kunnen η_a en σ_a worden berekend uit η_1 en σ_1 met:

$$\begin{aligned} \eta_a &= \eta_1 \left(\frac{-r_1 e^{-r_1 l}}{r_2 - r_1} + \frac{-r_2 e^{-r_2 l}}{r_1 - r_2} \right) + \sigma_1^* \frac{r_1 r_2}{B n i} \left(\frac{e^{-r_1 l}}{r_2 - r_1} + \frac{e^{-r_2 l}}{r_1 - r_2} \right) \\ \text{of: } \eta_a \times e^{(r_1 + r_2) l} &= \\ &= \eta_1 \left(\frac{r_1 e^{r_2 l}}{r_1 - r_2} + \frac{r_2 e^{r_1 l}}{r_2 - r_1} \right) + \sigma_1^* \frac{r_1 r_2}{B n i} \left(\frac{e^{r_1 l}}{r_1 - r_2} + \frac{e^{r_2 l}}{r_2 - r_1} \right) \\ \text{en evenzoo: } \sigma_a^* \times e^{(r_1 + r_2) l} &= \\ &= \eta_1 B n i \left(\frac{e^{r_1 l}}{r_1 - r_2} + \frac{e^{r_2 l}}{r_2 - r_1} \right) + \sigma_1^* \left(\frac{r_1 e^{r_1 l}}{r_1 - r_2} + \frac{r_2 e^{r_2 l}}{r_2 - r_1} \right) \end{aligned} \quad (79)$$

Hierbij zijn de waarden van σ_a^* en σ_1^* stroomopwaarts positief, dus hebben het tegengestelde teeken van σ_a en σ_1 uit (77).

Indien men (77) weergeeft in den vorm:

$$\begin{cases} \eta_1 = L \eta_a + M \sigma_a \\ \sigma_1 = N \eta_a + O \sigma_a \end{cases} \quad (80)$$

dan blijkt, dat (79) kan worden weergegeven door:

$$\begin{aligned} \eta_a \times e (r_1 + r_2)^1 &= O \eta_1 - M \sigma_1 \\ \sigma_a \times e (r_1 + r_2)^1 &= -N \eta_1 + L \sigma_1 \end{aligned} \quad (81)$$

Substitueert men de waarden van (80) in (81) dan ontstaan de identiteiten:

$$\begin{aligned} \eta_a \times e (r_1 + r_2)^1 &= (O L - M N) \eta_a + (O M - M O) \sigma_a \\ \sigma_a \times e (r_1 + r_2)^1 &= (-N L + L N) \eta_a + (-N M + L O) \sigma_a \end{aligned}$$

waaruit volgt, dat moet gelden:

$$L O - M N = e (r_1 + r_2)^1 \quad (82)$$

Deze stelling is het pendant van de door Lorentz (§ 143 S.C.L., formule 126) aangegeven contrôlestelling, waarbij echter, omdat bij de rekenwijze van Lorentz $r_1 = -r_2$ is, het rechterlid vereenvoudigd is tot de constante 1. Ook formule (82) is een belangrijke contrôlestelling. In de eerste plaats kan door directe substitutie van de in (77) weergegeven waarden, L , M , N en O de ontwikkeling worden gecontroleerd, doch ook voor rekenkundige contrôle van de voor een bepaald vak gevonden getallenwaarden is (82) een zeer waardevol middel.

Om vergissingen te voorkomen is het van belang, te weten, welke der beide waarden L of O de grootste is. Daartoe zij het verschil $L - O$ uitgewerkt:

$$\begin{aligned} L - O &= \frac{r_1 e^{r_1^1} - r_2 e^{r_2^1} - r_1 e^{r_2^1} + r_2 e^{r_1^1}}{r_1 - r_2} = \\ &= \frac{r_1 + r_2}{r_1 - r_2} (e^{r_1^1} - e^{r_2^1}) \end{aligned}$$

Daar zoowel $r_1 - r_2$ als $e^{r_1^1} - e^{r_2^1}$ het teeken van r_1 bezitten, hangt het teeken van $L - O$ af van dat van $r_1 + r_2$. Er geldt dus:

L is grooter dan O , als de positieve wortel in absolute waarde het grootst is, dus bij stroomafwaarts rekenen;

L is kleiner dan O , indien de negatieve wortel in absolute waarde het grootst is, dus bij stroomopwaarts rekenen.

Een ander meermalen optredend geval, waarvoor het gewenscht is de formules beschikbaar te hebben, is, dat het verticaal getij aan weerszijden van een vak is gegeven en dat de stroomen moeten worden berekend. Men vindt in dat geval:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_a &= \frac{-B n i}{r_1 r_2 (e^{r_1 l} - e^{r_2 l})} \left(\eta_a (r_1 e^{r_1 l} - r_2 e^{r_2 l}) - \eta_l (r_1 - r_2) \right) \\ \sigma_l &= \frac{+ B n i}{r_1 r_2 (e^{r_1 l} - e^{r_2 l})} \left(\eta_a (r_1 - r_2) e^{r_1 l + r_2 l} - \right. \\ &\quad \left. - \eta_l (r_1 e^{r_2 l} - r_2 e^{r_1 l}) \right) \end{aligned} \right\} \quad (83)$$

Schrijft men hier:

$$\sigma_a = L^* \eta_a - M^* \eta_l$$

$$\sigma_l = N^* \eta_a - O^* \eta_l$$

dan geldt bij de methode-Lorentz, waar $r_1 = -r_2$ is, dat $L^* = O^*$ en $M^* = N^*$.

Thans geldt bij stroomopwaarts rekenen ($r_1 + r_2$ negatief):

$$L^* < O^* \text{ en } N^* < M^*$$

terwijl bij stroomafwaarts rekenen ($r_1 + r_2$ positief) geldt:

$$L^* > O^* \text{ en } N^* > M^*$$

m.a.w., de coëfficiënten van het verticale getij in het bovenstrooms gelegen punt zijn steeds grooter dan de overeenkomstige coëfficiënten van het benedenstroomsche punt. Dit is een begrijpelijk resultaat, omdat de invloed van het bovenstroomsche punt zich met den stroom mee het gemakkelijkst voortplant.

Voor de practische berekening van een vak is het noodzakelijk, een schatting te maken van de gemiddelde waarde van σ_0

in het vak, waarna uit σ_0 en de in het algemeen bekende waarde van S de coëfficiënten m in fig. 4 kunnen worden afgelezen. Daarnaast moeten de verdere in (74) voorkomende en van het dwarsprofiel afhangende grootheden B , b_ω , f_m , C_m , R_m , χ , V ,

j^* en $\frac{\delta}{\delta x} \left(\frac{1}{f_m^2} \right)$ worden becijferd. De factor $\eta_0 \cos (\kappa - \varphi)$ zal,

bv. op grond van voorloopige uitkomsten, moeten worden geschat, terwijl trouwens de betreffende term vaak zal kunnen worden verwaarloosd.

Op te merken valt nog, dat, zoodra de bovenafvoer belangrijk begint te worden, en zeker zoodra $S > \sigma_0$ is, een verkeerde schatting van σ_0 slechts weinig invloed heeft. In het algemeen levert het schatten van de weerstandscoefficiënten op benedenrivieren belangrijk minder moeilijkheden en bezwaren dan in zeearmen.

Nadat alle termen van (74) zijn bepaald, kan de vergelijking worden opgelost. Met behulp van de gevonden waarden van r_1 en r_2 dienen daarna de verschillende in (77) of (83) optredende grootheden te worden berekend. Het verdient daarbij aanbeveling om verschillende contrôlerekeningen in te schakelen; bv. door, naast $e^{r_1 1}$ en $e^{r_2 1}$, ook te berekenen $e^{(r_1 1 + r_2 1)}$. Deze laatste waarde is toch noodig voor de eindcontrôle (82), doch bovendien kan direct worden gecontroleerd of $e^{r_1 1} \times e^{r_2 1} = e^{(r_1 + r_2) 1}$. Zijn de in (77) optredende termen $r_1 e^{r_1 1}$, $r_2 e^{r_2 1}$, $r_1 e^{r_2 1}$, $r_2 e^{r_1 1}$ becijferd, dan wordt eerst gecontroleerd of $r_1 e^{r_1 1} \times r_2 e^{r_1 1} = r_1 e^{r_2 1} \times r_2 e^{r_1 1} = r_1 r_2 \times e^{(r_1 + r_2) 1}$.

Op deze wijze wordt de kans op rekenfouten sterk gereduceerd.

Zijn eenmaal de vakvergelijkingen in den vorm (77) of (83) bekend, dan treedt bij het doorrekenen van een of meer of minder ingewikkeld net of een aaneenschakeling van vakken vrijwel geen verschil op met de overeenkomstige handelwijze bij zeearmen, zooals deze in het rapport der S.C.L. is beschreven.

Het berekenen van het middenstandsverhang met behulp van (69) zal eerst geschieden, nadat de waarden van σ_0 , κ en φ zijn berekend. Bij de vaststelling van de coëfficiënten m_0 en m_1 zal dan van de berekende σ_0 worden gebruik gemaakt, waardoor de coëfficiënten kunnen afwijken van de waarden, welke in de vergelijking (74) zijn toegepast.

§ 15. De toetsing en de practische waarde van de ontwikkelde methode.

De in het voorgaande ontwikkelde methode heeft als doel het berekenen van de amplitude en fase van het hoofdgetij en van het middenstandsverhang op benedenrivieren. Het bepalen van de bovengetijden en van den karakteristieken vorm van de getijlijnen en stroomkrommen maakt zij niet mogelijk. Zij heeft echter de pretentie, het hoofdgetij met vrij groote nauwkeurigheid te doen kennen, in dien zin, dat de aan de methode van berekening te wijten afwijkingen tusschen het berekende en werkelijke getij klein zijn t.o.v. den invloed der bovengetijden en dus klein van hoogere orde t.o.v. het hoofdgetij.

Deze pretentie berust op de omstandigheid, dat de bij de ontwikkeling begane verwaarloozingen in eerste benadering geen termen bevatten met de frequentie van het hoofdgetij, doch alleen van hoogere frequentie, zoodat het verschil tusschen berekening en werkelijkheid theoretisch in eerste benadering uitsluitend uit bovengetijden bestaat.

Ongetwijfeld kunnen belangrijker afwijkingen optreden tengevolge van de bij elke berekening noodzakelijke schematisatie van de werkelijke rivierafmetingen en van de steeds slechts gebrekkige weergave van de weerstandswet door de afvoerconstante. Geen enkele, nog zoo exacte rekenmethode kan voor deze onzekerheden beschermen. Practisch kan men

zich er slechts tegen wapenen door elke berekening van den invloed van een verandering van een rivierstelsel op te zetten als een vergelijkingsberekening. Dit beteekent, dat men allereerst den bestaanden toestand narekent en de uitkomst met de waarnemingen vergelijkt. Men kan aldus aanwijzingen verkrijgen hoe enkele onzekerheden bij het aannemen van geschematiseerde dwarsprofielen en afvoerconstanten kunnen worden opgelost, om een zoo goed mogelijke aansluiting aan de werkelijkheid te verkrijgen. En de berekening van den toestand na het intreden van de verandering zal dan vanzelfsprekend met dezelfde aannamen betreffende deze punten worden uitgevoerd. Ook indien in het weergeven van den bestaanden toestand eenige afwijkingen blijven optreden, kunnen hieruit correcties worden afgeleid, die men op de uitkomst van de berekening voor den nieuwen toestand zal toepassen.

Ook fouten in de rekenmethode kunnen aldus voor een deel onschadelijk worden gemaakt, zoodat bij kleine veranderingen op deze wijze reeds met zeer globale methoden bevredigende resultaten kunnen worden bereikt. Voor grootere veranderingen is dit echter alleen het geval, als de methode op zichzelf voldoende nauwkeurig is. De overtuiging hiervan is alleen te verkrijgen, indien een theoretisch juiste opzet gepaard gaat met enkele goede resultaten van de weergeving van de werkelijkheid door een berekening volgens de betreffende methode. Een dergelijke toetsing zal meer gewicht hebben, naarmate de mogelijkheid kleiner is om het resultaat te beïnvloeden door de aannamen en waarnemingen in een bepaalde richting te dwingen, en naarmate een eventueele fout in de berekeningsmethode de resultaten sterker zou kunnen beïnvloeden.

Op grond hiervan verdient voor de toetsing een eenvoudig, overzichtelijk gebied de voorkeur. Dit moet gelegen zijn in de zone, waar getij en bovenafvoer van dezelfde orde van grootte zijn. De mogelijkheid om door de wijze van schemati-

seeren het resultaat te beïnvloeden wordt sterk verminderd, indien twee verschillende toetsingsberekeningen worden uitgevoerd, die op een zelfde schematisatie berusten. Het optreden van het verticaal getij aan alle open uiteinden van het gebied als gegeven randvoorwaarden is verwerpelijk; het verticaal getij in de tusschenpunten zal dan steeds min of meer een interpolatie vormen, zoodat groote fouten hierin door een verkeerde methode niet mogelijk zijn. De berekende stroomen staan sterk onder invloed van den afvoercoëfficiënt en stroommetingen vormen dientengevolge eerder een middel ter bepaling van dezen coëfficiënt dan ter toetsing van een rekenmethode.

Gelijke bezwaren kleven aan de methode om een stroomkromme als randvoorwaarde te gebruiken, eensdeels, omdat deze in nauwkeurigheid steeds ver achterstaat bij een gemiddelde getijlijn van een registreerende peilschaal, anderzijds, omdat ook in dat geval de afvoerconstante een belangrijker invloed uitoefent dan de rekenmethode.

De waardevolste toetsing van een methode wordt daarom verkregen, indien verticale getijden aan slechts één zijde van het gebied als uitsluitende randvoorwaarden worden benut. Dit is mogelijk, wanneer het gebied stroomopwaarts tot in het oneindige (d.w.z. practisch tot de grens, waarboven het getij onmerkbaar is) wordt uitgebreid. De toetsing van de methode ontstaat dan door na te gaan of deze kan weergeven het uitdempen van het getij stroomopwaarts van een punt, waar de getijstroom nog sterk is t.o.v. den bovenafvoer. De mogelijkheid om twee berekeningen uit te voeren, welke in hoofdzaak op dezelfde schematisatie berusten, ontstaat dan ongedwongen door deze toetsing bij twee verschillende bovenafvoeren uit te voeren. Het is een bekend feit, dat bij lagen bovenafvoer het getij zich veel verder op de rivier doet gevoelen, en een methode, die dit ook kwantitatief juist kan weergeven, heeft daarmede een belangrijk succes te boeken.

Als gebied, waaraan de hier ontwikkelde methode op deze

wijze zal worden getoetst, is gekozen de Lek boven de registreerende peilschaal Krimpen. Hoewel de geheele rivier tot de getijgrens in de berekening is betrokken, is het bovenste deel, waar het getij zeer ondergeschikt wordt en dus de waarneming er van relatief onzeker, slechts als noodzakelijk aanhangsel beschouwd en is als eigenlijk doel van de berekening aanvaard, het berekenen van het verval en van de getijvoortplanting tusschen Krimpen en Vreeswijk bij twee, zeer uiteenloopende bovenafvoeren. De uitvoerige weergave van deze berekening is te vinden in Hoofdstuk IV.

Vooruitloopende op het resultaat van deze toetsing en er van uitgaande, dat de methode het gestelde doel: een vrij nauwkeurige berekening van amplitude en fase van het hoofdgetij en van de middenstanden kan bereiken, rijst nog de vraag, wat de practische beteekenis is van de methode; m.a.w. van de kennis van bovengenoemde drie grootheden, zonder kennis van de bovengetijden en van den juisten vorm der getijkromme.

De eigenschappen van de waterbeweging, welke men voor practische doeleinden wensch te kennen, zijn tot twee categorieën te brengen:

a. extrême waarden, waarvan de kennis noodzakelijk is om maatregelen ter verhoeding van daardoor mogelijke ongevallen te kunnen nemen (max. stormvloedstanden ter vaststelling van dijkhoogten; minimumstanden met oog op stranden van schepen; max. stroomsterkten, welke brugfundeeringen e.d. kunnen aantasten). Dergelijke extrême waarden kan een getijberekening niet leveren; hiervoor is de berekening noodig van niet-periodieke verschijnselen, dus wat hier als stormvloedsberekening is aangeduid. In rekening brengen van plaatselijken windinvloed zal daarbij zelden kunnen worden vermeden.

b. meer regelmatig optredende verschijnselen, van beteekenis voor dagelijksche practische belangen (de wisseling der

waterstanden met het oog op het gebruik van losplaatsen en buitendijsch land, het passeeren van drempels, de spui-mogelijkheid van sluizen; de normaal optredende stroom-snelheden ter wille van het op diepte houden van geulen, aan-tasting van oevers, e.d.). Hier is kennis van het dagelijksche getij en van de invloeden, welke dit doen varieeren, van belang.

De hoofdvraag is nu, in hoeverre de bovengetijden de praktische interpretatie van het dagelijksch getij beïnvloeden. De bovengetijden modificeeren den vorm van de getijlijn en stroomkromme; zij veroorzaken b.v., dat het hoogwater lager blijft, doch in dat geval ook een stomperen vorm vertoont dan een sinusoïde, terwijl het laagwater b.v. lager afloopt, doch dan ook korter van duur is dan bij enkelvoudig harmonisch getij.

In fig. 5 zijn enkele, practisch voorkomende getijlijnen met de (door de getijberekening gegeven) M_2 sinusoïde weer-gegeven. Duidelijk spreekt hieruit, hoe in het algemeen de verschillen weinig practische beteekenis hebben. Voor de spui-gelegenheid van een spuisluis met een binnenwaterstand,

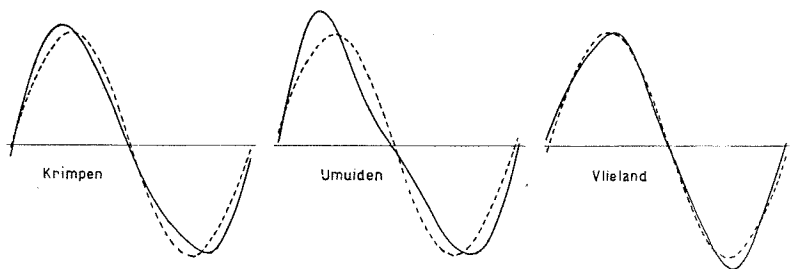


FIG. 5.

welke niet lager ligt dan b.v. halverwege den middenstand en laagwater, zullen de getijlijn en de sinusoïde vrijwel gelijk-waardig zijn.

Toch zijn er omstandigheden, b.v. een spuisluis met een binnenstand nabij LW of een buitendijsch land met een lig-ging nabij HW, waarbij men uit fig. 5 tot een aanmerkelijk

belang van den juisten vorm der getijlijn zou concludeeren. Dit zou inderdaad het geval zijn, als steeds, onveranderd het normale getij zich herhaalde. Zoo is de toestand echter alles behalve. Verschillen in bovenafvoer en zeestanden, het wind-effect en de enkeldaagsche getijden, de toe- en afneming van de getijsterkte door de overige dubbeldaagsche getijden (spring- en doodtij) brengen een dusdanige variatie in de dagelijksche getijlijnen, dat de waarde van den juisten vorm van de lijn vrijwel verdwijnt. Maatgevend gaan worden de frequenties, waarmee bepaalde waterstanden worden over-, resp. onderschreden. Nauwkeurige berekening van deze frequenties, hetwelk zeer veel werk meebrengt, zal weliswaar zelden noodig zijn, maar toch heeft de gemiddelde getijlijn in zoo'n geval niet meer beteekenis dan dat deze mede een belangrijk gegeven voor de frequentieverdeeling is. Deze frequentieverdeeling ontstaat als resultaat van een zeer groot aantal dagelijksche getijlijnen, gevarieerd ten aanzien van middenstandsligging en getijsterkte, en dit komt neer op een vereffening van den juisten vorm der lijnen, welke den resulterenden invloed van een bovengetij op de frequentieverdeeling zeer klein doen zijn. In elk geval zal de invloed van deze bovengetijden klein zijn t.o.v. de slechts globaal te schatten invloeden van wind en bovenafvoer. Om deze reden zal het hoofdgetij in West-Europa vrijwel steeds een voor practische doeleinden voldoende benadering van de dagelijksche getijlijn vormen.

In nog sterker mate gaat deze stelling op als het betreft het berekenen van een verandering in een rivierstelsel. Zal deze verandering de stroomverdeeling beïnvloeden en daardoor de strekking hebben, in bepaalde vakken uitschuring, in andere aanzanding te veroorzaken? Zal een toeneming van het tijverschil optreden met, eenerzijds voordeel voor de uitwatering, anderzijds nadeel voor buitendijksche landen wegens toenemend overstromingsgevaar? Op dergelijke vragen kan het antwoord met behulp van een berekening van het hoofdgetij worden gegeven: hier neemt de gemiddelde stroom-

snelheid toe, ginds af; hier is een grootere getijsterkte te verwachten, elders een kleinere. Het zal slechts sporadisch voorkomen, dat voor dergelijke problemen een ingaan op de bovengetijden noodzakelijk is.

Is in een bijzonder geval kennis van bovengetijden noodzakelijk, dan zal toepassing van de in § 11 aangeduide methode van het nagaan van den invloed van de correctietermen bij ingewikkelde gebieden in het algemeen meer aanbeveling verdienen dan toepassing van een exacte methode, welke voor getijberekeningen veelal te omslachtig zullen zijn. De toepassing van exacte methoden zal hoofdzakelijk in aanmerking komen voor stormvloedberekeningen, waar de juiste vorm der getij- en stroomkrommen van veel meer belang is en waarbij frequentiesplitsing minder vaak tot een voldoende resultaat zal kunnen leiden.

HOOFDSTUK IV.

DE GETIJBEREKENING, TOEGEPAST OP DE LEK BOVEN KRIMPEN.

§ 16. De opzet der berekeningen.

Het doel van de in dit hoofdstuk beschreven berekeningen is (vergelijk § 15) een vergelijking van de resultaten van de ontwikkelde methode tot berekening van getijverschijnselen op benedenrivieren met de werkelijk waargenomen verschijnselen. De gegevens, waarvan deze berekeningen mogen uitgaan, zijn daarbij uitsluitend:

- a. die betreffende de bodemconfiguratie (peilkaarten, kribafmetingen, breedte van den waterspiegel bij verschillende waterstanden, e.d.);
- b. de toe te passen weerstandsformule (zooals deze op een bovenrivier van denzelfden vorm zou optreden);
- c. het getij op één bepaald punt, n.l. in het hier te beschouwen geval te Krimpen (registreerende peilschaal);
- d. de bovenafvoer van de rivier.

Hiermede moeten worden berekend het verticaal getij en de stroom op de rivier boven Krimpen voor twee uiteenlopende bovenafvoeren. De resultaten van het verticaal getij dienen te worden getoetst aan waarnemingen met registreerende peilschalen. Als doel is beschouwd de weergeving van het getij te Vreeswijk, waarmee bij het opstellen van het schema rekening is gehouden.

De vrij sterke profielsveranderingen van de Lek maken het gewenscht, de rivier in vrij korte vakken te verdeelen, omdat anders het maatgevende profiel van een vak slechts met be-

langrijke onzekerheid is te bepalen. De scheidingspunten der vakken zijn gekozen bij registreerende peilschalen en, zoo noodig, bij tusschengelegen gewone peilschalen, n.l. bij die te: Streefkerk, Schoonhoven, Jaarsveld, Vreeswijk en Culemborg. Boven Culemborg is de Lek prismatisch gedacht, wat voor de grootheden te Culemborg en hooger een onnauwkeurigheid beteekent, doch waardoor de resultaten voor Vreeswijk practisch niet worden beïnvloed.

Bij de vraag, of uitgegaan zou worden van één individueele getijgolf dan wel van een gemiddeld getij over een zekere periode is overwogen, dat in het eerste geval het feit, dat geen twee opeenvolgende getijden gelijk zijn, storend werkt. Gedurende een zekere getijperiode wordt de toestand in de rivier niet alleen beheerscht door de gelijktijdige getijlijn te Krimpen, doch ook door de voorafgegane waterstanden. Dit is in de berekening niet weer te geven. Bij een gemiddeld getij over een zekere periode wordt de invloed van dezen factor sterk vervlakt, evenals trouwens de invloed van allerlei denkbare, andere storingen.

De keus dus gevestigd zijnde op het weergeven van het gemiddeld getij over een zekere periode, rijst direct de vraag naar de lengte van dit tijdvak. Te groote perioden hebben het bezwaar, dat de bovenafvoer in dien tijd sterk kan variëeren. Het is de vraag, of in dat geval de gemiddelde bovenafvoer wel maatgevend is; terwijl bovendien twee dergelijke tijdvakken niet zoo sterk in bovenafvoer kunnen afwijken als bij kleinere perioden het geval is, zoodat de invloed van dit verschil op de getijvoortplanting minder duidelijk aan den dag treedt.

Het heeft eenig voordeel als het gemiddeld getij over de gekozen periode het normale getij (bij den betreffenden bovenafvoer) benadert en daarom zijn tenslotte als basis gekozen perioden van $14\frac{1}{2}$ dag. Deze perioden zijn lang genoeg om toevallige omstandigheden te vereffenen, en kort genoeg om sterk uiteenlopende gemiddelde bovenafvoeren te verkrijgen, terwijl

de belangrijkste invloed op het varieeren der getijsterkte — het zonsgetij — uit het gemiddelde verdwijnt.

Om onnauwkeurigheden door het veranderen van de bodemligging zooveel mogelijk te beperken, dienen de gekozen perioden niet ver te zijn verwijderd van het tijdstip, waarop de voor de profielsbepaling gebezigde peilingen in de rivier zijn verricht. Twee dergelijke perioden met verschillende bovenafvoer zullen moeten worden uitgezocht en berekend om den invloed van dit verschil op de getijvoortplanting te doen uitkomen.

De gegevens voor de berekeningen en de contrôles zijn deels ontleend aan officieele publicaties, deels welwillend verstrekt door de directies „Bovenrivieren” en „Algemeene Dienst” van den Rijkswaterstaat. En wel zijn benut:

1. De rivierkaarten van de Lek tusschen Krimpen en Amerongen;
2. De peilkaarten van de Lek tusschen Krimpen en Vreeswijk uit het jaar 1931 (verstrekkt door de Directie Bovenrivieren), waarop de bodemdiepten zijn aangegeven t.o.v. G.L.W. 1923 (een conventioneel peil, overeenkomende met de laagwaterlijn bij lagen waterstand van de rivier);
3. De resultaten van een in 1933 verrichte opmeting van de wateroppervlakte van de Lek bij verschillende waterstanden tusschen Schoonhoven en Wijk bij Duurstede (Directie Bovenrivieren);
4. De gegevens uit de „Watertabellen” 1931, uitgegeven door den Algemeenen Dienst van den Rijkswaterstaat, voor de stations Krimpen, Streefkerk, Schoonhoven, Jaarsveld, Vreeswijk, Culemborg, Wijk bij Duurstede en Arnhem;
5. De geregistreerde waterstanden te Krimpen en Vreeswijk over 1931 (Algemeene Dienst);
6. De afvoerkromme van den Nederrijn te Arnhem (overgenomen van het District Amsterdam—Rijn II van den Rijkswaterstaat en berustende op de afvoermetingen, vermeld in de „Verslagen over de Openbare Werken”).

Gezien de beschikbare peilkaarten zijn de beide onderzochte perioden genomen in het jaar 1931 en wel de periode van 14½ dag met de gemiddeld hoogste en die met de gemiddeld laagste waterstanden op de bovenrivier. Dit bleken te zijn de perioden respectievelijk van 24 Januari—7 Februari en van 24 November—8 December. Als beginpunt is genomen 5 uur van den eerstgenoemden datum van elk tijdvak en de juiste lengte der perioden is gesteld op 28 omloopstijden van het M_2 getij, dus $28 \times 12,4$ uur of 14 etmalen 11 uur. De beide perioden zijn in het vervolg aangeduid als periode I respectievelijk II.

Voor de punten Krimpen en Vreeswijk zijn de waterstanden over deze perioden volgens de methode der harmonische getijanalyse in twaalf kolommen gerangschikt naar de „maanuren” (vergl. Tabel III, blz. 143). In het gemiddelde van elke kolom blijft de invloed van het maansgetij bewaard, doch de invloed der overige getijden is er geheel of grootendeels uit geëlimineerd, zoodat de gemiddelden kunnen worden beschouwd als weergevende het gemiddelde maansgetij in de betreffende periode.

Op de in de harmonische getijanalyse gebruikelijke wijze zijn daarbij uitsluitend benut de op de geheele uren waargenomen waterstanden, welke worden ingeschreven in de kolom, behoorende bij het maanuur, dat minder dan een half uur vroeger of later valt. In het algemeen komen dan in elk etmaal twee opeenvolgende uren voor, welke in een zelfde kolom thuis behooren en de algemeen toegepaste handelwijze (vergelijk b.v. (55) blz. 42) is, om de beide waarnemingen in de betreffende kolom in te schrijven. Indien echter, zooals op de beschouwde punten het geval is, de middenstandsschommelingen vrij belangrijk zijn t.o.v. de getijamplitude, heeft een dubbele inschrijving op een dag met hoogen middenstand een verhoogenden invloed op het gemiddelde van de kolom en omgekeerd. Rangschikt men een lange reeks waarnemingen, zoodat in elke kolom verscheidene dubbele inschrijvingen vallen, dan zal in het algemeen een zekere vereffening optreden. Voor

de onderhavige periode echter, waarbij in elke kolom hoogstens één dubbele inschrijving valt, vertoonden de verkregen gemiddelde getijkrommen enkele oneffenheden, welke niet reëel waren, doch hun ontstaan dankten aan den storenden invloed van de dubbele inschrijvingen. Daarom zijn deze laatste overal vervangen door inschrijving van het gemiddelde van de beide opéénvolgende, in de kolom thuis behorende uurwaterstanden. De langs dezen weg verkregen kolomgemiddelden vertoonden een goed, vloeiend verloop zonder eenige storing en gaven een goed beeld van de gemiddelde getijkromme.

De Fourier-analyse van de gemiddelde getijkromme van Krimpen gaf den middenstand en de getijconstanten (amplitude en kappagetal), welke als randvoorwaarden in de berekeningen werden gebruikt.

De gemiddelde dwarsprofielen in elk vak zijn zorgvuldig vastgesteld door het in tekening brengen en vergelijken van een groot aantal profielen. Volgens de in § 5 gegeven beschouwingen treden hierbij, vooral bij de aanwezigheid van kribben, onzekerheden op, welke echter voor een groot deel onschadelijk worden gemaakt, indien de te gebruiken afvoerformule wordt afgeleid uit waarnemingen op riviervakken waarvan het profiel volgens dezelfde stelregels is aangenomen.

Gemeend is, voor de regelmatig en dicht met kribben bezette riviervakken, te moeten uitgaan van het profiel tusschen de kribkoppen, dus van een trapezium met taluds 1 : 4. De bodembreedte volgt in dat geval uit den afstand der kribkoppen; de bodemdiepte uit de peilkaarten. Slechts boven Vreeswijk is echter aan deze voorwaarde ten aanzien van de bekribbing voldaan. Daar beneden komen in steeds toenemende mate gedeelten voor, waar de kribben eerst aan één, later aan beide zijden ontbreken of zoo ver uiteenstaan, dat van volkomen stroomgeleiding geen sprake kan zijn. In het algemeen is aldaar de breedte grooter — vaak belangrijk grooter — dan met de vastgestelde normaalbreedte overeenkomt. Daar het, zonder de werkelijkheid geweld aan te doen, mogelijk bleek, is ter

vergemakkelijking van het overzicht in alle vakken een trapeziumprofiel met taluds 1 : 4 aangehouden, waarbij echter de breedte steeds minder uit den afstand der kribkoppen en steeds meer uit de peilkaarten diende te worden afgeleid.

Voor vaststelling van de weerstandsformule zijn slechts bruikbaar vakken, welke zeer overwegend het karakter van een bovenrivier hebben, in dien zin, dat de invloed van het getij op het middenstandsverhang minder dan bv. 1 cm per 10 km bedraagt, zoodat de juiste waarde hiervan practisch geen betekenissen heeft. Voor periode I is dit reeds boven Schoonhoven het geval, doch voor periode II eerst boven Vreeswijk. Nu is het voor het controleeren van een afvoerformule noodzakelijk, gevallen met sterk verschillende hydraulischen straal te behandelen, omdat alleen dan de invloed van den coëfficiënt van deze grootte in de formule is na te gaan. Daarom zijn voor het gestelde doel slechts de vakken Vreeswijk—Culemborg en Culemborg—Wijk bij Duurstede gebezigd.

Voor enkele factoren in de karakteristieke vergelijkingen (74), welke van de waterbeweging afhangen, zijn de waarden ontleend aan voorloopige berekeningen.

De berekening is uitgevoerd van boven naar beneden. Voor het oneindig lange vak boven Culemborg zijn de geïntegreerde vergelijkingen in den vorm (75) en (76) benut. Hierin kon dan de constante C_2 (aannemende, dat r_2 de bij stroomopwaarts rekenen positieve wortel is) = 0 worden gesteld, omdat een andere waarde hoogerop tot onbeperkt toenemende, dus physisch onmogelijke getijden zou leiden. Daardoor kan de stroom σ_c te Culemborg in het getij η_c aldaar worden uitgedrukt en wel aldus:

$$\sigma_c = -\eta_c \frac{B n i}{r_1}$$

Voor de overige vakken zijn de integraties volgens (77) benut. Alle grootheden konden daardoor worden uitgedrukt in η_c . De voor het getij te Krimpen gevonden uitdrukking werd ten slotte gelijk gesteld aan de gegeven waarde, waardoor η_c en

daarmee alle andere grootheden konden worden bepaald.

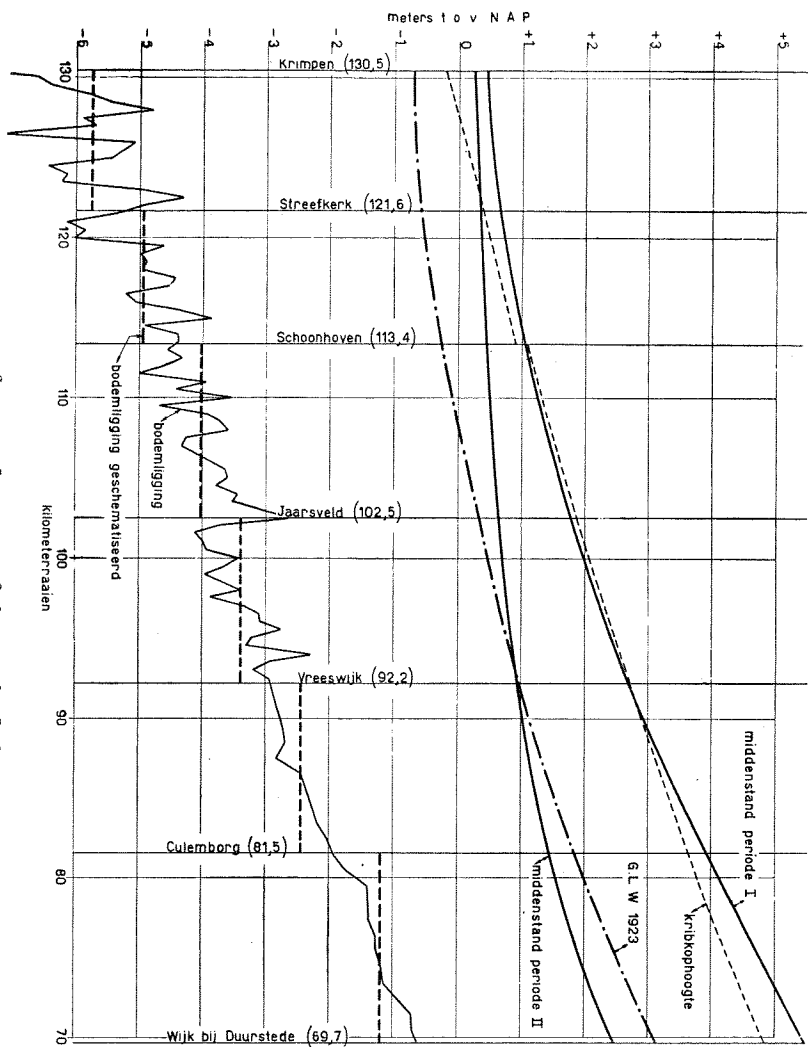
Met behulp van de aldus berekende getijconstanten zijn de vervallen in de verschillende vakken volgens (68) en (69) becijferd. De daaruit volgende middenstand te Vreeswijk, benevens de amplitude en het kappagetal van het M_2 getij aldaar stelden in staat de M_2 getijkromme te construeeren en te vergelijken met de waargenomen getijkromme aldaar. De toets voor de berekeningsmethode is nu of deze berekende getijkromme een voor practische doeleinden voldoende benadering van de werkelijke getijkromme vormt, op dezelfde wijze als het M_2 getij te Krimpen, waarvan is uitgegaan, een practische benadering van de getijkromme aldaar is. De verschillende fasen van deze berekening worden in de volgende paragrafen nader beschreven.

§ 17. Het verzamelen der gegevens.

a. De middenstanden.

Daar de in de karakteristieke vergelijkingen optredende profielgegevens afhangen van den middenstand, is kennis van den laatsten van belang. Bij een zuiver voorspellende berekening zou deze uit een voorloopige becijfering moeten worden geput, doch in dit geval kunnen eenvoudiger de beschikbare waarnemingen worden benut. Voor Krimpen en Vreeswijk zijn de middenstanden zuiver berekend, voor de andere stations zijn ze afgeleid uit de opgaven van HW en LW in de „Water-tabellen”, waarvoor, behalve ten aanzien van Culemborg, slechts de overdag waargenomen standen zijn benut, nadat was gebleken, dat hierdoor geen van belang zijnde verschillen optraden. Boven Culemborg zijn de standen om 8 uur v.m. gemiddeld. De resultaten zijn verzameld in tabel I en weer-gegeven in fig. 6.

fig. 6. Lengteprofiel van de Lek



Tabel I.

Waterstanden in de beschouwde perioden.
cm + N.A.P.

	Krimpen	Streef- kerk	Schoon- hoven	Jaars- veld	Vrees- wijk	Culem- borg	Wijk bij Duurst.	Arnhem
<i>Periode I.</i>								
gemiddeld HW	+ 130	+ 138	+ 154	+ 206	+ 275	+ 399		
gemiddeld LW	+ 25	+ 4	+ 54	+ 158	+ 252	+ 396		
gemiddelde stand	+ 47	+ 68	+ 103	+ 182	+ 265	+ 397	+ 546	+ 1079
<i>Periode II.</i>								
gemiddeld HW	+ 109	+ 106	+ 109	+ 122	+ 135	+ 159		
gemiddeld LW	— 51	— 38	— 21	+ 18	+ 53	+ 123		
gemiddelde stand	+ 26	+ 36	+ 45	+ 70	+ 94	+ 141	+ 246	+ 775

b. De stroomvoerende profielen.

Boven Vreeswijk is de rivier regelmatig voorzien van kribben, waarvan de onderlinge afstand in het algemeen niet grooter is dan de rivierbreedte. De stroomgrens zal daardoor in hooge mate door de kribben worden bepaald en als profiel is daarom aangenomen het profiel tusschen de kribkoppen; d.i. een trapezium met belopen 1 : 4. De bodemligging van deze trapezia is af te leiden uit de peilkaarten, terwijl gebruik is gemaakt van een, door ir. P. J. Wemelsfelder voor een dergelijk doel samengestelde grafiek. De bodembreedte hangt af van den afstand der kribkoppen. Deze bedraagt, gemeten op het vlak van den middelbaren rivierstand (respectievelijk middelbaren laagwaterstand) 1871—1880, te Wageningen 130 m, te Wijk bij Duurstede 137 m en te Vreeswijk 163 m. Voor de bodembreedte dienen deze bedragen te worden verminderd met $8 \times$ de bodemdiepte onder genoemd vlak. In fig. 6 is de aldus afgeleide bodemligging, in fig. 7 de bodembreedte in beeld gebracht.

Beneden Vreeswijk staan slechts op enkele plaatsen de krib-

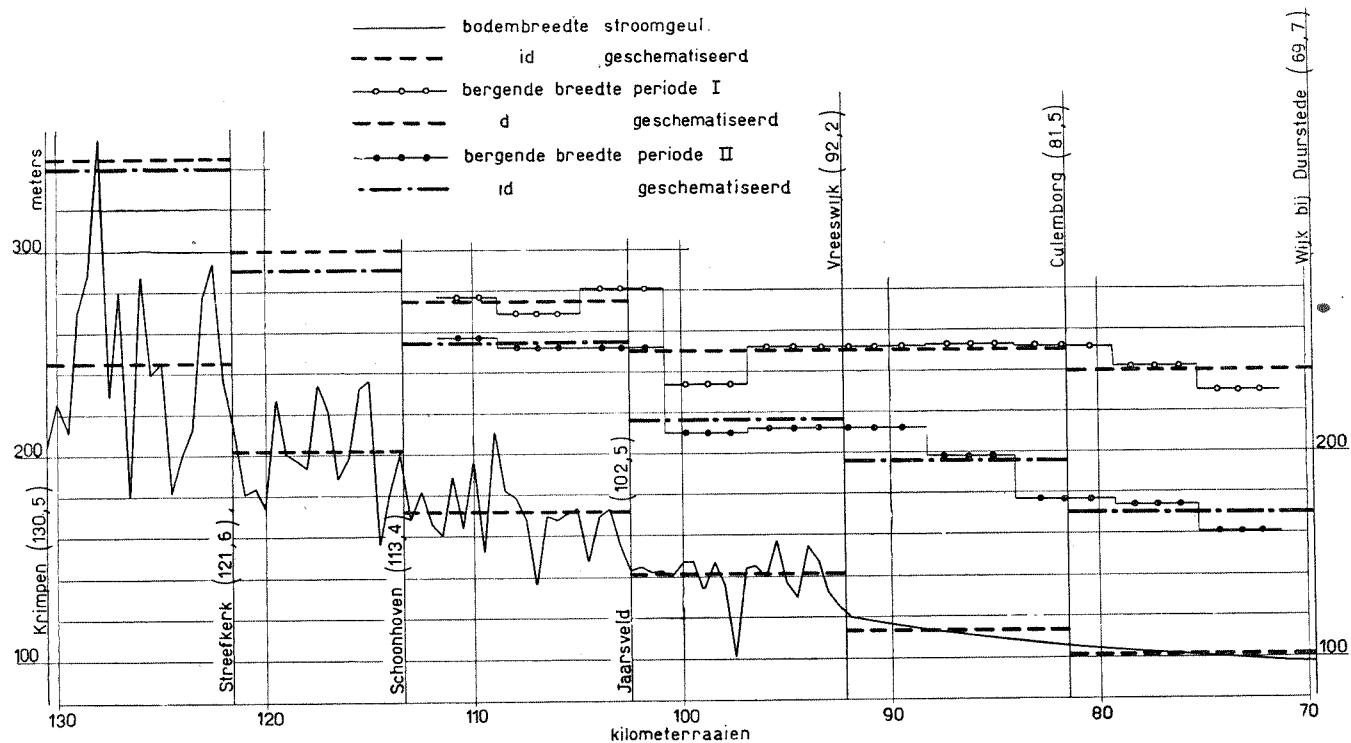


fig. 7. Breedten van de Lek

ben zoo dicht opeen, dat de kribkoppen de stroomgrens zullen bepalen. De maatgevende breedte is veelal aanmerkelijk grooter dan uit de normaalbreedte (verwijdende van 163 m te Vreeswijk tot 225 m te Krimpen) zou volgen. Hier is daarom aldus te werk gegaan, dat met behulp van de peilkaarten van het jaar 1931 profielen zijn geteekend (in het algemeen om de 500 m) en deze zijn geschematiseerd tot trapezia met taluds 1 : 4. Daarbij is zorg gedragen, de boven Vreeswijk aangehouden gedachtengang van stroomleiding ook hier toe te passen. Waar kribben voorkwamen op grooter onderlingen afstand dan de rivierbreedte, is een middenwaarde aangehouden van het profiel tusschen de kribkoppen en de buiten de kribben aanwezige profielen. Tevens is aangenomen dat een vooruitspringende hoek van den oever de stroomgrens over eenigen afstand aan weerszijden beheerscht.

De resultaten van de schematisatie der onderzochte profielen zijn in fig. 6 en 7 aangeduid.

In periode I stijgt de waterstand over een grooter of kleiner deel van de periode boven de kribhoogten en zal eenige strooming over de kribben optreden. De hoogteligging van de kribben bedraagt boven Schoonhoven 0,35 m + M.R. (respectievelijk M.E.) 1871—1880; en beneden Schoonhoven 0,20 m boven dit vlak. Deze hoogte is in fig. 6 weergegeven. De kruin loopt landwaarts op onder 1 : 100.

Slechts boven Vreeswijk blijkt de strooming over de kribben in noemenswaardige mate op te treden en ook daar is de betekenis er van zoo ondergeschikt, dat diep ingaan op deze strooming niet noodig is. Met de vergrooting van het afvoerend vermogen van de rivier kan rekening worden gehouden door het aangenomen trapeziumprofiel iets te verbreedten, het bedrag daarvan kan door een zeer globale berekening worden bepaald. Op grond daarvan is voor periode I de bodembreedte in de vakken Vreeswijk—Culemborg en Culemborg—Wijk bij Duurstede met respectievelijk 1 en 4 m vermeerderd boven de uit fig. 7 volgende waarden.

c. De bergende oppervlakten.

Door de Directie Bovenrivieren zijn vaksgewijs de bergende oppervlakten van de Lek bepaald van een punt even boven Schoonhoven tot voorbij Wijk bij Duurstede. Deze oppervlakten zijn gegeven als functie van den waterstand. Daaruit waren af te leiden de gemiddelde bergende breedten in elk vak bij de middenstanden der perioden I en II, welke waarden in fig. 7 zijn uitgezet. Met behulp daarvan zijn eveneens in fig. 7 ingetekend de gemiddelde bergende breedten van de in de berekening gebezigde vakken. Beneden Schoonhoven zijn deze breedten afgeleid door planimetratie op de rivierkaart.

d. De afvoerkromme te Arnhem.

De gebruikte afvoerkromme, welke berust op de afvoermetingen in de periode 1916—1930, leerde, dat bij de gemiddelde rivierstanden te Arnhem in de perioden I en II (resp. + 10,79 m en + 7,75 m) behooren afvoeren van respectievelijk 920 en 270 m³/sec.

e. De afvoerformule.

Overeenkomstig C. W. Lely's stelregel is de te gebruiken afvoerformule afgeleid uit waarnemingen op de onderzochte rivier, waarbij echter, om de in § 16 vermelde reden, slechts de vakken Vreeswijk—Culemborg en Culemborg—Wijk bij Duurstede konden worden benut. Met voldoende nauwkeurigheid was voor beide vakken met een constant gemiddeld profiel te rekenen, waarvan de afmetingen zijn afgeleid uit de fig. 6 en 7. Toegepast zijn daarna de formules van Chézy en Manning; respectievelijk:

$$S = fC\sqrt{Rj} \text{ en } S = fC^*R^{2/3}j^{1/2},$$

en voor de vier gevallen zijn de hieruit volgende waarden van C en C^* berekend.

De berekening is uitgevoerd in tabel II.

Duidelijk blijkt uit de resultaten, dat de formule van Chézy de waarnemingen aanmerkelijk beter weergeeft dan die van Manning. De gevonden waarden van C loopen slechts 5 %

uiteen, die van $C^* 10\%$. Voor het vak Vreeswijk—Culemborg lijkt de constante van Chézy bij toenemende diepte zelfs af te nemen. Waarschijnlijk is dit aan de onvoldoende weergeving van de werkelijkheid door de schematisatie te wijten, doch van een toenemen van de afvoerconstante met de diepte blijkt in elk geval niets.

Bij de berekening zal daarom voor den wrijvingsweerstand worden aangehouden de formule van Chézy met een constante $C = 48 \text{ m}^{1/2}/\text{sec}$, zijnde dit het gemiddelde der vier, in tabel II gevonden waarden, welke bovendien goed bij de door Lely (19) verkregen uitkomsten aansluit.

Tabel II.

Afvoerberekeningen boven Vreeswijk.

Vak		Vreeswijk— Culemborg		Culemborg—Wijk bij Duurstede.	
lengte		10,7 km		11,8 km	
gemiddelde bodembreedte		113 m		101 m	
gemiddelde bodemligging		— 2,45 m		— 1,25 m	
periode		I	II	I	II
gemiddelde waterstand	m	+ 3,30	+ 1,18	+ 4,72	+ 1,94
gemiddelde diepte	m	5,75	3,63	5,97	3,19
toeslag op breedte wegens stroo- ming over de kribben	m	1		4	
bodembreedte	m	114	113	105	101
waterspiegelbreedte	n.	160	141,5	153	126,5
natte omtrek	m	161	142,5	154,5	127
oppervlakte dwarsprofiel	m ²	786	459	770	362
hydraulische straal R	m	4,88	3,22	4,99	2,85
afvoer	m ³ /sec	920	270	920	270
gemiddelde snelheid V	m/sec	1,17	0,588	1,195	0,746
verval middenstanden	m	1,33	0,47	1,49	1,05
verhang j	$\times 10^4$	1,24	0,44	1,26	0,89
$V : \sqrt{j}$		105	88,5	106,5	79
$C = (V : \sqrt{j}) : R$		47,5	49,5	47,5	47
$C^* = (V : \sqrt{j}) : R^{2/3}$		36,5	40,5	36,5	39

Tabel III.

Uurwaterstanden Krimpen. Periode I.
cm + N.A.P.

maanuur											
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
110	165	195	205	188	154	121	96	74	57	43	40
82	150	200	210	188	158	133	113	92	77	72	79
118	163	184	180	155	124	93	68	50	37	29	34
82	145	180	194	182	152	107	72	52	40	35	51
107	149	165	158	131	98	68	47	28	16	8	11
56	113	142	144	126	97	70	49	31	19	15	42
106	136	139	121	91	59	31	8	— 9	— 22	— 29	— 21
34	87	110	105	83	54	28	7	— 11	— 22	— 26	— 18
31	83	112	106	75	51	30	18	10	8	30	82
132	165	177	170	147	120	93	69	47	29	17	13
35	80	108	109	94	71	45	21	— 4	— 22	— 26	— 9
46	94	118	117	90	75	50	28	11	— 3	— 13	— 13
12	63	100	110	100	79	53	27	6	— 11	— 21	— 29
— 12	54	90	99	87	64	37	12	— 9	— 27	— 38	— 45
— 40	— 4	52	82	83	65	38	11	— 14	— 34	— 51	— 67
— 77	— 69	— 11	38	42	18	— 19	— 42	— 62	— 76	— 90	— 100
— 91	— 27	40	67	63	47	23	1	— 17	— 31	— 47	— 56
— 55	— 14	57	103	113	94	74	45	18	— 10	— 32	— 41
— 34	30	98	131	130	109	79	48	23	6	— 9	— 21
— 25	— 7	67	120	133	117	89	55	30	12	— 5	— 20
— 26	— 11	90	146	136	110	74	42	16	— 3	— 20	— 32
— 38	— 30	37	93	103	84	56	22	— 7	— 23	— 37	— 48
— 52	— 34	43	111	138	129	100	48	12	— 3	— 17	— 26
— 23	8	84	127	127	102	68	33	7	— 10	— 27	— 40
— 43	— 16	73	126	138	122	90	54	24	4	— 14	— 36
— 42	1	73	101	88	63	28	— 5	— 30	— 47	— 62	— 77
— 80	— 37	51	100	108	88	56	23	1	— 14	— 30	— 41
— 43	— 26	35	93	101	60	24	— 9	— 31	— 50	— 66	— 77
270	1411	2809	3465	3240	2564	1739	961	338	— 103	— 411	— 465
9,7	50,4	100,3	123,7	115,7	91,6	62,1	34,3	12,1	— 3,7	— 14,7	— 16,6

f. De waterstandente Krimpen en Vreeswijk.
Eerstgenoemden vormen het uitgangspunt, laatstgenoemden het contrôlemiddel voor de berekening.

Uit de bladen der registreerende peilschalen zijn de uurstanden van elke peilschaal overgenomen en deze zijn zoodanig gerangschikt in twaalf kolommen, dat in elke kolom alle standen zijn verzameld, welke hoogstens een half uur in tijd verschillen met het „maanuur” (stand van de middelbare maan), waarvoor de kolom geldt. Zouden daarbij twee opeenvolgende standen in éénzelfde kolom dienen te worden geplaatst, dan is alleen het gemiddelde van deze standen opgenomen. In de tabel III zijn deze gemiddelden door onderstreeping gekenmerkt.

Wordt voor elke kolom de gemiddelde waterstand bepaald, dan ontstaan de gemiddelde getijkrommen. Als voorbeeld is de bewerking voor Krimpen, periode I in tabel III weergegeven, terwijl de gemiddelde waterstanden voor de andere krommen in tabel IV zijn vermeld en de krommen in fig. 8 in beeld zijn gebracht. Van deze krommen zijn bepaald de middenstand, benevens de amplitude en het kappagetal van de eerste harmonische; de resultaten hiervan zijn weergegeven in tabel V. Deze

Tabel IV.

Gemiddelde getijkrommen. cm + N.A.P.

maanuur	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Krimpen												
periode I	9,7	50,4	100,3	123,7	115,7	91,6	62,1	34,3	12,1	— 3,7	—14,7	—16,6
Krimpen												
periode II	—14,5	—32,5	—45,4	—42,6	—13,9	36,9	83,3	105,2	101,7	78,5	45,9	12,5
Vreeswijk												
periode I ¹⁾	261,4	268,0	273,6	275,8	274,1	271,0	267,0	263,5	260,8	258,1	256,3	256,1
Vreeswijk												
periode II ¹⁾	77,2	67,8	59,6	58,9	77,3	108,1	128,3	131,4	123,4	112,4	100,8	89,2

¹⁾ Het begintijdstip is voor Vreeswijk 3 uur later genomen dan voor Krimpen; de uit de analyse volgende fasehoek is daarom met $(3:12,4) \times 360 = 87^\circ$ vergroot.

gegevens voor Krimpen vormen de randvoorwaarden van de berekeningen.

Tabel V.

Getij - analyses.

	Middenstand	M ₂ getij	
	c m + N.A.P.	Amplitude c m	fasehoek
Krimpen periode I	47,0	68,1	112°
Vreeswijk periode I	265,5	9,9	195°
Krimpen periode II	26,3	75,8	232°
Vreeswijk periode II	94,5	34,7	314°

g. De stroomen en de verticale getijden.

Voor het becijferen van enkele termen in de karakteristieke vergelijkingen zijn de waarden van de stroomen en de verticale getijden noodig. Deze zijn ontleend aan een voorloopige berekening, waarvan de resultaten zijn verzameld in tabel VI. Bij de interpretatie van de waarden van $\kappa - \varphi$ valt te bedenken, dat de ebstroom als positief is gerekend.

Tabel VI.

Voorloopige uitkomsten.

Punt.	Periode I.			Periode II.		
	amplitude		$\kappa - \varphi$	amplitude		$\kappa - \varphi$
	vert. getij c m	stroom m ³ /sec		vert. getij c m	stroom m ³ /sec	
Krimpen	69	530	121°	77	830	124°
Streefkerk	57	310	122°	71	570	126°
Schoonhoven	41	170	124°	63	390	124°
Jaarsveld	21	70	123°	50	200	122°
Vreeswijk	9	27	123°	36	85	118°
Culemborg	3,5	8	123°	18	25	123°

§ 18. De uitvoering der berekening.

Met behulp van de in § 17 verzamelde gegevens dient voor elk vak in elke periode een gemiddeld profiel te worden aangenomen, dat in de berekening wordt ingevoerd. Deze bewerking geschiedt aan de hand der figuren 6 en 7; de resultaten zijn weergegeven in tabel VII.

Verder treden in de karakteristieke vergelijkingen op groot-

Tabel VII.

Profielgrootheden.

		Krimpen — Streef- kerk.	Streef- kerk — Schoon- hoven	Schoon- hoven — Jaars- veld	Jaars- veld — Vrees- wijk	Vrees- wijk — Culem- borg	boven Culen- borg
gemiddelde bodemligging ¹⁾ m + N.A.P.		— 5,75	— 4,95	— 4,00	— 3,40	— 2,45	
<i>Periode I.</i>							
gemiddelde waterstand m + N.A.P.		+ 0,58	+ 0,86	+ 1,43	+ 2,24	+ 3,30	+ 4,72
gemiddelde diepte ¹⁾ H m		6,35	5,80	5,45	5,65	5,75	5,95
gemiddelde bodembreedte b_0 m		245	202	172	141	114	105
waterspiegelbreedte b_w m		296	248	215	186	160	153
natte omtrek m		297	249	216	187	161	154,5
oppervlakte dwarsprofiel f_m m ²		1718	1305	1055	925	786	770
hydraulische straal R_m m		5,78	5,24	4,85	4,95	4,88	4,99
gemiddelde bergende breedte B m		345	300	275	250	250	240
<i>Periode II.</i>							
gemiddelde waterstand m + N.A.P.		+ 0,31	+ 0,40	+ 0,58	+ 0,82	+ 1,18	+ 1,94
gemiddelde diepte ¹⁾ H m		6,05	5,35	4,60	4,20	3,65	3,20
gemiddelde bodembreedte b_0 m		245	202	172	141	113	101
waterspiegelbreedte b_w m		293	245	209	175	141,5	126,5
natte omtrek m		294	246	210	176	142,5	127
oppervlakte dwarsprofiel f_m m ²		1628	1195	876	662	459	362
hydraulische straal R_m m		5,54	4,86	4,17	3,76	3,22	2,85
gemiddelde bergende breedte B m		340	290	254	216	196	170
lengte l m		8900	8150	10900	10250	10700	11800

¹⁾ Afgerond op 5 cm.

Tabel VIII.

Aangenomen en berekende getijgrootheden.

		Krimpen— Streef- kerk	Streef- kerk— Schoon- hoven	Schoon- hoven— Jaars- veld	Jaars- veld— Vrees- wijk	Vrees- wijk— Culem- borg.	hoven Culem- borg
<i>Periode I.</i>							
gemiddelde getij-amplitude	m	0,63	0,49	0,31	0,15	0,06	0,02
idem, volgens berekening		0,620	0,481	0,301	0,146	0,060	
maatgevende getijstroom- amplitude	m ³ /sec	440	250	130	55	20	6
idem, volgens berekening		420	236	117	45	16	
gemiddeld faseverschil ebstroom en getij		122°	123°	123°	123°	123°	123°
idem, volgens berekening		122°	123°	123°	123°	123°	
<i>Periode II.</i>							
gemiddelde getij-amplitude	m	0,74	0,67	0,56	0,43	0,27	0,14
idem, volgens berekening		0,736	0,680	0,578	0,435	0,265	
maatgevende getijstroom- amplitude	m ³ /sec	700	480	310	160	65	20
idem, volgens berekening		715	487	297	145	57	
gemiddeld faseverschil ebstroom en getij		125°	125°	123°	121°	121°	123°
idem, volgens berekening		123°	123°	123°	123°	123°	

heden, welke het gemiddeld getij in het vak weergeven. Deze grootheden zijn bij een voorspellende berekening niet van te voren bekend; zij moeten dan worden geschat. Deze schatting is hier gebaseerd op de resultaten van een voorloopige berekening, welke in § 17 zijn weergegeven. De aangenomen waarden zijn opgenomen in tabel VIII, waarbij tevens de uit de thans op te zetten berekening volgende getallen zijn vermeld.

De profielsinhouden op de grenzen der vakken, welke in de Bernoullitermen een rol spelen, zijn afgeleid uit fig. 6 en fig. 7, waarbij echter eenige vereffening is toegepast. Voor periode I is aangehouden: Krimpen 1900 m²; Streefkerk 1450 m²; Schoon-

hoven 1160 m²; Jaarsveld 980 m²; Vreeswijk 820 m²; Culemborg 770 m²; Wijk bij Duurstede 735 m²; voor periode II zijn deze waarden respectievelijk 1800, 1350, 1010, 770, 560, 410 en 340 m².

Alle gegevens voor het oplossen der karakteristieke vergelijkingen zijn thans bekend. Voor het nu volgende rekenwerk zullen echter de meeste grootheden in andere eenheden worden uitgedrukt, teneinde daardoor onhandelbare getallen te vermijden. Als eenheid van tijd dient: 10⁴ sec; als eenheid van afstand: 10 km = 10⁴ m. De breedte-eenheid is 1 km; de diepten, verheffingen en vervallen blijven in meters uitgedrukt. Hieruit volgt voor de eenheden van snelheid: m/sec; van profielsinhoud: 1000 m²; van stroomsterkte: 1000 m³/sec; van verhang: 10⁻⁴ of 10 cm per km.

In de formule van Chézy dient thans C te worden uitgedrukt in 100 m³/sec, zoodat C gelijk aan 0,48 moet worden genomen. Verder zal, wil in (47) 1— $V^2 b_w : g f_m$ de juiste waarde hebben, g in m/sec moeten worden uitgedrukt, dus voor g : 9,81 moeten worden gesubstitueerd. De periode T van het hoofdgetij bedraagt 12,4 uur of $4,46 \times (10^4 \text{ sec.})$, en de hoeksnelheid $n = 2\pi : T$ wordt dus $1,405 \times (10^{-4} \text{ sec.}^{-1})$.

Men kan nagaan, dat in (74) alle coëfficiënten $10^4 \times$ zoo groot worden. Waar in (75) r als coëfficiënt van x voorkomt, zal het product rx weer zijn juiste waarde hebben, evenals trouwens nt . In (76) zijn n en r elk $10^4 \times$ te groot en heeft n/r de juiste waarde, terwijl het uitdrukken van B in km bewerkt, dat s in 1000 m³/sec. verschijnt. Bij geen enkele der te gebruiken vergelijkingen verwekken dus de nieuwe eenheden anomalieën.

De berekening van de in de karakteristieke vergelijkingen optredende coëfficiënten is voor de 12 vakken weergegeven in tabel IX.

Voor x geldt, daar C constant is, de formule:

$$x = \frac{1}{(f^2 R^2)_m} \left(\frac{\delta f^2 R}{\delta \eta} \right)_m$$

terwijl voor het aangenomen trapeziumprofiel de waarden van f en R als volgt in de diepte $H + \eta$ en de waterspiegelbreedte in den middenstand b_w kunnen worden uitgedrukt:

$$f = (H + \eta) (b_w - 4H + 4\eta)$$

$$R = f : (b_w + 0,25H + 8,25\eta)$$

Na herleiding vindt men hiermede:

$$x = \frac{3 b_w^2 - 2,50 b_w H + 12 H^2}{H b_w^2 - 3,75 b_w H - H^2}$$

of met eenige benadering:

$$x = \frac{3}{H} \frac{b_w - 2,75 H}{b_w - 4 H} = \frac{3 (b_w - 2,75 H)}{f_m}$$

Met de opgeloste wortels r_1 en r_2 zijn voor alle vakken beneden Culemborg de vakcoëfficiënten L, M, N, O (zie formule (80)) berekend volgens formule (77), dus stroomafwaarts rekenend. De belangrijkste stappen van deze berekening zijn opgenomen in tabel X. Ook de eindcontrôle volgens formule (82) is hierbij weergegeven, doch niet de in § 17 vermelde tusschencontrôles, hoewel deze wel zijn toegepast.

Het aaneenschakelen der vakken is geschied op de in § 16 aangegeven wijze, waarvan formule (80) het schema weergeeft; de gang van deze berekening vindt men in tabel XI. Als contrôle is elk vak teruggerekend volgens formule (81), waarbij dus $e^{(r_1 + r_2) \cdot 1} x$ de uitgangswaarden van getij en stroom (steeds uitgedrukt in η_c) als uitkomst moest worden gevonden. Deze contrôles zijn niet weergegeven.

Alvorens de gevonden oplossing te aanvaarden, dient te worden gecontroleerd of de bij het berekenen van de coëfficiënten der karakteristieke vergelijkingen voorloopig aangenomen getijgrootheden voldoende juist zijn. Deze vergelijking kan worden uitgevoerd aan de hand van tabel VIII, waarin naast de aangenomen grootheden, voor elk vak de gemiddelden van de

berekende waarden aan de uiteinden zijn vermeld. ¹⁾

Zonder uitzondering is de overeenstemming tusschen aanname en berekening zeer goed. Afwijkingen van eenige betekenis komen niet voor. De in tabel XI gevonden waarden kunnen dus als definitieve uitkomst van de getijberekening gelden.

Thans rest nog de berekening van het middenstandsverhang volgens de formules (68) en (69). Door invoering van de grootheid j^* gedefinieerd volgens (70), kan men voor het verval y^* van de energielijn in een vak schrijven.

$$y^* = -m_0 j^* l + \frac{m_1 \chi \eta_0}{2 m_0} j^* l \cos (\kappa - \varphi)$$

De waarden van m_0 , m_1 , χ , j^* en $(\kappa - \varphi)$ zijn niet overgenomen uit tabel IX, doch opnieuw bepaald, waarbij de berekende waarden van σ_0 , η_0 en $(\kappa - \varphi)$ volgens tabel XI zijn gebezigd.

De Bernoulli-invloed is berekend volgens (68), waarbij de waarden van σ zijn ontleend aan tabel XI en die van f op blz. 147 zijn vermeld.

De berekening is opgenomen in tabel XII.

§ 19. Bespreking van de resultaten.

Als toetsing van de berekeningsmethode zullen het berekende en het waargenomen verticale getij te Vreeswijk met elkaar worden vergeleken.

De vergelijking van de drie, door de berekening (tabel XI en XII) gegeven waarden (middenstand, amplitude en fase) met

¹⁾ Strikt genomen, kunnen deze gemiddelden niet als maatgevend worden beschouwd, daar op theoretische gronden is af te leiden, dat aan de verschillende deelen van een vak ongelijke gewichten dienen te worden toegekend (vergl. S.C.L., blz. 317). Deze gewichten hangen af van den getij- en afvoerstroom en zijn feitelijk verschillend al naar het gaat om de berekening van m_0 , van m_1 , enz. De aldus gevonden, maatgevende waarden wijken echter zoo weinig van het gemiddelde af, dat dit laatste zonder bezwaar als maatstaf kan worden gebruikt.

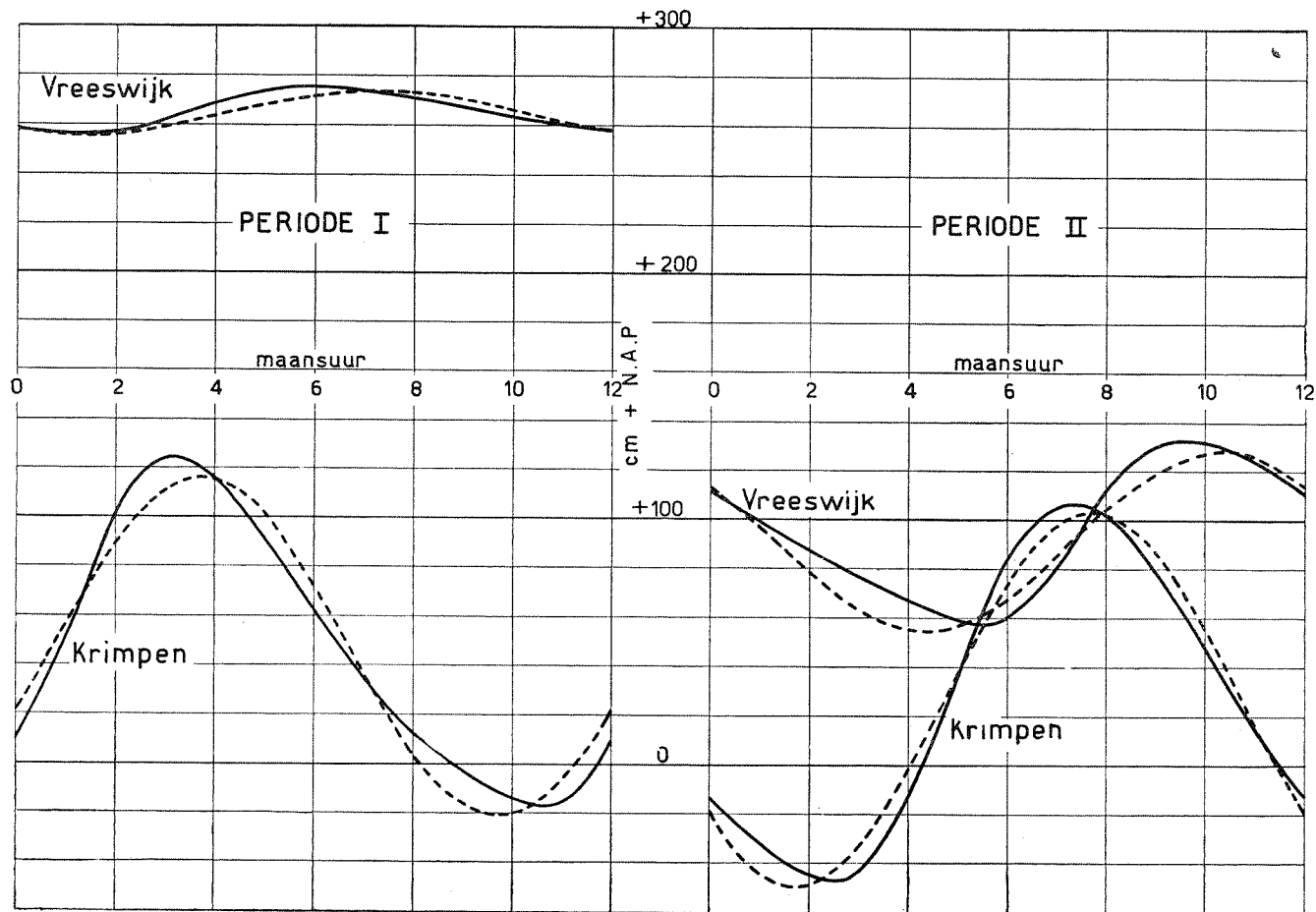


fig. 8. Getij op de Lek. Vergelijking van berekening en waarneming.

———— waarneming. - - - - - berekening (aanname voor Krimpen; uitkomst voor Vreeswijk).

dezelfde grootheden, zooals zij (tabel VI) uit de waarnemingen volgen, is gegeven in tabel XIII.

Tabel XIII.

Vergelijking van berekeningen waarneming
voor Vreeswijk.

Periode			Grootheid	berekening	waarneming
I	middenstand	m +	N.A.P.	2,645	2,655
	amplitude	m		0,091	0,099
	fase			218°	195°
II	middenstand	m +	N.A.P.	0,902	0,945
	amplitude	m		0,361	0,347
	fase			310°	313°

In fig. 8 zijn de berekende M_2 sinusoïdes te Vreeswijk, zooals zij uit de berekening volgen, geteekend en vergeleken met de waargenomen gemiddelde getijkrommen (tabel IV). In dezelfde figuur zijn eveneens geteekend de waargenomen krommen te Krimpen en daarnaast de M_2 sinusoïdes, welke uit deze krommen zijn afgeleid en welke (tabel V) als uitgangspunt van de berekening hebben gediend.

Deze vergelijkingen geven aanleiding tot de volgende opmerkingen.

De middenstandsvervallen tusschen Krimpen en Vreeswijk worden zeer bevredigend weergegeven. Voor periode I is de overeenstemming zelfs beter dan op grond van de nauwkeurigheid van de afvoerformule kan worden verwacht, zoodat het uiterst geringe verschil tusschen berekening en waarneming voor een deel aan het toeval moet worden toegeschreven. Voor periode II is het verschil iets grooter (4 cm), maar zeker niet grooter, dan bij een overeenkomstige berekening op een bovenrivier valt te verwachten. Indien men aldaar de maatgevende dwarsprofielen op zorgvuldige wijze uit peilingen e.d. afleidt en den afvoercoëfficiënt afleidt uit waarnemingen op een ander vak van dezelfde rivier, zal men ook niet

kunnen rekenen op een nauwkeurigheid, welke grooter is dan 5 ‰.

Er is een kenmerkend verschil tusschen de beteekenis van de overeenstemming van berekend en waargenomen verval voor de perioden I en II. Bij periode I is de invloed van het getij op het middenstandsverhang gering. Indien men het getij verwaarloosde en het verhang eenvoudig met de formule van Chézy zou berekenen, vindt men voor de vervallen van de energielijn op de verschillende vakken de waarden, welke in tabel XII achter: „ $j^* l$ ” zijn opgenomen. Het totale verval van de energielijn vindt men dan als 2,157 m en dat van den waterspiegel, na aftrekken van den Bernoulli-invloed, als 2,11 m, zoodat men op deze wijze als middenstand te Krimpen zou hebben gevonden + 2,58 m tegen + 2,645 m bij in rekening brengen van den getij-invloed. T. o. v. de waarneming (+ 2,655 m) liggen beide waarden binnen de nauwkeurigheidsgrens, zoodat ter toetsing van de vraag of formule (69) den getij-invloed goed weergeeft, de berekening van periode I geen uitsluitsel geeft. Doch de geringe invloed van een mogelijk verkeerde weergave van den getij-invloed bewerkt daarentegen, dat de goede overeenstemming van waarneming en berekening voor periode I een waarborg is, dat de aangenomen profielen een juist beeld van de werkelijkheid geven. En daar in dit opzicht de aannamen voor periode II zich nauw bij die voor I aansluiten, zullen de profielen ook voor periode II met vertrouwen als juist zijn te aanvaarden. Voor periode II is de invloed van het getij op het verhang zeer belangrijk. Een berekening met de formule van Chézy (dus met $j = \frac{s^2}{C^2 l_m^2 R_m}$) leidt tot veel kleinere vervallen. Voor de vier vakken van Vreeswijk tot Krimpen bedraagt j respectievelijk 0,192, 0,099, 0,046 en 0,0215 (behoudens voor Vreeswijk-Jaarsveld aanmerkelijk minder dan de waarde van j^* in tabel XII, omdat thans $S < \sigma_0$ is), waarmede de gesommeerd waarde van $j l$ wordt gevonden als 0,36 m tegen 0,64 m met in rekening brengen van den

getijinvloed en 0,68 m volgens de waarneming. Het verwaarlozen van den getij-invoed geeft dus thans een afwijking van de werkelijkheid, welke bijna 50 % bedraagt en ver buiten de nauwkeurigheidsgrens ligt. Dat de berekening met formule (69) tot een waarde binnen deze grens leidt is dus — vooral nu op grond van de berekening van periode I en van de vakken boven Vreeswijk zekerheid bestaat, dat de aangehouden profielen en de afvoerformule goed zijn — een sterke aanwijzing, dat formule (69) den invloed van de getijbeweging op het middenstandsverhang juist weergeeft. Van de vermeerdering van het verval door invoeren van den getij-invloed van 36 tot 64 cm vindt 19 cm zijn oorzaak in de beïnvloeding van het verhang van den afvoerstroom door de getijstroomen (de gesommeerde waarde van $m_0 j^* l$ in tabel XII bedraagt nl. 55 cm) en 9 cm in het verschil van de verhangen van vloed- en ebstroom onder invloed van het verticaal getij (de gesommeerde waarde van $m_1 \chi \eta_0 / 2 m_0 \cdot j^* l \cos. (\kappa - \varphi)$ in tabel XII). Het verwaarlozen van één van de beide factoren, waardoor het getij invloed uitoefent op het verhang, zou dus reeds een afwijking tusschen berekening en waarneming veroorzaken, welke boven de nauwkeurigheidsgrens uitgaat.

Er is dus gebleken, dat — tenzij de getijstroomen klein zijn t.o.v. den bovenafvoer — bij de berekening van het verhang op benedenrivieren de invloed van het getij niet kan worden verwaarloosd en dat de afgeleide formule (69), met formule (68) voor de Bernoulliwerking, de grootte van dezen invloed goed weergeeft.

De berekende getij-amplituden komen zeer goed met de waarneming overeen. De dempende werking, welke de afvoerstroom op het getij uitoefent en welke in sterke mate met de grootte van den bovenafvoer wisselt, wordt door de berekening zeer goed weergegeven. Dat tengevolge van de stijging van den bovenafvoer van 270 tot 920 m³/sec de verhouding van de getij-amplituden te Vreeswijk en Krimpen daalt tot minder dan 1/3 van zijn aanvankelijke waarde, volgt even-

eens uit de berekening (nl. een daling van 0,475 tot 0,134, terwijl de waarneming een daling van 0,457 tot 0,145 geeft). De optredende verschillen zijn voor een hydraulische berekening klein en het succes van de nieuwe methode is in dit opzicht uitstekend te noemen.

Minder mooi staat het met de berekende fasen. Voor periode II is de overeenstemming tusschen berekening en waarneming zeer goed en het verschil kleiner dan de nauwkeurigheid, waarmee de fase uit de uurwaarnemingen is af te leiden. Daarentegen is het groote verschil van 23° tusschen waarneming en berekening van periode I onbevredigend.

Bij de vraag naar de oorzaak en beteekenis van deze afwijking dient te worden bedacht, dat in periode I het getij te Vreeswijk en in de voorafgaande vakken klein is en ondergeschikt t.o.v. den bovenafvoer. Het is duidelijk, dat een dergelijk klein getij in sterker mate storende invloeden kan ondergaan, dan met een getij van grooter beteekenis het geval is. De werkende getijkrachten en -verhangen zijn in periode I in de omgeving van Vreeswijk klein en het is daardoor eerder mogelijk, dat een van den bovenafvoer uitgaande invloed van de derde orde, welke in de theoretische ontwikkeling is verwaarloosd, het kleine getij nog in van belang zijnde mate modificeert. Het is daarom zeer waarschijnlijk, dat de oorzaak van de afwijking nauw samenhangt met de kleinheid van het getij en dergelijke afwijkingen dus alleen bij kleine getijden (in verhouding tot den bovenafvoer) zullen optreden.

Deze zelfde kleinheid van het getij brengt echter mede, dat de beteekenis — en vooral de practische beteekenis — van een verschil in fase zeer veel geringer is dan bij een grooter getij het geval is. De afwijkingen in waterstand, welke dit faseverschil meebrengt, worden in dit geval immers zeer gering. En de conclusie kan dus zijn dat de gegeven berekeningsmethode alleen dan tot afwijkingen in fase kan leiden, als de practische beteekenis van deze afwijkingen vrijwel nihil is.

Een geschikter middel dan het vergelijken van getijcon-

stanten vormt, voor de practische beoordeeling van de resultaten, fig. 8, waarin de resulteerende waterstanden, welke tenslotte in de eerste plaats van belang zijn, direct zijn weergegeven. Duidelijk spreekt hier de geringe beteekenis van het faseverschil te Vreeswijk in periode I en overtuigend treedt de waarde van de ontwikkelde rekenmethode naar voren. De verschillen tusschen de waargenomen en berekende getijlijnen te Vreeswijk zijn niet grooter dan tusschen de waargenomen getijlijn te Krimpen en de sinusoïde, waardoor deze volgens de methode der harmonische analyse is vervangen. Voor doeleinden, waarvoor vervanging van de getijlijn door het M_2 getij toelaatbaar is (en volgens § 15 zijn dit vrijwel alle doeleinden, waarvoor een getijberekening zal worden uitgevoerd), blijkt de gegeven berekening een volkomen toereikend beeld te verschaffen van de te Vreeswijk te verwachten getijlijn. Indien het hier een voorspellende berekening betrof, zouden alle op grond van deze getijvoorspelling getroffen maatregelen volkomen door de werkelijkheid zijn gedekt. Dit is tenslotte de noodzakelijke en voldoende voorwaarde voor de practische bruikbaarheid van een berekeningsmethode, waaraan de ontwikkelde methode dus ten volle voldoet.

Samenvattend, kan worden gezegd:

De in Hoofdstuk III ontwikkelde methode ter berekening van het hoofdgetij en het middenstandsverhang op benedenrivieren is op de proef gesteld, door met behulp hiervan, voor twee zeer verschillende bovenafvoeren van de Lek, uit de waterstanden te Krimpen die te Vreeswijk te berekenen.

Aan het op onbevooroordeelde wijze vaststellen van de geschematiseerde geulprofielen en aan de keus van de juiste weerstandsformule is groote zorg besteed. Het feit, dat de twee berekeningen berusten op in hoofdzaak dezelfde schematisering, maakt het bovendien vrijwel onmogelijk, de uitkomst te flatteeren door gebruik te maken van de altijd eenigszins aanwezige vrijheid in het schematiseren der vakken.

De beide perioden vertoonen een zeer verschillende getijvoortplanting, terwijl ook de verhangen sterk afwijken. De wijze, waarop de bovenafvoer de getijdemping en anderzijds het getij het middenstandsverhang beïnvloedt, is in de ééne periode geheel anders dan in de andere.

De berekening blijkt in beide gevallen de werkelijkheid op practisch geheel voldoende wijze weer te geven.

De juistheid en de practische toepasbaarheid van de gegeven rekenmethode, welke op grond van de theoretische afleiding reeds zeer waarschijnlijk kon worden genoemd, is hiermede op afdoende wijze aangetoond.

§ 20. Practische opmerkingen en een globale rekenwijze voor trechtervormige rivieren.

Zoodra de vakcoëfficiënten (bv. L , M , N en O van formule (80)) voor elk vak zijn berekend, gaat het aaneenschakelen van vakken, het elimineeren van onbekenden en dergelijke, op volkomen gelijke wijze als bij de berekening van zeearmen volgens de methode Lorentz. Langs dienzelfden weg, als in het verslag der S.C.L. is beschreven (zie bv. fig. 29 en tabel 6 aldaar), kunnen dus zeer ingewikkelde netten met vele knooppunten zonder bezwaar worden berekend.

Het berekenen der vakcoëfficiënten brengt niet onaanzienlijk meer werk mee dan bij de methode Lorentz het geval is. Vergeleken met de in § 18 uitgevoerde rekenwijze is echter veelal eenige vereenvoudiging mogelijk. Bij de gegeven berekening zijn consequent alle in de ontwikkeling opgetreden termen becijferd en in rekening gebracht. Gaat het echter om een meer oriënteerende becijfering, dan kunnen zonder bezwaar enkele termen en factoren, welke op theoretische gronden in de ontwikkeling zijn behouden, worden verwaarloosd. Dit zijn de volgende:

1e. de, met de verandering van het dwarsprofiel samenhangende, Bernoulliterm met den factor. $\frac{\delta}{\delta x} \left(\frac{1}{f_m^2} \right)$;

2e. de termen met m_2 . Wel blijkt uit tabel IX, dat $\frac{1}{2} m_2$ niet steeds onbeteekenend is t.o.v. m_0 , doch de uitzonderingen treden alleen op, als de beteekenis van den totalen term ($m_0 - \frac{1}{2} m_2$) j^* : ($1 - V^2 b_w : g f_m$) klein is;

3e. de grootte $V^2 b_w$ kan worden verwaarloosd t.o.v. $g f_m$, waardoor alle termen der karakteristieke vergelijking eenvoudiger worden.

Voor nauwkeurige berekeningen verdient het aanbeveling eerst de orde van grootte van de aangegeven verwaarloozingen na te gaan en dan te beslissen over het al of niet aanbrengen ervan. De op deze wijze vereenvoudigde karakteristieke vergelijking heeft de volgende gedaante:

$$r^2 - r \left[\chi m_0 j^* + \frac{V(B + b_w) n}{g f_m} i \right] + \left[\frac{B n^2}{g f_m} - \frac{B m_1 j^* n}{\sigma_0} i \right] = 0 \quad (84)$$

De bepaling van χ kan nog worden vergemakkelijkt door (wat bij globale berekeningen aanbeveling verdient) te schematiseeren tot een rechthoekig profiel, waarvan de breedte als oneindig groot t.o.v. de diepte wordt beschouwd. Met de formule van Chézy wordt χ dan $3 : H$; met die van Manning $10 : 3 H$.

Voor de zeewaarts gelegen vakken van benedenrivieren wordt de invloed van den bovenafvoer klein en het kan voorkomen — zeker voor oriënteerende berekeningen —, dat het toepassen van de hier ontwikkelde methode de moeite niet meer loont en met de methode Lorentz — dus onder verwaarloozing van de beïnvloeding van het getij door den permanenten stroom — kan worden volstaan. Er zullen echter ook gebieden optreden, waar een tusschenvorm van beide methoden het aangewezen middel is. Het feit, dat de twee interfereerende, in tegengestelde richting loopende getijgolven onder invloed van den bovenafvoer verschil in demping en in vaart vertoo-

nen, zal in verschillende omstandigheden kunnen worden verwaarloosd, terwijl de invloed van den bovenafvoer op den door het getij ondervonden weerstand nog van beteekenis is. In een dergelijk geval (zooals er in § 2, blz. 173 één wordt vermeld) zullen dus de termen met r in (84) worden weggelaten, doch zal in den laatsten term de waarde van m_1 worden gebruikt, zooals deze door de verhouding $S : \sigma_0$, volgens fig. 4 wordt bepaald. Deze waarde zal hooger zijn dan de waarde 0,85, welke bij de methode Lorentz optreedt.

Daar het meerdere werk van de nieuwe methode ontstaat als gevolg van het aanwezig zijn van de termen met r , zal de tusschenvorm in dit opzicht gelijk zijn aan de methode Lorentz, waarvan zij zich alleen onderscheidt door een hooger en lineairen weerstandscoefficiënt.

Op de bepaling van het middenstandsverhang zal in dit geval de invloed van het getij groot zijn, zoodat de formules (68) en (69) hiervoor moeten worden gebruikt.

Wegens het vele werk, dat verbonden is aan het berekenen der vakcoëfficiënten zal een drang aanwezig zijn om met zoo lang mogelijke vakken te werken. Dit ontmoet echter bezwaren, omdat het in het algemeen trechtervormig verloop van de benedenrivieren zich minder goed leent tot het schematiseeren in den vorm van lange, prismatische vakken.

De eenvoudigste berekening van een niet-vertakte rivier ontstaat uiteraard, als men de rivier opvat als een oneindig lang, prismatisch kanaal. Volgens de op blz. 185 gegeven redeneering is dan in (75) en (76) $C_2 = 0$ te stellen, zoodat alleen de waarde van r_1 (behoorende bij de stroomopwaarts loopende golf) van belang is. Alle grootheden zijn dan op eenvoudige wijze uit te drukken in het getij aan den mond van de rivier, nl.:

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \eta_0 e^{r_1 x} \\ \sigma &= - \frac{B n i}{r_1} \eta_0 e^{r_1 x} \end{aligned} \right\} \quad (85)$$

Uiteraard zal men in dat geval stroomopwaarts rekenen;

men gebruikt dus de karakteristieke vergelijking (78), waarbij r_1 de negatieve, doch in absoluten zin grootste wortel is. Met $r = \mu + i\nu$ volgt dan, dat de waarde van η_0 over een afstand van x afneemt tot $\eta_0 e^{\mu x}$, terwijl de fase νx radialen, dus $\frac{\nu x}{2\pi} \times 360^\circ$ later valt.

Op deze wijze verwaarloost men echter de terugkaatsingen, welke de inlopende golf, hetzij plotseling bij overgang op een ander profiel, hetzij geleidelijk bij een trechtersvorm, tengevolge van de stroomopwaartsche vernauwing van de rivier ondergaat. Deze terugkaatsingen verminderen de demping en, in mindere mate, ook de verlating stroomopwaarts. Het eerste is feitelijk hetzelfde verschijnsel, dat in trechtersvormige zee-armen en riviermonden het oploopen van het getij veroorzaakt, doch zich hier slechts kan uiten in een vermindering van de door den weerstand en den bovenafvoer veroorzaakte demping van het getij.

Het bovenstaande kan op de volgende wijze worden gedemonstreerd aan de getijvoortplanting tusschen Krimpen en Vreeswijk. Indien men hier afziet van de terugkaatsing, wordt de getijvoortplanting bepaald door het product der waarden $e^{r_1 l}$ voor de vier, in de berekening van § 18 ingevoerde vakken. Wegens de aldaar gevolgde rekenrichting dient uit tabel X de positieve waarde van r te worden genomen, welke hier echter met negatief teeken moet worden gebruikt. Gevonden wordt:

voor periode I. $\sum r_1 l = - (0,323 + 0,336 i) - (0,429 + 0,388 i) - (0,797 + 0,628 i) - (0,850 + 0,630 i) = - 2,399 - 1,982 i$;

voor periode II: $\sum r_1 l = - (0,182 + 0,254 i) - (0,214 + 0,271 i) - (0,410 + 0,458 i) - (0,525 + 0,529 i) = - 1,331 - 1,512 i$.

Dit beteekent voor periode I een demping tot $e^{-2,399} = 0,091$ van de oorspronkelijke waarde, terwijl in werkelijkheid de getijsterkte te Vreeswijk 0,145 van die te Krimpen bedraagt. Voor periode II wordt gevonden 0,264 tegen 0,457 in werke-

lijkheid.

Voor de faseverlating geven de beide perioden respectievelijk $1,982 \times 360^\circ / 2\pi = 114^\circ$ en $1,512 \times 360^\circ / 2\pi = 87^\circ$, terwijl deze in werkelijkheid bedraagt 83° en 81° .

Het is dus duidelijk, dat een volkomen prismatisch schema ten aanzien van de damping de werkelijkheid niet kan benaderen en dat dus op deze wijze de hoofdzaak van de getijvoortplanting langs een enkelvoudige rivier niet in één enkel complex getal (de wortel r_1) is uit te drukken.

Dit doel kan echter worden bereikt door te werken met een profiel, hetwelk varieert volgens een exponentieele functie, waarbij dus gesteld wordt:

$$f = f_0 e^{-qx} \quad (86)$$

Daarbij moet worden aangenomen, dat de bodemdiepte, evenals de gemiddelde diepte, constant blijft, hetgeen beteekent dat de stroombreedte b_∞ en de bergende breedte B steeds in dezelfde verhouding tot f staan en dus ook volgens de functie e^{-qx} veranderen.

De hier volgende afleiding kan minder streng zijn dan de in Hoofdstuk III gegevene, daar het doel slechts wordt gevormd door een formule, geschikt voor oriënteerende berekeningen. In elk geval zullen de in het begin van deze paragraaf gememooreerde vereenvoudigingen worden aangebracht en wel reeds in de differentiaalvergelijkingen.

Uitgaande van de strenge vergelijkingen (39) en (41) is de afleiding aanvankelijk vrijwel gelijk aan de in Hoofdstuk III gegevene. Een verschil zou zijn, dat in de bewegingsvergelijking direct een term optreedt, welke den invloed van de profielsverandering op den Bernoulliterm tot uitdrukking brengt. In Hoofdstuk III is deze term eerst achteraf, na het bespreken van de verschijnselen bij den vakovergang, ingevoerd. Echter wordt deze term thans verwaarloosd.

De continuïteits- en dynamische vergelijking voor de getijcomponenten komen, na aanbrengen der vereenvoudigingen in

de volgende gedaante (stroom-opwaarts rekenend; vergelijk (43) en (71)):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\delta \sigma}{\delta x} &= -B \frac{\delta \eta}{\delta t} \\ \frac{\delta \eta}{\delta x} &= -\frac{1}{g f_m} \frac{\delta \sigma}{\delta t} - \frac{S(B + b_\omega)}{g f_m^2} \frac{\delta \eta}{\delta t} - \frac{m_1 j^*}{\sigma_0} \sigma - m_0 \chi j^* \eta \end{aligned} \right\} \quad (87)$$

Daar thans differentiatie naar x ook op de factoren B , b_ω en f_m moet worden toegepast, is het gewenscht, niet de dynamische vergelijking, doch de continuïteitsvergelijking naar x te differentieëren. Dit beteekent, dat niet σ , doch η wordt geëlimineerd.

De differentiatie heeft tot resultaat:

$$\begin{aligned} \frac{\delta^2 \sigma}{\delta x^2} &= -B \frac{\delta^2 \eta}{\delta x \delta t} + q B \frac{\delta \eta}{\delta t} = -B \frac{\delta^2 \eta}{\delta x \delta t} - q \frac{\delta \sigma}{\delta x} \\ \frac{\delta^2 \eta}{\delta x \delta t} &= -\frac{1}{g f_m} \frac{\delta^2 \sigma}{\delta t^2} + \frac{S(B + b_\omega)}{B g f_m^2} \frac{\delta^2 \sigma}{\delta x \delta t} - \frac{m_1 j^*}{\sigma_0} \frac{\delta \sigma}{\delta t} - m_0 \chi j^* \frac{\delta \eta}{\delta t} \end{aligned}$$

Thans kan η worden geëlimineerd.

$$\begin{aligned} -\frac{\delta^2 \sigma}{\delta x^2} - q \frac{\delta \sigma}{\delta x} &= -\frac{B}{g f_m} \frac{\delta^2 \sigma}{\delta t^2} + \frac{S(B + b_\omega)}{g f_m^2} \frac{\delta^2 \sigma}{\delta x \delta t} - \\ &\quad - \frac{B m_1 j^*}{\sigma_0} \frac{\delta \sigma}{\delta x} + m_0 \chi j^* \frac{\delta \sigma}{\delta x} \end{aligned} \quad (88)$$

Het feit, dat de coëfficiënten van de vergelijking (88) niet constant zijn, maakt deze onhandelbaar. Slechts een min of meer gedurfde vereenvoudiging — welke het strenge karakter aan de af te leiden formules ontnemt — kan hier baten; de variabele factoren in de coëfficiënten van de termen in het rechterlid dienen door constanten te worden vervangen. Voor den eersten term is $f_m : B = H_1$ (gemiddelde diepte), zoodat deze coëfficiënt inderdaad constant is. Bij den tweeden is constantheid alleen te bereiken door de afvoersnelheid $V = S : f_m$, welke met het profiel varieert, door een constanté maatgevende waarde V' te vervangen.

In de beide laatste coëfficiënten dienen B , b_ω en f_m te worden vervangen door een maatgevende waarde B' , b_ω' en f_m' en

zullen j^* en σ_0 eveneens als constante, maatgevende waarden moeten worden behandeld.

Stelt men daarna $\sigma = C_1 e^{\text{int} + r_1 x}$, dan vindt men als karakteristieke vergelijking:

$$r^2 + r \left[m_0 \chi j^* + q + \frac{V'}{gH_1} \frac{B + b_\omega}{B} n i \right] + \left[\frac{n^2}{gH_1} - \frac{B' m_1 j^* n}{\sigma_0} i \right] = 0. \quad (89)$$

Met de beide wortels r_1 en r_2 hiervan is te schrijven:

$$\sigma = C_1 e^{\text{int} + r_1 x} + C_2 e^{\text{int} + r_2 x} \quad (90)$$

waarna uit de continuïteitsvergelijking is af te leiden:

$$\eta = - \frac{r_1}{B n i} C_1 e^{\text{int} + r_1 x} - \frac{r_2}{B n i} C_2 e^{\text{int} + r_2 x} \quad (91)$$

Hierin is echter B eveneens bepaald door een e -functie.

Voegt men de e -functies tezamen, dan ontstaat:

$$\eta = - \frac{r_1}{B_0 n i} C_1 e^{\text{int} + (r_1 + q) x} - \frac{r_2}{B_0 n i} C_2 e^{\text{int} + (r_2 + q) x}$$

Voor η blijkt dus een andere karakteristieke vergelijking te gelden dan voor σ en wel zijn de wortels r_1' en r_2' gelijk aan respectievelijk $r_1 + q$ en $r_2 + q$.

Dus geldt:

$$\begin{aligned} r_1' + r_2' &= r_1 + r_2 + 2q = -m_0 \chi j^* - q - \\ &- \frac{V'}{gH_1} \frac{B + b_\omega}{B} n i + 2q = -m_0 \chi j^* + q - \frac{V'}{gH_1} \frac{B + b_\omega}{B} n i \end{aligned}$$

en:

$$\begin{aligned} r_1' r_2' &= (r_1 + q)(r_2 + q) = r_1 r_2 + q(r_1 + r_2) + q^2 = \\ &= \frac{n^2}{gH_1} - \frac{B' m_1 j^* n}{\sigma_0} i - q m_0 \chi j^* - q^2 - \frac{q V'}{gH_1} \frac{B + b_\omega}{B} n i + q^2 = \\ &= \frac{n^2}{gH_1} - \frac{B' m_1 j^* n}{\sigma_0} i - q m_0 \chi j^* - \frac{q V'}{gH_1} \frac{B + b_\omega}{B} n i \end{aligned}$$

De laatste term in deze uitdrukking kan zonder bezwaar worden verwaarloosd.

De karakteristieke vergelijking voor het verticaal getij, welke

r_1' en r_2' tot wortels heeft, is dus:

$$r'^2 + r' \left[m_0 \chi j^* - q + \frac{V'}{gH_1} \frac{B + b_\omega}{B} ni \right] + \left[\frac{n^2}{gH_1} - \frac{B' m_1 j^* n}{\sigma_0} i - \right. \\ \left. - q m_0 \chi j^* \right] = 0. \quad (92)$$

De negatieve wortel r_1' van deze vergelijking geeft een beeld van de voortplanting van het verticaal getij, in den zin, dat als $r_1' = -\mu' - i\nu'$, de amplitude over een afstand x afneemt

tot $e^{-\mu'x}$ en de fase toeneemt met $\frac{\nu'x}{2\pi} \times 360^\circ$.

Deze benaderende methode zal eveneens worden getoetst op het traject Krimpen—Vreeswijk. Op grond van de gegevens, verzameld in § 17, en de weergeving daarvan in tabel IX zijn de volgende waarden voor het schema aangenomen.

Periode I: gemiddelde waarde van f_m' : 1,20; van B' : 0,290; van b_ω' : 0,230; van R_m' : 5,20; van χ : 0,55.

Maatgevende waarde van σ_0 : 0,200.

Bij de bepaling van den coëfficiënt q is een moeilijkheid, dat in werkelijkheid b_ω , B en f_m niet evenredig aan elkaar veranderen. De aan te nemen functie e^{-qx} zal in dat geval in hoofdzaak door den gang in f_m worden bepaald.

Hier is aangenomen $q = 0,200$, wat tusschen Krimpen en Vreeswijk een vermindering beteekent tot $e^{-0,200 \times 3,82} = 0,465$ van de oorspronkelijke waarde.

Periode II: gemiddelde waarde van f_m' : 1,000; van B' : 0,270; van b_ω' : 0,225; van R_m' : 4,45; van χ : 0,60.

Maatgevende waarde van σ_0 : 0,420.

Voor q is 0,280 gesteld, overeenkomende met een profielvermindering tusschen Krimpen en Vreeswijk van $e^{-0,280 \times 3,82} = 0,342$ van de oorspronkelijke waarde.

Met deze aannamen verloopt de berekening als is aangegeven in tabel XIV. Daarin is tevens berekend het resultaat, dat zou optreden als $q = 0$ was gesteld, dus als een prismatische rivier zonder terugkaatsingen was aangenomen. Dit laatste

Tabel XIV.

Berekening trechtervormig vak
Krimpen—Vreeswijk.

	Periode I ($S = 0,920$)	Periode II ($S = 0,270$)
f_m'	1,20	1,00
B'	0,290	0,270
b_{ω}'	0,230	0,2250
R'	5,20	4,45
χ	0,55	0,60
σ_0	0,200	0,400
q	0,200	0,280
$C^2 f_m'^2 R_m'$	1,70	1,00
$j^* = S_0^2 : C^2 f_m'^2 R_m'$	0,50	0,16
$\sigma_0 : S$ resp. $S : \sigma_0$	0,218	0,675
m_0	1,02	0,92
m_1	0,436	1,40
$V' = S : f_m'$	0,765	0,27
$H_1 = f_m' : B'$	4,30	3,70
$m_0 \chi j^*$	0,280	0,088
$(V' n : g H_1) (B' + b_{\omega}') : B'$	0,046	0,019
$n^2 : g H_1$	0,047	0,055
$q m_0 \chi j^*$	0,056	0,025
$B' m_1 j^* n : \sigma_0$	0,444	0,213
voor $\left\{ \begin{array}{l} \text{coëfficiënt van } r \\ \text{bekende term} \end{array} \right.$	$0,280 + 0,046 i$ $0,047 - 0,444 i$	$0,088 + 0,019 i$ $0,055 - 0,213 i$
voor q als aan- genomen $\left\{ \begin{array}{l} \text{coëfficiënt van } r \\ \text{bekende term} \end{array} \right.$	$0,080 + 0,046 i$ $- 0,009 - 0,444 i$	$- 0,192 + 0,019 i$ $0,030 - 0,213 i$
voor $q = 0$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{wortel } r_1 \\ 3,82 \ r_1 \\ \text{damping} \\ \text{verlating} \end{array} \right.$	$- 0,600 - 0,512 i$ $- 2,29 - 1,96 i$ 0,101 112°	$- 0,334 - 0,379 i$ $- 1,28 - 1,45 i$ 0,278 83°
voor q als aan- genomen $\left\{ \begin{array}{l} \text{wortel } r_1 \\ 3,82 \ r_1 \\ \text{damping} \\ \text{verlating} \end{array} \right.$	$- 0,517 - 0,490 i$ $- 1,98 - 1,87 i$ 0,138 107°	$- 0,213 - 0,350 i$ $- 0,814 - 1,34 i$ 0,443 77°

resultaat kan worden vergeleken met de becijfering van het volgens § 18 geschematiseerde riviervak, met verwaarloozing der terugkaatsingen, zooals deze op blz. 160 is uitgevoerd.

Voor periode I geeft deze becijfering een demping tot 0,091 en een verlating van 114° tegen 0,101 en 112° volgens tabel XIV, terwijl periode II geeft 0,264 en 87° tegen 0,278 en 83° volgens tabel XIV. De voor de prismatische rivier gekozen afmetingen zijn dus een goed gemiddelde van die, welke tusschen Krimpen en Vreeswijk voorkomen en de verwaarloozing van den trechtervorm, dus van de terugkaatsingen, leidt ook thans tot een verkeerd beeld van de demping.

De resultaten volgens formule (92) zijn daarentegen zeer bevredigend. Voor periode I is het resultaat een demping tot 0,138 en een verlating van 107° tegen 0,145 en 83° volgens de waarnemingen. Periode II geeft een demping tot 0,443 en een verlating van 77° tegen 0,457 en 81° volgens de waarnemingen.

De overeenstemming tusschen berekening en werkelijkheid is dus goed; de eenige afwijking van beteekenis treedt weer op bij de faseverlating in periode I, waaromtrent het in § 19 gezegde van toepassing is.

Gezien de theoretische zwakkere fundeering van deze methode en de grootere willekeur bij het schematiseeren, volgt uit deze overeenstemming niet, dat de thans gegeven berekening in alle omstandigheden zal voldoen. Wil men zekerheid, dan zal een uitgebreide berekening met korte vakken, welke scherp zijn te schematiseeren, niet kunnen worden ontgaan. Doch voor globale resultaten, in omstandigheden, welke met die op de Lek zijn te vergelijken, zal het gebruik van formule (92), waarin dus de trechtervorm van de rivier is verwerkt, tot een vlotte en overzichtelijke bepaling van de getijvoortplanting leiden.

HOOFDSTUK V.

PROEVE VAN EEN STORMVLOEDBEREKENING OP EEN BENEDENRIVIER.

§ 21. Het gestelde probleem en de wijze van behandeling.

De omstandigheden, welke bij stormvloeden aanwezig zijn, kunnen dermate verschillen, dat van een algemeene methode, volgens welk elk stormvloedsprobleem kan worden aangepakt, geen sprake is (vergl. Inleiding).

In dit hoofdstuk wordt een methode gegeven, welke in hoofdzaak is gebaseerd op denzelfden gedachtengang, als in Hoofdstuk III voor de getijberekening is ontwikkeld en welke dus eveneens kan worden beschouwd als een uitwerking van de door Lorentz aangegeven principes.

De methode is ontstaan ter oplossing van een door de practijk gesteld stormvloedsprobleem. Gezien den nauwen samenhang tusschen den aard van een probleem en de keuze van de daarvoor toe te passen methode, zal het noodig zijn, allereerst het gestelde probleem te omschrijven. Dit werd gevormd door de vraag naar de gevolgen, welke een stormvloedvrije afsluiting van de stroomgebieden van de Donge en het Oude Maasje door dijken bij den mond van deze riviertjes en van het overgrootste deel van het Bergsche Veld door een dijk langs de noordzijde van den Amer zou hebben ten aanzien van de in de omgeving te verwachten stormvloedstanden.

In deze gebieden liggen groote oppervlakten land achter niet stormvloedvrije kaden, welke kort voor of tijdens het hoogtepunt van een hoogen vloed beginnen over te loopen en doorbreken. Aan den Amer worden zoodoende op het hoogtepunt van een stormvloed groote hoeveelheden water onttrokken,

hetwelk een verlagenden invloed uitoefent op de stormvloedstanden in de omgeving. Het verhinderen van deze inundaties zal dus stormvloedverhoogend werken.

Uit de waterstanden bij verschillende stormvloeden bleek, dat de vloed van 13—14 Januari 1916 als maatgevend kan worden beschouwd, zoodat het probleem in hoofdzaak neerkwam op het bepalen van de maximumstormvloedstanden bij een vloed als den genoemden, indien daarbij de ontworpen afsluitingen aanwezig zouden zijn.

De gebieden, die door de verhooging worden beïnvloed en omgekeerd invloed uitoefenen op de verhooging in andere punten, zijn zeer uitgestrekt en omvatten een groot deel van de Zuidhollandsche en Zeeuwsche benedenrivieren. Al naar hun ligging t.o.v. het uitgangspunt der verandering zijn een viertal gebieden te onderscheiden (vergelijk de kaart fig. 13).

A. de Amer tusschen het punt van samenkomst met de Nieuwe Merwede (aangeduid als Anna Jacomina) en Keizersveer. Dit is het gebied, waarin de veranderingen van de waterbeweging hun oorsprong vinden. In het gebied zelf treedt na de afsluiting een toestand op, welke grondig verschilt van dien zonder afsluitingen.

B. De Bergsche Maas, waar de toestanden worden beheerscht door den als randvoorwaarde fungeerenden waterstand te Keizersveer. De in dit punt optredende stormvloedverhooging plant zich stroomopwaarts voort, daarbij in hoogte afnemend. De wijze, waarop dit gebeurt, oefent omgekeerd weer invloed uit op de waterbeweging in den Amer en verder zeewaarts en dus ook op de in gebied A ontstaande stormvloedverhooging.

C. De zijtakken, als hoedanig zijn te beschouwen Nieuwe Merwede en Dordtsche Kil, met hun voortzettingen in de Beneden Merwede, Waal, Oude Maas en Noord. De toestanden in dit gebied staan onder invloed van de waterstanden te Anna Jacomina en Moerdijk en de stormvloedverhooging plant zich daardoor ook in dit gebied voort, terwijl deze voortplanting

omgekeerd de stormvloedverhooging te Anna Jacomina e.o. beïnvloedt.

D. Het Hollandsch Diep bewesten Anna Jacomina met de aansluitende zeearmen. Het transporteerend vermogen van de hier aanwezige geulen is van groot belang bij de vraag, welke waterstandsverhooging het wegvallen van de polderinundaties zal meebrengen en op welke wijze de verhooging zeewaarts zal verdwijnen.

De foutenbronnen, welke in deze gebieden kunnen optreden door onjuiste aannamen van geulafmetingen en afvoerconstanten zijn zoo groot, dat het zeer gewenscht is, deze en de toe te passen rekenmethoden te toetsen door allereerst met behulp van dezelfde aannamen en methoden de voorgekomen toestand na te rekenen. Bij voorkeur zou men de geheele oplossing willen gieten in den vorm van twee vergelijkende berekeningen, resp. voor den voorgekomen en voor den te verwachten toestand (aangeduid resp. als de toestanden I en II). Dit is echter slechts mogelijk voor de gebieden B en D. Voor gebied C zou de berekening van toestand II het noodig maken, de Noord en de Oude Maas met wellicht nog aansluitende geulen, volledig in de beschouwingen te betrekken en daardoor een belangrijke uitbreiding van het rekenwerk hebben veroorzaakt.¹⁾ Voor gebied A, de Amer, is een vergelijkingsberekening onmogelijk, omdat de waterbewegingen bij de toestanden I en II zeer ongelijkvormig zijn en niet volgens dezelfde methode kunnen worden berekend. Bovendien hangt toestand I hier af van een groot aantal, moeilijk zuiver in rekening te brengen of zelfs geheel onbekende factoren, zooals de juiste kadehoogten van de polders en de oogenblikken, waarop de kaden zijn doorgebroken. Een berekening van toestand I voor den Amer bezit zodoende weinig waarde als contrôle van een methode, doch is meer te

¹⁾ Voor toestand I kan men deze moeilijkheid ontgaan door een waargenomen waterstandskromme op een dichterbij gelegen punt als randvoorwaarde te gebruiken.

beschouwen als een aanwijzing van de manier, waarop de vuling van de ingelooopen polders is geschied.

De berekening van toestand II voor gebied A is daarom als een zuivere toestandsberekening te beschouwen, waarbij dus fouten door verkeerde aannamen e.d. niet zijn te elimineeren. Om dit bezwaar zooveel mogelijk op te heffen, is echter langs anderen weg gecontroleerd of de voor den Amer aangenomen geulprofielen enz. een bevredigend beeld van toestand I konden geven. Dit geschiedde door vergelijking van het uit waarnemingen bekende verval op den Amer met den stroom, welke met behulp van zooveel mogelijk gegevens uit de berging in het achter- en omliggende gebied werd berekend. Een aantal vrij onzekere schattingen — bv. van de oogenblikken, waarop bepaalde kaden waren doorgebroken — moesten worden gemaakt en daardoor zou ongetwijfeld ook bij verkeerde geulprofielen de stroom op een bepaald moment bij het verval zijn aan te passen. Indien echter, zooals is geschied, deze bergingsberekening over een lang tijdvak vóór en na den storm wordt uitgestrekt, is de mogelijkheid tot verkeerde aanpassing veel kleiner. Als bv. de geulprofielen te groot zijn aangenomen, is een sterkere stroom noodig, welken men aanvankelijk kan verkrijgen door de kadedoorbraken vroeger te stellen. Daardoor vermindert echter de stroom tijdens en na het hoogtepunt van den storm en de afwijking tusschen stroom en verval zal alsdan grooter worden. Een behoorlijke overeenstemming tusschen deze beide over de geheele berekende periode is dus een sterke aanwijzing, dat het afvoerend vermogen van den Amer vrij juist is weergegeven en waarborgt dus een goede basis voor de berekening van toestand II, mits de daarbij gebruikte methode op andere wijze is getoetst.

Voor gebied C is toegepast een z.g. veranderingsberekening. Hierbij wordt het verschil tusschen de toestanden I en II opgevat als een zelfstandige toestand III. Natuurlijk mag daarbij niet de toestand III op zich zelf worden berekend en volgens het superpositiebeginsel worden gesteld, dat toestand II is te

beschouwen als de som van de toestanden I en III. Immers gaat dit beginsel, in hoofdzaak wegens het kwadratische karakter van den weerstand, voor de waterbeweging niet op. Wel is echter de samenstelling van toestand II uit de toestanden I en III mogelijk, indien bij de berekening van III volledig rekening wordt gehouden met den invloed van de reeds aanwezige waterbeweging volgens I.

Indien bv. in een bepaald vak in de drie toestanden stroomen loopen, groot resp. s_1 , s_2 en s_3 , waarbij $s_2 = s_1 + s_3$, dan is het natuurlijk onjuist om te stellen, dat het verval $j_2 = j_1 + j_3$, als j_1 en j_3 de vervallen zijn ten gevolge van de stroomen s_1 en s_3 . Doch wel geldt, dat het verschil der vervallen j_2 en j_1 gelijk is aan den invloed j_3' , welken het toevoegen van den stroom s_3 aan den stroom s_1 op het verval heeft. Voor het weerstandsverval bv. zou gelden, indien de weerstandswet zuiver kwadratisch is, zoodat het verval $= \alpha s^2$ kan worden gesteld:

$$j_3' = \alpha (s_1 + s_3)^2 - \alpha s_1^2 = 2 \alpha s_1 s_3 + \alpha s_3^2,$$

waarbij vaak, indien s_3 klein is t.o.v. s_1 (en voor dergelijke gevallen biedt een veranderingsberekening het meeste voordeel), de tweede term van het rechterlid kan worden verwaarloosd t.o.v. den eersten.

Wordt ook ten aanzien van andere factoren bij de berekening van toestand III steeds volledig rekening gehouden met het reeds aanwezig zijn van toestand I, dan vormt zoo'n veranderingsberekening een geschikt instrument, dat in bepaalde omstandigheden met voordeel kan worden toegepast. Voor gebied C is dit het geval, omdat voor den verschiltoestand III de randvoorwaarden overal, behalve bij de knooppunten met het Hollandsch Diep, nul zijn en de voortplanting van de verhooging op deze punten naar het noorden veel eenvoudiger kan worden nagegaan, dan dat de optredende toestanden I en II, onder invloed van ingewikkelde randvoorwaarden aan alle zijden van het gebied, konden worden becijferd.

Ter contrôle van de geulaannamen van de belangrijkste vakken is bovendien voor toestand I een toestandsberekening uit-

gevoerd, waarbij echter de waargenomen stormvloedslijn te Dordrecht mede als randvoorwaarde is ingevoerd, zoodat de invloed van Noord, Oude Maas en aansluitende rivieren is uitgeschakeld.

Was aldus de wijze van behandeling aangewezen, zoo rees daarna de vraag, welke berekeningsmethode diende te worden toegepast. Een blik op het gebied is voldoende om aan te toonen, dat hier van een „exacte methode” geen sprake kon zijn; daarvoor is het veel te uitgestrekt en te veel vertakt (zie § 8). Ook waren de optredende faseverschillen veel te groot dan dat (zooals de S.C.L. had gedaan) een stationnaire strooming als benadering van de werkelijkheid kon worden benut. De grootte van het beïnvloede gebied maakte ook rekenwijzen, als door Lely en Canter Cremers voor den Rotterdamschen Waterweg waren benut, onmogelijk.

Daarna werd een poging gedaan tot toepassing van de methode van den periodieken stormvloed (zie § 4). Allereerst werd met zeer sterk vereenvoudigde schema's onderzocht, hoe groot de tijdsduur was, na welken de invloed van een randvoorwaarde practisch was uitgestorven. Bij deze schematische methoden werden de functies van waterberging en watertransport gescheiden; de waterberging werd geconcentreerd gedacht in bepaalde punten, welke door buizen met elkaar in verbinding stonden. Inplaats van partiële differentiaalvergelijkingen ontstonden zodoende gewone differentiaalvergelijkingen, waarvan integratie mogelijk was zonder gebondenheid aan bepaalde functies als randvoorwaarde. Gezorgd werd, dat het transporteerend vermogen van de buizen en het waterbergend vermogen in de punten goed overeenstemde met het transporteerend en waterbergend vermogen der geulen en gebieden in de werkelijkheid.

Het bleek, dat voor gebied D de minimum aan te houden periode betrekkelijk gering was, doch dat het in de gebieden A, B en C, met hun veel geringere gelegenheid tot wateraankomen afvoer, veel langer duurde eer de invloed van een bepaalde

randvoorwaarde was uitgestorven. Bovendien was, zooals in de figuren 9 en 12 wordt gedemonstreerd aan de stormvloedslijnen van Zierikzee, Brouwershaven en Hellevoetsluis eenerzijds, Keizersveer anderzijds, in de randvoorwaarden van gebied D het getijkarakter in veel sterker mate aanwezig dan in de verder binnenwaarts gelegen waterstandskrommen.

Een en ander maakte het mogelijk, in gebied D de werkelijke randvoorwaarden (welke werden afgeleid uit de waargenomen stormvloedslijnen van Zierikzee, Brouwershaven en Hellevoetsluis) te vervangen door sinusoïdes (zie fig. 9) met vrij hoogen middenstand op een wijze, dat belangrijke afwijkingen tusschen de sinusoïde en de stormvloedslijn slechts optraden op zoo vroege tijdstippen, dat de invloed hiervan tijdens de belangrijke uren van den stormvloed was uitgestorven. Op deze wijze kon de stormvloedberekening worden behandeld als een getijberekening volgens de in Hoofdstuk III behandelde methode, waaraan bovendien, wegens het klein zijn van den bovenafvoer, volgens § 20 nog een aantal vereenvoudigingen konden worden aangebracht. Natuurlijk diende de plaatselijke windinvloed in rekening te worden gebracht (zie volgende §).

Dat met deze methode, welke hier niet in details zal worden weergegeven, een zeer bevredigend resultaat werd bereikt, toont de in fig. 10 gegeven vergelijking van de berekende en waargenomen stormvloedslijnen te Bruinisse, Willemstad en Anna Jacomina. De hierbij optredende afwijkingen dragen volkomen hetzelfde karakter als de verschillen tusschen de werkelijke randvoorwaarden en de aangenomen sinusoïdes.

Voor de binnenwaarts gelegen gebieden was echter schematisatie van de stormvloedslijnen tot sinusoïdes niet toelaatbaar; de „periodieke” stormvloeden zouden hier te dicht opeen vallen, dan dat op het hoogtepunt van den éénen de invloed van den vorigen reeds zou zijn verdwenen. Dit bezwaar verdwijnt, indien de stormvloedslijnen worden weergegeven door de som van twee sinusoïdes met verschillende periode (resp. van de orde van een half en van een heel etmaal), waardoor de voor-

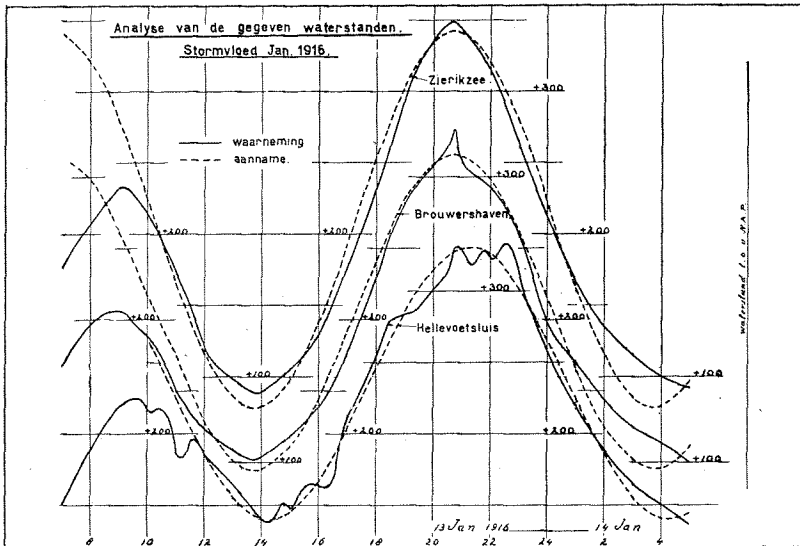


fig. 9. Benadering van stormvloedlijnen door getijlijnen

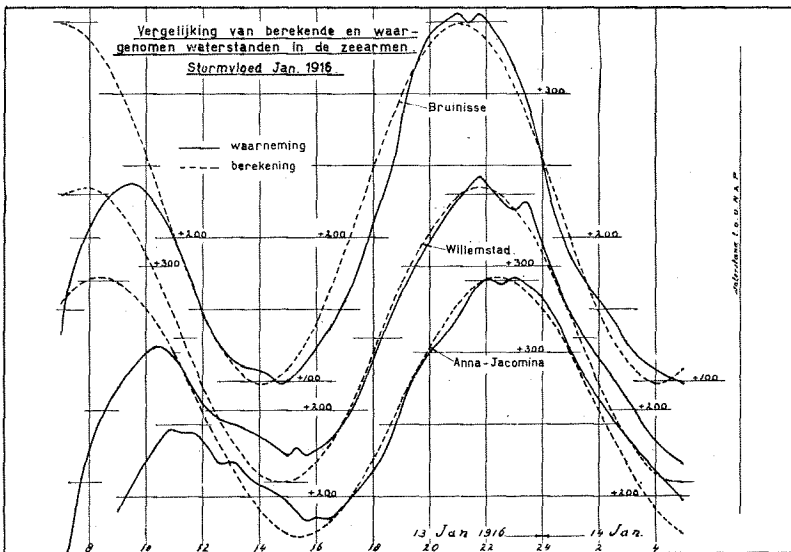


fig. 10. Resultaten van de berekening van een stormvloed als getij

gekomen waterstanden over een periode van 24 uur voldoende kunnen worden benaderd. De in § 4 uiteengezette theoretische bezwaren hiertegen bleken echter bij een proefrekening op de Bergsche Maas ook practisch van grooten invloed, vooral omdat de weerstand hier een overwegende rol speelde, terwijl bovendien moeilijkheden ontstonden bij het weergeven van den invloed van de door het langzame getij veroorzaakte schommelingen van de waterstanden op het profiel en dus op den weerstand, welke het snellere getij ondervond. Het bleek uiterst gewenscht, om naast een permanenten afvoer slechts één type getijbeweging in te voeren.

Een uitweg bood de overweging, dat de vereenvoudigde bewegingsvergelijkingen niet uitsluitend zijn te integreeren met behulp van harmonische functies, doch ook met exponentieele functies en eveneens met gemengde functies in den vorm $e^{\mu t} \times \cos \nu t$. Inderdaad bleek het bij den onderzochten stormvloed mogelijk, deze met dergelijke functies te benaderen, zonder dat ontoelaatbare afwijkingen ontstonden.

Aan de hand van fig. 12 is dit als volgt aan te toonen.

Uit de weergegeven krommen blijkt, dat de te Keizersveer na de aanvankelijke rijzing tusschen 13 en 17 uur optredende waterstandsdeling zich ook te Heesbeen en Hedel, zij het in verzwakte mate, doet gevoelen. Dit bewijst, dat de omstreeks 18 uur te Hedel en Heesbeen optredende hoogwaterstanden (van resp. + 2,95 m en + 3,68 m) hooger zijn dan de permanente stand, welke zou behooren bij den laagwaterstand van + 2,06 m te Keizersveer. Ook volgt hieruit, dat het achterblijven van de waterstanden hoogerop, vergeleken met de permanenties, behorende bij de gelijktijdige standen te Keizersveer (zooals vóór 13 uur het geval was) in de periode van 13—17 uur geheel wordt ingehaald.

De toestand vóór 13 uur zal dus geen noemenswaardigen invloed meer uitoefenen op het verloop van de waterstanden bij de voortgezette rijzing na 17 uur.

Dit verloop zou niet veranderen, indien te Keizersveer, in

plaats van de vóór 13 uur opgetreden snelle rijzing, permanent een waterstand tusschen $+2,40$ m en $+2,08$ m (standen te 13 en 17 uur) zou zijn voorgekomen, en evenmin indien de waterstand tusschen de genoemde peilen zou hebben geschommeld.

Het blijkt nu, dat aangegeven kan worden een functie van den vorm $e^{\mu t} \cos \nu t$ of, eenvoudiger geschreven, van den vorm e^{nt} , waarbij n complex is, en die aan de volgende voorwaarden voldoet:

a. na 18 uur tot voorbij het hoogtepunt van den stormvloed, zijn de afwijkingen tusschen deze functie en den waterstand te Keizersveer miniem;

b. tusschen 10 en 18 uur zijn de afwijkingen iets grooter, maar afwisselend naar boven en beneden, zoodat de invloed op den toestand bij het hoogtepunt van den stormvloed gering is;

c. vóór 10 uur slingert de functie met kleine afwijkingen om den permanenten stand van $+2,25$ m.

Een dergelijke functie als randvoorwaarde zal dus den toestand in de belangrijke periode der maximumwaterstanden goed kunnen weergeven en het loont daarom de moeite, de bewegingsvergelijkingen geschikt te maken voor integratie met behulp van functies van den besproken vorm.

Van de volledige berekeningen, welke voor de oplossing van het gestelde probleem noodig waren, zal hier slechts één onderdeel nader worden behandeld en wel dat onderdeel, waarbij het karakter van de laatstgenoemde berekeningsmethode het duidelijkst naar voren treedt. Dit is de berekening van den voorgekomen toestand in het gebied boven Keizersveer.

Vooraf wordt echter een uiteenzetting gegeven van de wijze, waarop de directe windinvloed in de berekening kan worden weergegeven. Hoewel zal blijken, dat deze invloed juist in het gebied boven Keizersveer te verwaarloozen is, kan de behandeling er van niet worden gemist, daar deze veelal bij storm-

vloeden van zooveel beteekenis is, dat hij in rekening moet worden gebracht.

Daarna volgt de afleiding der formules, waartoe de methode aanleiding geeft en waarbij van dezelfde principes wordt uitgegaan als bij de afleidingen van Hoofdstuk III, doch nu aangepast bij de omstandigheden tijdens stormvloed. Als aangeselsel is gegeven de wijze, waarop globaal met den invloed van inundaties langs de rivier rekening kan worden gehouden. Bij de Bergsche Maas was dit niet noodig, doch voor de tot gebied C behorende rivieren, Nieuwe Merwede en Beneden Merwede, is deze methode toegepast.

Tenslotte volgt de uitgewerkte toepassing der formules op de Bergsche Maas en de toetsing der resultaten aan de waarnemingen.

§ 22. Het weergeven van den directen windinvloed.

Een over het water strijkende wind met snelheid w oefent op de wateroppervlakte een kracht uit. De invloed hiervan ¹⁾ zal afhangen van de omstandigheden, waaronder de watermassa verkeert. Is deze in rust, dan zal de windkracht eerst de bovenste waterlagen en vervolgens ook de diepere in beweging brengen en er ontstaat een z.g. driftstroom, met een snelheidsverdeeling over de verticaal als in fig. 11 b is aangegeven. Is de wateroppervlakte beperkt, dan zal spoedig aan den lagerwal een ophooping van water (opwaaiing) en aan den opperwal afwaaiing ontstaan. Dit veroorzaakt een tegen den wind inge-richt verhang van den waterspiegel en dus ook een stroom, welke den driftstroom tegenwerkt. Is de opwaaiing zooveel gegroeid, dat deze verhangstroom evenveel water verplaatst als de driftstroom, dan treedt een stationnaire toestand op, de z.g. evenwichtsupwaaiing. Daarbij staat de waterspiegel onder

¹⁾ In het volgende is steeds aangenomen, dat de gebieden zoo nauw of ondiep zijn, dat de aardrotatie (verg. 1) buiten rekening kan worden gelaten.

een verhang j_w en treedt een stroomverdeeling op, als in fig. 11 c is aan gegeven; in de bovenste lagen trekt de stroom met den wind, doch in de onderste lagen is deze tegengesteld gericht.

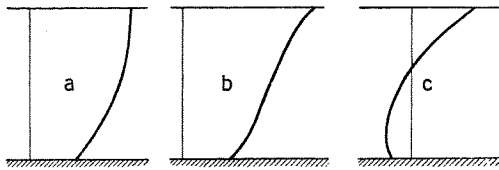


fig. 11. Snelheidsverdelingen over een verticaal.

- a. verhangstroom.
- b. driftstroom.
- c. evenwichtopwaaïing.

Is de watermassa in beweging, dan zal de windinvloed zich op deze beweging, al dan niet met eenige modificatie, superponeeren en de driftstroom zal zich kenbaar kunnen maken door een vermeerdering of vermindering van den aanwezigen stroom en na eenigen tijd zal dit een vermeerdering of vermindering van het verhang hebben bewerkt, waarna een evenwichtstoestand met den oorspronkelijken stroom doch een gewijzigd verhang kan worden bereikt.

De behandeling van den windinvloed brengt eigenaardige moeilijkheden mee, welke hun grondoorzaak vinden in het volgende.

De in de dynamische vergelijking optredende traagheidsterm $\frac{1}{g} \frac{\delta s}{\delta t}$ en verhangterm $\frac{\delta \eta}{\delta x}$ stellen krachten voor, welke op elk waterdeeltje in de beschouwde verticaal op dezelfde wijze inwerken. Dergelijke krachten zullen worden aangeduid als ruimtekraften. Daarentegen is de weerstandsterm te beschouwen als een kracht, welke in de grensvlakken van de watermassa werkt en dus als oppervlaktekracht kan worden aangeduid. Zooals in § 10 is uiteengezet, kan met behulp van empi-

risch bepaalde coëfficiënten en onder afzien van het weergeven van de snelheidsverdeeling langs de verticaal, dit onderscheid worden verwaarloosd en de weerstand met de werkende ruimtekraften te zamen in één vergelijking worden behandeld. Deze mogelijkheid bestaat, omdat de snelheidskrommen in de vroeger behandelde gevallen steeds eenzelfde vorm vertoonen, zoodat de weerstandsterm onafhankelijk van de andere optredende krachten door steeds dezelfde kracht kan worden weergegeven.

Met den windinvloed treedt een tweede oppervlaktekracht op, en ook deze zal in de vergelijkingen door een ruimtekraft moeten worden vervangen. Echter vertoonen thans de snelheidskrommen niet een constanten vorm, doch deze varieert met de onderlinge verhouding van de windkracht en de ruimtekraften, en ook de wrijvingsweerstand, welke door de bodemsnelheid wordt beheerscht, zal een functie van deze verhouding zijn. Om deze onafhankelijkheid exact weer te geven, zou moeten worden ingegaan op de overdracht van horizontale krachten in een verticaal. Dit komt neer op het nagaan van de weerstanden in een turbulente strooming, hetgeen (vergelijk § 10) voorloopig nog niet exact mogelijk is.

Door Lorentz is echter een zeer vernuftige methode uitgewerkt, welke, zonder de pretentie te hebben tot exacte waarden voor de stroomverdeeling enz. te leiden, in staat stelt op handige wijze betrouwbare benaderingen voor de in verschillende gevallen optredende stroomkrommen te berekenen. Voor de uiteenzetting van deze methode zij verwezen naar verslag S.C.L. §§ 34, 54, 56 en 149—150; hier is slechts van belang, dat zij leert dat voor elke oppervlaktekracht een ruimtekraft is aan te geven, welke denzelfden invloed op het resulterend watertransport uitoefent, doch dat de grootte van deze ruimtekraft niet eenduidig door de oppervlaktekracht wordt bepaald, doch mede afhangt van andere aanwezige krachten (verhang, weerstand, traagheid). Steeds is daarbij de oppervlaktekracht kleiner dan de aequivalente, over de waterdiepte gesommeerde

ruimtekracht. De noodzakelijkheid hiervan is gemakkelijk in te zien als men bedenkt, dat steeds bij het optreden van windkracht de volgens de windrichting gemeten bodemsnelheid kleiner is dan die, welke bij een gelijkwaardige ruimtekracht zou optreden (vergelijk figuur 11). Daardoor zal de waarde van de bodemwrijving, gemeten tegen de windrichting, bij de ruimtekracht het grootst zijn. Een ruimtekracht wordt dus als het ware door de bodemwrijving meer tegengewerkt dan een oppervlaktekracht en zal dus, om denzelfden invloed te verkrijgen, grooter moeten zijn.

Hoe de verhouding tusschen de oppervlaktekracht en de gelijkwaardige gesommeerde ruimtekracht is, hangt echter af van de andere omstandigheden. Bij normale afvoercoëfficiënten zal volgens de turbulentietheorie van Lorentz deze verhouding ξ , afhankelijk van de naast den windinvloed optredende krachten, schommelen tusschen 1,02 en 1,23, hetgeen een fluctuatie beteekent van 20 %.

Hieruit volgt dus, dat in het algemeen, als men van te voren niet bekend is met den bewegingstoestand, waarop de windinvloed wordt gesuperponeerd, daarbij een onzekerheid van minstens 10 % moet optreden. Is echter, bv. uit proefberekeningen, bekend, dat een bepaald vak in de critieke periode in hoofdzaak in een bepaalde omstandigheid zal verkeerren, dan kan men den coëfficiënt ξ kiezen als passende bij deze omstandigheid. Zoo is bv. voor evenwichtsopwaaïing $\xi = 1,05$ en voor een zuiveren driftstroom $\xi = 1,12$, beide bij aannemen van de bovenbedoelde normale afvoercoëfficiënten.

De waarde van den windinvloed als functie van windsnelheid en andere omstandigheden dient door waarnemingen te worden geleverd en de moeilijkheden van het meten van stroomen bij sterken wind zijn oorzaak, dat deze waarnemingen uitsluitend betrekking hebben op het geval van evenwichtsopwaaïing, waarbij de waterspiegel onder een verhang j_w staat. Ter bepaling van dit verhang waren vóór de instelling der S.C.L. slechts weinig gegevens beschikbaar en door deze commissie is daar-

om getracht, door waarnemingen in de Zuiderzee en elders (verslag S.C.L., §§ 19—20 en 60—63) tot een goede formule voor j_w te komen. De resultaten zijn niet zeer nauwkeurig en de opgestelde formule kan als niet meer dan een eerste stap naar een goede weergeving van het opwaaiingsverschijnsel worden beschouwd. Practisch zal echter de nauwkeurigheid nimmer hoog kunnen worden opgevoerd, al was het slechts hierom, dat, zooals menigmaal is gebleken, de op een onderzocht traject aanwezige gemiddelde windsnelheid slechts met belangrijke onzekerheid is te bepalen. De schaarsche windmetingen in de omgeving wijken wel steeds zooveel uiteen, dat een groote onnauwkeurigheid aan de interpolatie blijft kleven.

Als formule, die nog het beste alle beschikbare waarnemingen benadert, kan worden gesteld:

$$j_w = 0,036 \frac{w^2}{h} \quad (93)$$

waarin de windsnelheid w in m/sec, h in m en j_w in cm per km is uitgedrukt.

Deze formule geldt uitsluitend voor de opwaaiing in de windrichting of, bij beschouwing van een geul, als de wind zuiver volgens de geulas waait. In andere gevallen zal, als γ den hoek voorstelt tusschen de windrichting en de richting, volgens welke men de opwaaiing wenschte te kennen, aan (93) den factor $\cos \gamma$ moeten worden toegevoegd:

$$j_w = 0,036 \frac{w^2}{h} \cos \gamma = \frac{F}{h} \quad (94)$$

waarbij dus F den windinvloed $0,036 w^2 \cos \gamma$ weergeeft.

Op de complicaties, die ontstaan, indien de diepten loodrecht op de windrichting niet constant zijn, zal hier niet diep worden ingegaan. Er stelt zich dan een verhang in, bepaald door een waarde van h tusschen de uiterste optredende waarden in. Op de ondiepere gedeelten ontstaat dan een resulterende stroom met den wind mee, op de diepere een resulterende tegen den wind gerichte stroom. Er treedt dus een horizontale circulatie

op. Bij de bepaling van de het evenwichtsverhang bepalende diepte, zal aan de groote diepten een grooter gewicht moeten worden toegekend dan aan de kleine (vergelijk verslag S.C.L. § 61).

In den toestand van evenwichtsopwaaiing zal de voor den wind in te voeren ruimtekraft gelijk moeten zijn aan de ruimtekraft, uitgeoefend door het evenwichtsverhang j_w . In dit geval is de in te voeren ruimtekraft per volume-eenheid dus:

$$\rho g j_w = \frac{\rho g}{h} F \quad (95)$$

Zooals boven is uiteengezet, zal de in de vergelijking te gebruiken ruimtekraft niet steeds gelijk moeten zijn aan (95), doch hiervan enkele procenten kunnen afwijken. Geeft men deze onzekerheid, welke practisch weinig beteekent, aan door een coëfficiënt ζ^* voor het rechterlid van (95) te plaatsen, dan zal aan de dynamische vergelijking in den vorm (45) een term van deze gedaante moeten worden toegevoegd, zoodat deze luidt:

$$j + \frac{\delta \eta}{\delta x} = \dots + \zeta^* \frac{F}{h} \quad (96)$$

Voor de bij de getijberekening toegepaste splitsing van deze vergelijking is het noodig, den windterm $0,036 \zeta^* w^2 \cos \gamma$ te analyseeren in een constanten term, een term met de frequentie van het hoofdgetij en te verwaarloozen resttermen. Gezien de onzekerheden in w , γ en den coëfficiënt 0,036, zal dit verwaarloozen vrijwel steeds zonder bezwaar mogelijk zijn. Daarbij doet de invloed op den constanten term van de veranderlijke diepte h nog een extra term met getijperiode ontstaan, welke in enkele gevallen groot genoeg is om in rekening te brengen. De invloed van de veranderlijke diepte op den windterm met getijkarakter kan vrijwel steeds worden verwaarloosd.

Het bovenstaande geldt uiteraard slechts onder omstandigheden, welke vergelijkbaar zijn met de omstandigheden, voor

welke de opwaaiingsformule is afgeleid, waarbij dus sprake was van wijde, uitgestrekte watervlakten. De vraag rijst echter, in hoeverre deze windinvloed gelijk blijft als de breedte der zeearmen en rivieren niet meer bedraagt dan enkele kilometers tot enkele honderdtallen meters. Vooral voor een wind, welke niet volgens de rivieras waait, kan de windschaduw van hoge dijken een belangrijken invloed hebben. Waarnemingen hieromtrent zijn echter slechts sporadisch aanwezig. Duitsche onderzoekingen op een 143 km lang vak van het Mittellandkanaal tusschen Osnabrück en Hannover leeren bv., dat zelfs bij een wind volgens de lengteas van het kanaal de opwaaiing slechts ongeveer $\frac{1}{3}$ bedraagt van die, welke bij een vrije wateroppervlakte zou optreden (53), doch over de opwaaiing bij scheeve windrichting is niets gepubliceerd. Wel zijn uit andere onderzoeksgebieden gegevens bekend over den afstand, waarover achter een dwars in den wind geplaatste hindernis in meerdere of mindere mate een doode hoek wordt gevormd. Deze afstand is in het algemeen vrij groot. Bovendien bleek, dat het aannemen van een merkbaaren windinvloed bij de stormvloedberekening op de smalle riviervakken van Bergsche Maas en Waal tot een onbevredigende weergave van de werkelijkheid leidde.

Aangenomen is daarom, dat voor nauwe, tusschen hoge dijken ingesloten rivieren, de invloed van een wind, welke een hoek van 30° of meer met de rivieras maakt, te verwaarloozen is. In de zeearmen bewesten Anna Jacomina, welke zooveel breeder zijn, was echter geen aanleiding om voor winden tusschen W en NW een reductie op de opwaaiingsformule (94) toe te passen. Ook voor den Amer beneden Drimmelen geldt dit, omdat daar aan de windzijde geen dijken van beteekenis aanwezig zijn. Als overgang is voor het vak Drimmelen—Keizersveer de helft van den windinvloed volgens (94) gerekend, terwijl op de Nieuwe Merwede, welke nagenoeg loodrecht op de stormrichting staat, de windinvloed viel te verwaarloozen.

§ 23. De stormvloed als een explosieve slingering.

Bij de hierna volgende afleiding wordt er van uitgegaan, dat de randvoorwaarden voor de waterbeweging in een bepaald gebied, evenals eventueel de windinvloed, kunnen worden weergegeven door uitdrukkingen, bestaande uit de som van een constanten term en van een functie van den vorm $(\alpha + \beta i) e^{nt}$, waarbij n een complex getal is met een positief reëel gedeelte.

Deze functies stellen voor slingeringen met constante periode doch steeds toenemende amplitude, z.g. explosieve slingeringen; zij ontwikkelen zich uit aanvankelijk minieme afwijkingen van de constante waarde, sluiten in de van belang zijnde uren aan bij de werkelijk optredende waarden en vertoonen daarna steeds grootere, snel tot oneindig aangroeiende uitslagen. Het is duidelijk, dat dientengevolge na een bepaald oogenblik de geldigheid van de weergave verdwijnt. Vóór dat oogenblik moet de aansluiting van de functie aan de werkelijkheid over een voldoende lang tijdvak aanwezig zijn.

Daar het aantal onzekere of slechts globaal bekende factoren bij een stormvloed steeds grooter is dan bij een getijbeweging, kunnen een aantal kleine termen, b.v. de in § 20 behandelde, thans worden verwaarloosd, waardoor de formules overzichtelijker worden. Deze vereenvoudiging is bovendien noodzakelijk, omdat een Fourier-analyse thans niet tot het doel leidt en de afleiding daarom minder exact kan worden doorgevoerd.

Uitgegaan wordt van de in § 10 afgeleide vergelijking (41), waaraan de term voor den windinvloed wordt toegevoegd.

Schrijft men hierin voor $\frac{\delta f}{\delta t}$ en $\frac{\delta f}{\delta x}$ resp. $b_{\omega} \frac{\delta \eta}{\delta t}$ en $b_{\omega} \frac{\delta \eta}{\delta x}$ en splitst men $\frac{\delta z}{\delta x}$ in het permanente verhang j en den invloed van de waterstandsveranderingen $\frac{\delta \eta}{\delta x}$, dan ontstaat:

$$j + \frac{\delta \eta}{\delta x} = - \frac{1}{g f} \frac{\delta s}{\delta t} + \frac{s(b_{\omega} + B)}{g f^2} \frac{\delta h}{\delta t} + \frac{s^2 b_{\omega}}{g f^3} \frac{\delta h}{\delta x} -$$

$$-\frac{1/s/s}{C^2 f^2 R} + \frac{\zeta^* F}{h} \quad (97)$$

De 3e term van het rechterlid kan in het algemeen zonder bezwaar t.o.v. den in het linkerlid optredenden term $\frac{\delta \eta}{\delta x}$ worden verwaarloosd. De verhouding is als $\frac{s^2 b_\omega}{g f^3} : 1$, wat vooral in de critieke periode van de maximumstanden, als de waterstand en dus f hoog en de momenteele waarden van s laag zijn, een zeer kleine breuk ¹⁾ wordt.

Thans wordt de dynamische vergelijking ook opgeschreven voor den permanenten toestand, waaruit de explosieve slingeren zich ontwikkelen. De diepte in dezen toestand zij aangeduid met H , het verval met j , de stroom met S , het profiel met f_m , de afvoercoëfficiënt met C_m en de windkracht met F_m .

Dan geldt:

$$j = - \frac{1/S/S}{C_m^2 f_m^2 R_m} + \zeta^* \frac{F_m}{H} \quad (98)$$

Indien men nu stelt:

$$\begin{aligned} s &= S + \sigma \\ h &= H + \eta \end{aligned}$$

dan vindt men door aftrekken van (97) en (98):

$$\begin{aligned} \frac{\delta \eta}{\delta x} = & - \frac{1}{g f} \frac{\delta \sigma}{\delta t} - \frac{s(b_\omega + B)}{g f^2} \frac{\delta \eta}{\delta t} - \left[\frac{1/s/s}{C^2 f^2 R} - \frac{S/S}{C_m^2 f_m^2 R_m} \right] + \\ & + \zeta^* \left(\frac{F}{h} - \frac{F_m}{H} \right) \end{aligned} \quad (99)$$

Hierbij zijn C , f en R functies van η . Bij de getijberekening zijn hiervoor in eerste benadering de waarden in den middenstand genomen en verder termen toegevoegd om met de variatie van deze factoren rekening te houden. Deze handelwijze was daar noodzakelijk, omdat men het geheele getij gemiddeld zoo goed mogelijk wenschte weer te geven. Thans gaat het uitsluitend om den toestand in de uren van maximumwaterstand, en

¹⁾ In het geval, behandeld in § 24, zelfs kleiner dan 1 %.

wat daarvoor geschiedt is alleen van belang in zooverre als het invloed uitoefent op de critieke periode. Bij de beschouwingen over het weergeven van de randvoorwaarden is voldoende gebleken, dat groote afwijkingen met de werkelijkheid het beeld van de critieke periode kunnen schaden, ook als zij in tijd vrij ver terug liggen. Kleine afwijkingen zijn dan echter zonder gevaar mogelijk en in het algemeen kan gezegd worden, dat het belang van een goed weergeven van de omstandigheden afneemt, naarmate deze vroeger zijn voorgevallen.

In dit licht is het vooral van belang, dat de grootheden C , f en R in (99) den toestand tijdens en onmiddellijk vóór de periode der stormvloedstanden goed beschrijven. Daarom zullen voor C , f en R de waarden worden gesubstitueerd, welke deze grootheden gemiddeld in de van belang zijnde stormvloedperiode hebben. Deze waarden zullen door een index s worden onderscheiden. Naarmate vóór deze periode lager waterstanden voorkwamen, zal de aldus opgestelde vergelijking minder nauwkeurig worden, doch daar de relatieve verandering van C , f en R betrekkelijk gering is, wordt de onnauwkeurigheid niet zoo groot, dat deze voor die vroegere tijdvakken niet zou kunnen worden geduld.

In den tweeden term van het rechterlid, welke van betrekkelijk ondergeschikte beteekenis is, kan op dezelfde gronden de variabele s worden vervangen door een constante s_s aangevende den gemiddelden in de stormvloedperiode loopenden stroom. De relatieve variatie van s is weliswaar groter dan die van de profielgrootheden, maar toch veel minder dan van de differentiaalquotiënten van η en σ , zoodat voor dezen kleinen term de vereenvoudiging nog toelaatbaar is.

Naast deze substitutie is een noodzakelijke vereenvoudiging, het verschil der beide weerstandstermen op practisch voldoende wijze te benaderen door een in σ en η lineaire uitdrukking.

Legt men de positieve X-as stroomopwaarts, dan wordt S negatief. Zoolang σ , welke in het algemeen en zeker in de

critieke periode, positief is, kleiner blijft dan $/S/$, zal ook s negatief zijn en kan dus worden geschreven:

$$\begin{aligned}
 - \left[\frac{s/s/}{C^2 f^2 R} - \frac{S/S/}{C_m^2 f_m^2 R_m} \right] &= \frac{s^2}{C^2 f^2 R} - \frac{S^2}{C_m^2 f_m^2 R_m} = \\
 &= \frac{S^2}{C^2 f^2 R} \left[\frac{s^2}{S^2} - \frac{C^2 f^2 R}{C_m^2 f_m^2 R_m} \right] = \\
 &= \frac{S^2}{C^2 f^2 R} \left[\frac{(S - \sigma)^2}{S^2} - \frac{C_m^2 f_m^2 R_m + \chi C_m^2 f_m^2 R_m \eta + \dots}{C_m^2 f_m^2 R_m} \right] = \\
 &= \frac{S^2}{C^2 f^2 R} \left[-2 \frac{\sigma}{S} + \frac{\sigma^2}{S^2} - \chi^* \eta \right] = \\
 &= \frac{S^2}{C^2 f^2 R} \left[-\frac{2\sigma}{S} \left(1 - \frac{\sigma}{2S} \right) - \chi^* \eta \right] \quad (100)
 \end{aligned}$$

(Wegens de verwaarloosde positieve termen in de reeksontwikkeling van $C^2 f^2 R$, verdient het aanbeveling χ^* iets hoger te noemen dan χ en wel bv. in de verhouding $H + \eta : H$.)

Volgens het boven uiteengezette principe kunnen in bovenstaande uitdrukking (100) de variabele waarden van C , f en R worden vervangen door de constante, voor de critieke periode geldende waarden C_s , f_s en R_s . Bovendien zal de uitdrukking $(1 - \sigma/2S)$ tot een constante worden gemaakt door voor σ te substitueeren een constante waarde σ_s , welke de gemiddelde afwijking van den stroom t.o.v. den permanenten stroom S over de stormvloedperiode voorstelt.

Wordt voor het verhang van den permanenten stroom S bij het stormvloedprofiel f_s de waarde j_s gesteld, dan geldt dus:

$$- \left[\frac{/s/s/}{C^2 f^2 R} - \frac{/S/S/}{(C^2 f^2 R)_m} \right] = j_s \left[-\frac{2}{S} \left(1 - \frac{\sigma_s}{2S} \right) \sigma - \chi^* \eta \right] \quad (101)$$

Men kan nagaan, dat deze betrekking een voldoende benadering vormt, niet alleen zoolang $\sigma < /S/$, maar zelfs voor $\sigma < 2/S/$. Voor grootere waarden van σ , dus meer benedenwaarts, waar de stormvloedstroom t.o.v. den afvoer in betekenis stijgt, is de hier ontwikkelde methode dus niet bruikbaar. De toestanden zijn dan niet meer op vatten als „afwijkingen

van een permanentie", waarvoor de herleide verg. (99) geldt. Bij het beschouwde probleem deed dit geval zich eerst voor beneden Anna Jacomina, waar volgens § 21 een andere dan de thans beschreven methode werd toegepast.

Tenslotte kan de windterm worden herleid, door den invloed $F - F_m$ van de afwijking van den wind van zijn permanente waarde te scheiden van den invloed van de diepteverandering:

$$\begin{aligned}\zeta^* \left(\frac{F}{h} - \frac{F_m}{H} \right) &= \zeta^* \frac{F - F_m}{H} - \zeta^* F \frac{\eta}{H} = \\ &= \zeta^* \frac{F - F_m}{H} - \zeta^* F_s \frac{\eta}{H}\end{aligned}\quad (102)$$

Beschouwt men s_s als een positieve grootheid, dan vindt men zoodoende voor (99):

$$\begin{aligned}\frac{\delta \eta}{\delta x} &= - \frac{1}{g f_s} \frac{\delta \sigma}{\delta t} - \frac{s_s (b\omega + B)}{g f_s^2} \frac{\delta \eta}{\delta t} - \frac{2 j_s}{S} \left(1 - \frac{\sigma_s}{2 S} \right) \sigma - \\ &\quad - \left(\chi^* j_s + \zeta^* \frac{F_s}{H} \right) \eta + \zeta^* \frac{F - F_m}{H}\end{aligned}\quad (103)$$

Met behulp van de continuïteitsvoorwaarde kan σ worden geëlimineerd. Het resultaat is:

$$\begin{aligned}\frac{\delta^2 \eta}{\delta x^2} &= \frac{B}{g f_s} \frac{\delta^2 \eta}{\delta t^2} - \frac{s_s (b\omega + B)}{g f_s^2} \frac{\delta^2 \eta}{\delta x \delta t} + \\ &+ \frac{2 B j_s}{S} \left(1 - \frac{\sigma_s}{2 S} \right) \frac{\delta \eta}{\delta t} - \left(\chi^* j_s + \zeta^* \frac{F_s}{H} \right) \frac{\delta \eta}{\delta x}\end{aligned}\quad (104)$$

Deze differentiaalvergelijking voor de verheffing boven den permanenten grondtoestand is op te lossen door te stellen

$$\eta = A e^{nt + rx} \quad (105)$$

welke oplossing zal gelden, indien alle randvoorwaarden benevens de term $F - F_m$ van den vorm e^{nt} zijn.

Voor de bepaling van r ontstaat weer een karakteristieke vierkantsvergelijking:

$$\begin{aligned}r^2 + r \left[\chi^* j_s + \zeta^* \frac{F_s}{H} + \frac{s_s (b\omega + B) n}{g f_s^2} \right] + \\ + \left[- \frac{B n^2}{g f_s} - \frac{2 B j_s n}{S} \left(1 - \frac{\sigma_s}{2 S} \right) \right] = 0\end{aligned}\quad (106)$$

Worden de beide wortels hiervan r_1 en r_2 gesteld, dan is de volledige oplossing van (104):

$$\eta = C_1 e^{nt + r_1 x} + C_2 e^{nt + r_2 x} \quad (107)$$

De vorm hiervan is identiek met de op blz. 93 voor de getijbeweging gevonden oplossing (75). Wordt thans uit de continuïteitsvergelijking de waarde van σ afgeleid, dan kan echter niet, zooals bij de getijformule (76) het geval was, de daarbij optredende integratieconstante = 0 worden gesteld. De windterm in de dynamische vergelijking (103) is oorzaak, dat ook als η identiek nul is (dus $C_1 = C_2 = 0$) een stroom optreedt. Deze driftstroom, waarvan de waarde voor dat geval eenvoudig uit (103) is af te leiden, moet aan de beide termen met C_1 en C_2 worden toegevoegd om de volledige oplossing voor σ te verkrijgen. Deze luidt:

$$\begin{aligned} \sigma = & -\frac{Bn}{r_1} C_1 e^{nt + r_1 x} - \frac{Bn}{r_2} C_2 e^{nt + r_2 x} + \\ & + \zeta^* \frac{F - F_m}{H} \left[\frac{n}{g f_s} + \frac{2 j_s}{S} \left(1 - \frac{\sigma_s}{2 S} \right) \right] \end{aligned} \quad (108)$$

Voor het veel toegepaste geval, dat de waterhoogten aan de uiteinden van het vak zijn gegeven (η_a en η_l), volgen tenslotte hieronder de resultaten van de eliminatie van C_1 en C_2 :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_a = & -\frac{Bn}{r_1 r_2 (e^{r_1 l} - e^{r_2 l})} \left[\eta_a (r_1 e^{r_1 l} - r_2 e^{r_2 l}) - \right. \\ & \left. - \eta_l (r_1 - r_2) \right] + \frac{\zeta^* (F - F_m) / H}{n / g f_s + 2 j_s (1 - \sigma_s / 2 S) / S} \\ \sigma_l = & \frac{Bn}{r_1 r_2 (e^{r_1 l} - e^{r_2 l})} \left[\eta_a (r_1 - r_2) e^{(r_1 + r_2) l} - \right. \\ & \left. - \eta_l (r_1 e^{r_2 l} - r_2 e^{r_1 l}) \right] + \frac{\zeta^* (F - F_m) / H}{n / g f_s + 2 j_s (1 - \sigma_s / 2 S) / S} \end{aligned} \right\} \quad (109)$$

AANHANGSEL.

De invloed van zijdelingsche inundaties.

Langs sommige benedenrivieren, in het bijzonder langs de

Beneden- en de Nieuwe Merwede, liggen een aantal polders, waarvan de kaden eerst kort voor het bereiken van den hoogsten waterstand gaan overloopen. Dit aldus aan de rivier onttrokken water is niet exact te bepalen. In elk geval is het aanhouden van de geborgen waterhoeveelheid als het product van een bergende breedte B en de stijging van den waterstand in de rivier volkomen in strijd met de werkelijkheid. Immers wordt bij den beschreven toestand ook op het moment van maximumwaterstand nog een belangrijke waterhoeveelheid in de inlopende polders geborgen.

Om met dit feit, zij het globaal, rekening te houden, is bij enkele berekeningen voor bovengenoemde rivieren het volgende gedaan. In de continuïteitsvergelijking is voor de berging niet uitsluitend de term $B \frac{\delta \eta}{\delta t}$ ingevoerd, doch daaraan toegevoegd een term $a \eta$, welke laatste term op het moment van maximumwaterstand, dus als $B \frac{\delta \eta}{\delta t} = 0$ is, zijn hoogste waarde bereikt.

De bepaling van a geschiedde empirisch, door op grond van een voorloopig beeld van de stormvloedshoogten na te gaan, in verband met kadehoogte en poldergrootte, welke waterhoeveelheden op verschillende momenten naar de polders zouden stroomen en, in verband met de waarden van B , η en $\frac{\delta \eta}{\delta t}$, welke coëfficiënt a dit verloop het beste zou benaderen. Deze methode kan natuurlijk niet de minste aanspraak maken op exactheid, maar de werkelijkheid wordt er toch aanmerkelijk dichter door benaderd dan alleen door een term $B \frac{\delta \eta}{\delta t}$ voor de berging.

In deze onderstelling wordt de continuïteitsvoorwaarde, inplaats van (43):

$$\frac{\delta \sigma}{\delta x} = -B \frac{\delta \eta}{\delta t} - a \eta \quad (110)$$

In het volgende worden ter wille van de overzichtelijkheid de windtermen weggelaten. Deze kunnen op volkomen dezelfde wijze worden toegevoegd als in § 23 is geschied.

De vergelijking voor de afwijkingen van den permanenten toestand bevat thans een extra term:

$$\frac{\delta \eta}{\delta x} = - \frac{1}{g f} \frac{\delta \sigma}{\delta t} - \frac{s(b_\omega + B)}{g f^2} \frac{\delta \eta}{\delta t} + \frac{a s \eta}{g f^2} - \left[\frac{s/s/}{C^2 f^2 R} - \frac{S/S/}{C_m^2 f_m^2 R_m} \right] \quad (111)$$

Op dezelfde wijze herleid als in § 23 is geschied, gaat dit over in:

$$\frac{\delta \eta}{\delta x} = - \frac{1}{g f_s} \frac{\delta \sigma}{\delta t} - \frac{s_s(b_\omega + B)}{g f_s^2} \frac{\delta \eta}{\delta t} + \frac{a s_s}{g f_s^2} \eta - \frac{2 j_s}{S} \left(1 - \frac{2 \sigma_s}{S} \right) \sigma - \chi^* j_s \eta \quad (112)$$

Eliminatie van σ met behulp van (110) geeft thans:

$$\frac{\delta^2 \eta}{\delta x^2} = \frac{B}{g f_s} \frac{\delta^2 \eta}{\delta t^2} + \frac{a}{g f_s} \frac{\delta \eta}{\delta t} - \frac{s_s(b_\omega + B)}{g f_s^2} \frac{\delta^2 \eta}{\delta x \delta t} + \frac{a s_s}{g f_s^2} \frac{\delta \eta}{\delta x} + \frac{2 j_s}{S} \left(1 - \frac{2 \sigma_s}{S} \right) \left(B \frac{\delta \eta}{\delta t} + a \eta \right) - \chi^* j_s \frac{\delta \eta}{\delta x} \quad (113)$$

waarmee de karakteristieke vergelijking wordt:

$$r^2 + r \left[\chi^* j_s - \frac{a s_s}{g f_s^2} + \frac{s_s(b_\omega + B) n}{g f_s^2} \right] + \left[\frac{-(B n + a) n}{g f_s} - \frac{2(B n + a) j_s}{S} \left(1 - \frac{2 \sigma_s}{S} \right) \right] = 0 \quad (114)$$

en de oplossing:

$$\eta = C_1 e^{nt + r_1 x} + C_2 e^{nt + r_2 x} \quad (115)$$

$$\sigma = - \frac{B n + a}{r_1} C_1 e^{nt + r_1 x} - \frac{B n + a}{r_2} C_2 e^{nt + r_2 x} \quad (116)$$

§ 24. De toepassing der methode op de Bergsche Maas.

Als toepassing van de in de voorgaande § ontwikkelde

methode van stormvloedberekening wordt hier gegeven een berekening van de maximumstormvloedstanden op de Bergsche Maas, indien de stormvloedkromme te Keizersveer en de bovenafvoer zijn gegeven.

De waterstandskromme te Keizersveer is met groote benadering afgeleid uit de waargenomen hoog- en laagwaterstanden en uit de geregistreeerde kromme op het 3 km verwijderde punt Dongemond en weergegeven in fig. 12. De bovenafvoer,

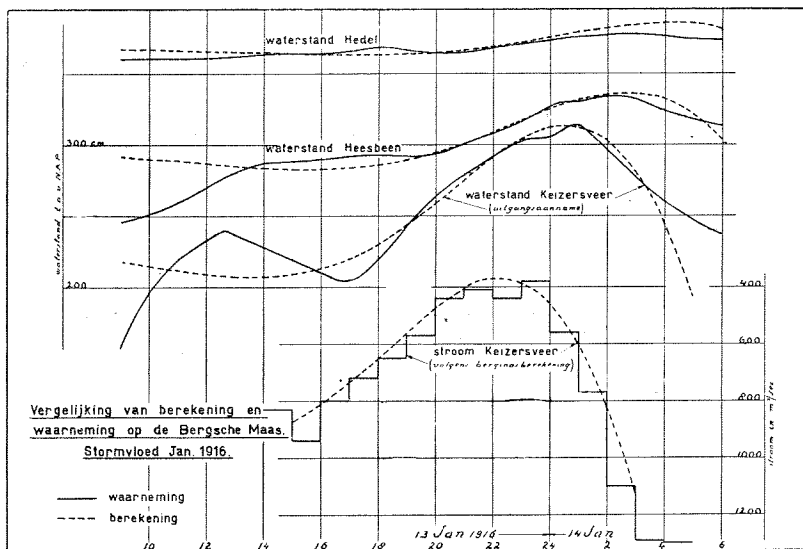


fig. 12. Stormvloedberekening voor de Bergsche Maas.

afgeleid uit den waterstand te Ravestein en de in de Verslagen over de Openbare Werken vermelde afvoermetingen, is voor 13 en 14 Januari 1916 te stellen op 860 m³/sec. Als doel is gesteld het berekenen van de waterstanden te Heesbeen en Hedel en van den stroom te Keizersveer. De waterstanden zijn te toetsen aan de geregistreeerde standen aldaar; de stroom aan het resultaat der bergingsberekening boven Keizersveer, waarbij met alle waargenomen waterstanden te Keizersveer en hooger is rekening gehouden.

Het gebied dient in principe stroomopwaarts tot in het oneindige te worden uitgestrekt, doch daar reeds vóór Sint Andries de invloed van den stormvloed onmerkbaar is, zijn de toestanden hoogerop voor de stormvloedvoortplanting van geen belang.

Voor het rekenschema is het gebied verdeeld in drie gedeelten, welke te Heesbeen samen komen. Boven Heesbeen is een oneindig lange geul met bovenafvoer aanwezig, waarvan het profiel is aangepast aan den maatgevenden toestand tusschen Heesbeen en Sint Andries. De Andelsche Maas is een zijtak zonder bovenafvoer, welke in hoofdzaak van belang is als gelegenheid tot waterberging; de wijze, waarop de vloedgolf zich in dit vak voortplant is slechts van secundairen invloed. Bij de berekening kon daarom worden volstaan met het invoeren van een zijgeul, welke hetzelfde bergende oppervlak heeft als de Andelsche Maas en waarvan lengte en dwarsprofiel het algemeen karakter ervan weergeven.

Beneden Heesbeen is een geul ingevoerd, welke den toestand tusschen Keizersveer en Heesbeen weergeeft.

Als permanentie, waaruit in den gedachtengang der onderhavige methode de slingeringen zich ontwikkelen, is aangehouden het peil van $+ 2,25$ m te Keizersveer, terwijl de afwijkingen te Keizersveer t.o.v. dit peil zijn weergegeven door de uitdrukking $(0,87 + 0,27 i) e^{(0,40 + 0,80 i)t}$. Hierbij bedraagt de tijdseenheid 10^4 sec (2,8 uur), terwijl als nulpunt der tijdtelling is gekozen 14 Januari 0 uur. Deze functie, welke in fig. 12 is voorgesteld, voldoet geheel aan de bovengestelde voorwaarden.

De berekening valt uiteen in twee gedeelten.

A. Eerst wordt berekend, welke permanente standen te Heesbeen en Hedel behooren bij den aangenomen permanenten stand van $+ 2,25$ te Keizersveer. Deze standen moeten liggen tusschen de te Heesbeen en Hedel waargenomen hoogwaterstanden omstreeks 18 uur en de laagwaterstanden omstreeks 20 uur. Gezien het geringe verschil tusschen deze beide kan

met vrij groote nauwkeurigheid worden gezegd, dat de gezochte stand voor Heesbeen + 2,92 m en voor Hedel + 3,67 m zal bedragen. Daardoor is de berekening te beschouwen als een contrôle op de aangenomen rivierprofielen, welke uit peilkaarten e.d. niet met groote nauwkeurigheid kunnen worden afgeleid.

Ter verdere contrôle is nog een tweede, bij den bovenafvoer van $860 \text{ m}^3/\text{sec.}$ behoorende permanentie afgeleid door de half-tijstanden in de drie genoemde plaatsen (die te Keizersveer afgeleid uit die te Dongemond) vóór en na den stormvloed door een vloeiende lijn te verbinden. De hoogteligging van deze lijnen op 13 Januari n.m. zal als het ware weergeven de verhanglijn van de rivier na eliminatie van getij en stormvloed. Men vindt op deze wijze waterstanden te Keizersveer, Heesbeen en Hedel van resp. + 1,00 m, + 2,50 m en + 3,56 m. Ook deze permanentie moet door de berekening met de aangenomen rivierprofielen worden weergegeven.

Het is niet noodig, de aangegeven berekeningen streng volgens de formules van de permanente, niet-eenparige beweging uit te voeren. Voldoend nauwkeurige resultaten worden verkregen met een berekening voor een eenparige beweging, indien wordt uitgegaan van een maatgevend dwarsprofiel, gelegen op een hoogte t.o.v. N.A.P., als overeenkomt met het midden van het vak. Aangenomen kan dan worden, dat het verval over het geheele vak gelijk is aan dat van een eenparigen stroom door bovenbedoeld dwarsprofiel bij een waterstand, welke gelijk is aan het gemiddelde der waterstanden aan de einden van het vak.

a. In het vak Keizersveer—Heesbeen wordt een moeilijkheid gevormd, doordat naast de rivier een aantal uiterwaarden liggen, waarvan de kaden tijdens den stormvloed onder water staan, zoodat stroom over de uiterwaarden zal trekken. Op grond van de beschikbare gegevens (de waterstaatskaart en de rivierkaart met de peilingen van het jaar 1908) is als schema, geldende voor dit vak aangenomen:

een stroomgeul, gedacht als een rechthoekig profiel met een breedte van 200 m en een bodemligging op 2,70 m - N.A.P. Daarnaast uiterwaarden, breed 300 m met een gemiddelde bodemligging van + 0,80 m. Het over de uiterwaarden trekkende water moet over de 17,1 km lengte van het vak totaal 7 kaden passeeren met een gemiddelde kruinshoogte van + 2,20 m. Het plaatselijk verval bij een kade is berekend met de formule van een onvolkomen overlaat en een afvoercoëfficiënt van 0,85.

Voor den wrijvingsweerstand is hier en in het vervolg steeds aangehouden de formule van Manning met $C^* = 0,38$.

Indien het verval y , de maatgevende waterstand (gemiddelde van de waterstanden aan de beide uiteinden) z , de totale stroom S , die over de uiterwaarden S_2 en die door de stroomgeul S_1 bedraagt, dan gelden de betrekkingen (eenheden als in Hoofdstuk IV, blz. 148):

voor het verval, berekend uit den stroom over de uiterwaarden:

$$y = \frac{7}{2g} \times \left[\frac{S_2}{0,85 \times 0,300 \times (z - 2,2)} \right]^2 + \frac{1,71 S_2^2}{0,38^2 \times 0,300^2 \times (z - 0,80)^{10/3}} = \frac{5,51 S_2^2}{(z - 2,2)^2} + \frac{132 S_2^2}{(z - 0,80)^{10/3}}$$

en voor het verval, berekend uit den stroom in de hoofdgeul:

$$y = \frac{1,71 S_1^2}{0,38^2 \times 0,300^2 \times (z + 2,70)^{10/3}} = \frac{2,97 S_1^2}{(z + 2,70)^{10/3}}$$

In onderstaande tabel is voor een aantal waarden van z in het geval, dat $S_1 + S_2 = 860 \text{ m}^3/\text{sec}$, het verval in het vak berekend.

Door eenig probeeren is uit deze tabel af te leiden, dat bij een waterstand te Keizersveer van 1,00 m + N.A.P. behoort een stand te Heesbeen van + 2,51 m ($z = 1,755$; $y = 1,51$ m) en bij een stand te Keizersveer van + 2,25 m één te Heesbeen van + 2,91 m ($z = 2,58$; $y = 0,66$). Dit komt goed overeen met de uit de peilschaalkrommen afgeleide standen te Heesbeen van + 2,50 m en + 2,92 m, zoodat geconcludeerd kan worden, dat het geschematiseerde profiel een goed beeld geeft van het

Tabel XV.

Vervallen Keizersveer—Heesbeen.

Maatgevende stand $z \text{ m} + \text{N.A.P.}$	1,75	2,00	2,25	2,50	2,75	3,00	3,30	3,60	3,90
$\frac{5,51}{(z - 2,2)^2}$	—	—	2200	61,1	18,2	8,6	4,5	2,8	1,9
$\frac{132}{(z - 0,8)^{10/3}}$	—	—	35,6	22,8	14,3	9,7	6,3	4,2	3,0
$\frac{y}{S_2^2}$	—	—	2235,6	83,9	32,5	18,3	10,8	7,0	4,9
$\frac{S_2}{\sqrt{y}}$	—	—	0,021	0,109	0,175	0,234	0,304	0,378	0,452
$\frac{S_1}{\sqrt{y}} = \frac{(z + 2,70)^{5/3}}{17,2}$	0,697	0,766	0,834	0,906	0,982	1,055	1,150	1,246	1,345
$\frac{S}{\sqrt{y}}$	0,697	0,766	0,855	1,015	1,157	1,289	1,454	1,624	1,797
$y \text{ voor } S = 860 \text{ m}^3/\text{sec}$	1,52	1,26	1,01	0,72	0,55	0,44	0,35	0,28	0,23

afvoerend vermogen van de Bergsche Maas tusschen Keizersveer en Heesbeen.

Voor de stormvloedberekening is het werken met een profiel met uiterwaarden en overstroomde kaden te bezwaarlijk. Hier is daarom een eenvoudiger schema ingevoerd, zoodanig gekozen dat het afvoerend vermogen zich nauw aanpast bij de in bovenstaande tabel gevonden resultaten. Dit schema is een enkelvoudig rechthoekig profiel met een breedte van 475 m en een bodemligging op 0,80 m—N.A.P. Het in dit profiel optredende verval tusschen Keizersveer en Heesbeen bij een afvoer van 860 m³ per sec wordt bij maatgevende standen van + 2,50 — 2,75 — 3,00 — 3,30 — 3,60 en 3,90 m berekend op 0,72 — 0,57 — 0,45 — 0,35 — 0,28 en 0,225 m, dus practisch gelijk aan de waarden voor het samengestelde profiel.

Ten aanzien van de traagheidswerkingen zullen het samengestelde en het enkelvoudig profiel niet geheel gelijkwaardig

zijn, doch, gezien het overwegen van de weerstandstermen, is een kleine afwijking in dit opzicht niet gevaarlijk.

b. Voor de rivier boven Heesbeen (de Andelsche Maas speelt bij een permanentie geen rol) is als schema ingevoerd: een stroomgeul, breed 150 m, bodemligging gemiddeld op $-1,60$ m; daarnaast uiterwaarden en kribvelden, waarvan het afvoerend vermogen is weer te geven door een strook, breed 340 m met een gemiddelde bodemligging op $+2,00$ m. Voor het verval y tusschen Heesbeen en Hedel (afstand 10,4 km) gelden de formules:

$$y = \frac{1,04 S_1^2}{0,38^2 \times 0,150^2 \times (z + 1,60)^{10/3}}$$

$$y = \frac{1,04 S_2^2}{0,38^2 \times 0,340^2 \times (z - 2,00)^{10/3}}$$

waarbij z weer het gemiddelde der waterstanden aan de beide uiteinden voorstelt. Voor een aantal waarden van z is in onderstaande tabel het verval berekend voor een bovenafvoer $S_1 + S_2 = 860 \text{ m}^3/\text{sec}$.

Tabel XVI.

Vervallen Heesbeen—Hedel.

Maatgevende stand $z \text{ m} + N.A.P.$	3,00	3,20	3,40	3,60	3,80	4,00
$S_1: y = (z + 1,60)^{5/3} : 18,0$	0,710	0,763	0,818	0,873	0,930	0,989
$S_2: y = (z - 2,00)^{5/3} : 7,9$	0,127	0,174	0,222	0,278	0,337	0,400
$S: y$	0,837	0,937	1,040	1,151	1,267	1,389
$y \text{ voor } S = 860 \text{ m}^3/\text{sec}$	1,06	0,84	0,68	0,56	0,46	0,38

Het blijkt, dat bij standen te Heesbeen van $+2,50$ en $+2,92$ behoren standen te Hedel van resp. $+3,54$ en $+3,67$ m (resp. $z = 3,02$; $y = 1,04$ en $z = 3,295$; $y = 0,75$), wat goed overeenstemt met de waargenomen standen van $+3,56$ m en $+3,67$ m. Het gebruikte schema geeft dus een goed beeld van het afvoerend vermogen van de Maas tusschen Heesbeen en Hedel.

Voor de stormvloedberekening is weer een vereenvoudigd schema aangenomen, nl. een enkelvoudig, rechthoekig profiel,

breed 394 m met den bodem op $+ 0,15$ m. Het bedoelde verval hierin bij waterstanden van $+ 3,00 - 3,20 - 3,40 - 3,60 - 3,80$ en $4,00$ m bedraagt resp. $1,06 - 0,84 - 0,67 - 0,56 - 0,46$ en $0,38$ dus zeer goed in overeenstemming met de in de tabel gegeven cijfers voor het samengestelde profiel. Ten aanzien van de traagheidswerkingen zijn kleine verschillen tusschen de beide profielen mogelijk, wat echter weinig hindert.

B. Overgaande tot de stormvloedberekening wordt er van uitgegaan, dat de waterstand te Keizersveer goed wordt weergegeven door het reële deel van de reeds genoemde functie:

$$2,25 + (0,87 + 0,27 i) e^{(0,40 + 0,80 i) t}.$$

De waarde van n in de vergelijkingen (106) — (109) bedraagt dus $0,40 + 0,80 i$. De overige, in de vergelijkingen optredende grootheden zullen vaksgewijs worden nagegaan.

a. Vak Keizersveer—Heesbeen .

Als maatgevende stormvloedstanden, waarbij de in § 23 door een index s aangeduide grootheden optreden, zijn aangenomen de waarden van $+ 3,06$ m te Keizersveer en van $+ 3,32$ m te Heesbeen, dus gemiddeld $+ 3,19$ m.

Daarmee wordt:

$$f_s = 0,475 \times (3,19 + 0,80) = 1,895$$

$$R_s = 3,19 + 0,80 = 3,99 \text{ m}$$

$$C_s = 0,38 \times 3,99^{1/6} = 0,478$$

$$j_s = 0,860^2 : 0,478^2 \times 1,895^2 \times 3,99 = 0,225$$

$$H = R_m = 2,58 + 0,80 = 3,38.$$

$$\chi^* = \frac{H + \eta}{H} \quad \chi = \frac{3,99}{3,38} \cdot \frac{10}{3}, \frac{1}{3,38} = 1,163$$

$$b_w = 0,475. \quad B \text{ (bergende breedte tusschen de bandijken) : } 0,500$$

In de periode, waarin de hoogwaterstanden in dit gebied vallen, is de waterstandsverandering overal boven Keizersveer gering, zoodat de verandering van de geborgen hoeveelheden kan worden verwaarloosd. Dientengevolge kan $\sigma_s = 0$ en $s_s = 0,860$ worden gesteld.

Daar, zooals in § 22 reeds is aangegeven, de directe wind-invloed in dit gebied wordt verwaarloosd wegens de wind-

schaduw der dijken, wordt de karakteristieke vergelijking (106):

$$r^2 + r \left[1,163 \times 0,225 + \frac{0,860 (0,475 + 0,500) (0,400 + 0,800 i)}{9,81 \times 1,895^2} \right] + \left[\frac{-0,500 (0,4 + 0,8 i)^2}{9,81 \times 1,895} - \frac{2 \times 0,500 \times 0,225 (0,4 + 0,8 i)}{0,860} \right] = 0$$

of: $r^2 + r [0,262 + 0,010 + 0,019 i] + [0,013 - 0,017 i - 0,105 - 0,210 i] = 0$

$$r^2 + r [0,272 + 0,019 i] + [-0,092 - 0,227 i] = 0.$$

De beide wortels zijn:

$$r_1 = -0,563 - 0,278 i \quad r_2 = 0,291 + 0,259 i.$$

Volgens de formules (109) kunnen thans de stroomen in de waterhoogten worden uitgedrukt, waarbij $l = 1,71$ moet worden gesteld.

Eerst worden berekend:

$$\begin{aligned} e_{r_1 l} &= e^{-0,962 - 0,475 i} = 0,382 (0,889 - 0,457 i) = 0,340 - 0,175 i. \\ e_{r_2 l} &= e^{0,497 + 0,4425 i} = 1,644 (0,904 + 0,428 i) = 1,486 + 0,704 i. \\ e_{(r_1 + r_2) l} &= e^{-0,465 - 0,0325 i} = 0,628 (0,9995 - 0,0325 i) = \\ &= 0,628 - 0,020 i. \end{aligned}$$

Thans kunnen de coëfficiënten in (109) worden bepaald:

$$\begin{aligned} \frac{-Bn}{r_1 r_2 (e_{r_1 l} - e_{r_2 l})} &= \frac{-0,5 (0,4 + 0,8 i)}{(-0,092 - 0,227 i) (-1,146 - 0,879 i)} = \\ &= -0,937 + 0,849 i. \\ r_1 e_{r_1 l} - r_2 e_{r_2 l} &= (-0,240 + 0,004 i) - (0,249 + 0,589 i) = \\ &= -0,489 - 0,585 i. \\ r_1 - r_2 &= -0,854 - 0,537 i. \\ (r_1 - r_2) e_{(r_1 + r_2) l} &= (-0,854 - 0,537 i) (0,628 - 0,020 i) = \\ &= -0,547 - 0,321 i. \\ r_1 e_{r_2 l} - r_2 e_{r_1 l} &= (-0,640 - 0,809 i) - (0,144 + 0,037 i) = \\ &= -0,784 - 0,846 i. \end{aligned}$$

Indien de grootheden te Keizersveer, Heesbeen en Hedel resp. door de indices 1, 2 en 3 worden weergegeven, geldt dus

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= (0,955 + 0,133 i) \eta_1 - (1,256 - 0,222 i) \eta_2 \\ \sigma_2 &= (0,785 - 0,163 i) \eta_1 - (1,43 + 0,1275 i) \eta_2 \end{aligned} \right\}$$

b. Maas boven Heesbeen.

Maatgevende stormvloedstand te Heesbeen + 3,32 m, te Hedel + 3,76 m, gemiddelde 3,54 m. Daarmede wordt:

$$f_s = 0,394 \times (3,54 - 0,15) = 1,335$$

$$R_s = 3,54 - 0,15 = 3,39$$

$$C_s = 0,38 \times 3,39^{1/6} = 0,466$$

$$j_s = 0,860^2 : 0,466^2 \times 1,335^2 \times 3,39 = 0,566$$

$$H = R_m = 3,29 - 0,15 = 3,14$$

$$\chi^* = \frac{H + \eta}{H} \chi = \frac{3,39}{3,14} \times \frac{10}{3} \times \frac{1}{3,14} = 1,145$$

$$b_w = 0,394$$

$$B \text{ (bergende breedte tusschen de bandijken) } = 0,520$$

$$\sigma_s = 0 \text{ (zie boven)} \quad s_s = 0,860$$

Karakteristieke vergelijking:

$$r^2 + r \left[1,145 \times 0,566 + \frac{0,860 (0,394 + 0,520) (0,4 + 0,8 i)}{9,81 \times 1,335^2} \right] + \left[\frac{-0,520 (0,4 + 0,8 i)^2}{9,81 \times 1,335} - \frac{2 \times 0,520 \times 0,566 (0,4 + 0,8 i)}{0,860} \right] = 0$$

$$r^2 + r [0,665 + 0,036 i] + [-0,254 - 0,572 i] = 0.$$

De wortels zijn:

$$r_1 = -1,057 - 0,421 i \quad r_2 = +0,392 + 0,385 i$$

Daar de geul oneindig lang is, moet in (107) $C_2 = 0$ zijn, daar anders deze term tot oneindig groote bewegingen aanleiding zou geven:

Dus geldt, indien men de stroom te Heesbeen oostelijk van den mond van de Andelsche Maas door σ_2^* voorstelt:

$$\eta = \eta_2 e^{(-1,057 - 0,421 i) x}$$

$$\sigma_2^* = -\frac{Bn}{r_1} \eta_2 = \frac{0,208 + 0,416 i}{1,057 + 0,421 i} \eta_2 = (0,305 + 0,272 i) \eta_2$$

terwijl voor $x = 1,04$ (afstand Heesbeen—Hedel 10,4 km) volgt:

$$\eta_3 = \eta_2 e^{-1,100 - 0,437 i} = (0,302 - 0,141 i) \eta_2$$

c. Andelsche Maas.

Daar in dezen tak geen bovenafvoer optreedt, is de in § 23

gegeven methode hier niet van toepassing.

In dezen tak zijn de optredende stroomsnelheden gering, zoodat de waterstand overal met slechts geringe vertraging en afwijking dien te Heesbeen volgt. De invloed van dit gebied wordt daarom in hoofdzaak beheerscht door zijn bergende oppervlakte, welke volgens de Waterstaatskaart rond 500 ha bedraagt. Toch is de golfvoortplanting niet verwaarloosd, al is de berekening ervan globaal geschied. Hiervoor is nagenoeg de oorspronkelijke methode Lorentz toegepast, doch uiteraard

met de thans ingevoerde complexe waarde van n . De term $v \frac{\delta v}{\delta x}$

(welke van de 2e orde in de, hier kleine, grootheid v is) is verwaarloosd, evenals de invloed van de verandering van den

waterstand op de profielsgrootheden. De weerstandsterm $\frac{v^2}{C^2 h}$

is op de bekende wijze gelineariseerd tot $\frac{v_m}{C^2 h} v$, waarbij v_m

een maatgevende snelheid is, overeenkomende met den bij een getijberekening optredenden factor 0,85 v_0 . In tegenstelling met de voor getijden bestemde methode Lorentz zijn echter niet de waarden van C en h in den middenstand ingevoerd, doch de waarden C_s en h_s , welke in de critieke stormvloedsperiode optreden.

De karakteristieke vergelijking voor den zijtak komt daarvoor in den volgende vorm:

$$r^2 = \frac{Bn}{f_s} \left[\frac{n}{g} + \frac{v_m}{C_s^2 h_s} \right] \quad (117)$$

Als lengte van den zijtak is ingevoerd een ruim gemiddelde van de hydraulische afstanden van Heusden tot resp. Andei en Weil, nl. 10,5 km. Gezien de totale bergende oppervlakte is dan de bergende breedte B op 476 m te stellen. Als stroomvoerend profiel is genomen dat van het (de belangrijkste invloed uitoefenende) Heusdensche kanaal, nl. 120 m breed en 5,70 m diep onder stormvloedstand.

Daarmee vindt men:

$$r^2 = \frac{0,476 (0,4 + 0,8 i)}{0,684} \left[\frac{0,4 + 0,8 i}{9,87} + \frac{0,15}{0,38^2 \times 5,7^{4/3}} \right] =$$

$$= -0,002 + 0,110 i$$

dus:

$$r = \pm (0,232 + 0,237 i).$$

Aan het gesloten einde is de stroom = 0, zoodat de volgende betrekking moet gelden tusschen den stroom s_2 en de verheffing η_2 aan het open einde.

$$s_2 = \frac{Bn}{r} \eta_2 \frac{1 - e^{-2rl}}{1 + e^{-2rl}}$$

Door substitutie van de waarden van r en l volgt:

$$e^{-2rl} = e^{-0,487 - 0,497 i} = 0,540 - 0,293 i,$$

zoodat geldt:

$$s_2 = \eta_2 \frac{0,476 (0,4 + 0,8 i)}{0,232 + 0,237 i} \times \frac{0,460 + 0,293 i}{1,540 - 0,293 i} = (0,217 + 0,390 i) \eta_2$$

[Indien was aangenomen, dat de waterstand in dit gebied, die te Heesbeen volkomen en oogenblikkelijk zou volgen, ware gevonden:

$$\frac{s_2}{\eta_2} = n \times \text{de bergende oppervlakte} = 0,500 (0,4 + 0,8 i) =$$

$$= 0,200 + 0,400 i]$$

d. Aaneenschakelen der vakken.

Als voorwaarde treedt thans op, dat de stroomen te Heesbeen in Maas en Andelsche Maas gelijk zijn aan den door de Bergsche Maas aangevoerden stroom, dus:

$$\sigma_2 = \sigma_2^* + s_2$$

$$(0,785 - 0,163 i) \eta_1 - (1,453 + 0,1275 i) \eta_2 =$$

$$= (0,305 + 0,272 i) \eta_2 + (0,217 + 0,390 i) \eta_2.$$

of:

$$\eta_2 = \eta_1 \frac{0,785 - 0,163 i}{1,975 + 0,7895 i} = (0,313 - 0,207 i) \eta_1$$

Daarna is te berekenen:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \eta_1 [0,955 + 0,133 i - (1,256 - 0,222 i) (0,313 - 0,207 i)] = \\ &= (0,607 + 0,464 i) \eta_1 \\ \sigma_2 &= \eta_1 [0,785 - 0,163 i - (1,453 + 0,1275 i) (0,313 - 0,207 i)] = \\ &= (0,303 + 0,099 i) \eta_1 \\ \eta_3 &= \eta_1 (0,302 - 0,141 i) (0,313 - 0,207 i) = (0,0653 - 0,1065 i) \eta_1\end{aligned}$$

Door voor η_1 de waarde $(0,87 + 0,27 i) e^{(0,4 + 0,8 i) t}$ te substitueeren en rekening te houden met de hiervoor berekende uitgangspermanentie, ten opzichte waarvan de thans berekende grootheden variaties zijn, verkrijgt men het totale resultaat van de berekening (incl. de randvoorwaarde te Keizersveer) in den volgende vorm:

waterstand te Keizersveer:

$$2,25 + (0,87 + 0,27 i) e^{(0,4 + 0,8 i) t}$$

waterstand te Heesbeen:

$$2,92 + (0,329 - 0,097 i) e^{(0,4 + 0,8 i) t}$$

waterstand te Hedel:

$$3,67 + (0,086 - 0,075 i) e^{(0,4 + 0,8 i) t}$$

stroom te Keizersveer:

$$-0,860 + (0,403 + 0,570 i) e^{(0,4 + 0,8 i) t}$$

stroom te Heesbeen:

$$-0,860 + (0,236 + 0,168 i) e^{(0,4 + 0,8 i) t}$$

Om een overzicht te krijgen van het verloop van deze grootheden dient de functie $e^{(0,4 + 0,8 i) t}$ voor verschillende waarden van t te worden uitgewerkt en de reële gedeelten van bovenstaande uitdrukkingen te worden bepaald. Deze bewerking is in tabel XVII uitgevoerd; de als doel gestelde resultaten zijn in fig. 12 weergegeven.

Ter toetsing zijn in fig. 12 eveneens opgenomen de geregisteerde waterstanden te Heesbeen en Hedel en de stroom te Keizersveer, zooals deze uit een bergingsberekening met behulp van alle waargenomen waterstanden volgt. Daar uitgegaan is van de rijzing of daling per uur, wordt gevonden het gemiddelde der stroomen telkens over een uur, welke gemiddelden als trapjeslijn zijn weergegeven. Deze lijn sluit zeer

goed aan bij de uit de stormvloedberekening volgende stroomsterkten. Practisch was dit van groot belang, omdat van het verband tusschen waterstand en stroom te Keizersveer afhangt de invloed, welken het gebied boven Keizersveer uitoefent op den toestand op den Amer. De goede overeenstemming schonk dus vertrouwen, dat een berekening volgens de uiteengezette methode en met het aangenomen schema ook voor den toestand na de afsluitingen een goed beeld zou geven van den invloed van het gebied boven Keizersveer.

De waterstanden te Heesbeen en Hedel geven vooral antwoord op de vraag, of de berekening de voortplanting van den stormvloed rivieropwaarts goed weergeeft. Te Heesbeen is de overeenstemming goed; de maximumstormvloedstand wordt volkomen juist weergegeven, doch valt volgens de berekening wat later dan is waargenomen. Ook te Hedel treedt dit verschijnsel op, maar bovendien is de berekende stormvloedstand hier 7 cm hooger dan de waargenomene.

Hedel ligt reeds in het gebied, waar de invloed van den stormvloed gering is en van weinig beteekenis ten opzichte van de waterstandsschommelingen door de verandering van den bovenafvoer. Dit beteekent, dat de berekening de stormvloedvoortplanting goed weergeeft, overal waar deze van practische beteekenis is en dat afwijkingen tusschen berekening en werkelijkheid eerst optreden, als het practisch belang van de kennis van den juisten stormvloedstand vrijwel verdwenen is.

Ook theoretisch wordt de beteekenis van de afwijking te Hedel verkleind door het feit, dat aldaar de stormvloedsverheffing zoo gering is, dat andere, niet bekende of niet in rekening gebrachte omstandigheden een relatief belangrijken invloed kunnen uitoefenen. Gedacht kan worden aan vrij kort durende schommelingen in den bovenafvoer en aan den invloed van plaatselijke omstandigheden (krommingen, windinvloed) op den aan een bepaalde peilschaal waargenomen waterstand. Dat dergelijke storende invloeden te Hedel werkzaam zijn, volgt

onomstootelijk uit het feit, dat de na de aanvankelijke rijzing optredende daling (alvorens de verdere rijzing tot stormvloedspeil plaats vindt) te Hedel sterker is dan te Heesbeen (zie fig. 12). Met geen enkele theorie, welke zich bepaalt tot de groote lijnen van de waterbeweging en afziet van plaatselijke omstandigheden en kortdurende schommelingen in den bovenafvoer, is dit te verklaren. Het is zeer aannemelijk, dat deze grootere daling wijst op een tijdelijken verlagenden invloed te Hedel, welke tot na het oogenblik van maximumstand heeft voortgeduurd, en waaraan in dat geval het verschil tusschen waarneming en berekening voor een groot deel kan worden geweten.

In elk geval blijkt de hier ontwikkelde, eveneens op de methode Lorentz gegrondveste rekenwijze ¹⁾ het samengestelde verschijnsel van de stormvloedvoortplanting langs een rivier als de Bergsche Maas goed weer te geven tot voorbij het punt, waarboven de practische en theoretische beteekenis van de stormvloedverheffing sterk is verminderd. Ook deze uitbreiding van de methode Lorentz zal dus van groote beteekenis voor de practische rivierberekening kunnen zijn.

¹⁾ Als voorbeeld van een voorspellende berekening zij hier nog even ingegaan op de gevolgen van een afsluiting van de Andelsche Maas bij Heusden. Uit de vergelijking voor het knooppunt Heesbeen verdwijnt dan de laatste term en men vindt:

$$\eta_2 = \eta_1 \frac{0,785 - 0,163 i}{1,758 + 0,3995 i} = (0,400 - 0,1845 i) \eta_1,$$

$$\text{dus } \eta_2 = 2,92 + (0,398 - 0,042 i) e^{(0,4 + 0,8 i) t}$$

Voor den waterstand te Heesbeen te 24 — 0 — 1 — 2 — 3 — 4 uur vindt men resp. + 3,32 — + 3,375 — + 3,395 — + 3,37 en + 3,275 in plaats van de waarden + 3,25 — + 3,32 — + 3,35 — + 3,36 en + 3,32 met open Andelsche Maas.

De waterberging in de Andelsche Maas verlaagt dus den stormvloedstand te Heesbeen met 3 cm., terwijl het maximum ongeveer drie kwartier later valt dan zonder de Andelsche Maas het geval zou zijn.

SAMENVATTING.

Ter oplossing van het, aan de „Staatscommissie inzake hooge waterstanden als gevolg van de afsluiting der Zuiderzee” voorgelegde probleem, heeft de voorzitter dezer commissie, de groote natuurkundige H. A. Lorentz, als eerste een betrouwbare en practisch uitvoerbare methode gegeven tot het berekenen van getijverschijnselen in zeearmen. Deze methode benadert de totale getijbeweging door het hoofdgetij M_2 en gaat niet in op den juisten vorm van de getijlijn, welke beperking voor practische doeleinden in het algemeen geen bezwaren oplevert (vergelijk § 15). Daarbij is het mogelijk, het M_2 getij ook voor ingewikkelde gebieden met een hoogen graad van nauwkeurigheid te berekenen. Aangetoond kan worden, hoe deze betrouwbaarheid reeds ligt opgesloten in het karakter van de vereenvoudigingen, welke Lorentz aan de strenge differentiaalvergelijkingen aanbracht. Behalve het getijprobleem heeft Lorentz het hem gestelde stormvloedsvraagstuk eveneens tot een goed resultaat gebracht.

Bij getijden en stormvloeden op benedenrivieren treden deze van de zee uitgaande verschijnselen in wisselwerking met de door den afvoer van opperwater veroorzaakte stroomen en verhangen. Beide groepen van verschijnselen verloop-
pen diensgevolge anders dan indien zij alleen zouden optreden en de theorie van de waterbeweging op benedenrivieren zal daarom ingewikkelder moeten zijn dan die voor zeearmen. Aanvankelijk heeft men in Nederland de gevolgen van het practisch ingrijpen in den toestand op de benedenrivieren slechts op het gevoel beoordeeld, doch later heeft men getracht deze gevolgen te berekenen. Eenerzijds kwam men daarbij tot z.g. „exacte” methoden, berustende op reeksontwikkeling of differentievergelijkingen. Deze methoden staan theoretisch het hoogst, daar zij niet dwingen tot het verwaar-

loozen of benaderen van invloeden, welke in de differentiaal-vergelijkingen zijn weer te geven en omdat in principe met behulp ervan het geheele verloop van den waterstand op elk punt van een benedenrivier kan worden berekend. Het eraan verbonden werk is echter zoo groot, dat, behoudens voor zeer eenvoudige gebieden, het uitvoeren van de berekening practisch ondoenlijk is. Daarom is het begrijpelijk, dat anderzijds z.g. „eenvoudige” methoden opkwamen, welke op minder bewerkelijke wijze tot berekening van de hoofdzaken der getijbeweging wilden geraken. Bij de analyse van deze methoden in § 9 bleken echter de door Krey, Bonnet en van Veen gegeven rekenwijzen niet aan den eisch van algemeene betrouwbaarheid te voldoen. Een methode, zooals die van Lorentz voor zeearmen vormt, welke een betrouwbare en practisch goed uitvoerbare berekening van de hoofdzaken van het getijverschijnsel mogelijk maakt, was voor benedenrivieren niet aanwezig, terwijl toch ongetwijfeld behoefte eraan wordt gevoeld.

In Hoofdstuk III is uiteengezet, hoe de methode Lorentz zoodanig kan worden uitgebreid, dat zij geschikt wordt voor benedenrivieren. Daarbij wordt, in overeenstemming met de in West-Europa voorkomende toestanden, aangenomen dat het hoofdgetij M_2 groot is t.o.v. de andere partieele getijden en dat de variaties van den waterspiegel vrij klein zijn t.o.v. de gemiddelde waterdiepte (b.v. hoogstens in verhouding 1 : 3). De, de waterbeweging karakteriseerende grootheden worden geschreven als de som van een constante waarde en van een met het getij varieerende functie en nagegaan wordt, of met een enkelvoudig harmonisch getij (met de frequentie van M_2) aan de bewegingsvergelijkingen kan worden voldaan. Dit blijkt niet exact mogelijk, daar in de dynamische vergelijking ook termen optreden met hogere frequentie, welke het ontstaan weergeven van de z.g. bovengetijden M_4 , M_6 enz., die oorzaak zijn van de afwijkingen, welke de practisch voorkomende stroom- en getijkrommen vertoonen, vergeleken met zuivere

sinusoïdes. Het blijkt echter, dat de bedoelde termen klein zijn t.o.v. de op het M_2 getij werkende invloeden, zoodat de bovengetijden steeds klein zullen blijven t.o.v. het hoofdgetij, hetgeen door de werkelijkheid wordt bevestigd. Op grond daarvan wordt aangetoond dat, indien men afziet van het weergeven van den juisten vorm der getijlijnen en de termen met hoogere frequentie verwaarloost, men waarden voor het hoofdgetij vindt, welke tot in tweede benadering juist zijn.

Na deze verwaarloozing kan men de dynamische vergelijking splitsen in een vergelijking voor de permanente grootheden en één voor de grootheden met M_2 karakter. Deze laatste is lineair en kan in samenhang met de continuïteitsvergelijking worden geïntegreerd, waarbij de oplossing, evenals bij de methode Lorentz, verschijnt als de som van twee, zich in tegengestelde richting voortplantende sinusoïdale golven. In tegenstelling met wat bij de methode Lorentz optreedt, vertoonen deze partieele golven thans niet dezelfde vaart en dezelfde damping, doch gedraagt de met den afvoerstroom meeloopende golf zich anders als de er tegenin trekkende.

De integratieconstanten zijn voor enkele, veel voorkomende gevallen geëlimineerd, waarbij de vergelijkingen (77), in combinatie met (74), den meest toegepasten vorm weergeven, welke in staat stelt, uit den stroom en het verticaal getij aan het ééne uiteinde van een vak die aan het andere uiteinde te berekenen.

De voor de permanente grootheden geldende vergelijking leert het middenstandsverhang kennen (formules 69 en 68).

Ter toetsing van de methode is deze toegepast op de rivier de Lek boven Krimpen, waarbij het getij en de middenstand te Vreeswijk uit die te Krimpen en den bovenafvoer zijn berekend. Het resultaat vindt men in fig. 8; de waterstanden te Vreeswijk blijken in twee uiteenloopende gevallen goed te zijn weergegeven, hetgeen de waarde van de ontwikkelde methode bevestigt.

Voor globale berekeningen kan het aan de methode verbonden werk sterk worden verminderd, door den bij vele rivieren

aanwezigen trechtervorm reeds in de differentiaalvergelijking in te voeren. Het splitsen in vakken is dan in veel mindere mate noodig en de voortplanting (damping en vertraging) kan door één complex getal (negatieve wortel van de vergelijking (84)) worden gekarakteriseerd.

Behalve voor de berekening van het getij kunnen de door Lorentz gegeven principes ook vaak worden benut bij het berekenen van stormvloeden. Voor deze grillige verschijnselen kan echter geen algemeene theorie worden opgesteld en in elk geval moet worden overwogen, welke weg het best kan worden ingeslagen.

In Hoofdstuk V wordt een practisch probleem beschreven, bij de oplossing waarvan methoden zijn toegepast, welke analoog zijn aan de in Hoofdstuk III ontwikkelde getijberekening. Daar in het algemeen bij stormvloeden met den directen windinvloed moet worden gerekend, is eerst aangegeven, hoe deze door een term in de dynamische vergelijking tot uitdrukking kan worden gebracht. Daarna worden de toegepaste formules afgeleid. Het typische verschil met de getijmethode is, dat thans niet alle grootheden als harmonische functies zijn beschouwd, doch als functies van den vorm e^{nt} , waarbij n complex is. Op deze wijze konden de randvoorwaarden (verg. fig. 12) zoodanig worden weergegeven, dat de afwijkingen tusschen beeld en werkelijkheid op de critieke periodes (maximum stormvloedstanden) vrijwel geen invloed hadden.

De verdere ontwikkeling berust op denzelfden gedachten-gang als in Hoofdstuk III is gevolgd; de stormvloed wordt opgevat als een afwijking van een permanenten toestand en de vergelijking voor deze afwijking wordt door passende vereenvoudigingen integrabel gemaakt, waarna de integratie wordt uitgevoerd met behulp van bovenbedoelde functies.

Als toetsing van de methode is weergegeven de berekening van den stormvloed van 13—14 Januari 1916 op de Bergsche Maas boven Keizersveer. Uit het resultaat, voorgesteld in fig. 12, blijkt, dat de stormvloedvoortplanting, in elk geval zoo-

lang deze nog practische beteekenis heeft, goed wordt weergegeven en dat dus ook deze uitbreiding van de methode Lorentz van practische waarde is.

RÉSUMÉ.

Le calcul des marées fluviales, y compris les marées-tempêtes.

Introduction: Discussion de la position des fleuves et des rivières à marée dans un système général des cours d'eaux naturels. Ils sont le domaine de l'action mutuelle d'une part des marées venant de la mer et propres aux bras de mer, d'autre part du courant et de la pente moyenne du niveau de l'eau résultant du débit amont et propres aux rivières et aux fleuves non-maritimes. Chaque groupe de phénomènes subit l'influence de l'autre groupe et par suite se développe autrement que dans le cas où cette influence est absente.

Exposé de la différence entre les marées normales et les marées-tempêtes pour ce qui concerne la possibilité d'une méthode de calcul systématique.

Chapitre I. Le calcul des marées dans les bras de mer (absence de débit amont).

§ 1. Calculs et prévisions avant le Commission „Lorentz”.

Aperçu historique des calculs et des prévisions par rapport au mouvement de l'eau dans les bras de mer, notamment en ce qui concerne les effets de la fermeture du Zuyderzée, tel qu'ils furent établis dans les Pays-Bas avant l'institution en 1918 de la „Commission d'Etat pour examiner l'augmentation de la hauteur des marées-tempêtes à prévoir à la suite de la fermeture du Zuyderzée”. (dite: „Commission Lorentz” du nom de son président, le célèbre physicien H. A. Lorentz).

§ 2. La méthode „Lorentz” pour le calcul de la marée prin-

cipale.

Aperçu de la méthode indiquée par Lorentz pour le calcul de la marée dans les bras de mer, permettant de trouver la marée principale M_2 (lunaire, semi-diurne, c.à.d. avec une période de 12,4 heures) avec une exactitude suffisante, même pour des domaines compliqués. Sur les côtes européennes cette marée partielle est prédominante et constitue une bonne approximation de la marée totale.

La méthode (voir les nos. 57 et 58 p. 13) part des équations différentielles (1) et (4). L'équation (4) est réduite à la forme (5), en faisant abstraction du terme de Bernoulli, en négligeant les dénivellations par rapport à la profondeur moyenne et en remplaçant le terme de la résistance due aux frottements par une expression proportionnelle à la première puissance de la vitesse. Pour le coefficient de cette expression il faut choisir une valeur convenable (formule 12). Grâce à ces réductions les équations peuvent être intégrées. L'intégrale représente une combinaison de deux ondes de marée, se propageant en directions opposées dans un canal.

Comparés aux données fournies par les observations, les résultats de cette méthode se montrent excellents, ce qui est la justification pratique des simplifications introduites.

§ 3. Justification théorique des simplifications introduites dans la méthode Lorentz.

Discussion de la nature et de la grandeur des termes négligés par Lorentz dans l'équation dynamique (formule 7).

Ces termes font naître des marées d'ordre supérieur, dont les fréquences sont des multiples de la fréquence de la marée principale, mais on peut démontrer qu'ils sont, relativement aux termes gardés, d'un ordre de grandeur moindre, et qu'en première approximation ils ne contiennent point de composant de la période de cette marée. L'influence des termes négligés sur la marée principale ne se fera sentir qu'en troisième approximation; par suite le résultat des calculs donnera une première

approximation de la marée totale et une seconde approximation de la marée principale.

§ 4. Le calcul des marées-tempêtes suivant Lorentz.

Description de la manière dont Lorentz a résolu le problème de l'augmentation de la hauteur des marées-tempêtes, due à la fermeture du Zuyderzée. Discussion des circonstances qui limitent l'application de cette méthode. Aperçu d'une méthode, dite „des marées-tempêtes périodiques” par laquelle Lorentz a commencé à chercher une solution et qui a servi comme point de départ pour le calcul décrit dans le chapitre V.

Chapitre II. L'évolution du calcul hydraulique des fleuves maritimes.

§ 5. Le calcul du débit des rivières.

Aperçu de quelques formules pour le débit des rivières (formules de Chézy (3) et de Manning (3*)). Méthodes pour choisir la formule et le coefficient appropriés. La précision que l'on peut atteindre des calculs de débit pour les cours d'eau naturels n'est pas grande.

§ 6. L'analyse hydraulique pratiquée pour les travaux maritimes dans les rivières néerlandaises à marée au 19e siècle.

Description de la façon dont on a traité les conséquences hydrauliques de trois importants travaux fluvio-maritimes; savoir l'aménagement de la „Nouvelle Merwede”, le détournement de l'embouchure de la Meuse vers l'Amer et le creusement du canal maritime de Rotterdam vers la mer.

§ 7. L'évolution subséquente de l'hydraulique fluvio-maritime dans les Pays-Bas.

Etudes de la „Commission d'Etat chargée d'examiner les causes des fortes hautes-marées dans le canal maritime de Rotterdam” (1916) relatives à l'influence d'un bassin de charge

sur les marées-tempêtes. Conclusions tirées de l'évolution esquissée.

§ 8. Les méthodes de calcul proposées pour les fleuves maritimes.

Distinction entre les méthodes „exactes” et les méthodes „simplifiées”. Les premières se basent sur l'intégration numérique des équations différentielles, soit par développement en série, soit par transformation en équations à différences finies. Elles permettent en principe de calculer la marée totale avec une approximation qui s'approche de celle atteinte dans le calcul du débit des rivières. Elles sont très laborieuses et ne sont pas praticables pour un réseau compliqué de rivières maritimes comme il s'en présente dans les deltas.

Les méthodes simplifiées sont à grouper en deux catégories; celles qui ne partent pas des équations différentielles du mouvement de l'eau, et celles qui partent de ces équations après simplification de ces dernières pour permettre leur intégration. Ces méthodes ne permettent pas de calculer la marée complète, mais pourtant peuvent donner certaines grandeurs caractéristiques des phénomènes.

§ 9. Discussion des méthodes „simplifiées”.

Les méthodes, proposées par Krey, Bonnet et van Veen ne partent pas du système des deux équations, régissant le mouvement de l'eau dans un canal. Les auteurs mentionnés introduisent des abstractions qui ne sont pas toujours justifiées et ils se servent de coefficients empiriques qui souvent ne sont valables que pour des domaines et des circonstances particulières. On peut conclure que ces méthodes peuvent être utiles pour atteindre des buts restreints dans des circonstances spéciales, mais qu'elles ne sont pas d'une application générale, valable pour la majorité des fleuves maritimes de l'Europe occidentale et pour tout le domaine fluvio-maritime. A ce point de vue leur intérêt n'est pas comparable à celui que possède la méthode Lorentz pour les bras de mer.

Chapitre III. La théorie des marées fluviales suivant les principes de la méthode Lorentz.

§ 10. Etablissement des équations différentielles du mouvement de l'eau dans un canal.

Les équations différentielles pour les marées et les marées-tempêtes dans un canal (formules 38 et 39) sont dérivées des équations d'Euler (32, 33) et de l'équation de continuité (34), en admettant que les seules forces extérieures sont la gravité et la résistance due au frottement, en introduisant la condition relative à la surface libre et en considérant que les changements de niveau sont assez lents, de sorte que les accélérations verticales sont très petites par rapport à l'accélération de la gravité. Dans l'équation dynamique obtenue (38), la vitesse v est ensuite remplacée par le débit s (41).

§ 11. Transformation des équations dans le cas de l'action mutuelle de la marée et d'un débit amont.

A la base de la transformation figurent les deux admissions suivantes, qui sont valables pour la majorité des fleuves et des rivières à marée de l'Europe occidentale.

a). La marée principale M_2 est grande par rapport aux autres marées harmoniques partielles;

b). Les variations de niveau sont assez petites par rapport à la profondeur moyenne.

Toutes les variables hydrauliques sont remplacées par des binômes, dont le premier terme indique la valeur moyenne et le second terme l'influence de la marée (formules 42). Par ce moyen en partant des équations (39) et (41) on déduit les équations (43) et (44).

Les ordres de grandeur des différents termes de l'équation (44) sont étudiés dans l'Annexe I. En négligeant les grandeurs du troisième ordre on obtient l'équation (45).

La marée principale M_2 , se propageant sans intervention de marées harmoniques aux fréquences multiples (M_4 , M_6 etc.), ne peut pas former une solution exacte des équations (43) et

(45). Ceci est évident quand on substitue des sinusoïdes pour les termes de marée, comme l'indique la formule (46). L'équation de continuité (43) peut être satisfaite de cette façon, mais il n'en est pas de même pour l'équation dynamique (45). Pour faire la démonstration il est avantageux d'analyser tous les termes de cette équation, ce qui pour le facteur $S + \sigma / (S + \sigma)$ dans l'expression de la résistance due aux frottements peut être exécuté en utilisant le théorème de Fourier comme est exposé dans l'Annexe II. Dans l'analyse interviennent quelques coefficients de dimension nulle, m_0, m_1, m_2, m_3 . La signification de ces coefficients est indiquée par la formule (50) (où on doit prendre pour s_0 le plus grand des deux quantités S et σ_0); leurs valeurs sont données dans la figure 4 en fonction respectivement des rapports $S : \sigma_0$ et $\sigma_0 : S$.

L'analyse faite, on obtient dans l'équation dynamique des termes constants, des termes harmoniques à la fréquence n de M_2 et en outre des harmoniques aux fréquences $2n, 3n$ etc. Dans l'Annexe III on a démontré que ces derniers termes sont petits par rapport aux termes de la fréquence n , ce qui est conforme à la réalité; les marées M_4, M_6 etc. restant toujours petites par rapport à la marée M_2 . Bien que les marées d'ordre supérieur (qui causent les changements de forme des courbes locales le long d'une fleuve à marée) puissent influencer la marée principale, cette influence sera petite par rapport aux amplitudes de M_4 et de M_6 et par conséquent petite d'ordre plus élevé par rapport à M_2 . Il s'ensuit qu'en négligeant les termes de fréquence $2n, 3n$ etc. les valeurs calculées de la marée principale seront valables jusqu'à la seconde approximation, d'où il résulte que la méthode ci-dessus décrite pour les fleuves à marée est l'équivalent complet de la méthode Lorentz pour les bras de mer.

Ces réductions faites, l'équation dynamique contient deux sortes de termes et par suite peut être séparée en une équation (54) s'appliquant aux grandeurs constantes et une autre (55) s'appliquant aux grandeurs harmoniques à fréquence n . La

dernière est linéaire et peut être intégrée en tenant compte de l'équation de continuité (43).

§ 12. Discussion des équations transformées.

Discussion de l'origine et de l'importance des différents termes dans les équations dynamiques transformées. Quelques termes sont ajoutés pour exprimer des influences qui se présentent au passage d'un tronçon de la rivière considérée à un autre de section différente.

§ 13. Intégration des équations différentielles.

Entre les deux équations régissant la marée le débit σ est éliminé, ce qui conduit à une équation à dérivées partielles de second ordre (72) en η (la dénivellation due à la marée). Pour intégrer cette équation on a introduite la représentation utilisée déjà par Lorentz, dans laquelle les marées sont représentées par des nombres complexes de sorte que la valeur absolue du nombre est égale à l'amplitude de la marée, tandis que son argument indique la phase. On trouve des intégrales de la forme $e^{int + rx}$, où n est la fréquence de la marée et r une quantité complexe caractérisant la propagation et racine de l'„équation caractéristique” (74). Les deux racines de cette équation sont de signe opposée et l'intégral complète (75 ou 76) apparaît comme une superposition de deux ondes se propageant en sens opposé. En utilisant ces équations, il faut observer que, l'axe des X positifs étant pris vers l'aval, le courant de jusant aura la signe positif et le courant de flot la signe négatif.

§ 14. Application et contrôle des équations intégrées.

Dans l'équation caractéristique figurent quelques facteurs (e.a. les coefficients m), qui dépendent de la marée ou des courants de marée. Ces facteurs sont évalués avec des valeurs approchées admises pour ces dernières quantités. Après l'achèvement des calculs, on compare les valeurs admises avec les valeurs calculées; quand il y a une discordance trop grande il est nécessaire de répéter le calcul avec des valeurs meilleures

pour les dits facteurs.

Les constantes d'intégration des formules (75) et (76) sont éliminées dans les deux cas suivants: (1) celui où l'on connaît la marée et le courant à un même endroit (formule 77), (2) celui où l'on connaît la marée aux deux extrémités d'un tronçon (formule 83). Les changements qui interviennent dans l'équation caractéristique en prenant l'axe des X positifs vers l'amont, sont également indiqués (formule 78). En calculant un tronçon de l'amont vers l'aval et ensuite en sens opposé, on déduit une formule (82) qui permet de contrôler les quatre coefficients principaux de la formule 77 (à comparer 80).

§ 15. Verification et valeur pratique de la méthode développée.

Comment une verification probante d'une méthode de calcul pour la marée fluviale doit être établie de préférence. Discussion de l'importance pratique de l'approximation introduite en employant la marée principale M_2 comme représentant la marée totale et en négligeant les marées harmoniques M_4 , M_6 . Conclusion que la connaissance des ces marées ne sera que très rarement nécessaire dans la pratique.

Chapitre IV. Le calcul de la marée fluviale, appliqué au Lek en amont de Krimpen.

§ 16. Le procédé des calculs.

Le but proposé est de calculer la marée principale et le niveau moyen à Vreeswyk (à 38 kilomètres en amont de Krimpen) pour deux débits amont très différents (période I et II), en partant de ces débits, de la marée et du niveau moyen à Krimpen et des données hydrauliques caractérisant la rivière. Description de l'arrangement du calcul.

§ 17. Compilation des données.

- a. Les niveaux moyens (Tableau I: Hauteurs d'eau dans les périodes considérées).

- b. Les sections transversales. (Figure 6, Profil en long; figure 7, Largeurs).
- c. Les bassins versants (Figure 7).
- d. Le courbe des débits à Arnhem servant à la détermination du débit amont.
- e. La formule pour la résistance due aux frottements est déduite du mouvement moyen dans les tronçons Vreeswijk—Culemborg et Culemborg—Wijk bij Duurstede, où l'influence de la marée sur la pente moyenne peut être négligée. Il apparaît que la formule de Chézy (avec $C = 48$) s'approche plus de la réalité que la formule de Manning, dont le coefficient C^* varie trop. (Tableau II: Calculs du débit en amont de Vreeswijk).
- f. Les courbes de marée à Krimpen et Vreeswijk et les résultats de l'analyse harmonique. (Tableau III: Exemple du groupement des hauteurs de l'eau pour Krimpen. Période I; Tableau IV: Courbes locales moyennes; Tableau V: Résultats de l'analyse harmonique).
- g. Evaluations des marées et des débits (tirées d'un calcul provisoire). (Tableau VI: Résultats d'un calcul provisoire).

§ 18. Effectuation des calculs.

Choix des sections moyennes pour les tronçons (Tableau VII: Sections transversales moyennes admises).

Evaluation des débits et des marées moyennes (Tableau VIII: Valeurs des marées et des débits admis et calculés).

Introduction d'unités nouvelles.

Tableau IX: Calcul des termes figurant dans les équations caractéristiques.

Tableau X: Calcul et contrôle des équations finales pour les tronçons.

Tableau XI: Raccordement des tronçons.

Comparaison des marées et des débits admis et calculés (Tableau VIII).

Tableau XII: Calcul de la pente moyenne.

§ 19. Discussion des résultats.

Tableau XIII: Comparaison du calcul et des observations à Vreeswijk.

Figure 8: Les courbes locales à Krimpen et Vreeswijk dans les périodes I et II comparées avec les sinusoïdes qui ont servi comme point de départ du calcul (Krimpen), ou qui en résultent (Vreeswijk).

Les niveaux moyens, les amplitudes de la marée et aussi la phase dans la période II montrent une concordance très satisfaisante. Il y a un écart assez considérable seulement entre la phase observée et celle calculée pour la période I; étant donné qu'il s'agit d'une marée très petite, cette discordance n'a pas d'importance pratique. La figure 8 montre que les courbes locales calculées constituent une bonne approximation des courbes réelles, ce qui démontre la valeur de la méthode exposée.

§ 20. Quelques observations sur l'application pratique et une méthode introduisant la forme en entonnoir des rivières dans les équations.

Dans le plupart des cas on peut négliger encore quelques termes de l'équation caractéristique, qui se réduit alors à la forme (84).

Beaucoup de fleuves ont une forme en entonnoir. Pour bien représenter cette situation avec la méthode du Chapitre III, il faut les diviser en tronçons assez courts, ce qui rend le calcul laborieux. On peut y remédier en admettant que la section transversale et la largeur varient proportionnellement à une fonction exponentielle. En négligeant les termes petits, l'équation caractéristique pour la marée prend la forme (92); la racine négative de cette équation: $r_1' = -\mu' - i\nu'$ déterminant la propagation de la marée. L'amplitude diminue selon $e^{-\mu' x}$ et la phase augmente de $\nu' x \times 360^\circ : 2\pi$.

Le tableau XIV présente le calcul du tronçon Krimpen—Vreeswijk suivant cette méthode. A titre de comparaison on a indiqué également les résultats obtenus quand la forme en

entonnoir est négligée et que la rivière est supposée prismatique en amont de Krimpen.

Chapitre V. Essai d'un calcul de marée-tempête sur une fleuve maritime.

§ 21. Analyse d'un problème, posé par la pratique.

Description d'un problème compliqué relatif à l'augmentation de la hauteur des marées-tempêtes, qui s'est posé en connexion avec les travaux d'endiguement, proposés pour les deux rives de l'Amer. Description de la méthode qui a servi à la solution du problème.

§ 22. L'introduction de l'influence du vent.

Description des façons diverses, dont le vent peut influer sur le mouvement de l'eau dans un canal. La théorie globale de ces phénomènes, due à Lorentz. Expression de l'influence du vent déduite des dénivellations qu'il cause (formule 93). Introduction globale de cette influence dans l'équation dynamique (95 et 96). La diminution de l'influence du vent sur des cours d'eau étroits, bordés de digues.

§ 23. La marée-tempête considérée comme une oscillation explosive.

Les courbes marégraphiques pendant une marée-tempête ne permettent guère une approximation au moyen de fonctions harmoniques. Dans certains cas pourtant on peut les approcher avec une fonction e^{nt} , où n est complexe avec partie réelle positive. Il est nécessaire de vérifier que les écarts entre cette fonction et la réalité existant avant la période critique de la marée-tempête, n'ont pas d'influence appréciable sur cette période même.

L'équation dynamique est établie pour la marée-tempête (formule 97), et pour le mouvement permanent qui sert comme point de départ de la marée-tempête (formule 98). En retrans-

chant ces deux équations l'une de l'autre, on obtient la formule (99) pour les écarts du mouvement permanent pendant la marée-tempête, tout cela en négligeant les termes d'un ordre de grandeur trop petit. Les coefficients variables de cette équation (sections transversales etc.) sont remplacés par des valeurs constantes, valables pendant la période critique et l'expression de la résistance est rendue linéaire (formule 100). Pour l'intégration de cette équation (en tenant compte de l'équation de continuité) on a choisi des fonctions $e^{nt + rx}$ (n complexe). On trouve une équation caractéristique pour r (formule 106); les intégrales prennent la forme (107) ou (108).

L'Annexe indique comment il est possible de tenir compte dans le calcul de l'influence de l'inondation des polders adjacents.

§ 24. L'application de la méthode à la Bergsche Maas.

Calcul de la propagation de la marée-tempête du 13—14 janvier 1916 sur la Bergsche Maas en amont de Keizersveer.

Approximation de la courbe marégraphique à Keizersveer avec une fonction de la forme décrite (figure 12). Les rivières sont schématisées en les divisant en trois tronçons et comme contrôle la pente du mouvement permanent dans deux circonstances différentes est calculée et comparée avec les observations (Tableaux XV et XVI). Puis on a établi les équations caractéristiques et les équations finales des tronçons (p. 198). Ensuite les trois tronçons sont combinés (p. 202). On trouve les résultats des calculs sur le page 203 et dans le Tableau XVII et la comparaison avec les observations dans la figure 12.

La discussion de cette comparaison donne encore une preuve des possibilités d'application des méthodes proposées.

Tabel IX.

Berekening der coëfficiënten van de karakteristieke vergelijkingen.

	Periode I. $S = 0,920$						Periode II. $S = 0,270$					
	Boven C	C — V	V — J	J — S	S — St	St — K	Boven C	C — V	V — J	J — S	S — St	St — K
1. bodemdiepte H	5,95	5,75	5,65	5,45	5,80	6,35	3,20	3,65	4,20	4,60	5,35	6,05
2. profielsinhoud f_m	0,770	0,786	0,925	1,055	1,305	1,718	0,362	0,459	0,662	0,876	1,195	1,628
3. hydraulische straal R_m	4,99	4,88	4,95	4,85	5,24	5,78	2,85	3,22	3,76	4,17	4,86	5,54
4. waterspiegelbreedte b_w	0,153	0,160	0,186	0,215	0,248	0,296	0,1265	0,1415	0,175	0,209	0,245	0,293
5. bergende breedte B	0,240	0,250	0,250	0,275	0,300	0,345	0,170	0,196	0,216	0,254	0,290	0,340
6. lengte l	1,180	1,070	1,025	1,090	0,815	0,890	1,180	1,070	1,025	1,090	0,815	0,890
7. geschatte stroomamplitude σ_0	0,006	0,020	0,055	0,130	0,250	0,440	0,020	0,065	0,160	0,310	0,480	0,700
8. $C^2 (= 0,230) f_m^2 R_m$	0,681	0,694	0,974	1,242	2,058	3,93	0,086	0,156	0,380	0,738	1,600	3,385
9. $\chi = 3 (b_w - 0,00275 H) / f_m$	0,532	0,546	0,553	0,569	0,533	0,486	0,973	0,860	0,740	0,672	0,578	0,508
10. $j^* = s_0^2 / (8)$	1,242	1,220	0,868	0,680	0,411	0,215	0,848	0,466	0,192	0,130	0,144	0,145
11. $V = S / f_m$	1,195	1,17	0,99	0,87	0,705	0,535	0,745	0,588	0,408	0,308	0,226	0,166
12. σ_0 / S , resp. S / σ_0 (cursief)	0,0065	0,022	0,060	0,141	0,272	0,478	0,074	0,241	0,592	0,871	0,562	0,386
13. m_0	1,000	1,000	1,002	1,009	1,036	1,113	1,003	1,030	1,174	1,250	0,753	0,502
14. m_1	0,013	0,044	0,120	0,282	0,544	0,956	0,148	0,482	1,184	1,742	1,240	1,036
15. m_2	0,000	0,000	0,002	0,009	0,036	0,113	0,003	0,030	0,174	0,492	0,405	0,304
16. $m_0 - \frac{1}{2} m_2$	1,000	1,000	1,001	1,005	1,018	1,056	1,001	1,015	0,087	1,004	0,550	0,350
17. $g f_m$	7,55	7,71	9,07	10,35	12,80	16,85	3,55	4,50	6,49	8,60	11,72	15,97
18. $V^2 b_w$	0,219	0,219	0,184	0,163	0,123	0,085	0,070	0,049	0,029	0,020	0,013	0,005
19. $1 - (18) / (17)$	0,971	0,972	0,980	0,984	0,990	0,995	0,980	0,989	0,996	0,998	0,999	1,000
20. $(17) - (18)$	7,33	7,49	8,89	10,19	12,68	16,77	3,48	4,45	6,46	8,58	11,71	15,96
21. $B + b_w$	0,393	0,410	0,436	0,490	0,548	0,641	0,2965	0,3375	0,391	0,463	0,535	0,633
22. $-\chi m_2 \eta_0 \cos (\kappa - \varphi)$	0	0	0	0,001	0,005	0,018	0	0,004	0,028	0,101	0,090	0,065
23. $(14) + (22)$	0,013	0,044	0,120	0,283	0,549	0,974	0,148	0,486	1,212	1,843	1,330	1,101
24. $(23) \times (10) / (7)$	2,700	2,650	1,885	1,480	0,902	0,477	6,27	3,48	1,454	0,773	0,399	0,228
25. $-1/f_1^2 + 1/f_a^2$	0,16	0,24	0,41	0,30	0,26	0,20	2,71	2,75	1,51	0,70	0,43	0,24
26. $(25) \times S/g l$	0,013	0,021	0,037	0,026	0,030	0,021	0,06	0,071	0,041	0,018	0,014	0,007
27. $(24) + (26)$	2,687	2,629	1,848	1,454	0,872	0,456	6,21	3,41	1,413	0,755	0,385	0,221
28. $(9) \times (16) \times (10) / (19)$	0,681	0,686	0,490	0,396	0,226	0,111	0,842	0,411	0,155	0,088	0,046	0,026
29. $(11) \times (21) \times n / (20)$	0,090	0,090	0,068	0,059	0,042	0,029	0,089	0,063	0,035	0,023	0,014	0,009
30. $B n^2 / (20)$	0,065	0,066	0,056	0,053	0,047	0,041	0,097	0,087	0,066	0,059	0,049	0,042
31. $B n \times (27) / (19)$	0,934	0,950	0,662	0,571	0,371	0,222	1,514	0,948	0,430	0,270	0,157	0,107

Tabel XII.

Berekening van het middenstandsverhang.

	Periode I. $S = 0,920$					Periode II. $S = 0,270$				
	V	J	S	St	K	V	J	S	St	K
1. $S^2 + \frac{1}{2} \sigma_0^2$	0,847	0,849	0,861	0,894	0,991	0,077	0,093	0,150	0,243	0,433
2. $(1) / 2 g f^2$	0,064	0,045	0,032	0,021	0,014	0,012	0,008	0,008	0,007	0,007
	V — J	J — S	S — St	St — K		V — J	J — S	S — St	St — K	
3. σ_0	0,045	0,117	0,236	0,420		0,145	0,297	0,487	0,715	
4. $j^* = s_0^2 / C^2 f_m^2 R_m$	0,868	0,680	0,411	0,215		0,192	0,120	0,148	0,151	
5. σ_0 / S resp. S / σ_0	0,049	0,127	0,257	0,456		0,537	0,910	0,554	0,378	
6. m_0	1,001	1,007	1,029	1,091		1,143	1,321	0,743	0,490	
7. m_1	0,098	0,254	0,514	0,912		1,074	1,825	1,232	1,029	
8. η_0	0,146	0,301	0,481	0,620		0,435	0,578	0,680	0,736	
9. $\kappa - \varphi$	123°	123°	123°	123°		123°	123°	123°	123°	
10. $j^* l$	0,890	0,741	0,335	0,191		0,197	0,131	0,121	0,1345	
11. $m_1 / 2 m_0$	0,049	0,126	0,243	0,418		0,470	0,690	0,829	1,050	
12. $\chi \eta_0$	0,081	0,171	0,256	0,301		0,322	0,388	0,393	0,374	
13. $-\cos(\kappa - \varphi)$	0,545	0,545	0,545	0,545		0,545	0,545	0,545	0,545	
14. $(11) \times (12) \times (13)$	0,002	0,012	0,034	0,069		0,082	0,146	0,200	0,214	
15. $(6) \times (10)$	0,891	0,746	0,345	0,208		0,225	0,173	0,090	0,066	
16. $(10) \times (14)$	0,002	0,009	0,011	0,013		0,016	0,019	0,024	0,029	
17. Bernoulli-invloed	0,019	0,013	0,011	0,007		0,004	0	0,001	0	
18. Totaal verval $(15) + (16) - (17)$	0,874	0,742	0,345	0,214		0,237	0,192	0,115	0,095	
19. Middenstand	2,645	1,771	1,029	0,684	0,470	0,902	0,665	0,473	0,358	0,263

Tabel XVII.

Uitwerking van de uitdrukkingen voor de stormvloedsgrootheden.

		9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	1	2	3	4	5	6
$0,4 t$		2,160	2,016	1,872	1,728	1,584	1,440	1,296	1,152	1,008	0,864	0,720	0,576	0,432	0,288	0,144	0	0,144	0,288	0,432	0,576	0,720	0,864
$0,8 t$		4,320	4,032	3,744	3,456	3,168	2,880	2,592	2,304	2,016	1,728	1,440	1,152	0,864	0,576	0,288	0	0,288	0,576	0,864	1,152	1,440	1,728
$e^{0,4 t}$		0,115	0,133	0,154	0,178	0,205	0,237	0,274	0,316	0,365	0,421	0,487	0,562	0,649	0,750	0,866	1,000	1,155	1,334	1,540	1,779	2,054	2,373
$\cos 0,8 t$		-0,382	-0,631	-0,823	-0,951	-1,000	-0,966	-0,853	-0,699	-0,431	-0,157	0,130	0,407	0,649	0,839	0,959	1	0,959	0,839	0,649	0,407	0,130	-0,157
$\sin 0,8 t$		+0,924	+0,776	+0,567	+0,308	+0,026	-0,259	-0,522	0,743	-0,903	-0,988	-0,991	-0,914	-0,760	-0,545	-0,284	0	0,284	0,545	0,760	0,914	0,991	0,988
$e^{(0,4 + 0,8 i) t}$	reëel gedeelte	-0,043	-0,084	-0,127	-0,169	-0,205	-0,299	-0,233	-0,211	-0,157	-0,066	+0,063	+0,229	+0,421	0,639	0,830	1,000	1,108	1,119	1,000	0,724	0,267	-0,372
	imag. gedeelte	+0,106	+0,103	+0,08	.055	+0,005	-0,061	-0,143	-0,235	-0,331	-0,416	-0,483	-0,514	-0,493	-0,409	-0,246	0	0,328	0,727	1,171	1,608	2,040	2,345
η_1	in mm	-66	-101	-134	-162	-179	-183	-164	-120	-47	55	185	338	500	666	789	870	877	778	554	195	-318	
η_2		- 4	- 18	- 34	- 51	- 68	- 81	- 91	- 92	-84	-62	-26	26	91	169	249	329	397	430	443	395	286	106
η_3		4	1	- 5	- 10	- 18	- 24	- 31	- 36	-38	-37	-31	-19	-1	24	53	86	120	150	172	182	176	144
σ_1	in m ³ /sec.							- 12	49	126	210	300	386	451	489	474	403	259	37	-265			
σ_2								- 31	- 10	19	54	96	140	182	220	237	236	206	142	39			
stroom waterstand	Keizersveer	2,18	2,15	2,12	2,09	2,07	2,07	2,09	2,13	2,20	2,30	2,44	2,59	2,75	2,92	3,04	3,12	3,13	3,03	2,80	2,44	1,93	
	Heesbeen	2,92	2,90	2,89	2,87	2,85	2,84	2,83	2,83	2,84	2,86	2,89	2,95	3,01	3,09	3,17	3,25	3,32	3,35	3,36	3,32	3,21	3,03
	Hedel	3,67	3,67	3,66	3,66	3,65	3,65	3,64	3,63	3,63	3,63	3,64	3,65	3,67	3,69	3,72	3,76	3,79	3,82	3,84	3,85	3,85	3,81
	Keizersveer							-872	-811	-734	-650	-560	-474	-409	-371	-386	-457	-601	-823	-1125			
	Heesbeen							-891	-870	-841	-806	-764	-720	-678	-640	-623	-624	-654	-718	-821			

Tabel X.

Berekening en controle van de vakcoëfficiënten.

	Periode I									Periode II								
	Boven — C	C — V	V — J	J — S	S — St	S — K				Boven — C	C — V	V — J	J — S	S — St	S — K			
$r_1 + r_2$	0,681 + 0,090 i	0,686 + 0,090 i	0,490 + 0,068 i	0,396 + 0,059 i	0,226 + 0,043 i	0,111 + 0,029 i				0,842 + 0,089 i	0,411 + 0,063 i	0,155 + 0,035 i	0,088 + 0,023 i	0,046 + 0,014 i	0,026 + 0,009 i			
$r_1 r_2$	0,066 — 0,934 i	0,066 — 0,950 i	0,056 — 0,662 i	0,053 — 0,571 i	0,047 — 0,371 i	0,041 — 0,022 i				0,097 — 1,514 i	0,087 — 0,948 i	0,066 — 0,430 i	0,059 — 0,270 i	0,049 — 0,157 i	0,042 — 0,107 i			
r_1	1,053 + 0,722 i	1,061 + 0,728 i	0,829 + 0,615 i	0,731 + 0,576 i	0,527 + 0,476 i	0,363 + 0,378 i				1,324 + 0,903 i	0,882 + 0,741 i	0,512 + 0,516 i	0,376 + 0,420 i	0,263 + 0,333 i	0,204 + 0,285 i			
r_2	—0,372 — 0,632 i	—0,375 — 0,638 i	—0,339 — 0,547 i	—0,335 — 0,517 i	—0,301 — 0,433 i	—0,252 — 0,349 i				—0,482 — 0,814 i	—0,471 — 0,678 i	—0,357 — 0,481 i	—0,288 — 0,397 i	—0,217 — 0,319 i	—0,178 — 0,276 i			
$r_1 - r_2$		1,436 + 1,366 i	1,168 — 1,162 i	1,066 + 1,093 i	0,828 + 0,909 i	0,615 + 0,727 i					1,353 + 1,419 i	0,869 + 0,007 i	0,664 + 0,817 i	0,480 + 0,652 i	0,382 + 0,561 i			
$I / (r_1 - r_2)$		0,366 — 0,348 i	0,430 — 0,428 i	0,4575 — 0,469 i	0,548 — 0,601 i	0,678 — 0,802 i					0,352 — 0,369 i	0,497 — 0,5705 i	0,599 — 0,737 i	0,7325 — 0,995 i	0,830 — 1,218 i			
$r_1 l$		1,135 + 0,779 i	0,8495 + 0,630 i	0,797 + 0,628 i	0,429 + 0,388 i	0,323 + 0,336 i					0,944 — 0,793 i	0,525 — 0,529 i	0,410 + 0,458 i	0,2145 + 0,2715 i	0,1815 + 0,2535 i			
$r_2 l$		—0,401 — 0,683 i	—0,3475 — 0,560 i	—0,365 — 0,564 i	—0,245 — 0,353 i	—0,224 — 0,3105 i					—0,504 — 0,725 i	—0,366 — 0,493 i	—0,314 — 0,433 i	—0,177 — 0,260 i	—0,1585 — 0,2455 i			
$(r_1 + r_2) l$		0,734 + 0,096 i	0,502 + 0,070 i	0,432 — 0,064 i	0,184 + 0,035 i	0,099 + 0,0255 i					0,440 + 0,068 i	0,159 + 0,036 i	0,096 + 0,025 i	0,0375 + 0,0115 i	0,023 + 0,008 i			
$e_{r_1} l$		2,214 + 2,187 i	1,889 + 1,377 i	1,795 — 1,303 i	1,421 + 0,581 i	1,304 + 0,456 i					1,803 + 1,830 i	1,460 + 0,854 i	1,351 + 0,666 i	1,193 + 0,332 i	1,160 + 0,301 i			
$e_{r_2} l$		0,5195 + 0,423 i	0,598 — 0,375 i	0,587 — 0,371 i	0,734 — 0,271 i	0,761 — 0,244 i					0,452 — 0,4005 i	0,611 — 0,328 i	0,663 — 0,3065 i	0,8095 — 0,215 i	0,828 — 0,2075 i			
$e(r_1 + r_2) l$		2,074 + 0,200 i	1,648 + 0,116 i	1,537 + 0,099 i	1,201 + 0,042 i	1,104 + 0,0285 i					1,549 + 0,1055 i	1,172 + 0,042 i	1,100 + 0,0275 i	1,038 + 0,012 i	1,023 + 0,008 i			
$e_{r_1} l - e_{r_2} l$		1,6945 + 2,610 i	1,291 + 1,752 i	1,208 + 1,674 i	0,687 + 0,852 i	0,543 + 0,700 i					1,351 + 2,2305 i	0,849 + 1,182 i	0,688 + 0,9725 i	0,3835 + 0,547 i	0,332 + 0,5085 i			
id. / $(r_1 - r_2)$ (a)		1,527 + 0,365 i	1,305 + 0,201 i	1,338 + 0,200 i	0,8885 + 0,054 i	0,930 + 0,039 i					1,299 + 0,2865 i	1,097 + 0,1035 i	1,129 + 0,0755 i	0,825 + 0,019 i	0,8945 + 0,018 i			
id. $\times r_1 r_2$ (b)		0,448 — 1,426 i	0,206 — 0,853 i	0,185 — 0,7535 i	0,062 — 0,327 i	0,047 — 0,205 i					0,385 — 1,205 i	0,1155 — 0,65 i	0,087 — 0,3005 i	0,0435 — 0,128 i	—0,0395 — 0,095 i			
$r_1 e_{r_1} l$		0,757 + 3,932 i	0,719 + 2,303 i	0,562 + 1,987 i	0,472 + 0,982 i	0,301 + 0,6585 i					0,234 + 2,950 i	0,307 + 1,190 i	0,228 + 0,818 i	0,2035 + 0,4845 i	0,151 + 0,392 i			
$r_2 e_{r_2} l$		—0,465 — 0,173 i	—0,408 — 0,200 i	—0,3885 — 0,179 i	—0,338 — 0,2365 i	—0,277 — 0,204 i					—0,4845 — 0,118 i	—0,376 — 0,117 i	—0,313 — 0,175 i	—0,244 — 0,2115 i	—0,2045 + 0,1915 i			
verschil (c)		1,222 + 4,105 i	1,127 + 2,503 i	0,9505 + 2,166 i	0,810 + 1,2185 i	0,578 + 0,8625 i					0,7185 + 3,068 i	0,683 + 1,367 i	0,541 + 0,993 i	0,4475 + 0,696 i	0,3555 + 0,5835 i			
$r_1 e_{r_2} l$		0,859 — 0,071 i	0,7265 + 0,0565 i	0,6425 + 0,067 i	0,516 + 0,206 i	0,3685 + 0,1995 i					0,696 — 0,018 i	0,482 + 0,147 i	0,378 + 0,153 i	0,2845 + 0,213 i	0,228 + 0,194 i			
$r_2 e_{r_1} l$		0,565 — 2,232 i	0,113 — 1,500 i	0,0725 — 1,3645 i	—0,176 — 0,790 i	—0,170 — 0,570 i					0,392 — 2,084 i	—0,110 — 1,007 i	—0,125 — 0,729 i	—0,153 — 0,4525 i	—0,1235 — 0,374 i			
verschil (d)		0,294 + 2,161 i	0,6135 + 1,5565 i	0,570 — 1,4315 i	0,692 + 0,996 i	0,5385 + 0,7695 i					0,304 + 2,066 i	0,592 + 1,154 i	0,503 + 0,892 i	0,4375 + 0,6655 i	0,3515 + 0,568 i			
$L = c / (r_1 - r_2)$		1,874 + 1,076 i	1,556 + 0,5935 i	1,450 + 0,5445 i	1,1765 + 0,1805 i	1,084 + 0,1215 i					1,384 + 0,814 i	1,1195 + 0,2895 i	1,056 + 0,196 i	1,0205 + 0,065 i	1,006 + 0,051 i			
$M = b / B n i$		—4,063 — 1,277 i	—2,430 — 0,587 i	—1,950 — 0,479 i	—1,776 — 0,147 i	—0,422 — 0,097 i					—4,382 — 1,406 i	—1,532 — 0,382 i	—0,842 — 0,244 i	—0,314 — 0,107 i	—0,199 — 0,0825 i			
$N = -B n i . a$		0,128 — 0,536 i	0,071 — 0,458 i	0,077 — 0,517 i	0,023 — 0,3745 i	0,019 — 0,451 i					0,079 — 0,357 i	0,0315 — 0,333 i	0,027 — 0,403 i	0,008 — 0,336 i	0,0085 — 0,428 i			
$O = d / (r_1 - r_2)$		0,860 + 0,688 i	0,930 + 0,407 i	0,9325 + 0,388 i	0,9775 + 0,1295 i	0,982 + 0,0895 i					0,869 + 0,651 i	0,952 + 0,2355 i	0,958 + 0,1635 i	0,9825 + 0,052 i	0,9835 + 0,043 i			
LO		0,872 + 2,214 i	1,2055 + 1,1855 i	1,141 + 1,070 i	1,1265 + 0,3285 i	1,0535 + 0,216 i					0,702 + 1,558 i	0,998 + 0,539 i	0,9795 + 0,3605 i	0,999 + 0,117 i	0,9875 + 0,093 i			
MN		1,204 — 2,014 i	0,441 — 1,0715 i	0,398 — 0,971 i	0,0725 — 0,2875 i	0,0515 — 0,188 i					0,846 — 1,4535 i	0,175 — 0,498 i	0,121 — 0,3335 i	0,0385 — 0,104 i	0,0365 — 0,0845 i			
$LO - MN (= e(r_1 + r_2) l)$		2,076 + 0,200 i	1,6465 + 0,114 i	1,539 + 0,099 i	1,199 + 0,041 i	1,105 + 0,028 i					1,548 + 0,1045 i	1,172 + 0,041 i	1,1005 + 0,027 i	1,0375 + 0,013 i	1,024 + 0,0085 i			

Tabel XI.

Aaneenschakelen der vakken.

	Periode I										Periode II									
	$\sigma_c = (-1,405 \times 0,240 i) : (1,053 + 0,722 i) \quad \eta_c = (-0,149 - 0,218 i) \quad \eta_c$										$\sigma_c = (-1,405 \times 0,170 i) : (1,324 + 0,903 i) \quad \eta_c = (-0,084 - 0,123 i) \quad \eta_c$									
	C - V		V - J		J - S		S - St		St - K		C - V		V - J		J - S		S - St		St - K	
$L \times \eta_a$	1,874	+ 1,076 i	2,146	+ 4,655 i	-1,700	+10,238 i	-8,85	+13,71 i	-16,125	+ 6,28 i	1,384	+ 0,814 i	1,343	+ 2,105 i	0,515	+ 3,224 i	-0,596	+ 3,903 i	-1,570	+ 3,992 i
$M \times \sigma_a$	0,326	+ 1,076 i	-0,849	+ 1,919 i	-3,902	+ 2,272 i	-4,495	- 0,055 i	-4,085	+ 3,01 i	0,196	+ 0,657 i	-0,323	+ 0,759 i	-0,854	- 0,622 i	-0,762	+ 0,134 i	-0,738	- 0,107 i
η_1	2,200	+ 2,152 i	1,297	+ 6,574 i	-5,602	+12,510 i	-13,345	+13,655 i	-20,21	+ 9,29 i	1,580	+ 1,471 i	1,020	+ 2,864 i	-0,339	+ 3,846 i	-1,358	+ 4,037 i	-2,308	+ 3,885 i
$N \times \eta_a$	0,128	- 0,536 i	1,142	- 0,855 i	3,499	- 0,164 i	-4,56	+ 2,38 i	5,90	+ 6,28 i	0,079	- 0,357 i	0,540	- 0,480 i	1,182	- 0,334 i	1,289	+ 0,145 i	1,716	+ 0,615 i
$O \times \sigma_a$	0,022	- 0,290 i	0,476	- 0,707 i	2,114	- 0,829 i	5,61	- 0,24 i	9,80	+ 3,01 i	0,003	- 0,159 i	0,199	- 0,472 i	0,864	- 0,791 i	2,068	- 0,999 i	3,338	- 0,696 i
σ_1	0,150	- 0,826 i	1,618	- 1,562 i	5,613	- 0,993 i	10,17	+ 2,14 i	15,70	+ 9,29 i	0,082	- 0,516 i	0,739	- 0,952 i	2,046	- 1,125 i	3,357	- 0,854 i	5,054	- 0,081 i
	$(-20,21 + 9,29 i) \quad \eta_c = 0,681 \cos 112^\circ - 0,681 \sin 112^\circ = -25,5 - 63,1 i$ $\eta_c = -0,0037 + 0,0292 i$										$(-2,308 + 3,885 i) \quad \eta_c = 0,758 \cos 232^\circ - 0,758 \sin 232^\circ = -46,9 + 59,5 i$ $\eta_c = 0,1662 + 0,0220 i$									
η_1	-0,071	+ 0,056 i	-0,199	+ 0,015 i	-0,344	- 0,209 i	-0,349	- 0,439 i	-0,255	- 0,631 i	0,230	+ 0,279 i	0,106	+ 0,498 i	-0,141	+ 0,632 i	-0,314	+ 0,641 i	-0,469	- 0,595 i
Ampl.	0,091		0,200		0,402		0,560		0,681		0,361		0,509		0,647		0,714		0,758	
Fase	218°		184°		148°		128°		112°		310°		282°		258°		244°		232°	
σ_1	0,023	+ 0,007 i	0,040	+ 0,053 i	0,008	+ 0,168 i	-0,099	+ 0,288 i	-0,329	+ 0,424 i	0,025	- 0,084 i	0,144	- 0,142 i	0,365	- 0,142 i	0,577	- 0,068 i	0,842	- 0,098 i
Ampl.	0,024		0,066		0,168		0,305		0,536		0,088		0,202		0,392		0,582		0,849	
Fase	342°		307°		271°		251°		232°		73°		45°		21°		7°		353°	

Zuidhollandsche en Zeeuwsche stroomen.

