

Fender-constructies



november 1977

22 bladzijden

5 figuren

Appendix 3 bladzijden

Hydraulica bij schutsluizen

door P.A. Kolkman

Notitie 20, Afmeerkrachten bij centrisc en excentrisch botsen van een schip tegen fenderpalen en bij aanvaren van een verend remmingwerk

<u>Inhoud</u>	<u>blz.</u>
1. Inleiding	2
2. Berekening horizontale hydrodynamische krachten bij versnellen in dwarsrichting	4
3. De vergelijking van de fenderinvering bij centrisc botsen in dwarsrichting	6
4. De vergelijking van de fenderinvering bij excentrisch botsen	8
5. Krachten bij aanvaren van een in één richting verende constructie	10
6. Rekenprocedure	17
7. Toetsing van de theorie met botsproeven in een model	19
8. Botsen tegen een niet-lineaire fender	20
9. Beperkingen van de berekeningsmethode	20
Literatuurlijst	22
Appendix: Consequenties van het differentiëren van vgl (27)	

1. Inleiding

Het eigen speurwerk bij de vakgroep Constructieve Waterbouwkunde evenals het door deze vakgroep geïnitieerde speurwerk uitgevoerd door het Laboratorium voor Vloeistofmechanica (ir. H. Fontijn) heeft inmiddels geleid tot een behoorlijk inzicht in de verschijnselen die zich bij het vertragen en versnellen van schepen in het horizontale vlak voordoen. Ook is het mogelijk gebleken om met een vereenvoudigde aanpak ((4) speurwerkbegeleiding, Notitie 3 dd. november 1972) voor de praktijk voldoende nauwkeurig de krachten bij dwarsoscillatie te bepalen (fig. 1), terwijl voor rotatie ook vereenvoudigende aannamen mogelijk zijn. Hiermee is het afmeerprobleem van tankers die door sleepboten in dwarsrichting centrisch of excentrisch (ten opzichte van de scheepslengte) tegen een fender geduwd worden voor berekening vatbaar geworden.

In deze notitie wordt ook aangegeven hoe de aanvaarkrachten van een schip tegen een verend remmingwerk, uitgaande van dezelfde vereenvoudigende veronderstellingen, berekend kunnen worden.

In het afstudeerverslag van P. Middendorp (5) is te vinden hoe de berekening van krachten bij dwarsoscillatie in de hiervoor genoemde Notitie 3 van de speurwerkbegeleiding omgewerkt kan worden, zodanig dat bij centrisch botsen tegen een lineaire veer een lineaire differentiaalvergelijking van de derde orde ontstaat die tezamen met de condities vlak voor de botsing, de gehele stoot beschrijft.

Voor rotatieversnellingen van het schip om de verticale as blijkt uit oscillatieproeven in het laagfrequente gebied, verricht door Fontijn (1), de "toegevoegde massa" (feitelijk: "toegevoegd polair massa-traagheidsmoment") niet erg frequentieafhankelijk te zijn, hetgeen tot de hypothese leidt dat golfuitstraling minder belangrijk is. Bovendien bleek de waterdiepte, bij gelijkblijvende scheepsafmeting niet erg van belang, zodat vervolgens is nagegaan in hoeverre het schip als een mootje van een oneindig lange verticale strip is te beschouwen. Bij translatie en rotatie is hiervan de theoretische waarde van de toegevoegde massa bekend, zie Lamb (2) par. 72.

In fig. 2 zijn gemeten en theoretische waarden van het toegevoegd massa-traagheidsmoment uitgezet, waaruit een redelijke overeenstemming blijkt. Bij grotere waterdiepte (Fontijn heeft max. 1,33 x de scheepsdiepte genomen) is een ca. 20% lager toegevoegd polair traagheidsmoment gevonden. Nu is het mogelijk om ook voor excentrische botsing de fenderkracht te berekenen. Wel worden daarbij de hydrodynamische dempingskrachten die bij rotatie voorkomen verwaarloosd.

Deze zijn door Fontijn experimenteel wel geconstateerd bij de oscillatieproeven. Fig. 3 geeft de bij rotatie gemeten dempingen, die sterk amplitudeafhankelijk zijn (vermoedelijk door dempingstermen evenredig aan het kwadraat van de watersnelheden). De reden dat verwaarlozen mag is gelegen in het feit dat bij een stoot de dempingskrachten nauwelijks van invloed zijn op de maximale belasting.

De berekening bij excentrisch botsen is in het afstudeerverslag van Middendorp niet volledig doorgezet, doordat hij met de optredende twee graden van vrijheid weer naar het klassieke concept van constante toegevoegde massa, met correctiecoëfficiënten, is overgegaan, overigens wel met gebruikmaking van zijn rekenresultaten voor translatie in dwarsrichting.

De vergelijkingen voor de hydrodynamische krachten bij dwarstranslatie van het schip worden in het volgende opnieuw afgeleid, zonder dat nu, zoals in (4), wordt uitgegaan van periodiek oscilleren. Opvallend is dat er uiteindelijk één eenvoudige vergelijking (vgl 52) ontstaat zowel geldig voor fenderkrachten bij centrisc en excentrisch botsen als bij aanvaren onder een hoek. Wel moeten eerst de coëfficiënten in deze vergelijking worden berekend (vgl 50 en 51).

Hoewel het in dit stadium wenselijk kan zijn om ook de meer volledige aanpak van Fontijn te evalueren wordt dat hier om praktische redenen achterwege gelaten. De voor de praktijk voornaamste punten van zijn aanpak zijn dat zijn berekening voor de krachten bij dwarstranslatie ook voor hogere oscillatiefrequenties geldig zijn en dat hij door over te gaan op de impulsresponsiefunctie van het schip in water de mogelijkheid heeft empirische grootheden die bij oscillatieproeven bij translere en rote ren in een hydraulisch model worden gevonden in deze impuls (stoot-) responsfunctie te verwerken. Als deze empirische grootheden in het frequentiedomein bekend zijn dan berekent hij de impulsresponsfunctie bij centrisc zowel als excentrisch botsen. Zijn methode heeft dus een ruimer toepassingsgebied.

Een dergelijke methode is ook beschikbaar in het Nederlands Scheepsbouwkundig Proefstation, gepubliceerd door Van Oortmerssen (8). Daar is ook een methode beschikbaar waarbij rekenkundig coëfficiënten worden gegenereerd, in het frequentiedomein, voor schepen ongeacht de vorm; dit resulteert in in- en uitfasekrachten bij translatie zowel als bij rotatie. Dit wordt gedaan door op de scheepscontouren een pulserende bronnen- en puttenbelegging aan te brengen en deze kloppend te maken met de waterverdringing die bij oscilleren ontstaat. Het rekenprogramma zelf is vrij complex

en de gehele scheepsvorm moet in het programma worden ingevoerd, alsmede de dichtheid van de belegging (afhankelijk van de hoogste frequentie waarbij coëfficiënten nodig zijn). Ook op het Waterloopkundig Laboratorium is een "coëfficiëntenprogramma" beschikbaar, maar dit is minder specifiek op schepen gericht. Dit programma (10) is ontwikkeld voor berekening van golfkrachten op vaste voorwerpen.

De resultaten van de in deze notitie beschreven metingen en berekeningen worden in de bijgevoegde figuren gepresenteerd als coëfficiënten in de formule van Saurin (zie verder (5) hfdst. III). Hierbij gaat men uit van de mechanicaberekening waarbij een bewegende massa tegen een veer botst. Ook bij een niet-lineaire maar ongedempte inverting geldt dat bij maximale indrukking de snelheid van de massa nul is en de opgenomen kinetische energie gelijk is aan de potentiële energie E_p van de veer

$$E_p = \frac{1}{2} m V^2$$

De invloeden van het water, van excentrisch botsen en van de indrukking van het schip zelf worden nu ingevoerd als correctiecoëfficiënten c_m , c_e en c_s , dus

$$E_p = \left(\frac{1}{2} m V^2\right) c_m \cdot c_e \cdot c_s$$

De berekening die in het volgende wordt gepresenteerd maakt geen gebruik van deze formule, wel worden de resultaten uitgedrukt in c_m en c_e .

2. Berekening van horizontale dynamische krachten bij versnellen in dwarsrichting

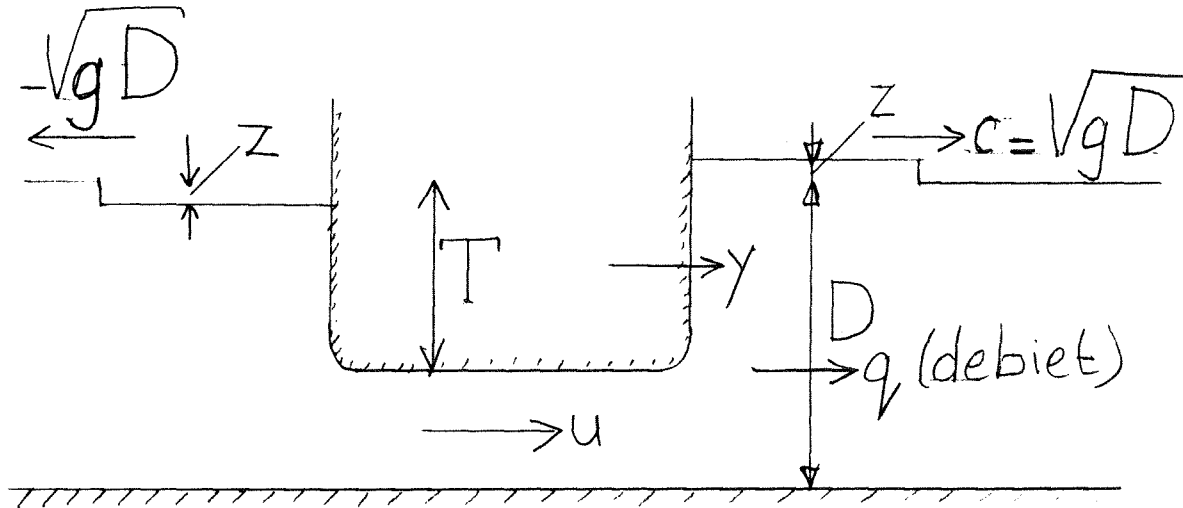
Uitgegaan wordt van een lang schip waarbij kopeffecten te verwaarlozen zijn (dus 2 dimensionale stroming en golfuitstraling). Door alleen beweging in het laagfrequentiegebied te beschouwen (bij periodiek oscilleren

$$\omega < 0,65 \sqrt{g/D}^* \text{), bij stootbelasting}$$

$T_{\text{max.kracht}} > \frac{\pi}{1,3} \sqrt{D/g}$) is de langegolftheorie geldig. Kenmerk: hydrostatische drukverdeling en geringe verticale versnelling van waterdeeltjes. Er kan nu zelfs gesproken worden van ééndimensionale stroming en golfuitstraling.

*) Bij deze ω is de drukfluctuatie aan de bodem (bij periodiek oscilleren) ca. 20% afwijkend van die aan het oppervlak, de loopsnelheid van de golf wijkt ca. 12% van die bij de lange golf af.

Verder wordt er van uitgegaan dat de golven klein zijn ten opzichte van de waterdiepte. De loopsnelheid van een lange golf wordt nu alleen door de waterdiepte bepaald en er geldt $c = \sqrt{gh}$. Bovendien geldt $u \ll \sqrt{gh}$.



Dwarsdoorsnede schip

Notatie: $\dot{y} = dy/dt$, $\ddot{y} = d^2y/dt^2$ etc.

Translatiegolfdebiet q . geeft een translatiegolf z ;

$$q = \dot{y} T + u (D - T) = z \sqrt{g D} \quad (1)$$

De kolom water onder het schip versnelt door het drukverschil tussen links en rechts. De wrijving wordt verwaarloosd, evenals de uittreeverliezen. Dit mag omdat bij kleine snelheden de kwadratische weerstandstermen verwaarloosbaar zijn. In de berekening zou rekentechnisch een lineaire wrijving ingevoerd kunnen worden. Fysisch is een lineaire weerstand ook plausibel als nl. de snelheid gesuperponeerd gedacht wordt op een initiële snelheid die door het naar de fender toevaren ontstaat. De in te voeren waarde is echter arbitrair en zal weinig invloed hebben op het resultaat.

$$2 \rho g z = - \rho B \dot{u} \quad \text{ofwel}$$

$$2 z = - \frac{B}{g} \dot{u} \quad (2)$$

Het schip ondervindt in Y-richting bij de aangenomen hydrostatische drukverdeling een kracht per eenheid van lengte

$$F_w/L = - 2 \rho g z T \quad (3)$$

Door met (2) u te elimineren ontstaat uit differentiëren van (1):

$$\ddot{y}_T - \frac{2g}{B} z (D - T) - \dot{z} \sqrt{gD} = 0$$

Met (3) kan nu z vervangen worden door F_w :

$$\ddot{y}_T + \frac{2g(D-T)}{B} \frac{F_w/L}{2\rho g T} + \frac{\sqrt{gD} \dot{F}_w/L}{2\rho g T} = 0$$

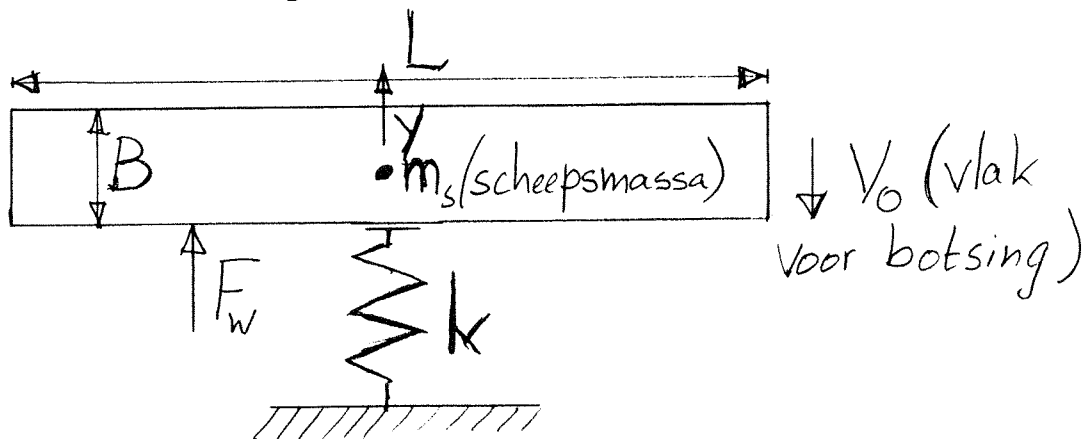
ofwel

$$2\rho g T^2 L \ddot{y} + \frac{2g(D-T)}{B} F_w + \sqrt{gD} \dot{F}_w = 0 \quad (4)$$

3. De vergelijkingen van de fenderinvering bij centriscb botsen in dwars-richting

De aannamen die gedaan zijn, nl. dat stromingsverliezen klein zijn, de watersnelheden klein zijn ten opzichte van \sqrt{gh} en de golfkrachten die op het schip werken maatgevend zijn maken dat bij het afremmen van een bewegend schip dezelfde krachten ontstaan als bij het versnellen van een stilliggend schip. Hiervan is door Middendorp in het deelverslag bij prof. Schönfeld (5) gebruik gemaakt.

Verder wordt aangenomen dat het schip als een rechthoekige bak is te beschouwen. Ook de iscellatieproeven door Fontijn (1) en de botsproeven door Hospers (3) en Middendorp (4) uitgevoerd zijn met een rechthoekige bak gedaan. Bij grote tankers en carriers (VLCC's) en ook bij binnenscheepen zal dit de waarheid redelijk benaderen, bij container- en oorlogsscheepen is dit minder het geval.



De veer wordt lineair verondersteld:

$$F = -k y \quad (5)$$

(bij begin botsing geldt $y = 0$)

$$F + F_w = m_s \ddot{y} \quad (6)$$

Uit (5) en (6) is F en F_w te elimineren

$$F_w = m_s \ddot{y} - F = m_s \ddot{y} + k y \quad (7)$$

Voeren we (7) in in (4) dan krijgen we

$$2 \rho g T^2 L \ddot{y} + \frac{2g(D-T)}{B} (m_s \ddot{y} + ky) + \sqrt{gD} (m_s \ddot{y} + k \dot{y}) = 0$$

ofwel (met invoering van $\rho L T B = m_s$)

$$\sqrt{gD} m_s \dot{y} + \frac{2gDm_s}{B} \ddot{y} + \sqrt{gD} k \dot{y} + \frac{2g(D-T)}{B} k y = 0 \quad (8)$$

De oplossing van een vergelijking

$$\alpha_1 \dot{y} + \alpha_2 \ddot{y} + \alpha_3 \dot{y} + \alpha_4 y = 0$$

heeft het karakter

$$Y_1 c^{p_1 t} + Y_2 c^{p_2 t} + Y_3 c^{p_3 t}$$

waarbij p volgt uit de vergelijking

$$\alpha_1 p^3 + \alpha_2 p^2 + \alpha_3 p + \alpha_4 = 0$$

De bijbehorende beginvoorwaarden ($t = 0$) zijn:

$$y = 0, \quad \dot{y} = -v_0, \quad \ddot{y} = 0$$

Hieruit volgen Y_1 , Y_2 en Y_3 .

De oplossing zelf wordt hier niet behandeld, maar is in par. 6 gegeven.

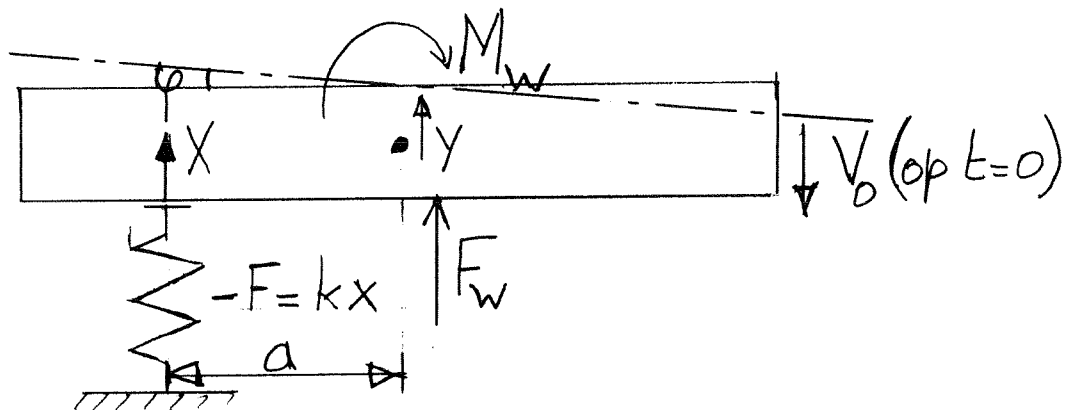
In fig. 4 zijn enige resultaten gegeven van gemeten en berekende waarden bij centrisc h botsen (overgenomen uit het verslag van Middendorp).

Een botsing tegen een niet-lineaire veer kan overigens, door steeds een beperkt Y -gebied te beschouwen, met deze methode ook berekend worden.

Steeds worden de eindwaarden van y , \dot{y} en \ddot{y} ingevoerd als beginwaarde in het volgende Y -gebied.

4. De vergelijkingen van de fenderinvering bij excentrisch botsen

Een aanname die gemaakt wordt is dat de hoekverdraaiing tijdens de botsing gering is. Dit blijkt verantwoord te zijn, maar het kan aan het eind van een berekening worden geverifieerd. Er zou anders sprake zijn van niet-lineaire effecten, die weer klein zijn door de geringe aanvaarsnelheden. Ook wordt ervan uitgegaan dat er geen wrijving is en dat de hoekverdraaiing tot het moment van maximale botskracht zo gering is dat dit de krachtwerking en traagheid van het schip niet beïnvloedt.



Nemen we nu het toegevoegd polair massa-traagheidsmoment I_w dan geldt

$$M_w = - I_w \ddot{\varphi} \quad (9)$$

Zoals reeds is opgemerkt is de vereenvoudiging die wordt ingevoerd een toegevoegd polair massa-traagheidsmoment dat constant is over het frequentiegebied (fig. 2). De demping wordt weggelaten omdat deze niet tot een constante is te schematiseren.

Voor translerende beweging in dwarsrichting was reeds gevonden

$$2 \rho g T^2 L \ddot{y} + \frac{2 g (D-T)}{B} F_w + \sqrt{g D} \dot{F}_w = 0 \quad (4)$$

$$F = - k x \quad (10)$$

$$F + F_w = m_s \ddot{y} \quad (11)$$

$$x = y + a \varphi \quad (12)$$

$$a F + M_w = I_s \ddot{\varphi} \quad (13)$$

Hieruit zijn F , F_w , M_w , y en φ te elimineren.

Uit (13) volgt door (9) in te voeren:

$$a F - I_w \ddot{\varphi} = I_s \ddot{\varphi}$$

ofwel

$$a F = (I_s + I_w) \ddot{\varphi} \quad (14)$$

Invoeren van (10) geeft

$$\ddot{\varphi} = \frac{-a k}{I_s + I_w} x \quad (15)$$

(11) leidt tot

$$F_w = m_s \ddot{y} - F$$

tezamen met (12) en (10) geeft dit

$$F_w = m_s (\ddot{x} - a \ddot{\varphi}) + k x \quad (16)$$

met (15) gecombineerd is dit

$$\begin{aligned} F_w &= m_s \ddot{x} + a m_s \frac{a k}{I_s + I_w} x + k x = \\ &= m_s \ddot{x} + \left(\frac{a^2 m_s}{I_s + I_w} + 1 \right) k x = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

Invullen in (4) en invoeren van de grootheid

$$k' = k \left(1 + \frac{a^2 m_s}{I} \right) \quad (18)$$

(k' = gereduceerde veerstijfheid)

met

$$I' = I_s + I_w \quad (19)$$

en met eliminatie van \ddot{y} via (12) en (15)

$$\ddot{y} = \ddot{x} - a \ddot{\varphi} = \ddot{x} + \frac{a^2 k}{I_s + I_w} x$$

vinden we uit (4)

$$\begin{aligned} 2 \rho g T^2 L \left(\ddot{x} + \frac{a^2 k}{I_s + I_w} x \right) + \frac{2 g (D-T)}{B} (m_s \ddot{x} + k' x) + \\ + \sqrt{g D} (m_s \dot{x} + k' x) = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

Met invoering van $k = k' \frac{I_S + I_W}{I_S + I_W + a^2 m_S}$

en met invoering van $\rho L B T = m_S$ resulteert dit in:

$$\sqrt{g D} m_S \cdot \dot{x} + \frac{2 g D}{B} m_S \ddot{x} + \sqrt{g D} k' \dot{x} + \frac{2 g (D-T)}{B} \left\{ 1 + \frac{T a^2 m_S}{(D-T) (I' + a^2 m_S)} \right\} k' x = 0 \quad (21)$$

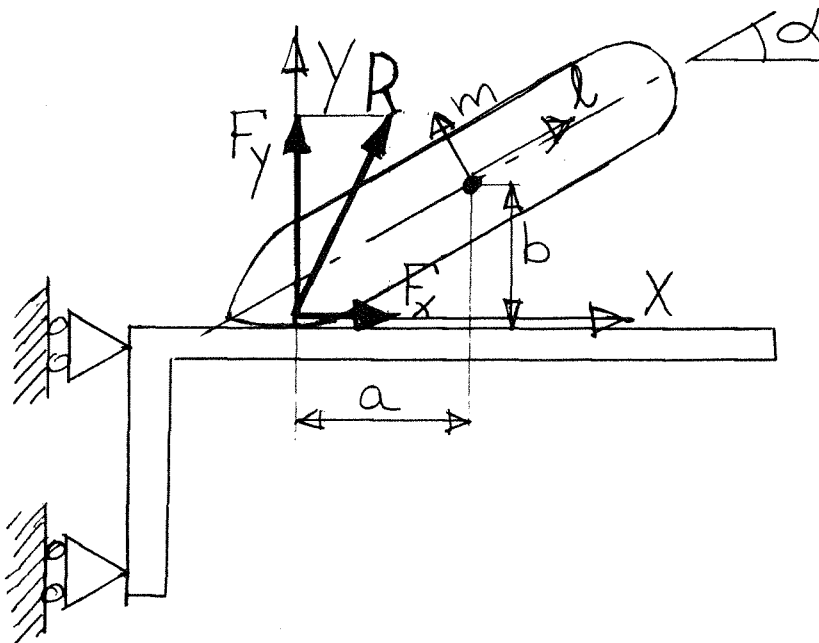
Deze vergelijking is nagenoeg gelijk aan (8) en kan op dezelfde wijze worden opgelost.

5. Krachten bij aanvaren van een in één richting verende constructie

Een dergelijke berekening is in Notitie 16 (Hydraulica bij schutsluizen) dd. juli 1971 al eens uitgevoerd onder aanname van frequentie-onafhankelijke toegevoegde watermassa's, die verschillend zijn voor langs-, dwars- en rotatieversnelling.

De volgende berekening gaat ervan uit dat:

- De toegevoegde massa bij rotatie constant is en wel gelijk aan de door Lamb gevonden waarde (fig. 2).
- De toegevoegde massa bij voorwaarts vertragen van het schip klein is en daarom zonder dat dit expliciet wordt geverifieerd, ook als een constante ingevoerd kan worden.
- De relatie versnelling en kracht in dwarsrichting op het schip door vgl (4) wordt gegeven



- De hoek α tussen schip en remmingwerk tijdens de botsing niet noemenswaard wijzigt (feitelijk alleen van belang tot het moment dat de maximale botskracht wordt bereikt), evenals de plaats van het botspunt.

Gezocht wordt nu de relatie tussen de verplaatsing y bij het botspunt en de daarvoor benodigde kracht. Daarna kan deze relatie gecombineerd worden met de relatie

$$F_y = -k y \quad (22)$$

van het verende remmingwerk.

Voor de waterkrachten die werken op het schip geldt:

$$F_{wl} = -m_{wl} \cdot \ddot{l} \quad (23)$$

F_{wl} = waterkracht in langsrichting. Hoewel deze waarde zeer gering is en ook niet bekend is, wordt hij volledigheidshalve in de berekening meegenomen.

m_{wl} = toegevoegde watermassa in langsrichting

$$M_w = I_w \ddot{\alpha} \quad (24)$$

De vgl (9) en (24) hebben verschillend teken door de gekozen definities. De waterdemping bij rotatie wordt weer verwaarloosd.

In dwarsrichting geldt de relatie van vgl (4)

$$2 \rho g T^2 L \ddot{m} + \frac{2 g (D-T)}{B} F_{wm} + \sqrt{g D} \dot{F}_{wm} = 0 \quad (25)$$

Voor de botskracht R geldt:

$$F_x = F_y \operatorname{tg} \beta \quad (26)$$

β is de wrijvingshoek.

$$F_l = F_x \cos \alpha + F_y \sin \alpha \quad (27)$$

$$F_m = -F_x \sin \alpha + F_y \cos \alpha \quad (28)$$

$$M = + a F_y - b F_x \quad (29)$$

De verplaatsing y wordt gegeven door

$$y = l \sin \alpha + m \cos \alpha - a \alpha \quad (30)$$

Verder geldt voor het schip

$$F_l + F_{wl} = m_s \ddot{l} \quad (31)$$

$$F_m + F_{wm} = m_s \ddot{m} \quad (32)$$

(de variabele m niet te verwarren met de massa m_s).

$$M + M_w = - I_s \ddot{\alpha} \quad (33)$$

Uit (23) t/m (33) zal de relatie tussen F_y en y gevonden moeten worden.

Vereenvoudiging wordt bereikt door F_x via (26) te elimineren en F_{wl} en M_w te elimineren via (23) en (24).

We krijgen nu het volgende stelsel (34) t/m (41):

$$2 \rho g T^2 L \ddot{m} + \frac{2g(D-T)}{B} F_{wm} + \sqrt{gD} \dot{F}_{wm} = 0 \quad (34)$$

$$F_l = F_y (\operatorname{tg} \beta \cos \alpha + \sin \alpha) \quad (35)$$

$$F_m = - F_y (\operatorname{tg} \beta \sin \alpha - \cos \alpha) \quad (36)$$

$$M = F_y (a - b \operatorname{tg} \beta) \quad (37)$$

$$y = l \sin \alpha + m \cos \alpha - a \alpha \quad (38)$$

$$F_l = (m_s + m_{wl}) \ddot{l} \quad (39)$$

$$F_m + F_{wm} = m_s \ddot{m} \quad (40)$$

$$M = - (I_s + I_w) \ddot{\alpha} \quad (41)$$

Uit (38) t/m (41) volgt nu (via een enkelvoudige differentiatie van (38) die inderdaad volgens de appendix mogelijk is)

$$\ddot{m} = \frac{\ddot{y} - \left\{ F_l / (m_s + m_{wl}) \right\} \sin \alpha - a M / (I_s + I_w)}{\cos \alpha} \quad (42)$$

In (31) kan F_1 en M in F_y worden uitgedrukt, zodat een relatie ontstaat tussen \ddot{m} , \ddot{y} en F_y .

Vanuit (40) kan, met gebruikmaking van (36) een relatie tussen F_{wm} , F_y en \ddot{m} gevonden worden en ook volgt uit (34) een relatie tussen \ddot{m} en F_w .

Hiermee kan m en F_{wm} geëlimineerd worden.

(42) resulteert m.b.v. (35) en (37) in:

$$\ddot{m} = \frac{\ddot{y} - F_y \left[\left\{ (\operatorname{tg} \beta \cos \alpha + \sin \alpha) / (m_s + m_{w1}) \right\} \sin \alpha + a(a - b \operatorname{tg} \beta) / (I_s + I_w) \right]}{\cos \alpha} \quad (43)$$

(40) resulteert m.b.v. (36) in:

$$- F_y (\operatorname{tg} \beta \sin \alpha - \cos \alpha) + F_{wm} = m_s \ddot{m} \quad (44)$$

Nu is (34) te herschrijven als m.b.v. (43) en (44) F_{wm} en m geëlimineerd worden.

Uit (44) volgt m.b.v. (43)

$$- F_y (\operatorname{tg} \beta \sin \alpha - \cos \alpha) + F_{wm} = m_s \frac{\ddot{y} - F_y \left[\frac{\quad}{\cos \alpha} \right]}{\cos \alpha}$$

ofwel

$$F_{wm} = \frac{m_s \ddot{y}}{\cos \alpha} - F_y \left[\frac{\left[\frac{\quad}{\cos \alpha} \right] m_s}{\cos \alpha} - (\operatorname{tg} \beta \sin \alpha - \cos \alpha) \right] \quad (45)$$

Voeren we dit in (34) in dan volgt met gebruikmaking van (43):

$$\begin{aligned} & 2 \rho_g T^2 L \frac{\ddot{y} - F_y \left[\frac{\quad}{\cos \alpha} \right]}{\cos \alpha} + \\ & + \frac{2g(D-T)}{B} \left(\frac{m_s y}{\cos \alpha} - F_y \left[\frac{\left[\frac{\quad}{\cos \alpha} \right] m_s}{\cos \alpha} - (\operatorname{tg} \beta \sin \alpha - \cos \alpha) \right] \right) + \\ & + \sqrt{gD} \left(\frac{m_s \dot{y}}{\cos \alpha} - \dot{F}_y \left[\frac{\left[\frac{\quad}{\cos \alpha} \right] m_s}{\cos \alpha} - (\operatorname{tg} \beta \sin \alpha - \cos \alpha) \right] \right) = 0 \quad (46) \end{aligned}$$

Hiermee is de gezochte relatie tussen F_y en y gevonden.

Voeren we nu in de $F_y - y$ relatie (22) van de aangevaren constructie in dan krijgen we

$$\begin{aligned}
 & 2 \rho g T^2 L \frac{\ddot{y} + k y \left[\frac{m_s}{\cos \alpha} - (\text{tg } \beta \sin \alpha - \cos \alpha) \right]}{\cos \alpha} + \\
 & + \frac{2g(D-T)}{B} \left(\frac{m_s \ddot{y}}{\cos \alpha} + k y \left[\frac{\left[\frac{m_s}{\cos \alpha} - (\text{tg } \beta \sin \alpha - \cos \alpha) \right] m_s}{\cos \alpha} - (\text{tg } \beta \sin \alpha - \cos \alpha) \right] \right) + \\
 & + \sqrt{g D} \left(\frac{m_s \dot{y}}{\cos \alpha} - k \dot{y} \left[\frac{\left[\frac{m_s}{\cos \alpha} - (\text{tg } \beta \sin \alpha - \cos \alpha) \right] m_s}{\cos \alpha} - (\text{tg } \beta \sin \alpha - \cos \alpha) \right] \right) = 0 \quad (47)
 \end{aligned}$$

Deze vergelijking gaat voor $\text{tg } \beta = 0$ en $\alpha = 0$ over in de vergelijking (20). We hebben weer een derde orde differentiaalvergelijking waarbij op $t = 0$ gegeven is $y = 0$, $\dot{y} = -v_0$ en $\ddot{y} = 0$.

We kunnen (47) nog sterk vereenvoudigen als we, zoals reeds eerder is gedaan, invoeren

$$\rho L B T = m_s \quad (48)$$

Verder kunnen alle termen met $\cos \alpha$ vermenigvuldigd worden.

Ook voeren we in

$$I' = (I_s + I_w) \cos \alpha (\cos \alpha - \text{tg } \beta \sin \alpha) \quad (49)$$

en:

$$\begin{aligned}
 (a')^2 &= (I_s + I_w) \left[\frac{(\text{tg } \beta \cos \alpha + \sin \alpha) \sin \alpha (I_s + I_w)}{m_s + m_w} + a (a - b \text{tg } \beta) \right] = \\
 &= \frac{(\text{tg } \beta \cos \alpha + \sin \alpha) \sin \alpha (I_s + I_w)}{m_s + m_w} + a (a - b \text{tg } \beta) \quad (50)
 \end{aligned}$$

en:

$$k' = \frac{(I' + m_s a'^2)}{I_s + I_w} \cdot k \quad (51)$$

Nu gaat (47) over in:

$$\begin{aligned}
 & 2 g \frac{T}{B} \left\{ m_s \ddot{y} + \frac{k' m_s (I_s + I_w) a'^2}{(I' + m_s a'^2) (I_s + I_w)} \right\} + \\
 & + \frac{2g(D-T)}{B} \left[m_s \ddot{y} + \frac{y k' (I_s + I_w)}{I' + m_s a'^2} \left\{ \frac{m_s a'^2}{I_s + I_w} + \frac{I'}{I_s + I_w} \right\} \right] + \\
 & + \sqrt{g D} \left[m_s \dot{y} + \frac{k' (I_s + I_w)}{I' + m_s a'^2} \dot{y} \left\{ \frac{m_s a'^2}{I_s + I_w} + \frac{I'}{I_s + I_w} \right\} \right] = 0
 \end{aligned}$$

Uitschrijven resulteert in:

$$\sqrt{g D} m_s \ddot{y} + \frac{2 g D}{B} m_s \ddot{y} + \sqrt{g D} k' \dot{y} + \left\{ \frac{T}{D-T} \frac{a' m_s}{I' + a' m_s} + 1 \right\} \frac{2 g(D-T)}{B} k' y = 0 \quad (52)$$

Deze vergelijking is identiek aan (21), alleen hebben de termen I' en a'^2 nu een wat uitgebreidere betekenis, die overigens voor $\alpha = 0$ en $\beta = 0$ weer volledig in elkaar overgaan.

Op de botsingsberekening m.b.v. (52) wordt in de volgende paragraaf (6) nader ingegaan.

Bij het uitvoeren van de berekening moet gecontroleerd worden of het schip tot stilstand is gekomen vóór de botsing de maximale waarde bereikt heeft. Aangezien de F_y en y nu bekend zijn loopt de berekening van

$$\dot{x} = v_{x_0} - \int_0^t \ddot{v} dt \quad \text{relatief eenvoudig.}$$

Uit de kracht-bewegingsfiguur op blz. 10 is af te leiden

$$x = l \cos \alpha - m \sin \alpha + b \alpha \quad (53)$$

Met behulp van (30) is dit te schrijven als:

$$\ddot{x} = \ddot{l} \cos \alpha + b \ddot{\alpha} - \sin \alpha \cdot \frac{\ddot{y} - \ddot{l} \sin \alpha + a \ddot{\alpha}}{\cos \alpha} \quad (54)$$

De waarde \ddot{y} is reeds bekend uit de berekende botsing.

Ook was gevonden in (39) en (41)

$$\ddot{l} = F_1 / (m + m_{w1})$$

$$\ddot{\alpha} = -M / (I + I_w)$$

terwijl F_1 en M in (35) en (37) reeds in F_y waren uitgedrukt.

Daarom kan \ddot{x} nu zonder meer berekend worden.

$$\begin{aligned}
\ddot{x} &= \frac{K_1 \cos \alpha}{m + m_{w1}} - \frac{bM}{I + I_w} - \operatorname{tg} \alpha \left(\ddot{y} - \frac{F_1 \sin \alpha}{m + m_{w1}} - \frac{aM}{I + I_w} \right) = \\
&= - \operatorname{tg} \alpha \ddot{y} + \frac{F_1}{m + m_{w1}} (\cos \alpha + \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha) + \frac{M}{I + I_w} (\operatorname{tg} \alpha - b) = \\
&= - \ddot{y} \operatorname{tg} \alpha + \frac{F_1 (\operatorname{tg} \beta \cos \alpha + \sin \alpha) (\cos \alpha + \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha)}{m + m_{w1}} + \\
&\quad + \frac{F_1 (a - b \operatorname{tg} \beta) (a \operatorname{tg} \alpha - b)}{I + I_w}
\end{aligned}$$

Aangezien geldt $F_y = -k y$ (vgl (22)) krijgen we:

$$\begin{aligned}
\ddot{x} &= - \ddot{y} \operatorname{tg} \alpha - y \left\{ \frac{k (\operatorname{tg} \beta \cos \alpha + \sin \alpha) (\cos \alpha + \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha)}{m + m_{w1}} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{k (a - b \operatorname{tg} \beta) (a \operatorname{tg} \alpha - b)}{I + I_w} \right\} \quad (55)
\end{aligned}$$

Uit de integratie van (55) volgt of de maximale fenderkracht al bereikt is voordat $\dot{x} = 0$. Op dat moment zou een compleet nieuwe set vergelijkingen van het botsproces moeten worden opgesteld, zoals dit bij de vereenvoudigde berekening in notitie 16 van "Hydraulica bij Schutsluizen" (9) is gedaan. Omdat dit weinig zal voorkomen is dit niet verder uitgewerkt.

6. Rekenprocedure

"Invoeren" en "berekenen" worden door elkaar gezet om de berekening te kunnen volgen.

- Voer in de scheepsmaten L, B en T en ook $\rho_{\text{water}} (= 1000 \text{ kg/m}^3)$.
- Bereken $\rho L B T$ en controleer dit met m_s ; voer, indien nodig, een gereduceerde lengte in.
- Bereken $I_w = 1/8 \pi \rho (\frac{1}{2} L^4) T = \frac{1}{128} \pi \rho L^4 T$
- Voer in $m_{w1} = 0$.
- Voer het polair traagheidsmoment I_s in.
- Voer de botshoek α en de wrijvingshoek β in.
- Bereken $I' = (I_s + I_w) \cos \alpha (\cos \alpha - \text{tg} \beta \sin \alpha)$.
- Voer in de afstanden a en b die aangeven de afstand van het botspunt tot middelpunt schip in in x- resp. y-richting (y is in de richting van de inverting, x is loodrecht erop).

- Bereken

$$m_s (a')^2 = m_s \left\{ \frac{(\text{tg} \beta \cos \alpha + \sin \alpha) \sin \alpha (I_s + I_w)}{m_s + m_{w1}} + (a - b \text{tg} \beta) \right\}$$

- Voer in de veerstijfheid k.
- Bereken $k' = k (I' + m_s (a')^2) / (I_s + I_w)$.
- Voer in de parameters g, D (zwaartekrachtversnelling en waterdiepte).
- Bereken $\sqrt{g D m_s} = \alpha_1$
- Bereken $2 g D m_s / B = \alpha_2$
- Bereken $\sqrt{g D k'} = \alpha_3$

$$\text{- Bereken } \left\{ \frac{T}{D-T} \frac{a'^2 m_s}{I' + a'^2 m_s} + 1 \right\} \frac{2 g (D-T)}{B} k' = \alpha_4$$

- Reduceer de vergelijking

$$\alpha_1 \ddot{y} + \alpha_2 \ddot{y} + \alpha_3 \dot{y} + \alpha_4 y = 0 \text{ tot}$$

$$\ddot{y} + A \ddot{y} + B \dot{y} + C y = 0, \text{ en bereken A, B en C.}$$

- Bereken de hulpgrootheden $Q = (3B - A^2)/9$;

$$R = (9AB - 27C - 2A^3)/54; \quad S = \sqrt[3]{R + \sqrt{Q^3 + R^2}} \text{ en}$$

$$T = \sqrt[3]{R - \sqrt{Q^3 + R^2}}$$

- Bepaal of $Q^3 + R^2$ groter of kleiner dan nul is; is dit < 0 dan blijkt, voor die gevallen die zijn uitgewerkt, dat de beweging superkritisch gedempt is en asymptotisch naar nul gaat zonder een nuldoorgang.
- Indien $(Q^3 + R^2) > 0$ dan is de oplossing

$$y = Y_0 e^{-qt} + M e^{-ct} \cos(d \cdot t - \varphi)$$

met

$$q = 1/3 A - (S + T)$$

$$c = 1/3 A + \frac{1}{2} (S + T)$$

$$d = \frac{1}{2} \sqrt{3} (S - T)$$

$$\varphi = \text{arc tg } \frac{-q^2 + c^2 - d^2}{2cd}$$

Uit de beginvoorwaarden volgt

$$M = -V_0 / \left\{ (q - c) \cos \varphi + d \sin \varphi \right\}$$

$$Y_0 = -M \cos \varphi$$

Hierin is V_0 de aanvaarsnelheid in de richting van de inverting.

- Indien $(Q^3 + R^2) < 0$ dan is de oplossing

$$y = Y_1 e^{p_1 t} + Y_2 e^{p_2 t} + Y_3 e^{p_3 t}$$

met

$$p_1 = 2a \cos \varphi - 1/3 A$$

$$p_2 = -a \cos \varphi - 1/3 A - \sqrt{3} a \sin \varphi$$

$$p_3 = -a \cos \varphi - 1/3 A + \sqrt{3} a \sin \varphi$$

met

$$a = -Q^{3/2}$$

$$3 \varphi = (\text{arc tg } \frac{\sqrt{-Q^3 - R^2}}{R}) + \pi$$

en uit de beginvoorwaarden volgt:

$$Y_2 = \frac{(p_1^2 - p_3^2) v_0}{(p_2 - p_1)(p_3^2 - p_1^2) - p_1(p_1^2 - p_2^2) + p_3(p_1^2 - p_2^2)}$$

$$Y_1 = -Y_2 \left\{ 1 + \frac{p_1^2 - p_2^2}{p_3^2 - p_1^2} \right\}$$

$$Y_3 = -Y_1 - Y_2$$

7. Toetsing van de theorie met botsproeven in een model

In ruim water zijn een aantal botsproeven gedaan waarbij een rechthoekige bak ($L = 2,438$ m, $B = 0,376$ m, $T = 0,15$ m, $m_s = 137,5$ kg, $I_s = 52,4$ kgm²) overdwars tegen een lineair verende fender is gevaren bij waterdiepten van 0,16 tot 0,25 m.

De veerstijfheden waren (bij de proeven van Middendorp en Hospers) gevarieerd tussen $k = 600$ en $k = 2200$ N/m'. Er is gebotst centrisch en $1/6 L$, $1/3 L$ en $1/2 L$ uit de symmetrie-as van de bak.

De resultaten van de centrische botsproeven zijn uitgezet in fig. 4. Tevens zijn de resultaten opgenomen van botsproeven, gepubliceerd door Van Oortmerssen (7) met een model van een tanker van ongeveer gelijke lengte/breedte/diepgangverhouding. De spreiding in de meetpunten is, naast meetonauwkeurigheden, veroorzaakt doordat met verschillende snelheden is gebotst.

In fig. 5 zijn de resultaten van excentrische proeven gegeven als een reductiefactor in vergelijking tot de centrische botsingen.

Het is te zien dat de berekening een veilige voorspelling geeft ten opzichte van de metingen. Hoewel de afwijkingen niet klein zijn is de nauwkeurigheid ten opzichte van de vrij ruwe schatting die gemaakt moet worden van aanvaarsnelheden acceptabel. De afwijkingen vloeien vooral voort uit het in de inleiding genoemde feit dat bij grotere waterdiepte het toegevoegd polair massatraagheidsmoment wat afneemt hetgeen niet tot uiting komt in de gebruikte formule.

Hoewel Middendorp nog heeft voorgesteld een empirisch bepaalde reductie

op het "toegevoegd polair traagheidsmoment" van het water (I_w) in te voeren als functie van de waterdiepte, is hiervan afgezien omdat niet bekend is of alle parameters hiermee voldoende veilig worden ingevoerd.

8. Botsen tegen een niet-lineaire fender

De methodiek is toe te passen voor niet-lineaire fenders door het kracht-ervormingsdiagram in rechte delen te schematiseren. De oplossingen blijven voor elk indrukingsgebied geldig, alleen moeten per baanstuk als beginwaarde worden ingevoerd de waarden van y , \dot{y} en \ddot{y} die volgen uit de eindwaarde van het voorgaande stuk.

Dit is door Middendorp geverifieerd met botsproeven tegen een niet-lineaire veer.

Het opsplitsen in delen is toegestaan omdat vergelijking (23), (24) en (25), die de hydrodynamische kracht beschrijven, lineaire vergelijkingen zijn die geen retardatiefunctie insluiten.

9. Beperkingen van de berekeningsmethoden

De methode mag niet worden toegepast voor waarden van de $\omega > 0,65 \sqrt{g/D}$, waarbij ω aan het eind van de berekening gecontroleerd moet worden door de tijd waarop de inverting maximaal is te zien als een kwart van de trillingstijd, dus $t_{\max} = \frac{\pi}{2\omega}$.

Wel is het zo dat voldoende veiligheid aanwezig is om enige marge te kunnen accepteren.

Een tweede beperking is dat de berekening alleen geldt voor ruim water conditie. De maximale botskracht wordt niet beïnvloed als de golf die het schip tijdens het afremmen uitstraalt, dan nog lang niet is teruggekaatst. Zodra de golf (aan één zijde) reflecteert vergroot de dwarskracht met een deel van de kracht die het water een tijd ($t - \tau$) uitoefende. (τ is de tijd die de golf nodig heeft om van schip naar wand en dan weer van wand naar schip te lopen).

Het is dus mogelijk dat de kracht die dan ontstaat groter is dan het oorspronkelijk maximum.

In de meer geavanceerde rekenmethoden (Fontijn (1) en Van Oortmerssen (8))

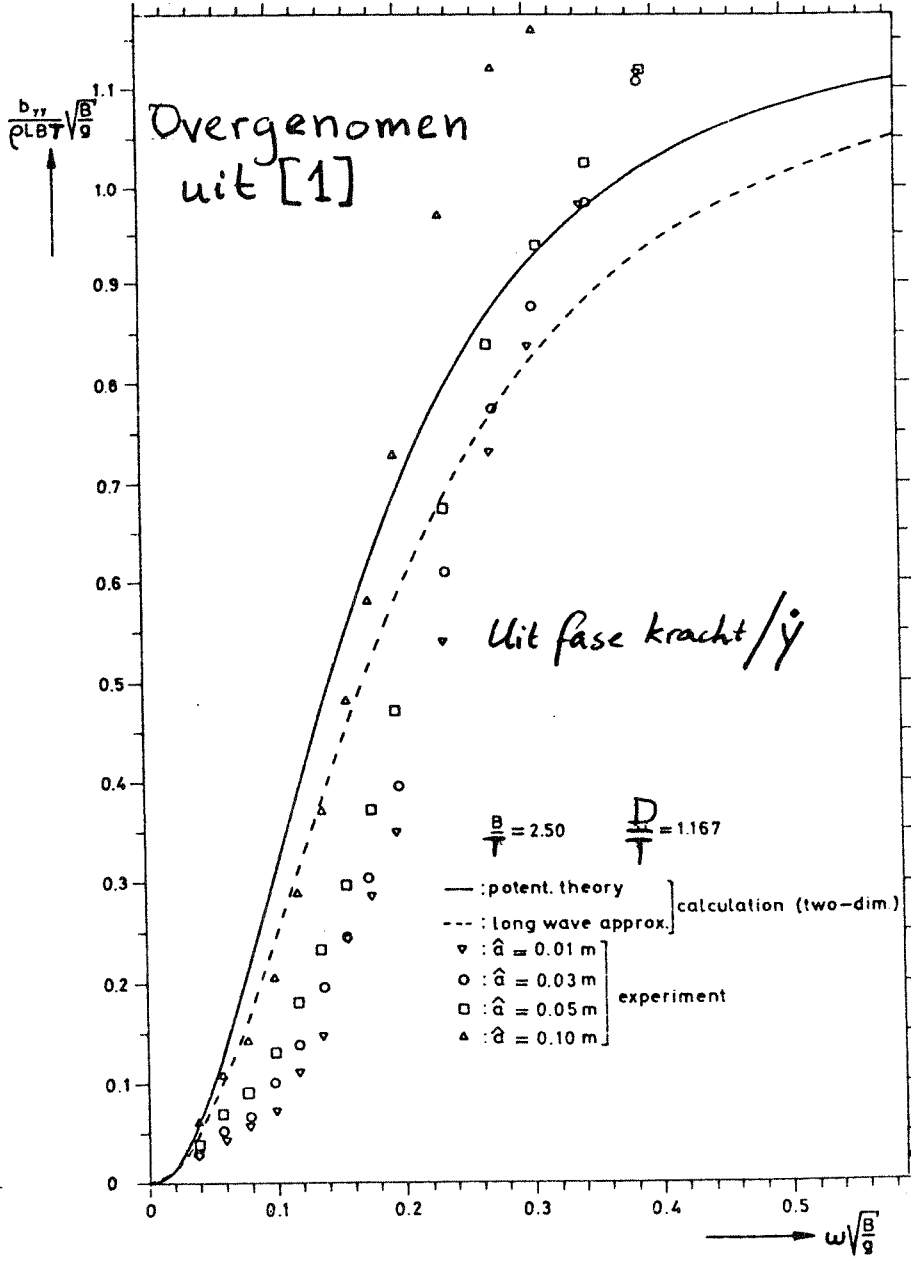
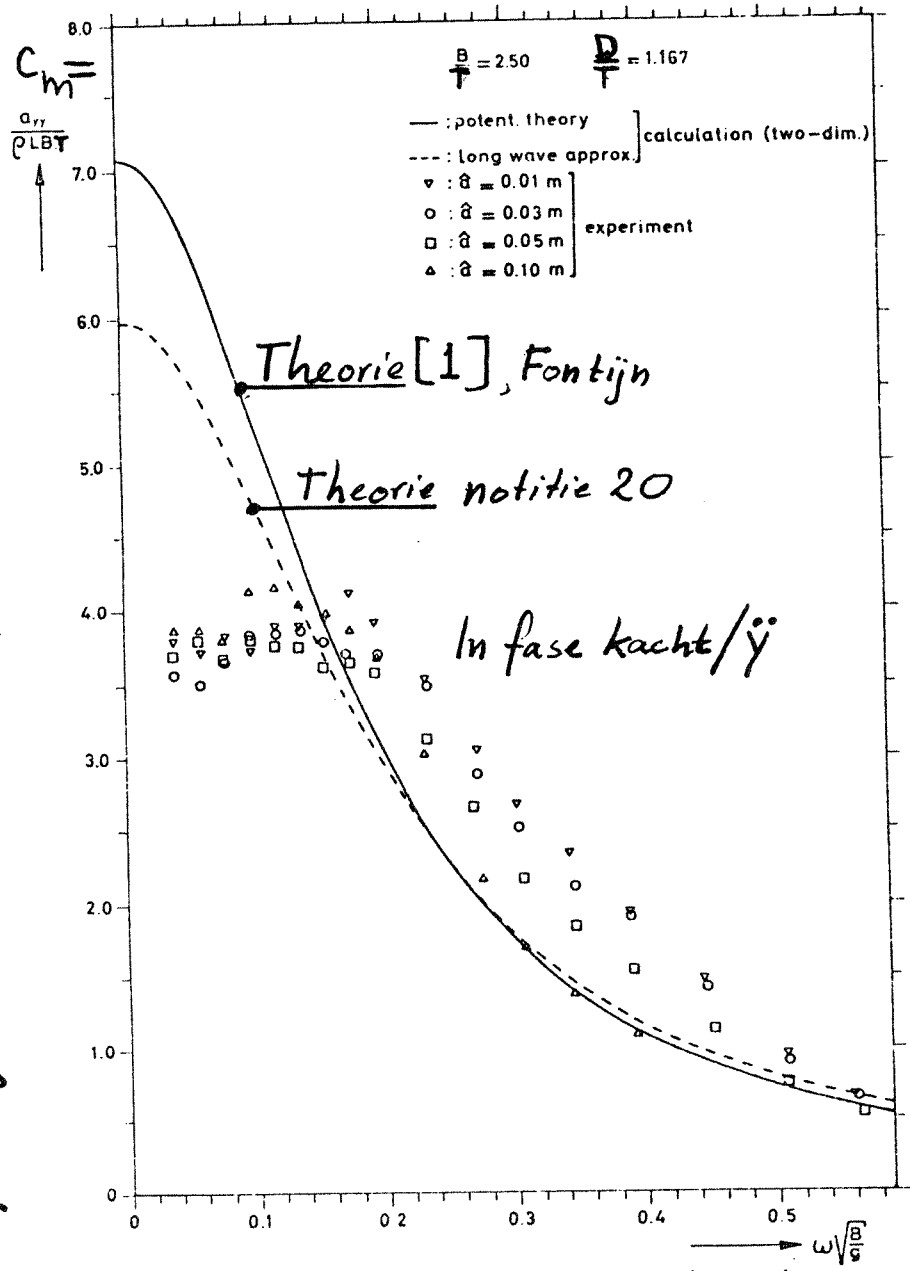
wordt gewerkt met hydrodynamische coëfficiënten die uit periodiek bewegende schepen zijn afgeleid (of via berekening of via proeven). In het frequentiedomein is het, bij een tweedimensionale berekening, wat eenvoudiger om rekening te houden met de invloed van terugkaatsen van een golf tegen een wand dan bij de hier gepresenteerde berekening, al zal het in het laatste geval ook mogelijk zijn. Als het schip niet parallel aan de wand ligt of als het schip onder een hoek aanvaart, dan is alleen de berekening van Van Oortmerssen (de methode met bronnen- en puttenbelegging) in principe bruikbaar. Het zou interessant zijn om na te gaan of voor een dergelijke botsing door scheef aanvaren tegen of in nabijheid van een wand ook een vereenvoudigde aanpak mogelijk is; het schip wordt namelijk vooral weggezet door rotatie en hierbij bleken de hydrodynamische krachten goed weergegeven te worden met invoeren van de veronderstelling van een frequentie-onafhankelijk toegevoegd massatraagheidsmoment. De grootte hiervan zal wel door de wand beïnvloed worden.

De berekening van aanvaarkrachten tegen verende constructies is niet doorgezet voor het geval de snelheid loodrecht op de inderingsrichting (dus in x-richting) tot nul is gereduceerd. Dit zal echter weinig voorkomen, hoogstens als het schip met een hoek α aanvaart die in de orde ligt van $(\pi/2 - \beta)$ waarin β de wrijvingshoek is. Een dergelijke berekening is voor de aanname van constante toegevoegde massa's in Notitie 16 van "Hydraulica bij Schutsluizen" (9) gegeven en kan nu ook, indien nodig, worden opgezet volgens de in deze notitie beschreven methodiek.

Literatuurlijst

- (1) Fontijn, H.L.: "An approximative Method for the Determination of the Hydrodynamic Coefficients of a Ship in case of Swaying and Yawing on Shallow Water".
Communications on Hydraulics, report 75-4, Dept. of Civil Engineering, Delft University of Technology.
- (2) Lamb, H.: "Hydrodynamics".
Cambridge University Press, 6th ed.
- (3) Hospers, B.: "Modelonderzoek naar de hydrodynamische massa van een schip tijdens het afmeren".
Afstudeerverslag TH Delft, afd. Civiele Techniek, Vakgroep Constructieve Waterbouwkunde, januari 1976.
- (4) Kolkman, P.A.: "Berekening toegevoegde massa en demping bij translatie in dwarsrichting van een oneindig lang schip".
TH Delft, afd. Civiele Techniek, Vakgroep Constructieve Waterbouwkunde. Speurwerkbegeleiding, Notitie 3, november 1972.
- (5) Middendorp, P.: "Onderzoek naar de optredende krachten en energieën t.g.v. het afmeren van een V.L.C.C. in ondiep water, als functie van de veerstijfheid van de afmeerconstructie, keelclearance en aanvaarsnelheid".
Afstudeerverslag TH Delft, Civiele Techniek, juni 1977.
- (6) Middendorp, P.: "Een schip, stilliggend in water, aangestoten door een lineaire veer bekeken vanuit de theorie van systemen".
Deelrapport 3 van het afstudeerverslag.
- (7) Oortmerssen, G. van: "The Berthing of a Large Tanker to a Jetty".
O.T.C. paper 2100, Offshore Technology Conf., Dallas, 1974.
- (8) Oortmerssen, G. van: "The Motions of a Moored Ship in Waves".
Thesis presented in 1976 at the Delft University of Technology.
- (9) Kolkman, P.A.: "Berekening van krachten bij het botsen van schepen tegen een verende constructie".
TH Delft, afd. Civiele Techniek, Vakgroep Constructieve Waterbouwkunde, Notitie 16 "Hydraulica bij Schutsluizen", juli 1971
- (10) Berkhoff, J.C.W.: "Mathematical Models for Simple Harmonic Linear Water Waves, Wave Diffraction and Refraction".
Delft Hydraulic Laboratory, Publication nr. 163.

Notitie 20 fig. 1



RESULTATEN OSCILLATIEPROEVEN
 Oscillatie in dwarsrichting

RESULTATEN OSCILLATIEPROEVEN

roterende oscillatie om vert. as

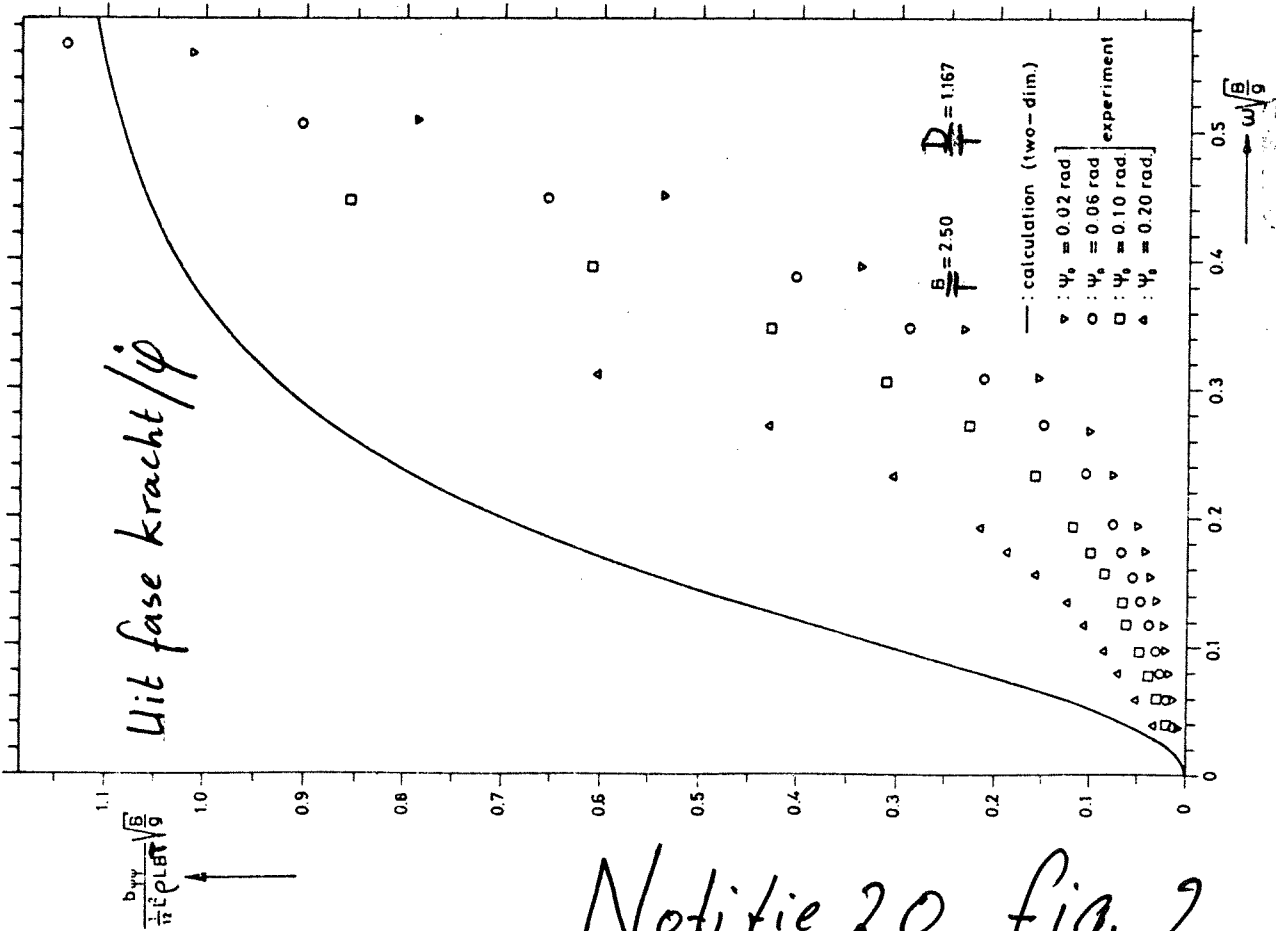
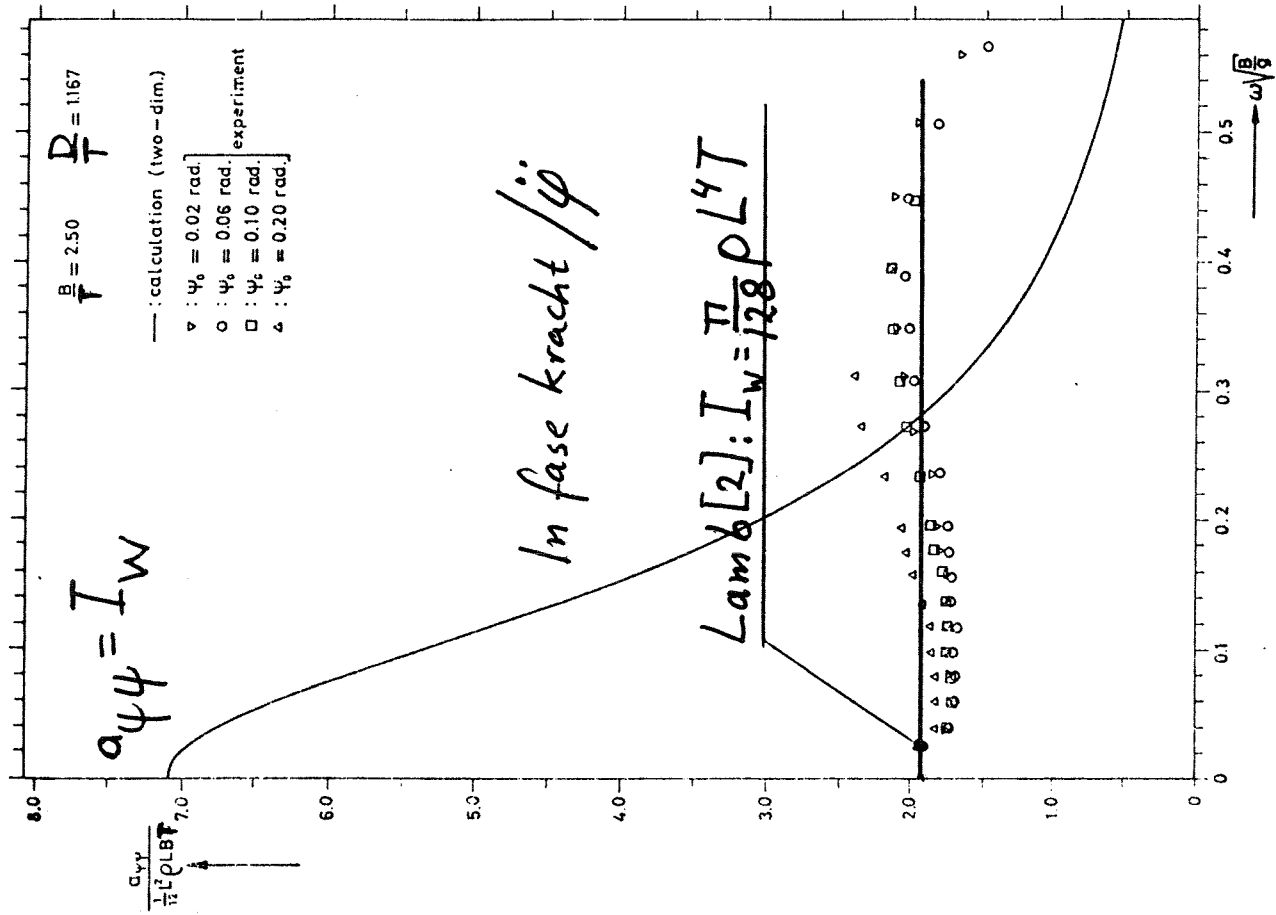
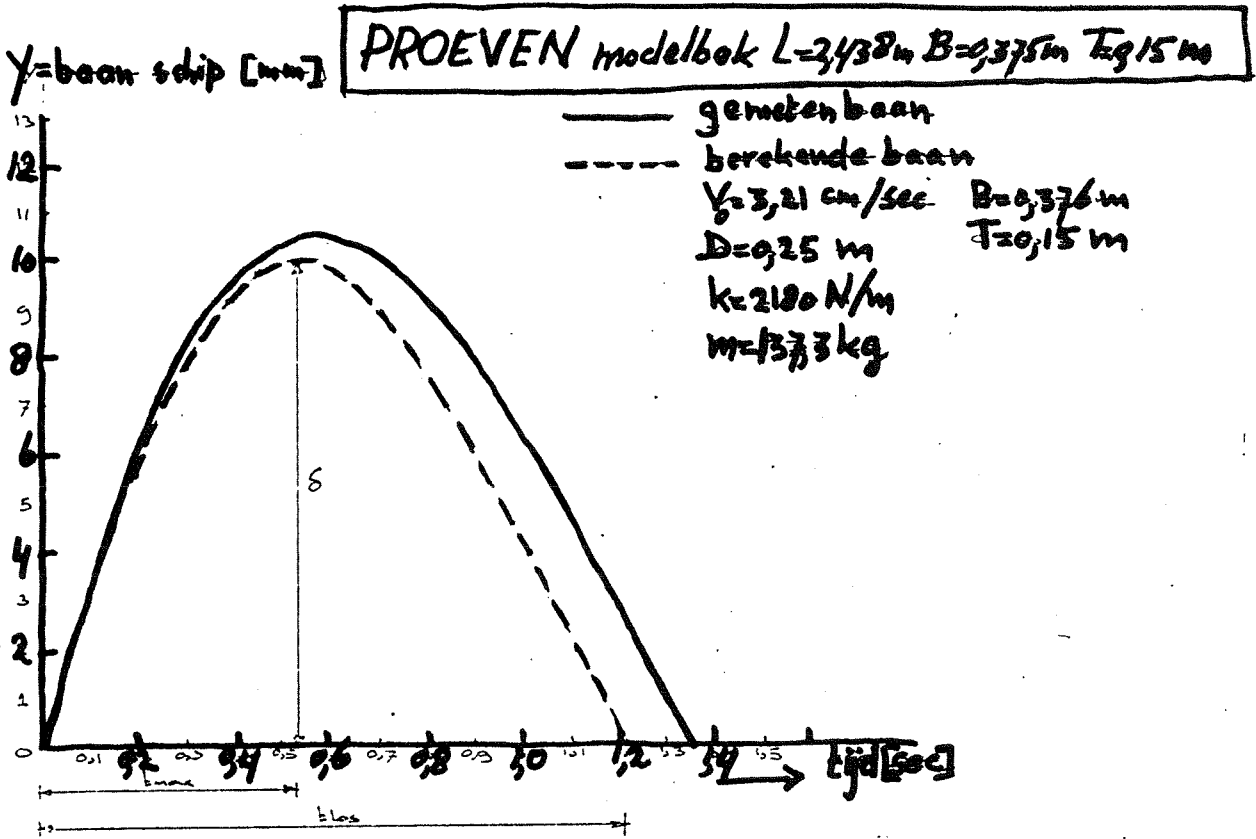


fig.18— Yaw damping moment coefficient

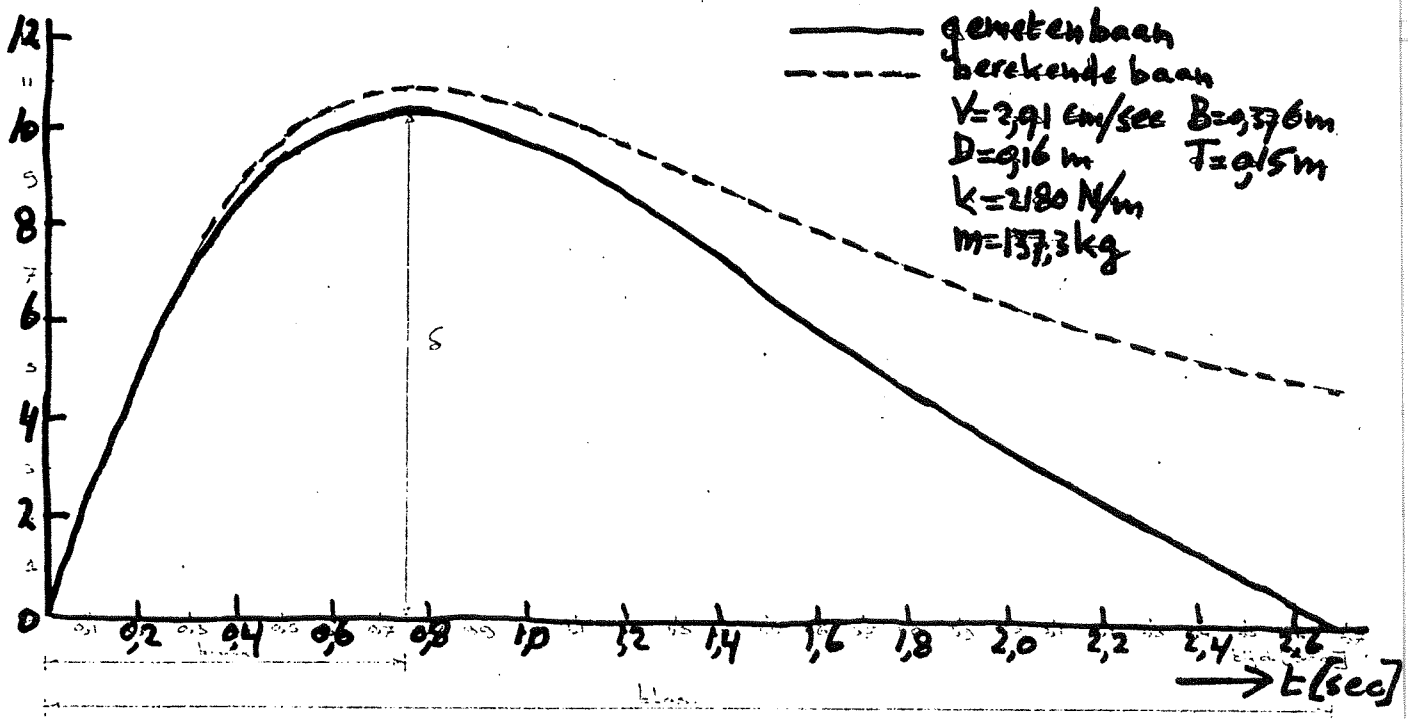
Notitie 20 fig. 2

Notitie 20 fig. 3



berekende en gemeten baan van het schip overeenkomstig het botsen tegen lineaire weer

CENTRISCH BOTSSEN



beobachte en gemeten baan van het schip overeenkomstig het botsen tegen lineaire weer

CENTRISCH BOTSSEN

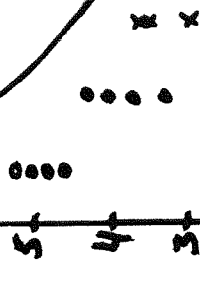
(Voor de bak)

— berekend

x gemeten [5]

o gemeten [7]

$$C_m = k \gamma_{max} / m_s V_0^2$$

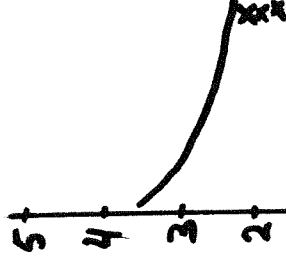


x D/T = 1067 o D/T = 1067

$\frac{k}{\rho T g}$

CENTRISCH BOTSSEN

$$C_m = k \gamma_{max} / m_s V_0^2$$



D/T = 133

$\frac{k}{\rho T g}$

Voor alle figuren geldt:
 x = bak $L/B/T = 244/336/15$
 o = schip $L/B/T = 264/477/10,9$
 met $L = m_s : B.T$

C_m

6

5

4

3

2

1

0

x D/T = 117 o D/T = 12

$\frac{k}{\rho T g}$

Notitie 20

fig. 4

C_m

4

3

2

1

0

D/T = 1667

$\frac{k}{\rho T g}$

C_m

4

3

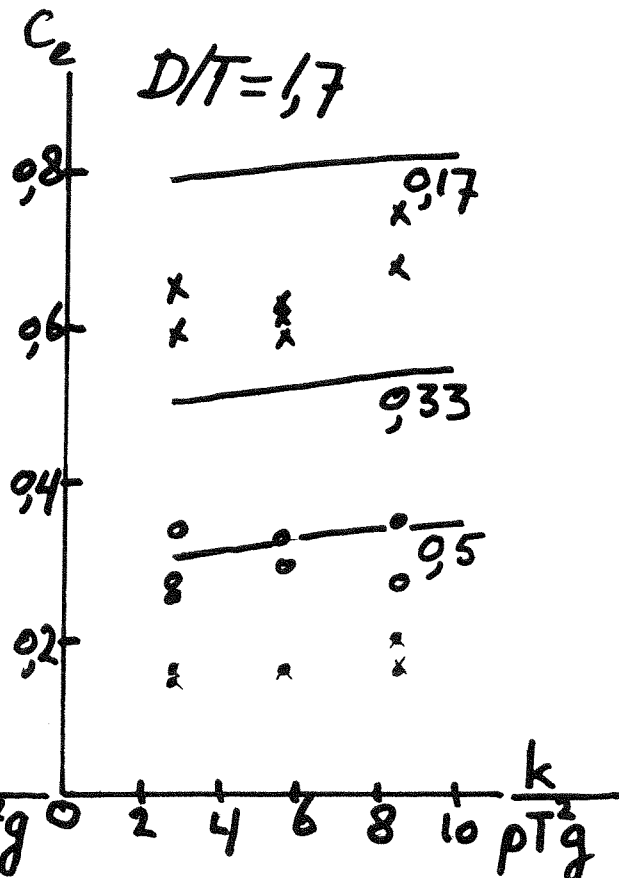
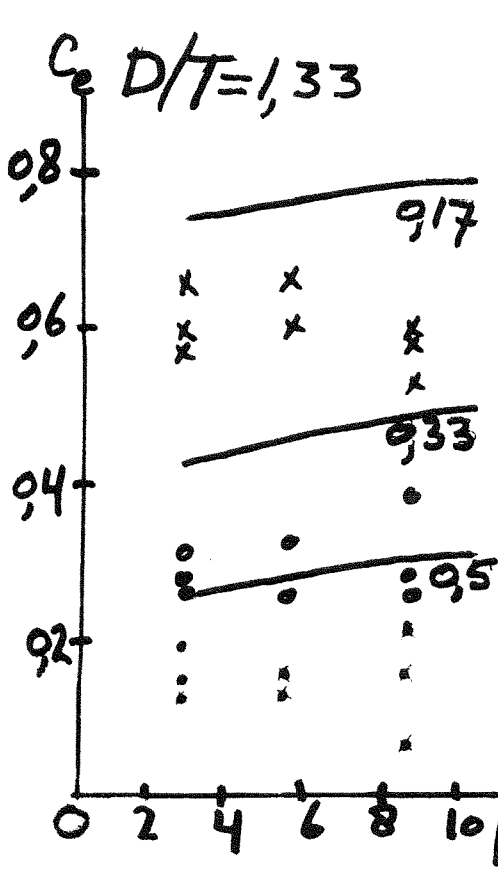
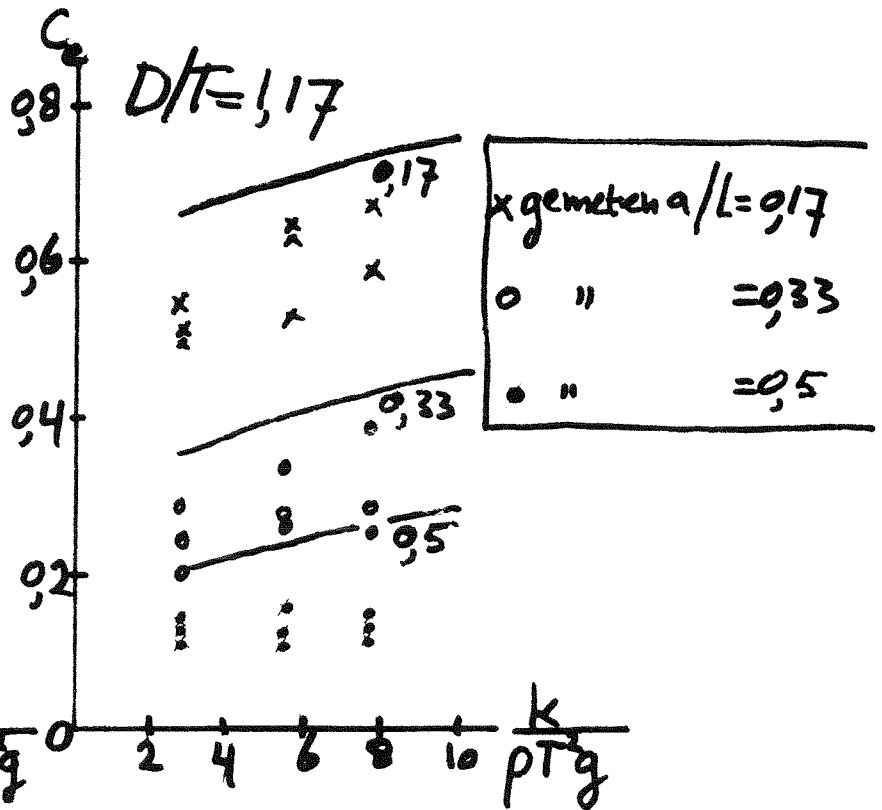
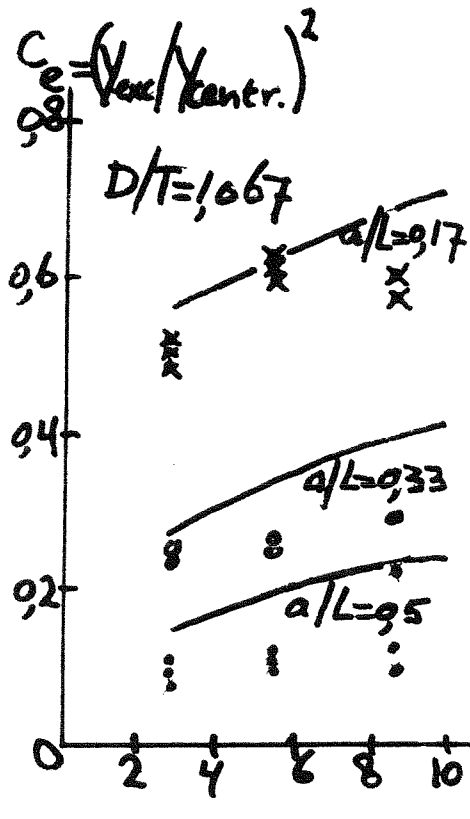
2

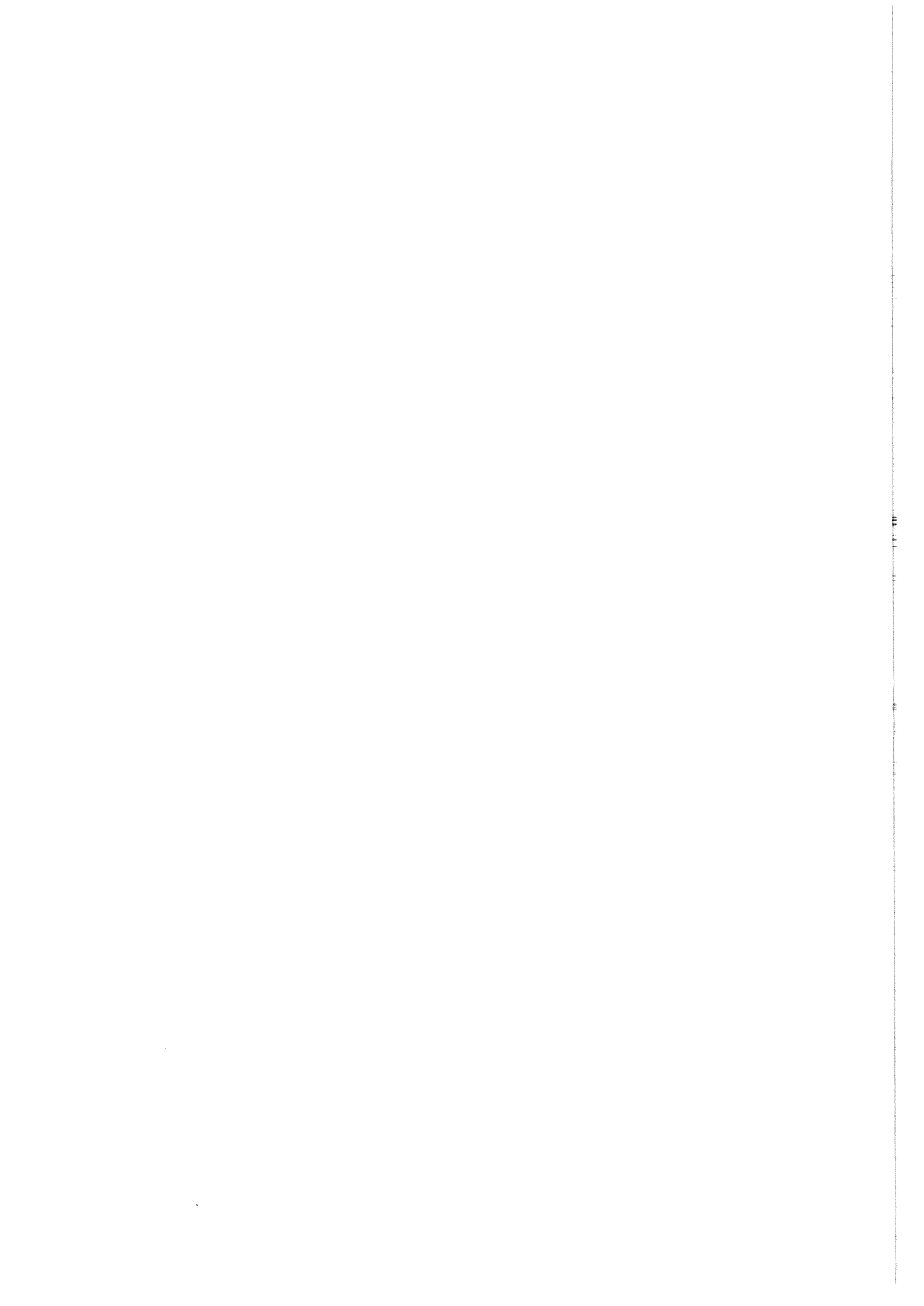
1

0

$\frac{k}{\rho T g}$

EXCENTRISH BOTSSEN





AppendixConsequenties van het differentiëren van vgl (27)

$$(27): y = l \sin \alpha + m \cos \alpha - a \alpha$$

$$\dot{y} = \dot{l} \sin \alpha + \dot{m} \cos \alpha - \dot{\alpha} \underbrace{(a - l \cos \alpha + m \sin \alpha)}_{\text{stoorterminen}} \quad (a)$$

Hier is het aannemelijk dat, omdat alleen het tijdsverloop tot de maximale botskracht wordt beschouwd, de verplaatsingen l en m voldoende klein zijn ten opzichte van a om de stoorterminen te mogen verwaarlozen.

$$\ddot{y} = \ddot{l} \sin \alpha - \ddot{m} \cos \alpha - \ddot{\alpha} a + \underbrace{\dot{l} \dot{\alpha} \cos \alpha - \dot{m} \dot{\alpha} \sin \alpha}_{\text{stoorterminen}} \quad (b)$$

De stoorterminen zijn weggelaten bij de uitwerking van de botskrachten. Omdat bij excentrisch botsen de \ddot{y} voornamelijk bepaald wordt door het wegdraaien van het schip (zeker als α waarden $< 45^\circ$ en $a > \frac{1}{2} l$) zullen de stoorterminen bekeken worden in relatie tot de $\ddot{\alpha} a$ term.

We gaan uit van een mechanisch probleem (geen hydraulische termen) om ordes van grootte af te schatten. Als er geen dempingsterminen zijn is een botsing te zien als een schijnbare massa die op een veer botst. (zie "Hydraulica bij Schutsluizen", notitie 16, (9)). De uitwijking wordt dus

$$y = - Y_0 \sin \omega t \quad (c)$$

$$\text{met } \omega Y_0 = V_{oy} \text{ (initiële snelheid botspunt in y-richting)} \quad (d)$$

$$F_y = k Y_0 \sin \omega t \quad (k = \text{veerconstante}) \quad (e)$$

De wrijvingshoek β wordt nul verondersteld.

De resulterende versnellingen zijn (zie vgl 20 t/m 22)

$$\ddot{m} = (F_y \cos \alpha) / m_s \quad (f)$$

$$\ddot{l} = (F_y \sin \alpha) / m_s \quad (g)$$

$$\ddot{\alpha} = F_y a / I_s \quad (h)$$

Nu geldt op $t = 0$ dat V_{oy} is gegeven en dat \dot{m} en $\dot{\alpha}$ nul zijn.

$$\dot{l} \text{ is dan } - V_{oy} / \sin \alpha.$$

$$\begin{aligned} \dot{m} &= \int_0^t \ddot{m} dt = \int_0^t \frac{k Y_0 \cos \alpha}{m_s} \sin \omega t dt = (\text{zie beginwaarde}) \\ &= \dot{m} = \frac{k Y_0 \cos \alpha}{\omega m_s} (1 - \cos \omega t) \end{aligned} \quad (i)$$

Evenzo:

$$\dot{i} = \frac{k Y_0 \sin \alpha}{\omega m_s} (1 - \cos \omega t) - V_{oy}/\sin \alpha \quad (j)$$

$$\ddot{\alpha} = \frac{a k Y_0}{I_s \omega} (1 - \cos \omega t) \quad (k)$$

De termen zullen bekeken worden ten opzichte van de amplitude van de term $a \ddot{\alpha} = a^2 k Y_0 / I_s$ (l)

De stoortermen zijn maximaal als $\cos \omega t = 0$, ofwel $\omega t = \pi/2$. Omdat α groeit volgens $\sin \omega t$ en de stoortermen met $(1 - \cos \omega t)$ of $(1 - \cos \omega t)^2$ is voordat de maximale kracht en uitwijking bereikt zijn de relatie stoorterm/ $a \ddot{\alpha}$ kleiner dan op het moment $\omega t = \pi/2$.

De stoorterm $\dot{i} \dot{\alpha} \cos \alpha$ (afzonderlijk wordt bekeken

$$\dot{i} = (k Y_0 \sin \omega) / \omega m_s \quad \text{en} \quad \dot{i} = -V_{oy}/\sin \alpha.$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\dot{i} \dot{\alpha} \cos \alpha}{a \ddot{\alpha}} \right)_{\max} &= \frac{k Y_0 \sin \alpha \cos \alpha}{\omega m_s} \cdot \frac{a k Y_0}{I_s \omega} \cdot \frac{I_s}{a^2 k Y_0} = \\ &= \frac{Y_0 k \sin \alpha \cos \alpha}{a m_s \omega^2} \end{aligned} \quad (m)$$

Nu zou bij een centrische botsing van een massa m_s op een veer k de $\omega^2 m_s$ gelijk zijn aan k , bij een excentrische botsing is de schijnbare massa kleiner en dus de ω groter, dus $k < m_s \omega^2$.

Verder is $Y_0 \cos \alpha \sin \alpha \ll a$ dus deze term is verwaarloosbaar.

Is nu $\dot{l} = -V_{oy}/\sin \alpha$ dan krijgen we

$$\frac{\dot{l} \ddot{\alpha} \cos \alpha}{a \alpha} = \frac{V_{oy} \cos \alpha}{\sin \alpha} \cdot \frac{a k Y_o}{I_s \omega} \cdot \frac{I_s}{a^2 k Y_o} =$$

$$(\text{met invoeren van } V_{oy} = \omega Y_o) = Y_o/a \tan \alpha \quad (n)$$

Deze term is ook verwaarloosbaar (voor $\alpha \neq 0$).

De stoorterm $m \ddot{\alpha} \sin \alpha$
 =====

De stoorterm wordt weer gerelateerd aan $a \ddot{\alpha}$

$$\left(\frac{m \ddot{\alpha} \sin \alpha}{a \alpha} \right)_{\max} = \frac{k Y_o \cos \alpha \sin \alpha}{\omega m_s} \cdot \frac{a k Y_o}{\omega I_s} \cdot \frac{I_s}{a^2 k Y_o} =$$

$$= \frac{k}{\omega^2 m_s} \frac{Y_o}{a} \cos \alpha \sin \alpha \quad (o)$$

Aangezien $k < \omega^2 m_s$, en $Y_o/a \ll 1$ is ook deze term verwaarloosbaar klein.



Notitie ten behoeve van college f9A over de invloed van de traagheid van het water op afmeerkrachten

door P.A. Kolkman

Klassieke berekening botskracht

Kinetische energie aankomende massa (schip) m_s

$$E_k = \frac{1}{2} m_s v_s^2$$

Relatie (afmeer)kracht en versnelling

$$\ddot{y} = F/m_s$$

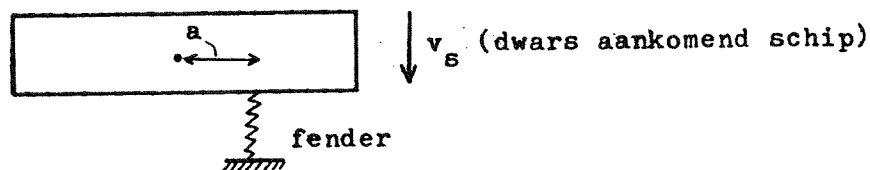
($F =$ kracht, $\ddot{y} = d^2y/dt^2$)

Opgenomen maximale potentiële energie (fender) bij lineair gedrag

$$E_p = \frac{1}{2} k Y_{\max} \quad (k = \text{veerstijfheid})$$

Y_{\max} is te berekenen door te stellen $E_p = E_k$

Excentrisch afmeren tankers etc. (VLCC)



Fenderkracht te ontbinden in centrische kracht F en moment $M = a F$.

Verzetten: $\ddot{y} = F/m_s$

Gieren: $\ddot{\varphi} = M/I_{\text{polair}} = a F/I_s$

Bij homogene massaverdeling $I_s = \frac{1}{12} L^2 m_s$

Verplaatsing botspunt $\ddot{y}_b = \ddot{y} + a \ddot{\varphi} = F/m_s + a^2 F/I_s$

Ofwel:

$$\ddot{y}_b = F/m_r \quad \text{met } m_r = m_s \left\{ I_s / (I_s + a^2 m_s) \right\}$$

De botskracht Y_{\max} is nu weer te berekenen uit

$$E_p = \frac{1}{2} m_s V_s^2 c_e, \text{ met } c_e = I_s / (I_s + a^2 m_s)$$

c_e = excentriciteitscoëfficiënt.

Invloed traagheid van het water bij snelle stoot

m_s en I_s moeten door traagheidsfactoren van het water vermeerderd worden met m_w en I_w (toegevoegde watermassa resp. toegevoegd polair traagheidsmoment).

Bij hoogfrequente trilling of snelle botsing zijn m_w en I_w frequentie- of botsduur-onafhankelijk en te berekenen met de potentiaal stroming theorie (bv. elektrisch analogon).

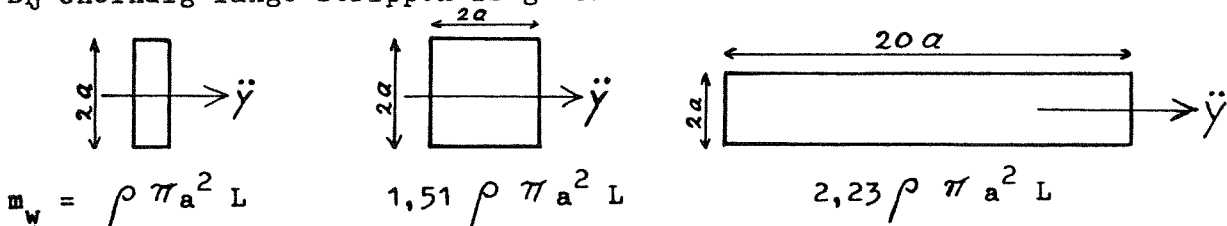
Dit volgt uit Navier-Stokes vgl.:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \frac{\partial v}{\partial t} - \rho v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} - \rho v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} \text{ etc.}$$

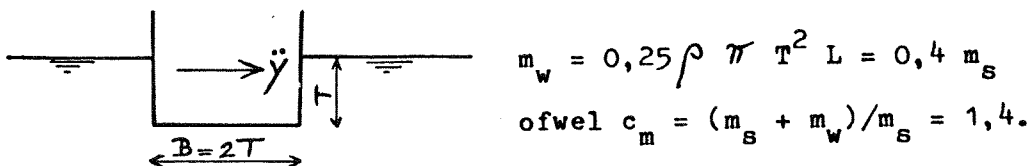
Bij kleine ∂t domineert de $\rho \cdot \partial v / \partial t$ term en zijn de $v_x \cdot \partial v_x / \partial x$ termen alsmede de viskeuze ter te verwaarlozen.

De stroming is dan rotatievrij.

Bij oneindig lange strippen is gevonden

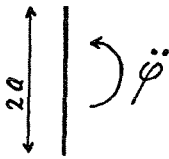


En als een strip het vrije wateroppervlak snijdt:

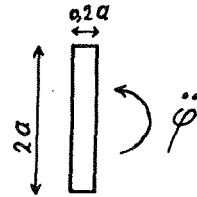


Door de invloed van de bodem (beperkte waterdiepte) wordt c_m groter, geen gegevens beschikbaar.

Bij rotatie:



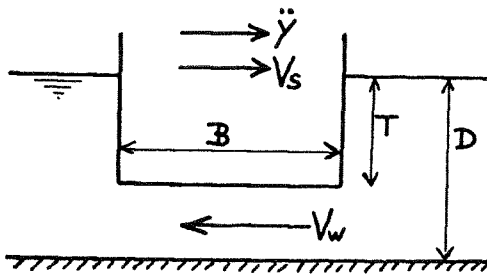
$$I_w = 0,125 \pi \rho a^4 L$$



$$I_w = 0,147 \pi \rho a^4 L$$

Invloed traagheid bij extreem trage botsing

Bij kleine keel-clearance en trage botsing volgt een bovengrens van m_w door opeenvolgende momenten van een quasi-stationaire stroming te beschouwen.



$$V_w = \left\{ \frac{T}{(D - T)} \right\} V_s$$

$$\ddot{y}_{\text{water}} = \left\{ \frac{T}{(D - T)} \right\} \ddot{y}_s$$

Drukverschil nodig om water af te remmen

$$\Delta p = \rho B \ddot{y}_w$$

Indien drukverdeling hydrostatisch is dan werkt op het schip:

$$F = \Delta p T = \rho B T \ddot{y}_w = \left\{ \rho B T^2 / (D - T) \right\} \ddot{y}_s$$

Dus

$$m_w = F / \ddot{y}_s = \left\{ \frac{T}{(D - T)} \right\} \rho B T = \left\{ \frac{T}{(D - T)} \right\} m_s$$

Ofwel:

$$c_m = 1 + T / (D - T)$$

De botskracht is nu te berekenen uit:

$$E_p = \frac{1}{2} m_s v_s^2 c_e c_m$$

Dit is de formule van Saurin. Deze voert nog een reductiefactor (orde 0,9) in vanwege elasticiteit van het schip.

Omdat met name bij afmeren van VLCC's de botsing traag is, min of meer centrisch wordt afgemeerd en $T/(D - T)$ vaak groot is (tot 10x) is gevonden dat c_m van groot belang is en hiernaar is de laatste jaren veel onderzoek gedaan.

Methode NSP (Van Oortmerssen)

Dit is gebaseerd op 3-dimensionale potentiaaltheorie, inclusief golf-uitstraling. Voor één willekeurige puntbron met sterkte p in ondiep water is bekend de oplossing (stromingsveld, drukveld, golfstraling) als de stroming stationair is, maar ook als de stroming periodiek pulserend is. Oplossing is complex (drukken in - en uit fase met debiet). Nu wordt het scheepsoppervlak belegd met n bronnen met sterkte p_k . Elke bron p_k geeft door het i^e veld een waterstroming q_{ik} . Beweegt het schip met snelheid \dot{y} of $\dot{\varphi}$ dan moet er fysisch gezien een hoeveelheid water worden verdrongen

$$q_i = \sum q_{i1} + \dots + q_{ik} + \dots + q_{in} \equiv$$

(verticale projectie van ΔA_i) $\times \dot{y}_i$

(ΔA_i is het stukje scheepsoppervlak waarop bron i ligt).

Nu zijn er n voorwaarden voor q_i en daaruit kunnen de n bronsterkten p_k worden berekend.

Nu is de totaalcracht te berekenen die het water op het schip uitoefent. Deze is een functie van ω en gevonden wordt een overdrachtsfunctie in het frequentiedomein. In de praktijk wordt deze functie bepaald voor schip plus water.

Nu is de volgende methodiek mogelijk:

Stel de excitatie van het schip is een eenheidsimpuls:

Deze is te transformeren in het frequentiedomein met behulp van Fourier transformatie. Hierop kan door vermenigvuldigen met de overdrachtsfunctie de Fourier-transform van de scheepsresponsie worden bepaald. Door terugtransformatie kan de responsie in het tijdsdomein gevonden worden van de responsie op een eenheidsimpuls.

Nu kan een complete botsingsberekening (ook bij niet-lineaire fender) worden uitgevoerd door per tijdstap de extra veerindrukking te bepalen, dit geeft de veerkracht en uit de nu bekende responsie van het schip wordt de veerindrukking in het volgende tijdstapje bepaald (convolutie - of Duhamel integraal).

Bij het NSP wordt overigens gewerkt met een variant van de Fourier-transform (krachtverloop benodigd om aan het schip een eenheidsversnelling te geven).

De NSP-methode is nogal bewerkelijk omdat de gehele scheepsvorm in het rekenprogramma moet worden ingevoerd, ook een eventuele wand (kademuur).

Methode THD (Fontijn, Lab. v. Vloeistofmechanica)

Dit is een vereenvoudigde aanpak waarbij de dwarsversnelling, die de grootste bijdrage aan m_w geeft, afzonderlijk wordt bekeken (2-dimensionale potentiaalstroming).

Ook zijn er oscillatieproeven gedaan met een tot bak geschematiseerd schip (dwarstranslatie en gieren).

Resultaten:

- contrôle op lineariteit (oscillatie-amplitude gevarieerd)
- m_w in "richting verzetten" klopt globaal met theorie (zie fig. 1)
- bij gieren I_w onafhankelijk van ω

Door weer met de Fouriertransform te werken kan naar keuze de theoretische, empirische of een gemengde overdrachtsfunctie worden gebruikt om de responsie op de eenheidsimpuls te bepalen uit de terugtransformatie.

Aanpak vakgroep Waterbouwkunde (Kolkman/Middendorp)

Naar aanleiding van de experimentele resultaten van Fontijn is een vereenvoudigde theorie toegepast die voor de verzetrichting uitgaat van de lange-golftheorie. Deze oplossing wordt verderop behandeld.

Voor de rotatie is de gevonden I_w gecontroleerd met die van de lange strip.

$$I_w = 0,125 \pi \rho a^2 / L$$

met $2a$ = lengte schip en L = scheepsdiepte (zie fig. 1 en 2 voor de mate van overeenkomst).

Het voordeel van deze aanpak is dat met de uitkomst direct de botsingsvergelijking van het centrisch of excentrisch botsende schip kan worden ingevoerd bij botsing tegen een lineaire veer.

Een niet-lineaire veer kan behandeld worden door de veer in te delen in lineaire delen met verschillende stijfheid.

De resultaten zijn met botsproeven geverifieerd. Voor constructies in

open water geeft dit bevredigende resultaten (fig. 3 en 4). Voor de gesloten kademuur geeft de open-water theorie veilige resultaten.

Toepassing

De berekeningen kunnen in eerste instantie worden gebruikt om de fenderconstructie te berekenen.

Aanvaarsnelheden 0,1 à 0,2 m/s worden in de praktijk toegepast. Bij een bestaande constructie kan de toelaatbare naderingssnelheid van het schip bepaald worden (Rotterdam kent een signalering die de werkelijke snelheid aan de loods kenbaar maakt).

Bij een gesloten kademuur verliest het schip, mits precies overdwars wordt aangevaren, vanzelf zijn snelheid.

De lange-golftheorie wordt in het volgende nader uitgewerkt.

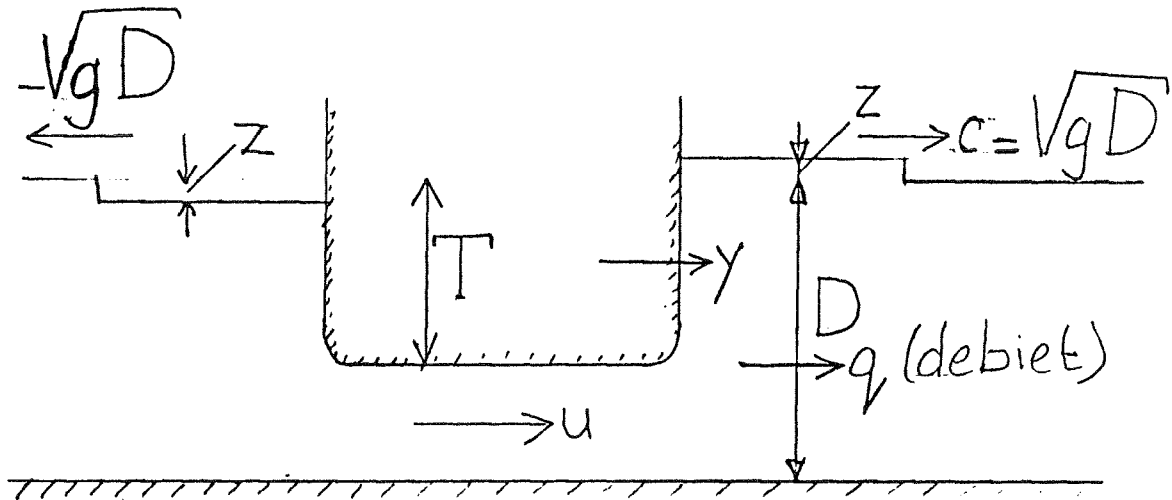
Berekening van horizontale dynamische krachten bij versnellen in dwarsrichting

Uitgegaan wordt van een lang schip waarbij kopeffecten te verwaarlozen zijn (dus 2 dimensionale stroming en golfuitstraling). Door alleen beweging in het laagfrequentiegebied te beschouwen (bij periodiek oscilleren $\omega < 0,65 \sqrt{g/D}$ *), bij stootbelasting

$T_{\text{max.kracht}} > \frac{\pi}{1,3} \sqrt{D/g}$) is de langegolftheorie geldig. Kenmerk: hydrostatische drukverdeling en geringe verticale versnelling van waterdeeltjes. Er kan nu zelfs gesproken worden van ééndimensionale stroming en golfuitstraling.

Verder wordt er van uitgegaan dat de golven klein zijn ten opzichte van de waterdiepte. De loopsnelheid van een lange golf wordt nu alleen door de waterdiepte bepaald en er geldt $c = \sqrt{gh}$. Bovendien geldt $u \ll \sqrt{gh}$.

*) Bij deze ω is de drukfluctuatie aan de bodem (bij periodiek oscilleren) ca. 20% afwijkend van die aan het oppervlak, de loopsnelheid van de golf wijkt ca. 12% van die bij de lange golf af.



Dwarsdoorsnede schip

Notatie: $\dot{y} = dy/dt$, $\ddot{y} = d^2y/dt^2$ etc.

Translatiegolfdebiet q . geeft een translatiegolf z ;

$$q = \dot{y} T + u (D - T) = z \sqrt{g D} \quad (1)$$

De kolom water onder het schip versnelt door het drukverschil tussen links en rechts. De wrijving wordt verwaarloosd, evenals de uittreeverliezen. Dit mag omdat bij kleine snelheden de kwadratische weerstandstermen verwaarloosbaar zijn. In de berekening zou rekentechnisch een lineaire wrijving ingevoerd kunnen worden. Fysisch is een lineaire weerstand ook plausibel als nl. de snelheid gesuperponeerd gedacht wordt op een initiële snelheid die door het naar de fender toevaren ontstaat. De in te voeren waarde is echter arbitrair en zal weinig invloed hebben op het resultaat.

$$2 \rho g z = - \rho B \dot{u} \quad \text{ofwel}$$

$$2 z = - \frac{B}{g} \dot{u} \quad (2)$$

Het schip ondervindt in Y-richting bij de aangenomen hydrostatische drukverdeling een kracht per eenheid van lengte

$$F_w/L = - 2 \rho g z T \quad (3)$$

Door met (2) u te elimineren ontstaat uit differentiëren van (1):

$$\ddot{y}_T - \frac{2g}{B} z (D - T) - \dot{z} \sqrt{gD} = 0$$

Met (3) kan nu z vervangen worden door F_w :

$$\ddot{y}_T + \frac{2g(D-T)}{B} \frac{F_w/L}{2\rho g T} + \frac{\sqrt{gD} \dot{F}_w/L}{2\rho g T} = 0$$

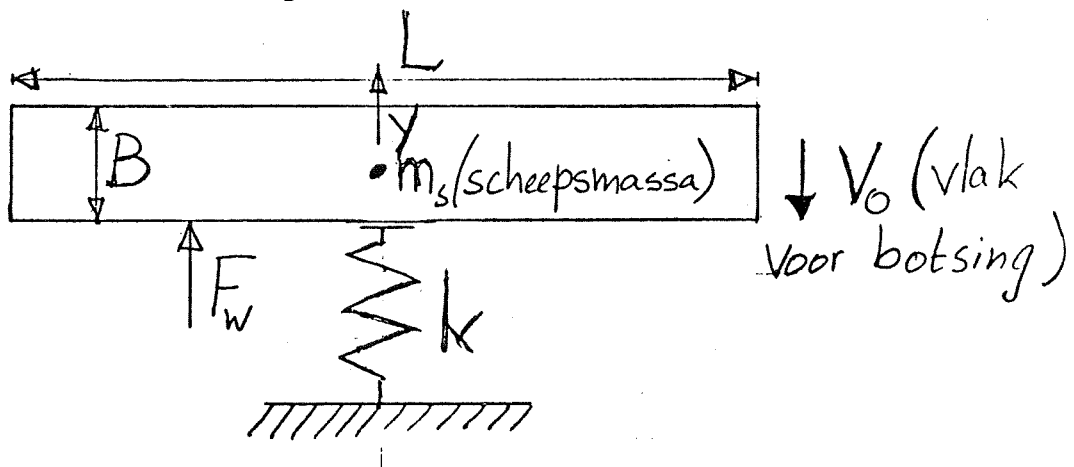
ofwel

$$2\rho g T^2 L \ddot{y} + \frac{2g(D-T)}{B} F_w + \sqrt{gD} \dot{F}_w = 0 \quad (4)$$

3. De vergelijkingen van de fenderinvering bij centrisch botsen in dwars-richting

De aannamen die gedaan zijn, nl. dat stromingsverliezen klein zijn, de watersnelheden klein zijn ten opzichte van \sqrt{gh} en de golfkrachten die op het schip werken maatgevend zijn maken dat bij het afremmen van een bewegend schip dezelfde krachten ontstaan als bij het versnellen van een stilliggend schip. Hiervan is door Middendorp in het deelverslag bij prof. Schönfeld (5) gebruik gemaakt.

Verder wordt aangenomen dat het schip als een rechthoekige bak is te beschouwen. Ook de iscillatieproeven door Fontijn (1) en de botsproeven door Hospers (3) en Middendorp (4) uitgevoerd zijn met een rechthoekige bak gedaan. Bij grote tankers en carriers (VLCC's) en ook bij binnenschepen zal dit de waarheid redelijk benaderen, bij container- en oorlogschepen is dit minder het geval.



De veer wordt lineair verondersteld:

$$F = -k y \quad (5)$$

(bij begin botsing geldt $y = 0$)

$$F + F_w = m_s \ddot{y} \quad (6)$$

Uit (5) en (6) is F en F_w te elimineren

$$F_w = m_s \ddot{y} - F = m_s \ddot{y} + k y \quad (7)$$

Voeren we (7) in in (4) dan krijgen we

$$2 \rho g T^2 L \ddot{y} + \frac{2g(D-T)}{B} (m_s \ddot{y} + ky) + \sqrt{gD} (m_s \dot{y} + k y) = 0$$

ofwel (met invoering van $\rho L T B = m_s$)

$$\sqrt{gD} m_s \dot{y} + \frac{2gDm_s}{B} \ddot{y} + \sqrt{gD} k y + \frac{2g(D-T)}{B} k y = 0 \quad (8)$$

De oplossing van een vergelijking

$$\alpha_1 \dot{y} + \alpha_2 \ddot{y} + \alpha_3 y + \alpha_4 y = 0$$

heeft het karakter

$$Y_1 e^{p_1 t} + Y_2 e^{p_2 t} + Y_3 e^{p_3 t}$$

waarbij p volgt uit de vergelijking

$$\alpha_1 p^3 + \alpha_2 p^2 + \alpha_3 p + \alpha_4 = 0$$

De bijbehorende beginvoorwaarden ($t = 0$) zijn:

$$y = 0, \quad \dot{y} = -v_0, \quad \ddot{y} = 0$$

Hieruit volgen Y_1 , Y_2 en Y_3 .

De oplossing zelf wordt hier niet behandeld, maar is in par. 6 gegeven.

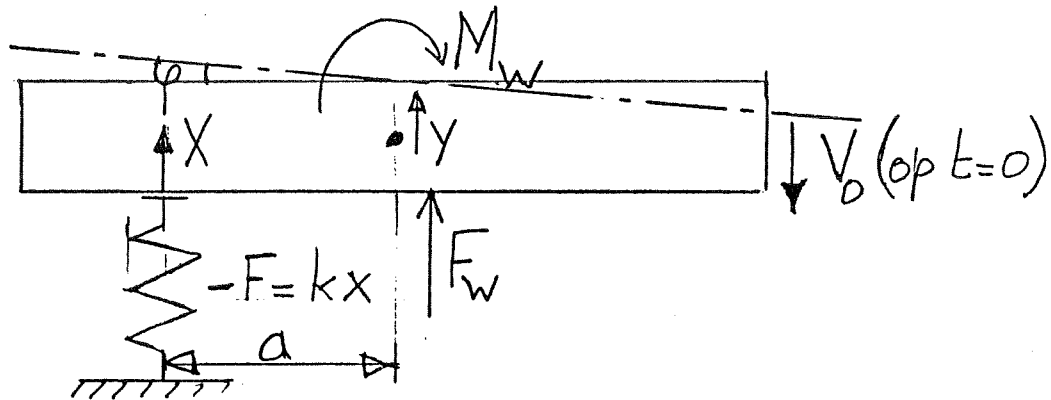
In fig. 4 zijn enige resultaten gegeven van gemeten en berekende waarden bij centrisc botsen (overgenomen uit het verslag van Middendorp).

Een botsing tegen een niet-lineaire veer kan overigens, door steeds een beperkt Y -gebied te beschouwen, met deze methode ook berekend worden.

Steeds worden de eindwaarden van y , \dot{y} en \ddot{y} ingevoerd als beginwaarde in het volgende Y -gebied.

De vergelijkingen van de fenderinvering bij excentrisch botsen

Een aanname die gemaakt wordt is dat de hoekverdraaiing tijdens de botsing gering is. Dit blijkt verantwoord te zijn, maar het kan aan het eind van een berekening worden geverifieerd. Er zou anders sprake zijn van niet-lineaire effecten, die weer klein zijn door de geringe aanvaarsnelheden. Ook wordt ervan uitgegaan dat er geen wrijving is en dat de hoekverdraaiing tot het moment van maximale botskracht zo gering is dat dit de krachtwerking en traagheid van het schip niet beïnvloedt.



Nemen we nu het toegevoegd polair massa-traagheidsmoment I_w dan geldt

$$M_w = - I_w \ddot{\varphi} \quad (9)$$

Zoals reeds is opgemerkt is de vereenvoudiging die wordt ingevoerd een toegevoegd polair massa-traagheidsmoment dat constant is over het frequentiegebied (fig. 2). De demping wordt weggelaten omdat deze niet tot een constante is te schematiseren.

Voor translerende beweging in dwarsrichting was reeds gevonden

$$2 \rho g T^2 L \ddot{y} + \frac{2 g (D-T)}{B} F_w + \sqrt{g D} \dot{F}_w = 0 \quad (4)$$

$$F = - k x \quad (10)$$

$$F + F_w = m_B \ddot{y} \quad (11)$$

$$x = y + a \varphi \quad (12)$$

$$a F + M_w = I_S \ddot{\varphi} \quad (13)$$

Hieruit zijn F , F_w , M_w , y en φ te elimineren.

Uit (13) volgt door (9) in te voeren:

$$a F - I_w \ddot{\varphi} = I_S \ddot{\varphi}$$

ofwel

$$a F = (I_S + I_W) \ddot{\varphi} \quad (14)$$

Invoeren van (10) geeft

$$\ddot{\varphi} = \frac{-a k}{I_S + I_W} x \quad (15)$$

(11) leidt tot

$$F_W = m_S \ddot{y} - F$$

tezamen met (12) en (10) geeft dit

$$F_W = m_S (\ddot{x} - a \ddot{\varphi}) + k x \quad (16)$$

met (15) gecombineerd is dit

$$\begin{aligned} F_W &= m_S \ddot{x} + a m_S \frac{a k}{I_S + I_W} x + k x = \\ &= m_S \ddot{x} + \left(\frac{a^2 m_S}{I_S + I_W} + 1 \right) k x = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

Invullen in (4) en invoeren van de grootheid

$$k^1 = k \left(1 + \frac{a^2 m_S}{I^1} \right) \quad (18)$$

(k^1 = gereduceerde veerstijfheid)

met

$$I^1 = I_S + I_W \quad (19)$$

en met eliminatie van \ddot{y} via (12) en (15)

$$\ddot{y} = \ddot{x} - a \ddot{\varphi} = \ddot{x} + \frac{a^2 k}{I_S + I_W} x$$

vinden we uit (4)

$$\begin{aligned} 2 \rho g T^2 L \left(\ddot{x} + \frac{a^2 k}{I_S + I_W} x \right) + \frac{2 g (D-T)}{B} (m_S \ddot{x} + k^1 x) + \\ + \sqrt{g D} (m_S \dot{x} + k^1 x) = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

Met invoering van $k = k' \frac{I_S + I_W}{I_S + I_W + a^2 m_S}$

en met invoering van $\rho L B T = m_S$ resulteert dit in:

$$\sqrt{g D} m_S \ddot{x} + \frac{2 g D}{B} m_S \ddot{x} + \sqrt{g D} k' \dot{x} + \frac{2 g (D-T)}{B} \left\{ 1 + \frac{T a^2 m_S}{(D-T) (I' + a^2 m_S)} \right\} k' x = 0 \quad (21)$$

Deze vergelijking is nagenoeg gelijk aan (8) en kan op dezelfde wijze worden opgelost.

Oplossing van de derde orde differentiaalvergelijking

- Reduceer de vergelijking

$$\alpha_1 \ddot{y} + \alpha_2 \ddot{y} + \alpha_3 \dot{y} + \alpha_4 y = 0 \text{ tot}$$

$$\ddot{y} + A \ddot{y} + B \dot{y} + C y = 0, \text{ en bereken } A, B \text{ en } C.$$

- Bereken de hulpgrootheden $Q = (3B - A^2)/9$;

$$R = (9AB - 27C - 2A^3)/54; \quad S = \sqrt[3]{R + \sqrt{Q^3 + R^2}} \text{ en}$$

$$T = \sqrt[3]{R - \sqrt{Q^3 + R^2}}$$

- Bepaal of $Q^3 + R^2$ groter of kleiner dan nul is; is dit < 0 dan blijkt, voor die gevallen die zijn uitgewerkt, dat de beweging superkritisch gedempt is en asymptotisch naar nul gaat zonder een nuldoorgang.

- Indien $(Q^3 + R^2) > 0$ dan is de oplossing

$$y = Y_0 e^{-qt} + M e^{-ct} \cos(d \cdot t - \varphi)$$

met

$$q = 1/3 A - (S + T)$$

$$c = 1/3 A + \frac{1}{2} (S + T)$$

$$d = \frac{1}{2} \sqrt{3} (S - T)$$

$$\varphi = \arctan \frac{-q^2 + c^2 - d^2}{2cd}$$

Uit de beginvoorwaarden volgt

$$M = -V_0 / \left\{ (q - c) \cos \varphi + d \sin \varphi \right\}$$

$$Y_0 = -M \cos \varphi$$

Hierin is V_0 de aanvaarsnelheid in de richting van de inverting.

- Indien $(Q^3 + R^2) < 0$ dan is de oplossing

$$y = Y_1 e^{p_1 t} + Y_2 e^{p_2 t} + Y_3 e^{p_3 t}$$

met

$$p_1 = 2a \cos \varphi - 1/3 A$$

$$p_2 = -a \cos \varphi - 1/3 A - \sqrt{3} a \sin \varphi$$

$$p_3 = -a \cos \varphi - 1/3 A + \sqrt{3} a \sin \varphi$$

met

$$a = (-Q)^{1/2}$$

$$3\varphi = \arccos (R/(-Q)^{3/2})$$

en uit de beginvoorwaarden volgt:

$$Y_2 = \frac{(p_1^2 - p_3^2) V_0}{(p_2 - p_1)(p_3^2 - p_1^2) - p_1(p_1^2 - p_2^2) + p_3(p_1^2 - p_2^2)}$$

$$Y_1 = -Y_2 \left\{ 1 + \frac{p_1^2 - p_2^2}{p_3^2 - p_1^2} \right\}$$

$$Y_3 = -Y_1 - Y_2$$



RESULTATEN OSCILLATIEPROEVEN

oscillatie in dwarsrichting

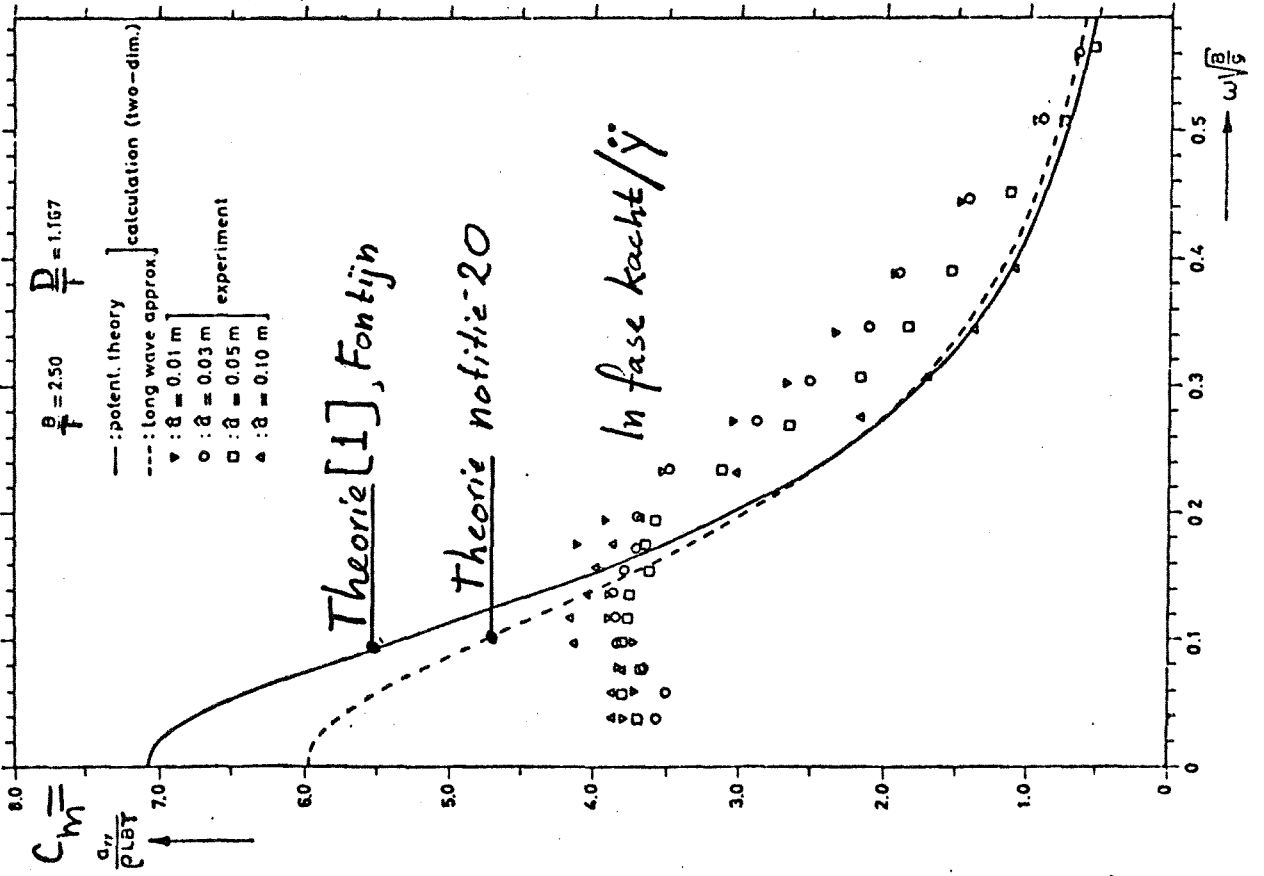
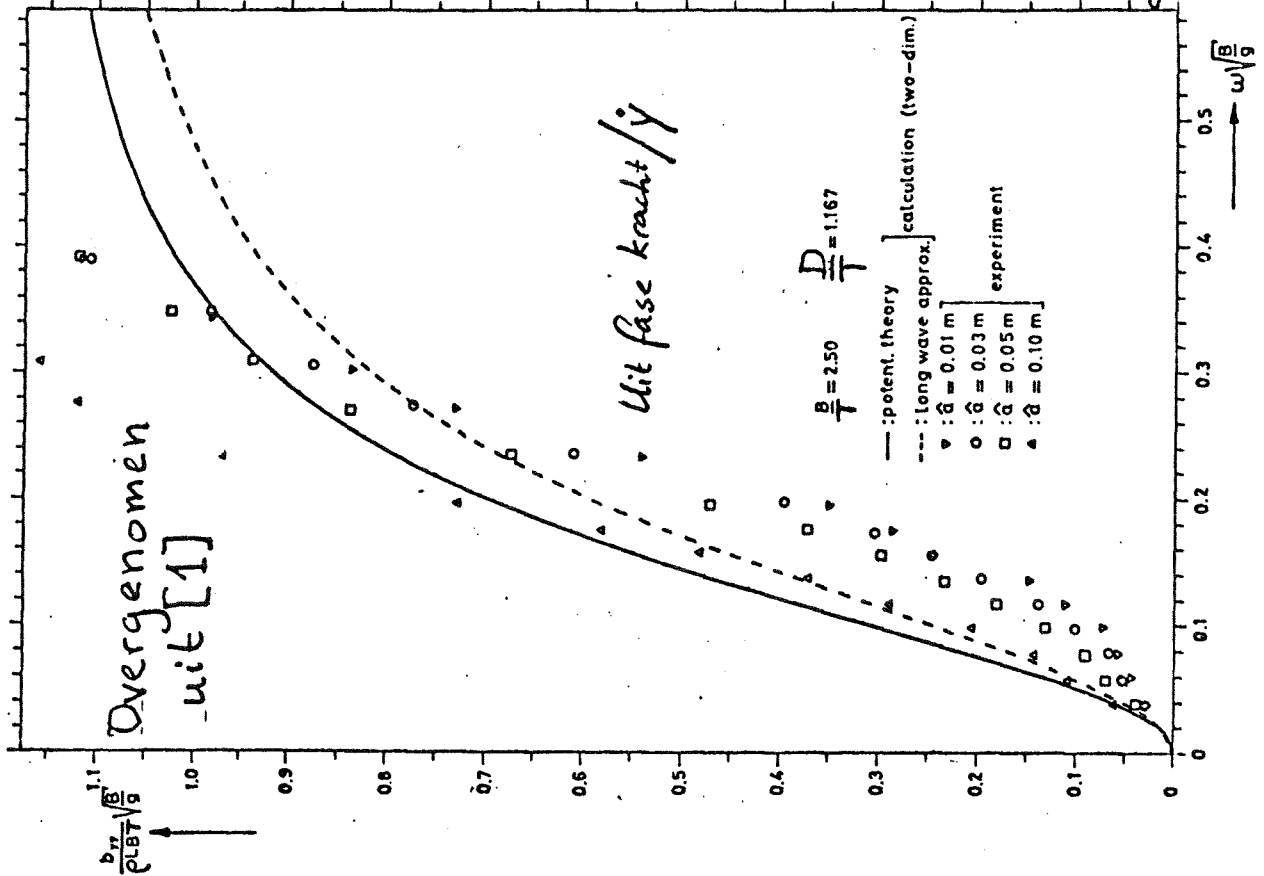


Fig. 1

RESULTATEN / OSCILLATIEPROEVEN /

roberende oscillatie om vert. as

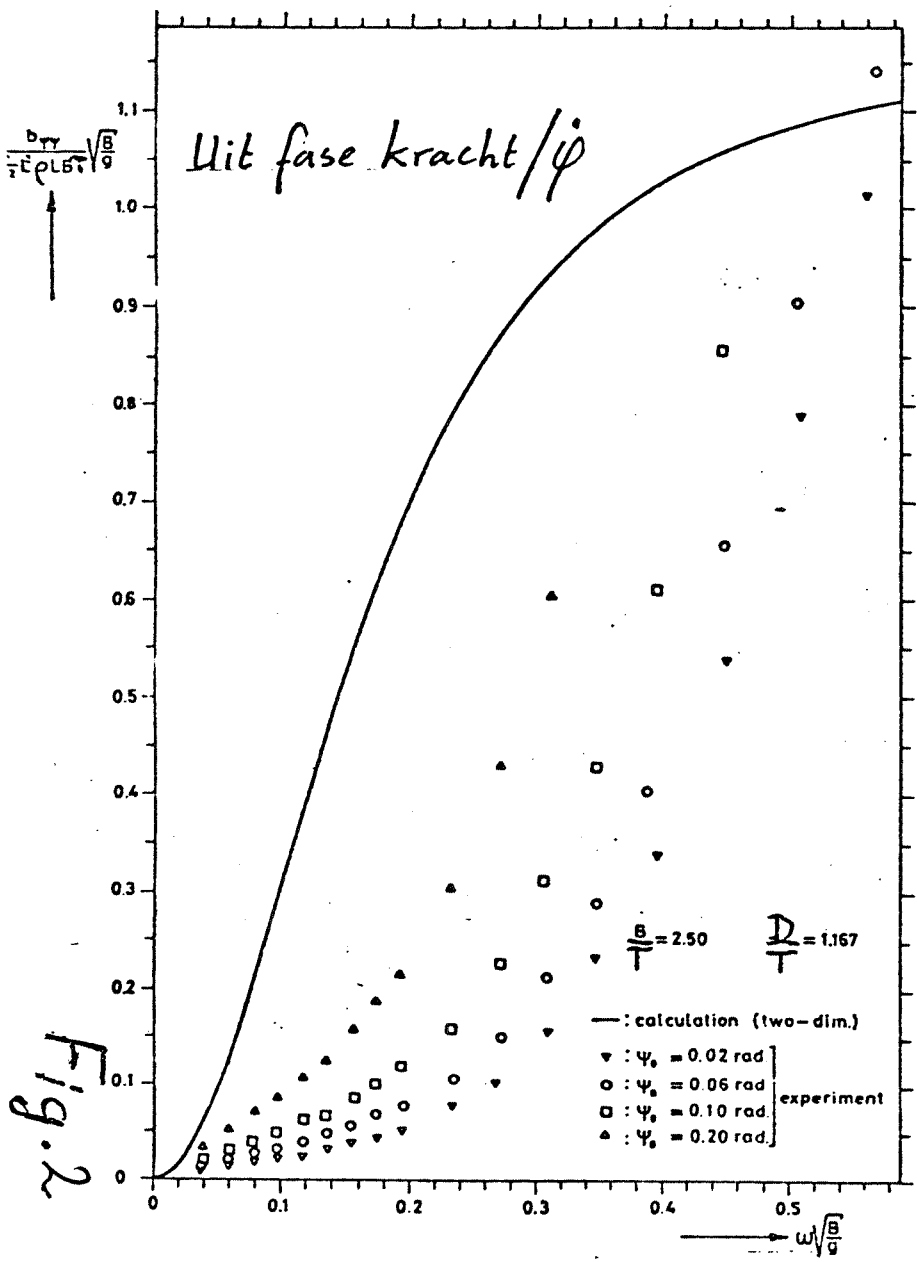
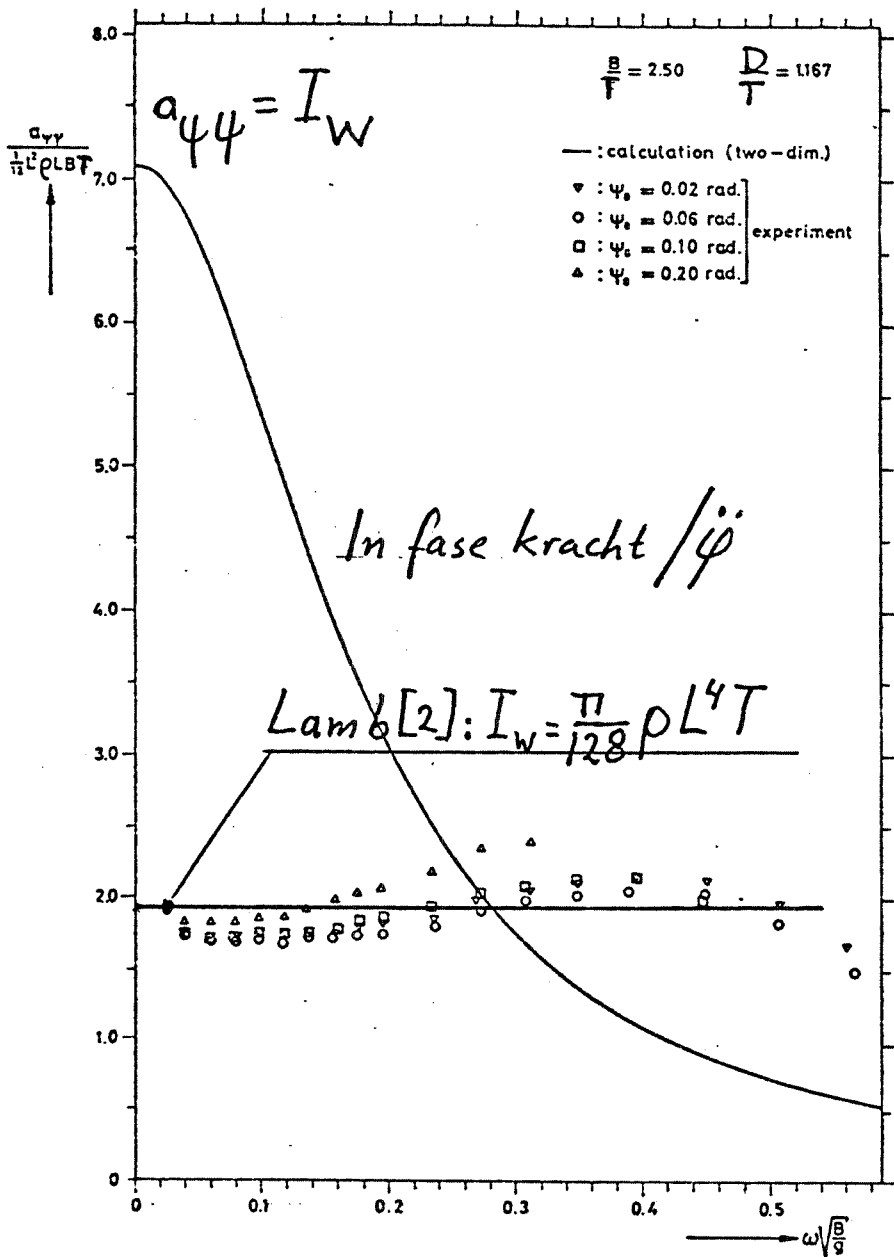
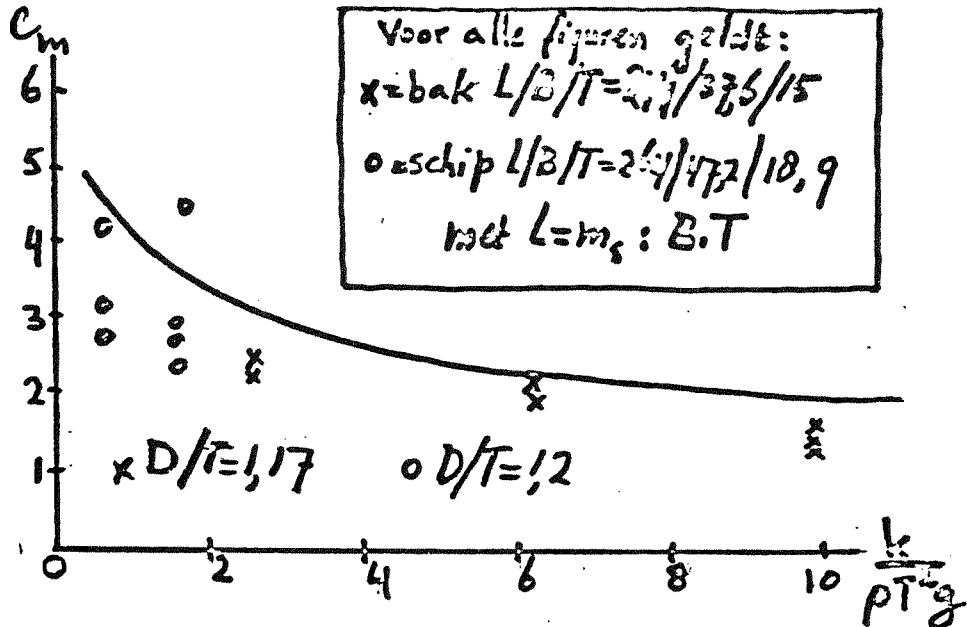
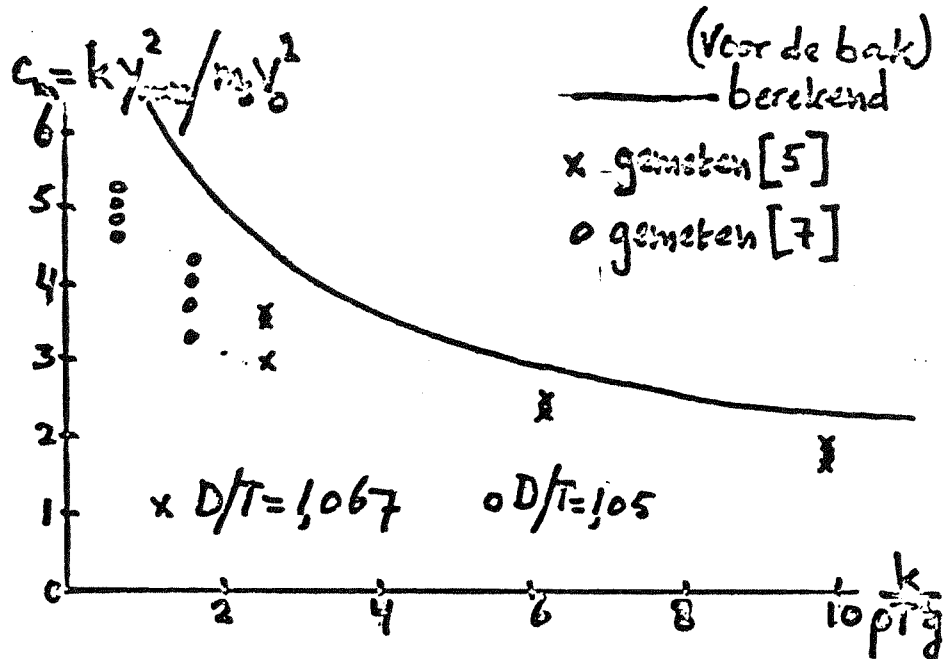


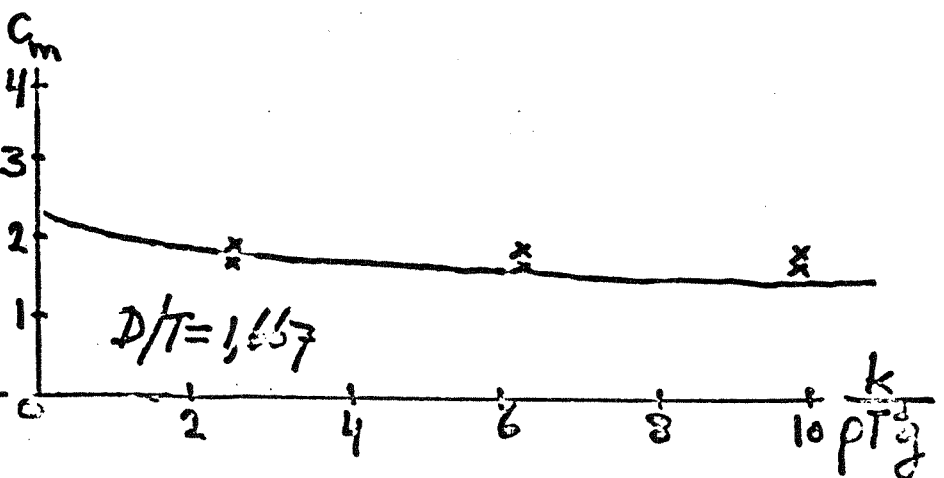
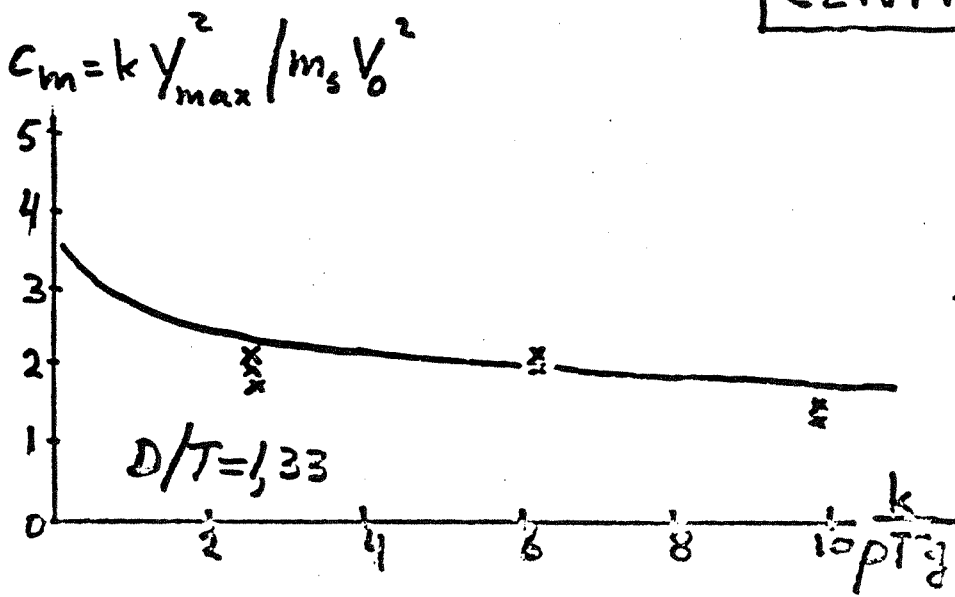
fig.18 - Yaw damping moment coefficient

Fig. 2



CENTRISCH BOTSSEN

Fig. 3



EXCENTRISH BOTSSEN

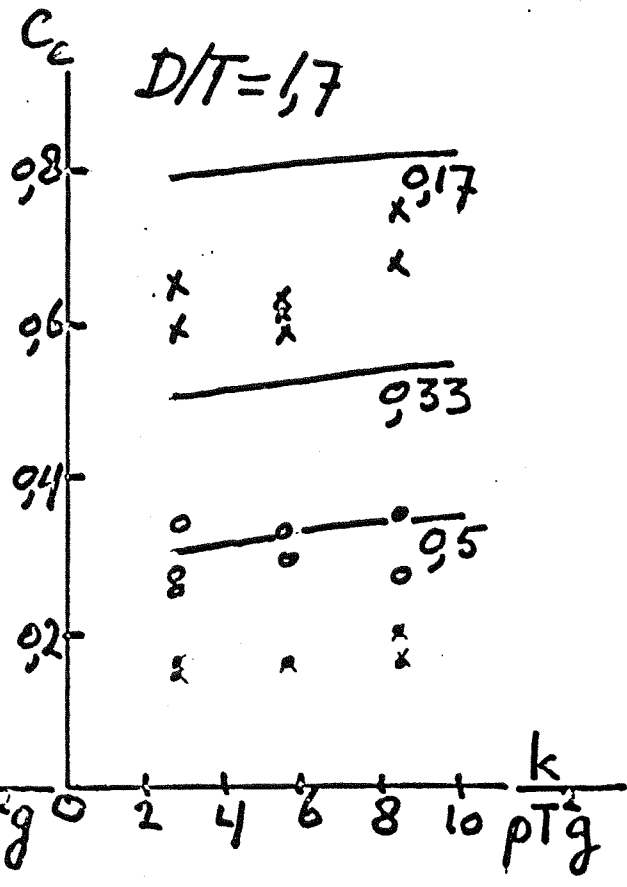
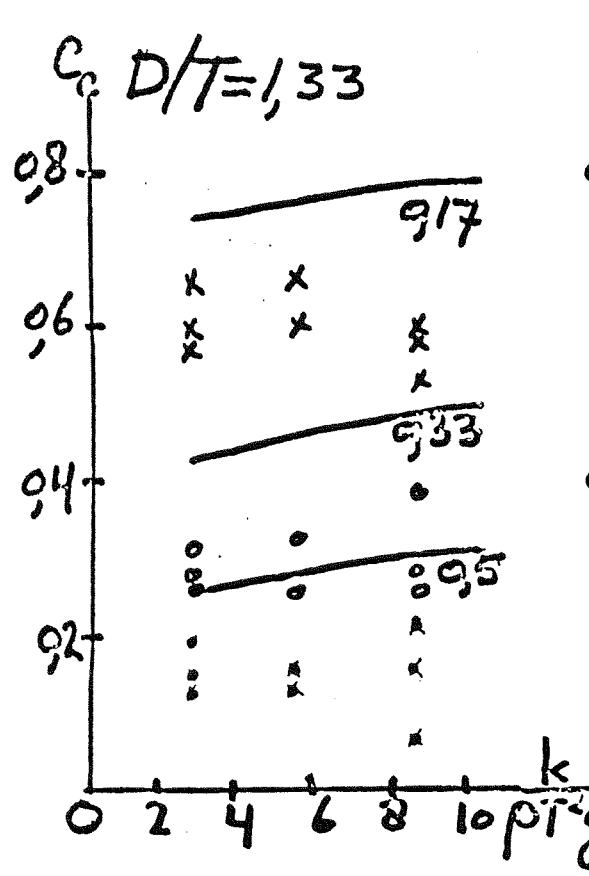
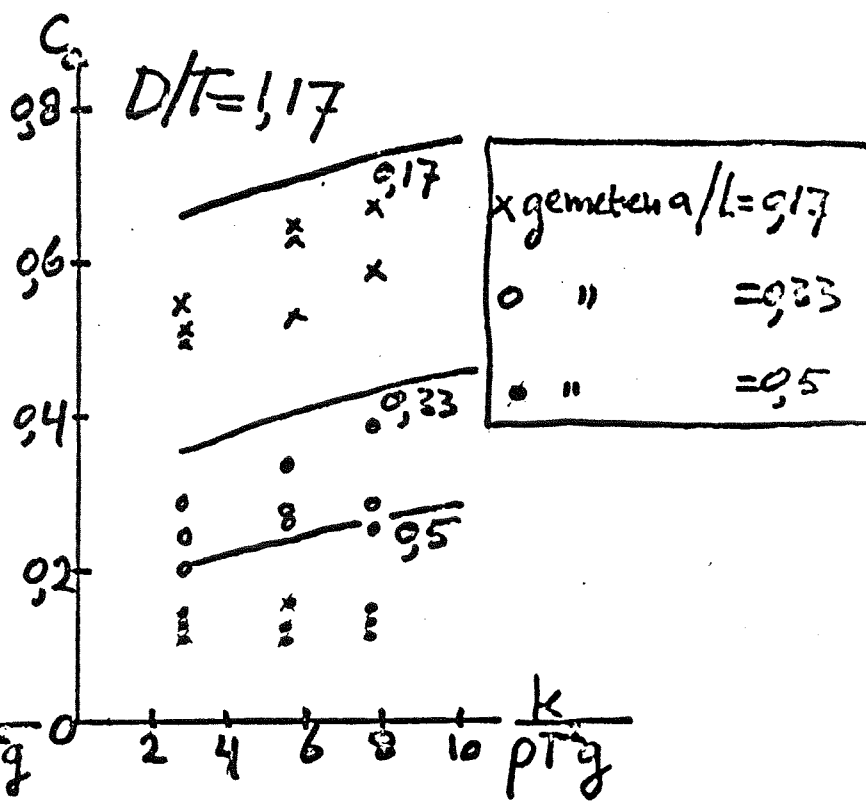
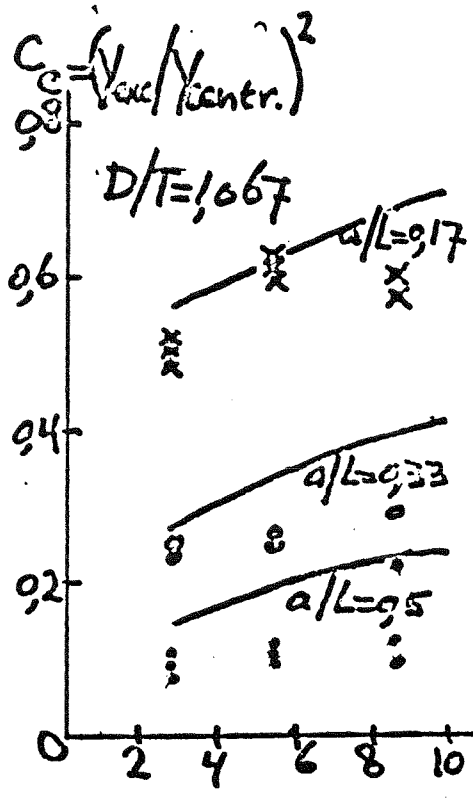


Fig. 4

NOTITIE 24

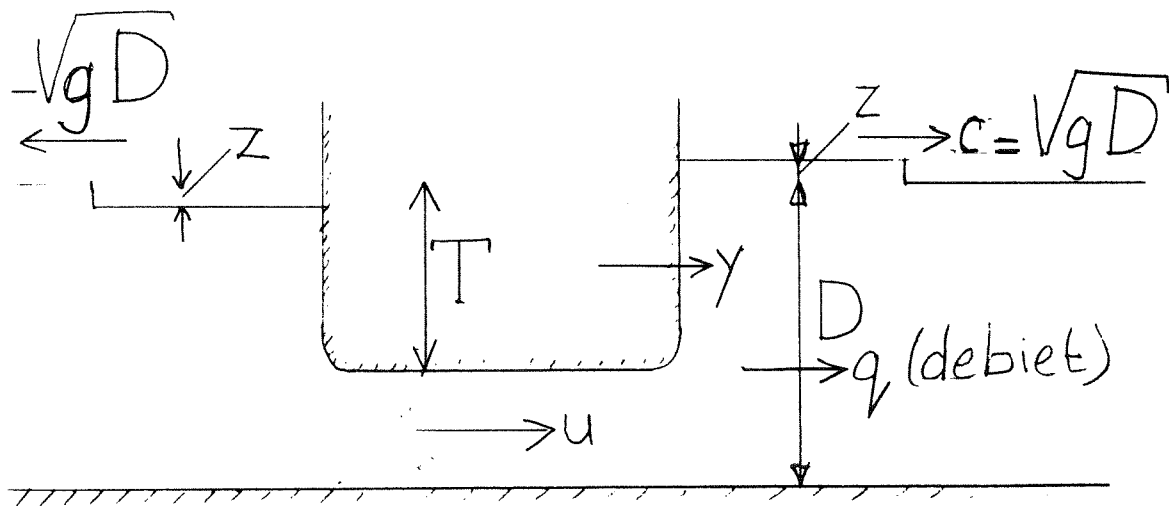
Aanvullende beschouwingen op notitie 20 betreffende botsen van schepen tegen remmingwerken; vereenvoudiging van de berekening door te rekenen in het tijdsdomein.

INLEIDING

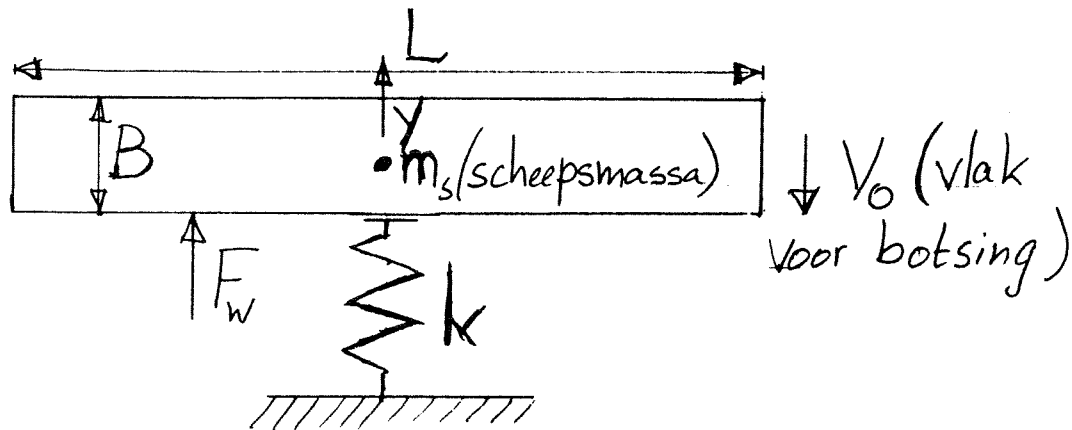
In notitie 20 is een rekenmethodiek aangegeven waarbij hydrodynamische vergelijkingen gecombineerd zijn met de traagheidsvergelijking van het schip en de veer karakteristiek van het remmingwerk. Dit resulteerde in een derde orde vergelijking in de tijd van de afgeremde beweging van het schip. De oplossing is geldig voor een lineaire veer karakteristiek. Niet-lineariteit kan geïntroduceerd worden door per stukje inverting een andere veerstijfheid te introduceren en te zorgen dat de aansluitvoorwaarden (inverting en scheepssnelheid) kloppen.

Deze set vergelijkingen zijn op het Waterloopkundig Laboratorium anders bewerkt waardoor op zeer eenvoudige wijze direct in de tijd is te rekenen. Naast het voordeel van de eenvoud blijkt dat de vergelijkingen veel directer opgeschreven kunnen worden en ook dat eenvoudig een niet-lineaire veer kan worden geïntroduceerd. De veerkracht die normaal geschreven wordt als $-K y$ (K = veerstijfheid) wordt geïntroduceerd als $FN_{veer}(y)$, zijnde een zelfgedefinieerde functie van de scheepsverplaatsing y .

De situatie is in figuur 1 nog eens weergegeven voor een schip dat dwars afmeert. De figuur en de gebruikte notaties zijn overgenomen uit notitie 20.



Figuur 1a: Dwarsdoorsnede schip



Figuur 1b: Bovenaanzicht schip en verende ducdalf

De volgende vergelijkingen worden uit deze notitie overgenomen waarbij de snelheid van het schip dy/dt wordt voorgesteld als v .

Het debiet q onder het schip (zijnde de watersnelheid u , maal de overdiepte $(D-T)$, en het door het schip verplaatste debiet, zijnde de scheepssnelheid v maal de scheepsdiepte T , bepalen samen het debiet dat de translatiegolf opwekt (met hoogte z). Links ontstaat een golf met hoogte $-z$ (keersymmetrie).

Het voorgaande resulteert in:

$$v T + u (D - T) = z \text{ SQRT}(g D) \quad (1)$$

Het water onder het schip versnelt ten gevolge van het drukverschil behorend bij het verval. Dit verval is $-2z$. Wrijvingsverliezen worden verwaarloosd.

$$2 \rho g z = -\rho B (du/dt) \quad (2)$$

Hierin is B de scheepsbreedte en g de zwaartekracht.

De kracht die het schip ondervindt (verondersteld wordt een hydrostatische drukverdeling) wordt:

$$F_w = -2 \rho g L T z \quad (3)$$

Tot slot geldt de vergelijking voor het massa (schip) + veer (remmingwerk):

$$m \frac{d^2y}{dt^2} + K y = F_w \quad (4)$$

DE BEREKENING

De vergelijkingen 1 t/m 4 zijn goed op te lossen als wordt ingevoerd

$$dy/dt = v \quad (5)$$

en

$$d^2y/dt^2 = dv/dt \quad (6)$$

Uit de bovenstaande vergelijkingen worden de eerste afgeleiden dy/dt , dv/dt en du/dt expliciet gemaakt.

Om dv/dt uit (4) te bepalen moet F_w bekend zijn via (2) en daarvoor moet ook z bekend zijn. Dat loopt via (1).

Uit (1) volgt:

$$z = [v T + u(D-T)] / \text{SQRT}(g D) \quad (7)$$

en nu volgt uit (3)

$$F_w = -2 \rho g z T L \quad (8)$$

Nu zijn alle eerste afgeleiden met de tijd te bepalen:

$$dv/dt = (F_w - K y) / m$$

Zoals eerder vermeld wordt $-K y$ vervangen door de zelf gedefinieerde veerfunctie. Dus geldt:

$$dv/dt = (F_w + F_{Nveer}(y)) / m \quad (9)$$

Uit (2) volgt:

$$du/dt = -2g z / B \quad (10)$$

We hadden reeds

$$dy/dt = v \quad (11)$$

Nu zijn alle gegevens verkregen om met behulp van de eerst afgeleiden de waarden van v , u en y opnieuw te bepalen als de tijdstap gegeven is. Links van het "is-gelijk" teken staan de nieuwe waarden:

$$t = t + \Delta T \quad (12)$$

$$v = v + (dv/dt) \Delta T \quad (13)$$

$$y = y + (dy/dt) \Delta T \quad (14)$$

$$u = u + (du/dt) \Delta T \quad (15)$$

Op het tijdstip $t=0$ moeten de startwaarden bekend zijn. Het schip vaart met de aanvaarsnelheid V_0 , dus

$$dy/dt = -V_0$$

Ook geldt vlak voor het botsen

$$Y=0$$

Omdat er nog geen krachten werken is het redelijk om aan te nemen dat

$F_w=0$, en daaruit volgt $z=0$ zodat uit (1) volgt:

$$u = -V_0 T / (D - T)$$

Nu geven de vergelijkingen (7) t/m (15) de mogelijkheid om de botsing door te rekenen.

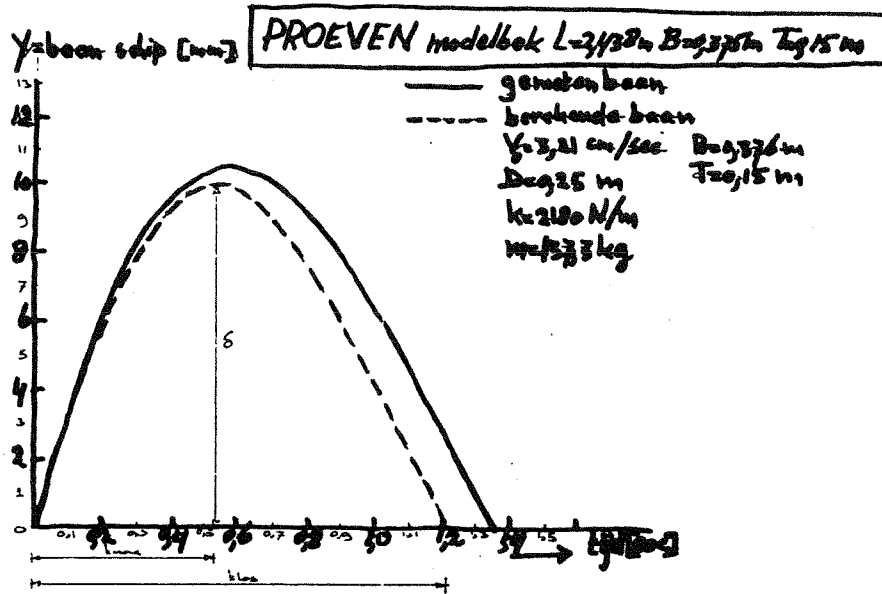
CONTROLE VAN DE REKENMETHODE

Als controle zijn twee gevallen doorgerekend die in notitie 20, figuur 3 zijn weergegeven, zie hiervoor figuur 2.

Figuur 3 geeft de nieuwe rekenresultaten met de gebruikte invoergegevens. Te zien is dat de oude en nieuwe rekenwijze dezelfde resultaten geven.

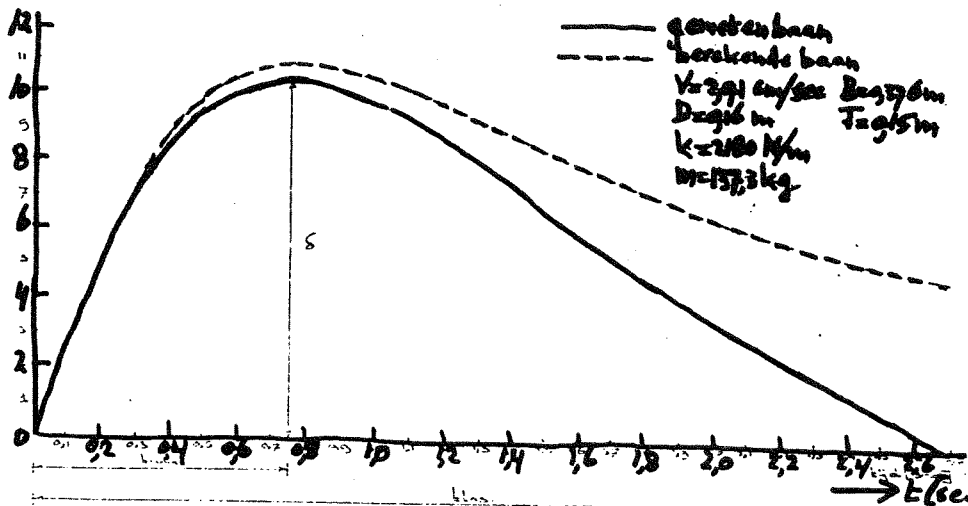
Ook is bijgevoegd als bijlage het rekenprogramma, geschreven in zogenaamd BBC-BASIC. De ervaring leert dat dit zeer eenvoudig te herprogrammeren is in FORTRAN of PASCAL.

Notitie 20 fig.3



berekende en gemeten baan van het schip, nadat het
 het boten tegen lineaire weer

CENTRISCH BOTSSEN



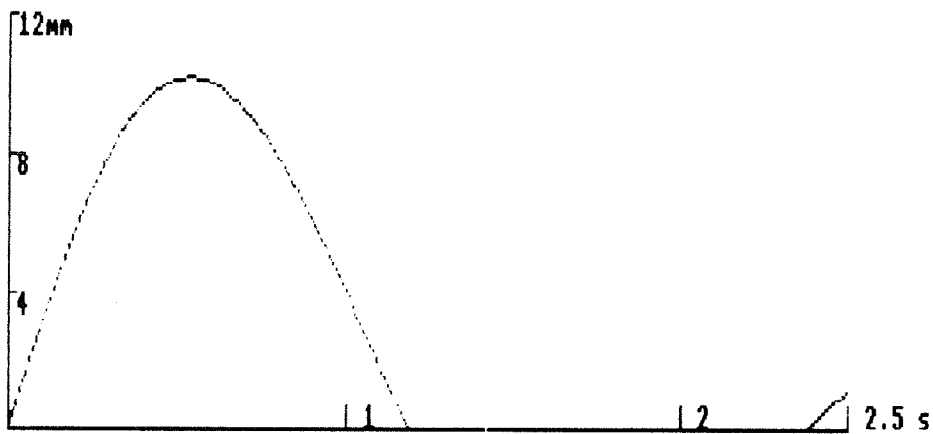
berekende en gemeten baan van het schip, nadat het
 het boten tegen lineaire weer

CENTRISCH BOTSSEN

Figuur2: Resultaten oude berekening (overgenomen uit notitie 20)

rho= 1000.0000
T (diepgang schip)= 0.1500
L (scheepslengte)= 2.4300
D (waterdiepte)= 0.2500
B (scheepsbreedte)= 0.3760
Vo (beginsnelheid bij botsen)= 0.0321
deltaT (tijdstap)= 0.0100
K (veerstijfheid)= 2100.0000
t_max= 2.5000
m (scheepsmassa)= 137.5032

Notitie 24 blad 6



Vo (beginsnelheid bij botsen)= 0.0291
deltaT (tijdstap)= 0.0100
K (veerstijfheid)= 2100.0000
t_max= 2.5000
m (scheepsmassa)= 137.5032



Figuur 3: Resultaten berekeningen in het tijdsdomein

Bijlage notitie 24 blz. 1

```

AUTO 10
REM          programma BOTS_lg
REM Notitie 20 figuur 3 wordt doorgerekend
REM          P.A.Kolkman, 21 Nov.1990

CLS
PRINT''''''''bij eerste keer, saven, dan >*RLOAD R.WSDUMP 14<, dan BREAK"

PROCinvoergegevens

aantal_stappen= t_max/deltaT:  aantal_stappen%=  aantal_stappen DIV 1
DIM output(aantal_stappen%,6)

REM: Hieronder staan de beginvoorwaarden:
    t= 0:  y= 0:      v= -Vo:  Fw= 0:   u= -(v* T)/ (D- T)

FOR N%=0 TO aantal_stappen%
    output(N%,1)= t: output(N%,2)= FNveer(y): output(N%,3)= Fw
    output(N%,4)= -y: output(N%,5)= v: output(N%,6)= u

    z= ( v* T+ u* (D-T) )/ SQR(g* D)
    Fw= -2*rho*g*z*T*L

    dv_dt= (Fw+ FNveer(y))/ m
    dy_dt= v
    du_dt= -2*g*z/B

    t= t+ deltaT
    v= v+ dv_dt* deltaT
    y= y+ dy_dt*deltaT
    u= u+ du_dt*deltaT
NEXT

PRINT"Wilt U dit grafisch (G), screendump (S) of printen(P) ?"
PPPP$= GET$:
IF (PPPP$="G" OR PPPP$="g") THEN MODE0: VDU5 :PROCgrafisch
IF (PPPP$="S" OR PPPP$="s") THEN MODE0: VDU5: PROCscreendump
IF (PPPP$="P" OR PPPP$="p") THEN PROCprint

END

DEFPROCprint
VDU2
@%=&20409: REM dit geeft 4-decimalen weergave.
PROCinvoergegevens
PRINT''    tijd      Fveer    Fwater    y          V          u"
FOR N%=0 TO aantal_stappen%
PRINT output(N%,1),output(N%,2),output(N%,3),output(N%,4),output(N%,5),output(N%,6)
NEXT
@%=10
VDU3
ENDPROC

```

```

DEFPROCgrafisch
REM hieronder worden eerst de assen getekend.
MOVE 0,0: DRAW 1000,0: DRAW 1000,30: PLOT 0,20,0: PRINT "2.5 s"
MOVE 400,0: DRAW 400,30: PLOT 0,20,0: PRINT"1"
MOVE 800,0: DRAW 800,30: PLOT 0,20,0: PRINT"2"
MOVE 0,490: DRAW 8,490: PLOT 0,0,0: PRINT "12mm"
MOVE 0,327: DRAW 8,327: PLOT 0,0,0: PRINT "8"
MOVE 0,163: DRAW 8,163: PLOT 0,0,0: PRINT "4"
MOVE 0,490: DRAW 0,0
REM hieronder volgt het tekenen van de grafiek.
FOR N%=0 TO aantal_stappen%
  Xs= (output(N%,1)/t_max)*1000: Ys= (output(N%,4)/Ymax)*490
  IF t=0 THEN MOVE Xs,Ys ELSE DRAW Xs,Ys
NEXT
ENDPROC

DEFPROCscreenump
@%=&20409
PROCinvoergegevens
@%=10
PROCgrafisch
*WSDUMP 1.35 2.14
ENDPROC

REM-----*
REM Wat hieronder volgt zijn de benodigde invoergegevens *
REM-----*

DEF FNveer(Y)
LOCAL Fveer
Fveer= -Y* K
=Fveer

DEFPROCinvoergegevens
g= 9.81 :PRINT"g= ";g
rho= 1000 :PRINT"rho= ";rho
T= .15 :PRINT"T (diepgang schip)= ";T
L= 2.438 :PRINT"L (scheepslengte)= ";L
D= .25 :PRINT"D (waterdiepte)= ";D
B= .376 :PRINT"B (scheepsbreedte)= ";B
Vo= .0321 :PRINT"Vo (beginsnelheid bij botsen)= ";Vo
deltaT= .01 :PRINT"deltaT (tijdstap)= ";deltaT
K= 2180 :PRINT"K (veerstijfheid)= ";K
Ymax=.012 :REM alleen in te vullen bij grafieche weergave
t_max=2.5 :PRINT"t_max= ";t_max
m= rho*T*L*B :PRINT"m (scheepsmassa)= ";m
ENDPROC

```