

4400
TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT

V L I E G T U I G B O U W K U N D E

Memorandum M-127

Het effect van centrale afzuiging in een cirkelcilindrische
pijp op het snelheidsverloop langs de wand, gemeten in een
electrisch analoog model.

door E. Dobbinga

Delft-Nederland

juli 1968

Samenvatting:

Met centrale afzuiging wordt hier bedoeld: afzuiging toegepast in het midden van de stroming door een kanaal. De beschreven metingen hadden ten doel het effect van een dergelijke afzuiging op het snelheidsverloop langs de wand van een cirkelcilindrische buis na te gaan ten behoeve van het voorontwerp van een z.g.n. "grenslaag-pijp"tunnel dat in lit. 1 is behandeld.

De resultaten van de metingen wijzen uit dat het effect op het snelheidsverloop langs de wand bij de drie onderzochte vormen van centrale afzuiging een grote mate van analogie vertoont met het gemakkelijk berekenbare effect van een geconcentreerde twee-dimensionale put midden tussen twee evenwijdige vlakke wanden.

De metingen zijn uitgevoerd aan een electricch analoog model: een gelijkvormig model waarin de luchtstroming door een electricch stromingsveld in water is vervangen. De toegepaste eenvoudige meetmethode werkte slechts matig bevredigend; enige punten van kritiek en voorstellen tot verbetering zijn in het rapport opgenomen.

<u>Inhoud:</u>	blz.
Samenvatting.	I
Notaties.	III
1. Inleiding.	1
2. De beproevingsopstelling; het model.	2
3. De meetmethode en de uitwerking	4
3.1. De meting van het verloop van ϕ met x langs de wand.	4
3.2. De bepaling van de effectieve x -coördinaat van de contactpunten.	5
3.3. De uitwerking van de metingen met afzuiging.	5
4. Bespreking van de resultaten; vergelijking met berekeningen	8
4.1. Algemeen.	8
4.2. Centrale afzuiging met frontinlaat.	9
4.3. Centrale afzuiging met zijinlaat.	10
5. Kritiek op de toegepaste meetmethode.	12
6. Literatuur	14
tabellen 1 en 2.	
figuren 1 t/m 8	
Toevoegsel A: "Over het effect van een geconcentreerde drie-dimensionale put in het hart van een kanaal met vierkante doorsnede".	
tekstst: blz. A1 t/m A5	
tabellen A1 en A2.	

Notaties:

B	afstand tussen de twee evenwijdige wanden in het twee-dimensionale vergelijkingsgeval waarbij een geconcentreerde tweedimensionale put zich midden tussen de wanden bevindt;
$\frac{1}{2}B'$	afstand tussen de binnenwand van de de tunnelbuis t.p.v. het elektrisch contactpunt bij $x = x_a$, en de buitenwand van de centrale afzuigbuis (zie fig.4.) (Deze afstand is alleen opgemeten voor het geval van de zijinlaat; nominaal is $\frac{1}{2}B'$ gelijk aan $\frac{1}{2} [D-d]$)
b	breedte van een kanaal met vierkante doorsnede (in toevoegsel A)
δc	storingssnelheid, geïnduceerd door 1 drie-dimensionale put (in toevoegsel A)
D	inwendige diameter van de tunnelpijp
d	uitwendige diameter van de centrale afzuigbuis
d_i	inwendige diameter van de centrale afzuigbuis
i_x	electrische stroomsterkte (component in x-richting)
n	volgnummer van de electrische contactpunten in de wand van de tunnelbuis; $n = (x_n - x_a)/D$
Q	putsterkte (in toevoegsel A)
R	afstand tussen een bepaalde put en een punt P van de kanaalwand (in toevoegsel A).
r	= R voor punten P in de doorsnede $x = x_a$ (in toevoegsel A)
V_1	snelheid in de tunnelbuis ver stroomopwaarts van de afzuigopening
V_2	snelheid in de tunnelbuis ver stroomafwaarts van de afzuigopening
w	snelheid langs de wand van de tunnelbuis (buiten de grenslaag)
x	coördinaat in stromingsrichting
x_a	waarde van x voor de afzuigopening in de centrale afzuigbuis
x'	waarde van x voor een put (bij berekeningen)
x_n	waarde van x voor het contactpunt n in de wand van het model van de tunnelbuis

y', z'	coördinaten voor een put (werkelijk of gespiegeld) (in toevoegsel A)
y_p, z_p	coördinaten van een punt P van de kanaalwand (toevoegsel A)
ϕ	potentiaal
$\Delta \phi_n$	aanwijzing van de buisvoltmeter voor het geval de klem R (fig.4) met het contactpunt n was verbonden.

1. Inleiding.

Het beschreven onderzoek omvat enkele oriënterende metingen ten behoeve van het in lit. 1 behandelde voorontwerp van een nieuwe kleine windtunnel een z.g.n. "grenslaag-pijp tunnel". Deze tunnel moet zo worden ingericht dat het verloop van de snelheid w langs de wand in stromingsrichting op eenvoudige wijze kan worden gewijzigd. Met name moeten toestanden kunnen worden ingesteld waarbij de snelheid w in stromingsrichting afneemt. Het plan bestaat dit te bereiken door toepassing van "centrale afzuiging" waarbij een deel van de door de tunnelpijp stromende lucht door een zich centraal in de tunnelpijp bevindende afzuigbuis wordt afgezogen.

Voorlopig wordt slechts aandacht geschonken aan twee eenvoudige uitvoeringsvormen, beide met een cilindrische centrale afzuigbuis en beide met afzuiging door slechts een enkele opening. Deze vormen zijn

- 1^e afzuiging door het open vooreind van de afzuigbuis ("frontinlaat");
- 2^e afzuiging door een enkele ringvormige spleet in de wand van de centrale afzuigbuis ("zijinlaat").

Deze situaties zijn in fig. 1 en 2 geschetst.

Het ligt voor de hand aan te nemen dat omtrent de aard van de invloed van deze afzuiging op het snelheidsverloop langs de tunnelwand op eenvoudige wijze een eerste indruk kan worden verkregen door vergelijking met de situatie van een geconcentreerde twee-dimensionale put in een stroming tussen evenwijdige vlakke wanden, een situatie die gemakkelijk voor berekening toegankelijk is.

Teneinde globaal na te gaan in hoeverre inderdaad kan worden gesproken van een analogie tussen het eenvoudige twee-dimensionale geval en de werkelijke drie-dimensionale situatie in de tunnel werden de hieronder beschreven metingen uitgevoerd.

Daarbij werd voor een cirkelcilindrische tunnelpijp met centrale afzuiging het snelheidsverloop langs de wand gemeten voor een reeks verschillende afzuigsterkten. De verhouding d/D van de diameter d van de centrale afzuigbuis tot die van het tunnelkanaal (D) was voor alle modeltoestanden gelijk, n.l. 0,24. De metingen werden uitgevoerd voor de drie, in fig. 3 geschetste vormen van de afzuigopening.

2. De beproevingsopstelling; het model.

De stroming die zich onder invloed van de "putwerking" van de afzuiging instelt mag als een potentiaalstroming worden behandeld; de metingen konden daarom aan een electricch analoog model worden uitgevoerd.

Voor een schema van de beproevingsopstelling kan naar fig. 4 worden verwezen.

Het model, dat gelijkvormig is met de ontworpen windtunnel met centrale afzuiging, bestond uit twee electricch niet-geleidende pijpen: een "tunnelpijp" met een inwendige diameter van 154 mm en concentrisch daarmee een "centrale afzuigpijp" met een uitwendige diameter van 40 mm en een wand dikte van ongeveer 5 mm (de wanddikte was niet overal even groot).

De "tunnelpijp" die verticaal is opgesteld, is aan de onderzijde afgesloten door een messing eindschijf 1; de buis was geheel gevuld met leidingwater.

In het bovendeksel van de tunnelbuis was de "afzuigbuis bevestigd; de afzuigopening van deze buis bevond zich op halver hoogte van de tunnelbuis bij $x = x_a$. De coördinaat x wordt in de langsrichting van de tunnelbuis gemeten; positief naar boven.

Bovenin het model maar onder de waterspiegel bevonden zich twee elektroden: een messing eindplaat 3 in de dunne afzuigbuis en een ringvormige koperen eindplaat 2 in de ruimte tussen de afzuigbuis en de tunnelpijp.

Tussen de eindplaten 1 en 3 werd d.m.v. een regelbare transformator die uit het lichtnet werd gevoed, een passend potentiaalverschil $\phi_3 - \phi_1 = E$ ingesteld.

Door middel van de schuifweerstand (fig. 4) kon aan de eindschijf 2 elke gewenste potentiaal ϕ_2 tussen de waarden ϕ_1 en ϕ_3 worden gegeven. Onder invloed van deze potentiaalverschillen ontstaat in het model een electricch stromingsveld dat, wanneer het geleidend medium (water) homogeen is, kan worden opgevat als een gelijkvormig model van een wrijvingsloze stroming van een incompressibel medium door een windtunnel met passend ingestelde centrale afzuiging. Naarmate ϕ_2 dichter bij ϕ_3 wordt ingesteld, wordt de "afzuigsterkte" kleiner.

In elk punt van het electricch model geldt voor de stroomsterkte i_x in x -richting: $i_x = (\text{constante}) \cdot d\phi/dx$; waarbij de constante voor elk punt van het veld dezelfde waarde heeft.

Het verloop van de stromingssnelheid w langs de tunnelwand wordt afgeleid uit het verloop van ϕ langs de wand. Om de meting van dit verloop mogelijk te maken waren in de tunnelwand 25 messing contactpunten aangebracht. De diameter van het eind dat met het water in contact was was ongeveer 1 mm.

De contactpunten worden aangeduid met het volgnummer n waarvan de waarde gelijk is aan $(x_n - x_a)/D$

hierin is x_n de x -coördinaat van het beschouwde contactpunt
 x_a de x -coördinaat van de afzuigopening
 D de inwendige diameter van de wijde tunnelbuis.

Contactpunten bevonden zich in de punten waarvoor $n(\text{nominaal}) = -3; -2; -1; +1; +2$ en $+3$ en voorts tussen -1 en $+1$ op onderlinge afstanden van $0,1 D(\text{nominaal})$.

De werkelijke "effectieve" plaats van de contactpunten werd door ijking bepaald (zie par. 32)

Aangezien bij gelijkvormige toestanden de stromingssnelheden in de windtunnel evenredig zijn met de waarden van i in overeenkomstige punten van het model en bovendien bij de uitwerking van de resultaten slechts snelheidsverhoudingen van belang zijn kan bij de uitwerking in plaats van met de snelheden direct met de waarden van $d\phi/dx$ worden gewerkt.

Ter oriëntering is in de figuren 5a, 5b en 5c een voorbeeld gegeven van een gemeten verloop van ϕ met x langs de wand van de tunnelpijp. In het gebied ver stroomopwaarts van de afzuigopening verloopt ϕ lineair met x ; de snelheid is daar constant: $V_1 \sim d\phi/dx_1$.

In de buurt van de afzuigopening neemt $d\phi/dx$ met toenemende x af. Verder stroomafwaarts wordt $d\phi/dx$ weer constant; de snelheid is daar gelijk aan V_2 .

3. De meetmethode en de uitwerking.

3.1. De meting van het verloop van ϕ met x langs de wand.

Het verloop van ϕ langs de wand van de tunnelpijp werd gemeten met een buisvoltmeter. Met de gebruikte schakeling bleek het niet mogelijk direct potentiaalverschillen tussen twee contactpunten te meten. Wel konden soms bruikbare resultaten worden verkregen wanneer de geaarde klem van de buisvoltmeter (z in fig. 4) bij alle aflezingen met hetzelfde contactpunt was verbonden en de andere contactpunten achtereenvolgens met de andere klem R werden verbonden.

In dat geval werden blijkbaar potentiaalverschillen gemeten ten opzichte van een constante referentiepotentiaal. Merkwaardig was echter, dat wanneer de aanwijzing van de voltmeter werd uitgezet tegen het verschil Δx van de x-waarden van de beide contacten waarmee de voltmeter was verbonden: extrapolatie naar $\Delta x = 0$ niet een aanwijzing nul opleverde, maar een aangewezen spanningsverschil waarvan de grootte veranderde wanneer de geaarde klem met een ander contactpunt werd verbonden.

De schakeling werkte eigenlijk alleen min of meer bevredigend wanneer de geaarde klem van de voltmeter met een van de grote eindplaten was verbonden. Op een enkele uitzondering na was de geaarde klem Z van de voltmeter bij alle in dit rapport verwerkte metingsseries verbonden met de ringvormige koperen eindplaat 2 tussen de afzuigbuis en de tunnelwand (fig. 4). De uitzondering wordt gevormd door metingsserie 2 (vermeld in tabel 2a en fig. 6) waarbij de klem Z met het contact punt n = 3 was verbonden.

Met $\Delta\phi_n$ wordt in het volgende bedoeld de aanwijzing van de voltmeter wanneer de niet-geaarde klem verbonden was met het contactpunt waarvan $(x - x_a)/D$ de waarde n heeft.

Een groot bezwaar van de gebruikte schakeling was dat de aanwijzingen van $\Delta\phi$ varieerden met de netspanning. Om de invloed van mogelijke variaties van deze spanning te kunnen elimineren werden de waarnemingen steeds als volgt uitgevoerd:

Achtereenvolgens werden de $\Delta\phi$ -waarden voor alle contactpunten in de tunnelwand gemeten; daarbij werd echter steeds na elk tweetal waarnemingen een controle meting van $\Delta\phi_{-3}$ uitgevoerd.

Bij de uitwerking werd alleen gebruik gemaakt van die metingsseries waarbij $\Delta\phi_{-3}$ niet meer dan 0,4% was verlopen.

De afgelezen waarden $\Delta\phi$ van de wel uitgewerkte series werden naar een

constante waarde van $\Delta\phi_{-3}$ herleid; de aldus gecorrigeerde waarden werden, zoals aangegeven in het voorbeeld van fig.5, in grafiek uitgezet op de effectieve waarden van $(x_n - x_a)/D$.

3.2. De bepaling van de effectieve x-coördinaat van de contactpunten.

De bepaling van de effectieve waarden van x_n vond plaats in een model-situatie met lange doorlopende centrale afzuigbuis met zijinlaat. Bij de ijking werd de verbinding tussen de transformator en de eindplaat 3 losgenomen zodat geen "afzuiging" plaats vond. In dat geval is, wanneer aan de eindplaten 1 en 2 een spanningsverschil wordt gegeven, de stroomsterkte in alle dwarsdoorsneden van de ruimte tussen de tunnelbuis en de centrale pijp gelijk en is $d\phi/dx$ dus constant.

De aanwijzing $\Delta\phi_n$ moet in dat geval lineair met $(x_n - x_a)/D$ verlopen. Ter controle van deze lineariteit werden drie metingsseries uitgevoerd waarvan een bij een spanningsverschil $\phi_2 - \phi_1$ van 30 volt en een bij een spanningsverschil van slechts 2 volt. In elk van deze gevallen bleken bijna alle meetpunten inderdaad op rechte lijnen te liggen. Slechts de waarden voor $n = 0; -0.1; -0.2$ en -0.5 vertoonden een systematische afwijking. Er werd aangenomen dat deze afwijking een gevolg was van een fout in de opgegeven x_n coördinaat; bij de verdere uitwerking van de metingen werd voor x_n effectief die waarde aangehouden waarbij de bij de ijking gevonden meetpunten zo goed mogelijk pasten bij de door de overige meetpunten gaande rechten.

De gecorrigeerde punten waren; $n = 0$; $x_n \text{ eff} = -0,007 D$

-0,1	-0,103
-0,2	-0,205
-0,5	-0,485

Opmerking: $0,005$ in $(x - x_a)/D$ komt overeen met $0,8$ mm.

3.3. De uitwerking van de metingen met afzuiging.

Voor elk van de drie onderzochte afzuigopeningen die in fig. 3 zijn geschetst werden metingsseries verricht bij verschillende waarden van V_2/V_1 .

Voor het begin van een meting werd de potentiaal ϕ_2 zo ingesteld dat de verhouding $(d\phi/dx)_{x \gg x_a}$ tot $(d\phi/dx)_{x \ll x_a}$ bij benadering gelijk was aan de gewenste waarde van V_2/V_1 .

Daarna werd het ϕ verloop langs de wand bepaald op de in par. 3.1. aangegeven wijze.

Als voorbeeld is in fig. 5 voor de metingsserie 27 (zijinlaat; $V_2/V_1 = 0,4$) het gemeten verloop van $\Delta\phi$ met $(x - x_a)/D$ gegeven.

De helling in het gebied tussen $n = -3$ en $n = -0,5$ is een maat voor de snelheid V_1 stroomopwaarts; de helling tussen $n = +0,5$ en $+0,3$ is een maat voor V_2 ; in het algemeen lagen de gemeten punten in deze gebieden goed op rechte lijnen zodat de nauwkeurige bepaling van V_1 en V_2 geen moeilijkheden gaf.

Het verloop van de snelheid w langs de wand in het interessante gebied van x in de buurt van x_a werd bepaald door in enige punten, in de regel bij waarden van $(x - x_a)/D$ gelijk aan $-0,2$; $-0,1$; 0 ; $+0,1$; $+0,2$ en $0,3$, de helling van de raaklijn aan de door de meetpunten getrokken kromme te meten. Slechts bij de uitwerking van de series 2 en 29 waarbij enkele meetpunten een opvallend vreemde ligging vertoonden werd uitgegaan van een vloeiend gestrookte, niet door alle meetpunten gaande kromme. (dit is in de figuren 6 en 8 aangegeven met "waarden gestrookt"). De verkregen waarden van w zijn herleid tot waarden van de dimensieloze grootheid: $(w - V_2)/(V_1 - V_2)$; de waarden daarvan voor de drie onderzochte modelconfiguraties zijn in tabel 2 vermeld. Zij zijn bovendien in de figuren 6, 7 en 8 grafisch op $(x - x_a)/D$ uitgezet.

De bepaling van de helling van de raaklijnen in figuren als fig. 5, dus van w , was in het algemeen niet nauwkeurig mogelijk. In de eerste plaats is dit een gevolg van het feit dat zich in het gebied dat interessant bleek te zijn (n.l. tussen $n = -0,3$ en $n = +0,3$) veel te weinig contactpunten bevonden. Voorts was de nauwkeurigheid waarmee ϕ kon worden gemeten klein.

Om een indruk te geven van het mogelijke effect van afleesfouten is in fig. 5b aangegeven welke variatie in $\Delta\phi_n$ in dat geval overeenkomt met een schaaldeel van de voltmeter.

Wanneer in een bepaald contactpunt n een afleesfout van $0,1$ schaaldeel wordt gemaakt dan zal dit t.p.v. de contactpunten $n - 1$ en $n + 1$ een fout in $d\phi/d[(x - x_a)/D]$ tot gevolg hebben die ongeveer gelijk is aan

$$\frac{\delta\phi}{\text{overeenkomend met } 0,1 \text{ schaaldeel}} \\ 0,2$$

Uit de waarde hiervan is voor de verschillende metingsseries een z.g.n. "mogelijke fout" $\delta(w - V_2)/(V_1 - V_2)$ berekend; de verkregen waarden zijn in de figuren 6, 7 en 8 vermeld.

Naarmate het verschil tussen V_2 en V_1 kleiner wordt neemt deze mogelijke fout sterk toe. Als gevolg daarvan was het niet mogelijk die metingen waarbij V_2/V_1 slechts weinig van 1 verschilde bevredigend uit te werken. Alleen de resultaten van de metingen bij grote afzuigsterkten waarbij V_2 kleiner was dan $0,7 V_1$ zijn in dit rapport verwerkt. Dat de meetspreiding bij serie 29 in fig. 8 veel kleiner is dan de "mogelijke fout" doet verwachten, hangt samen met het feit dat reeds tijdens de uitwerking in dit geval is gestrookt.

4. Bespreking van de resultaten; vergelijking met berekeningen.

4.1. Algemeen.

Ter vergemakkelijking van de interpretatie van de metingsresultaten, die voor directe herleiding tot bijv. waarden van dw/dx_{\max} niet nauwkeurig genoeg waren, is het gemeten verloop van de grootheid $(w - V_2)/(V_1 - V_2)$ met $(x - x_a)/D$ vergeleken met het verloop dat voor enkele geïdealiseerde gevallen is berekend.

In eerste instantie werd daarbij uitgegaan van een "twee-dimensionale" situatie, n.l. centrale afzuiging door een geconcentreerde twee-dimensionale put midden in een stroming tussen twee evenwijdige vlakke wanden op een onderlinge afstand B.

Naar uit lit. 1 en 3 kan worden afgeleid geldt voor het verloop van de snelheid w langs de wand in stromingsrichting het hieronder gegeven verband:

$$\left[\frac{w - V_2}{V_1 - V_2} \right]_{2 - \text{dim}} = 0,5 - 0,5 \operatorname{tgh} \left\{ \frac{\pi(x - x')}{B} \right\} \quad (1)$$

Voor een serie waarden van $(x - x')/B$ zijn de met (1) berekende waarden van $(w - V_2)/(V_1 - V_2)$ in tabel 1 gegeven.

Voor de maximale waarde van de snelheidsgradient geldt:

$$\left| \frac{dw}{dx} \right|_{\max} = \frac{V_1 - V_2}{\frac{2}{\pi} \cdot B} \quad (2)$$

Het is duidelijk dat de betrekkingen (1) en (2) niet voor een driedimensionale centrale afzuiging door een afzuigpijp van eindige diameter zullen gelden. Er werd echter gehoopt dat het werkelijke verloop in het driedimensionale geval althans in grote trekken bevredigend door een betrekking van de vorm (1) zou kunnen worden beschreven mits voor B een bij de werkelijke situatie passende waarde wordt ingevuld.

Teneinde een schatting te maken van deze effectieve waarde van B voor een drie-dimensionaal geval werd, de waarde van $(dw/dx)_{\max}$ berekend voor de situatie van een geconcentreerde drie-dimensionale put in het midden van de stroming door een kanaal met vierkante doorsnede. De berekening is in toevoegsel A gegeven. Uit de resultaten van de berekening

wordt de indruk verkregen dat bij een centrale afzuiging in een cirkelcilindrische pijp zou kunnen worden gewerkt met $B_{\text{effectief}} = 0,846.D$, waarin D de diameter van de tunnelpijp is.

4.2. Centrale afzuiging met frontinlaat.

Op grond van het voorgaande zou kunnen worden gehoopt dat de metingsresultaten voor centrale afzuiging met "frontinlaat" bij benadering zouden kunnen worden beschreven door:

$$\frac{w - v_2}{v_1 - v_2} = 0,5 - 0,5 \cdot \text{tgh} \left\{ \frac{\pi(x - x')}{0,846.D} \right\} \quad (3)$$

In deze formule is x' gebruikt in plaats van de coördinaat x_a van de voorrand van de afzuigbuis: het storingsveld zal bij afzuiging door een pijp met eindige diameter $d = 0,24 D$ niet symmetrisch zijn t.o.v. het vlak $x = x_a$ zodat x' en x_a verschillend kunnen zijn.

De getrokken kromme in fig. 6 (frontinlaat met rechthoekige neus) en de gestreepte kromme in fig. 7 (frontinlaat met scherpe rand), zijn uit (3) berekend. Om de beste overeenstemming met de gemeten punten te verkrijgen moest voor de rechthoekige neus worden gewerkt met een waarde $x' = x_a - 0,11.D$; bij de scherprandige inlaat was de verschuiving iets kleiner en was x' gelijk aan $x_a - 0,08.D$.

Het gemeten verloop wordt, vooral in fig. 6, door deze krommen redelijk goed beschreven. De spreiding in de meetpunten is echter zo groot dat het niet mogelijk is nauwkeurig aan te geven bij welke verhouding B/D de beste overeenstemming tussen berekening en werkelijkheid wordt verkregen. Om een indruk te geven van de in dit opzicht bestaande onzekerheid is in de figuren 6 en 7 door dunne stippellijnen ook het verloop gegeven dat uit (3) zou worden berekend wanneer voor B in plaats van $0,846.D$ de waarde D zou zijn ingevuld.

Bij de interpretatie van de metingsresultaten voor de situaties met open frontinlaat moet voorts worden bedacht dat bij de montage van de centrale buis weliswaar is getracht deze zo goed mogelijk concentrisch met de tunnelbuis op te stellen maar dat een directe meting van de plaats van de afzuigopening t.o.v. de tunnelwand niet mogelijk was zodat een kleine excentriciteit niet uitgesloten moet worden geacht.

Na afloop van de metingen met zijinlaat is de positie van de centrale buis voor dat geval wel gemeten via daartoe in de tunnelbuis geboorde openingen. De afstand $\frac{1}{2}B'$ (aangegeven in fig. 4) bleek daarbij 55,1 mm te zijn en dus iets kleiner te zijn dan $\frac{1}{2}(D - d) = 57$ mm.

Frontinlaat met rechthoekige voorrand (fig. 3a en 6)

De getrokken lijn in fig. 6 geeft het gemeten verloop, vooral dat voor de nauwkeurigste serie (18) goed weer. Voorlopig wordt, in afwachting van eventueel later uit te voeren nauwkeuriger en vollediger metingen, aangenomen dat bij centrale afzuiging door een open frontinlaat met stompe rand (althans bij de verhouding $d/D = 0,24$ waarvoor de metingen gelden en bij de onderzochte kleine waarden van V_2/V_1) met een effectieve breedte $B = 0,846.D$ mag worden gerekend.

Er moet worden verwacht dat bij grote waarden van V_2/V_1 , weinig kleiner dan 1, afwijkingen zullen optreden als gevolg van de verdringingswerking van de dikke, stompe inlaatrand.

Frontinlaat met scherpe rand (fig. 3b en 7).

Bij de interpretatie van de in fig. 7 gegeven resultaten is vooral gelet op de punten voor de nauwkeurigste serie: 23.

Het blijkt dat het gemeten verloop het beste door een formule van type (1) wordt beschreven wanneer voor de effectieve breedte B de waarde 0,73.D wordt ingevuld, en voorts: $x' = x_a - 0,08.D$.

De factor 0,73 is hier kleiner dan de factor 0,846 die bij de inlaat met rechthoekige neus redelijk voldeed. Blijkbaar vertoont de werking van de scherprandige frontinlaat, althans bij kleine waarden van V_2/V_1 enige analogie met die van de hierna beschreven zijinlaat waarvoor een factor 0,72 het best bleek te voldoen. Mogelijk vertoont het effect van afzuiging via een scherpe inlaatrand bij kleine waarden van V_2/V_1 inderdaad meer analogie met dat van putten ter plaatse van de scherpe rand dan met het effect van een geconcentreerde put in het hart van de tunnel.

4.3. Centrale afzuiging met zijinlaat. (fig. 3c en 8)

De meetspreiding in fig. 8 is veel geringer dan die in de figuren 6 en 7. Een verklaring hiervoor kan niet worden gegeven. Mogelijk hangt dit samen met een toeneming van meetroutine; de configuratie met zijinlaat is n.l. het laatst gemeten.

De afzuiging door een zijinlaat in een lange doorlopende centrale afzuigbuis heeft een zeker twee-dimensionaal karakter; wanneer d slechts weinig kleiner zou zijn dan D dan zou mogen worden verwacht dat het snelheidsverloop geheel zou overeenstemmen met (1) mits daarin voor B de waarde $D-d$ zou worden ingevuld. Met $D = 154$ mm en $d = 40$ mm zou dit overeenkomen met $B = 0,74.D$. Zoals in het voorgaande reeds werd vermeld was de centrale buis met zijinlaat niet geheel concentrisch met de tunnelbuis gemonteerd. De in fig. 4 met $\frac{1}{2}B'$ aangeduide afstand bleek 55,1 mm te zijn of $0,72.D$.

Het verloop dat uit (1) wordt berekend bij substitutie: $B = 0,72.D$ is in fig. 8 door een getrokken kromme gegeven.

De metingen blijken voortreffelijk met dit berekende verloop in overeenstemming te zijn.

Overeenkomstig de verwachting is bij de zijinlaat geen sprake van een verschuiving in x -richting zoals bij de open frontinlaten optrad; de gemeten kromme in fig. 8 gaat voor $x = x_a$ juist door 0,5 hetgeen betekent dat daar w juist gelijk is aan $(V_1 - V_2)/2$.

5. Kritiek op de toegepaste meetmethode.

Bij de metingen zijn verschillende moeilijkheden ondervonden als gevolg van onervarenheid; het was de eerste maal dat in het VTH-windtunnel laboratorium aan een met water gevuld electrisch analoog model werd gemeten. Hieronder zijn enkele van de verkregen ervaringen opgesomd.

1. Het gebruikte model was in verschillende opzichten niet goed aangepast aan de metingen:

a/ Van de 25 contactpunten in de tunnelbuis bevond zich slechts een zestal in het interessante gebied waarin de snelheid w langs de wand verandert.

Hierdoor werd de bepaling van w uit het $\phi - x$ verloop bemoeilijkt. Bij een eventuele voortzetting van de metingen dient het aantal contactpunten in het gebied tussen $n = -0,5$ en $n = +0,5$ aanzienlijk te worden uitgebreid, bijv. tot 30 a 40. Deze punten behoeven niet in een lijn te liggen.

b/ Bij de gebruikte meetschakeling zou het verder gunstig zijn geweest wanneer een korter model was toegepast. Omdat, zoals in par. 31 is vermeld, de klem Z van de buisvoltmeter aan een ver van de afzuigopening gelegen eindschijf bleek te moeten worden bevestigd, was voor het meten van ϕ - verschillen in de onmiddellijke omgeving van de doorsnede $x = x_a$ slechts een klein deel van de totale schaallengte van de voltmeter beschikbaar. Omdat zowel in het gebied $n = -3$ tot $n = -0,6$ als in het gebied tussen $n = +0,6$ en $n = +3$ de snelheid bij de meting constant bleek te zijn, zou het mogelijk en met het oog op de afleesnauwkeurigheid nuttig zijn geweest indien de eindschijf 2 bijv. tweemaal zo dicht bij de afzuigopening zou zijn aangebracht. In het bestaande model kan een wijziging als hier is bedoeld alsnog op eenvoudige wijze worden aangebracht.

c/ Indien het model niet zo kan worden gemaakt dat de centrale buis nauwkeurig concentrisch is met de tunnelbuis, dienen voorzieningen te worden getroffen om de plaats van de centrale buis nauwkeurig te kunnen vaststellen.

2. Het is wenselijk ervoor te zorgen dat de contactpunten schoon blijven en dat het water regelmatig, bijv. eenmaal per twee of drie dagen, wordt verversd. Bij de uitgevoerde metingen werd elke keer als het water werd verversd het model schoongemaakt door er gedurende 2 uur een oplossing van een etsmiddel ("Wyan dotte") in water in te laten staan;

er is niet systematisch nagegaan in hoeverre dit nodig was, maar de indruk werd wel verkregen dat dit een bruikbare procedure was.

Bij het vullen van het model voor het begin van de metingen moet water worden gebruikt dat reeds op kamertemperatuur is gebracht; dit spaart veel wachttijd. Voordat de metingen kunnen beginnen moet er temperatuur evenwicht in het model bestaan.

Bij het ontwerp van het model dient er o.m. voor te worden gezorgd dat het vullen, ledigen en schoonspoelen van alle delen van het model gemakkelijk kan plaats vinden.

3. Het is gelukt met de in het voorgaande beschreven eenvoudige meet-schakeling ten slotte enigszins vertrouwen wekkende resultaten te verkrijgen. Bij het inspelen op de opstelling zijn echter vreemde, ten dele niet reproduceerbare en ook niet verklaarde verschijnselen geconstateerd die grond geven voor een zekere argwaan met betrekking tot de bruikbaarheid van een dergelijke schakeling. In dit verband kan ook naar par. 3.1. worden verwezen: om redelijk goed te kunnen meten was het nodig dat de ge-aarde klem Z van de voltmeter was verbonden met een van de grote elektroden. Was deze klem Z met een van de kleine contactpunten verbonden dan werden soms (maar ook weer niet altijd) eigenaardige aanwijzingen verkregen. Mogelijk hangt dit samen met het feit dat een lage frequentie van 50 Hz is toegepast. Malavard (lit. 2) wijst erop dat in eenvoudige gevallen wel met een frequentie van 60 Hz kan worden gewerkt maar dat in het algemeen toepassing van 500 a loop Hz aanbeveling verdient. Het lijkt wenselijk bij voortzetting van dit type metingen op een hoge frequentie over te gaan.

Aangezien bijv. versnellingen door tweemaal differentieren van het gemeten ϕ - verloop worden verkregen moeten de metingen van ϕ verschillen bijzonder nauwkeurig zijn om een enigszins bevredigend eindresultaat te kunnen verkrijgen. De meetschakeling moet dan ook zo zijn dat een zeer hoge, een zo hoog mogelijke meetnauwkeurigheid wordt bereikt.

Hinderlijke veranderingen van de aanwijzing met de tijd als gevolg van variaties in de voedingsspanning moeten worden voorkomen, bijv. door toepassing van een geschikte brugschakeling.

6. Literatuur.

1. E. Dobbinga : "Grondslagen voor het ontwerp van een grenslaag-pijptunnel"; VTH-Memorandum M-126.
2. L.C. Malavard : "The use of rheoelectrical analogies in aerodynamics", AGARDograph 18 (Aug. 1956).
3. E. Dobbinga : "Over het gebruik van het drukverloop langs de tunnelzijwanden voor de berekening van de draagkracht en van de wandinvloed op de stuwdruk bij metingen aan een twee-dimensionaal model in een lage-snelheidstunnel", VTH-Memorandum M-72.

Het verloop van de snelheid w langs de wand van een twee-dimensionaal kanaal met breedte B , berekend voor het geval zich midden tussen de wanden een geconcentreerde twee-dimensionale put bevindt.

$\frac{x-x'}{B}$	$\operatorname{tgh} \frac{\pi (x-x')}{B}$	$\frac{w-V_2}{V_1-V_2}$	$0,846 \cdot \frac{x-x'}{B}$ x)
-1	-0,9963	0,9981	-0,846
-0,9	-0,9930	0,9965	-0,761
-0,8	-0,9869	0,9934	-0,677
-0,7	-0,9757	0,9878	-0,592
-0,6	-0,9548	0,9774	-0,508
-0,5	-0,9172	0,9536	-0,423
-0,4	-0,8501	0,9251	-0,338
-0,35	-0,8003	0,9001	-0,296
-0,3	-0,7363	0,8682	-0,254
-0,25	-0,6558	0,8279	-0,211
-0,2	-0,5569	0,7785	-0,169
-0,15	-0,4392	0,7196	-0,127
-0,1	-0,3042	0,6521	-0,085
-0,05	-0,1553	0,5779	-0,042
0	0	0,5	0
0,05		0,4221	0,042
0,1		0,3479	0,085
0,15		0,2804	0,127
0,2		0,2215	0,169
0,25		0,1721	0,211
0,3		0,1318	0,254
0,35		0,0999	0,296
0,4		0,0749	0,338
0,5		0,0414	0,423
0,6		0,0226	0,508
0,7		0,0122	0,592
0,8		0,0066	0,677
0,9		0,0035	0,761
1		0,0019	0,846

x = coördinaat in de richting van V_1

x' = x -coördinaat van de put

V_1 = snelheid ver stroomopwaarts van de put

V_2 = snelheid ver stroomafwaarts van de put

$$\frac{w-V_2}{V_1-V_2} = 0,5 - 0,5 \cdot \operatorname{tgh} \frac{\pi (x-x')}{B}$$

x) hulpgrootheid = $\frac{x-x'}{D}$ in vergelijking (3) voor frontinlaat.

Gemeten verloop van de snelheid w langs de wand.

Tabel 2a: Afzuiging door frontinlaat met rechthoekige neus:

V_2/V_1 (meetblad)		0,072 (18)	0,208 (19)	0,523 (2)
$\frac{x-x_a}{D}$		$\frac{w-V_2}{V_1-V_2}$		
-0,4		0,883	-	-
-0,3		0,828	0,807	0,781
-0,2		0,639	0,646	0,635
-0,1		0,487	0,472	0,445
0		0,324	0,346	0,3
0,1		0,176	0,225	0,210
0,2		0,097	0,084	0,123
0,3		-	-	0,035

tabel 2b: Afzuiging door frontinlaat met scherpe neus:

V_2/V_1 (meetblad)		0,024 (23)	0,496 (22)
$\frac{x-x_a}{D}$		$\frac{w-V_2}{V_1-V_2}$	
-0,3		0,873	0,836
-0,2		0,737	0,674
-0,1		0,528	0,529
-0,05		0,433	0,478
0		0,349	0,430
0,05		0,262	0,360
0,1		0,160	0,252
0,2		0,076	0,092

tabel 2c: Afzuiging door zijinlaat:

V_2/V_1 (meetblad)		0,041 (26)	0,086 (31)	0,400 (27)	0,697 (29)
$\frac{x-x_a}{D}$		$\frac{w-V_2}{V_1-V_2}$			
-0,3		-	0,932	0,930	0,943
-0,2		0,860	0,879	0,878	0,863
-0,1		0,722	0,727	0,720	0,723
0		0,503	0,515	0,496	0,518
0,1		0,294	0,303	0,305	0,283
0,2		0,154	0,167	0,156	0,156
0,3		0,086	0,049	0,079	0,047

fig. 1: Tunnel met centrale afzuiging door frontinlaat

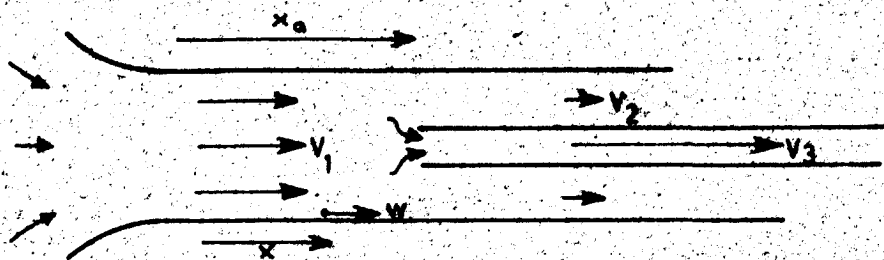


fig. 2: Tunnel met centrale afzuiging door zijinlaat

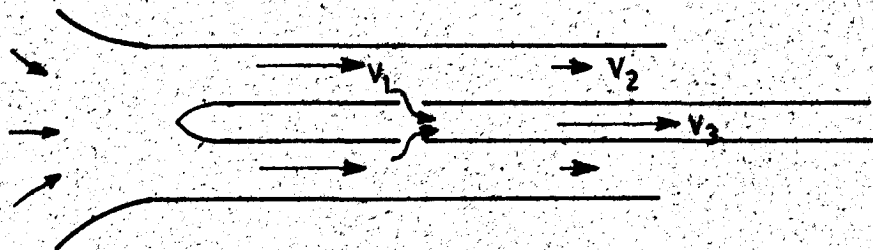


fig. 3 Onderzochte inlaatvormen (schaal 1:1)

fig. 3a Frontinlaat met recht afgesneden neus

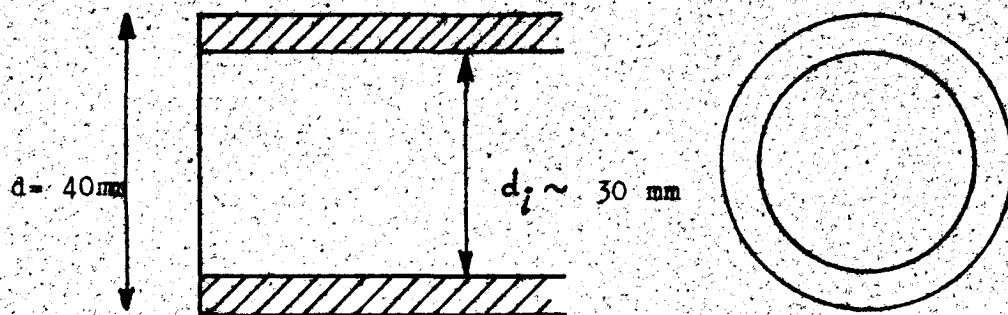


fig. 3b Frontinlaat met scherpe rand

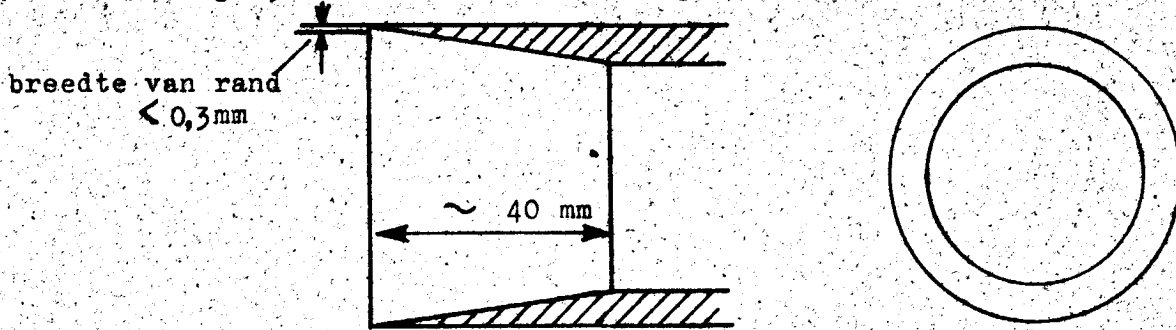
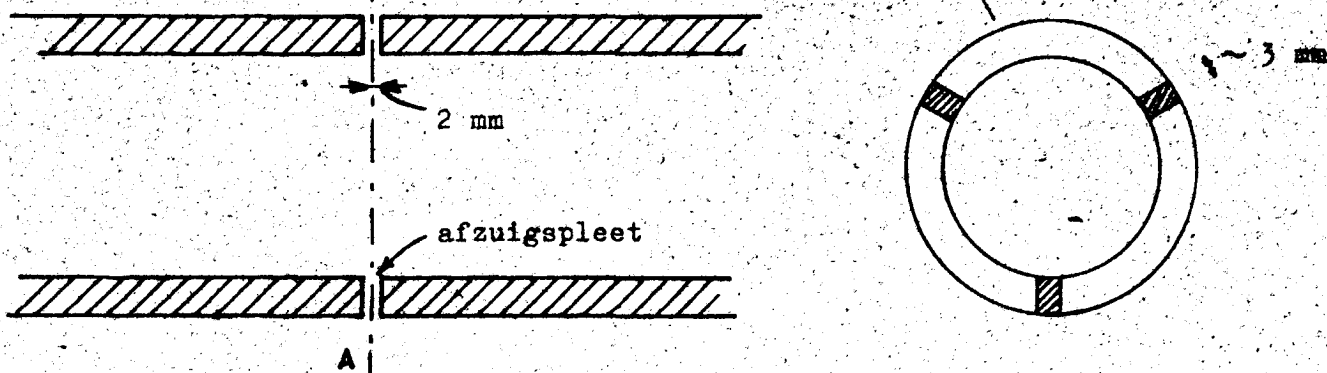
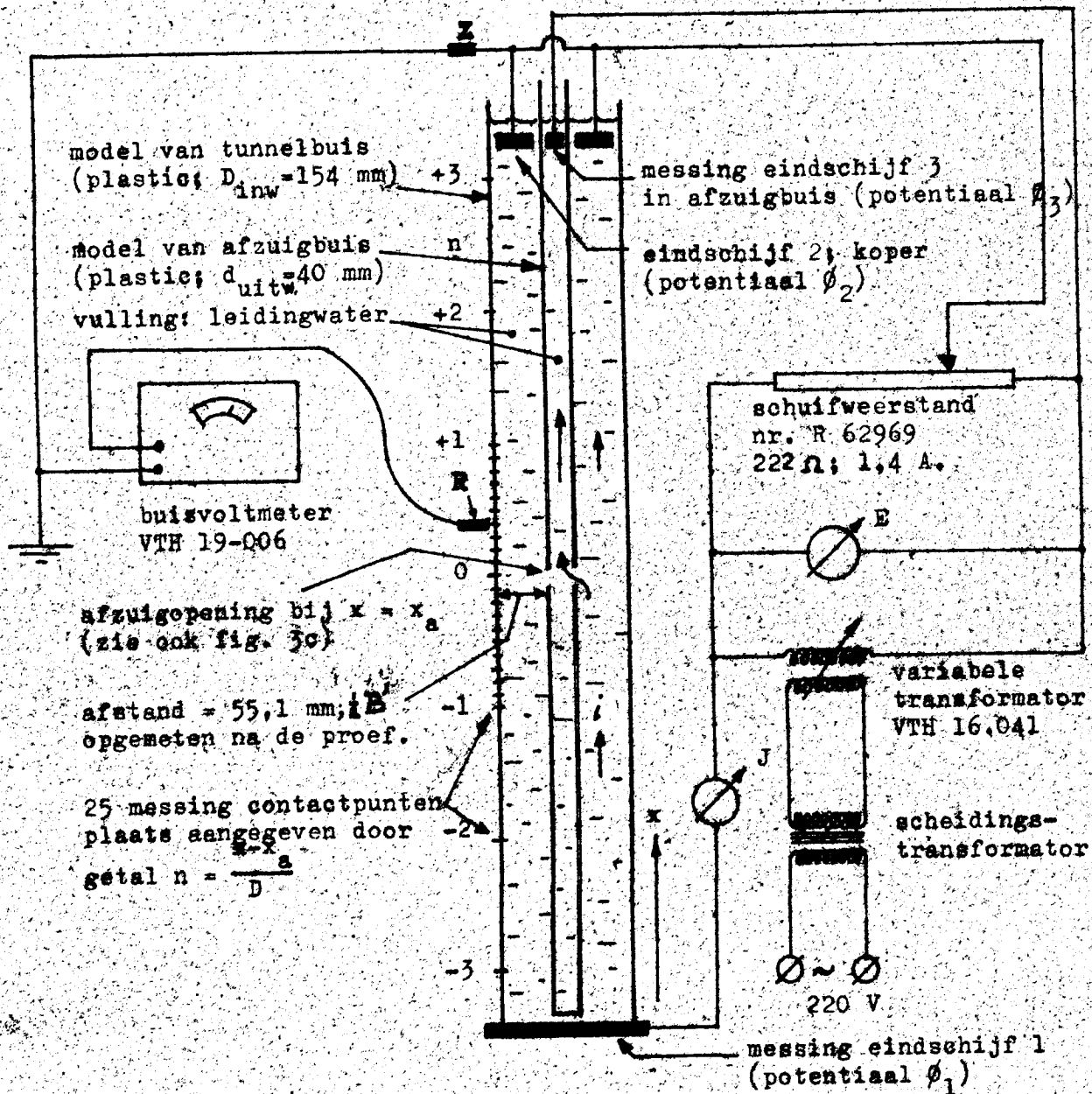


fig. 3c Zijinlaat

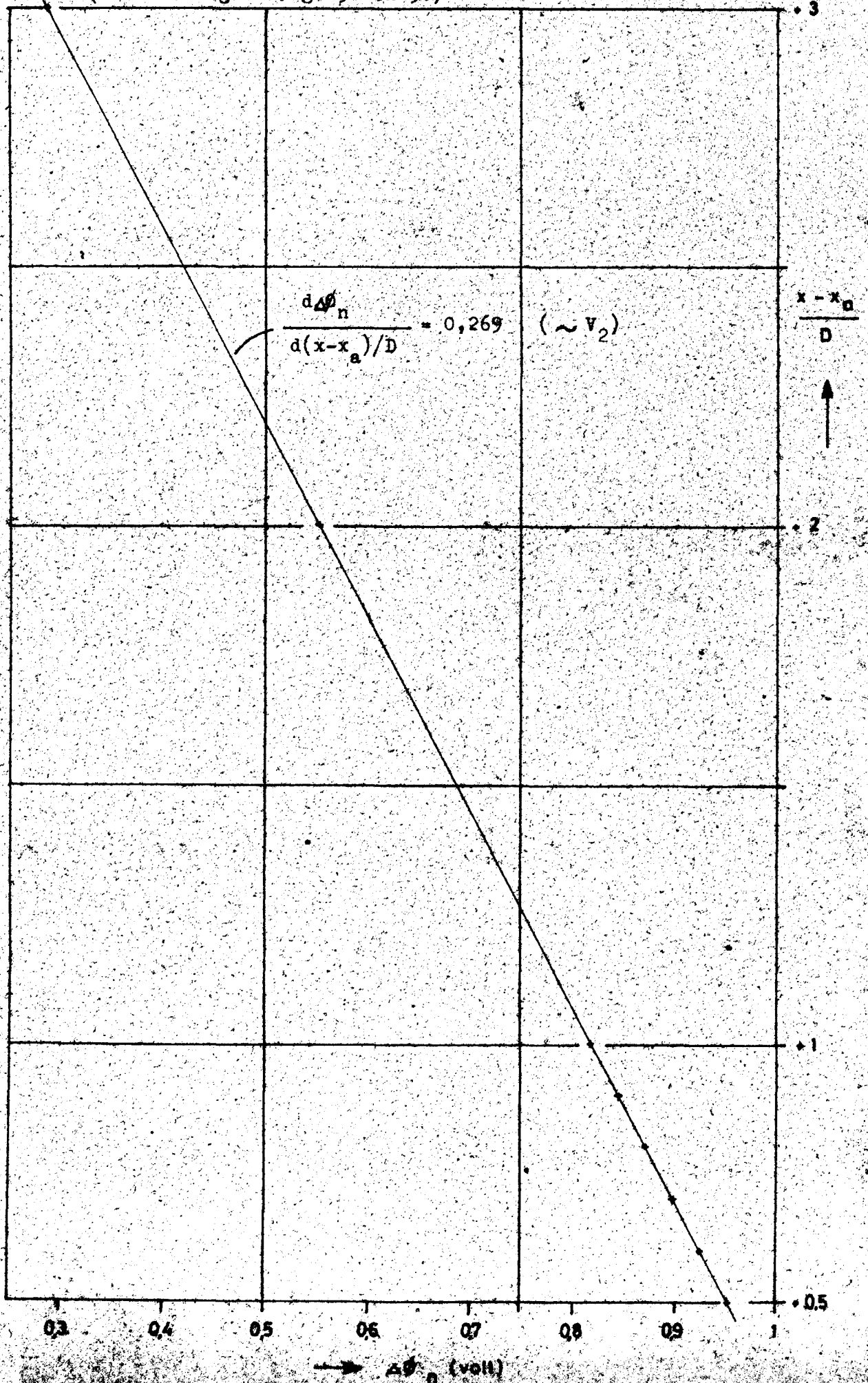


VPH-M-127

fig. 4. Schema van de beproevingsopstelling
(met afzuiging door zijinlaat)



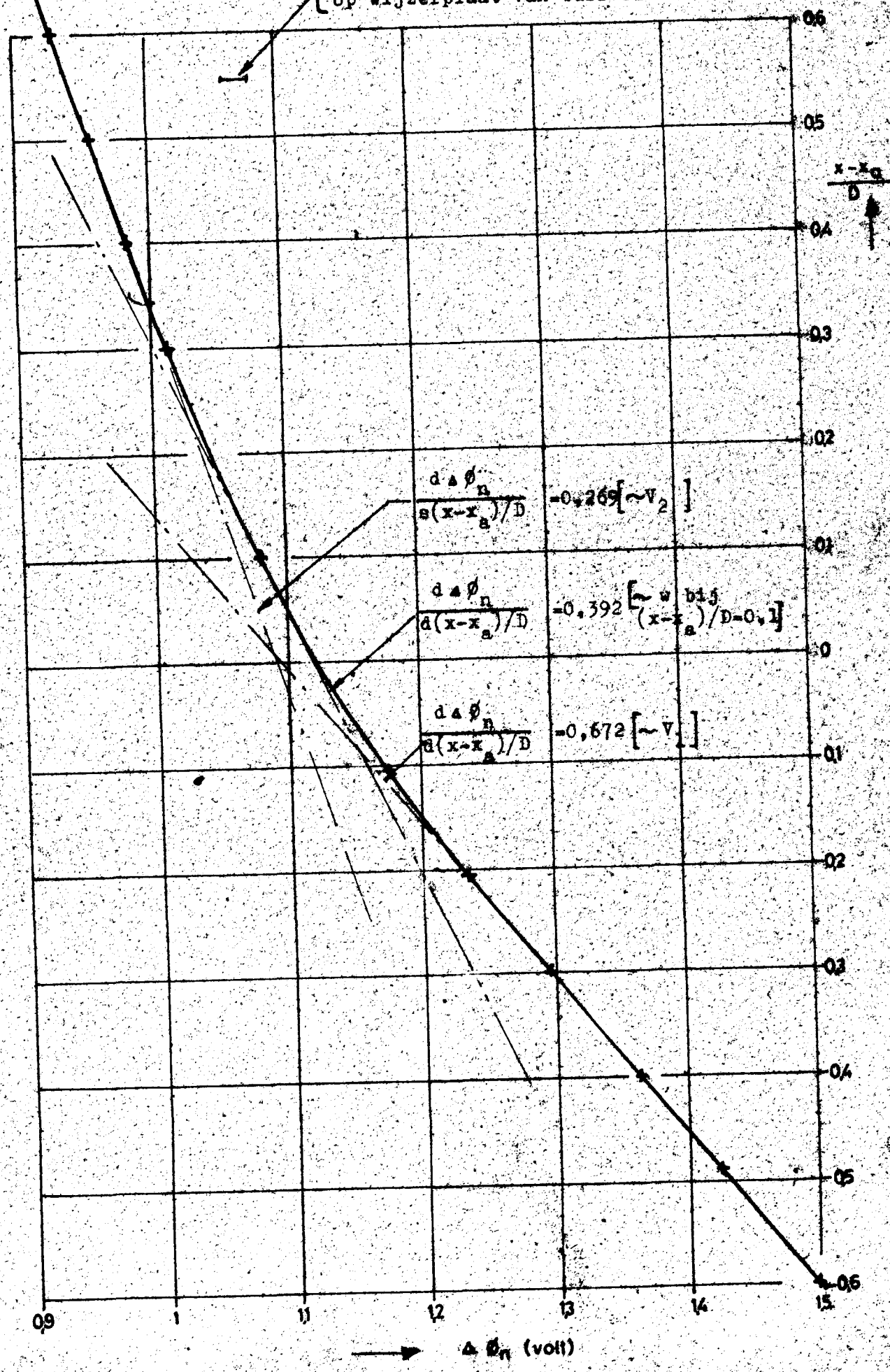
Voorbeeld van gemeten verloop van ϕ_n
 metingsserie 27; zijinlaat; $V_2/V_1 = 0,400$.
 (zie vervolg in fig. 5b en 5c)



PH-M-127

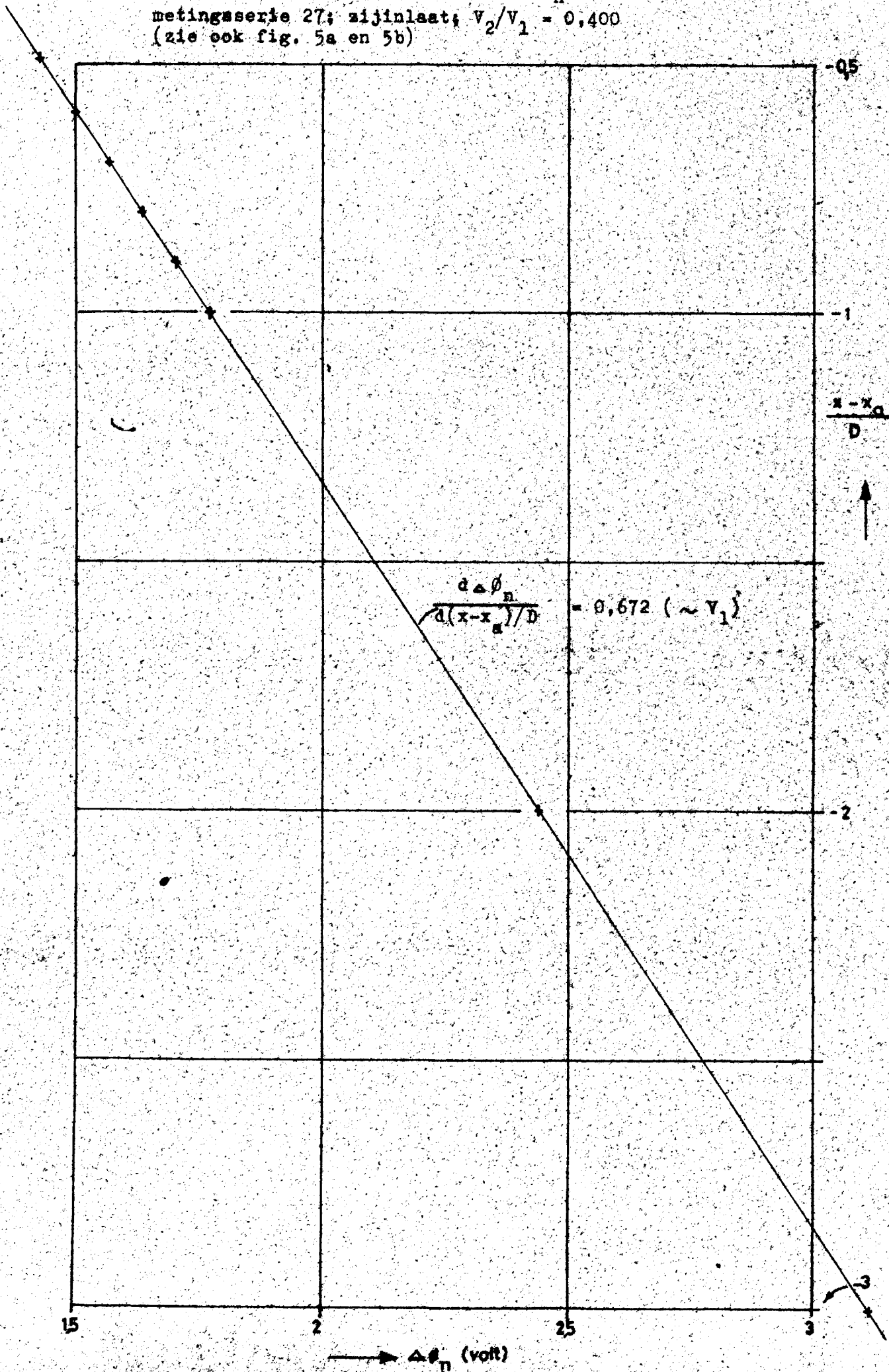
Voorbeeld van gemeten verloop van ϕ_n
 metingsserie 27; zijinlaat; $V_2/V_1 = 0,400$
 (zie ook fig. 5a en 5c)

{ komt overeen met afstand tussen schaalstreepjes
 op wijzerplaat van buisvoltmeter.



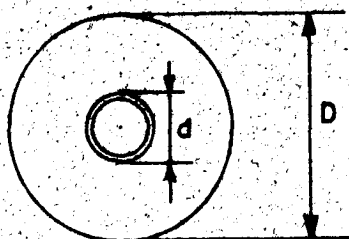
VTH-M-127

Voorbeeld van gemeten verloop van ϕ_n
 metingsserie 27; zijinlaat; $v_2/v_1 = 0,400$
 (zie ook fig. 5a en 5b)

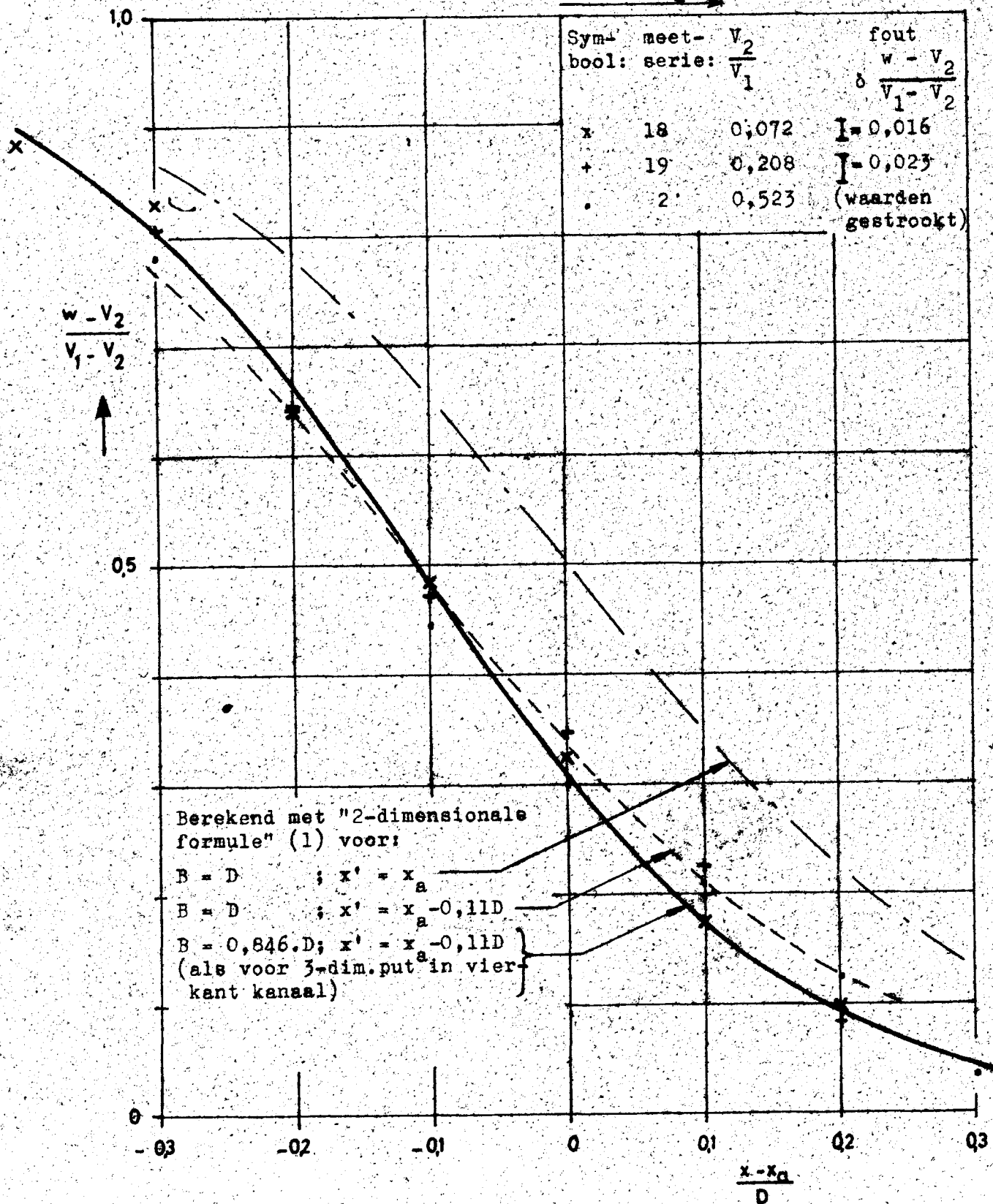
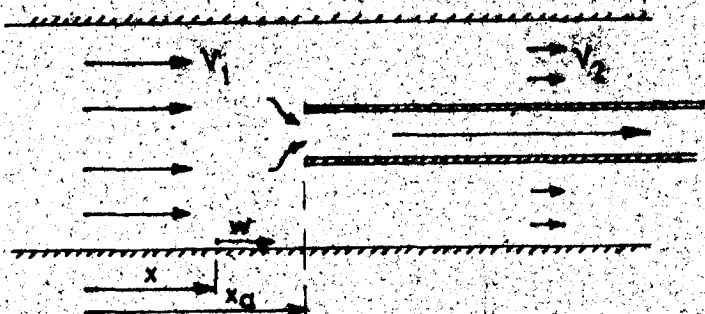


VTH-M-127

Het $w - x$ verloop bij centrale afzuiging door frontinlaat met rechthoekige rand.

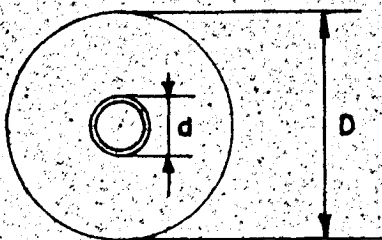


$d/D = 0,24$

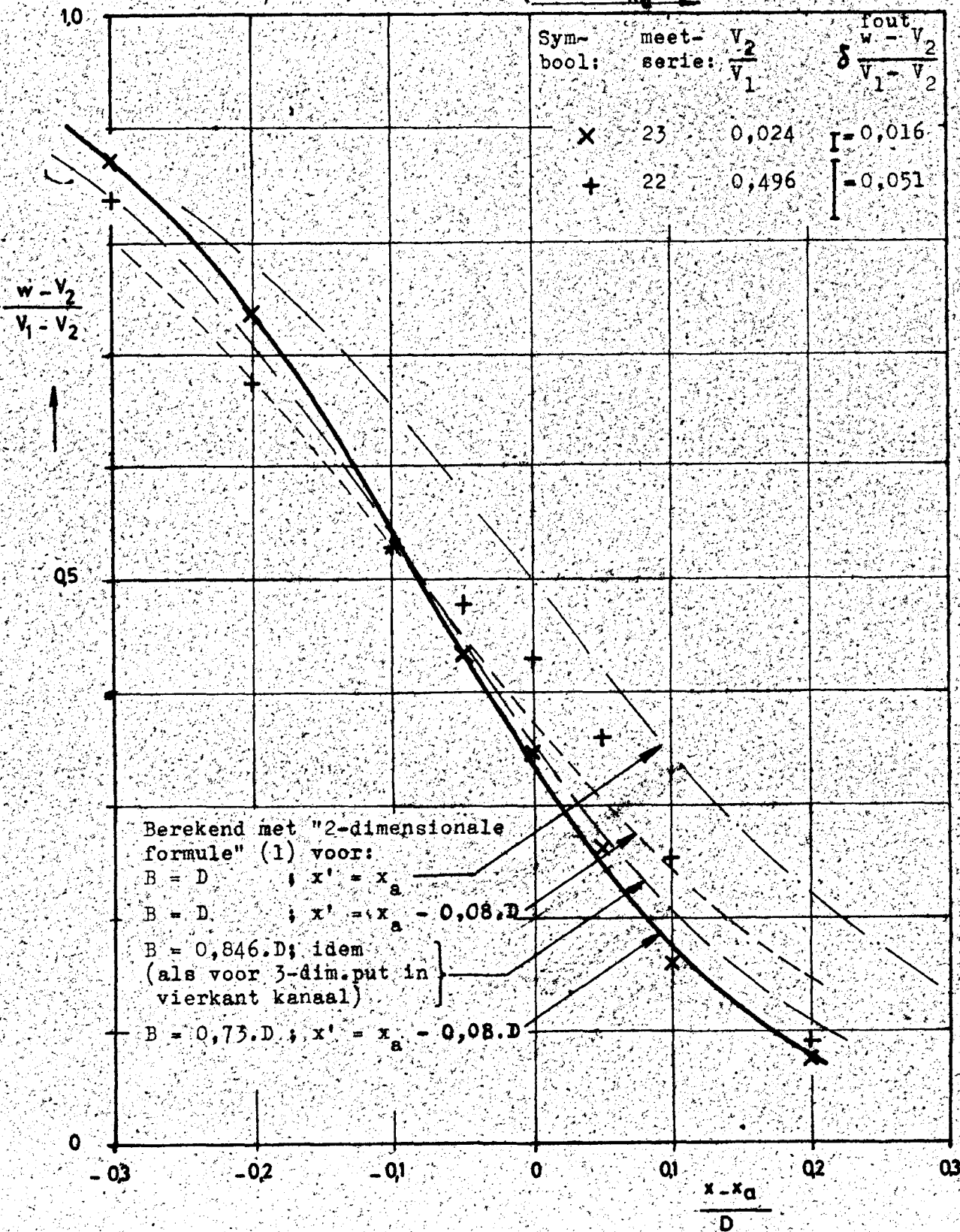
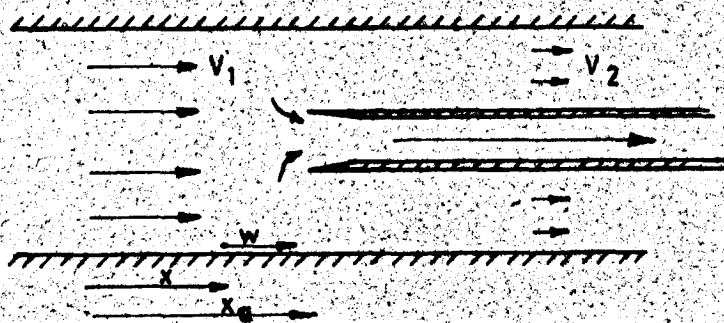


VTH-M-127

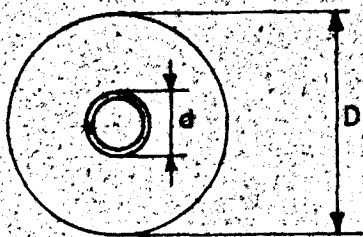
Het $w - x$ verloop bij centrale afzuiging door frontinlaat met scherpe rand.



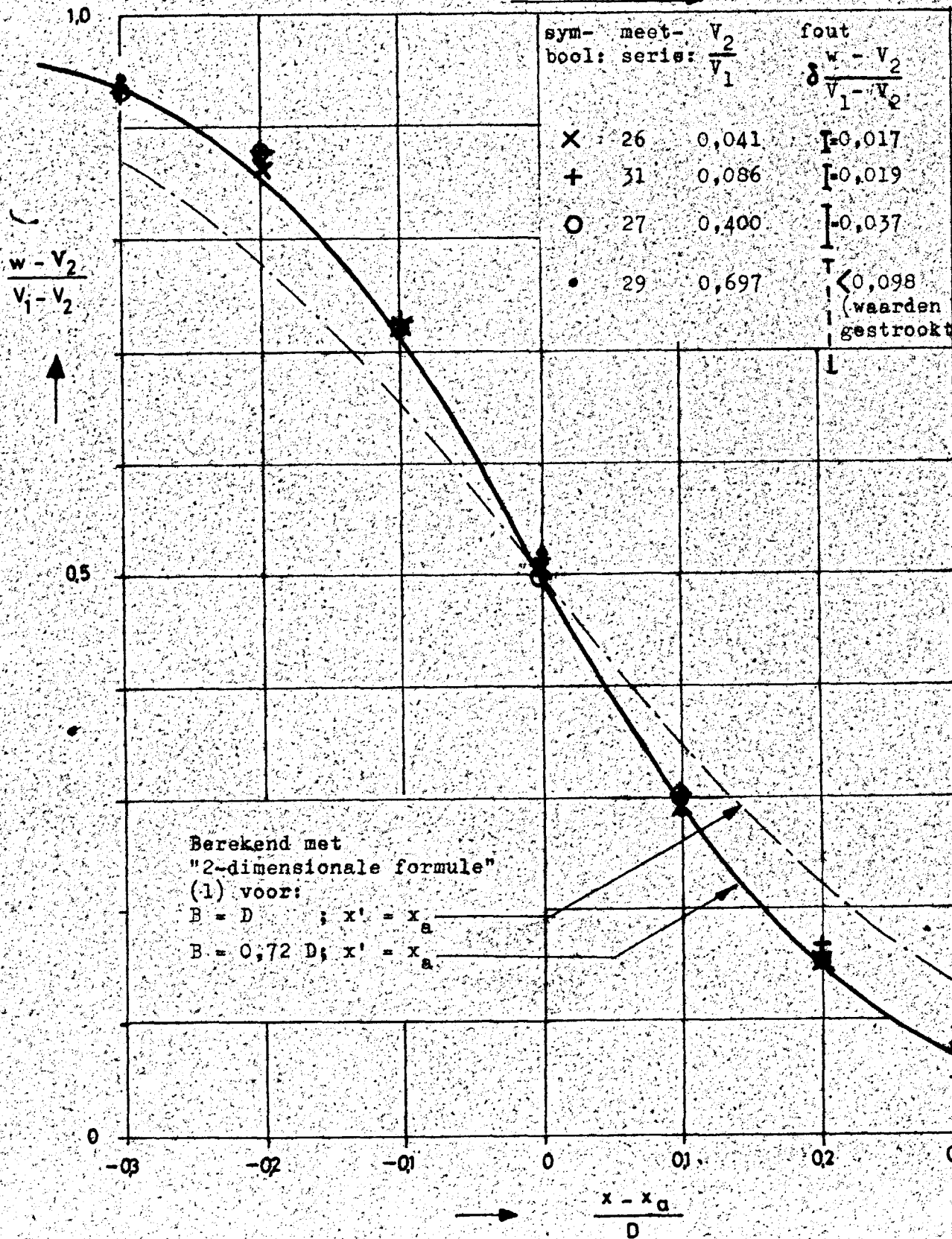
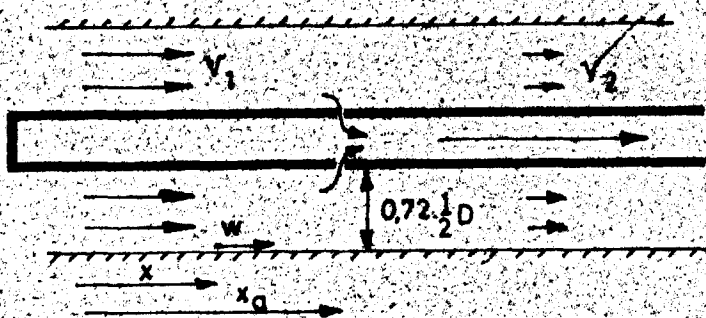
$d/D = 0,24$



Het w-x verloop bij centrale afzuiging door zijinlaat.



$d/D = 0,24$



Toevoegsel A bij VTH-Memorandum M-127.

Over het effect van een geconcentreerde drie-dimensionale put in het hart van een kanaal met vierkante doorsnede.

Het navolgende heeft betrekking op een incompressible, wrijvingsloze stroming door een zeer lang recht kanaal met vierkante doorsnede met zijden b , in het hart waarvan zich ter plaatse x' een geconcentreerde drie-dimensionale put met sterkte Q bevindt; x is de coördinaat gemeten in langsrichting van het kanaal.

Als gevolg van de afzuigwerking van de put is de snelheid V_1 in het kanaal ver stroomopwaarts van de put groter dan de snelheid V_2 die ver stroomafwaarts heerst. Blijkbaar geldt:

$$Q = (V_1 - V_2) \cdot b^2 \quad (A1)$$

In de omgeving van de put wordt langs de kanaalwanden een negatieve snelheidsgradient dw/dx geïnduceerd. De waarde daarvan is afhankelijk van x en varieert langs de omtrek van de kanaaldoorsnede. De vertraging dw/dx bereikt voor elke positie in omtreksrichting een maximum $(dw/dx)_{\max}$ bij $x = x'$, dwars van de put. Het doel van de berekening is de bepaling van $(dw/dx)_{\max}$ voor twee markante punten van de omtrek n.l. voor een hoekpunt h en voor een punt m in het midden van een wand.

De storingssnelheid, geïnduceerd in een willekeurig punt P van de wand kan worden opgevat als de vectorsom van de bijdragen van de put in het kanaal en alle t.o.v. de horizontale en verticale wanden gespiegelde putten.

Voor de storingssnelheid δc die in P door een bepaalde put wordt geïnduceerd geldt:

$$\delta c = \frac{Q}{4\pi R^2} \quad (A2)$$

Hierin is R = de afstand tussen P en de beschouwde put.

Voor de x -component van δc geldt:

$$\delta w = \delta c \cdot \frac{x_P - x'}{R} = \frac{Q(x_P - x')}{4\pi R^3} \quad (A3)$$

Voor de punten P die gelegen zijn in het vlak $x = x'$, dus in het vlak waarin ook alle putten gelegen zijn, volgt uit (A3) voor de bijdrage van een enkele put in de vertraging:

$$\left| \delta \frac{dw}{dx} \right|_{\max} = \frac{Q}{4\pi r^3} \quad (A4)$$

hierin is $r^2 = (y' - y_p)^2 + (z' - z_p)^2$

y' en z' zijn de coördinaten van de beschouwde put;

y_p en z_p zijn de coördinaten van het beschouwde punt P van de wand in vlak $x = x'$;

de coördinaten y en z worden loodrecht op x en evenwijdig aan de wanden van het kanaal vanaf de hartlijn gemeten.

Uit (A4) volgt na substitutie van (A1):

$$\left| \frac{dw}{dx} \right|_{\max \text{ in P}} = \frac{(V_1 - V_2)}{4\pi b} \sum \frac{1}{\left\{ \left[\frac{y' - y_p}{b} \right]^2 + \left[\frac{z' - z_p}{b} \right]^2 \right\}^{3/2}}$$

gesommeerd over de put in het kanaal en alle gespiegelde putten erbuiten. (A5)

Bij de berekening van de \sum in (A5) moet voor de putten gelegen in een deel van vlak $x = x'$ in de onmiddellijke omgeving van het beschouwde punt P de werkelijke waarde van de som \sum worden genomen; voor de berekening van de putten die op grote afstand van P zijn gelegen kan van een benaderingsrekenmethode gebruik worden gemaakt.

Om een indruk te krijgen van de grootte van het gebied waar buiten een benaderingsmethode mag worden toegepast werd de navolgende berekening uitgevoerd:

De dwarsdoorsnede $x = x'$ werd verdeeld gedacht in opeenvolgende ringvormige gebieden met het beschouwde punt P als middelpunt. Er werd gewerkt met gebieden resp. tussen de stralen 0. en 1,5b; 1,5b en 2,5b; 2,5b en 3,5b enz. Deze gebieden worden, uitgaande van het middelpunt met de nummers 1, 2, 3 enz. aangeduid.

Voor elk van de gebieden 1 t/m 12 werd de werkelijke bijdrage in de som \sum van (A5) door alle in die gebieden gelegen putten berekend. Deze berekening werd voor twee gevallen uitgevoerd, n.l. voor het geval P in een hoekpunt h wordt gekozen en voor het geval P met m samenvalt.

De resultaten van deze berekening zijn in de vierde kolom van tabel A1 resp. tabel A2 gegeven.

De totale waarde van de bijdrage door alle putten binnen cirkels met r/b-waarden van 1,5; 2,5; 3,5 enz. zijn in de met A gemerkte kolommen van de tabellen A1 en A2 verzameld.

Daarnaast werd voor de putten in het "buitengebied" een benaderingsberekening uitgevoerd waarbij werd uitgegaan van een "gelijkmatige verdeling" van putten over het oppervlak: 1 put met sterkte Q per oppervlakte deel ter grootte b^2 . Het aantal "putten" dat zich in dat geval bevindt in een ringelement ter breedte dr op straal r is $(2\pi r \cdot dr)/b^2$ en de bijdrage in de som \sum van (A5) door de "putten" tussen de grenzen $(r/b)_I$ en $(r/b)_{II}$ is dus:

$$\int_I^{II} \frac{2\pi \frac{r}{b} \cdot d \frac{r}{b}}{(r/b)^3} = 2\pi \left[\frac{1}{(r/b)_I} - \frac{1}{(r/b)_{II}} \right] \quad (A6)$$

De bijdrage in \sum van (A5) voor het buitengebied tussen $(r/b)_I$ en $r = \infty$ zou volgens deze rekenmethode gelijk zijn aan:

$$\frac{2\pi}{(r/b)_I} \quad (A7)$$

Voor de $(r/b)_I$ -waarden van 1,5; 2,5; 3,5 enz. t/m 12,5 is de waarde van de bijdrage van de putten in het buitengebied met (A7) berekend; deze waarden zijn in de met B gemerkte kolommen van de tabellen A1 en A2 gegeven.

Tenslotte is in de laatste kolom van tabel A1 resp. A2 de totale waarde van \sum vermeld, verkregen door sommering van A en B. De berekende waarde van $\sum 1/r^3$ nadert niet gelijkmatig tot een constante eindwaarde wanneer r/b groter wordt omdat bij de gekozen rekenmethode de putten, die in een vierkant rooster zijn gelegen, niet gelijkmatig over de beschouwde ringvormige gebieden zijn verdeeld. De hierdoor veroorzaakte

spreiding is echter zeer gering. Als correcte waarde van Σ is het gemiddelde aangehouden van de waarden voor de stralen $r_1 = 7,5b$ t/m $12,5b$. Uit de tabellen blijkt dat deze waarde reeds dicht wordt benaderd wanneer slechts het effect van de putten binnen een straal $r = 1,5b$ exact wordt berekend en het buitengebied via de benaderingsmethode in rekening wordt gebracht. Met name geldt dit voor het punt m in het midden van een wand waarbij zich in een cirkel met straal $1,5b$ zeven putten bevinden (zie tabel A1).

Dat de benadering voor $r = 1,5b$ voor het punt h minder goed is hangt samen met het feit dat de cirkel met straal $1,5b$ in dat geval slechts vier putten omsluit (zie tabel A2).

Met de, in de tabellen A1 en A2 aangegeven, correcte waarden van Σ wordt (A5):

Voor het punt m in het midden van een wand:

$$\left| \frac{dw}{dx} \right|_{\max, m} = \frac{V_1 - V_2}{4\pi b} \cdot 23,34 \quad (\text{A8})$$

Voor een hoekpunt h:

$$\left| \frac{dw}{dx} \right|_{\max, h} = \frac{V_1 - V_2}{4\pi b} \cdot 16,51 \quad (\text{A9})$$

Zou voor de berekening van dw/dx_{\max} gebruik worden gemaakt van de formule die voor een twee-dimensionale put tussen twee wanden op afstand B geldt, n.l.

$$\left| \frac{dw}{dx} \right|_{\max} = \frac{V_1 - V_2}{\frac{2}{\pi} \cdot B} \quad (\text{A10})$$

dan zou hierin voor het punt m als effectieve breedte B moeten worden ingevuld:

$$B_m = \frac{2\pi^2}{23,34} b = \underline{0,8457} b \quad (\text{A11})$$

Voor een hoekpunt h zou gelden:

$$B_h = \frac{2\pi^2}{16,51} b = \underline{1,196} \cdot b \quad (\text{A12})$$

Hieruit kan niet zonder meer een conclusie worden getrokken omtrent de waarde van B_{eff} die in (A10) zou moeten worden gebruikt om daarmee de correcte waarde van dw/dx te berekenen voor een situatie met een geconcentreerde drie-dimensionale put in het hart van een cirkelcilindrische pijp met diameter D .

Een grove schatting zou mogelijk als volgt kunnen worden gemaakt:

Bij een gelijke waarde van V_1 en V_2 is de sterkte van de centrale put in een cilindrische pijp met diameter D gelijk aan die in een vierkante pijp met breedte b wanneer het oppervlak van de doorsnede gelijk wordt gehouden dus als geldt:

$$\pi D^2/4 = b^2 \quad \text{of} \quad D = b\sqrt{4/\pi} \quad (\text{A13})$$

Nu wordt uit (A11) en (A12) de indruk verkregen dat de verhouding B_{eff}/b ongeveer evenredig is met de afstand tussen de put en het beschouwde punt van de wand: $1,96/0,08457$ is n.l. gelijk aan $1,41$ dus ongeveer gelijk aan $\sqrt{2}$.

Op deze grond kan worden vermoed dat voor punten op een afstand $\frac{1}{2}D$ van de put zou gelden:

$$B_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{4}{\pi}} \cdot B_m \quad \text{of met (A11):}$$

$$B_{\text{eff}} \text{ (voor cilindrische pijp)} = \sqrt{\frac{4}{\pi}} \cdot 0,8457 \cdot b$$

of met (A13):

$$B_{\text{eff}} \text{ (voor cilindrische pijp)} = \underline{0,846 \cdot D} \quad (\text{A14})$$

Berekening van $\sum \frac{1}{r^3}$ uit vergel. (A5) voor het punt m in het midden van een wand.

no	ringvormig gebied van doorsnede $x = x'$	aantal putten per ring	bijdrage in \sum door de putten per ring	totale bijdrage van putten binnen buitenrand van ring	bijdrage van de putten buiten de buitenrand van ring; benaderd door: (A7)	$\sum = A+B$
	grenzen van de ringgebieden: $r/b =$			A	B	
1	0	7	19,1585			
2	1,5	12	1,6275	19,1585	4,1888	23,3473
3	2,5	20	0,7903	20,7860	2,5133	23,2993
4	3,5	22	0,3578	21,5763	1,7952	23,3715
5	4,5	34	0,2656	21,9341	1,3963	23,3304
6	5,5	36	0,1701	22,1997	1,1424	23,3421
7	6,5	46	0,1355	22,3698	0,9666	23,3365
8	7,5	48	0,0931	22,5053	0,8378	23,3430
9	8,5	54	0,0757	22,5984	0,7392	23,3376
10	9,5	66	0,0671	22,6741	0,6614	23,3355
11	10,5	66	0,0543	22,7412	0,5984	23,3396
12	11,5	78	0,0456	22,7955	0,5464	23,3419
	12,5		0,0456	22,8411	0,5027	23,3438

Berekening van $\sum \frac{1}{r^3}$ uit vergel. (A5) voor het hoekpunt h.

ringvormig gebied van doorsnede $x = x'$		aantal putten per ring	bijdrage in \sum door de putten per ring	totale bijdrage van putten binnen buitenrand van ring	bijdrage van de putten buiten de buitenrand van ring; benaderd door: (A7)	$\sum = A+B$
no	grenzen van de ringgebieden $r/b =$			A	B	
1	0	4	11,3136			
2	1,5	12	2,4438	11,3136	4,1888	15,5024
3	2,5	16	0,8055	13,7574	2,5133	16,2707
4	3,5	28	0,5170	14,5630	1,7952	16,3582
5	4,5	28	0,2497	15,0799	1,3963	16,4762
6	5,5	36	0,1857	15,3296	1,1424	16,4720
7	6,5	48	0,1506	15,5153	0,9666	16,4819
8	7,5	44	0,0917	15,6658	0,8378	16,5036
9	8,5	60	0,0872	15,7576	0,7392	16,4968
10	9,5	56	0,0593	15,8448	0,6614	16,5062
11	10,5	76	0,0595	15,9041	0,5984	16,5025
12	11,5	76	0,0452	15,9636	0,5464	16,5100
	12,5			16,0089	0,5027	16,5115

gemiddeld:
16,51
($\pm 0,05\%$)