

Opdrachtgever:

Verbetering Qf-relaties

Rapport

November 2004

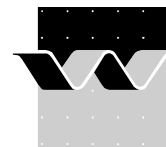
RWS/RIZA

Verbetering Qf-relaties

H.J.M. Ogink en C. Stolker

Rapport

November 2004



OPDRACHTGEVER: Rijkswaterstaat, RIZA							
TITEL: Verbetering Qf-relaties							
SAMENVATTING: Rijkswaterstaat hanteert een door Haskoning (1998) ontwikkelde procedure om de afvoer op diverse locaties op de Rijn en Rijntakken als functie van diverse factoren, zoals de waterstand en het verval over de stuw bij Driel, te beschrijven. Hiermee wordt een betere aanpassing met de metingen verkregen dan met een enkelvoudige QH-relatie. Dit rapport beschrijft: • de analyse van de Qf-relatie(s) Lobith voor de periode 1997-2004; • de alternatieve modellering van hysteresis in de waterstandsafvoerrelatie voor Lobith met behulp van methode van Jones; en • een verbeterde modellering van de (differentiële) invloed van bodemveranderingen. Samenvattende conclusies van het onderzoek luiden: • De afvoermetingen vanaf 1998 laten zich goed beschrijven met de bestaande Qf-relatie die is opgesteld voor de periode 1990-1997. Een afvoergolf van oktober-november 1998 wordt door dit model overschat. • De hysteresis in de waterstandsafvoerrelatie wordt door de methode van Jones over het gehele afvoerbereik zeer nauwkeurig beschreven. De methode is fysisch correct en beschrijft de hysteresis effectiever dan de huidige Qf-methode. De bestaande Qf-relatie kan de hysteresis nauwkeuriger beschrijven als de coëfficiënt “a” van dh/dt als functie van de waterstands/waterdiepte wordt gemodelleerd. • Indien afvoermetingen van verschillend tijdstip worden samengevoegd dan dient te worden gecorrigeerd voor bodemdaling, waarvan de mate afhangt van de grootte van de afvoer. Bodemdalingscorrecties kunnen via de waterstand of via de afvoer worden doorgevoerd, waarbij correctie via de afvoer het meest flexibel is en tot de beste resultaten leidt. • Toepassing van de normaalverval methode op het verval tussen Lobith en Pannerdense Kop leidt niet tot een betere beschrijving van de afvoer bij Lobith indien de rivier is gestuwd.							
REFERENTIES: WL offerte d.d. 27-08-2004 (referentie ZWS5957/Q3847.95). Opdrachtnummer 8041328.							
VER	AUTEUR		DATUM	OPMERK.	REVIEW		GOEDKEURING
1	H.J.M. Ogink, C. Stolker		16-11-2004		J.P.M. Dijkman		C.A. Bons
PROJECTNUMMER: Q3847.00							
TREFWOORDEN: QH-relaties, Qf-relaties, vergelijking van Jones							
AANTAL BLADZIJDEN: 48							
VERTROUWELIJK: ☐ JA, tot (datum) ☒ NEE							
STATUS: ☐ VOORLOPIG ☐ CONCEPT ☒ DEFINITIEF							

Inhoud

1	Inleiding	1—1
1.1	Algemeen	1—1
1.2	Beschikbare gegevens	1—1
2	Qf-relatie(s) voor Lobith, periode 1997-2004	2—1
2.1	Qf-relatie	2—1
2.2	Validatie van afvoermetingen	2—2
2.3	Validatie Qf-relatie 1990-1997	2—5
2.4	Ontwikkeling nieuwe Qf-relatie	2—7
3	Modellering van de hysteres	3—1
3.1	Correctie voor hysteres in Qf-relatie	3—1
3.2	Correctie voor hysteres volgens Jones	3—1
3.3	Parameters in de Jones correctie	3—3
3.4	Aanpassing parameter correctie niet-permanentie in Qf-methode	3—10
3.5	Overzicht resultaten	3—11
4	Modellering van de differentiële invloed van bodemveranderingen	4—1
4.1	Correctiemethode bodemdaling in Qf-relatie	4—1
4.2	Effect bodemdaling op waterstands-afvoerrelatie	4—2
4.3	Modellering van de bodemdaling in de Qf-relatie	4—3
4.3.1	Overzicht methoden	4—3
4.3.2	Afvoercorrectie	4—3
4.3.3	Correctie van de waterstand	4—13
4.4	Vergelijking met bestaande Qf-methode	4—15
5	Verbeterde Qf-relaties voor Lobith, Periode 1956 - 2004	5—1

5.1	Qf-relaties voor het hoge afvoerbereik	5—1
5.2	Qf-relaties voor het lage afvoerbereik	5—1
6	Conclusies	6—1
7	Literatuur	7—1
A	Correctie voor niet-permanente stroming	A—1
B	Correctie voor stuw Driel.....	B—1

I Inleiding

I.1 Algemeen

Per brief van 6 september 2004 is door Rijkswaterstaat RIZA aan WL | Delft Hydraulics opdracht gegeven (opdrachtnummer 8041328) voor de uitvoering van onderzoek naar verbetering van de Qf-relaties conform onze offerte van 27-08-2004 met referentie ZWS5957/Q3847.95.

Het onderzoek omvat de volgende onderdelen:

1. Analyse van de Q-f-relatie(s) voor Lobith op basis van de afvoermetingen in de periode 1997-2004, volgens de in 1997 door Royal Haskoning gevolgde aanpak en een vergelijking met de relatie tot 1997.
2. Alternatieve modellering van de hysteresis in de waterstandsafvoerrelatie voor Lobith, met daarbij een verbeterde modellering van de (differentiële) invloed van bodemveranderingen.
3. Definitieve berekening van (verbeterde) Q-f-relaties voor Lobith voor de periode 1956-2004.
4. Analyse van de Q-f-relaties in het lage afvoerbereik, waarbij de invloed van het stuwbedrijf te Driel centraal staat. Onderzocht is of één formulering voor zowel hoge als lage afvoer mogelijk is of dat afzonderlijke formuleringen beter zijn, waarbij een oplossing voor het grensbereik is bepaald.

Sectie 1.2 geeft een overzicht van de beschikbare gegevens. De Qf-relatie voor de periode 1997-2004 wordt besproken in hoofdstuk 2, gevolgd door toetsing van de toepasbaarheid van de Jones-methode voor het beschrijven van de hysteresis in de waterstandsafvoerrelatie in hoofdstuk 3. De modellering van de bodemdaling als functie van afvoer en tijd wordt behandeld in hoofdstuk 4. De aangepaste Qf-relaties voor Lobith voor hogere afvoeren staan beschreven in hoofdstuk 5. In dit hoofdstuk worden ook de Qf-relaties voor het lage afvoerbereik geanalyseerd. Hoofdstuk 7 vat de conclusies samen.

I.2 Beschikbare gegevens

Bij aanvang van het onderzoek heeft op 29 september 2004 te Arnhem overleg plaatsgevonden tussen WL en ir. W. van Vuuren en zijn de beschikbare gegevens besproken. De volgende documenten en gegevens zijn door de onderzoekers ontvangen:

1. Documenten:
 - a) Haskoning (1998)
QH- analyses Rijntakken, Vervolgonderzoek
Eindverslag, november 1998
 - b) Vuuren, W. van (2004)
Een analyse van de temporele ontwikkeling in de historische QH-relaties voor de Bovenrijn bij Lobith in de periode 1901-2000

Memo WSR 2004-019, 1^e concept, 31 augustus 2004

- c) Muthian Perumal, Kunjan Bhakta Shrestha en U.C. Chaube (2004)
Reproduction of Hysteresis in Rating Curves.
Journal of Hydraulic Engineering, ASCE/ September 2004

2. Gegevensbestanden:

- a) Afvoermetingen Bovenrijn bij Lobith van 29-02-1956 t/m 24-01-2003
- b) Differentiële bodemdaling: gemiddelde waterstandsdeling per jaar per afvoerniveau vanaf 1956
- c) Dag-waterstanden:
 - i) Lobith, 1901-2004
 - ii) Pannerden, 1901-2000
 - iii) Pannerdense Kop, Waal, 1969-2004
 - iv) IJsselkop, 1962-2004
 - v) Driel-Boven, 1968-2004
 - vi) Driel-Beneden, 1970-2004
- d) DONAR dagafvoeren:
 - i) Lobith, 1901-2004
 - ii) Driel, 1961-2004
- e) Resultaten Qf-analyse Lobith 1956-2003
- f) Stuwstanden stuw Driel 1971-2003
- g) Uurwaterstanden:
 - i) Lobith, 1979-2004
 - ii) Pannerdense Kop, Waal, 1981-2004
 - iii) IJsselkop, 1981-2004
 - iv) Driel-Boven, 1981-2004
 - v) Driel-Beneden, 1981-2003

2 Qf-relatie(s) voor Lobith, periode 1997-2004

2.1 Qf-relatie

In 1997 is door Haskoning (1998) een procedure ontwikkeld om de afvoer op diverse locaties op de Rijn en Rijntakken als functie van diverse factoren te beschrijven om een betere aanpassing te krijgen met de metingen dan met een enkelvoudige QH-relatie mogelijk is. De volgende factoren worden hierbij in beschouwing genomen:

- Waterstand
- Hysterese
- Bodemdaling
- Toestand stuw Driel

In de Qf-relatie wordt de Bovenrijnafvoer bij Lobith beschreven met een regressie-vergelijking van de volgende vorm (2.1):

$$Q_{Lobith} = a_1 H + a_2 H^2 + a_3 H^3 + a_4 H^4 + a_5 \frac{dH}{dt_0} + a_6 Dagnr + a_7 dHd1^2 + a_8 dHd2^2 + C$$

waarin: $dHd1 = H_{DrielBoven} - H_{DrielBeneden}$; $dHd2 = 0$ als: $Q_{Driel} \leq Q_0 \text{ m}^3/s$ (2.1)
 $dHd1 = 0$; $dHd2 = H_{DrielBoven} - H_{DrielBeneden}$ als: $Q_{Driel} > Q_0 \text{ m}^3/s$

met: H = waterstand bij Lobith (cm+NAP)
 dH/dt_0 = de waterstandsverandering bij Lobith over het voorgaande etmaal (cm/hr)
 Dagnr = het dagnummer na 1-1-1956
 $dHd1,2$ = het verval over de stuw bij Driel (cm)
 $a_1, \dots, a_8$ = regressiecoëfficiënten
 Q_0 = drempelwaarde afvoer Nederrijn voor de modellering stuweffecten

De coëfficiënten van de Qf-relatie worden via regressieanalyse bepaald. In beginsel worden alleen de onafhankelijk variabelen meegenomen met een Student t-waarde groter dan 2. De effecten van hysteresis, bodemdaling en stuw Driel (sinds in gebruikname) komen steeds voor in de Qf-relatie, terwijl de componenten van de polynoom van H wisselen.

Keuze deelperioden

De coëfficiënten worden voor deelperiodes bepaald. De grenzen van deelperiodes worden vastgesteld op grond van de volgende overwegingen:

- de bodemverandering die heeft plaatsgevonden;
- optreden van plotselinge veranderingen in de rivier, zoals de in gebruik name van de stuw bij Driel op 1 november 1970;
- minimaal 100 afvoermetingen in een deelperiode;
- resultaten van onderzoek naar o.a hysteresis en afwijkingen in DONAR-afvoeren; en
- resultaat van de massabalans rond knooppunten op de Rijntakken.

Stuwprogramma Driel

Vanaf 1992 is voor stuw Driel het volgende programma van toepassing:

- een minimum afvoer in de Nederrijn van $Q_0 = 50 \text{ m}^3/\text{s}$, die gehandhaafd blijft zolang $Q_{\text{IJssel}} < 285 \text{ m}^3/\text{s}$;
- zodra $Q_{\text{IJssel}} 285 \text{ m}^3/\text{s}$ is, wordt de stuw zodanig geopend dat de afvoer van de Nederrijn zo snel mogelijk toeneemt, waarbij het minimum debiet van de IJssel van $285 \text{ m}^3/\text{s}$ gehandhaafd blijft;
- zodra $Q_{\text{Nederrijn}} 430 \text{ m}^3/\text{s}$ is, wordt de stuw volledig geopend; en
- bij dalende afvoeren werkt het stuwprogramma andersom, met dezelfde grenzen.

Afwijkende metingen

Afvoermetingen worden als afwijkend beschouwd indien:

- er sprake is van ijsgang;
- er sprake is van een onjuiste waterstandsmeting in vergelijking met de dagwaterstand;
- er sprake is van een afwijkend stuwprogramma; en
- een relatieve afwijking tussen regressie en meting ruim groter is dan 3 keer de relatieve standaardafwijking σ .

Controle model

De controle van de Qf-relatie omvat de volgende aspecten:

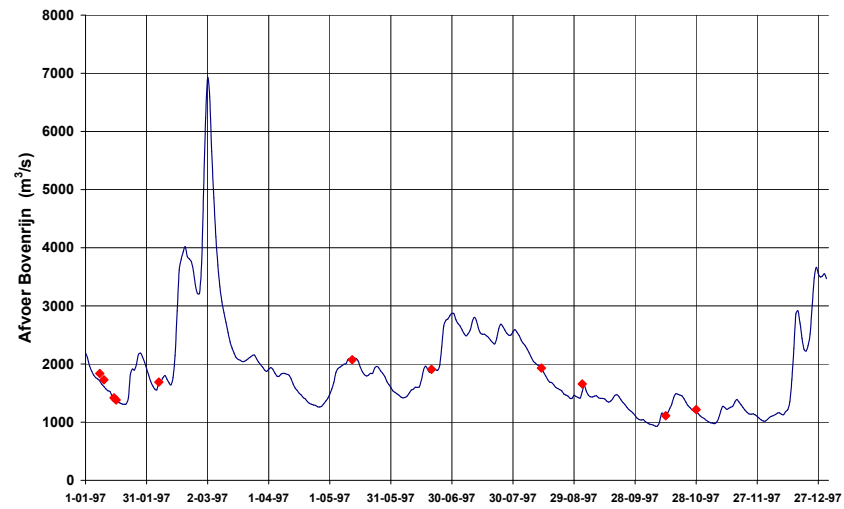
- controle op de verklarende waarde van de onafhankelijk variabelen en de aanwezigheid van de componenten voor hysteresis, bodemdaling en effecten van de stuw te Driel;
- extra controle op de component voor bodemdaling en de verandering in de grootte van deze component;
- beoordeling van de modelnauwkeurigheid door inspectie van de standaarddeviatie van absolute en relatieve afwijkingen van de Qf-relatie; en
- controle op de massabalans.

2.2 Validatie van afvoermetingen

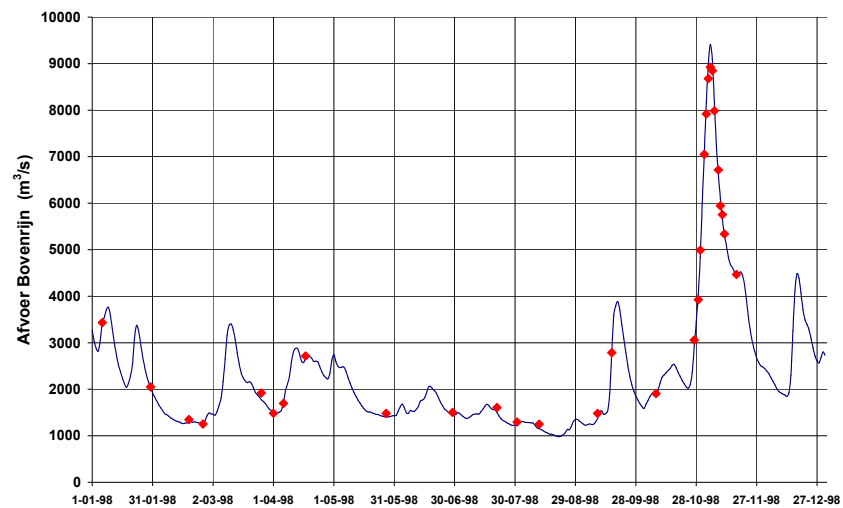
Voor de periode 1997-2004 zijn 129 afvoermetingen beschikbaar. Een overzicht is gegeven in Tabel 2.1 en de Figuren 2.1 t/m 2.6.

Tabel 2.1 Overzicht van bereik van afvoermetingen te Lobith en opgetreden waterstanden

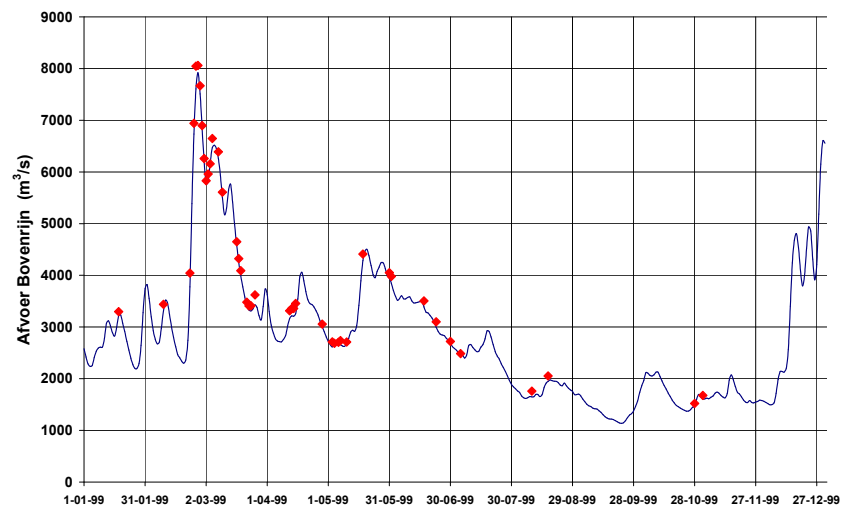
	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Aantal	11	30	44	0	8	18	18	0
$H_{\min}$ -meting	794	795	864	-	925	953	1065	-
$H_{\max}$ -meting	952	1574	1505	-	1537	1501	1495	-
$Q_{\min}$ -meting	1122	1241	1512	-	1992	2202	2923	-
$Q_{\max}$ -meting	2073	8998	8122	-	8794	8018	7810	-
$H_{\min}$	742	750	791	877	834	840	690	790
$H_{\max}$	1554	1574	1506	1415	1538	1506	1573	1429



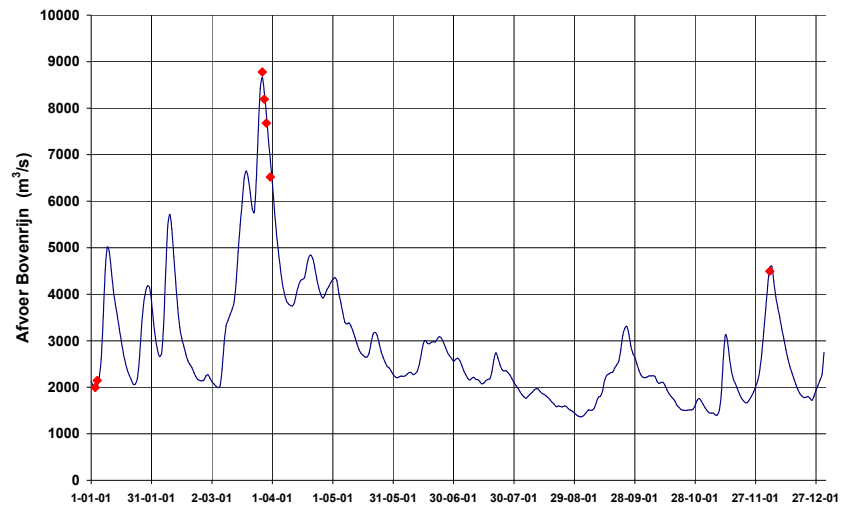
Figuur 2.1 Afvoermetingen 1997 (♦) met Q-f-afvoer (—)



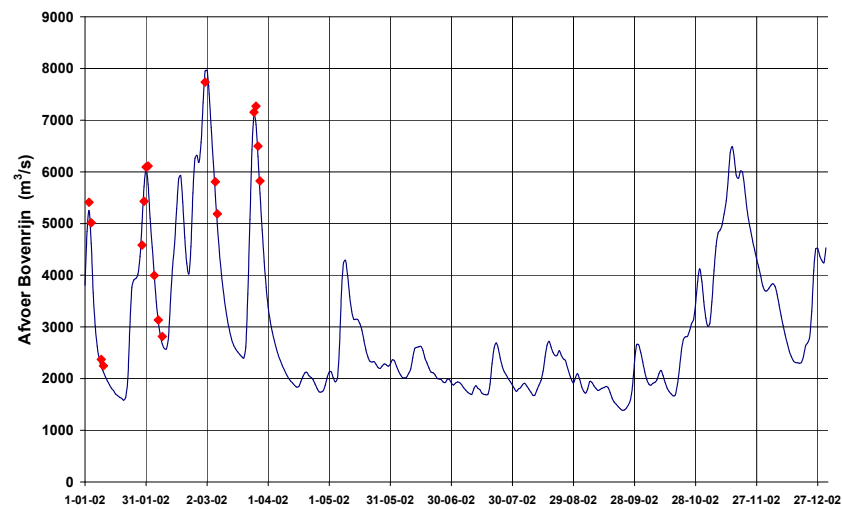
Figuur 2.2 Afvoermetingen 1998 (♦) met Q-f-afvoer (—)



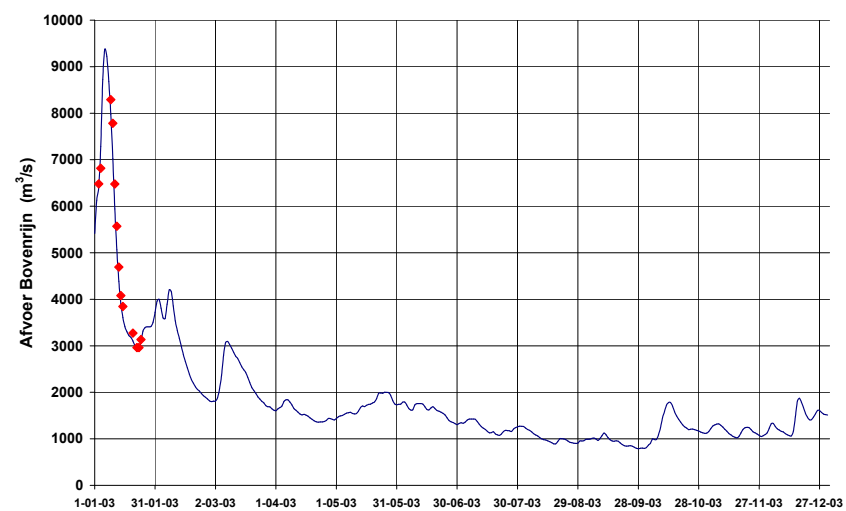
Figuur 2.3 Afvoermetingen 1999 (♦) met Q-f-afvoer (—)



Figuur 2.4 Afvoermetingen 2001 (♦) met Q-f-afvoer (—)



Figuur 2.5 Afvoermetingen 2002 (♦) met Q-f-afvoer (—)



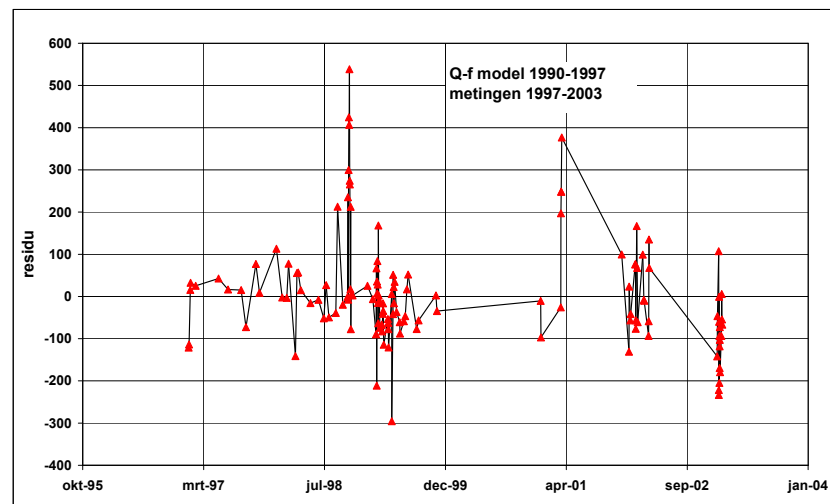
Figuur 2.6 Afvoermetingen 2003 (♦) met Q-f-afvoer (—)

Met betrekking tot de beschikbaarheid van afvoermetingen valt op dat naast de afwezigheid van metingen in 2000 en 2004 (tot augustus 2004), ook in 1997 en de jaren 2001, 2002 en 2003 beperkt naar omvang en spreiding gemeten is. Alleen in 1998 en 1999 is intensief gemeten.

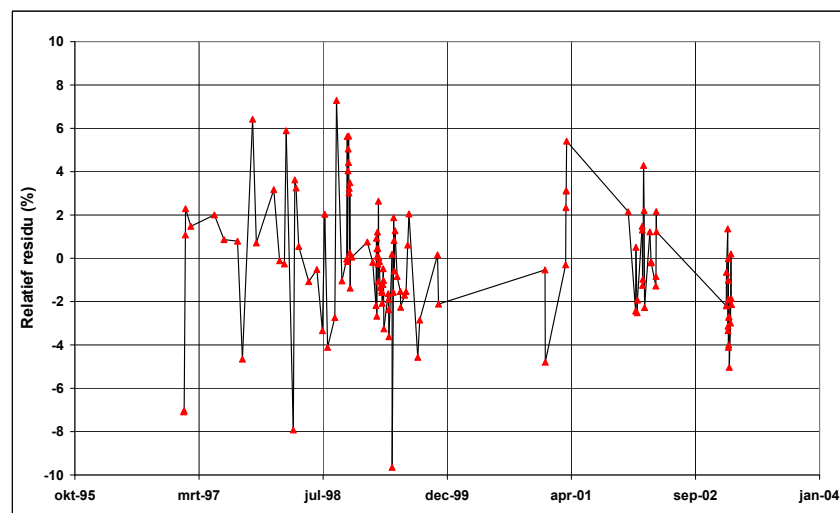
De stappen voor de validatie van de afvoermetingen, zoals beschreven in sectie 2.1 onder afwijkende metingen, is toegepast op de metingen van 1997 tot 2004. Op basis hiervan zijn alle metingen geaccepteerd.

2.3 Validatie Qf-relatie 1990-1997

Alvorens te besluiten een nieuwe Qf-relatie voor de Bovenrijn bij Lobith op te stellen voor de periode 1997-2004 is onderzocht of de afvoermetingen uit deze periode passen bij de Qf-relatie van de periode 1990-1997. In de Figuren 2.1 t/m 2.6 zijn de afvoermetingen weergegeven samen met het afvoerverloop op basis van deze Qf-relatie. De residuen en relatieve residuen zijn gepresenteerd in de Figuren 2.7 en 2.8.

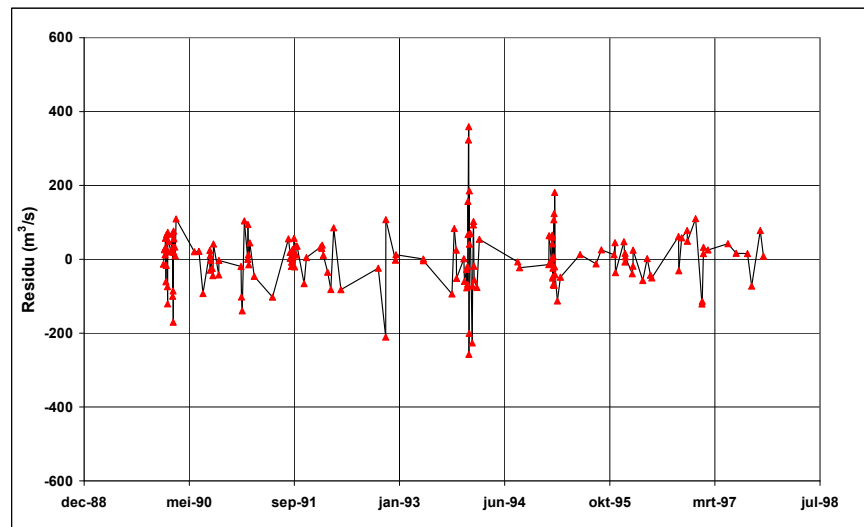


Figuur 2.7 Residu (m^3/s) van metingen 1997-2003 met Qf-relatie 1990-1997

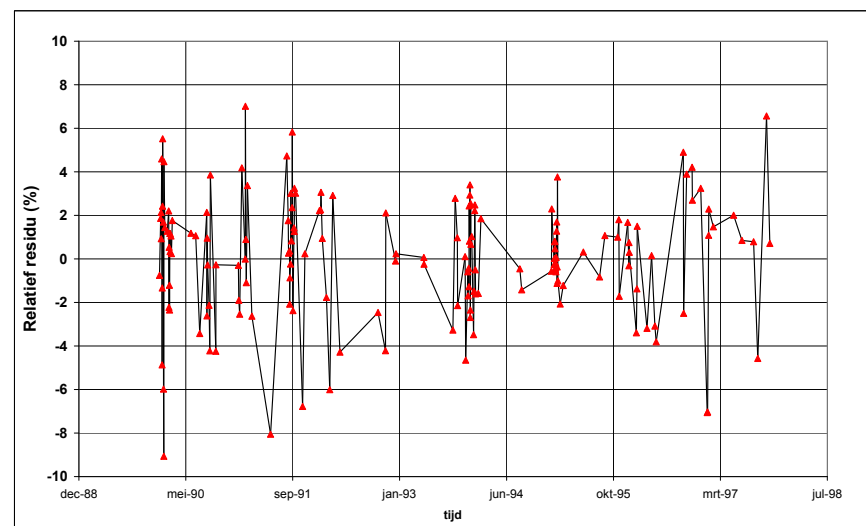


Figuur 2.8 Relatief residu (%) van metingen 1997-2003 met Qf-relatie 1990-1997

De afwijkingen (model – meting) lopen van -300 tot +540 m³/s, terwijl de relatieve residuen variëren tussen -9 en +7%. De standaard deviaties van de relatieve residuen voor de perioden 1990-1997 en 1997-2004 bedragen respectievelijk 2,78% en 2,86%. Deze wijken dus niet significant van elkaar af, zie ook Figuren 2.9 en 2.10, waarin het resultaat van de ijking van het model voor de periode 1990-1997 is gegeven.



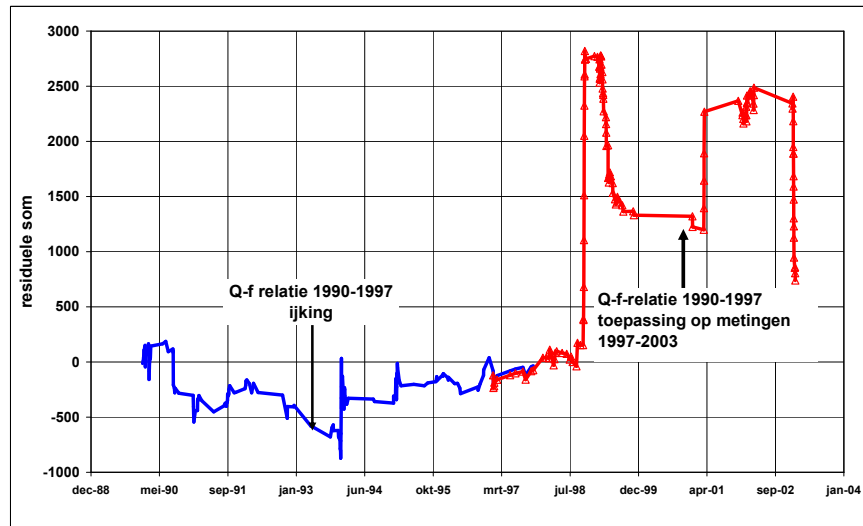
Figuur 2.9 Residu (m³/s) van metingen 1990-1997 met Q-f-relatie 1990-1997



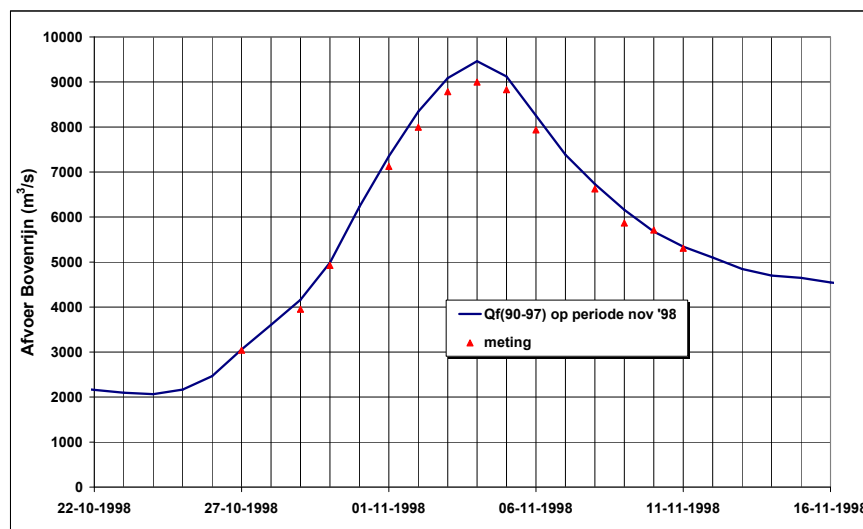
Figuur 2.10 Relatief residu (%) van metingen 1990-1997 met Q-f-relatie 1990-1997

Analyseert men echter de residuele som (zie Figuur 2.11) dan blijkt dat met name in oktober-november 1998 het model de metingen doorlopend overschat tijdens de passage van de hoogwatergolf, zie ook Figuur 2.12. Zoals in Figuur 2.12 is aangetoond is het verschil niet te verklaren uit de modellering van de niet-permanente stromingseffecten, daar de grootste afwijking optreedt als dH/dt nul is. Het bereik (range) van de residuele som blijkt statistisch significant af te wijken van wat men op basis van een willekeurig residu zou mogen verwachten. Een verklaring kan zijn het tijdstip van de hoogwatergolf, die zich vroeg in het hoogwaterseizoen manifesteerde. In die periode is de vegetatieruwheid in de

uiterwaard hoger dan in de winter, waardoor de afvoercapaciteit van het winterbed geringer is. De hoogwaters in de ijkingperiode van het Qf-model traden typisch in de wintermaanden op.



Figuur 2.11 Residuele som (m^3/s) van metingen 1997-2003 met Qf-relatie 1990-1997



Figuur 2.12 Afvoermetingen oktober-november 1998 versus Qf-model 1990-1997

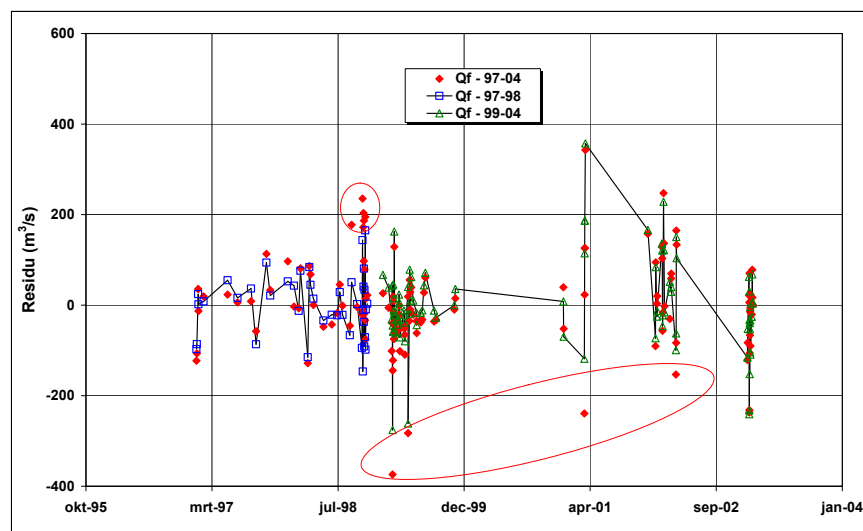
2.4 Ontwikkeling nieuwe Qf-relatie

Op basis van de validatie van de afvoermetingen wordt in deze sectie onderzocht of met nieuwe Qf-relaties voor de periode 1997-2003 een betere aanpassing kan worden verkregen. Hiervoor zijn 3 Qf-relaties onderzocht voor de periodes 1997-2003, 1997-1998 en 1999-2003. De resultaten zijn weergegeven in Tabel 2.2 en de Figuren 2.13 t/m 2.16. Uit de analyse blijkt dat één Qf-relatie voor de periode 1997-2003 slechts een marginale verbetering geeft t.o.v. het Qf-model van 1990-1997. Bovendien wijkt de range van de residuele som ook nu weer af van die van een willekeurige residu. Splitst men de periode op in twee deelperiodes dan wordt een betere aanpassing verkregen. Vergelijkt men de residuen

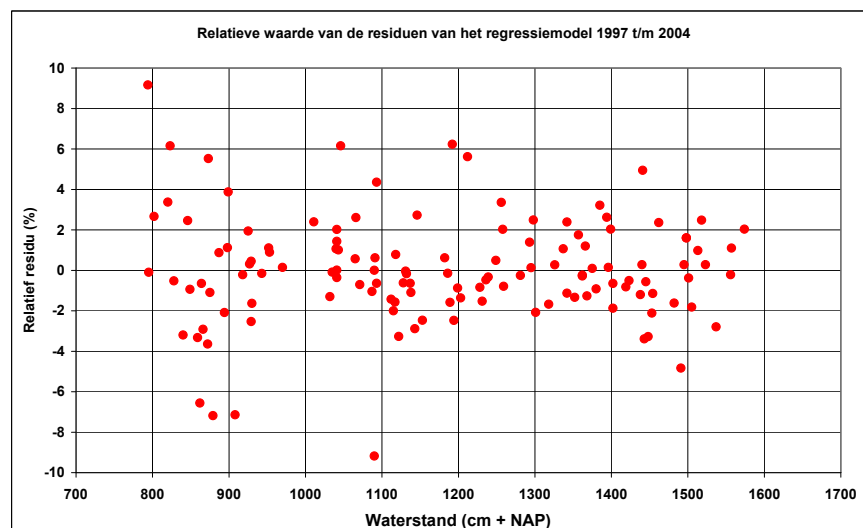
van deze deelmodellen met die van de 1990-1997 Qf-relatie, zie Figuur 2.14, dan blijkt dat alleen voor het hoogwater van oktober-november 1998 een betere aanpassing wordt verkregen, waarvoor een (fysische) verklaring aanwezig is. Op basis hiervan zou men het 1990-1997 model kunnen handhaven en alleen voor de periode oktober-november 1998 het model 1998 als aangegeven in Tabel 2.3 toe te passen. Voorts is het zinvol om eerst de afvoermetingen van oktober-november 1998 nader te analyseren, om er zeker van te zijn dat de oorzaak van de afwijking een fysische achtergrond heeft alvorens te besluiten de nieuwe relatie toe te passen.

Tabel 2.2 Standaardafwijkingen van relatief residu

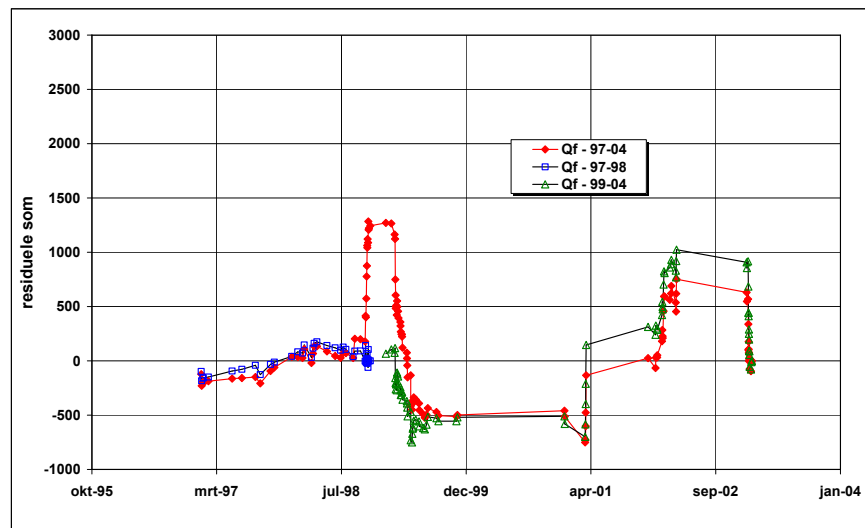
model	periode		
	1997-2003	1997-1998	1999-2003
1990-1997	2,86 %	3,65 %	2,24 %
1997-2003	2,64 %	-	-
1997-1998	-	3,05 %	-
1999-2003	-	-	2,03 %



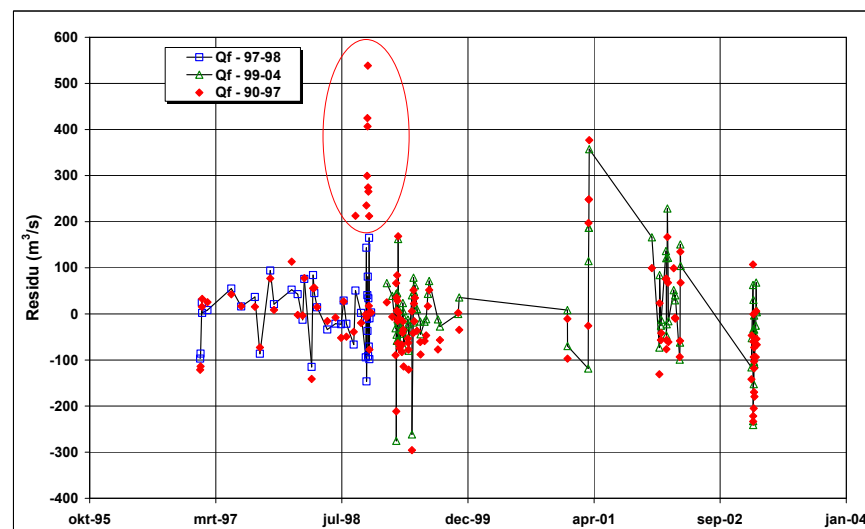
Figuur 2.13 Residu (m^3/s) van metingen 1997-2003 met Q-f-relaties 1997-2003, 1997-1998 en 1999-2003



Figuur 2.14 Relatief residu (m^3/s) van metingen 1997-2003 met Q-f-relatie 1997-2003



Figuur 2.15 Residuele som (m^3/s) van metingen 1997-2003 Q-f-relaties 1997-2003, 1997-1998 en 1999-2003



Figuur 2.16 Residu (m^3/s) van metingen 1997-2003 Q-f-relaties 1990-1997, 1997-1998 en 1999-2003

De coëfficiënten van de relaties voor 1998 en 1999-2003 zijn weergegeven in Tabel 2.3.

Tabel 2.3 Coëfficiënten van Qf-relaties voor de perioden 1998 en 1999-2003

coefficient / model	1998	1999-2003
C	-2085,2193	-2901,106462
a_2	0,008000976	0,011319036
a_3	-7,47242E-06	-1,11373E-05
a_4	3,20094E-09	4,37168E-09
a_5	-4,138186952	33,89345721
a_6	0,053502944	0,052096302
a_7	-0,004453884	-0,002791267
a_8	-0,003181493	-0,001155664

3 Modelling van de hysteres

3.1 Correctie voor hysteres in Qf-relatie

De Qf-vergelijking, die in hoofdstuk 2 is toegepast voor de berekening van de afvoer voor diverse perioden na 1956 is van de volgende algemene vorm (verg. 3.1) :

$$Q_{Lobith} = a_1 H + a_2 H^2 + a_3 H^3 + a_4 H^4 + a_5 \frac{dH}{dt} + a_6 Dagnr + a_7 dHd1^2 + a_8 dHd2^2 + C$$

waarin: $dHd1 = H_{DrielBoven} - H_{DrielBeneden}$; $dHd2 = 0$ als: $Q_{Driel} < 50 \text{ m}^3/\text{s}$ (3.1)

$dHd1 = 0$; $dHd2 = H_{DrielBoven} - H_{DrielBeneden}$ als: $Q_{Driel} \geq 50 \text{ m}^3/\text{s}$

met: H = waterstand bij Lobith (cm+NAP)
 dH/dt = de waterstandsverandering bij Lobith over het voorgaande etmaal (cm/hr)
 Dagnr = het dagnummer na 1-1-1956
 $dHd1,2$ = het verval over de stuw bij Driel (cm)
 $a_1, \dots, a_8$ = regressiecoëfficiënten

Voor hoge afvoer, waarbij de stuw bij Driel geen rol speelt, is het Qf-model van de vorm:

$$Q = Q_s + \Delta Q_{np} + \Delta Q_{bd} \quad (3.2)$$

waarin: Q = afvoer bij Lobith
 Q_s = afvoer bij Lobith bij permanente stroming zonder bodemdaling
 ΔQ_{np} = toe- of afname van de afvoer t.o.v. Q_s t.g.v. niet permanente stroming
 ΔQ_{bd} = toename van de afvoer t.g.v. bodemdaling

In model (3.1) wordt het hysteres effect t.g.v. niet permanente stroming ΔQ_{np} weergegeven door de term $a_5 \cdot dH/dt$. De grootte van de coëfficiënt a_5 in de Qf-relaties voor de verschillende perioden is aangegeven in Tabel 3.1 (Haskoning, 1998).

Tabel 3.1 Coëfficiënt a_5 in correctie voor niet permanente stromingsterm in Qf-relatie

Perioden waarvoor Qf-relaties zijn opgesteld									
Periode	56-64	65-70	71-75	76-80	81-85	86-89	90-97	56-70	71-97
a_5	33,53	39,90	44,76	21,90	54,26	31,77	30,93	37,18	36,74

De coëfficiënt a_5 , die per periode constant is, varieert tussen de grenzen 22 en 54, met gemiddelde waarde van ca 37 [(m³/s)·(uur/cm)].

3.2 Correctie voor hysteres volgens Jones

Op basis van de Saint Venant vergelijking voor de eendimensionale waterbeweging is de afvoer uit te drukken als functie van de waterdiepte en hydraulische en geometrische karakteristieken van de rivier (zie Annex A, vergelijking A.3):

$$Q = C A_s \sqrt{R S_0} \sqrt{1 - \frac{1}{S_0} \left(\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{g A_s} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{g A_s} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A_s} \right) \right)} \quad (3.3)$$

waarin: A_s = oppervlakte van het stroomvoerende profiel
 Q = debiet
 C = hydraulische ruwheidsparemeter volgens Chézy
 H = waterdiepte
 R = hydraulische straal
 S_0 = bodemverhang
 g = versnelling van de zwaartekracht
 x = afstand
 t = tijd

Deze vergelijking kan vereenvoudigd worden door de lokale en convectieve versnellings-term in (3.3) benaderend uit te drukken in het waterspiegelverhang t.o.v. de bodem (zie Annex A, vergelijkingen A.12 en A.13):

$$Q = Q_s \sqrt{1 - \frac{\beta}{S_0} \frac{\partial h}{\partial x}} \quad (3.4)$$

met

$$Q_s = C A_s \sqrt{R S_0} \quad \text{en} \quad \beta = 1 + F^2 \left(2 - \frac{9}{4} b \right) \quad \text{met} \quad b = \frac{B_s}{B} \quad (3.5)$$

waarin: Q_s = permanente afvoer
 β = vermenigvuldigingsfactor voor waterspiegelverhang
 F = Froude getal
 b = stroomvoerende/totale breedte

Het tweede deel van de factor β (nl. $F^2(2-9/4 \cdot b)$) drukt het effect uit van resp. de convectieve en de lokale versnellingsterm: het eerste deel hiervan vergroot β en het tweede verkleint β . Op de Bovenrijn zijn Froude-getallen tot maximaal ca 0,3 te verwachten, terwijl voor b globaal geldt $0,7 < b \leq 1$. Onder die condities is de range van β : $0,98 < \beta < 1,04$, d.w.z. $\beta \approx 1$. Met $\beta = 1$ en vervanging van het waterspiegelverhang door de tijdsafgeleide van de waterstand of waterdiepte via de continuïteitsvergelijking volgt uit (3.4) de zgn. vergelijking van Jones voor correctie van de eenduidige waterstandsafvoerrelatie voor niet-permanente stroming. Aangetoond kan worden (zie Annex A) dat in de vergelijking van Jones het bodemverhang vervangen dient te worden door het energieverhang, indien sprake is van een wisselend profiel in langsrichting:

$$Q = Q_s \sqrt{1 + \frac{1}{S_{ec}} \frac{\partial h}{\partial t}} \quad (3.6)$$

Daar de tweede term onder het wortelteken klein is t.o.v. 1 is voor (3.6) volgens een binomiale reeksontwikkeling als zeer goede benadering te schrijven:

$$Q = Q_s \left(1 + \frac{1}{2} \frac{1}{S_{ec}} \frac{\partial h}{\partial t} \right) \quad (3.7)$$

De correctie voor de niet-permanente stroming is volgens (3.7) voor een bepaalde $\partial h / \partial t$ evenredig met de permanente afvoer. In de bestaande Qf-relatie is de correctiefactor onafhankelijk van de permanente afvoer. Schrijft men (3.7) in de vorm van (3.1) dan volgt:

$$Q = Q_s + \frac{1}{2} \frac{Q_s}{S_{ec}} \frac{\partial h}{\partial t} \approx Q_s + \frac{1}{3b} \frac{A_s}{S_e} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.8)$$

Vergelijking (3.8) geeft aan dat de coëfficiënt voor $\partial h / \partial t$ toeneemt bij toenemende afvoer.

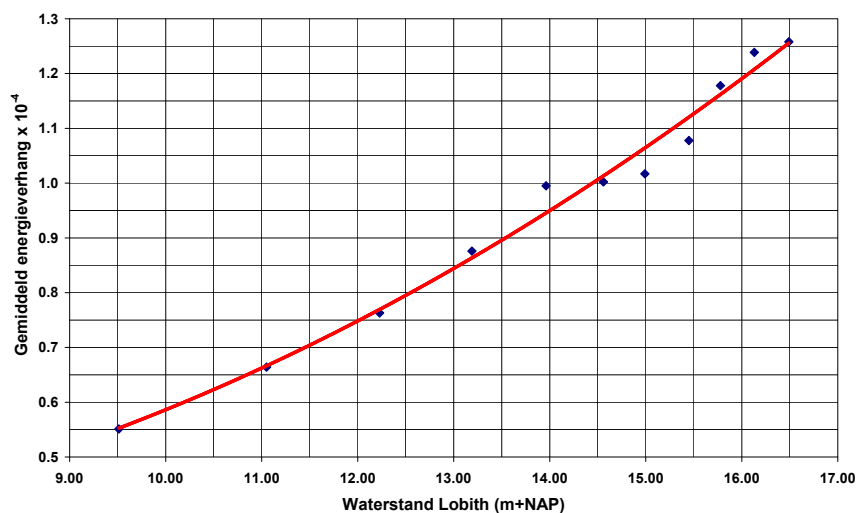
3.3 Parameters in de Jones correctie

De bepalende parameter in de Jones correctie is $1/S_{ec}$. Om het gedrag van deze parameter voor de Bovenrijn bij Lobith voor het volledige bereik van de waterstand/afvoer in kaart te brengen zijn berekeningen uitgevoerd met het eindimensionale Rijntakken model op basis van SOBEK, geijkt op het hoogwater van 1995. Het originele model omvat de Rijn en zijn takken van Andernach tot Werkendam, Krimpen aan de Lek en het IJsselmeer. Voor de berekeningen is het Duitse deel van het model weggelaten en is aan bovenstroomse zijde van het model bij Lobith een debietrand opgelegd en bij Werkendam, Krimpen aan de Lek en het Keteldiep een waterstands-afvoerrelatie, die zijn afgeleid uit het WAQUA-hoogwatermodel van de Rijntakken. De volgende berekeningen zijn uitgevoerd:

1. permanenties in het afvoerbereik van 2.000 tot 12.000 m³/s; en
2. hoogwatergolven voor de volgende perioden:
 - a) 7 januari – 14 februari 1993;
 - b) 8 december 1993 – 24 februari 1994; en
 - c) 27 december 1994 – 11 februari 1995.

Permanente afvoeren

Hoewel in de originele Jones correctie het bodemverhang als één van de parameters ingevoerd lijkt te moeten worden, betreft het hier het energieverhang S_e ($H + v^2/2g$) bij permanente afvoer; immers de Jones correctie beschrijft de afwijking door niet-permanente afvoer t.o.v. dit verhang. Om lokale fluctuaties te vermijden is het gemiddelde energieverhang genomen over een traject van 5 km benedenstrooms van Lobith, welke is bepaald op basis van SOBEK-berekeningen voor een aantal permanente afvoeren. De grootte van dit verhang als functie van de waterstand staat in Figuur 3.1.



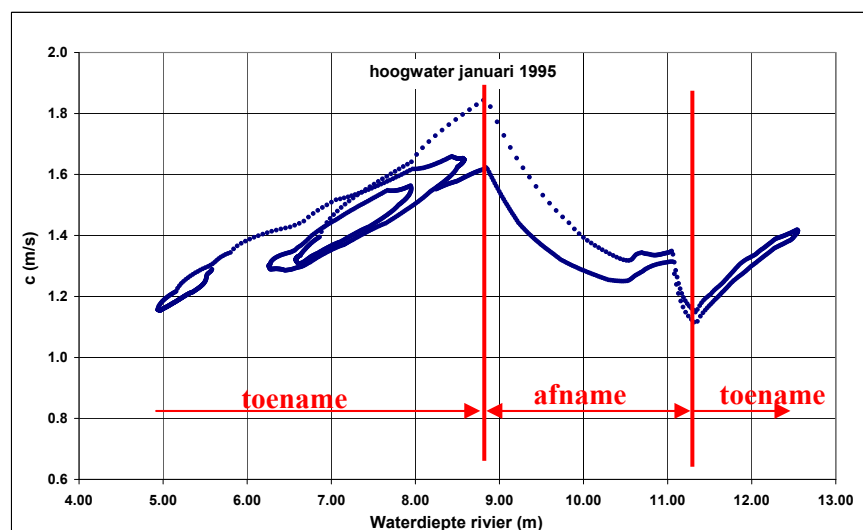
Figuur 3.1 Energieverhang op de Bovenrijn als functie van de waterstand bij Lobith onder permanente stromingsomstandigheden.

De figuur geeft aan dat van lage naar hoge afvoer het energieverhang ongeveer verdubbelt. De andere grootte in de coëfficiënt van de correctieterm is de voortplantingssnelheid van de hoogwatergolf c :

$$c = \frac{dQ}{dA} \approx \frac{3}{2} \frac{1}{B} (B_{ul} v_{ul} + B_r v_r + B_{ur} v_{ur}) \quad (3.9)$$

waarin: A = totale oppervak van het natte dwarsprofiel, stroomvoerend en bergend
 B = totale breedte van het natte dwarsprofiel
 B_u = breedte stroomvoerend profiel in de uiterwaard, links (l) en rechts (r)
 B_r = breedte van het stroomvoerend profiel in de rivier
 v_u = gemiddelde stroomsnelheid in de uiterwaard, links (l) en rechts (r)
 v_r = gemiddelde stroomsnelheid in de rivier

Het verloop van de voortplantingssnelheid c voor de 3 hoogwatergolven geeft voor de Bovenrijn een vrijwel identiek beeld. In Figuur 3.2 is een voorbeeld gegeven.



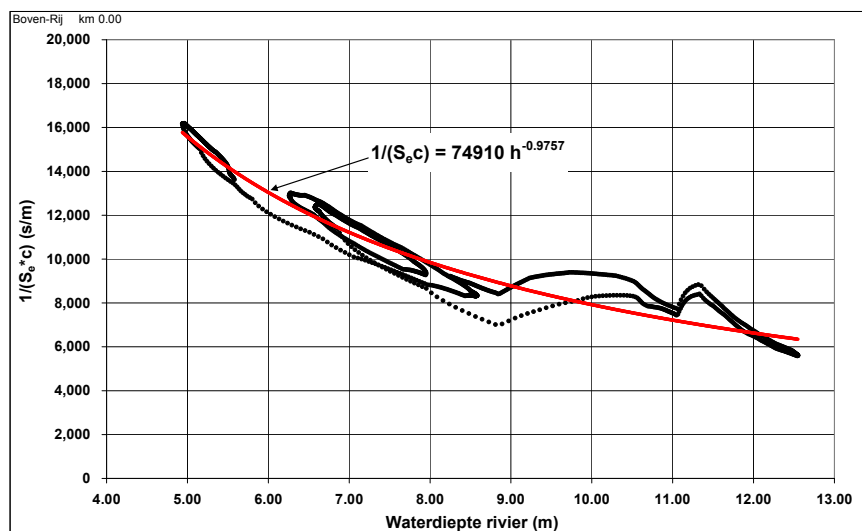
Figuur 3.2 Voortplantingssnelheid c als functie van waterdiepte o.b.v. SOBEK, hoogwater januari 1995

Figuur 3.2 laat zien dat c eerst toeneemt tot waarden van 1,6 tot 1,8 m/s totdat de uiterwaard wordt bereikt. Dan neemt c sterk af omdat de bergende breedte t.o.v. de stroomvoerende breedte sterk toeneemt, terwijl de stroomsnelheid in de uiterwaard nog gering is. Bij hogere afvoer neemt c weer langzaam toe. Merk op dat bij was het energieverhang groter is dan bij val waardoor de stroomsnelheid en dus c bij was groter is dan bij val voor een vaste waterdiepte.

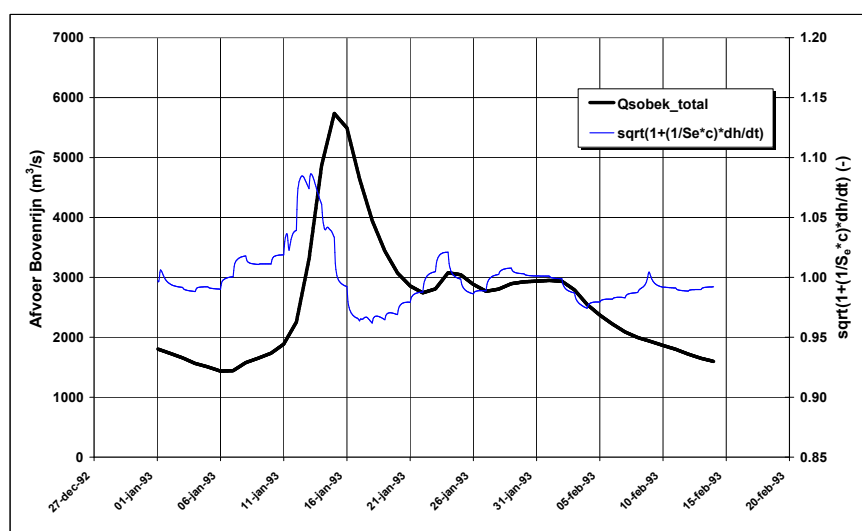
Het verloop van $1/S_e c$ voor de Bovenrijn als functie van de waterdiepte is benaderd met de volgende machtsvergelijking (zie Figuur 3.3):

$$\frac{1}{S_e c} = 74910 h^{-0,976} \quad (3.10)$$

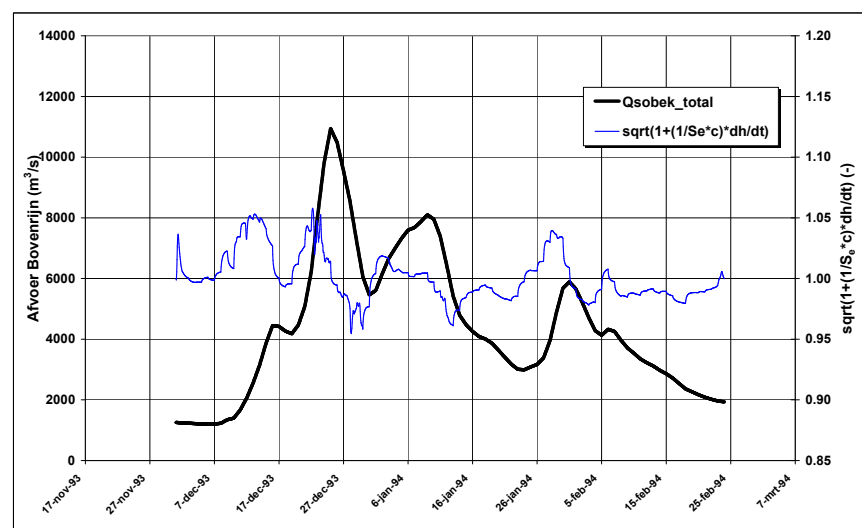
Merk op dat voor de modelsituatie bij de waterdiepte 3,78 m+NAP moet worden opgeteld om de waterstand bij Lobith in m+NAP te krijgen. Deze modellering van de parameter $1/S_e c$ is toegepast op de 3 hoogwatergolven teneinde de effectiviteit van de Jones correctie voor de beschrijving van de hysteresis te onderzoeken. De grootte van de Jones correctieterm volgens vergelijking (3.6) is voor de hoogwatergolven weergegeven in de Figuren 3.4 t/m 3.6.



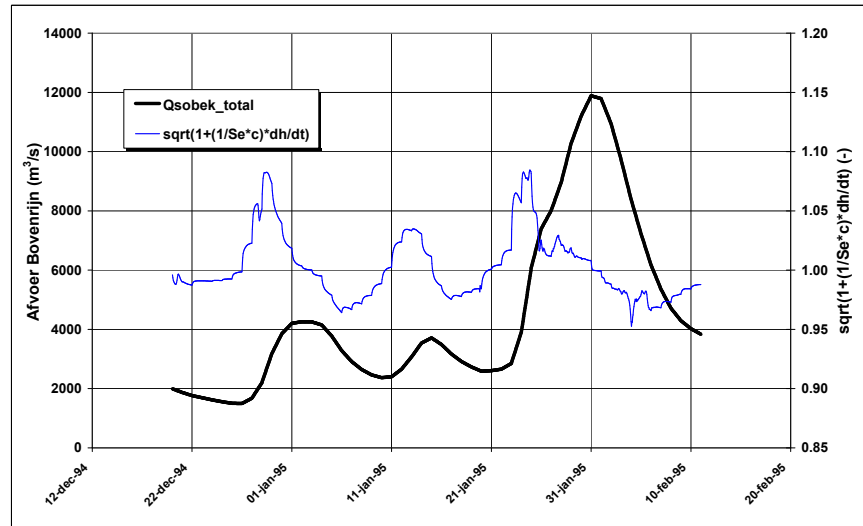
Figuur 3.3 De parameter $1/S_e c$ voor de Bovenrij als functie van de waterdiepte



Figuur 3.4 Hoogwater januari 1993, verloop van afvoer en parameter $1/S_e c$



Figuur 3.5 Hoogwater december 1993, verloop van afvoer en parameter $1/S_e c$



Figuur 3.6 Hoogwater januari 1995, verloop van afvoer en parameter $1/S_e*c$

Uit de Figuren 3.4 t/m 3.6 blijkt dat de correctiefactor met name bij de eerste aanzet van de hoogwatergolf steeds groot is oplopend tot maximaal 1,08. Bij val zijn de afwijkingen iets minder groot maar lokaal worden waarden tot 0,97 en 0,95 bereikt. In de volgende Figuren wordt de effectiviteit van de Jones correctie voor de hoogwaters als volgt onderzocht. De niet-permanente afvoer wordt gecorrigeerd tot een permanente afvoer op basis van (3.6):

$$Q_s = \frac{Q}{\sqrt{1 + \frac{1}{S_{ec}} \frac{\partial h}{\partial t}}} \quad \text{met} \quad \frac{1}{S_{ec}} = 74910 h^{-0,976} \quad (3.11)$$

Eveneens is een permanente afvoer bepaald met behulp van de huidige Qf-methode:

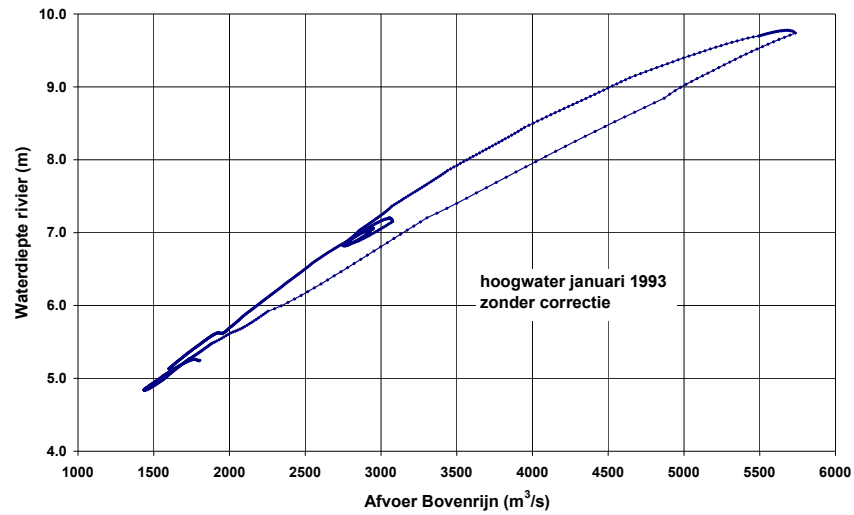
$$Q_s = Q - a \frac{\partial h}{\partial t} \quad \text{met} \quad a = 30,93 [(m^3/s) \cdot (uur/cm)] \quad (3.12)$$

Voor een correcte werking dient een eenduidige QH-relatie te ontstaan. De resultaten zijn weergegeven in de Figuren 3.7 t/m 3.15. Per hoogwater worden de volgende QH-relaties gegeven:

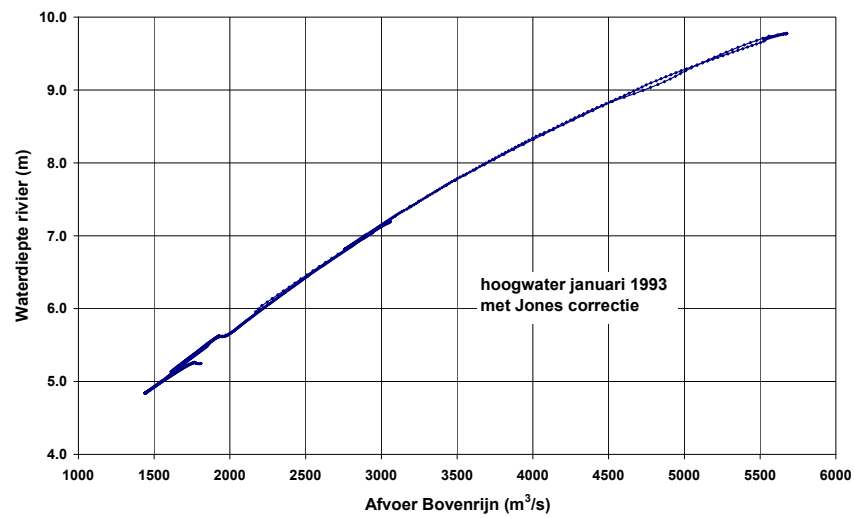
1. QH-volgens SOBEK
2. $Q_s H$ volgens Jones
3. $Q_s H$ volgens Qf-relatie

De Figuren 3.7, 3.10 en 3.13 (QH-relaties volgens SOBEK) geven aan dat bij de passage van de hoogwatergolven van met name januari 1993 en januari 1995 bij Lobith sprake is van significante hysteresis in de waterstandsafvoerrelatie.

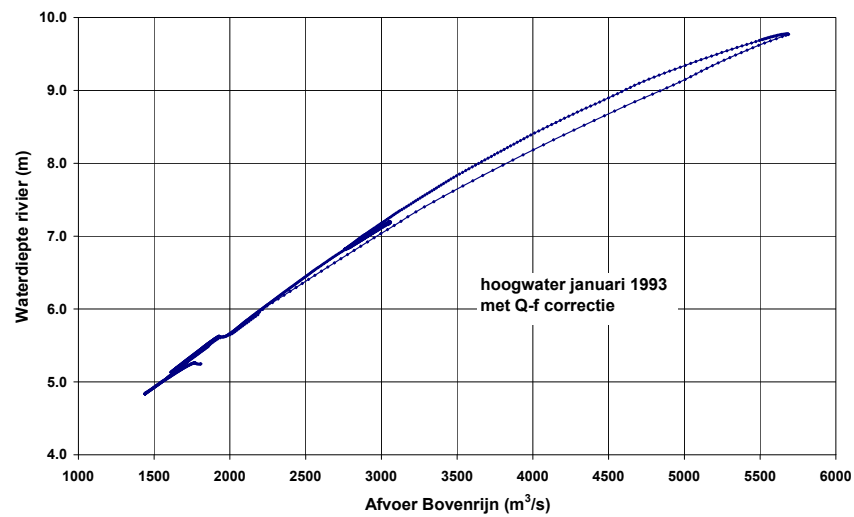
Uit de Figuren 3.8, 3.11 en 3.14 (Q_s -h relaties volgens Jones) blijkt dat met de Jones correctie de hysteresis bijna volledig geëlimineerd wordt. De methode is dus zeer effectief. Met de huidige Qf-methode volgens (3.12) wordt ook een substantieel deel van de hysteresis geëlimineerd, maar duidelijk minder dan met de correctie van Jones (Figuren 3.9, 3.12 en 3.15).



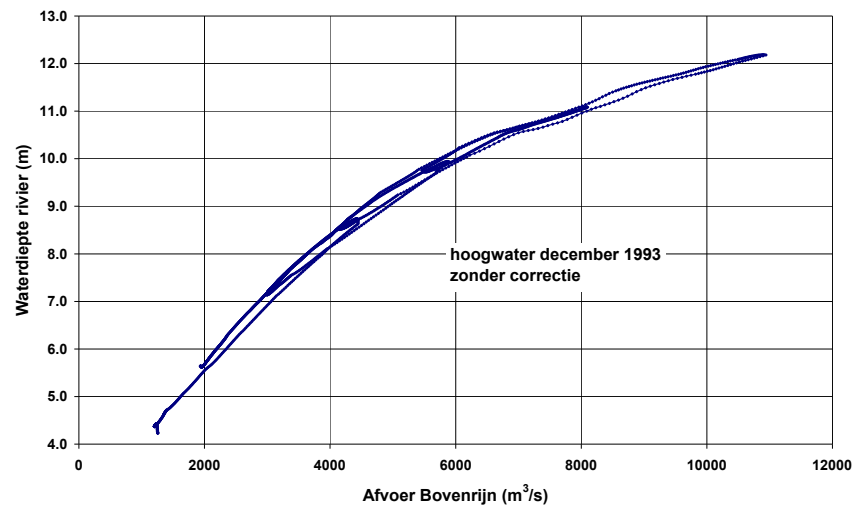
Figuur 3.7 QH-relatie Bovenrijn bij Lobith, hoogwater januari 1993



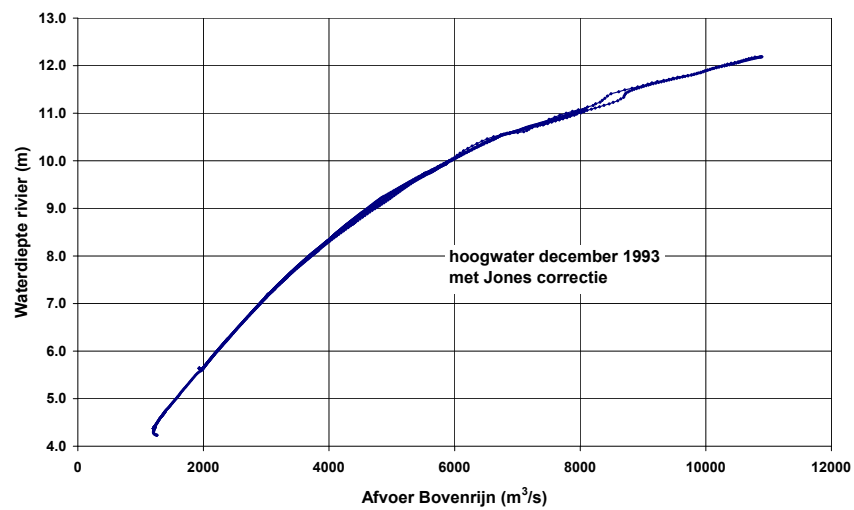
Figuur 3.8 Q_s -h relatie Bovenrijn bij Lobith met Jones correctie, hoogwater januari 1993



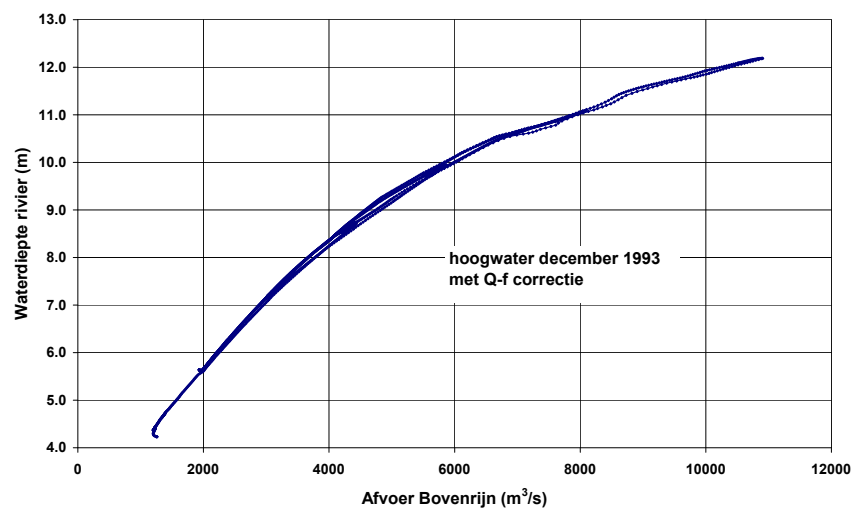
Figuur 3.9 Q_s -h relatie Bovenrijn bij Lobith met Q_f -correctie, hoogwater januari 1993



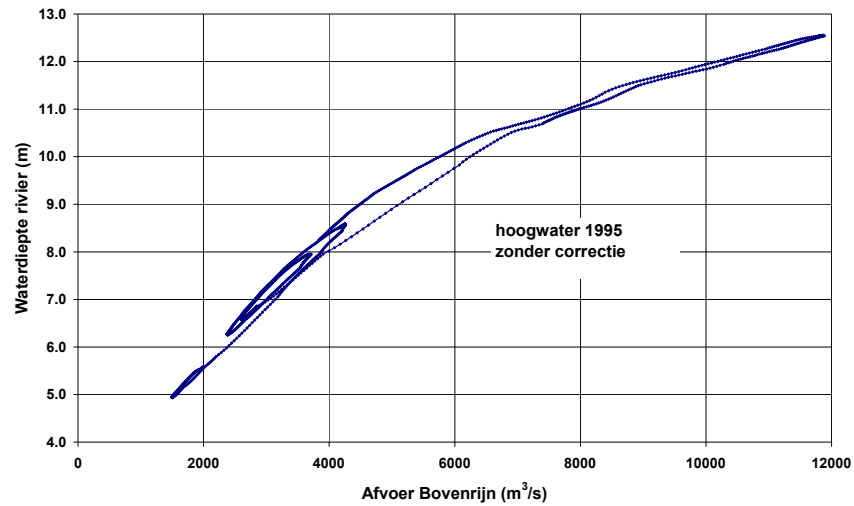
Figuur 3.10 QH-relatie Bovenrijn bij Lobith, hoogwater december 1993



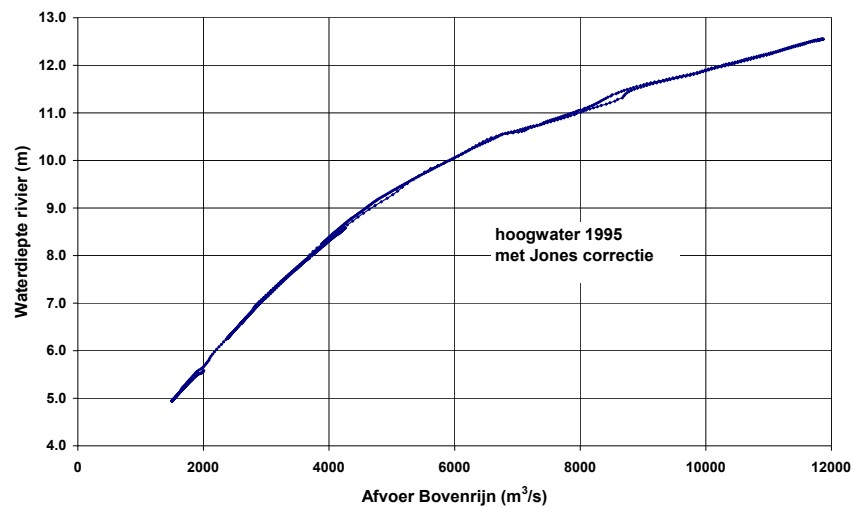
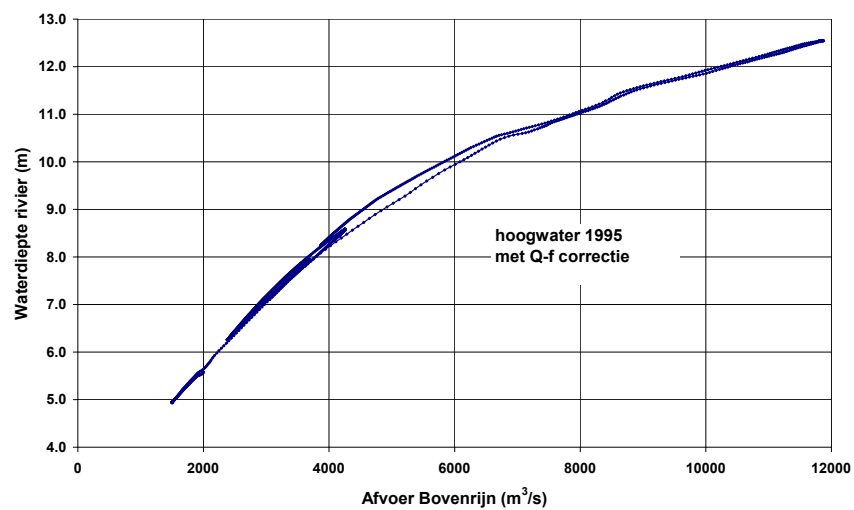
Figuur 3.11 Q_s -h relatie Bovenrijn bij Lobith met Jones correctie, hoogwater december 1993



Figuur 3.12 Q_s -h relatie Bovenrijn bij Lobith met Qf-correctie, hoogwater december 1993



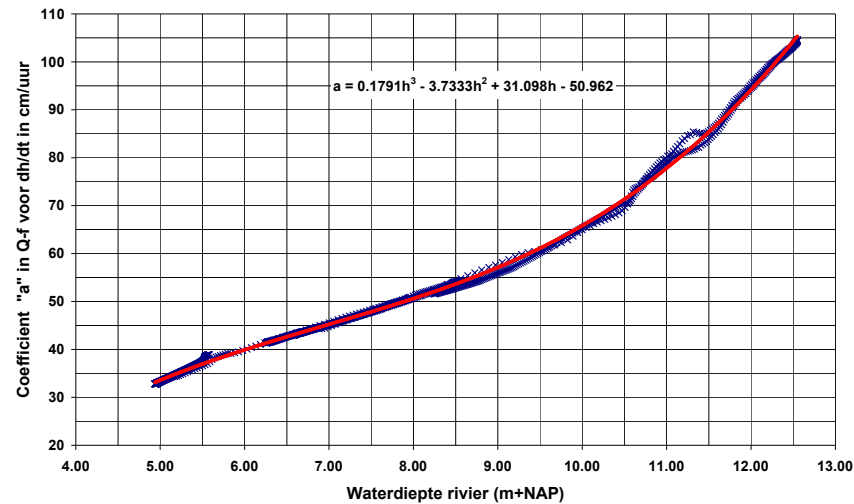
Figuur 3.13 QH-relatie Bovenrijn bij Lobith, hoogwater januari 1995

Figuur 3.14 Q_s -h relatie Bovenrijn bij Lobith met Jones correctie, hoogwater januari 1995Figuur 3.15 Q_s -h relatie Bovenrijn bij Lobith met Q_f -correctie, hoogwater januari 1995

3.4 Aanpassing parameter correctie niet-permanentie in Qf-methode

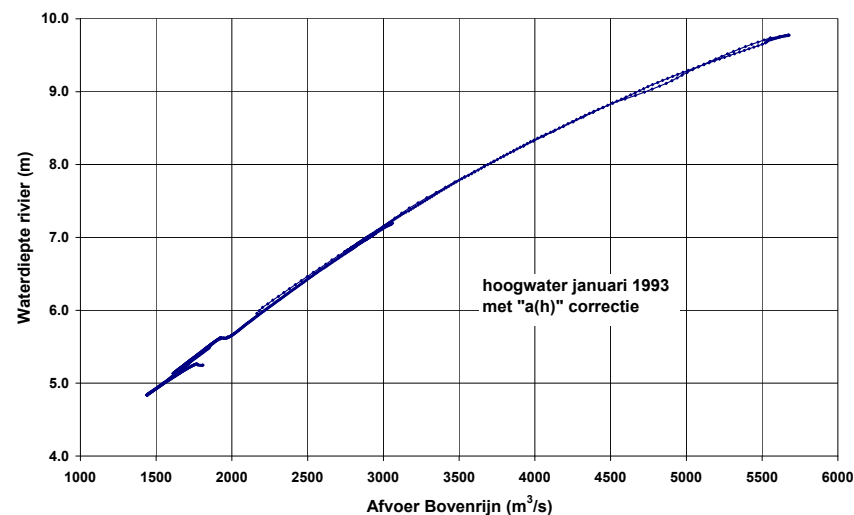
Een beter resultaat wordt in de Qf-methode verkregen door de parameter “a” in vergelijking (3.12) niet als constante te modelleren maar als een functie van de waterdiepte. Op basis van (3.8) is het volgende verband van toepassing, zie ook Figuur 3.16:

$$a = 0,179h^3 - 3,73h^2 + 31,1h - 50,96 \quad (3.13)$$

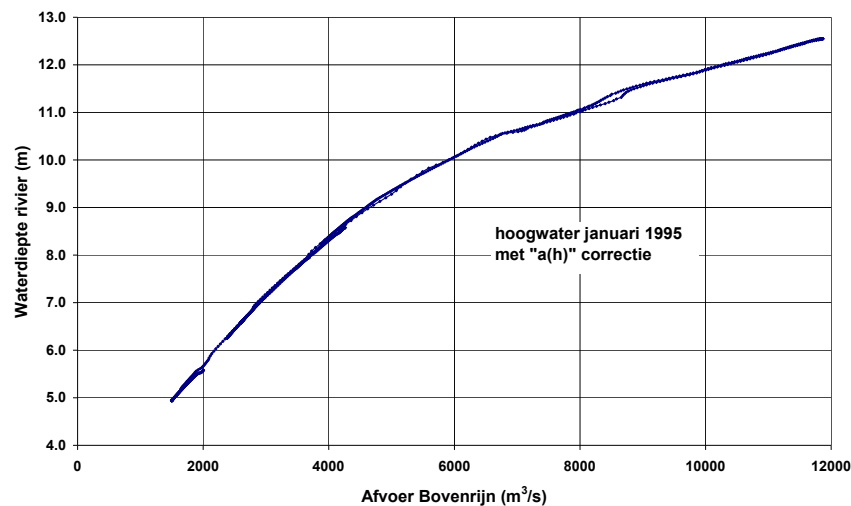


Figuur 3.16 Coëfficiënt “a” in correctie niet-permanente stroming Qf-methode

Figuren 3.17 en 3.18 geven vervolgens aan dat met $a(h)$ volgens (3.13) met de Qf-methode hetzelfde resultaat voor het beschrijven van de hysteresis kan worden verkregen als met de Jones methode. Merk op dat de waarde van de coëfficiënt “a” voor grotere waterdieptes aanmerkelijk groter is dan de geijkte waarde van $a = 30,93$. Dit is een direct gevolg van de beschikbare QH-metingen, die zich vooral in het lage afvoerbereik bevinden.



Figuur 3.17 Q_s -h relatie Bovenrijn bij Lobith volgens Qf-methode met $a(h)$, hoogwater januari 1993



Figuur 3.18 Q_s -h relatie Bovenrijn bij Lobith volgens Qf-methode met $a(h)$, hoogwater januari 1995

Op basis van dit resultaat kan worden geconcludeerd dat de bestaande correctie voor niet-permanentie in de Qf-methode, met een constante waarde voor de coëfficiënt “a”, bij hoge afvoer de hysteresis zal onderschatten.

3.5 Overzicht resultaten

Op basis van voorgaande analyse van de resultaten met het Rijntakkenmodel kunnen de volgende conclusies worden getrokken:

1. in de waterstandsafvoerrelatie voor de Bovenrijn bij Lobith is duidelijk sprake van hysteresis, die voor afwijkingen t.o.v de Q_s -h relatie tot 8% grotere en tot 5% lagere afvoeren leidt;
2. de hysteresis wordt door de methode van Jones over het gehele afvoerbereik zeer nauwkeurig beschreven;
3. de hysteresis wordt met de bestaande Qf-methode redelijk beschreven, maar minder effectief dan met de Jones methode;
4. door de coëfficiënt “a” van dh/dt in de Qf-methode als functie van de waterstand/waterdiepte te modelleren, kan de hysteresis zeer nauwkeurig beschreven worden.

Bij het bovenstaande moet worden aangetekend dat de analyses betrekking hebben op modelresultaten. Dat de hysteresis, die door het model gesimuleerd wordt, goed door de Jones vergelijking wordt beschreven was op theoretische gronden te verwachten gezien de grootte van de bepalende parameters, zoals in Annex A is aangegeven. De kwaliteit van het model bepaalt of deze resultaten direct in prototype toepasbaar zijn.

4 Modelling van de differentiële invloed van bodemveranderingen

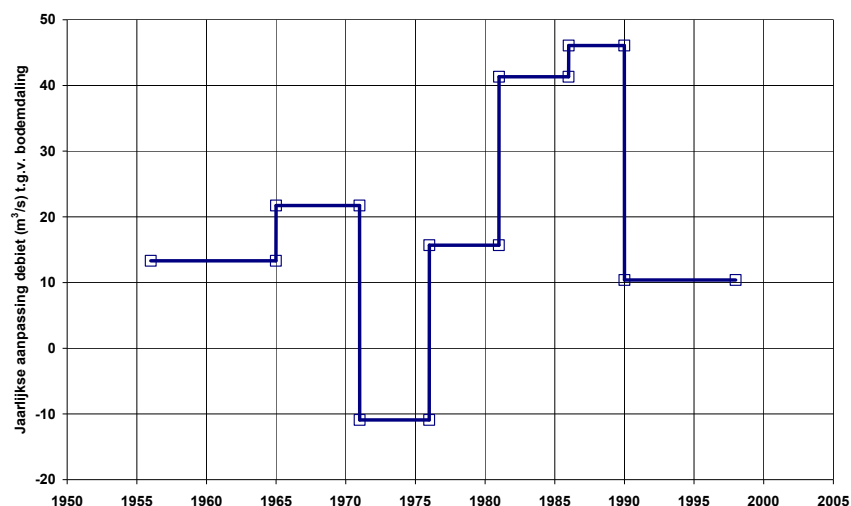
4.1 Correctiemethode bodemdaling in Qf-relatie

In de Qf-relatie wordt de invloed van bodemdaling in rekening gebracht. Hierdoor kunnen zo metingen uit verschillende jaren gegroepeerd worden teneinde een robuuste waterstands-afvoerrelatie op te stellen. De correctie voor bodemdaling is als volgt gemodelleerd (zie ook vergelijking (2.1)):

$$\Delta Q = a_6 \cdot D_{agnr} \quad (4.1)$$

met: a_6 = afvoertoeename per dag [$\text{m}^3/\text{s}/\text{dag}$]
 D_{agnr} = dagnummer na 1-1-1956

De coëfficiënt a_6 wordt per deelperiode berekend via regressieanalyse van de totale Qf-vergelijking (3.1). De methode houdt in dat er per deelperiode een correctie plaatsvindt die voor alle afvoeren gelijk is. De grootte van de correctie per jaar voor de verschillende deelperioden is aangegeven in Figuur 4.1.



Figuur 4.1 Jaarlijkse aanpassing van het debiet t.g.v. bodemdaling

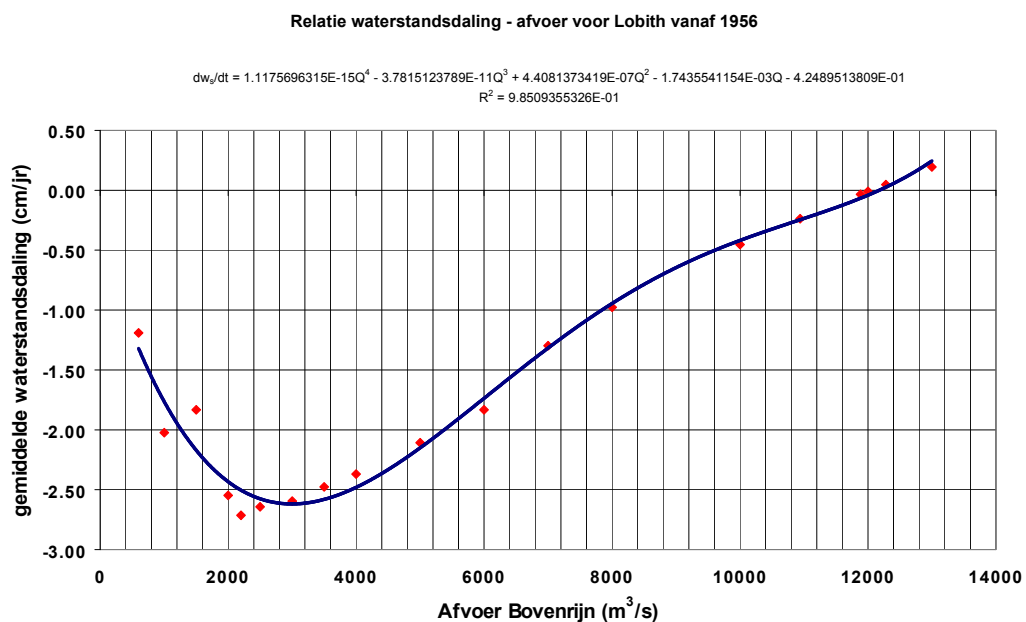
Analyses van historische QH-relaties voor Lobith sinds 1901 tonen aan dat de aanpassing voor bodemdaling afhankelijk is van de afvoer of waterstand (Van Vuuren, 2004):

1. de correctie is maximaal rond de gemiddelde afvoer,
2. de correctie neemt af naarmate de afvoer kleiner of groter is dan de gemiddelde afvoer,
3. de correctie voor bodemdaling is verwaarloosbaar bij de hoogst opgetreden afvoer.

In de volgende sectie wordt het effect van bodemdaling op de waterstand als functie van de afvoer besproken.

4.2 Effect bodemdaling op waterstands-afvoerrelatie

In Memo WSR 2004-19 is door van Vuuren (2004) een analyse gemaakt van de bodemdaling op de Rijn en het effect ervan op de QH-relaties bij Lobith. Hierbij is gebruik gemaakt van de dagelijkse waterstanden en afvoeren zoals in DONAR zijn opgeslagen. Op basis van de lijst van dagelijkse waterstanden en afvoeren zijn voor de periode 1901-2000 2 x 44 QH-relaties gemaakt die het verband beschrijven per periode: één set voor afvoeren < 6.000 m³/s en één set voor afvoeren ≥ 6.000 m³/s. Het betreft hier dus niet de QH metingen maar de uit QH-relaties afgeleide debieten bij gemeten waterstanden. Vervolgens is per QH relatie, voor geselecteerde afvoeren van 600 tot 13.000 m³/s, de bijbehorende waterstand bepaald. Deze waterstanden zijn per geselecteerde afvoer als functie van tijd uitgezet en het verloop ervan is benaderd met een polynoom. Voor de situatie vanaf 1956 is de daling van de waterstand in de tijd per afvoerniveau bij benadering constant, hoewel voor deelperioden de daling kan verschillen. Het gemiddelde resultaat is weergegeven in Figuur 4.2 (Van Vuuren, 2004), waarbij de waterstands daling wordt getoond in cm/jaar als functie van de afvoer.



Figuur 4.2 Relatie waterstands daling Lobith door bodemdaling – afvoer Bovenrijn vanaf 1956

De figuur laat zien dat de daling maximaal is bij de langjarig gemiddelde afvoer van 2.200 m³/s. Voor lagere en hogere afvoeren loopt de daling terug. Voor afvoeren van orde 12.000 m³/s is geen sprake meer van daling en laat de figuur zelfs een lichte stijging zien. T.a.v. dit laatste moet worden opgemerkt dat voor de hoogste afvoeren het gedrag nauwelijks gebaseerd is op gegevens.

Van Vuuren toont aan dat het verloop van de waterstands daling bij de langjarig gemiddelde afvoer goed overeenkomt met de waargenomen bodemdaling van het zomerbed op de Bovenrijn. Dat het effect van bodemdaling voor hogere afvoer afneemt heeft te maken met de bijdrage van de uiterwaard. De bodem van de uiterwaard komt door aanslibbing iets omhoog, zei het met een snelheid die een orde lager ligt dan de daling van het zomerbed. Voorts neemt de ruwheid van de uiterwaard in de loop der tijd toe door natuurlijke ontwikkeling. Voorgaande houdt in dat de capaciteit van de uiterwaard t.o.v. de bodem van

het zomerbed afneemt. Dus de toename van de afvoer bij een gegeven waterstand door bodemdaling in het zomerbed wordt gecompenseerd door een afname van de afvoercapaciteit in het winterbed. Zoals eerder is aangegeven geeft het verloop van de waterstand in de tijd bij de hoogst waargenomen afvoeren aan dat het effect van bodemdaling tot nul reduceert. Voor nog hogere afvoeren mag men op grond hiervan verwachten dat de waterstand zelfs gaat stijgen in de loop der tijd.

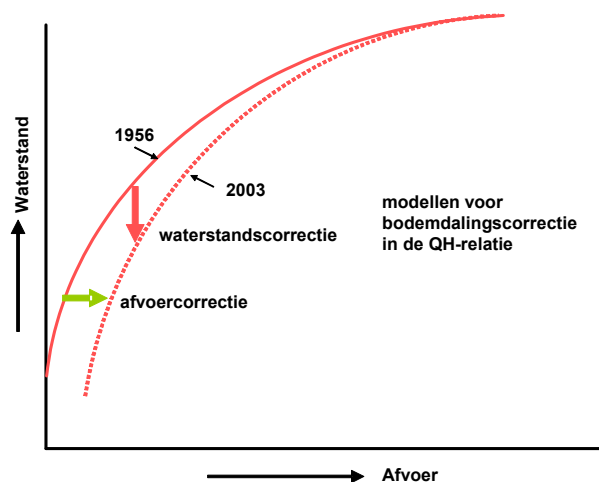
4.3 Modelling van de bodemdaling in de Qf-relatie

4.3.1 Overzicht methoden

Bij de modellering van het effect van bodemdaling op de Qf-relatie, waarbij het effect afvoerafhankelijk is, kan men in beginsel twee methoden volgen, zie Figuur 4.3:

1. De afvoer corrigeren voor bodemdaling, of
2. De waterstand corrigeren voor bodemdaling.

Beide methoden worden in deze sectie besproken.



Figuur 4.3 Modellen voor invoering van bodemdalingscorrectie in de waterstandsafvoerrelatie voor de Bovenrijn

4.3.2 Afvoercorrectie

Vertrekpunt is de voor niet-permanentie gecorrigeerde afvoer, die (nog) niet voor bodemdaling is gecorrigeerd, en die wordt aangeduid met Q_{sb} . Deze afvoer wordt, analoog aan de bestaande Qf-methode, als volgt aangepast voor bodemdaling:

$$Q_{sb} = Q_s + a_6 \cdot \Delta Q(H_{Lobith}) \cdot Dgnr \quad (4.2)$$

waarin: Q_{sb} = afvoer, niet gecorrigeerd voor bodemdaling (m^3/s)
 Q_s = afvoer, gecorrigeerd voor bodemdaling (m^3/s)
 ΔQ = ("jaarlijkse") afvoertoeename als functie van de waterstand ($m^3/s/dag$)
 $Dgnr$ = dagnummer vanaf 01-01-2000

De grootheid ΔQ wordt afgeleid uit de gradiënt van een QH-relatie voor Lobith:

$$\Delta Q(H_{Lobith}) = \left(\frac{dQ}{dH} \right)_{Lobith} \Delta H_{Lobith}(Q_{Lobith}) \quad (4.3)$$

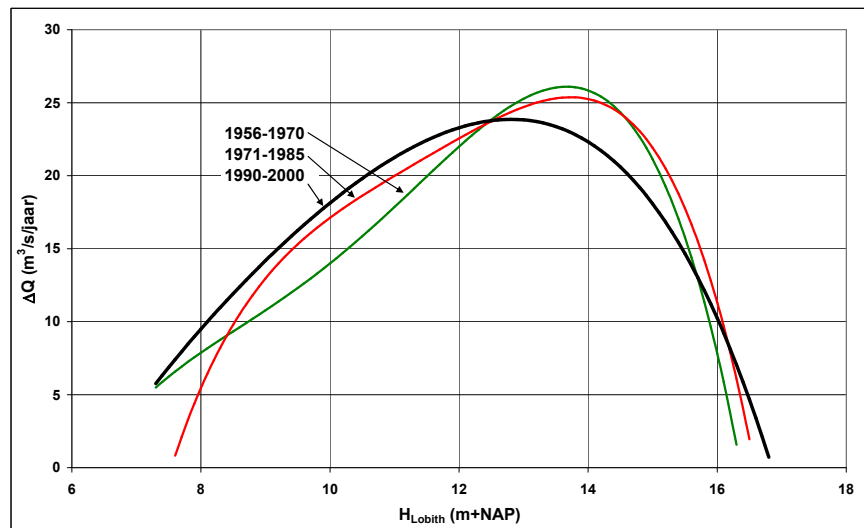
met: ΔH = verandering van de waterstand per jaar door bodemdaling als functie van de afvoer.

Op basis van de QH-relatie Lobith voor de periode 1990-2000 is de afgeleide van Q naar H bepaald en vermenigvuldigd met de gemiddelde waterstandsaling per jaar als functie van de afvoer. Hieruit volgt de gemiddelde afvoerverhoging per jaar als functie van de waterstand te Lobith. Deze kan worden beschreven met een polynoom, zie Figuur 4.4:

$$\Delta Q \left[\frac{m^3}{s \cdot jaar} \right] = b_1 H_{Lobith} + b_2 H_{Lobith}^2 + b_3 H_{Lobith}^3 + b_4 H_{Lobith}^4 + C \quad (4.4)$$

$b_1 = 27,779$ $b_4 = -0,006228$
 $b_2 = 3,25588$ $C = -91,18455$
 $b_3 = 0,219390$

De correctie is maximaal bij een waterstand van 12 tot 14 m+NAP, d.w.z. voor afvoeren van 4.000 tot 6.000 m³/s. Figuur 4.3 geeft aan dat bij waterstanden te Lobith van ongeveer 17 m+NAP, d.w.z. bij een afvoer van omstreeks 12.000 m³/s de correctie nul wordt. In Figuur 4.3 zijn ook de relaties ΔQ - H_{Lobith} gegeven voor andere perioden. De figuur laat zien dat ΔQ zich enigszins wijzigt in de loop der tijd; de verschillen bedragen maximaal 3 tot 4 m³/s/jaar voor waterstanden rond de 10 en 14 m+NAP. Merk op dat voor een Bovenrijnafvoer > 4.000 m³/s alleen waterstanden > 12 m+NAP van belang zijn.



Figuur 4.4 Afvoercorrectie per jaar als functie van waterstand te Lobith voor de perioden 1956-1970, 1971-1985 en 1990-2000

Toepassing

Model (4.2) wordt toegepast, waarbij de permanente afvoer Q_{sb} wordt beschreven als een functie van de éénduidige QH-relatie $Q_s(H_{Lobith})$ op $D_{gnr} = 0$ en een lineair in de tijd verlopende waterstandsafhankelijke afvoercorrectie ΔQ . $Q_s(H_{Lobith})$ wordt geschat als functie van H_{Lobith} door een 4^{de} graads polynoom en voor ΔQ wordt gebruik gemaakt van de betrekking (4.4). Dit is toegepast op:

- de volledige periode 1956-2003 en,
- de volgende deelperioden:
 - 1956-1970;
 - 1971-1981;
 - 1982-1986; en
 - 1986-2003.

Merk op dat de deelperioden groter zijn genomen dan in het bestaande Qf-model om per deelperiode voldoende metingen over te houden voor $Q_{Bovenrijn} > 4.000 \text{ m}^3/\text{s}$ (NB. voor afvoeren groter dan $4.000 \text{ m}^3/\text{s}$ is er (zeker) geen effect van stuw Driel). De keuze is derhalve gebaseerd op:

- de debietsaanpassing t.g.v. bodemdaling per jaar en per periode in Figuur 4.1;
- de bodemdalingsgrafieken in Van Vuuren (2004), waarbij met name gekeken is naar trends t.o.v. de gemiddelde bodemdalingslijn; en
- het aantal beschikbare metingen per deelperiode.

Voor het ijken van het model zijn de gemeten niet-permanente afvoeren eerst met de Jones-correctiemethode, zoals besproken in hoofdstuk 3, gecorrigeerd tot permanente afvoeren. Vervolgens is regressie-analyse toegepast op model (4.2) voor de gehele periode en de deelperiodes. Daarna is het resultaat vermenigvuldigd met de Jones-correctie en vergeleken met de gemeten afvoer. Het model heeft daarmee de volgende vorm:

$$Q = \left(a_1 H_{Lobith}^2 + a_2 H_{Lobith}^3 + a_3 H_{Lobith}^4 + a_4 f_4(H_{Lobith}) D_{gnr} \right) \sqrt{1 + f_5(H_{Lobith}) \frac{dH_{Lobith}}{dt}} \quad (4.5)$$

met: $f_4(H_{Lobith})$ is verg. (4.4)

en: $f_5(H_{Lobith}) = 74910 (H_{Lobith} - 3,78)^{-0,976}$

waarin: Q = afvoer Bovenrijn [m^3/s]
 H_{Lobith} = waterstand Lobith [m+NAP]
 a_i = coefficienten, zie Tabel 4.1
 D_{gnr} = dagnummer vanaf 01-01-2000

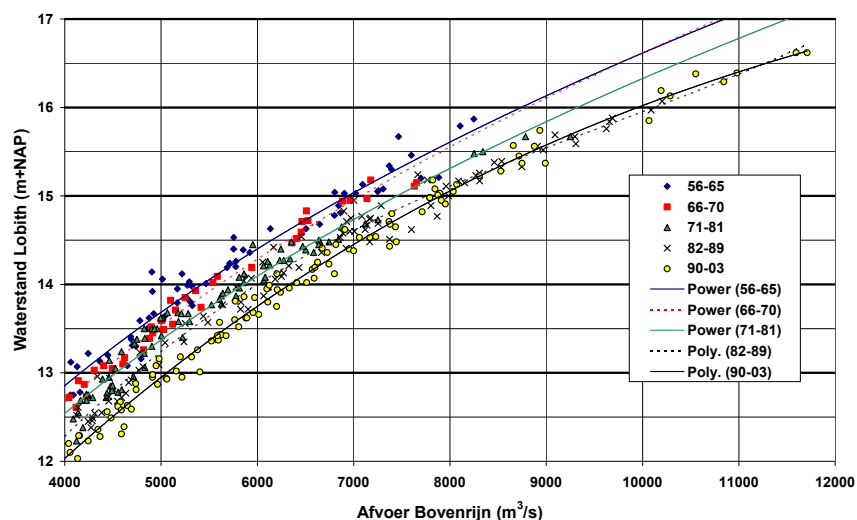
De parameters van de modellen en kwaliteit van de aanpassing is gepresenteerd in Tabel 4.1. Merk op dat het verloop van parameter a_4 , dit is de schaalfactor in de bodemdalingscorrectie voor een deelperiode (dus de schaling van Figuur 4.4), ongeveer overeenstemt met het verloop van de correctie in Figuur 4.1. Opvallend is dat de ijking voor de gehele periode qua standaard afwijking van het relatieve residu (model-meting) slechts weinig slechter is dan de ijking op de deelperioden tot 1990, echter de maximale afwijkingen zijn voor de deelmodellen wel aanzienlijk kleiner. Vanaf 1990 geeft het deelmodel aanzienlijk betere resultaten.

Tabel 4.1 Modelparameters en resultaten van ijking van deelmodellen

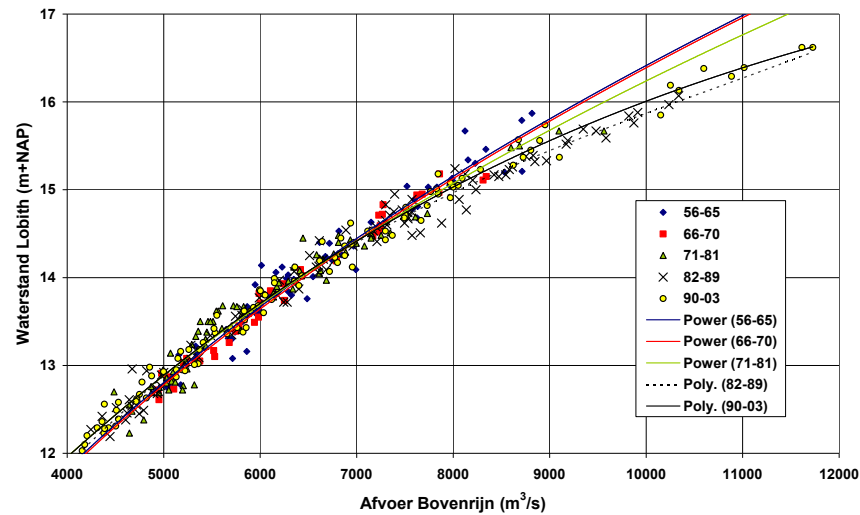
Aspect	Grootheid	Periode				
		56-03	56-70	71-81	82-89	90-03
Parameters	a_1	419,661	-1840,424	-1690,515	195,164	451,499
	a_2	-40,8899	175,0266	156,4527	-19,8577	-43,2235
	a_3	1,242325	-4,559345	-3,924343	0,692953	1,288594
	a_4	1,1824	1,0942	0,08269	2,2971	0,6021
	C	-11389,8	61932,5	58613,7	-3619,2	-13031,6
Meting (m ³ /s)	N (aantal)	381	100	81	91	109
	$Q_{\min}$	11,700	8,335	9,332	10,299	11,700
	$Q_{\max}$	4,017	4,017	4,043	4,030	4,017
Model- meting (m ³ /s)	$\Delta Q_{\max}$	1,119	577	609	498	426
	$\Delta Q_{\min}$	-594	-635	-390	-472	-492
	stdv	218	199	170	193	163
Model- meting, relatief (%)	$\Delta Q_{\max}$	12,9	10,7	9,1	10,2	4,92
	$\Delta Q_{\min}$	-11,7	-9,8	-6,6	-7,2	-5,48
	stdv	3,47	3,48	3,04	3,16	2,38

De effectiviteit van de bodemdalingscorrectie kan worden beoordeeld door de Figuren 4.5 en 4.6 met elkaar te vergelijken. In beide figuren worden permanente afvoeren beschouwd: Figuur 4.5 zonder correctie en Figuur 4.6 met correctie, volgens model periode 56-03.

Vergelijking van de figuren toont aan dat de correctie voor het afvoerbereik 4.000-8.000 m³/s bijzonder effectief is. Voor het afvoerbereik 8.000-9.000 m³/s is de correctie deels niet groot genoeg, met name voor de eerste deelperiode. Figuur 4.5 geeft aan dat de correctie voor bodemdaling hier bijna van dezelfde orde van grootte zou moeten zijn als voor de iets lagere afvoeren, terwijl dit volgens het correctiemodel (4.4) geringer is. De divergentie van de in de Figuur 4.6 gefitte krommen in het hoogste afvoerbereik is een direct gevolg van het ontbreken van metingen in dit afvoerbereik voor die deelperioden.

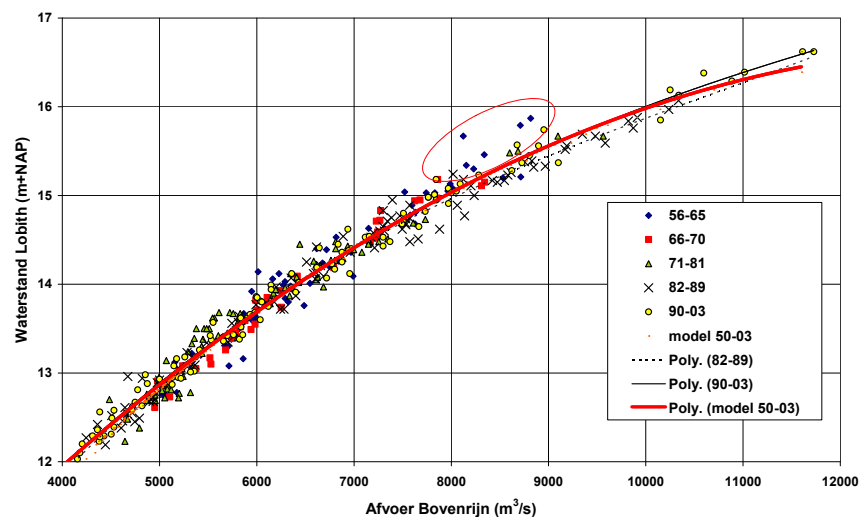


Figuur 4.5 Waterstandsafvoerrelaties Bovenrijn bij Lobith voor deelperioden zonder correctie voor bodemdaling, periode 1956-2003



Figuur 4.6 Waterstandsafvoerrelaties Bovenrij bij Lobith voor deelperioden met correctie voor bodemdaling, periode 1956-2003

In Figuur 4.7 is de QH relatie voor de periode 1956-2003 vergeleken met de voor niet-permanentie en bodemdaling gecorrigeerde metingen. Alleen voor de eerste deelperiode is sprake van een relatief grote afwijkingen (omcirkeld).

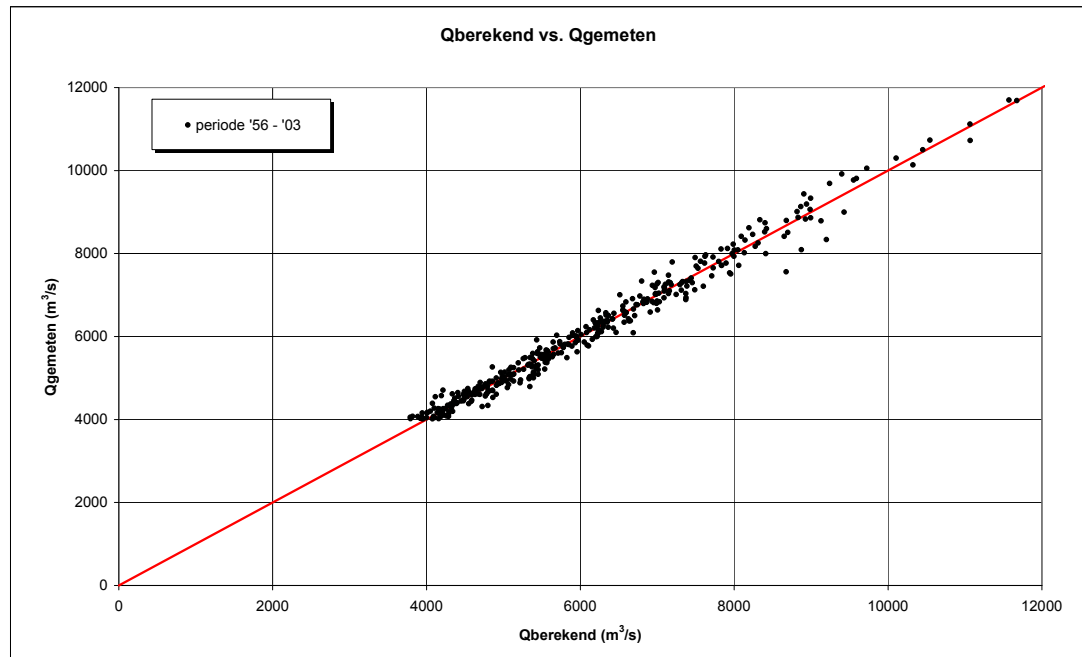


Figuur 4.7 Waterstandsafvoerrelaties Bovenrij bij Lobith met correctie voor niet-permanentie en bodemdaling, periode 1956-2003

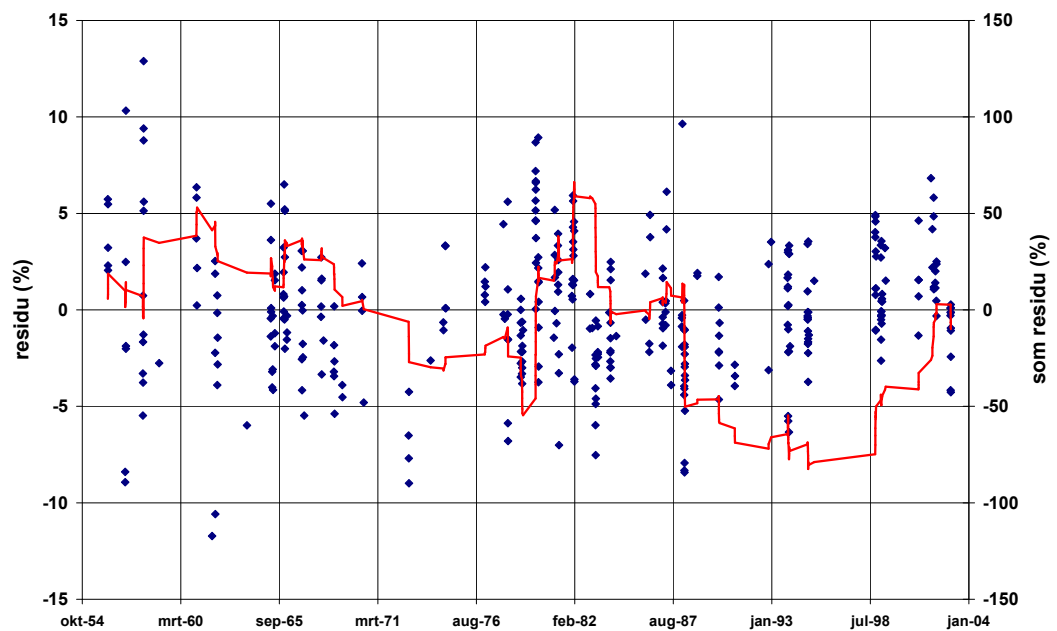
Overzicht modelresultaten

Zoals in Tabel 4.1 is aangegeven is de aanpassing beter indien het model geijkt wordt op afzonderlijke deelperiodes. Het resultaat van de ijkingen is weergegeven in de Figuren 4.8 t/m 4.17.

Model 56-03

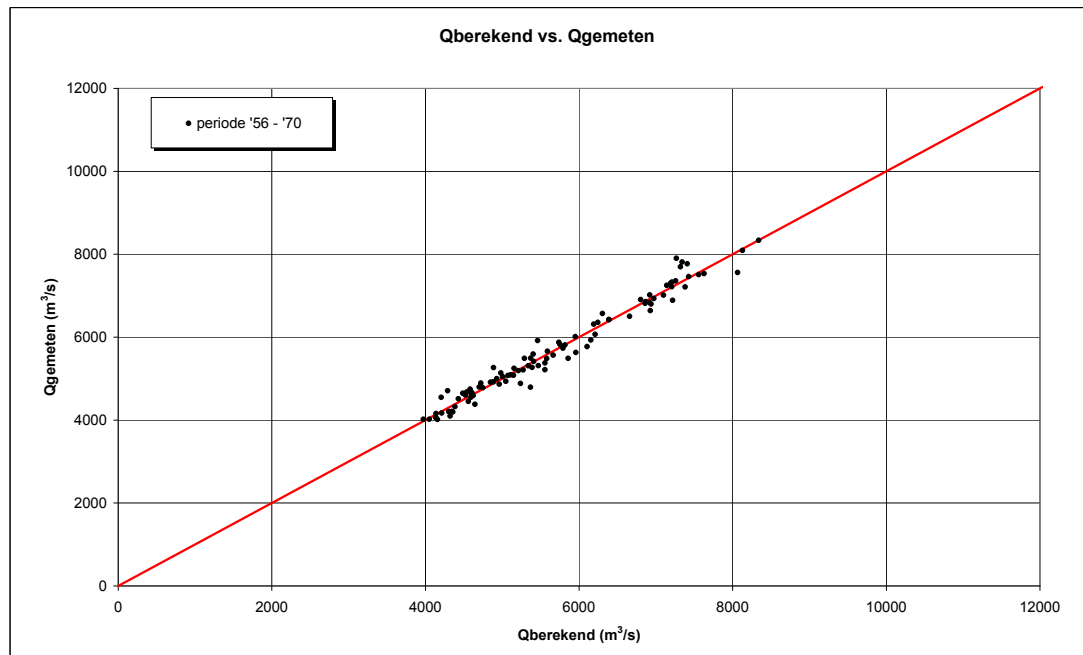


Figuur 4.8 Model 1956-2003: berekende versus gemeten afvoer

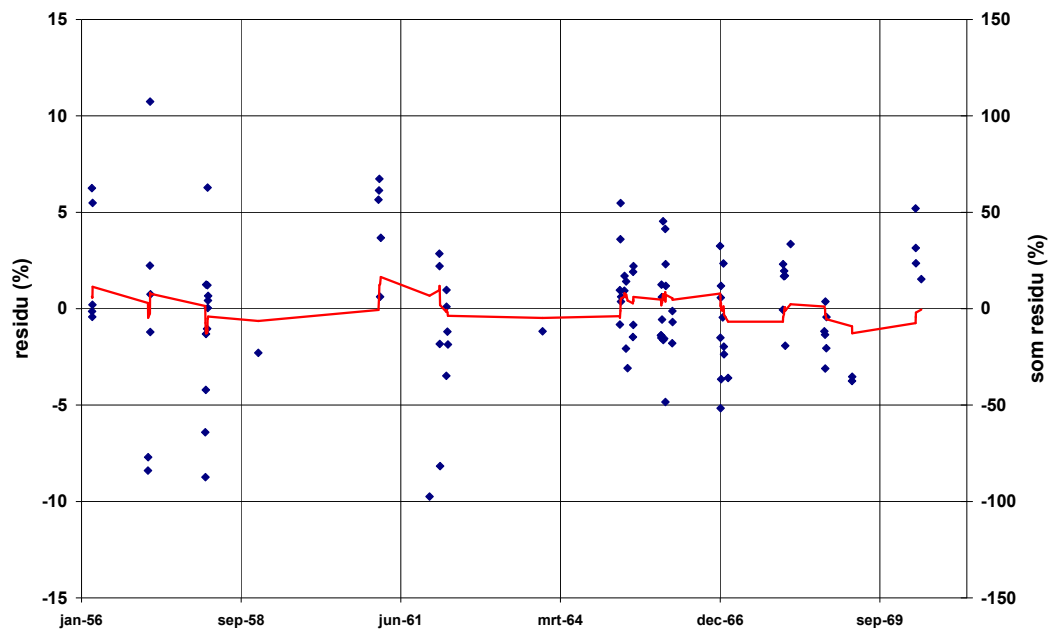


Figuur 4.9 Model 1956-2003: relatieve fout en gesommeerd residu

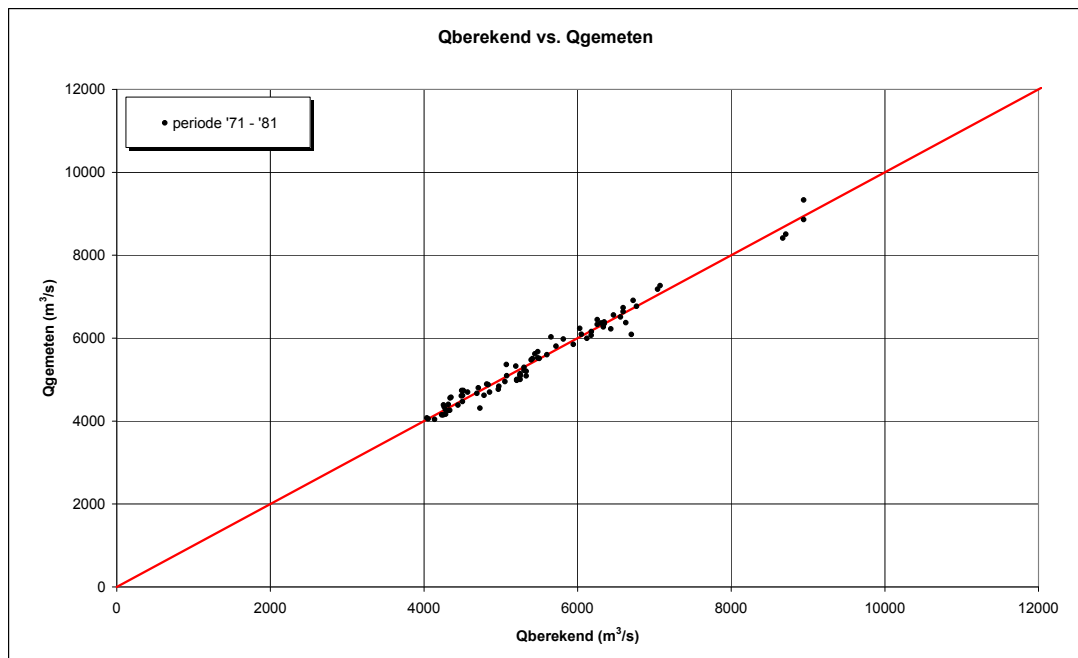
Model 56-70



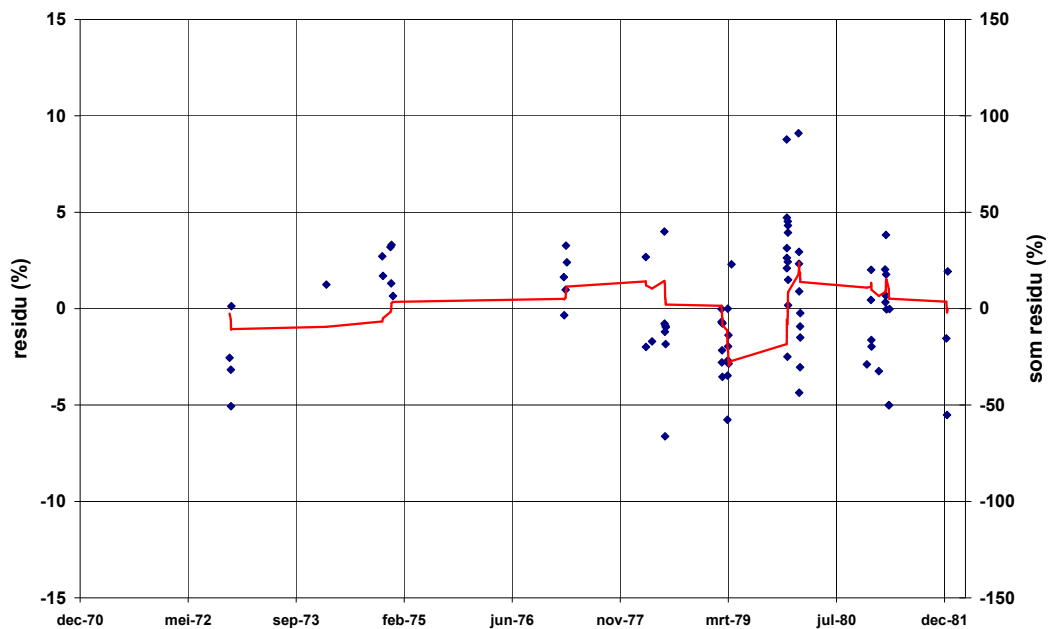
Figuur 4.10 Model 1956-1970: berekende versus gemeten afvoer



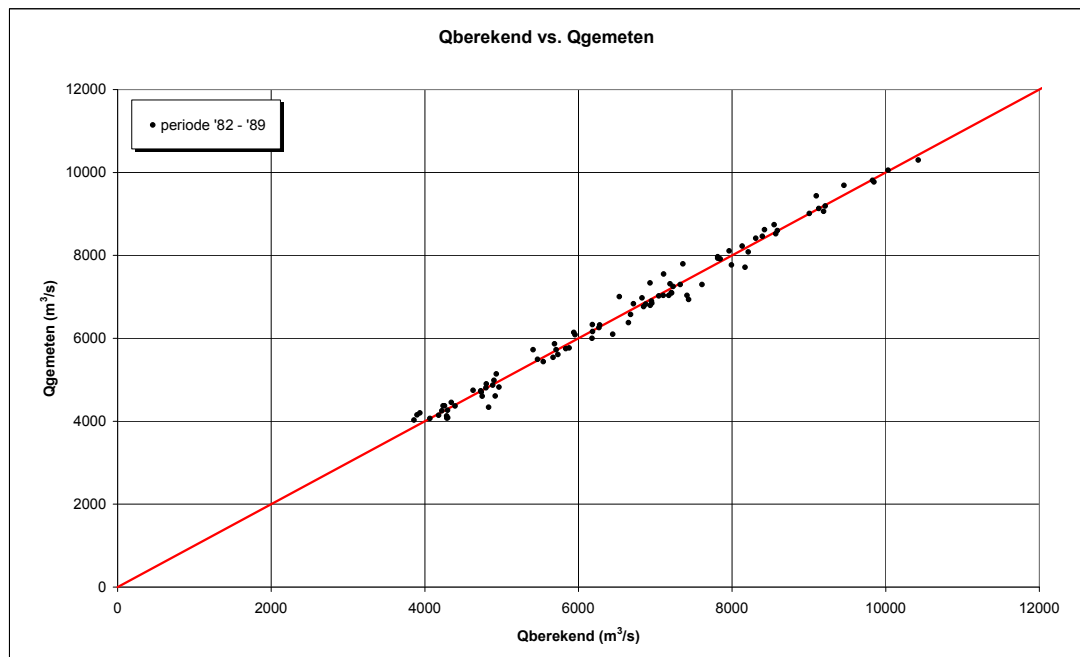
Figuur 4.11 Model 1956-1970: relatieve fout en gesommeerd residu

Model 71-81

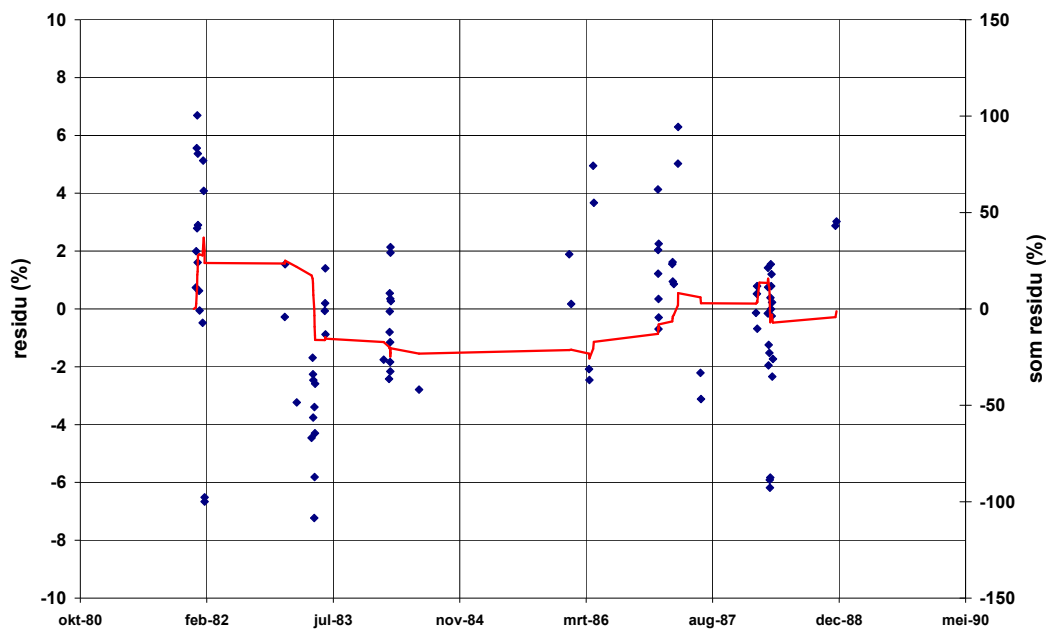
Figuur 4.12 Model 1971-1981: berekende versus gemeten afvoer



Figuur 4.13 Model 1971-1981: relatieve fout en gesommeerd residu

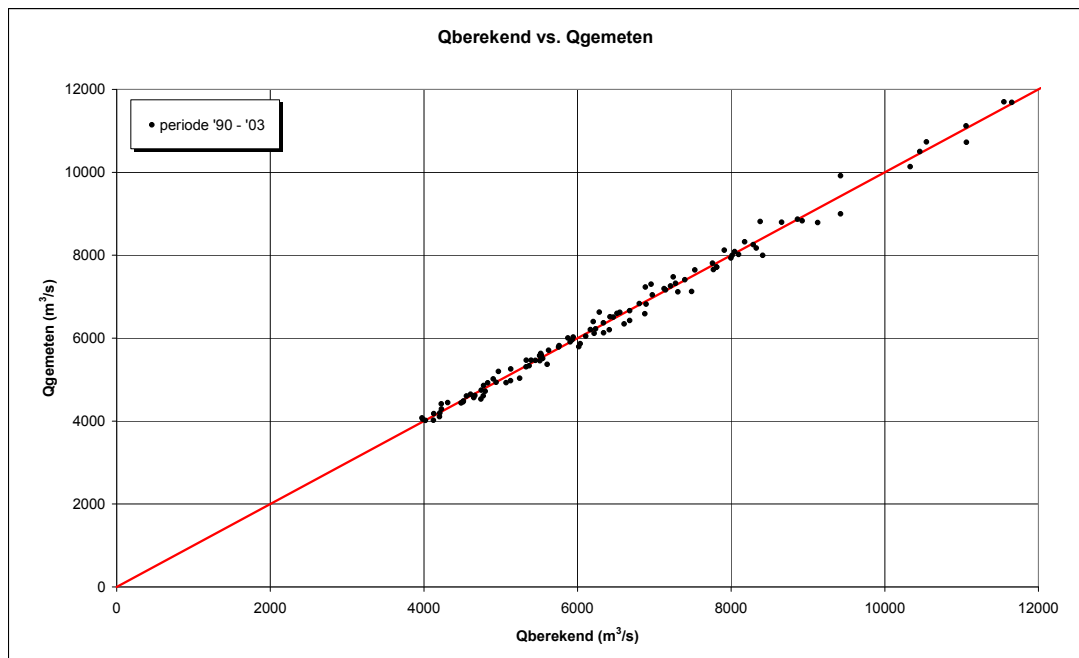
Model 82-89

Figuur 4.14 Model 1982-1989: berekende versus gemeten afvoer

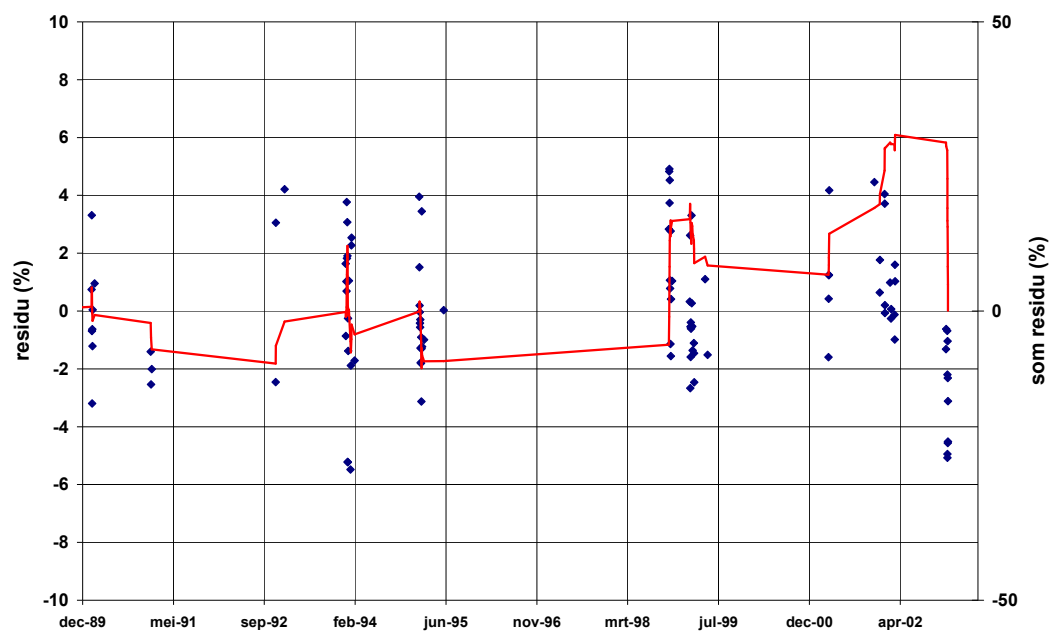


Figuur 4.15 Model 1982-1989: relatieve fout en gesommeerd residu

Model 90-03



Figuur 4.16 Model 1990-2003: berekende versus gemeten afvoer

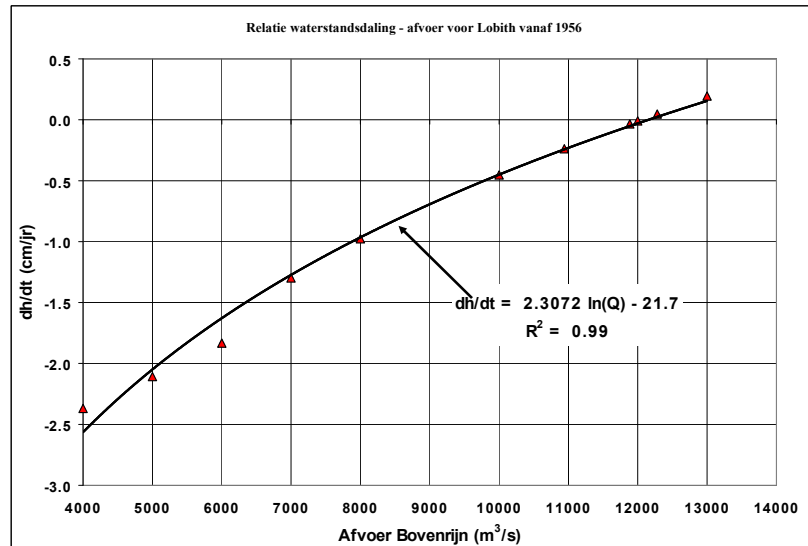


Figuur 4.17 Model 1990-2003: relatieve fout en gesommeerd residu

4.3.3 Correctie van de waterstand

I.p.v. de afvoer kan men ook de waterstand corrigeren voor het effect van bodemdaling. De correctie die gemiddeld genomen per jaar nodig is als functie van de afvoer is weergegeven in Figuur 4.2. Voor $Q_{\text{Bovenrijn}} > 4.000 \text{ m}^3/\text{s}$ bestaat het volgende verband tussen de gemiddelde jaarlijkse waterstandsddaling (cm/jaar) en de afvoer, zie ook Figuur 4.18:

$$\left(\frac{dH_{\text{Lobith}}}{dt} \right)_{\text{bodemddaling}} = 2.307 \ln Q_{\text{Bovenrijn}} - 21.70 \quad (4.6)$$



Figuur 4.18 IJking gemiddelde waterstandsddaling op de Bovenrijn in cm/jaar als functie van de afvoer

Voor toepassing in de berekening van de afvoer dient de waterstandsddaling beschreven te worden als functie van de onafhankelijk variabele H_{Lobith} en de tijd. Hiervoor wordt Q_{Lobith} in (4.6) bepaald op basis van de waterstandsafvoerrelatie voor de periode 1990-2000. Gebruik is gemaakt van de volgende relatie:

$$Q_{\text{Bovenrijn}} = 1.37012H^4 - 5.51032H^3 + 875.295H^2 - 5741.04H + 13675.3 \quad (4.7)$$

met: H = waterstand te Lobith [m+NAP]

Deze relatie is in beginsel alleen van toepassing voor de periode 1990-2000. Voor een andere deelperiode dient in beginsel een andere relatie te worden gebruikt.

IJking van het model houdt de volgende stappen in:

1. correctie van afvoermetingen voor niet-permanentie volgens Jones
2. correctie van de waterstand volgens vergelijking (4.6) en (4.7) van H_{Lobith} tot H'_{Lobith}
3. modellering van Q als functie van H'_{Lobith} volgens een exponentiele functie:

$$Q_{\text{Bovenrijn}} = \left(\exp \left(\frac{H'_{\text{Lobith}} + c_1}{c_2} \right) \right) \sqrt{1 + f_5(H_{\text{Lobith}}) \frac{dH_{\text{Lobith}}}{dt}} \quad (4.8)$$

$$\text{met: } H'_{\text{Lobith}} = H_{\text{Lobith}} - \left(\frac{dH_{\text{Lobith}}}{dt} \right)_{\text{bodemddaling}} \quad \text{Dagnr}$$

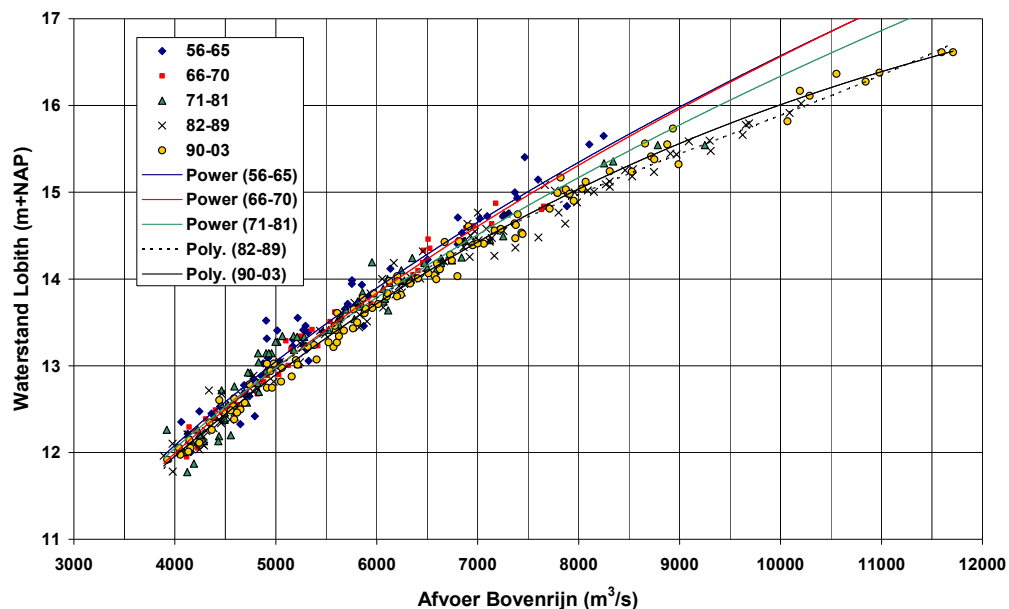
De ijking is uitgevoerd voor de volgende perioden:

1. 1956-2003
2. 1956-1970
3. 1971-1985
4. 1986-2003

Tabel 4.2 Modelparameters en resultaten van ijking van deelmodellen

Aspect	Grootheid	Periode			
		56-03	56-70	71-85	85-03
Parameters	c_1	24,519	27,374	24,513	24,405
	c_2	4,4031	4,7448	4,4025	4,3832
Model-meting (m ³ /s)	$\Delta Q_{\max}$	1,214	775	643	552
	$\Delta Q_{\min}$	-579	-576	-507	-475
	stdv	233	215	210	179
Model-meting, relatief (%)	$\Delta Q_{\max}$	13,8	11,4	9,6	9,0
	$\Delta Q_{\min}$	-9,0	-9,2	-8,9	-6,7
	stdv	3,67	3,60	3,63	2,67

Het resultaat van de ijking is gepresenteerd in Tabel 4.2 en de effectiviteit van de waterstandscorrectie voor model 1956-2003 is weergegeven in Figuur 4.19.



Figuur 4.19 Waterstandsafvoerrelatie Bovenrijn volgens model h_{corr} 1956-2003

Uit een vergelijking met Figuur 4.6 blijkt dat deze correctie iets minder effectief is dan de afvoercorrectie die hiervoor is behandeld. Dit volgt ook uit een vergelijking van de absolute en relatieve fouten tussen beide modellen, vergelijk hiervoor Tabel 4.2 met Tabel 4.1. Een belangrijke reden hiervoor is dat anders dan in het model met afvoercorrectie hier geen schaling van de bodemdalingscorrectie mogelijk is.

Op basis van dit resultaat zijn de resultaten niet in verder detail weergegeven.

4.4 Vergelijking met bestaande Qf-methode

Een vergelijking tussen de bestaande Qf-methode en de twee hiervoor behandelde varianten voor correctie van bodemdaling met de Jones-correctie voor niet-permanente stroming is gepresenteerd in Tabel 4.3. Hierbij is een vergelijking gemaakt voor de afvoeren $> 4.000 \text{ m}^3/\text{s}$ op de Bovenrijn.

Tabel 4.3 Vergelijking tussen de standaardafwijking van relatieve fouten (%) in de waterstandsafvoer-modellen

periode	Qf-relatie	periode	Jones-Hcorr	periode	Jones-Qcorr
56-97	3,56	56-03	3,67	56-03	3,47
56-70	3,95	56-70	3,60	57-70	3,48
71-85	3,46	71-85	3,63	71-81	3,04
86-97	3,37	86-03	2,67	82-89	3,16
				90-03	2,38

Uit de vergelijking blijkt dat het Qf-model en het Jones-H-correctie model ongeveer een gelijk resultaat opleveren. Het Jones-Q-correctie model scoort steeds beter dan de andere twee modellen.

5 Verbeterde Qf-relaties voor Lobith, Periode 1956 - 2004

5.1 Qf-relaties voor het hoge afvoerbereik

Op basis van de analyses in de hoofdstukken 3 en 4 kan worden geconcludeerd dat althans voor de hogere afvoeren voor de bepaling van afvoeren uit waterstanden voor de Bovenrijn het Jones-Q-correctie model de beste aanpassing geeft op de afvoermetingen. Het model heeft een fysisch correcte methode voor de beschrijving van hysteresis door niet-permanente stroming en geeft een flexibele modellering van correcties voor bodemdaling via een correctie op de afvoer als functie van waterstand en tijd. Voor de tijd is het vertrekpunt de situatie op 1 januari 2000.

Het Jones-Q-correctie model wordt beschreven door de vergelijkingen (4.5) en (4.4) en de parameterwaarden voor de onderscheiden deelperioden zijn vermeld in Tabel 4.1.

5.2 Qf-relaties voor het lage afvoerbereik

Sinds 1970 wordt bij lage afvoer (Bovenrijnafvoer $< 4.000 \text{ m}^3/\text{s}$) de waterstand op de Nederrijn gestuwd door de stuw bij Driel, om zodoende meer afvoer naar de IJssel te bewerkstelligen. Het effect van de opstuwing is merkbaar in de waterstand bij Lobith. Indien de rivier is gestuwd, is bij gelijke waterstand de afvoer kleiner dan bij een ongestuwde rivier, door verhangverflauwing.

In Annex B is aangegeven dat bij gelijke waterstand in Lobith afvoeren evenredig zijn met de verhouding van de wortel uit het verval tussen Lobith en Pannerdense Kop. Deze methode is conform de zogenoemde normaalverval-methode (normal fall method). Hierbij wordt een referentieverval S_r beschreven als functie van H . Voor de situaties waarbij het verval $\geq$ aan het referentieverval wordt een eenduidige waterstandsafvoerrelatie opgesteld. Op basis van het opgetreden verval bij gegeven waterstand in verhouding tot het referentieverval kan dan de gecorrigeerde afvoer worden bepaald. De toepasbaarheid van deze methode is getoetst op de Bovenrijn op basis van de waterstanden te Lobith en Pannerdense Kop. De resultaten gaven echter aan dat deze methode althans voor het gemeten verval op de Bovenrijn niet tot verbetering van de waterstands-afvoerrelatie leidt. Een andere mogelijkheid is uit te gaan van het verval tussen Lobith en IJsselkop. Op deze manier wordt een groter verval beschouwd. In overleg is besloten dat onderzoek in ander kader uit te werken.

6 Conclusies

Op basis van dit onderzoek kunnen de volgende conclusies worden getrokken.

1. De afvoermetingen vanaf 1998 laten zich goed beschrijven met de bestaande Qf-relatie die is opgesteld voor de periode 1990-1997. Echter de afvoergolf van oktober-november 1998 wordt door het model overschat, waarschijnlijk door het tijdstip van optreden (voor de winter) met hogere vegetatieruwheid in de uiterwaard.
2. In de waterstandsafvoerrelatie voor de Bovenrijn bij Lobith is duidelijk sprake van hysteresis, die voor afwijkingen t.o.v de QH relatie voor permanentie tot 8% hogere en tot 5% lagere afvoeren leidt.
3. De hysteresis wordt door de methode van Jones over het gehele afvoer bereik zeer nauwkeurig beschreven. Deze methode heeft een correcte fysische basis.
4. De hysteresis wordt met de bestaande Qf methode redelijk beschreven, maar minder effectief dan met de Jones methode. Deze procedure is fysisch niet correct en de gebruikte coëfficiënt “a” van dh/dt is niet constant maar varieert als functie van de waterdiepte.
5. Door de coëfficiënt “a” van dh/dt in de Qf-methode als functie van de waterstand/waterdiepte te modelleren, kan de hysteresis ook met dat model zeer nauwkeurig beschreven worden.
6. Indien afvoermetingen van verschillend tijdstip worden samengevoegd, dan dient gecorrigeerd te worden voor bodemdaling, waarvan de mate afhangt van de grootte van de afvoer.
7. Bodemdalingcorrecties kunnen via de waterstand of via de afvoer doorgevoerd worden. Correctie via de afvoer is het meest flexibel en geeft de beste resultaten, ook beter dan de bestaande Q-f-relatie.
8. Toepassing van de normaalverval-methode op het verval tussen Lobith en Pannerdse Kop leidt niet tot een betere beschrijving van de afvoer bij Lobith indien de rivier gestuwd is.

7 Literatuur

Haskoning, (1998). QH- analyses Rijntakken, Vervolgonderzoek. Eindverslag, november 1998

Perumal, M., K. Bhakta Shrestha and U.C. Chaube (2004). Reproduction of Hysteresis in Rating Curves. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, September 2004, pages 870-878

Vuuren, W. van, (2004). Een analyse van de temporele ontwikkeling in de historische QH-relaties voor de Bovenrijn bij Lobith in de periode 1901-2000

Memo WSR 2004-019, 1^e concept, 31 augustus 2004

A Correctie voor niet-permanente stroming

De Saint-Venant vergelijkingen voor de eendimensionale waterbeweging luiden:

- continuïteitsvergelijking zonder zijdelingse toestroming:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.1})$$

- bewegingsvergelijking zonder windeffecten en lokale energieverliezen:

$$\frac{1}{gA_s} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{gA_s} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A_s} \right) + \frac{\partial h}{\partial x} - S_0 + \frac{Q|Q|}{C^2 A_s^2 R} = 0 \quad (\text{A.2})$$

waarin: A = totale oppervlakte van het dwarsprofiel, bergend en stroomvoerend

A_s = oppervlakte van het stroomvoerende profiel

Q = debiet

H = waterdiepte

R = hydraulische straal

S_0 = bodemverhang

g = versnelling van de zwaartekracht

x = afstand

t = tijd

Vergelijking (A.2) kan als volgt worden geschreven:

$$Q = CA_s \sqrt{RS_0} \sqrt{1 - \frac{1}{S_0} \left(\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{gA_s} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{gA_s} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A_s} \right) \right)} \quad (\text{A.3})$$

Deze vergelijking kan vereenvoudigd worden door de versnellingstermen benaderend uit te drukken in het waterspiegelverhang t.o.v. de bodem. Hiervoor worden de versnellingstermen eerst als volgt geschreven:

$$\frac{1}{gA_s} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{gA_s} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A_s} \right) = \frac{1}{gA_s} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{2Q}{gA_s^2} \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{Q^2}{gA_s^3} \frac{\partial A_s}{\partial x} \quad (\text{A.4})$$

of met: $\frac{\partial A_s}{\partial x} = B_s \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial A_s}{\partial x} \Big|_{h \text{ constant}} \approx B_s \frac{\partial h}{\partial x}$

$$\frac{1}{gA_s} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{gA_s} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A_s} \right) = \frac{1}{gA_s} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{2Q}{gA_s^2} \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{B_s Q^2}{gA_s^3} \frac{\partial h}{\partial x} \quad (\text{A.5})$$

waarin: B_s = stroomvoerende breedte t.p.v. de waterspiegel

B = totale breedte van het natte profiel t.p.v. de waterspiegel

Met behulp van de continuïteitsvergelijking (A.1) en de voortplantingssnelheid van een hoogwatergolf c :

$$c = \frac{dQ}{dA} \approx \frac{1}{B} \frac{dQ}{dh} \approx \frac{3}{2} \frac{B_s}{B} \frac{Q}{A_s} \quad (\text{A.6})$$

volgt voor de partiële afgeleiden van Q naar x en t respectievelijk:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{dQ}{dA} \frac{dA}{dh} \frac{\partial h}{\partial x} \approx cB \frac{\partial h}{\partial x} \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} \approx \frac{dQ}{dA} \frac{\partial A}{\partial t} = c \frac{\partial A}{\partial t} = -c \frac{\partial Q}{\partial x} = -c^2 B \frac{\partial h}{\partial x} \quad (\text{A.8})$$

Substitutie van (A.6) t/m (A.8) in (A.5) geeft:

$$\begin{aligned} \frac{1}{gA_s} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{2Q}{gA_s^2} \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{B_s Q^2}{gA_s^3} \frac{\partial h}{\partial x} &\approx \frac{\partial h}{\partial x} \left(-\frac{c^2 B}{gA_s} + 2 \frac{cB}{gA_s} \frac{Q}{A_s} - \frac{B_s}{gA_s} \frac{Q^2}{A_s^2} \right) = \\ &= \frac{\partial h}{\partial x} \left(-\frac{9}{4} \frac{B_s}{B} \frac{B_s}{gA_s} \frac{Q^2}{A_s^2} + 2 \frac{B_s}{gA_s} \frac{Q^2}{A_s^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Voert men vervolgens het kwadraat van het Froude getal F in gedefinieerd als:

$$F^2 = \frac{Q^2}{gA_s^3 / B_s} = \frac{B_s}{gA_s} \frac{Q^2}{A_s^2} \quad (\text{A.10})$$

dan volgt na substitutie in (A.9)

$$\frac{1}{gA_s} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{2Q}{gA_s^2} \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{B_s Q^2}{gA_s^3} \frac{\partial h}{\partial x} \approx \frac{\partial h}{\partial x} F^2 \left(-\frac{9}{4} \frac{B_s}{B} + 2 \right) \quad (\text{A.11})$$

Merk op dat de versnellingstermen tegengesteld van teken zijn. Met (A.11) volgt bij benadering dan voor (A.3)

$$Q = CA_s \sqrt{RS_0} \sqrt{1 - \frac{1}{S_0} \frac{\partial h}{\partial x} \left(1 + F^2 \left(2 - \frac{9}{4} \frac{B_s}{B} \right) \right)} \quad (\text{A.12})$$

Voert men in:

$$\beta = 1 + F^2 \left(2 - \frac{9}{4} b \right) \quad \text{met} \quad b = \frac{B_s}{B} \quad (\text{A.13})$$

en vervangt men het waterspiegelverhang t.o.v. de bodem via de continuïteitsvergelijking door :

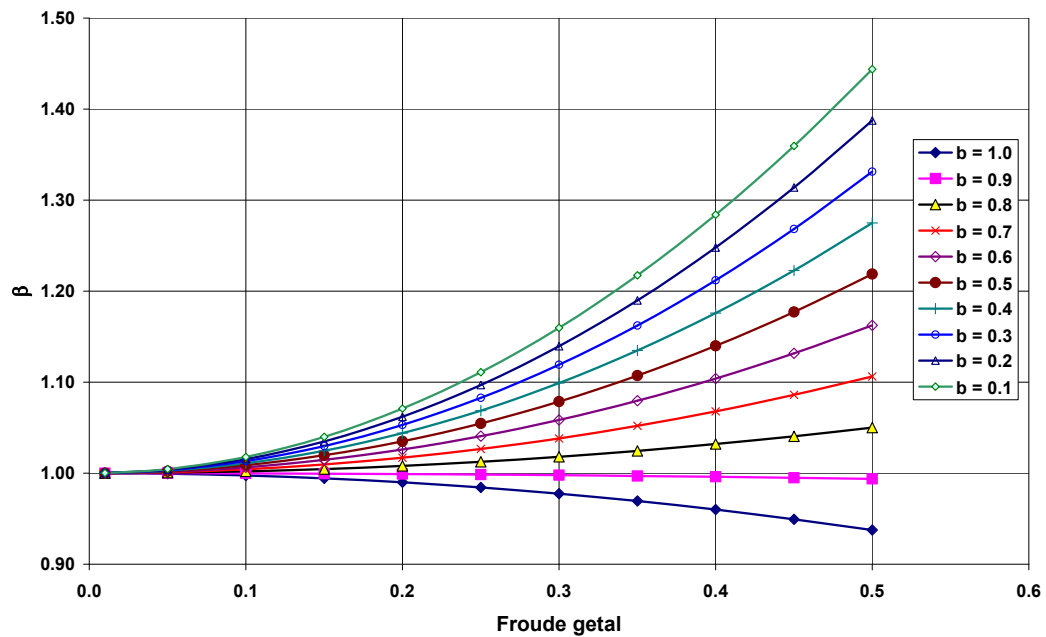
$$\frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{1}{c} \frac{\partial h}{\partial t} \quad \text{immers:} \quad B \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{dQ}{dh} \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \rightarrow \frac{\partial h}{\partial t} + c \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.14})$$

dan volgt voor (A.12)

$$Q = CA_s \sqrt{RS_0} \sqrt{1 + \frac{\beta}{S_0 c} \frac{\partial h}{\partial t}} = Q_s \sqrt{1 + \frac{\beta}{S_0 c} \frac{\partial h}{\partial t}} \quad (\text{A.15})$$

met: Q_s = uniforme permanente stroming

Het gedrag van β als functie van F voor verschillende waarden van $b = B_s/B$ is weergegeven in Figuur A.1 en Tabel A.1. Uit de figuur en de tabel blijkt, dat voor $F < 0,3$ en b niet al te klein, dat $\beta \approx 1$. D.w.z. dat dan het effect van de versnellingstermen verwaarloosbaar is t.o.v. de waterspiegelverhangterm $\partial h / \partial x$.



Figuur A.1 Parameter β als functie van het Froude getal voor verschillende waarden voor $b=B_s/B$

Tabel A.1 β -waarden als functie van het Froude-getal en verhouding stroomvoerende/bergende breedte

Froude getal	$b=B_s/B$									
	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
0,01	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,05	0,999	1,000	1,001	1,001	1,002	1,002	1,003	1,003	1,004	1,004
0,10	0,998	1,000	1,002	1,004	1,007	1,009	1,011	1,013	1,016	1,018
0,15	0,994	0,999	1,005	1,010	1,015	1,020	1,025	1,030	1,035	1,040
0,20	0,990	0,999	1,008	1,017	1,026	1,035	1,044	1,053	1,062	1,071
0,25	0,984	0,998	1,013	1,027	1,041	1,055	1,069	1,083	1,097	1,111
0,30	0,978	0,998	1,018	1,038	1,059	1,079	1,099	1,119	1,140	1,160
0,35	0,969	0,997	1,025	1,052	1,080	1,107	1,135	1,162	1,190	1,217
0,40	0,960	0,996	1,032	1,068	1,104	1,140	1,176	1,212	1,248	1,284
0,45	0,949	0,995	1,041	1,086	1,132	1,177	1,223	1,268	1,314	1,359
0,50	0,938	0,994	1,050	1,106	1,163	1,219	1,275	1,331	1,388	1,444

Dan volgt de vergelijking van Jones:

$$Q = Q_s \sqrt{1 + \frac{1}{S_0 c} \frac{\partial h}{\partial t}} \quad (\text{A.16})$$

In de afleiding is voor een deel van de convectieve versnellingsterm aangenomen dat t.a.v. de verandering van het stroomprofiel in stroomrichting bij benadering het volgende geldt:

$$\frac{\partial A_s}{\partial x} = B_s \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial A_s}{\partial x} \bigg|_{h \text{ constant}} \approx B_s \frac{\partial h}{\partial x}$$

De verandering van het stroomprofiel bij constante h is verwaarloosd. Deze tweede term kan bij een sterk wisselend dwarsprofiel, zoals op de Bovenrijn in de uiterwaard het geval is, evenwel groot zijn t.o.v. de eerste, maar het is een tijdsafhankelijke rivierkarakteristiek. Deze wordt impliciet in de oplossing voor permanente stroming meegenomen, indien niet het bodemverhang S_0 in (A.16) wordt ingevoerd maar het energieverhang voor permanente stroming S_e . Immers, de interesse ligt in het modelleren van afwijkingen t.o.v. permanente stroming die in gebracht is via de continuïteitsvergelijking. Voor permanente stroming volgt uit (A.2):

$$\frac{1}{2g} \frac{d}{dx} \left(\frac{Q^2}{A_s^2} \right) + \frac{dh}{dx} - S_0 + \frac{Q|Q|}{C^2 A_s^2 R} = 0 \quad (\text{A.17})$$

Met H_e = energiehoogte en S_e = energieverhang en:

$$v = \frac{Q}{A_s}, \quad H_e = z_b + h + \frac{v^2}{2g} \quad \text{zodat:} \quad \frac{dH_e}{dx} = \frac{dz_b}{dx} + \frac{dh}{dx} + \frac{1}{2g} \frac{dv^2}{dx}$$

$$\text{en met:} \quad \frac{dH_e}{dx} = -S_e \quad \text{en:} \quad \frac{dz_b}{dx} = -S_0$$

volgt dan voor niet-uniforme permanente stroming:

$$Q = C A_s \sqrt{R S_e} \quad (\text{A.18})$$

Omdat via (A.14) alleen de verandering van $\partial h / \partial x$ t.g.v. niet-permanente is ingevoerd kan men, door in (A.16) S_0 te vervangen door S_e en voor Q_s niet-uniforme permanente stroming in te voeren, vergelijking (A.16) breder inzetbaar maken

Vergelijking met andere studies

Perumal et. al., (2004) geven de volgende vergelijkingen voor het in rekening brengen van de versnellingstermen in de Jones vergelijking in de hier toegepaste notatie:

$$Q = Q_s \sqrt{1 + \frac{1}{S_0 c} \frac{\partial h}{\partial t} \left(1 - m^2 F^2 \left(\frac{P \partial R / \partial h}{\partial A_s / \partial h} \right)^2 \right)} \quad (\text{A.19})$$

waarin: P = natte omtrek

m = macht van R in de afvoervergelijking: $m = 1/2$ voor Chézy

Merk op dat in die beschouwing het effect van de versnellingstermen altijd reducerend werkt t.o.v. het effect van de waterspiegelverhangterm sec, immers de term tussen haakjes (equivalent met β in (A.15)) is altijd < 1 . Voor een breed rechthoekig profiel met $P = B_s$ en $A_s = B_s \cdot h$ volgt uit (A.19):

$$Q = Q_s \sqrt{1 + \frac{1}{S_0 c} \frac{\partial h}{\partial t} \left(1 - \frac{1}{4} F^2 \right)} \quad (\text{A.20})$$

Dit volgt ook uit (A.15) en (A.13) voor $b = 1$, d.w.z. $B_s = B$. Hier wordt dus geen rekening gehouden met een bergend profiel naast een stroomvoerend profiel. Uit vergelijking (A.7) en (A.8) volgt dat de lokale versnellingsterm evenredig is met c^2 terwijl de convectieve versnellingsterm evenredig is met c . Daar de voortplantingssnelheid evenredig is met $b = B_s/B$ volgt dat de lokale versnellingsterm sterker afneemt bij $B_s < B$ dan de convectieve versnellingsterm. In het voorgaande is aangetoond (zie (A.11) en (A.13)) dat de lokale versnellingsterm β verlaagt en de convectieve term β verhoogt.

In een andere benadering wordt door Perumal et. al. (2004) uitgegaan van de convectie-diffusievergelijking. Dan volgt:

$$Q = \frac{Q_s}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{1}{S_0 c} \frac{\partial h}{\partial t} + \sqrt{\left(1 + \frac{1}{S_0 c} \frac{\partial h}{\partial t} \right)^2 - \frac{2Q}{B_s S_0^2 c^3} \frac{\partial^2 h}{\partial t^2}} \right)^{1/2} \quad (\text{A.21})$$

De tweede afgeleide van h naar t is nul (buigpunt van $h(t)$) daar waar de eerste afgeleide van h naar t maximaal is. In dat geval is (A.21) gelijk aan de Jones vergelijking (A.16). Daarboven is de tweede afgeleide negatief en is het niet-permanentie-effect groter dan met de Jones vergelijking wordt berekend en daarbeneden geldt het omgekeerde, omdat de tweede afgeleide dan positief is. Merk voorts op dat bij $h_{\max}$ de tweede afgeleide maximaal negatief is, terwijl de eerste afgeleiden nul zijn, zodat dan de afvoer iets groter is dan Q_s in afwijking van de vergelijking van Jones, die in dat geval (fysisch onjuist) $Q = Q_s$ berekent. In hun vergelijking van resultaten tussen de verschillende varianten op de Jones vergelijking ((A.16), (A.19) en (A.21)) blijkt dat (A.21) het best voldoet, maar dat de onderlinge verschillen voor typische condities op de Rijn verwaarloosbaar klein zijn.

Conclusie

Op basis van het voorgaande kan worden geconcludeerd dat het niet-permanente-stromingseffect in de waterstandsafvoerrelatie voor de Rijn op basis van de theorie betrouwbaar met de Jonesvergelijking gemodelleerd kan worden.

B Correctie voor stuw Driel

Stuw Driel, indien in gebruik, stuwt het water op in de bovenstroomse panden, die op basis van een eerste orde benadering van de stuwkromme als volgt kan worden beschreven:

$$\Delta h_{IJsselkop} = \Delta h_{Driel} \exp\left(-\frac{3S_{NR}L_{NR}}{h_{e,NR}}\right) = \Delta h_{Driel} f_1(h_{e,NR}) \quad (B.1)$$

$$\Delta h_{Pann.Kop} = \Delta h_{IJsselkop} \exp\left(-\frac{3S_{PK}L_{PK}}{h_{e,PK}}\right) = \Delta h_{IJsselkop} f_2(h_{e,PK}) \quad (B.2)$$

$$\Delta h_{Lobith} = \Delta h_{Pann.Kop} \exp\left(-\frac{3S_{BR}L_{BR}}{h_{e,BR}}\right) = \Delta h_{Pann.Kop} f_3(h_{e,BR}) \quad (B.3)$$

waarin: Δh_{Driel}	= opstuwing bij stuw Driel
$\Delta h_{IJsselkop}$	= opstuwing bij IJsselkop
$\Delta h_{Pann.Kop}$	= opstuwing Pannerdense Kop
Δh_{Lobith}	= opstuwing bij Lobith
S	= bodemverhang
L	= lengte riviervak
h_e	= evenwichtsdiepte
NR	= Nederrijn van IJsselkop tot Driel
PK	= Pannerdens Kanaal
BR	= Bovenrijn van Lobith tot Pannerdense Kop

Voor de afvoer bij Lobith bij permanente afvoer in gestuwde en ongestuwde omstandigheden geldt:

$$\frac{Q_g}{Q_o} = \left(\frac{S_g}{S_o}\right)^{1/2} \quad (B.4)$$

waarin: Q_g	= gestuwde afvoer
Q_o	= ongestuwde afvoer
S_g	= verhang bij gestuwde afvoer
S_o	= verhang bij ongestuwde afvoer

Uit (B.4) volgt:

$$\left(\frac{Q_o - \Delta Q}{Q_o}\right)^2 = \left(\frac{S_o - \Delta S}{S_o}\right) \quad (B.5)$$

Of bij benadering, indien $\Delta Q \ll Q_o$:

$$\Delta Q \approx \frac{1}{2} Q_o \frac{\Delta S}{S_o} \quad (B.6)$$

Voor ΔS kan op basis van (B.1) t/m (B.3) worden geschreven:

$$\Delta S = \Delta h_{Driel} f_1(h_{e,NR}) f_2(h_{e,PK}) (1 - f_3(h_{e,BR})) \quad (B.7)$$

Na substitutie in (B.6) volgt:

$$\Delta Q \approx \frac{1}{2} \frac{Q_{o,BR}}{S_{o,BR}} \Delta h_{Driel} f_1(h_{e,NR}) f_2(h_{e,PK}) (1 - f_3(h_{e,BR})) \quad (B.8)$$

Met daarin:

$$f_1(h_{e,NR}) = \exp\left(-\frac{3S_{NR}L_{NR}}{h_{e,NR}}\right) \quad (B.9)$$

$$f_2(h_{e,PK}) = \exp\left(-\frac{3S_{PK}L_{PK}}{h_{e,PK}}\right) \quad (B.10)$$

$$f_3(h_{e,NR}) = \exp\left(-\frac{3S_{NR}L_{NR}}{h_{e,NR}}\right) \quad (B.11)$$

De waarde die voor Δh_{Driel} ingevoerd moet worden is de afwijking t.o.v. de evenwichtsdiepte bij de heersende afvoer in de Nederrijn:

$$\Delta h_{Driel} = H_{Driel,bo} - H_{e,Driel} = H_{Driel,bo} - (h_{e,NR} + z_{b,Driel}) \quad (B.12)$$

met:

$$h_{e,NR} = \alpha Q_{NR}^m \quad \text{met : } m \approx 2/3 \quad (\text{rechthoekig dwarsprofiel}) \quad (B.13)$$

Hierin is: $H_{Driel,bo}$ = waterstand bovenstrooms van de stuw Driel
 $z_{b,Driel}$ = gemiddelde bodemhoogte te Driel

Indien het rivierpand benedenstroom van Driel niet gestuwd is, is $H_{e,Driel}$ de benedenstroomse waterstand bij Driel die in (B.12) ingevoerd zou moeten worden. In de praktijk is dit pand ook gestuwd, zodat gewerkt moet worden met de evenwichtsdiepte (gecorrigeerd voor bodemligging) op basis van de afvoer door de Nederrijn. Bovenstaande leidt tot een nogal complexe procedure waarbij veel variabelen meegenomen moeten worden voor correctie bij gestuwde afvoer.

Een eenvoudiger manier is om gebruik te maken van de referentieveral methode op de Bovenrijn alleen. De methode is gebaseerd op de evenredigheid van afvoer met het verhang tot een macht p:

$$\frac{Q_m}{Q_r} = \left(\frac{S_m}{S_r}\right)^p = \left(\frac{(H_{Lobith} - H_{Pann.Kop})_m}{(H_{Lobith} - H_{Pann.Kop})_r}\right)^p = \left(\frac{\Delta H_{m,BR}}{\Delta H_{r,BR}}\right)^p \quad \text{met : } 0,4 < p < 0,6 \quad (B.14)$$

waarbij de indices “m” en “r” respectievelijk refereren aan meting en referentie. Volgens de Chezy- of Manningvergelijking dient de waarde van p = 0,5 te bedragen. Een betere aanpassing kan worden verkregen door via optimalisatie een waarde voor p in de buurt van 0.5 toe te laten.

In de ijking van het model wordt eerst een referentieveral bepaald als functie van de waterstand:

$$\Delta H_{r,BR} = f(H_{Lobith}) \quad (\text{B.15})$$

Vervolgens wordt een eenduidig verband tussen referentieafvoer en de waterstand bepaald, waarbij de referentie afvoer wordt verkregen uit:

$$Q_r = Q_m \left(\frac{\Delta H_{r,BR}(H_{Lobith})}{\Delta H_{m,BR}} \right)^p \quad (\text{B.16})$$

De Q_r - H_{Lobith} relatie kan vervolgens met een machtsfunctie of een polynoom worden bepaald.

Bij toepassing wordt vergelijking (B.16) in omgekeerde richting gebruikt:

$$Q = Q_r \left(\frac{\Delta H_{m,BR}}{\Delta H_{r,BR}(H_{Lobith})} \right)^p \quad (\text{B.17})$$