

KW-BPL

4137

Runge

1999

---

## Eendimensionale beschouwing van de bezinking van hooggeconcentreerde zandwatermengsels onder turbulente omstandigheden

TCB-Rapport 1.

Opgesteld voor de Vereniging van waterbouwers in Bagger-, Kust en Oeverwerken (VBKO)

A. C. Runge  
B.S. Ruijg  
Ir. C. van Rhee  
ir. G.L.M. van der Schrieck



## Samenvatting

De concentratie van het opgezogen zandwatermengsel en de mate van turbulentie in het beun van een sleephopperzuiger zijn van grote invloed op de snelheid van bezinken van het zandwatermengsel in het beun.

Om de kennis van deze invloedsfactoren op de snelheid van bezinken te vergroten is een proefopstelling gebouwd waarin de bezinking van zandwatermengsels onder turbulente omstandigheden is bestudeerd. De proefopstelling bestaat uit een kolom waarin een vast rooster is geplaatst. Via een speciaal ontworpen leidingstelsel kunnen hooggeconcentreerde zandwatermengsels in de kolom gepompt worden. Door de kolom inclusief het rooster heen en weer te draaien wordt in de kolom turbulentie opgewekt. In deze kolom zijn bij verschillende concentraties proeven gedaan, waarbij ook de mate van turbulentie is gevarieerd. Er zijn proeven gedaan met twee zandfracties, één serie met  $D_{50}=80\mu\text{m}$  en één serie met  $D_{50}=270\mu\text{m}$ .

Na uitvoering van de proeven is bekeken of de theorie voor de bezinking van hooggeconcentreerde zandwatermengsels (hindered settling) en de theorie voor bezinking onder invloed van turbulentie (gradiënt-type transport) gecombineerd konden worden om de bezinking in de kolom te beschrijven. Dit is gedaan door de betreffende vergelijking in een numeriek model om te schrijven en de resultaten uit het model te vergelijken met de proefresultaten.

Er zijn in totaal drie numerieke modellen opgesteld. Eerst is een model opgesteld waarmee de bezinking in de kolom zonder turbulentie wordt beschreven. Vervolgens zijn twee modellen opgesteld die de bezinking onder invloed van turbulentie beschrijven. In het eerste model is een constante turbulente diffusiecoëfficiënt verondersteld. In het tweede model is de turbulente diffusiecoëfficiënt als functie van de concentratiegradiënt verondersteld. Hiervoor is met behulp van een aantal proeven een verband bepaald. Door dit verband op te nemen in het numerieke model is onderzocht of dit verband geldt voor alle proeven.

Uit de vergelijking tussen de numerieke modellen en de proefresultaten is geconcludeerd dat een combinatie van de theorie voor de bezinking van hooggeconcentreerde zandwatermengsels en de theorie voor bezinking onder invloed van turbulentie een goede beschrijving van de bezinking in de kolom geeft. Tevens is gebleken dat vooral bij hoge beginconcentraties het model dat de turbulente diffusiecoëfficiënt als functie van de concentratiegradiënt veronderstelt een betere beschrijving van de bezinking in de kolom geeft dan het model dat een constante turbulente diffusiecoëfficiënt veronderstelt.









## Inhoud

1.	Inleiding .....	1
2.	Probleemomschrijving .....	3
2.1	Probleemanalyse .....	3
2.2	Probleemstelling .....	3
2.3	Doelstelling .....	3
2.4	Probleemaanpak .....	3
3.	Bezinking van zand in een zandwatermengsel .....	4
3.1	Invloedsfactoren valsnelheid van zand in water .....	4
3.2	Ongestoorde valsnelheid individuele korrel .....	4
3.2.1	Resultaat ongestoorde valsnelheden .....	7
3.3	Invloed concentratie op de bezinking .....	9
3.3.1	Resultaat bezinking bij hoge concentraties .....	12
3.4	Invloed korrelverdeling op bezinking .....	13
3.4.1	Inleiding .....	13
3.4.2	Bezinking gegradeerde zandwatermengsels .....	13
3.4.3	Smith .....	15
3.4.4	Lockett en Al Habbooby .....	16
3.4.5	Mirza en Richardson .....	16
3.4.6	Turian, Kothari en Selim .....	16
3.4.7	Resultaat bezinking gegradeerde mengsels .....	17
3.4.8	Berekening gegradeerd mengsel .....	17
4.	Turbulentie .....	18
4.1	Inleiding .....	18
4.1.1	Kenmerken van turbulentie .....	18
4.1.2	Turbulente transporten .....	18
4.2	Stochastische beschrijving van de turbulentie .....	19
4.2.1	Reynoldsmiddeling .....	19
4.2.2	Hoofdbeweging en turbulentie .....	21
4.3	Meettechniek .....	21
4.4	Numerieke modellen .....	22
4.5	Turbulentie en sedimentatie .....	23
4.5.1	Inleiding .....	23
4.5.2	Theorie .....	23
4.6	Turbulentie in het beun .....	24
4.7	Bestaande modellen .....	25
4.7.1	Introductie .....	25
4.7.2	Uitbreiding ideale bezinkbakmodel (Yagi) .....	26
4.7.3	Stortmodel Groot .....	27
4.7.4	Dichtheidsstromingenmodel (de Koning) .....	30
4.7.5	Stortmodel (Theijse) .....	30
4.7.6	Drielagenmodel (Mastbergen) .....	32
4.7.7	Conclusie .....	32
5.	Invloed van slib op bezinking van zand .....	34
5.1	Inleiding .....	34
5.2	Valentik en Withmore .....	35
5.3	Dedegil .....	37



5.4	Du Plessis en Ansley .....	38
5.5	Ansley en Smith .....	38
5.6	Bespreking van de theorieën .....	39
5.7	Berekening bezinksnelheid in slib .....	39
5.8	Bezinksnelheid in slib bij hoge concentraties zand .....	40
5.9	Bezinksnelheid gegradeerd mengsel in slib .....	40
6.	Uitvoering experimenten .....	42
6.1	Proefopstelling .....	42
6.1.1	Ontwerpproces .....	42
6.1.2	Rooster .....	43
6.1.3	Beschrijving van de totale proefopstelling .....	45
6.1.4	Mengvat .....	47
6.1.5	Leidingstelsel .....	47
6.1.6	Kolom .....	47
6.1.7	Aandrijving .....	48
6.2	Meetapparatuur .....	49
6.2.1	Opslaan data .....	49
6.2.2	Concentratiemeters .....	50
6.2.3	Snelheidsmeter .....	56
6.2.4	Thermometer .....	58
6.3	Meetplan .....	58
6.3.1	Zandfracties .....	60
6.3.2	Pakkingsdichtheid .....	60
6.3.3	Aanmaken concentraties in mengvat .....	63
6.3.4	Turbulentiegraden .....	63
6.4	Meetprocedure .....	64
7.	Analyse meetgegevens .....	67
7.1	Inleiding .....	67
7.2	Methode bepalen verband turbulente diffusiecoëfficiënt en Richardsongetal .....	67
7.3	Bepalen valsnelheid korrels als functie van de concentratie .....	68
7.4	Snelheidsfluctuaties .....	71
7.4.1	Root Mean Square waarden .....	71
7.4.2	Energiedichtheidspectrum .....	72
7.5	Bepalen verband diffusiecoëfficiënt met Richardsongetal .....	74
7.5.1	Bepalen turbulente diffusiecoëfficiënt uit evenwichtsprofielen .....	74
7.5.2	Verband diffusiecoëfficiënt met Richardsongetal .....	76
7.5.3	Conclusie .....	78
8.	Numerieke modellen .....	79
8.1	Inleiding .....	79
8.2	Convectie model .....	79
8.2.1	Randvoorwaarden convectie model .....	80
8.2.2	Stabiliteit .....	81
8.2.3	Gevoeligheid convectie model .....	83
8.2.4	Parameters convectie model .....	84
8.3	Convectie Diffusie Model met constante $\varepsilon$ .....	84
8.3.1	Randvoorwaarden convectie diffusie model, $\varepsilon$ constant .....	85
8.3.2	Stabiliteit convectie diffusie model, $\varepsilon$ constant .....	85
8.3.3	Gevoeligheid convectie diffusie model met constante $\varepsilon$ .....	86
8.3.4	Parameters convectie diffusie model met constante $\varepsilon$ .....	86



8.4	Convectie diffusie model, $\epsilon^*$ als functie van $Ri^*$ .....	86
8.4.1	Randvoorwaarden convectie diffusie model, $\epsilon^*$ als functie van $Ri^*$ .....	88
8.4.2	Stabiliteit convectie diffusie model, $\epsilon^*$ als functie van $Ri^*$ .....	88
8.4.3	Parameters convectie diffusie model met $\epsilon^*$ als functie van $Ri^*$ .....	89
9.	Vergelijking metingen en berekeningen .....	90
9.1	Inleiding .....	90
9.2	Beschouwing convectie model .....	90
9.3	Beschouwing convectie diffusie model met constante $\epsilon$ .....	91
9.4	Beschouwing convectie diffusie model met $\epsilon^*$ als functie van $Ri^*$ .....	91
9.5	Vergelijking tussen convectie diffusie modellen .....	92
10.	Conclusies .....	95
11.	Aanbevelingen .....	96

Literatuur .....	I
------------------	---

### Bijlagen

Bijlage A	: Berekening bezinksnelheden binaire zandwatermengsels .....	A-I
Bijlage B	: Berekening verticale component van de zwichtspanning .....	B-I
Bijlage C	: Rooster .....	C-I
Bijlage D	: IJkingen concentratiemeters voor de proeven .....	D-I
Bijlage E	: IJkingen concentratiemeters tijdens de proeven, $D=80\mu\text{m}$ .....	E-I
Bijlage F	: IJkingen concentratiemeters tijdens de proeven, $D=270\mu\text{m}$ .....	F-I
Bijlage G	: Lineaire verbanden zand- en waterwaarden concentratiemeters met de temperatuur tijdens de proeven, $D=80\mu\text{m}$ .....	G-I
Bijlage H	: Lineaire verbanden zand- en waterwaarden concentratiemeters met de temperatuur tijdens de proeven, $D=270\mu\text{m}$ .....	H-I
Bijlage I	: Meetplan .....	I-I
Bijlage J	: Convectie model met proefresultaten zonder turbulentie, $D=80\mu\text{m}$ .....	J-I
Bijlage K	: Convectie model met proefresultaten zonder turbulentie, $D=270\mu\text{m}$ .....	K-I
Bijlage L	: Gevoeligheid convectie model voor $\Delta t$ .....	L-I
Bijlage M	: Gevoeligheid convectie model voor $\Delta z$ .....	M-I
Bijlage N	: Numerieke diffusie convectie model tijdens simulatie .....	N-I
Bijlage O	: Convectie diffusie modellen met proefresultaten met turbulentie, $D=80\mu\text{m}$ .....	O-I
Bijlage P	: Convectie diffusie modellen met proefresultaten met turbulentie, $D=270\mu\text{m}$ .....	P-I
Bijlage Q	: Gevoeligheid convectie diffusie modellen voor $\Delta t$ .....	Q-I
Bijlage R	: Gevoeligheid convectie diffusie modellen voor $\Delta z$ .....	R-I
Bijlage S	: Gevoeligheid convectie diffusie modellen voor $\epsilon$ .....	S-I
Bijlage T	: Energiedichtheidspectrum, kolomfrequentie = 0.591Hz .....	T-I
Bijlage U	: Randvoorwaarden convectie model .....	U-I
Bijlage V	: Randvoorwaarden convectie diffusie model, $\epsilon^*$ constant .....	V-I
Bijlage W	: Randvoorwaarden convectie diffusie model, $\epsilon^*$ als functie .....	W-I
Bijlage X	: Turbulente diffusie coëfficiënten uit modellen .....	X-I
Bijlage Y	: Foto overzicht proefopstelling .....	Y-I
Bijlage Z	: Foto kolom met rooster .....	Z-I
Bijlage AA	: Foto mengvat .....	AA-II



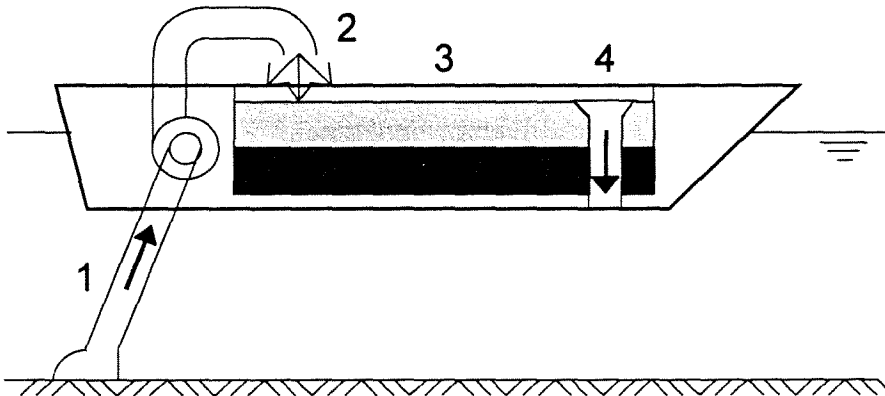
Lijst met figuren	
figuur 1.1 De sleepopperzuiger.	1
figuur 3.1 Valsnelheden van zand in water en lucht.	5
figuur 3.2 Verschillende beschrijvingen voor de valsnelheid.	8
figuur 3.3 Stroming rond korrel in water bij lage en hoge concentratie.	9
figuur 3.4 Ontstaan verschillende zones tijdens bezinken gegradeerd zandwatermengsel.	13
figuur 4.1 Turbulent transport mechanisme.	19
figuur 4.2 Mengweglengteverdeling in open waterloop.	22
figuur 4.3 Transport door turbulentie.	23
figuur 5.1 Schuifspanning tegen de snelheidsgradiënt.	34
figuur 5.2 Verticale component van de zwichtspanning.	35
figuur 5.3 Relatieve korreldiameter uitgezet tegen de valsnelheid.	36
figuur 6.1 Alternatief bewegingsmechanisme rooster.	42
figuur 6.2 Schaalmodellen rooster.	43
figuur 6.3 Verhouding tussen roosteroppervlak en doorstroomoppervlak.	44
figuur 6.4 Rooster voor proefopstelling.	45
figuur 6.5 Proefopstelling.	46
figuur 6.6 Aandrijving kolom.	48
figuur 6.7 Relatie hoekverdraaiing kolom en excentriciteit aangrijpingspunt drijfstaang.	48
figuur 6.8 Verband frequentie kolom met concentratie bij verschillende motortoerentallen.	49
figuur 6.9 Gedeelte van snelheidsmetingen proef 103.	50
figuur 6.10 Meetprincipe geleidendheidmeter.	51
figuur 6.11 Zelf gefabriceerde concentratiemeters.	52
figuur 6.12 Locatie concentratiemeter.	53
figuur 6.13 Leegzuigen kolom.	54
figuur 6.14 Plaatsing EMS meter.	57
figuur 6.15 Beweging EMS meter.	58
figuur 6.16 Meetplan.	59
figuur 6.17 Zeefkrommen voor en na de proeven.	60
figuur 6.18 Pakkingsdichtheden uitgezet tegen de frequentie van aandrijfmotor.	62
figuur 6.19 Verband frequentie elektromotor en frequentie kolom.	64
figuur 6.20 De proefopstelling.	64
figuur 7.1 Verband valsnelheid met concentratie voor $D=80\mu\text{m}$ .	69
figuur 7.2 Verband valsnelheid met concentratie voor $D=270\mu\text{m}$ .	70
figuur 7.3 Urms voor $D=80\mu\text{m}$ .	71
figuur 7.4 Gemiddelde root mean square waarden.	71
figuur 7.5 Energiedichtheidspectra.	73
figuur 7.6 Concentratieprofielen over de hoogte.	74
figuur 7.7 berekende $\varepsilon$ waarden uit evenwichtsprofielen.	75
figuur 7.8 Verband Richardsongetal met dimensieloze turbulente diffusiecoëfficiënt.	77
figuur 8.1 Transport als functie van de concentratie.	82
figuur 8.2 Numerieke diffusie convectie model.	83
figuur 9.1 Vergelijking convectie model met proef 108 ( $D_{50}=80\mu\text{m}$ , geen turbulentie).	90
figuur 9.2 $\varepsilon$ waarden gebruikt in model en $\varepsilon$ waarden bepaald uit evenwichtsprofielen.	91
figuur 9.3 Ingevoerde en gemeten $u_{rms}$ waarden.	92
figuur 9.4 Turbulente diffusiecoëfficiënten in beide modellen samen met de concentraties.	93
figuur 9.5 $\varepsilon^*$ als functie van de concentratie en de concentratiegradiënt.	94
figuur 9.6 Transport door turbulentie.	94





## 1. Inleiding

Bij het sleepzuigen is sprake van het beladen van een hopper met een zandwatermengsel. De concentraties van het opgezogen zandwatermengsel kunnen hoge waarden bereiken (tot  $\rho_m =$  circa  $1600 \text{ kg/m}^3$ , oftewel volumeconcentratie = circa 0.4, zie vgl. 3.6). Tijdens het beladen van de hopper wordt het zandwatermengsel met een bepaald debiet in het beun gestort. Zodra het vloeistofniveau in het beun de overloop heeft bereikt stroomt het via de overloop overboord, zie figuur 1.1.



figuur 1.1 De sleephopperzuiger.

In de figuur zijn de volgende stappen aangegeven;

1. Het opzuigen van het zandwatermengsel.
2. Het storten in het beun.
3. Het beunbezinkproces.
4. De overstort.

Tijdens het bezinken van het zand in het beun is er sprake van een concentratieverdeling over de hoogte, welke afhankelijk is van onder andere de optredende turbulentie. In dit afstudeerverslag wordt de bezinking van hooggeconcentreerde zandwatermengsels onder invloed van turbulentie onder de loep genomen.

In hoofdstuk twee wordt het probleem omschreven.

De hoofdstukken drie tot en met vijf bevatten een literatuurstudie. In hoofdstuk drie wordt bestudeerd hoe zand bezinkt zonder invloed van turbulentie. In dit hoofdstuk is ook aandacht besteed aan de bezinking van een gegradeerd zandwatermengsel. Op dit onderwerp wordt in het verslag verder niet ingegaan. In hoofdstuk vier wordt de invloed van turbulentie op de bezinking van zandwatermengsels beschouwd. In hoofdstuk vijf wordt de invloed van slib als draagvloeistof op de bezinking van zandwatermengsels bestudeerd. Ook op dit onderwerp wordt in het verslag verder niet ingegaan.

Hoofdstuk zes bevat een beschrijving van de opstelling die is gebouwd voor het uitvoeren van de bezinkproeven onder turbulente omstandigheden.

In hoofdstuk zeven en acht worden de resultaten van de experimenten uitgewerkt. In hoofdstuk zeven wordt aan de hand van de proeven een verband gepresenteerd tussen de concentratie en de valsnelheden van de beide zandfracties die zijn gebruikt. Tevens wordt in hoofdstuk zeven aan de hand van het evenwichtsprofiel dat zich bij een aantal proeven instelt, een

verband tussen de turbulente diffusiecoëfficiënt en de concentratiegradiënt gepresenteerd. In hoofdstuk acht wordt de discretisatie van de bezinking in de kolom behandeld. Eerst is een numeriek model opgesteld op basis van de algemene convectie vergelijking. Vervolgens is een numeriek model opgesteld op basis van de algemene convectie diffusie vergelijking, waarin een constante turbulente diffusie coëfficiënt over de hoogte is verondersteld. Tenslotte is een numeriek model opgesteld op basis van de algemene convectie diffusie vergelijking, waarin de turbulente diffusiecoëfficiënt een functie is van de concentratiegradiënt volgens het verband uit hoofdstuk zeven. Dit is gedaan om het verband tussen de turbulente diffusiecoëfficiënt en de concentratiegradiënt uit hoofdstuk zeven te verifiëren voor het totale bezinkproces bij alle proeven.

In hoofdstuk negen worden de numerieke modellen vergeleken met de proefresultaten.

In hoofdstuk tien worden enkele conclusies getrokken op basis van ons onderzoek, waarna in hoofdstuk elf enkele aanbevelingen worden gedaan voor vervolgonderzoek.

## **2. Probleemomschrijving**

### **2.1 Probleemanalyse**

Tijdens het beladen van een sleepopperzuiger wordt het opgezogen zandwatermengsel in het laadruim gestort. Zodra het vloeistofniveau in het beun de overloop heeft bereikt stroomt het via de overloop overboord.

Tijdens de fase met overloop is het de bedoeling om een zo groot mogelijk gedeelte van het zandwatermengsel in het beun te laten bezinken teneinde zo snel mogelijk een zo groot mogelijke belading te bereiken.

Om een goede voorspelling te kunnen maken over de hoeveelheid zand die bezinkt en de hoeveelheid zand die via de overloop overboord stroomt is het belangrijk inzicht te hebben in de factoren die op de bezinking van invloed zijn. Met name de invloed van turbulentie, concentratiegradiënten, korrelverdeling en slib zijn onvoldoende bekend. De huidige theorieën schieten tekort om praktijksituaties goed te beschrijven.

### **2.2 Probleemstelling**

De invloeden van concentratiegradiënten, turbulentie, korrelverdeling en slib op de bezinking van zandwatermengsels zijn onvoldoende bekend.

### **2.3 Doelstelling**

Verbeteren van het inzicht in de invloeden van concentratiegradiënten, turbulentie, korrelverdeling en slib op de bezinking van zandwatermengsels.

### **2.4 Probleemaanpak**

Eerst wordt de bestaande literatuur t.a.v. de invloedsfactoren op de bezinking van zandwatermengsels beschouwd. Vervolgens wordt een proefopstelling ontwikkeld waarin bezinkproeven kunnen worden uitgevoerd om de invloed van de verschillende factoren experimenteel te onderzoeken. Om de resultaten van de proeven te kunnen vergelijken met de theorie wordt de theorie omgeschreven in een numeriek model. Hierna worden de metingen vergeleken met de uitkomsten van het model.

### 3. Bezinking van zand in een zandwatermengsel

#### 3.1 Invloedsfactoren valsnelheid van zand in water

De bezinking van zand in een zandwatermengsel wordt beïnvloed door een aantal factoren. In dit hoofdstuk worden de volgende factoren behandeld:

- 1) ongestoorde valsnelheid individuele korrel
- 2) concentratie van het mengsel (hindered settling)
- 3) korrelgradatie

De bezinking wordt stap voor stap bekeken. Eerst wordt aandacht besteed aan de valsnelheid van een individuele korrel. Vervolgens wordt de invloed van meerdere korrels in een uniform mengsel beschouwd. Uiteindelijk wordt een gegradeerd mengsel met een discrete korrelverdeling bekeken.

#### 3.2 Ongestoorde valsnelheid individuele korrel

De ongestoorde valsnelheid van een individuele korrel in water kan bepaald worden door het krachtenevenwicht tussen de zwaartekracht, de oprijvende kracht en de weerstandskracht te beschouwen:

$$\frac{\pi}{6} D^3 g \rho_s \Psi - \frac{\pi}{6} D^3 g \rho_w \Psi - \frac{\pi}{4} D^2 C_D \frac{1}{2} \rho_w w_o^2 = 0 \quad \text{vgl. 3.1}$$

waarin:

- |            |  |                      |
|------------|--|----------------------|
| ■ $\rho_s$ | = dichtheid korrel                       | [kg/m <sup>3</sup> ] |
| ■ $\rho_w$ | = dichtheid water                        | [kg/m <sup>3</sup> ] |
| ■ $g$      | = zwaartekracht versnelling              | [m/s <sup>2</sup> ]  |
| ■ $D$      | = diameter korrel                        | [m]                  |
| ■ $C_D$    | = sleepcoëfficiënt                       | [-]                  |
| ■ $w_o$    | = ongestoorde valsnelheid                | [m/s]                |
| ■ $\psi$   | = vormfactor (zand, $\psi \approx 0.7$ ) | [-]                  |

$\Psi$  is de verhouding van het oppervlak van een bol met hetzelfde volume als de betreffende korrel en het oppervlak van de korrel zelf.

Met een relatieve dichtheid,  $\Delta = \frac{(\rho_s - \rho_w)}{\rho_w}$ ,

kan de ongestoorde valsnelheid geschreven worden als:

$$w_o = \sqrt{\frac{4g\Delta D\Psi}{3C_D}} \quad \text{[m/s]} \quad \text{vgl. 3.2}$$

De sleepcoëfficiënt  $C_D$  hangt af van het Reynoldsgetal, gedefinieerd als:

$$Re = \frac{w_0 D}{\nu} \quad [m/s] \quad \text{vgl. 3.3}$$

waarin:

- $\nu$  = kinematische viscositeit  $[m^2/s]$
- $W_0$  = valsnelheid korrels  $[m/s]$

De kinematische viscositeit is afhankelijk van de temperatuur:

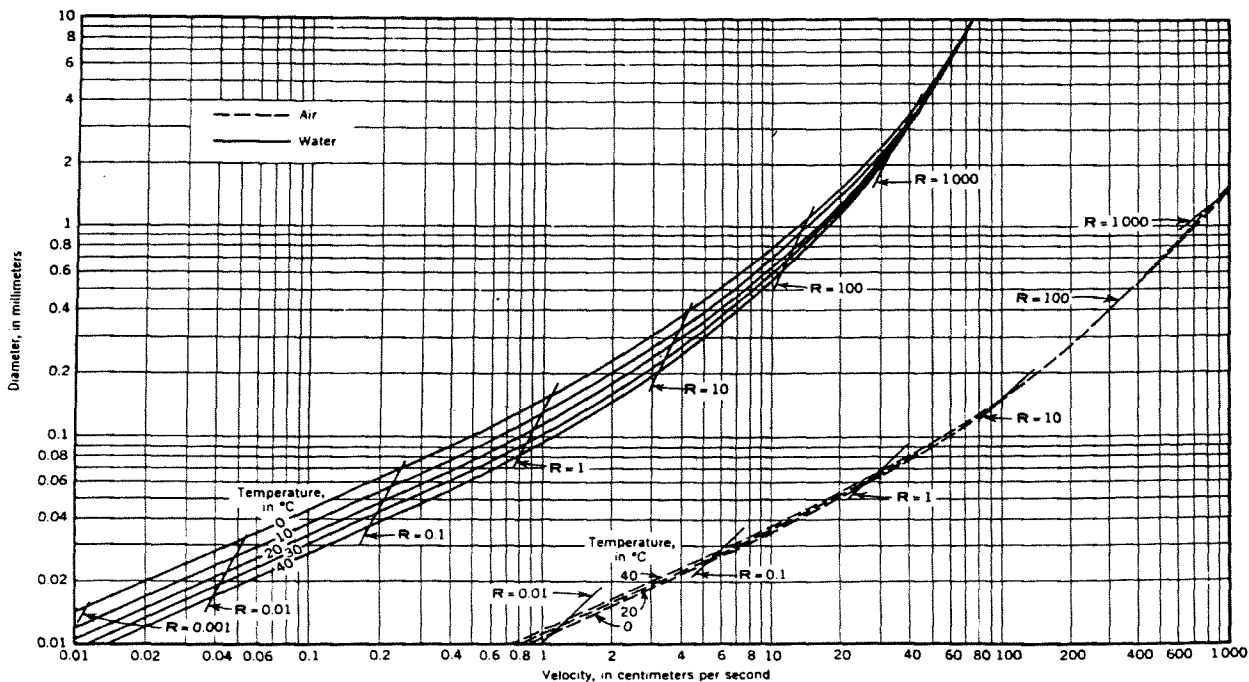
$$\nu = \frac{40 \cdot 10^{-6}}{20 + T} \quad [m^2/s] \quad \text{vgl. 3.4}$$

waarin:

- $T$  = temperatuur  $[^\circ C]$

De bezinking is op te delen in drie gebieden:

- laminair gebied
- overgangsgebied
- turbulent gebied



figuur 3.1 Valsnelheden van zand in water en lucht.

In het laminaire gebied is de bezinksnelheid evenredig met de diameter van de korrel in het kwadraat. In het turbulente gebied is de bezinksnelheid evenredig met de wortel van de korreldiameter. Zoals blijkt uit figuur 3.1 [23] worden deze gebieden begrensd door  $D = 0.1\text{ mm}$  ( $Re = 1$ ), respectievelijk door,  $D = 4\text{ mm}$  ( $Re = 2000$ ). Hiertussen bevindt zich het overgangsgedebied.

Voor elk afzonderlijk gebied geldt voor de sleepcoëfficiënt  $C_D$  [5]:

1)  $D < 0.1\text{ mm}$ , laminair gebied:

Voor kleine Reynoldsgetallen geldt:

$$C_D = \frac{24}{Re} \quad \text{vgl. 3.5}$$

Zodat de ongestoorde valsnelheid geschreven kan worden als:

$$w_o = \frac{\Delta g D^2 \Psi}{18\nu}$$

2)  $0.1\text{ mm} < D < 4\text{ mm}$ , overgangsgedebied:

Voor tussenliggende Reynoldsgetallen geldt:

$$C_D = \frac{24}{Re} + \frac{3}{\sqrt{Re}} + 0.34 \quad \text{vgl. 3.6}$$

3)  $D > 4\text{ mm}$ , turbulent gebied:

Voor grote Reynoldsgetallen geldt:

$$C_D = 0.4 \quad \text{vgl. 3.7}$$

Zodat de ongestoorde valsnelheid geschreven kan worden als:

$$w_o = 1.8 \sqrt{\Delta g D \Psi}$$

Hieronder worden nog enkele empirische formules gegeven waarmee direct de ongestoorde valsnelheid berekend kan worden wanneer de grootte en de dichtheid van de korrels zijn gegeven. De korreldiameter wordt in mm uitgedrukt en de valsnelheid in mm/s, voor de vormfactor  $\psi$  is een waarde van 0.7 aangehouden. Tevens is voor het bepalen van de constanten in de vergelijkingen een kinematische viscositeit van het water behorend bij  $20^\circ\text{C}$  ( $\nu = 1.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ) verondersteld [5]:

1)  $D < 0.1 \text{ mm}$ , laminair empirisch:

$$w_o = 424 (\rho_s - \rho_w) D^2 \quad [\text{mm/s}]$$

waarin:

- $D$  = diameter korrel [mm]
- $\rho_s$  = dichtheid van de korrel [ton/m<sup>3</sup>]
- $\rho_w$  = dichtheid vloeistof [ton/m<sup>3</sup>]

2)  $0.1 \text{ mm} < D < 1 \text{ mm}$ , overgangsgebied (Budryck):

$$w_o = 8.925 \frac{\sqrt{[1 + 95(\rho_s - \rho_w)D^3]} - 1}{D} \quad [\text{mm/s}]$$

waarin:

- $D$  = diameter korrel [mm]
- $\rho_s$  = dichtheid van de korrel [ton/m<sup>3</sup>]
- $\rho_w$  = dichtheid vloeistof [ton/m<sup>3</sup>]

3)  $D > 4 \text{ mm}$ , turbulent gebied (Rittinger):

$$w_o = 87 \sqrt{(\rho_s - \rho_w)D} \quad [\text{mm/s}]$$

waarin:

- $D$  = diameter korrel [mm]
- $\rho_s$  = dichtheid van de korrel [ton/m<sup>3</sup>]
- $\rho_w$  = dichtheid vloeistof [ton/m<sup>3</sup>]

Er is nog een empirische relatie voor de ongestoorde valsnelheid afgeleid. Zo heeft Ruby een interpolatie formule opgesteld, die indertijd is verbeterd door Zanke [10]. Deze formule is geldig voor  $0.1 \text{ mm} < D < 1 \text{ mm}$  en luidt:

$$w_o = \frac{10v}{D} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{\Delta g D^3}{100 v^2}} \right] \quad [\text{m/s}]$$

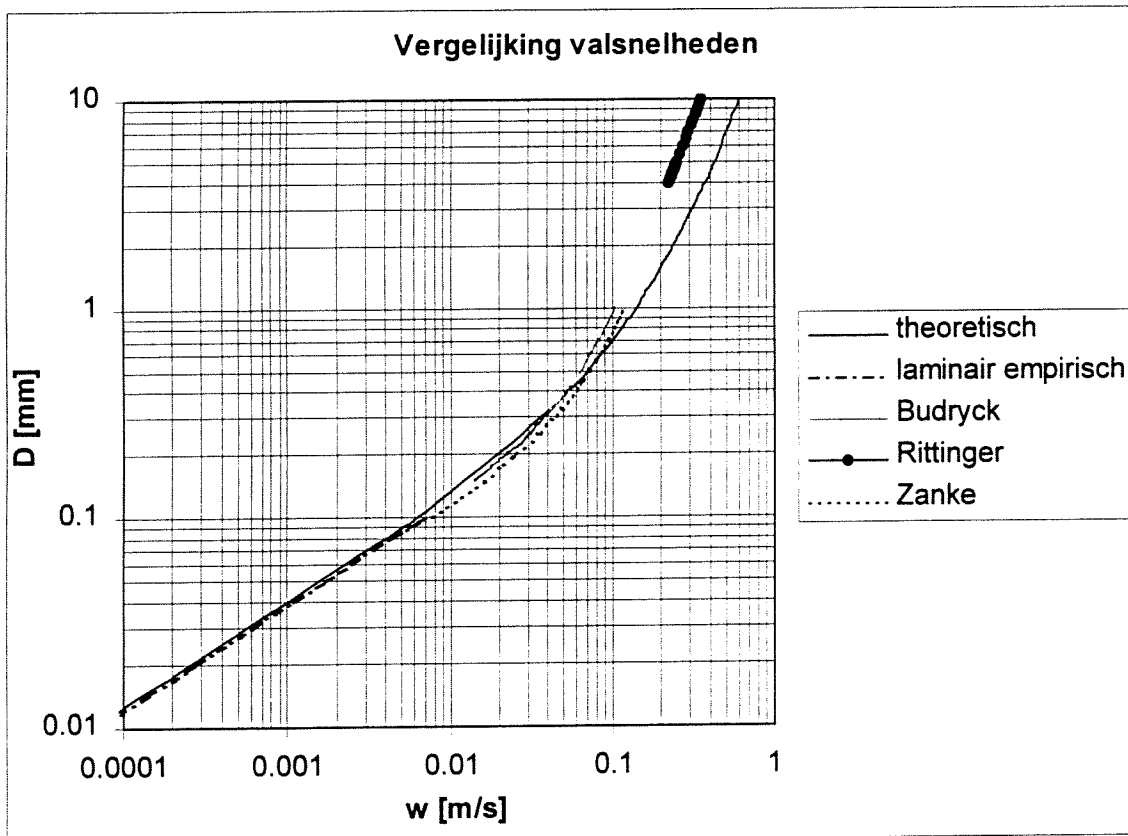
waarin:

- $v$  = kinematische viscositeit [m<sup>2</sup>/s]
- $D$  = diameter korrel [m]
- $\Delta = \frac{(\rho_s - \rho_w)}{\rho_w}$  [-]
- $\rho_s$  = dichtheid korrel [kg/m<sup>3</sup>]
- $\rho_w$  = dichtheid water [kg/m<sup>3</sup>]
- $g$  = zwaartekracht versnelling [m/s<sup>2</sup>]

### 3.2.1 Resultaat ongestoorde valsnelheden

Om de verschillende beschrijvingen voor de valsnelheid uit paragraaf 3.2 goed te kunnen vergelijken zijn de valsnelheden volgens de theorie (vgl. 3.5, 3.6 en 3.7), de empirisch laminaire beschrijving en de beschrijvingen volgens Budryck, Rittinger en Zanke in figuur 3.2 samen uitgezet voor verschillende diameters. Voor de kinematische viscositeit van het water is een waarde behorend bij 20°C ( $\nu = 1.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ) aangehouden. Voor de vormfactor  $\psi$  is een waarde van 0.7 aangehouden.





figuur 3.2 Verschillende beschrijvingen voor de valsnelheid.

Zoals in de figuur te zien is volgen de beschrijvingen van Budryck en Zanke en de laminair empirische beschrijving de valsnelheden die zijn verkregen uit vgl. 3.5 en vgl. 3.6 goed. De beschrijving van Rittinger geeft veel te lage valsnelheden (tot 50% van de valsnelheden verkregen uit vgl. 3.7).

Omdat de kinematische viscositeit niet voorkomt in de laminaire beschrijving en die volgens Budryck en Rittinger, is daar de valsnelheid niet afhankelijk van de temperatuur van het water. Zoals uit vgl.3.4 blijkt is de valsnelheid wel degelijk afhankelijk van de temperatuur, zodat deze beschrijvingen niet bruikbaar zijn bij een temperatuur van het water hoger of lager dan 20°C (wanneer het water bijvoorbeeld 10°C is wordt een afwijking van 30% verkregen).

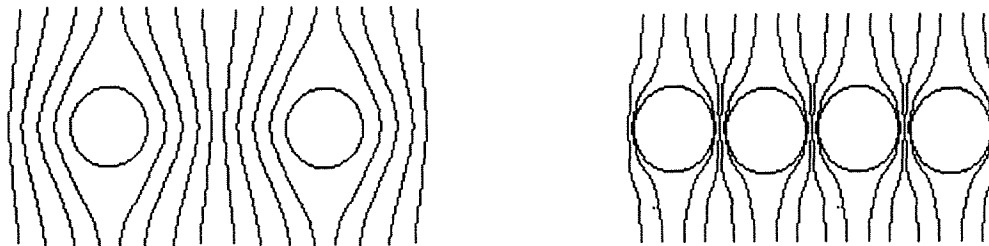
De beschrijving volgens Zanke is slechts geldig voor een klein gebied ( $0.1\text{mm} < D < 1\text{mm}$ ). In dit gebied kan deze beschrijving goed worden gebruikt.

Aanbevolen wordt om te werken met het theoretische verband (vgl.3.5, 3.6 en 3.7), omdat hier de drie gebieden (laminair, overgangsgebied en turbulent gebied) goed op elkaar aansluiten, het totale gebied wordt bestreken en omdat de invloed van de temperatuur van het water hierin meegenomen kan worden.

### 3.3 Invloed concentratie op de bezinking

Wanneer een korrel zich in een suspensie bevindt, heeft de concentratie invloed op de bezinking, welke daardoor wordt vertraagd. Dit verschijnsel heet 'hindered settling'. Dit wordt veroorzaakt door het volgende:

- 1) De bezinkende korrels veroorzaken een opwaartse stroming van het verplaatste volume water. Hierdoor neemt de stroming van het water langs de korrel toe. Dit zorgt voor een grotere weerstand.
- 2) Door de toename van de dichtheid van het mengsel neemt de verticale drukgradiënt toe, waardoor de opwaartse kracht op de korrel toeneemt.
- 3) Doordat het opwaarts stromende water bij een toenemende concentratie door een steeds kleiner oppervlak moet stromen nemen de snelheidsgradiënten toe, waardoor de schuifspanningen en dus de weerstand toenemen. Zoals in figuur 3.3 te zien is worden de stroomlijnen bij hogere concentraties 'dicht tegen elkaar geduwd', waardoor de snelheidsgradiënten toenemen.



figuur 3.3 Stroming rond korrel in water bij lage en hoge concentratie.

De eerste twee fenomenen kunnen worden opgenomen in de evenwichtsvergelijking. De evenwichtsvergelijking wordt hiermee:

$$\frac{\pi}{6} D^3 g \rho_s \Psi - \frac{\pi}{6} D^3 g \rho_m \Psi - \frac{\pi}{4} D^2 C_D \frac{1}{2} \rho_w v_s^2 = 0 \quad \text{vgl. 3.8}$$

waarin:

- $\rho_m$  = dichtheid van het mengsel [kg/m<sup>3</sup>]
- $v_s$  = bezinksnelheid korrel t.o.v. water [m/s]

De dichtheid van het mengsel  $\rho_m$  kan geschreven worden als:

$$\rho_m = C \rho_s + (1 - C) \rho_w \quad \text{vgl. 3.9}$$

waarin:

- $C$  = volumeconcentratie korrels in het mengsel =  $\frac{V_{\text{zand}}}{V_{\text{zand}} + V_{\text{water}}} [-]$

Door vgl. 3.8 en vgl. 3.9 te combineren kan voor de bezinksnelheid van de korrel t.o.v. water geschreven worden:

$$v_s^2 = \frac{4gD\Psi\Delta}{3C_D}(1-C) \quad \text{vgl. 3.10}$$

Oftewel, met vgl. 3.2 gaat deze over in:

$$v_s = w_o(1-C)^{0.5} \quad \text{vgl. 3.11}$$

De opwaartse snelheid van het water is het verschil tussen de snelheid van de korrel t.o.v. het water en de snelheid van de korrel t.o.v. een vast punt. Volgens continuïteit moet gelden:

$$u_w(1-C) = wC \quad \text{vgl. 3.12}$$

waarin:

- $u_w$  = snelheid van het water t.o.v. vast punt
- $w$  = snelheid van de korrel t.o.v. vast punt

Omdat voor het verband tussen de snelheid van de korrel t.o.v. water, de snelheid van de korrel t.o.v. vast punt en de opwaartse snelheid van het water het volgende geldt:

$$v_s = u_w + w \quad \text{vgl. 3.13}$$

kan het verband tussen de snelheid van de korrel t.o.v. een vast punt en de snelheid van de korrel t.o.v. het water geschreven worden als:

$$w = v_s(1-C) \quad \text{vgl. 3.14}$$

Door vgl. 3.11 en vgl. 3.14 te combineren wordt voor de gereduceerde valsnelheid van een korrel in een mengsel met een bepaalde concentratie, ofwel voor de bezinksnelheid van een korrel onder invloed van hindered settling verkregen:

$$w = w_o(1-C)^{1.5} \quad \text{vgl. 3.15}$$

Uit experimenteel onderzoek volgt een soortgelijk verband. Alleen wordt een hogere macht voor de invloed van de concentratie gevonden. Dit is te verklaren door de snelheidsgradiënten die ontstaan doordat het water door een klein oppervlak moet stromen (het stromingsoppervlak waar het water door omhoog stroomt, wordt verkleind door de aanwezigheid van de korrels). Dit fenomeen is niet meegenomen in de beschouwing. Hierdoor zijn de schuifspanningen op de korrels in werkelijkheid groter en de bezinksnelheden van de korrels kleiner.

Hier volgen vier empirische verbanden voor de gereduceerde valsnelheid en de concentratie, die beter overeenkomen met de werkelijkheid:

1) Richardson en Zaki [1] vonden een soortgelijke relatie tussen de gereduceerde valsnelheid en de concentratie, geldig voor  $0.05 < C < 0.65$  en  $0.000185 < Re < 7150$ :

$$w = w_0(1 - C)^n \quad \text{vgl. 3.16}$$

Zij vonden dat  $n$  afhankelijk is van het Reynoldsgetal en vonden het volgende verband tussen  $n$  en het Reynoldsgetal:

$Re < 0.2$ :	$n = 4.65$	
$0.2 < Re < 1$ :	$n = 4.35 Re^{-0.03}$	vgl. 3.17
$1 < Re < 200$ :	$n = 4.45 Re^{-0.1}$	
$Re > 200$ :	$n = 2.39$	

2) Al-Dibouni [7] vond hetzelfde verband als Richardson en Zaki (zie vgl. 3.16). Hij kwam via zijn experimenten uit op de volgende relatie tussen  $n$  en het Reynoldsgetal, geldig voor  $0.001 < Re < 30000$  en  $0.04 < C < 0.55$ :

$$n = \frac{5.1 + 0.27 Re^{0.9}}{1 + 0.1 Re^{0.9}} \quad \text{vgl. 3.18}$$

3) Ook Cheng [20] heeft een verband gevonden voor de valsnelheid bij hoge concentraties. Cheng schrijft het Reynoldsgetal voor een bezinkende zandkorrel bij zeer lage concentraties (zie vgl. 3.3) als volgt:

$$Re = \frac{w_0 \cdot D}{\nu} = \left( \sqrt{25 + 1.2D^2} - 5 \right)^{1.5} \quad [-] \quad \text{vgl. 3.19}$$

waarin:

$$D. = \left( \frac{\Delta g}{\nu^2} \right)^{1/3} \cdot D \quad [-]$$

Bij hoge concentraties verandert de dichtheid van de draagvloeistof. Bij hoge concentraties wordt het Reynoldsgetal geschreven als:

$$Re' = \frac{v_s \cdot D}{\nu'} = \left( \sqrt{25 + 1.2D'^2} - 5 \right)^{1.5} \quad [-] \quad \text{vgl. 3.20}$$

waarin:

$$\frac{v}{v'} = 1 - \frac{C}{C_{\max}} \quad [-]$$

$C_{\max}$  = de concentratie van het zand in een zandpakket onder water.

$$D' = \left( \frac{\Delta' g}{\nu'^2} \right)^{1/3} \cdot D \quad [-]$$

$$\Delta' = \frac{(1 - C)\Delta}{1 + \Delta C} \quad [-]$$

Zodat voor de valsnelheid van een korrel bij hoge concentraties (met hindered settling) geschreven kan worden:

$$w = w_o \cdot \frac{2 - 2C}{2 - 3C} \left( \frac{\sqrt{25 + 1.2D'^2} - 5}{\sqrt{25 + 1.2D^2} - 5} \right)^{1.5} \quad \text{vgl. 3.21}$$

3) Door J. Happel [4] is ook een relatie gevonden voor de gereduceerde valsnelheid. Hij beschouwt de valsnelheid van een korrel t.o.v. het mengsel waarin het bezinkt (zie vgl. 3.14):

$$v_s = w_o \left[ \frac{3 - \frac{9}{2}C^{1/3} - \frac{9}{2}C^{5/3} - 3C^2}{3 + 2C^{5/3}} \right] \quad [\text{m/s}] \quad \text{vgl. 3.22}$$

Het gedeelte tussen haakjes is afkomstig van de permeabiliteitscoëfficiënt uit de wet van Darcy. Deze relatie is daarmee afgeleid van de consolidatie theorie en geldt voor hoge concentraties ( $C > 0.6$ ) en lage Reynoldsgetallen ( $Re < 0.2$ ), waarbij het zand zich als het ware in een los gepakte laag bevindt. Bij lagere concentraties worden te lage valsnelheden verkregen.

### 3.3.1 Resultaat bezinking bij hoge concentraties

De theoretische beschrijving voor de valsnelheid als functie van de concentratie (vgl. 3.15) is niet bruikbaar, deze geeft veel te hoge valsnelheden, omdat geen rekening wordt gehouden met de invloed van de snelheidsgradiënten. De beschrijving volgens Richardson en Zaki en volgens Cheng geven bijna dezelfde resultaten voor de bezinking als functie van de concentratie en sluiten goed aan bij de werkelijkheid. Beide zijn goed bruikbaar. Omdat de berekening volgens Richardson en Zaki eenvoudiger is en omdat deze aansluit op de theoretische beschrijving wordt deze aanbevolen.

De beschrijving volgens Happel is alleen bruikbaar voor hoge concentraties ( $C > 0.6$ ), wat buiten ons interessegebied ligt.

### 3.4 Invloed korrelverdeling op bezinking

#### 3.4.1 Inleiding

Wanneer een zandwatermengsel bestaat uit meerdere fracties zand, elk met een andere korreldiameter, treedt tijdens het bezinken ontmenging op door de verschillende bezinksnelheden van de kleine en de grotere korrels. Bij lage concentraties kan ervan uitgegaan worden dat er geen interactie tussen de korrels met verschillende afmetingen plaatsvindt. Bij hogere concentraties (volumeconcentratie zand  $C_v > 0.4$ ) moet echter wel rekening gehouden worden met interacties tussen de korrels met verschillende groottes. De grote korrels vallen sneller en botsen tijdens het bezinken op de tragere kleinere korrels, waardoor de valsnelheid van de grote korrels afneemt.

Hieronder zal eerst een algemene beschouwing worden gegeven voor de bezinking van een gegradeerd mengsel dat uit twee fracties bestaat. Vervolgens zullen kort de benaderingen worden besproken die zijn gevonden door Smith [6], Lockett and Al Habbooby [8], Mirza en Richardson [2] en door Selim, Kothari en Turian [7].

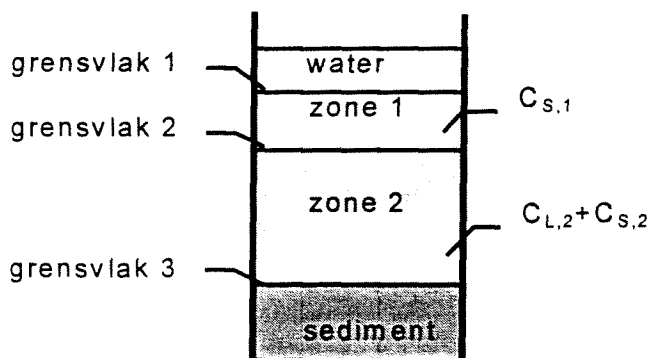
Steeds wordt geredeneerd vanuit een mengsel met twee verschillende korrelgroottes. Hierbij wordt opgemerkt dat ze ook van toepassing zijn op een mengsel met meerdere korrelgroottes.

#### 3.4.2 Bezinking gegradeerde zandwatermengsels

Wanneer een homogene suspensie van een zandwatermengsel met twee uniforme fracties zand bezinkt, elk met een andere korreldiameter, zullen vier zones ontstaan. Twee zones in het midden waarin bezinking plaatsvindt, een zone bovenin met alleen water en een gesedimenteerde zone op de bodem. De twee zones waarin bezinking plaatsvindt bestaan uit:

- 1) zone 1 bestaat uit een suspensie van alleen kleine korrels.
- 2) zone 2 bestaat uit een suspensie van kleine en grote korrels in concentraties gelijk aan de initiële.

Tevens ontstaan twee grensvlakken die tijdens het bezinken zijn waar te nemen:



figuur 3.4 Ontstaan verschillende zones tijdens bezinken gegradeerd zandwatermengsel.

Voor een mengsel met twee fracties wordt de continuïteitsvergelijking (zie vgl. 3.12) die opgesteld kan worden voor zone 2:

$$u_w(1 - C_2) = w_{L,2}C_{L,2} + w_{S,2}C_{S,2} \quad \text{vgl. 3.23}$$

waarin:

$$\blacksquare C_2 = C_{L,2} + C_{S,2}$$

Hiermee wordt vgl. 3.14 voor de grove en fijne fractie in zone 2:

$$\begin{aligned} w_{L,2} &= v_{s,L,2}(1 - C_{L,2}) - v_{s,S,2}C_{S,2} \\ w_{S,2} &= v_{s,S,2}(1 - C_{S,2}) - v_{s,L,2}C_{L,2} \end{aligned} \quad \text{vgl. 3.24}$$

Het verband tussen de gereduceerde valsnelheid t.o.v. water en de concentratie wordt beschreven als vgl. 3.11, zodat voor de fracties apart geschreven kan worden:

$$\begin{aligned} v_{s,L,2} &= w_{0,L,2}(1 - C_2)^{0.5} \\ v_{s,S,2} &= w_{0,S,2}(1 - C_2)^{0.5} \end{aligned} \quad \text{vgl. 3.25}$$

Door vgl. 3.24 en vgl. 3.25 te combineren kan vgl. 3.15 worden herschreven voor de bezinking van een mengsel met twee fracties in zone 2. Hiermee wordt voor de gereduceerde valsnelheden van beide fracties verkregen:

$$\begin{aligned} w_{L,2} &= w_{0,L,2}(1 - C_2)^{0.5}(1 - C_{L,2}) - w_{0,S,2}(1 - C_2)^{0.5}C_{S,2} \\ w_{S,2} &= w_{0,S,2}(1 - C_2)^{0.5}(1 - C_{S,2}) - w_{0,L,2}(1 - C_2)^{0.5}C_{L,2} \end{aligned} \quad \text{vgl. 3.26}$$

De snelheden van de te observeren grensvlakken 1 en 2 ( $u_{g,1}$  en  $u_{g,2}$ ) zijn gelijk aan de gereduceerde valsnelheid van de grootste fractie in de zone onder het betreffende grensvlak, zodat:

$$\begin{aligned} u_{g,1} &= w_{S,1} \\ u_{g,2} &= w_{L,2} \end{aligned}$$

De concentratie in zone 1 wordt gegeven door het aantal korrels dat grenslaag 1 passeert te beschouwen over het toenemende volume van zone 1 (het volume van zone 1 is in de initiële fase nul). Het aantal korrels dat grenslaag 1 passeert per eenheid van oppervlak is  $(w_{L,2} - w_{S,2})C_{S,2}$ .

De volume toename van zone 1 per eenheid van oppervlakte is het verschil in snelheid van de grenslagen 1 en 2, oftewel:  $(w_{L,2} - w_{S,1})$ , zodat voor de concentratie van de fijne fractie in zone 1 (de enige aanwezige fractie in die zone) geldt:

$$C_{S,1} = \frac{(w_{L,2} - w_{S,2})C_{S,2}}{(w_{L,2} - w_{S,1})} \quad \text{vgl. 3.27}$$

waarin:

- $C_{S,1}$  = concentratie fijne fractie in zone 1
- $C_{S,2}$  = concentratie fijne fractie in zone 2

Zoals blijkt uit paragraaf 3.2.1 is de gereduceerde valsnelheid van de korrels afhankelijk van de concentratie. De concentraties in zone 2 blijven gelijk aan de initiële. In deze zone zijn de gereduceerde valsnelheden van beide fracties dus eenvoudig te berekenen m.b.v. vgl. 3.26 en daarmee is de snelheid van grensvlak 2 bekend. De concentratie van de fijne fractie in zone 1 is niet bekend en de gereduceerde valsnelheid van deze fractie in zone 1 dus ook niet. De concentratie grote korrels in zone 1 is nul, daarmee kan voor de gereduceerde valsnelheid van de fijne fractie in zone 1 geschreven worden:

$$w_{S,1} = w_{0,S,1}(1 - C_{S,1})^{1.5} \quad \text{vgl. 3.28}$$

Er zijn 2 onbekenden ( $C_{S,1}$  en  $w_{S,1}$ ) en 2 vergelijkingen (vgl. 3.27 en vgl. 3.28), waarmee de snelheid van grensvlak 1 bepaald kan worden.

### 3.4.3 Smith

Smith heeft de bezinking van gegradeerde mengsels beschreven door voor de gereduceerde valsnelheden van de fracties de theorie van Happel te gebruiken. Smith werkt met kleine korreldiameters ( $D < 0.1\text{mm}$ ) die bolvormig zijn ( $\Psi=1$ ). De gereduceerde valsnelheid t.o.v. water wordt hiermee voor de grove en fijne fractie:

$$V_{s,L} = A \cdot w_{o,L} \quad \text{vgl. 3.29}$$

$$V_{s,S} = A \cdot w_{o,S}$$

waarin:

$$\blacksquare A = \left[ \frac{3 - \frac{9}{2}C^{1/3} - \frac{9}{2}C^{5/3} - 3C^2}{3 + 2C^{5/3}} \right]$$

- $C$  = totale concentratie alle fracties
- $w_{o,L}$  = ongestoorde valsnelheid grove fractie
- $w_{o,S}$  = ongestoorde valsnelheid grove fractie



Doordat Smith werkt met de gereduceerde valsnelheid volgens Happel (vgl. 3.22), worden voor lage concentraties te lage snelheden verkregen. Uit experimenten is dan ook gebleken dat met het model volgens Smith te lage valsnelheden worden gevonden voor  $C < 0.6$ .

### 3.4.4 Lockett en Al Habbooby

Lockett en Al Habbooby gebruiken voor de gereduceerde valsnelheden van de fracties de theorie zoals voorgesteld door Richardson en Zaki. Hiermee wordt voor de gereduceerde valsnelheden t.o.v. het water voor de twee fracties verkregen:

$$\begin{aligned} v_{s,L} &= w_{o,L} (1-C)^{n_L-1} \\ v_{s,S} &= w_{o,S} (1-C)^{n_S-1} \end{aligned} \quad \text{vgl. 3.30}$$

Uit experimenten is gebleken dat volgens dit model te hoge valsnelheden worden verkregen. Vooral bij hogere concentraties ( $C > 0.4$ ). Dit is te verklaren doordat geen rekening wordt gehouden met interacties tussen de korrels. Immers hoe hoger de concentratie, des te meer de kleine, trage korrels de grotere gaan hinderen.

### 3.4.5 Mirza en Richardson

Omdat is gebleken dat volgens Lockett en Al Habbooby bij hoge concentraties ( $C > 0.4$ ) te hoge valsnelheden worden verkregen, stellen Mirza en Richardson voor een extra correctiefactor van 0.4 op de gereduceerde valsnelheid volgens Richardson en Zaki toe te passen. Hiermee wordt voor de gereduceerde valsnelheden t.o.v. het water voor de twee fracties verkregen:

$$\begin{aligned} v_{s,L} &= w_{o,L} (1-C)^{(n_L+0.4)-1} \\ v_{s,S} &= w_{o,S} (1-C)^{(n_S+0.4)-1} \end{aligned} \quad \text{vgl. 3.31}$$

Uit experimenten is gebleken dat met deze correctie een vrij goede beschrijving van het proces wordt beschreven, ook bij hoge concentraties.

### 3.4.6 Turian, Kothari en Selim

Turian, Kothari en Selim brengen de interacties tussen de korrels in rekening door de ongestoorde valsnelheid van elke fractie te berekenen aan de hand van de dichtheid van een suspensie van alle fracties met een kleinere korreldiameter dan de betreffende. De dichtheid van de suspensie met alleen kleine korrels waarin de grove fractie bezinkt wordt geschreven als:

$$\rho_{m,S} = \frac{(1-C)\rho_w + C_s\rho_s}{(1-C_L)} \quad \text{vgl. 3.32}$$

Door deze dichtheid in te vullen voor de opwaartse kracht in de evenwichtsvergelijking (vgl. 3.8), wordt voor de nieuwe ongestoorde valsnelheid van de grove fractie verkregen:

$$w'_{o,L} = w_{o,L} \left( \frac{1-C}{1-C_L} \right)^{0.5} \quad \text{vgl. 3.33}$$

Selim, Kothari en Turian beschrijven de bezinking van het mengsel vervolgens door deze  $w'_o$  in te vullen in de vergelijkingen voor de gereduceerde valsnelheden zoals voorgesteld door Lockett en Al Habbooby.

### **3.4.7 Resultaat bezinking gegradeerde mengsels**

De theoretische beschrijving voor de valsnelheden als functie van de concentratie voor beide fracties (vgl. 3.26) is niet bruikbaar, deze geeft veel te hoge valsnelheden, omdat geen rekening wordt gehouden met de invloed van de snelheidsgradiënten en met de interacties tussen de grote en de kleine korrels. De beschrijving volgens Smith is alleen bruikbaar voor hoge concentraties ( $C > 0.6$ ), wat buiten ons interessegebied ligt.

De beschrijving volgens Lockett en Al Habbooby geeft te hoge valsnelheden voor beide fracties omdat geen rekening wordt gehouden met de interacties tussen de grote en de kleine korrels. De beschrijving volgens Mirza en Richardson sluit goed aan op de werkelijkheid en is eenvoudig in het gebruik. Echter een duidelijke theoretische achtergrond ontbreekt. Daarom wordt aanbevolen om te werken met de beschrijving volgens Lockett en Al Habbooby in combinatie met de ongestoorde valsnelheid van de grote fractie volgens Turian, Kothari en Selim. Deze methode sluit goed aan bij de werkelijkheid en heeft een theoretische achtergrond.

### **3.4.8 Berekening gegradeerd mengsel**

In Bijlage A is op grond van de theorieën uit paragraaf 3.4.2 een aantal berekeningen gemaakt voor gegradeerde mengsels. Uit de resultaten van deze berekeningen volgt dat bij lage concentraties de hoogte van de ontmengingszone (zone 1) veel groter is dan bij hoge concentraties. Dit komt doordat het verschil tussen de snelheden van grensvlak 1 en 2 bij lage concentraties groter is dan bij hoge concentraties. Hindered settling zorgt ervoor dat de valsnelheden van korrels met een verschillende korreldiameter bij hoge concentraties dichter bij elkaar komen te liggen. Hieruit volgt dat bij lage concentraties meer ontmenging optreedt dan bij hoge concentraties. Tevens volgt uit de berekeningen dat de tijd waarop alles is bezonken bij lage concentraties dicht bij de bezinktijd voor de kleine fractie ligt. Bij hoge concentraties is de bezinktijd ongeveer het gemiddelde van de bezinktijd van de kleine fractie en de grote fractie. Er kan dus geconcludeerd worden dat hindered settling ervoor zorgt dat de ontmenging van gegradeerde mengsels bij hoge concentraties minder wordt.

## 4. Turbulentie

### 4.1 Inleiding

#### 4.1.1 Kenmerken van turbulentie

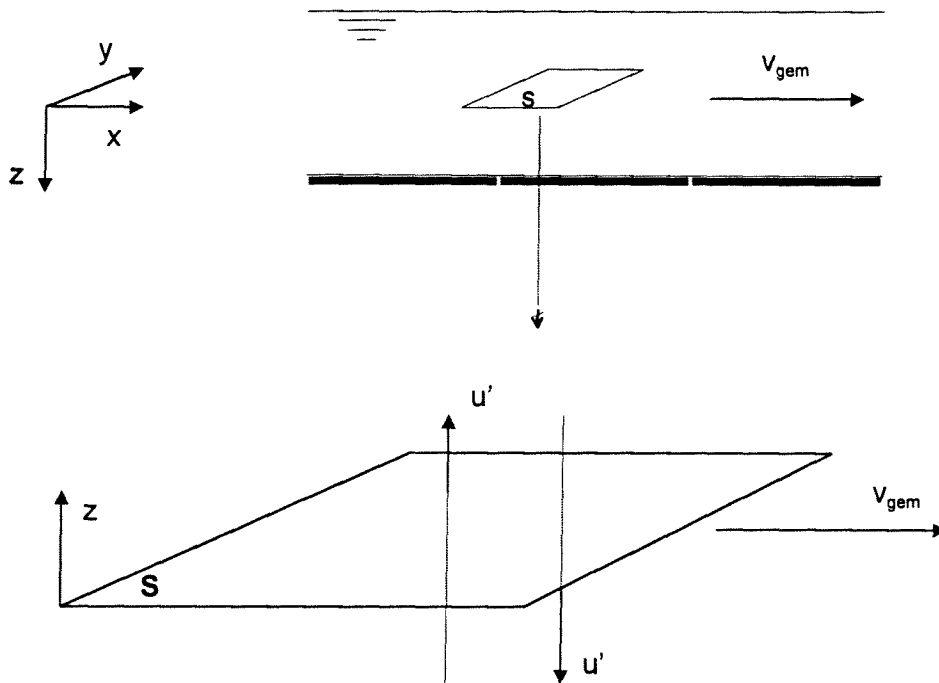
Turbulentie is een warrige 3-dimensionale wervelbeweging. Bij vrijwel alle stromingen die voorkomen in bijvoorbeeld rivieren en kanalen zullen ook in de richtingen loodrecht op de gemiddelde stroming bewegingen voorkomen. Turbulentie zal slechts ontstaan in stromingen waar vanuit de hoofdbeweging energieoverdracht aan de turbulente beweging kan plaatshebben. Hiervoor zijn snelheidsgradiënten nodig. Een turbulente beweging zal ter plaatse van een snelheidsgradiënt een turbulente schuifspanning vertonen welke samen met de snelheidsgradiënt zorg kan dragen voor bovengenoemde energie overdracht. Afhankelijk van de oorzaak van het ontstaan van deze snelheidsgradiënten onderscheiden we twee soorten turbulentie:

- 1) wandturbulentie
- 2) vrije turbulentie.

Bij de eerste soort treedt de snelheidsgradiënt op doordat stroming in de buurt van een wand door de kleefconditie aan de wand en de in verband hiermee optredende schuifspanning afgeremd wordt. Vrije turbulentie ontstaat daar waar twee aanliggende stromingen verschillende snelheden hebben. Door impulsoverdracht (schuifspanning) zal tussen de twee stromingen een aangroeiende laag ontstaan waarin een overgang tussen de snelheden van de twee lagen optreedt, de zogenaamde menglaag.

#### 4.1.2 Turbulente transporten

Zoals eerder gemeld komen ook in de richting loodrecht op de gemiddelde stroming bewegingen voor. Als karakteristieke snelheid in deze richting is de r.m.s. waarde (root mean square),  $u_{rms}$  van de turbulente snelheid te gebruiken. Dit is de wortel van het gemiddelde van de gekwadeerde snelheden, zie ook 4.2.2. Turbulent transport is het transport ten gevolge van de turbulente beweging. Het mechanisme ervan laat zich het best begrijpen door een richting te beschouwen waarin geen gemiddelde stroomsnelheid aanwezig is, zodat het transport in deze richting door de gemiddelde stroomsnelheid nul is. Door een vlakje  $S$  loodrecht op deze richting passeert slechts vloeistof door de turbulente snelheid  $u'$ . Transport van een grootte  $G$  (zoals impuls) door  $S$  treedt op als er meer  $G$  door het oppervlak gaat in de ene dan in de andere richting. Omdat de gemiddelde snelheid loodrecht op  $S$  nul is, zal dit slechts optreden bij een concentratiegradiënt van  $G$  loodrecht op  $S$ , zie figuur 4.1.



figuur 4.1 Turbulent transport mechanisme.

De grote turbulente bewegingen zijn het belangrijkste voor het turbulent transport. Dit komt omdat ze grote waarden van  $c'$  meebrengen aangezien de getransporteerde vloeistofpakketjes van ver komen, waar andere condities heersen. Ook voor de onttrekking van energie aan de hoofdbeweging zijn deze grote turbulente wervels het belangrijkste. De turbulentie verliest echter zijn energie voornamelijk bij de kleinste wervels. Pas bij deze kleine wervels zijn de snelheidsgradiënten zo groot dat de (moleculaire) viscositeit een belangrijk energieverlies van de turbulente beweging aan de warmtebeweging veroorzaakt [30].

## 4.2 Stochastische beschrijving van de turbulentie

### 4.2.1 Reynoldsmiddeling

In de beschrijving van turbulentie wordt gebruik gemaakt van een impulsbalansvergelijking en een massabalansvergelijking in de vorm van de Navier-Stokes vergelijking respectievelijk de continuïteitsvergelijking. De voorwaarden die gelden voor deze vergelijkingen zijn een onsamendrukbare vloeistof en een dynamische viscositeit die onafhankelijk is van de plaats. De vergelijkingen luiden als volgt:

$$C: \quad \nabla_i v_i = 0 \quad \text{vgl. 4.1}$$

$$NS: \quad \frac{\partial}{\partial t}(\rho v_j) + \nabla_i(\rho v_i v_j) + \nabla_j p - \eta \nabla_i^2 v_j = k_j \quad \text{vgl. 4.2}$$

In deze vergelijkingen is  $\nabla_i = \delta/\delta x_i$ . De indices kunnen de waarden 1,2 en 3 aannemen welke staan voor de coördinaatrichtingen. Verder is gebruik gemaakt van de Einstein-sommatie conventie, zo staat  $\nabla_i^2$  voor  $\nabla_1\nabla_1 + \nabla_2\nabla_2 + \nabla_3\nabla_3$ .  $p$  is de druk,  $k_j$  is de  $j$ -de component van de uitwendige kracht en  $\eta$  de viscositeit. De Navier-Stokes vergelijking is niet lineair wegens de kwadratische convectieterm  $\nabla_i(\rho v_i v_j)$ . Bij grote Reynolds getallen overheerst deze term en wordt het systeem instabiel. Ook infinitesimaal kleine verschillen in begin en randvoorwaarden kunnen belangrijke verschillen in de oplossing meebrengen. Deze onzekerheid geeft het stochastische karakter aan van de turbulentie. Door ensemblemiddeling van de NS vergelijking ontstaat de zogenaamde Reynoldsvergelijking waarbij bovengenoemde niet-lineaire term gemiddeld wordt.

$$\text{RE: } \frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{v}_j) + \nabla_i(\rho \bar{v}_i \bar{v}_j) + \nabla_i q_{ij} + \nabla_j \bar{p} - \eta \nabla_i^2 \bar{v}_j = \bar{k}_j \quad \text{vgl. 4.3}$$

waarin  $q_{ij}$  de spanningen van Reynolds zijn, gedefinieerd door  $q_{ij} = \rho \overline{v_i v_j}$ .

De spanningen van Reynolds zijn te onderscheiden in de normale spanningen ( $i = j$ ) en de schuifspanningen ( $i \neq j$ ), aangeduid met  $s_{ij}$ .

Bij behoorlijk ontwikkelde turbulente stroming kunnen de viskeuze schuifspanningscomponenten  $\eta \nabla_i^2 \bar{v}_j$  verwaarloosd worden t.o.v. de turbulente schuifspanningstermen  $\nabla_i s_{ij}$ , behalve in een dunne viskeuze sub-laag langs vaste wanden. De gradiënten van de normale turbulente drukken zijn weer te verwaarlozen t.o.v. de gradiënt van de normale druk  $p$ . De Reynoldsvergelijking luidt daarmee in goede benadering:

$$\text{RE*}: \frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{v}_j) + \nabla_i(\rho \bar{v}_i \bar{v}_j) + \nabla_i s_{ij} + \nabla_j \bar{p} = \bar{k}_j \quad \text{vgl. 4.4}$$

De Reynoldsspanningen zijn extra onbekenden, zodat extra relaties opgesteld moeten worden om de vergelijkingen op te kunnen lossen. De Reynoldse spanningen geven een koppeling tussen turbulente beweging en hoofdbeweging weer.

Als een stromingssituatie wordt beschouwd waarbij alleen de  $x$ -component van de gemiddelde snelheid optreedt en deze slechts over de  $z$ -richting varieert dan ontstaat de vergelijking van Boussinesq:

$$s_{zx} = -\rho v_t \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial z} \quad \text{vgl. 4.5}$$

Hierin is  $s_{zx}$  de turbulente schuifspanning, en  $v_t$  de turbulentieviscositeit. Er is hier uitgegaan van een gradiënt type transport, waarbij wordt aangenomen dat turbulente transporten evenredig zijn met gradiënten van de betreffende grootheden in de hoofdstroming.

Als naar de concentratie van vaste deeltjes  $C$  in de stroming wordt gekeken geldt de volgende evenwichtsvergelijking:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla_i((v_i + w_i)C) = 0 \quad \text{vgl. 4.6}$$

Hierin is geen moleculaire diffusie opgenomen en zijn ook geen brontermen aanwezig.  $W_i$  is de deeltjessnelheid ten opzichte van het water. Deze deeltjessnelheid is in de positieve  $z$ -richting gericht en kan geschreven worden als  $(0,0,w_s)$ .

Na Reynoldsmiddeling geldt:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla_i(\bar{v}_i \bar{C}) + \nabla_i(\bar{v}'_i C') + \frac{\partial}{\partial z}(\bar{w}_s \bar{C}) + \frac{\partial}{\partial z}(\bar{w}'_s C') = 0 \quad \text{vgl. 4.7}$$

De laatste term in het linkerlid van deze vergelijking wordt in het algemeen verwaarloosd. Het diffusief transport T van vaste deeltjes in de z-richting wordt veelal geschreven als

$$T_z = -\rho \varepsilon \frac{\partial C}{\partial z} \quad \text{vgl. 4.8}$$

met  $\varepsilon$  als turbulente diffusiecoëfficiënt [ $m^2/s$ ] en z als transportrichting.

#### 4.2.2 Hoofdbeweging en turbulentie

In verband met de onvoorspelbaarheid van de turbulente bewegingen moeten statistische methoden gebruikt worden om de invloed van turbulentie op de stroming en de sedimentatie te kunnen schatten. Hiervoor kan de ensemblemiddeling gebruikt worden, waarbij de middeling over een "ensemble" van mogelijke bewegingen geschiedt. De optredende stroming is dan op te vatten als een toevallige realisering uit het ensemble. Als bijvoorbeeld een N aantal snelheidsmetingen gedaan worden, waarbij N groot genoeg is om representatief te zijn, dan kan de gemiddelde snelheid  $\bar{u}$  op plaats  $x_i$  geschreven worden als:

$$\bar{u}(x_i; N) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N u^{(n)}(x_i)$$

Het ensemblegemiddelde is dan de limiet voor  $N \rightarrow \infty$ . Bij een voldoende grote steekproef is het gemiddelde over de steekproef vrijwel gelijk aan het ensemblegemiddelde. De snelheid op plaats  $x_i$  bij elke n-de proef is nu te splitsen in de gemiddelde snelheid  $\bar{u}$  en de incidentele afwijking daarvan  $u^{(n)}$ , wat het onvoorspelbare deel vertegenwoordigt.

Als maat voor de intensiteit van de turbulentie wordt vaak de root mean square waarde  $u'_{rms}$  van deze afwijking gebruikt:

$$u'_{rms} = \sqrt{(u')^2} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (u^{(n)})^2} \quad \text{vgl. 4.9}$$

#### 4.3 Meettechniek

Metingen in turbulente stromingen betreffen in de eerste plaats snelheidsmetingen. Metingen van turbulente stroomsnelheden eisen veel hogere bemonsteringsfrequenties dan metingen van gemiddelde snelheden. Voor de bepaling van de gemiddelde stroomsnelheid zijn frequenties van ongeveer 1 Hz toereikend. Voor de bepaling van de turbulente transporten is de tijdschaal van de grote turbulente wervels maatgevend. In de turbulente schuifspanning spelen immers alleen de grotere langzame wervels mee. Voor de turbulente schuifspanning zijn daarmee bemonsteringsfrequenties van ongeveer 20 Hz vereist. Voor de bepaling van een frequentiespectrum van de turbulenties zijn veel hogere bemonsteringsfrequenties tot in de honderden Hz nodig.

Snelheidsmeters bepalen in het algemeen de snelheid over een bepaald gebiedje. Voor de meting van de gemiddelde snelheid is dit meestal niet erg beperkend, behalve soms in de buurt van wanden. Meting van turbulente grootheden vereist daarentegen een klein meetvolume.

Middeling over te grote meetvolumina kan de gemeten turbulente fluctuatie ernstig onderdrukken.

#### 4.4 Numerieke modellen

Numerieke oplossing van de turbulente beweging kost in verband met de vele lengteschalen (tot bijna 0.1 mm) te veel geheugenruimte om praktijksituaties te beschrijven. De subgrid scale modellen geven de mogelijkheid de grootschalige turbulente beweging op te lossen echter moeten met deze modellen nog steeds zware rekenpartijen worden uitgevoerd. De meeste oplossingsmethoden berusten op gradiënttype transporten, dat wil zeggen op de aanname dat turbulente transporten evenredig zijn met gradiënten van de betreffende grootheden in de hoofdstroming. Een veel gebruikte aanname voor een gradiënttype transport is de mengweghypothese van Prandtl. De beschrijving van een turbulente stroming aan de hand van deze hypothese doet vaak weinig onder voor de beschrijving door middel van veel ingewikkelder turbulentiemodellen zoals bijvoorbeeld het k-ε-model. Prandtl preciseert de aard van de eerder besproken vloeistofpakketten die zich in een turbulente vloeistofstroming verplaatsen ten opzichte van de hoofdbeweging. De mengweghypothese veronderstelt dat deze pakketten tijdens hun beweging de eigenschappen van hun ontstaansplek bewaren, en zich na verplaatsing over een zekere afstand, waarvoor  $l_m$  (de mengweglengte) een maat is, weer volledig met de omgeving mengen.

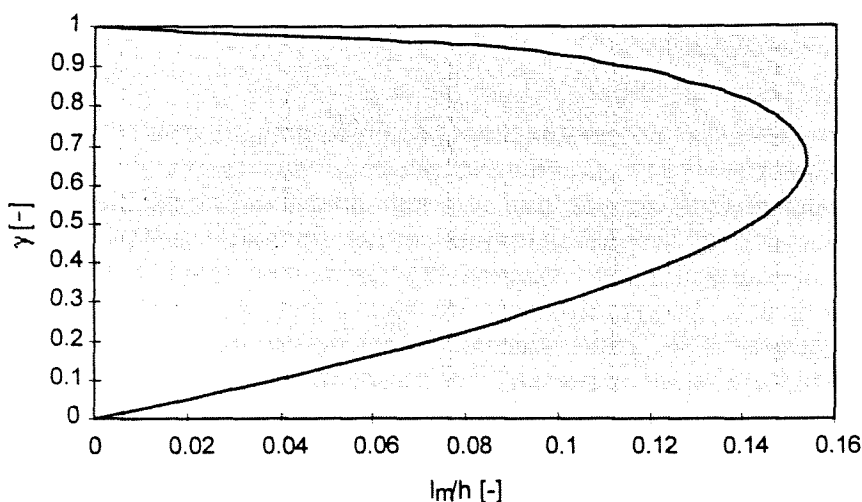
Bij een wandgrenslaag wordt voor  $l_m$  vaak de volgende vergelijking gebruikt:

$l_m = \kappa y$ . Hierin is de constante van Von Kármán  $\kappa = 0.4$  en  $y$  is de afstand tot de wand. In open waterlopen bij een volledig ontwikkelde afschuifstroming wordt veelal de Bakhmetev verdeling gebruikt (met de z-as positief naar beneden):

$$l_m = \kappa (h - z) \sqrt{\frac{z}{h}} \quad \text{vgl. 4.10}$$

met  $h$  = de hoogte van de waterloop. Het verloop van de mengweglengte over de hoogte van de waterloop ziet er dan uit als in figuur 4.2 ( $\gamma = 1 - z/h$ ).

mengweglengteverdeling in open waterloop

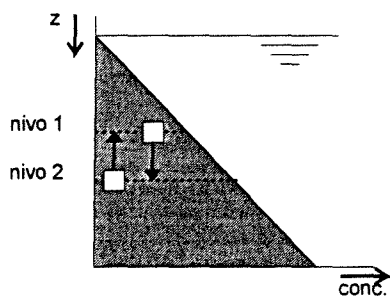


figuur 4.2 Mengweglengteverdeling in open waterloop.

## 4.5 Turbulentie en sedimentatie

### 4.5.1 Inleiding

In een gemiddeld horizontale stroming wordt elke waterbeweging naar boven ergens anders gecompenseerd door een beweging naar beneden, wegens het behoud van massa. In een suspensiestroom, waarbij de vaste deeltjes uitzakken, neemt de concentratie vaste deeltjes richting de bodem toe. Een opwaartse waterbeweging draagt dus een vloeistofpakketje vanuit een gebied met een hoge concentratie naar een gebied met een relatief lage concentratie. Evenzo draagt een neerwaartse beweging een pakketje met lage concentratie naar een gebied met hogere concentratie, zie figuur 4.3.



figuur 4.3 Transport door turbulentie.

Deze beschouwing is gerechtvaardigd wanneer de interne snelheidsfluctuaties groot zijn ten opzichte van de valsnelheid van de korrel. Het netto effect van deze turbulente bewegingen is dus een opwaarts transport welke de bezinksnelheid van de vaste deeltjes vertraagt, en waardoor er zich een evenwichtsprofiel kan instellen waarbij een deel van het sediment in suspensie wordt gehouden. De mate van uitwisseling van het mengsel wordt weergegeven door de turbulente diffusiecoëfficiënt  $\epsilon$ .

### 4.5.2 Theorie

In een uniforme stroming waarbij alleen de z-richting beschouwd wordt en bij aanwezigheid van sediment met één korrelgrootte geldt de volgende vergelijking:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial(wC)}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left( \epsilon \frac{\partial C}{\partial z} \right) = 0 \quad \text{vgl. 4.11}$$

Hierin is  $w$  de valsnelheid van het sediment,  $C$  de concentratie aan sediment en  $\epsilon$  de turbulente diffusiecoëfficiënt. De basisuitdrukking voor de diffusiecoëfficiënt is:

$$\epsilon = \sqrt{\overline{u'^2}} l_m \quad \text{vgl. 4.12}$$

waarin  $\sqrt{\overline{u'^2}}$  de root mean square waarde van de snelheidsfluctuaties in de z-richting  $u_{rms}$  is en  $l_m$  de mengweglengte.



Deze vergelijking kan ook worden geschreven als:

$$\varepsilon = \left( I_m \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right| \right) I_m \quad \text{vgl. 4.13}$$

waarin de schuifspanningsnelheid  $|u_*| = I_m \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right|$ . Als de vergelijking voor de mengweglengteverdeling uit paragraaf 4.4 wordt gebruikt volgt:

$$\varepsilon = |u_*| \kappa (h - z) \sqrt{\frac{z}{h}} \quad \text{vgl. 4.14}$$

In een evenwichtssituatie ( $\frac{\partial C}{\partial t} = 0$ ) geeft integratie over  $z$  wegens het ontbreken van transport door het wateroppervlak:

$$wC = \varepsilon \frac{\partial C}{\partial z} \quad \text{vgl. 4.15}$$

Substitutie van vgl. 4.14 in vgl. 4.15 en integratie van deze laatste vergelijking geeft dan het concentratieprofiel:

$$C = C_{\max} e^{-\frac{w}{\varepsilon}(h-z)} \quad \text{vgl. 4.16}$$

waarin  $C_{\max}$  de pakkingsdichtheid van het zandpakket op de bodem is.

## 4.6 Turbulentie in het beun

Het beladen van een sleeplopperzuiger gebeurt door middel van een stortgoot welke via stortopeningen of een diffusor het opgezogen zandwatermengsel in het beun stort. In het beun zijn dan drie zones te onderscheiden;

zone 1: het stortproces

zone 2: afstroming met sedimentatieproces en in latere fase erosieproces

zone 3: het overvloeiproces.

In dit afstudeeronderzoek wordt het sedimentatieproces onder turbulente omstandigheden onderzocht, wat zijn eventuele toepassing in zone 2 zal kunnen vinden. In deze zone kan de aanwezige turbulentie opgebouwd worden gedacht uit twee delen. In de eerste plaats een deel ten gevolge van het omzetten van de ingebrachte energie in turbulentie. Deze turbulentie is maximaal bij de inbreng en zal in de lengterichting van het beun afnemen ten gevolge van dissipatie. Volgens Groot [32], zie ook 4.7.3, kan dit deel worden beschreven volgens de functie:

$$\frac{U'_{rms}}{U} = \frac{D}{x} \quad \text{vgl. 4.17}$$

waarbij  $D$  een constante afhankelijk van de energieinbreng is en  $x$  de afstand in lengterichting vanaf de inbreng.

In de tweede plaats bestaat de turbulentie uit een stationair deel, veroorzaakt door wand- en bodemwrijving welke als volgt kan worden beschreven:

$$\frac{U'_{rms}}{U} = B \quad \text{vgl. 4.18}$$

In deze vergelijking is B een constante welke afhankelijk is van de bodemruwheid en de geometrie van het beun. Volgens Groot kunnen beide termen gesuperponeerd worden, zodat de volgende vergelijking ontstaat:

$$\frac{u'_{rms}}{u} = A \frac{h}{x} + B \quad \text{vgl. 4.19}$$

Hierin is D dimensieloos gemaakt met behulp van de waterdiepte h. Groot heeft een aantal metingen uitgevoerd in een hoppermodel met verschillende diffusor systemen en kwam op de volgende waarden;

gesloten diffusor: 
$$\frac{u'_{rms}}{u} = 0.046 \frac{h}{x} + 0.0057$$

open diffusor: 
$$\frac{u'_{rms}}{u} = 0.085 \frac{h}{x} + 0.0075$$

Verdronken diffusor: 
$$\frac{u'_{rms}}{u} = 0.042 \frac{h}{x} + 0.0027$$

Opgemerkt dient te worden dat de absolute waarden van de coëfficiënten niet van belang zijn maar dat het gaat om de verhouding ertussen. De gemiddelde verhouding  $\frac{A}{B}$  is ongeveer 10,

wat inhoudt dat op een afstand van 10 maal de waterdiepte vanaf de inbreng zowel de ingebrachte energie als de wand- en bodemwrijving de turbulentie-structuur bepalen. Pas na grote afstand (ongeveer 50 maal de waterdiepte) zal het stationaire deel gaan overheersen, en kan er volgens verschillende theorieën over volledig ontwikkelde afschuifstromingen een voorspelling worden gedaan over de optredende snelheidsfluctuaties. Aangezien de lengte/diepte verhouding van het beun van een gangbare sleehopper rond de 10 ligt hangt de optredende turbulentiestructuur te veel af van de manier van inbrengen om resultaten voor volledig ontwikkelde afschuifstromingen te kunnen gebruiken om deze turbulentiestructuur te beschrijven.

## 4.7 Bestaande modellen

### 4.7.1 Introductie

Er is in de literatuur een aantal (reken)modellen gevonden voor de beschrijving van het beunbezinkingsproces die elk op hun eigen manier de turbulentie in rekening brengen [24, 31, 32]. Deze modellen zijn:

- 1) Uitbreiding ideale bezinkbakmodel (Yagi)
- 2) Stortmodel Groot (Groot)
- 3) Dichtheidsstromingenmodel (De Koning)
- 4) Stortmodel (Theijse)
- 5) Drielagenmodel (Mastbergen)

In het model van Yagi wordt de invloed van de turbulentie op de valsnelheid evenals de invloed van bodemveranderingen toegevoegd aan het ideale bezinkbakmodel van Camp. Het model houdt geen rekening met reeds bezonken korrels.

Het computermodel van Groot houdt evenals het model van Yagi geen rekening met het optreden van dichtheidsstromen, hoewel Groot bij zijn onderzoek wel tot de conclusie kwam dat er spraken moest zijn van een dichtheidsstroming over de bodem. Zijn model berekent op basis van de convectie diffusie vergelijking voor zand in een turbulente stroming de verticale snelheids- en concentratieverdelingen van de stroming in het beun. De diffusiecoëfficiënt wordt op empirische wijze bepaald met modelproeven en blijkt afhankelijk van de afstand tot de inlaat. Het gehanteerde concept volgens de turbulente diffusie vergelijking gaat uit van volledige menging van het zand over de verticaal. In langsricting neemt het zandtransport af door uitzakking waardoor bodemophoging plaatsvindt. In werkelijkheid ontstaat echter een gelaagd systeem (dichtheidsstroming) als gevolg van het uitblijven van volledige menging over de verticaal.

De Koning introduceert het begrip dichtheidsstroming in zijn kwalitatieve beunbezinkingsmodel. Een dichtheidsstroom is een laag met een relatief hoge concentratie en een horizontale snelheid enkele malen groter dan de snelheid van het water boven de dichtheidsstroom. Turbulentie gaat pas een rol spelen in de laatste fase van het laadproces, waarbij een uniforme verdeling van het sediment over de waterhoogte ontstaat boven het reeds bezonken bed. Theijse gebruikt voor zijn beschrijving van het beunbezinkproces de wiskundige formuleringen van de mengselstroom langs de helling, zoals afgeleid voor het storten van zand onderzoek (BAGT 417).

Het eenvoudige 3-lagenmodel (zand, zandwatermengsel, water) van Mastbergen gaat uit van het dichtheidsstromingen-concept van de Koning. Verticale diffusie tussen deze lagen wordt in dit model verwaarloosd.

#### 4.7.2 Uitbreiding ideale bezinkbakmodel (Yagi)

Uitgangspunt van het model is de zogenaamde sediment diffusie vergelijking voor stationaire situaties:

$$\varepsilon \frac{dC}{dz} - w_0 C = 0 \quad \text{vgl. 4.20}$$

met:  $\varepsilon$  = turbulente diffusiecoëfficiënt [m<sup>2</sup>/s]  
 $C$  = concentratie vaste stof [-]  
 $z$  = verticale coördinaat [m]  
 $w_0$  = ongestoorde valsnelheid korrel [m/s]

Voor een turbulente stroming met een logaritmsch snelheidsprofiel in een open kanaal geldt:

$$\varepsilon = \kappa u_* z \left(1 - \frac{z}{h}\right) \quad \text{vgl. 4.21}$$

met:  $\kappa$  = constante van Von Kármán [-]  
 $z$  = afstand tot sedimentbed [m]  
 $h$  = hoogte van de waterstand in het beun [m]  
 $u_* = u \sqrt{f/2}$  [m/s]  
met:  $u$  = stroomsnelheid in beun [m/s]  
 $f$  = wandwrijvingscoëfficiënt [-]

De gemiddelde turbulentie diffusiecoëfficiënt over h kan worden geschreven als:

$$\varepsilon_{\text{gem}} = \frac{1}{6} u_* k h = \beta u_* k h \quad \text{vgl. 4.22}$$

Oplossen van de sediment diffusie vergelijking, gebruik makend van  $\varepsilon_{\text{gem}}$  met als randvoorwaarde:

$$C_{\text{gem}} = C_p \quad (= \text{pompc concentratie})$$

levert het volgende op:

$$C = C_p \frac{Z_y}{1 - e^{-Z_y}} e^{-Z_y \xi} \quad \text{vgl. 4.23}$$

met:  $Z_y = \frac{w}{\beta u_* k}$  (suspensiegetal volgens Yagi) [-]

$$\xi = \frac{z}{h}$$

Voor enigszins betrouwbare berekeningen dient in dit model een nauwkeuriger bepaling van de factor  $\varepsilon$ , en van het effect van de toename van  $u$  als gevolg van de afname van  $H$ . Een onvolledigheid in het model is verder dat met hindered settling geen rekening wordt gehouden. Miedema heeft ook een uitbreiding van het ideale bezinkbakmodel uitgevoerd, hierin is echter met turbulentie geen rekening gehouden.

#### 4.7.3 Stortmodel Groot

Het model van Groot beschouwt het gebied tussen inbrengzone en overloopzone waarin de stroming gelijkmatig over de hoogte en de breedte van de hopper is verdeeld. Het model is gebaseerd op de continuïteitsvergelijking van het zand:

$$\bar{u} \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial(wC)}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left( \varepsilon \frac{\partial C}{\partial z} \right) = 0 \quad \text{vgl. 4.24}$$

Hierbij neemt Groot aan dat:

$$\begin{aligned} \bar{u} &= f(z) && (\text{bijv. logaritmischesnelheidsprofiel}) \\ w &= f(C) && (\text{Richardson en Zaki}) \\ \varepsilon &= f(x, z) && (\text{gekoppeld aan energie inbreng en bodemruwheid}) \end{aligned}$$

Als randvoorwaarde aan de bovenrand stelt hij het netto zandtransport op 0:

$$\varepsilon \frac{dC}{dz} + wC = 0$$

Aan de onderrand zijn er twee mogelijkheden voor de randvoorwaarde:

$$\frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad (\text{te gebruiken bij sedimentatie})$$

$$C_b = C_e \quad (\text{te gebruiken bij erosie, } C_e \text{ is evenwichtsconcentratie})$$

Er is een aantal gootproeven uitgevoerd en prototypemetingen verricht om empirische formules af te leiden voor de snelheidsverdeling  $\bar{u}(z)$  en de diffusiecoëfficiënt  $\varepsilon(x, z)$ . Hierbij is ter verificatie van het rekenmodel het bodemprofiel en de concentratieverdeling over de hoogte gemeten.

Uit de metingen ter bepaling van het snelheidsprofiel blijkt in tegenstelling tot het verwachte logaritmische snelheidsverloop, dat het water zich met een snelheid van circa 3 maal de gemiddelde snelheid over de bodem beweegt ten gevolge van optredende dichtheidsstromingen.

Om de diffusiecoëfficiënt te bepalen, gaat Groot uit van de mengweglengtetheorie van Prandtl. Hiervoor dient het verloop van de snelheidsfluctuaties over de lengte van de goot bepaald te worden. Volgens de theorie van Prandtl geldt:

$$\varepsilon = v'_{rms} l_m = u'_{rms} l_m \quad \text{vgl. 4.25}$$

$$l_m = \kappa (h - z) \sqrt{\frac{z}{h}} \quad \text{vgl. 4.26}$$

met:  $v'_{rms}$  = rms waarde van de snelheidsfluctuaties t.g.v. turbulentie in verticale richting  
[m/s]  
 $u'_{rms}$  = rms waarde van de snelheidsfluctuaties t.g.v. turbulentie in horizontale richting  
[m/s]

Tijdens de proeven wordt de waarde van de relatieve turbulentie  $\frac{u'_{rms}}{\bar{u}}$  bepaald en deze blijkt hyperbolisch over de lengte van de goot te verlopen. De waarde hangt sterk af van de manier van inbrengen van het mengsel en is onafhankelijk van het debiet.

Het turbulentieverloop kan volgens de proeven redelijk worden beschreven met behulp van:

bij stromen met alleen water:  $\frac{U'_{rms}}{\bar{u}} = A \frac{h}{x} + B$  vgl. 4.27

bij stromen met zand en water:  $\frac{U'_{rms}}{\bar{u}} = A \frac{h}{x+h} + B$  vgl. 4.28

met: A = constante afhankelijk van de energieinbreng (turbulentie t.g.v. het omzetten van ingebrachte energie) [-]  
 B = constante afhankelijk van randvoorwaarden (turbulentie t.g.v. wand- en bodemwrijving) [-]  
 h = waterdiepte [m]

Voor de metingen in een goot komt Groot tot de volgende uitdrukkingen voor A en B:

$$A = \frac{1}{\bar{u}} \sqrt{\frac{2}{3} gH} \quad \text{vgl. 4.29}$$

$$B = \frac{1}{E} \sqrt{\frac{g}{2}} \quad \text{vgl. 4.30}$$

met: H = energiehoogte (potentieel + kinetisch)

$$E = 18 \log\left(\frac{12h}{k}\right)$$

k = equivalente zandruwheid

h = waterdiepte

Deze uitdrukkingen worden door Groot ook gebruikt voor zijn proeven in het hoppermodel, waarbij hij een grotere ruwheid gebruikt door de aanwezigheid van klepstangen en verbanddelen ( $C_{model} = 20 \text{ m}^{1/2}\text{s}$ ,  $C_{goot} = 60 \text{ m}^{1/2}\text{s}$ ).

In de studie van Groot worden de invoerparameters in voor het model karakteristieke dimensieloze grootheden ondergebracht te weten:

$\alpha$  = tijd voor horizontaal transport / tijd voor bezinken

$$\alpha = \frac{\frac{L}{\bar{u}}}{\frac{h}{w(c)}} = \frac{Lw(c)}{hu} = \frac{Lw(c)}{q} \quad \text{vgl. 4.31}$$

met: q = debiet per eenheid van breedte

$\beta$  = transport door diffusie / transport door bezinken

$$\beta = \frac{\varepsilon \frac{\partial c}{\partial z}}{w c} = \frac{0.1 \sqrt{\frac{2}{3}} g h}{w(C_0)}$$

vgl. 4.32

Uit de parameterstudie blijkt dat de vermindering van turbulentie het meest effectief is om overvloeiverliezen tegen te gaan wanneer de energiehoogte  $H$  tussen 0.01 en 1 meter ligt. Factor  $\alpha$  bepaalt in hoge mate de overvloeiverliezen, de invloed van  $\beta$  verdwijnt vrijwel geheel bij hoge beginconcentraties.

#### 4.7.4 Dichtheidsstromingenmodel (de Koning)

De Koning introduceert een kwalitatief model waarin wel rekening wordt gehouden met door dichtheidsverschillen aangedreven stromingen. De Koning verdeelt het laadproces in 3 fasen:

- 1) Het beun is in eerste instantie leeg en wordt volgepompt met een zandwatermengsel.
- 2) Het zandwatermengsel heeft het overvloeiniveau bereikt en het overvloeiverlies neemt een bepaalde constante waarde aan. Op de bodem vormt zich een zogenaamde dichtheidsstroom, een laag met een relatief hoge concentratie, die richting overvloei stroomt. Als gevolg van entrainment (opname van water in dichtheidsstroom) en sedimentatie neemt het verschil in dichtheid af en kan de stabiliteit van de dichtheidsstroom verdwijnen. Boven de dichtheidsstroom stroomt in tegengestelde richting een zogenaamde retourstroom.
- 3) In deze fase ontstaat als gevolg van de afgenomen waterhoogte boven het bezonken bed en de turbulentie bij de inlaat een uniforme verdeling van het sediment over de waterhoogte. De snelheid waarmee de sedimentlaag over de bodem beweegt neemt toe en door erosie kunnen de deeltjes wederom in suspensie raken. Uiteindelijk ontstaat een situatie waarbij er netto geen deeltjes meer bezinken.

#### 4.7.5 Stortmodel (Theijse)

Theijse veronderstelt in zijn stortmodel een analogie tussen het beunbezinkingsproces en de stortopbouw bij het storten van zand onder water. Hierbij worden de volgende processen onderscheiden:

- zone 1: stortproces (valproces en woelkrater)
- zone 2: afstroming en sedimentatieproces
- zone 3: overvloeiproces (invloed overvloeinrichting)

In zone 2 wordt de mengselstroom over het reeds gesedimenteerde zandbed geschematiseerd tot een 1-dimensionaal 2-lagensysteem in een 2-dimensionale ruimte. (invloed van beunwanden wordt verwaarloosd). De stroming in het beun wordt gekarakteriseerd met de volgende kentallen:

Intern Froude getal  $Fr_i$  (verhouding zwaartekracht en traagheidskrachten) volgens:

$$Fr_i = \frac{u}{\sqrt{\left(\frac{\rho_m - \rho_0}{\rho_m}\right)gh}} \quad \text{vgl. 4.33}$$

met:  $u$  = snelheid in de mengselstroom  
 $h$  = hoogte van de mengselstroom  
 $\rho_m$  = mengseldichtheid  
 $\rho_0$  = dichtheid omgeving

Reynolds getal  $Re_i$  (verhouding traagheidskrachten en viskeuze krachten) volgens:

$$Re_i = \frac{q}{\nu_i} \quad \text{vgl. 4.34}$$

met:  $\nu_i$  = verhoogde viscositeit t.g.v. verhoogde concentratie  
 $q$  = specifiek debiet (=  $u h = Q_m / B'$ )  
met:  $Q_m$  = mengseldebiet (ongelijk aan pompdebiet i.v.m. entrainment)  
 $B'$  = breedte van de stroom

Voor  $Re_i > 1000$  heeft de stroming een turbulent karakter. Verder heeft het getal invloed op de vormfactor in de formule voor de ongestoorde valsnelheid van de korrels, op de viscositeit en op de grensvlakschuifspanningscoëfficiënt.

Getal van Richardson  $Ri$  (criterium voor stabiliteit van de menglaag) volgens:

$$Ri = \frac{g \frac{\partial \rho}{\partial z}}{\rho \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2} \quad \text{vgl. 4.35}$$

met:  $\frac{\partial u}{\partial z}$  = snelheidsgradiënt in de menglaag  
 $\frac{\partial \rho}{\partial z}$  = dichtheidsgradiënt in de menglaag



**Suspensiegetal Z** (verhouding neerwaarts transport van zanddeeltjes o.i.v. de zwaartekracht en opwaarts transport t.g.v. de turbulentie)

$$Z = \frac{w}{\kappa u} \quad \text{vgl. 4.36}$$

met:  $\kappa$  = constante van Von Kármán  
 $w$  = gereduceerde valsnelheid  
 $u$  = schuifspanningsnelheid

Met behulp van deze kentallen kan de mengselstroom in het beun gekarakteriseerd worden. Met behulp van het suspensiegetal Z kan bijvoorbeeld een uitspraak gedaan worden over het concentratieprofiel. De distributieformule van Rouse beschrijft het evenwichtsprofiel in een turbulente stroming als volgt:

$$C(z) = C(a) \left( \left( \frac{a}{h-a} \right) \left( \frac{z}{h-z} \right) \right)^2 \quad \text{vgl. 4.37}$$

met:  $C(a)$  = referentieconcentratie voor  $z = a$   
 $h$  = totale waterdiepte  
 $z$  = diepte  
 $Z$  = suspensiegetal

In een stationaire uniforme stroming komen de gemeten (proeven van Mastbergen) en de volgens deze formule berekende waarden redelijk goed overeen, mits bij de berekening van Z rekening wordt gehouden met het effect van de aanwezigheid van zand op de Von Kármán constante ( $\kappa_a$  i.p.v.  $\kappa_0$ ) en hindered settling ( $w$  i.p.v.  $w_0$ ).

#### 4.7.6 Drielagenmodel (Mastbergen)

Het drielagenmodel geeft een eenvoudige beschrijving van het hopperbeladingsproces, waarbij zich een drielagensysteem instelt:

- laag 1 is de laag op de bodem bezonken zand,
- laag 2 bestaat uit het bezinkende zandwatermengsel,
- laag 3 bestaat uit schoon water.

Door het dichtheidsverschil tussen laag 2 en laag 3 wordt de turbulentie gedempt en daarmee ook de uitwisseling tussen deze twee lagen. Toename van de concentratie in laag 3 door turbulente diffusie wordt in deze schematisatie niet in rekening gebracht. Verder wordt aangenomen dat het zandwatermengsel als een dichtheidsstroming over het gehele beunoppervlak uitstroomt.

#### 4.7.7 Conclusie

Zowel Yagi als Groot brengen het effect van de turbulentie op de sedimentatie en/of concentratieverdeling in rekening door middel van de turbulentie diffusiecoëfficiënt  $\varepsilon$ . Bij de benadering van Yagi wordt de gemiddelde coëfficiënt over de waterhoogte berekend als functie van de stroomsnelheid, de grenswrijvingscoëfficiënt, de Von Kármán constante, en de waterhoogte. Groot houdt als enige rekening met de invloed van de manier van inbrengen op de optredende snelheidsfluctuaties, en dus op het verloop van  $\varepsilon$ . De Koning en Mastbergen hebben een kwalitatieve beschouwing van de turbulentie, waarbij de Koning een uniforme

verdeling van het sediment aanneemt in de 3<sup>e</sup> fase, en Mastbergen een uniforme verdeling in laag 2.

Theijse tenslotte beschrijft het concentratieprofiel over de hoogte van de beun als functie van de waterdiepte en het suspensiegetal. Dit laatste getal is weer een functie van de constante van Von Kármán, van de gereduceerde valsnelheid en de schuifspanningsnelheid. Hierbij wordt aanbevolen om de 'apparent' constante van Von Kármán aan te nemen, waarbij de aanwezigheid van zand in rekening is gebracht.

De modellen kunnen worden verdeeld in twee groepen. De eerste zijn gebaseerd op de theorie van Camp (Yagi, Groot), de tweede groep is gebaseerd op dichtheidsstromen (Theijse, de Koning en Mastbergen). In de praktijk worden de modellen gebaseerd op Camp gebruikt om berekeningen voor de belading van hoppers uit te voeren.

De tekortkomingen van de modellen, uitgezonderd die van Theijse, om de turbulentie, en daarmee het effect op de concentratieverdeling en/of sedimentatie te beschrijven, liggen onder andere aan het feit dat er geen rekening wordt gehouden met het effect van de beginconcentratie op het stromingsgedrag, en de vorming van dichtheidsstromen.

Dichtheidsgelaagdheid heeft behalve een directe invloed op de hoofdbeweging ook een invloed via de turbulente beweging. Een stabiele dichtheidsgelaagdheid vermindert de turbulentie-intensiteit en -schuifspanning omdat voor verticale turbulente bewegingen arbeid verricht moet worden tegen het zwaartekrachtsveld in. Daarmee vermindert ook de productie aan turbulentie energie. Het is waarschijnlijk dat gradiënt type transporten de turbulentie in deze gevallen niet realistisch beschrijven. Bij de eenvoudige turbulentie viscositeitsmodellen en bij de mengweglengte modellen worden bij dichtheidsgelaagdheid de turbulentie viscositeit respectievelijk de mengweglengte verkleind met een factor die afhankelijk is van het Richardson getal. De resulterende bezinksnelheden in turbulente dichtheidsstromen zijn moeilijk te voorspellen.

## 5. Invloed van slib op bezinking van zand

### 5.1 Inleiding

De aanwezigheid van slib heeft invloed op de bezinking van zand. De volgende drie factoren worden door het slib beïnvloed:

- 1) de viscositeit van de draagvloeistof waarin het zand bezinkt neemt toe
- 2) de dichtheid van de draagvloeistof waarin het zand bezinkt neemt toe
- 3) het slib heeft een bepaalde zwichtspanning

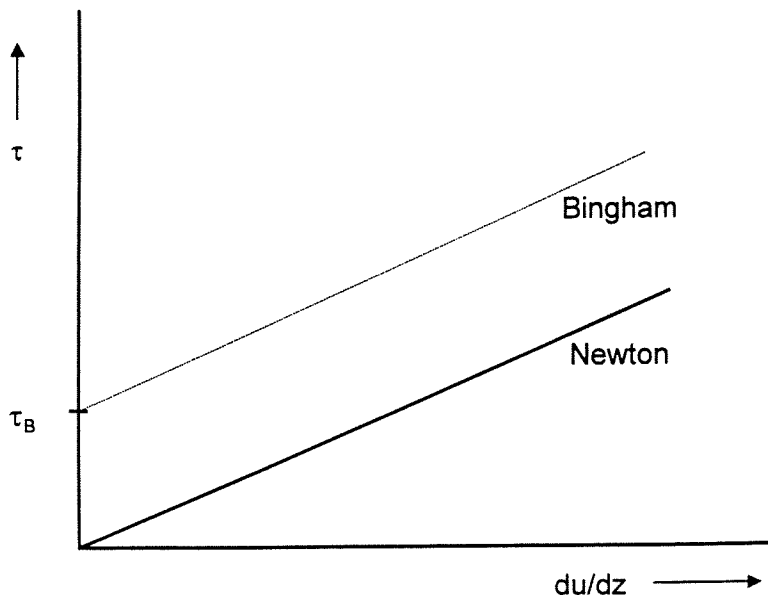
De slibsuspensie is te modelleren als een Binghamse vloeistof. Hiervoor geldt:

$$\tau = \tau_B + \eta \frac{du}{dz} \quad \text{vgl. 5.1}$$

waarin:

- $\tau$  = schuifspanning [kgm<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup> of Pa]
- $\tau_B$  = zwichtspanning [kgm<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup> of Pa]
- $\eta$  = dynamische viscositeit slib suspensie [kgm<sup>-1</sup>s<sup>-1</sup> of Pa·s]

De zwichtspanning zorgt ervoor dat de korrels pas gaan bewegen bij een overschrijding van deze zwichtspanning. Hieronder wordt ter verduidelijking zowel voor een Newtonse als voor een Binghamse vloeistof de schuifspanning uitgezet tegen de snelheidsgradiënt (in de z-richting):



figuur 5.1 Schuifspanning tegen de snelheidsgradiënt.

De evenwichtsvergelijking die voor een bezinkende korrel in een klei suspensie opgesteld kan worden is:

$$\rho_s g \frac{\pi}{6} D^3 - \rho_k g \frac{\pi}{6} D^3 - F_w = 0 \quad \text{vgl. 5.2}$$

waarin:

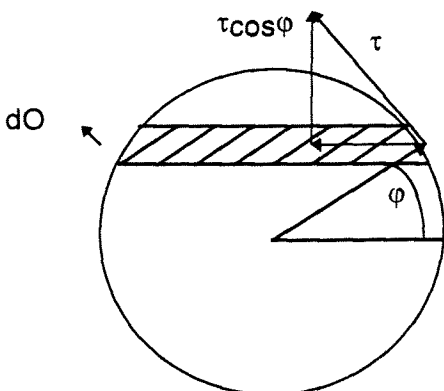
- $\rho_k$  = dichtheid van de klei suspensie
- $\rho_s$  = dichtheid van de korrel
- $F_w$  = de weerstandskracht op de korrel

De eerste term is de zwaartekracht op de korrel, de tweede de opwaartse kracht van de door de korrel verplaatste klei suspensie. De weerstandskracht op een korrel in een klei suspensie is het gevolg van de druk -en schuifspanningen die op het deeltje werken. Zoals uit vgl. 5.1 volgt is de schuifspanning dus ook afhankelijk van de zwichtspanning.

Voor het beschrijven van deze weerstandskracht zijn een aantal theorieën ontwikkeld, welke hieronder beschreven zullen worden.

## 5.2 Valentik en Withmore

Valentik en Withmore [10] gaan ervan uit dat wanneer een korrel in een Binghamse suspensie bezinkt, een deel van de suspensie wordt megedragen. De korrel bezinkt als het ware in een omhulsel van de suspensie. De effectieve diameter van de korrel  $D_{eff}$  neemt hierdoor toe. De weerstandskracht die deze korrel met  $D_{eff}$  ondervindt is in twee componenten op te delen. De eerste is de weerstand t.g.v. van de zwichtspanning welke overwonnen moet worden om beweging mogelijk te maken. Deze is gelijk aan verticale component van de zwichtspanning geïntegreerd over het oppervlak van de korrel:



figuur 5.2 Verticale component van de zwichtspanning.

In geval van een bolvormige korrel geldt dus voor deze component (zie Bijlage B):

$$F_{w,1} = \iint \tau_B \cos \phi dO = \frac{1}{4} \pi^2 D_{eff}^2 \tau_B \quad \text{vgl. 5.3}$$

De tweede component is de weerstand t.g.v. de snelheid van de korrel met omhulsel in de suspensie. Deze component wordt hier beschreven met de weerstand zoals deze wordt

ondervonden door een korrel met diameter  $D_{\text{eff}}$  in een Newtonse vloeistof. Voor een bolvormige korrel kan deze component geschreven worden als:

$$F_{w,2} = \frac{1}{8} C_D \pi \rho_k w^2 D_{\text{eff}}^2 \quad \text{vgl. 5.4}$$

De grote onbekende in bovenstaande vergelijkingen is de effectieve diameter  $D_{\text{eff}}$ . Deze is als volgt bepaald:

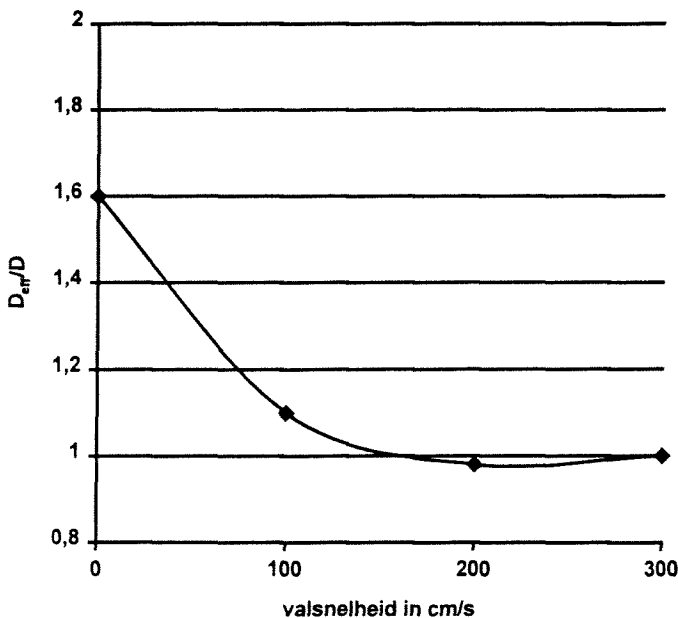
Aan de hand van een groot aantal proeven worden de valsnelheden van de korrels in de klei suspensie gemeten. Vervolgens worden de sleepcoëfficiënt  $C_D$  (door vgl. 5.2, vgl. 5.3 en vgl. 5.4 te combineren) en het Reynoldsgetal voor  $D_{\text{eff}}$  variërend van  $0.9D$  tot  $1.6D$  berekend.

Het Reynoldsgetal wordt geschreven als:

$$Re_B = \frac{w D_{\text{eff}} \rho_k}{\eta} \quad \text{vgl. 5.5}$$

Door de berekende waarden van  $C_D$  en  $Re_B$  in een grafiek uit te zetten tegen  $C_D$  en  $Re$  voor een Newtonse vloeistof (voor verschillende korreldiameters) kan  $D_{\text{eff}}$  worden bepaald uit het punt waar de twee krommen elkaar snijden.  $D_{\text{eff}}$  is dan gelijk aan de diameter die hoort bij het snijpunt.

Het resultaat is een grafiek waarin  $D_{\text{eff}}/D$  wordt uitgezet tegen de bezinksnelheid. In onderstaande grafiek is de bezinksnelheid van ronde korrels ( $9.5\text{mm} < D < 57\text{mm}$ ,  $6450 \text{ kg/m}^3 < \rho_s < 2673 \text{ kg/m}^3$ ) in een sliksuspensie ( $\rho_k=1280 \text{ kg/m}^3$ ,  $\tau_B=59 \text{ kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$ ,  $\eta=0.0131 \text{ kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$ ) uitgezet tegen  $D_{\text{eff}}/D$ . Er wordt hiermee een groot gebied beschreven, waarbij het aangepaste Reynoldsgetal (zie vgl. 5.5) varieert tussen 250 en 40000.



figuur 5.3 Relatieve korreldiameter uitgezet tegen de valsnelheid.

Uit de grafiek valt op te maken dat wanneer de valsnelheid groot genoeg wordt, de effectieve diameter gelijk wordt aan de korrel diameter. Kleine korrels hebben dus relatief een grote  $D_{\text{eff}}$ . De evenwichtsvergelijking kan dan geschreven worden door vgl. 5.3 en vgl. 5.4 in te vullen in vgl. 5.2. In het begin van bezinken, wanneer de bezinksnelheid laag is, is de effectieve diameter groter dus ook de weerstandskracht, zodat de bezinking trager zal verlopen.

### 5.3 Dedegil

Dedegil [14] bouwt voort op de theorie van Valentik en Withmore. Hij gaat dus uit van de volgende evenwichtsvergelijking:

$$\frac{1}{6} \rho_s g \pi D^3 - \frac{1}{6} \rho_k g \pi D^3 - \frac{1}{4} \pi^2 D^2 \tau_B - \frac{1}{8} C_D \pi \rho_k w^2 D^2 = 0 \quad \text{vgl. 5.6}$$

Zoals door Valentik en Withmore proefondervindelijk is bewezen geldt dit voor de uiteindelijke valsnelheid van de korrels. Dedegil schrijft deze vergelijking om en krijgt zo voor de sleepcoëfficiënt:

$$C_{D,B} = \frac{2}{w^2 \rho_k} \left[ \frac{2}{3} (\rho_s - \rho_k) D g - \pi \tau_B \right] \quad \text{vgl. 5.7}$$

Het Reynoldsgetal is de verhouding van de traagheid en de viskeuze schuifspanningen die de korrel tijdens bezinken ondervindt. Dedegil heeft daarom in de noemer van het Reynoldsgetal voor de Binghamse vloeistof ook de zwichspanning verwerkt. Het Reynoldsgetal wordt door hem daarmee als volgt gedefinieerd:

$$Re_B = \frac{w^2 \rho_k}{\tau_B + \eta(w/D)} \quad \text{vgl. 5.8}$$

Het hierboven gedefinieerde Reynoldsgetal (vgl. 5.8) en de nieuwe sleepcoëfficiënt (vgl. 5.7) blijken, wanneer vergeleken met de gegevens van Valentik en Withmore, dezelfde relatie met elkaar te hebben als het  $Re$  en  $C_D$  voor een Newtonse vloeistof, zodat ook nu geschreven kan worden:

■ laminaire gebied:  $C_{D,B} = \frac{24}{Re_B} \quad Re_B < 8 \quad \text{vgl. 5.9}$

■ overgangsgebied:  $C_{D,B} = \frac{22}{Re_B} + 0.25 \quad 8 < Re_B < 150 \quad \text{vgl. 5.10}$

■ turbulent gebied:  $C_{D,B} = 0.4 \quad Re_B > 150 \quad \text{vgl. 5.11}$

Door vgl. 5.6, vgl. 5.7, vgl. 5.8 en vgl. 5.9 te combineren kan voor de bezinksnelheid van een bolvormige korrel die bezinkt in een klei suspensie in het laminaire gebied geschreven worden:

$$w = \frac{g D^2 (\rho_s - \rho_k)}{18 \eta} - D \frac{\tau_B}{\eta} \left[ \frac{\pi}{12} + 1 \right] \quad \text{vgl. 5.12}$$

## 5.4 Du Plessis en Ansley

Du Plessis en Ansley [12] werken met hetzelfde Reynoldsgetal als Valentik en Withmore, met het verschil dat niet wordt verondersteld dat de korrel bezinkt in een omhulsel van de suspensie. Het Reynoldsgetal dat door Du Plessis en Ansley wordt gebruikt is:

$$Re_B = \frac{wD \rho_k}{\eta} \quad \text{vgl. 5.13}$$

Zoals door Valentik en Withmore wordt verondersteld, is de weerstand op een bezinkende korrel in een klei suspensie in twee componenten op te delen. De component t.g.v. de zwichtspanning is hier hetzelfde. De component t.g.v. de snelheid van de korrel ( $F_{w,2}$ ) wordt benaderd door de weerstandskracht welke een korrel die laminair bezinkt in een Newtonse vloeistof ondervindt. Deze wordt verkregen door vgl. 5.4, vgl. 5.9 en vgl. 5.13 te combineren:

$$F_{w,2} = 3\pi D \eta w \quad \text{vgl. 5.14}$$

De sleepfactor  $C_D$  die geldt voor een korrel tijdens het bezinken in een Newtonse vloeistof is:

$$C_D = \frac{8F_w}{\pi \rho_k w^2 D^2} \quad \text{vgl. 5.15}$$

Du Plessis en Ansley combineren deze sleepfactor met de twee componenten van de weerstandskracht, zoals beschreven in vgl. 5.3 en vgl. 5.14. Hiermee kan voor de sleepfactor worden geschreven:

$$C_{D,B} = \frac{\frac{24\eta w}{D} + 2\pi \tau_B}{\rho_k w^2} \quad \text{vgl. 5.16}$$

Het grote verschil met de theorie van Dedegil is dat hier de zwichtspanning ontbreekt in het Reynoldsgetal. In de sleepfactor komt deze echter wel voor. Een directe correlatie tussen  $Re$  en  $C_D$  is hierdoor niet mogelijk. Du Plessis en Ansley omzeilen dit door het plasticiteitsgetal  $P$  in te voeren:

$$P = \frac{\frac{\eta w}{D} + w \tau_B}{\rho_k w^2} \quad \text{vgl. 5.17}$$

Dit plasticiteitsgetal heeft wel de zwichtspanning in zich en is dus te correleren aan de sleepfactor. Du Plessis en Ansley hebben hiervoor de volgende empirische relatie voor gevonden:

$$C_{D,B} = 5.0P^{0.49} \quad \text{vgl. 5.18}$$

## 5.5 Ansley en Smith

Ansley en Smith [16] hebben voortgebouwd op Du Plessis en Ansley. Waar Du Plessis en Ansley geen rekening hielden met het omhulsel van vloeistof dat een bezinkende korrel in een Binghamse vloeistof met zich mee draagt, doen Ansley en Smith dit wel. Er wordt een extra weerstandskracht geïntroduceerd die nodig is om het omhulsel rondom de korrel in stand te houden.

Deze weerstandskracht wordt als volgt gedefinieerd:

$$F_{w,3} = \frac{5}{8} \pi^2 D^2 \tau_B \quad \text{vgl. 5.19}$$

Zoals in de theorie van Dedegil ter sprake kwam, is het Reynoldsgetal de verhouding van de traagheid en de schuifspanningen die de korrel tijdens het bezinken ondervindt.

Door de extra weerstandskracht die hier is geïntroduceerd, veranderen deze verhoudingen t.o.v. vgl. 5.8 en wordt het Reynoldsgetal hiermee:

$$Re_B = \frac{\rho_k w^2}{\eta \left( \frac{w}{D} + \frac{7\pi}{24} \tau_B \right)} \quad \text{vgl. 5.20}$$

Zhaohui Wan [15] probeerde een relatie te vinden tussen dit Reynoldsgetal en de sleepfactor. Via experimenten kwam hij erachter dat de korrels in de Binghamse vloeistof zich net zo gedragen als in een Newtonse vloeistof, mits het juiste Reynoldsgetal wordt gebruikt ( $Re_B$  uit vgl. 5.20). Voor de bezinking in een Binghamse vloeistof kan dan dezelfde relatie tussen  $Re$  en  $C_D$  gebruikt worden als welke geldt voor een Newtonse vloeistof (zie paragraaf 3.2).

## 5.6 Bespreking van de theorieën

De theorie van Valentik en Withmore maakt onderscheid tussen begin van bezinken en uiteindelijke snelheid van de korrel. Dit is theoretisch wel te verklaren, maar zeer moeilijk te meten. Daarom is deze theorie niet geschikt om als kader te fungeren voor nog uit te voeren experimenten.

De theorie van Dedegil houdt geen rekening met een vloeistof omhulsel dat wordt megedragen door de bezinkende korrel. Valentik en Withmore vonden, vooral voor lagere valsnelheden, een  $D_{\text{eff}}$  groter dan  $D$ , wat erop wijst dat wel rekening gehouden moet worden met dit fenomeen. Du Plessis en Ansley hebben weliswaar een empirische relatie gevonden die goed overeen komt met de proefresultaten, echter een meer analytische benadering is wenselijk als kader voor nog uit te voeren proeven.

Ansley en Smith brengen het in stand houden van het omhulsel in rekening door een extra weerstandskracht. Dit is een reële benadering en bovendien goed te onderscheiden in nog uit te voeren proeven. De 'Newtonse relatie' tussen  $Re_B$  en  $C_{D,B}$  die vervolgens gebruikt kan worden is vertrouwd en makkelijk mee te werken, vooral wanneer in het laminaire gebied gewerkt wordt. Dan kan immers geschreven worden:

$$C_{D,B} = \frac{24}{Re_B} \quad \text{vgl. 5.21}$$

## 5.7 Berekening bezinksnelheid in slib

Hieronder wordt de te volgen procedure weergegeven om de bezinksnelheid van een korrel in een klei suspensie te berekenen. De uitkomst kan fungeren als een voorspelling voor de resultaten van de uit te voeren proeven.

- 1) Er wordt van uitgegaan dat de dichtheid, de zwichspanning en de dynamische viscositeit van de klei suspensie van tevoren bekend zijn. Dit kan gemeten worden m.b.v. een 'rotating viscometer'. Als eerste moet dan gecheckt worden of de korrels überhaupt gaan bezinken. Oftewel is de zwaartekracht op het deeltje groot genoeg om de opwaartse kracht en de weerstandskracht t.g.v. de zwichspanning te overwinnen? Dit kan gecontroleerd worden



door de evenwichtsvergelijking op te stellen voor een korrel die nog net niet bezinkt. Hiermee kan voor de diameter van een korrel die nog net niet bezinkt geschreven worden:

$$D_{\text{crit}} = \frac{3\pi}{2} \frac{\tau_B}{(\rho_s - \rho_k)g} \quad \text{vgl. 5.22}$$

2) Wanneer blijkt dat de korrels wel gaan bezinken kan voor de bezinksnelheid in het laminaire gebied m.b.v. vgl. 2,3,4,19,20 en 21 worden geschreven:

$$w = \frac{gD^2(\rho_s - \rho_k)}{18\eta} - \frac{7}{12} \pi D \frac{\tau_B}{\eta} \quad \text{vgl. 5.23}$$

Deze  $w$  kan beschouwd worden als de ongestoorde valsnelheid (laminaire bezinking) van een korrel in een klei suspensie. Bij experimenten zal het nodig zijn deze relatie te verifiëren. Daarvoor moet een valproef worden uitgevoerd met zandkorrels in een klei suspensie bij lage concentraties. Immers bij toenemende concentraties gaat 'hindered settling' een rol spelen, zie paragraaf 3.2.1. De tweede term in vgl. 5.23 is de onzekere factor, welke aan de hand van de experimenten moet worden onderzocht. Het ligt dus voor de hand om als resultaat van de experimenten  $w_{0,s}$  uit te zetten tegen  $(\tau_B/\eta)$ . Eventueel kan dan de factor  $7\pi/12$  worden aangepast. Ook moeten experimenten worden uitgevoerd bij hogere concentraties zand en met gegradeerde mengsels.

## 5.8 Bezinksnelheid in slib bij hoge concentraties zand

Philippe Coussot en Jean-Michelle Piau [17] hebben experimenten gedaan bij hoge concentraties zand en met gegradeerde mengsels. De uitkomst was dat bij hogere concentraties de snelheden afnemen. Een deel hiervan kan toegeschreven worden aan 'hindered settling'. Echter bij hoge concentraties zand nemen ook de zwichtspanning en de viscositeit van de suspensie toe. Dit wordt geconstateerd bij concentraties zand groter dan 20%.

De toename van de viscositeit wordt verklaard doordat het zand a.h.w. meedoet in het systeem van de klei deeltjes. Boven een zekere concentratie vormen klei deeltjes door spanningen tussen elkaar een samenhangend systeem. Dit systeem zorgt voor een visco-elastisch gedrag van de suspensie. Aangenomen wordt dat het zand in de klei suspensie deel wordt van dit systeem. Hiermee doen er bij hoge concentraties zand in een klei suspensie meer deeltjes mee aan het systeem, wat er voor zorgt dat de viscositeit van het systeem toeneemt.

Ook neemt de zwichtspanning van de suspensie toe met de concentratie zand. Dit wordt verklaard doordat de afstand tussen de klei deeltjes afneemt wanneer extra zand in de suspensie aanwezig is. De aantrekkingskracht tussen de klei deeltjes, welke de oorzaak van de zwichtspanning is, neemt kwadratisch af met de afstand. Wanneer de afstand tussen de kleideeltjes afneemt, neemt de zwichtspanning dus kwadratisch toe.

## 5.9 Bezinksnelheid gegradeerd mengsel in slib

Philippe Coussot en Jean-Michel Piau hebben ook geconstateerd dat de afname van de bezinksnelheid t.g.v. de verhoging van de zwichtspanning van de kleisuspensie tussen de korrels minder groot is bij grote gradering van het zand. Zij verklaren dit door te beredeneren dat de pakking van gegradeerd zand dichter is dan die van uniform zand en dus de ruimte tussen de korrels bij gelijke concentratie in een gegradeerd mengsel groter is dan in een uniform mengsel.

Doordat de ruimte tussen de korrels bij een gegradeerd zand groter is, werken de korrels minder goed mee in het systeem van de kleideeltjes, waardoor het effect dat hierboven is beschreven minder groot is.

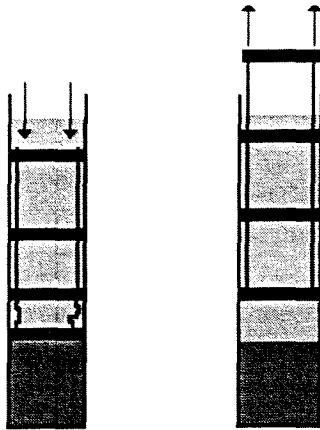
## 6. Uitvoering experimenten

### 6.1 Proefopstelling

#### 6.1.1 Ontwerpproces

Het doel van de proeven is te bekijken wat de invloed van turbulentie is op het bezinkgedrag van zandwatermengsels bij hoge concentraties. Aangezien het onderzoek een ééndimensionale beschouwing van het bezinkproces betreft is ervoor gekozen om de proeven uit te voeren in een kolom met een diameter van 30 cm welke gevuld kan worden met een zandwatermengsel tot een hoogte van 1.50 m. Hierdoor duurt het bezinkproces lang genoeg om goed te kunnen meten en een opstelling met deze hoogte is goed realiseerbaar.

In het ontwerpproces is eerst gedacht turbulentie in de kolom op te wekken door een aantal roosters in een stilstaande kolom op en neer te laten bewegen. Een dergelijk systeem is gebruikt om turbulentieproeven uit te voeren met een slib suspensie. De roosters worden boven elkaar in de kolom geplaatst. Een probleem is dat tijdens de proef het zand gaat bezinken en daardoor de roosters vast komen te zitten in het zandpakket. Dit kan opgelost worden door tijdens de proef de roosters langzaam omhoog te trekken of door de verbindingen tussen de roosters flexibel te maken. Deze laatste mogelijkheid is geschetst in figuur 6.1.



figuur 6.1 Alternatief bewegingsmechanisme rooster.

Het probleem bij deze oplossing is dat de neergaande beweging van de roosters wordt verkregen door het eigen gewicht van de roosters. Bij hoge concentraties zouden de roosters zeer zwaar uitgevoerd moeten worden om de gewenste snelheid te verkrijgen. Ook zou het gewicht van de roosters gevarieerd moeten worden bij variatie van de snelheden (nodig om de mate van turbulentie in de kolom te variëren).

Daarom is in overleg met onze begeleiders gekozen voor een vast rooster in de kolom. Door de kolom met rooster in zijn geheel te bewegen wordt de gewenste turbulentie opgewekt, zodat geen probleem ontstaat ten gevolge van het inzanden van het rooster. De kolom wordt rond uitgevoerd en de beweging die de kolom maakt is een periodieke draaiing om zijn verticale as.

### 6.1.2 Rooster

Het rooster is vervaardigd uit vierkante staven. Bij ronde staven is het loslaatpunt achter het rooster afhankelijk van het Reynoldsgetal. Bij vierkante staven zijn de loslaatpunten gedefinieerd op de hoeken, daarom worden vierkante staven gebruikt.

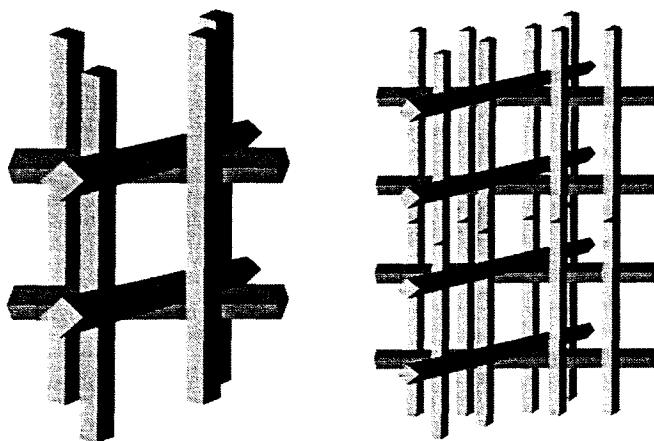
De staven worden met de zijvlakken onder  $45^\circ$  met de verticaal geplaatst. Dit is gedaan om te voorkomen dat het bezinkende zand op het rooster blijft liggen.

Over deze manier om turbulentie in een kolom op te wekken was niets bekend. Wel zijn er proeven uitgevoerd met losse roosters die in een kolom op en neer bewegen. Bij deze proeven wordt steeds een verhouding van 1:5 tussen het oppervlak van het rooster en het doorstroomoppervlak aangehouden. Bij gebrek aan meer informatie is voor ons rooster dezelfde verhouding aangehouden.

Het roosteroppervlak dat door de vloeistof beweegt kan bijvoorbeeld op de volgende twee manieren gerealiseerd worden:

- 1) één dikke staaf over de halve diameter van de kolom plaatsen.
- 2) twee dunnere staven over de halve diameter van de kolom plaatsen.

Om te bepalen wat meer turbulentie geeft zijn proeven gedaan met schaalmodellen van beide mogelijkheden. Deze schaalmodellen zijn van hout gemaakt. De schaalmodellen zijn in een emmer geplaatst. De emmer is op een kruk met draaibaar zitvlak gezet. Door met de hand de emmer heen en weer te draaien wordt de periodieke rotatie van de uiteindelijke kolom gesimuleerd. De schaalmodellen van de roosters die zijn gebruikt zijn weergegeven in figuur 6.2.



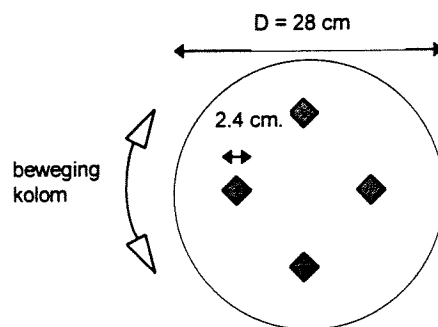
figuur 6.2 Schaalmodellen rooster.

Het doel van de proeven met de emmer is te bekijken welk rooster meer turbulentie opwekt. Met beide roosters werd geprobeerd zand met een  $D_{50}$  van  $80 \mu\text{m}$  in suspensie te houden. Het rooster met de dikke staven blijkt dit uitstekend te doen. Wel dient hierbij opgemerkt te worden dat een vrij grote hoekverdraaiing nodig is om dit te bewerkstelligen (hoekverdraaiing van circa  $135^\circ$ ). De frequentie die hierbij is aangehouden is ongeveer één slag per seconde. Het rooster met de dunne staven kan het zand onvoldoende in suspensie houden. Er blijft duidelijk een laag zand op de bodem liggen en er wordt duidelijk minder zand opgewerveld. Aan de hand van de proeven in de emmer is gekozen voor het model links in figuur 6.2.

De binnendiameter van de kolom is 28cm. De breedte van het oppervlak loodrecht op de

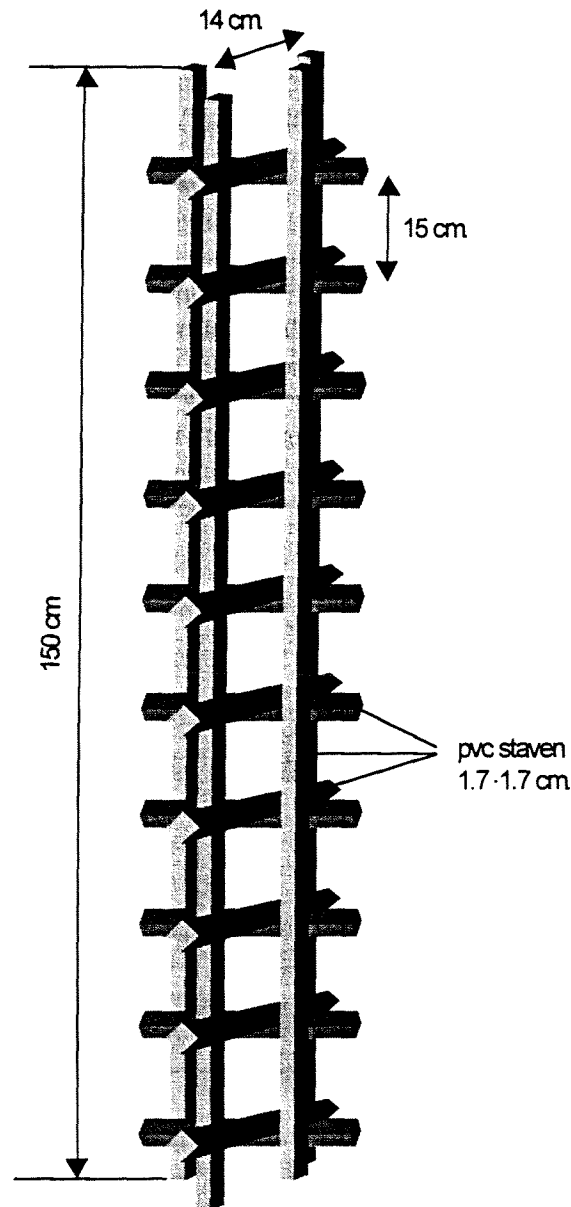
bewegingsrichting van de verticale staven van het rooster is hiermee bepaald op 2.4cm

aangezien  $\frac{28-2 \cdot 2.4}{2 \cdot 2.4} = 5$ , zie figuur 6.3.



figuur 6.3 Verhouding tussen roosteroppervlak en doorstroomoppervlak.

Omdat de staven diagonaal op de bewegingsrichting zijn geplaatst komt dit neer op vierkante staven van 1.7cm x 1.7cm (de diagonaal is dan 2.4cm). De hart op hart afstand van de verticale staven is 14cm. Omdat geprobeerd is een homogene turbulentie op te wekken is voor de horizontale staven dezelfde diameter en afstand gekozen (15 cm. aangezien 9 concentratiemeters gebruikt gaan worden, welke tussen de horizontale staven worden geplaatst). Het rooster voor de kolom komt er dan uit te zien als in figuur 6.4 is aangegeven (voor een gedetailleerde tekening zie Bijlage C, voor een foto van de kolom met het rooster zie Bijlage Z).



figuur 6.4 Rooster voor proefopstelling.

Om ervoor te zorgen dat het rooster niet verschuift, is het rooster aan de bovenkant vastgezet aan de kolom. Het rooster is zodanig gedimensioneerd dat het met de hand nog net in en uit de kolom geschoven kan worden. Het rooster zit dan vast genoeg in de kolom geklemd zodat het niet ten opzichte van de kolom beweegt tijdens de hoogste bewegingsfrequentie van de kolom.

### 6.1.3 Beschrijving van de totale proefopstelling

De opstelling bestaat uit een mengvat waarin een zandwatermengsel wordt aangemaakt, een beweegbare kolom met een rooster waarin de metingen worden uitgevoerd en een leidingstelsel

dat zorgt voor transport van het zandwatermengsel van het mengvat naar de kolom en vice versa, zie figuur 6.5.

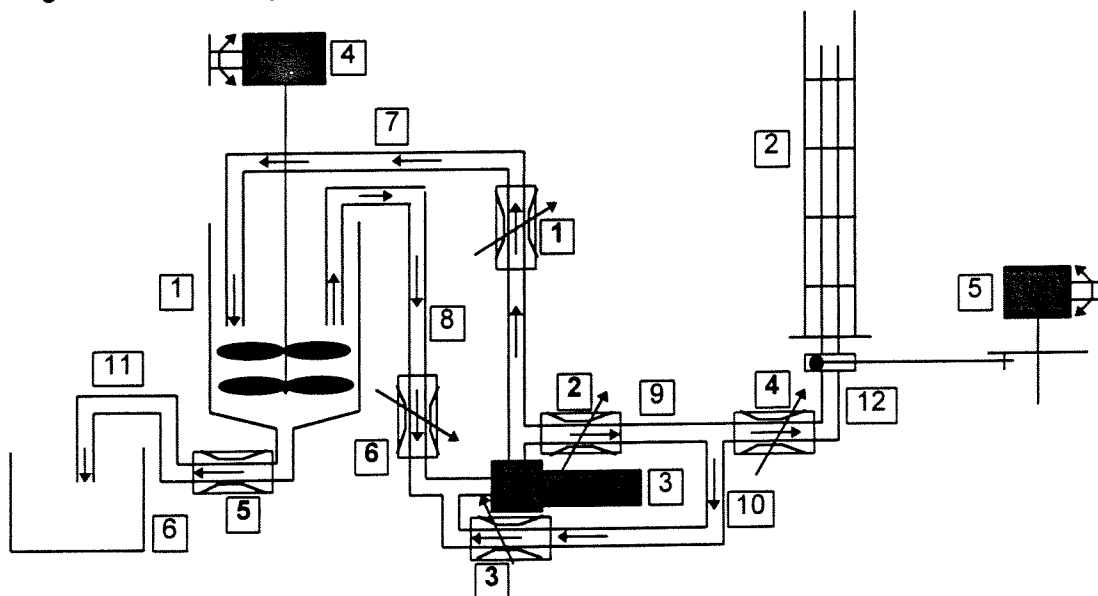
Onder aan het mengvat zit een leiding waardoor het zandwatermengsel uit het mengvat kan stromen. Het zandwatermengsel kan worden opgevangen in een opvangbak met een filter op de bodem waar het water door kan sijpelen.

In het mengvat bevindt zich een roerder die door een elektromotor wordt aangedreven.

De roerder en een shuntleiding zorgen ervoor dat er een homogeen zandwatermengsel in het mengvat ontstaat. De shuntleiding is aangesloten op een ringleiding met een aftapping naar de kolom. De ringleiding en de shuntleiding vormen samen een leidingstelsel waarin een drukverschil wordt gecreëerd middels een centrifugaalpomp. De kolom staat op een plaat die kan roteren om een holle as.

Het vullen en ledigen van de kolom vindt plaats door deze holle as. De kolom wordt aangedreven door een drijfstaag die de kolom een periodieke rotatie geeft.

In de kolom zit een vast rooster met verticale en horizontale staven. Door de periodieke rotatie van de kolom zorgt dit rooster voor turbulentie in het zandwatermengsel. In figuur 6.5 is een schema getekend van de proefopstelling (voor een foto van de totale opstelling zie Bijlage Y).



- 1 = mengvat met roerder
- 2 = kolom met rooster
- 3 = centrifugaalpomp
- 4 = elektromotor voor aandrijven roerder
- 5 = elektromotor voor aandrijven periodieke rotatie kolom
- 6 = opvangbak voor zand bij legen mengvat
- 7 = pers gedeelte van shuntleiding
- 8 = zuig gedeelte van shuntleiding
- 9 = pers gedeelte van ringleiding
- 10 = zuig gedeelte van ringleiding
- 11 = leiding voor legen mengvat
- 12 = leiding door holle as waardoor de kolom gevuld en geleegd wordt

1,2,3,4,5 en 6 = afsluiters

figuur 6.5 Proefopstelling.

#### 6.1.4 Mengvat

Het mengvat is van boven gezien rond met een diameter van 1.2m. Het mengvat is 1.35m. hoog. De onderste 20 cm. van het mengvat loopt taps toe.

In het mengvat hangt een roerder met twee schoepen. De onderste schoep bestaat uit drie bladen en de bovenste uit twee bladen. Eerst is geprobeerd het zandwatermengsel in suspensie te krijgen zonder de onderste schoep te gebruiken. Omdat toen niet een homogeen mengsel werd verkregen is de onderste schoep er later bij geplaatst. Door met een concentratiemeter de concentratie over de hoogte in het mengvat te bekijken is toen vastgesteld dat op die manier wel een homogeen mengsel wordt verkregen. De roerder wordt direct aangedreven door een elektromotor die traploos verstelbaar is. Voor een foto van het mengvat tijdens het aanmaken van een homogeen zandwatermengsel, zie Bijlage AA.

#### 6.1.5 Leidingstelsel

Het leidingstelsel bestaat uit een shuntleiding en een ringleiding. Alle leidingen hebben een diameter van 10cm. Er zijn 6 afsluiters. Alle afsluiters zijn traploos verstelbaar.

De shuntleiding bestaat uit een zuigleiding en een persleiding die beiden in het mengvat uitkomen. Het mengsel wordt via de zuigleiding uit het mengvat gezogen en komt via de pomp en de persleiding weer terug in het mengvat. Door afsluiters 1 en 6 open te zetten en afsluiters 2 en 3 dicht kan het mengsel worden rondgepompt door de shuntleiding.

Parallel aan de shuntleiding loopt een ringleiding. Door de afsluiters 1, 2, 3 en 6 open te zetten en afsluiter 4 dicht kan het mengsel worden rondgepompt via de shuntleiding en de ringleiding. Wanneer nu afsluiter 4 wordt opengezet en afsluiters 1 en 3 dicht stroomt het mengsel vanuit het mengvat in de kolom. Na het vullen van de kolom kan afsluiter 4 dichtgedraaid worden en afsluiters 1 en 3 weer open, zodat de leidingen tijdens de proef niet verzanden. Na het dichtdraaien van afsluiter 4 wordt een klep op de bodem van de kolom dichtgeschoven zodat tijdens de proef het zand niet uit de kolom in het leidingstelsel terug kan zakken. Wanneer de kolom geleegd moet worden, wordt deze klep weer geopend, afsluiter 2 dichtgedraaid en afsluiter 4 open waardoor het mengsel vanuit de kolom terug in het mengvat kan stromen. Hierbij dient opgemerkt te worden dat de persleiding een spuitmond heeft die verstelbaar is in horizontale en verticale richting. Bij hoge concentraties zit de roerder vast in het zand en kan de roerder niet worden gestart. Door de shuntleiding te laten rondpompen en de spuitmond van de persleiding op de roerder te richten wordt de roerder vrijgemaakt, zodat deze eenvoudig kan worden gestart.

Als de kolom gevuld is en het mengsel door de shuntleiding en de ringleiding wordt rondgepompt kan de spuitmond vlak onder het waterniveau worden geplaatst en van de zuigleiding worden weggedraaid. Hierdoor kan het zand in het mengvat rustig bezinken, waardoor de zuigleiding alleen water aanzuigt. Op deze manier kan het leidingstelsel tijdens de proef worden schoongespoeld. Dit is noodzakelijk voor het legen van de kolom bij hoge concentraties omdat dat een groot vermogen vraagt.

Door afsluiter 5 open te zetten kan het mengvat worden geleegd.

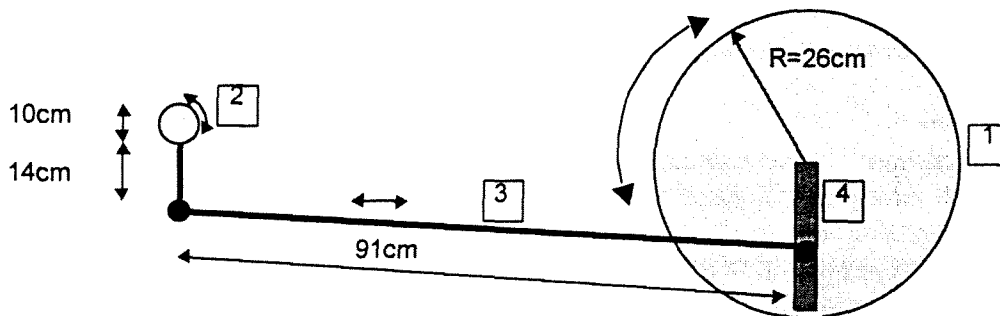
#### 6.1.6 Kolom

De proeven worden uitgevoerd in een perspex kolom met een binnendiameter van 28cm. De wand is 1cm dik. De kolom is 1.8m hoog. De kolom wordt gevuld tot 1.5m. Er is een gat in de wand geboord waardoor een snelheidsmeter naar binnen geschoven kan worden. Voor een foto van de kolom zie Bijlage Z.



### 6.1.7 Aandrijving

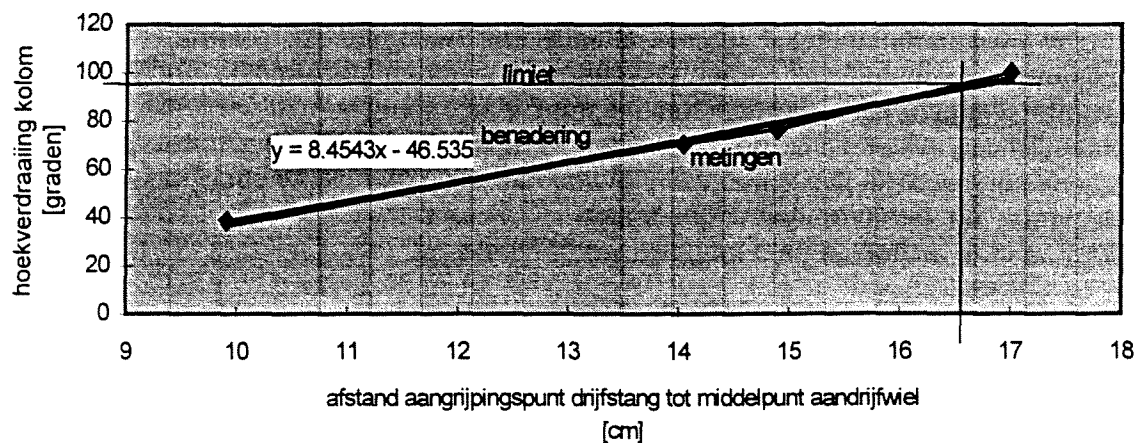
De kolom wordt indirect aangedreven door een traploos verstelbare elektromotor. Deze elektromotor drijft een groot wiel aan. Op dit wiel zit excentrisch een drijfstaag bevestigd. De excentriciteit is traploos verstelbaar. Deze drijfstaag is via een arm bevestigd aan de holle as waarop de kolom staat. Hierdoor wordt een periodieke rotatie van de kolom verkregen. In figuur 6.6 is een bovenaanzicht van de aandrijving van de kolom gegeven.



- 1 = aandrijf wiel
- 2 = holle as waarop kolom is geplaatst
- 3 = drijfstaag
- 4 = rails waarop aangrijpingspunt drijfstaag verstelbaar is over de diameter

figuur 6.6 Aandrijving kolom.

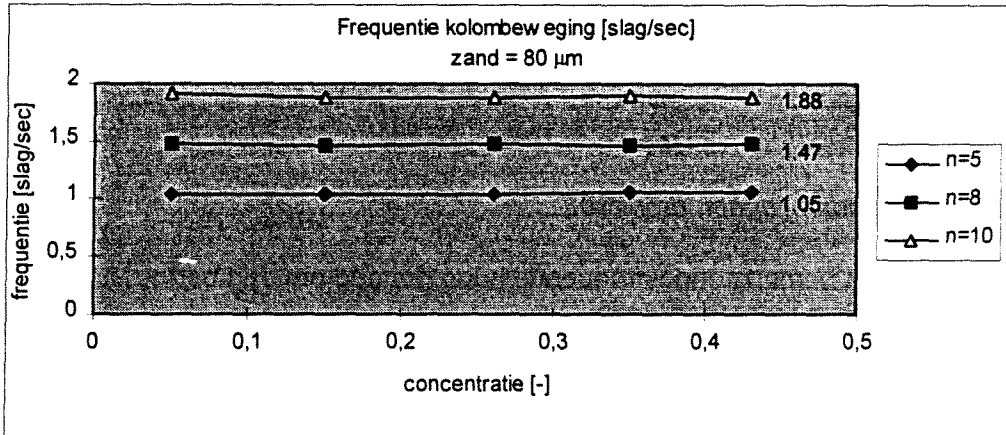
De hoekverdraaiing van de kolom is een functie van de afstand van het aangrijpingspunt van de drijfstaag op het aandrijf wiel tot het middelpunt. In figuur 6.7 wordt dit verband in een grafiek weergegeven.



figuur 6.7 Relatie hoekverdraaiing kolom en excentriciteit aangrijpingspunt drijfstaag.

Doordat bij een grote excentriciteit van het aangrijpingspunt van de drijfstaaf deze tegen de holle as slaat is er een limiet aan de grootte van de hoekverdraaiing. Deze limiet is aangegeven in de grafiek. De maximaal mogelijke hoekverdraaiing is hierdoor 95 graden.

De aandrijving gebeurt met een elektromotor met een verstelbaar toerental, in figuur 6.8 aangeduid met  $n$ . De frequentie waarmee de kolom heen en weer draait is direct afhankelijk van dit toerental. In figuur 6.8 is dit verband weergegeven. De frequentie van de kolom is ook uitgezet tegen verschillende volumeconcentraties zand in de kolom. Dit om te bekijken of een toename van het gewicht in de kolom invloed heeft op de bewegingsfrequentie:



figuur 6.8 Verband frequentie kolom met concentratie bij verschillende motortoerentalen.

Verklaring legenda figuur 6.8:

- $n=5$ : frequentie aandrijfmotor = 5 toeren/s
- $n=8$ : frequentie aandrijfmotor = 8 toeren/s
- $n=10$ : frequentie aandrijfmotor = 10 toeren/s

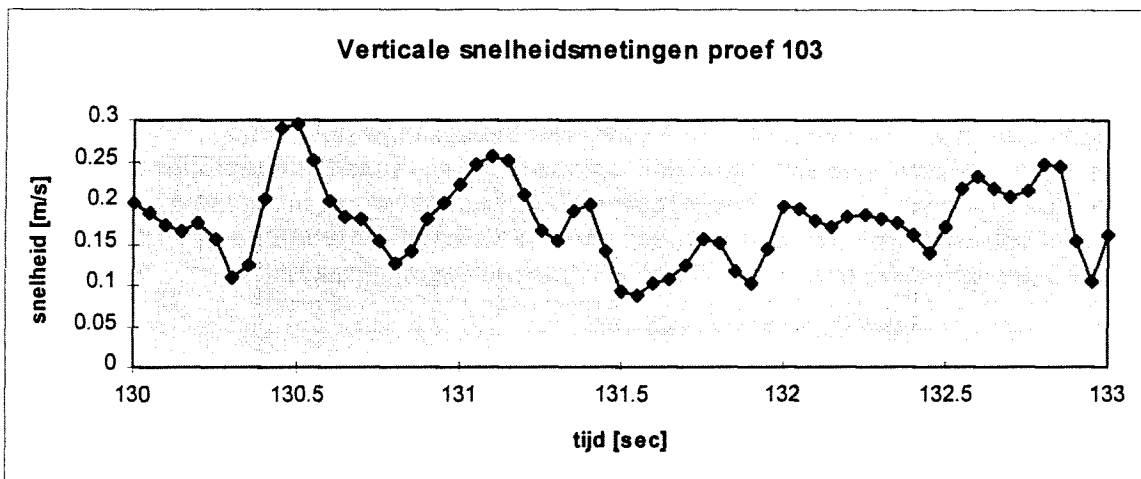
Zoals te zien is in figuur 6.8, verandert het toerental niet wanneer de kolom gevuld is met grote hoeveelheden zand.

## 6.2 Meetapparatuur

### 6.2.1 Opslaan data

Voor het opslaan van de data is gebruik gemaakt van het meetprogramma DASYLAB en een PC (486 DX 66 MHz). Hierop worden 9 concentratiemeters, 1 snelheidsmeter en 1 potmeter aangesloten. Voor het omzetten van de analoge signalen naar digitale signalen is een A-D converter (PC-DAP 2400 series) gebruikt.

Alle metingen zijn verricht met een bemonsteringsfrequentie van 20 Hz. Om te controleren of deze frequentie hoog genoeg is om de optredende snelheidsfluctuaties te volgen, zijn in figuur 6.9 de gemeten snelheden voor een proef bij de hoogste bewegingsfrequentie van de kolom uitgezet met daarin de meetpunten.



figuur 6.9 Gedeelte van snelheidsmetingen proef 103.

Zoals uit deze figuur blijkt, is de bemonsteringsfrequentie hoog genoeg om een betrouwbare meting van de snelheidsfluctuaties te kunnen doen.

## 6.2.2 Concentratimeters

Voor de meting van de zandconcentratie op verschillende hoogten in de kolom is verschillende meetapparatuur bekeken. Als voorwaarde geldt dat er simultaan puntmetingen gedaan moeten kunnen worden op minimaal 9 locaties. De meters moeten dicht bij elkaar geplaatst kunnen worden. De bovengrens van het meetbereik dient op de maximale pakkingsdichtheid van de verschillende zandsoorten te liggen, wat neerkomt op circa 60 volumeprocent. Verder moet de apparatuur ingepast kunnen worden in de kolom, waarbij het stromingspatroon, opgewekt door het rooster, zo min mogelijk wordt beïnvloed.

### 6.2.2.1 Bestaande apparatuur

In de praktijk zijn verschillende methoden bekend om zandconcentraties te meten. Hier volgt een overzicht van de apparatuur die tegenwoordig wordt gebruikt:

*UHCM probe.* Deze akoestische meter is gebaseerd op de verzwakking van geluid door vaste deeltjes. De meting vindt plaats tussen een zend- en ontvangersensor welke 16 mm uit elkaar liggen. Deze meter blijkt wel hoge concentraties slib of klei te kunnen meten, maar de maximale concentratie zand die gemeten kan worden is 15%.

*CCM/CM probe.* Het principe van deze meter is het feit dat de elektrische geleidbaarheid van een zandwatermengsel vermindert naarmate er zich meer zand in het meetvolume bevindt. De geleidbaarheid van het meetvolume wordt gemeten met een elektrodepaar. Met een tweede elektrodepaar wordt de verandering van de geleidbaarheid van het water gecompenseerd. Door gebruik te maken van vier elektroden is het systeem ongevoelig voor vervuiling. Nadeel van deze meter zijn de hoge kosten.

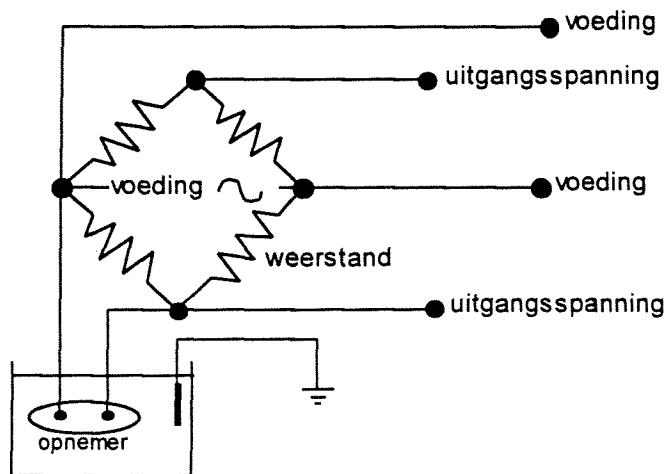
*Beeldherkenningstechniek.* Door middel van digitale opnamen en door gebruik te maken van gekleurd zand kan met behulp van een beeldherkenningsprogramma de zandconcentratie bepaald worden. Dit is mede interessant met het oog op het meten van de ontmenging, waarbij verschillende zandfracties een verschillende kleur krijgen. Voorwaarde voor het toepassen van deze techniek is dat het water geheel helder moet zijn.

Tijdens onze proeven treedt grote slijtage van het zand op door het rondpompen van het zandwatermengsel in het mengvat. Hierdoor schuren er deeltjes slib en in dit geval verf van het zand af, waardoor het water troebel wordt. Ook wordt de apparatuur om negen metingen simultaan uit te voeren erg kostbaar.

**Geleidendheid concentratiemeter.** Deze meter werkt volgens hetzelfde principe als de CCM/CM probe, met het verschil dat bij deze meter geen tweede unit aanwezig is om de verandering van de geleidendheid van het water te compenseren. De meter bestaat uit een staaf waaruit 10 elektrodeparen steken welke de geleidendheid tussen deze elektroden meten. De kosten voor deze meter zijn laag. De staaf is echter vrij volumineus en er zouden drie van dergelijke staven in de kolom geplaatst moeten worden om over de volledige hoogte metingen te kunnen verrichten. Een nadeel is dat de elektrodeparen elkaar beïnvloeden, waardoor de meters niet dicht naast elkaar geplaatst kunnen worden.

### 6.2.2.2 Keuze concentratiemeter

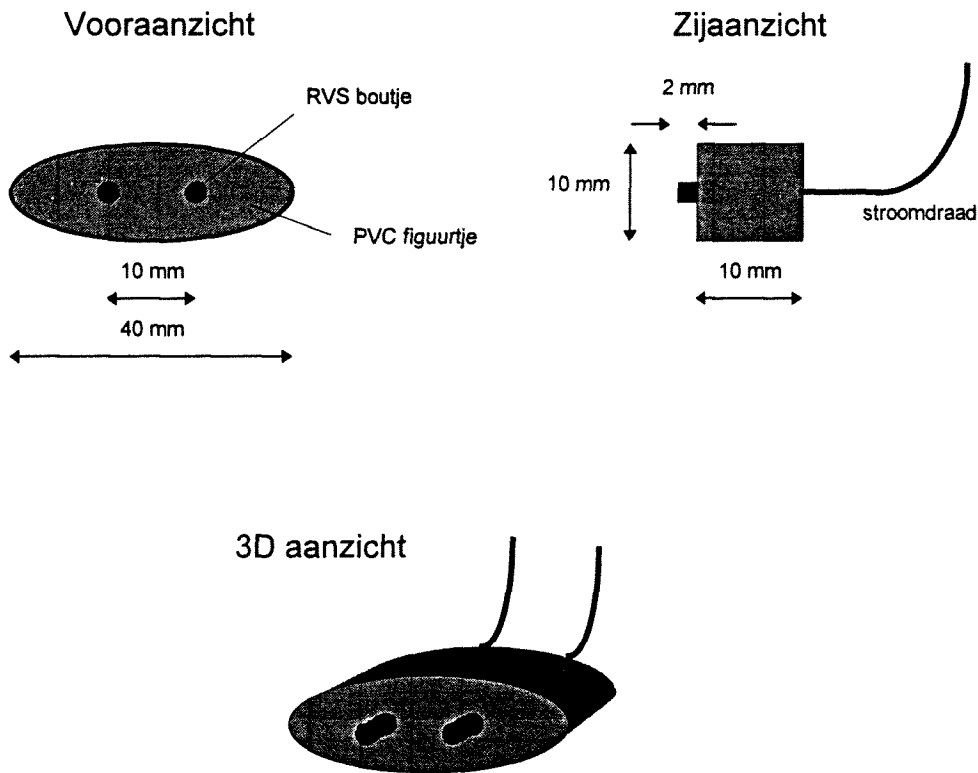
Geen van bovengenoemde meters voldoen aan onze eisen. Daarom zijn door ons zelf opnemers ontworpen. Gezien de eenvoud van het meetprincipe van de geleidendheid concentratiemeter en de lage kosten, is ervoor gekozen om opnemers te ontwikkelen die gebaseerd zijn op het meetprincipe van deze meter. Het meetinstrument werkt volgens het principe van de balansverstoring van de brug van Wheatstone door een verschil in geleidendheid tussen de twee meetpunten (uitgangsspanning), zie figuur 6.10.



figuur 6.10 Meetprincipe geleidendheidmeter.

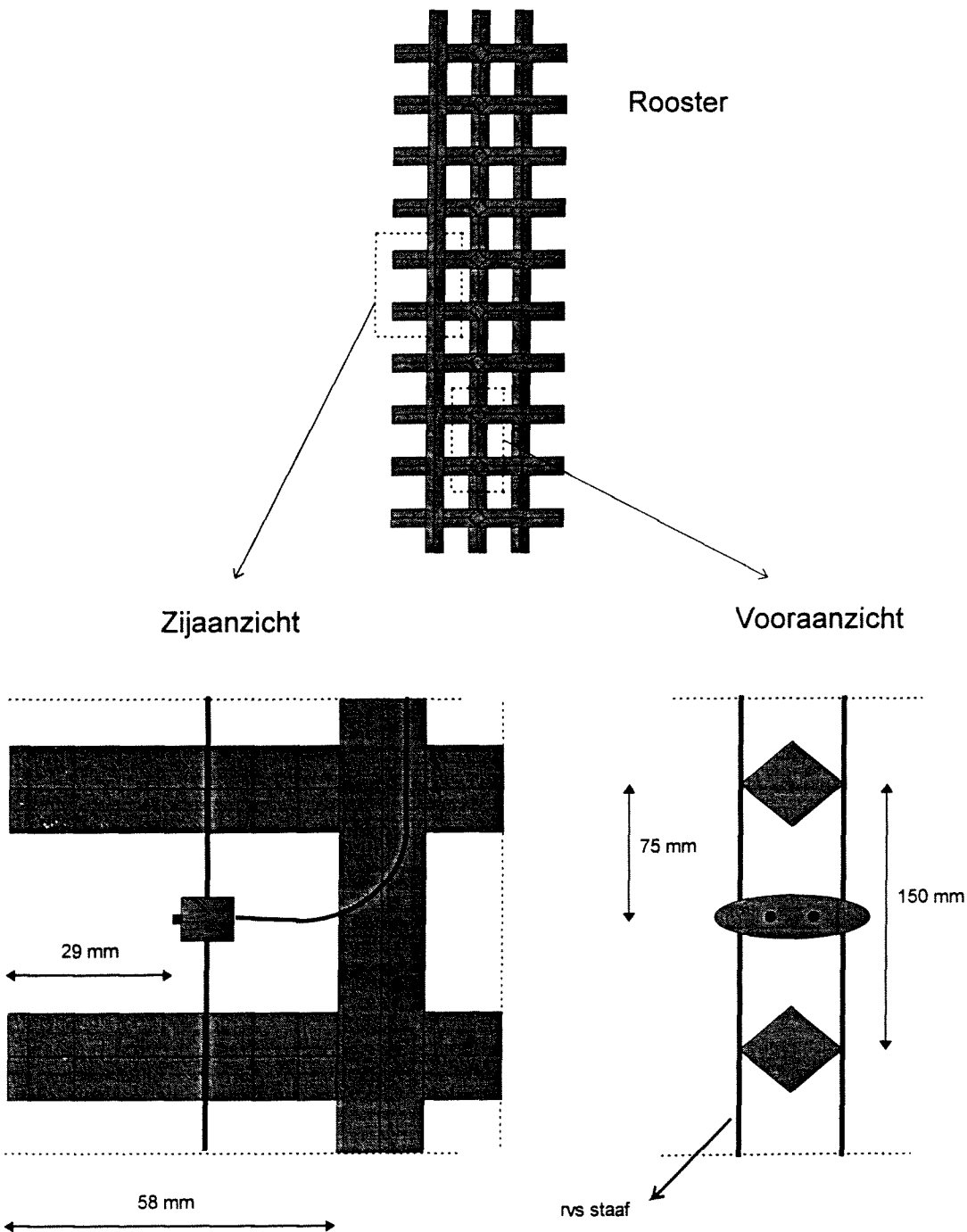
Over de brug staat een wisselspanning om ionisatie te voorkomen. Het uitgangssignaal wordt gegeven in Volt. Door het verschil in weerstand tussen de meetprobes krijgt de brug een andere balans waardoor een verschilsignaal ontstaat. Dit signaal is zeer nauwkeurig vast te stellen, zodat een accurate meting verricht kan worden.

Om ervoor te zorgen dat de meters de stroming in de kolom niet beïnvloeden, zijn van kunststof kleine gestroomlijnde opnemers gemaakt waaruit twee roestvrij stalen boutjes steken welke als elektroden fungeren. Aan de achterkant lopen dunne stroomdraadjes via een waterdichte afdichting langs het rooster naar de meetkast. In figuur 6.11 zijn de meters getekend.



figuur 6.11 Zelf gefabriceerde concentratiemeters.

Om een duidelijk concentratieprofiel over de hoogte te verkrijgen is besloten om tussen alle horizontale staven een concentratiemeter te plaatsen, zodat 9 meetpunten worden verkregen. De meters zijn ingeklemd tussen twee dunne roestvrijstalen staven, zie figuur 6.12. Verder zijn ter hoogte van de middelste meter (op 0.75 m. hoogte in de kolom) nog twee extra meters geplaatst richting de verticale as van de kolom. Hiermee kan worden bekeken of er concentratieverschillen optreden in radiale richting.



figuur 6.12 Locatie concentratiemeter.

Het enige probleem dat zich nog voordoet is dat de signalen gaan zweven bij overspraak, wat betekent dat het signaal van een elektrodepaar het signaal van het ernaast gelegen elektrodepaar beïnvloedt. Dit kan worden voorkomen door één oscillator te gebruiken en daarna de verschillende kanalen te scheiden, zodat de voeding gesynchroniseerd is. Hiervoor is een meetkast van het Waterloopkundig Laboratorium gebruikt met twaalf kanalen welke galvanisch gescheiden zijn.

### 6.2.2.3 IJking concentratiemeters

Het spanningsverschil dat door de meters wordt gemeten moet worden omgezet in concentratiewaarden. Het is dus nodig te bekijken wat voor verband er is tussen de uitgangsspanning van de meters en de concentratie waarin de meters zich bevinden. Om dit te bekijken is een aantal proeven gedaan.

In een emmer zijn verschillende concentraties aangemaakt en volledig in suspensie gebracht door een roerder. Vervolgens is per concentratiemeter de spanning gemeten. De gemeten spanningen zijn uitgezet tegen de concentraties. De resultaten van deze proeven zijn weergegeven in Bijlage D. Er zijn 12 meters gemaakt, waarvan de beste zijn gebruikt. In de grafieken is de relatieve geleidendheid  $G_r$  uitgezet;

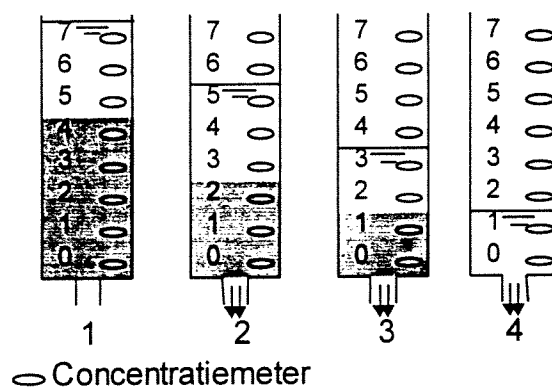
$$G_r = \frac{R_o - R_{gem}}{R_o}$$

waarbij  $R_{gem}$  de gemeten geleidendheid is en  $R_o$  de geleidendheid van het water waarin de meting plaatsvindt. Dit is gedaan om de geleidendheid te corrigeren voor vervuiling van het water. Uit de resultaten van deze proeven is af te leiden dat er een lineair verband bestaat tussen de spanning en de concentratie.

Wanneer tijdens de proeven een zandwatermengsel in de kolom wordt gebracht bezinkt het zand na enige tijd, waardoor op de bodem een zandpakket ontstaat. Een aantal meters (de onderste) komen in dit zandpakket terecht. Voor deze meters worden de spanningen die bij het zandpakket horen gemeten.

Na elke proef wordt de kolom stilgezet en wordt er gewacht tot al het zand is bezonken.

Vervolgens wordt de kolom van onderuit geleegd. Tijdens het legen komt het water beurtelings langs elke meter, zodat voor elke proef de waterwaarden voor de meters bekend zijn.



figuur 6.13 Leegzuigen kolom.

1. Vlak voor leegzuigen. Meters 0 t/m 4 zitten in het bezonken zandpakket. Voor deze meters wordt de spanning behorend bij het zandpakket gemeten. Meters 5, 6 en 7 zitten in het water. Voor deze meters wordt de spanning behorend bij water gemeten.
2. De kolom wordt leeggezogen. Meters 2,3 en 4 zitten in het water. Voor deze meters wordt de spanning behorend bij water gemeten.
3. De kolom wordt verder leeggezogen. Meters 1, 2 en 3 zitten in het water. Voor deze meters wordt de spanning behorend bij water gemeten.
4. De kolom is bijna leeg. Meters 0, 1 en 2 zitten in het water. Voor deze meters wordt de spanning behorend bij water gemeten.

Om beter inzicht in het gedrag van de meters te krijgen zijn in Bijlagen E en F voor elke meter (die op verschillende hoogtes in de kolom zijn geplaatst) de spanningen die bij de proeven zijn gemeten, behorend bij water en het zandpakket, uitgezet tegen de temperatuur bij de verschillende proeven.

Zoals te zien is in de bijlage zijn de gemeten waterwaarden duidelijk lineair afhankelijk van de temperatuur. De waarden die gemeten worden in het zandpakket lijken onafhankelijk van de temperatuur. Echter, zoals te zien is in figuur 6.18 veranderen de concentraties in het zandpakket door het trillen van de kolom. Bij hoge frequenties van de kolom wordt het zand dichter gepakt dan bij lagere frequenties. Doordat de proeven bij verschillende frequenties zijn uitgevoerd geven de zandwaarden in bovenstaande figuur verschillende concentraties weer. Daarom zijn in Bijlagen G en H de zandwaarden omgerekend naar een concentratie van 0.6, zodat de waarden onderling vergelijkbaar zijn. De zandwaarden zijn als volgt gecorrigeerd:

$$V_{0.6} = \frac{C_{\max}}{0.6} (V_{C_{\max}} - V_w) + V_w \quad \text{vgl. 6.1}$$

waarin:

- $V_{0.6}$  = spanning die hoort bij een concentratie van 0.6 [Volt]
- $C_{\max}$  = concentratie in het zandpakket [-]
- $V_{C_{\max}}$  = spanning die wordt gemeten in het zandpakket [Volt]
- $V_w$  = spanning die gemeten wordt bij water [Volt]

Tevens is het lineaire verband (benadering met een lineaire trendlijn) voor de zand- en watermetingen met de temperatuur weergegeven in de bijlagen.

Hieruit blijkt dus dat zowel de zandwaarden als de waterwaarden lineair afhankelijk zijn van de temperatuur.

Omdat het verband tussen de spanning en de concentratie lineair is, kan deze bepaald worden aan de hand van twee waarden. Deze waarden zijn de waterwaarde en de gecorrigeerde zandwaarde (behorend bij een concentratie van 0.6) welke beiden lineair afhankelijk zijn van de temperatuur.

Vanwege dit lineaire verband met de temperatuur is het aannemelijk dat vervuiling geen invloed heeft op de meters. Daarom is het niet nodig de relatieve spanning behorend bij het zand t.o.v. de waterspanning uit te zetten, zoals gedaan is bij de proeven in de emmer. Het verband tussen de concentratie en de gemeten spanning ziet er daarom als volgt uit:

$$C = \left( \frac{0.6}{V_{0.6} - V_w} \right) \cdot (V_{\text{gemeten}} - V_w) [-] \quad \text{vgl. 6.2}$$

waarin:

- $C$  = volume concentratie zand [-]
- $V_w$  = spanning gemeten in het water =  $A \cdot T + B$  [Volt]
- $V_{0.6}$  = spanning behorend bij een concentratie van 0.6 =  $C \cdot T + D$  [Volt]
- $T$  = temperatuur [°C]
- $A$  en  $C$  per meter bepaald worden [Volt/°C]
- $B$  en  $D$  per meter bepaald worden [Volt]



### 6.2.3 Snelheidsmeter

Om de snelheden en turbulente snelheidsfluctuaties in de kolom te kunnen meten zijn ook verschillende instrumenten bekeken. Voorwaarde is dat de meter in een zandwatermengsel de snelheden van het water weergeeft, en niet die van de zandkorrels. Verder dient de meter de door het rooster opgewekte stroming zo min mogelijk te beïnvloeden. De responsietijd moet klein genoeg zijn om de fluctuaties vast te stellen. Ook moet in minimaal twee richtingen gemeten kunnen worden om te bekijken of de turbulentie isotroop is.

#### 6.2.3.1 Bestaande apparatuur

Om in de proefopstelling goed te kunnen meten zijn twee opties reëel:

*Elektromagnetische stromingsmeter ACM-300.* Deze meter is gebaseerd op de elektromagnetische inductiewet van Faraday welke stelt dat als een geleidend medium door een magnetisch veld beweegt er een elektrische stroom wordt opgewekt. De meetsensor bestaat uit een bolletje met een diameter van 40 mm met aan de buitenkant 4 sensoren en binnenin twee spoeltjes om elektromagnetische velden op te wekken. Hierdoor kan in drie richtingen de stroomsnelheid gemeten worden.

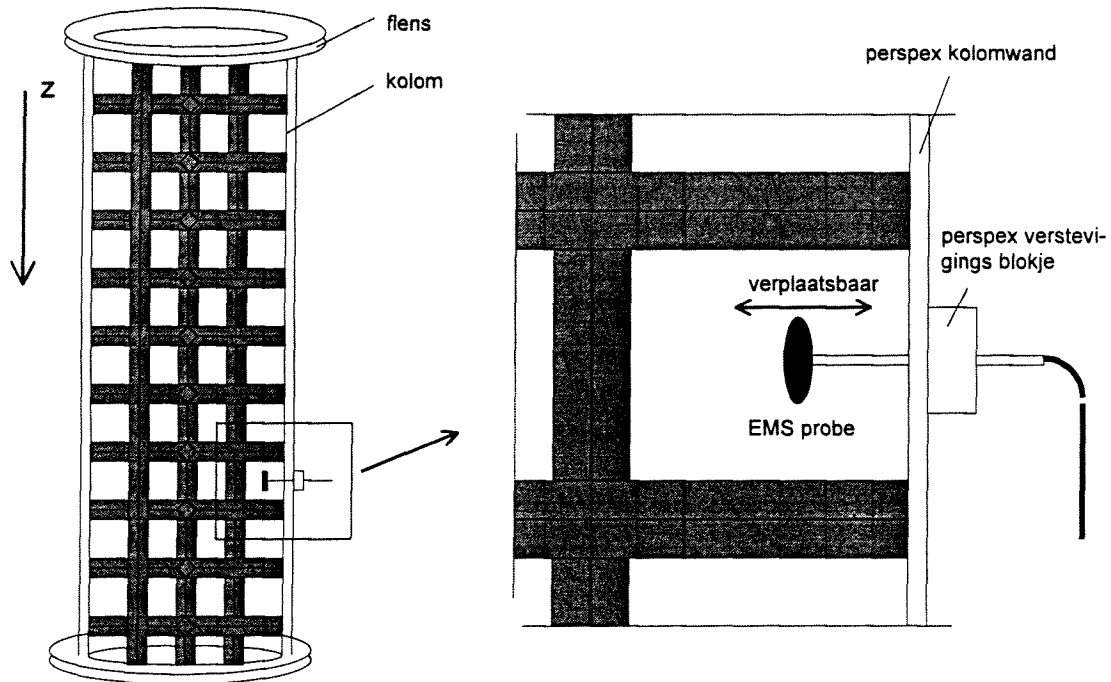
*Elektromagnetische stromingsmeter EMS "E" type.* Deze werkt volgens hetzelfde principe als voorgaande meter, echter zit hier maar één spoeltje in de afgeplatte meetsensor, zodat maar in twee richtingen gemeten kan worden.

#### 6.2.3.2 Keuze snelheidsmeter

Aangezien er in het laboratorium van vloeistofmechanica van de faculteit Civiele Techniek al ruimschoots ervaring met EMS meters bestaat en deze ook in verschillende afmetingen te verkrijgen zijn is voor dit type gekozen. Het voordeel van meten in drie dimensies weegt niet op tegen de lange levertijd en de hoge kosten van de ACM-300 meter. Ook is het volume van de ACM-300 meter beduidend groter, zodat het stromingspatroon meer zal worden beïnvloed. Uiteindelijk gaat het in de proeven om de verticale snelheidsfluctuaties en zijn de metingen in andere richtingen enkel om de isotropie van de turbulentie na te gaan.

#### 6.2.3.3 Uitvoering snelheidsmetingen

Allereerst is bekeken of de turbulentie die wordt opgewekt door het roosterwerk enigszins isotroop is bij verschillende hoekverdraaiingen en frequenties van de kolombeweging. Hiertoe is de staaf aan de EMS probe door de kolomwand gestoken waar met rubberen ringetjes een waterdichte afdichting gevormd werd. De staaf kan langs deze ringetjes schuiven zodat op verschillende plaatsen in radiale richting gemeten kan worden. De snelheidsmetingen zijn uitgevoerd midden tussen twee verticale roosters, zie figuur 6.14.

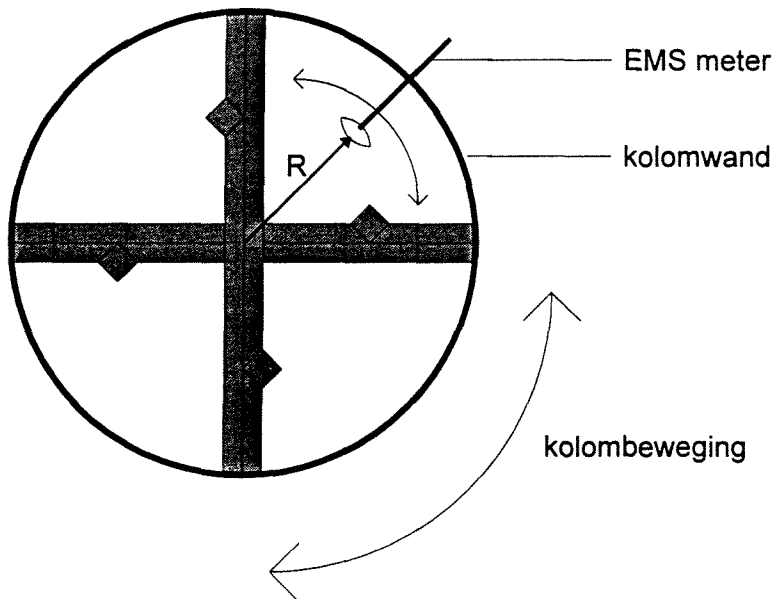


figuur 6.14 Plaatsing EMS meter.

De hoogte van de plaatsing van de EMS meter is gekozen tussen het derde en de vierde horizontale staaf om ook bij lagere concentraties zo lang mogelijk in het zandwatermengsel te meten. Bij een hogere plaatsing zal een groter deel van de meting in water plaatsvinden waar het zand al is weggezaakt. Bij een lagere plaatsing kunnen er bodemeffecten een rol gaan spelen waardoor een niet representatief snelheidspatroon wordt gemeten. De hoogte is hierom groter gekozen dan de diameter van de kolom.

Aangezien de EMS meter in de kolomwand is ingeklemd zal de meetprobe door het mengsel heen en weer bewegen tijdens de proeven. De meetwaarden in z-richting kunnen direct worden afgelezen aangezien de meter in het horizontale vlak beweegt, maar voor de snelheidsmetingen in horizontale richting zal de snelheid van de probe zelf afgetrokken moeten worden van de meetwaarde om de absolute snelheid van het water te meten zie figuur 6.15.

## BOVENAANZICHT



figuur 6.15 Beweging EMS meter.

Om de snelheid van de meetprobe te bepalen moet de hoeksnelheid van de kolom gemeten worden. Deze hoeksnelheid vermenigvuldigd met de straal  $R$  is de snelheid van de meetprobe. De straal  $R$  is de afstand van de lengteas van de kolom tot het hart van het meetvolume van de EMS probe.

Om de beweging van de kolom te meten is gebruik gemaakt van een potmeter. Dit is een draaibaar schijfje waaraan een schuifweerstand is verbonden zodat de hoekverdraaiing nauwkeurig kan worden gemeten. Deze meter is verbonden met de dragende as van de kolom.

### 6.2.4 Thermometer

Aangezien de responsie van de concentratiemeters en de valsnelheid van de zandkorrels (zie paragraaf 3.2) afhankelijk zijn van de temperatuur van het mengsel is er in het mengvat een digitale thermometer geplaatst. Door het rondpompen van het mengsel loopt de temperatuur op en door het toevoegen van leidingwater neemt de temperatuur af. Zo kan de temperatuur binnen bepaalde grenzen worden gehouden.

## 6.3 Meetplan

Voordat met de proeven is begonnen is een meetplan opgesteld. Het meetplan voorziet in proeven met en zonder turbulentie. Door de proeven zonder turbulentie te vergelijken met de proeven met turbulentie kan het effect van de turbulentie op de bezinking worden bestudeerd. Voor de proeven met turbulentie worden drie aandrijffrequenties van de kolom gebruikt. Hierdoor wordt de mate van turbulentie gevarieerd. De hoogste frequentie die de aandrijfmotor aankan is 10 toeren per seconde. Aangezien met de opstelling nog een vervolgonderzoek zal worden uitgevoerd is ervoor gekozen om in dit onderzoek met een erg grove en een erg fijne zandfractie ( $D_{50} = 270 \mu\text{m}$ , resp.  $80 \mu\text{m}$ .) metingen uit te voeren. Als de opstelling goed

functioneert met deze fracties kan het vervolgonderzoek probleemloos plaatsvinden met tussenliggende fracties.

Proef	zandsoort	volumeconcentratie	aandrijffrequentie
1	$D_{50} = 270 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 45\%$	$n=0 \quad [1/s]$
2	$D_{50} = 270 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 45\%$	$n=5 \quad [1/s]$
3	$D_{50} = 270 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 45\%$	$n=8 \quad [1/s]$
4	$D_{50} = 270 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 45\%$	$n=10 \quad [1/s]$
5	$D_{50} = 270 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 35\%$	$n=0 \quad [1/s]$
6	$D_{50} = 270 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 35\%$	$n=5 \quad [1/s]$
7	$D_{50} = 270 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 35\%$	$n=8 \quad [1/s]$
8	$D_{50} = 270 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 35\%$	$n=10 \quad [1/s]$
9	$D_{50} = 270 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 25\%$	$n=0 \quad [1/s]$
10	$D_{50} = 270 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 25\%$	$n=5 \quad [1/s]$
11	$D_{50} = 270 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 25\%$	$n=8 \quad [1/s]$
12	$D_{50} = 270 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 25\%$	$n=10 \quad [1/s]$
13	$D_{50} = 270 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 15\%$	$n=0 \quad [1/s]$
14	$D_{50} = 270 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 15\%$	$n=5 \quad [1/s]$
15	$D_{50} = 270 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 15\%$	$n=8 \quad [1/s]$
16	$D_{50} = 270 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 15\%$	$n=10 \quad [1/s]$
17	$D_{50} = 270 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 5\%$	$n=0 \quad [1/s]$
18	$D_{50} = 270 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 5\%$	$n=5 \quad [1/s]$
19	$D_{50} = 270 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 5\%$	$n=8 \quad [1/s]$
20	$D_{50} = 270 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 5\%$	$n=10 \quad [1/s]$
25	$D_{50} = 80 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 45\%$	$n=0 \quad [1/s]$
26	$D_{50} = 80 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 45\%$	$n=5 \quad [1/s]$
27	$D_{50} = 80 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 45\%$	$n=8 \quad [1/s]$
28	$D_{50} = 80 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 45\%$	$n=10 \quad [1/s]$
29	$D_{50} = 80 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 35\%$	$n=0 \quad [1/s]$
30	$D_{50} = 80 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 35\%$	$n=5 \quad [1/s]$
31	$D_{50} = 80 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 35\%$	$n=8 \quad [1/s]$
32	$D_{50} = 80 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 35\%$	$n=10 \quad [1/s]$
33	$D_{50} = 80 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 25\%$	$n=0 \quad [1/s]$
34	$D_{50} = 80 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 25\%$	$n=5 \quad [1/s]$
35	$D_{50} = 80 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 25\%$	$n=8 \quad [1/s]$
36	$D_{50} = 80 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 25\%$	$n=10 \quad [1/s]$
37	$D_{50} = 80 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 15\%$	$n=0 \quad [1/s]$
38	$D_{50} = 80 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 15\%$	$n=5 \quad [1/s]$
39	$D_{50} = 80 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 15\%$	$n=8 \quad [1/s]$
40	$D_{50} = 80 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 15\%$	$n=10 \quad [1/s]$
41	$D_{50} = 80 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 5\%$	$n=0 \quad [1/s]$
42	$D_{50} = 80 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 5\%$	$n=5 \quad [1/s]$
43	$D_{50} = 80 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 5\%$	$n=8 \quad [1/s]$
45	$D_{50} = 80 \mu\text{m}$	$C_o = \text{circa } 5\%$	$n=10 \quad [1/s]$

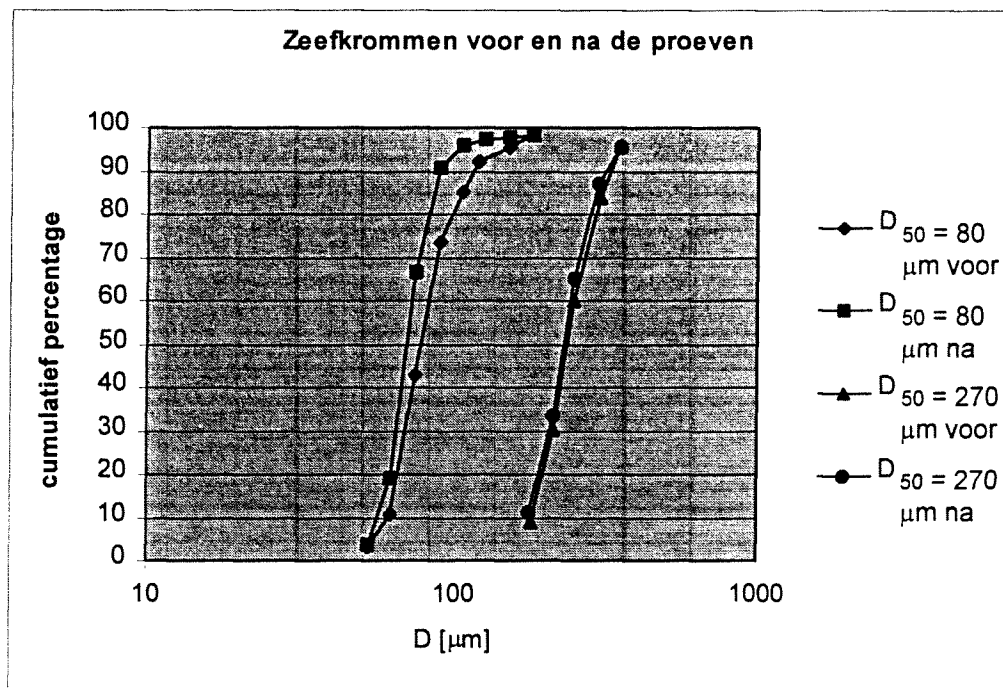
figuur 6.16 Meetplan.

Zoals is te zien in figuur 6.16 zullen de proeven worden uitgevoerd met vijf verschillende beginconcentraties. De hoogste beginconcentratie is gelijk aan de hoogste concentratie waarmee momenteel gebaggerd kan worden.

De temperatuur bij de proeven dient tussen de 15° en de 30° gehouden te worden. Voor een overzicht van de proeven zoals ze in werkelijkheid zijn uitgevoerd, zie Bijlage I.

### 6.3.1 Zandfracties

Er zijn proeven gedaan met twee zandfracties. Eén fractie met een  $D_{50}$  van 80 $\mu\text{m}$  en een fractie met een  $D_{50}$  van 270 $\mu\text{m}$ . De fracties zijn erg uniform (steile zeefkrommen). Er is bekeken of de zeefkrommen veranderen door het rondpompen van het zand tijdens de proeven. Daarom worden in figuur 6.17 de zeefkrommen van voor de proeven en na de proeven gegeven.



figuur 6.17 Zeefkrommen voor en na de proeven.

Zoals in figuur 6.17 te zien is verandert de zeefkromme van de grove fractie nauwelijks door het rondpompen van het zandwatermengsel. De zeefkromme van de fijne fractie is na de proeven iets naar links verschoven. Tijdens de proeven met de fijne fractie is gebleken dat er door het rondpompen van het mengsel de hoeveelheid slib hierin toeneemt. Waarschijnlijk zitten deze slibdeeltjes aan de zandkorrels vastgeplakt en slaan ze van de korrels af als het mengsel door de pomp en de leidingen wordt gestuwd. Hierdoor beschrijft de zeefkromme na de proeven een iets fijnere fractie. Opgemerkt dient te worden dat elke keer voordat een proef is uitgevoerd het slib uiterst voorzichtig uit het mengvat is verwijderd.

### 6.3.2 Pakkingsdichtheid

Wanneer het zand in de kolom is bezonken en de kolom blijft draaien dan wordt het zand door de schudbeweging verdicht. De pakkingsdichtheid van het zand verandert als het zand wordt verdicht. Bij hoge frequentie van de aandrijfmotor wordt het zand meer verdicht dan bij een lage frequentie. De pakkingsdichtheid van het zandpakket in de kolom is dus een functie van de frequentie van de motor die de kolom aandrijft. Dit verband is als volgt bepaald:  
 Er is een monster genomen van het zand. Dit monster is met water in een maatglas gedaan en is rustig bezonken in het maatglas. In het maatglas kan het volume van het zandpakket ( $=V_{\text{totaal}}$ ) worden afgelezen. Vervolgens wordt het zand uit het maatglas gedroogd en het gewicht bepaald.

Hieruit kan het volume van het zand uit het zandpakket worden bepaald met:

$$V_{\text{zand}} = G_{\text{zand}} \cdot \rho_{\text{zand}} \quad [\text{m}^3]$$

waarin:

- $G_{\text{zand}}$  = gewicht zand [kg]
- $\rho$  = dichtheid zand = 2650 kg/m<sup>3</sup>

De pakkingsdichtheid van het zand in het zandpakket kan dan bepaald worden met:

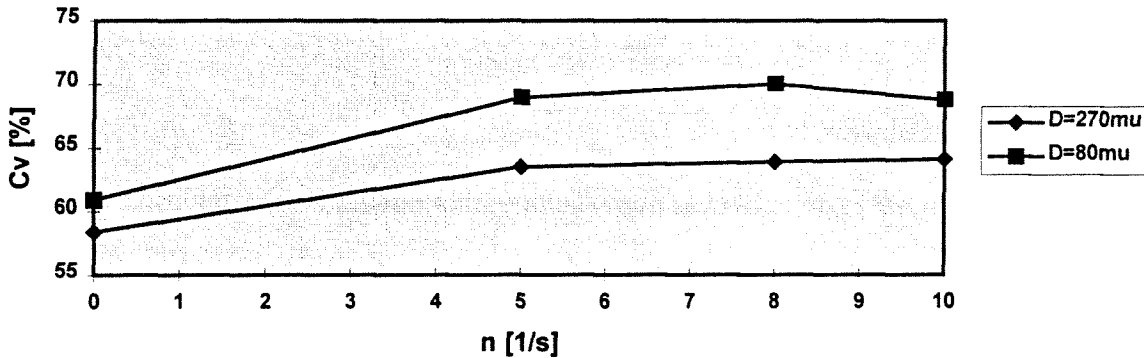
$$C_{\text{max,los}} = \frac{V_{\text{zand}}}{V_{\text{totaal}}} \quad [-]$$

Hiermee is de pakkingsdichtheid van een losgepakt zandpakket in de kolom bekend. Vervolgens is hetzelfde zand in de kolom gebracht en is rustig bezonken. De hoogte van het zandpakket in de kolom wordt gemeten en hoort bij de losgepakte pakkingsdichtheid. Vervolgens wordt de aandrijving van de kolom aangezet. Nu wordt de hoogte van het zandpakket opnieuw gemeten. De pakkingsdichtheid van het verdichte zandpakket wordt bepaald met:

$$C_{\text{max,verdicht}} = C_{\text{max,los}} \cdot \frac{h_{\text{los}}}{h_{\text{verdicht}}} \quad [-]$$

Dit is gedaan voor verschillende frequenties van de aandrijfmotor. De resultaten zijn uitgezet in figuur 6.18.

Pakkingsdichtheden bij verschillende frequenties



figuur 6.18 Pakkingsdichtheden uitgezet tegen de frequentie van aandrijfmotor.

Het valt op dat de pakkingsdichtheid van de fijne fractie afneemt bij de hoogste frequentie. Dit komt doordat bij deze hoge frequentie een deel van de fijne fractie in suspensie blijft. De pakkingsdichtheid is gemeten door de kolom een tijdje met een bepaalde frequentie te laten draaien en vervolgens, na de kolom stil te hebben gezet, de hoogte van het zandpakket te meten. Bij hoge frequentie bezinkt een gedeelte van het zand pas na stilzetten van de kolom (dat wat in suspensie gehouden wordt door de opgewekte turbulentie in de kolom). Dit zand heeft een veel lossere pakking ( $C_{\max, \text{los}}$ ) dan het zand dat al is bezonken als de kolom nog beweegt ( $C_{\max, \text{verdicht}}$ ). Daarom is de gemiddelde pakkingsdichtheid van het zandpakket lager bij deze frequentie dan  $C_{\max, \text{verdicht}}$ .

### 6.3.3 Aanmaken concentraties in mengvat

In het mengvat zijn per zandsoort volumeconcentraties aangemaakt van 45%, 35%, 25%, 15% en van 5%. Eerst is de hoogste concentratie ( $C_v = 45\%$ ) in het mengvat aangemaakt. Dit werd bereikt door het mengvat zover met zand te vullen totdat het zandniveau zich net ( $\pm 2\text{cm}$ ) onder de onderkant zuigbuis bevindt. Wanneer het zandniveau tot boven de onderkant zuigbuis zou reiken, zit de zuigbuis als het ware verstopt in het zand en kan geen mengsel worden rondgepompt. Vervolgens is water in het mengvat ingelaten tot 12cm boven de onderkant zuigbuis. Per cm hoogte in het mengvat zit 11.3 liter. Voor het vullen van de kolom is 100 liter nodig. Dit komt overeen met een niveau daling van 9cm in het mengvat. Dus nadat de kolom gevuld is, bevindt het waterniveau in het mengvat zich nog 3cm boven onderkant zuigbuis. Wanneer het waterniveau in het mengvat daaronder komt wordt lucht aangezogen en kan de pomp geen mengsel meer rondpompen. Op deze manier kunnen zijn met de huidige opstelling proeven gedaan met de maximale concentratie. Wanneer hogere concentraties aangemaakt zouden moeten worden, kan dit alleen door de zuigbuis in te korten.

Nadat de proeven met de hoogste concentratie gedaan waren werden de lagere concentraties aangemaakt door meer water in het mengvat in te laten en zand eruit te halen. Het is niet mogelijk om met een concentratiemeter de concentratie in het mengvat te bepalen. Dit komt doordat temperatuur en vervuiling van het water te erg veranderen wanneer schoon water wordt toegevoegd. Daarom zijn de concentraties op gevoel aangemaakt en gecontroleerd door de kolom met het mengsel te vullen en te laten bezinken. De concentratie in de kolom is bepaald door de hoogte van het zandpakket te meten. De pakkingsdichtheid is immers bekend (zie 6.3.1).

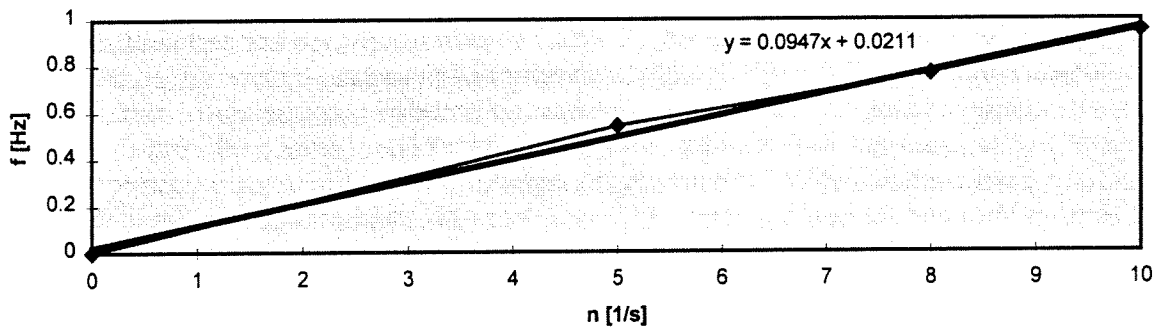
### 6.3.4 Turbulentiegraden

De proeven zijn uitgevoerd bij vier graden van turbulentie. Op twee manieren is het mogelijk de mate van turbulentie te veranderen:

1) Eén manier is om het aangrijpingspunt van de drijfstang op het aandrijfwiel te veranderen, waardoor de grootte van de slag die de kolom maakt wordt gevarieerd. Al snel is gebleken dat de grootte van de slag die de kolom maakt zeer bepalend is voor de mate van turbulentie die in de kolom wordt opgewekt. Wanneer de uitslag van de kolom maximaal was, bleek het net mogelijk om een deel van het zand in suspensie te houden. Omdat gestreefd werd naar het bepalen van evenwichtsprofielen in de kolom, is besloten de uitslag van de kolom bij alle proeven maximaal te houden.

2) De tweede manier waarop de mate van turbulentie gevarieerd kan worden is door het toerental van de motor waarmee het aandrijfwiel wordt aangedreven te variëren. Tijdens de proeven is de mate van turbulentie alleen gevarieerd op deze manier. De proeven zijn uitgevoerd bij vier graden van turbulentie: Eén zonder turbulentie (frequentie = 0) en drie verschillende frequenties van de elektromotor van 5, 8 en 10 slagen per seconde. In figuur 6.19 is een direct verband tussen de frequentie van de elektromotor en de frequentie van de kolom gegeven.



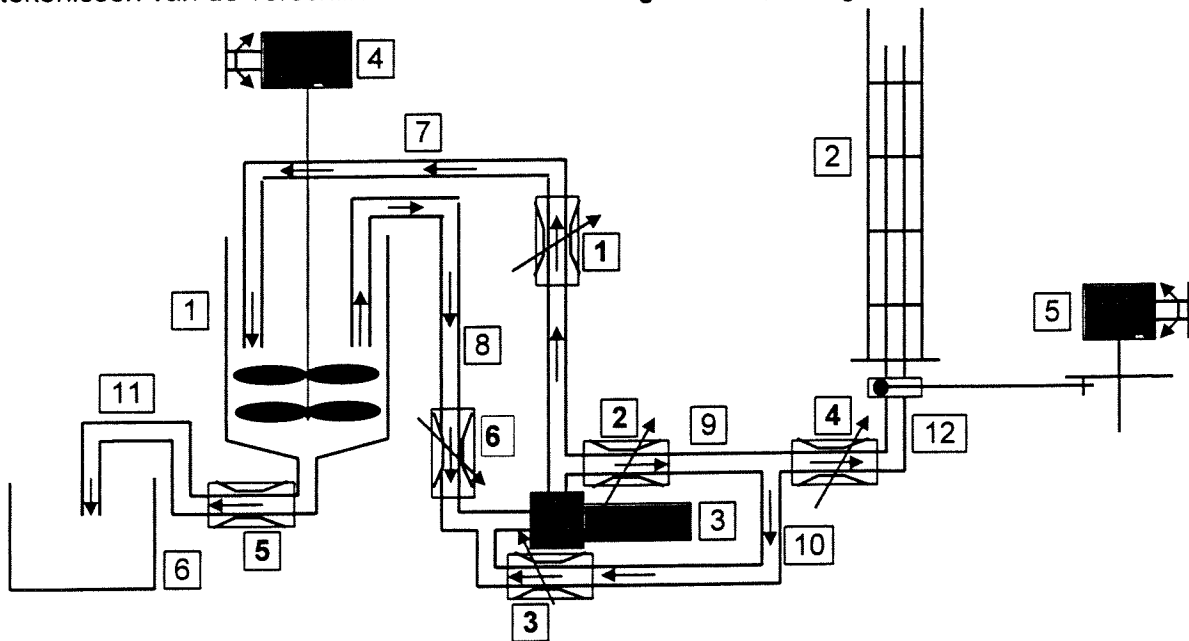


figuur 6.19 Verband frequentie elektromotor en frequentie kolom.

In de grafiek is het verband benaderd met een lineaire trendlijn. De vergelijking van deze trendlijn is weergegeven in de grafiek.

### 6.4 Meetprocedure

In deze paragraaf wordt stapsgewijs aangegeven hoe een proef wordt uitgevoerd. Voor de betekenissen van de verschillende onderdelen uit figuur 6.20, zie figuur 6.5.



figuur 6.20 De proefopstelling.

### **Beginsituatie.**

De aandrijfmotoren 4 en 5 en pomp 3 staan uit. Alle afsluuters zijn dicht. In de mengtank bevindt zich het mengsel met de correcte concentratie, in de leidingen staat water. De kolom is leeg. Het uiteinde van de beweegbare persleiding 7 in het mengvat staat boven de zandlaag.

### **Procedure.**

1. Afsluiter 6 wordt volledig open gezet, pomp 3 wordt aangezet en afsluiter 1 wordt opengedraaid. Er wordt nu water via de shuntleiding rondgepompt.
2. De beweegbare persleiding 7 in het mengvat wordt nu de zandlaag ingeduwd en de spuitmond wordt gericht op de zuigleiding 8. Het zand wordt nu opgewoeld zodat de roerders vrij komen.
3. Aandrijfmotor 4 wordt nu aangezet en het toerental opgevoerd. **Hierbij dient grote voorzichtigheid in acht te worden genomen.** Als de roerders nog vast in het zand zitten drukt de motor zichzelf naar boven en kan de motor plus oplegging zelf gaan draaien in plaats van de roerders.
4. Het meetprogramma wordt aangezet, de temperatuur wordt genoteerd en aandrijfmotor 5 wordt ingeschakeld en op de goede frequentie afgesteld.
5. Afsluiter 2 wordt volledig opengedraaid, en afsluiter 3 wordt even open en dicht gedraaid. Hierdoor is leiding 9 gevuld met het correcte mengsel.
6. Tegelijkertijd wordt afsluiter 1 dichtgedraaid en afsluiter 4 opengedraaid. Hierdoor vult de kolom met het maximaal mogelijke debiet.
7. Als de kolom genoeg gevuld is wordt afsluiter 4 dichtgedraaid en wordt het schuifklep onder in de kolom gesloten. Direct hierna worden afsluuters 1 en 3 opengedraaid.
8. Het toerental van motor 4 wordt weer op zijn minimum gesteld en uitgezet. De beweegbare persleiding 7 wordt omhoog gehaald en de spuitmond naar de wand van de mengtank gericht. Hierdoor kan het zand in de mengtank bezinken en worden de leidingen 7, 8, 9, 10 met water gespoeld.
9. Afsluiter 6 wordt geknepen (half dicht gedraaid) zodat het zand in de mengtank nog beter kan bezinken (doordat er minder water uit leiding 7 spuit) en er meer zuigkracht ontstaat in leiding 10 en 12.
10. Afsluiter 2 wordt zodanig geknepen dat het water in leiding 9 en 10 nog net loopt. Als er een evenwichtssituatie in de kolom ontstaat is de proef feitelijk afgelopen en wordt motor 5 uitgezet. Als het zand dat eventueel nog in suspensie was in de kolom is bezonken wordt het zandniveau en het waterniveau op de kolomwand afgetekend.
11. Om de kolom te legen wordt afsluiter 4 opengedraaid en wordt het schuifklep onder in de kolom half geopend. Het zand zal nu onder uit de kolom lopen met het water wat zich in de kolom bevindt. De uitstroomsnelheid mag niet te hoog liggen omdat er dan relatief meer water dan zand wordt meegezogen en er eventueel niet genoeg water overblijft voor de watermeting van de onderste concentratiemeters. De uitstroomsnelheid kan met verschillende handelingen beïnvloed worden. Door afsluiter 6 dichter te draaien of afsluiter 2 dichter te draaien wordt de zuigkracht in leiding 10 en 12 vergroot, echter wordt het mengsel dat uit leiding 12 leiding 10 inloopt minder verdund doordat er minder water uit leiding 8 bijgemengd wordt. Door het schuifklep onder in de kolom meer te openen neemt de uitstroomsnelheid natuurlijk toe.
12. Als de kolom is leeggezogen wordt het meetprogramma stopgezet. Afsluiter 4 wordt dichtgedraaid, afsluiter 6, 2 en 3 open en afsluiter 1 zodanig geknepen dat het water rustig de mengtank inloopt. De leidingen worden nu met water gespoeld. Er zal nog wat zand in de kolom op de bodemplaats zijn achtergebleven. Dit kan worden weggehaald door afsluiter 3 dicht te draaien en afsluiter 4 te openen. Er zal nu weer wat water de kolom in stromen en door aandrijfmotor 5 aan te zetten zal het achtergebleven zand worden opgewoeld. Door

afsluiter 3 te openen en afsluiter 2 te knijpen wordt het laatste restje zand uit de kolom gezogen.

13. Motor 5 wordt uitgezet, afsluiters 2, 3 en 6 worden dichtgedraaid en motor 4 wordt uitgezet. Hierna wordt afsluiter 1 dichtgedraaid en is de beginsituatie bereikt.

## 7. Analyse meetgegevens

### 7.1 Inleiding

In dit hoofdstuk wordt aan de hand van de proeven een verband gezocht tussen een Richardsongetal voor de kolom en de turbulente diffusiecoëfficiënt in de kolom. Het Richardsongetal is sterk afhankelijk van de concentratiegradiënt. Het doel is om te bekijken of de turbulente diffusie wordt gedempt door grote concentratiegradiënten. Het verband tussen het Richardsongetal en de turbulente diffusiecoëfficiënt wordt bepaald aan de hand van de evenwichtsprofielen die zich tijdens de proeven instellen. Niet bij elke proef stelt zich een evenwichtsprofiel in. Alleen bij de proeven met de fijne fractie ( $D=80\mu\text{m}$ ) bij een kolomfrequentie  $n=8$  slagen per seconde en  $n=10$  slagen per seconde stelt zich een evenwichtsprofiel in. Het verband dat in dit hoofdstuk wordt gepresenteerd is dus alleen aan de hand van deze proeven bepaald. In hoofdstuk 8 wordt dit verband omgeschreven in een numeriek model en wordt bekeken of dit verband ook geldt voor de overige proeven. Voor het bepalen van de turbulente diffusiecoëfficiënt is het onder andere nodig om de valsnelheid als functie van de concentratie te weten. Dit verband wordt ook in dit hoofdstuk bepaald. Dit verband wordt voor zowel de fijne fractie als de grove fractie ( $D=270\mu\text{m}$ ) bepaald aan de hand van de proeven waarbij geen turbulentie in de kolom wordt opgewekt (de kolom met rooster beweegt niet).

### 7.2 Methode bepalen verband turbulente diffusiecoëfficiënt en Richardsongetal

De bezinking in de kolom kan worden beschreven met de algemene convectie diffusie vergelijking:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(w \cdot C) = \frac{\partial}{\partial z} \left( \varepsilon \frac{\partial C}{\partial z} \right) \quad \downarrow z \quad \text{vgl. 7.1}$$

waarin:

- $w$  = valsnelheid korrels [m/s]
- $t$  = tijd [s]
- $C$  = volumeconcentratie [-]
- $z$  = hoogte [m]
- $\varepsilon$  = turbulente diffusiecoëfficiënt [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]

Op  $t = \infty$ , wanneer zich een evenwichtsprofiel in de kolom instelt, gaat deze vergelijking over in:

$$w(C) \cdot C = \varepsilon \frac{\partial C}{\partial z} \quad \text{vgl. 7.2}$$

De valsnelheid van de korrels als functie van de concentratie is bepaald aan de hand van de proeven zonder turbulentie.

Tijdens onze proeven stelde zich een evenwichtsprofiel in bij de fijne fractie bij frequenties van de aandrijfmotor van  $n=8$  toeren per seconde en  $n=10$  toeren per seconde. Uit het evenwichtsprofiel volgen de concentratie en de concentratiegradiënt. Samen met de bepaalde valsnelheid als functie van de concentratie kan uit vgl. 7.2 dus  $\varepsilon$ , de turbulente diffusiecoëfficiënt, worden bepaald.

Deze diffusiecoëfficiënt is in paragraaf 7.5.2 uitgezet tegen het Richardsongetal in de kolom.

In een stroomgoot wordt het Richardsongetal geschreven als:

$$Ri = \frac{g \frac{\partial \rho}{\partial z}}{\rho \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2} \quad \text{vgl. 7.3}$$

waarin:

- $u$  = snelheid [m/s]
- $\rho$  = dichtheid [kg/m<sup>3</sup>]
- $g$  = valversnelling [m/s<sup>2</sup>]

Aangezien in de kolom geen hoofdstroom aanwezig is, is het onmogelijk het Richardsongetal op deze manier te bepalen. Daarom is hier het Richardsongetal bepaald aan de hand van het gemiddelde van de verticale snelheidsfluctuaties en de lengteschaal van die snelheidsfluctuaties, in plaats van de snelheidsgradiënt over de hoogte:

$$Ri^* = \frac{g \frac{\partial \rho}{\partial z} |^2}{\rho \bar{u}'^2} \quad [-] \quad \text{vgl. 7.4}$$

waarin:

- $\bar{u}'$  = gemiddelde van de snelheidsfluctuaties [m/s]
- $l$  = lengteschaal snelheidsfluctuaties [m]

### 7.3 Bepalen valsnelheid korrels als functie van de concentratie

De valsnelheid van de korrels tijdens de proeven is bepaald door het bezinkingsfront bij de proeven zonder turbulentie in de tijd te volgen. Voor deze proeven geldt dat tijdens bezinken de concentratiegradiënt ongeveer nul is. De concentratie in de zone waarin bezinking plaatsvindt is dus praktisch overal gelijk. Hierdoor is de snelheid waarmee het bezinkingsfront zich voortbeweegt hetzelfde als de bezinksnelheid van de korrels. De bezinksnelheid is verkregen door de snelheid van het front langs de concentratiemeters te bepalen.

De proeven zonder turbulentie zijn bij verschillende concentraties uitgevoerd, waardoor een verband voor de valsnelheden met de concentratie kon worden bepaald.

De resultaten uit de proeven zijn vergeleken met twee theorieën voor hindered settling uit paragraaf 3.2.1:

- 1) Richardson and Zaki
- 2) Cheng

Het verband voor de valsnelheden als functie van de concentratie voor de fijne fractie is gevonden door de proeven te vergelijken met de volgende vergelijking, waarin  $w_o$  is bepaald met vgl. 3.2, 3.3, 3.4 en 3.5:

$$w = \alpha \cdot w_o (1 - C)^{\beta} \quad \text{vgl. 7.5}$$

Door middel van curve fitting zijn voor de fijne fractie de volgende waarden voor  $\alpha$  en  $\beta$  gevonden:

$$\alpha = 1.18$$

$$\beta = 4.0$$

Hiermee is voor de fijne fractie ( $D = 80\mu\text{m}$ ) de volgende functie voor de valsnelheid verkregen:

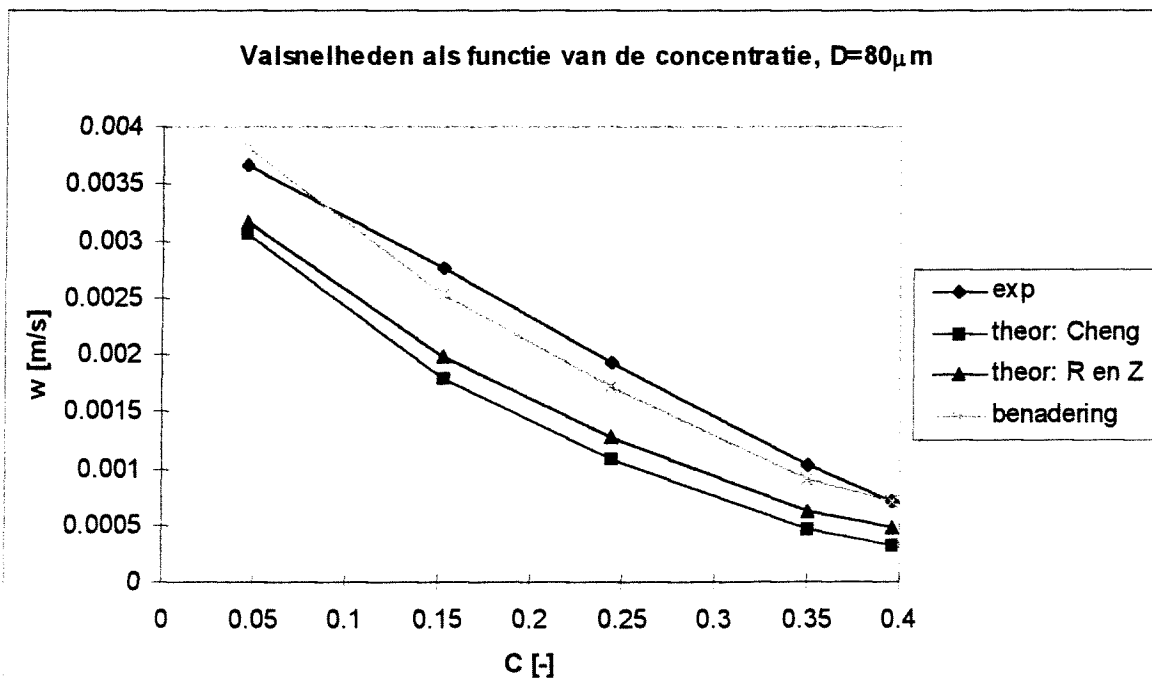
$$w = 118 \cdot w_0 (1 - C)^{4.0} \quad \text{vgl. 7.6}$$

waarin:

- $w_0$  = ongestoorde valsnelheid [m/s]
- $C$  = volumeconcentratie zand [-]

De factor 4.0 in de macht komt ongeveer overeen met de theorie. De factor 1.18 voor de ongestoorde valsnelheid  $w_0$  kan door een afwijking in de korreldiameter of de vormfactor van het zand komen.

In figuur 7.1 is de valsnelheid van de korrels volgens bovenstaande theorieën, de valsnelheid die aan de hand van de proeven is bepaald en de benadering samen uitgezet voor de fijne fractie ( $D=80\mu\text{m}$ ).



figuur 7.1 Verband valsnelheid met concentratie voor  $D=80\mu\text{m}$ .

Het verband voor de valsnelheden als functie van de concentratie voor de grove fractie is gevonden door de proeven te vergelijken met de volgende vergelijking, waarin  $w_0$  is bepaald met vgl. 3.2, 3.3, 3.4 en 3.6:

$$w = \gamma \cdot w_0 (1 - C)^\delta \quad \text{vgl. 7.7}$$

Door middel van curve fitting zijn voor de grove fractie de volgende waarden voor  $\gamma$  en  $\delta$  gevonden:

$\gamma = 1.00$   
 $\delta = 4.0$

Hiermee is voor de grove fractie ( $D = 270\mu\text{m}$ ) de volgende functie voor de valsnelheid verkregen:

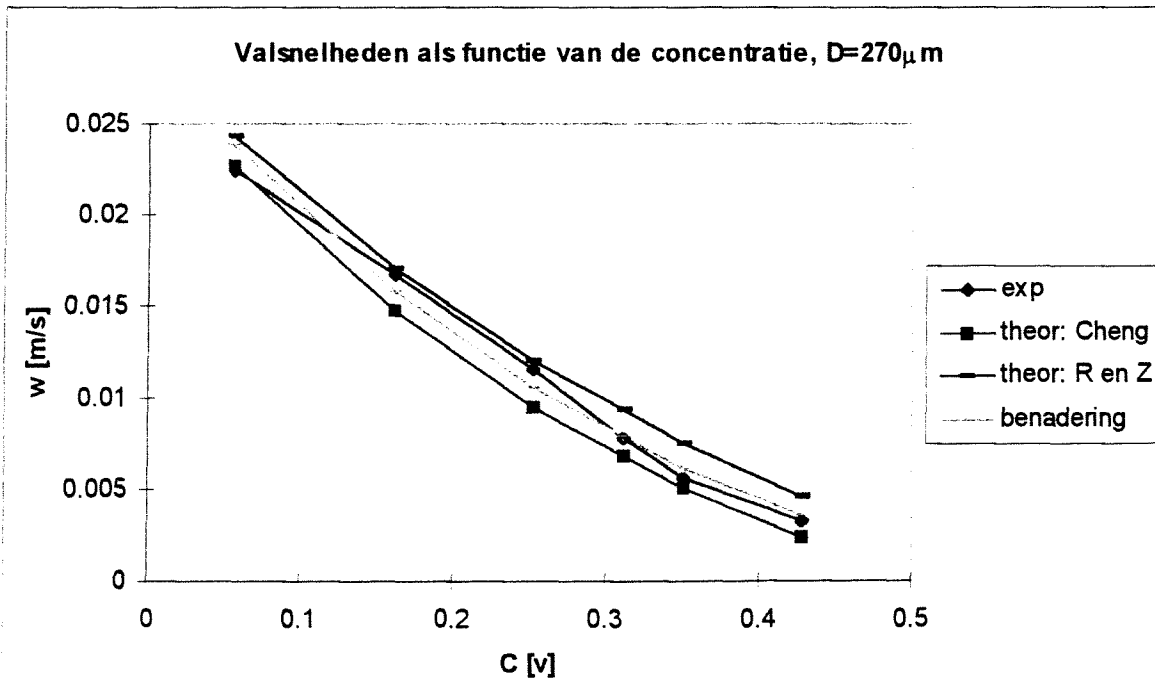
$w = 1.00 \cdot w_0 (1 - C)^{4.0}$  vgl. 7.8

waarin:

- $w_0$  = ongestoorde valsnelheid [m/s]
- $C$  = volumeconcentratie zand [-]

De factor 1.00 laat zien dat dezelfde ongestoorde valsnelheid is verkregen als uit de theorie volgt. De factor 4.0 in de macht komt ongeveer overeen met de theorie.

In figuur 7.2 is de valsnelheid van de korrels volgens bovenstaande theorieën, de valsnelheid die aan de hand van de proeven is bepaald en de benadering samen uitgezet voor de grove fractie.



figuur 7.2 Verband valsnelheid met concentratie voor  $D=270\mu\text{m}$ .

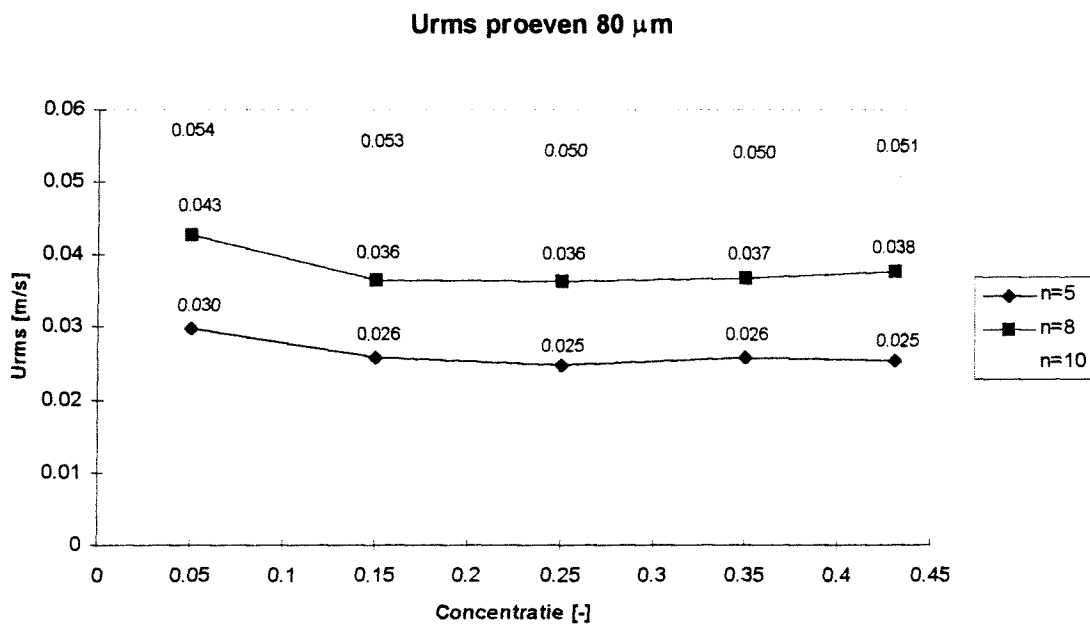
Voor de verdere berekeningen worden voor de valsnelheden de benaderingen gebruikt uit vgl. 7.6 en vgl. 7.8.

## 7.4 Snelheidsfluctuaties

### 7.4.1 Root Mean Square waarden

Voor de bepaling van de snelheidsfluctuaties is gedurende een zekere tijd een meting verricht. Aangezien alleen de snelheidsfluctuaties bepaald dienen te worden, wordt over een bepaald interval  $\tau$  de tijdgemiddelde waarde van de snelheidsmetingen afgetrokken, waarna de root mean square (rms) waarde berekend wordt. De middelingsduur  $\tau$  dient kort te zijn vergeleken met de tijdschaal waarover een eventueel langdurig gemiddelde verandert (door temperatuurveranderingen of vervuiling van de meter) en lang genoeg om de turbulente beweging effectief uit te middelen. Urms is dan de wortel van het gemiddelde van de gekwadeerde snelheidsfluctuaties (zie paragraaf 4.2.2).

In figuur 7.3 zijn de waarden uitgezet van alle proeven met het fijne zand ( $D=80 \mu\text{m}$ ), waarbij een waarde voor  $\tau$  van 30 seconden is genomen.



figuur 7.3 Urms voor  $D=80 \mu\text{m}$ .

Zoals in figuur 7.3 te zien is, is Urms iets hoger bij de laagste concentratie van 5% en is de waarde verder onafhankelijk van de concentratie en alleen van de frequentie van de kolombeweging. De conclusie die hieruit wordt getrokken is dat Urms onafhankelijk van de concentratie is.

De gemiddelde root mean square waarden voor de proeven met gelijke frequentiebeweging van de kolom zijn aangegeven in figuur 7.4.

Toerental aandrijfmotor [1/s]	Frequentie kolombeweging [Hz]	Urms [m/s]
n=5	1.05	0.026
n=8	1.47	0.037
n=10	1.88	0.051

figuur 7.4 Gemiddelde root mean square waarden.



### 7.4.2 Energiedichtheidspectrum.

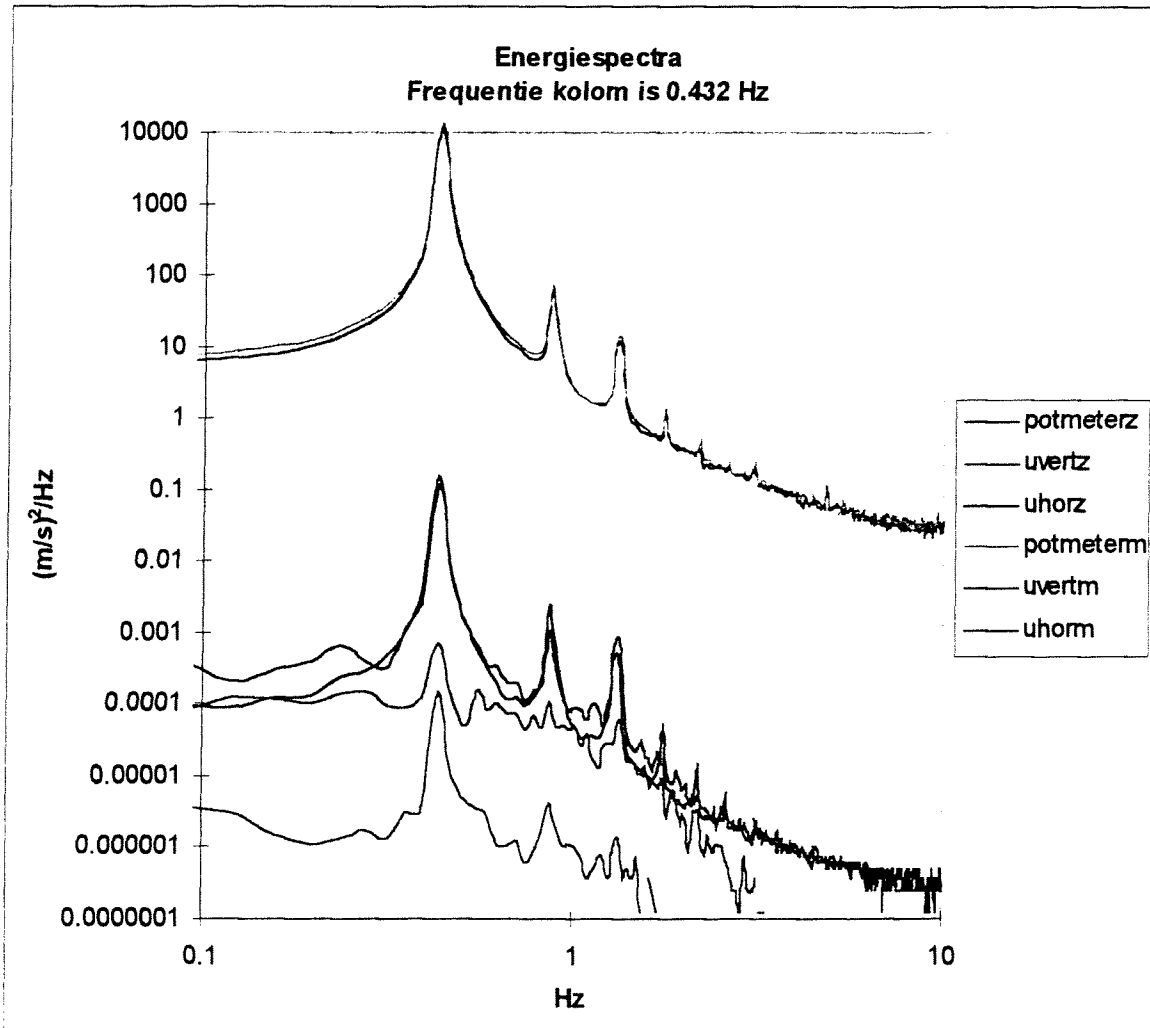
In figuur 7.5 zijn de energiedichtheidspectra van de potmeter die de beweging van de kolom registreert en de verticale en horizontale snelheidsfluctuaties, zoals geregistreerd door de EMS, afgebeeld bij een kolomfrequentie van 0.432Hz. In bijlage T is een grafiek afgebeeld voor een hogere kolomfrequentie (0.591Hz) die een zelfde gedrag vertoont.

De signalen van de potmeter geven de frequentie verdelingen van de hoofdbeweging (=kolombeweging) weer. Zoals is te zien verschillen deze signalen nauwelijks, zodat de hoofdbeweging niet verandert door toevoeging van het rooster. Opgemerkt dient te worden dat de eenheid op de verticale as niet voor deze signalen geldt.

De eerste piek wordt logischerwijze op de aandrijffrequentie gevonden. De signalen van de horizontale en de verticale snelheden zonder turbulentie geven dezelfde vorm weer als de signalen van de hoofdbeweging.

Om iets te kunnen zeggen over de aanwezige turbulente wervels, opgewekt door het rooster, dienen de snelheidssignalen met en zonder rooster in de kolom met elkaar vergeleken te worden.

Zoals is te zien in figuur 7.5 verandert de vorm van het signaal het meest tussen de eerste en tweede piek (0.65Hz) en tussen de tweede en derde piek (1,1 Hz), zodat het waarschijnlijk is dat het rooster in deze gebieden vrij veel wervels opwekt.



figuur 7.5 Energiedichtheidspectra.

Verklaring legenda:

- potmeterz: signaal van de potmeter bij proef zonder rooster
- uvertz: signaal van de verticale snelheden bij proef zonder rooster
- uhorz: signaal van de horizontale snelheden bij proef zonder rooster
- potmeterm: signaal van de potmeter bij proef met rooster
- uvertm: signaal van de verticale snelheden bij proef met rooster
- uhorm: signaal van de horizontale snelheden bij proef met rooster

## 7.5 Bepalen verband diffusiecoëfficiënt met Richardsongetal

### 7.5.1 Bepalen turbulente diffusiecoëfficiënt uit evenwichtsprofielen

De turbulente diffusiecoëfficiënt  $\varepsilon$  is bepaald met vgl. 7.2, waarin  $w(C)$  is bepaald met vgl. 7.5:

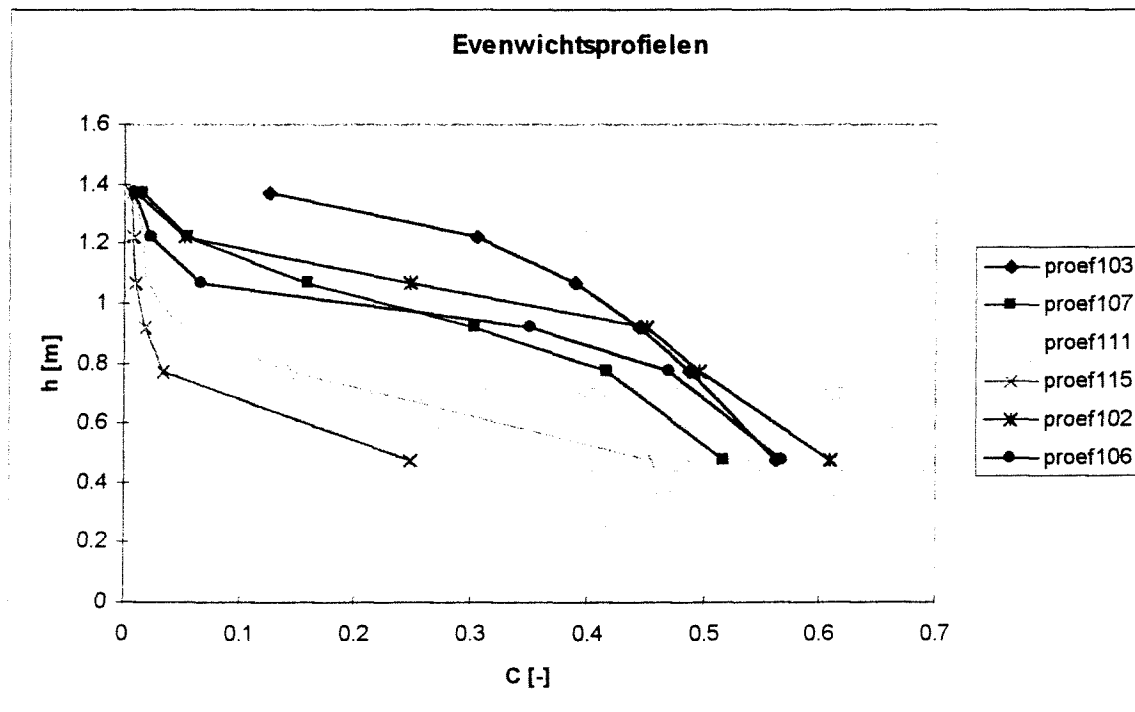
$$\varepsilon = \frac{w(C) \cdot C}{\frac{\partial C}{\partial z}} \quad [\text{m}^2/\text{s}] \quad \text{vgl. 7.9}$$

$\varepsilon$  is bepaald uit 6 proeven:

- 1) proef 103:  $D=80\mu\text{m}$ , turbulentie  $n=10$  1/s,  $C_0=0.45$
- 2) proef 107:  $D=80\mu\text{m}$ , turbulentie  $n=10$  1/s,  $C_0=0.364$
- 3) proef 111:  $D=80\mu\text{m}$ , turbulentie  $n=10$  1/s,  $C_0=0.264$
- 4) proef 115:  $D=80\mu\text{m}$ , turbulentie  $n=10$  1/s,  $C_0=0.149$
- 5) proef 102:  $D=80\mu\text{m}$ , turbulentie  $n=8$  1/s,  $C_0=0.434$
- 6) proef 106:  $D=80\mu\text{m}$ , turbulentie  $n=8$  1/s,  $C_0=0.351$

$C_0$  = volumeconcentratie van het mengsel dat in de kolom wordt gebracht.

De evenwichtsprofielen die zich tijdens deze proeven instelden en waaruit  $\varepsilon$  is bepaald zien er als volgt uit:



figuur 7.6 Concentratieprofielen over de hoogte.

Omdat de onderste concentratiemeters niet goed werken is alleen gewerkt met het bovenste deel (van  $h=0.47\text{m}$  tot  $h=1.37\text{m}$ ) van het evenwichtsprofiel. De concentratiegradiënt is per punt als volgt bepaald:

$$\frac{\partial C}{\partial z_n} = \frac{C_{n-1} - C_{n+1}}{z_{n-1} - z_{n+1}}$$

vgl. 7.10

Hieronder worden de berekende waarden van de turbulente diffusiecoëfficiënt aan de hand van de evenwichtsprofielen gegeven. Tevens zijn de waarden van de concentratie, de concentratiegradiënt en de valsnelheid gegeven die zijn gebruikt voor het berekenen van de turbulente diffusiecoëfficiënten. De waarden zijn gegeven per plaats in de kolom en per proef.

	h [m]	C [-]	dC/dz [ $\text{m}^{-1}$ ]	w(C) [m/s]	$\varepsilon$ [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]
proef 103 n=10 Co=0.45	0.77	0.488	0.264	0.000377	0.000696
	0.92	0.443	0.332	0.000526	0.000702
	1.07	0.388	0.467	0.000767	0.000637
	1.22	0.303	0.880	0.001291	0.000444
proef 107 n=10 Co=0.364	0.77	0.417	0.476	0.000637	0.000557
	0.92	0.302	0.861	0.001307	0.000458
	1.07	0.158	0.826	0.002760	0.000530
	1.22	0.054	0.474	0.004404	0.000503
proef 111 n=10 Co=0.264	0.77	0.141	0.894	0.002950	0.000465
	0.92	0.047	0.410	0.004465	0.000514
	1.07	0.018	0.108	0.005040	0.000843
	1.22	0.015	0.036	0.005102	0.002131
proef 115 n=10 Co=0.149	0.77	0.033	0.508	0.004451	0.000293
	0.92	0.017	0.083	0.004757	0.000987
	1.07	0.009	0.034	0.004927	0.001232
	1.22	0.007	0.009	0.004957	0.003676
proef 102 n=8 Co=0.434	0.77	0.495	0.348	0.000355	0.000506
	0.92	0.451	0.832	0.000497	0.000269
	1.07	0.246	1.330	0.001771	0.000327
	1.22	0.052	0.782	0.004421	0.000295
proef 106 n=8 Co=0.351	0.77	0.469	0.480	0.000425	0.000415
	0.92	0.350	1.347	0.000956	0.000249
	1.07	0.065	1.092	0.004089	0.000245
	1.22	0.023	0.190	0.004893	0.000582

figuur 7.7 berekende  $\varepsilon$  waarden uit evenwichtsprofielen.

### 7.5.2 Verband diffusiecoëfficiënt met Richardsongetal

In deze paragraaf is de turbulente diffusiecoëfficiënt die in paragraaf 7.5.1 uit de evenwichtsprofielen is bepaald uitgezet tegen het Richardsongetal en aan de hand daarvan is een verband hiertussen bepaald. De turbulente diffusiecoëfficiënt is als volgt dimensieloos gemaakt:

$$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\bar{u}'^2} \cdot l} \quad \text{vgl. 7.11}$$

waarin:

- $\varepsilon$  = de diffusiecoëfficiënt zoals bepaald in paragraaf 7.5.1. [m<sup>2</sup>/s]
- $\sqrt{\bar{u}'^2}$  = root mean square waarde van de verticale snelheidsfluctuaties [m/s]
- $l$  = lengteschaal snelheidsfluctuaties (=afstand tussen de roosterstaven = 0.15m) [m]

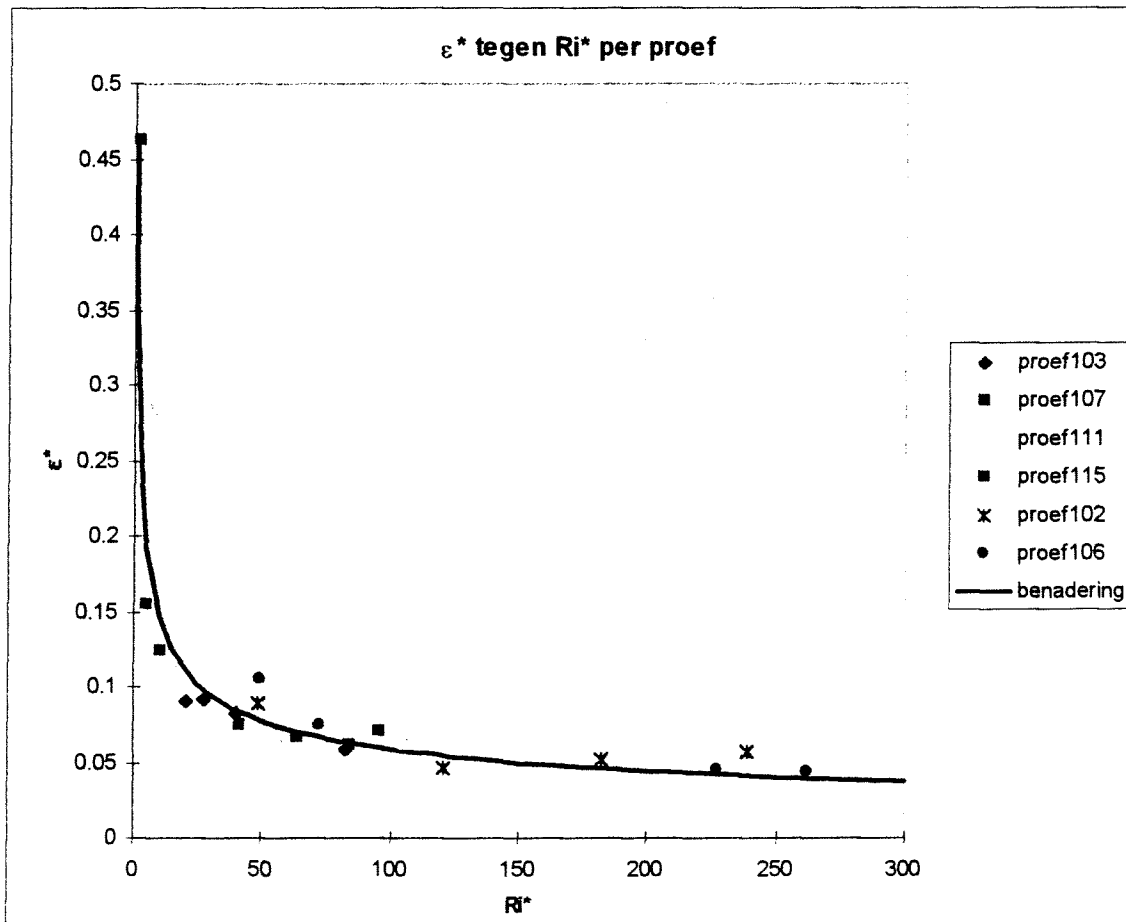
Het Richardsongetal waartegen deze diffusiecoëfficiënt is uitgezet is:

$$Ri^* = \frac{g \frac{\partial \rho}{\partial z} l^2}{\rho \bar{u}'^2} \quad \text{vgl. 7.12}$$

waarin:

- $\bar{u}'^2$  = kwadraat van root mean square waarde van de verticale snelheidsfluctuaties [m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>]
- $\rho$  = dichtheid van het mengsel =  $C \cdot \rho_s + (1-C) \cdot \rho_w$  [kg/m<sup>3</sup>]
- $l$  = lengteschaal snelheidsfluctuaties [m]
- $g$  = zwaartekracht versnelling = 9.81 [m<sup>2</sup>/s]
- $z$  = hoogte [m]

Voor de lengteschaal  $l$  is de afstand tussen de staven van het rooster genomen (=0.15m). De root mean square waarde van de snelheidsfluctuaties is bepaald in paragraaf 7.4. In figuur 7.8 is de grafiek uitgezet die het verkregen verband tussen het Richardsongetal en de turbulente diffusiecoëfficiënt weergeeft.



figuur 7.8 Verband Richardsongetal met dimensieloze turbulente diffusiecoëfficiënt.

De experimentele waarden in de grafiek zijn afkomstig van de evenwichtsprofielen die zich bij een aantal proeven hebben ingesteld ( $D=80\mu\text{m}$ ,  $n=8\text{ s}^{-1}$  en  $n=10\text{ s}^{-1}$ ). In de grafiek is tevens een benadering voor het verband tussen de dimensieloze turbulente diffusiecoëfficiënt en het Richardsongetal uitgezet. Dit verband is bepaald door de experimentele waarden te vergelijken met de volgende vergelijking:

$$\epsilon^* = (1 + A \cdot Ri^*)^{-B}$$

Door middel van curve fitting zijn voor het verband tussen het Richardsongetal en de turbulente diffusiecoëfficiënt de volgende waarden voor A en B gevonden:

$$A = 12$$

$$B = 4.0$$

Hiermee is het verband voor de dimensieloze turbulente diffusiecoëfficiënt als functie van het Richardsongetal:

$$\epsilon^* = (1 + 12 \cdot Ri^*)^{-0.4} \quad \text{vgl. 7.11}$$

Deze functie (vgl. 7.11) wordt gebruikt in het numerieke model met  $\epsilon^*$  als functie van  $Ri^*$ , dat wordt beschreven in hoofdstuk 8.

### 7.5.3 Conclusie

Uit het verband tussen de turbulente diffusiecoëfficiënt en het Richardsongetal (vgl. 7.11), zie figuur 7.8, blijkt dat de turbulente diffusiecoëfficiënt afneemt bij grote Richardsongetallen. Het Richardsongetal is evenredig met de concentratiegradiënt. Dus de turbulente diffusiecoëfficiënt neemt af bij grote concentratiegradiënten. Fysisch betekent dit dat de turbulente diffusie gedempt wordt wanneer het concentratieverschil over de hoogte in de kolom groot is. Hierbij dient opgemerkt te worden dat in dit hoofdstuk alleen de proeven waarbij zich een evenwichtsprofiel instelt zijn onderzocht. Bovenstaande conclusie kan voorlopig dus alleen worden getrokken voor de fijne fractie ( $D=80\mu\text{m}$ ) bij een frequentie van de kolom van  $n=8$  slagen per seconde en  $n=10$  slagen per seconde.

In hoofdstuk 8 wordt bekeken of dit verband (vgl. 7.11) ook geldt voor de overige proeven voor het hele bezinkproces (niet alleen de evenwichtsituatie). Dit wordt gedaan door dit verband om te schrijven in een numeriek model en de uitkomsten hiervan te vergelijken met de metingen.

## 8. Numerieke modellen

### 8.1 Inleiding

In dit hoofdstuk worden drie numerieke modellen opgesteld welke de bezinking in de kolom beschrijven. Zodoende kunnen de besproken theorieën (zie hoofdstuk 3 en 4) en de gevonden verbanden (zie vgl. 7.6, vgl. 7.8 en vgl. 7.11) worden vergeleken met de metingen. Alle schema's voor de discretisaties zijn overgenomen uit [33].

In paragraaf 8.2 wordt de convectie vergelijking omgeschreven in een numeriek model. Door dit model te vergelijken met de resultaten uit de proeven zonder turbulentie wordt bekeken of de toegepaste modellering klopt. Tevens wordt bekeken of de gevonden verbanden voor de bezinking als functie van de concentratie (vgl. 7.6 en vgl. 7.8) een goede beschrijving geven van de bezinking in de kolom.

In paragraaf 8.3 wordt de totale convectie diffusie vergelijking omgeschreven in een numeriek model. Dit model rekent met een constante diffusiecoëfficiënt over de hoogte, welke per simulatie kan worden ingevoerd. De uitkomsten van dit model worden vergeleken met de resultaten uit de proeven met turbulentie.

In paragraaf 8.4 wordt de totale convectie diffusie vergelijking omgeschreven in een numeriek model. In dit model wordt de diffusiecoëfficiënt als functie van het Richardsongetal, zoals gevonden in vgl. 7.11, verondersteld. Dit wordt gedaan om te bekijken of dit verband ook een goede beschrijving geeft voor het totale bezinkproces (niet alleen de evenwichtssituatie) van de proeven met turbulentie, voor zowel de grove als de fijne fractie.

### 8.2 Convectie model

Het convectie model is gebaseerd op de convectie vergelijking:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial(w_s C)}{\partial z} = 0$$

vgl. 8.1

Deze vergelijking is gediscetiseerd m.b.v. Eulers expliciet, eerste orde voorwaartse differentie. Nadeel van een voorwaartse differentie is dat hierdoor in het model numerieke diffusie optreedt (zie paragraaf 8.2.3). Het convectie model kan echter niet worden gediscetiseerd met een centrale differentie omdat hiervoor een waarde voor de diffusiecoëfficiënt groter dan nul in het model gestopt moet worden om de berekening stabiel te laten verlopen (zie paragraaf 8.3.2). Eigenschap van het convectie model is juist dat er geen diffusie wordt verondersteld. In paragraaf 8.2.3 zal blijken dat er wel enige diffusie optreedt tijdens de proeven in de kolom waarbij geen turbulentie wordt opgewekt. De numerieke diffusie die wordt veroorzaakt door gebruik van de voorwaartse differentie kan gebruikt worden om deze fysische diffusie te beschrijven.



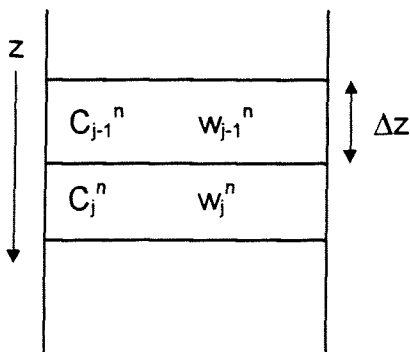
Het convectiemodel is als volgt gediscrètiseerd:

$$\frac{C_j^{n+1} - C_j^n}{\Delta t} + \frac{w_j^n C_j^n - w_{j-1}^n C_{j-1}^n}{\Delta z} = 0 \quad \text{vgl. 8.2}$$

waarin:

- $C_j^{n+1}$  = de concentratie in de cel zelf op het volgende tijdstip [-]
- $C_j^n$  = de concentratie in de cel zelf op het tijdstip zelf [-]
- $C_{j-1}^n$  = de concentratie in de cel erboven op het tijdstip zelf [-]
- $w_j^n$  = de valsnelheid van de korrels in de cel zelf op het tijdstip zelf [m/s]
- $w_{j-1}^n$  = de valsnelheid van de korrels in de cel erboven op het tijdstip zelf [m/s]
- $n$  = tijdstap
- $j$  = celpositie

De valsnelheden zijn afhankelijk van de concentratie volgens de resultaten uit paragraaf 7.3.  
 Schema van de cellen:



### 8.2.1 Randvoorwaarden convectie model

Er zijn in het model twee randen (voor afleiding van de schema's voor de randen, zie Bijlage U):

#### 1. Bovenrand:

Op de bovenrand vindt geen transport naar boven plaats. Voor de bovenste cel is het schema:

$$\frac{C_j^{n+1} + C_j^n}{\Delta t} + \frac{w_j^n C_j^n}{\Delta z} = 0 \quad \text{vgl. 8.3}$$

#### 2. Onderrand:

Op de onderrand vindt geen transport naar beneden plaats. Voor de onderste cel is het schema:

$$\frac{C_j^{n+1} - C_j^n}{\Delta t} - \frac{w_{j-1}^n C_{j-1}^n}{\Delta z} = 0 \quad \text{vgl. 8.4}$$

Voor inzanden zijn in het model de volgende voorwaarden opgesteld:

- als  $C_n > C_{\max}$ , dan:  $C_n = C_{\max}$
- als  $C_{n+1} > C_{\max}$ , dan vindt er geen transport naar beneden meer plaats in cel n, dus wordt het schema gelijk aan die voor de onderrand (zie vgl. 8.4)

$C_{\max}$  is de pakkingsdichtheid (volumeconcentratie) van het zandpakket op de bodem.

### 8.2.2 Stabiliteit

Er zijn twee eisen voor de stabiliteit van de berekening met dit schema:

**1<sup>e</sup> Eis voor de stabiliteit van de berekening is:**

Bovenstaande discretisering kan herschreven worden tot:

$$C_j^{n+1} = \frac{\Delta t}{\Delta z} \cdot w_{j-1}^n \cdot C_{j-1}^n + \left(1 - \frac{\Delta t}{\Delta z} \cdot w_j^n\right) C_j^n \quad \text{vgl. 8.5}$$

Om er zeker van te zijn dat de berekende concentratie voor de volgende tijdstap positief is, moeten alle argumenten rechts van het '=' teken positief zijn. Dus moet gelden:

$$w \cdot \frac{\Delta t}{\Delta z} \leq 1 \quad \text{vgl. 8.6}$$

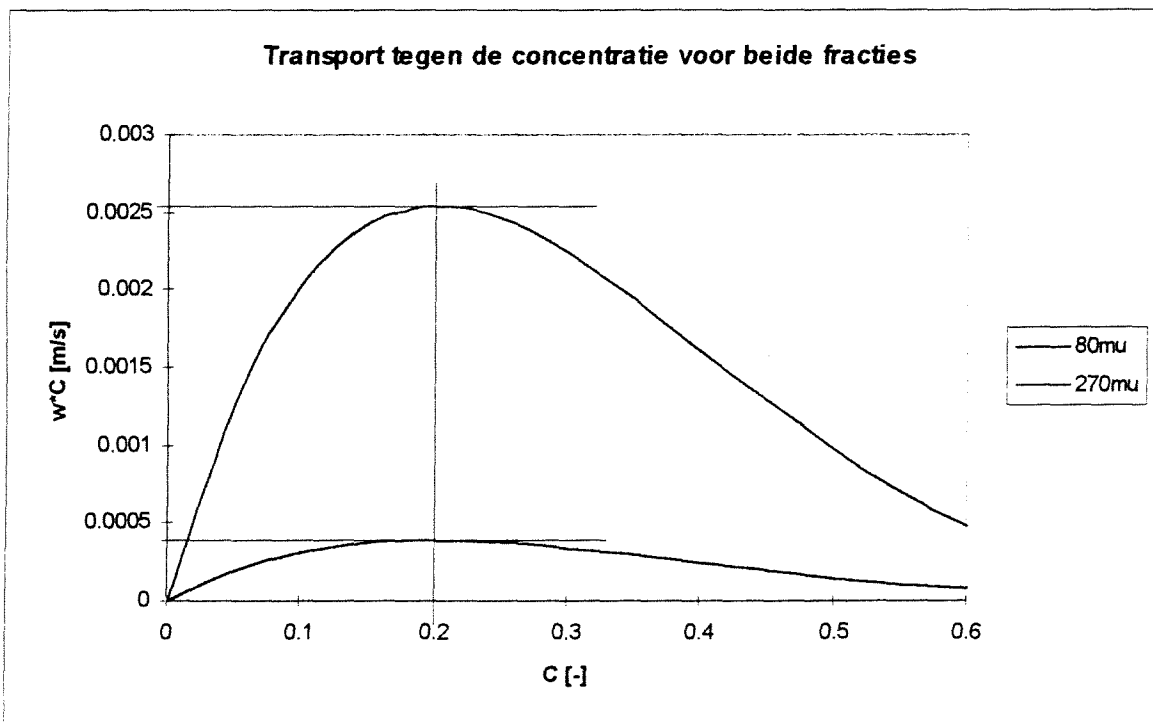
De maximale valsnelheid die voorkomt is de ongestoorde valsnelheid ( $C=0$ ) van de grove fractie ( $D=270\mu\text{m}$ ) bij een hoge temperatuur van het water. Bij de proeven zonder turbulentie met de grove fractie is de hoogst voorkomende temperatuur  $T=27.1^\circ\text{C}$  (proef 38). De ongestoorde valsnelheid hiervoor is  $0.0344\text{m/s}$ . De celhoogte in het model:  $\Delta x=0.075\text{m}$ . De tijdstap die in het model gestopt mag worden in dit geval is dus:  $\Delta t \leq 2\text{sec}$ .

**2<sup>e</sup> Eis voor de stabiliteit van de berekening:**

Boven in de kolom moeten de concentraties in de tijd afnemen. Daarom moet boven in de kolom gelden:

$$w_{j-1}^n C_{j-1}^n \leq w_j^n C_j^n \quad \text{vgl. 8.7}$$

Hieruit volgt dat het transport in de cel erboven kleiner moet zijn dan het transport in de cel zelf boven in de kolom. Om dit te bekijken is in figuur 8.1 het transport ( $w \cdot C$ ) uitgezet tegen de concentratie voor beide fracties. De valsnelheden zijn berekend m.b.v. de gevonden benaderingen uit paragraaf 7.3, waarin  $w_0$  is berekend voor  $T=20^\circ\text{C}$ .



figuur 8.1 Transport als functie van de concentratie.

Uit de grafiek blijkt dat het transport als functie van de concentratie afneemt vanaf  $C=0.2$ . Hieruit volgt een instabiliteit in het model voor beginconcentraties hoger dan 0.2 die als volgt wordt veroorzaakt:

Stel een beginconcentratie van 0.4 in alle cellen. Na de eerste tijdstap zal de concentratie in de bovenste cel afnemen en in de cel hieronder zal de concentratie gelijk blijven aan 0.4 (er zakt onder evenveel uit als erboven in komt). Na de tweede tijdstap zal het transport van de bovenste cel naar de cel eronder groter zijn (doordat er een iets lagere concentratie aanwezig is), dan het transport uit deze cel naar de cel daaronder. Het effect is dat de concentratie in de cel onder de bovenste toeneemt (groter dan 0.4) waarmee dit effect bij verdere tijdstappen wordt versterkt en het model instabiel wordt. Er is dus een maximale beginconcentratie waarboven het model instabiel wordt.

Tijdens de berekeningen met het vereenvoudigde model (alleen convectie) is aan deze stabiliteitseisen voldaan. Dit komt erop neer dat het model alleen vergeleken kan worden met de proeven bij hele lage concentraties. Tijdens het uitvoeren van de berekeningen bleek dat de berekeningen stabiel bleven tot  $C=0.3$ . Dit komt waarschijnlijk doordat de numerieke diffusie in het model zorgt voor extra stabiliteit van de berekening. Het model is vergeleken met zes proeven:

- 1) proef 108:  $n=0$ ,  $C_0=0.243$ ,  $D=80\mu\text{m}$
- 2) proef 112:  $n=0$ ,  $C_0=0.152$ ,  $D=80\mu\text{m}$
- 3) proef 116:  $n=0$ ,  $C_0=0.046$ ,  $D=80\mu\text{m}$
- 4) proef 42:  $n=0$ ,  $C_0=0.251$ ,  $D=270\mu\text{m}$
- 5) proef 46:  $n=0$ ,  $C_0=0.160$ ,  $D=270\mu\text{m}$
- 6) proef 50:  $n=0$ ,  $C_0=0.055$ ,  $D=270\mu\text{m}$

In bijlagen J en K zijn de uitkomsten van de berekeningen met het model vergeleken met de proefresultaten.

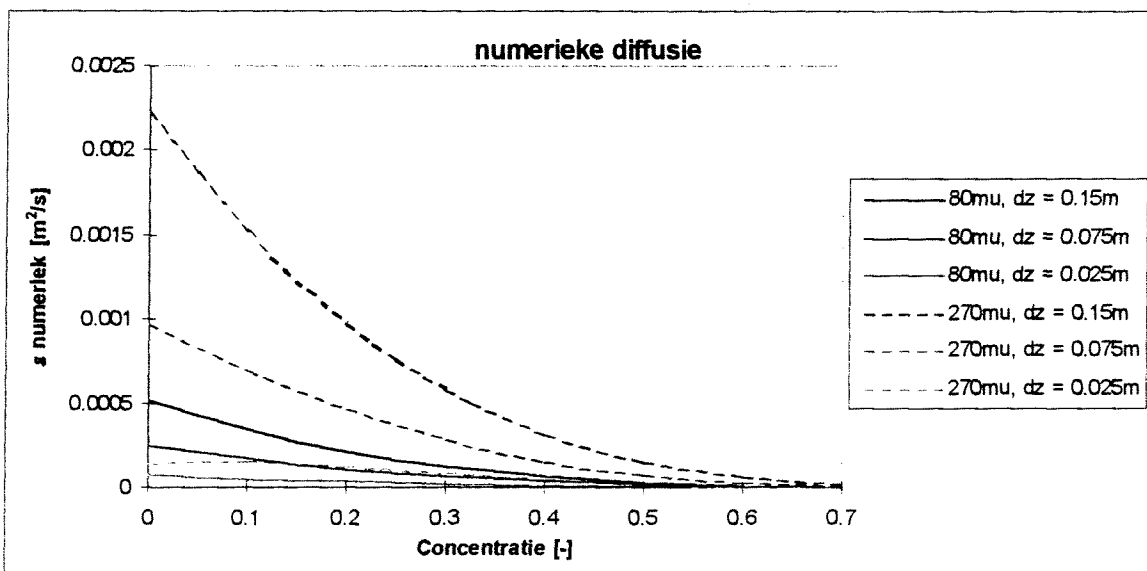
### 8.2.3 Gevoeligheid convectie model

De gevoeligheid is bekeken voor de grootte van  $\Delta t$  en  $\Delta z$  in het convectie model. De resultaten hiervan zijn weergegeven in bijlagen L en M. Hieruit volgt dat de berekeningen met het model gevoelig zijn voor deze twee grootheden.

Doordat het model een voorwaartse differentie is, treedt numerieke diffusie op. De grootte van deze numerieke diffusie is:

$$\epsilon_{\text{numeriek}} = -w_s \frac{1}{2} (w_s \Delta t - \Delta z) \text{ [m}^2/\text{s]}$$

In figuur 8.2 is de numerieke diffusie coëfficiënt uitgezet voor verschillende waarden van  $\Delta z$ . Omdat het model minder gevoelig is voor  $\Delta t$ , is deze constant gehouden ( $\Delta t = 0.5 \text{ sec}$ ). Voor de valsnelheden is de maximale valsnelheid gebruikt ( $w_s = 0.0344 \text{ m/s}$ ):



figuur 8.2 Numerieke diffusie convectie model.

Uit figuur 8.2 blijkt dat de numerieke diffusie toeneemt met toenemende celhoogte ( $\Delta z$ ) in het model. In Bijlage N is de numerieke diffusie uitgezet voor verschillende waarden van  $\Delta z$  tijdens een simulatie.

Uit Bijlagen J en K waarin de proeven zijn vergeleken met het model blijkt dat ook tijdens de proeven waarbij geen turbulentie wordt opgewekt enige diffusie optreedt in de kolom wat te zien is aan de steilheid van het bezinkingsfront. Hoe steiler dit front, des te minder diffusie aanwezig is. De numerieke diffusie in het model is dus enigszins representatief voor de fysische diffusie in de kolom.

### 8.2.4 Parameters convectie model

De parameters die gebruikt zijn voor de berekeningen met het convectie model zijn:

- $w$  = gereduceerde valsnelheid korrels volgens vgl. 7.6 en vgl. 7.8.
- $C_0$  = beginconcentratie zoals aangegeven door de concentratiemeters.

### 8.3 Convectie Diffusie Model met constante $\varepsilon$

Het convectie diffusie model met constante turbulente diffusie coëfficiënt is gebaseerd op de algemene convectie diffusie vergelijking:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial(wC)}{\partial z} = \varepsilon \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad \text{vgl. 8.8}$$

Deze vergelijking is als volgt gediscretiseerd:

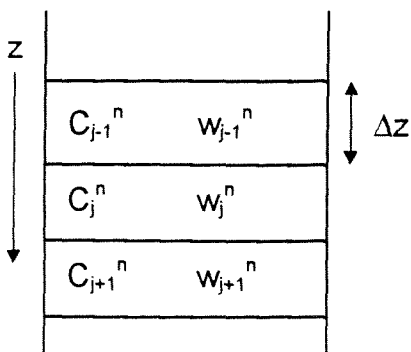
$$\frac{C_j^{n+1} - C_j^n}{\Delta t} + \frac{w_{j+1}^n C_{j+1}^n - w_{j-1}^n C_{j-1}^n}{2\Delta z} = \varepsilon \frac{C_{j-1}^n - 2C_j^n + C_{j+1}^n}{\Delta z^2} \quad \text{vgl. 8.9}$$

waarin:

- $C_j^{n+1}$  = de concentratie in de cel zelf op het volgende tijdstip [-]
- $C_j^n$  = de concentratie in de cel zelf op het tijdstip zelf [-]
- $C_{j+1}^n$  = de concentratie in de cel eronder op het volgende tijdstip [-]
- $C_{j-1}^n$  = de concentratie in de cel erboven op het tijdstip zelf [-]
- $w_j^n$  = de valsnelheid van de korrels in de cel zelf op het tijdstip zelf [m/s]
- $w_{j+1}^n$  = de valsnelheid van de korrels in de cel eronder op het tijdstip zelf [m/s]
- $w_{j-1}^n$  = de valsnelheid van de korrels in de cel erboven op het tijdstip zelf [m/s]
- $\varepsilon$  = constante turbulente diffusiecoëfficiënt [ $m^2/s$ ]
- $n$  = tijdstap
- $j$  = celpositie

De valsnelheden zijn volgens de benaderingen uit paragraaf 7.3. De turbulente diffusie coëfficiënt  $\varepsilon$  is voor elke proef constant verondersteld in dit model.

Schema van de cellen:



### 8.3.1 Randvoorwaarden convectie diffusie model, $\varepsilon$ constant

Er zijn in het model twee randen (voor afleiding van de schema's voor de randen, zie Bijlage V):

#### 1. Bovenrand:

Op de bovenrand vindt geen transport naar boven plaats. Voor de bovenste cel is het schema:

$$\frac{C_j^{n+1} - C_j^n}{\Delta t} + \frac{w_j^n C_j^n + w_{j+1}^n C_{j+1}^n}{2\Delta z} = \varepsilon \frac{C_{j+1}^n - C_j^n}{\Delta z^2} \quad \text{vgl. 8.10}$$

#### 2. Onderrand:

Op de onderrand vindt geen transport naar beneden plaats. Voor de onderste cel is het schema:

$$\frac{C_j^{n+1} - C_j^n}{\Delta t} - \frac{(w_{j-1}^n C_{j-1}^n + w_j^n C_j^n)}{2\Delta z} = \varepsilon \frac{C_{j-1}^n - C_j^n}{\Delta z^2} \quad \text{vgl. 8.11}$$

Voor inzanden zijn in het model de volgende voorwaarden opgesteld:

- als  $C_n > C_{\max}$ , dan:  $C_n = C_{\max}$
- als  $C_{n+1} > C_{\max}$ , dan vindt er geen transport naar beneden meer plaats in cel n, dus wordt het schema gelijk aan die voor de onderrand (zie vgl. 8.11).

$C_{\max}$  is de pakkingsdichtheid van het zandpakket op de bodem

### 8.3.2 Stabiliteit convectie diffusie model, $\varepsilon$ constant

Het schema (vgl. 8.9) kan als volgt worden geschreven:

$$C_j^{n+1} = \left(1 + \frac{w\Delta t}{2\Delta z}\right) C_{j-1}^n + \left(1 - \frac{2\varepsilon\Delta t}{\Delta z^2}\right) C_j^n + \left(1 - \frac{w\Delta t}{2\Delta z}\right) C_{j+1}^n \quad \text{vgl. 8.12}$$

Voor stabiliteit van de berekening moeten alle termen in vgl. 8.12 positief zijn. Hieruit volgen de volgende twee voorwaarden voor stabiliteit:

$$1^{\text{e}} \text{ eis:} \quad \varepsilon \leq \frac{1}{2} \frac{\Delta z^2}{\Delta t} \quad \text{vgl. 8.13}$$

Ook bij de berekeningen met dit model is de celhoogte  $\Delta z = 0.075 \text{ m}$ . De maximale turbulente diffusiecoëfficiënt  $\varepsilon$  die uit de proeven is berekend is  $0.0025 \text{ m}^2/\text{s}$ . De grootste tijdstap die voor deze berekening in het model gestopt mag worden is dus  $0.9 \text{ sec}$ .

$$2^{\text{e}} \text{ eis:} \quad \varepsilon \geq \frac{1}{2} w_{j+1}^n \Delta z \quad \text{vgl. 8.14}$$

Ook hier geldt weer dat de maximale valsnelheid die in het model voorkomt de ongestoorde valsnelheid ( $w_0$ ) van de grove fractie ( $D=270\mu\text{m}$ ) bij de hoogst voorkomende temperatuur is. De

maximale temperatuur bij de proeven met de grove fractie komt voor bij proef 37 ( $T=29.1^{\circ}\text{C}$ ). De hierbij horende ongestoorde valsnelheid is  $w_0 = 0.0353\text{m/s}$ . De kleinste turbulente diffusie coëfficiënt die voor deze berekening in het model gestopt mag worden is dus  $\varepsilon=0.00132\text{m}^2/\text{s}$ . Tijdens de berekeningen is steeds aan deze stabiliteitseisen voldaan.

### 8.3.3 Gevoeligheid convectie diffusie model met constante $\varepsilon$

De gevoeligheid is bekeken voor de grootte van  $\Delta t$  en  $\Delta z$  in het convectie diffusie model. De resultaten hiervan zijn weergegeven in Bijlagen Q en R. Uit de gevoeligheidsanalyse volgt dat de berekeningen met het model niet gevoelig zijn voor deze twee grootheden. Doordat het model een centrale differentie is, treedt geen numerieke diffusie op.

Om enig idee te krijgen van de invloed van de grootte van de turbulente diffusiecoëfficiënt die in het model gestopt wordt, zijn in Bijlage S de resultaten van de berekeningen met verschillende  $\varepsilon$  weergegeven.

### 8.3.4 Parameters convectie diffusie model met constante $\varepsilon$

De parameters die gebruikt zijn voor de berekeningen met het convectie model zijn:

- $w$  = gereduceerde valsnelheid korrels volgens vgl. 7.6 en vgl. 7.8.
- $C_0$  = beginconcentratie zoals aangegeven door de concentratiemeters.
- $\varepsilon$  = turbulente diffusiecoëfficiënt welke constant is over de hoogte. Deze parameter is zo gekozen, dat het model het best overeenkomt met de metingen.  $\varepsilon$  is per proef ingevoerd. In hoofdstuk 9 is een overzicht gegeven van de verschillende  $\varepsilon$  waarden die zijn ingevoerd.

In Bijlagen O en P (steeds de bovenste grafiek) zijn de uitkomsten van de berekeningen met het model vergeleken met de proefresultaten. Tijdens het vergelijken met de proefresultaten is de turbulente diffusie coëfficiënt zodanig vastgesteld dat de berekende concentratieprofielen zo goed mogelijk overeenkomen met de concentratieprofielen uit de proeven.

## 8.4 Convectie diffusie model, $\varepsilon^*$ als functie van $Ri^*$

Het convectie diffusie model met turbulente diffusie coëfficiënt als functie van het Richardsongetal is gebaseerd op de algemene convectie diffusie vergelijking:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(w \cdot C) = \frac{\partial}{\partial z} \left( \varepsilon \frac{\partial C}{\partial z} \right) \quad \text{vgl. 8.15}$$

Deze vergelijking is als volgt gediscretiseerd:

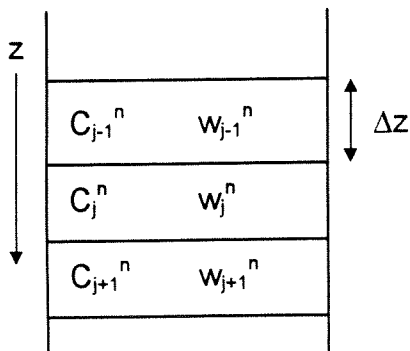
$$\frac{C_j^{n+1} - C_j^n}{\Delta t} + \frac{w_{j+1}^n C_{j+1}^n - w_{j-1}^n C_{j-1}^n}{2\Delta z} = \frac{1}{\Delta z} \left( \frac{\varepsilon_{j+1}^n + \varepsilon_j^n}{2} \cdot \frac{C_{j+1}^n - C_j^n}{\Delta z} - \frac{\varepsilon_j^n + \varepsilon_{j-1}^n}{2} \cdot \frac{C_j^n - C_{j-1}^n}{\Delta z} \right) \quad \text{vgl. 8.16}$$

waarin:

- $C_j^{n+1}$  = de concentratie in de cel zelf op het volgende tijdstip [-]
- $C_j^n$  = de concentratie in de cel zelf op het tijdstip zelf [-]
- $C_{j+1}^n$  = de concentratie in de cel eronder op het volgende tijdstip [-]
- $C_{j-1}^n$  = de concentratie in de cel erboven op het tijdstip zelf [-]
- $w_j^n$  = de valsnelheid van de korrels in de cel zelf op het tijdstip zelf [m/s]
- $w_{j+1}^n$  = de valsnelheid van de korrels in de cel eronder op het tijdstip zelf [m/s]
- $w_{j-1}^n$  = de valsnelheid van de korrels in de cel erboven op het tijdstip zelf [m/s]
- $\varepsilon_j^n$  = turbulente diffusiecoëfficiënt in de cel zelf op het tijdstip zelf [m<sup>2</sup>/s]
- $\varepsilon_{j+1}^n$  = turbulente diffusiecoëfficiënt in de cel eronder op het volgende tijdstip [m<sup>2</sup>/s]
- $\varepsilon_{j-1}^n$  = turbulente diffusiecoëfficiënt in de cel erboven op het tijdstip zelf [m<sup>2</sup>/s]
- $n$  = tijdstip
- $j$  = celpositie

De valsnelheden zijn volgens de benaderingen uit paragraaf 7.3. De turbulente diffusie coëfficiënt  $\varepsilon$  is een functie van het Richardsongetal in dit model volgens vgl. 7.11.

Schema van de cellen:





Voor de turbulente diffusiecoëfficiënt is de functie gebruikt die is bepaald in paragraaf 7.4.2. In het model is de turbulente diffusie coëfficiënt voor cel j op tijdstip n als volgt berekend:

$$\varepsilon_j^n = \frac{\sqrt{\bar{u}^2} \cdot l}{\left[ 1 + 12 \cdot \frac{g \frac{C_{j+1}^n - C_{j-1}^n}{2\Delta z} \cdot l^2}{\left( C_j^n + \frac{1}{\Delta} \right) \cdot \bar{u}^2} \right]^{0.4}} \quad [\text{m}^2/\text{s}] \quad \text{vgl. 8.17}$$

waarin:

- $\sqrt{\bar{u}^2}$  = root mean square waarde van de verticale snelheidsfluctuaties [m/s]
- $l$  = afstand tussen de roosterstaven = 0.15 [m]
- $g$  = valversnelling = 9.81 [m/s<sup>2</sup>]
- $\Delta$  = relatieve dichtheid van zand in water [-]

#### 8.4.1 Randvoorwaarden convectie diffusie model, $\varepsilon^*$ als functie van $Ri^*$

Er zijn in het model twee randen (voor afleiding van de schema's voor de randen (zie Bijlage W):

##### 1. Bovenrand:

Op de bovenrand vindt geen transport naar boven plaats. Voor de bovenste cel is het schema:

$$\frac{C_j^{n+1} - C_j^n}{\Delta t} + \frac{w_j^n C_j^n + w_{j+1}^n C_{j+1}^n}{2\Delta z} = \frac{1}{\Delta z} \left( \frac{\varepsilon_{j+1}^n + \varepsilon_j^n}{2} \cdot \frac{C_{j+1}^n - C_j^n}{\Delta z} \right) \quad \text{vgl. 8.18}$$

##### 2. Onderrand:

Op de onderrand vindt geen transport naar beneden plaats. Voor de onderste cel is het schema:

$$\frac{C_j^{n+1} - C_j^n}{\Delta t} - \frac{(w_{j-1}^n C_{j-1}^n + w_j^n C_j^n)}{2\Delta z} = \frac{1}{\Delta z} \left( \frac{\varepsilon_j^n + \varepsilon_{j-1}^n}{2} \cdot \frac{C_{j-1}^n - C_j^n}{\Delta z} \right) \quad \text{vgl. 8.19}$$

Voor inzanden zijn in het model de volgende voorwaarden opgesteld:

- als  $C_n > C_{\max}$ , dan:  $C_n = C_{\max}$
- als  $C_{n+1} > C_{\max}$ , dan vindt er geen transport naar beneden meer plaats in cel n, dus wordt het schema gelijk aan die voor de onderrand (zie vgl. 8.19).

$C_{\max}$  is de pakkingsdichtheid van het zandpakket op de bodem.

#### 8.4.2 Stabiliteit convectie diffusie model, $\varepsilon^*$ als functie van $Ri^*$

In het model verandert  $\varepsilon$  met de concentratie en de concentratiegradiënt. Voor het model gelden de stabiliteitseisen uit paragraaf 8.3.2. Voor een stabiele berekening is  $\Delta z = 0.025\text{m}$  en  $\Delta t < 0.5\text{ s}$  vereist.

#### 8.4.3 Parameters convectie diffusie model met $\varepsilon^*$ als functie van $Ri^*$

De parameters die gebruikt zijn voor de berekeningen met het convectie model zijn:

- $w$  = gereduceerde valsnelheid korrels volgens vgl. 7.6 en vgl. 7.8.
- $C_0$  = beginconcentratie zoals aangegeven door de concentratiemeters.
- $u_{rms}$  = root mean square waarde van de verticale snelheidsfluctuaties. Deze parameter is zo gekozen, dat het model het best overeenkomt met de metingen.  $u_{rms}$  is per proef ingevoerd.

De turbulente diffusiecoëfficiënt wordt per tijdstap uitgerekend met vgl. 8.17. De vergelijking waarmee de turbulente diffusiecoëfficiënt is berekend is voor elke proef gelijk. Deze hangt alleen af van de ingevoerde  $u_{rms}$ .

In Bijlagen O en P zijn de uitkomsten van dit model vergeleken met de proefresultaten (steeds de onderste grafiek)

## 9. Vergelijking metingen en berekeningen

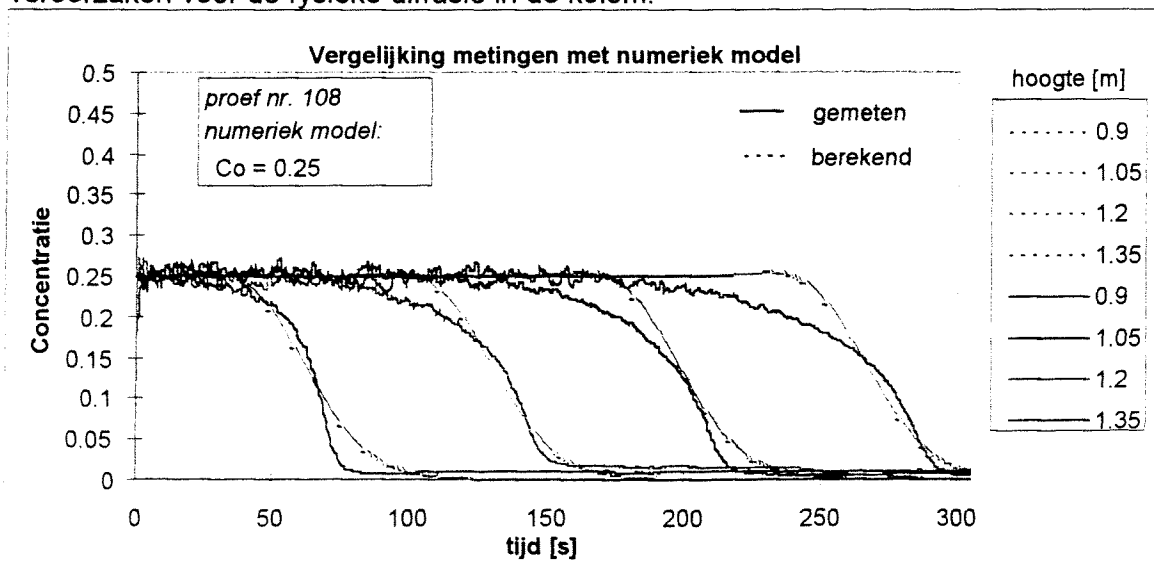
### 9.1 Inleiding

In dit hoofdstuk worden de uitkomsten van de berekeningen met de numerieke modellen uit hoofdstuk acht vergeleken met de uitgevoerde proeven. Eerst wordt het convectie model beschouwd om te controleren of de toegepaste modellering klopt en of de gevonden verbanden voor de bezinking als functie van de concentratie (vgl. 7.6 en vgl. 7.8) een goede beschrijving geven van de bezinking in de kolom.

Vervolgens worden de beide convectie diffusie modellen met de toegepaste invoerparameters bekeken. Tenslotte worden de convectie diffusie modellen onderling vergeleken om te bekijken of het gevonden verband tussen de turbulente diffusiecoëfficiënt en de concentratiegradiënt (zie vgl. 7.11) een betere beschrijving geeft van het bezinkproces voor alle uitgevoerde proeven.

### 9.2 Beschouwing convectie model

In bijlage J en bijlage K zijn voor respectievelijk  $D=80\mu\text{m}$  en  $D=270\mu\text{m}$  de resultaten van de berekeningen met het convectie model samen met de proeven zonder turbulentie uitgezet. Uit deze bijlagen volgt dat de gevonden verbanden (zie vgl. 7.6 en vgl. 7.8) omschreven in het discrete model de proeven goed benaderen. Tevens volgt uit deze bijlagen dat tijdens het bezinken zonder opgewekte turbulentie toch enige diffusie optreedt aangezien het bezinkingsfront niet geheel verticaal verloopt. In het numerieke model verloopt het bezinkingsfront ook niet geheel verticaal, wat volgens de theorie eigenlijk wel zou moeten gebeuren. Dit wordt veroorzaakt door de numerieke diffusie in het model, zie paragraaf 8.2.3. In figuur 9.1 wordt proef 42 afgebeeld waaruit blijkt dat de snelheid van bezinken goed wordt benaderd en dat de ingevoerde tijdstap en celhoogte een representatieve numerieke diffusie veroorzaken voor de fysieke diffusie in de kolom.

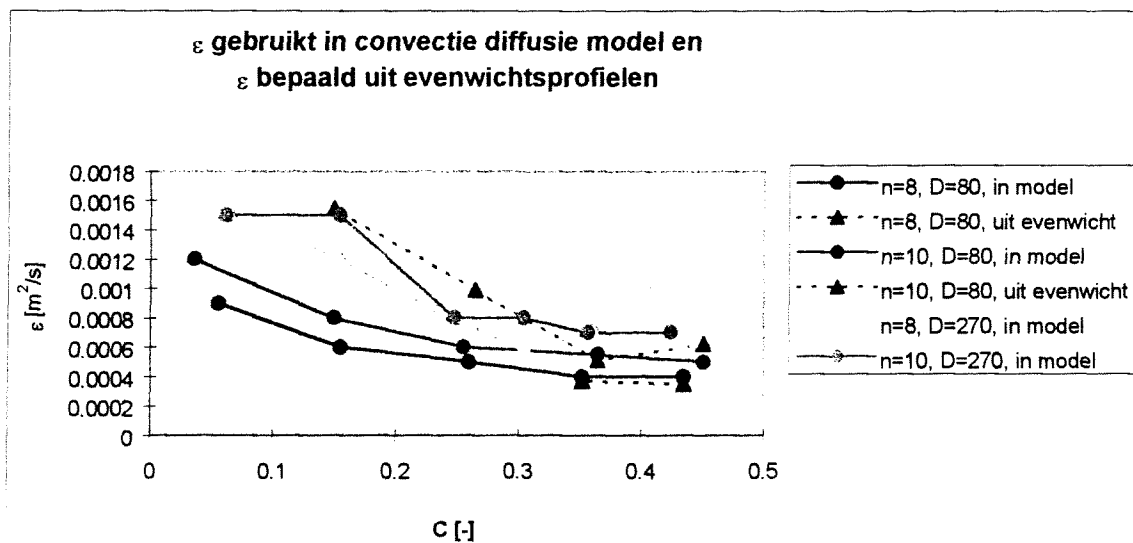


figuur 9.1 Vergelijking convectie model met proef 108 ( $D_{50}=80\mu\text{m}$ , geen turbulentie).

### 9.3 Beschouwing convectie diffusie model met constante $\varepsilon$

In Bijlage O en Bijlage P (steeds de bovenste grafiek) zijn voor respectievelijk  $D=80\mu\text{m}$  en  $D=270\mu\text{m}$  de resultaten van de berekeningen met het convectie diffusie model met constante  $\varepsilon$  samen met de proeven met turbulentie uitgezet. Uit deze bijlagen volgt dat bij beginconcentraties  $\leq 0.3$  van zowel de grove als de fijne fractie het model de proefresultaten goed benadert. Bij beginconcentraties  $\geq 0.35$  blijkt dat onder in de kolom het concentratieprofiel uit de proeven niet goed wordt beschreven. In het numerieke model is de diffusie onder in de kolom te laag, waardoor het zand hier te snel bezinkt. Boven in de kolom wordt het concentratieprofiel uit de proeven wel goed benaderd.

De  $\varepsilon$  waarden die per proef zijn ingevoerd in het model om de proeven zo goed mogelijk te benaderen zijn uitgezet tegen de bijbehorende beginconcentraties in figuur 9.2. Tevens zijn in deze figuur de epsilon waarden uitgezet die bepaald zijn uit de evenwichtsprofielen (zie figuur 7.6). De waarden uit de evenwichtsprofielen die in figuur 9.2 zijn uitgezet zijn de  $\varepsilon$  waarden per proef gemiddeld over de hoogte.



figuur 9.2  $\varepsilon$  waarden gebruikt in model en  $\varepsilon$  waarden bepaald uit evenwichtsprofielen.

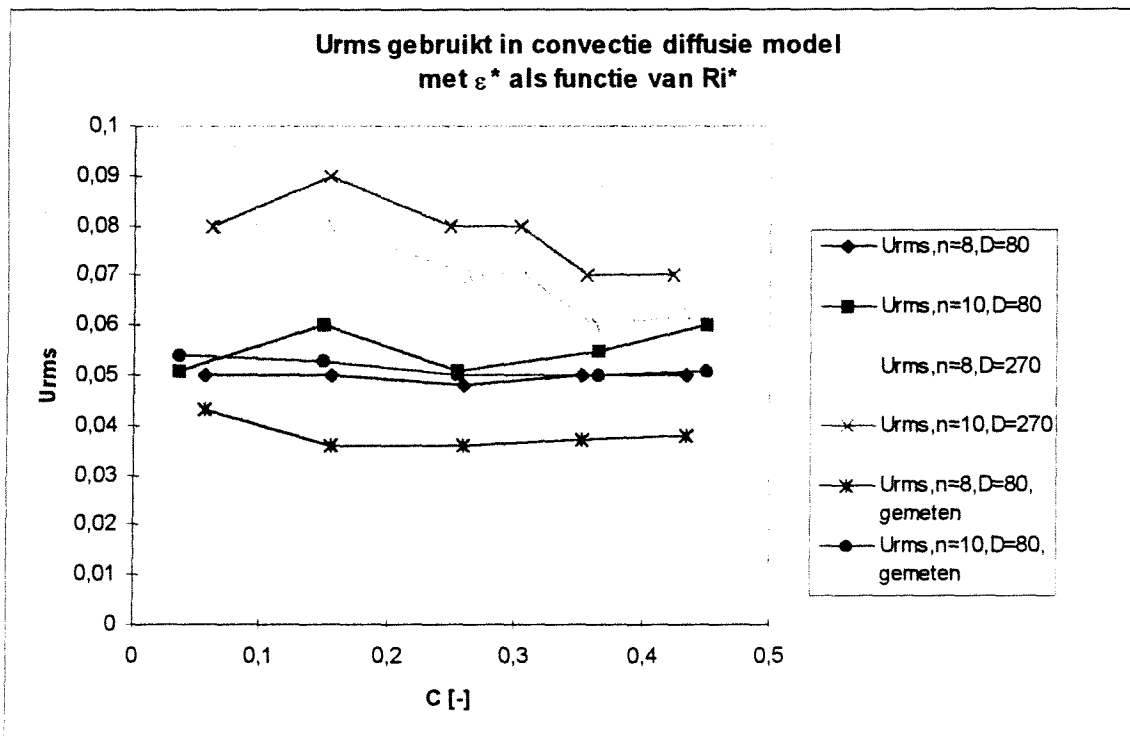
Zoals in figuur 9.2 is te zien moeten bij lagere beginconcentraties hogere  $\varepsilon$  waarden worden ingevoerd om de proeven goed te kunnen beschrijven. Verder valt op dat voor de grove fractie ( $D_{50} = 270\mu\text{m}$ ) hogere  $\varepsilon$  waarden moeten worden ingevoerd dan voor de fijne fractie ( $D_{50} = 80\mu\text{m}$ ). Blijkbaar is in de kolom bij de grove fractie meer diffusie aanwezig dan bij de fijne fractie, bij dezelfde kolomfrequentie. Tevens is bij gelijke kolomfrequentie de diffusie groter bij lage concentraties voor beide fracties.

De  $\varepsilon$  waarden die bepaald zijn aan de hand van de evenwichtsprofielen volgen dezelfde trend als de ingevoerde waarden.

### 9.4 Beschouwing convectie diffusie model met $\varepsilon^*$ als functie van $Ri^*$

In Bijlage O en Bijlage P (steeds de onderste grafiek) zijn voor respectievelijk  $D=80\mu\text{m}$  en  $D=270\mu\text{m}$  de resultaten van de berekeningen met het convectie diffusie model met  $\varepsilon^*$  als functie van  $Ri^*$  samen met de proeven met turbulentie uitgezet. Uit deze bijlagen volgt dat het model de proefresultaten goed benadert voor alle beginconcentraties. Ook onder in de kolom

bij concentraties  $\geq 0.35$  volgt het numerieke model de concentratieprofielen van de metingen goed. In figuur 9.3 zijn de gemeten root mean square waarden uitgezet samen met ingevoerde waarden welke zijn gebruikt om de metingen zo goed mogelijk te benaderen.



figuur 9.3 Ingevoerde en gemeten  $u_{rms}$  waarden.

In figuur 9.3 is te zien dat ook in het model met  $\epsilon^*$  als functie van  $Ri^*$  hogere waarden voor  $u_{rms}$  moeten worden gebruikt bij de grove fractie ( $D_{50} = 270 \mu m$ ). Tevens zijn de ingevoerde waarden bij de grove fractie groter bij lage beginconcentraties. Wanneer figuur 9.3 en figuur 9.2 met elkaar worden vergeleken blijkt dat de ingevoerde waarden van  $u_{rms}$  dezelfde trend volgen als de ingevoerde  $\epsilon$  waarden.

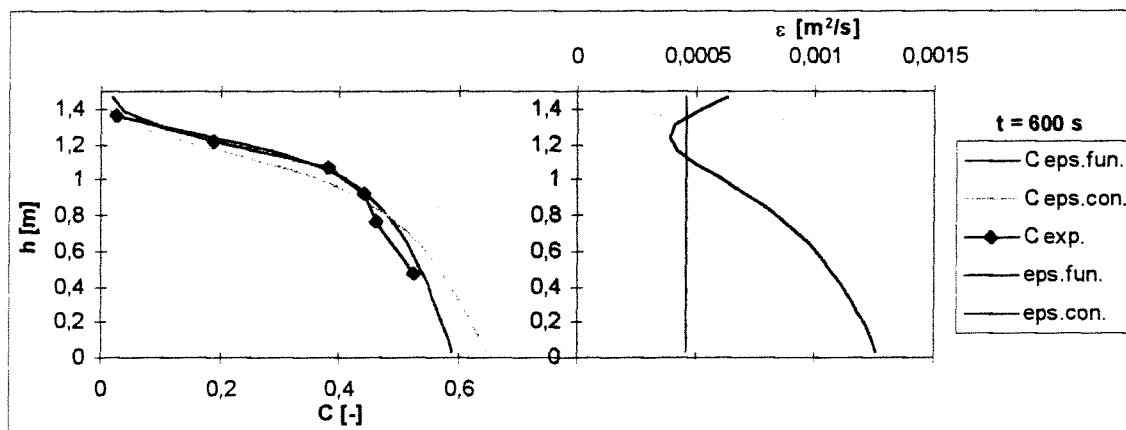
## 9.5 Vergelijking tussen convectie diffusie modellen

Wanneer beide numerieke convectie diffusie modellen met elkaar worden vergeleken (Bijlagen O en P, vergelijk de bovenste grafiek met de onderste) volgt:

- 1) Bij de proeven met concentraties lager dan 35% beschrijven beide numerieke modellen de bezinking in de kolom goed. Dit geldt zowel voor de fijne als de grove korrelfractie.
- 2) Bij de proeven met concentraties van 35% en hoger beschrijft het model waarin  $\epsilon$  als functie van het Richardson getal wordt verondersteld de bezinking in de kolom beduidend beter dan het model waarin een constante  $\epsilon$  wordt verondersteld. Dit geldt zowel voor de fijne als de grove korrelfractie. Dit is met name onder in de kolom het geval, vlak boven het zandpakket.

Om de verschillende uitkomsten van de modellen te verklaren zijn ter illustratie in figuur 9.4 de turbulente diffusiecoëfficiënten samen met de concentratieprofielen van proef 102 van beide modellen uitgezet. De roze lijn is de ingevoerde constante  $\epsilon$ . De donkerblauwe kromme is de  $\epsilon$

die het model heeft berekend op het tijdstip  $t = 600$  seconden. Tevens is het bijbehorende concentratieprofiel dat is verkregen uit proef 102 op  $t = 600$  seconden in deze figuur uitgezet.



figuur 9.4 Turbulente diffusiecoëfficiënten in beide modellen samen met de concentraties.

Verklaring legenda:

C eps.fun. = concentratieprofiel verkregen met het model  $\varepsilon^*$  als functie van  $Ri^*$ .

C eps.con. = concentratieprofiel verkregen met het model met constante  $\varepsilon$ .

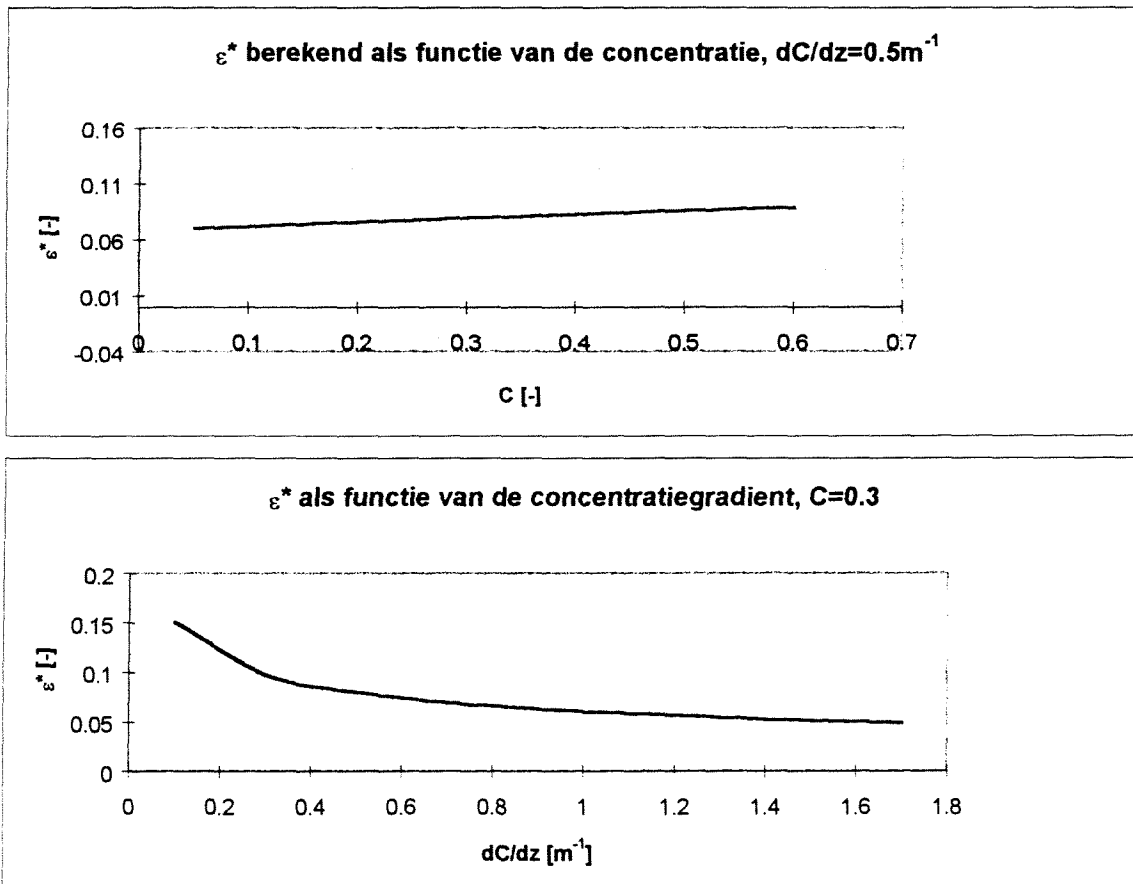
C exp. = concentratieprofiel uit de proeven.

eps.fun. = turbulente diffusiecoëfficiënt berekend in het model met  $\varepsilon^*$  als functie van  $Ri^*$ .

eps.con. = ingevoerde turbulente diffusiecoëfficiënt in het model met constante  $\varepsilon$ .

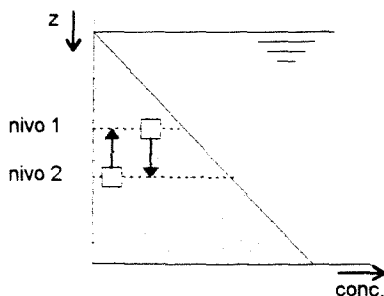
Zoals uit figuur 9.4 blijkt is het grootste verschil in  $\varepsilon$  waarden tussen beide modellen onder in de kolom te vinden. In het model waarin  $\varepsilon$  als functie van het Richardsongetal wordt verondersteld is  $\varepsilon$  onder in de kolom groter, waardoor het zand hier minder snel bezinkt. Dit komt beter overeen met de metingen. In Bijlage X zijn soortgelijke grafieken te vinden voor meerdere proeven, die een zelfde gedrag vertonen.

De verklaring voor het feit dat de turbulente diffusiecoëfficiënt onder in de kolom hoger is dan bovenin is dat de concentratiegradiënt onderin kleiner is dan bovenin. De concentratiegradiënt is de belangrijkste factor waarmee  $\varepsilon$  bepaald wordt in het numerieke model met  $\varepsilon^*$  als functie van  $Ri^*$ , zie figuur 9.5.



figuur 9.5  $\epsilon^*$  als functie van de concentratie en de concentratiegradient.

De fysische verklaring voor dit fenomeen is het feit dat bij een grotere concentratiegradient meer arbeid verricht moet worden tegen het zwaartekrachtsveld in om een vloeistofpakketje te verplaatsen. Hierdoor wordt bij een grotere concentratiegradient de turbulentie gedempt. In figuur 9.6 is nogmaals het transportmechanisme van turbulentie weergegeven.



figuur 9.6 Transport door turbulentie.

Als de concentratiegradient groter is, kost het meer arbeid om een vloeistofpakketje van niveau 2 naar niveau 1 te transporteren en vice versa.

## 10. Conclusies

In dit afstudeerwerk is niet de complete doelstelling gehaald. Er is onderzoek gedaan naar de invloed van concentratiegradiënten en turbulentie op de bezinking van zandwatermengsels. In een vervolgonderzoek kunnen met de opstelling de invloeden van slib en de korrelverdeling op de bezinking van zandwatermengsels worden onderzocht. Als theoretische achtergrond voor dit vervolgonderzoek kan de literatuurstudie uit hoofdstuk 3 en 5 van dit verslag worden gebruikt.

Uit dit afstudeeronderzoek worden de volgende conclusies getrokken:

- 1) De proefopstelling functioneert goed en kan hoge concentraties (tot en met 45 volumepercent) van zowel grof als fijn zand ( $D_{50} = 270\mu\text{m}$  en  $D_{50} = 80\mu\text{m}$ ) snel de kolom in pompen zodat een goede homogene beginsituatie wordt bereikt. De opstelling kan deze hooggeconcentreerde mengsels ook weer uit de kolom zuigen zonder dat extra water hoeft te worden toegevoegd in de kolom, zodat per proef alle concentratiemeters een ijkwaarde voor het water van het betreffende mengsel hebben. Hierdoor kunnen nauwkeurig metingen uitgevoerd worden met de zelf ontwikkelde geleidendheid concentratiemeters.
- 2) Het combineren van de theorie voor de bezinking van hooggeconcentreerde zandwatermengsels (hindered settling) en de theorie voor de bezinking onder invloed van turbulentie (gradiënttype transport) resulteert in een goede beschrijving voor de bezinking van zandwatermengsels onder turbulente omstandigheden.
- 3) Het bezinken van zandwatermengsels onder turbulente omstandigheden wordt beïnvloed door de optredende concentratiegradiënten. Bij het bezinkingsfront wordt de turbulentie, en dus de diffusie, gedempt doordat de concentratiegradiënten hier groot zijn. Vlak boven het zandpakket wordt de turbulentie niet gedempt doordat de concentratiegradiënten hier klein zijn. De aanname van een constante diffusiecoëfficiënt resulteert in een te hoge diffusie bij het bezinkingsfront, of een te lage diffusie vlak boven het zandpakket. Vooral bij hoge beginconcentraties ( $\geq 0.35$ ) leidt dit tot significante afwijkingen van de gemeten waarden.



## 11. Aanbevelingen

Op basis van de bevindingen tijdens dit onderzoek doen wij de volgende aanbevelingen:

- 1) De proefopstelling kan gebruikt worden om de ontmenging van gegradeerde zandwatermengsels onder turbulente omstandigheden te bestuderen. Hiervoor kunnen in het mengvat hooggeconcentreerde homogene mengsels worden aangemaakt met zand van verschillende fracties. Om de ontmenging te meten dient de opstelling zodanig te worden aangepast dat tijdens de proef op meerdere hoogtes verschillende monsters getrokken kunnen worden. In dit onderzoek kan ook worden bekeken of de demping van de turbulentie door grote concentratiegradiënten invloed heeft op de ontmenging van het gegradeerde zandwatermengsel.
- 2) De proefopstelling kan gebruikt worden om het effect van de aanwezigheid van slib op de bezinking van zandwatermengsels onder turbulente omstandigheden te onderzoeken. Hiervoor kunnen in het mengvat homogene zandwatermengsels worden aangemaakt met verschillende concentraties slib.
- 3) Om de demping van de turbulentie door grote concentratiegradiënten te verifiëren kunnen in de proefopstelling op verschillende hoogtes snelheidsmetingen verricht worden.
- 4) Er kan onderzoek gedaan worden naar een theoretische achtergrond voor het empirisch gevonden verband tussen het Richardsongetal en de turbulente diffusiecoëfficiënt.
- 5) Om meer turbulentie in de kolom op te kunnen wekken wordt aanbevolen om de afstand tussen de horizontale roosterstaven te verkleinen en de opstelling zodanig aan te passen dat een grotere hoekverdraaiing van de kolom mogelijk wordt.
- 6) Om een duidelijker profiel van het concentratieverloop over de hoogte te verkrijgen wordt aanbevolen meer concentratiemeters in de kolom te plaatsen.

# Casestudie I

## Alternatieven voor passage Noord/Zuidlijn met Amsterdam CS



Projectbureau Noord/Zuidlijn

Witteveen **Bos**

Witteveen+Bos

**TU Delft**

Technische Universiteit Delft

# Casestudie I

## Alternatieven voor passage Noord/Zuidlijn met Amsterdam CS

Afstudeerder: Auke de Wit

Afstudeercommissie:

Vanuit de TU Delft:

prof.dr.s.ir. J.K. Vrijling

ing. H.J. Everts

Vanuit het Projectbureau Noord/Zuidlijn:

ir. E.A.H. Teunissen



Projectbureau Noord/Zuidlijn



Witteveen+Bos



Technische Universiteit Delft  
Faculteit der Civiele Techniek  
en Geowetenschappen  
Subfaculteit Civiele Techniek  
Sectie Constructieve Waterbouw

## Voorwoord

De literatuurstudie die voor u ligt is geschreven in het kader van het afstudeerproject aan de Technische Universiteit Delft, faculteit Civiele techniek en Geowetenschappen, subfaculteit Civiele Techniek, sectie Constructieve Waterbouwkunde. Deze literatuurstudie is uitgevoerd bij het Projectbureau Noord/Zuidlijn te Amsterdam. In deze literatuurstudie wordt ingegaan op alternatieve bouwmethoden voor de bouw van de passage van de Noord/Zuidlijn met het Amsterdam Centraal Station. Mijn dank gaat uit naar iedereen die binnen het Projectbureau Noord/Zuidlijn en daar buiten heeft geholpen met het samenstellen van dit rapport.  
december '99

Auke de Wit

## Samenvatting

In 1996 heeft de gemeenteraad van Amsterdam besloten tot de aanleg van een nieuwe metrolijn, de Noord/Zuidlijn. De Noord/Zuidlijn is een metroverbinding van Amsterdam-Noord, onder de binnenstad door, naar Amsterdam-Zuid en is onderdeel van het Amsterdamse en regionale openbaarvervoer netwerk. Het tracé van de Noord/Zuidlijn ligt vast en daarmee de plaats van de stations.

Het ontwerp van de Noord/Zuidlijn wordt gemaakt, in opdracht van de gemeente Amsterdam, door het Projectbureau Noord/Zuidlijn. Dit Projectbureau is een samenwerking van drie ingenieursbureaus, Witteveen+Bos Raadgevende ingenieurs bv, De Weger Architecten- en Ingenieursbureau bv en Ingenieursbureau Amsterdam. Het ontwerp voor de passage met het Centraal Station van Amsterdam wordt door VOF Stationseiland gemaakt. Dit is een samenwerking tussen Holland Railconsult en Arcadis Bouw/Infra.

Eén van de nieuwe stations is het Centraal Station. Op het stationseiland komen trein, trams, stadsbussen, regionale bussen, Oostlijn (metro) en Noord/Zuidlijn bij elkaar. Het is daarom van groot belang dat het nieuwe metrostation Noord/Zuidlijn goed ingepast wordt. Ook is het van belang dat de omgeving zo min mogelijk schade en hinder ondervindt van de bouw van het station en aanleg van de metrolijn. Amsterdam Centraal Station is een van de belangrijkste overstapstations in Nederland.

Het nieuwe metrostation voor de Noord/Zuidlijn wordt gebouwd onder het Voorplein. De aansluiting met Amsterdam-Noord komt recht onder het Centraal Station te liggen. Voor deze passage van de Noord/Zuidlijn met het Centraal Station heeft VOF Stationseiland een ontwerp gemaakt. Dit ontwerp is een punt van discussie tussen het projectbureau en VOF Stationseiland en om een bijdrage te kunnen leveren aan deze discussie worden in deze voorstudie alternatieve bouwmethoden besproken om de passage van de Noord/Zuidlijn met het Centraal Station te realiseren.

Het ontwerp van VOF Stationseiland komt neer op het opvangen van de bestaande gebouwen en onder het huidige station een bouwkuip creëren waarin een tunnelelement kan worden afgezonken. Dit tunnelelement wordt gemaakt in een bouwdok en dan vanaf het IJ ingevaren.

In deze studie naar bouwmethoden onder bestaande bebouwing is een aantal mogelijke alternatieven, voor de bouw van de passage van de Noord/Zuidlijn met het Centraal Station, naar voren gekomen. De behandelde alternatieve bouwmethoden voor de passage van de Noord/Zuidlijn met het Amsterdam Centraal Station zijn:

- De buizenmethode  
Het persen van buizen, vanuit een bouwkuip, met een diameter van  $\pm 1,0$  m in horizontale richting die al dan niet met elkaar verbonden zijn. Deze buizen vormen een dakconstructie en soms ook de wanden van de toekomstige doorsnede. Na het persen van de buizen kan hieronder ontgraven worden en de constructie afgebouwd.
- Bevriezen van grond  
Het bevroren van het grondwater met pekewater of stikstof om het grondmassief te verstijven zodat de stabiliteit en de waterdichtheid van het grondmassief verzekerd wordt. Het vrieslichaam kan de vorm hebben van de uiteindelijke constructie, maar ook het hele grondmassief kan bevroren worden. Na het ontgraven kan een prefab constructie worden doorgeperst of met spuitbeton de tunnelmantel worden gevormd.
- Doorpersen  
Het doorpersen van prefab elementen onder een bestaande constructie door wordt al regelmatig toegepast. Vanuit een bouwkuip worden ringvormige of rechthoekige profielen doorgeperst. Dit kan met een boorkop met gesloten of open front. Bij een open front kan

# Inhoudsopgave

Voorwoord.....	iii
Samenvatting .....	v
Inhoudsopgave .....	vii
<b>1 Inleiding .....</b>	<b>1</b>
<b>2 Geschiedenis Amsterdam Centraal Station.....</b>	<b>3</b>
<b>3 Probleemanalyse .....</b>	<b>7</b>
<b>3.1 Situatiebeschrijving.....</b>	<b>7</b>
3.1.1 <i>Omgeving Centraal Station.....</i>	<i>7</i>
3.1.2 <i>Detailbeschrijving situatie Centraal Station .....</i>	<i>8</i>
<b>3.2 Geotechnisch profiel Stationseiland .....</b>	<b>12</b>
<b>3.3 Probleemomschrijving .....</b>	<b>12</b>
3.3.1 <i>Probleemstelling .....</i>	<i>12</i>
3.3.2 <i>Doelstelling .....</i>	<i>12</i>
<b>3.4 Beperkingen .....</b>	<b>12</b>
3.4.1 <i>Randvoorwaarden .....</i>	<i>12</i>
3.4.2 <i>Uitgangspunten.....</i>	<i>13</i>
<b>3.5 Programma van Eisen.....</b>	<b>14</b>
<b>3.6 Geotechnische eisen.....</b>	<b>16</b>
<b>3.7 Profiel van vrije ruimte.....</b>	<b>17</b>
<b>4 Ontwerp passage Centraal Station door VOF Stationseiland.....</b>	<b>19</b>
<b>4.1 Inleiding .....</b>	<b>19</b>
<b>4.2 Beschrijving model IX .....</b>	<b>19</b>
4.2.1 <i>Het stationsgebouw .....</i>	<i>22</i>
4.2.2 <i>De middentunnel.....</i>	<i>23</i>
4.2.3 <i>Het gebouw IJ-zijde .....</i>	<i>25</i>
<b>4.3 Voor- en nadelen.....</b>	<b>26</b>
<b>5 Alternatieve methoden voor passage Centraal Station.....</b>	<b>27</b>
<b>5.1 Inleiding .....</b>	<b>27</b>
<b>5.2 Korte beschrijving alternatieven.....</b>	<b>27</b>
<b>5.3 Toetsingscriteria.....</b>	<b>29</b>
<b>6 De buizenmethode.....</b>	<b>31</b>
<b>6.1 Inleiding .....</b>	<b>31</b>
<b>6.2 Beschrijving buizenmethode.....</b>	<b>31</b>
<b>6.3 Beschrijving praktijkvoorbeelden.....</b>	<b>34</b>
6.3.1 <i>Dakconstructie Kruisstation Koningin Astrid, metro Antwerpen .....</i>	<i>34</i>
6.3.2 <i>De grote overspanning van het Milanese "Venezia" metrostation.....</i>	<i>36</i>
6.3.3 <i>Kruising autoweg met spoorweg in Kinshicho, Japan .....</i>	<i>37</i>
6.3.4 <i>Kruising Sen-seki metrolijn met Sendai Station.....</i>	<i>40</i>
<b>6.4 Voor- en nadelen Buizenmethode.....</b>	<b>42</b>
<b>7 Bevriezen van grond .....</b>	<b>45</b>
<b>7.1 Inleiding .....</b>	<b>45</b>
<b>7.2 Bevriezen van grond .....</b>	<b>45</b>
<b>7.3 Praktijkvoorbeelden .....</b>	<b>49</b>
7.3.1 <i>Central Artery/Tunnel Project, Boston.....</i>	<i>49</i>
<b>7.4 Voor- en nadelen.....</b>	<b>50</b>
<b>8 Doorpersmethode.....</b>	<b>53</b>

<b>8.1</b>	<b>Inleiding</b> .....	<b>53</b>
<b>8.2</b>	<b>Beschrijving doorpersmethode</b> .....	<b>53</b>
<b>8.3</b>	<b>Praktijkvoorbeelden</b> .....	<b>54</b>
8.3.1	<i>Tunnel te Hamburg in de stads-S-Bahn</i> .....	54
8.3.2	<i>Bouw van een verkeersonderdoorgang te Vlierzele</i> .....	55
8.3.3	<i>De Bergambachtleiding</i> .....	57
<b>8.4</b>	<b>Voor- en nadelen</b> .....	<b>58</b>
<b>9</b>	<b>Caisson methode</b> .....	<b>61</b>
9.1	<b>Inleiding</b> .....	61
9.2	<b>Beschrijving caissonmethode</b> .....	61
9.3	<b>Beschrijving praktijkvoorbeelden</b> .....	63
9.3.1	<i>Het caisson voor de kelder van het Ministerie van Defensie</i> .....	63
9.3.2	<i>Luchtdrukcaisson onder spoordijk tussen de Dijksgracht en de Binnenhaven</i> .....	64
9.3.3	<i>Metro Amsterdam Oostlijn gedeelte Zandstraat-Weesperplein</i> .....	65
9.4	<b>Voor- en nadelen</b> .....	67
<b>10</b>	<b>Grouten</b> .....	<b>69</b>
10.1	<b>Inleiding</b> .....	69
10.2	<b>Grouten</b> .....	69
10.2.1	<i>Permeation grouting</i> .....	69
10.2.2	<i>Compensation grouting</i> .....	70
10.2.3	<i>Jet grouting</i> .....	71
10.2.4	<i>Toepassing bij Centraal Station</i> .....	73
10.3	<b>Beschrijving praktijkvoorbeelden</b> .....	73
10.3.1	<i>Bouw riool met jet-grout techniek in San Francisco</i> .....	73
10.3.2	<i>Korte beschrijving Jet grout boog</i> .....	75
10.3.3	<i>Radiaal grouten vanuit een pilot tunnel</i> .....	75
10.3.4	<i>Kokubu River Diversion Channel</i> .....	76
10.3.5	<i>Tunnelconstructie met behulp van verticaal jet grouten</i> .....	77
10.4	<b>Voor- en nadelen</b> .....	77
10.5	<b>Jet-grouting als opvangconstructie</b> .....	78
10.5.1	<i>Beschrijving van de verschillende oplossingen</i> .....	78
10.5.2	<i>Waardering van de verschillende oplossingen</i> .....	80
10.5.3	<i>Conclusie</i> .....	81
<b>11</b>	<b>Overige bouwmethoden</b> .....	<b>83</b>
11.1	<b>Bodeminjectie</b> .....	83
11.2	<b>Precutting</b> .....	83
<b>12</b>	<b>Afweging en conclusies</b> .....	<b>85</b>
12.1	<b>Inleiding</b> .....	85
12.2	<b>Afweging</b> .....	85
12.3	<b>Conclusie</b> .....	87
12.4	<b>Intermezzo</b> .....	87
	<b>Literatuurlijst</b> .....	<b>1</b>
<b>Bijlage I</b>	<b>Palenplan bestaande situatie</b> .....	<b>3</b>
<b>Bijlage II</b>	<b>Geotechnische gegevens</b> .....	<b>5</b>
<b>Bijlage III</b>	<b>Werkzaamheden Haarlem</b> .....	<b>7</b>

## Literatuur

1. *Richardson, J.F. and Zaki, W.N.*, Sedimentation and Fluidisation: Part I, Transactions of the Institution of Chemical Engineers, Vol.32, 1954 page 35-53.
2. *Mirza, S. and Richardson, F.*, Sedimentation of suspensions of particles of two or more sizes: Chemical Engineering Science, Vol.34, 1979 page 447-454.
3. *Baily, C., Cross, M. and Edwards, D.* Numerical Modelling of multiphase particulate flow and its application to sedimentation: Particulate Science and Technology, Vol. 5, no. 4, 1987 page 357-370.
4. *Happel, J.* Viscous flow in multiparticle systems: slow motion of fluids relative to beds of spherical particles: AIChE. Journal, Vol. 4, no 2, 1958 page 197-205.
5. *Vlasblom, W.J. and Miedema, S.A.*, A theory for determining sedimentation and overflow losses in hoppers.
6. *Smith, T.N.*, The sedimentation of particles having a dispersion of sizes: Transactions of the Institution of Chemical Engineers, Vol.44, 1966 page 153-157
7. *Selim, M.S. , Kothari, A.C, and Turian, R.M.*, Sedimentation of multisized particles in concentrated suspensions: AIChE Journal, Vol. 29, no.6, 1983 page 1029-1038
8. *Lockett, M. J. and Al-Habbooby, H.M.*, Differential settling by size of two particle species in a liquid: Transactions of the Institution of Chemical Engineers, Vol. 51, 1973, page 281-291.
9. *Rijn van, L.C.*, Mathematical modelling of morphological processes in the case of suspended sediment transport, 1987, m Delft Hydraulics Communication no. 382.
10. *Valentik, L. and Whithmore, R. L.*, The terminal velocity of spheres in Bingham plastics: British Journal of Applied Physics, Vol. 16, 1965 page 1197-1203
11. *O'Brien, J.S. and Julien, P.Y.*, Laboratory analysis of mudflow properties: Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 114, no. 8, 1988 page 877-887
12. *Plessis du, M. P., Ansley, R.P.*, Settling parameter in solids pipelining: Proceedings of the American Society of Civil Engineers, vol. 93, no. pl2, 1967 page 5340-5356.
13. *Saha, G., Purohit, N.K., Mitra, A.K.*, Spherical particle settling velocity and drag in Bingham liquids, International Journal of Mining Processing, Vol. 36, 1992, page 273-281.
14. *Dedegil, M. Y.*, Drag coefficient and settling velocity of particles in non-Newtonian suspensions: Journal of Fluids Engineering, Vol. 109 page 339-323.
15. *Zhaohui, W.*, Bed material movement in hyperconcentrated flow: Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 111, no. 6, 1985, page 987-1001.
16. *Ansley, R.W. and Smith, T.N.*, Motion of spherical particles in a Bingham plastic: AIChE Journal, Vol. 13, no. 6, 1967 page 1193-1196.
17. *Coussot, P and Piau, J.M.*, The effects of an addition of force-free particles on the rheological properties of fine suspensions: Canadian Geotechnical Journal, Vol. 32, 1995 page 263-270.
18. *Huisman, L. e.a.*, Sedimentation and flotation and mechanical filtration, 1996, TU Delft.
19. *Garside, J. and Al-Dibouni, M.R.*, Velocity-voidage relationship for fluidisation and sedimentation in solid-liquid systems: Industrial Engineering Chemistry Process Design and Development, Vol. 16, no. 2, 1977, page 206.
20. *N.S. Cheng*, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 123, no. 2, page 149-152.
21. *Valentik, L. and Whithmore, R. L.*, The terminal velocity of spheres in Bingham plastics: BRIT. J. APPL. PHYS., Vol. 16, 1965 page 1197-1203.
22. *O'Brien, J.S. and Julien, P.Y.*, Laboratory analysis of mudflow properties: Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 114, no. 8, 1988 page 877-887.



23. *Vanoni, A*, ASCE Manuals and reports on engineering practice, no. 54, page 25, 1977.
24. *Wijnand, I.L.*, Inventarisatiestudie beunbezinking. Waterloopkundig Laboratorium 1993.
25. *Saha, G., Purohit, N.K., Mitra, A.K.*, Spherical particle settling velocity and drag in Bingham liquids, International Journal of Mining Processing, Vol. 36, 1992, page 273-281.
26. *Dedegil, M. Y.*, Drag coefficient and settling velocity of particles in non-Newtonian suspensions: Journal of Fluids Engineering, Vol. 109 page 339-323.
27. *Zhaohui, W.*, Bed material movement in hyperconcentrated flow: Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 111, no. 6, 1985, page 987-1001.
28. *Ansley, R.W. and Smith, T.N.*, Motion of spherical particles in a Bingham plastic: AIChE Journal, Vol. 13, no. 6, 1967 page 1193-1196.
29. *Cousso, P. and Piau, J.M.*, The effects of an addition of force-free particles on the rheological properties of fine suspensions: Can. Geotech. J., Vol. 32, 1995 page 263-270.
30. *Booij, R.*, Turbulentie in de waterloopkunde, TU Delft, december 1992, p. 2.
31. *Schriek van der, G.L.M.*, Baggertechniek, TU Delft, april 1996.
32. *Groot, J.M.*, Interim rapport beunbezinking, juni 1981.
33. *N. Booij en G.S. Stelling*, Computational modelling in open channel hydraulics, TU Delft, 1995.

## Bijlage A : Berekening bezinksnelheden binaire zandwatermengsels.

Hieronder volgt de methode die op basis van paragraaf 3.4 is gebruikt om de orde van grootte van de voortplantingssnelheden van de grensvlakken en de concentraties in de ontmengingszones die ontstaan te voorspellen. Daar waar de theorie tekort schiet wordt gebruik gemaakt van betrouwbare empirische formules:

Gegeven:

- $D_s$  = diameter korrels grove fractie ( $D_{50}$ )
- $D_L$  = diameter korrels grove fractie ( $D_{50}$ )
- $C_s$  = concentratie van de fijne fractie
- $C_L$  = concentratie van de grove fractie
- $\rho_w$  = dichtheid water
- $\rho_s$  = dichtheid zand
- $\nu_w$  = kinematische viscositeit water
- $g$  = zwaartekracht versnelling

In de theorie wordt de ongestoorde valsnelheid voor zand t.o.v. die voor bolvormige korrels gecorrigeerd door de vormfactor  $\Psi$ . Deze vormfactor is voor elke soort zand verschillend en vooraf niet bekend. Deze kan proefondervindelijk worden vastgesteld door valproeven bij zeer lage concentraties uit te voeren. Voor deze proef wordt een veel gevonden waarde van  $\Psi = 0.7$  gebruikt.

De sleepcoëfficiënt  $C_D$  hangt af van het Reynoldsgetal.

Voor de berekening wordt gebruik gemaakt van het verband tussen  $n$  en het Reynoldsgetal zoals is opgesteld door Richardson en Zaki.

Geschatte waarden:

- $\Psi = 0.7$
- $C_D = \frac{24}{Re}$  voor  $Re < 1$
- $C_D = \frac{24}{Re} + \frac{3}{\sqrt{Re}} + 0.34$  voor  $1 < Re < 2000$
- $C_D = 0.4$  voor  $Re > 2000$
- $n = 4.65$  voor  $Re < 0.2$
- $n = 4.35 Re^{-0.03}$  voor  $0.2 < Re < 1$
- $n = 4.45 Re^{-0.1}$  voor  $1 < Re < 200$
- $n = 2.39$  voor  $Re > 200$

Met deze uitgangspunten worden achtereenvolgens de volgende berekeningen uitgevoerd:

Voor elke fractie wordt de ongestoorde valsnelheid berekend m.b.v. de volgende vergelijkingen:

$$w_o = \sqrt{\frac{4g\Delta D\Psi}{3C_D}} \quad \text{vgl. A.1}$$

$$C_D = \frac{24}{Re} \quad \text{voor } Re < 1$$

$$C_D = \frac{24}{Re} + \frac{3}{\sqrt{Re}} + 0.34 \quad \text{voor } 1 < Re < 2000$$

$$C_D = 0.4 \quad \text{voor } Re > 2000$$

$$Re = \frac{w_o D}{\nu}$$

waarin:

De kinematische viscositeit is afhankelijk van de temperatuur:

$$\nu = \frac{40 \cdot 10^{-6}}{20 + T}$$

waarin:

■ T = temperatuur [°C]

Vervolgens worden de gereduceerde valsnelheden voor elke fractie in zone 2 bepaald met:

$$w_{L,2} = w_{0,L,2}(1 - C_2)^{n-1}(1 - C_{L,2}) - w_{0,S,2}(1 - C_2)^{n-1}C_{S,2} \quad \text{vgl. A.2}$$

$$w_{S,2} = w_{0,S,2}(1 - C_2)^{n-1}(1 - C_{S,2}) - w_{0,L,2}(1 - C_2)^{n-1}C_{L,2}$$

Waarbij n wordt bepaald met:

- n = 4.65 voor Re < 0.2
- n = 4.35 Re<sup>-0.03</sup> voor 0.2 < Re < 1
- n = 4.45 Re<sup>-0.1</sup> voor 1 < Re < 200
- n = 2.39 voor Re > 200

Wanneer deze bekend zijn kunnen de concentratie en de gereduceerde valsnelheid van de fijne fractie in zone 1 berekend worden met de volgende twee vergelijkingen:

$$w_{S,1} = w_{0,S,1}(1 - C_{S,1})^n \quad \text{vgl. A.3}$$

en

$$C_{S,1} = \frac{(w_{L,2} - w_{S,2})C_{S,2}}{(w_{L,2} - w_{S,1})} \quad \text{vgl. A.4}$$

Nu zijn de concentraties en de gereduceerde valsnelheden in zone 1 en zone 2 bekend. Hiermee zijn dus ook de snelheden van de grensvlakken 1 en 2 bekend. Om enig idee te krijgen van de verhoging van het zandpakket tijdens de bezinking is een continuïteitsvergelijking opgesteld. Deze is gebaseerd op het feit dat de totale hoeveelheid zand in het begin van de proef tijdens het bezinken gelijk blijft. Hiervoor is het nodig de concentratie van het zand in het zandpakket te weten. Hiervoor is als schatting volume concentratie  $C_{MAX}=0.65$  aangenomen. Verder is aangenomen dat de pakking van de fijne korrels en de grove korrels en de fijne en de grove korrels gecombineerd in het zandpakket hetzelfde is. Dit is slechts een aanname voor de berekening:

$$h_0 \frac{C_0}{C_{MAX}} = h_1 \frac{C_1}{C_{MAX}} + h_2 \frac{C_2}{C_{MAX}} + h_3$$

Hiermee kan voor de snelheid waarmee het zandpakket in hoogte toeneemt (snelheid grensvlak 3) worden geschreven:

$$\frac{h_3}{t} = \frac{\left(1 - \frac{C_1}{C_2}\right) w_{L,2} + \frac{C_1}{C_2} w_{S,1}}{\frac{C_{MAX}}{C_2} - 1}$$

Wanneer de grenzen 2 en 3 samenvallen, is het tijdstip waarop zone 2 totaal gesedimenteerd is. Op dit tijdstip heeft de ontmengingszone, zone 1, zijn maximale hoogte bereikt. Dit tijdstip wordt beschreven door:

$$T = \frac{h_{kolom}}{u_3 + u_2}$$

waarin:

- $u_2$  = snelheid van grensvlak 2 (is grensvlak tussen zone 1 en zone 2)
- $u_3$  = snelheid van grensvlak 3 (is grensvlak tussen zone 2 en zone 3)

Met deze methode is de bezinking voor drie mengsels elk bestaand uit twee fracties berekend. Deze mengsels zijn:

- mengsel 1 : fijne fractie  $D=0.08\text{mm}$ ; grove fractie  $D=0.27\text{mm}$
- mengsel 2 : fijne fractie  $D=0.08\text{mm}$ ; grove fractie  $D=0.15\text{mm}$
- mengsel 3 : fijne fractie  $D=0.15\text{mm}$ ; grove fractie  $D=0.27\text{mm}$

De bezinking voor deze mengsels is m.b.v. 'Excel' berekend voor een lage concentratie,  $C=10\%$ , waarbij de grove en fijne fractie elk een concentratie van  $5\%$  heeft en voor een hoge concentratie,  $C=45\%$ , waarbij de concentratie van beide fracties  $22,5\%$  is.

Eerst zijn de ongestoorde valsnelheden van elke fractie m.b.v. vgl. A.1 berekend. Doordat de ongestoorde valsnelheid zowel voorkomt in het Reynoldsgetal als in de weerstandscoefficiënt is een iteratieve berekening gemaakt. Als startwaarde voor de weerstandscoefficiënt is genomen  $C_D=24/Re$  (laminair gebied,  $D < 1\text{ mm}$ ). De bezinking van de korrels uit de fijne fractie is laminair, waardoor de startwaarde gelijk is aan de uiteindelijke waarde. De bezinking van de overige fracties is in het overgangsgebied.

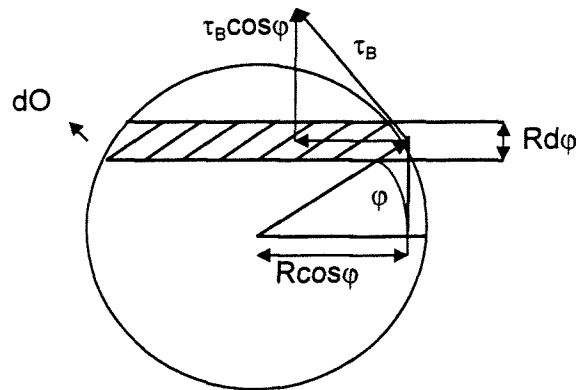
Met deze ongestoorde valsnelheden zijn m.b.v. vgl. A.2 de gereduceerde valsnelheden van beide fracties in zone 2 berekend. Vervolgens zijn met vgl. A.3 en A.4 de volumeconcentratie en de gereduceerde valsnelheid van de fijne fractie in zone 1 berekend, omdat zowel de concentratie als de gereduceerde valsnelheid in beide vergelijkingen voorkomen is ook hier een iteratieve berekening gemaakt. Als startwaarde is voor de gereduceerde valsnelheid van de fijne fractie in zone 1 het gemiddelde van de gereduceerde valsnelheden van de fijne en de grove fractie in zone 2 genomen.

In het overzicht van de berekeningen dat op de volgende pagina worden de snelheden van de grensvlakken 1, 2, en 3 en de tijdstippen waarop zone 1 en zone 2 zijn bezonken gegeven. Ter vergelijking zijn ook de tijdstippen gegeven waarop een mengsel dat alleen bestaat uit één van de twee fracties met een zelfde beginconcentratie is bezonken.

## Overzicht van de berekeningen

Mengsel 1	fijne fractie	grove fractie	gegeven	Mengsel 1	fijne fractie	grove fractie	gegeven
D [mm]	0,08	0,27		D [mm]	0,08	0,27	
C begin	0,05	0,05		C begin	0,225	0,225	
C in zone 1	0,05		berekend	C in zone 1	0,32		berekend
u grensvlak 1 [mm/s]	3,13			u grensvlak 1 [mm/s]	0,71		
u grensvlak 2 [mm/s]	22,29			u grensvlak 2 [mm/s]	4,97		
u grensvlak 3 [mm/s]	2,16			u grensvlak 3 [mm/s]	4,37		
T zone 2 bezonken [s]	61			T zone 2 bezonken [s]	161		
hoogte zone 1 [mm]	1175			hoogte zone 1 [mm]	685		
T alles bezonken [s]	436			T alles bezonken [s]	1125		
Ter vergelijking: D=0.08mm,C begin = 0.1,T bezonken = 528 s D=0.27mm,C begin = 0.1,T bezonken = 73 s				Ter vergelijking: D=0.08mm,C begin = 0.45,T bezonken = 2627 s D=0.27mm,C begin = 0.45,T bezonken = 284 s			
Mengsel 1	fijne fractie	grove fractie	gegeven	Mengsel 1	fijne fractie	grove fractie	gegeven
D [mm]	0,08	0,15		D [mm]	0,08	0,15	
C begin	0,05	0,05		C begin	0,225	0,225	
C in zone 1	0,06		berekend	C in zone 1	0,37		berekend
u grensvlak 1 [mm/s]	3,08			u grensvlak 1 [mm/s]	0,51		
u grensvlak 2 [mm/s]	8,62			u grensvlak 2 [mm/s]	1,39		
u grensvlak 3 [mm/s]	0,98			u grensvlak 3 [mm/s]	1,5		
T zone 2 bezonken [s]	156			T zone 2 bezonken [s]	519		
hoogte zone 1 [mm]	866			hoogte zone 1 [mm]	455		
T alles bezonken [s]	437			T alles bezonken [s]	1411		
Ter vergelijking: D=0.08mm,C begin = 0.1,T bezonken = 528 s D=0.15mm,C begin = 0.1,T bezonken = 174 s				Ter vergelijking: D=0.08mm,C begin = 0.45,T bezonken = 2627 s D=0.15mm,C begin = 0.45,T bezonken = 753 s			
Mengsel 1	fijne fractie	grove fractie	gegeven	Mengsel 1	fijne fractie	grove fractie	gegeven
D [mm]	0,15	0,27		D [mm]	0,15	0,27	
C begin	0,05	0,05		C begin	0,225	0,225	
C in zone 1	0,06		berekend	C in zone 1	0,37		berekend
u grensvlak 1 [mm/s]	9,95			u grensvlak 1 [mm/s]	1,85		
u grensvlak 2 [mm/s]	21,97			u grensvlak 2 [mm/s]	4,65		
u grensvlak 3 [mm/s]	2,69			u grensvlak 3 [mm/s]	5,26		
T zone 2 bezonken [s]	61			T zone 2 bezonken [s]	151		
hoogte zone 1 [mm]	731			hoogte zone 1 [mm]	424		
T alles bezonken [s]	134			T alles bezonken [s]	380		
Ter vergelijking: D=0.15mm,C begin = 0.1,T bezonken = 174 s D=0.27mm,C begin = 0.1,T bezonken = 73 s				Ter vergelijking: D=0.15mm,C begin = 0.45,T bezonken = 753 s D=0.27mm,C begin = 0.45,T bezonken = 284 s			

**Bijlage B : Berekening verticale component van de zwichspanning.**



De integraal:

$$\iint \tau_B \cos \varphi dO$$

kan ook geschreven worden als:

$$\int_{-\frac{1}{2}\pi}^{\frac{1}{2}\pi} \tau_B \cos \varphi 2\pi R \cos \varphi R d\varphi = 2\pi R^2 \tau_B \int_{-\frac{1}{2}\pi}^{\frac{1}{2}\pi} \cos^2 \varphi d\varphi$$

Aangezien:

$$\cos 2\varphi = \sin^2 \varphi - \cos^2 \varphi$$

en

$$\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi = 1$$

kan geschreven worden:

$$\cos^2 \varphi = \frac{1}{2} \cos 2\varphi + \frac{1}{2}$$

Hiermee kan de integraal worden herschreven als:

$$2\pi R^2 \tau_B \int_{-\frac{1}{2}\pi}^{\frac{1}{2}\pi} \left( \frac{1}{2} \cos 2\varphi + \frac{1}{2} \right) d\varphi$$

Deze integraal is eenvoudig op te lossen. Hieronder volgt het resultaat:

$$2\pi R^2 \tau_B \left[ \frac{1}{4} \sin 2\varphi + \frac{1}{2} \varphi \right]_{-\frac{1}{2}\pi}^{\frac{1}{2}\pi} = \pi^2 R^2 \tau_B$$

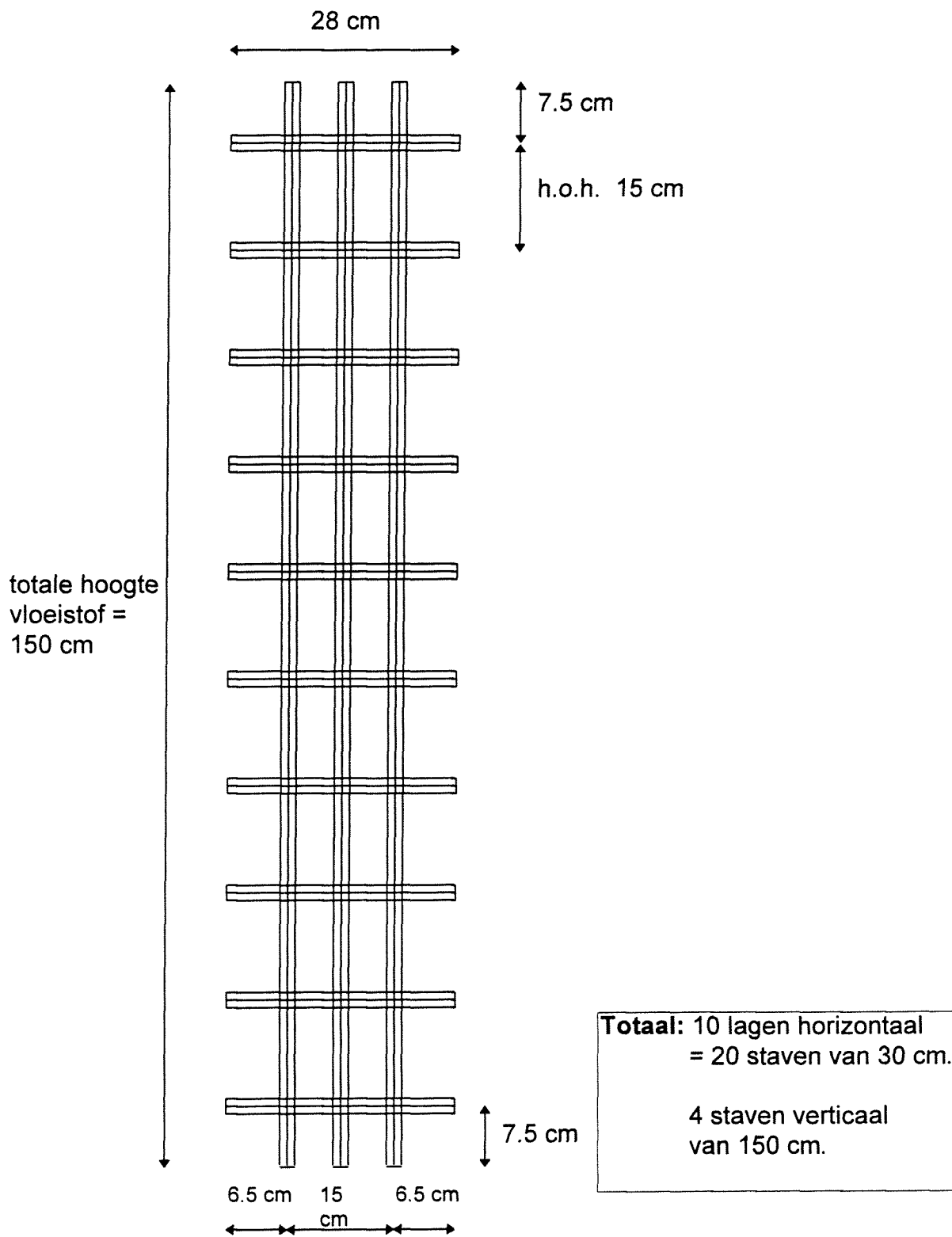
Aangezien  $R=1/2D$ , kan de oplossing ook geschreven worden als:

$$\frac{1}{4} \pi^2 D^2 \tau_B$$

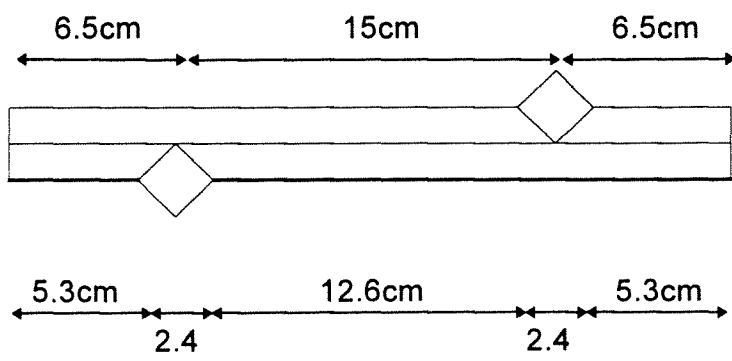
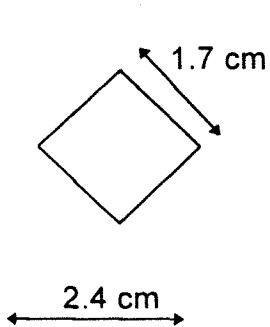
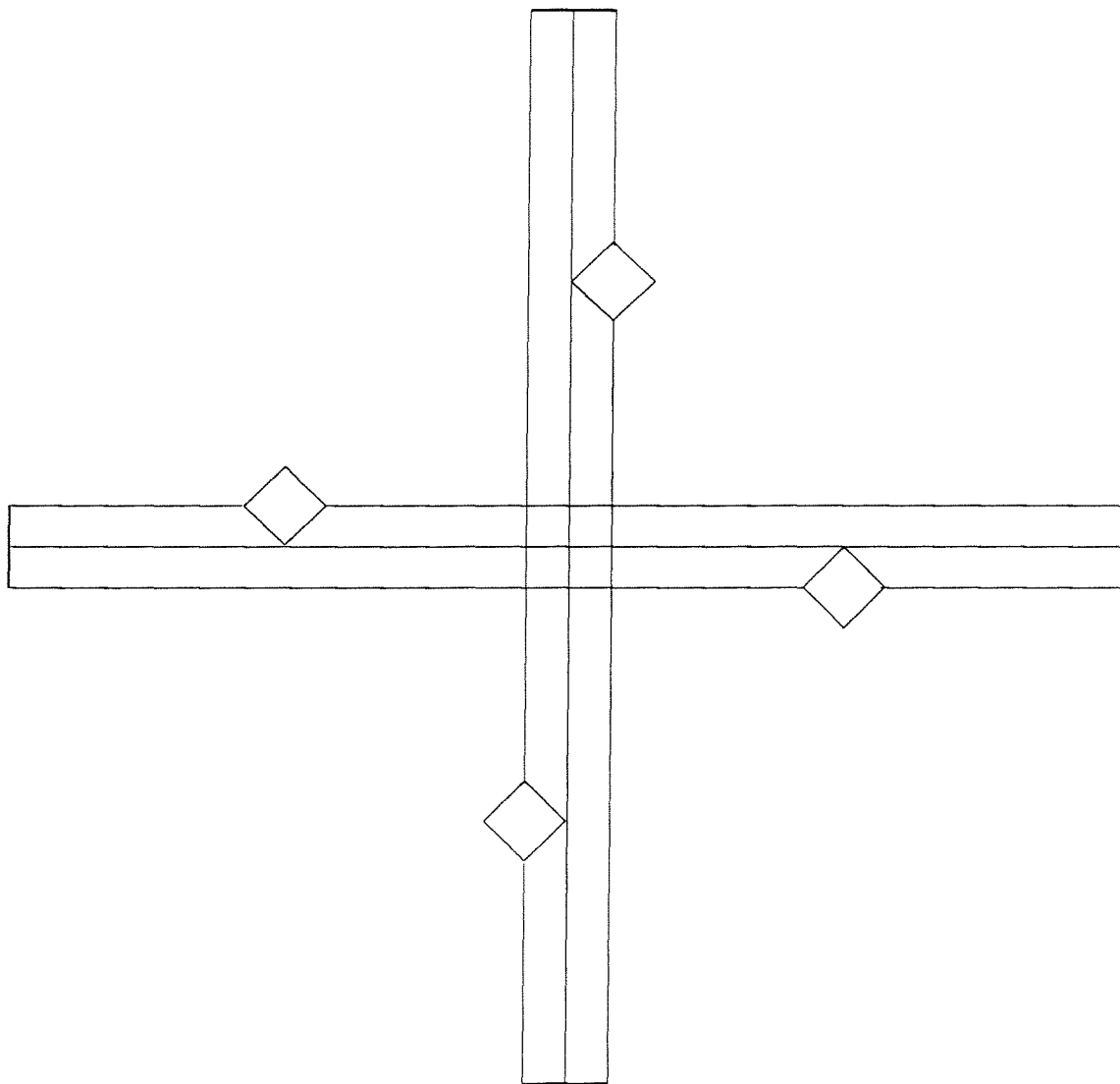


## Bijlage C : Rooster

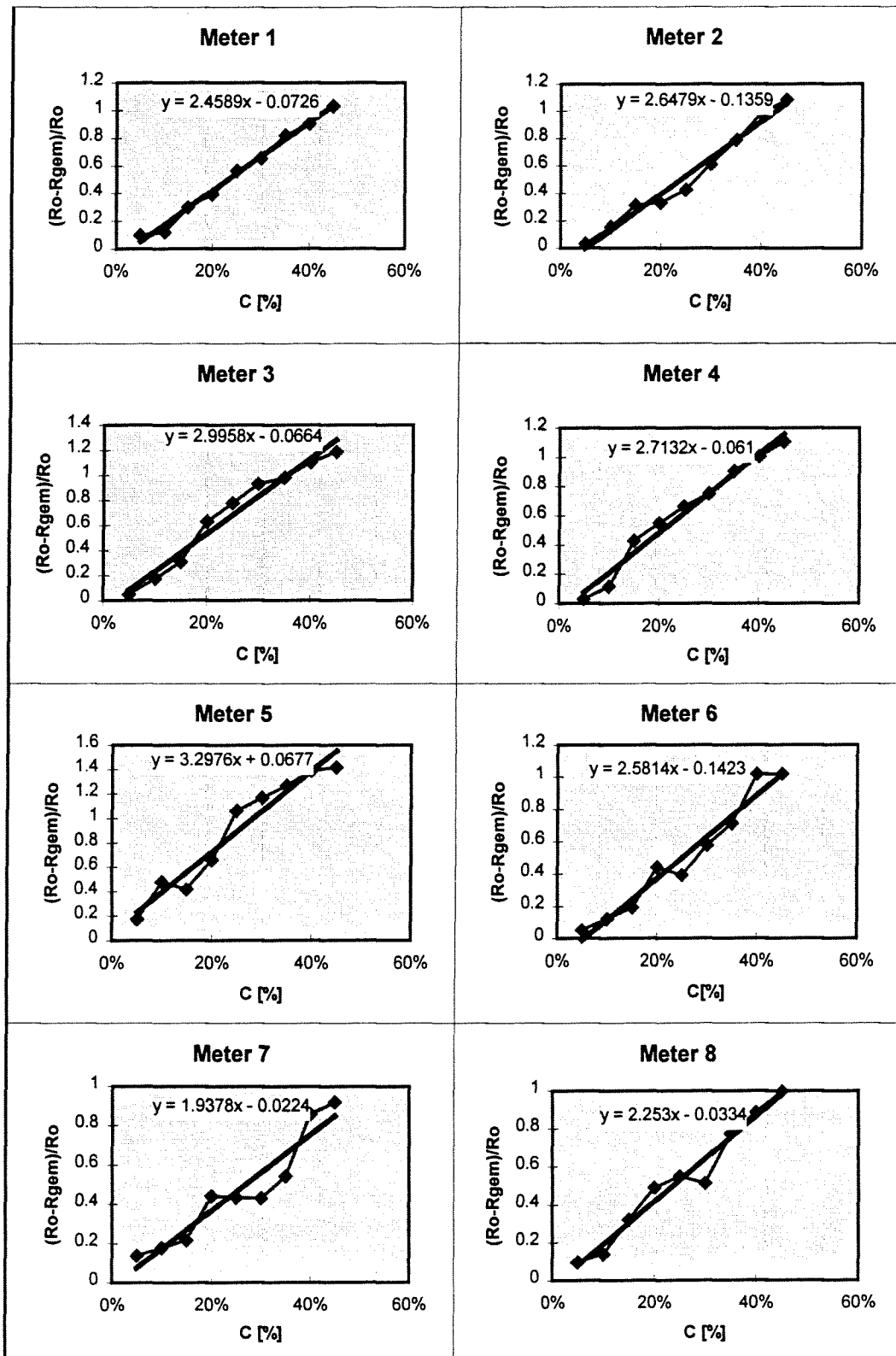
Vooraanzicht



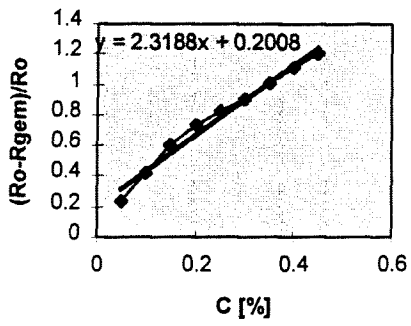
### Bovenaanzicht



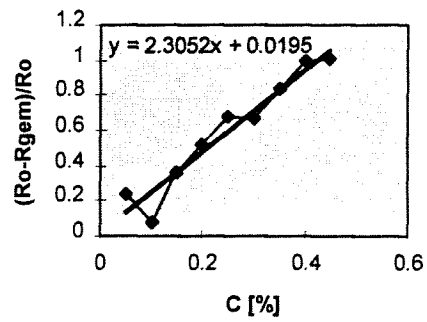
**Bijlage D : IJkingen concentratiemeters voor de proeven.**



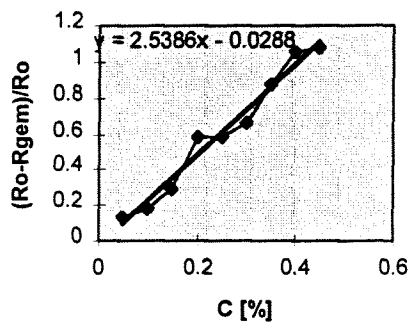
Meter 9



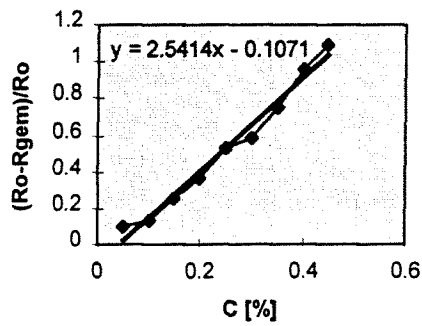
Meter 10



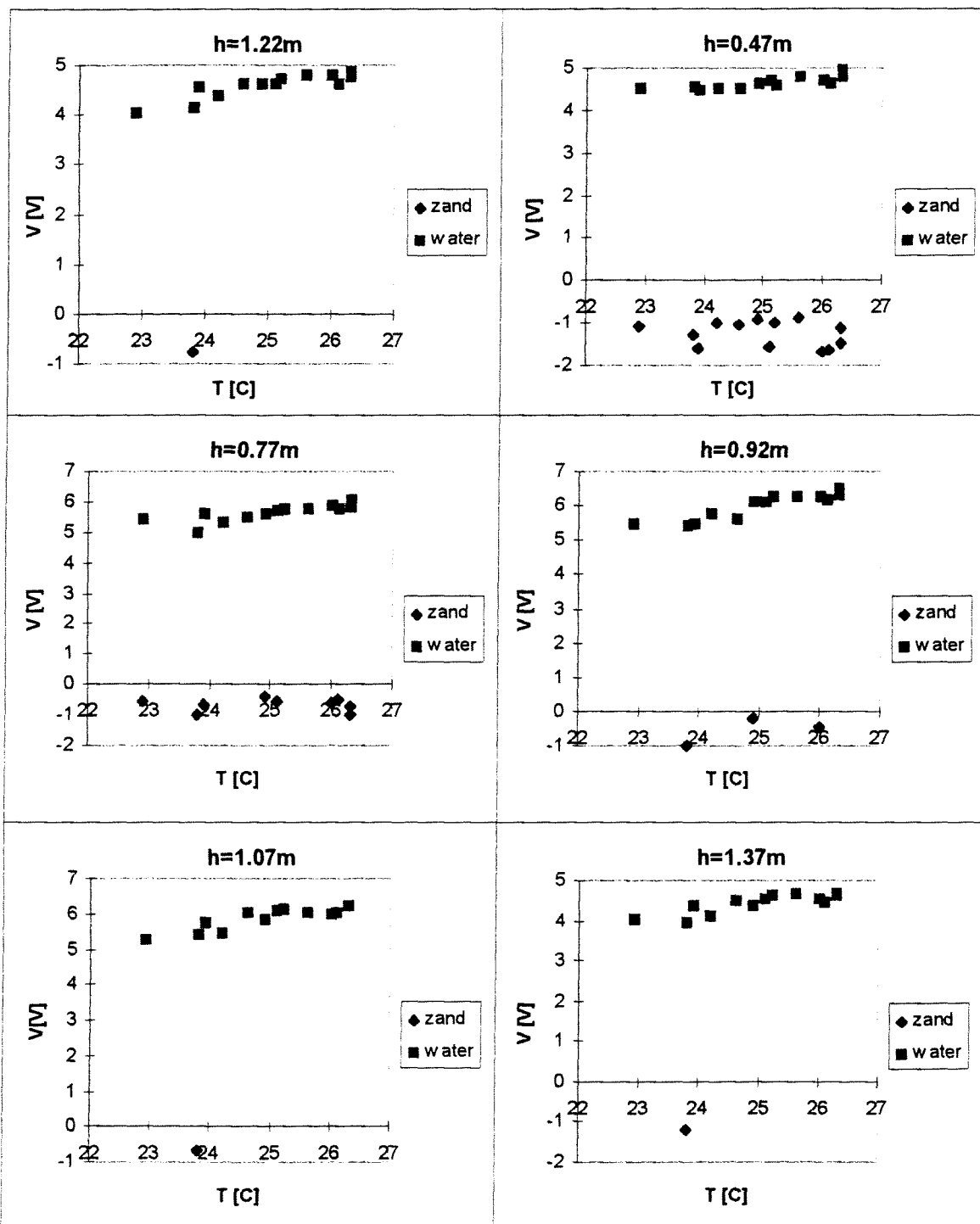
Meter 11



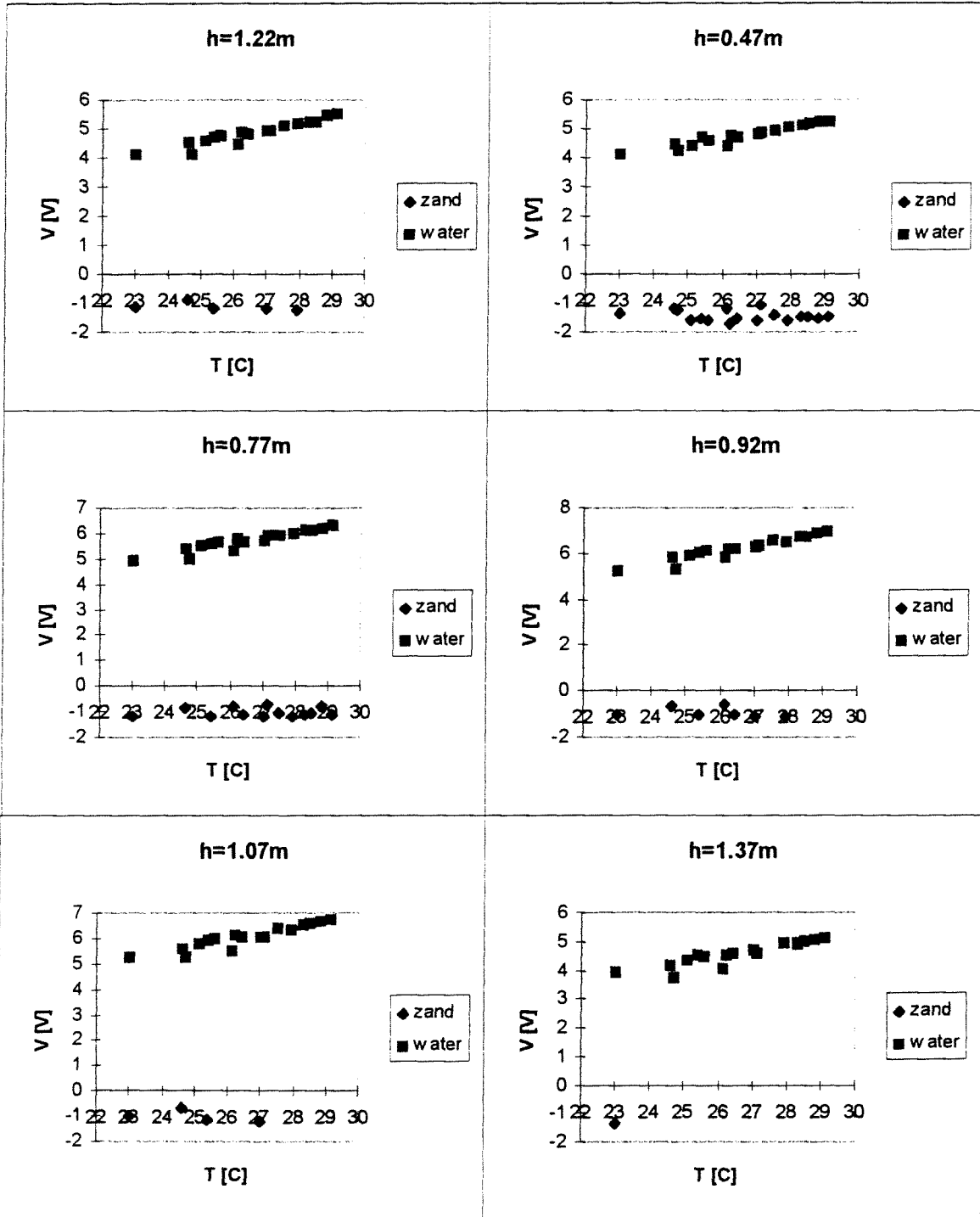
Meter 12



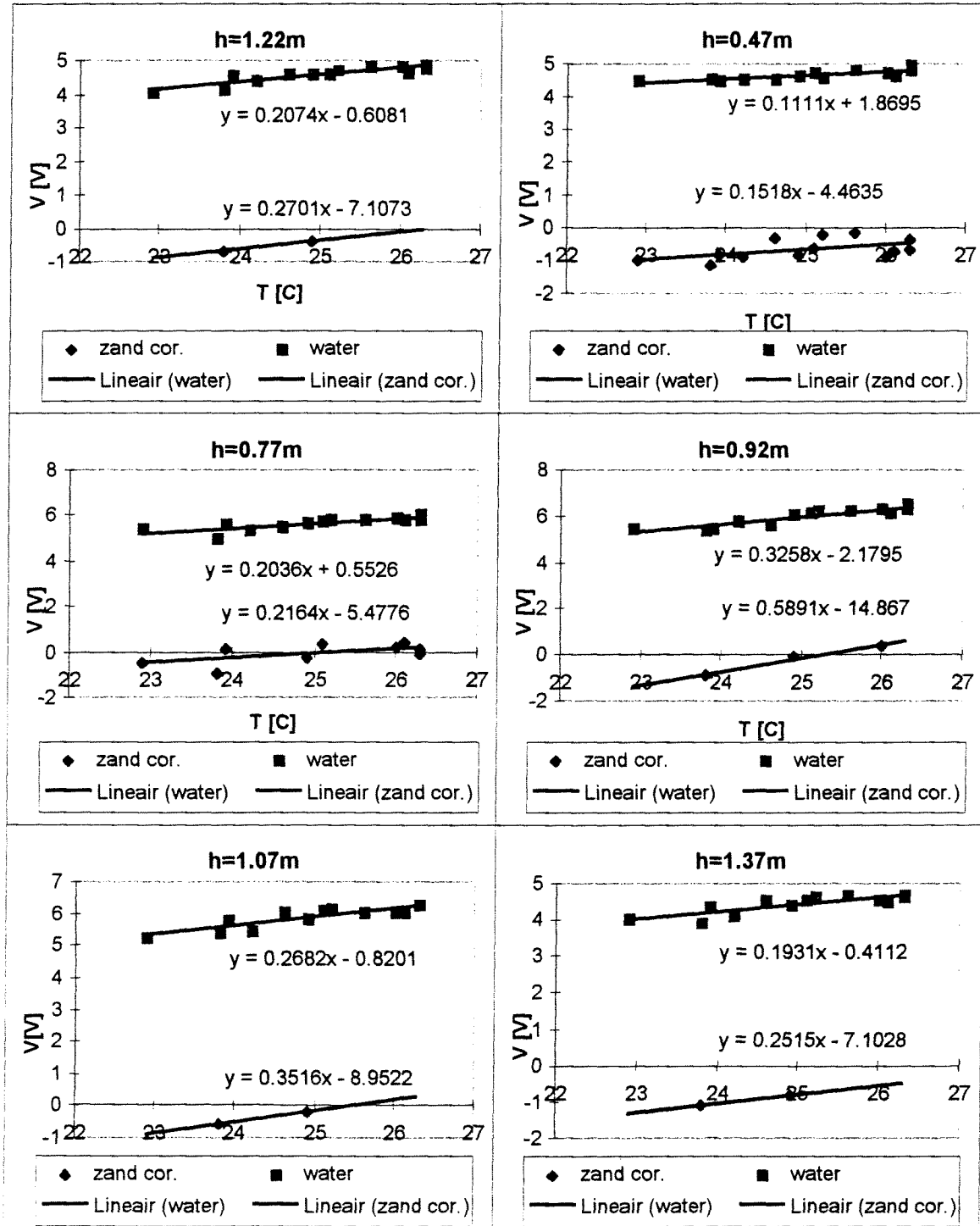
**Bijlage E : IJkingen concentratiemeters tijdens de proeven,  $D=80\mu\text{m}$ .**



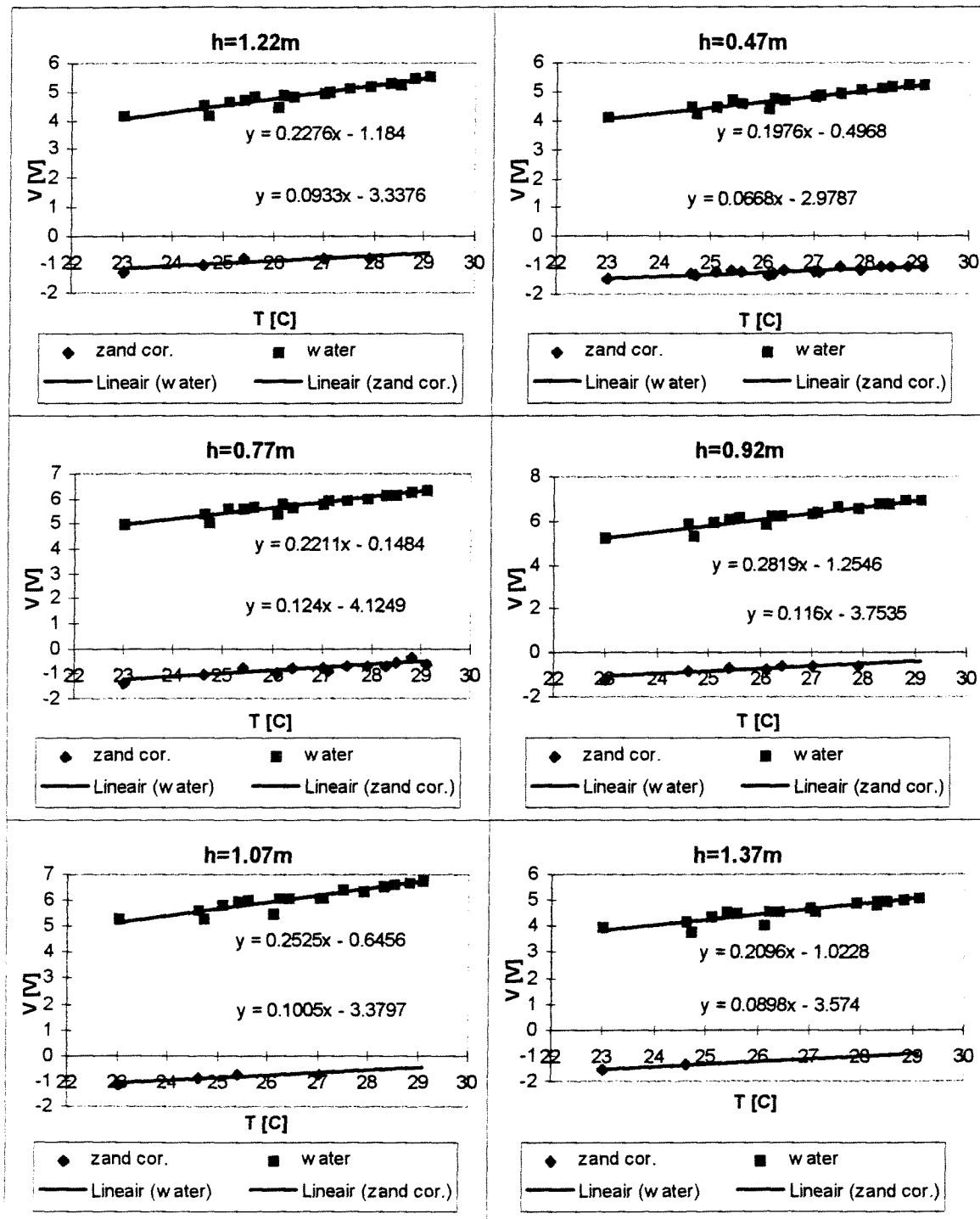
**Bijlage F : IJkingen concentratiemeters tijdens de proeven,  $D=270\mu\text{m}$ .**



**Bijlage G : Lineaire verbanden zand- en waterwaarden concentratiemeters met de temperatuur tijdens de proeven, D=80µm.**



**Bijlage H : Lineaire verbanden zand- en waterwaarden concentratiemeters met de temperatuur tijdens de proeven, D=270µm.**

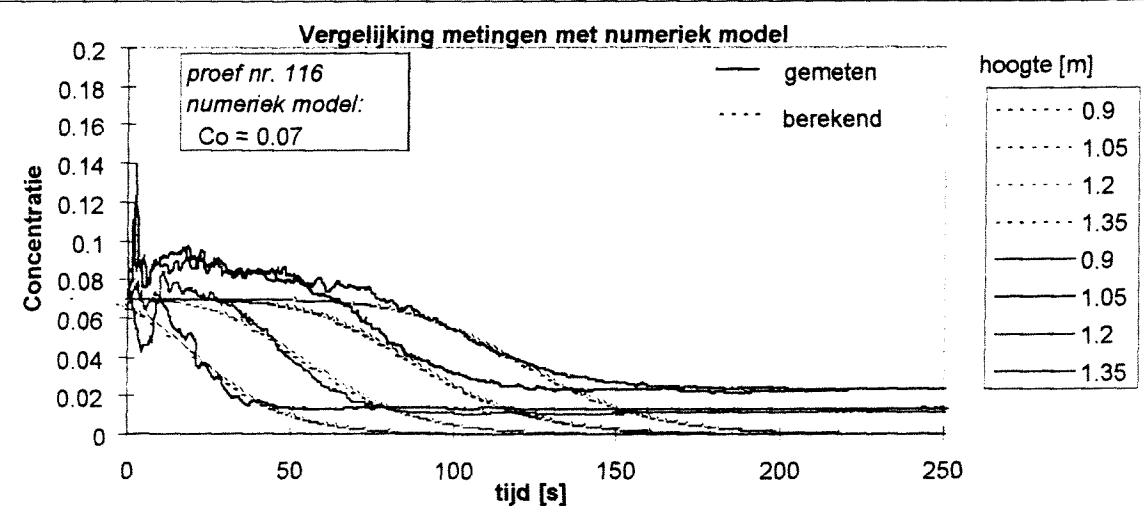
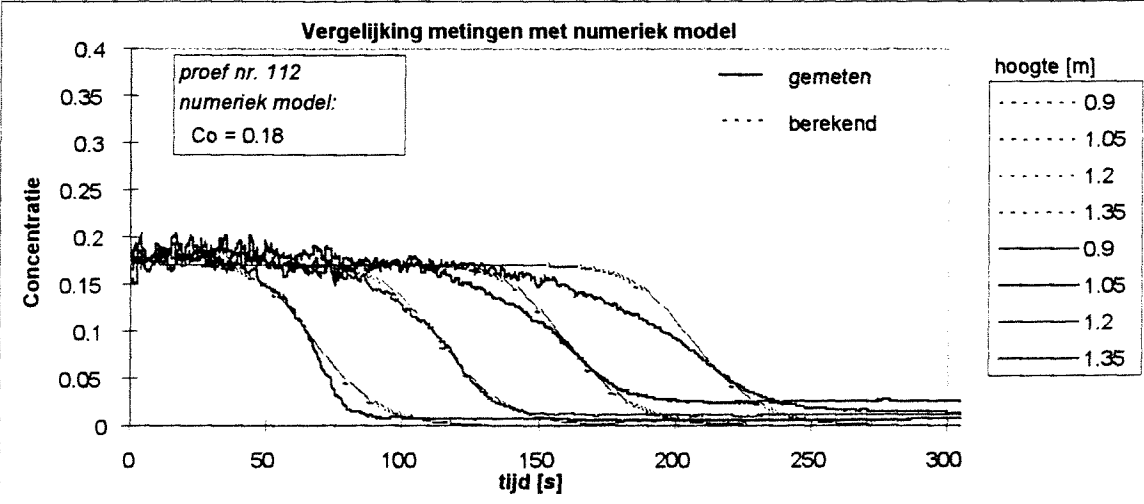
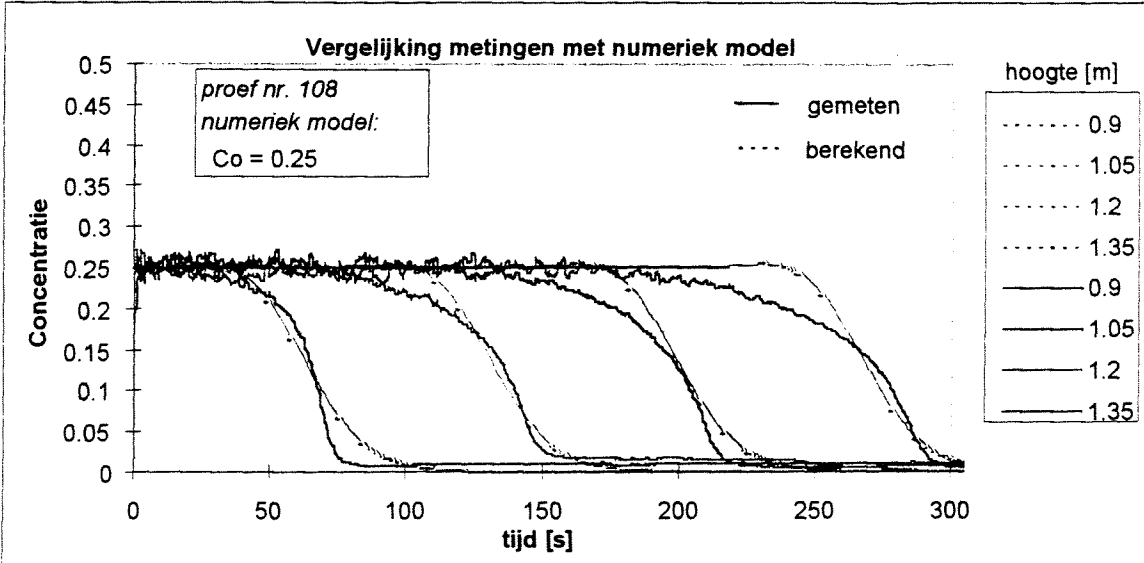




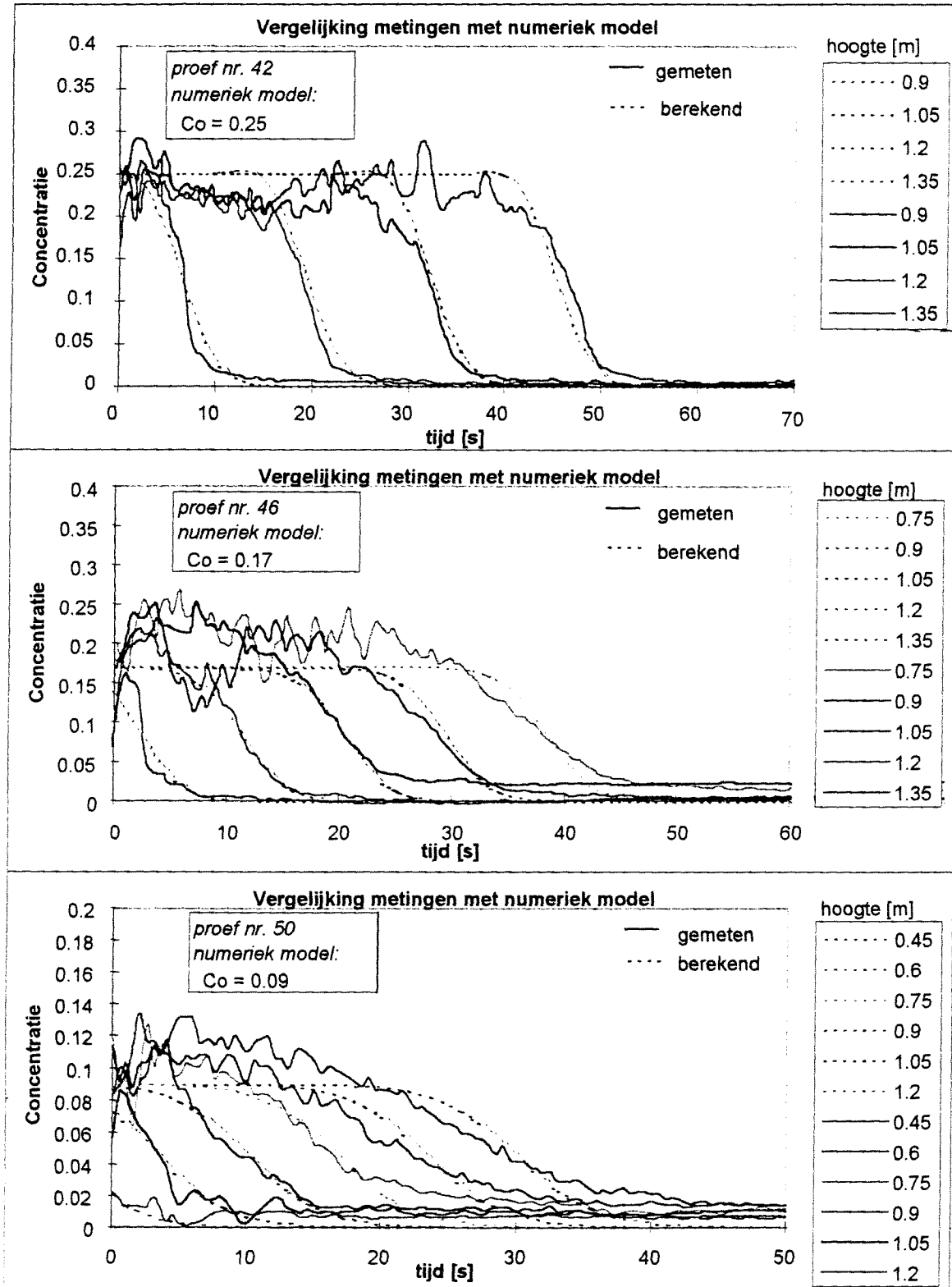
## Bijlage I : Meetplan

proefnummer	zandsoort	volumeconcentratie	temperatuur	turbulentiegraad
proef 30	D <sub>50</sub> = 270 μm	C <sub>v</sub> = 42.8%	T=24.6°C	n=0 [1/s]
proef 31	D <sub>50</sub> = 270 μm	C <sub>v</sub> = 43.6%	T=25.4°C	n=5 [1/s]
proef 32	D <sub>50</sub> = 270 μm	C <sub>v</sub> = 43.1%	T=27°C	n=8 [1/s]
proef 33	D <sub>50</sub> = 270 μm	C <sub>v</sub> = 42.3%	T=27.9°C	n=10 [1/s]
proef 34	D <sub>50</sub> = 270 μm	C <sub>v</sub> = 35.0%	T=26.1°C	n=0 [1/s]
proef 35	D <sub>50</sub> = 270 μm	C <sub>v</sub> = 37.0%	T=26.4°C	n=5 [1/s]
proef 36	D <sub>50</sub> = 270 μm	C <sub>v</sub> = 35.9%	T=28.5°C	n=8 [1/s]
proef 37	D <sub>50</sub> = 270 μm	C <sub>v</sub> = 35.5%	T=29.1°C	n=10 [1/s]
proef 38	D <sub>50</sub> = 270 μm	C <sub>v</sub> = 31.0%	T=27.1°C	n=0 [1/s]
proef 39	D <sub>50</sub> = 270 μm	C <sub>v</sub> = 31.2%	T=27.5°C	n=5 [1/s]
proef 40	D <sub>50</sub> = 270 μm	C <sub>v</sub> = 30.4%	T=28.3°C	n=8 [1/s]
proef 41	D <sub>50</sub> = 270 μm	C <sub>v</sub> = 30.3%	T=28.8°C	n=10 [1/s]
proef 42	D <sub>50</sub> = 270 μm	C <sub>v</sub> = 25.1%	T=24.7°C	n=0 [1/s]
proef 43	D <sub>50</sub> = 270 μm	C <sub>v</sub> = 27.3%	T=25.1°C	n=5 [1/s]
proef 44	D <sub>50</sub> = 270 μm	C <sub>v</sub> = 26.1%	T=25.6°C	n=8 [1/s]
proef 45	D <sub>50</sub> = 270 μm	C <sub>v</sub> = 24.7%	T=26.2°C	n=10 [1/s]
proef 46	D <sub>50</sub> = 270 μm	C <sub>v</sub> = 16.0%	T=21.7°C	n=0 [1/s]
proef 47	D <sub>50</sub> = 270 μm	C <sub>v</sub> = 15.2%	T=22°C	n=5 [1/s]
proef 48	D <sub>50</sub> = 270 μm	C <sub>v</sub> = 15.1%	T=22.2°C	n=8 [1/s]
proef 49	D <sub>50</sub> = 270 μm	C <sub>v</sub> = 15.3%	T=22.5°C	n=10 [1/s]
proef 50	D <sub>50</sub> = 270 μm	C <sub>v</sub> = 5.5%	T=17.9°C	n=0 [1/s]
proef 51	D <sub>50</sub> = 270 μm	C <sub>v</sub> = 5.8%	T=18.3°C	n=5 [1/s]
proef 52	D <sub>50</sub> = 270 μm	C <sub>v</sub> = 6.2%	T=18.7°C	n=8 [1/s]
proef 53	D <sub>50</sub> = 270 μm	C <sub>v</sub> = 6.0%	T=19.1°C	n=10 [1/s]
proef 100	D <sub>50</sub> = 80 μm	C <sub>v</sub> = 39.6%	T=24.9°C	n=0 [1/s]
proef 101	D <sub>50</sub> = 80 μm	C <sub>v</sub> = 41.1%	T=26.3°C	n=5 [1/s]
proef 102	D <sub>50</sub> = 80 μm	C <sub>v</sub> = 43.4%	T=26.1°C	n=8 [1/s]
proef 103	D <sub>50</sub> = 80 μm	C <sub>v</sub> = 45.0%	T=26°C	n=10 [1/s]
proef 104	D <sub>50</sub> = 80 μm	C <sub>v</sub> = 35.0%	T=22.9°C	n=0 [1/s]
proef 105	D <sub>50</sub> = 80 μm	C <sub>v</sub> = 36.2%	T=23.9°C	n=5 [1/s]
proef 106	D <sub>50</sub> = 80 μm	C <sub>v</sub> = 35.1%	T=25.1°C	n=8 [1/s]
proef 107	D <sub>50</sub> = 80 μm	C <sub>v</sub> = 36.4%	T=26.3°C	n=10 [1/s]
proef 108	D <sub>50</sub> = 80 μm	C <sub>v</sub> = 24.3%	T=24.2°C	n=0 [1/s]
proef 109	D <sub>50</sub> = 80 μm	C <sub>v</sub> = 25.1%	T=24.6°C	n=5 [1/s]
proef 110	D <sub>50</sub> = 80 μm	C <sub>v</sub> = 25.9%	T=25.2°C	n=8 [1/s]
proef 111	D <sub>50</sub> = 80 μm	C <sub>v</sub> = 26.4%	T=25.6°C	n=10 [1/s]
proef 112	D <sub>50</sub> = 80 μm	C <sub>v</sub> = 15.2%	T=21.2°C	n=0 [1/s]
proef 113	D <sub>50</sub> = 80 μm	C <sub>v</sub> = 14.5%	T=21.7°C	n=5 [1/s]
proef 114	D <sub>50</sub> = 80 μm	C <sub>v</sub> = 15.4%	T=22.2°C	n=8 [1/s]
proef 115	D <sub>50</sub> = 80 μm	C <sub>v</sub> = 14.9%	T=22.9°C	n=10 [1/s]
proef 116	D <sub>50</sub> = 80 μm	C <sub>v</sub> = 4.6%	T=18.8°C	n=0 [1/s]
proef 117	D <sub>50</sub> = 80 μm	C <sub>v</sub> = 5.3%	T=19°C	n=5 [1/s]
proef 118	D <sub>50</sub> = 80 μm	C <sub>v</sub> = 5.5%	T=19.2°C	n=8 [1/s]
proef 119	D <sub>50</sub> = 80 μm	C <sub>v</sub> = 3.5%	T=19.5°C	n=10 [1/s]

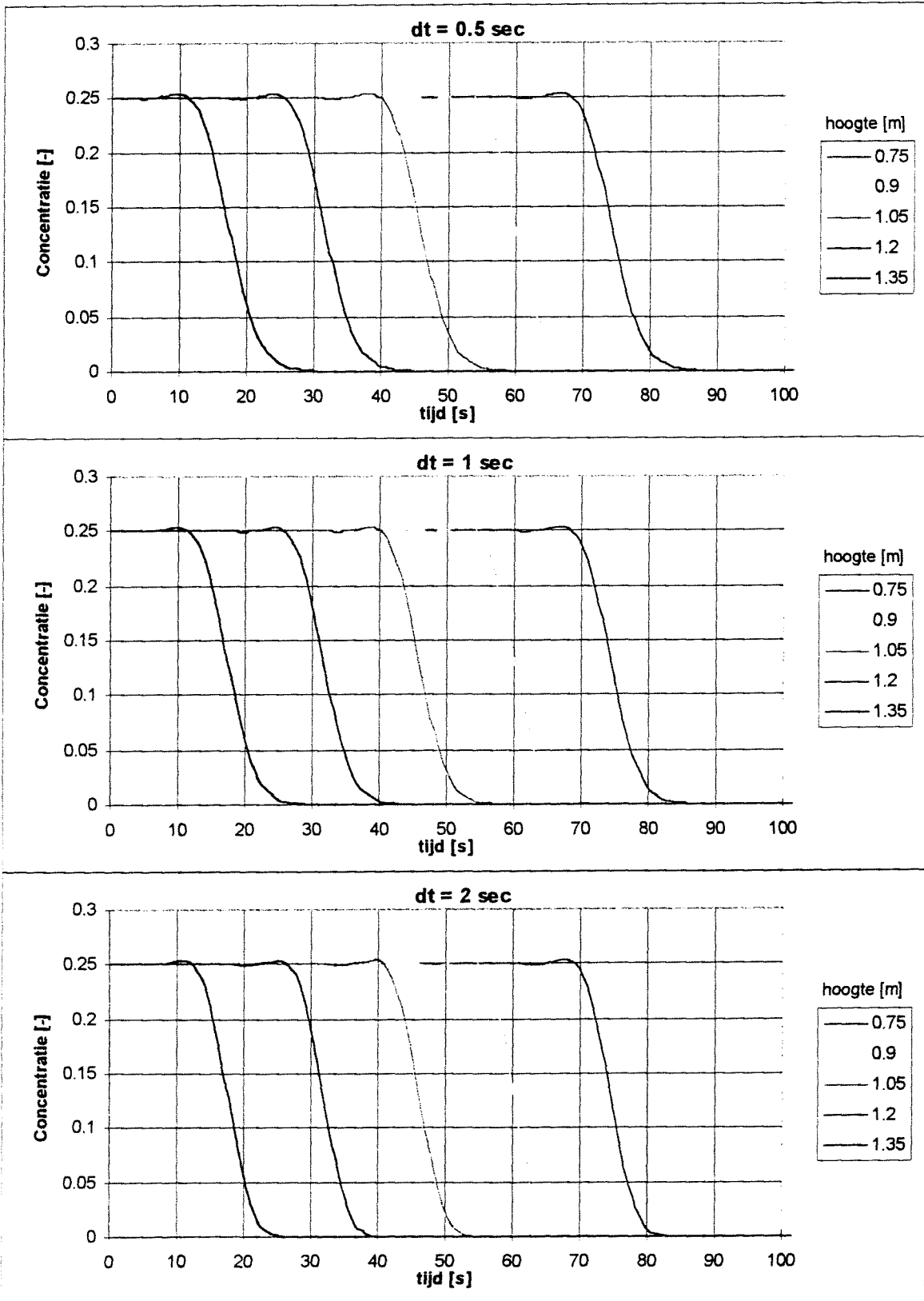
**Bijlage J : Convectie model met proefresultaten zonder turbulentie,  $D=80\mu\text{m}$ .**



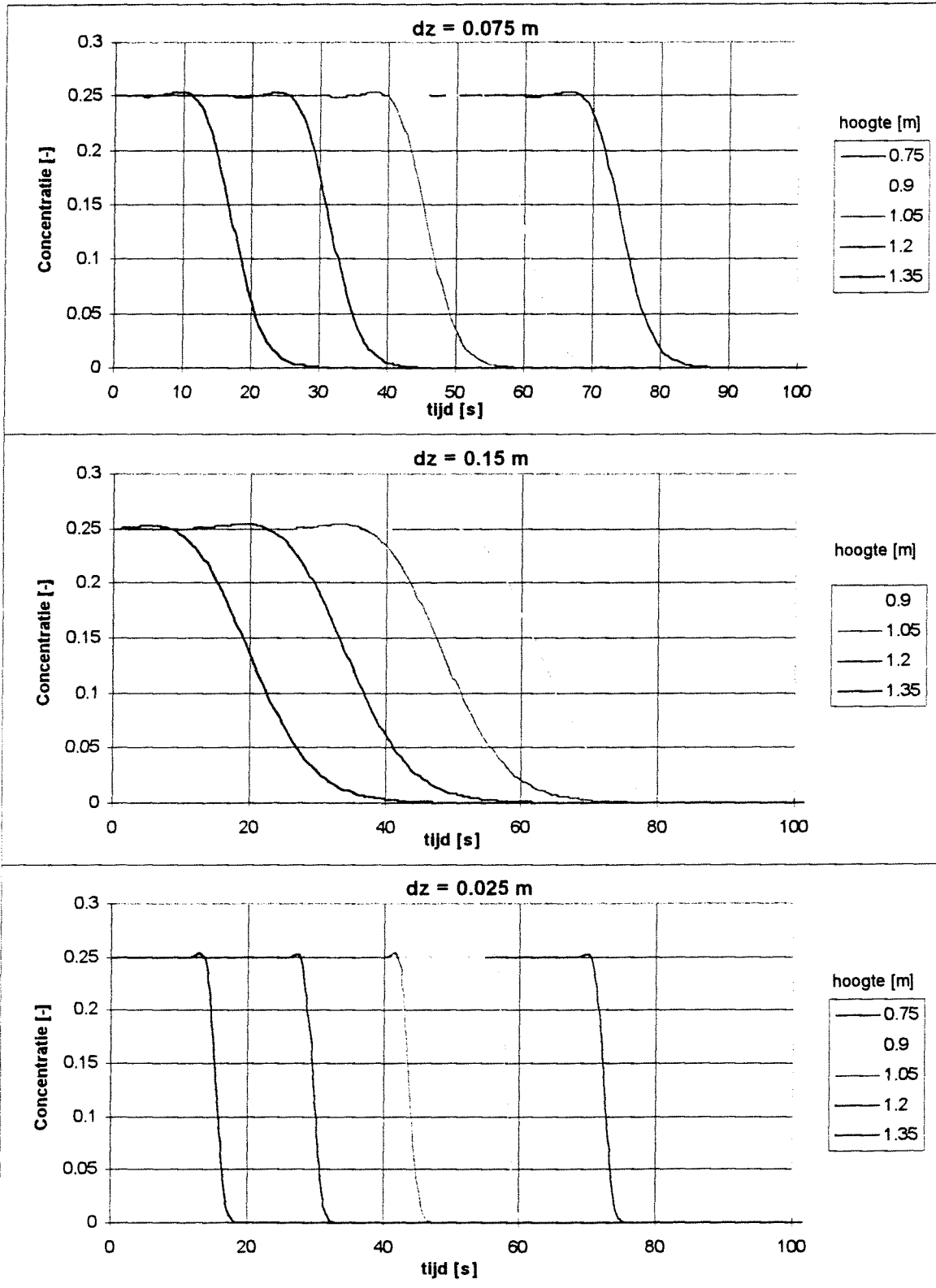
**Bijlage K : Convectie model met proefresultaten zonder turbulentie,  $D=270\mu\text{m}$ .**



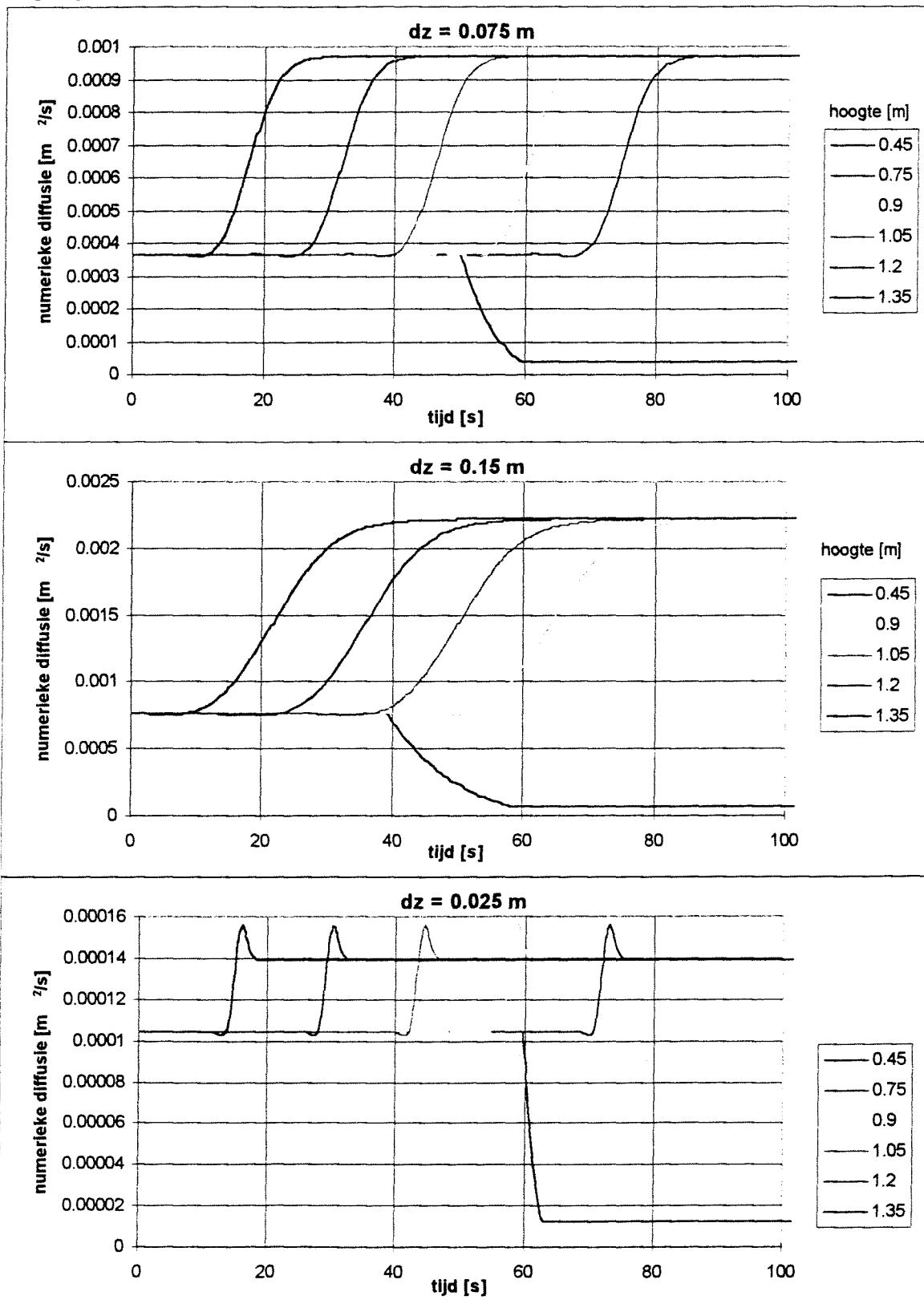
### Bijlage L : Gevoeligheid convectie model voor $\Delta t$ .



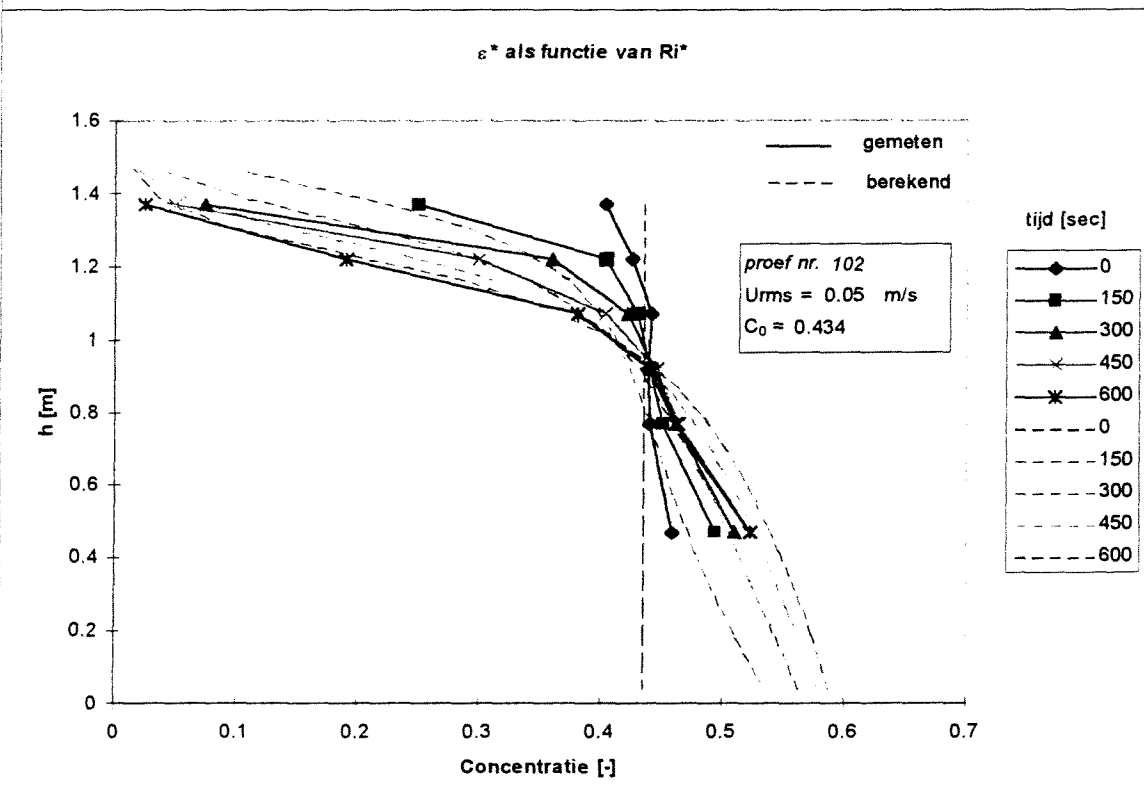
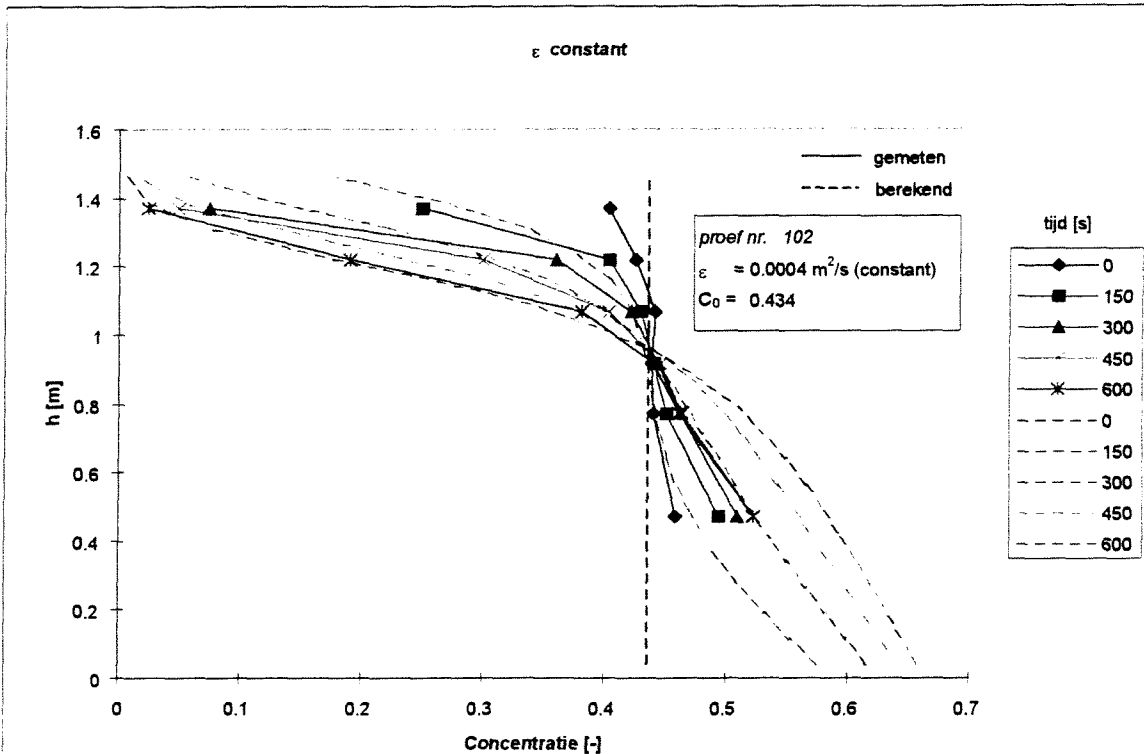
### Bijlage M : Gevoeligheid convectie model voor $\Delta z$ .

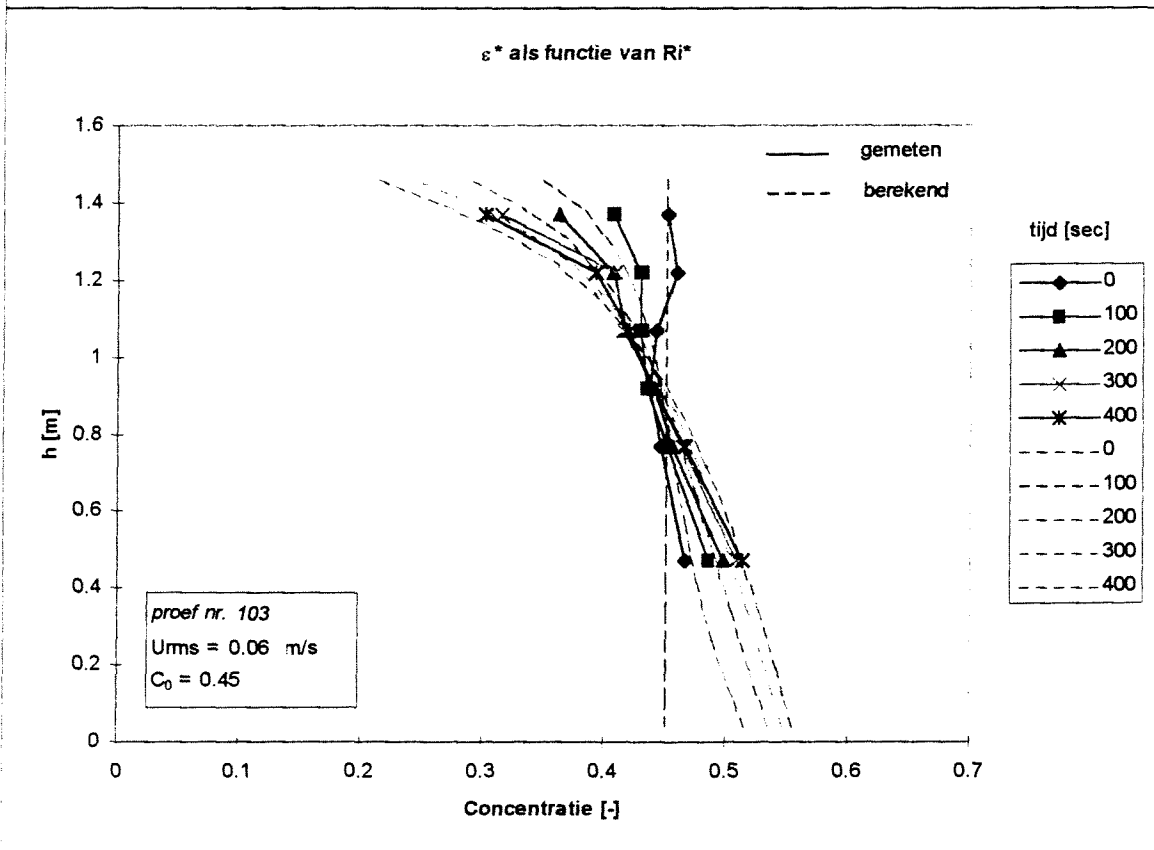
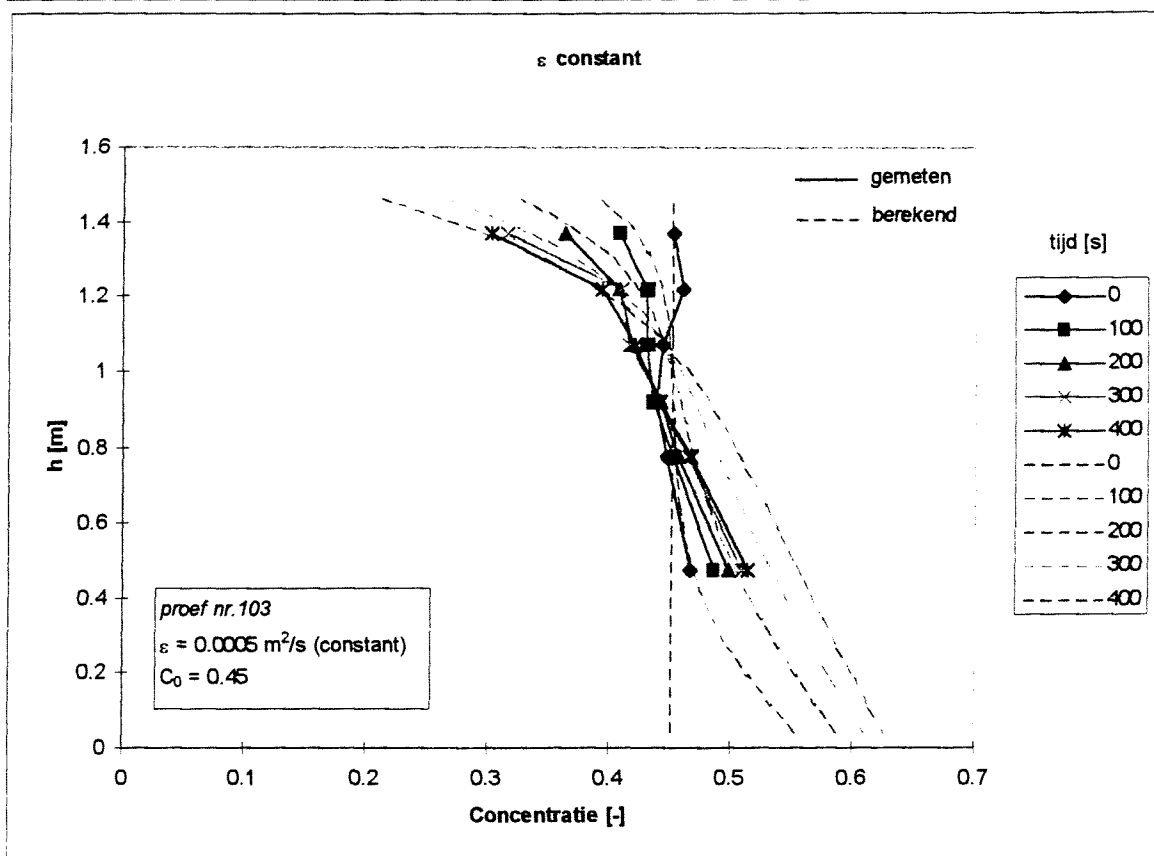


## Bijlage N : Numerieke diffusie convectie model tijdens simulatie.

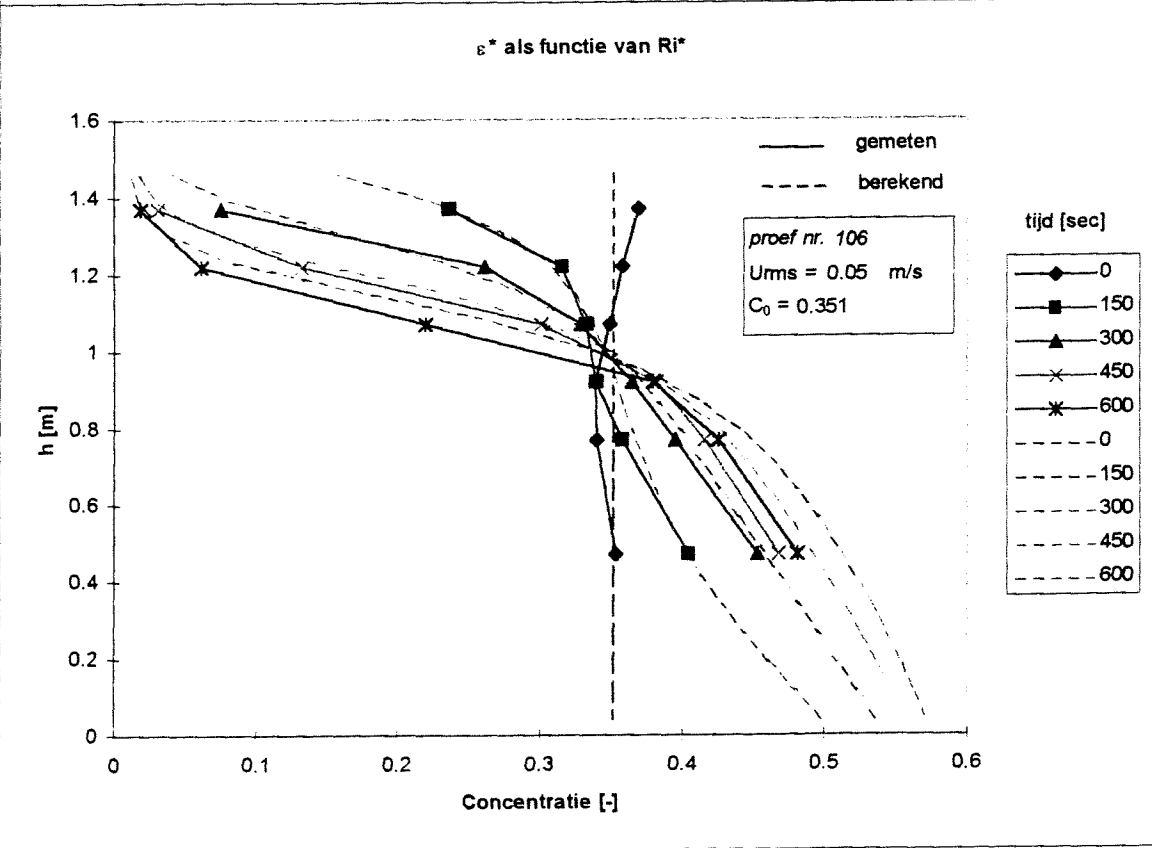
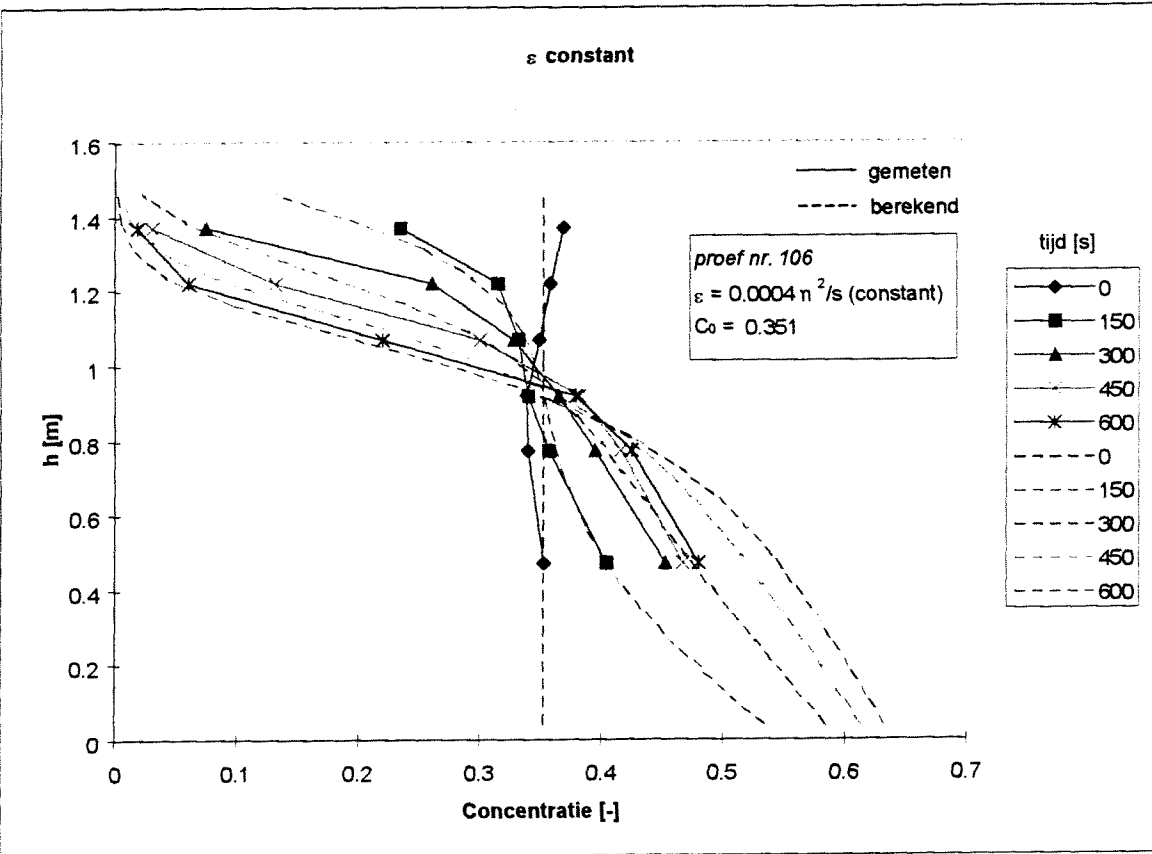


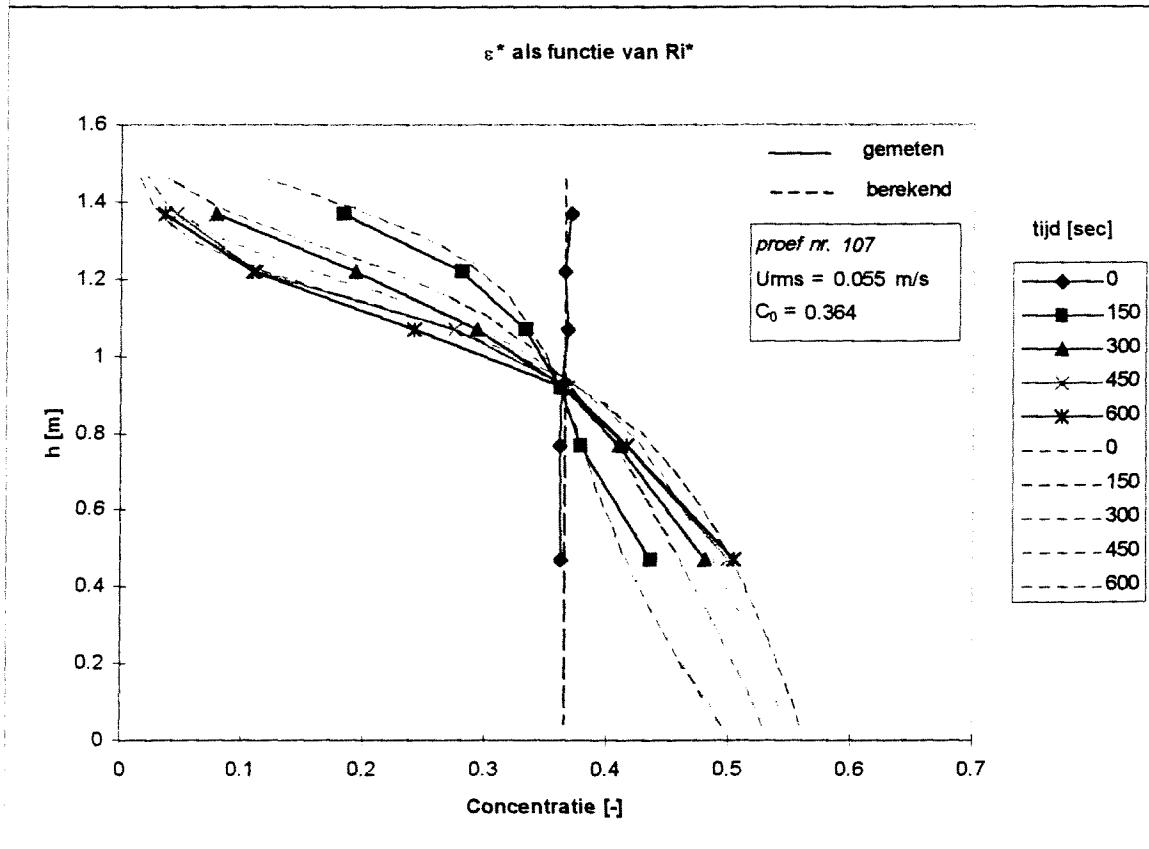
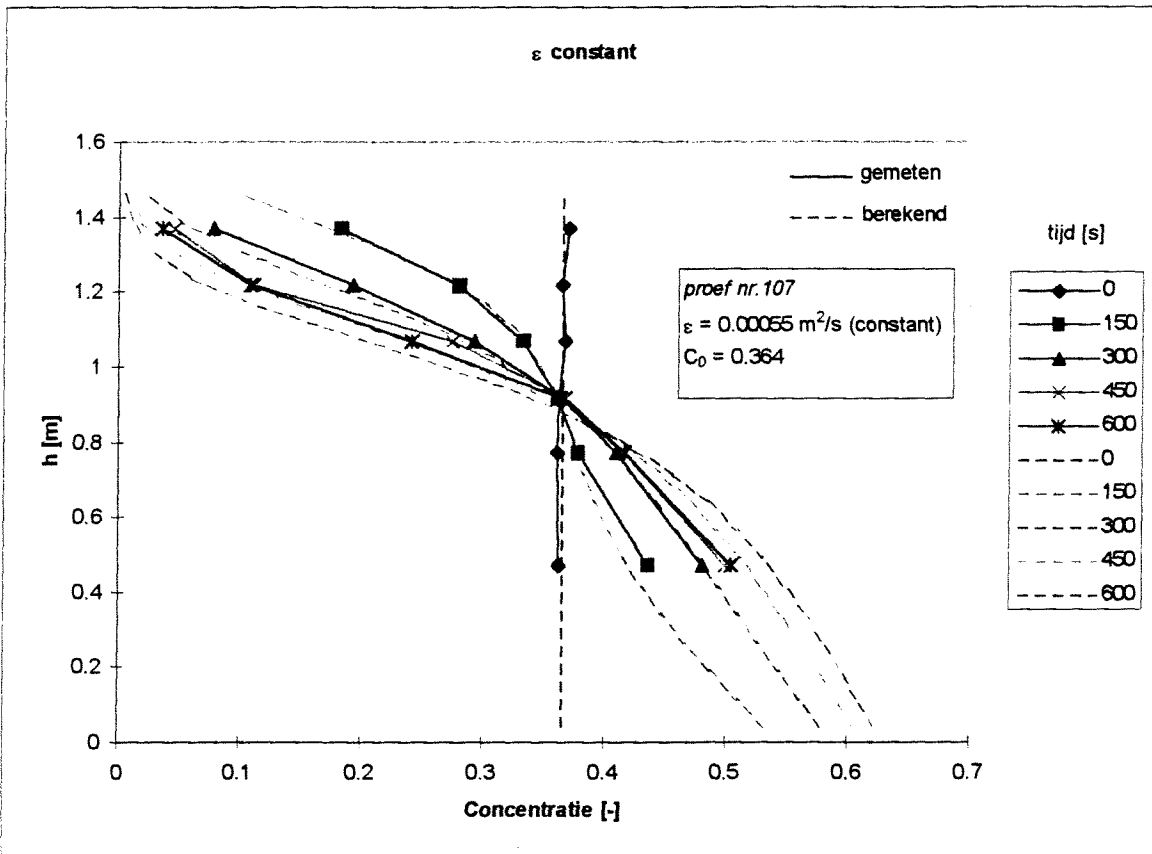
### Bijlage O : Convectie diffusie modellen met proefresultaten met turbulentie, $D=80\mu\text{m}$ .

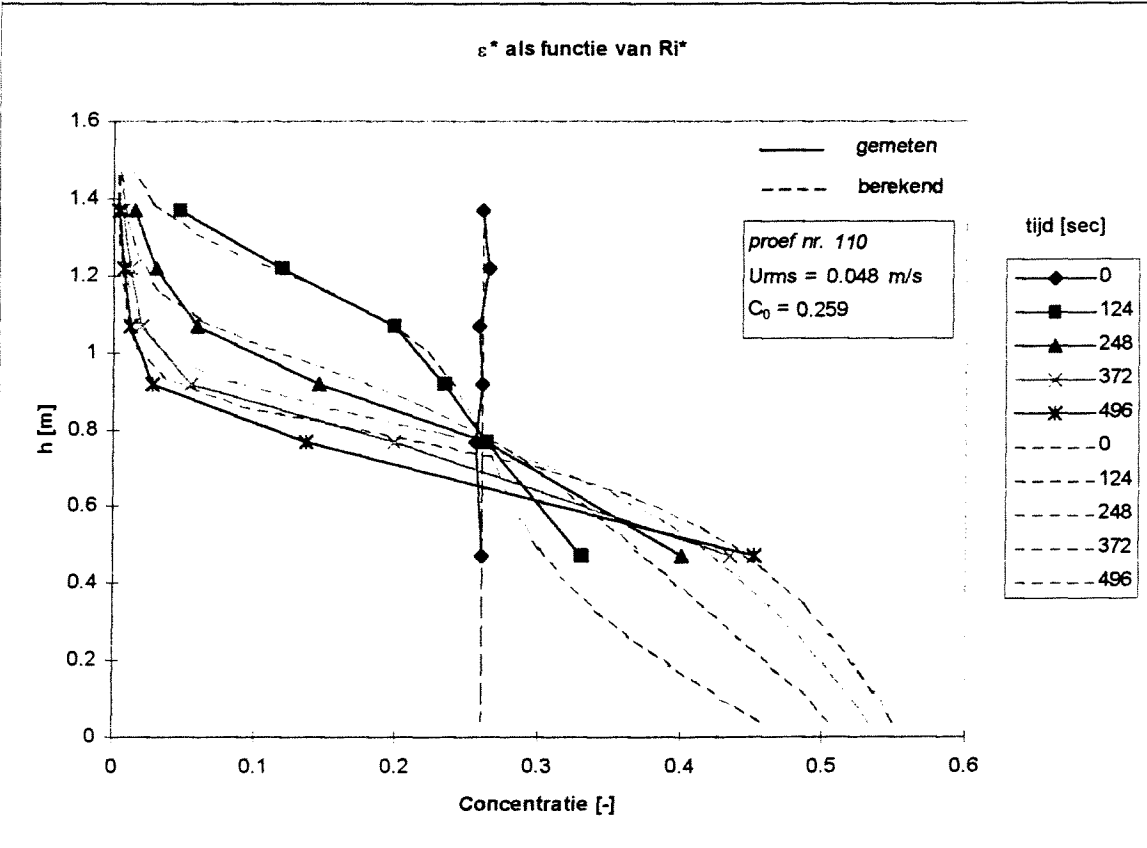
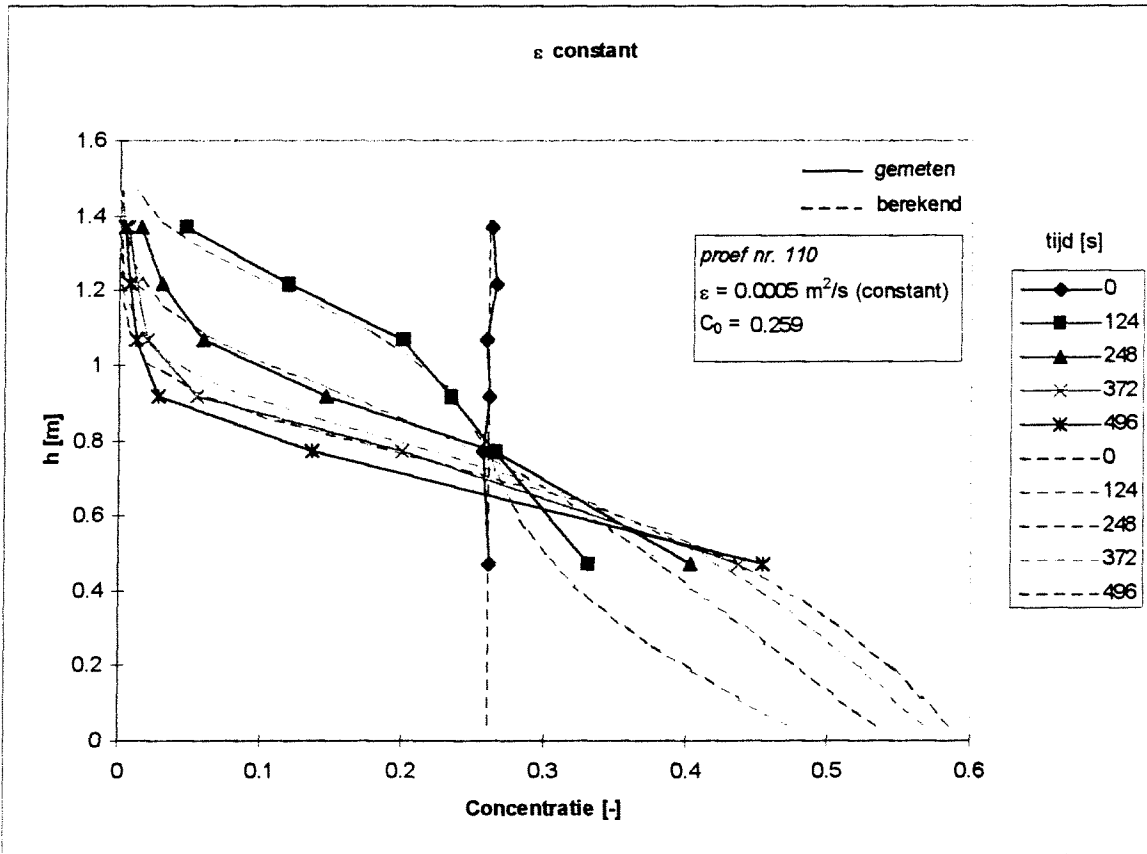


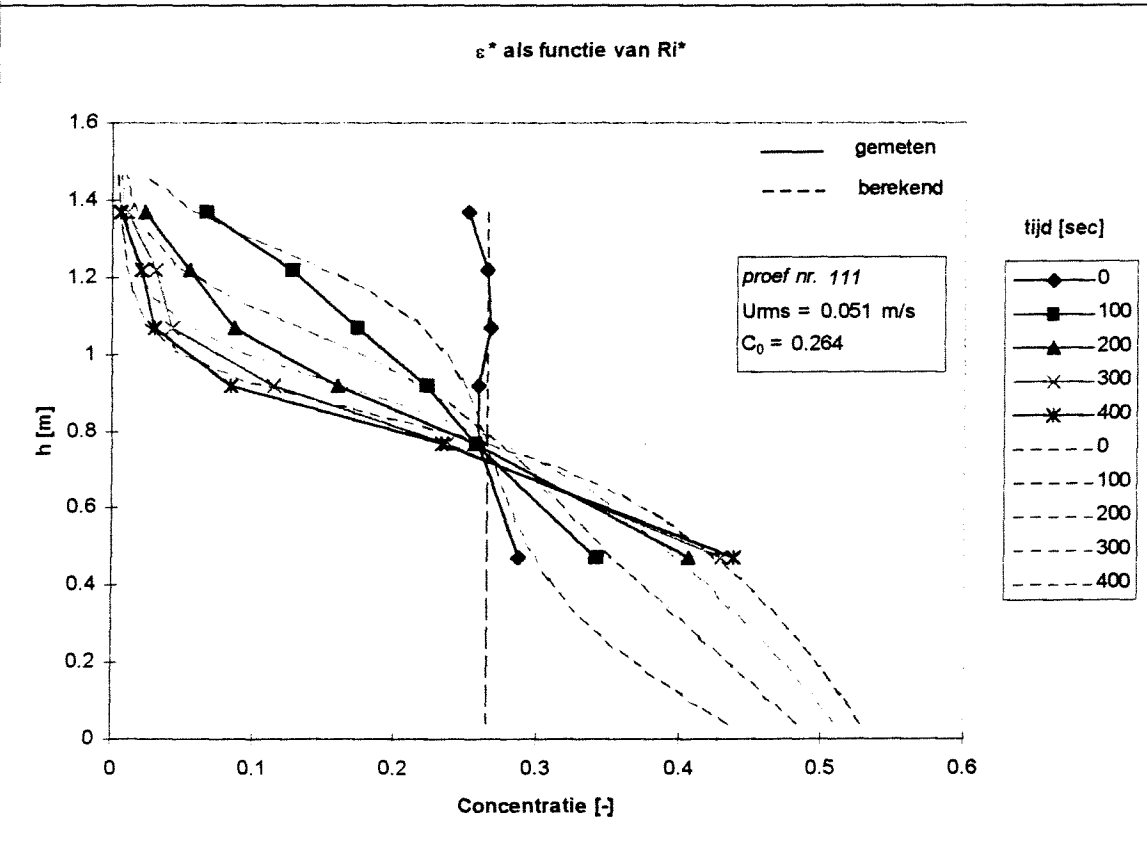
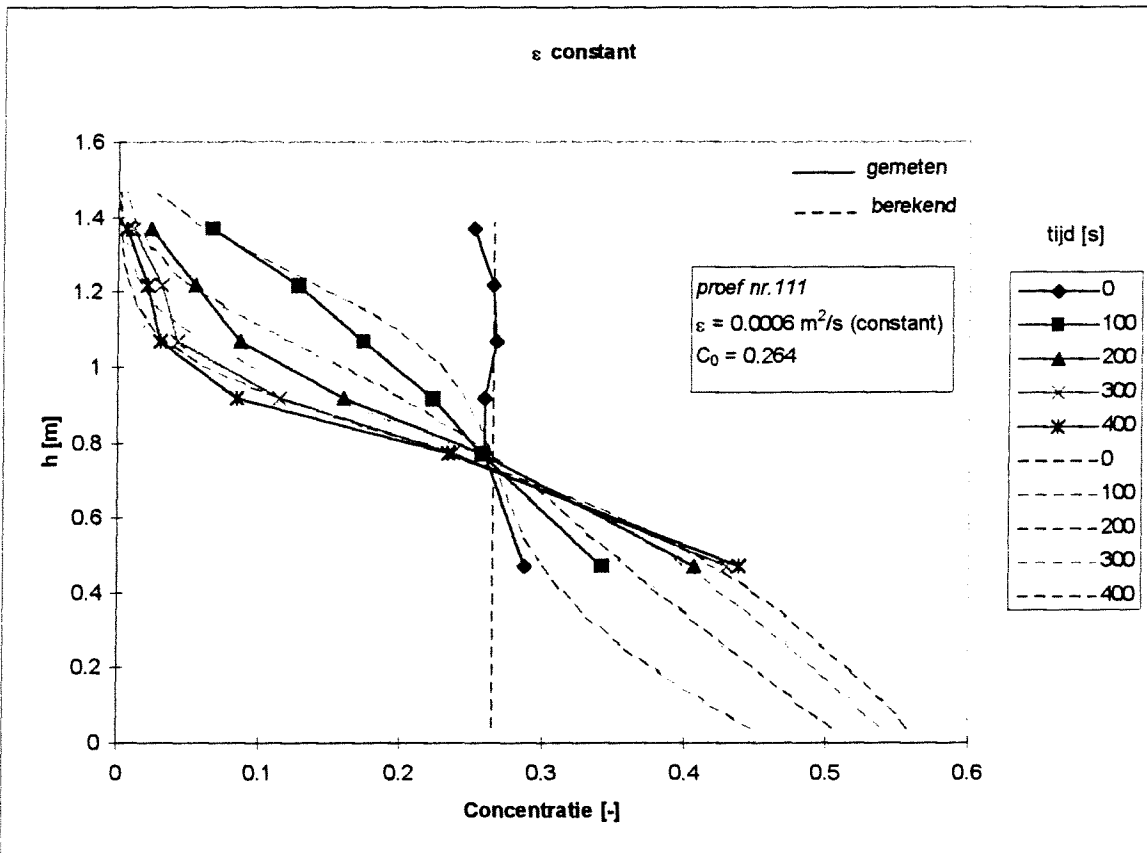


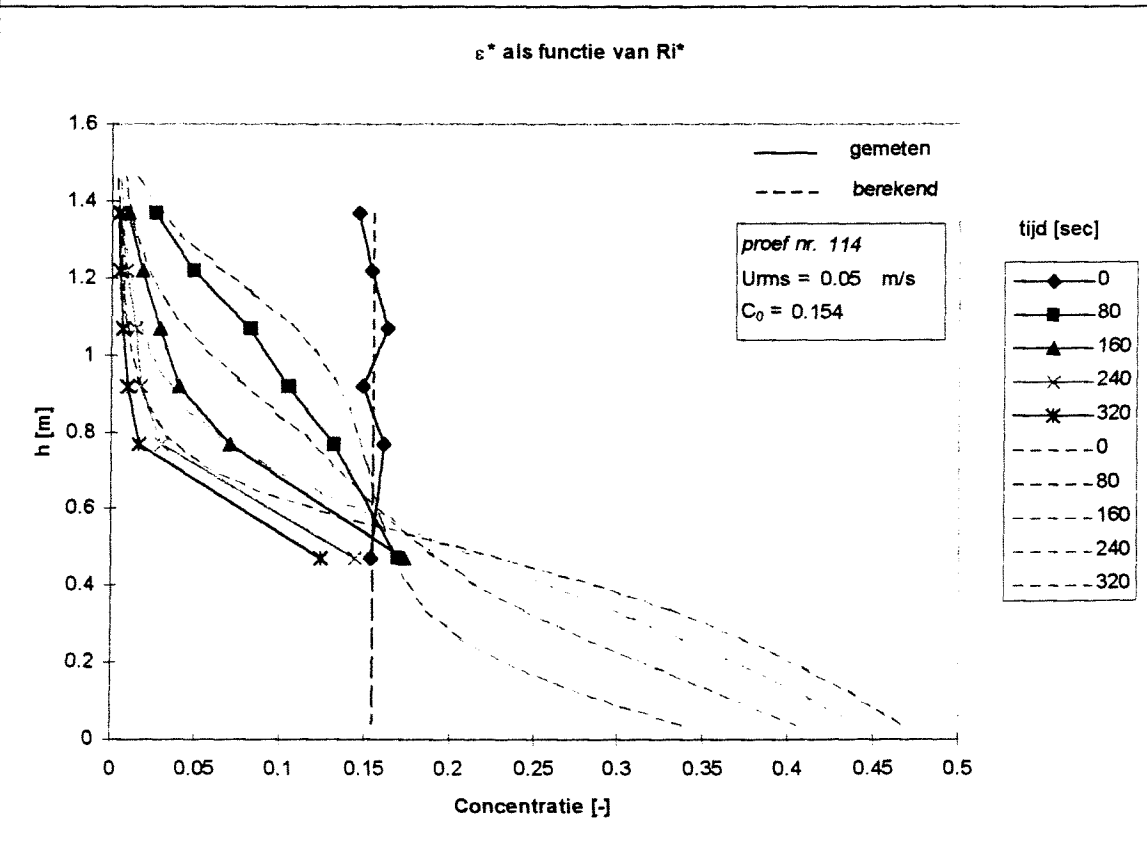
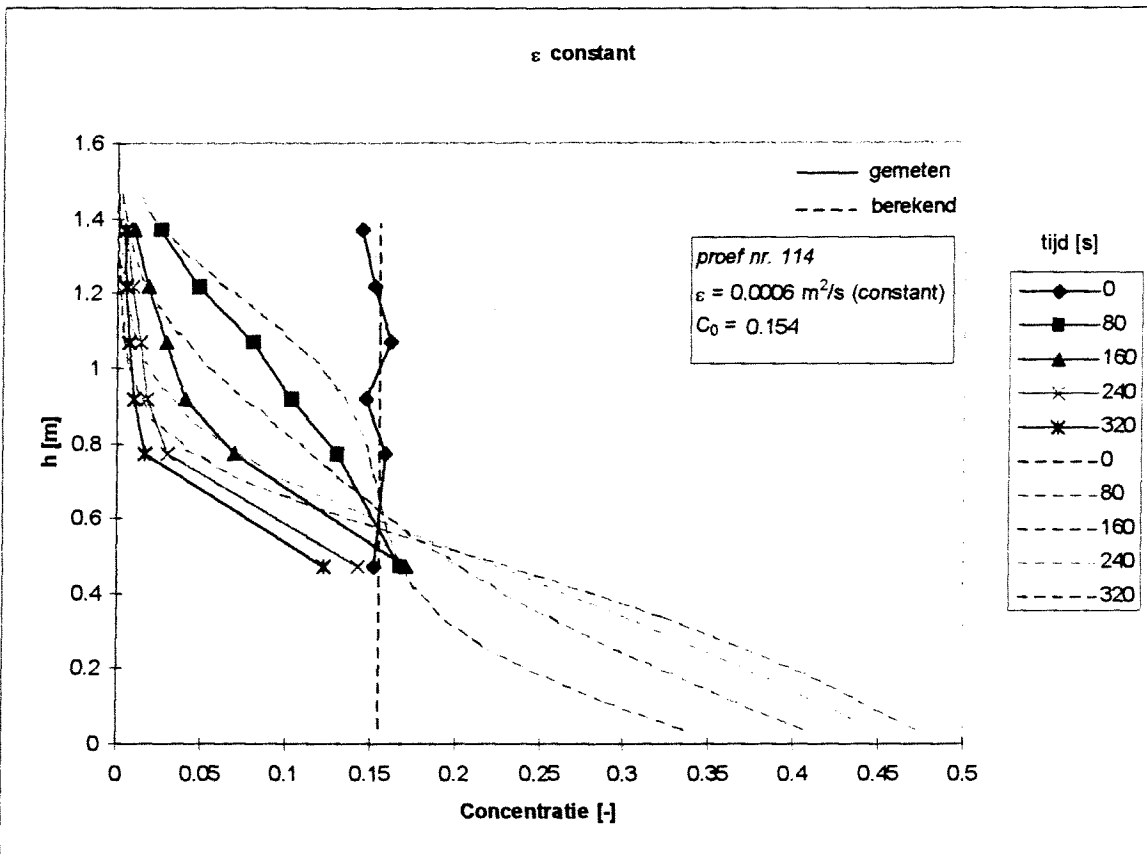


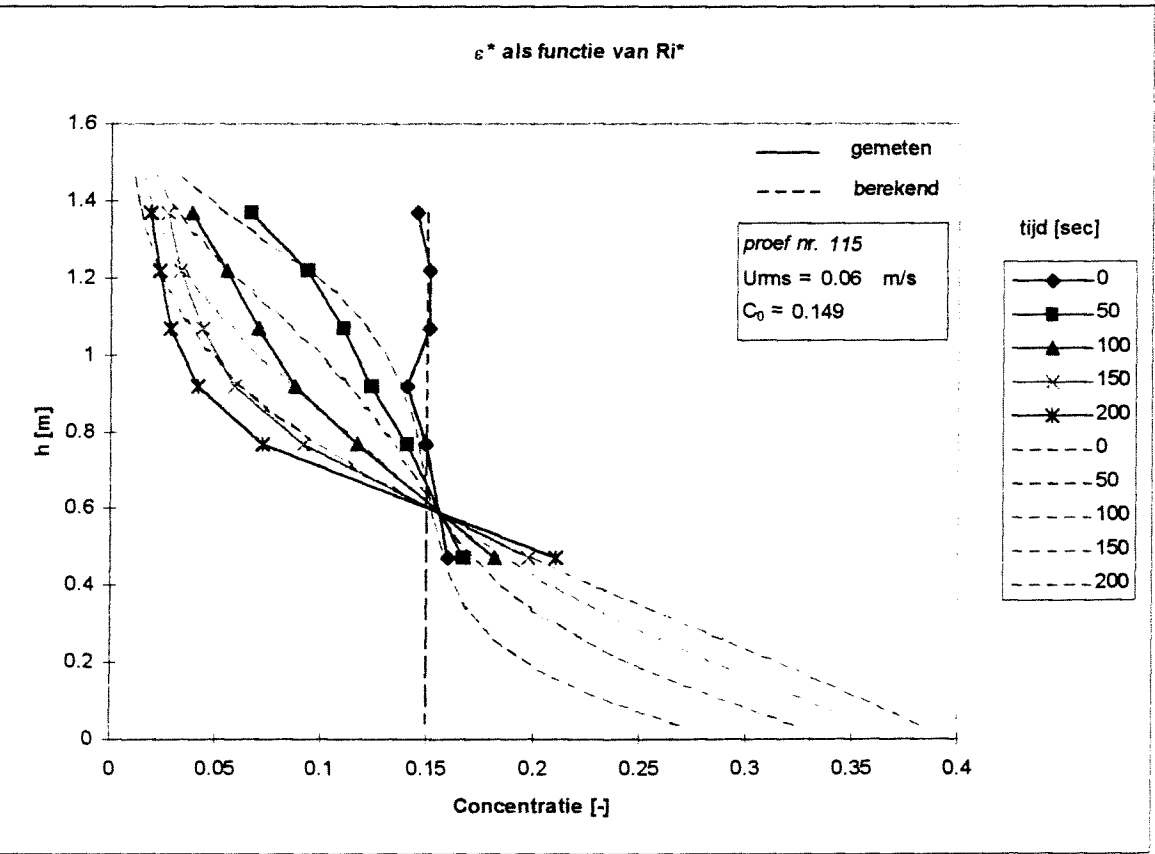
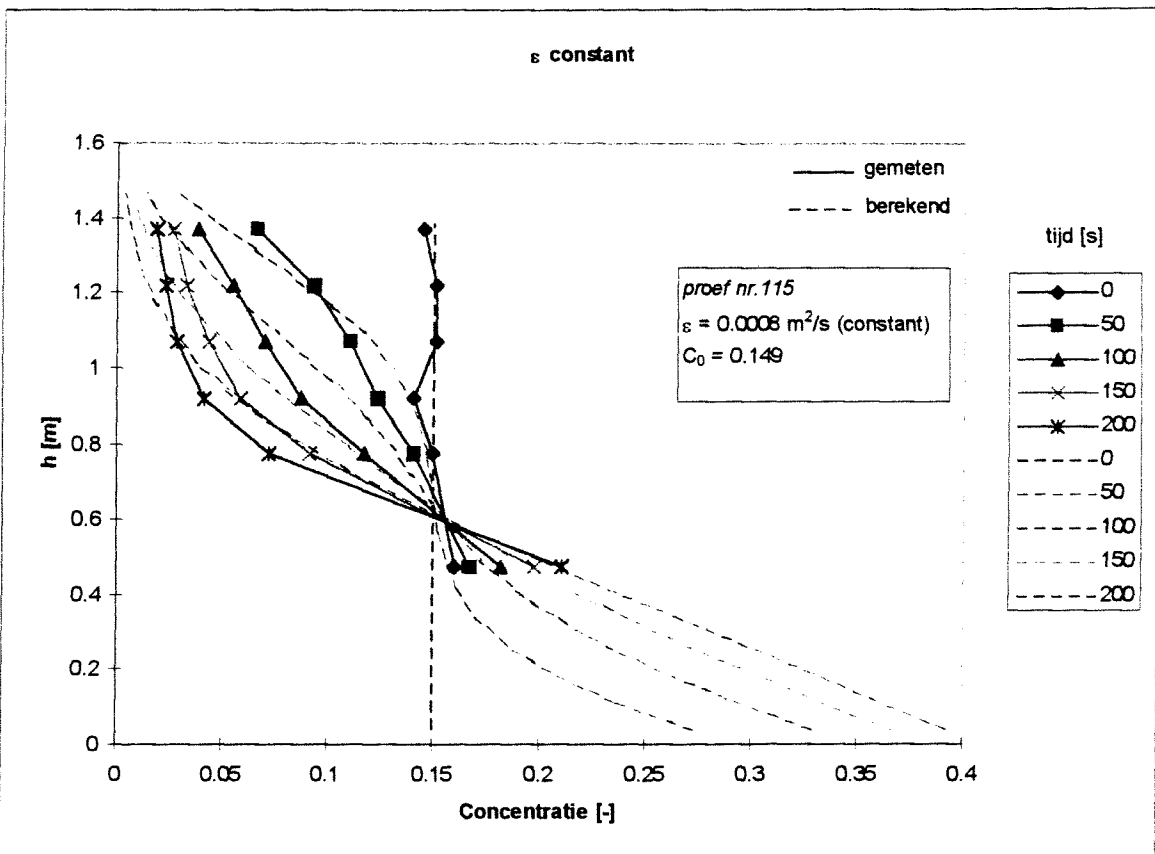


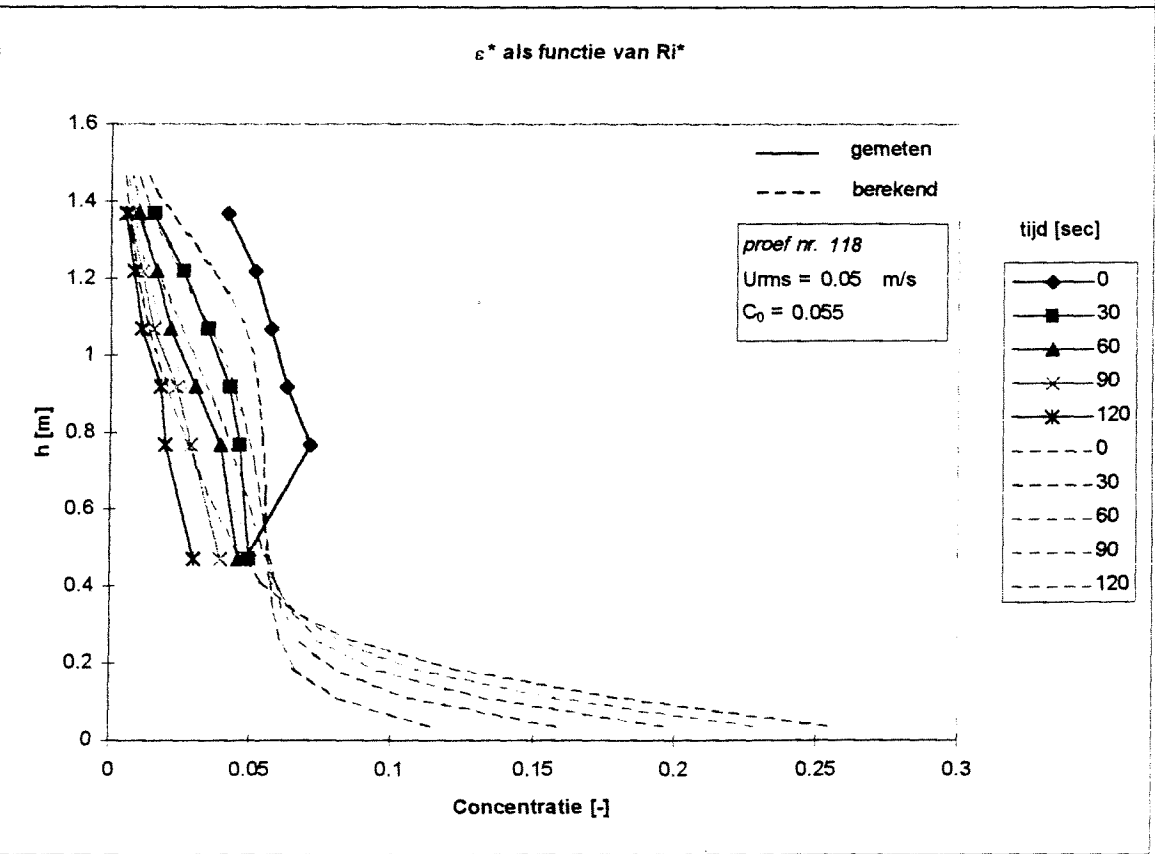
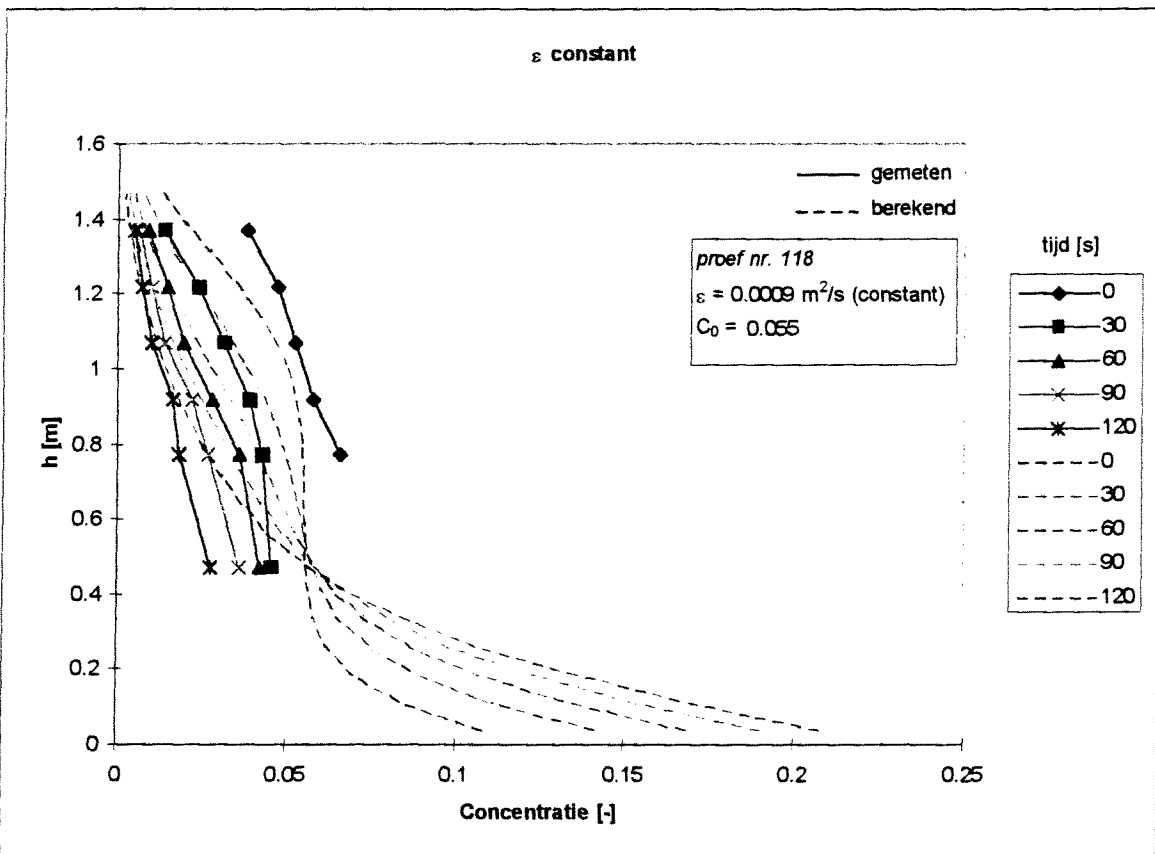


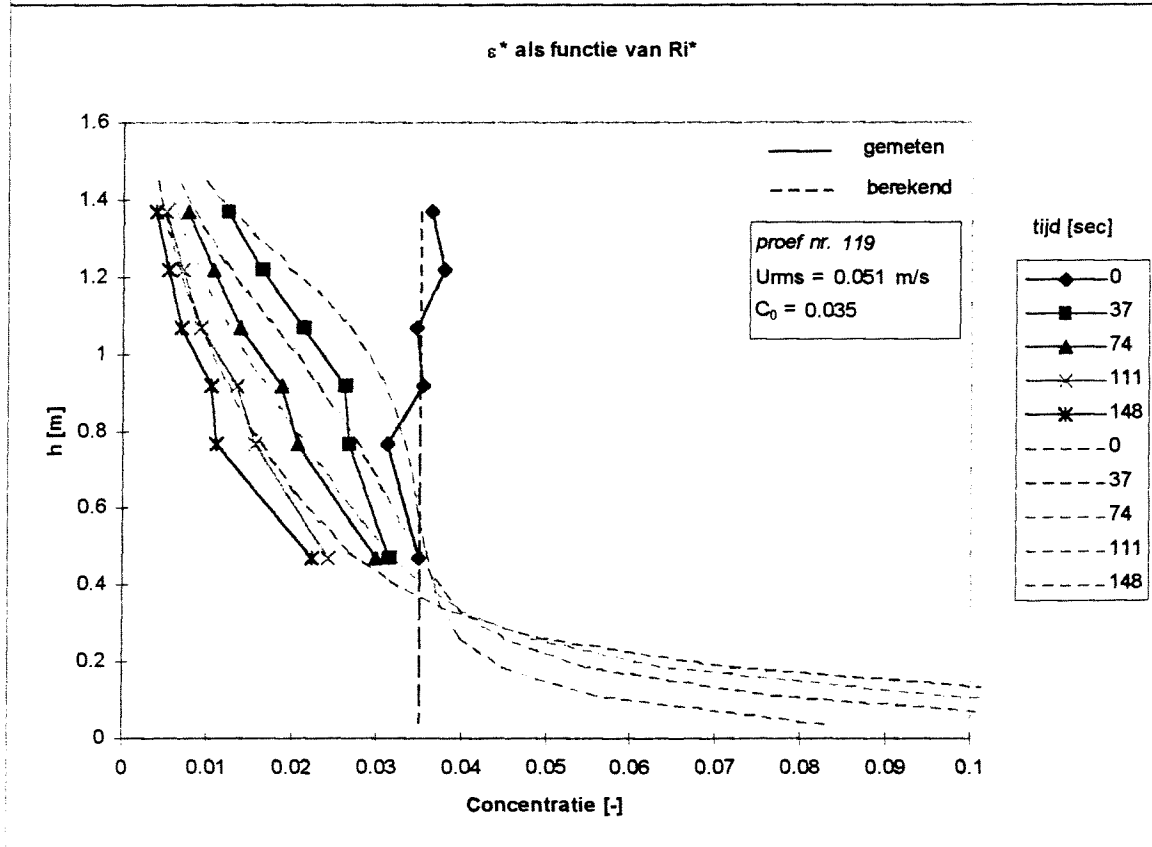
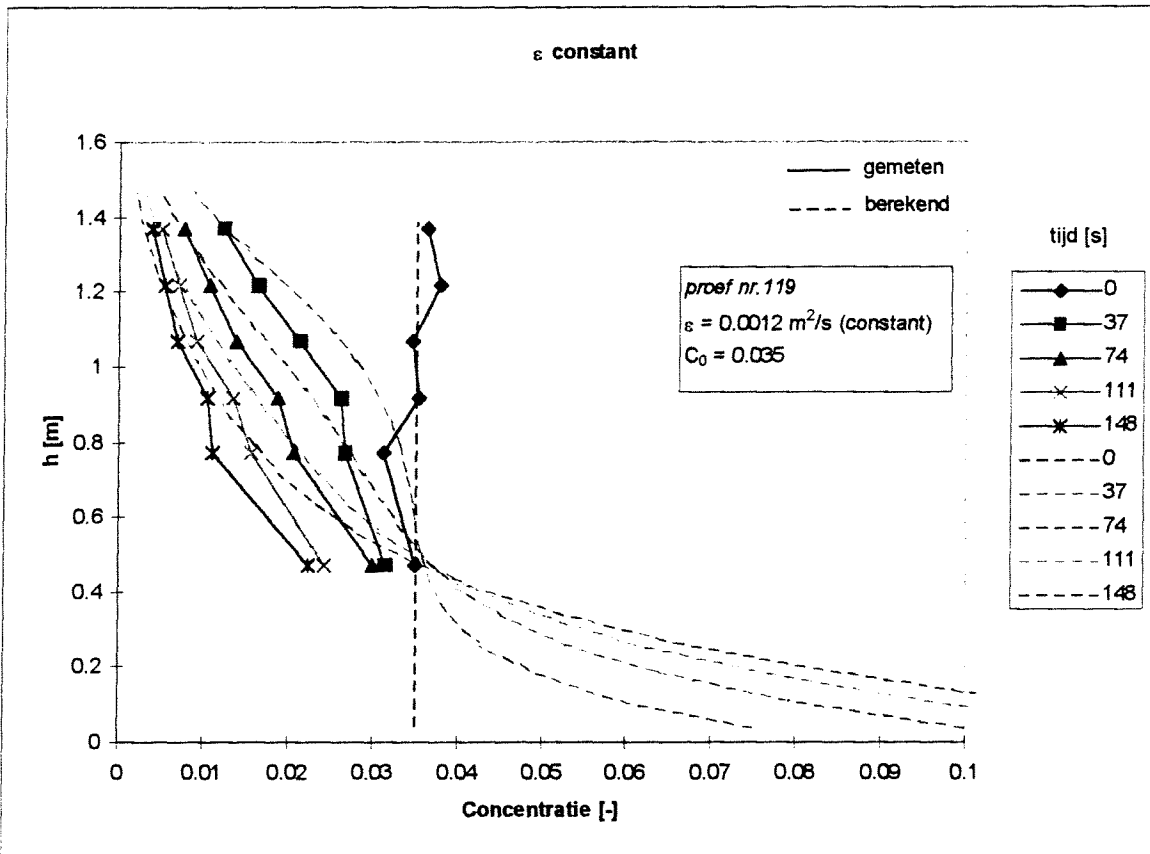






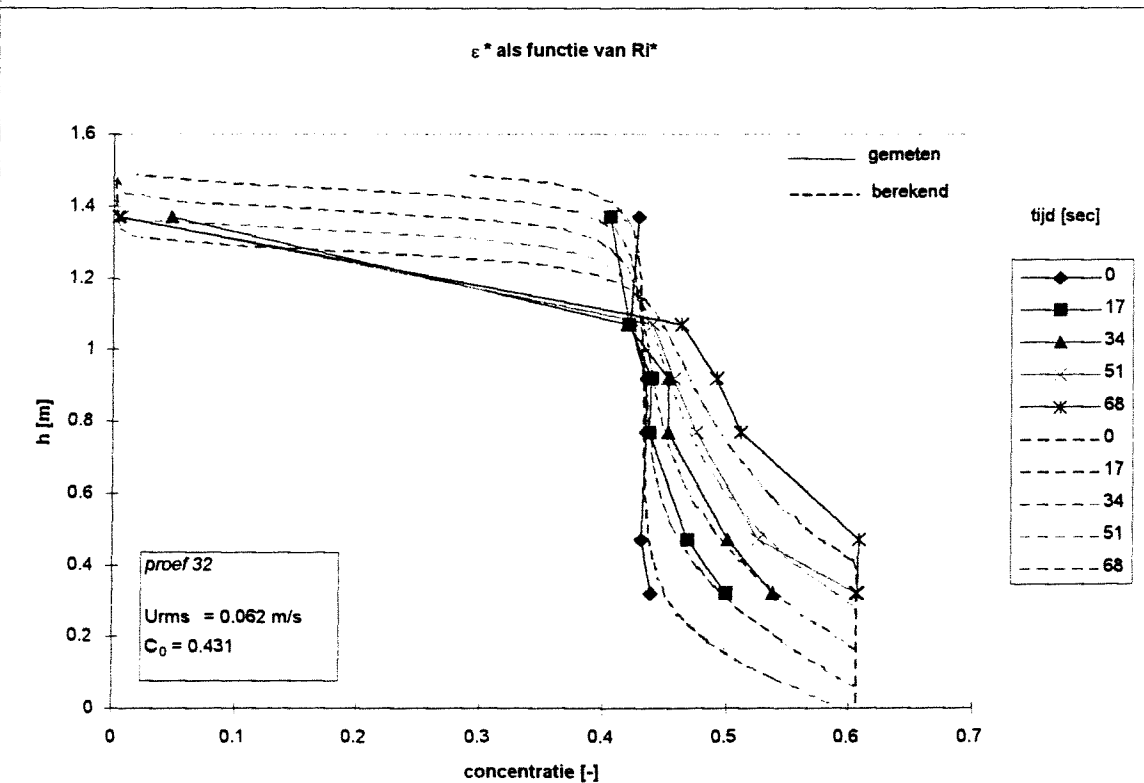
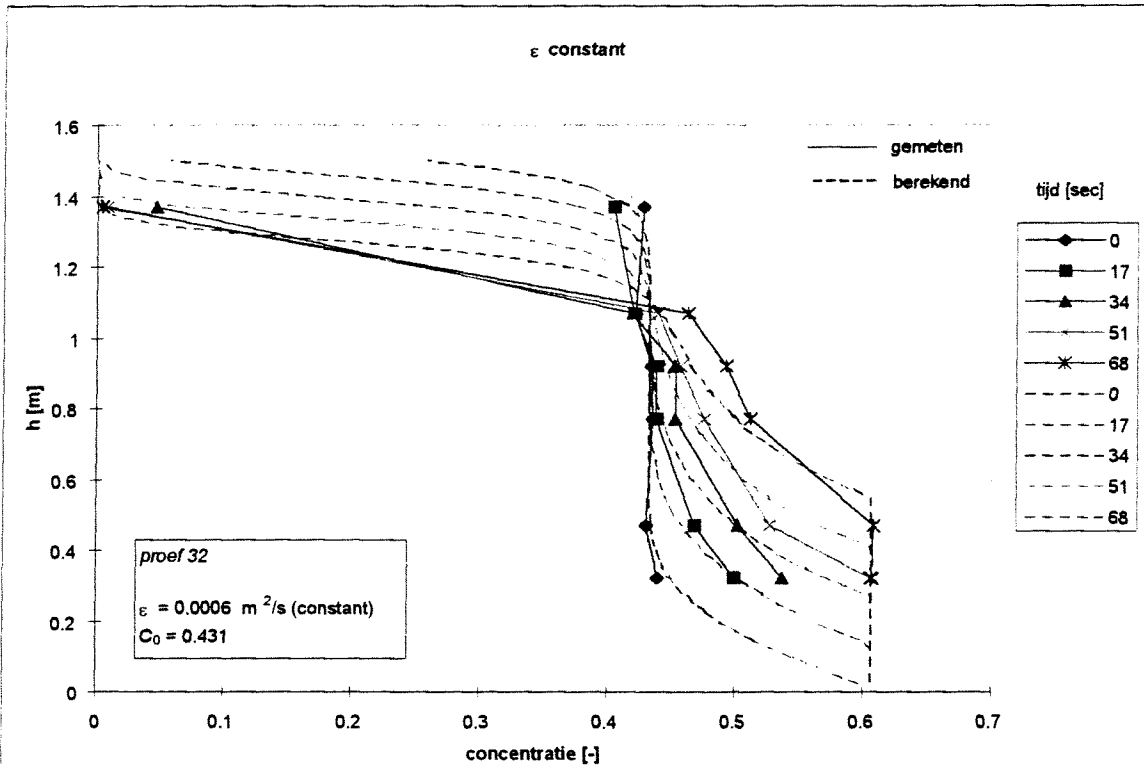


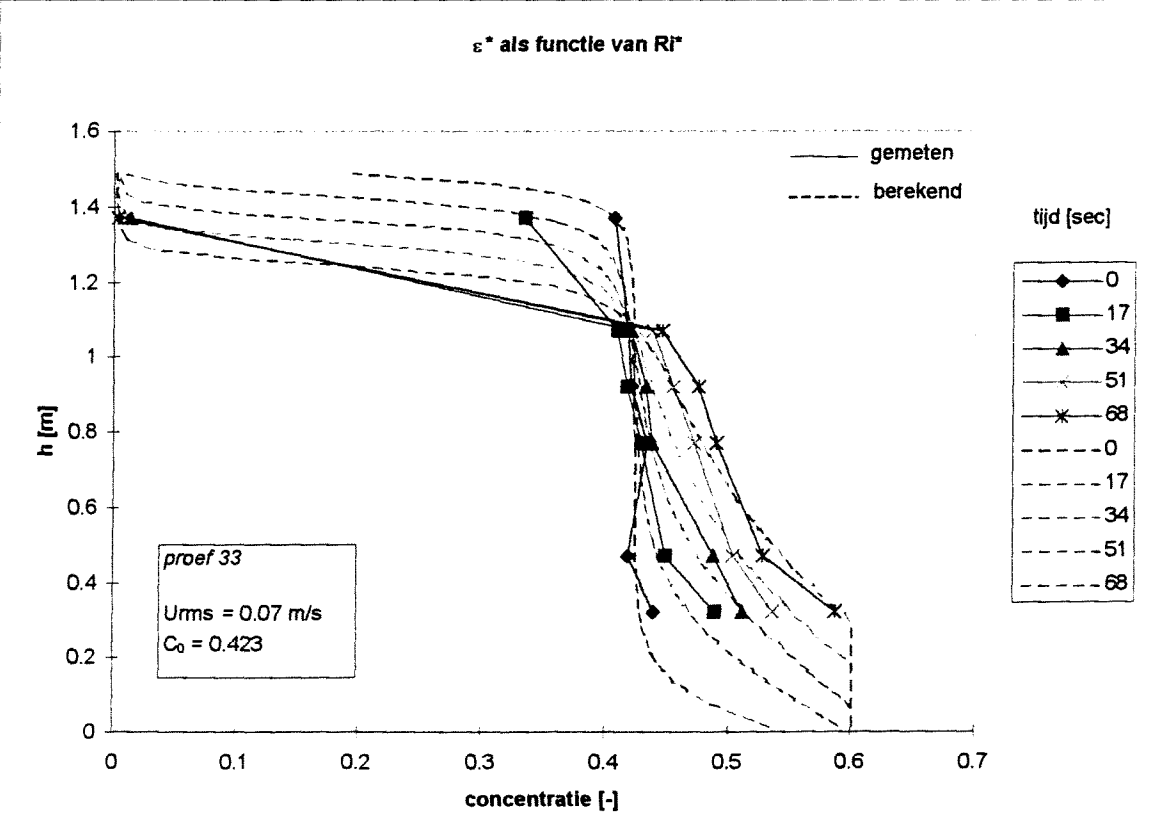
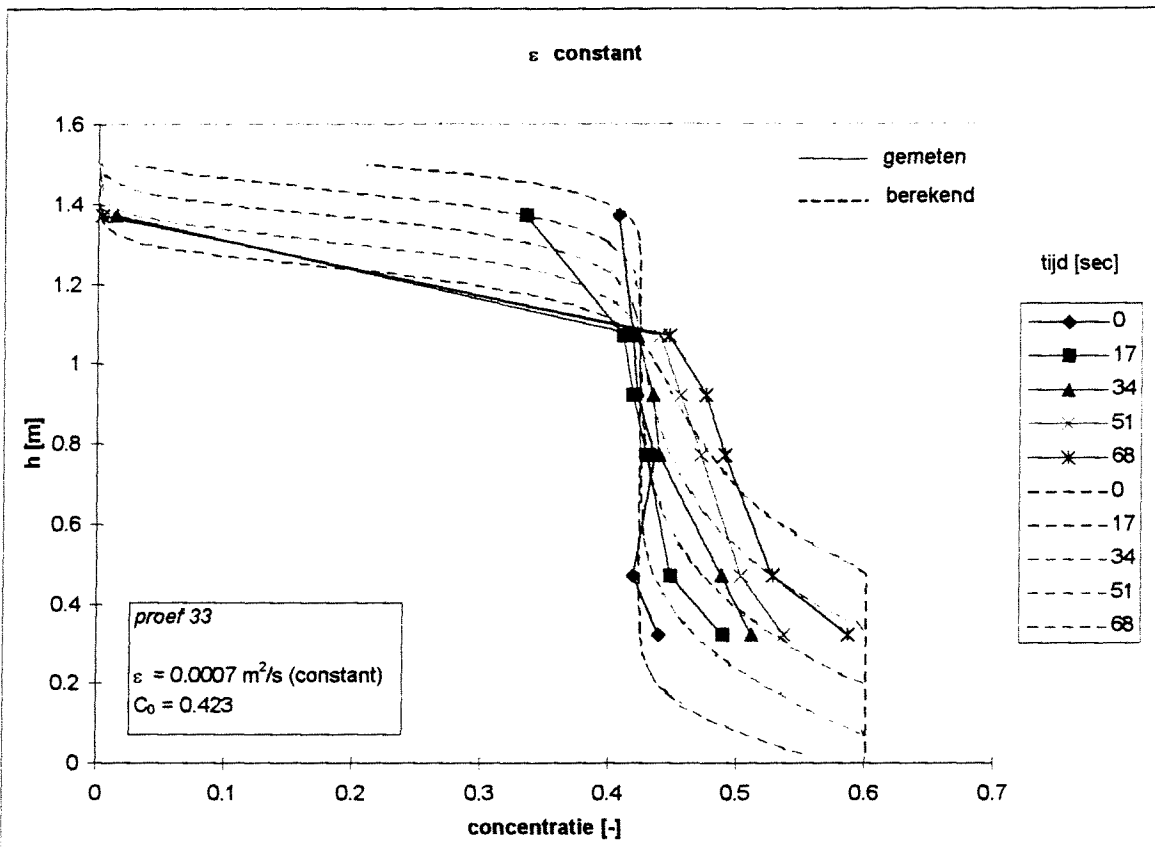


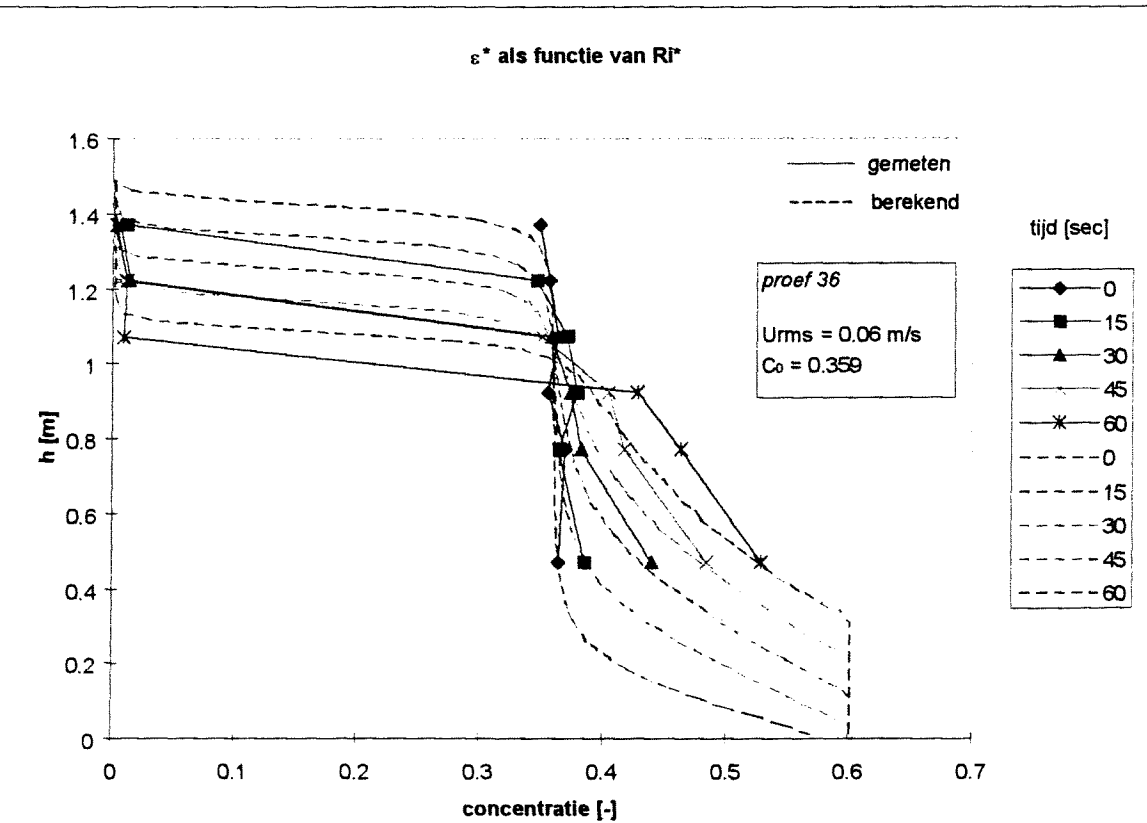
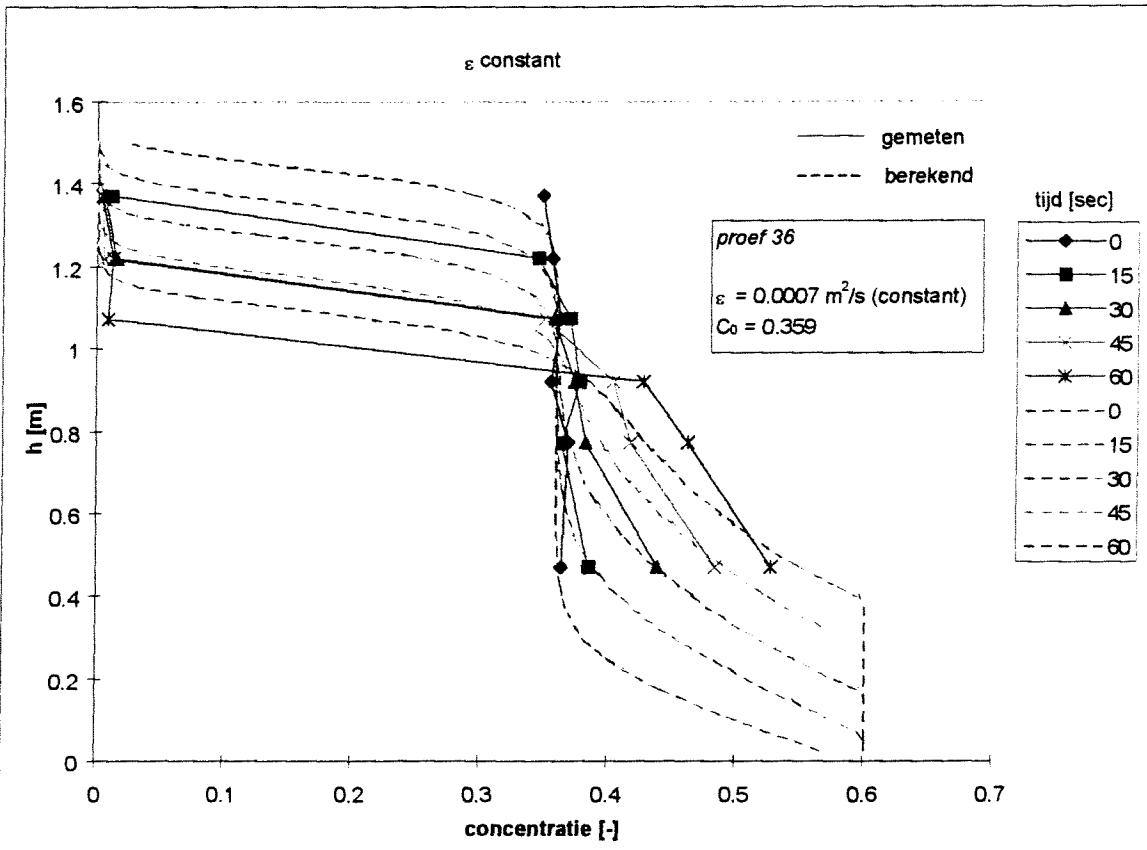


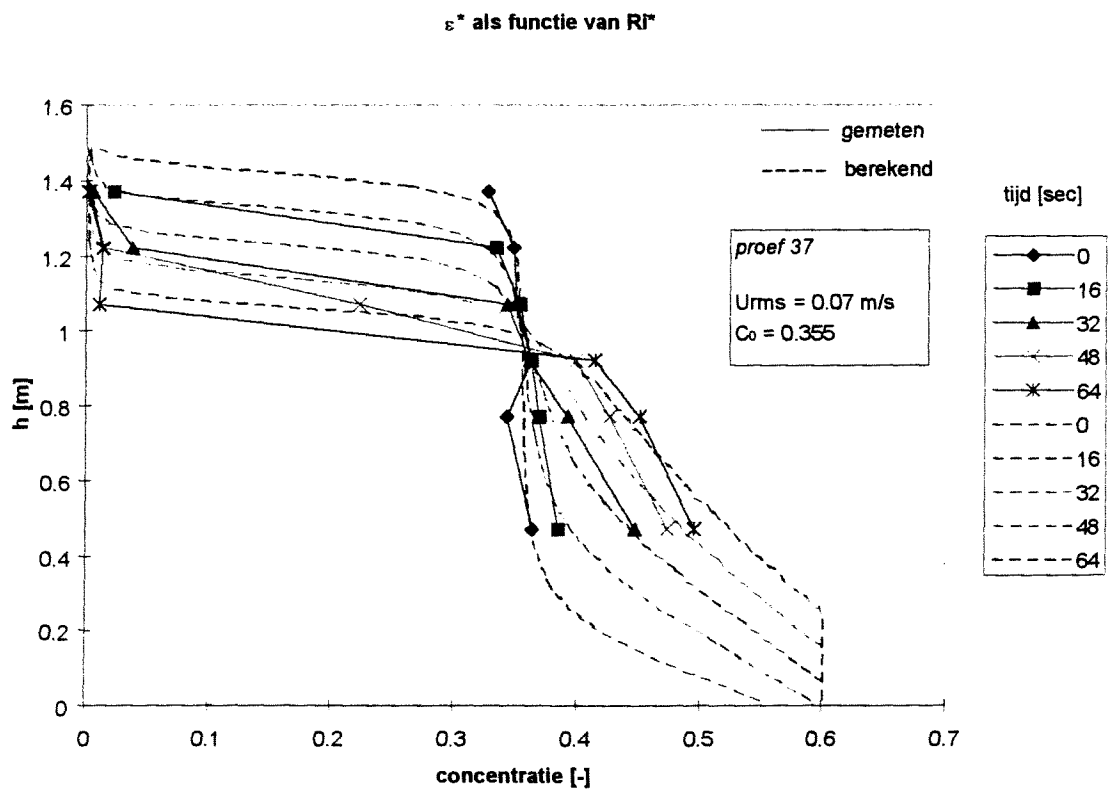
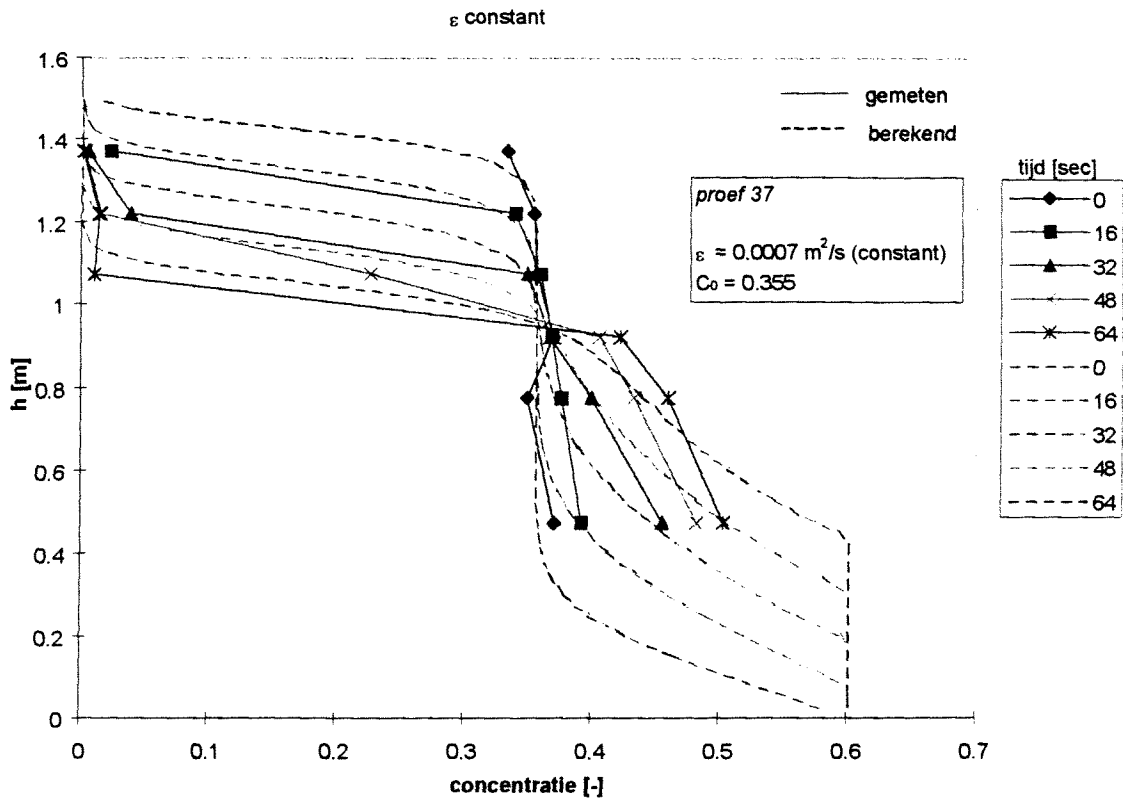


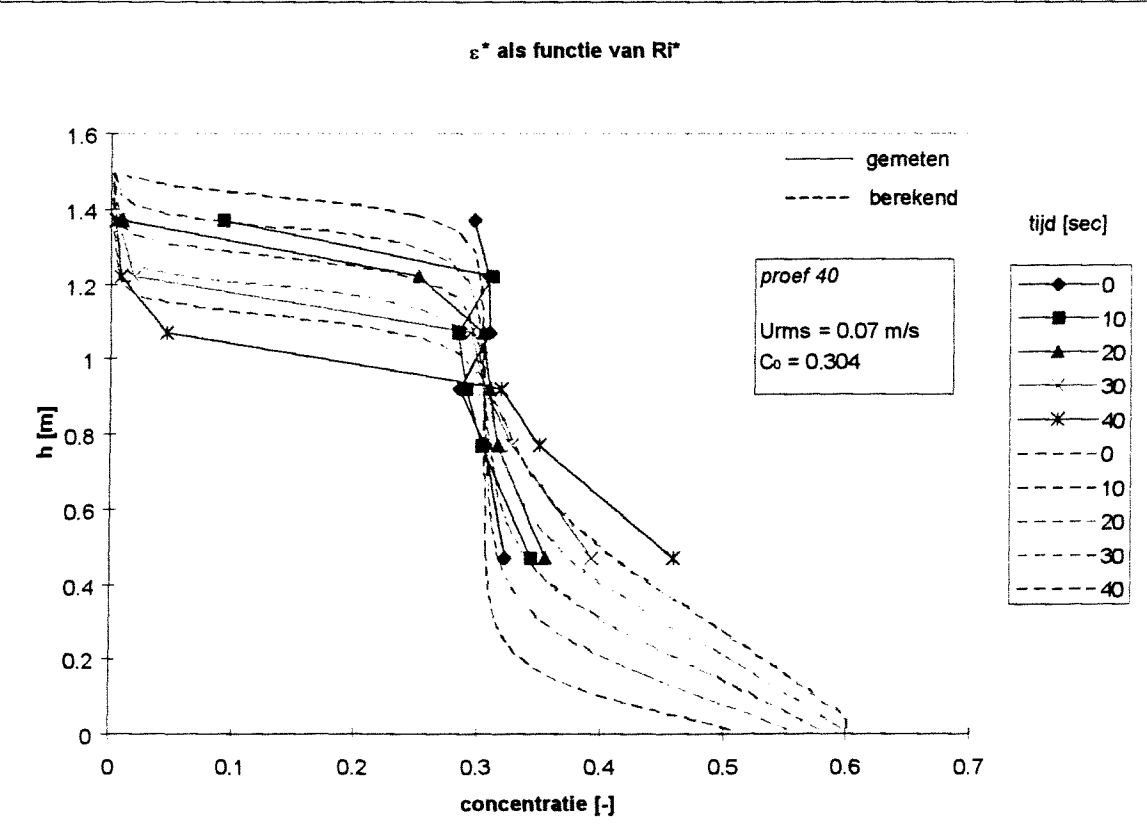
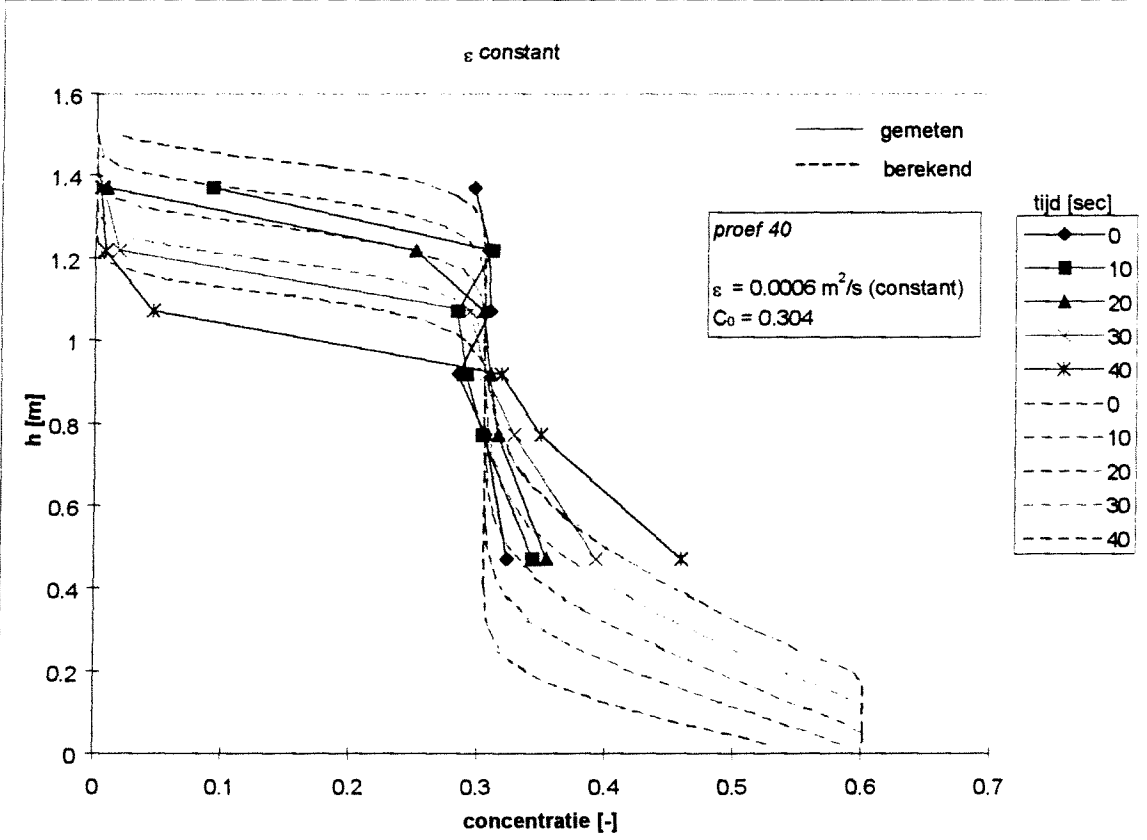
## Bijlage P : Convectie diffusie modellen met proefresultaten met turbulentie, $D=270\mu\text{m}$ .

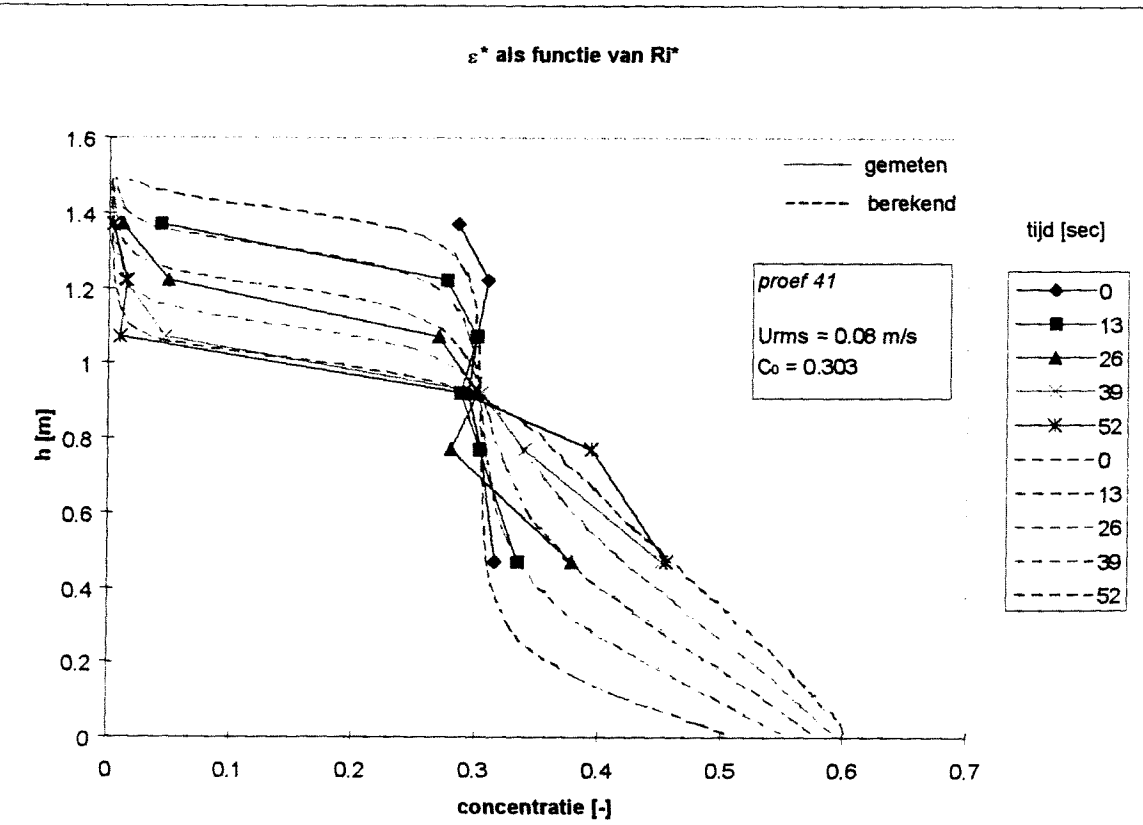
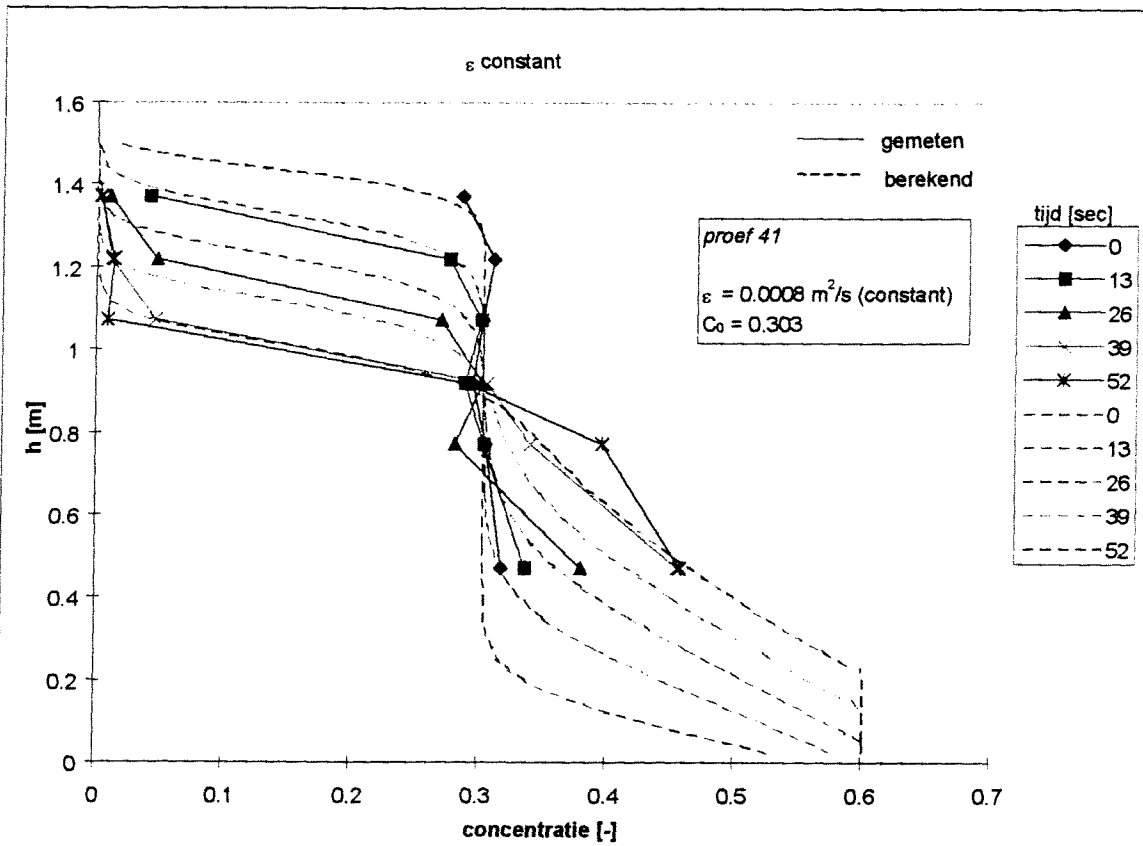


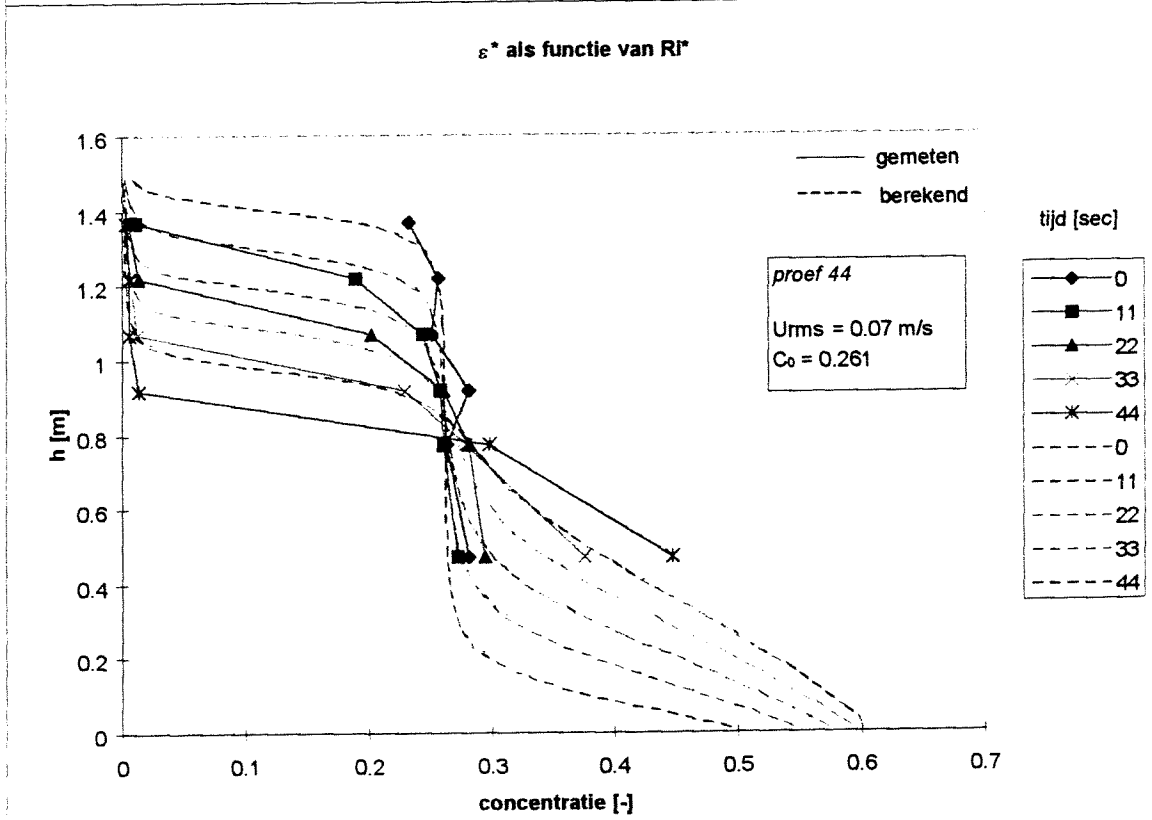
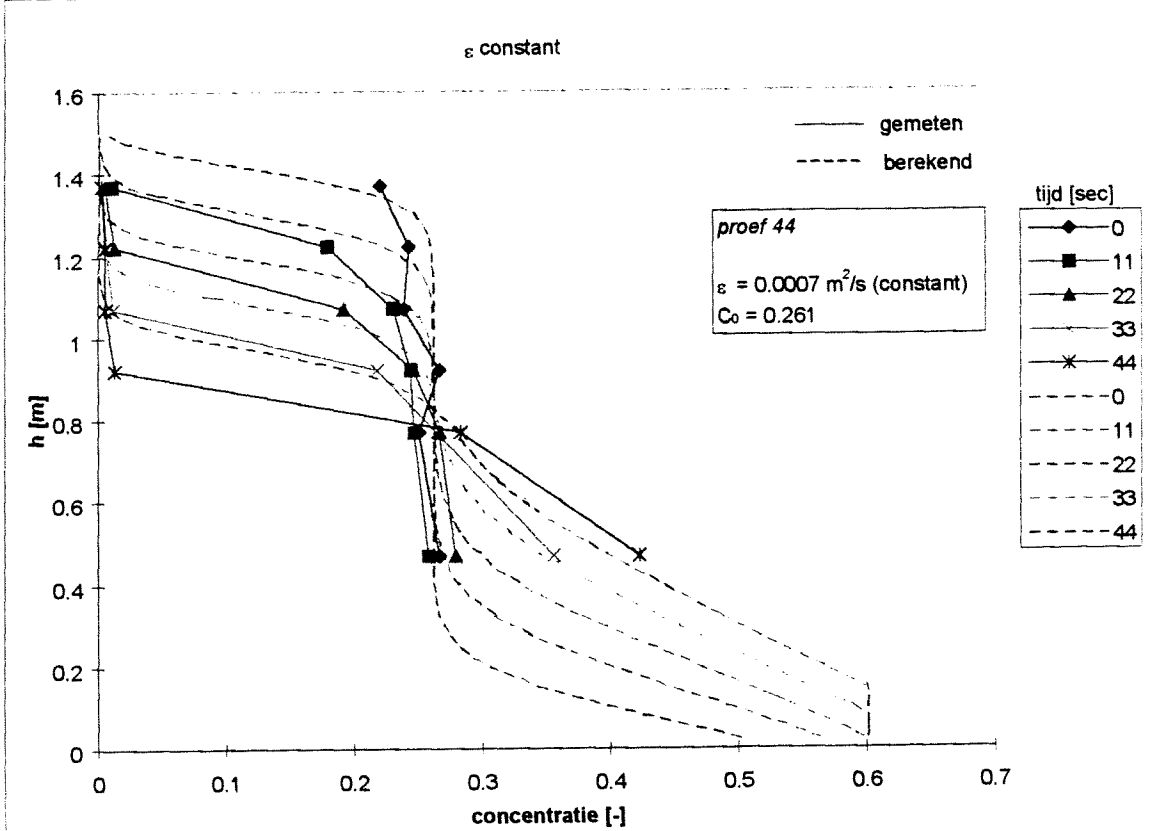


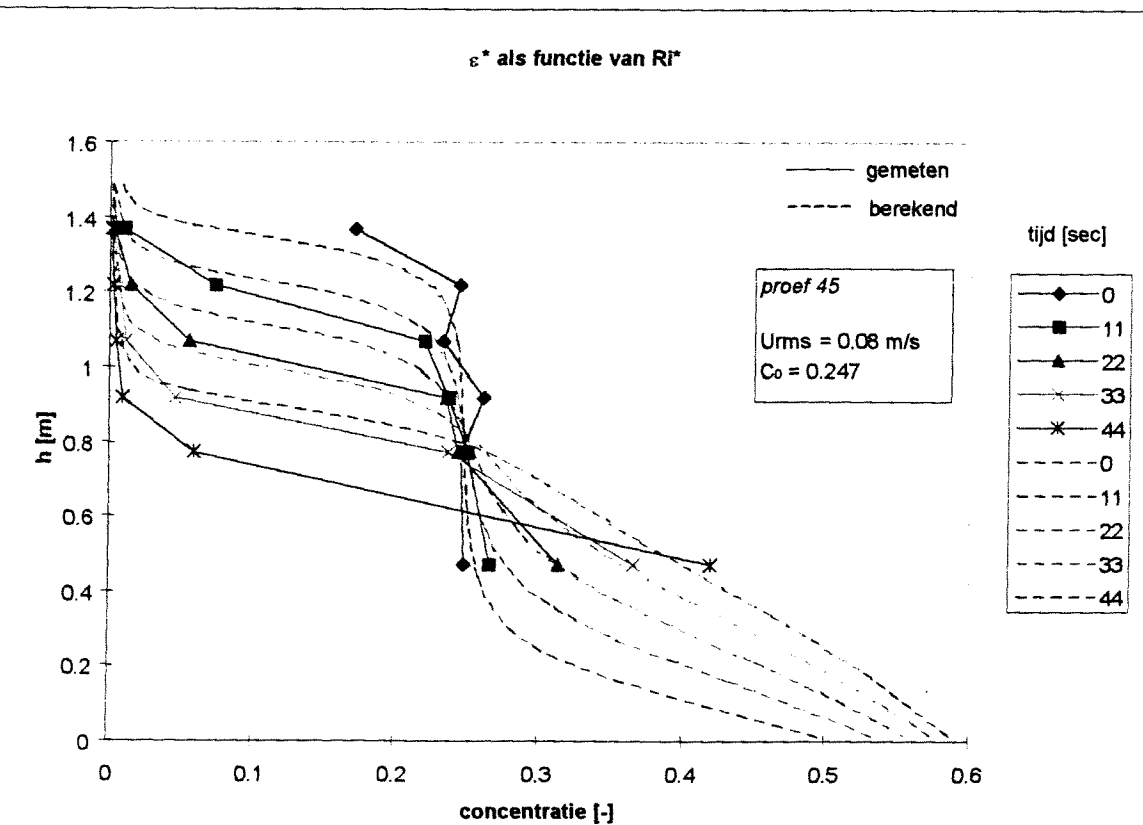
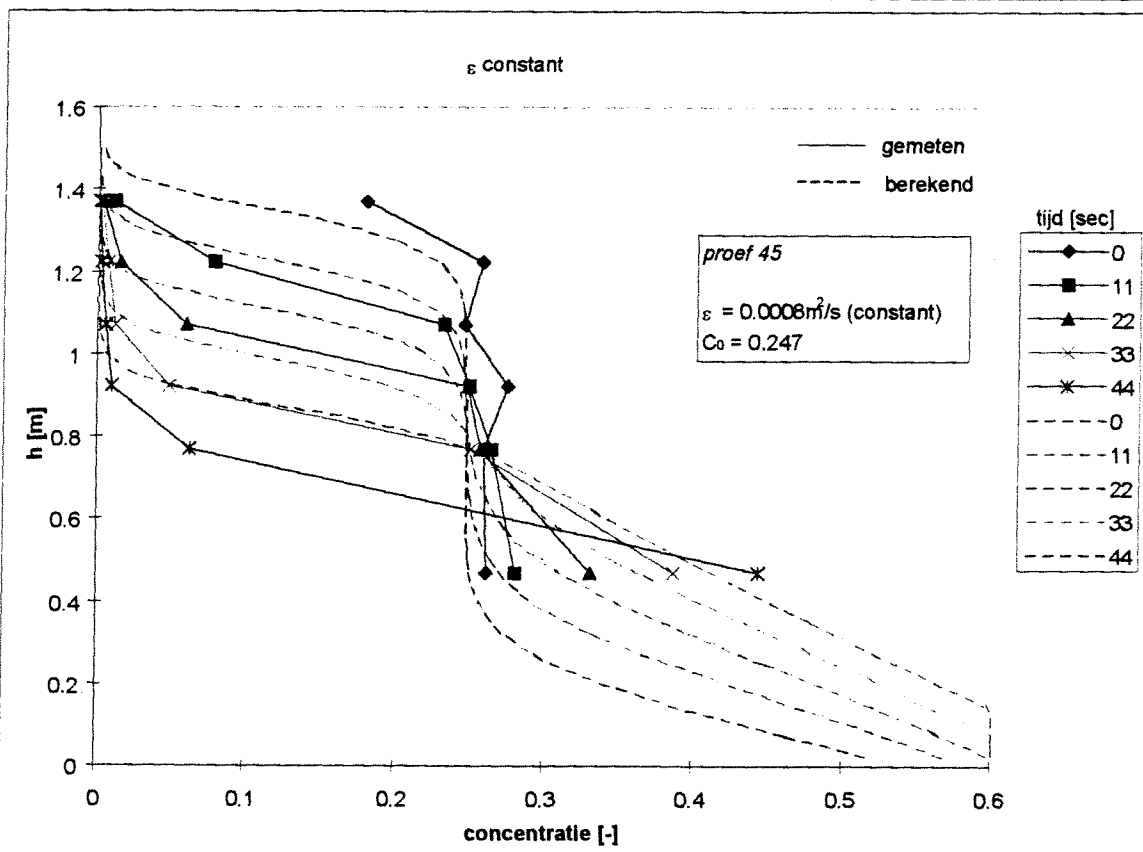




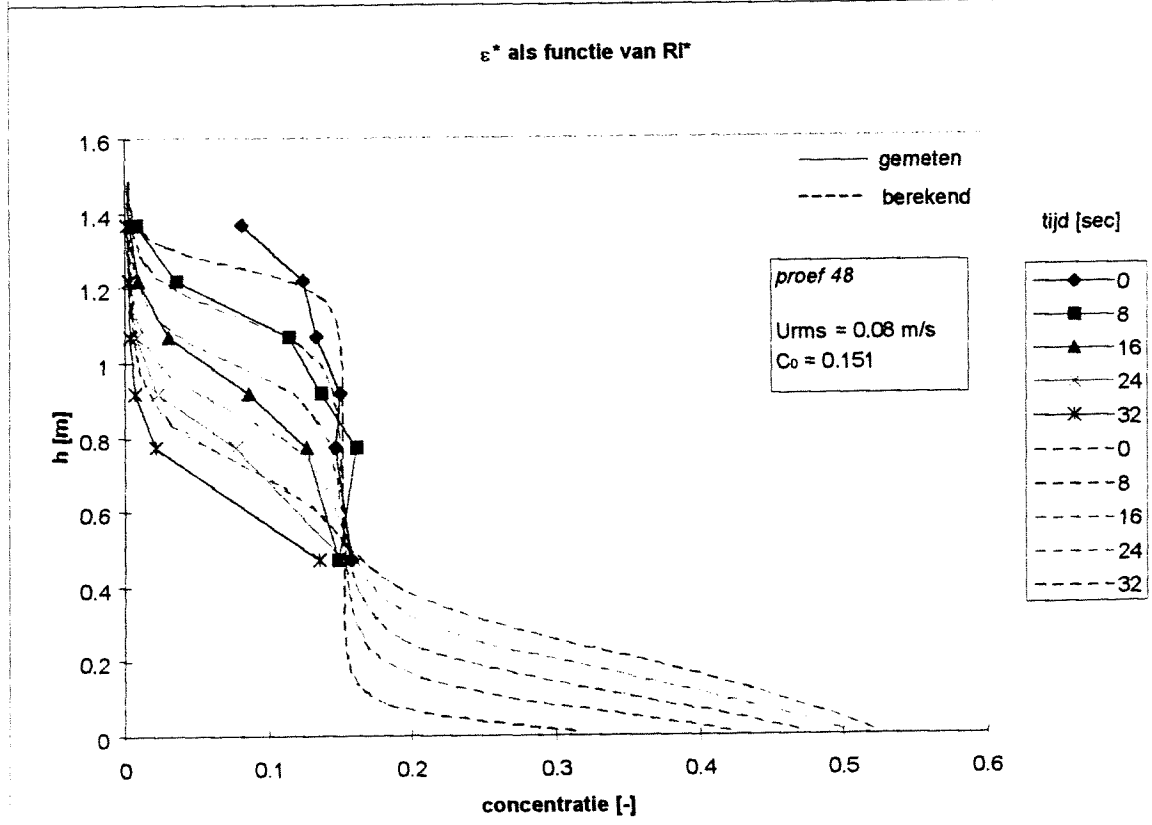
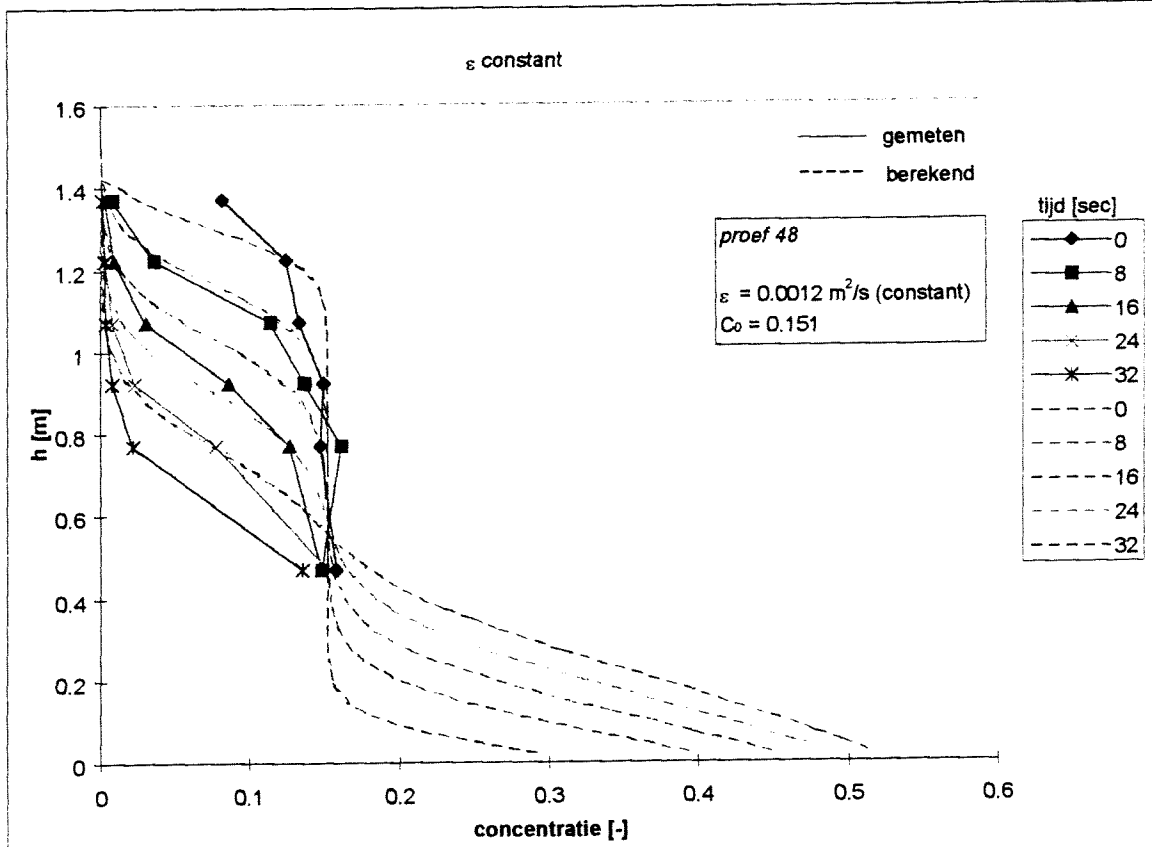


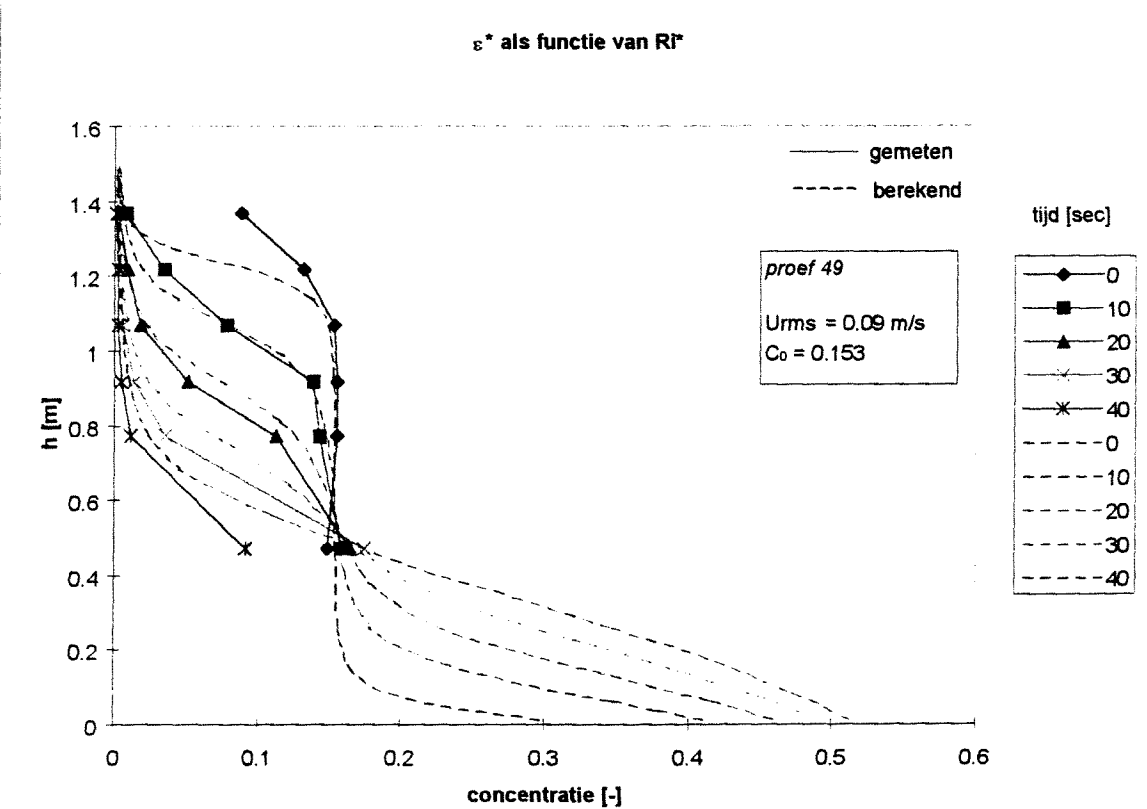
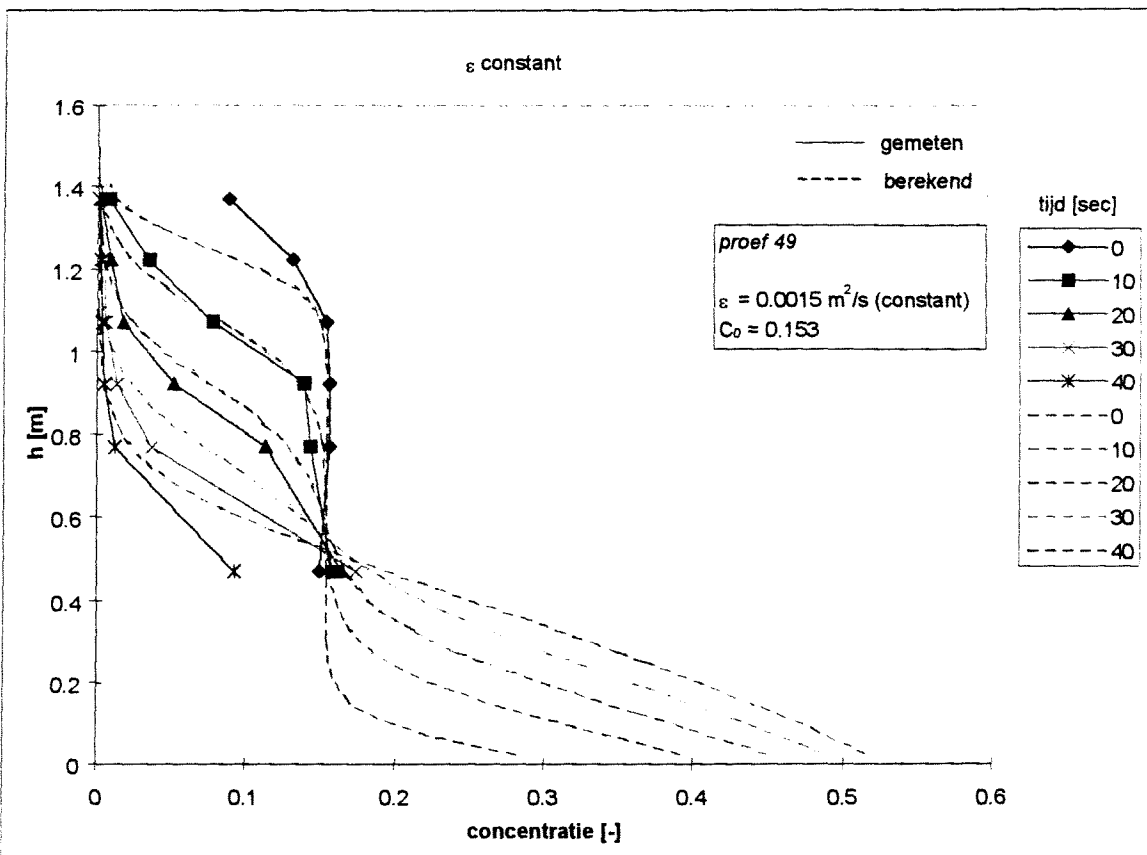


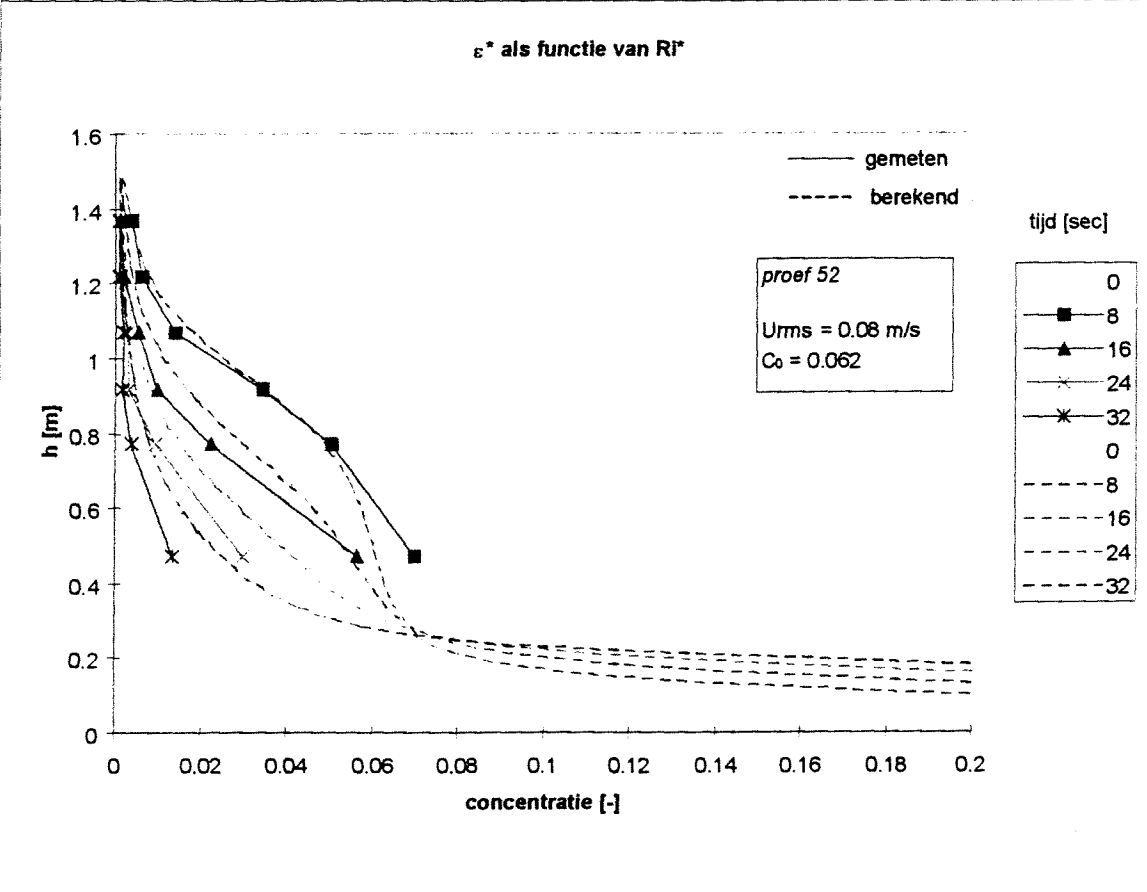
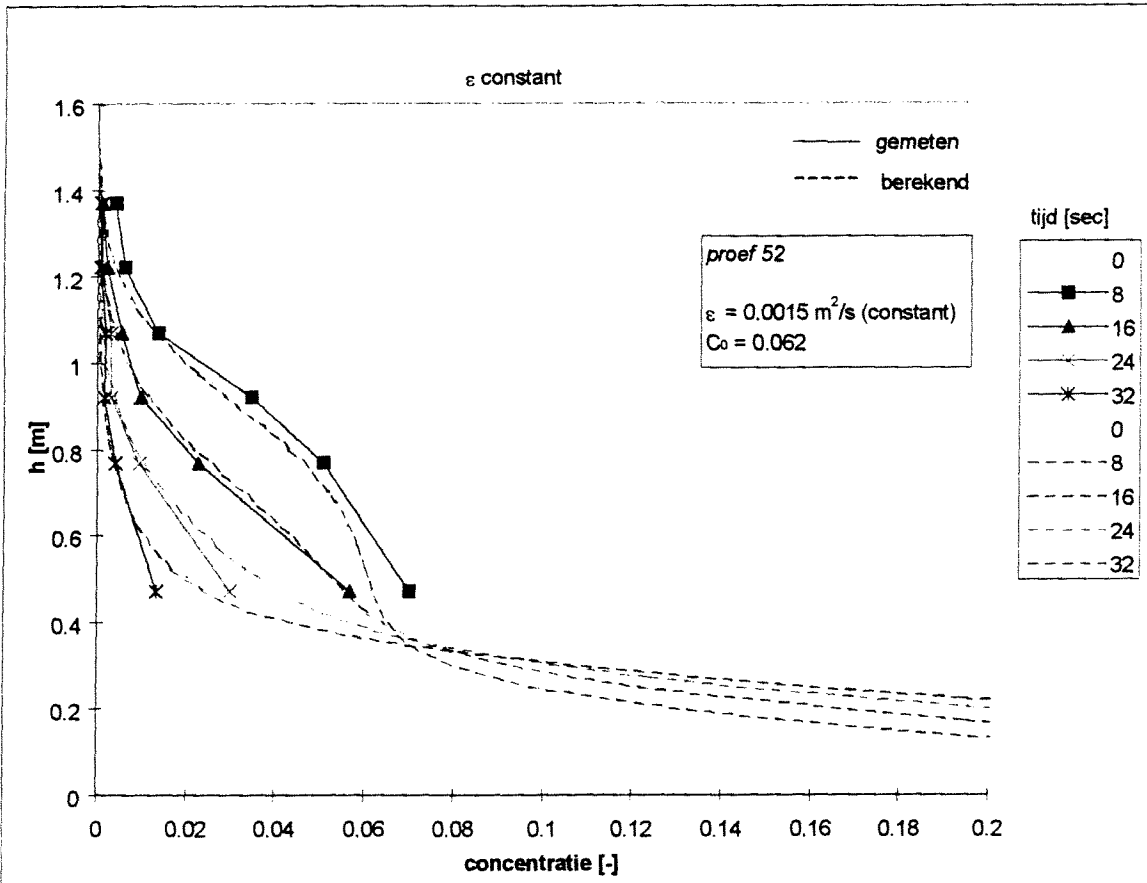


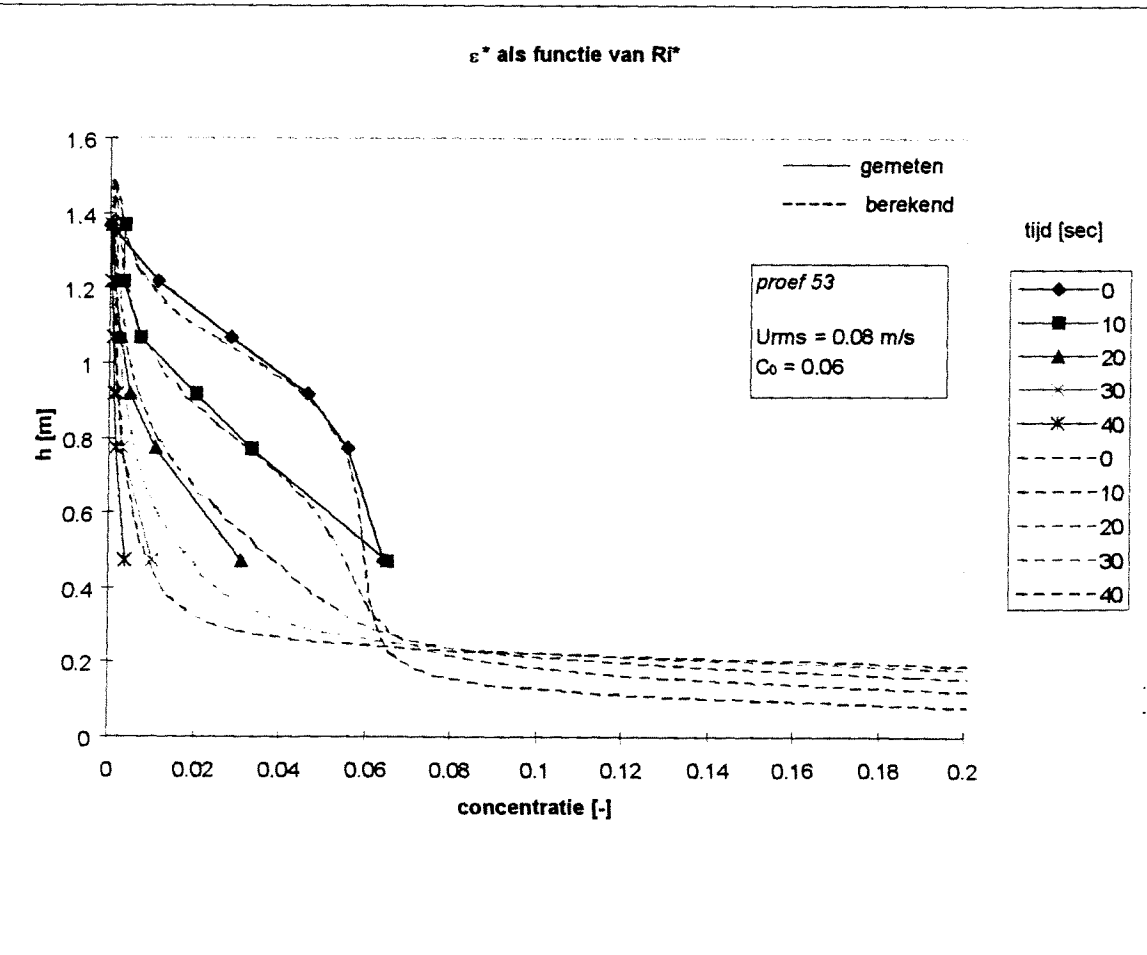
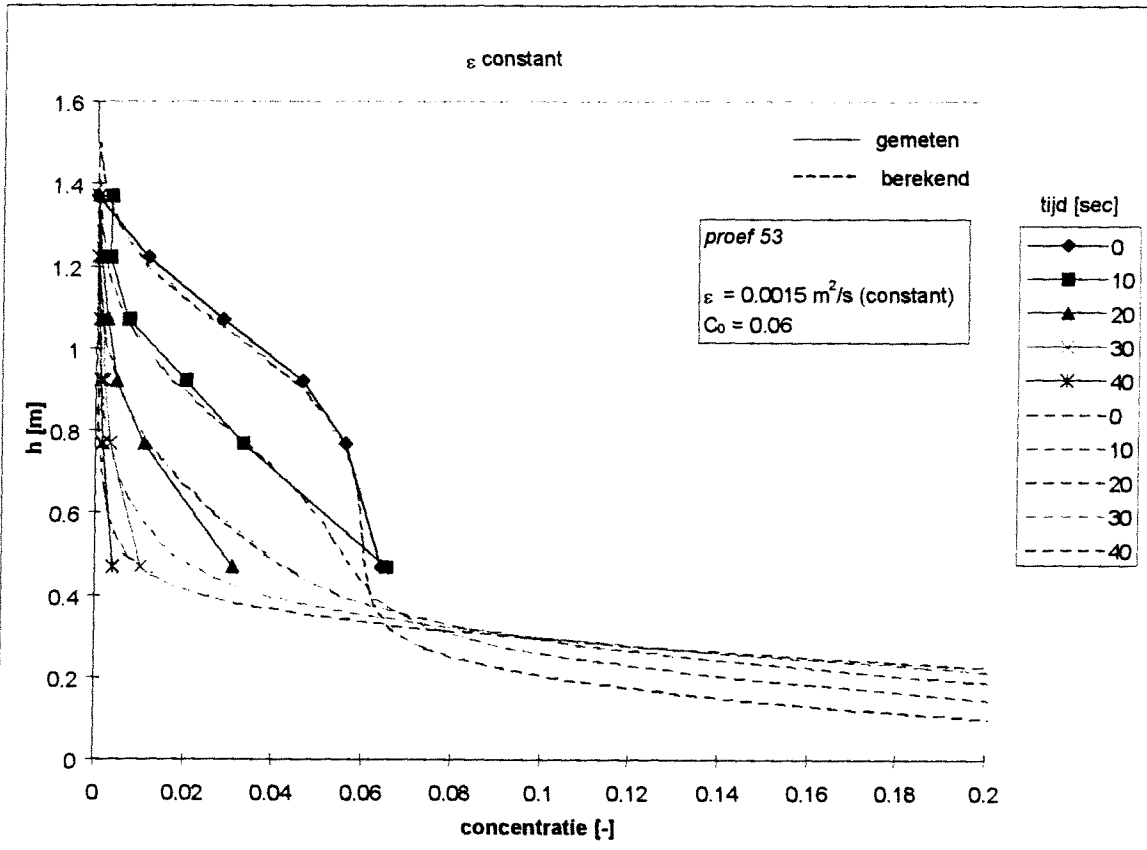




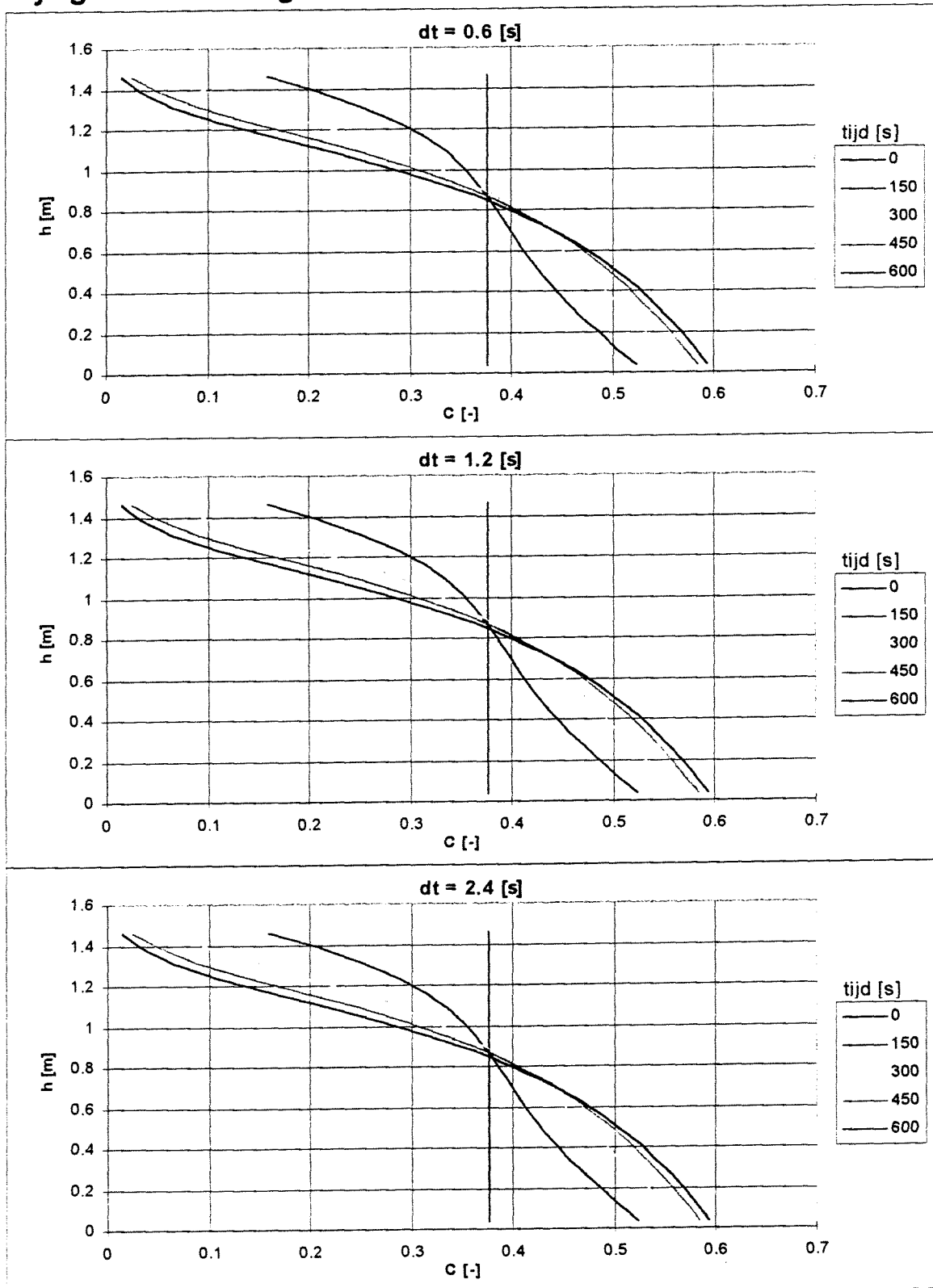




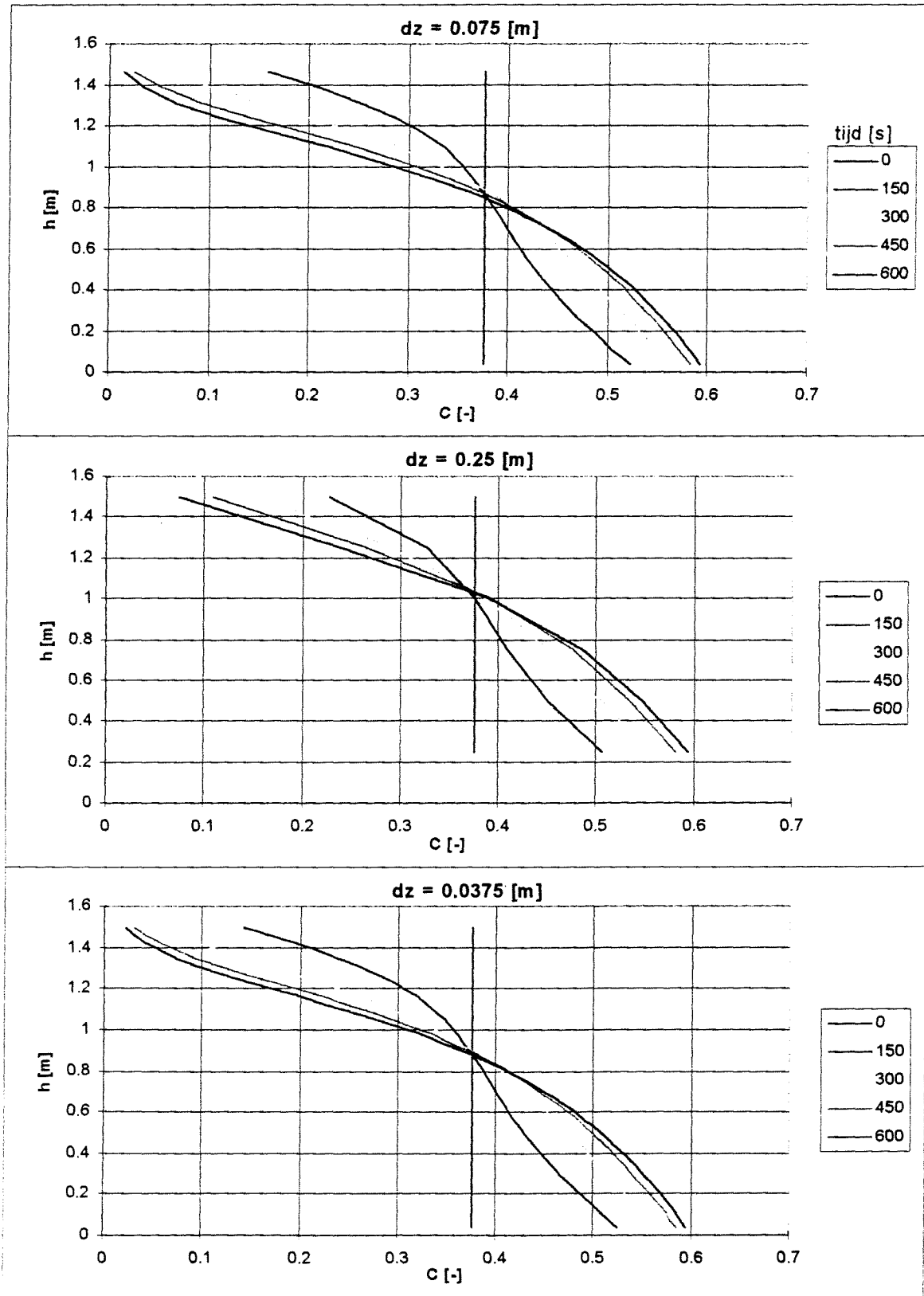




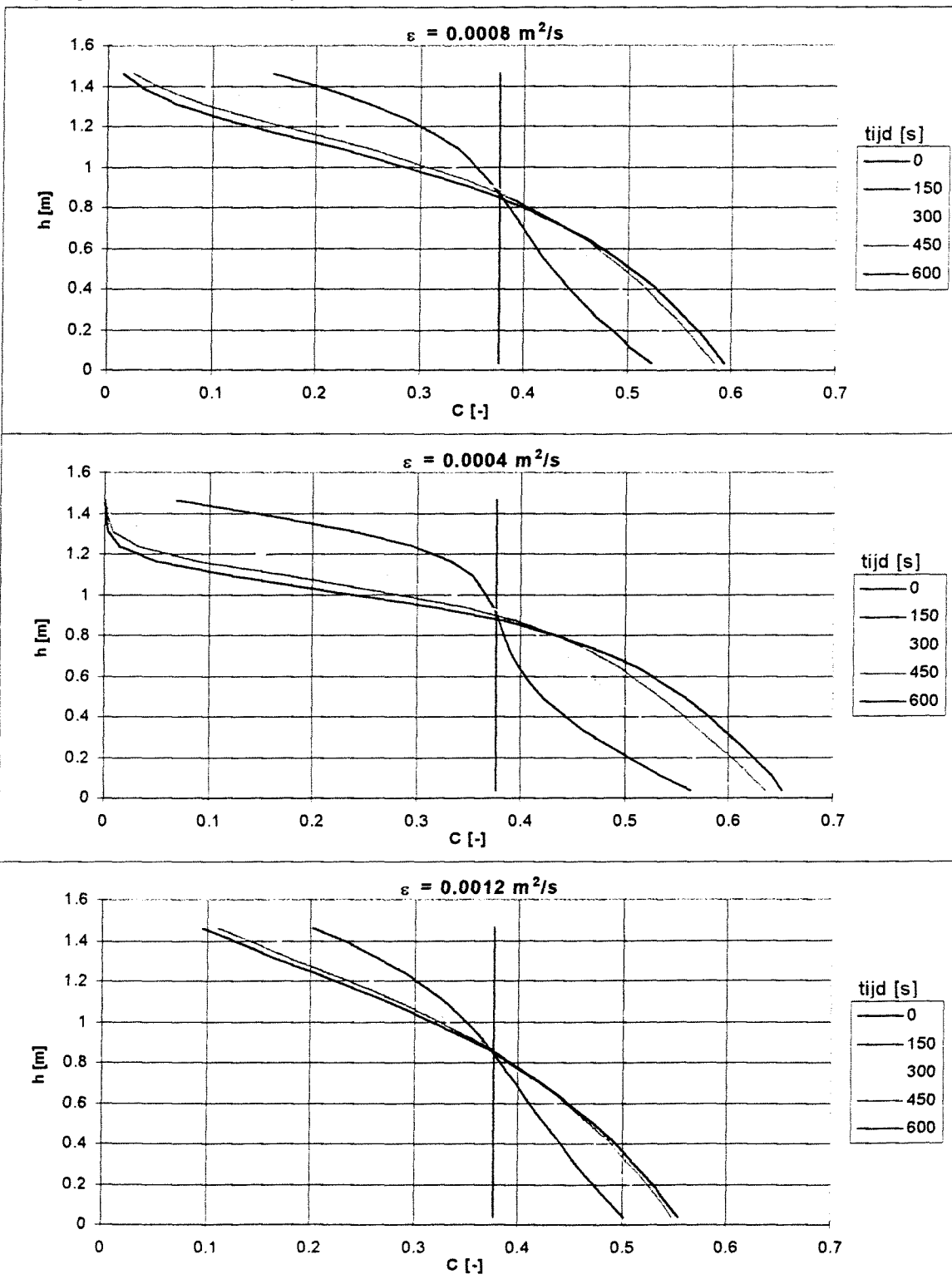
### Bijlage Q : Gevoeligheid convectie diffusie modellen voor $\Delta t$ .



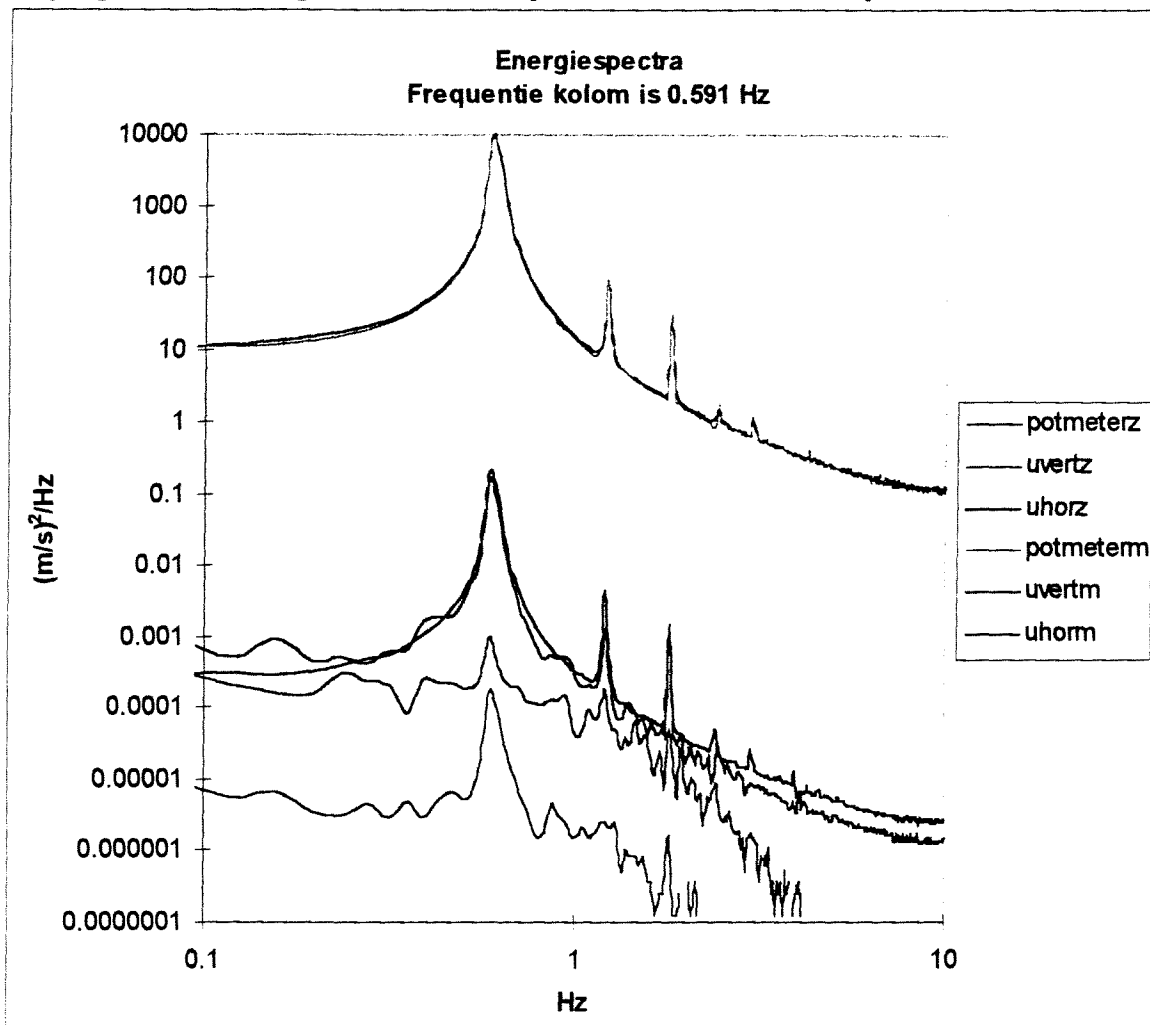
### Bijlage R : Gevoeligheid convectie diffusie modellen voor $\Delta z$ .



**Bijlage S : Gevoeligheid convectie diffusie modellen voor  $\varepsilon$ .**



## Bijlage T : Energiedichtheidspectrum, kolomfrequentie = 0.591 Hz.



Verklaring legenda:

- potmeterz: signaal van de potmeter bij proef zonder rooster
- uvertz: signaal van de verticale snelheden bij proef zonder rooster
- uhorz: signaal van de horizontale snelheden bij proef zonder rooster
- potmeterm: signaal van de potmeter bij proef met rooster
- uvertm: signaal van de verticale snelheden bij proef met rooster
- uhorm: signaal van de horizontale snelheden bij proef met rooster



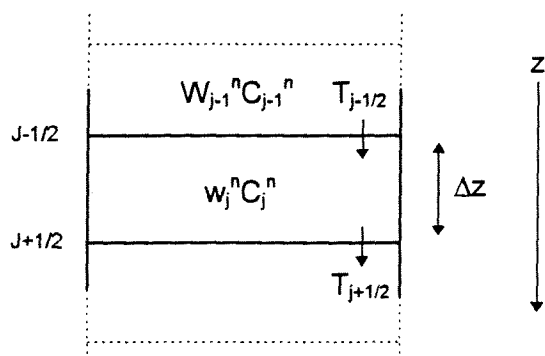
## Bijlage U : Randvoorwaarden convectie model.

Dit model is een discretisatie met behulp van een voorwaartse differentie. De concentratie van elke cel op een volgend tijdstip ( $C_j^{n+1}$ ) wordt bepaald aan de hand van de concentratie in de cel zelf ( $C_j^n$ ) en de concentratie in de cel erboven op het tijdstip zelf ( $C_{j+1}^n$ ). Voor de bovenste cel is  $C_{j-1}^n$  niet gedefinieerd. Als het transport over deze bovenrand op nul wordt gesteld, kan deze term worden geëlimineerd.

Het schema voor de cellen die niet op de randen liggen is:

$$\frac{C_j^{n+1} - C_j^n}{\Delta t} + \frac{w_j^n C_j^n - w_{j-1}^n C_{j-1}^n}{\Delta z} = 0$$

Voor het bepalen van de randvoorwaarden wordt het transport van cel j op tijdstip n beschouwd over de randen van deze cel. De randen liggen op  $\frac{1}{2} \Delta z$  van het midden van de cel waar de concentratie gedefinieerd is.



waarin:

$$T_{j-1/2} = \text{convectief transport over rand } j-1/2 = w_{j-1}^n C_{j-1}^n$$

$$T_{j+1/2} = \text{convectief transport over rand } j+1/2 = w_j^n C_j^n$$

Deze transporten opgeteld geven het totale transport.

Op de bovenrand is geen transport naar boven (over rand j-1/2), daar geldt dus:

$$T_{j-1/2} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{w_{j-1}^n C_{j-1}^n}{\Delta z} = 0$$

Wanneer deze voorwaarden worden ingevuld in het schema voor de cellen die niet op de randen liggen, wordt voor het schema van de **bovenrand** verkregen:

$$\frac{C_j^{n+1} - C_j^n}{\Delta t} + \frac{w_j^n C_j^n}{\Delta z} = 0$$

Op de onderrand is geen transport naar beneden (over rand  $j+1/2$ ), daar geldt dus:

$$T_{j+1/2} = 0 \quad \Rightarrow \quad w_j^n C_j^n = 0$$

Wanneer deze voorwaarde wordt ingevuld in het schema voor de cellen die niet op de randen liggen, wordt voor het schema van de **onderrand** verkregen:

$$\frac{C_j^{n+1} - C_j^n}{\Delta t} - \frac{w_{j-1}^n C_{j-1}^n}{\Delta z} = 0$$

Wanneer de onderste cel de maximale concentratie heeft bereikt, schuiven de randvoorwaarden (geen transport naar beneden) op naar de cel erboven, en worden de transporten van de onderste cel op nul gesteld. Dit gebeurt steeds als een cel de maximale concentratie heeft bereikt. Zodoende kan de bodem zich naar boven opbouwen.

## Bijlage V : Randvoorwaarden convectie diffusie model, $\varepsilon^*$ constant.

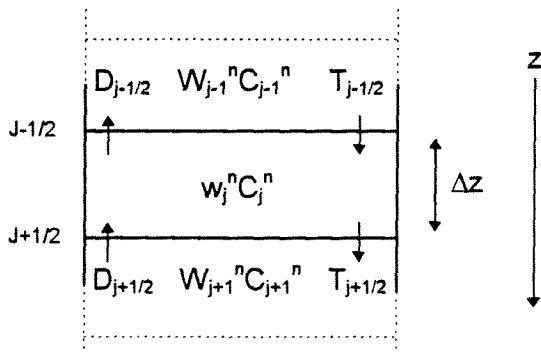
Dit model is een discretisatie met behulp van een centrale differentie. De concentratie van elke cel op een volgend tijdstip ( $C_j^{n+1}$ ) wordt bepaald aan de hand van de concentratie in de cel zelf ( $C_j^n$ ), de concentratie in de cel erboven ( $C_{j-1}^n$ ) en de concentratie in de cel eronder op het tijdstip zelf ( $C_{j+1}^n$ ).

Voor de onderste cel is  $C_{j+1}^n$  niet gedefinieerd. Als het transport over deze onderrand op nul wordt gesteld, kan deze term worden geëlimineerd. Voor de bovenste cel is  $C_{j-1}^n$  niet gedefinieerd. Als het transport over deze bovenrand op nul wordt gesteld, kan deze term worden geëlimineerd.

Het schema voor de cellen die niet op de randen liggen is:

$$\frac{C_j^{n+1} - C_j^n}{\Delta t} + \frac{w_{j+1}^n C_{j+1}^n + w_j^n C_j^n}{2\Delta z} - \frac{w_{j-1}^n C_{j-1}^n + w_j^n C_j^n}{2\Delta z} = \frac{\varepsilon}{\Delta z} \left( \frac{C_{j+1}^n - C_j^n}{\Delta z} - \frac{C_j^n - C_{j-1}^n}{\Delta z} \right)$$

Voor het bepalen van de randvoorwaarden wordt het transport van cel j op tijdstip n beschouwd over de randen van deze cel. De randen liggen op  $\frac{1}{2} \Delta z$  van het midden van de cel waar de concentratie gedefinieerd is.



waarin:

$$D_{j-1/2} = \text{diffusief transport over rand } j-1/2 = -\varepsilon \left( \frac{C_j^n - C_{j-1}^n}{\Delta z} \right)$$

$$T_{j-1/2} = \text{convectief transport over rand } j-1/2 = -\frac{w_j^n C_j^n + w_{j-1}^n C_{j-1}^n}{2}$$

$$D_{j+1/2} = \text{diffusief transport over rand } j+1/2 = \varepsilon \left( \frac{C_{j+1}^n - C_j^n}{\Delta z} \right)$$

$$T_{j+1/2} = \text{convectief transport over rand } j+1/2 = \frac{w_j^n C_j^n + w_{j+1}^n C_{j+1}^n}{2}$$

Deze transporten opgeteld geven het totale transport.

Op de bovenrand is geen transport naar boven (over rand  $j-1/2$ ), daar geldt dus:

$$D_{j-1/2} + T_{j-1/2} = 0 \Rightarrow -\frac{w_j^n C_j^n + w_{j-1}^n C_{j-1}^n}{2} - \varepsilon \left( \frac{C_j^n - C_{j-1}^n}{\Delta z} \right) = 0$$

Wanneer deze voorwaarde wordt ingevuld in het schema voor de cellen die niet op de randen liggen, wordt voor het schema van de **bovenrand** verkregen:

$$\frac{C_j^{n+1} - C_j^n}{\Delta t} + \frac{w_{j+1}^n C_{j+1}^n + w_j^n C_j^n}{2\Delta z} = \frac{\varepsilon}{\Delta z} \left( \frac{C_{j+1}^n - C_j^n}{\Delta z} \right)$$

Op de onderrand is geen transport naar beneden (over rand  $j+1/2$ ), daar geldt dus:

$$D_{j+1/2} + T_{j+1/2} = 0 \Rightarrow \frac{w_j^n C_j^n + w_{j+1}^n C_{j+1}^n}{2} + \varepsilon \left( \frac{C_{j+1}^n - C_j^n}{\Delta z} \right) = 0$$

Wanneer deze voorwaarden worden ingevuld in het schema voor de cellen die niet op de randen liggen, wordt voor het schema van de **onderrand** verkregen:

$$\frac{C_j^{n+1} - C_j^n}{\Delta t} + \frac{w_j^n C_j^n + w_{j-1}^n C_{j-1}^n}{2\Delta z} = \frac{\varepsilon}{\Delta z} \left( -\frac{C_j^n - C_{j-1}^n}{\Delta z} \right)$$

Wanneer de onderste cel de maximale concentratie heeft bereikt, schuiven de randvoorwaarden (geen transport naar beneden) op naar de cel erboven, en worden de transporten van de onderste cel op nul gesteld. Dit gebeurt steeds als een cel de maximale concentratie heeft bereikt. Zodoende kan de bodem zich naar boven opbouwen.

## Bijlage W : Randvoorwaarden convectie diffusie model, $\varepsilon^*$ als functie.

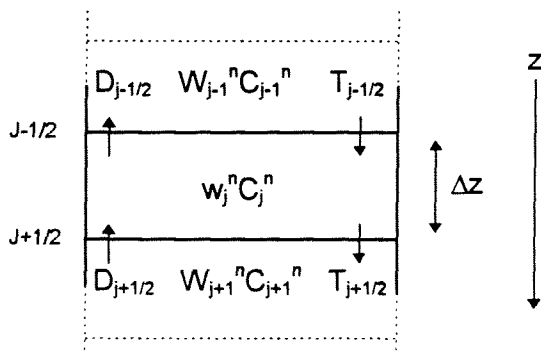
Dit model is een discretisatie met behulp van een centrale differentie. De concentratie van elke cel op een volgend tijdstip ( $C_j^{n+1}$ ) wordt bepaald aan de hand van de concentratie in de cel zelf ( $C_j^n$ ), de concentratie in de cel erboven ( $C_{j-1}^n$ ) en de concentratie in de cel eronder op het tijdstip zelf ( $C_{j+1}^n$ ).

Voor de onderste cel is  $C_{j+1}^n$  niet gedefinieerd. Als het transport over deze onderrand op nul wordt gesteld, kan deze term worden geëlimineerd. Voor de bovenste cel is  $C_{j-1}^n$  niet gedefinieerd. Als het transport over deze bovenrand op nul wordt gesteld, kan deze term worden geëlimineerd.

Het schema voor de cellen die niet op de randen liggen is:

$$\frac{C_j^{n+1} - C_j^n}{\Delta t} + \frac{w_{j+1}^n C_{j+1}^n - w_j^n C_j^n}{2\Delta z} - \frac{w_{j-1}^n C_{j-1}^n + w_j^n C_j^n}{2\Delta z} = \frac{1}{\Delta z} \left( \frac{\varepsilon_{j+1}^n + \varepsilon_j^n}{2} \cdot \frac{C_{j+1}^n - C_j^n}{\Delta z} - \frac{\varepsilon_j^n + \varepsilon_{j-1}^n}{2} \cdot \frac{C_j^n - C_{j-1}^n}{\Delta z} \right)$$

Voor het bepalen van de randvoorwaarden wordt het transport van cel j op tijdstip n beschouwd over de randen van deze cel. De randen liggen op  $\frac{1}{2} \Delta z$  van het midden van de cel waar de concentratie gedefinieerd is.



waarin:

$$D_{j-1/2} = \text{diffusief transport over rand } j-1/2 = - \left( \frac{\varepsilon_j^n + \varepsilon_{j-1}^n}{2} \cdot \frac{C_j^n - C_{j-1}^n}{\Delta z} \right)$$

$$T_{j-1/2} = \text{convectief transport over rand } j-1/2 = - \frac{w_j^n C_j^n + w_{j-1}^n C_{j-1}^n}{2}$$

$$D_{j+1/2} = \text{diffusief transport over rand } j+1/2 = \left( \frac{\varepsilon_{j+1}^n + \varepsilon_j^n}{2} \cdot \frac{C_{j+1}^n - C_j^n}{\Delta z} \right)$$

$$T_{j+1/2} = \text{convectief transport over rand } j+1/2 = \frac{w_j^n C_j^n + w_{j+1}^n C_{j+1}^n}{2}$$

Deze transporten opgeteld geven het totale transport.

Op de bovenrand is geen transport naar boven (over rand  $j-1/2$ ), daar geldt dus:

$$D_{j-1/2} + T_{j-1/2} = 0 \Rightarrow -\frac{w_j^n C_j^n + w_{j-1}^n C_{j-1}^n}{2} - \left( \frac{\varepsilon_j^n + \varepsilon_{j-1}^n}{2} \cdot \frac{C_j^n - C_{j-1}^n}{\Delta z} \right) = 0$$

Wanneer deze voorwaarden worden ingevuld in het schema voor de cellen die niet op de randen liggen, wordt voor het schema van de **bovenrand** verkregen:

$$\frac{C_j^{n+1} - C_j^n}{\Delta t} + \frac{w_{j+1}^n C_{j+1}^n + w_j^n C_j^n}{2\Delta z} = \frac{1}{\Delta z} \left( \frac{\varepsilon_{j+1}^n + \varepsilon_j^n}{2} \cdot \frac{C_{j+1}^n - C_j^n}{\Delta z} \right)$$

Op de onderrand is geen transport naar beneden (over rand  $j+1/2$ ), daar geldt dus:

$$D_{j+1/2} + T_{j+1/2} = 0 \Rightarrow \frac{w_j^n C_j^n + w_{j+1}^n C_{j+1}^n}{2} + \left( \frac{\varepsilon_{j+1}^n + \varepsilon_j^n}{2} \cdot \frac{C_{j+1}^n - C_j^n}{\Delta z} \right) = 0$$

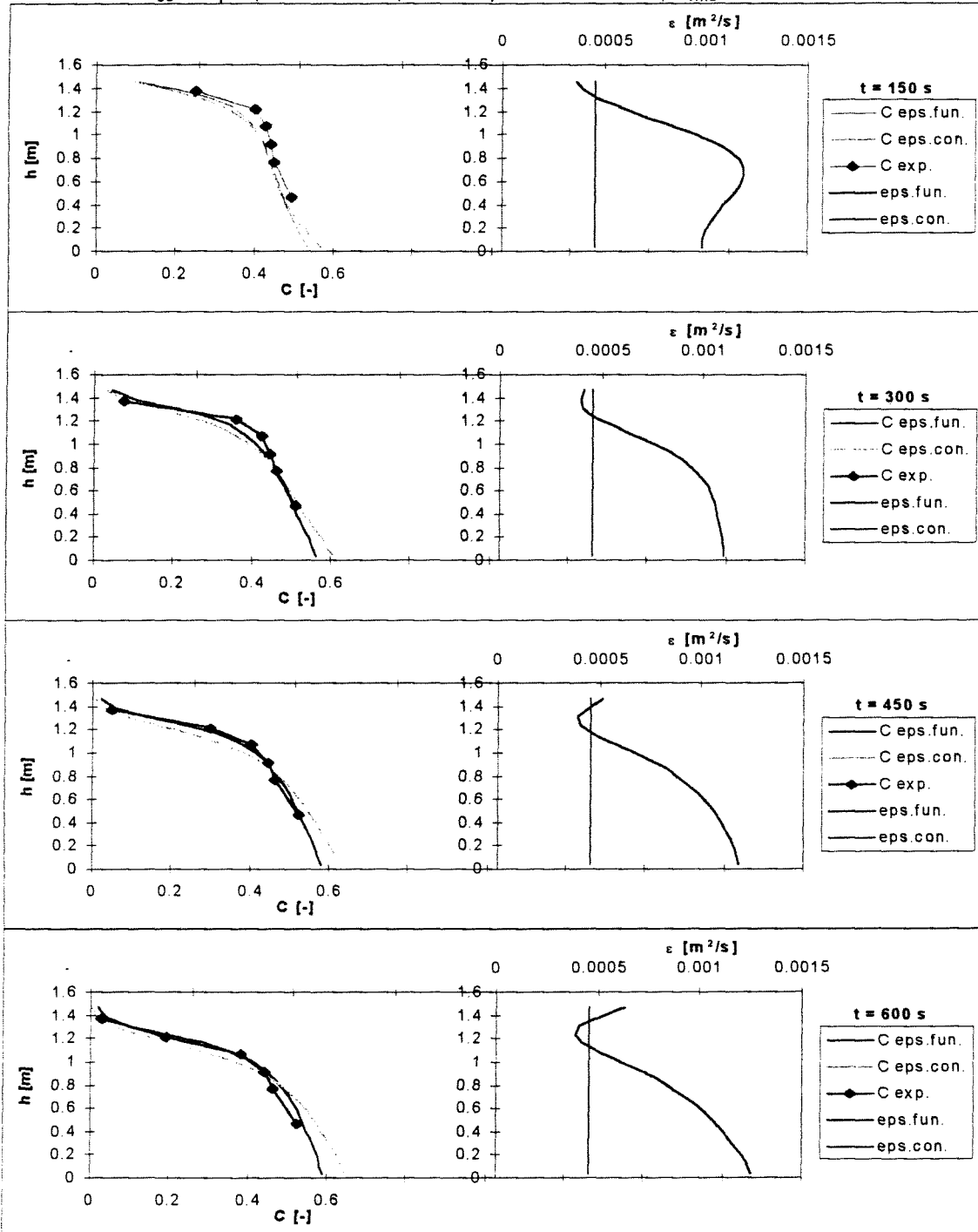
Wanneer deze voorwaarden worden ingevuld in het schema voor de cellen die niet op de randen liggen, wordt voor het schema van de **onderrand** verkregen:

$$\frac{C_j^{n+1} - C_j^n}{\Delta t} + \frac{w_j^n C_j^n + w_{j-1}^n C_{j-1}^n}{2\Delta z} = \frac{1}{\Delta z} \left( -\frac{\varepsilon_j^n + \varepsilon_{j-1}^n}{2} \cdot \frac{C_j^n - C_{j-1}^n}{\Delta z} \right)$$

Wanneer de onderste cel de maximale concentratie heeft bereikt, schuiven de randvoorwaarden (geen transport naar beneden) op naar de cel erboven, en worden de transporten van de onderste cel op nul gesteld. Dit gebeurt steeds als een cel de maximale concentratie heeft bereikt. Zodoende kan de bodem zich naar boven opbouwen.

## Bijlage X : Turbulente diffusie coëfficiënten uit modellen.

Proef 102:  $D_{50}=80\mu\text{m}$ ,  $Co = 0.434$ ,  $n=8\text{ s}^{-1}$ ,  $\epsilon=0.0004\text{m}^2/\text{s}$ ,  $u_{rms}=0.05\text{m/s}$



$C\text{ eps.fun.}$  = concentratieprofiel verkregen met het model  $\epsilon^*$  als functie van  $Ri^*$ .

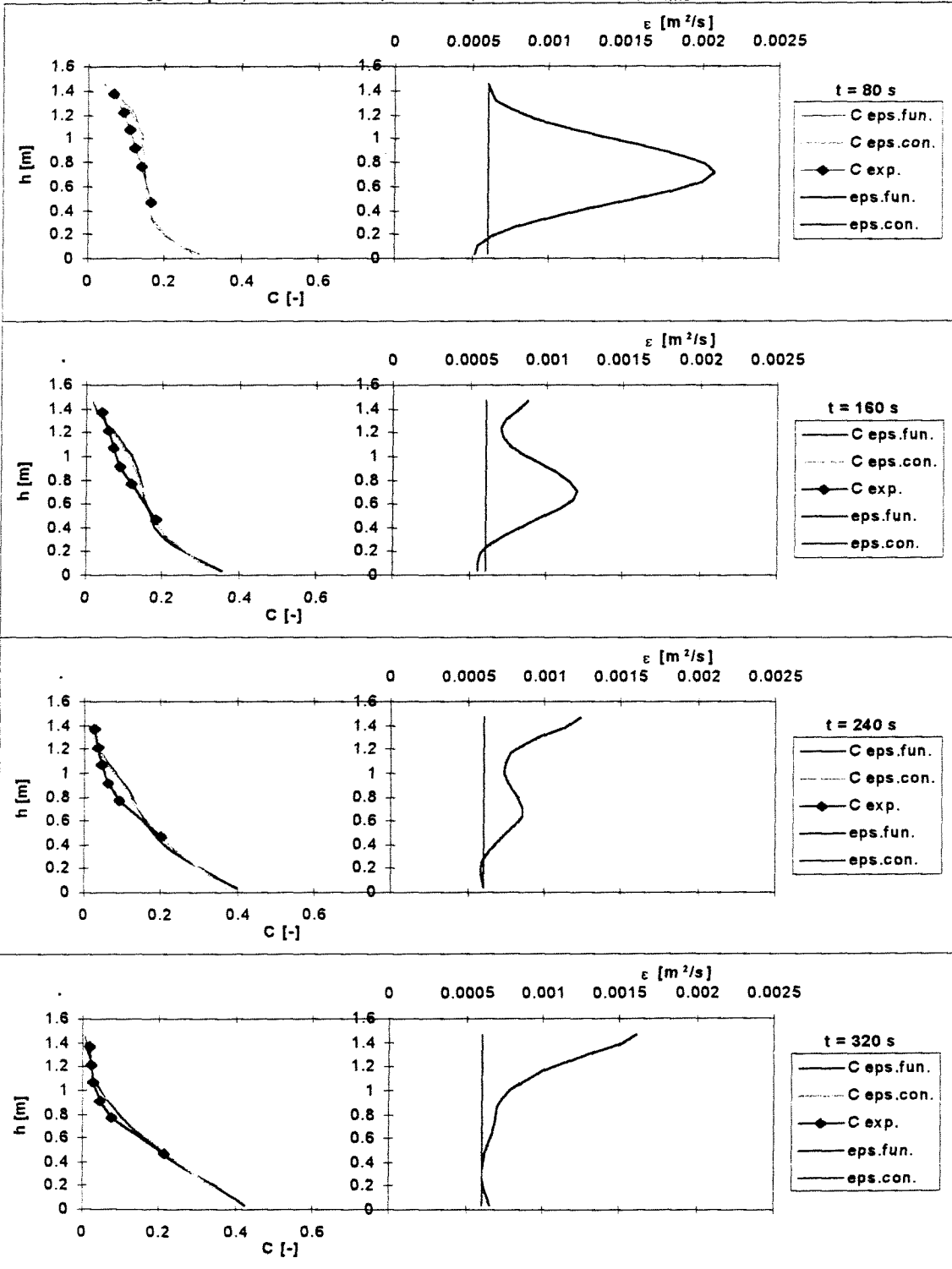
$C\text{ eps.con.}$  = concentratieprofiel verkregen met het model met constante  $\epsilon$ .

$C\text{ exp.}$  = concentratieprofiel uit de proeven.

$\text{eps.fun.}$  = turbulente diffusiecoëfficiënt verkregen met het model  $\epsilon^*$  als functie van  $Ri^*$ .

$\text{eps.con.}$  = turbulente diffusiecoëfficiënt in het model met constante  $\epsilon$ .

Proef 114:  $D_{50}=80\mu\text{m}$ ,  $Co = 0.154$ ,  $n=8 \text{ s}^{-1}$ ,  $\varepsilon=0.0006\text{m}^2/\text{s}$ ,  $u_{rms}=0.05\text{m/s}$



$C \text{ eps.fun.}$  = concentratieprofiel verkregen met het model  $\varepsilon^*$  als functie van  $Ri^*$ .

$C \text{ eps.con.}$  = concentratieprofiel verkregen met het model met constante  $\varepsilon$ .

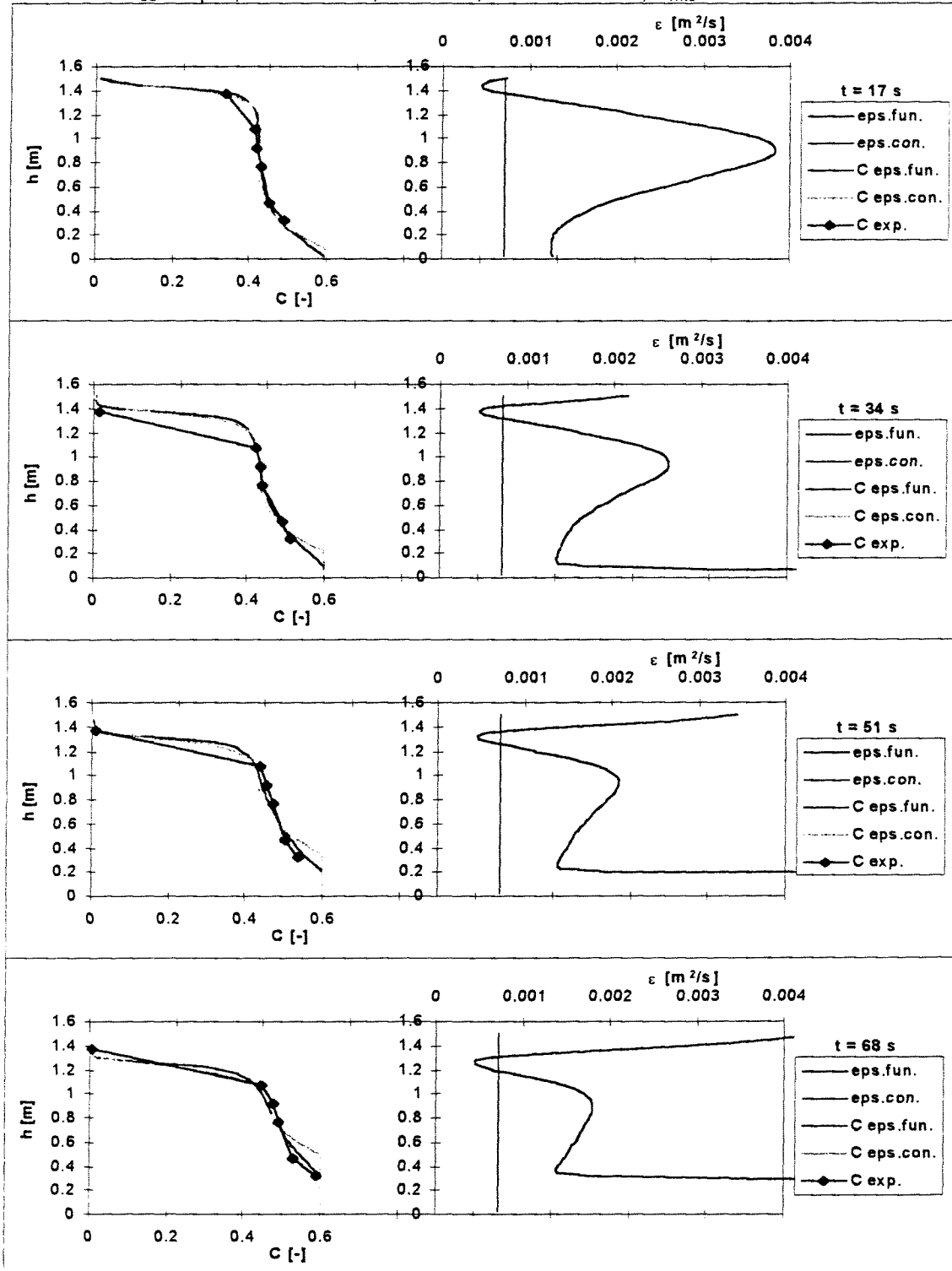
$C \text{ exp.}$  = concentratieprofiel uit de proeven.

$\text{eps.fun.}$  = turbulente diffusiecoëfficiënt verkregen met het model  $\varepsilon^*$  als functie van  $Ri^*$ .

$\text{eps.con.}$  = turbulente diffusiecoëfficiënt in het model met constante  $\varepsilon$ .

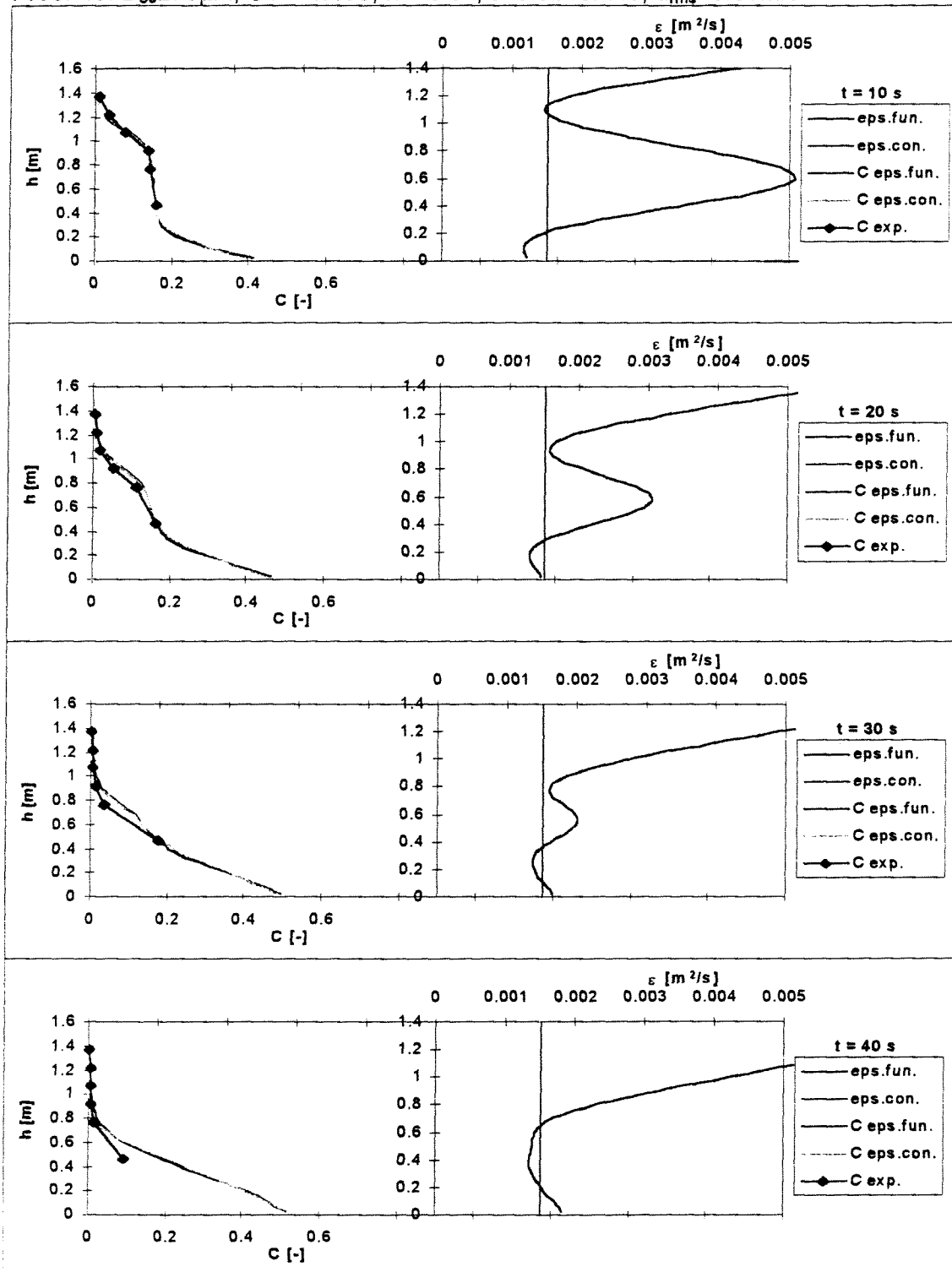


Proef 33:  $D_{50} 270 \mu\text{m}$ ,  $Co = 0.423$ ,  $n = 10 \text{ s}^{-1}$ ,  $\epsilon = 0.0007 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $u_{\text{rms}} = 0.07 \text{ m/s}$



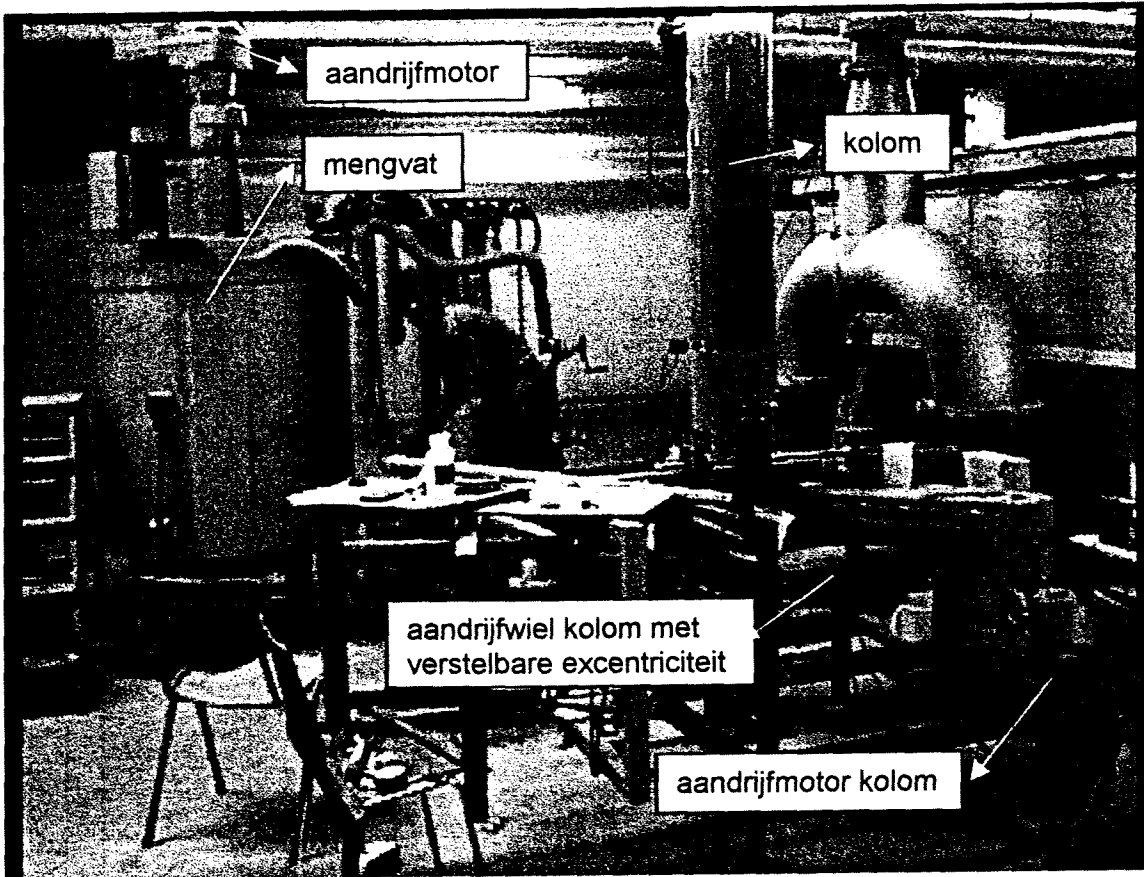
eps.fun. = turbulente diffusiecoëfficiënt verkregen met het model  $\epsilon^*$  als functie van  $Ri^*$ .  
 eps.con. = turbulente diffusiecoëfficiënt in het model met constante  $\epsilon$ .  
 C eps.fun. = concentratieprofiel verkregen met het model  $\epsilon^*$  als functie van  $Ri^*$ .  
 C eps.con. = concentratieprofiel verkregen met het model met constante  $\epsilon$ .  
 C exp. = concentratieprofiel uit de proeven.

Proef 49:  $D_{50} = 270 \mu\text{m}$ ,  $Co = 0.153$ ,  $n = 10 \text{ s}^{-1}$ ,  $\epsilon = 0.0015 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $u_{\text{rms}} = 0.09 \text{ m/s}$

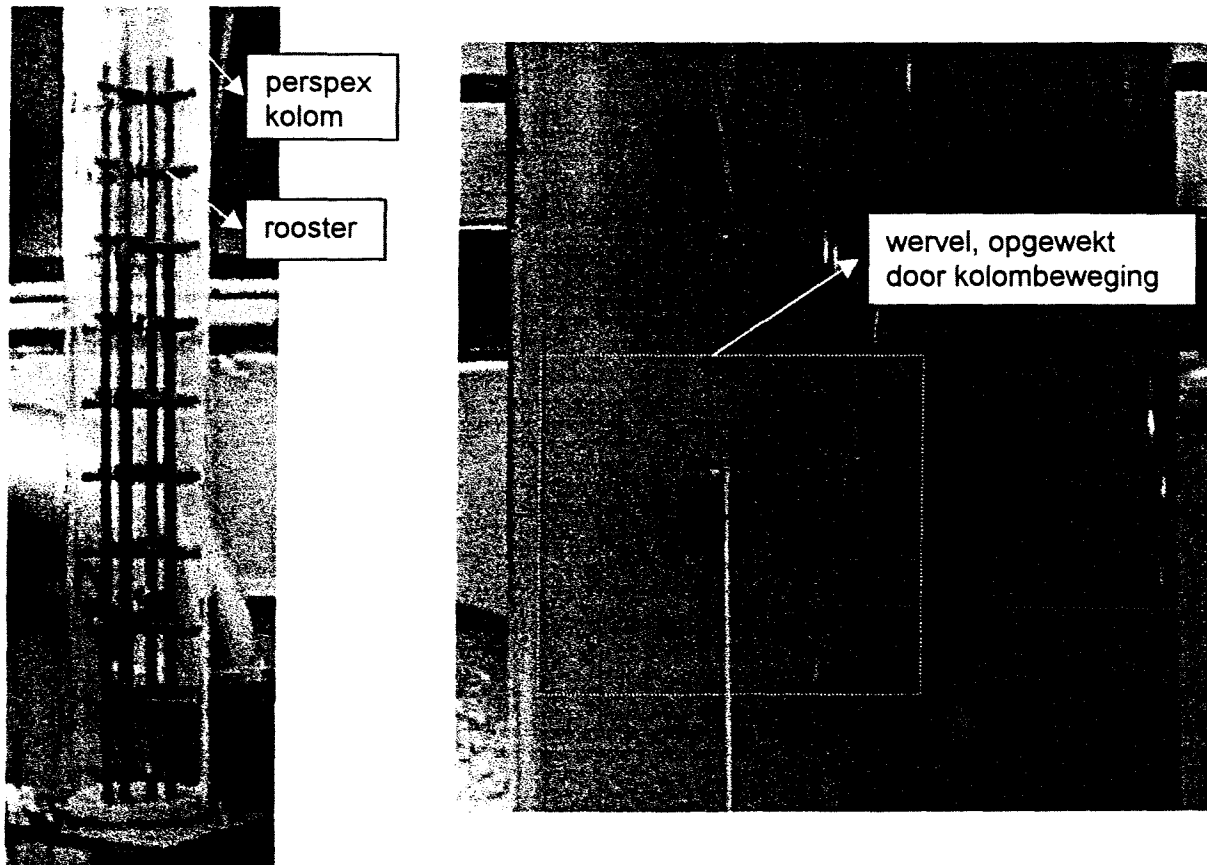


eps.fun. = turbulente diffusiecoëfficiënt verkregen met het model  $\epsilon^*$  als functie van  $Ri^*$ .  
 eps.con. = turbulente diffusiecoëfficiënt in het model met constante  $\epsilon$ .  
 C eps.fun. = concentratieprofiel verkregen met het model  $\epsilon^*$  als functie van  $Ri^*$ .  
 C eps.con. = concentratieprofiel verkregen met het model met constante  $\epsilon$ .  
 C exp. = concentratieprofiel uit de proeven.

## Bijlage Y : Foto overzicht proefopstelling.



## Bijlage Z : Foto kolom met rooster.



## Bijlage AA : Foto mengvat.

