

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT  
Afdeling der elektrotechniek

Aard : Afstudeerverslag

Omvang : 80 pagina's

Datum : oktober 1972

Lab. : Laboratorium voor transmissie  
van informatie

Codenr.: 05-1-565 28 (1972) 88

Auteur : C.J.Koomen

Titel : Niet-lineariteitsmeting aan een  
zo goed mogelijk lineair gemaakte  
frequentie-zwaai ten behoeve van  
het dakprojekt

Korte inhoud:

Na de inleiding wordt in de paragrafen 1.2 t/m 1.5 het belang van een bepalingsmethode voor de niet-lineariteit van een zo goed mogelijk lineair gemaakte frequentie-zwaai uiteen gezet. Dit resulteert in de in par.1.6 omschreven afstudeeropdracht. Het is van belang, dat de meetmethode nauwkeurig is, een hoge gevoeligheid bezit en in staat is de niet-lineariteit van modulator en modulerend signaal tesamen te meten. In hoofdstuk 3 worden enige bepalingsmethoden onderzocht. Hoofdstuk 4 behandelt een niet-lineariteitsmeter, welke aan de hierboven genoemde eisen voldoet. De invloed van foutbronnen op de bepaling van de niet-lineariteit wordt nagegaan in de hoofdstukken 5 en 6. Verder worden in hoofdstuk 2 enige spektrumberekeningen uitgevoerd; o.a. wordt de invloed nagegaan van bewegende reflektiepunten.

INHOUD	PAGINA
<u>HOOFDSTUK I</u>	
1.1 Inleiding	4
1.2 Lineariteit van de frequentie-zwaai	7
1.3 Definitie niet-lineariteit	7
1.4 Invloed van niet-lineariteiten in de ingangsspanning	8
1.5 Grootte van de niet-lineariteiten	9
1.6 Omschrijving afstudeeropdracht	11
Appendix AI	12
<u>HOOFDSTUK II Enige frequentiespektra</u>	14
2.1 Frequentiespektrum van het beatsignaal bij stationaire reflektiepunten	14
2.2 Frequentiespektrum bij eindige waarnemingstijd	17
2.3 Frequentiespektrum van het beatsignaal bij bewegende reflektiepunten	18
2.4 Spektrum van het beatsignaal bij niet-lineaire frequentie-zwaai	25
2.5 Frequentiespektrum van het chirp-signaal bij niet-lineaire frequentie-zwaai	29
2.6 Enige opmerkingen betreffende de theoretische resolutie	31
Appendix AII	33
<u>HOOFDSTUK III</u>	
3.1 De spleetmethode	34
3.2 Korte beschrijving van diverse methoden	37
3.3 Conclusie	41
<u>HOOFDSTUK IV Niet-lineariteitsmeter</u>	42
4.1 Principe	42
4.2 Grootte van de klokpulsherhalingsfrequentie	43
4.3 Blokschema	44
4.4 De uitlezing	46
4.5 De karakteristieken	47
4.6 Instelling op midden van een karakteristiek	50
4.7 Samenvatting van de eigenschappen	52
4.8 Vergelijking met de spleetmethode	54
Schema	55

INHOUD (vervolg)	PAGINA
<u>HOOFDSTUK V</u> Invloed van ruis	56
5.1 Invloed van ruis op het beatsignaal	56
5.2 Invloed van ruis bij de spleetmethode	60
5.3 Meetresultaten	65
5.4 Conclusie	68
<u>HOOFDSTUK VI</u> De vertragingslijn	69
6.1 Invloed van de niet-lineaire fase-frequentie- karakteristiek	69
6.2 Enige opmerkingen ten aanzien van de vertrag- gingslijn	73
<u>Conclusie</u>	74
Grafieken	76 t/m 82
Literatuur	83

Lijst van symbolen en begrippen

$\alpha$	$\Delta f/T$
$\alpha(f)$	dempingskarakteristiek
$b(f)$	fasekarakteristiek
B	bandbreedte; spektrumbreedte
$C_n$	amplitude van de ruiskomponent met frequentie $f_n$
c	lichtsnelheid
$\delta$	niet-lineariteit
$f_b$	beatfrequentie ( $\delta = 0$ )
$\Delta f$	frequentie-zwaai van het chirp-signaal
$f_z$	gezonden frequentie van het chirp-signaal
$f_o$	ontvangen frequentie
$g(t)$	momentele afwijking t.o.v. de lineaire helling
m	modulatie-index
$m(t)$	frequentie-gemoduleerd signaal
$n(t)$	ruisspanning
$\omega_n$	$= 2\pi f_n = 2\pi n/T_1$
$\omega_m$	momentele radiaalfrequentie
$\omega_{b,mom}$	momentele beatraadiaalfrequentie
$s_m$	momentele helling
$s(t)$	beatsignaal (discontinu)
$s_b(t)$	beatsignaal (continu)
T	zwaai-tijd
	periode van het beatsignaal ( $\delta=0$ )
$T_{b,mom}$	momentele beatperiode of momentele periodeduur ( $\delta \neq 0$ )
$1/f_b$	beatperiode ( $\delta=0$ )
$\tau$	vertragingstijd
$t_g$	groeplooptijd
$w(f)$	dubbelzijdig vermogensspektrum
$N_{q,mom}$	momentele tellerstand

## HOOFDSTUK I

### 1.1 Inleiding

Dakprojekt. Het dakprojekt is opgezet als studieprojekt voor de bestudering van de fijnstructuur der troposfeer (dit is de onderste laag van de atmosfeer en reikt tot een hoogte van circa elf kilometer). Verscheidene taak- en afstudeeronderwerpen vloeien voort uit dit projekt.

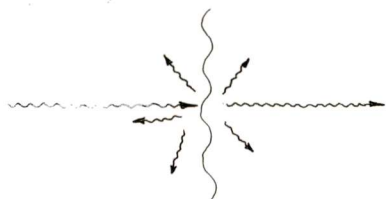
Brekingsindexvariatiës. De troposfeer is geen homogeen medium, doch plaatselijk treden veranderingen op in de samenstelling van deze laag ten gevolge van wind, temperatuurverloop, neerslag en dergelijke. Deze effecten hebben tot gevolg, dat de brekingsindex niet konstant is, doch een funktie van tijd en plaats is.

- a) De invloed van brekingsindexvariatiës in horizontale richting uit zich in depolarisatie op straalverbindingen.
- b) In vertikale richting hebben variatiës in de brekingsindex meerwegfading tot gevolg.

Verder is een meetmethode voor bepaling der inhomogeniteiten in de troposfeer van belang voor regenmodellen (vaststelling duur, intensiteit, bewegingsrichting e.d.).

Radarmeting. Teneinde een beter inzicht te verkrijgen in de grootte, aard, verdeling, verplaatsing en verandering der inhomogeniteiten, zal een radarmeting uitgevoerd worden.

De variatiës in brekingsindex hebben tot gevolg dat een deel van het opvallend elektromagnetisch vermogen gereflekteerd wordt op de plaats van een brekingsindexverschil. Deze reflectie is sterker naarmate de overgang 'scherper' is (fig.1.1) (zie bldz.32;c).



Figuur 1.1

Hierbij is verondersteld, dat de inhomogeniteit minstens van dezelfde grootteorde is als de golflengte der elektromagnetische straling. Is de grenslaag elektrisch dik met fluktuerende  $n$ , dan zal het vermogen grotendeels verstrooid worden.

Deze verstrooiing is vrijwel isotroop. Studies [1, 2, 3, 4] hebben aangetoond, dat de inhomogeniteiten afmetingen kunnen hebben van onderdelen van meters tot enkele honderden meters.

De radarmeting moet inlichtingen verschaffen over twee groot-heden: reflektiecoëfficiënt (welke afhangt van het verschil in brekingsindex) en de grootte van de inhomogeniteiten.

De reflektiecoëfficiënt kan variëren van circa  $10^{-9}$  ( $m^{-1}$ ) voor hoogten tot enkele honderden meters tot circa  $10^{-15}$  ( $m^{-1}$ ) voor grotere hoogten.

Eigenschappen radarsysteem. We kunnen zo tot enkele eigenschappen komen, welke het te gebruiken radarsysteem moet bezitten:

- a) hoge afstandsresolutie; gestreefd wordt naar een resolutie van 1 meter (dit is de resolutie, welke door Richter [1] werd bereikt).
- b) hoge gevoeligheid in verband met de te verwachten geringe reflektiecoëfficiënten.
- c) daar ook tot dichtbij de zendantenne gemeten moet kunnen worden (voor het onderzoek zijn vooral de eerste 300 m. van de troposfeer van belang), moet ook een eis van kleine minimum afstand gesteld worden.
- d) zo klein mogelijke bandbreedte.

Keuze golflengte. De te gebruiken golflengte wordt bepaald door de volgende factoren:

- doordat de reflektiecoëfficiënt voor spiegelende oppervlakken groter wordt als elektrische dikte van het overgangsgebied (van  $n_1$ , naar  $n_2$ ) kleiner wordt is een grotere golflengte gewenst.
- de golflengte dient juist zo klein mogelijk gekozen te worden in verband met de bundeling van de antenne (de bundelbreedte van een parabolische antenne is ongeveer  $\lambda/D$  radialen).

- "clear-air scatter"-lagen vertonen een  $\lambda^{-1/3}$  afhankelijkheid voor de reflektiecoëfficiënt, zodat een zo klein mogelijke golflengte gunstig is.
- de golflengte dient groter te zijn dan de zogenaamde "limiting microscale" (lm) van de turbulenties. Deze lm is van de grootte-orde van 1 à 2 cm.

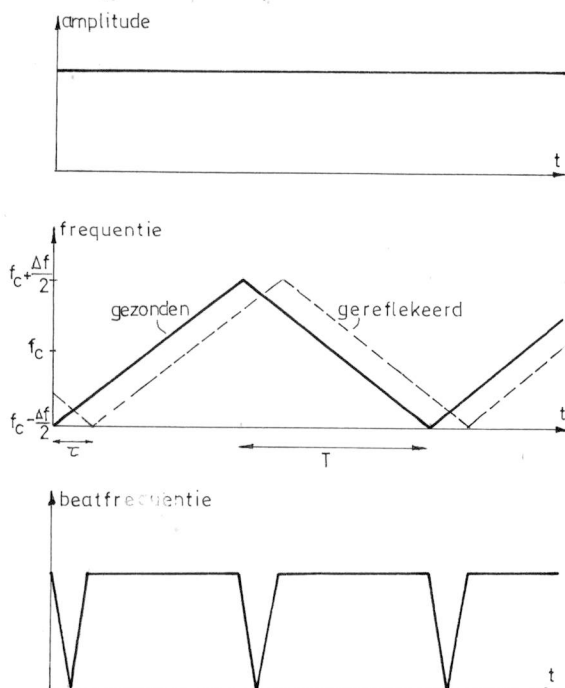
Deze factoren in beschouwing nemende, lijkt een golflengte van 5 à 10 cm. optimaal. Voor het dakproject is een golflengte van 10 cm gekozen.

Keuze radarsysteem. Er zijn verschillende radarsystemen mogelijk [5, 6].

- 1e Pulsradar
  - a) "gewone" pulsradar.
  - b) pulsradar met pulskompressie.
  - c) pulsradar met correlatie.
- 2e FM-CW radar (frequency modulated - continues wave radar).

In verband met eerder genoemde eigenschappen, welke het radarsysteem moet bezitten, blijken de diverse soorten pulsradar technisch niet uitvoerbaar te zijn [6].

Richter maakte gebruik van FM-CW radar. Hierbij wordt een signaal uitgezonden, waarvan de frequentie lineair met de tijd toe- en



afneemt (fig. 1.2), en waarvan de amplitude konstant is.

Dit signaal wordt ook wel "chirp"-signaal genoemd.

Het gereflekteerde signaal heeft een momenteel frequentieverschil met het gezonden signaal.

Dit frequentieverschil (de zogenaamde "beatfrequentie") kan verkregen worden door het gezonden signaal met het ontvangen signaal te vermenigvuldigen.

De grootte van de aldus ontstane beatfrequentie wordt (bij gegeven systeem parameters) bepaald door de afstand van zendantenne tot reflectiepunt.

Figuur 1.2

Is deze afstand R, dan is de bijbehorende beatfrequentie:

$$f_b = \frac{\Delta f}{T} \cdot \tau = \frac{\Delta f}{T} \cdot \frac{2R}{c} .$$

Met  $\Delta f$  = frequentiezwaai

$2T$  = herhalingsstijdd

$c$  = lichtsnelheid

De frequentiezwaai  $\Delta f$ , welke Richter gebruikte om een resolutie van 1 meter te halen, bedroeg 200MHz (bij een centrale frequentie van 3 GHz).

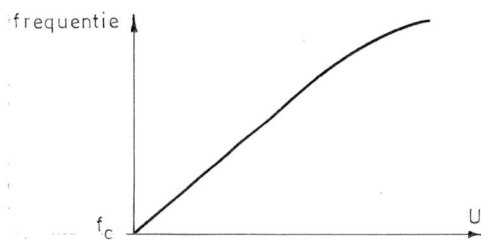
In het dakproject zal getracht worden eenzelfde resolutie te bereiken met een kleinere bandbreedte.

### 1.2 Lineariteit van de frequentiesweep

De grootte van de beatfrequentie is gelijk aan het verschil tussen de uitgezonden en ontvangen frequentie op een bepaald tijdstip.

Hellingvariatiies, d.w.z. niet-lineariteiten in de frequentie-sweep, zullen dus onmiddellijk doorspreken in de beatfrequentie. Daar tevens de eis gesteld is, dat de afstandsresolutie 1 meter moet bedragen, heeft dit konsekwenties voor de lineariteit van de frequentie-sweep.

### 1.3 Definitie niet-lineariteit



Voor het verband tussen ingangsspanning en frequentie aan de uitgang van de frequentie-modulator kan worden geschreven:

$$f = f_c + a u + b u^2 + c u^3 + \dots \text{(fig. 1.3)}$$

Figuur 1.3

In het lineaire geval zijn de factoren  $b$ ,  $c$  enz. gelijk aan nul.



De momentele helling van de frequentie-spanningskarakteristiek bedraagt:

$$s_m = \frac{df}{du} = a + 2bu + 3cu^2 + \dots$$

In het lineaire geval wordt deze helling:

$$s_{m1, \text{lin}} = a$$

De niet-lineariteit is nu:

$$\delta \stackrel{\text{def}}{=} 1 - \frac{s_m}{s_{m, \text{lin}}} = - \frac{2bu + 3cu^2 + \dots}{a}$$

Is  $\delta < 0$ , dan betekent dit een positieve momentele helling-afwijking ( $s_m > s_{m, \text{lin}}$ ). Is  $\delta > 0$ , dan is de momentele helling-afwijking negatief ( $s_m < s_{m, \text{lin}}$ ).

#### 1.4 Invloed van niet-lineariteiten in de ingangsspanning

Voor de frequentie aan de uitgang van de frequentiemodulator geldt:

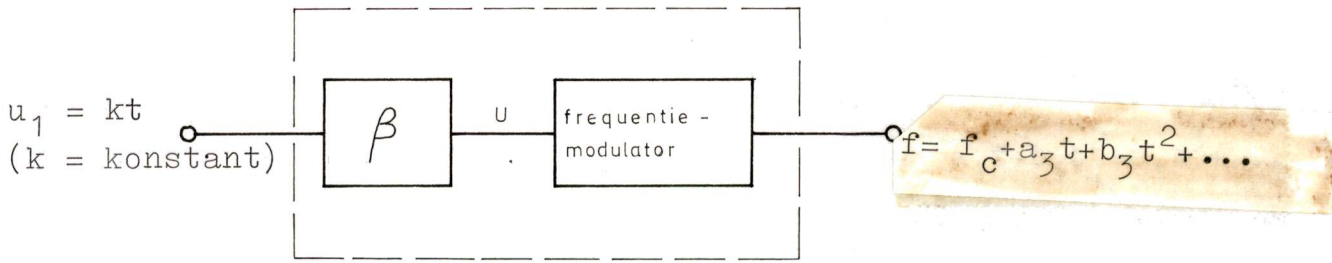
$$f = f_c + au + bu^2 + cu^3 + \dots \quad (u = \text{ingangsspanning})$$

In het geval van lineaire FM-CW radar zal de ingangsspanning een lineaire functie van de tijd zijn (indien de modulator zelf lineair is). In de praktijk zal deze spanning eveneens niet-lineariteiten vertonen:

$$u = a_1 t + b_1 t^2 + c_1 t^3 + \dots \quad (\text{x})$$

Dit kan opgevat worden als de uitgangsspanning van een netwerk, waarvan de ingangsspanning een lineaire functie van de tijd is (fig. 1.4).

- (x) Uitgaande van een driehoekvormige spanning, wordt in appendix AI aangegeven hoeveel spektrale componenten meegenomen moeten worden om een bepaalde niet-lineariteit niet te overschreiden.



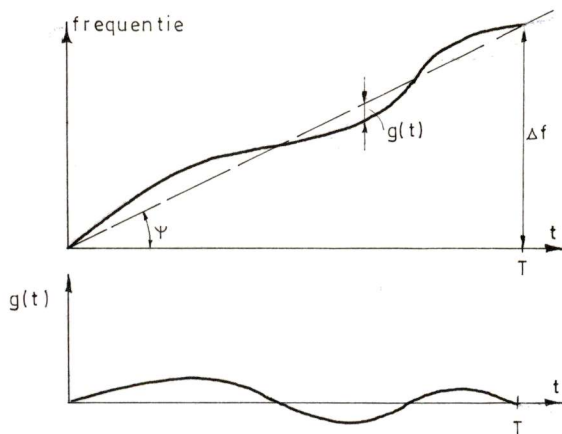
Figuur 1.4

Voor de combinatie: netwerk-modulator geldt dan:

$$f = f_c + a_2 u_1 + b_2 u_1^2 + c_2 u_1^3 + \dots = f_c + a_3 t + b_3 t^2 + c_3 t^3 + \dots$$

Deze benaderingswijze dekt eveneens het geval, dat de modulator sterk niet-lineair is, en het netwerk  $\beta$  een zodanige overdracht bezit, dat de niet-lineariteit van de modulator wordt gekompenseerd ( d.w.z. zodanig dat  $b_2 = c_2 = 0$  en  $b_3 = c_3 = 0$  ). De schrijfwijze van  $f$  als functie van  $t$  wordt gebruikt in de volgende paragraaf.

1.5 Grootte van de niet-lineariteiten



Figuur 1.5

Voor de gezonden frequentie geldt:

$$f_z = f_c + \alpha t + g(t) \quad (0 < t < T)$$

$$(\alpha = \text{tg } \psi = \Delta f / T)$$

Voor de ontvangen frequentie geldt:

$$f_0 = f_c + \alpha \cdot (t - \tau) + g(t - \tau) \quad (\tau < t < T + \tau)$$

De functie  $g(t)$  vertegenwoordigd de niet-lineariteit van de frequentie-sweep.

De beatfrequentie is het verschil tussen gezonden en ontvangen frequentie, zodat:

$$f_b = \alpha \tau + g(t) - g(t-\tau) \quad (\tau < t < T)$$

$g(t-\tau)$  kan in een Taylorreeks ontwikkeld worden:

$$g(t-\tau) = g(t) - \frac{\tau}{1!} g'(t) - \frac{\tau^2}{2!} g''(t) - \dots$$

Voor  $\tau \ll 1$  kunnen de termen met  $\tau^2$ ,  $\tau^3$  etc. verwaarloosd worden, zodat voor  $f_b$  gevonden wordt:

$$f_b \approx \alpha \tau + \tau g'(t)$$

Een afstandsverschil van 1 meter correspondeert met een frequentieverschil  $\delta f = 2\alpha/c$ . Daar de frequentievariatie  $\tau g'(t)$  zowel positief als negatief kan zijn, dient de absolute waarde van  $\tau g'(t)$  kleiner te zijn dan  $\alpha/c$ .

Voor de niet-lineariteit geldt:

$$\delta = 1 - \frac{\left(\frac{df}{dt}\right)_{\text{mom}}}{\left(\frac{df}{dt}\right)_{\text{lin}}} = - \frac{g'(t)}{\alpha} .$$

Zodat:

$$|\tau g'(t)| = \tau \alpha |\delta| < \frac{\alpha}{c} .$$

Of:

$$|\delta| < \frac{1}{2R} .$$

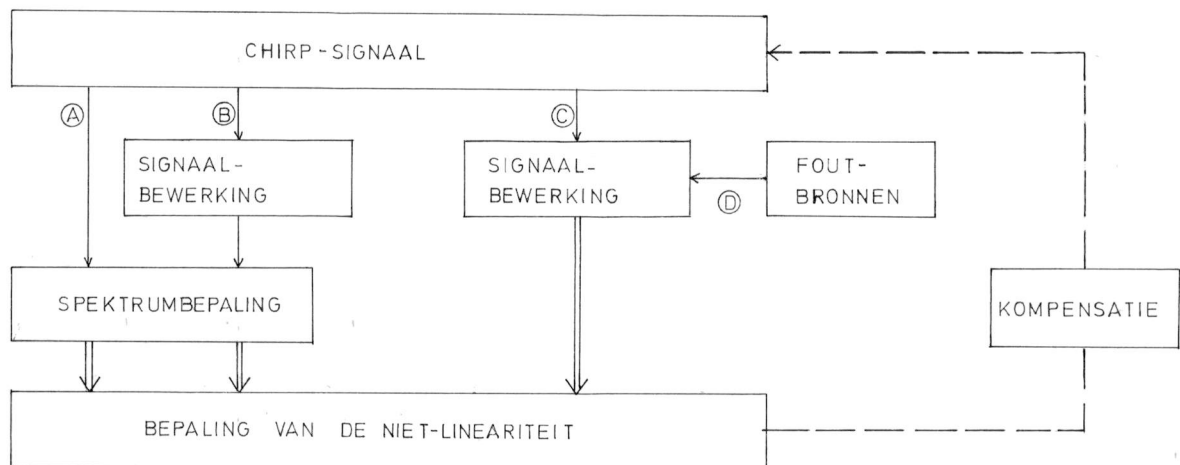
Voor een afstand van 1 km moet dan gelden:  $|\delta| < 0,5 \text{ o/oo}$ .

## 1.6 Omschrijving afstudeeropdracht

Zoals uit de voorgaande paragrafen blijkt, is de lineariteit van de frequentie-zwaai bepalend voor de te behalen resolutie. Het is dus gewenst de lineariteit onder operationele condities te kunnen nagaan.

De afstudeeropdracht kan als volgt worden omschreven: onderzoek op welke manier(en) de niet-lineariteit van de lineaire frequentie-zwaai bepaald kan worden.

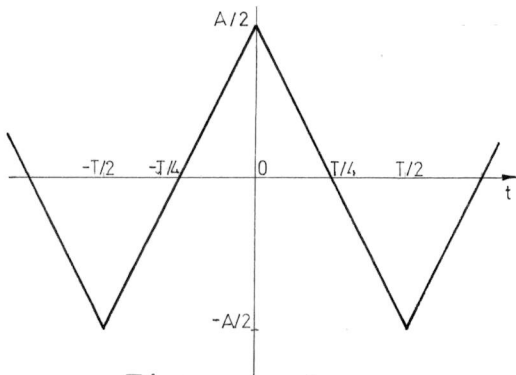
De werkwijze, in dit verslag gevolgd, is schematisch weergegeven in fig.1.6.



Figuur 1.6

- A- Men kan zich afvragen of uit het spectrum van het chirp-sig-naal de nodige informatie te verkrijgen is om de grootte van de niet-lineariteit te bepalen. Dit wordt nagegaan in par.2.5.
- B- De mogelijkheid om de niet-lineariteit te bepalen uit het spek-trum van een signaal, welke door een bewerking uit het chirp-sig-naal is verkregen, wordt bekeken in par.2.4. Het ligt voor de hand uit te gaan van het beatsignaal; de signaalbewerking bestaat dan uit het vertragen van het chirp-sig-naal en het vermenigvuldigen van dit vertraagde met het niet vertraagde signaal.
- C- De bepaling van de niet-lineariteit via andere signaalbewer-kingen wordt beschreven in de hoofdstukken 3 en 4, waarbij hoofdstuk 4 handelt over een voor het dakproject ontwikkelde niet-lineariteitsmeter.
- D- De invloed van storingsbronnen wordt bekeken in de hoofdstukken 5 en 6.

Appendix AI



Figuur a.1

Voor het in fig. a.1 weergegeven signaal kan geschreven worden:

$$s(t) = \frac{4A}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos k \cdot 2\pi t/T}{k^2}$$

(k= 1, 3, 5, 7, .....)

Om de invloed na te gaan van een eindig aantal Fourier-komponenten op de niet-lineariteit, wordt uitgegaan van de definitie van par. 1.3:

$$\delta = 1 - \frac{\left(\frac{ds(t)}{dt}\right)_{k_1}}{\left(\frac{ds(t)}{dt}\right)_{\infty}}$$

(De index  $\infty$  resp.  $k_1$  betekent het meenemen van oneindig veel resp. een eindig aantal componenten van  $s(t)$ ).

Met:  $\left(\frac{ds(t)}{dt}\right)_{\infty} = \frac{-8A}{\pi T} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin k x}{k} \quad (k = 1, 3, 5, \dots)$

en  $\left(\frac{ds(t)}{dt}\right)_{k_1} = \frac{-8A}{\pi T} \sum_{k=1}^{k_1} \frac{\sin k x}{k} \quad (x=2 t/T)$

De invloed van een eindig aantal componenten wordt bekeken op het midden van de helling ( $|\sin k x| = 1$ ):

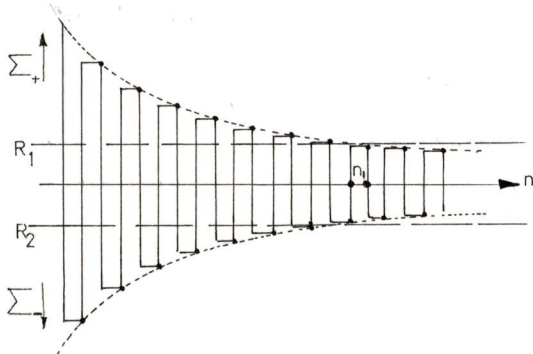
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin k x}{k} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots = \frac{\pi}{4}$$

Wordt als eis gesteld  $|\delta| \leq \delta_{\max}$ , dan moet gelden:

$$\sum_{+} = \sum_{n=1}^{n_1} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} \leq (1 + \delta_{\max}) \cdot \frac{\pi}{4} = R_1 \quad \begin{matrix} (n_1 \text{ oneven}) \\ (2n_1-1 = k_1) \end{matrix}$$

$$\sum_{-} = \sum_{n=1}^{n_1} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} \geq (1 - \delta_{\max}) \cdot \frac{\pi}{4} = R_2 \quad (n_1 \text{ even})$$

(deze splitsing is noodzakelijk, daar de sommatie kan worden afgebroken na een optelling -  $n_1$  oneven - of een aftelling -  $n_1$  even - ; Fig. a.2).



Figuur a.2

De berekening werd uitgevoerd m.b.v. een tafel-rekenmachine van Hewlett Packard (HP 9100 A).

De resultaten zijn vermeld in tabel a.1.

Hieruit blijkt, dat, voor  $\delta_{\max} = 0,5$  o/o,  $2n_1 - 1 = 1275$

komponenten meegenomen moeten worden.

De spektrumbreedte bedraagt:  $B = (2 n_1 - 1)/T$  Hz.

Voor  $1/T = 50$  Hz en  $\delta = 0,5$  o/o :  $B = 63,75$  kHz.

$\delta_{\max}$ (o/o)	$n_1$	$R_1$	$\Sigma_+$
1,0	319	0,786183562	0,786181861
0,5	637	0,785790862	0,785790628
0,1	3185	0,785476703	0,785476656
		$R_2$	$\Sigma_-$
1,0	320	0,784612765	0,784616915
0,5	638	0,785005464	0,785006314
0,1	3184	0,785319624	0,785319646

Tabel a.1

## HOOFDSTUK II

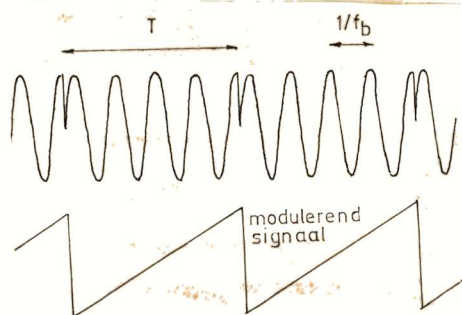
### Enige frequentiespektra

In dit hoofdstuk zullen enige frequentiespektra worden berekend, teneinde de invloed van bepaalde factoren te kunnen nagaan.

- In par.2.1 wordt het spectrum van het beatsignaal berekend, indien de reflektiepunten stationair zijn. Het zal dan blijken, dat slechts voor bepaalde waarden van de beatfrequentie, het spectrum één enkele lijn oplevert.
- In par.2.2 wordt de invloed van een eindige waarnemingstijd bekeken.
- In par.2.3 wordt de invloed bekeken van de beweging der reflektiepunten; naast het doppler-effekt (eerste-orde effect) zal de invloed van een tweede-orde effect worden berekend.
- Par.2.4 behandelt de invloed van niet-lineariteiten in de lineaire frequentie-zwaai op het spectrum van het beatsignaal.
- In par.2.5 wordt de invloed bekeken van deze niet-lineariteiten op het spectrum van het "chirp"-signaal zélf.  
(d.i. het gezonden signaal met lineaire zwaai).

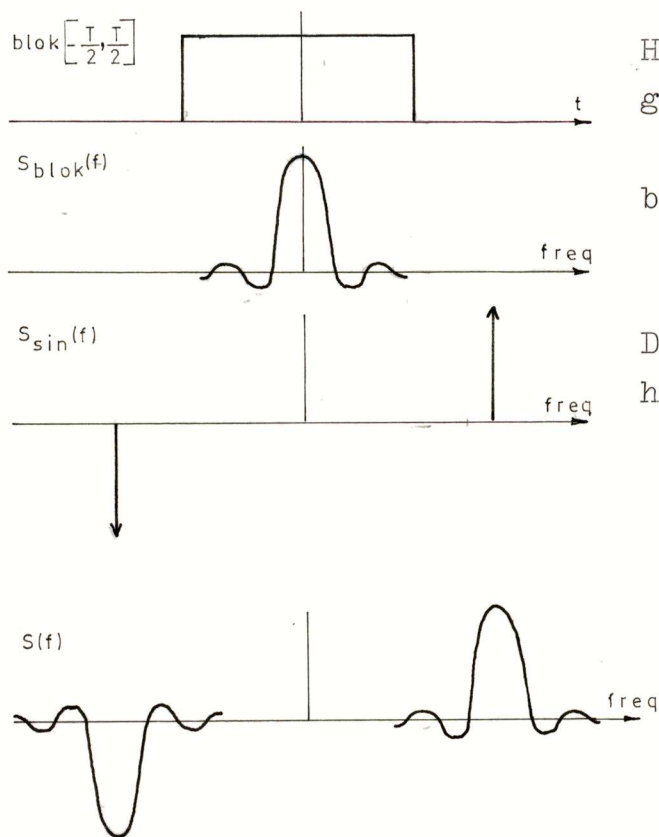
#### 2.1 Frequentiespectrum van het beatsignaal bij stationaire reflektiepunten.

Het beatsignaal is periodiek met periode  $T$ . In het tijddomein ziet het er uit, zoals in fig.2.1 is weergegeven. Om het spectrum



Figuur 2.1

van dit signaal te vinden, bedenken we, dat de Fourier-transformatie van  $\sin \omega_b t$  twee delta-functies oplevert op de omloopfrequenties  $f_b$  en  $-f_b$ . (fig.2.2c). Het signaal uit fig.2.1 kan ontstaan gedacht worden door vermenigvuldiging van  $\sin \omega_b t$  met het signaal blok  $[-T/2, T/2]$  (fig.2.2a), waarna het aldus verkregen signaal geconvolueerd is met een reeks delta-impulsen op onderlinge afstand  $T$ .



Het bloksignaal is als volgt gedefinieerd:

$$\text{blok} \left[ -\frac{T}{2}, \frac{T}{2} \right] = 1 \quad -\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2}$$

$$= 0 \quad |t| \geq \frac{T}{2}$$

De Fourier-getransformeerde hiervan is  $S_{\text{blok}}(f)$  (fig.2.2b).

Figuur 2.2

Zodat:  $s(t) = \sin \omega_b t \cdot \text{blok} \left[ -\frac{T}{2}, \frac{T}{2} \right] * \sum_{n=-\infty}^{\infty} T \delta(t-nT)$

Voor de Fourier-getransformeerde  $S(f)$  van  $s(t)$  wordt dan gevonden (fig.2.2d):

$$S(f) = \left\{ S_{\text{sin}}(f) * S_{\text{blok}}(f) \right\} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f-n/T)$$

of:

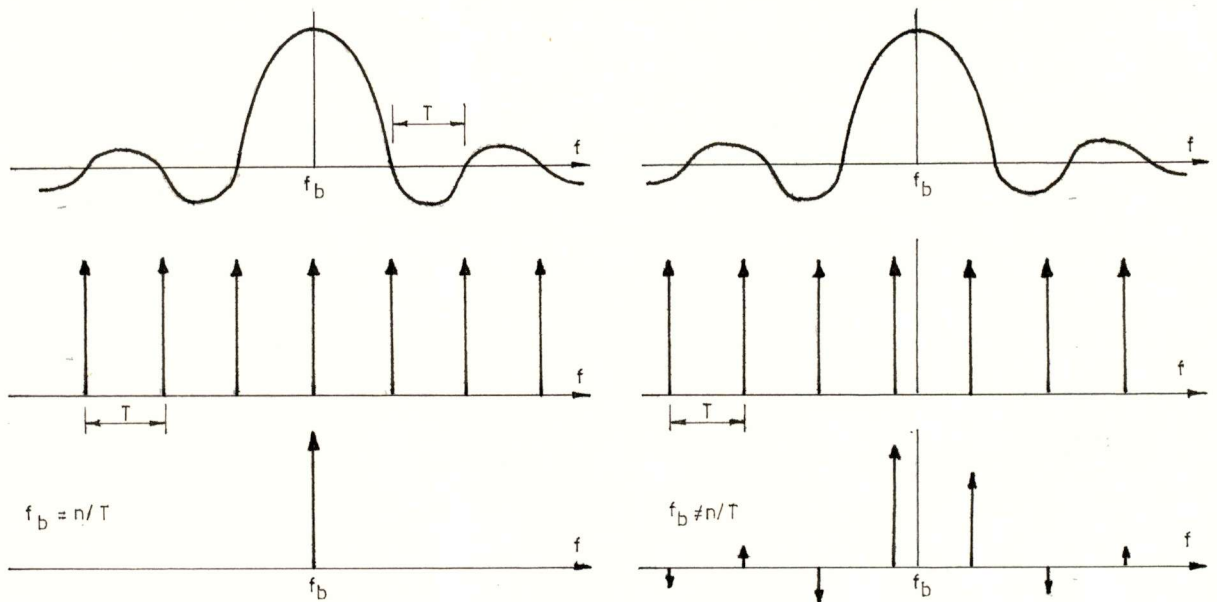
$$S(f) = \left[ \left\{ \delta(f-f_b) - \delta(f+f_b) \right\} * T \text{si} \left( \frac{\omega T}{2} \right) \right] \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f-n/T)$$

(Zie voor de uitwerking van  $S(f)$  de appendix aan het einde van deze paragraaf).

Het spektrum  $\left\{ \delta(f-f_b) - \delta(f+f_b) \right\} * T \text{si} \left( \frac{\omega T}{2} \right)$  dient vermenigvuldigd te worden met de reeks delta-functies  $\sum \delta(f-n/T)$ .

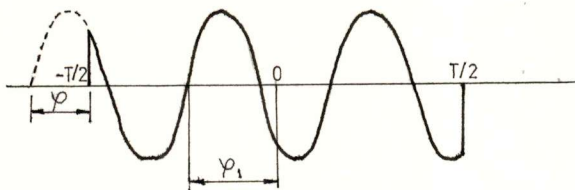


Hieruit kan men direkt zien, dat, slechts wanneer de beat-frequentie een geheel aantal malen  $1/T$  is, er slechts één delta-functie in het spektrum overblijft (de overige funkties vallen dan op de nuldoorgangen van de si-functie; fig.2.3).



Figuur.2.3

Appendix.



Figuur 2.4

Voor de diverse spektra kunnen de volgende uitdrukkingen gevonden worden:

$$\sin(\omega_b t + \varphi_1) \quad \text{+} \quad S_{\sin}(f) = \frac{j}{2} \left\{ e^{-j\varphi_1} \delta(f+f_b) - e^{j\varphi_1} \delta(f-f_b) \right\} .$$

$$\text{blok} \left[ -\frac{T}{2}, \frac{T}{2} \right] \quad \text{+} \quad S_{\text{blok}}(f) = T \text{ si} \left( \frac{\omega T}{2} \right) .$$

$$S_{\mathbf{x}}(f) = S_{\sin}(f) \mathbf{x} S_{\text{blok}}(f) =$$

$$= \frac{j T}{2} \left\{ e^{-j\varphi_1} \cdot \text{si} \left( (\omega + \omega_b) \frac{T}{2} \right) - e^{j\varphi_1} \cdot \text{si} \left( (\omega - \omega_b) \frac{T}{2} \right) \right\} .$$

$$S(f) = S_{\mathbf{x}}(f) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f-n/T) .$$

$S(f)$  is een lijnenspektrum; vullen we voor  $f$  in:  $f=n/T$ , dan vinden we  $S_n(f)$  :

$$S_n(f) = j(-1)^n \sin \pi f_b T \cdot \frac{\frac{n}{T} \cos \varphi_1 + j f_b \sin \varphi_1}{\left( \frac{n^2}{T^2} - f_b^2 \right)} .$$

Voor  $\varphi_1$  kan geschreven worden:  $K. 2\pi + \varphi_1 = 2\pi f_b \frac{T}{2} + \varphi$ .

Zodat:

$$|S_n(f)| = \left[ \frac{\frac{n^2}{T^2} \sin^2 \omega_b T \cdot \cos^2 \varphi - (1 - \cos \omega_b T) \sin \omega_b T \cdot \frac{\sin \varphi}{2} + (1 - \cos \omega_b T)^2 \sin^2 \varphi}{4 \pi^2 |f_b^2 - n^2/T^2|^2} + \frac{f_b^2 (1 - \cos \omega_b T)^2 \cos^2 \varphi - (1 - \cos \omega_b T) \sin \omega_b T \cdot \frac{\sin \varphi}{2} + \sin^2 \omega_b T \cdot \sin^2 \varphi}{4 \pi^2 |f_b^2 - n^2/T^2|^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

En met  $\varphi = 0$ :

$$|S_n(f)| = \frac{\left\{ \frac{n^2}{T^2} \sin^2 \omega_b T + f_b^2 (1 - \cos \omega_b T)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}}{2 \pi |f_b^2 - n^2/T^2|}$$

## 2.2 Frequentiespektrum bij eindige waarnemingstijd

Voor  $S(f)$  was gevonden:  $S(f) = S_{\underline{x}}(f) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - n/T)$ .

De aanname, dat  $n$  loopt van  $-\infty$  tot  $+\infty$ , stemt niet met de werkelijkheid overeen; slechts een beperkt aantal perioden  $N$  van het beatsignaal zullen voor bewerking beschikbaar zijn.

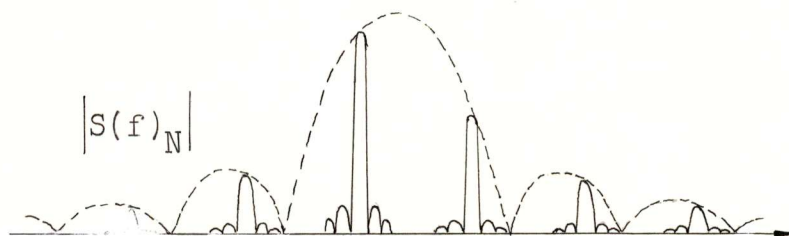
Dit kan analytisch geschreven worden als:  $s(t) \cdot \text{blok} \left[ -NT/2, NT/2 \right]$  d.w.z. de eindige observatietijd kan in rekening worden gebracht, door  $s(t)$  te vermenigvuldigen met een blokfunctie (zie voor de definitie hiervan par.2.1). In het spektrum  $S(f)$  moeten de delta-functies dus nog geconvolveerd worden met een si-functie, waarvan de breedte  $(1/NT)$  bepaald wordt door het aantal perioden dat in rekening gebracht wordt.

Indien  $N=1$ , dan vinden we:  $S_{\underline{x}}(f)$ .

Indien  $N=\infty$ , dan vinden we:  $S(f)$ .

Voor  $N$  willekeurig zal het spektrum bestaan uit si-functies op de plaatsen van de delta-functies (fig.2.5);  $S(f)_N$ .

nn



Figuur 2.5

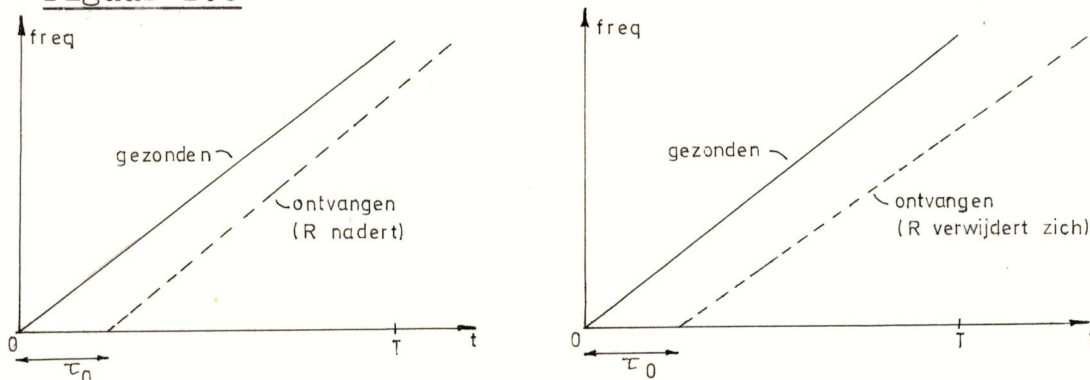
Opmerking: Het over een tijd  $nT$  verschoven signaal  $s(t+nT)$ .  
 • blok  $\left[-\frac{T}{2}+nT, \frac{T}{2}+nT\right]$  heeft als Fourier-getransformeerde:  
 $S_x(f) \cdot \exp(j\omega nT)$ ; het is de faseterm  $\exp(j\omega nT)$ , welke verantwoordelijk is voor het ontstaan van het lijnenspektrum.  
 In het algemeen kan men zeggen, dat een 'verstoring' (b.v. beweging van het reflektiepunt) aanleiding zal geven tot verbreding van het spektrum.

2.3 Frequentiespektrum van het beatsignaal bij bewegende reflektiepunten

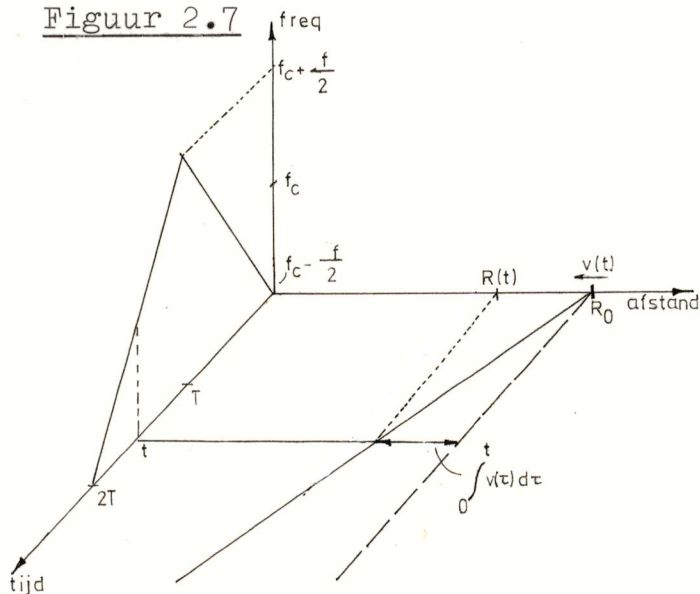


Het reflektiepunt R heeft een snelheid  $v(t)$  (m/s) in de richting van de antenne. De hiermee overeenkomende dopplerfrequentie bedraagt  $2v/\lambda$ . We bekijken het effect, dat verplaatsing van R heeft op het spektrum.

Figuur 2.6



Figuur 2.7



Figuur 2.8

Op tijdstip  $t=0$  is de afstand van antenne tot reflektiepunt:  $R_0$ . Ten allen tijden moet gelden:  
 $R(t) + \int_0^t v(\tau) d\tau = R_0$ .

Een frequentie  $f_1$ , op  $t=t_1$  gezonden, zal na een tijd  $\tau_1$  bij het reflektiepunt aankomen. Dit reflektiepunt heeft dan een afstand  $\int_{t_1}^{t_1+\tau} v(\tau') d\tau'$  afgelegd.

Zodat:  $R(t+\tau) = R_0 - \int_0^{t+\tau} v(\tau') d\tau'$  .

Eenvoudigheidshalve wordt aangenomen, dat  $v(t)=v=\text{konstant}$ .

Dan is:  $\tau = \frac{2R(t+\tau)}{c} = \frac{2R_0}{c} - \frac{2}{c} v \int_0^{t+\tau} d\tau'$  .

Of:  $\tau (1 + \frac{2v}{c}) = \tau_0 - \tau_t \approx \tau$  met:  $2v \ll c$   
 $\tau_0 = 2R_0/c$   
 $\tau_t = 2vt/c$

In appendix AII wordt afgeleid, dat de frequentie van het signaal na de mixer is:

bij opgaande flank :  $f_{\text{mom}} = f_b - f_d - 2\alpha\tau_t$

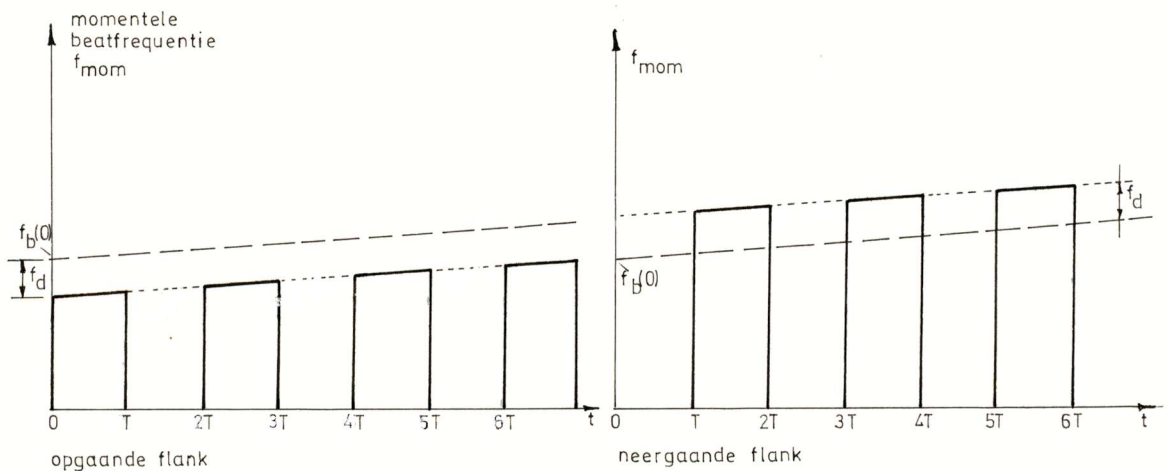
bij neergaande flank :  $f_{\text{mom}} = f_b + f_d - 2\alpha\tau_t$

met:  $f_d = \frac{2v}{\lambda_c} = \frac{2v}{c} f_c$  ;  $f_b = f_b(t=0) = \frac{\Delta f}{T} \cdot \frac{2R_0}{c}$  ;  $v \ll c$ .

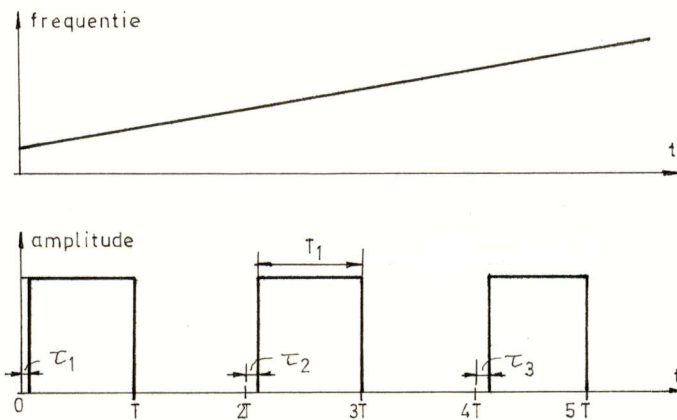
Tijdens de overgang van opgaande naar neergaande flank (en omgekeerd) gaat  $f_{\text{mom}}$  naar nul. De (niet versnelde) beweging van het reflektiepunt doet twee extra termen ontstaan:

- a. een (konstante) dopplerfrequentie, welke afwisselend bij de beatfrequentie wordt opgeteld (neergaande flank) en van de beatfrequentie wordt afgetrokken (opgaande flank).
- b. een frequentie-term, welke lineair afhangt van de tijd (met de aanname, dat  $v(t)=\text{konstant}$ ).

Het beatsignaal kan nu opgebouwd gedacht worden uit twee signalen, waarvan de frequenties het in fig.2.9a en b geschetste verloop hebben.



Figuur 2.9



Figuur 2.10

Elk van deze twee signalen kunnen we ontstaan denken uit een signaal, waarvan de frequentie toeneemt (of afneemt; dit hangt af van het teken van  $v$ ), vermenigvuldigd met een reeks blokimpulsen (fig.2.10).

De tijdstippen, waarop de blokimpulsen naar nul, respectievelijk naar 1 gaan, liggen niet steeds op een afstand  $2T$  uit elkaar. Dit is een gevolg van de beweging van het reflektiepunt. Zonder grote fout te maken, kan worden aangenomen dat de blokimpulsen gelijkvormig en equidistant zijn.

De breedte der pulsen bedraagt  $T_1$ . In het limietgeval, dat  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$  etc. naar nul gaan, nadert  $T_1$  tot  $T$ .

Zoals gezegd, kan het beatsignaal opgebouwd gedacht worden uit twee signalen, waarvan de ( $2f_d$  uit elkaar liggende) frequenties lineair afhangen van de tijd. Zoals blijkt uit fig.2.9 zijn deze twee signalen niet tegelijkertijd ongelijk aan nul.

In formule:

$$s_b(t) = s_{b,1}(t) + s_{b,2}(t) = \text{Re} \{ m_{b,1}(t) \} + \text{Re} \{ m_{b,2}(t) \} .$$

$$m_{b,1}(t) = m_1(t) \cdot \left[ \text{blok} [0, T_1] * \sum_{n=-\infty}^{\infty} T \delta(t-2nT) \right] \cdot \text{blok} [0, 2N_1T] .$$

$$m_{b,2}(t) = m_2(t) \cdot \left[ \text{blok} [T, T_1+T] * \sum_{n=-\infty}^{\infty} T \delta(t-2nT) \right] \cdot \text{blok} [0, 2N_1T] .$$

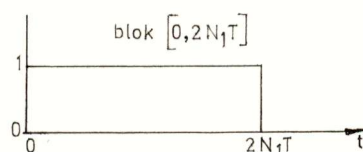
Toelichting:

1<sup>o</sup>  $m_1(t)$  en  $m_2(t)$  hebben de vorm van zogenaamde "chirp"-signalen [6].

$$m_1(t) = \exp \{ -j2\pi(f_b + f_d)t \} \cdot \exp j\pi\alpha't^2 \quad (\alpha' = \frac{4v}{c} \quad \alpha = \frac{4v}{c} \cdot \frac{\Delta f}{T}) .$$

$$m_2(t) = \exp \{ -j2\pi(f_b - f_d)t \} \cdot \exp j\pi\alpha't^2 .$$

2<sup>o</sup>  $2N_1T$  is de waarnemingstijd, d.w.z. we bekijken  $N_1$  opgaande en neergaande flanken van de gezonden frequentie.



Figuur 2.11

3<sup>o</sup> er wordt uitgegaan van een oneindig voortlopende reeks blokimpulsen; de tijdbegrenzing wordt gevormd door blok  $[0, 2N_1T]$ .



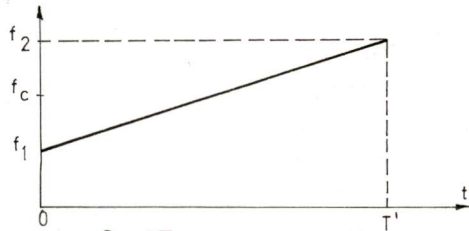
Figuur 2.12

Laten we in  $m_1(t)$  resp.  $m_2(t)$  de term  $e^{-j2\pi(f_b-f_d)t}$  resp.  $e^{-j2\pi(f_b+f_d)t}$  buiten beschouwing (deze zorgen in het frequentiedomein voor een verschuiving ter grootte  $f_b-f_d$  resp.  $f_b+f_d$ ), dan is de Fourier-getransformeerde van het overgebleven deel van  $m_1(t)$  en  $m_2(t)$ :

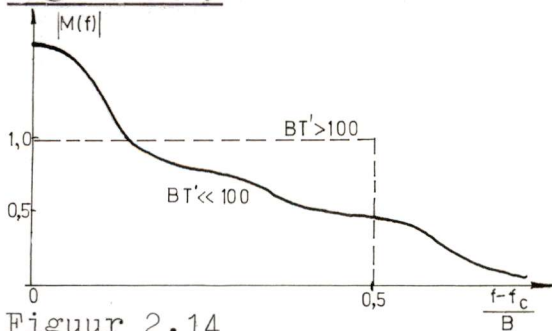
$$M'_{b,1}(f) = M(f) * \left[ T_1 \text{sinc} \frac{\omega T_1}{2} \cdot e^{-j\omega T_1/2} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f-n/2T) \right] * 2N_1 T \text{sinc} \omega N_1 T \cdot e^{-j\omega N_1 T}$$

$$M'_{b,2}(f) = M(f) * \left[ T_1 \text{sinc} \frac{\omega T_1}{2} \cdot e^{-j\omega(T+T_1)/2} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f-n/2T) \right] * 2N_1 T \text{sinc} \omega N_1 T \cdot e^{-j\omega N_1 T}$$

$M(f)$  is de getransformeerde van het chirp-signaal  $\exp(j\pi\alpha't^2)$  [6]. (fig.2.13). Over een tijd  $T$  neemt de frequentie lineair toe van  $f_1$  tot  $f_2$  ( $f_2-f_1=B$ ).



Figuur 2.13



Figuur 2.14

BT' is de "modulatie-index" van een dergelijk signaal. Voor grote waarden van BT' ( $BT' > 100$ ) is het spectrum rechthoekig met breedte B (zie fig.2.14; gestreepte lijn). Voor kleine waarden van BT' is het spectrum echter zeer breed. Daar de energie-inhoud voor hogere frequenties klein is, kan praktisch met een breedte B gerekend worden (fig.2.14).

M(f) is de getransformeerde van  $\exp(j \cdot t^2)$

Met  $m(t) = \exp(j\pi\alpha't^2) = \exp j\phi(t)$  kan de volgende uitdrukking voor B gevonden worden:

$$B = \frac{1}{2\pi} \Delta \left\{ \frac{d\phi(t)}{dt} \right\} = \Delta(\alpha't) = \alpha'\Delta t = 8 \frac{v}{c} N_1 \Delta f.$$

Indien  $2N_1 = 10$  (d.w.z. 5 opgaande en neergaande flanken van de frequentie van het gezonden signaal) en  $v = 30$  m/s, volgt hieruit:  $B = 40$  Hz en  $BT' = 4$  ( $T = 0,01$  sec).

De spektra  $M'_{b,1}(f)$  en  $M'_{b,2}(f)$  zijn, op een faseterm na, aan elkaar gelijk.

Dit gemeenschappelijke deel van het spectrum kan gevonden worden door de si-functie  $si(\omega_1 T/2)$  (fig.2.15a) te vermenigvuldigen met:

- de reeks delta-impulsen b (fig.2.15b) in het geval, dat  $f_b = n'/T$  ( $n' = 1, 2, \dots$ )
- de reeks delta-impulsen c (fig.2.15c) in het geval, dat  $f_b \neq n'/T$ .

Het aldus verkregen lijnenspectrum (fig.2.15e en d) moet geconvolueerd te worden met  $M(f)$  (fig.2.15f). Voor  $f_b = n'/T$  levert dit fig.2.15g. Fig.2.15h geeft een voorbeeld voor het geval  $f_b \neq n'/T$ . Het gemeenschappelijke deel van de spektra

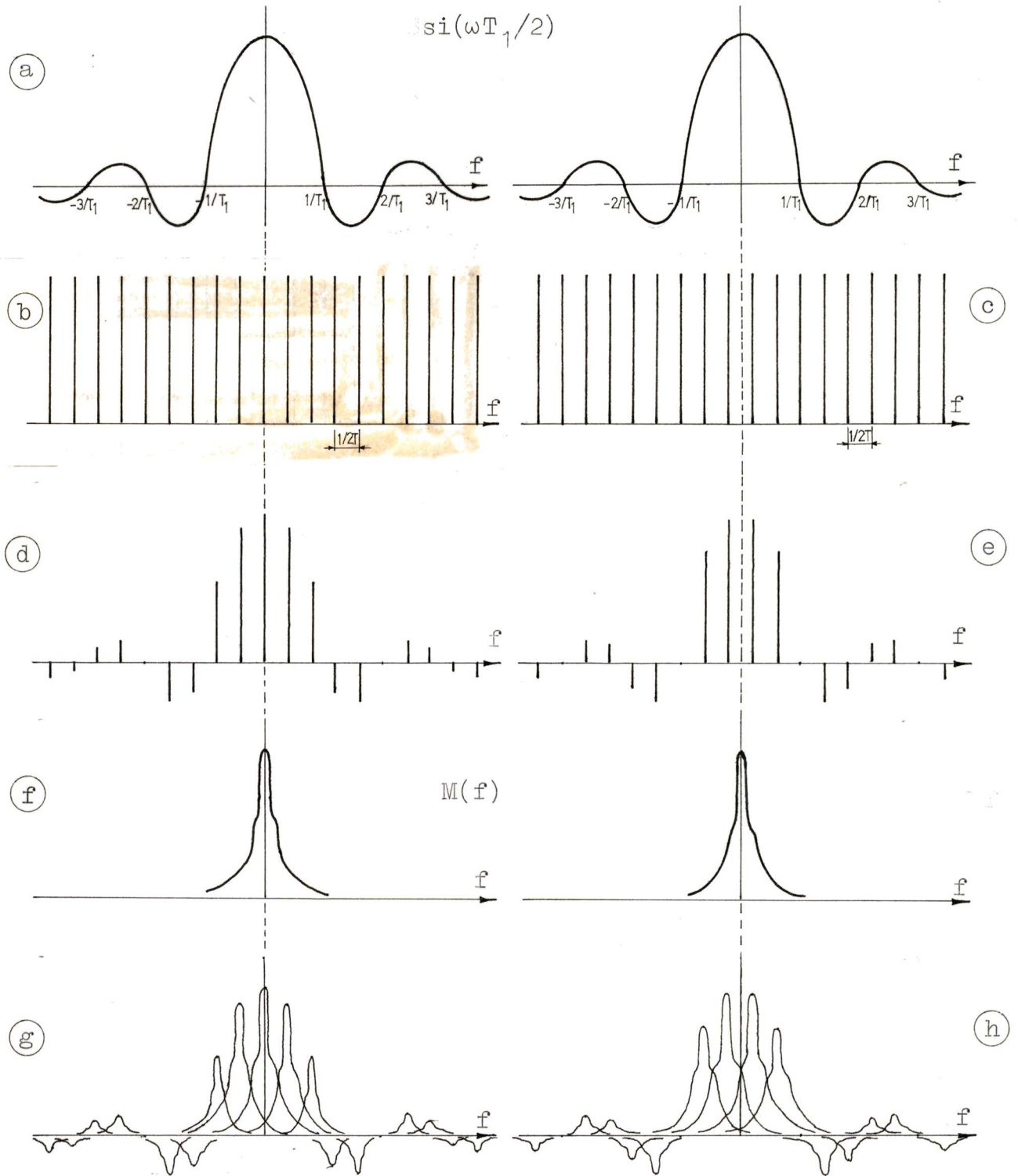
$M'_{b,1}(f)$  en  $M'_{b,2}(f)$  volgt nu uit convolutie van de in fig.2.15g en h weergegeven spektra met  $2N_1 T si(\omega N_1 T) \exp(-j\omega N_1 T)$ .

De figuren g en h dienen slechts ter illustratie van het feit, dat overlapping kan optreden. Dat gebeurt, indien  $v$  en  $N_1$  zodanige waarden hebben dat  $B > 1/2T$  (in feite gebeurt dit reeds voor kleinere waarden van  $v$  en  $N_1$ , indien in aanmerking wordt genomen, dat het spectrum  $M(f)$  zich verder uitstrekt dan over een breedte B).

Opmerking 1: zoals uit fig.2.15 blijkt, bestaat het spectrum uit componenten op een geheel aantal malen  $1/2T$ . Dit wordt veroorzaakt door de splitsing van het beatsignaal in twee signalen. Wordt namelijk  $v=0$  (stationair reflektiepunt), dan is  $M(f) = 1$  en is het spectrum van het beatsignaal:

$$S(f) = \left[ T_1 si \frac{\omega T_1}{2} \cdot e^{-j\omega T_1/2} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - n/2T) \right] \cdot (1 + e^{-j\omega T}) \cdot 2N_1 T si \omega N_1 T \cdot e^{-j\omega N_1 T}$$





Reeks delta-funkties b:  $(f - n/2T) \delta(f)$

Reeks delta-funkties c:  $(f - f_1 - n/2T) \delta(f - f_1 - n/2T)$   $f_1 \neq 0$

Figuur 2.15

De funktie  $1+e^{-j\omega T}$  heeft nulpunten op de frequenties  $1/2T + m/T$  ( $m=0,1,2,\dots$ ), zodat slechts de componenten op een geheel aantal malen  $1/T$  overblijven. Dit is in overeenstemming met het resultaat van par.2.1.

Opmerking 2:  $T_1$  is de breedte der blokimpulsen van de twee signalen, waarin het beatsignaal is opgedeeld. Deze tijd is (vooral voor grote waarden van  $v$ ) niet gelijk aan  $T$  (de zwaai-tijd; bij stationaire reflektiepunten is dit tevens de periodetijd van het beatsignaal).

Dit heeft tot gevolg, dat, ook in het geval  $f_b = n'/T$  ( $n'$  geheel), extra componenten in het spektrum ontstaan. In het limietgeval  $T_1 \rightarrow T$  zal, buiten de componenten op  $1/2T + m/T$ , slechts één spektraalkomponent overblijven.

Opmerking 3: indien de termen  $\exp -j2\pi(f_b+f_d)t$  en  $\exp -j2\pi(f_b-f_d)t$  in de beschouwing meegenomen worden, dan betekent dit, dat het gevonden spektrum  $M'_{b,1}(f)$  resp.  $M'_{b,2}(f)$  geconvolueerd moet worden met  $\delta(f-f_b-f_d)$  resp.  $\delta(f-f_b+f_d)$  (indien slechts positieve omloopfrequenties bekeken worden).

### Conclusie:

a. uitgaande van een waarnemingstijd  $2N_1T$ , zullen de spektraalkomponenten elkaar boven een bepaalde snelheid  $v_1$  (in de richting van de antenne) gaan overlappen.

De breedte van een spektraalkomponent bedraagt:

$$B + \frac{1}{2N_1T} = \frac{4v}{c} \cdot 2N_1 \cdot \Delta f + \frac{1}{2N_1T}.$$

(vgl. par.2.2: indien  $N$  = even, is  $N = 2N_1$ ).

b. Bovendien ontstaan door de beweging van het reflektiepunt componenten op  $1/2T + m/T$  ( $m=0,1,2,\dots$ ) naast de reeds in par.2.1 berekende componenten op  $1/T + m/T$  voor stationaire reflektiepunten.

c. De componenten op  $1/2T + m/T$  zijn eveneens aanwezig indien  $f_b = n'/T$  ( $n'$  geheel); de grootte wordt bepaald door de snelheid van het reflektiepunt in de richting van de antenne.

## 2.4 Spektrum van het beatsignaal bij niet-lineaire frequentie-zwaai

Zoals blijkt uit par.2.1 bestaat het spektrum van het beatsignaal (voor een stationair reflektiepunt) uit delta-functies op onderlinge afstand  $1/T$ . De omhullende van het spektrum is een si-functie.

In deze paragraaf wordt de invloed van niet-lineariteiten op de frequentie-zwaai op de vorm van dit spektrum nagegaan.

Voor de momentele niet-lineariteit van de frequentie-zwaai kan geschreven worden: (par.1.5) :

$$\delta_{\text{mom}}(t) = - \frac{1}{\alpha} \frac{dg}{dt}$$

zodat:  $f_{b,\text{mom}} = \alpha \tau + \tau \frac{dg}{dt} = \alpha \tau - \alpha \tau \delta_{\text{mom}}(t)$  .

Voor de berekening van de invloed van  $\delta$  op het spektrum van het beatsignaal, zal de discontinuïteit van het beatsignaal (met periode  $T$  ; par.2.1) voorlopig buiten beschouwing worden gelaten. De periodiciteit van  $\delta_{\text{mom}}$  (welke geïntroduceerd wordt door de periodiciteit van het chirp-signaal) kan op de volgende manier worden beschreven (aangenomen wordt, dat  $\delta$  op de positieve helling van de frequentie-zwaai hetzelfde verloop heeft als op de negatieve helling) :

$$\delta_{\text{mom}}(t) = \sum_1 \left\{ \delta_a(1) \cos l\omega_1 t + \delta_b(1) \sin l\omega_1 t \right\} \dots\dots(2.4.1)$$

$$\omega_1 = 2\pi/T$$
$$\delta_a \geq 0 ; \delta_b \geq 0$$

Opmerking:  $\delta_0 = 0$ , daar een konstante hellingafwijking resulteert in een lineaire frequentie-zwaai.

Het beatsignaal heeft de volgende vorm:

$$s_b(t) = \cos \left\{ \omega_b t - \omega_b \int \delta_{\text{mom}}(t) dt \right\} =$$
$$= \text{Re} \left\{ e^{-j\omega_b t} \cdot e^{j\omega_b \int \delta_{\text{mom}}(t) dt} \right\} = \text{Re} \left\{ e^{-j\omega_b t} \cdot e^{j\varphi(t)} \right\} \dots\dots(2.4.2)$$

Met de uitdrukking voor  $\delta$  (2.4.1) volgt dan:

$$e^{j\varphi(t)} = \exp\left\{j\omega_b \int \sum_1 \delta_a(l) \cos l\omega_1 t dt\right\} \cdot \exp\left\{j\omega_b \int \sum_1 \delta_b(l) \sin l\omega_1 t dt\right\} =$$

$$= \exp\left\{j \sum_1 m_a(l) \sin l\omega_1 t\right\} \cdot \exp\left\{-j \sum_1 m_b(l) \cos l\omega_1 t\right\} \quad \dots(2.4.3)$$

Hierin zijn  $m_a(l)$  en  $m_b(l)$  de modulatie-indices, behorende bij de  $l^e$  Fourier-komponenten van  $\delta_{\text{mom}}(t)$ .

$$m_a(l) = \frac{\omega_b \delta_a(l)}{l\omega_1} = f_b T \frac{\delta_a(l)}{l}$$

$$m_b(l) = \frac{\omega_b \delta_b(l)}{l\omega_1} = f_b T \frac{\delta_b(l)}{l}$$

De sommatie in de exponent van 2.4.3 kan geschreven worden als een produktreeks :

$$m(t) = e^{j\varphi(t)} = \prod_1 \left[ \exp\{jm_a(l) \sin l\omega_1 t\} \cdot \exp\{-jm_b(l) \cos l\omega_1 t\} \right] =$$

$$= \prod_1 \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n\{m_a(l)\} \exp(jnl\omega_1 t) \cdot \sum_{n'=-\infty}^{\infty} (-1)^{n'} J_{n'}\{m_b(l)\} \exp(jn'l\omega_1 t) \right]$$

.....(2.4.4)

Teneinde uitdrukking 2.4.4 te vereenvoudigen, bedenken we dat  $f_b T = 50$  (indien  $f_b = 5$  kHz en  $T = 0,01$  sec.); voor  $l=1$  geldt dan reeds voor een waarde  $\delta < 2\%$ , dat  $m_a$  en  $m_b$  kleiner zijn dan 1. Dit betekent, dat het voor deze waarde van  $\delta$  voldoende is de Besselfuncties  $J_0$  en  $J_{\pm 1}$  in rekening te brengen.

Voor  $m(t)$  kan dan geschreven worden:

$$m(t) = \prod_1 \left[ \left\{ J_0(m_a) J_0(m_b) + 2J_1(m_a) J_1(m_b) \right\} + \right.$$

$$\left. + \left\{ J_0(m_a) J_1(m_b) - J_1(m_a) J_0(m_b) \right\} \cdot \left\{ e^{-jl\omega_1 t} - e^{jl\omega_1 t} \right\} + \right.$$

$$\left. - \left\{ J_1(m_a) J_1(m_b) \right\} \cdot \left\{ e^{-2jl\omega_1 t} + e^{2jl\omega_1 t} \right\} \right] \quad \dots\dots(2.4.5)$$

met:  $J_0(m_a) = J_0\{m_a(l)\}$  etc.

Voorbeeld: indien in de Fourier-reeks vandslechts de termen op de frequentie  $1/T$  in rekening gebracht hoeven te worden (d.w.z. voor  $l$  geldt alleen de waarde 1), bestaat het spektrum uit de volgende componenten:

$$\begin{array}{ll} J_0(m_a)J_0(m_b) + 2J_1(m_a)J_1(m_b) & \text{op omloopfrequentie } f = 0 \\ J_0(m_a)J_1(m_b) - J_1(m_a)J_0(m_b) & \text{op omloopfrequentie } f = f_1 \\ -J_0(m_a)J_1(m_b) + J_1(m_a)J_0(m_b) & \text{op omloopfrequentie } f = -f_1 \\ -J_1(m_a)J_1(m_b) & \text{op omloopfrequentie } f = \pm 2f_1 \end{array}$$

D.w.z. 5 componenten; de breedte van het spektrum is  $4f_1 = 4/T$ . Indien  $l$  loopt van 1 tot  $L$  ( $L$  is de grootste waarde van  $l$ , waarvoor  $\delta_a$  en/of  $\delta_b$  niet nul is, zodanig dat  $\delta_a = \delta_b = 0$  voor  $l > L$ ), dienen de verschillende termen van  $m(t)$  geconvolveerd te worden om het spektrum te krijgen.

Er zijn dan in het resulterende spektrum  $4 \sum_L l+1$  componenten, ofwel:  $2L(L+1)+1$  componenten.

De breedte bedraagt  $2L(L+1)f_1$  H.

De breedte van het spektrum zegt dus niets omtrent de grootte van  $\delta$ , maar wel over het aantal Fouriercomponenten in de Fourier-reeks van  $\delta$ .

Opmerking: er is van uitgegaan, dat  $\delta < 2\%$ .

Geldt dit niet, dan zal het spektrum breder worden, doordat meer Besselfunkties meegenomen moeten worden.

Indien het beatsignaal kontinu is, bestaat het spektrum uit één lijn (par. 2.1). Dit gebeurt voor dié beatfrequenties, waarvoor geldt:  $f_b = n/T$ . ( $n=1,2, \dots$ ).

Men vindt het spektrum van het beatsignaal, afkomstig van een niet-lineaire frequentie-sweep, door het spektrum van  $m(t)$  (vergelijking 2.4.5) te verschuiven over een afstand  $f_b$ .

Wil men een indicatie omtrent het aantal Fourier-componenten van  $\delta$  dat in rekening gebracht moet worden, dan dient er voor gezorgd te worden, dat  $f_b$  aan de bovengenoemde voorwaarden voldoet.

Immers, is het beatsignaal discontinu, dan bestaat het spectrum ervan uit meerdere componenten; geconvolueerd met het spectrum ten gevolge van de niet-lineariteiten, levert dit een spektrumbreedte, welke geen indicatie geeft omtrent het aantal Fourier-componenten van  $\delta$ .

Conclusie: uitgaande van het spectrum van het beatsignaal bij niet-lineaire frequentie-sweep, kan geen uitspraak worden gedaan over de grootte van  $\delta$ ; indien  $\delta < 2\%$ , kan iets gezegd worden over het aantal termen van de Fourier-reeks van  $\delta$ . Hiervoor moet gelden, dat de beat-frequentie een geheel aantal malen  $1/T$  is.

Het aantal componenten  $L$  van de Fourier-reeks van  $\delta$  bedraagt dan:

$$L = \frac{1}{2} (-1 + \sqrt{1+2k})$$

$$k = B/f_1$$

$$B = \text{spektrumbreedte}$$

$$f_1 = 1/T$$

2.5 Frequentiespektrum van het chirp-signaal bij niet-lineaire frequentie-zwaai .

Uitgaande van  $g'(t) = -\alpha \delta_{\text{mom}}$  en de reeksnotatie van  $\delta_{\text{mom}}$  vinden we:

$$g = -\alpha \int \delta_{\text{mom}}(t) dt = -\alpha \sum_1 \left\{ \frac{\delta_a(1)}{l\omega_1} \sin l\omega_1 t - \frac{\delta_b(1)}{l\omega_1} \cos l\omega_1 t \right\} .$$

Het uitgezonden signaal heeft de volgende vorm:

$$m(t) = \exp(-j\omega_c t) \cdot \exp(-j\pi\alpha t^2) \cdot \exp(-j2\pi \int g dt) .$$

Voor de laatste term geldt:

$$2\pi \int g dt = \sum_1 \left\{ m_a'(1) \cos l\omega_1 t + m_b'(1) \sin l\omega_1 t \right\} ,$$

$$\text{waarin: } m_a'(1) = \frac{2\pi\alpha\delta_a(1)}{l^2\omega_1^2} = \frac{\Delta f \delta_a(1)}{2\pi l^2} = m_a' ,$$

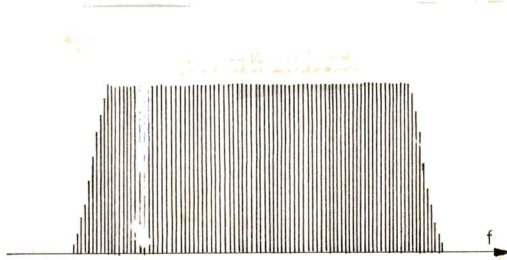
$$\text{en: } m_b'(1) = \frac{2\pi\alpha\delta_b(1)}{l^2\omega_1^2} = \frac{\Delta f \delta_b(1)}{2\pi l^2} = m_b' .$$

Zodat:

$$\begin{aligned} e^{-j2\pi \int g dt} &= \prod_1 e^{-jm_a' \cos l\omega_1 t} \cdot e^{-jm_b' \sin l\omega_1 t} = \\ &= \prod_1 \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n J_n(m_a') e^{jnl\omega_1 t} \cdot \sum_{n'=-\infty}^{\infty} (-1)^{n'} J_{n'}(m_b') e^{jn'l\omega_1 t} \right] . \end{aligned}$$

Daar  $m_a'$  en  $m_b'$  beiden veel groter dan 1 zijn, zullen veel Bessel-funkties in rekening gebracht moeten worden.

Conclusie: uitgaande van het spektrum van het chirp-signaal kan geen uitspraak worden gedaan omtrent de grootte van  $\delta$ . Bij afwezigheid van niet-lineariteiten is het spektrum van het chirp-signaal rechthoekig. Is  $\delta \neq 0$ , dan zal de vorm van het spektrum veranderen en zal de spektrumbreedte toenemen ten gevolge van de convolutie van het rechthoekige spektrum ( $\delta = 0$ ) met het spektrum, veroorzaakt door de niet-lineariteiten (d.i. de term  $\exp -j2\pi \int g dt$ ) (fig.2.16).



Figuur 2.16



## 2.6 Enige opmerkingen betreffende de theoretische resolutie

- a. In par. 2.1 werd afgeleid, dat de omhullende van het frequentiespektrum van het beatsignaal een si-functie is. De breedte van deze si-functie bedraagt  $1/T$ .

Wil men, uitgaande van het amplitude-frequentiespektrum van het ontvangen signaal, de daarin aanwezige beatfrequenties (bij meerdere reflekties) onderscheiden, dan dienen de toppen van twee aangrenzende si-functies tenminste  $1/T$  Hz uit elkaar te liggen, wil scheiding mogelijk zijn.

Voor een resolutie van 1 meter is geëist, dat de niet-lineariteit van de frequentie-zwaai kleiner is dan 0,5 o/oo. Dit komt overeen met een beatfrequentie-variëatie van maximaal 3,3 Hz (par. 1,5). Om bij een bepaalde frequentiezwaai  $\Delta f$  deze resolutie te halen, dienen beatfrequenties, welke 6,6 Hz uit elkaar liggen, onderscheiden te kunnen worden.

Dit betekent, dat, bij een afstandsverschil  $\delta R = 1$  meter, het daarmee overeenkomende beatfrequentieverschil  $\delta f$  gelijk moet zijn aan  $1/T$ . Dan ligt immers het eerste nulpunt van een si-functie onder de top van de eerstvolgende si-functie.

In formule:

$$\delta f = \frac{1}{T} = \frac{\Delta f}{T} \cdot \frac{2 \delta R}{c}; \text{ hieruit volgt: } \Delta f = \frac{c}{2} = 150 \text{ MHz.}$$

We zien hieruit, dat het frequentiespektrum van het ontvangen signaal vorminvariant is bij variatie van  $T$ .

Slechts vergroting van  $\Delta f$  kan de overlapping der si-functies verkleinen.

- b. In het tijddomein is de beatperiode  $1/f_b$  (zie par. 2.1) duidelijk herkenbaar; in het frequentiedomein ontstaan in het algemeen componenten op  $n/T$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ).

Indien bij kleine bandbreedte (b.v.  $\Delta f = 10$  MHz) toch een resolutie van 1 meter gehaald dient te worden, dan zullen de discontinuïteiten om de T sec. moeten worden "uitgefilterd" (b.v. met behulp van een computer).

- c. In feite moet naast de resolutie-eis tevens een gevoeligheids-eis gesteld worden; om een laag van 1 meter dikte te kunnen detekteren, dient het door deze laag teruggekaatste vermogen boven een bepaalde minimumwaarde te liggen.

Deze minimumwaarde volgt uit:

$$P_o = P_{r, \min} \frac{A_{\text{eff}}}{4\pi R^2} = \frac{P_z}{4\pi R^2} G \eta A_r \Delta R \frac{A_{\text{eff}}}{4\pi R^2}$$

waarin:  $P_{r, \min}$  = minimumwaarde van het gereflekteerde vermogen

$P_o$  = ontvangen vermogen

$P_z$  = gezonden vermogen

G = gain van de antenne

$A_{\text{eff}}$  = effectieve oppervlak van de antenne

R = afstand antenne-reflektielaag

$\eta$  = reflektiecoëfficiënt van de laag per volume-eenheid.

$A_r$  = oppervlak van de reflektielaag; deze is maximaal gelijk aan de bundeldoorsnede ter plaatse.

$\Delta R = 1$  ; volgt uit de resolutie-eis.

- d. Voor het doen ontstaan van één spektraallijn, dient  $f_b$  te voldoen aan  $f_b = n/T$ .

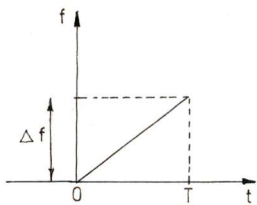
Dit gebeurt bij die afstanden  $R_n$ , waarvoor geldt:

$$R_n = n \cdot \frac{c}{2\Delta f} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

Om bij willekeurige waarde van R eveneens één spektraallijn te doen ontstaan, dient  $\Delta f$  gevarieerd te worden. Praktisch is deze methode echter niet bruikbaar.

Appendix AII. Tijdens de opgaande flank is de gezonden frequentie:

$$f_z(t) = f_c + \alpha t \quad (\alpha = \Delta f/T). \text{ Zodat:}$$



$$m(t) = a \cdot \exp -j \left\{ \omega_c t + \pi \alpha t^2 \right\} . \text{ Voor het ontvangen signaal geldt:}$$

$$m(t-\tau) = b \cdot \exp -j \left\{ \omega_c (t-\tau) + \pi \alpha (t-\tau)^2 \right\} .$$

Voor het signaal na de mixer kan geschreven worden:  $c \cdot \exp -j \varphi(t)$

$$\text{met: } \varphi(t) = \omega_c \tau + 2 \pi \alpha \tau t - \pi \alpha t^2 =$$

$$= \omega_c \tau_0 - \omega_c \cdot \frac{2v}{c} t + 2 \pi \alpha \tau_0 t \left(1 - \frac{2v}{c}\right) - 2 \pi \alpha \frac{2v}{c} t^2 \left(1 - \frac{v}{c}\right) - \pi \alpha \tau_0^2$$

$$\text{waarin: } \tau = \tau_0 - \tau_t = 2R_0/c - 2vt/c$$

$$f_c = \text{centrale frequentie}$$

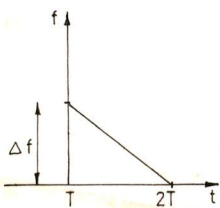
Voor de momentele frequentie geldt dan:

$$f_{\text{mom}}(t) = f_b - f_d - 2\alpha \tau_t, \text{ waarin: } f_d = 2v/\lambda_c$$

$$2v \ll c$$

$$f_b = f_b(t=0) = \frac{\Delta f}{T} \cdot \frac{2R_0}{c} = \frac{\Delta f}{T} \times \tau_0 .$$

Neergaande flank: daar  $\tau(T) = \tau_0 - \frac{2vT}{c} = \tau_0'$ ; geldt voor het gezonden signaal:



$$m(t) = a \cdot \exp -j \left\{ \omega_c t + 2 \pi \alpha T t - \pi \alpha t^2 \right\} \text{ en voor het ontvangen signaal:}$$

$$m(t-\tau') = b \cdot \exp -j \left\{ \omega_c (t-\tau') + 2 \pi \alpha T (t-\tau') - \pi \alpha (t-\tau')^2 \right\} .$$

Voor het signaal na de mixer geldt weer:  $c \cdot \exp -j \varphi'(t)$ , met:

$$\varphi'(t) = -\omega_c \tau' - 2 \pi \alpha T \tau' + 2 \pi \alpha t \tau' - \pi \alpha (\tau')^2 =$$

$$= -\omega_c \tau_0' + \omega_c \frac{2v}{c} t - 2 \pi \alpha T \tau_0' + 2 \pi \alpha t \tau_0' \left(1 + \frac{2v}{c}\right) +$$

$$+ 2 \pi \alpha t \frac{2v}{c} T - 2 \pi \alpha \frac{2v}{c} t^2 \left(1 + \frac{v}{c}\right) - \pi \alpha (\tau_0')^2 ;$$

$$\text{waarin: } \tau' = \tau_0' - \tau_t = \tau_0 - \frac{2vT}{c} - \tau_t .$$

Hieruit volgt voor de momentele frequentie:

$$f_{\text{mom}}(t) = f_b + f_d - 2\alpha \tau_t \quad (\text{met } 2v \ll c).$$

### Hoofdstuk III

Dit hoofdstuk behandelt enkele methoden ter bepaling van niet-lineariteiten.

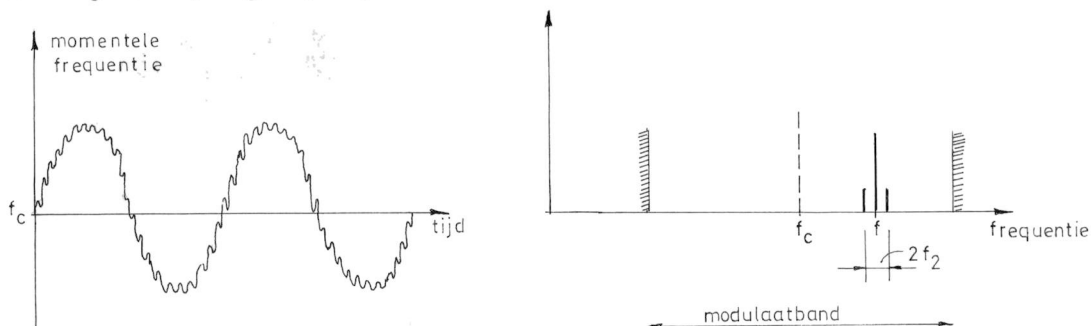
- In par. 3.1 wordt de zogenaamde "spalt" (= spleet)-methode beschreven; dit is een standaardmethode voor de bepaling van statische (en dynamische) vervorming van frequentiemodulatoren (demodulatoren). Op het laboratorium is een meetapparaat aanwezig, dat volgens de spaltmethode werkt. Deze methode heeft voor het dakproject enkele praktische bezwaren.
- Par. 3.2 vermeldt enkele minder geschikte methoden, welke in het begin van de afstudeerperiode werden beproefd.
- Par. 3.3 geeft de conclusie.

#### 3.1 De spleetmethode

Een methode ter bepaling van onder andere statische distorsie wordt beschreven door Colas [7], en is op het laboratorium aanwezig in de vorm van het "verzerrungsmessgerät" VZM-83 van Wandel und Golterman.

Een laagfrequent signaal (frequentie  $f_1$ ) met grote amplitude zorgt voor een bepaalde zwaai: de grootte van deze zwaai wordt gegeven door het, voor de meting van belang zijnde, frequentiegebied van de modulator. Voor het laagfrequente signaal mag de zogenaamde "moving-finger"-methode worden toegepast, daar de modulatie-index van dit signaal zeer groot is.

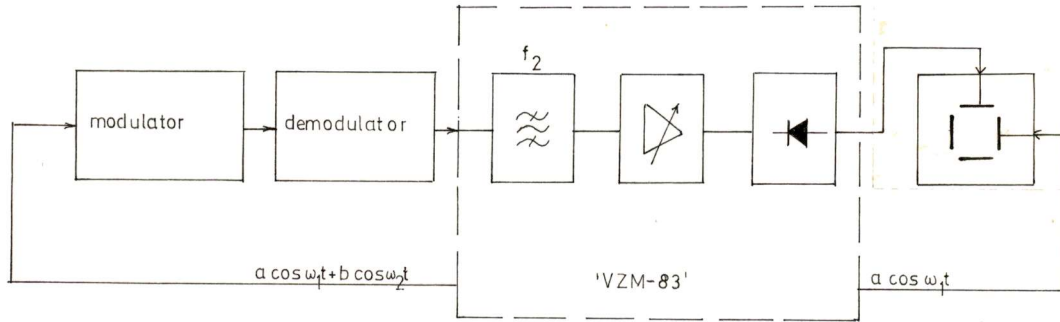
Een op het laagfrequente signaal gesuperponeerd hoogfrequent signaal (frequentie  $f_2$ ) met kleine amplitude is het eigenlijke meetsignaal. Door dit signaal wordt bereikt, dat we door een "spleet" naar het spektrum van het frequentiegemoduleerde signaal kijken (fig. 3.1).



Figuur 3.1

Indien de bij het meetsignaal behorende modulatie-index veel kleiner dan 1 is, hoeven naast de Besselfunctie  $J_0$ , alleen de funkties  $J_1$  en  $J_{-1}$  in rekening worden gebracht.

Een mogelijke meetopstelling is getekend in fig.3.2.



Figuur 3.2

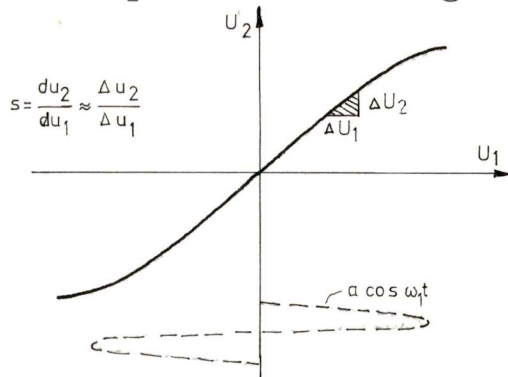
Het modulerende signaal heeft de volgende vorm:

$$u_1 = a \cos \omega_1 t + b \cos \omega_2 t \quad \text{met} \quad \omega_2 \gg \omega_1$$

$$\text{en} \quad b \ll a$$

Na demodulatie wordt de hoogfrequent component uitgefilterd en aan een piekdetektor toegevoerd. Het hoogfrequente meetsignaal

is in amplitude gemoduleerd met de momentele steilheid. Dit kan als volgt worden ingezien (fig. 3.3):



Figuur 3.3

De modulatie-demodulatiekarakteristiek kan als volgt worden beschreven:

$$u_2 = a_1 u_1 + b_1 u_1^2 + c_1 u_1^3 + \dots \quad u_2 = \text{uitgangsspanning van de demodulator.}$$

Ne gijkt voor de steilheid.

Nu geldt voor de steilheid:

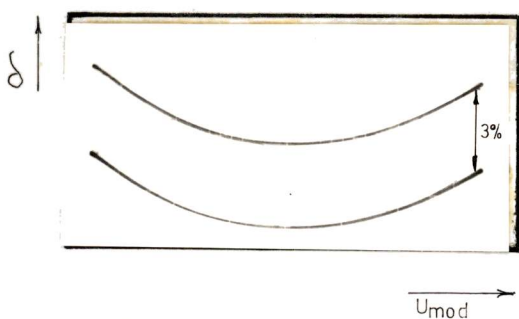
$$s_{\text{mom}} = \frac{du_2}{du_1} \approx \frac{\Delta u_2}{\Delta u_1} \quad \text{voor kleine waarden van } \Delta u_1 \text{ en } \Delta u_2.$$

Zodat:

$$\Delta u_2 \approx s \cdot \Delta u_1 = s \cdot b \cos \omega_2 t = a_1(1 - \delta)b \cos \omega_2 t \quad (\text{zie par. 1.3})$$

Door dit signaal aan een piekdetektor toe te voeren, vindt men direkt de niet-lineariteit  $\delta$  (in het verzerrungsmessgerät wordt  $\Delta u_2$  onafhankelijk gemaakt van  $a_1$  en  $b$ ).

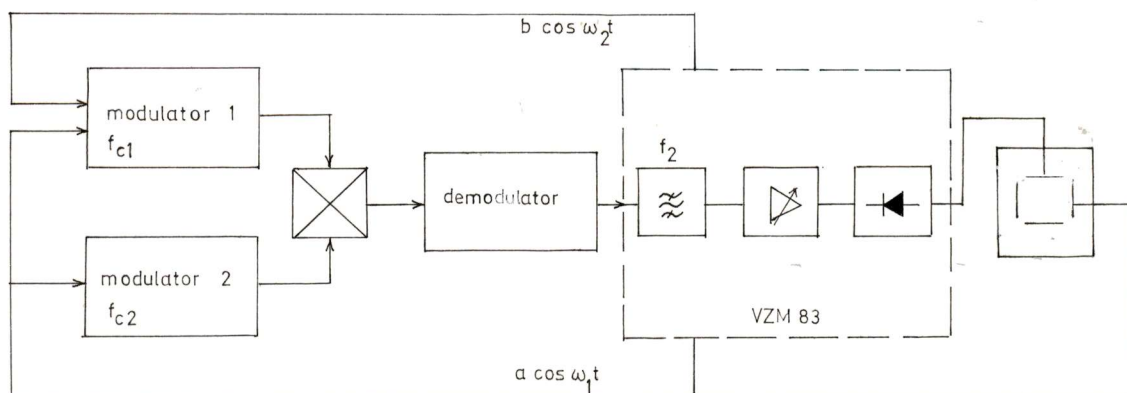
Het aldus gedetekteerde signaal wordt aan de verticale afbuigplaten van een oscilloscoop toegevoerd. Op de horizontale platen wordt het signaal  $a \cos \omega_1 t$  gezet. Het scoop-beeld geeft



dan de niet-lineariteit  $\delta$  weer, als functie van de ingangsspanning van de modulator (fig. 3.4). Een ijklijn wordt toegevoegd, waarbij de afstand tussen beide krommen overeenkomt met een bepaalde niet lineariteit (b.v. 3%).

Figuur 3.4

Een nadeel van de in fig. 3.2 getekende opstelling is, dat tevens de niet-lineariteiten van de demodulator gemeten worden. Is men alleen geïnteresseerd in de modulatiekarakteristiek, dan kan de in fig. 3.5 getekende opstelling gebruikt worden; een tweede modulator (met een andere centrale frequentie) wordt alleen gemoduleerd met het laagfrequente signaal. De zwaai wordt evengroot gekozen als voor de eerste modulator. In het ideale geval ontstaat na de mixer een signaal met centrale frequentie  $|f_{c1} - f_{c2}|$ , in frequentie gemoduleerd met het hoogfrequente meetsignaal. Het is dan voldoende, dat de demodulator voor dit signaal in het lineaire gebied werkt.



Figuur 3.5

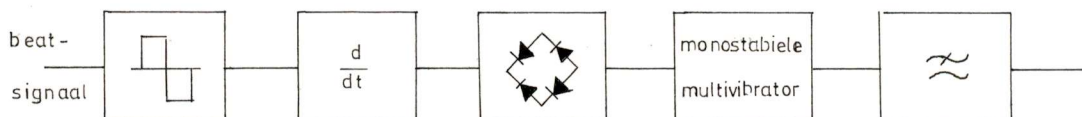
Als nadeel van laatstgenoemde methode kan genoemd worden het noodzakelijke gebruik van een tweede modulator. Bovendien dient de zwaai voor beide modulators gelijk te zijn. Voor de VZM-83 geldt nog een ander bezwaar; het laagfrequente signaal wordt geleverd door dit meetapparaat zelf, terwijl we juist geïnteresseerd zijn in de niet-lineariteit van modulerende signaal en modulator tesamen .

### 3.2 Korte beschrijving van diverse methoden

Uitgaande van het beatsignaal zijn andere oplossingen mogelijk. In par. 2.4 werd afgeleid dat de niet-lineariteiten van de lineaire frequentie-zwaai resulteren in een frequentiemodulatie van het beatsignaal. Het ligt dan voor de hand een frequentie-demodulator te gebruiken.

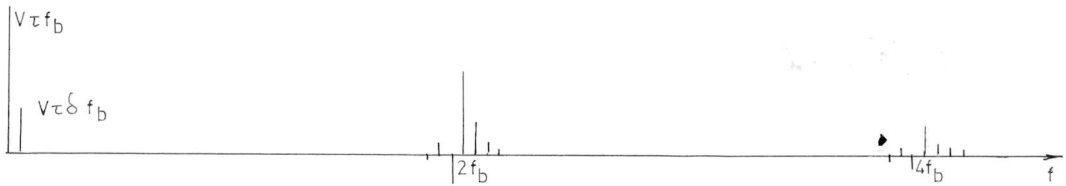
Een eenvoudig te realiseren demodulator, geschikt voor het laagfrequente beatsignaal, is de teldiscriminator.

Teldiscriminator. Een blokschema is getekend in fig. 3.6



Figuur 3.6

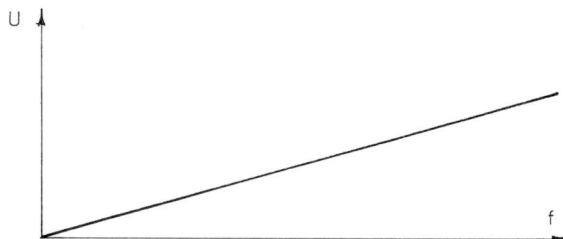
Bij dubbelzijdige gelijkrichting heeft het spektrum van het signaal na de monostabiele multivibrator de in figuur 3.7 geschetste vorm.



Figuur 3.7

De basisbandcomponent heeft de grootte  $V_1 = V\tau \delta f_b$ ;  $V\tau$  is de pulsinhoud van de monostabiele multivibrator.

De gelijkspanningscomponent heeft de grootte  $V_2 = V\tau f_b$ , zodat geldt  $V_1/V_2 = \delta$ . Hieruit blijkt reeds de geringe gevoeligheid van deze demodulator. In fig. 3.8 is de detektiarakteristiek getekend.

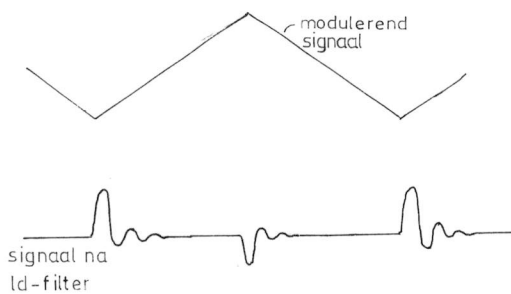


Figuur 3.8

Een groot nadeel van deze methode is de toepassing van het laagdoorlatend filter. Immers, het beatsignaal is in het algemeen discontinu. Deze discontinuïteit zal na het filter

resulteren in uitslingerverschijnselen, welke een waarneming

van kleine waarden van  $\delta$  onmogelijk maken over een bepaald gedeelte van de lineaire frequentie-zwaai (fig. 3.9)



Figuur 3.9

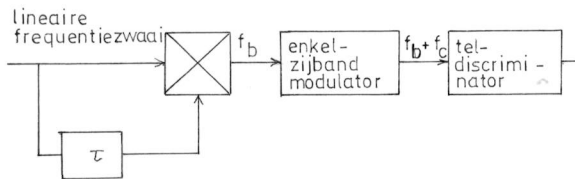


Dit resulteert in de volgende eis, welke aan het filter gesteld moet worden:

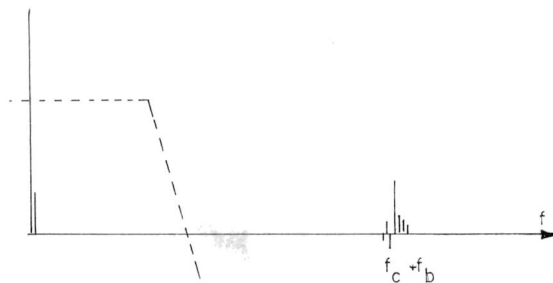
- de afsnijfrequentie dient zo hoog mogelijk gekozen te worden, teneinde de tijd, gedurende welke het uitslingerverschijnsel van invloed is, klein te houden. Bovendien is een hoge afsnijfrequentie gunstig voor het volgen van snelle variaties in  $\delta$ .
- Voor de onderdrukking van de even harmonischen van  $f_b$  (fig. 3.7) is het gewenst de grensfrequentie zo laag mogelijk te kiezen.

Teneinde naast een zo gering mogelijk uitslingerverschijnsel, een voldoende onderdrukking van de even harmonischen te verkrijgen, werd een andere methode onderzocht.

Teldiscriminator + enkelzijbandmodulator: door bij de beatfrequentie een vaste frequentie  $f_c$  op te tellen (d.m.v. een enkelzijbandmodulator) kan een goed kompromis gevonden worden tussen de aan het laagdoorlatend filter te stellen eisen.



Figuur 3.10



Figuur 3.11

Immers, de afstand tussen de basisbandkomponent en de component  $f_c + f_b$  kan voldoende groot worden gekozen (fig. 3.11). In de praktijk voldoet deze methode echter niet, daar zeer hoge eisen gesteld worden aan de onderdrukking van de draaggolf ( $f_c$ ); deze geeft namelijk, samen met de (gewenste) bovenzijband, na demodulatie een component op de frequentie  $f_b$ .

Daar de afsnijfrequentie van het laagdoorlatend filter hoger gekozen is, zal deze komponent niet of niet voldoende worden onderdrukt, zodat kleine waarden van  $\delta$  niet kunnen worden gedetekteerd.

De onderdrukking van de draaggolf (en benedenzijband) berust op kompensatie; is deze kritisch, dan zullen kleine storingen, temperatuureffekten e.d. een grote invloed hebben.

Bovendien is de gevoeligheid bij deze methode dezelfde als bij de teldiscriminator zonder enkelzijbandmodulator.

Vergroting van de gevoeligheid kan bereikt worden door toepassing van een demodulator, beschreven door De Lint [10].

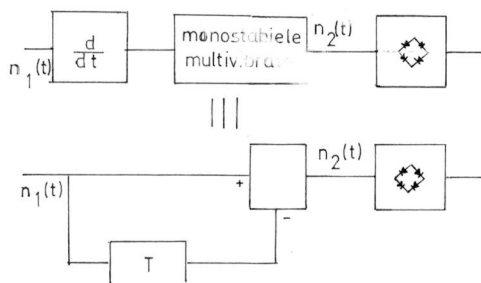
De Lint-demodulator. Korte beschrijving van het principe: bij de gewone teldiscriminator gaat veel energie verloren in de gelijkspanningskomponent. De amplitude van de basisbandkomponent is evenredig met  $V\tau$ , de pulsinhoud. Bij toepassing van een monostabiele multivibrator moet gelden  $\tau < 1/f_b$ , zodat er een grens is aan de waarde van  $V\tau$ .

Schrijven we voor het signaal vóór de differentiator  $n_1(t)$ , dan verschijnt na de multivibrator het signaal (fig. 3.12):

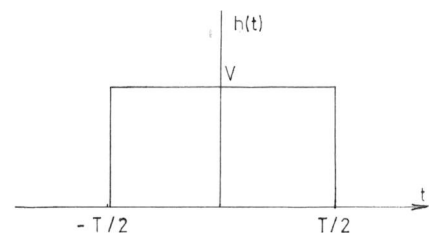
$$n_2(t) = n_1'(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} n_1'(t-\tau) \cdot h(\tau) d\tau =$$

$$= V \cdot \int_{-T/2}^{T/2} n_1'(t-\tau) d\tau = V \left\{ n_1\left(t + \frac{T}{2}\right) - n_1\left(t - \frac{T}{2}\right) \right\} .$$

$h(t)$  is de stootkarakteristiek van de multivibrator (fig. 3.13).



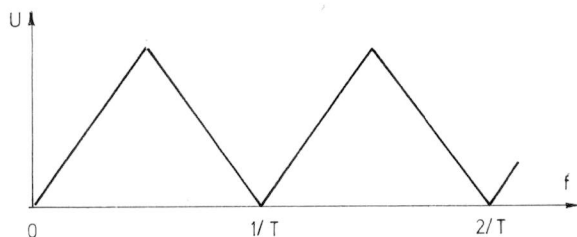
Figuur 3.12



Figuur 3.13

Door het over een tijd  $T$  vertraagde signaal  $n_1(t-T)$  van het niet-vertraagde signaal  $n_1(t)$  af te trekken, wordt hetzelfde resultaat verkregen als na differentiëren + inhoud geven.

De detektiekaracteristiek is periodiek (fig.3.14). Voor opti-



male detektie van niet-lineariteiten van 0,5 o/oo moet gelden:  $T_{opt} = 1/2 \delta f_b = 0,2$  sec. Hieruit blijken twee nadelen van deze methode:

Figuur 3.14

- de vertragingstijd  $T$  dient zeer groot te zijn; b.v. in de grootte-orde van 0,1  $t_{opt} = 20$  msec.
- door deze vertragingstijd worden twee verschillende delen van de lineaire frequentie-zwaai met elkaar vergeleken.

Door deze fundamentele nadelen is deze methode voor de bepaling van  $\delta$  ongeschikt.

### 3.3 Conclusie

Samenvattend kan worden gezegd, dat, van de in dit hoofdstuk genoemde methoden, slechts de spleetmethode als eventueel geschikt naar voren komt. Een fundamenteel nadeel is echter de noodzakelijke toepassing van een tweede modulator. Bovendien is bepaling van de niet-lineariteit van de kombinatie modulerend signaal + modulator met het op het laboratorium aanwezige meetapparaat niet mogelijk. Deze mogelijkheid is wel aanwezig bij het meetapparaat, beschreven in het volgende hoofdstuk.

#### Hoofdstuk IV Niet-lineariteitsmeter.

Dit hoofdstuk handelt over een, tijdens de afstudeerperiode ontwikkelde, niet-lineariteitsmeter. Andere mogelijke benamingen zijn: periodeduur-teller of frequentiedemodulator met discrete uitgangsniveaus.

Deze niet-lineariteitsmeter voldoet aan de volgende voorwaarden:

- grote gevoeligheid
- mogelijkheid om de niet-lineariteit van modulerend signaal en modulator tesámen te meten.

Bovendien is deze meetmethode een adaptieve methode. Wordt de lineariteit van de frequentie-zwaai bereikt door middel van compensatie, dan kan deze compensatie gevolgd worden doordat het meetapparaat verschillende graden van gevoeligheid kent.

#### 4.1 Principe

In par. 2.4 werd afgeleid, dat voor de beatfrequentie kon worden geschreven:

$$f_{b,mom} = \alpha \tau - \alpha \tau \delta_{mom}(t)$$

$\delta_{mom}(t)$  = momentele niet-lineariteit of hellingafwijking.

En voor het beatsignaal:

$$s_b(t) = \cos \left\{ 2\pi\alpha\tau t - 2\pi\alpha\tau \int \delta_{\text{mom}}(t) dt \right\} .$$

M.a.w. het beatsignaal is in frequentie gemoduleerd met de niet-lineariteit  $\delta_{\text{mom}}(t)$ .

Voor de momentele periodeduur kan geschreven worden:

$$T_{b,\text{mom}} = 1/f_{b,\text{mom}} \approx \frac{1}{\alpha\tau} \left\{ 1 + \delta_{\text{mom}}(t) \right\} . \quad \dots\dots (4.1.1)$$

(de relatieve fout in deze benadering bedraagt  $\delta^2 \cdot 100$  o/oo ; voor  $\delta = 1$  ‰ wordt dit 0,1 o/oo) .

Deze momentele periodeduur kan bepaald worden door middel van een teller; de stand van deze teller geeft het aantal perioden van een klokpuls weer, dat binnen deze momentele periode past. Uitgaande van een te bepalen hellingvariatie van 0,5 o/oo, stelt dit eisen aan de grootte van de klokpulsherhalingsfrequentie. Immers, de teller kan slechts een periodeduur vastleggen, welke een geheel veelvoud is van de klokperiode.

De momentele tellerstand  $N_{q,\text{mom}}$  is het grootste gehele getal

$$\frac{N_{q+1} = N_q + 1}{N_{\text{mom}}} \\ \frac{N_{\text{mom}}}{N_{q,\text{mom}} = N_q}$$

van  $N_{\text{mom}}$  (fig. 4.1):

$$N_{\text{mom}}(t) = \frac{T_{b,\text{mom}}}{T_{\text{klok}}} = \frac{f_{\text{klok}}}{f_b} \left\{ 1 + \delta_{\text{mom}}(t) \right\} .$$

.....(4.1.2)

Figuur 4.1

waarin:  $f_{\text{klok}}$  = klokpulsherhalingsfrequentie

$f_b = \alpha\tau$  ; beatfrequentie in het geval  $\delta = 0$

#### 4.2 Grootte van de klokpulsherhalingsfrequentie

Indien geen hellingvariatie optreedt ( $\delta = 0$ ) , is de beatfrequentie  $f_b = \alpha\tau$  . Bij een hellingvariatie  $\delta$  hoort een beatfrequentie  $f_{b,\text{mom}} = f_b (1 - \delta)$  .

Het periodeverschil tussen  $f_b$  en  $f_{b,mom}$  bedraagt:

$$\Delta T = \frac{\delta}{f_b} .$$

Voor  $\delta = 0,5 \text{ o/oo}$  en  $f_b = 5 \text{ kHz}$  volgt hieruit:

$\Delta T = 100 \text{ nsec}$ . De klokperiode dient dan van dezelfde grootte orde te zijn. Voor het meetapparaat werd een klokperiode van  $50 \text{ nsec}$ . ( $f_{klok} = 20 \text{ MHz}$ ) gekozen.

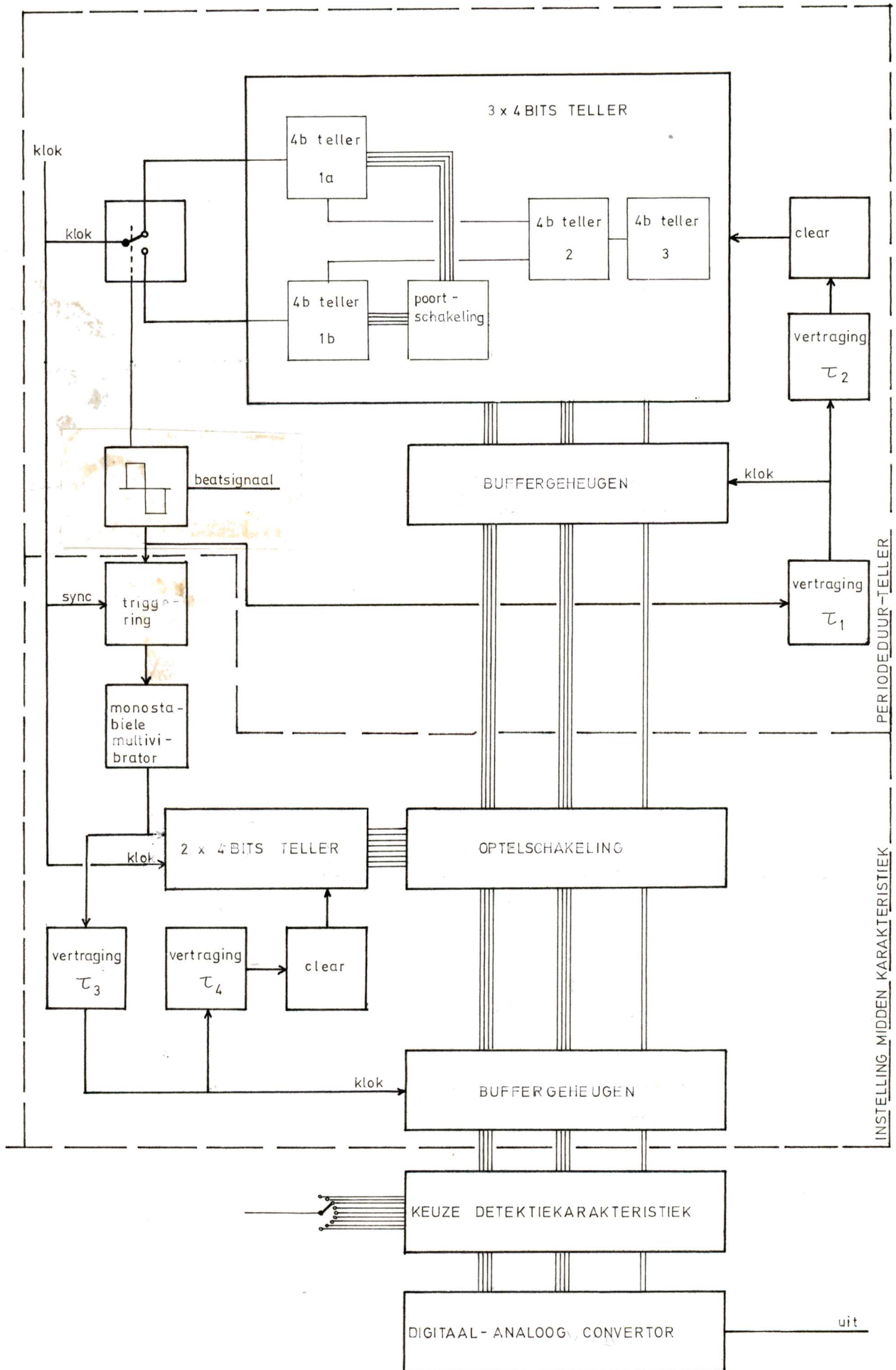
#### 4.3 Blokschema

Het blokschema bestaat uit vier gedeelten:

- de eigenlijke periodeduur teller
- een schakeling voor het instellen op het midden van de detektiarakteristiek (zie par. 4.5).
- een schakeling voor de keuze van de detektiarakteristiek (m.a.w. instelling van gevoeligheid; zie par. 4.4).
- een digitaal-analoog convertor.

Korte beschrijving van de werking: aan het begin van de periode  $T_{b,mom}$  wordt een 3 x 4-bits teller gestart; aan het einde van dezelfde periode wordt de teller gestopt. Dit geschiedt m.b.v. een D-flip-flop. De eerste 4-bits teller is dubbel uitgevoerd; nadat de tellers 1a, 2, 3 gestopt zijn, wordt 1b reeds gestart. In de tijd, dat 1b telt, wordt de stand van 1a, 2 en 3 uitgelezen naar een buffergeheugen; daarna worden 1a, 2 en 3 op nul gezet. Dit moet geschieden voordat 1b een telpuls naar 2 afgeeft; de tijd hiervoor bedraagt  $2^4 - 1 = 15$  klokperioden.

Voor instelling op het midden van de detektiarakteristiek wordt bij de stand van het buffergeheugen een (instelbaar) aantal extra bits opgeteld; de aldus verkregen stand wordt ingelezen in een volgende buffergeheugen. Voor de keuze van de gevoeligheid worden de uitgangen van het buffergeheugen d.m.v. een poortschakeling aangesloten op de D/A-convertor.



#### 4.4 De uitlezing

In tabel 4.1 is de stand van de 3 x 4 -bits teller aan het einde van de periode  $T_{b,mom}$  weergegeven als functie van  $\delta$  (uitgaande van een klokfrequentie van 20 MHz en een beatfrequentie van 5 kHz).

$f_{b,mom}$	$\delta$ (o/oo)	$N_{q,mom}$	$Q_{12}$	$Q_{11}$	$Q_{10}$	$Q_9$	$Q_8$	$Q_7$	$Q_6$	$Q_5$	$Q_4$	$Q_3$	$Q_2$	$Q_1$
5000	0	4000	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0
5002,5	0,5	3998	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0
5005	1	3996	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0
5010	2	3992	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0
5020	4	3984	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0
5030	6	3976	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0
5040	8	3968	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
5050	10	3960	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0

Tabel 4.1

Hieruit blijkt, dat (afgezien van de sprong bij 5 kHz; zie par. 4.5) hellingvariatië tot + 8 o/oo de bits  $Q_6$  t/m  $Q_{12}$  ongewijzigd laten; tot + 2 o/oo de bits  $Q_4$  t/m  $Q_{12}$  etc. ( $Q_{12}$  = most significant bit).

Dit biedt de mogelijkheid de gevoeligheid steeds groter te maken door aan de minder significante bits een steeds grotere gewichtsfactor toe te kennen.

De gekozen oplossing is de volgende:

de uitgangen van het buffergeheugen kunnen, door middel van een poortschakeling, stapsgewijs verschuivend worden aangesloten op de ingangen van de D/A - convertor.

Dit gebeurt door middel van negen kommandosignalen a t/m i, waarvoor geldt:

$$x_k = 1 \text{ met } \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^9 x_l = 0 \quad ; \quad x_1=a, x_2=b, \dots x_9=i \quad .$$

$$(k=1, 2, \dots, 9)$$



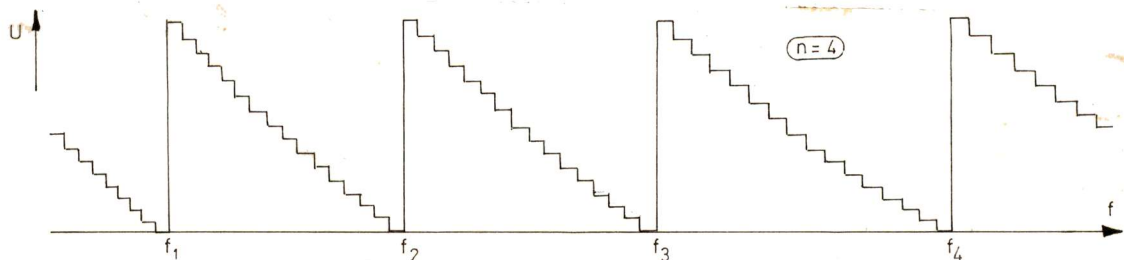
Voor de ingangen 1 t/m 10 van de D/A-converter (ingang 1 = most significant bit) gelden de volgende schakelformules:

$$\begin{aligned}
 1 &= aQ_{10} + bQ_9 + cQ_8 + dQ_7 + eQ_6 + fQ_5 + gQ_4 + hQ_3 + iQ_2 \\
 2 &= aQ_9 + bQ_8 + cQ_7 + dQ_6 + eQ_5 + fQ_4 + gQ_3 + hQ_2 + iQ_1 \\
 3 &= aQ_8 + bQ_7 + cQ_6 + dQ_5 + eQ_4 + fQ_3 + gQ_2 + hQ_1 + iQ_0 \\
 4 &= aQ_7 + bQ_6 + cQ_5 + dQ_4 + eQ_3 + fQ_2 + gQ_1 \\
 5 &= aQ_6 + bQ_5 + cQ_4 + dQ_3 + eQ_2 + fQ_1 \\
 6 &= aQ_5 + bQ_4 + cQ_3 + dQ_2 + eQ_1 \\
 7 &= aQ_4 + bQ_3 + cQ_2 + dQ_1 \\
 8 &= aQ_3 + bQ_2 + cQ_1 \\
 9 &= aQ_2 + bQ_1 \\
 10 &= aQ_1
 \end{aligned}$$

Bij elke volgende stand neemt de gevoeligheid met een faktor 2 toe (par.4.5). M.b.v.  $\overline{x+y} = \overline{x} \overline{y}$  kan de poortschakeling opgebouwd worden uit NAND-poorten.

#### 4.5 De karakteristieken

De karakteristieken van de niet-lineariteitsmeter zien er uit, zoals geschetst in fig.4.3.



Figuur 4.3

Het trapvormige karakter wordt verklaard door het eindige aantal niveaus aan de uitgang van de D/A-converter, welke bepaald wordt door het aantal uitgelezen bits van het buffergeugen. Is dit aantal  $n$ , dan zullen aan de uitgang van de converter  $2^n$  niveaus onderscheiden kunnen worden. De

De discontinuïteiten bij de frequenties  $f_1, f_2$  etc. worden veroorzaakt door het omklappen van alle uitgelezen bits van 1 naar

0 (fig.4.4). Dit gebeurt, indien de periodeduur  $T_{b,mom}$  gelijk is aan een geheel aantal malen de  $2^n$  klokperioden:



d = don't care



uitlezing:  $n = 7$

Figuur 4.4

$$T_{b,k} = k 2^n T_{\text{klok}} \text{ of: } f_{b,k} = \frac{f_{\text{klok}}}{k \cdot 2^n} \dots\dots\dots(4.5.1)$$

(k = 1, 2, 3, \dots)

Voorbeeld: indien n=10, dan zal een discontinuïteit optreden bij de volgende frequenties (in kHz ;  $f_{\text{klok}} = 20$  MHz):

19,5 ; 9,8 ; 6,5 ; 4,9 ; 3,9 etc.

En voor n = 9:

39 ; 19,5 ; 13 ; 9,8 ; 7,8 ; 6,5 ; 5,6 ; 4,9 etc.

Om een uitdrukking te vinden voor de gevoeligheid van de niet-lineariteitsmeter, wordt uitgegaan van het frequentie-gemoduleerde beatsignaal:

$$s_b(t) = \cos(\omega_b t - \omega_b \int \hat{\delta}_n \cos \omega_\delta t dt)$$

Met:  $\omega_b = 2\pi f_b$

$f_b = f_b(\delta = 0) = \alpha\tau$  ; de "centrale frequentie" van het beatsignaal, di. de beatfrequentie voor het geval  $\delta = 0$ .

Zodat:

$$T_{b,mom} \approx \frac{1}{\alpha\tau} (1 + \delta) = \frac{1}{\alpha\tau} (1 + \hat{\delta}_n \cos \omega_\delta t) .$$

Opmerking: de index n geeft het aantal uitgelezen bits van de teller weer, m.a.w. is een indicatie voor de gevoeligheid.

$\hat{\delta}_n$  heeft een zodanige grootte, dat de momentele beatfrequentie varieert van  $f_{b,k}$  tot  $f_{b,k+1}$ , m.a.w. de zwaai bedraagt  $\hat{\delta}_n f_b$  (vgl. par. 2.4).

Om de tellerstand van  $T_{b,k}/T_{\text{klok}}$  (behorend bij  $f_{b,k}$ ) tot  $T_{b,k+1}/T_{\text{klok}}$  (behorend bij  $f_{b,k+1}$ ) te laten variëren, dienen  $2^n$  klokperioden extra geteld te worden.

Dit aantal dient gelijk te zijn aan de totale verandering ("zwaai") van de periodeduur;  $2 \hat{\delta}_n T_b$  ( $T_b = 1/f_b = 1/\alpha\tau$ ):

$$\Delta T = T_{b,k+1} - T_{b,k} = 2^n T_{klok} = 2 \hat{\delta}_n T_b = \delta_{n,tt} T_b \cdot$$

( $\delta_{n,tt}$  is de top-top waarde van de niet-lineariteit =  $2 \hat{\delta}_n$ ).

Zodat de volgende uitdrukking voor de gevoeligheid wordt verkregen:

$$\delta_{n,tt} = \frac{f_b}{f_{klok}} \cdot 2^n \quad \text{o/o/10 Volt} \quad \dots(4.5.2)$$

( $f_b$  in kHz)

( $f_{klok}$  in MHz)

(de maximale uitgangsspanning van de convertor is 10 Volt).

Hieruit blijkt, dat de gevoeligheid bij elke volgende stand van de niet-lineariteitsmeter (n: = n-1) met een faktor twee toeneemt; de steilheid van de karakteristieken is tweemaal zo groot.

In tabel 4.2 is  $\delta_{n,tt}$  vermeld als funktie van de stand van de niet-lineariteitsmeter (par.4.4):

Stand	n	$\delta_{n,tt}$ (o/o / 10Volt) $f_b = 5 \text{ kHz} ; f_{klok} = 20 \text{ MHz}$
i	2	1
h	3	2
g	4	4
f	5	8
e	6	16
d	7	32
c	8	64
b	9	128
a	10	256

Tabel 4.2

De berekende karakteristieken zijn geheel in overeenstemming met de gemeten karakteristieken, welke aan het einde van dit verslag zijn opgenomen.

Daar elke karakteristiek bestaat uit  $2^n$  stappen, kan voor  $\delta_{n,tt}$  ook de volgende uitdrukking worden gevonden:

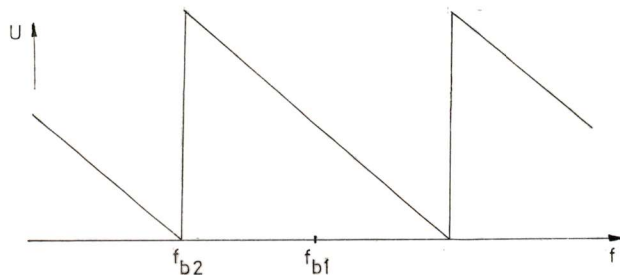
$$\delta_{n,tt} = \frac{f_b}{f_{klok}} \quad \text{o/oo / stap} \quad \dots\dots\dots(4.5.3)$$

(  $f_{klok}$  in MHz)  
(  $f_b$  in kHz)

Dit is, bij gegeven beatfrequentie en klokfrequentie, een konstante en kan worden omschreven als de detektie-faktor. Voor een klokfrequentie van 20 MHz en een beatfrequentie van 5 kHz bedraagt deze faktor 0,25.

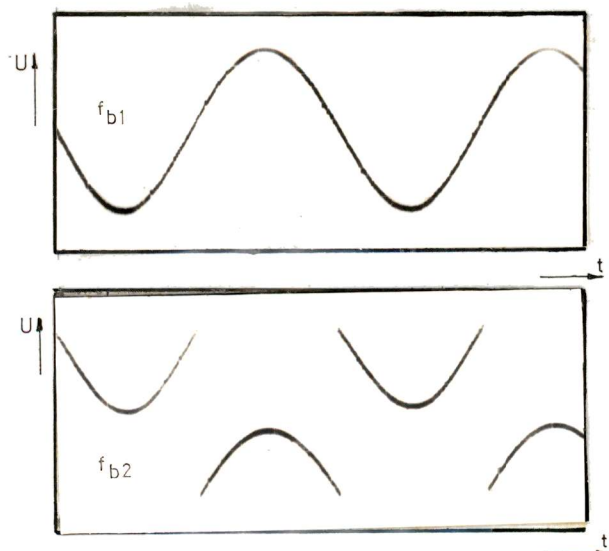
4.6 Instelling op midden van een karakteristiek

Teneinde een bepaalde karakteristiek zo goed mogelijk te benutten, dient de beatfrequentie ( $\propto \tau$ ) midden op deze karakteristiek te liggen. In fig. 4.5 zijn twee situaties weergegeven.



Dit kan op twee manieren bereikt worden:

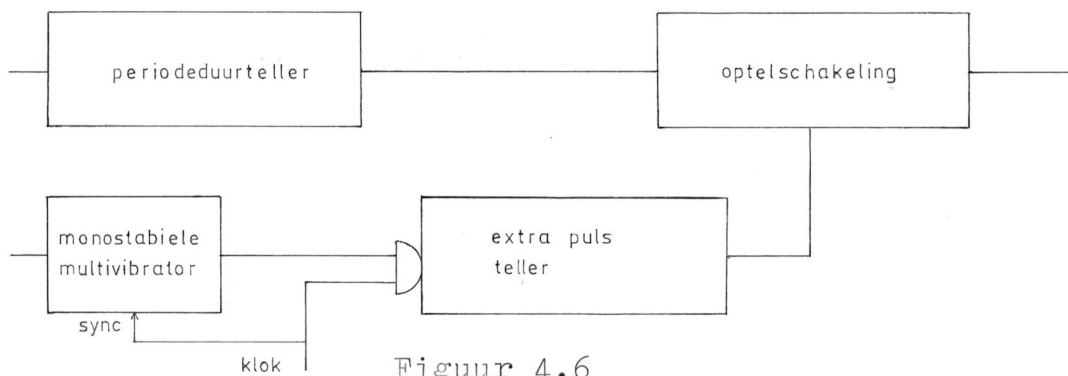
- a. variatie van de klokfrequentie (dit komt neer op het in horizontale richting verschuiven van de karakteristieken).
- b. variatie van  $f_b$



Variatie van de klokfrequentie is uit oogpunt van stabiliteit ongewenst (deze variatie dient voor de meest ongevoelige stand van de niet-lineariteitsmeter veel groter te zijn dan voor de meest gevoelige stand).

Figuur 4.5

Variatie van  $f_b$  zélf is sterk af te raden in verband met de flexibiliteit van de meting. De variatie van  $f_b$  kan echter kunstmatig tot stand worden gebracht door een konstant, doch instelbaar, aantal extra telpulsen toe te voeren. Dit geschiedt d.m.v. een extra teller, waarvan de stand wordt opgeteld bij de stand van de eigenlijke periodeduur teller (fig. 4.6 ; zie ook par. 4.3).



Figuur 4.6

De invloed van het toevoegen van  $N_1$  extra telpulsen blijkt uit het volgende:

$$\begin{aligned}
 N_{\text{mom}} &= N (1 - \delta) + N_1 = \frac{f_{\text{klok}}}{f_b} (1 - \delta) + N_1 = \\
 &= \frac{f_{\text{klok}}}{f_b} (1 - \delta') = \dots (4.6.1) \\
 &= \frac{f_{\text{klok}}}{f_b'} (1 - \delta) . \dots (4.6.2)
 \end{aligned}$$

Uit 4.6.1 volgt:  $\delta' = \delta - \frac{f_b}{f_{\text{klok}}} \cdot N_1$  .

De term  $f_b N_1 / f_{\text{klok}}$  is een konstante, dus heeft geen invloed op de bepaling van  $\delta$  .

Uit 4.6.2 volgt:  $f_b' \approx f_b (1 - \frac{N_1}{N})$  .

In tabel 4.3 is voor verschillende standen (a t/m i) van de niet-lineariteitsmeter het maximale aantal extra telpulsen weergegeven, welke nodig zijn om  $f_b$  van  $f_2$  naar  $f_1$  te kunnen verschuiven.

Stand	$N_{1,max}$	Stand	$N_{1,max}$
a	1024	f	32
b	512	g	16
c	256	h	8
d	128	i	4
e	64		

Tabel 4.3

#### 4.7 Samenvatting van de eigenschappen

De niet-lineariteitsmeter bepaalt de momentele periodeduur  $T_{b,mom}$  en geeft dit weer in een getal  $N_q$  (par. 4.1). Dit getal  $N_q$  verschijnt in de vorm van een spanning aan de uitgang van een digitaal-analoog-convertertor.

De momentele tellerstand  $N_q$  is het grootste gehele getal van  $N_{mom}$ :

$$N_{mom}(t) = \frac{f_{klok}}{f_b} \left\{ 1 + \delta_{mom}(t) \right\} \quad \dots\dots (4.1.2)$$

De klokfrequentie bedraagt 20 MHz (par. 4.2). De karakteristieken zijn trapvormig, bestaande uit  $2^n$  stappen (n is het aantal uitgelezen bits) (par. 4.5).

Discontinuïteiten in de karakteristieken treden op bij de frequentie:

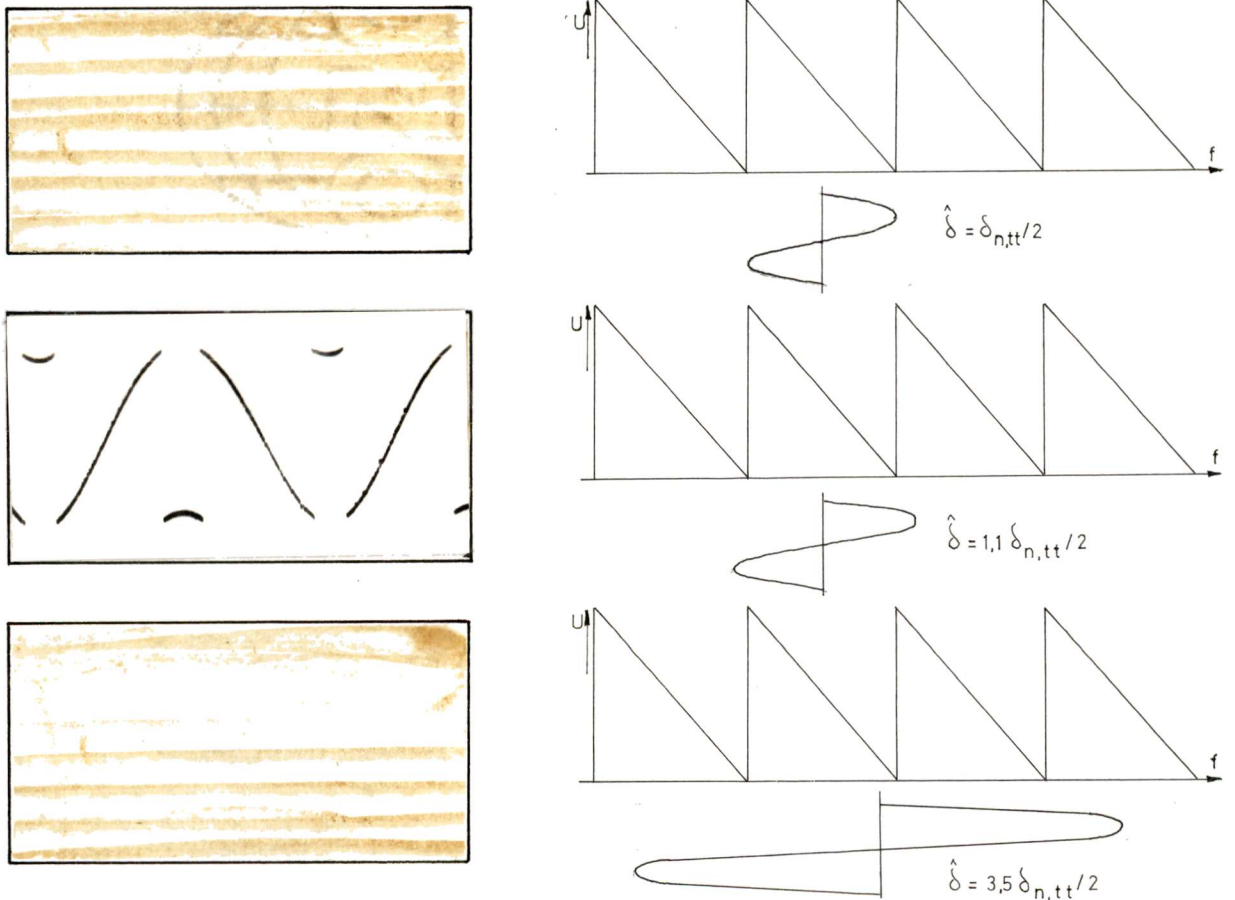
$$f_{b,k} = \frac{f_{klok}}{k \cdot 2^n} \quad \dots\dots (4.5.1)$$

De gevoeligheid van de meter bedraagt:

$$\delta_{n,tt} = 2^n \frac{f_b}{f_{klok}} \quad \text{o/oo /10 Volt} \quad \dots\dots\dots(4.5.2)$$

Indien het modulerend signaal te groot is, treedt overlapping op. Dit effect is weergegeven in fig.4.7.

Het modulerend signaal is  $\hat{\delta} \cos \omega_{\delta} t$ ;  $f_{\delta} = 10 \text{ Hz}$ .



Figuur 4.7

De begrenzendende factoren in de bepaling van geringe niet-linea-riteiten zijn:

- ruis
- niet-lineaire fasekarakteristiek van de vertragingslijn

De invloed van deze factoren wordt afzonderlijk behandeld in de hoofdstukken 5 en 6.

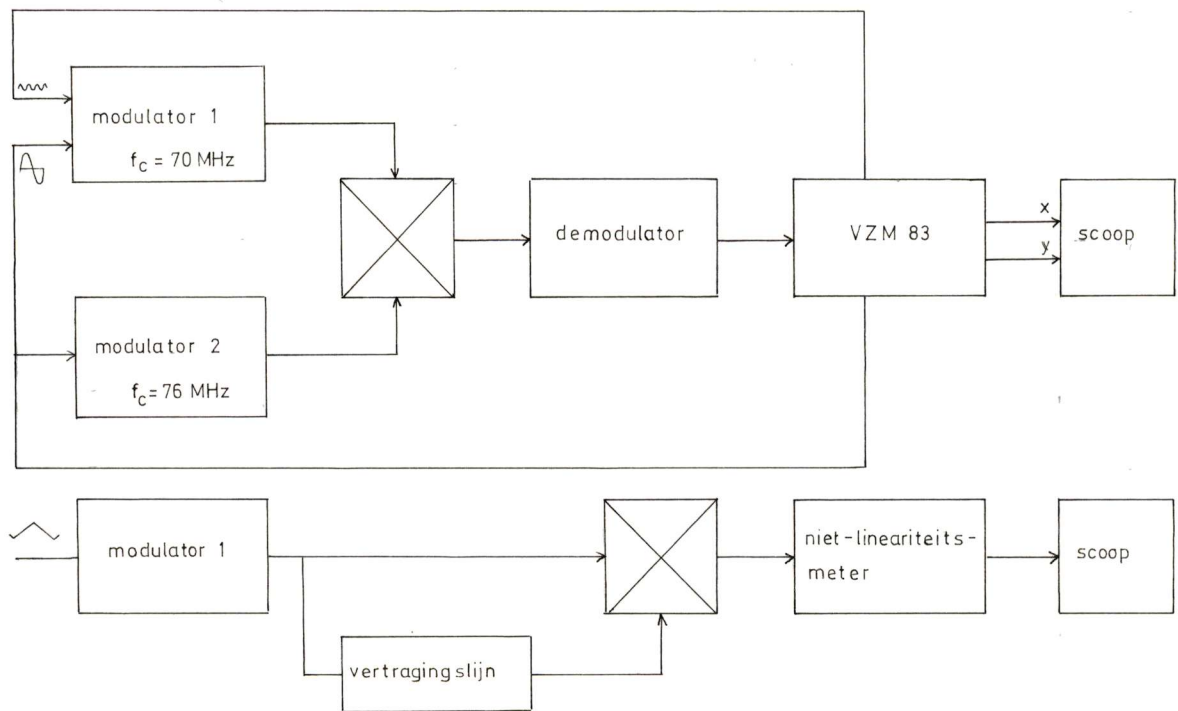
#### 4.8 Vergelijking met de spleetmethode

Om de niet-lineariteitsmeter en het hierbij gekozen principe in de praktijk te testen, werd een vergelijkende meting uitgevoerd.

Een frequentiemodulator (Siemens;  $f_c = 70$  MHz) werd doorgemeten met het 'verzerrungsmessgerät' VZM-83, hetwelk volgens de spleetmethode werkt.

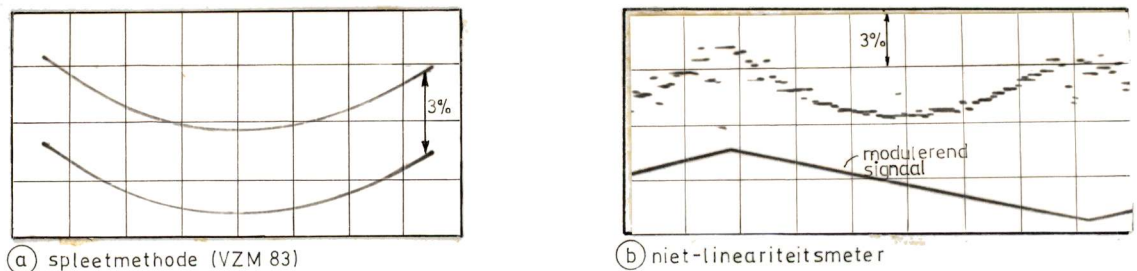
Daarna werd dezelfde modulator doorgemeten met behulp van de niet-lineariteitsmeter (stand b :  $n=9$ ).

De meetopstellingen zijn getekend in fig.4.8.



Figuur.4.8

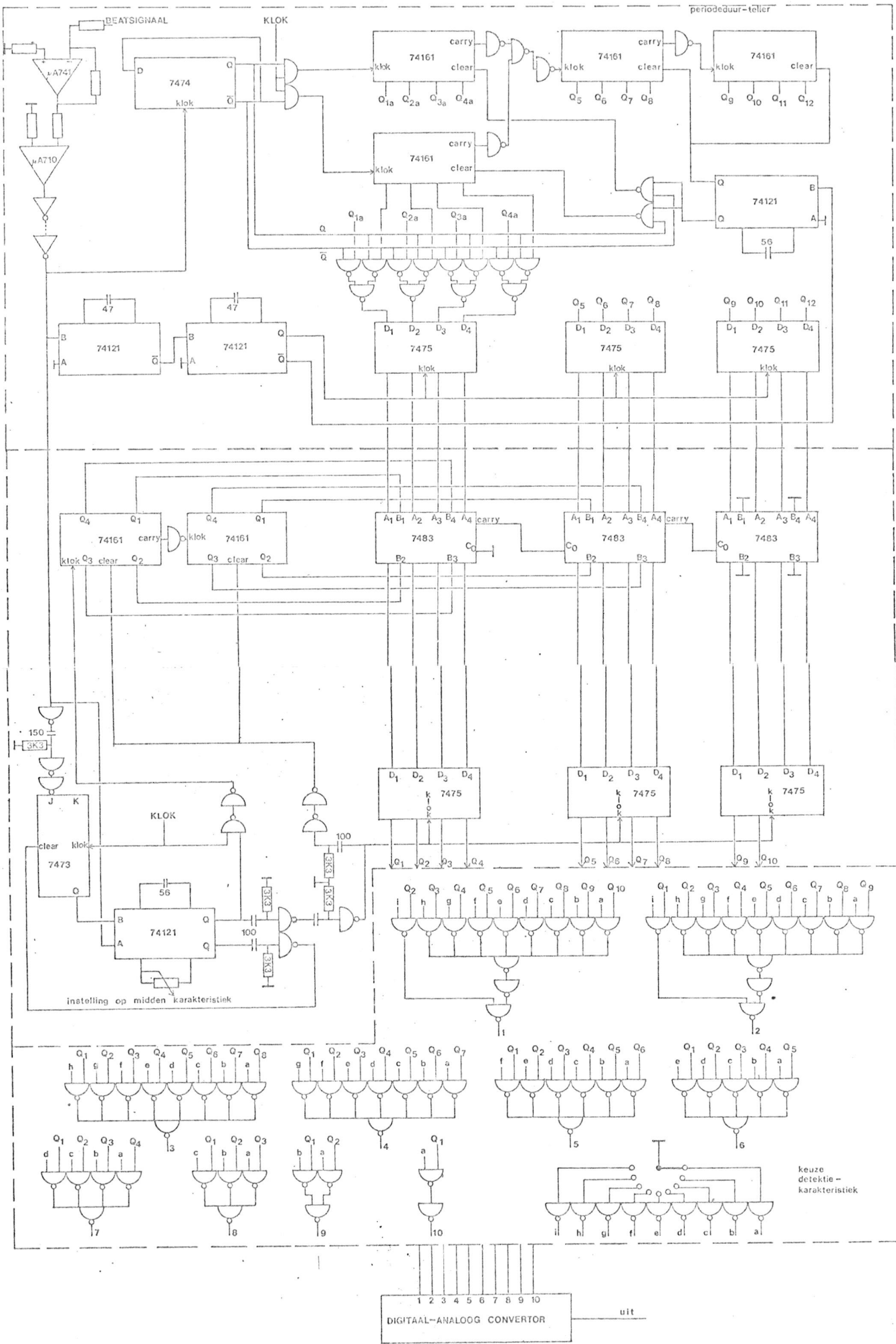
De meetresultaten zijn weergegeven in fig.4.9.



Figuur 4.9

(de onregelmatigheden in fig.b worden veroorzaakt door niet-lineariteiten in de modulerende spanning en door ruis).



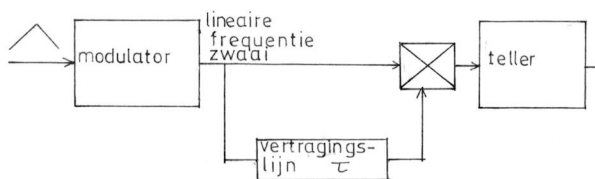


## Hoofdstuk V Invloed van ruis

In dit hoofdstuk zal worden ingegaan op de invloed van ruis op de bepaling van de niet-lineariteit  $\delta$ .

- In par. 5.1 zal de signaal-ruisvermogensverhouding-eis (S/N-eis) voor het beatsignaal worden afgeleid. De ruis zal een grens stellen aan de minimaal detekteerbare niet-lineariteit, daar de ruis de nuldoorgangen van het beatsignaal zal beïnvloeden.
- In par. 5.2 zal de S/N-eis worden afgeleid voor het frequentie-gemoduleerde signaal vóór de demodulator, zoals gebruikt bij de spaltnmethode.
- In par. 5.3 worden de meetresultaten vermeld ten aanzien van de S/N-eis van het beatsignaal als functie van de gevoeligheid van de, in hoofdstuk 4 beschreven, niet-lineariteitsmeter.
- In par. 5.4 worden de in 5.1 en 5.2 afgeleide S/N-verhoudingen vergeleken.

### 5.1 Invloed van ruis op het beatsignaal



Figuur 5.1

De invloed van ruis op de meting komt tot uiting in een steeds veranderende stand van de teller, indien de beatfrequentie konstant is (d.w.z.  $\delta = 0$ ).

Zijn niet-lineariteiten in de frequentie-sweep aanwezig, dan dient de variatie in de teller-

stand ten gevolge van de ruis kleiner te zijn dan de variatie ten gevolge van niet-lineariteiten.

De ruis heeft de volgende oorzaken:

- thermische ruis van de modulator.
- thermische ruis van de vertraging-slijn (t.g.v. de demping) en van eventueel daarin aanwezige versterkers.
- thermische ruis van de mixer.

Voor het signaal  $x(t)$  na de mixer geldt:  $x(t) = s(t) + n(t)$ ; hierbij is  $s(t)$  het beatsignaal en  $n(t)$  de ruis.

Opmerking: voor het ruisgedrag kan de discontinuïteit in  $s(t)$  om de  $T$  sec. buiten beschouwing gelaten worden (d.w.z.  $s(t) = a \cos \omega_b t$ ;  $\omega_b$  = beatradiaalfrequentie).

Voor de ruis schrijven we de door Bennet [9] gebruikte notatie:

$$n(t) = \sum_{n=1}^{n_1} C_n \cos \left\{ (\omega_n - \omega_b)t + \theta_n \right\} . \quad \dots(5.1.1)$$

met:  $n_1 = B/f_1$ ;  $B$  = afsnijfrequentie van het laagdoorlatend filter na de mixer.

$$\omega_n = 2\pi n f_1 = 2\pi n / T_1 \quad (T_1 \rightarrow \infty ; \Delta f \rightarrow 0) .$$

$$C_n = \sqrt{4 w(f_n) \Delta f} ; \quad w(f) = \text{dubbelzijdig ruisvermogen-dichtheidsspektrum.}$$

$$\text{en } p(\theta_n) = 1/2\pi$$

Voor  $x(t)$  kan dan geschreven worden:

$$x(t) = \text{Re} \left[ a e^{-j\omega_b t} \left\{ 1 + \sum_{n=n_2}^{n_1+n_2} \frac{C_n}{a} e^{j(\omega_n t + \theta_n)} \right\} \right] =$$

$$= \text{Re } a(t) e^{-j\varphi(t)} \quad (n_2 = f_b/f_1) .$$

Waarin:

$$\varphi(t) = \omega_b t - \arctg \frac{\sum \frac{C_n}{a} \sin(\omega_n t + \theta_n)}{1 + \sum \frac{C_n}{a} \cos(\omega_n t + \theta_n)} \approx \omega_b t - \sum_n \frac{C_n}{a} \sin(\omega_n t + \theta_n) .$$

... (5.1.2)

Deze uitdrukking voor  $\varphi(t)$  wordt gebruikt om de momentele periodeduur van het beatsignaal te bepalen.

De stand van de teller is evenredig met de momentele periodeduur.

Voor de momentele frequentie geldt:

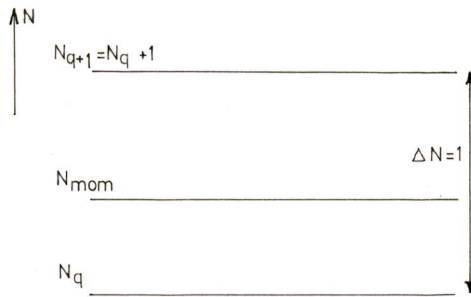
$$f_{\text{mom}} = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \left\{ \varphi(t) \right\} = f_b - \sum_n \frac{C_n}{a} f_n \cos(\omega_n t + \theta_n).$$

Zodat voor de momentele periodeduur gevonden wordt:

$$T_{\text{mom}} \approx \frac{1}{f_b} \left\{ 1 + \sum_n \frac{C_n}{a} \frac{f_n}{f_b} \cos(\omega_n t + \theta_n) \right\}.$$

De stand van de teller is evenredig met  $T_{\text{mom}}$  :

$$\begin{aligned} N_{\text{mom}} &= f_{\text{klok}} \cdot T_{\text{mom}} = \\ &= N \left\{ 1 + \sum_n \frac{C_n}{a} \cdot \frac{f_n}{f_b} \cos(\omega_n t + \theta_n) \right\} \dots(5.1.3) \\ &\quad \left( N = \frac{f_{\text{klok}}}{f_b} \right). \end{aligned}$$



Opmerking: de teller geeft in werkelijkheid een discrete stand  $N_q$  aan, daar geen onderdelen van de klokpulstijd gemeten worden (fig.5.2)

Figuur 5.2

Als voorwaarde kan nu gesteld worden, dat  $N \sum$  in 5.1.3 gedurende het grootste deel van de tijd kleiner moet zijn dan het oplossend vermogen  $\Delta N$  van de teller. Dit oplossend vermogen is uiteraard gelijk aan 1.

$$\text{of: } \sum_n C_n \frac{f_n}{f_b} \cos(\omega_n t + \theta_n) < \frac{\Delta N}{N} \quad a$$

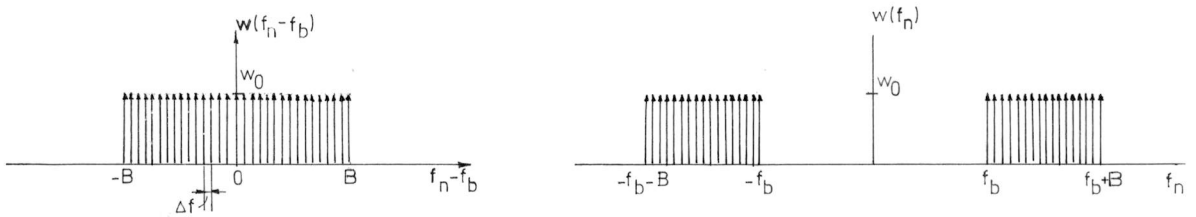
Met

Het gemiddelde kwadraat hiervan moet dan voldoen aan:

$$\sum_n C_n^2 \left(\frac{f_n}{f_b}\right)^2 \overline{\cos^2(\omega_n t + \theta_n)} < \left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2 a^2$$

Met  $C_n = \sqrt{4w(f_n) \Delta f}$  en  $\overline{\cos^2} = \frac{1}{2}$  levert dat:

$$\sum_n \frac{2w(f_n)}{f_b^2} f_n^2 \Delta f < \left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2 a^2 \quad \dots(5.1.4)$$



Figuur 5.3

In het limietgeval  $\Delta f \rightarrow 0$ , gaat de sommatie over in een integratie (zie ook fig. 5.3):

$$\lim_{\Delta f \rightarrow 0} \sum_n \frac{2w(f_n)}{f_b^2} f_n^2 \Delta f = \frac{2}{f_b^2} \int_{f_b}^{B+f_b} w(f) \cdot f^2 df < a^2 \left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2$$

In het geval van witte (vlakke) ruis (met  $w(f) = w_0 = \text{konstant}$ ) wordt dit:

$$\frac{2w_0}{3f_b^2} (B^3 + 3B^2f_b + 3Bf_b^2) < a^2 \left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2$$

We komen zo tot de voorwaarde, waaraan de signaal-ruisvermoegensverhouding moet voldoen:

$$\frac{S}{N} = \frac{a^2/2}{2w_0 B} > \frac{B^2 + 3Bf_b + 3f_b^2}{6 f_b^2} \left(\frac{N}{\Delta N}\right)^2 \quad \dots(5.1.5)$$

Deze uitdrukking kan ook anders geschreven worden door te bedenken, dat

$\Delta N = |\delta_{\min}| \cdot N = 1$ ; hierin is  $\delta_{\min}$  de kleinste waarde voor  $\delta$ , welke gedetekteerd kan worden.

Zodat:  $\frac{S}{N} = \frac{a^2/2}{2w_0B} > \frac{B^2 + 3Bf_b + 3f_b^2}{6f_b^2} \frac{1}{\delta_{\min}^2} \dots (5.1.6)$

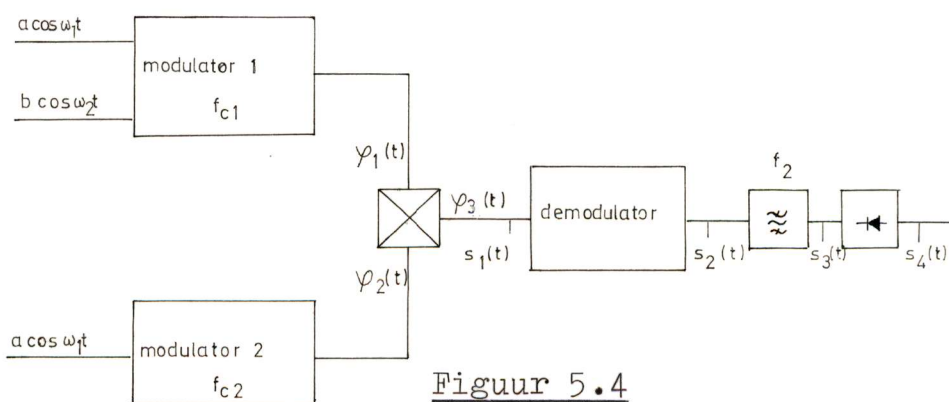
$(\delta_{\min} = f_b/f_{\text{klok}})$

Voorbeeld: voor  $f_{\text{klok}} = 20\text{MHz}$ ,  $f_b = 5\text{kHz}$ ,  $B = 1,2 f_b$   
 moet gelden  $10 \log S/N > 72 \text{ dB}$  ( $\delta_{\min} = 0,25 \text{ o/oo}$ )

Opmerking 1: voor de hierboven afgeleide voorwaarde voor S/N geldt, dat hieraan gemiddeld gedurende 84% van de tijd wordt voldaan; dit is n.l. de tijd, dat de  $\sigma$ - of rms-waarde van de, Gaussisch verdeelde, ruisspanning niet wordt overschreden.

Opmerking 2: een toename van de ruisspanning met een faktor 2 betekent een afname in de bepaling van  $\delta$  met een faktor 2. Anders gezegd: indien volstaan kan worden met een twee-maal zo kleine gevoeligheid in de bepaling van  $\delta$ , kan de signaal-ruisvermogensverhouding met 6 dB afnemen.

5.2 Invloed van ruis bij de spaltmethode



Figuur 5.4

We gaan uit van de volgende modulatiekarakteristiek:

$f_1 = f_{c1} + a_1 u_1 + b_1 u_1^2 + c_1 u_1^3 + \dots$  en  $f_2 = f_{c2} + a_2 u_2 + b_2 u_2^2 + c_2 u_2^3 + \dots$

$$\text{met } u_1 = a \cos \omega_1 t + b \cos \omega_2 t \quad (\omega_2 \gg \omega_1)$$

$$u_2 = a \cos \omega_1 t \quad (a \gg b)$$

Voor de verschillende fasehoeken geldt (fig.5.4):

$$\varphi_1(t) = \omega_{c1} t + 2\pi a_1 \int u_1 dt + 2\pi b_1 \int u_1^2 dt + 2\pi c_1 \int u_1^3 dt + \dots$$

$$\varphi_2(t) = \omega_{c2} t + 2\pi a_2 \int u_2 dt + 2\pi b_2 \int u_2^2 dt + 2\pi c_2 \int u_2^3 dt + \dots \quad (5.2.1)$$

$$\varphi_3(t) = \varphi_1(t) - \varphi_2(t).$$

De beide modulatoren dienen dezelfde zwaai te hebben:

$$a_1 a = a_2 a.$$

De demodulator wordt gevolgd door een bandfilter (breedte  $B_1$ ), welke de frequenties rond  $f_2$  doorlaat.

Daarna volgt piekdetektie.

Het signaal vóór de demodulator heeft de volgende vorm:

$$\begin{aligned} s_1(t) &= \hat{u} \cos \varphi_3(t) + \sum C_n \cos(\omega_n t + \theta_n) = \\ &= \text{Re} \left[ \hat{u} e^{j\varphi_3(t)} \left\{ 1 + \sum \frac{C_n}{\hat{u}} e^{j(\omega_n t + \theta_n)} \cdot e^{-j\varphi_3(t)} \right\} \right] \\ &= \text{Re} \{ m(t) \} \quad \dots (5.2.2) \end{aligned}$$

$$m(t) = \hat{u} e^{j\varphi_3(t)} \cdot a(t) e^{j\varphi(t)}$$

$$\begin{aligned} \text{met } \varphi(t) &= \text{arctg} \frac{\sum \frac{C_n}{\hat{u}} \sin \{ \omega_n t + \theta_n - \varphi_3(t) \}}{1 + \sum \frac{C_n}{\hat{u}} \cos \{ \omega_n t + \theta_n - \varphi_3(t) \}} = \\ &\approx \sum \frac{C_n}{\hat{u}} \sin \{ \omega_n t + \theta_n - \varphi_3(t) \} \quad \dots (5.2.3) \end{aligned}$$

Het signaal na demodulatie is evenredig met de afgeleide van  $\varphi_3(t) + \varphi(t)$  :

$$\begin{aligned} s_2(t) &= k_1 \cdot \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \left\{ \varphi_3(t) + \varphi(t) \right\} = \\ &= k_1 \cdot \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi_3(t)}{dt} \left[ 1 - \sum \frac{C_n}{a} \cos \left\{ \omega_n t + \theta_n - \varphi_3(t) \right\} \right] + \\ &+ k_1 \cdot \frac{1}{2\pi} \sum \frac{C_n}{a} \omega_n \cos \left\{ \omega_n t + \theta_n - \varphi_3(t) \right\} \quad \dots (5.2.4) \end{aligned}$$

Het signaal na het bandfilter kan verkregen worden door in 5.2.4 slechts de termen op of om de frequentie  $f_2$  te handhaven.

Verder maken we gebruik van de definitie van niet-lineariteit:

$$|\delta| = \frac{2b_1 u + 3c_1 u^2}{a_1}, \quad \text{met } u = a \cos \omega_1 t$$

$$\text{zodat } \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi_3(t)}{dt} = a_1 \left\{ 1 + |\delta| \right\} \cdot b \cos \omega_2 t.$$

Bovendien geldt:

$$\begin{aligned} \omega_n t + \theta_n - \varphi_3(t) &= (\omega_n - \Delta\omega_c) t + \theta_n - 2\pi a_1 \int u_1 dt + 2\pi a_2 \int u_2 dt + \dots \\ &= (\omega_n - \Delta\omega_c) t + \theta_n \end{aligned}$$

$$\text{met } p(\theta_n) = 1/2\pi \text{ en } \Delta\omega_c = \omega_{c_1} - \omega_{c_2}$$

Zodat uiteindelijk wordt verkregen:

$$s_3(t) = k_1 a_1 \cdot \left\{ 1 + |\delta| \right\} \cdot b \cos \omega_2 t \cdot \left[ 1 - \sum \frac{C_n}{a} \cos \left\{ (\omega_n - \Delta\omega_c) t + \theta_n \right\} \right].$$

(De invloed van de tweede term na het = teken in 5.2.4 kan verwaarloosd worden t.o.v. de invloed van de eerste term).



En nappiekdetektie:

$$s_4(t) = k_1 a_1 b \cdot \{1 + |\delta|\} \cdot \left[ 1 - \sum \frac{C_n}{\hat{a}} \cos \{(\omega_n - \Delta\omega_c)t + \theta_n'\} \right].$$

Als voorwaarde voor detektie van kleine waarden van  $\delta$  kan nu gesteld worden:

$$\{1 + |\delta|\} \cdot \sum \frac{C_n}{\hat{a}} \cos \{(\omega_n - \Delta\omega_c)t + \theta_n'\} < |\delta|.$$

In de term  $1 + |\delta|$  kan  $|\delta|$  verwaarloosd worden. Gaan we over op het gemiddelde kwadraat, dan geldt:

$$\sum \frac{C_n^2}{\hat{a}^2} \overline{\cos^2(\omega_n - \Delta\omega_c)t + \theta_n'} < \delta^2.$$

Eenvoudigheidshalve zal worden aangenomen, dat de ruis vóór de demodulator witte ruis is (met  $w(f) = w_0 = \text{konstant}$ ).

Wordt daarna de limiet genomen voor  $\Delta f \rightarrow 0$ , dan wordt voor de signaal-ruisvermogensverhoudingeis vóór de demodulator verkregen:

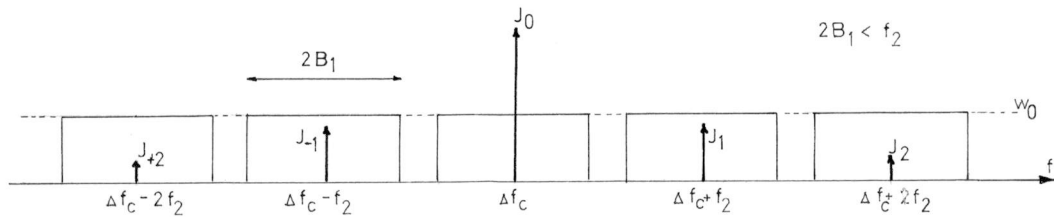
$$\frac{S}{N} = \frac{\hat{a}^2/2}{4w_0 B_1} > \frac{1}{2\delta^2} \quad \dots\dots(5.2.5)$$

Hierbij is aangenomen, dat alleen de ruis in een band  $2B_1$  om de centrale frequentie van invloed is. Dit geldt echter alleen indien de modulatie-index van het meetsignaal ( $b \cos \omega_2 t$ ) veel kleiner is dan 1. Indien niet geldt  $m \ll 1$ , dient de ruis in een band  $2B_1$  om de frequenties  $\Delta f_c \pm k f_2$  mede in aanmerking te worden genomen (fig. 5.5). Hierbij loopt  $k$  van 1 tot  $n$ , indien in de spektrumberekening van het frequentiegemoduleerde signaal  $2n+1$  Besselfunkties van belang zijn (d.w.z.  $J_0, \dots, J_{+n}$ ). De invloed van de ruis in een band  $2B_1$  rond  $\Delta f_c$  is afgenomen; alle ruisamplituden worden met  $J_0$  vermenigvuldigd. De amplituden van de ruiskomponenten in een band  $2B_1$  rond  $\Delta f_c \pm k f_2$  worden met een faktor  $J_k$  vermenigvuldigd.

Het totale van invloed zijnde ruisvermogen is:

$$w_{\text{tot}} = J_0^2 \cdot 4w_0 B_1 + 2 \sum_{k=1}^n J_k^2 \cdot 4w_0 B_1 = 4w_0 B_1 \cdot$$

M.a.w. de ruis kan gemeten worden in een band  $2B_1$  rond  $\Delta f_c$ ; voor elke waarde van de modulatie-index geldt dezelfde eis ten aanzien van de signaal-ruisvermogensverhouding.

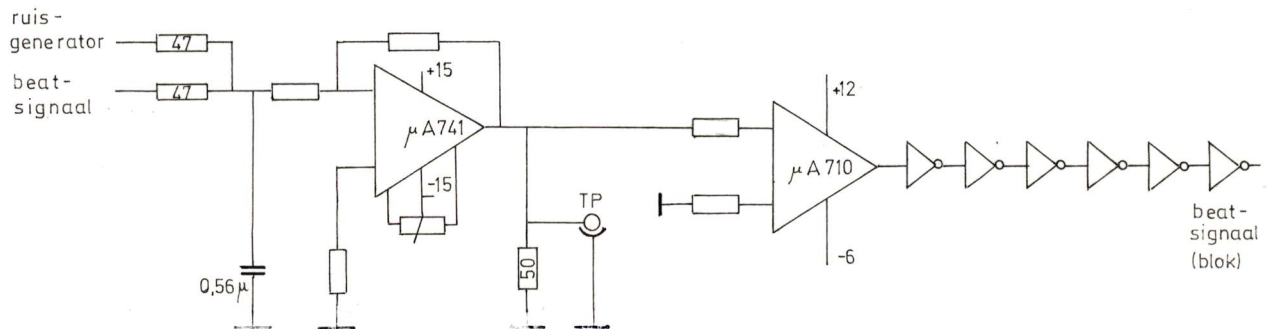


Figuur.5.5

Voorbeeld: voor een minimaal te detekteren niet-lineariteit van 0,5 o/oo moet gelden:  $10 \log S/N > 63 \text{ dB}$ .

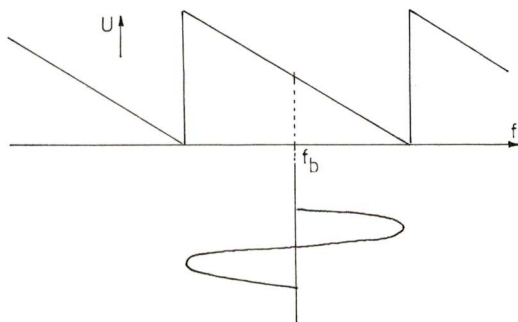
### 5.3 Meetresultaten

Om de invloed van ruis in de praktijk na te gaan, werd aan een extra ingang van de niet-lineariteitsmeter witte ruis toegevoerd met een normale amplitudeverdeling en met een spektrumbreedte, groter dan de bandbreedte (6 kHz) van het laagdoorlatend filter van de ingangsschakeling; deze bestaat uit een verterker en een clip-schakeling, gevolgd door 6 HEX-invertors (fig. 5.6).



Figuur 5.6

De ruis spanning werd gemeten over een weerstand van  $50 \Omega$  (testpunt TP) met behulp van een rms-voltmeter (3400 A van HP). Aan de ingang voor het beatsignaal werd een in frequentie gemoduleerd signaal aangeboden met een centrale frequentie van 5 kHz. De modulerende frequentie bedroeg resp. 50 Hz en 500 Hz. De modulatie-index werd zodanig gekozen, dat de gehele detek-

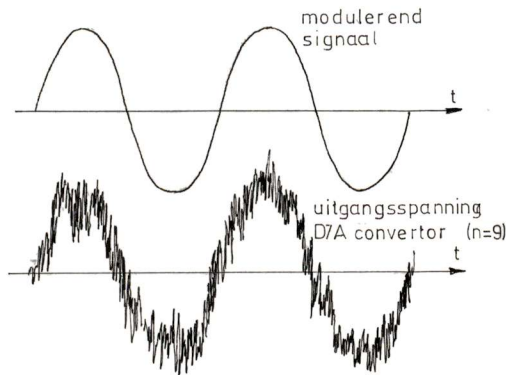


Figuur 5.7

tie-karakteristiek werd doorlopen (fig. 5.7;  $m=m_{\max}$ ) bij een bepaalde stand van de niet-lineariteitsmeter.

De toegevoegde ruis werd eerst zodanig gekozen, dat het scopebeeld van de uitgangsspanning van de D/A-converter geen relatie vertoonde met de modulerende

spanning. Vervolgens werd het ruisvermogen verkleind totdat de uitgangsspanning van de D/A-converter een duidelijk verband vertoonde met de modulerende spanning (fig. 5.8).



Figuur 5.8

Daarna werd de ingang voor het frequentie-modulaat met  $75 \Omega$  afgesloten en de ruisspanning op TP gemeten. De verkregen ruisspanningen staan vermeld in tabel 5.1 als functie van de gevoeligheid (stand a: 10 bits uitlezen; stand b: 9 bits uitlezen etc.).

De omschreven (subjectieve) meetmethode is gekozen omdat de uiteindelijke bepaling van  $\delta$  geschiedt met behulp van het scope-beeld van de uitgangsspanning van de D/A-converter. Tevens werden dezelfde metingen uitgevoerd met een waarde van de modulatie-index, welke zorgde voor het doorlopen van de halve karakteristiek ( $m = m_{\max}/2$ ).

Gevoeligheid	$\sigma$ (mV) = effectieve waarde v.d. ruisspanning in mV			
	$f_{\text{mod}} = 50\text{Hz}$	$f_{\text{mod}} = 50\text{Hz}$	$f_{\text{mod}} = 500\text{Hz}$	$f_{\text{mod}} = 500\text{Hz}$
	$m = m_{\max}$	$m = m_{\max}/2$	$m = m_{\max}$	$m = m_{\max}/2$
a	200	110	210	80
b	100	60	110	40
c	40	25	50	20
d	20	11	30	8
e	10	5	10	5
f	5	4	5	-
g	3	-	-	-

$U_{\text{draaggolf}} = 800 \text{ mV}$  effectief /  $50 \Omega$  .

Tabel 5.1

Opmerking: de ruis van de modulator bleek bij hoge waarden van de gevoeligheid te groot om een goede bepaling van  $\delta$  mogelijk te maken (indien we de gevoeligheid in stand a op 1 stellen, dan is de gevoeligheid voor b.v. de stand f een faktor 32 groter).

Uit tabel 5.1 en fig. 5.9 blijkt een wetmatigheid: de toegelaten ruisspanning bij een bepaalde stand is de helft van de toegelaten ruisspanning bij de vorige stand. Dit kan worden verklaard door het feit, dat de steilheid van de karakteristieken bij elke volgende stand met een faktor 2 toeneemt, zodat de toegelaten ruisspanning in dat geval met een faktor 2 afneemt.

Uitgaande van de meetresultaten wordt de toegelaten ruisspanning in goede benadering gegeven door:

$$\begin{aligned}\sigma_{\max} &= 2^{(n-10)} \cdot 200 \cdot \frac{m}{m_{\max}} \text{ (mV)} = \\ &= 2^{(n-10)} \cdot 200 \cdot \frac{\delta}{\delta_{n,tt}} \text{ (mV)} .\end{aligned}$$

Met de in par. 4.4 gevonden uitdrukking voor  $\delta_{n,tt}$  vinden we voor de signaal-ruisverhouding ( $U_{\text{draaggolf}} = 800 \text{ mV}$ ):

$$\frac{U_d}{\sigma} = 2^{12} \cdot \frac{f_b}{f_{\text{klok}}} \cdot \frac{1}{\delta} \quad \begin{array}{l} (\delta \text{ in } \text{o}/\text{oo}) \\ (f_b \text{ in kHz}) \\ (f_{\text{klok}} \text{ in MHz}) \end{array}$$

$$\text{of } 10 \log \frac{S}{N} = 20 \log \frac{U_d}{\sigma} = 72 + 10 \log \frac{f_b}{f_{\text{klok}}} - 10 \log \delta .$$

Voorbeeld: indien  $f_b = 5 \text{ kHz}$ ,  $f_{\text{klok}} = 20 \text{ MHz}$  en  $\delta = 0,5 \text{ o}/\text{oo}$ , dan volgt hieruit  $10 \log (S/N)_{\min} = 66 \text{ dB}$ .

#### 5.4 Conclusie

Voor het beatsignaal geldt een signaal-ruisvermogensverhouding-eis:

$$(S/N)_1 > p \frac{1}{2\delta^2} \quad \text{met: } p = \frac{B^2 + 3Bf_b + f_b^2}{3f_b^2} \geq 1. \quad \dots(5.1.6)$$

De ruis is gemeten in een band  $B$  rond  $f_b$ ;  $B$  is de grensfrequentie van het laagdoorlatend filter vóór de niet-lineariteitsmeter.

Voor het frequentie-gemoduleerde signaal vóór de demodulator in het geval van de spleetmethode is de eis:

$$(S/N)_2 > \frac{1}{2\delta^2} \quad \dots\dots(5.2.5)$$

Hierbij is de ruis gemeten in een band  $2B_1$  rond  $\Delta f_c$ ;  $B_1$  is de bandbreedte van het banddoorlatend filter na de frequentiedemodulator.

Indien  $B = 1,2f_b = 6 \text{ kHz}$  en  $\delta = 0,5 \text{ o/oo}$  moet gelden:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_1 > 66 \text{ dB} \quad \text{en} \quad \left(\frac{S}{N}\right)_2 > 63 \text{ dB} .$$

Hieruit blijkt, dat (voor deze waarde van  $B$ ) de  $S/N$ -eis voor de spleetmethode 3 dB gunstiger is dan voor de periodeduur-telmethode.

De gemeten minimum waarde van de signaal-ruisvermogensverhouding (par.5.3) bedroeg ca. 66 dB. Dit is in goede overeenstemming met het theoretische resultaat voor  $(S/N)_1$ .

## Hoofdstuk VI

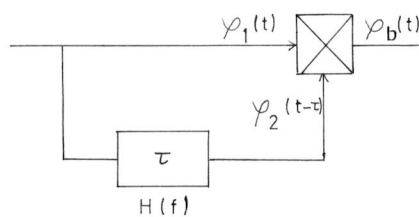
### De vertragingslijn

De vertragingslijn wordt gekenmerkt door zijn:

- demping
  - in het algemeen niet-lineaire fase-frequentiekarakteristiek.
- De invloed van de demping komt tot uiting in een vergroting van de ruisfactor; de invloed van ruis werd beschreven in hoofdstuk 5.

#### 6.1 Invloed van de niet-lineaire fase-frequentiekarakteristiek

Naast de ruis vormt ook de niet-lineaire fasekarakteristiek een beperkende faktor, omdat de daarmee gepaard gaande groep-



Figuur 6.1

looptijdvariatiën direct doorspreken in het beatsignaal (fig. 6.1)

Dit effect zal berekend worden door middel van de quasi-stationaire benadering. Indien  $H(f)$  de overdrachtskarakteristiek van de vertragingslijn is, moet dan gelden:

$$\frac{d |H(f)|}{df} \approx 0 \quad \text{en} \quad \frac{db}{d\omega} \approx 0$$

$$\text{met: } H(f) = \exp \{ -\alpha(f) \} \cdot \exp \{ -jb(f) \} .$$

Voor de fasekarakteristiek schrijven we:

$$\begin{aligned} b(\omega) &= (\omega - \omega_c) \tau + b_c + p(\omega - \omega_c)^2 + q(\omega - \omega_c)^3 + \dots = \\ &= (\omega - \omega_c) \tau + \Delta b(\omega) . \end{aligned}$$

De splitsing van  $b(\omega)$  in een lineaire-frequentie afhankelijk deel en een deel  $\Delta b(\omega)$  wordt gebruikt bij de volgende stap.

Hierbij wordt, voor de berekening van  $\varphi_2(t-\tau)$ , de tijdvertraging  $\tau$  even buiten beschouwing gelaten (d.w.z. in  $b(\omega)$  het lineaire deel). Voor  $\varphi_2(t)$  geldt dan:

$$\varphi_2(t) = \varphi_1(t) + \Delta b \left\{ \omega_{m,1}(t) \right\} ,$$

waarin:  $\varphi_1(t) = \omega_c t + \pi \alpha t^2 + 2 \pi G(t)$  (vgl. par.5.1)

$$\omega_{m,1}(t) = \frac{d \varphi_1(t)}{dt} = \omega_c + 2 \pi \alpha t + 2 \pi g(t) .$$

$$\alpha = \Delta f/T .$$

Vervolgens wordt het lineair-frequentie afhankelijke deel van  $b(\omega)$  in rekening gebracht, door  $\varphi_2(t)$  een tijd  $\tau$  te vertragen:

$$\varphi_2(t-\tau) = \varphi_1(t-\tau) + \Delta b \left\{ \omega_{m,1}(t-\tau) \right\} .$$

Voor de momentele (beat)radiaalfrequentie geldt:

$$\begin{aligned} \omega_{b,mom}(t) &= \frac{d \varphi_b(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left\{ \varphi_2(t-\tau) - \varphi_1(t) \right\} = \\ &= 2 \pi \alpha \tau + 2 \pi \left\{ g(t) - g(t-\tau) \right\} - \frac{d}{dt} \Delta b \left\{ \omega_{m,1}(t-\tau) \right\} . \\ &= 2 \pi \alpha \tau + 2 \pi \tau \frac{dg(t)}{dt} - \frac{d}{dt} \Delta b \left\{ \omega_{m,1}(t-\tau) \right\} . \end{aligned}$$

De laatste term in deze vergelijking geeft de invloed van de niet-lineaire fasekarakteristiek weer. We beschouwen de variatie in  $\omega_{b,mom}(t)$  over één beatperiode  $\Delta t = 1/\alpha \tau$  ten gevolge van de niet-lineairiteit  $g'(t)$  en van de niet-lineaire fasekarakteristiek.

$$\omega_{b,mom}(t-\Delta t) = 2 \pi \alpha \tau + 2 \pi \tau \frac{dg(t-\Delta t)}{dt} - \frac{d}{dt} \Delta b \left\{ \omega_{m,1}(t-\Delta t-\tau) \right\} .$$



De verandering in de beatraadiaalfrequentie op een tijdstip  $t_1$ , gemeten over een tijd  $\Delta t = 1/\alpha\tau$  is dan:

$$\Delta \omega_{b, \text{mom}}(t_1, \Delta t) = 2\pi\tau \frac{d}{dt} \left\{ g(t) - g(t - \Delta t) \right\}_{t=t_1} +$$

$$- \frac{d}{dt} \Delta b \left\{ \omega_{m,1}(t) \right\}_{t=t_1-\tau} - \frac{d}{dt} \Delta b \left\{ \omega_{m,1}(t) \right\}_{t=t_1-\tau-\Delta t}$$

Vervolgens bedenken we, dat:

$$\frac{d}{dt} \Delta b \left\{ \omega_{m,1}(t) \right\} = \frac{d}{d\omega} \Delta b(\omega) \cdot \frac{d\omega_{m,1}(t)}{dt} = \frac{d}{d\omega} \Delta b(\omega) \cdot 2\pi \left\{ \alpha + g'(t) \right\} =$$

$$\approx 2\pi\alpha \frac{d}{d\omega} \left\{ \Delta b(\omega) \right\} .$$

Zodat:

$$\Delta \omega_{b, \text{mom}}(t_1, \Delta t) = 2\pi\tau \Delta t \left\{ g''(t) \right\}_{t=t_1} - 2\pi\alpha \left[ \frac{d}{d\omega} \left\{ \Delta b(\omega) \right\}_{\omega=\omega_1} + \right.$$

$$\left. - \frac{d}{d\omega} \left\{ \Delta b(\omega) \right\}_{\omega=\omega_1 - \Delta\omega_1} \right] .$$

waarin:  $\omega_1 = \omega_{m,1}(t_1 - \tau)$

en  $\omega_1 - \Delta\omega_1 = \omega_{m,1}(t_1 - \tau - \Delta t)$  .

De term tussen haken geeft de groeplooptijdvariatie weer over een frequentiegebied  $\Delta\omega_1$ , waarin:

$$\Delta\omega_1 = \omega_{m,1}(t_1 - \tau - \Delta t) - \omega_{m,1}(t_1 - \tau) = 2\pi\alpha\Delta t .$$

Opmerking: daar het verband tussen  $\omega_{m,1}$  en  $t$  lineair is (lineaire frequentie-zwaai), kan ook gesproken worden van de groeplooptijdvariatie over een tijd  $\Delta t = 1/\alpha\tau$  :

$$\Delta t_g(\Delta\omega_1) \equiv \Delta t_g(\Delta t) .$$

$$\text{Uit: } \Delta \omega_{b, \text{mom}}(t, \Delta t) = 2\pi\tau \Delta t \frac{d^2 g(t)}{dt^2} - 2\pi\alpha \Delta t_g (\Delta \omega_1)$$

kan een voorwaarde opgesteld worden voor de toelaatbare groeplooptijdvariatie:

$$2\pi\alpha \Delta t_g (\Delta \omega_1) \leq k \left| 2\pi\tau \Delta t \frac{d^2 g(t)}{dt^2} \right| = k \cdot 2\pi\tau \Delta t \alpha \left| \frac{d}{dt} \delta_{\text{mom}}(t) \right|$$

$$(0 < k < 1)$$

$$\text{Met: } \frac{d\delta}{dt} \approx \frac{\Delta\delta}{\Delta t} \text{ (de verandering van } \delta \text{ in een tijd } \Delta t) = \frac{\delta_{\text{min}}}{\Delta t},$$

waarbij  $\delta_{\text{min}}$  de minimale waarde van  $\delta$  is, welke gedetekteerd moet worden (0,5 o/oo), wordt de volgende uitdrukking voor  $\Delta t_g$  gevonden:

$$\Delta t_g (\Delta \omega_1) \leq k \cdot \tau \delta_{\text{min}}$$

Vult men hier de waarde  $\tau_{\text{max}}$  (vgl. par. 1.5) in, dan vindt men:

$$\Delta t_g (\Delta \omega_1) \leq \frac{k}{c} \approx k \cdot 3 \text{ nsec} \quad (0 < k < 1)$$

Opmerking: dit resultaat kan men op intuïtieve wijze verifiëren. In hoofdstuk 1 was een afstandsresolutie van 1 meter geëist. Dit betekent, dat, over één beatperiode  $\Delta t (= 1/\alpha\tau)$ , de elektrische kabellengtevariatie niet meer dan 1 meter mag bedragen;  $c \cdot \Delta t_g < 1$  meter ( $c =$  lichtsnelheid) of:

$$\Delta t_g < 1/c \approx 3 \text{ nsec.}$$

De hier gevonden waarde van  $\Delta t_g (\Delta \omega_1)$  is gebaseerd op een vertragingstijd, overeenkomend met een afstand van 1 kilometer. Voor een kleinere waarde van  $\tau$  wordt de eis strenger.

Wordt een kabel gebruikt met een lengte van 1 kilometer, dan is de vertragingstijd kleiner dan  $\tau_{\max}$  (par.1.5) wegens de kleinere voortplantingssnelheid in de kabel en wel: circa 5  $\mu\text{sec}$ .

Zodat dan de eis wordt:

$$\Delta t_g (\Delta \omega_1) \leq k \cdot 2,5 \text{ nsec} \quad (0 < k < 1)$$

## 6.2 Enige opmerkingen ten aanzien van de vertragingsslijn

De vertragingsslijn (met een lengte van bijvoorbeeld 1 kilometer) welke noodzakelijk is voor de in hoofdstuk 4 beschreven niet-lineariteitsmeter, kan eveneens gebruikt worden als referentieafstand voor de uiteindelijke opstelling ten behoeve van het troposfeer-onderzoek.

Om de demping van de kabel op te heffen, zullen op bepaalde afstanden versterkers moeten worden aangebracht. Uitgaande van de signaal-ruisverhouding aan de uitgang van de frequentiemodulator, legt de in hoofdstuk 5 afgeleide S/N-eis voor het beatsignaal beperkingen op aan de ruisfactoren van deze versterkers.

Indien de kabel opgevat kan worden als een minimum-fase netwerk, kan een lineaire fase-karakteristiek verkregen worden door middel van een tweede minimum-fase netwerk, welke de totale demping in het van belang zijnde frequentiegebied konstant maakt. Immers, voor een minimum-fase netwerk zijn demping en fasedraaiing verbonden door een Hilbert-transformatie.

## Conclusie

De in par.1.6 geschetste volgorde aanhoudend, kan het volgende gezegd worden:

bepaling van de niet-lineariteit uit het spektrum van het chirp-signaal is niet mogelijk.

het spektrum van het beatsignaal zegt voor het geval  $f_b = n/T$  (n geheel) alleen iets over het aantal Fourier-komponenten in de reeksnotatie van de niet-lineariteit  $\delta$ .

bepaling van  $\delta$  is mogelijk met behulp van de spleetmethode en de in hoofdstuk 4 beschreven niet-lineariteitsmeter.

Voordelen van de niet-lineariteitsmeter zijn:

- hoge gevoeligheid: voor de gebruikte klokfrequentie en beatfrequentie geldt een detektiefactor van 0,25 (d.i. 0,25 o/oo /stap; par.4.5). De gevoeligheid kan vergroot worden door de klokfrequentie op te voeren.
- geen filter noodzakelijk, waardoor discontinuïteiten in het beatsignaal geen aanleiding geven tot uitslingerverschijnselen. In de praktijk is een eenvoudig laagdoorlatend ruisfilter vóór de meter gewenst.
- adaptieve meetmethode; indien de niet-lineariteit van het chirp-signaal opgeheven wordt door middel van compensatie, kan deze compensatie, bij een bepaalde gevoeligheid van de meter, zodanig afgeregeld worden, dat de lijn op de scoop vrijwel recht is. Door dit proces te herhalen t/m de gevoeligste stand van de meter, krijgt men een chirp-signaal waarvan de niet-lineariteit kleiner is dan bv. 0,5 o/oo.
- de niet-lineariteit van modulator en modulerend signaal tesamen kan worden gemeten.

Nadelen zijn:

- het noodzakelijk gebruik van een vertragingslijn; in par.6.3 werd reeds opgemerkt, dat deze vertragingslijn eveneens gebruikt kan worden als referentie-afstand bij het uiteindelijke troposfeer-onderzoek.
- er vindt steeds een middeling plaats over één beatperiode. De lineaire frequentie-zwaai wordt niet met oneindige fijnheid bekeken, doch wordt steeds beschouwd over één beatperio-

de, ten gevolge waarvan het gemiddelde van de niet-lineariteit binnen deze periode bepaald wordt.

- er is slechts een eindig aantal beatperiodes binnen de zwaai-tijd  $T$ . Dit aantal kan vergroot worden door de beatfrequentie (en de klokfrequentie i.v.m. de detektiefaktor) groter te kiezen.

Voordelen van de spleetmethode zijn:

- hoge gevoeligheid: een gevoeligheid van 0,5 o/oo lijkt haalbaar.
- adaptieve meetmethode.

Nadelen zijn:

- het is niet mogelijk de niet-lineariteit van modulator en modulerend signaal tesamen te meten.
- er vindt steeds een middeling plaats over één periode van het meetsignaal. Opvoering van de meetfrequentie wordt beperkt door de modulator, welke een grens stelt aan de hoogste modulerende frequentie.
- de invloed van ruis na demodulatie wordt groter naarmate een hogere gevoeligheid gewenst wordt.
- het noodzakelijk gebruik van een tweede modulator. De zwaai van beide modulatoren dient gelijk te zijn. De demodulator dient in zijn lineaire gebied te werken.

Voor- en nadelen van beide methoden in aanmerking nemend, kan gezegd worden dat de niet-lineariteitsmeter voor de bepaling van  $\delta$  zeer geschikt is, omdat:

- de vertragingslijn een minder groot nadeel is (mede gelet op de andere toepassingsmogelijkheid).
- de niet-lineariteiten van modulator modulerend signaal gemeten kunnen worden.
- de gevoeligheid opgevoerd kan worden door de klokfrequentie groter te kiezen.

⊕

$Q_1 \approx m Q_9$       $\delta_{n,tt} = 128 \text{ } \mu\text{m}$

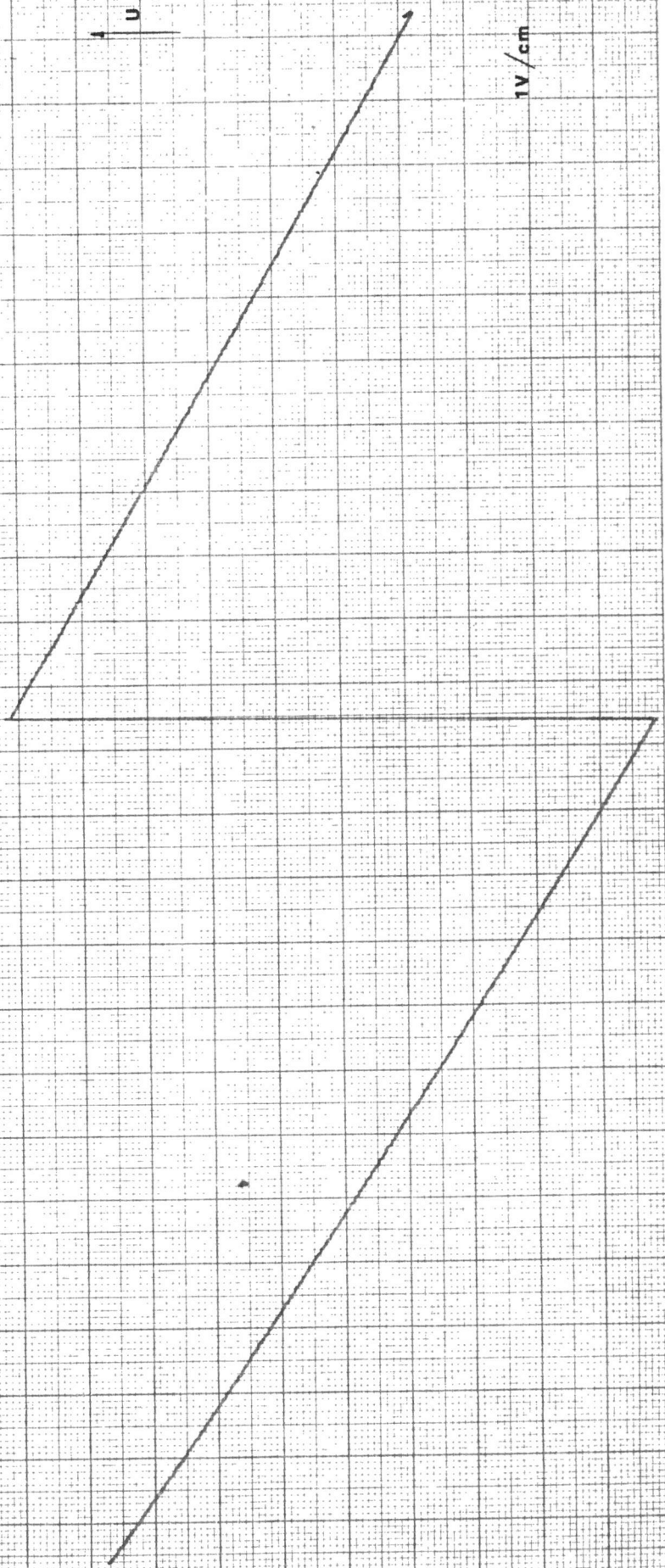
$f_{\text{kllok}} = 20 \text{ MHz}$

frekvencie ( kHz )

4,5     4,6     4,7     4,8     4,9     5,0     5,1     5,2     5,3

u

1V/cm



$Q_1 \approx 1/m \approx 0.8$

$\delta_{n,tt} = 64 \%$

$f_{ktok} = 20 \text{ MHz}$

frequentie (kHz)

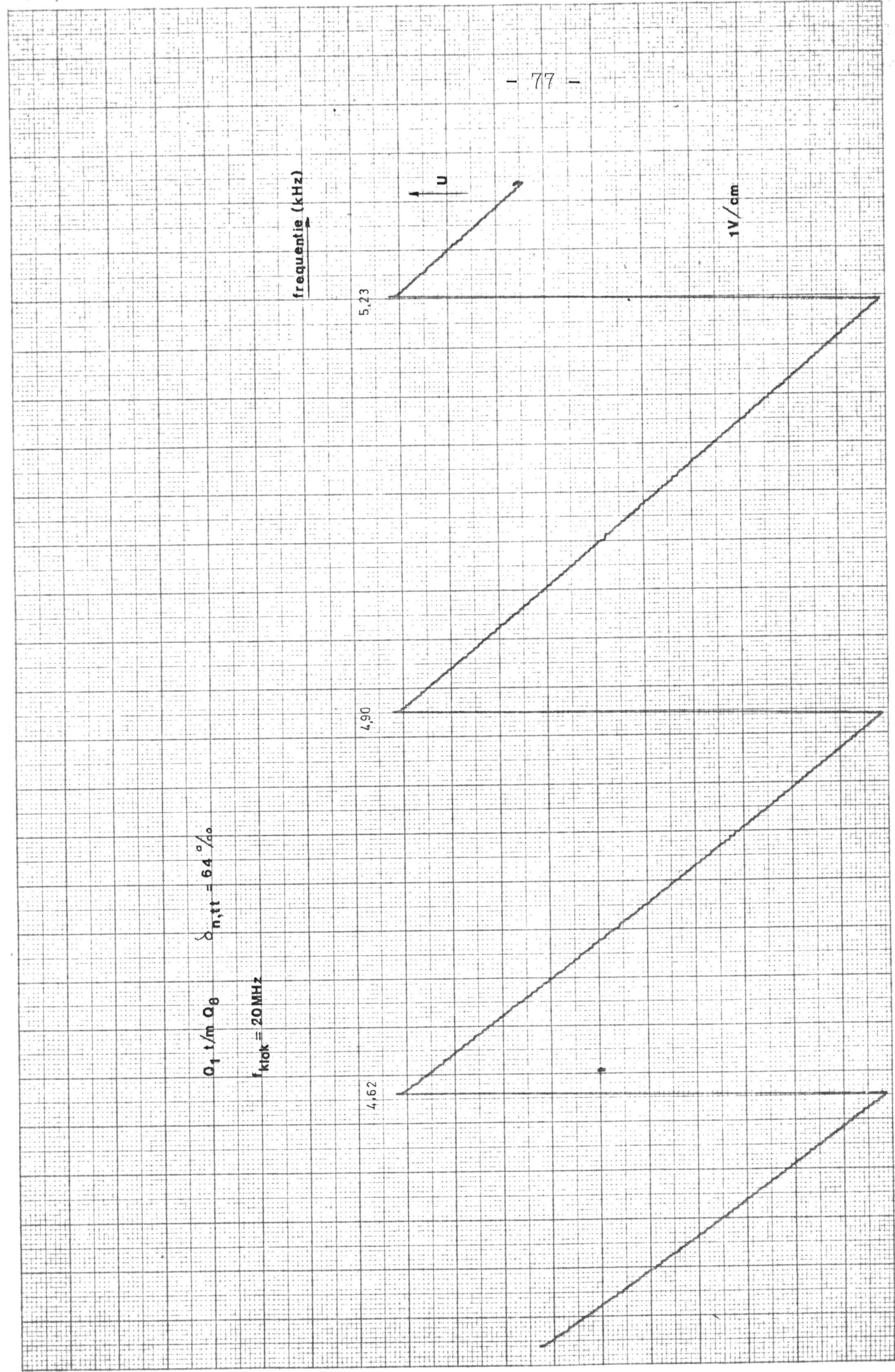
5,23

4,90

4,62

u

1V/cm



$Q_1 \approx 1/m Q_7$   
 $\delta_{n,tt} = 32 \%$

$f_{klok} = 20 \text{ MHz}$

frequentie (Hz)

4481

4611

4751

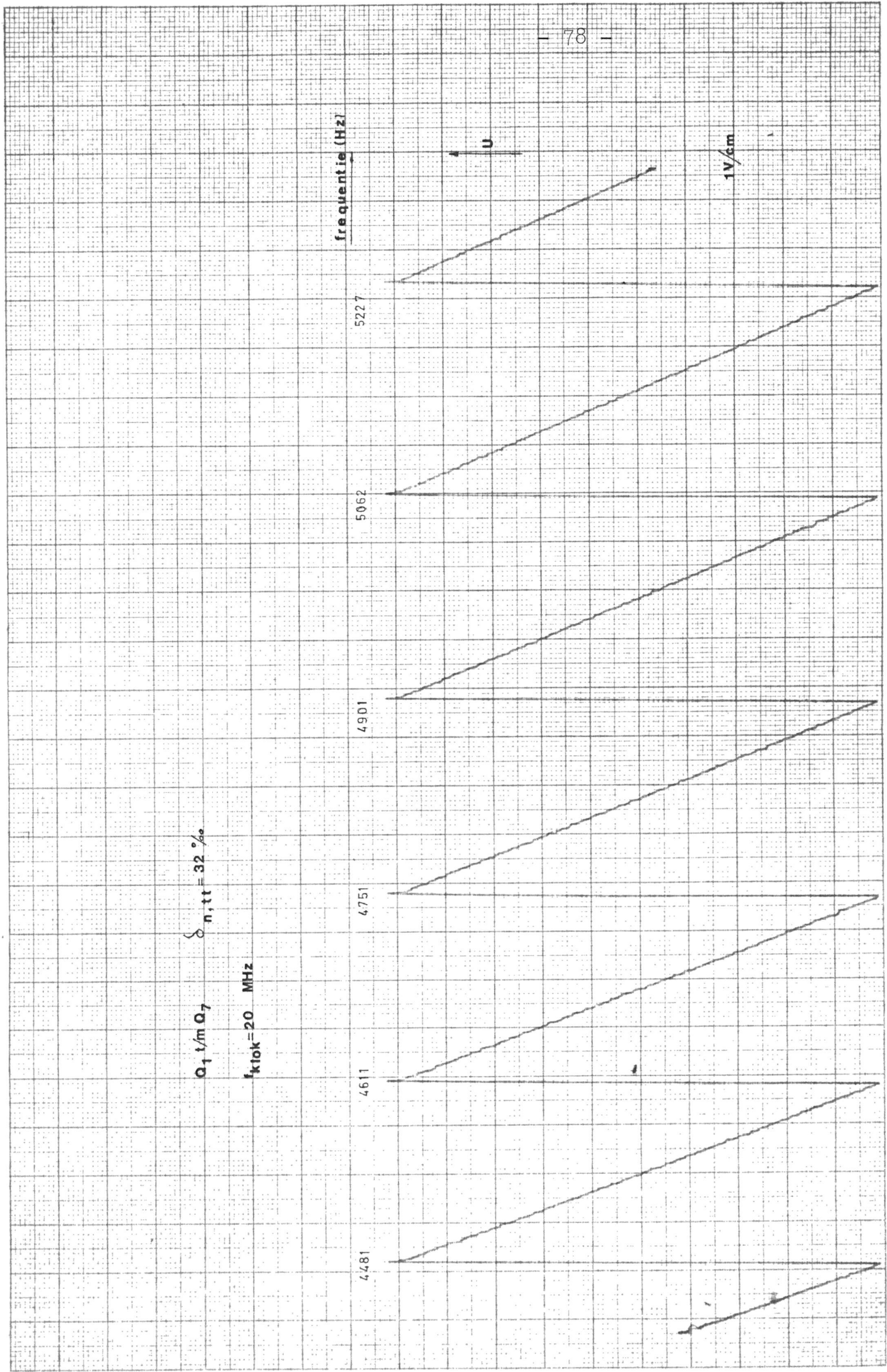
4901

5062

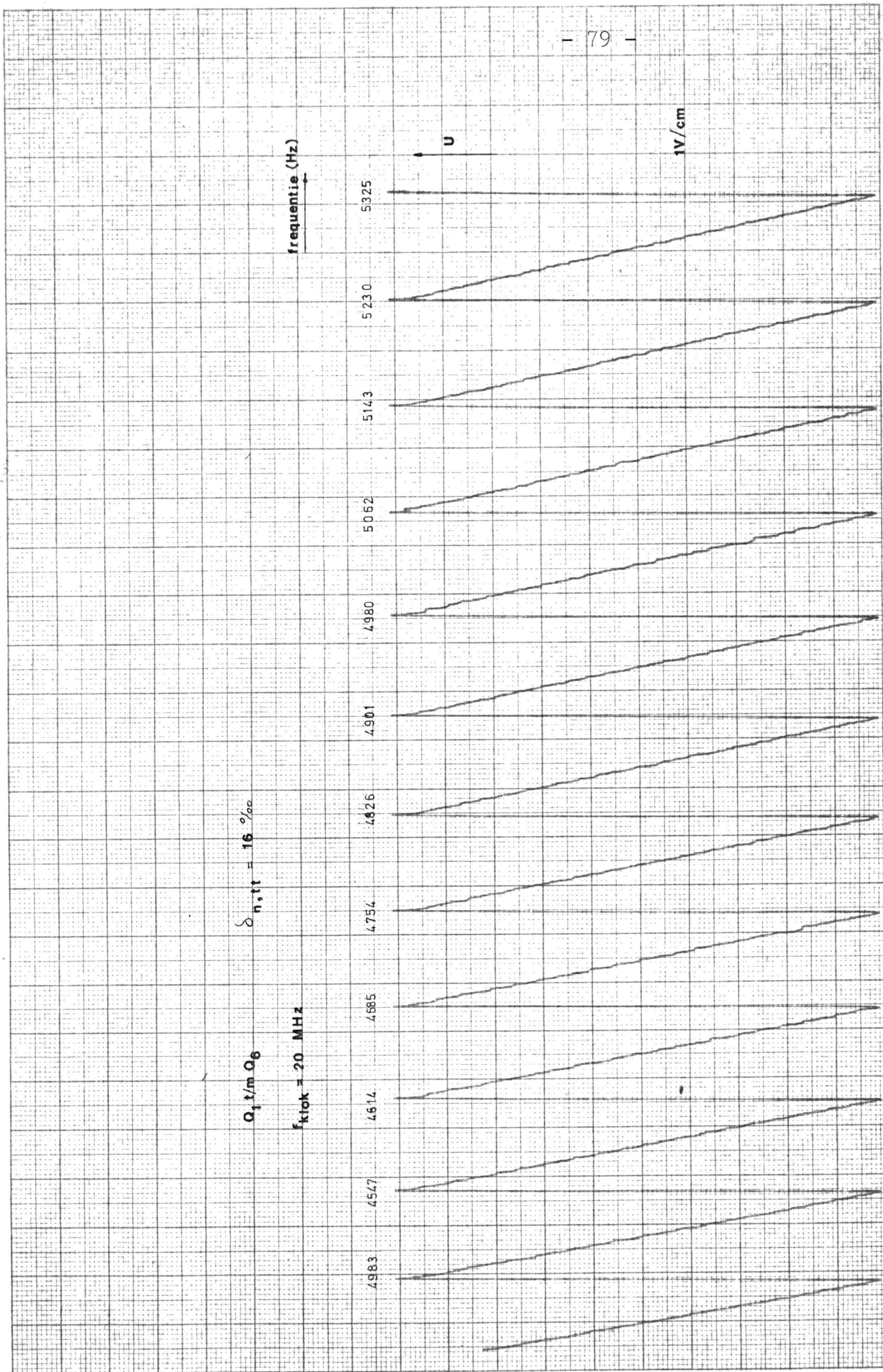
5227

u

1V/cm







frequentie (Hz)

U

1V/cm

5066

5026

4985

4946

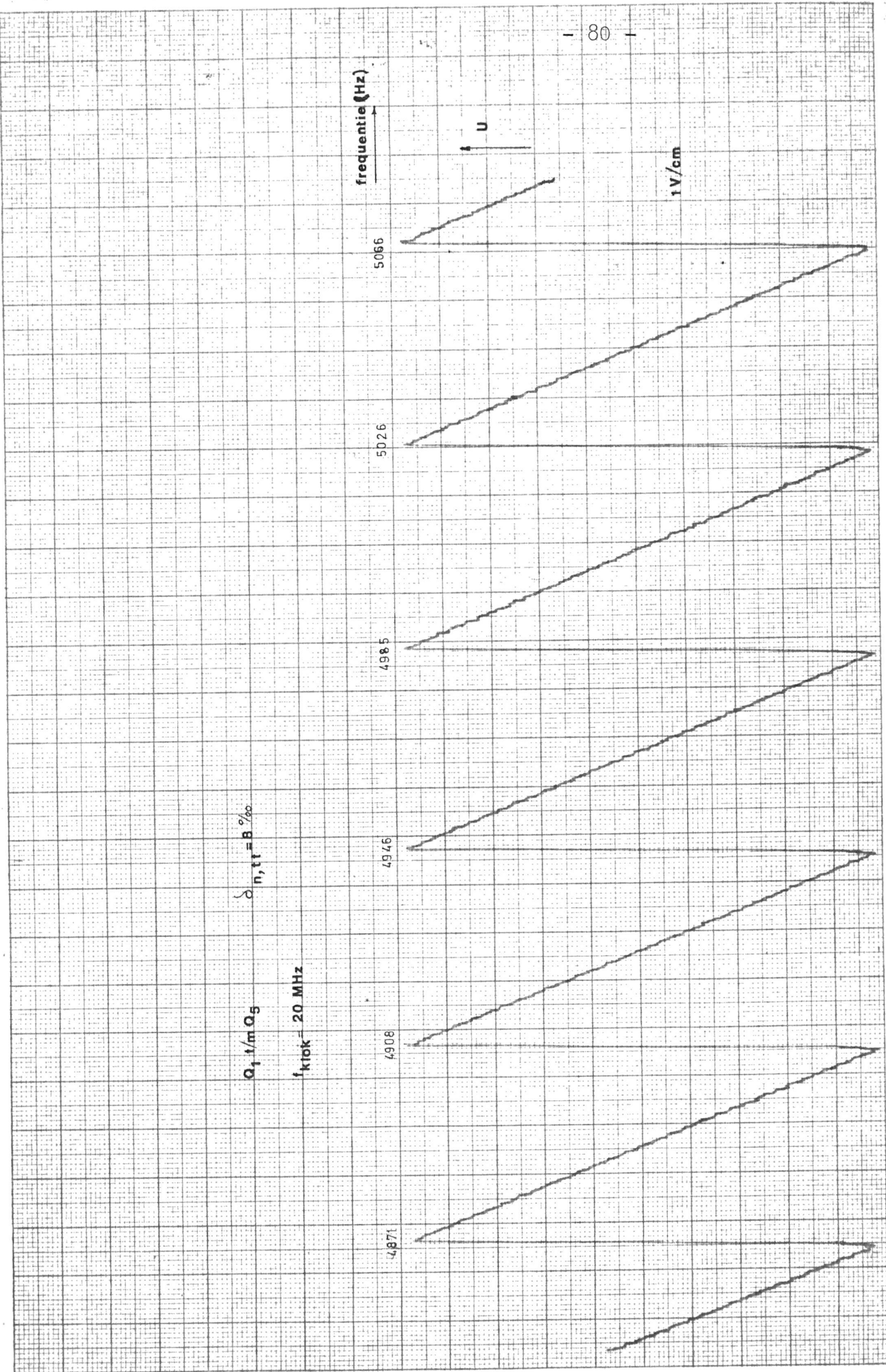
4908

4871

$\delta_{n, \tau} = 8 \%$

$Q_1 = 1/m Q_5$

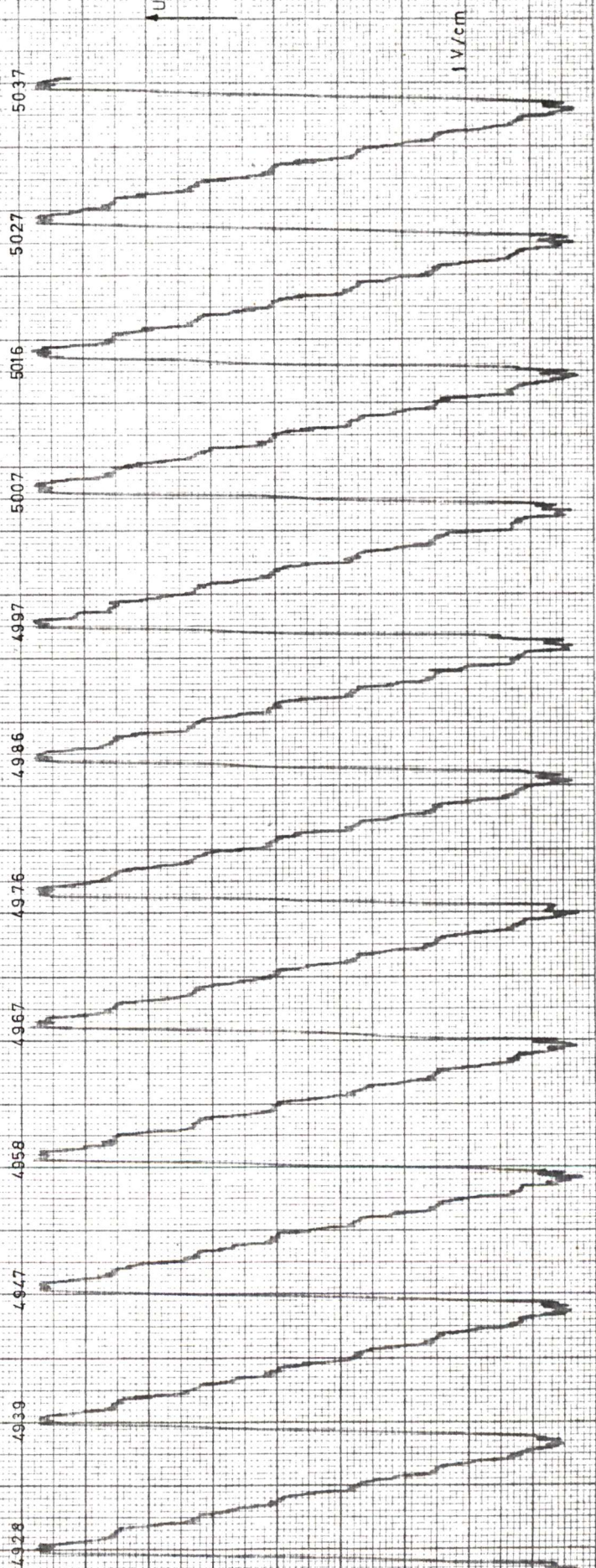
$f_{krok} = 20 \text{ MHz}$



$Q_1$  t/m  $Q_3$   
 $f_{\text{klok}} = 20 \text{ MHz}$   
 $\delta_{n,tt} = 20/00$

trapvormige karakteristieken:  
onregelmatigheden t.g.v. ruis v.d. sweep-generator,  
afvlakking m.b.v. rc-lid voor x-y-recorder

freq (Hz)



$$\delta_{n,t} = 4\%$$

UITLEZING :  $Q_1/mQ_4$

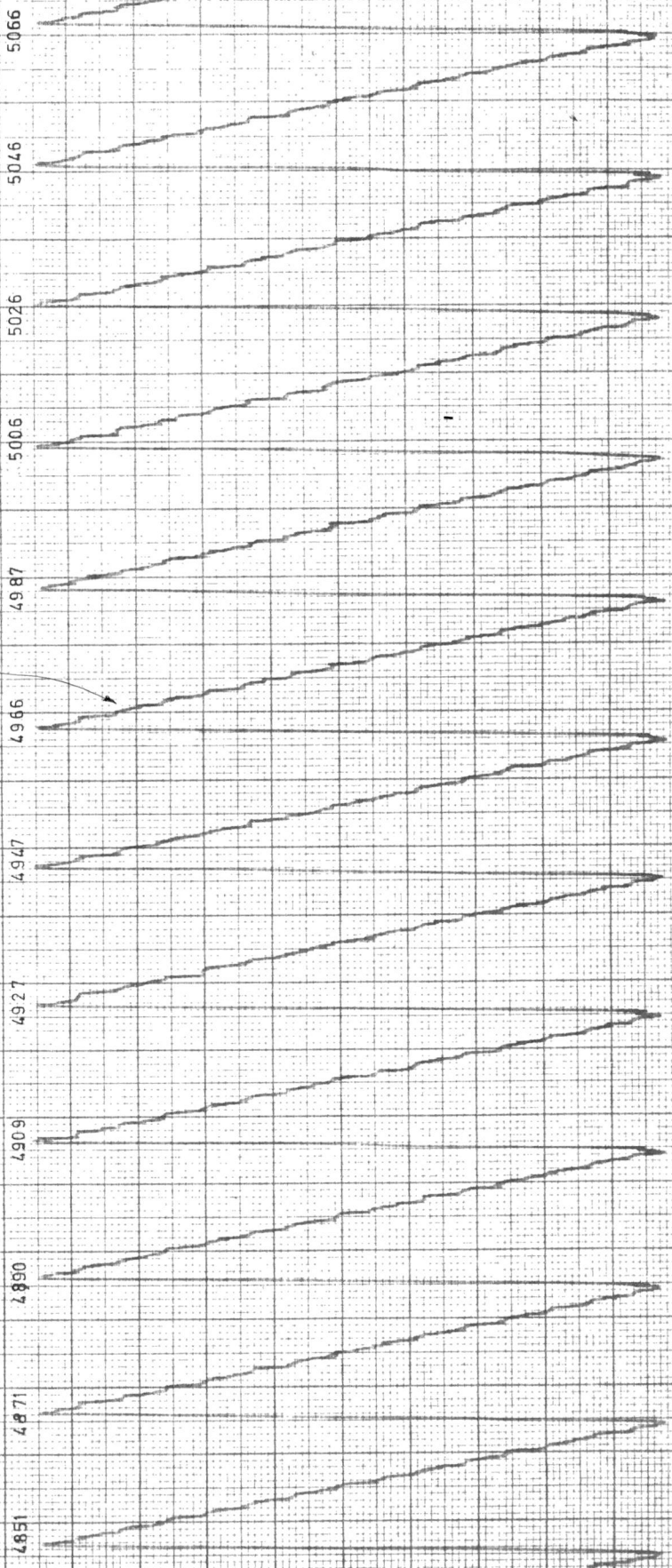
$f_{klok} = 20 \text{ MHz}$

onregelmatigheden tgv ruis v d sweeppgenerator  
afvlakking mbv rc lid voor x y recorder

frequentie (Hz)

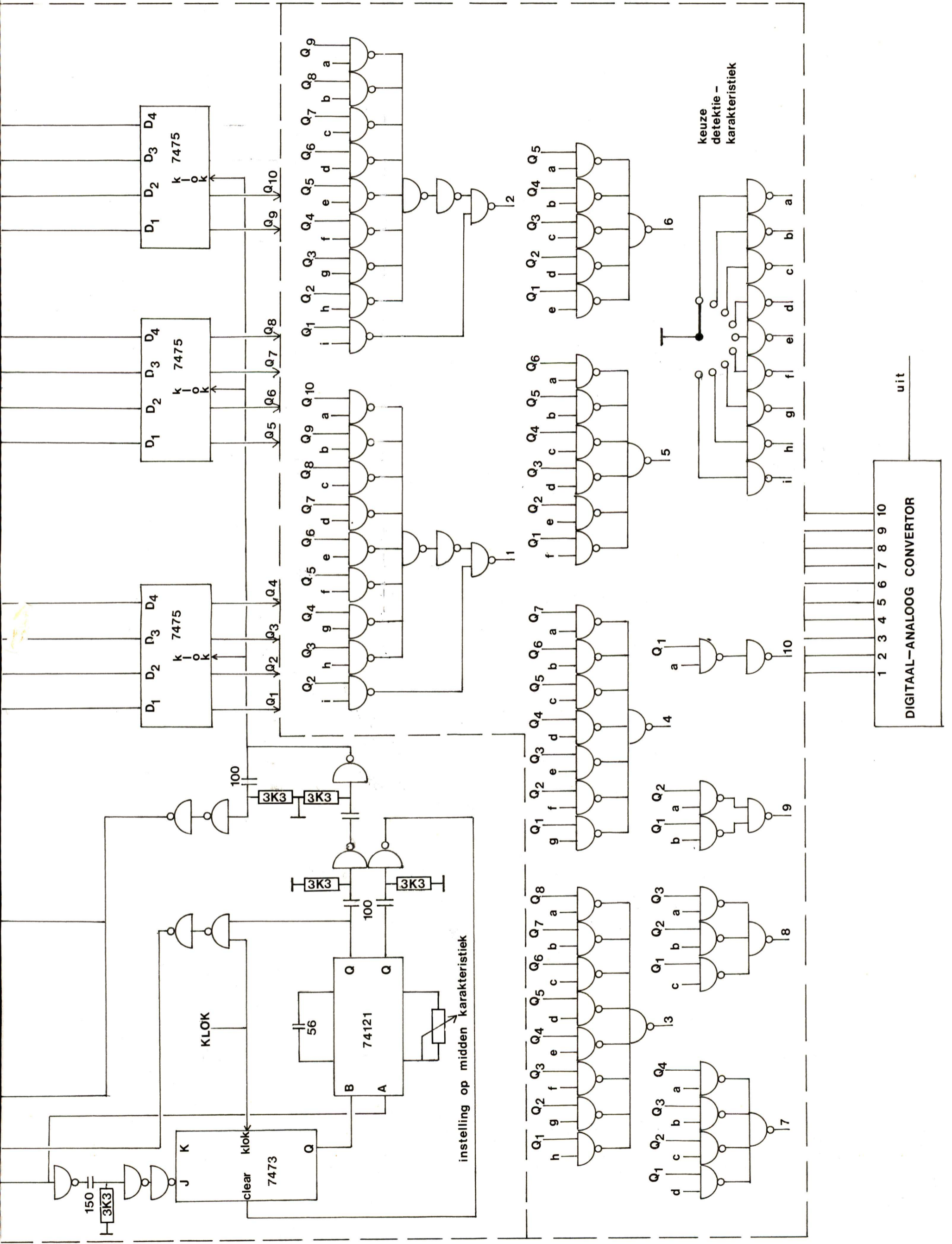
U

1V / cm



Literatuur

1. J.H.Richter: High resolution tropospheric radar sounding.  
Radio Science, vol.4, no 12, p 1261-1268, dec.1969.
2. S.Gnanalingam: An apparatus for the detection of weak  
ionospheric echoes.  
Proc.IEE, 1954, p 243-248.
3. C.D.Watkins: High power radar for meteorological studies  
in clear air.  
Proc.IEE, vol. 118, no 3/4, maart/april 1971.
4. J.A.Lane: Radar echoes from clear air in relation to  
refractive-index variations in the troposphere.  
Proc.IEE, vol.116, no 10, okt.1969.
5. M.J.Skolnik: Introduction to radar systems.
6. H.C.Heyker: Onderzoek naar een modulatiemethode voor een  
radarsysteem met een zeer hoge afstandsresolutie-taakverslag.
7. M.Colas: Appareils de maintenance du faisceau hertzien GDH103  
L'onde électrique, no 374, p 369-377, mei 1958.
8. Fagot and Magne: Frequency-modulation theory: p 472-477.
9. S.O.Rice: Mathematical analysis of random noise.  
BSTJ, vol. 23/24.
10. J.G.de Lint: De nuldoorgangdiscriminator voor frequentie-  
gemoduleerde signalen - afstudeerverslag.



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10  
**DIGITAAL-ANALOOG CONVERTOR**  
 uit

perioodeduur-teller

