



DEEL I

COMPUTERPROGRAMMA VOOR PROBLEMEN MET  
CONSTANT KOMBERGINGSOPPERVLAK EN  
SINUSIODALE GETIJRANDVOORWAARDE TEN  
BEHOEVE VAN DE UITBREIDING VAN EEN  
BESTAANDE ONTWERPGRAFIEK.

Dit deelontwerp werd in opdracht van  
prof. ir. W.C. Bischoff van Heemkerck  
uitgevoerd door R.J. de Jong.

	Samenvatting	blz. 3
Hoofdstuk I	Inleiding	blz. 5
Hoofdstuk II	Algemene beschouwingen	blz. 10
Hoofdstuk III	Berekening	
III.1	Probleemstelling	blz. 18
III.2	Iteratiemethode	blz. 20
III.3	Stabiliteit	blz. 25
III.4	Beginfout	blz. 29
III.5	Uitleg van het programma	blz. 30
Hoofdstuk IV	Uitvoering Ontwerpdiagram	
IV.1	Inleiding	blz. 34
IV.2	Dimensie analyse	blz. 35
IV.3	Toepassing	blz. 42
Hoofdstuk V	Bespreking resultaten	blz. 45
	Literatuur	blz. 59

### Samenvatting.

Voor het afsluiten van een bekken, dat in open verbinding staat met de zee, zullen in het algemeen speciale maatregelen moeten worden overwogen.

Ten gevolge van het getij en de nauwere doorstroming blijft het getij in het gebied achter ten opzichte van het buitengetij.

Daarbij kunnen er aanzienlijke snelheden in de doorstroombopening optreden.

Voordat een beslissing over het sluitprogramma genomen kan worden, dienen zeer veel gevallen doorgerekend te worden, waarbij de getijrandvoorwaarden, de breedte van het sluitgat en de drempeldiepte gevarieerd worden, opdat de verschillende sluitingsmethoden met elkaar vergeleken kunnen worden.

Omdat dus nog van een ontwerpstadium sprake is, heeft precies rekenen geen zin.

Wel is een globaal inzicht in de te verwachten snelheden in de verschillende gevallen nodig.

Is men tot een definitief ontwerp gekomen, dan zal men de snelheden en waterstanden wat nauwkeuriger moeten berekenen. Daarom bestond er behoefte aan een mogelijkheid om het werk, wat nodig is om het globale inzicht te verkrijgen, te verminderen. Dat is mogelijk gebleken, als het probleem eerst wat vereenvoudigd wordt door veronderstellingen met betrekking tot het karakter van het getij en het kombergingsoppervlak.

Om het probleem te analyseren werd een dimensie analyse toegepast.

Hieruit blijkt dat drie dimensieloze parameters, kunnen worden onderscheiden, die het probleem beheersen.

Daarmee is het mogelijk een diagram te ontwerpen, waarin twee dimensieloze parameters langs de horizontale en verticale as worden uitgezet, en de derde dimensieloze parameter, afhankelijk van de beide andere varieert.

Voor een bepaalde waarde van de derde dimensieloze parameter is een kromme te berekenen, aangevende de relatie tussen de beide andere parameters. Door dit voor vele waarden van deze derde parameter te doen ontstaat een diagram.

In dit diagram kan men nu voor

een kombergings-oppervlak in verhouding tot een sluitgatbreedte en  $\sqrt{\text{getijamplitude}}$  en

een drempeldiepte in verhouding tot de getij-amplitude, de snelheden ten opzichte van de  $\sqrt{\text{getijamplitude}}$  aflezen.

Varieert men nu de sluitgatafmetingen van een bepaald gebied, dan ontstaat een reeks van punten in het diagram.

Verbindt men deze door een lijn, dan ontstaat de ontwerpkromme voor een sluitprocedure van een gebied.

Als dit voor een aantal sluitprocedures gedaan wordt, kan men met behulp van de ontwerpkromme tot een keuze komen.

Daarna zal men voor een bepaald aantal gevallen, die belangrijk zijn een nauwkeuriger berekening moeten maken.

## I Inleiding.

Het afsluiten van een getijgebied zoals dit de laatste jaren in Nederland veel heeft plaats gevonden, is een werk, waarbij, als gevolg van het getij, veel problemen opgelost moeten worden.

Vooraf als de bouw van de afsluitdam vordert moet men voor het nog overblijvende open gedeelte voldoende maatregelen treffen, opdat de afsluiting zonder onverwachte ontwikkelingen voltooid kan worden.

Door het vernauwen van het sluitgat, zal aanvankelijk de snelheid in het sluitgat vrijwel omgekeerd evenredig met de sluitgatbreedte toenemen.

Het traagheidsverlies zal echter toenemen, waardoor de binnenwaterstand op de buitenwaterstand achter zal blijven.

De waterstandsverschillen worden dus groter, en daarmee ook de snelheden in het sluitgat.

De maatregelen die dan getroffen moeten worden zijn het beschermen van de bodem aan beide zijden van het sluitgat door het aanbrengen van bestortingen.

Het doel hiervan is te voorkomen dat de snelheid van het water in de omgeving van het kunstwerk geen al te grote veranderingen teweeg brengt in de bodem-figuratie. Verder dient men het materiaal voor de drempel aangepast te worden aan de snelheden en waterstanden in het sluitgat.

Om echter de nodige maatregelen te treffen is kennis van de te verwachten snelheden en waterstanden een vereiste, terwijl ook het stroombeeld aan weerszijden van het sluitgat van belang is. Hiervoor zullen in een later stadium modelproeven moeten worden genomen.

Het afsluiten van getijgebieden is in de regel een kostbare zaak.

Vooraf de kosten voor het sluitgat maken het duur, en daarom moeten deze zo laag mogelijk gehouden worden.

Nu zullen met betrekking tot die kosten allerlei factoren een rol spelen, en daarom dienen een aantal sluitingsmogelijkheden onderzocht en met elkaar vergeleken te worden, om te komen tot een oplossing die optimaal is.

Om nu deze keuze te kunnen maken moeten van elke sluitmethode de maximaal te verwachten snelheden in opeenvolgende bouwstadia bekend zijn. Voor de berekening van waterstanden en snelheden van een geval, met behulp van de kombergingsberekening is reeds vrij veel werk vereist, omdat men enige perioden moet doorrekenen met tijdstappen van bijvoorbeeld een half uur.

Wil men tot een optimale sluitkeuze komen, dan moet een groot aantal gevallen worden doorgerekend.

Hierin worden verscheidene getijden, drempeldiepten en sluitgatbreedten gevariëerd.

Daarom heeft men gezocht naar een eenvoudige manier, om verschillende sluitmethoden snel tegenover elkaar af te wegen.



Dit is mogelijk als eerst enkele vereenvoudigende veronderstellingen worden gedaan, waardoor het probleem geschematiseerd wordt.

De oplossing kan dan meer algemeen worden, en daardoor wat minder exact voor een bepaald geval.

- 1) een kombergingsoppervlak dat gedurende de getijbeweging constant blijft
- 2) sinusvormig getij  
(de hoofdcomponent van het getij)
- 3) afvoercoëfficiënt = constant over het getij

Het werken met dit geschematiseerde type in plaats van met het prototype wordt gerechtvaardigd, doordat in het ontwerpstadium alleen een globaal inzicht in de te verwachten snelheden nodig is.

Met dat inzicht kan men dan een optimaal sluitplan kiezen.

Aanvankelijk is het dus niet nodig zeer nauwkeurig te rekenen.

Later kan men enkele belangrijke gevallen overrekenen, waarbij dan rekening wordt gehouden met het eigenlijke getij, de wisselende kombergingsoppervlakte, en de afvoercoëfficiënt.

Voor dit geschematiseerde probleem nu is een dimensieanalyse toegepast. Hiermee werden drie dimensieloze parameters verkregen, welke het probleem volledig beschrijven. Met behulp van deze parameters kan een diagram ontworpen worden.

Hierin kunnen de te verwachten maximale snelheden op eenvoudige wijze afgelezen worden voor elke sluitgatafmeting van een gebied. De Waterloopkundige afdeling van de

Deltadienst van de Rijkswaterstaat heeft dit diagram ontworpen. ( bijlage 62.2059)

De opdracht voor dit deelontwerp bestond nu uit het herberekenen en uitbreiden van deze grafiek.

Hierbij mocht het diagram van de Rijkswaterstaat als uitgangspunt genomen worden.

Voor de berekening van het diagram werd een computerprogramma gebruikt, wat door de schrijver in het tweede deel van dit deelontwerp ontwikkeld werd.

Doordat dit programma afwijkt van de later ontwikkelde programma's wordt bedoeld programma in dit deel tevens besproken.

De schrijver van dit verslag is veel dank

verschuldigd aan de heren Ir. N. Booy,

Ir. C. Verspuy en H. J. Stroband onder

wier leiding dit deelontwerp gemaakt is.

## II Algemene beschouwingen.

De waterbeweging in een kort en vrij diep bekken ten gevolge van een getij aan de ingang kan tot een eenvoudig probleem worden geschematiseerd.

Om dit te demonstreren wordt in het volgende uitgegaan van de algemene vergelijkingen die gelden voor de voortplanting van een lange golf in een waterloop.

1) Bewegingsvergelijking

2) Continuïteitsvergelijking

1) Bewegingsvergelijking

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial s} = -g \frac{\partial h}{\partial s} - gI - g \frac{v |v|}{C^2 R} + \frac{b-b_s}{A} (v-u) \frac{\partial h}{\partial t} \dots (1)$$

waarin

$v$  = gemiddelde snelheid

$s$  = de onafhankelijk variabele afstand in de stroomrichting

$g$  = de zwaartekrachtversnelling

$h$  = het piëzometrisch niveau

$I$  = het bodemverhang

$C$  = de coëfficiënt van Chezy

$R$  = de hydraulische straal

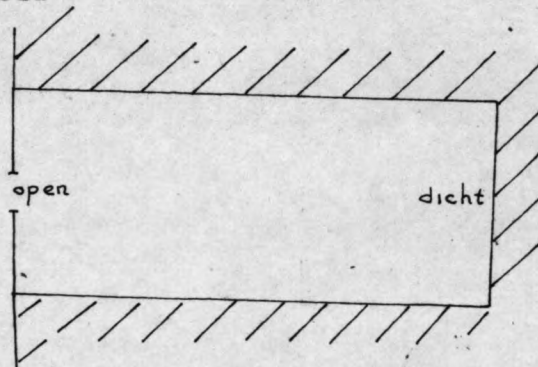
- b = de bergende breedte
- bs = de stroomvoerende breedte
- u = de snelheid van het water buiten het stroomvoerend profiel, in de stroomrichting
- t = de onafhankelijk variabele tijd

Als nu de lengte van het bekken ten opzichte van de golflengte van de getijbeweging vrij

klein is, en de diepte ten opzichte van de golfamplitude groot is, dan zullen de snelheden niet groot zijn.

De hydraulische straal is groot.

De gehele term  $g \frac{v |v|}{C^2 R}$  zal dan vrij klein zijn, en wordt = 0 gesteld



Omdat de getijbeweging een langzame beweging is, de lengte van het gebied gering, en de snelheden vrij klein, zijn zullen de afgeleiden van de snelheid naar de tijd en de plaats ook verwaarloosd worden, met andere woorden, de verhangtermen in de bewegingsvergelijking zijn klein. Dit betekent, dat ervan uitgegaan wordt, dat op ieder moment de waterstand in het bekken horizontaal is.

Over blijft dan:

$$\frac{\partial h}{\partial s} = 0 \dots \dots (2)$$

Alleen de continuïteitsvergelijking resteert voor de waterbeweging in het bakken.

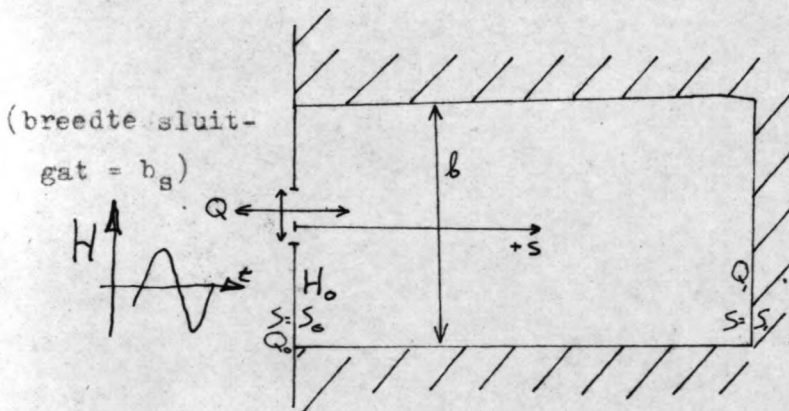
2) Continuïteitsvergelijking .... (3)

$$\frac{\partial Q}{\partial s} = -b \frac{\partial h}{\partial t}$$

waarin

$Q$  = debiet.

Aangezien  $h$  in het gehele gebied volgens (2) gelijk is, is  $h$  alleen nog een functie van  $t$ .



Integreren we nu de continuïteitsvergelijking over het gehele gebied, en stellen we :  $b = \text{constant}$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \text{constant over } s.$$

$$\int_{s_0}^{s_1} \frac{\partial Q}{\partial s} ds + b \frac{dh}{dt} \int_{s_0}^{s_1} ds = 0$$

geeft  $Q_1 - Q_0 + b \frac{dh}{dt} (s_1 - s_0) = 0$

De  $h$  kan alleen opgelost worden, indien de randvoorwaarden gegeven zijn:

$$Q_1 = 0$$

$H_0$  = periodieke randvoorwaarde  $H$

Afhankelijk van de buitenwaterstand  $H$ , de binnenwaterstand  $h$  en de sluitgatafmetingen, kan men nu met behulp van overlaatformules het debiet  $Q$  van de ingang uitrekenen.

Verder is

$$S_1 - S_0 = l, \text{ terwijl } l \times b = B = \text{kombergingsoppervlakte}$$

Dan is  $Q = +B \cdot \frac{dh}{dt}$ , zodat de waterstandstijging  $dh$  over  $dt$ , berekend kan worden.

Om het probleem op te lossen zijn nu nog de randvoorwaarden nodig

: de afmetingen van het sluitgat

: de binnenwaterstand ten tijde  $t = 0$

Zoals gesteld, zal er afhankelijk van de binnenwaterstand en de buitenwaterstand een snelheid in het sluitgat aanwezig zijn.

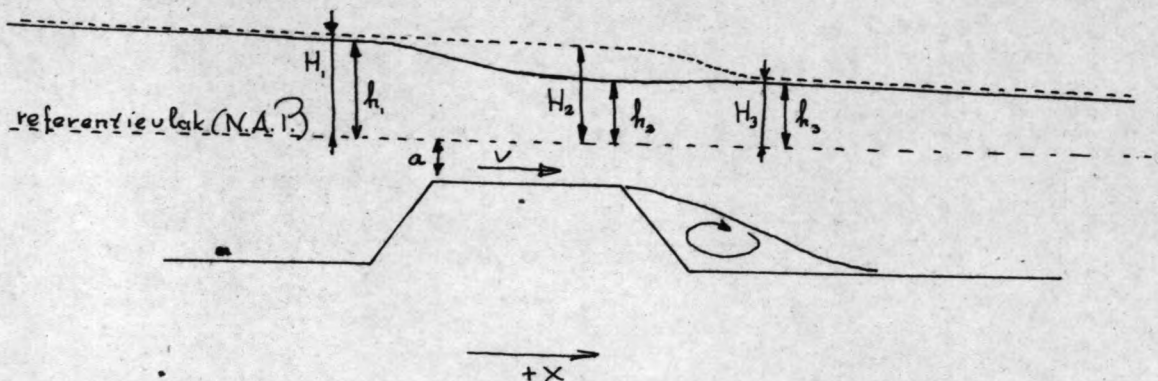
Het verband wordt weergegeven door de overlaatformules.

Hierin kunnen twee gevallen onderscheiden worden.

a) onvolkomen overlaat

b) volkomen overlaat

a) onvolkomen overlaat.



Deze situatie treedt op indien de ene waterstand ten opzichte van de drempelkruin de andere nog niet 1,5 overtreft.

$$\frac{v_2^2}{2g} = (H_1 - h_2)$$

of

$$v_2 = \sqrt{2g (H - h_2)}$$

Voor  $h_2$  wordt nu  $h_3$  genomen, waardoor een fout ontstaat. Na het passeren van de drempel namelijk, zal door neervorming, veel energie verloren gaan, zodat de energie hoogte daalt.

Wordt niet alle overtollige energie vernietigd, dan zal de resterende (kinetische) energie worden omgezet in potentiële energie: de waterspiegel gaat iets omhoog ( $h_3$ ). Voor  $H$  wordt  $h_1$  genomen.

Ook dit geeft een fout. In het algemeen immers heeft het water vóór de drempel reeds enige snelheid, waardoor hier ook een snelheidshoogte aanwezig is.

Deze fouten worden gecompenseerd door de coëfficiënt  $m$

$$v_2 = m \sqrt{2g (h_1 - h_3)}$$

$m$  zal over het algemeen groter dan 1 zijn omdat

$$h_1 - h_3 < H - h_2$$



Het debiet  $Q = b_s \cdot m \cdot (h_2 + a) \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_1 - h_3)}$ .

waarin  $b_s$  = breedte sluitgat.

Ook hier wordt  $h_2$  vervangen door  $h_3$ .

De correctiefactor die hierbij ingevoerd moet worden zal kleiner dan 1 zijn

$$(h_2 = \text{correctiefactor} \cdot h_3)$$

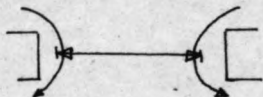
$$\text{dan } Q = \mu \cdot b_s \cdot (h_3 + a) \sqrt{2g(h_1 - h_3)}$$

waarin  $\mu$  = afvoercoëfficiënt.

Op  $\mu$  kan de wrijving ook enige invloed hebben, hoewel deze vrij gering is.

Laat men de coëfficiënten buiten beschouwing, dan heeft men een te kleine snelheid bij een te groot dwarsprofiel.

Doordat vaak de breedte van het sluitgat nog beperkt wordt door de randstoringen kan



in een bepaalde situatie toch  $\mu = 1$  zijn

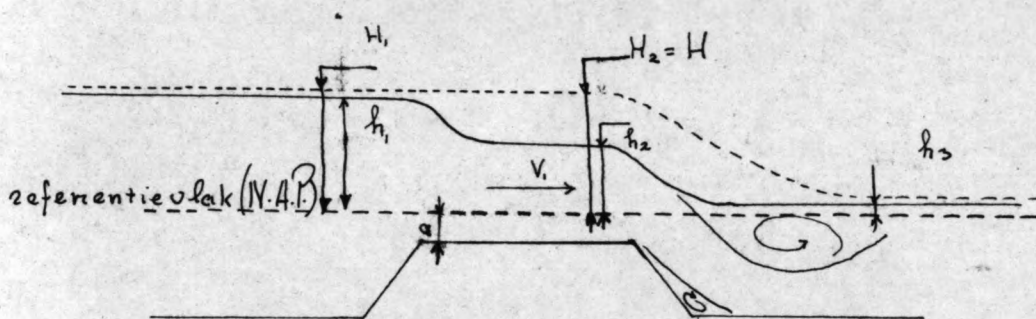
verschilt voor elke waterstanden- en drempeldiepte-combinatie van grootte.

Zelfs tijdens een periode van het getij in een bepaald geval is  $\mu$  niet constant.

Ter vereenvoudiging van het probleem is daarom voor gemiddelde waarde  $\mu = 1$  genomen, welke over het algemeen ook veel voorkomt.

Wil men toch een andere constante  $\alpha$ -waarde invoeren, dan kan dat ook door de sluitgatbreedte groter of kleiner te kiezen dan in het prototype.

b) volkomen overlaat.



$h, H$  ten opzichte van drempelkruin.

Deze situatie treedt op indien de ene waterstand ten opzichte van de drempelkruin de andere minstens 1.5 \* overtreft, of indien

$$(H - h_3) \geq 1/3 (H + a)$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{1}{3}(H+a) = \frac{1}{3} \cdot (H_1+a) \text{ afgezien van enige wrijving-invloed}$$

$$\text{of } V_1 = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot g \cdot (H+a)}$$

$$\text{en } V_1 = m \sqrt{\frac{2}{3} \cdot g \cdot (h_1+a)} \quad \text{en } Q = V \cdot \frac{2}{3} \cdot h \cdot \alpha'$$

waarbij de verwaarlozing van  $H_1 - h_1$  ( dus  $V_0 \ll V_1$ , of = 0)

en het verhang van  $H$  verdisconteerd worden in de afvoercoëfficiënten

Zonder coëfficiënt zijn

de snelheid en het doorstroomprofiel te klein.

Toch wordt voor beide coëfficiënten 1 genomen, omdat nog zoveel andere factoren van invloed zijn op de snelheid: factoren die in dit stadium nog onbekend zijn.

Zoals reeds in de inleiding gezegd wordt

- 1) voor de kombergingsoppervlakte B  
een in de tijd constant oppervlak genomen.
- 2) voor de buitenwaterstand wordt een  
sinusvormig verloop genomen.

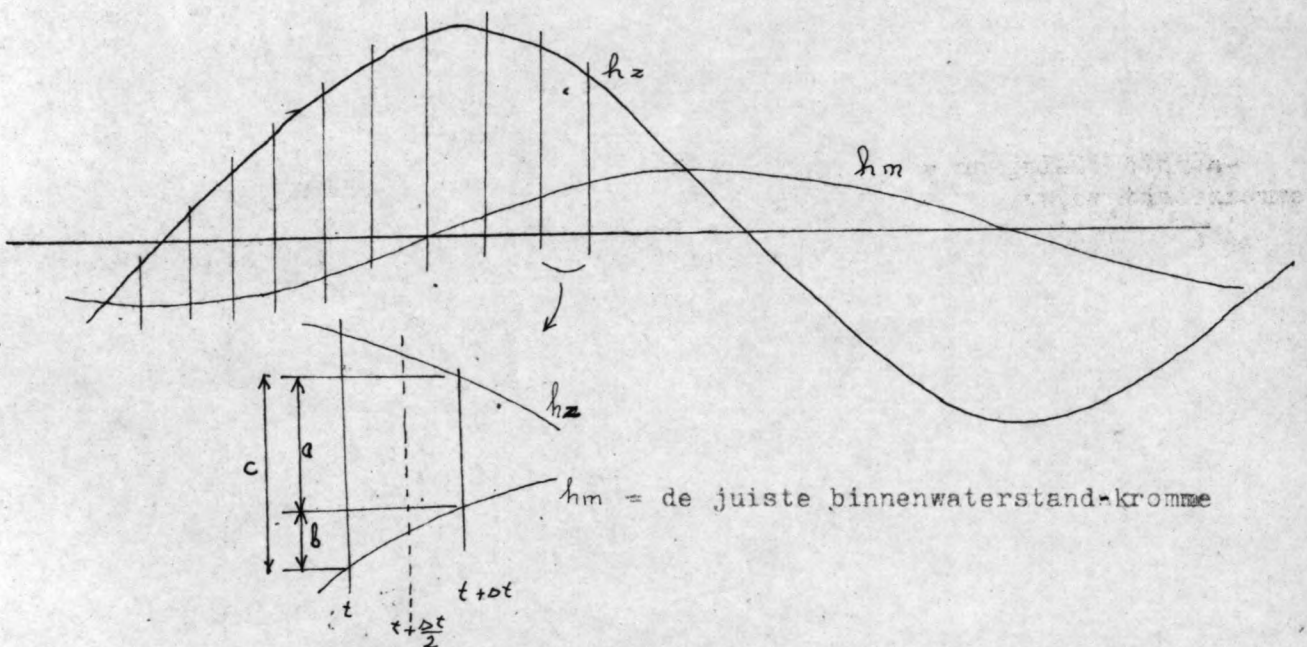
### III Berekening.

#### III - 1 Probleemstelling

Gesteld dat op het tijdstip  $t$  van een gebied de binnen- en buitenwaterstand, en daarmee de snelheid bekend is.

Verder is op het tijdstip  $t + \Delta t$  de buitenwaterstand bekend.

Nu dient de binnenwaterstand en de snelheid voor de tijd  $t + \Delta t$  berekend te worden.



$h_m$  = de waterstand in het  
af te sluiten gebied.

$h_z$  = de zeestand.

Allereerst wordt de nieuwe binnenwaterstand langs grafische weg geschat.

Met behulp van deze schatting wordt de gemiddelde snelheid en het gemiddelde doorstroomprofiel in het tijdje  $\Delta t$  bepaald.

Met behulp hiervan wordt weer de nieuwe binnenwaterstand bepaald. Ten tijde  $t + \Delta t$  moet de snelheids-hoogte en de binnenwaterstand juist de buitenwaterstand opleveren, of ook  $a + b$  moet  $c$  opleveren. Dit is alleen zo, indien de berekende  $hm_{t+\Delta t}$  op de getekende  $hm$  - kromme ligt.

Dit zal over het algemeen niet direct juist zijn, maar met behulp van een benaderingsformule kan een betere benadering voor  $hm_{t+\Delta t}$  verkregen worden, waarmee weer opnieuw geprobeerd kan worden of het klopt.

Een iets andere, maar overeenkomstige voorwaarde is dat de nieuwe benadering voor  $hm_{t+\Delta t}$ , overeenkomst met de vorige.

Na een voldoende benadering, wordt dezelfde procedure op het volgende tijdstapje toegepast enz.

Om het proces te beginnen zal een begin - binnenwaterstand moeten worden aangenomen. (beginvoorwaarde)

Deze zal zeker fout zijn.

Voordat de invloed van deze fout niet meer merkbaar is dienen een aantal perioden doorgerekend te worden.

Algemene beschouwingen.

De meest gebruikelijke methoden om een benaderende reële oplossing te verkrijgen voor een vergelijking

$$f(x) = 0 \dots \dots (5)$$

betreffen iteratiemethoden, waarin een eerste benadering  $z_0$  van de verlangende wortel wordt verkregen door een ruwe "grafische schatting" of iets dergelijks, terwijl herhaalde berekeningen de succesieve benaderingen  $z_1, z_2, z_3, \dots, z_n$  leveren, welke convergeren naar de limiet  $\alpha$ .  $z_n \underset{n \rightarrow \infty}{=} \alpha = x$ , waarvoor  $f(x) = 0$

Een van die methoden is de zogenaamde Newton - Raphson methode. (literatuur (1) )

Hierbij wordt (5) eerst herschreven in de vorm

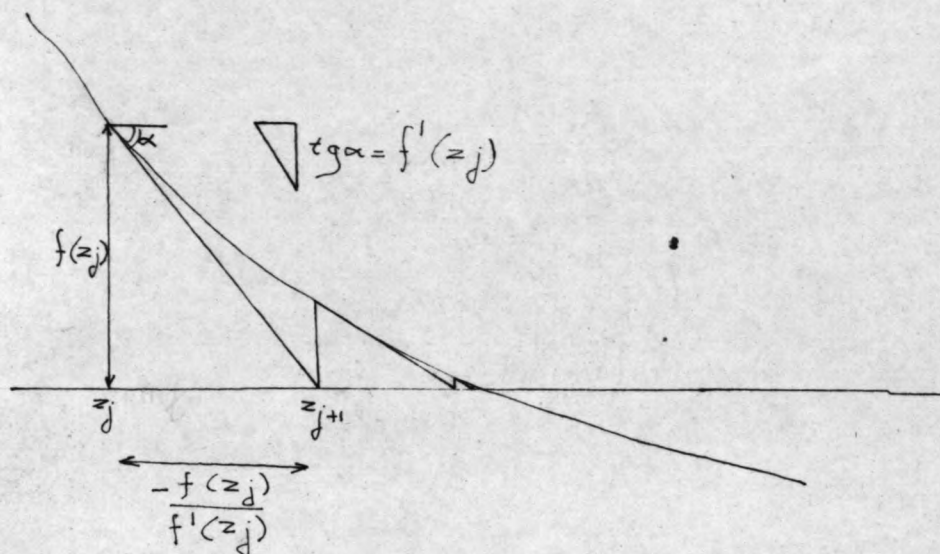
$x = F(x)$ , terwijl de betrekking welke gebruikt wordt bij de herhalende berekeningen van de vorm

$$z_{j+1} = F(z_j) \dots \dots (6)$$

is, waarin

$$F_{z_j} = z_j - \frac{f_{z_j}}{f'_{z_j}} \dots \dots (7)$$

zie ook figuur.



$z_j$  is de benadering voor de wortel van  $f(x) = 0$

Stel  $hm(t)$  = binnenwaterstand

$hz(t)$  = buitenwaterstand

$hm(t + \Delta t)$  = de nieuwe te benaderen

binnenwaterstand.

$$hm(t + \Delta t) = hm(t) + \Delta t * F\left(t + \frac{\Delta t}{2}, \frac{hm(t) + hm(t + \Delta t)}{2}\right)$$

$F$  is hier een betrekking tussen het debiet door het sluitgat en de binnen- en buitenwaterstanden, zodanig dat  $\Delta t \cdot F = \Delta hm$

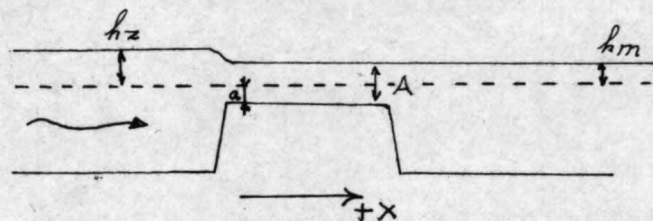
Indien in de laatste vergelijking het linker lid naar rechts wordt gebracht ontstaat de  $f(z_j)$  in de Newton-Raphson formule.

$$f(z_j) = z_j - hm(t) - \Delta t * F\left(t + \frac{\Delta t}{2}, \frac{hm(t) + z_j}{2}\right) \quad \dots (8)$$

Indien deze vergelijking = 0, dan is de vorige benadering van de binnenwaterstand dezelfde als de nieuwe benadering. Vóór F op te schrijven, dienen vier gevallen onderscheiden te worden.

- 1) instromend onvolkomen overlaat → vloed
- 2) uitstromend onvolkomen overlaat → eb
- 3) instromend volkomen overlaat → vloed
- 4) uitstromend volkomen overlaat → eb

1) instromend onvolkomen overlaat (vloed)



A is de gemiddelde doorstroomhoogte over een tijdstapje

$$A = a + (hm(t) + z_j) / 2$$

waarin a = diepte van de drempel ten opzichte van de gemiddelde zeestand en  $z_j$  is de benadering voor  $hm(t + \Delta t)$

$$\text{Dan } Q = b_s \cdot [a + (hm(t) + z_j) / 2] \cdot \frac{\sqrt{2 * g * (hz(t + \frac{\Delta t}{2}) - (z_j + hm(t)) / 2)}}{(z_j + hm(t)) / 2}$$

$b_s$  is sluitgatbreedte.

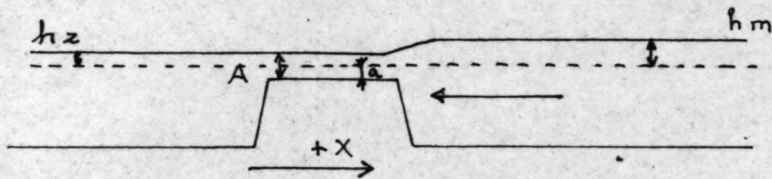
$$F = Q \cdot \Delta t / B$$

$$\text{zodat } f(z_j) = z_j - Q * \Delta t / B - hm(t)$$

$$\frac{df(z_j)}{dz_j} = f'(z_j) = 1 - \frac{\Delta t \cdot b_s}{B} \left( \frac{v}{2} - A \cdot \frac{g}{2v} \right)$$



2) uitstromend onvolkomen overlaat. (eb)



$A$  = de gemiddelde doorstroomhoogte over een tijdstapje

$$A = a + hz \left( t + \frac{\Delta t}{2} \right)$$

$$V = -\sqrt{2 \times g \times \left[ hz \left( t + \frac{\Delta t}{2} \right) - \left( \frac{z_j + hm(t)}{2} \right) \right]}$$

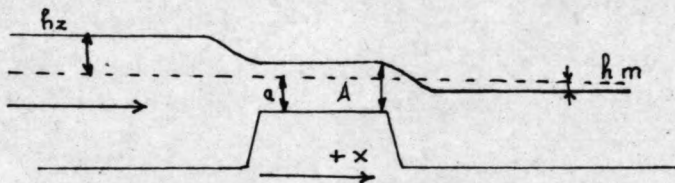
$$Q = V \cdot A \cdot b_S$$

$$F = Q \cdot \Delta t / B$$

$$f(z_j) = z_j - hm(t) - Q \cdot \Delta t / B$$

$$f'(z_j) = 1 - \frac{b_S \cdot \Delta t}{B} \cdot \left( a + hz \left( t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right) \cdot \frac{g}{2V}$$

3) instromend volkomen overlaat. (vloed)



$$A = \frac{2}{3} \left( a + hz \left( t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right)$$

$$V = \sqrt{\frac{2}{3} \times g \left( hz \left( t + \frac{\Delta t}{2} \right) + a \right)}$$

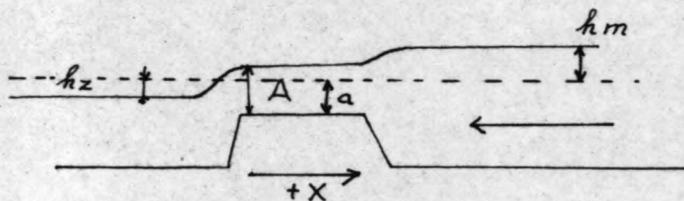
$$A = \frac{2}{3} \left( a + hz \left( t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right)$$

$$Q = V \cdot A \cdot b_S \quad F = Q \cdot \Delta t / B$$

$$f(z_j) = z_j - hm(t) - Q \cdot \Delta t / B$$

$$f'(z_j) = 1$$

4) uitstromend volkomen overlaat. (eb)



$$A = \frac{2}{3} (a + (hm(t) + z_j)) / 2$$

$$v = -\sqrt{\frac{2}{3} \left( a + \frac{hm(t) + z_j}{2} \right)}$$

$$Q = V \cdot A \cdot b_s \quad F = Q \cdot \Delta t / B$$

$$A = \frac{2}{3} (a + (hm(t) + z_j)) / 2$$

$$f(z_j) = z_j - hm(t) - Q \cdot \Delta t / B$$

$$f'(z_j) = 1 - \frac{\Delta t \cdot Q}{B} \left( \left( A \cdot \frac{g}{6V} \right) + \frac{V}{3} \right)$$

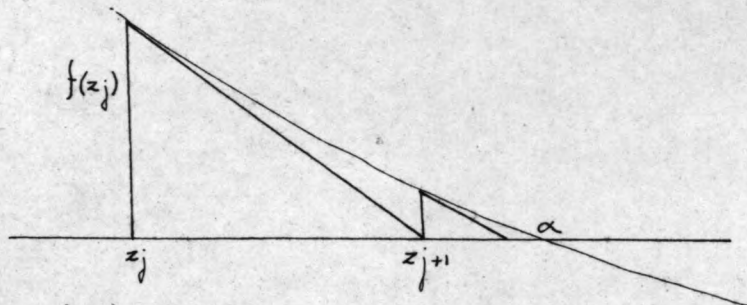
De iteratie voor een bepaalde waarde wordt gestopt, indien

$f(z_j) / f'(z_j)$  en  $f(z_j)$  voldoende klein zijn

( $< 0.0001$ ).

III - 3      Stabiliteit van het iteratieproces.

Nu is het nog interessant om na te gaan of de zaak convergeert.  
Bekijk daartoe de figuur.



voor  $f(z_j) = 0$  is  $\alpha = z_j$

Volgens (2) is  $z_{j+1} = F(z_j) = z_j - \frac{f(z_j)}{f'(z_j)}$

dus ook  $\alpha = F(\alpha)$

volgens de figuur:

$$\alpha - z_{j+1} = F(\alpha) - F(z_j) = (\alpha - z_j) F'(\xi_j)$$

waarbij  $\xi_j$  tussen  $\alpha$  en  $z_j$  ligt, aangenomen dat  $F(z_j)$  een continue afgeleide over die afstand bezit.

Stel dat er van convergentie sprake is, dus dat

$$z_j \rightarrow \alpha \quad \text{als } j \rightarrow \infty$$

Voor voldoende grote  $j$  wordt dan ook  $F'(\xi_j) = F'(\alpha)$

Stel dat voor  $j = 0$  dit ook reeds ongeveer zo is.

$$\text{Dan : } \alpha - z_1 = (\alpha - z_0) \cdot F'(\alpha)$$

$$z_1 = \alpha - (\alpha - z_0) F'(\alpha)$$

$$\text{Dan ook } \alpha - z_2 = (\alpha - z_1) \cdot F'(\alpha)$$

$$\text{of } \alpha - z_2 = (\alpha - \alpha + (\alpha - z_0)) \cdot F'(\alpha) \cdot F'(\alpha)$$

$$= (\alpha - z_0) (F'(\alpha))^2$$

$$\text{dus } \alpha - z_j = K (F'(\alpha))^j$$

waarin  $K$  een constante is.

Nu gaat  $\alpha - z_j$  naar 0, of  $z_j$  naar  $\alpha$ , als  $(F'(\alpha))^j \rightarrow 0$

Dit is zo indien  $F'(\alpha) < 1$

Het blijkt dus, dat wil de iteratie voor  $z_j = \alpha$  convergeren,

Het nodig is, dat  $F'(x) < 1$  in de buurt van  $x = \alpha$

$F'(\alpha)$  is dan de factor, waarmee de fout bij iedere iteratie vermenigvuldigd wordt.

Onderzoeken we nu wat  $F'(x)$  voorstelt.

$$F(z_j) = z_{j+1}$$

$$z_{j+1} = z_j - \frac{f(z_j)}{f'(z_j)}$$

$$\frac{d(z_{j+1})}{d(z_j)} = z'_{j+1} = F'(x) = 1 - \frac{f(z_j) \cdot f''(z_j) - (f'(z_j))^2}{(f'(z_j))^2} = \frac{f(z_j) \cdot f''(z_j)}{(f'(z_j))^2}$$

dus voor  $\left| \frac{f(z_j) \cdot f''(z_j)}{(f'(z_j))^2} \right| < 1$  convergeert

de  $z_j$  naar  $\infty$

Voor het geval instromend volkomen overlaat is dit verder uitgewerkt; voor andere gevallen gaat het eender

$$f(x) = z_j - hm(t) - \frac{b \cdot \Delta t}{B} \left( a + \frac{hm(t) + z_j}{2} \right) \cdot 2 \cdot g \cdot \sqrt{\frac{hz(t + \Delta t)}{2} - \frac{z_j + hm(t)}{2}}$$

$$f'(x) = 1 - \frac{b \cdot \Delta t}{B} \left( \frac{V}{2} + (a + (z_j + hm(t))) / 2 \right) \cdot \frac{-g}{2V}$$

$$f''(x) = \frac{b \cdot \Delta t}{B} \left( \frac{g}{2V} + \frac{A \cdot g^2}{2V^3} - \frac{g}{4V} \right) \quad (A = [a + (z_j + hm(t))/2])$$

dus:

$$\left| \frac{(z_j - hm(t) - \frac{b \cdot \Delta t}{B} \cdot A \cdot V) \left( \frac{b \cdot \Delta t}{B} \left( \frac{g}{2V} + \frac{A \cdot g^2}{2V^3} - \frac{g}{4V} \right) \right)}{\left( 1 - \frac{b \cdot \Delta t}{B} \left( V/2 + A \cdot \frac{-g}{2V} \right) \right)^2} \right| < 1$$

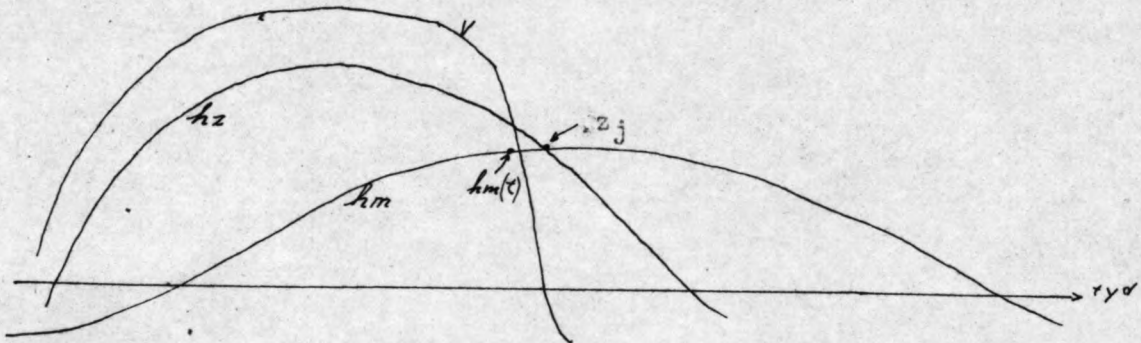
Het gevaar voor instabiliteit is vooral bij kenteringen aanwezig: immers de  $V$  wordt daar  $= 0$ , zodat teller en noemer beide oneindig groot worden.

Nadere beschouwing.

Vermenigvuldig teller en noemer beide met  $V^2$  en laat  $V \rightarrow 0$  gaan, dan:

$$\left| \frac{z_j - hm(t) \cdot g^2 - \frac{b_s^2 \cdot \Delta t^2}{2B^2} \cdot A^2 g^2}{\frac{A^2 g^2 b_s^2 \Delta t^2}{4B^2} - g \cdot A} \right| < 1$$

De term  $(z_j - hm(t))$  wordt ook 0, terwijl men nog kan zeggen dat als  $(z_j - hm(t))$  reeds ongeveer 0 is, de snelheid nog vrij groot is, zodat de term



De term met  $B^2$  in de noemer is zeer klein ten opzichte van  $-A \cdot g$ , zodat deze weg kan vallen.

Dus:  $\left| \frac{b_s^2 \Delta t^2 \cdot A \cdot g}{2 B^2} \right| < 1$

Dit is over het algemeen wel juist, hoewel bij zeer kleine gebieden moeilijkheden ontstaan, als  $\Delta t$  niet aangepast wordt. Deze moeilijkheden kwamen bij kleine gebieden en grote drempel- diepten ook inderdaad voor.

### III - 4 Uitslingeren van de fout in de beginschatting.

Om met de berekening te beginnen was een eerste aanname voor de binnenwaterstand nodig.

Na een aantal perioden doorrekenen zal deze fout pas verdwijnen.

Hoe snel dit gaat is afhankelijk van allerlei factoren.

In dit gedeelte van het deelontwerp werd voor verscheidene gevallen nagegaan na hoeveel periode een evenwicht bereikt werd.

Het resultaat daarvan werd in het tweede gedeelte van dit deelontwerp verwerkt.

(deel II (ontwikkeling van een algemeen programma)).

III - 5 Uitleg van het programma.

In deze paragraaf wordt aan de hand van het protocol  
bijlage 1 het programma doorgelopen.

De verwijzing naar de regels op het protocol is hetzelfde als bij een foutmelding in de testfase door de T.R. 4 Dit wil zeggen: de regels worden vanaf het begin tot aan de eerste label genummerd.

Vanaf de label wordt opnieuw genummerd tot de volgende label enzevoort.

bijlage 2 Zie ook de bijlage waarop het stroomschema getekend staat.

Begin 0-3 Real, integer, en realarray verklaringen.

Begin 4 Hier worden de kombergingsoppervlakken (ttt) ingelezen.

Tien 0 Hier wordt de drempeldiepte ten opzichte van de gemiddelde zeestand ingelezen. (p)

Tien 2 Op deze regel wordt een begin gemaakt met de "lus" waarin voor alle oppervlakken bij een bepaalde drempeldiepte de perioden worden doorgerekend.

Tien 3-5 Waarde toekenningen.

b= kombergoppervlak

h= amplitude van het getij

g= zwaartekracht versnelling

k= breedte van het sluitgat

x= tijdstapje in seconden



- Tien 6-12 Hierin worden de startwaarden berekend.  
Deze zijn onder andere afhankelijk van de diepte der drempel.
- Tien 14 De "lus" waarin de buitenwaterstand in het geheugen gestopt wordt.
- Tien 16 Begin van de "lus" waarbinnen de perioden voor één geval (komberging en drempeldiepte) doorgerekend wordt.  
De benadering van  $hm(t + \Delta t)$  wordt zij genoemd.  
 $((t + \Delta t) = (i + 2))$
- Tien -17 Eerste grafische benadering van de binnenwaterstand;  
 $j = 0$ ; begin van de benadering van de binnenwaterstand.
- Acht 0-4
- Een 0-1 In dit stukje programma, wordt afhankelijk van de binnen - en buitenwaterstand de keus gedaan, welk stroomgeval gekozen dient te worden.
- Twee Stukje programma voor uitstromend volkomen
- Drie Stukje programma voor uitstromend onvolkomen.
- Vier Stukje programma voor instromend volkomen.
- Vijf Stukje programma voor instromend onvolkomen.

Zes 0-1 De Newton-Raphson voorwaarde voor voldoende benadering.  
Wordt er aan voldaan, of is  $j=30$  (dus zeer veel  
geïtereerd, maar niet benaderd) dan naar label zeven.  
Anders terug naar label acht, en de volgende benadering  
uitvoeren.

Zeven 0  $hm(i+2) := z(j+1)$   
De nieuwe binnenwaterstand krijgt de waarde van de  
laatste benadering.

Zeven 1 Er wordt met dit resultaat in het hierna volgende  
programma verder gewerkt indien de laatste periode is  
bereikt.

Is dit nog niet zo dan wordt de volgende binnenwaterstand  
benaderd.

Zeven 3-11 In dit stukje programma worden de maximale snelheden  
uitgezocht, waarbij tevens de informatie volkomen of niet  
volkomen wordt meegegeven.

Zeven 15 Als nu de laatste tijdstap van een bepaald geval is  
berekend worden de overgebleven  $V_{max}$  en  $V_{min}$ , met  
de informatie volkomen of niet volkomen afgedrukt.

Zeven - 22 Op deze regel wordt teruggesprongen naar tien -3  
waar een nieuw kombergoppervlak uit het geheugen wordt  
genomen.

Zijn nu alle komoppervlakken afgehandeld, dan

Zeven -23 wordt een nieuwe drempeldiepte ingelezen.

Dit gaat net zo lang door tot er geen getallen meer op de getalband staan.

Het programma breekt dan af met een foutmelding.

(computer-uitvoer nr. 2)

Naast de uitvoer in het hiervoor beschreven programma zijn nog twee dezelfde programma's, doch met andere uitvoer gemaakt.

De eerste laat alle snelheden van de laatste berekende perioden afdrukken, met daarbij de informatie over volkomen of onvolkomen overlaat. (computer-uitvoeren nr. 3,4)

De tweede laat naast alle snelheden in de laatste periode, ook de waterstanden, debieten, diepte der drempel en het kombergoppervlak uitvoeren. (computeruitvoeren nr. 1,5,6,7,8)

Op één regel staan dan naast elkaar.

$$v(t + \frac{\Delta t}{2})$$

$$q(t + \frac{\Delta t}{2}) \cdot \Delta t$$

$$hm(t + \Delta t)$$

$$hz(t + \Delta t)$$

$$hm(t + \Delta t) - hz(t + \Delta t)$$

$$p (= b_s)$$

B

volkomen = 1 ; onvolkomen = 2

Alle computer uitvoer is toegevoegd aan het exemplaar, dat in het bezit is van de Technische Hogeschool te Delft afd. Weg en Water b.k. Onderafdel. Vloeistof meech.

## Hoofdstuk IV

### Uitvoering      Ontwerpdiagram.

#### IV - 1            Inleiding.

Om tot een diagram te komen, waarin men de maximaal te verwachten snelheden kan aflezen, moet men eerst alle grootheden die daarop invloed hebben kennen.

Met een dimensie analyse kan men vervolgens een inzicht krijgen in de wijze waarop de verschillende grootheden met elkaar in verband staan.

Hierdoor voorkomt men tevens doublures of hiaten in het gebied van mogelijke gevallen, tijdens berekeningen of proefnemingen.

Het resultaat van een dimensie analyse is dat het aantal variabelen waarmee het verschijnsel kan worden beschreven vermindert wordt.

Met behulp van de overblijvende variabelen is het diagram gemaakt.

IV - 2 Dimensieanalyse.

Om de dimensieanalyse toe te kunnen passen moeten nu de invloedsgrootheden  $A_1 \dots A_n$  worden bepaald.

De vergelijking  $F(A_1 \dots A_n) = 0$

beschrijft dan het proces.

grootheid	omschrijving	dimensie
$g$	zwaartekrachtversnelling	$LT^{-2}$
$V$	snelheid op de drempel	$LT^{-1}$
$T$	getijperiode	$T$
$b$	sluitgatbreedte	$L$
$B_k$	kombergingsoppervlak	$L^2$
$a$	drempeldiepte ten opzichte van de middenstand	$L$
$\bar{h}$	amplitude verticale getij	$L$
$t$	tijd	$T$

dus  $F(g, V, T, b, B_k, a, \bar{h}, t) = 0 \dots \dots (9)$

Hierop kan men de Buckingham -II- theorie (literatuur (3)) toepassen.

Met deze theorie kan men van een fysisch probleem, afhankelijk van  $n$  grootheden, waarin in totaal  $m$  dimensies voorkomen, beschrijven met  $n-m$  dimensieloze parameters.

Omdat hier twee dimensies voorkomen, zouden er vijf parameters overblijven.

Dit zijn er nog teveel, om een eenvoudig diagram te maken.

Echter de continuïteits vergelijking is op het proces van toepassing

$$\frac{dh_m}{dt} = q \frac{b}{B_k} \dots \dots (4)$$

waarin  $q = f(h_z, a, g, h_m(t))$  (zie ook literatuur (2)).

De tijd  $t$  bij de waterstanden duidt op de afhankelijkheid hiervan van de tijd.

Als nu overgegaan wordt van  $dt$  naar  $\Delta t$ , dan kan men schrijven

$$h_m(t + \Delta t) = h_m(t) + \Delta t \times \frac{b}{B_k} \times f(h_z(t), h_m(t), a, g) \dots (10)$$

$$\text{waarin } h_z(t) = \bar{h} \cos \frac{2\pi t}{T}$$

$T$  = gehele periode

$$\text{en } \frac{T}{\Delta t} = N = \text{aantal tijdstappen in die periode.} \dots (11)$$

$$(10) \rightarrow hm(t+\Delta t) = hm(t) + \frac{T \cdot b}{NB_k} \cdot f(hz(t), hm(t), a, g) \dots (12)$$

Gesteld nu twee gevallen, waarin

$$t, h, a, g, N$$

hetzelfde zijn, maar

$$B_k, b, T$$

variëren

Op het tijdstap  $t$  wordt voor beide binnenwaterstanden dezelfde waterstand genomen.

Het wisselen van  $T$ , terwijl  $N$  constant wordt gehouden, betekent dan dat  $\frac{\Delta t}{T}$  even groot is in beide gevallen, en dat dus  $hz(t+\Delta t)$ , en  $hz(t)$  ook hetzelfde is.

(de aanduiding  $t$  geeft de plaats in de periode aan)

Gaan we nu na wat  $hm(t+\Delta t)$  voor elk geval wordt.

Ter onderscheiding worden de indices 1 voor geval een  
2 voor geval twee gegeven.

gegeven  
dan:

$${}_1hm(t+\Delta t) = hm(t) + \frac{{}_1T \cdot b}{{}_1B_k \cdot N} f(hz(t), hm(t), a, g)$$

$${}_2hm(t+\Delta t) = hm(t) + \frac{{}_2T \cdot b}{{}_2B_k \cdot N} f(hz(t), hm(t), a, g)$$

Nu zal  $1^{hm}(t+\Delta t) = 2^{hm}(t+\Delta t)$  zijn,

$$\text{als } \frac{1^{T_1 b}}{1^{B_k}} = \frac{2^{T_2 b}}{2^{B_k}}$$

Zo ook voor een volgende tijdstap.

De oplossingen voor de twee gevallen zullen hetzelfde zijn, indien  $T, B_k$  en  $b$  wisselen van grootte, maar de verhouding  $\frac{T \cdot b}{B_k}$  dezelfde is.

De invloed van de afzonderlijke grootheden  $T, b, B_k$ , kan dan vervangen worden door de invloedsgrootheid  $\frac{T \cdot b}{B_k} (L^{-1}T)$

Vergelijking (9) wordt dan

$$F(g, V, a, \bar{n}, t, \frac{T \cdot b}{B_k})$$

Is men alleen geïnteresseerd in de maximale snelheid  $V_{\max}$ ,

dan vervalt de grootheid  $t$ , omdat het tijdstap waarop de maximale snelheid optreedt geen invloed heeft op de grootte ervan.

$$\text{Dus: } F(g, V, a, \bar{n}, \frac{T \cdot b}{B_k})$$

De dimensie-analyse levert nu  $5-2 = 3$  dimensieloze parameters



Deze dimensieloze parameters zijn

$$\pi_1 \pi_2 \pi_3,$$

zodat het probleem aldus beschreven kan worden:

$$f(\pi_1, \pi_2, \pi_3) = 0$$

Volgens de theorie is:

$$\pi_1 = A_1^{x_1} A_2^{y_1} A_3 = L^0 T^0$$

$$\pi_2 = A_1^{x_2} A_2^{y_2} A_4 = L^0 T^0$$

$$\pi_3 = A_1^{x_3} A_2^{y_3} A_5 = L^0 T^0$$

De verschillende x's en y's worden gevonden door voor iedere A de dimensie in te vullen.

Nu kan men een groot aantal combinaties van dimensieloze parameters, afhankelijk wat men  $A_1, A_2, A_3, A_4$  of  $A_5$

noemt, bepalen terwijl de verkregen parameters op allerlei manieren met elkaar gecombineerd mogen worden.

In dit geval worden de A's zo gekozen dat voor het diagram zodanige parameters ontstaan, dat de snelheid hieruit op eenvoudige manier afgelezen kan worden.

A	grootheid.	dimensie
$A_1 =$	$g$	$L T^{-2}$
$A_2 =$	$\hat{n}$	$L$
$A_3 =$	$V \max$	$L T^{-1}$
$A_4 =$	$\frac{T \cdot b}{B_k}$	$L^{-1} T$
$A_5$	$a$	$L$

dus:

$$\Pi_1 = g^{x_1} \cdot \hat{n}^{y_1} \cdot V \max \longrightarrow L^{x_1} \cdot T^{-2x_1} \cdot L^{y_1} \cdot L \cdot T^{-1} = L^0 T^0$$

$$\Pi_2 = g^{x_2} \cdot \hat{n}^{y_2} \cdot \frac{T \cdot b}{B_k} \longrightarrow L^{x_2} \cdot T^{-2x_2} \cdot L^{y_2} \cdot T \cdot L^{-1} = L^0 T^0$$

$$\Pi_3 = g^{x_3} \cdot \hat{n}^{y_3} \cdot a \longrightarrow L^{x_3} \cdot T^{-2x_3} \cdot L^{y_3} \cdot L = L^0 T^0$$

en daaruit:

$$\begin{array}{l} x_1 + y_1 + 1 = 0 \\ -2x_1 - 1 = 0 \end{array} \left| \longrightarrow x_1 = -1/2; y_1 = -1/2$$

$$\begin{array}{l} x_2 + y_2 + 1 = 0 \\ -2x_2 + 1 = 0 \end{array} \left| \longrightarrow x_2 = 1/2; y_2 = 1/2$$

$$\begin{array}{l} x_3 + y_3 + 1 = 0 \\ -2x_3 = 0 \end{array} \left| \longrightarrow x_3 = 0; y_3 = -1$$

De dimensieloze parameters zijn dan ;

$$\pi_1 = \frac{V_{\max}}{\sqrt{g \cdot \hat{h}}}$$

$$\pi_2 = \frac{T \cdot b}{B_k} \cdot \sqrt{g \cdot \hat{h}}$$

$$\pi_3 = \frac{a}{h}$$

waarin

$V_{\max}$  = maximale snelheid op de drempel

$g$  = zwaartekracht versnelling

$\hat{h}$  = getijamplitude

$b$  = lengte van de sluitgatopening

$T$  = getijperiode

$B_k$  = kombergingsoppervlak

$a$  = de hoogte van de drempel

Voor dit ontwerp worden iets andere parameters genomen:

De zwaartekracht versnelling wordt weggelaten, omdat zij voor elk geval toch hetzelfde is.

Echter wil men de grootte toch handhaven, dan kan dat door voor  $\pi_1$  te schrijven

$$\frac{V \max \sqrt{9,81}}{\sqrt{g \hat{h}}}$$

en voor  $\pi_2$  te schrijven

$$\frac{T.b. \sqrt{g \hat{h}}}{B_k \sqrt{9.81}}$$

In plaats van  $\pi_2$  wordt de reciproke waarde van  $\pi_2$  genomen dus

$$\frac{B_k}{T.b. \sqrt{h}}, \text{ zodat bij groter gebieden over}$$

het algemeen een grotere parameter geldt, hetgeen voor het gevoel wat makkelijker is.

Het is mogelijk dat voor T een andere waarde dan de T voor het  $M_{-2}$  getij gekozen wordt. Echter het  $M_{-2}$  getij in Nederland de belangrijkste getijcomponent.

Hiermee is in de  $\pi_2$  parameter rekening gehouden, door teller en noemer te vermenigvuldigen met de periode van het M2 getij. In de noemer wordt daarna  $TM_2$  weggelaten. In plaats van T in de  $\pi_2$  parameter komt er dus een verhouding, gebaseerd op  $TM_2$ ,

dus

$$\pi_2 = \frac{B_k \cdot T_{m2}}{b\sqrt{h} T}$$

waarin  $T$  = periode van een willekeurig getij.

$T_{m2}$  = periode van het M-2 getij.

De parameters worden nu gebruikt in het te ontwerpen diagram :

—  $\frac{a}{h}$ , welke langs de horizontale as wordt uitgezet, en daarom de horizontale onafhankelijke parameter wordt genoemd.

—  $\frac{v}{\sqrt{h}}$ , welke langs de vertikale as wordt uitgezet, en daarom de vertikale onafhankelijke parameter wordt genoemd.

—  $\frac{B_k \cdot T_{m2}}{b\sqrt{h} \cdot T}$ , de afhankelijke parameter, welke  $\gamma$  parameter wordt genoemd.

De meetkundige plaats van punten met dezelfde  $\gamma$  parameter, wordt  $j$  lijn genoemd, terwijl het gehele diagram als  $\gamma$  - diagram wordt aangeduid.

Om het diagram te construeren werden  $a$  en  $B_k$  gevarieërd, terwijl de overige grootheden constant gehouden werden.

a van +1 tot -15 m

$B_k$  van  $10^6$  tot  $\infty m^2$

$\hat{h}$  1 m

b 1000 m

T 12 h 25 min

Ook zou men de  $\hat{h}$ , b, en T nog kunnen variëren, doch volgens de dimensie analyse, zal dit geen ander resultaat opleveren. Dit is voor enkele punten bovendien gevariëerd. (zie computeruitvoer-nr )  
Vooral voor een wat grotere  $\frac{a}{\hat{h}}$  zijn meerdere punten berekend, omdat, zoals uit de grafiek van de Rijkswaterstaat bleek, de lijnen hier sterke krommingen vertoonden  
( zie bijlage 62.2059, )

Door de afdeling werden cijfers voor een oneindig kombergingsoppervlak verstrekt. (computeruitvoer nr. 9)

Op bijlage 3 staat het  $\gamma$ - diagram getekend, terwijl de waarden, waarmee het diagram getekend is, in tabelvorm op bijlage 4 staan vermeld.

## Hoofdstuk V

### Bespreking van de resultaten.

Het berekenen van de vele punten voor het  $\gamma$ -diagram (bijlage 3) gaf veel interessante bijzonderheden. Enige daarvan werden verzameld en in beeld gebracht op bijlagen.

Aan de hand van de bijlagen zullen zij in het onderstaande worden besproken.

Daartoe is veelal van de parameters overgegaan op enkele gevallen.

Men dient echter te bedenken dat, de eigenschappen van een bepaald geval 1 overeen zullen komen met die van een ander geval 2 als daarin de parameters zullen overeenkomen met het eerste geval 1.

### Bijlage 5

U ziet daarop twee groepen krommen.

Elke kromme stelt het bovenste deel van de vloed-snelheidskromme van één bepaald geval voor.

Bepalen we ons voorlopig tot de rechtse groep.

De krommen behoren allemaal bij een bepaalde parameter

$\frac{a}{h}$ , terwijl de parameter  $\gamma$  varieert (hierdoor

variatie van de kombergingsoppervlakte van geval tot geval).

Bij een grotere  $B_k$  verschuift de vloed-snelheidskromme naar rechts, terwijl de top hoger wordt.

Dit is een gevolg van een sterke achter te blijven van het binnengetij ten opzichte van het buitengetij bij een grotere  $B_k$ .

Uit de computer uitvoer blijkt, dat gedeelten van de verschillende krommen een volkomen overlaat situatie betreffen.

Deze situatie treedt op, als de buitenwaterstand boven de drempel, de binnenwaterstand minstens  $1.5 \times$  overtreft.

De snelheid is dan alleen afhankelijk van de buitenwaterstand.

Aangezien de buitenwaterstand beweging bekend is, is dan ook de snelheid van volkomen overlaat op een zekere tijd  $t$  bekend, namelijk:

$$v = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot g \cdot H_z}$$



De verschillende volkomen overlaat snelheden blijken dan ook samen te vallen met deze 'volkomen overlaat kromme' (zie bijlage 5)

Deze 'volkomen overlaat kromme' geeft tevens de maximale snelheid aan die op het tijdstap  $t$  kan optreden.

Blijft nu de snelheidskromme om een bepaald geval lang genoeg samen vallen met deze kromme, dan zal de maximale snelheid de maximale volkomen snelheid zijn (bijlage 8)



Gebeurt dit nu voor gevallen met verschillende  $\gamma$  bij dezelfde  $\frac{a}{h}$ , dan worden dezelfde maximale snelheden verkregen.

De  $\gamma$  punten zullen dan samen vallen, en voor verschillende  $\frac{a}{h}$  het verloop van de maximale volkomen overlaat snelheden weergegeven. (zie bijlage 3, bij grote  $\frac{a}{h}$ ).

Wordt de  $\gamma$  kleiner, dan valt de vloedkromme vóór de maximale volkomen snelheid niet meer samen met deze kromme, en dan zal, zo blijkt uit de bijlage, ook de maximale snelheid in de periode niet bij een volkomen overlaat situatie behoren.

De binnenwaterstand komt wat sneller omhoog, zodat aan de volkomen overlaat voorwaarde sneller niet meer wordt voldaan.

Echter toch blijft de buitenwaterstand nog stijgen, zodat het verschil tussen binnen- en buitenwaterstand en daarmee de snelheid nog wat groter wordt.

Uit de bijlage blijkt ook nog dat het bij grote  $\gamma$ , door het naar rechts verschuiven, en tegelijk hoger worden van de kromme, mogelijk is dat juist niet meer aan de volkomen overlaat voorwaarde wordt voldaan.

Boven de groep krommen is een bij-behorende groep waterstanden aangegeven, waarin tevens de lijn staat getekend waar beneden de binnenwaterstand op een tijd  $t$  moet liggen, wil er van volkomen overlaat sprake zijn.

Bij een grote  $\gamma$  blijkt dit juist niet te gebeuren.

De linker groep krommen komt overeen met de rechter, behalve dat de snelheidtoppen scherper zijn.

noot Indien links van de snelheidtop geen volkomen overlaat situatie optreedt, zal dat ook rechts daarvan niet het geval zijn : de buitenwaterstand daalt daar, terwijl de binnenwaterstand nog stijgt, zodat de volkomen overlaat voorwaarde niet meer kan gaan gelden.

#### Bijlage 6

Zoals hiervoor besproken, behoeft de maximale instromende snelheid niet volkomen te zijn.

Heeft men nu een te grote tijdstap voor het computer - programma gebruikt, of is de tijd dat de snelheid niet meer volkomen is maar toch nog iets groter wordt zeer kort, dan bestaat de kans dat over de maximale stroomsnelheid wordt heen gestapt, en de wat lagere stroomsnelheid, behorend bij een volkomen overlaat situatie wordt afgedrukt als een maximale snelheid.

In het algemeen echter dient de gehele periode uitgevoerd te worden, als men wil weten, of er in de vloedperiode ergens een volkomen overlaat situatie optreedt.

Vooraf bij grote  $\frac{a}{h}$  treden er ook gevallen op, waarin de maximale stroomsnelheid wel volkomen is.

In de vloedperiode kan men dus twee gevallen onderscheiden :

- 1) ergens in de vloedtijd treedt een volkomen overlaat situatie op .
- 2) de maximale vloodsnelheid behoort bij een volkomen overlaat : Deze situatie is bij bijlage 5 besproken.

In de ebperiode echter, is de volkomen overlaat snelheid alleen afhankelijk van de dalende binnenwaterstand. Na het bereiken van de volkomen overlaat zal dan de snelheid alleen nog maar afnemen, terwijl de snelheid vóór de volkomen overlaat periode toeneemt. De snelheid aan het begin van die volkomen periode zal daarom altijd de maximale zijn.

Voor de ontwerper is het van belang te weten of er kans bestaat voor het ontstaan van de volkomen overlaat. Hierbij immers blijft de waterstroom vaak tegen de dam aanliggen en via de storte bedden naar het onbeschermd bodem-materiaal stromen, waardoor grote ontgrondingen kunnen optreden.



Op bijlage 6 is aangegeven bij welk deel van de  $\gamma$  lijnen niet, en bij welk deel wél van een volkomen overlaat sprake is.

Tussen de twee gebieden bestaat een overgang.

Op bijlage 6 is het gebied waar zich deze overgang bevindt aangegeven.

Uit berekeningen met een andere sluitgatbreedte-periode en getij-amplitude bleek dat de tijd van volkomen overlaat (computeruitvoer nr 1) met dezelfde verhouding als de nieuwe getij-amplitude tot de vorige getij-amplitude ( $2 \cdot M2/M2$ ) toe te nemen.

Hiermee is echter nog niet bewezen dat de overgang op het diagram voor alle gevallen dezelfde is.

De overgang geldt daarom voorlopig alleen voor gevallen met een

1. sluitgatbreedte van 1000 m
2. een M2-getij
3. en een getij-amplitude = 1 m

## Bijlage 7

Om de ligging van de volkomen - onvolkomen overgang te verklaren wordt een paar lijnen uit het  $\gamma$  diagram bekeken. Ter vereenvoudiging van de bespreking hiervan zijn op de lijnen een aantal punten onderscheiden.

### Punt 1 en 6

De verhouding  $\frac{a}{h}$  is vrij klein zodat bij de gekozen  $\gamma$  de  $\frac{V_{\max}}{V_h}$  slechts gering is.

### Punt 2 en 7

De invloed van het hoger worden van de drempel gaat zich duidelijk aftekenen, door een sterkere kromming in de  $\gamma$  lijnen.

### Punt 3 en 8

De  $\frac{V_{\max}}{\sqrt{h}}$  is reeds veel groter als bij de punten 2 en 7.

Echter de kromming is hier niet meer aanwezig, of liever, er is sprake van een buigpunt.

Na deze punten is zowel instromend als uitstromend sprake van de aanwezigheid van een volkomen overlaat situatie.

Deze situatie zal de snelheid en daarmee het totale debiet over de drempel beperken.

Voor het verloop van de krommen zijn verschillende factoren verantwoordelijk.

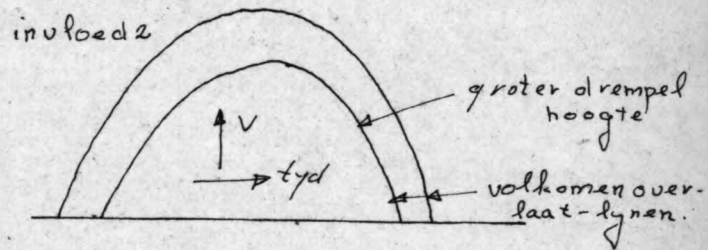
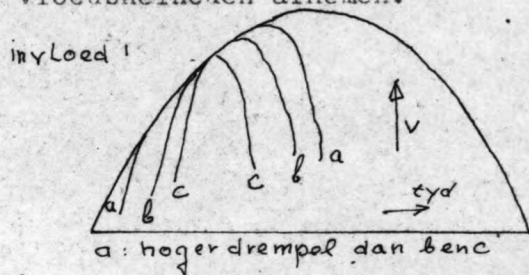
Beschouw eerst van de vloedkromme de punten 3, 4, 5

Door de beperking van het debiet over de drempel zal de periodieke schommeling van de binnenwaterstand gedempt worden.

Hierdoor worden de waterstandsverschillen groter, en zal eerder en langer aan de volkomen overlaat voorwaarde voldaan worden.

Afgezien nu van een verkleinen van de snelheid door de drempelophoging, zal door deze grotere volkomen overlaat tijd, de volkomen overlaat kromme langer gevolgd worden, en zullen dus grotere snelheden ontstaan.

Echter doordat de drempelhoogte toeneemt, en daarmee de waterhoogte er boven afneemt, zullen ook de maximale volkomen overlaat snelheden, en daarmee de maximale vloedsnelheden afnemen.



Van deze twee genoemde invloeden wint nu de laatste hoe langer hoe meer, zodat na een zekere  $\frac{a}{h}$  de snelheden niet verder meer toenemen maar afnemen. punt 5.

Punten 8, 9, 10

De eblijn vertoont ongeveer hetzelfde beeld als de vloedlijn.

De verklaring is echter iets anders.

Bij een steeds grotere  $\frac{a}{h}$ , zal de binnenwaterstand steeds minder variëren, terwijl de gemiddelde binnenwaterstand omhoog gaat.

Bijna gedurende de gehele ebperiode zal van een volkomen overlaat sprake zijn. ( bijlage 8 )

Laat men de invloed van de drempelverhoging op de volkomen overlaat snelheid buiten beschouwing, dan zal door de binnenwaterstandstijging de snelheid toenemen.

Daar tegenover staat echter dat de drempeldiepte afneemt en daarmee de snelheid.

Ook hier zal op den duur de tweede factor zo'n overheersende rol gaan spelen, dat de maximale snelheid niet meer toe maar afnemen.

bijlage 3 In het eb gedeelte van het  $\gamma$  diagram, bij grote  $\frac{a}{h}$

ziet men een door elkaar lopen van de  $\gamma$  lijnen.

Neemt men nu een bepaalde  $\frac{a}{h}$  verhouding, en volgt men

de daarbij behorende vertikaal, dan ziet men bij opeenvolgende  $\gamma$ 's, dat de vertikale onafhankelijke variabele aanvankelijk nog toeneemt, maar dan na een zekere waarde afneemt.

De verklaring hiervoor werd aanvankelijk gezocht in een nog niet helemaal ingespeeld zijn van de betreffende gevallen.

Immers, slechts drie perioden werden doorgerekend.

Voor grote  $\gamma$  waarden werden toen verscheidene gevallen overgerekend met een groter aantal perioden, terwijl de beginfout gevarieerd werd.

Wel was het bereikte resultaat van de eerste berekening met drie perioden iets anders, doch tussen de verscheidene berekeningen met meerdere perioden (zes en twaalf perioden) was tot in de derde decimaal (m/sec) nauwelijks een verschil aanwezig.

Echter het beeld van door elkaar lopende  $\gamma$  lijnen bleef bestaan.

De afname van de vertikaal onafhankelijke parameter bij groter  $\gamma$  moet dan ook anders verklaard kunnen worden.

Hiertoe werden een aantal gevallen nader onderzocht.



Bijlagen 8, 9, 10

Hierop staan	de snelheden	bijlage 8
	de debieten	bijlage 9
	de waterstanden	bijlage 10

bij wisselende komoppervlakken, en overigens dezelfde omstandigheden.

#### Bijlage 8

In het ebgedeelte van de kromme ziet men dat een groot deel in beslag wordt genomen door de volkomen overlaat situatie. Dit is een geval van de vrij hoge drempel, waardoor aan de volkomen overlaat voowaarde snel wordt voldaan. Verder ziet men dat de overgang tussen onvolkomen naar volkomen overlaat met een scherpe knik in de snelheidslijn plaats vindt.

Doordat de snelheid bij volkomen overlaat hier alleen afhankelijk is van de binnenwaterstand, zal, doordat de binnenwaterstand alleen maar afneemt, ook de snelheid alleen maar afnemen.

Dus de snelheid neemt hier toe tot de volkomen overlaat situatie waarna de snelheid met een scherpe overgang afneemt.

Men ziet ook dat de maximale snelheid bij een groter kombergingsgebied aanvankelijk nog toeneemt, maar na een zekere kombergwaarde steeds kleiner wordt.

Aan het einde van de volkomen overlaat periode blijkt dat zich juist het omgekeerde voordoet.

De debieten-lijnen geven hetzelfde beeld.

Stel nu, dat men een oneindig groot gebied heeft.

De waterstand in dat gebied is op het niveau, welke in het oneindige bereikt wordt ( evenwichtsstand ).

Een toe- of afstroming doet dan deze waterstand een oneindig kleine hoogte  $\Delta h$  wisselen.

Neem bovendien een vrij hoge drempel ten opzichte van de getijamplitude.



Voor de snelheden heeft dit dan de volgende gevolgen.

#### Instromend

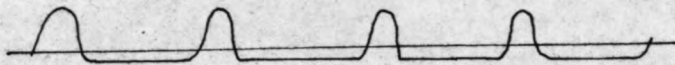
De snelheid zal bij de gegeven binnenwaterstand, variëren met de buitenwaterstand.

#### Uitstromend

De snelheid zal aanvankelijk alleen afhankelijk zijn van de variërende buitenwaterstand, en de constante binnenwaterstand.

Echter zodra de volkomen overlaat situatie bereikt wordt, is de snelheid alleen nog maar afhankelijk van de binnenwaterstand.

Aangezien deze constant is, zal ook de snelheid constant van grootte blijven.



De vermindering in de binnenwaterstand variatie bij groter gebieden komt op bijlage 10 tot uiting.

Ook door de hoge drempel ten opzichte van de buitenwaterstand ontstaat een mindere variatie van de binnenwaterstand, zowel voor een groot, als een wat kleiner gebied.

#### Bijlage 10

De gemiddelde binnenwaterstand is voor de verschillende gevallen weinig variërend.

Als gevolg hiervan, zijn de verschuivingen in de kentèring slechts gering: de vloedperiode, komt voor de verschillende gevallen ongeveer met elkaar overeen.

Doordat bovendien het debiet in de vloedtijd voornamelijk bij een volkomen overlaat situatie behoort, is het afhankelijk, van de buitenwaterstand.

Ook het totale debiet zal dan niet veel veranderen.

In de evenwichtsituatie is het vloeddebiet gelijk aan het ebdebiet.

Bij grotere gebieden, en overigens dezelfde omstandigheden, vervlakt de ebsnelheid steeds meer, terwijl het totale debiet toch ongeveer hetzelfde blijft.

De maximale snelheid moet daarom afnemen.

De voorbeelden op de bijlagen 8, 9, 10 betreffen weer speciale gevallen : de parameter  $\frac{a}{h}$  is constant, terwijl  $a$  en  $h$  ook constant zijn.

Echter het resultaat zal bij andere  $a$  en  $h$ , doch dezelfde  $\frac{a}{h}$  verhouding en dezelfde  $\gamma$ , eenzelfde parameter

$\frac{V \text{ max}}{\sqrt{h}}$  opleveren.

De schrijver



r. j. de jong

Literatuur-opgave.

(1) E. Stiefel

Einführung in die Numerische Mathematik

B.G. Teubner Verlagsgesellschaft - Stuttgart

(2) Tidal Velocities across a partly completed barrage

by A. Roy Halliwell

Journal of The Hydraulics Division

Proceedings of The American Society of Civil

Engineers 5427 September 1967

(3) E. Buckingham, Model Experiments

and The Form of Empirical Equations

Trans ASME vol. 37, pp 263 - 296, 1915

