

opdrachtgever:

Rijkswaterstaat

Dienst Weg- en Waterbouwkunde

Taludbekledingen van gezette steen

Doorlatendheid van toplaag en filter
en berekening van leklengte

M 1795/H 195, CO 272550/56

deel XVIII

januari 1990



**GRONDMECHANICA
DELFT**



Taludbekledingen van gezette steen

Doorlatendheid van toplaag en filter
en berekening van lek lengte

INHOUD

SEKTIE 1 Overzicht van onderzoeksresultaten

SEKTIE 2 Heranalyse van doorlatendheidsmetingen dmv Forchheimerrelatie

SEKTIE 3 Cyclische doorlatendheid van granulair materiaal

SEKTIE 4 Invloed van luchtbellens op de doorlatendheid van een korreelpakket

SEKTIE 5 Doorlatendheid van de toplaag

SEKTIE 6 Doorlatendheidsmetingen mbt de schade aan de Zuidwal

SEKTIE 1

Overzicht van de onderzoeksresultaten

INHOUD

LIJST VAN SYMBOLEN

	blz.
1. <u>Inleiding</u>	1
2. <u>Doorlatendheid van het filter</u>	2
3. <u>Doorlatendheid van de toplaag</u>	5
4. <u>Berekening van de lek lengte</u>	8

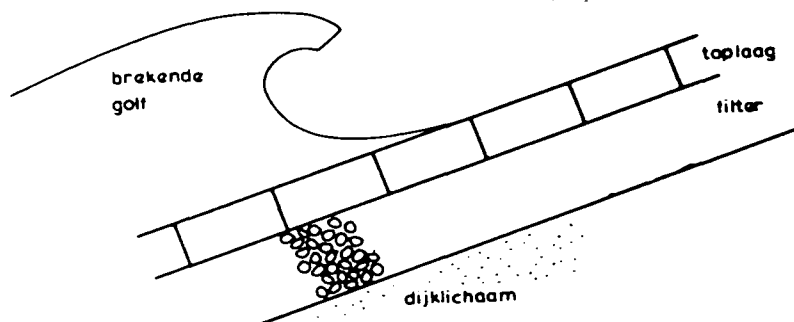
REFERENTIES

FIGUREN

SEKTIE 1: Overzicht van onderzoeksresultaten

1. Inleiding

Tijdens het onderzoek naar de stabiliteit van steenzettingen is reeds in een vroeg stadium het belang onderkend van de verhouding tussen de doorlatendheid van het filter en die van de toplaag. Een eerste aanzet voor het opstellen van formules voor deze doorlatendheden is gegeven in deel VII van deze verslagenreeks over steenzettingen [1].



Vertikale doorsnede van zetting (voorbeeld)

Het onderhavige verslag geeft een gedetailleerde beschrijving van al het relevante onderzoek betreffende de doorlatendheden dat tot en met 1989 is uitgevoerd bij het Waterloopkundig Laboratorium (WL) en Grondmechanica Delft (GD). Dit onderzoek is uitgevoerd in opdracht van de Dienst Weg- en Waterbouwkunde van Rijkswaterstaat in het kader van het meerjarige onderzoek naar de stabiliteit van talusbekledingen van gezette steen.

Het verslag is verdeeld in 6 sekties, die elk een afzonderlijk aspect of een duidelijk te onderscheiden onderzoek behandelen. In sektie 2, 3 en 4 worden diverse aspecten van de doorlatendheid van het filter beschouwd, terwijl in sektie 5 en 6 de doorlatendheid van de toplaag aan de orde komt.

In onderstaande hoofdstukken van sektie 1 is een overzicht gegeven van de konklusies uit de sekties 2 tot en met 6, voor zover ze van belang zijn voor het berekenen van de stabiliteit van een zetting.

2. Doorlatendheid van het filter

De doorlatendheid van het filter wordt voornamelijk bepaald door de karakteristieke korrelgrootte en de porositeit. Een akseptabele benadering voor de karakteristieke korrelgrootte is de D_{f15} , gedefiniëerd als de korrelgrootte die door 15 gewichtsprocenten wordt onderschreden (zie hoofdstuk 3 en appendix A van sectie 2).

In sectie 2 is de volgende doorlatendheidsrelatie aanbevolen:

$$i = av_f + bv_f^2 \quad (1)$$

$$a = \frac{160 \nu(1 - n)^2}{gn^3D_{f15}^2} \quad (2)$$

$$b = \frac{2.2}{gn^2D_{f15}} \quad (3)$$

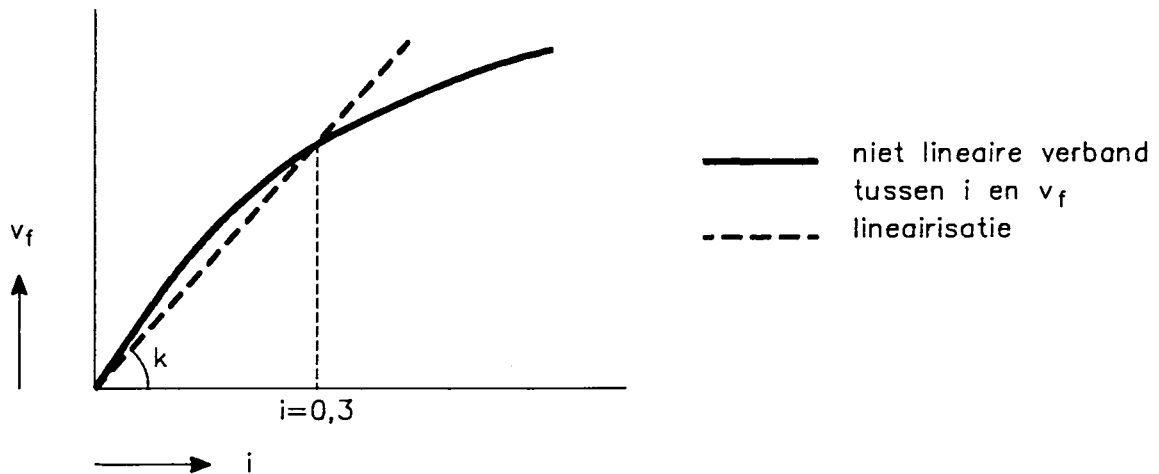
met:

i	= verhang in het filter	(-)
v_f	= filtersnelheid (specifiek debiet)	(m/s)
a	= laminaire weerstandskoefficiënt van het filter	(s/m)
b	= turbulente weerstandskoefficiënt van het filter	(s ² /m ²)
ν	= kinematische viskositeit	(m ² /s)
g	= zwaartekrachtsversnelling	(m/s ²)
n	= porositeit	(-)
D_{f15}	= korrelgrootte die door 15 gewichtsprocenten wordt onderschreden	(m)

Voor de nauwkeurigheid van deze formules wordt verwezen naar hoofdstuk 7 van sectie 2.

De met bovenstaande formules berekende waarden voor a en b kunnen direct gebruikt worden voor het bepalen van de stabiliteit van de steenzetting met het numerieke programma STEENZET 2.

Ten behoeve van berekeningen met STEENZET 1 en met het analytische model is het noodzakelijk om de doorlatendheid te lineariseren, zodat de leklengte van de konstruktie bepaald kan worden (zie ook hoofdstuk 4). In onderstaande figuur is schematisch het niet lineaire verband tussen i en v_f gegeven en de aanbevolen linearisatie.



Linearisatie van doorlatendheid

De linearisatie is afgestemd op het berekenen van de stijghoogte in het filter. Deze linearisatie is zo gekozen dat èn de verhang-filtersnelheidsrelatie redelijk wordt weergegeven, èn deze relatie door de oorsprong gaat. Daardoor is de differentiaalvergelijking voor het berekenen van de stijghoogte in het filter oplosbaar (zie bijvoorbeeld [4]).

De linearisatie is uitgevoerd door het punt op de kromme met $i = 0,3$, omdat dit een redelijke schatting is van het gemiddelde verhang in het filter evenwijdig aan de toplaag. Daardoor is voor een groot deel van het filter de verhouding tussen i en v_f bij benadering juist weergegeven. In [3] is beargumenteerd waarom in dit geval niet gekozen moet worden voor een raaklijn langs de kromme.

De gelineariseerde doorlatendheidsrelatie is als volgt:

$$v_f = k i \tag{4}$$

$$k = \frac{-a + \sqrt{a^2 + 1,2 \cdot b}}{0,6 \cdot b} \tag{5}$$

met:

k = gelineariseerde doorlatendheid van het filter (m/s)

De grootte van de gelineariseerde doorlatendheid kan direkt afgelezen worden uit figuur 1. Deze figuur is afgeleid voor $v = 1,2 \cdot 10^{-6}$ m²/s (water van

13°C), maar kan ook voor afwijkende waarden van de viskositeit gebruikt worden, omdat de invloed ervan klein is ten opzichte van de nauwkeurigheid van de formules.

In sectie 3 is een onderzoek beschreven naar de invloed van het niet stationair zijn van de stroming in het filter. Gekonkludeerd is dat dit de doorlatendheid niet beïnvloedt zolang de golfperiode groter is dan orde 0.5 s (zie paragraaf 4.3.1 van sectie 3), aannemende dat de karakteristieke korrelgrootte van een filter onder een steenzetting kleiner is dan orde 50 mm. Tijdens een golfklap is het echter wel denkbaar dat de doorlatendheid van een grof filter wat kleiner is dan berekend wordt op basis van een stationaire berekening.

In sectie 4 is berekend dat de aanwezigheid van luchtbelletjes in het filter de doorlatendheid ervan sterk kan verkleinen. Als voorbeeld is in paragraaf 5.3 genoemd dat 15% luchtbelletjes in het water tussen de korrels de doorlatendheid met een faktor 2 verkleint.

3. Doorlatendheid van de toplaag

Het onderzoek naar de doorlatendheid van de toplaag is beschreven in sectie 5 en 6. Sectie 5 omvat de afleiding van de ontwikkelde formules en de beschrijving van het relevante modelonderzoek. Het resulteert in een aantal formules waarmee de grootte van de weerstandskoefficienten a' en b' kunnen worden berekend, gericht op de volgende doorlatendheidsrelatie:

$$i_t = a'v_t + b'v_t^2 \quad (6)$$

met:

i_t	= verhang over de toplaag	(-)
v_t	= filtersnelheid (specifiek debiet) door de toplaag	(m/s)
a'	= laminaire weerstandskoefficient van de toplaag	(s/m)
b'	= turbulente weerstandskoefficient van de toplaag	(s ² /m ²)

Voor het berekenen van de grootte van a' en b' wordt verwezen naar de formules in hoofdstuk 7 van sectie 5.

Ten behoeve van de berekening van de stabiliteit van de zetting is in veel gevallen de gelineariseerde doorlatendheid van de toplaag nodig (zie ook hoofdstuk 4). Geadviseerd wordt de linearisatie door het punt met $i_t = 1$ uit te voeren, omdat een dergelijk verhang over de toplaag een redelijke schatting is van het over enkele m² gemiddelde verhang bij bezwijken van de constructie. Het maximale verhang i_t ter plaatse van het zwaarst aangevallen blok bij bezwijken is weliswaar orde 2 à 3, maar dit is zo lokaal aanwezig, dat voor de berekeningen uitgegaan moet worden van een gemiddeld verhang van 1:

$$v_t = k'i_t \quad (7)$$

$$k' = \frac{-a' + \sqrt{((a')^2 + 4b')}}{2b'} \quad (8)$$

met:

$$k' = \text{gelineariseerde doorlatendheid van de toplaag (m/s)}$$

De grootte van de gelineariseerde doorlatendheid van toplagen met eenvoudige geometrie kan bepaald worden aan de hand van het schema in figuur 2 en de

diagrammen in figuur 3 tot en met 6. Opgemerkt moet worden dat de formules uit sectie 5 (hoofdstuk 7) nauwkeuriger resultaten opleveren.

Ter illustratie van de diagrammen wordt het diagram voor het bepalen van de doorlatendheid van een toplaag met dichte stenen met spleten zonder inwassing beschreven (figuur 3): In dit diagram begint men op de bovenste horizontale as waar de grootte van de spleetbreedte is uitgezet. In het aangegeven voorbeeld is dit een spleetbreedte van 2.5 mm. Van daaruit gaat men vertikaal naar de lijn die overeenkomt met de korrelgrootte van het inwasmedium dat zich in de spleten bevindt (D_{v15}). In het voorbeeld is gekozen voor niet ingewassen spleten (gestreepte lijn).

Dan gaat men horizontaal naar links totdat de lijn met de betreffende porositeit van het filter wordt gesneden, die hier 0.4 is. Dan vertikaal naar beneden naar de korrelgrootte van het filter (D_{f15}). In het voorbeeld is dit 2 mm. Vervolgens gaat men horizontaal naar de steenvormparameter $2BL/(B+L)$. Deze parameter heeft voor vierkante blokken de grootte van de breedte (of lengte) van de blokken. In het voorbeeld is dit 0.3 m. Dan vertikaal naar boven alwaar op de onderste horizontale as de grootte van de doorlatendheid van de toplaag wordt afgelezen. In dit voorbeeld is dit 8 mm/s.

Als er tevens een geotextiel tussen de toplaag en het filter aanwezig is, dan moet dit resultaat nog hiervoor gecorrigeerd worden met een vermenigvuldigingsfactor die afgelezen kan worden in figuur 5 (met inwassing in de spleten of gaten) en figuur 6 (zonder inwassing).

In paragraaf 5.3.4 van sectie 5 is met de resultaten van modelonderzoek aangetoond dat een zetting met zuilen geschematiseerd kan worden tot rechthoekige blokken met daartussen spleten. Het blokkoppervlak, A, moet gelijk gekozen worden aan het gemiddelde zuiloppervlak en de spleetbreedte, s, moet zodanig gekozen worden dat het relatieve open oppervlak, O, van de geschematiseerde zetting gelijk is aan die van de zetting met zuilen:

$$s = \frac{O}{2} \sqrt{A} \tag{9}$$

met:

- O = verhouding tussen het oppervlak aan spleten en gaten en het totale zettingoppervlak, per representatief deel van de toplaag = deel van het zettingoppervlak waar water door kan (-)
- A = gemiddelde zuiloppervlak (m^2)
- s = spleetbreedte (m)

In sektion 6 is de doorlatendheid van een nieuwe zetting met ingewassen Basalton onderzocht met verschillende meetmethoden en vergeleken met de doorlatendheid van eenzelfde oude zetting (Zuidwal). De ene meetmethode was de in situ methode van de Dienst Weg- en Waterbouwkunde van Rijkswaterstaat. Deze blijkt dezelfde resultaten op te leveren als de tweede methode, te weten de meting in de Filterbak van WL, die ook gebruikt is voor het onderzoek van sektion 5.

De doorlatendheid van de oude zetting in het prototype blijkt plaatselijk véél kleiner (tot een faktor 40) te zijn dan de nieuwe zetting. Dit is vooral onderaan het talud gekonstateerd.

Op andere plaatsen is de doorlatendheid echter bijna gelijk eraan (zie hoofdstuk 3 van sektion 6).

Gezien het feit dat dit probleem nog niet is opgelost wordt aanbevolen hier in vervolgonderzoek nadere aandacht aan te schenken.

4. Berekening van de lek lengte

De lek lengte is een konstruktie-beschrijvende parameter die bepalend is voor de verhouding tussen de belasting op de konstruktie en de grootte van de verschildruk over de toplaag. Een konstruktie met een lange lek lengte krijgt bij dezelfde uitwendige belasting een grotere verschildruk te verduren dan een konstruktie met een korte lek lengte.

Een eerste aanzet voor het gebruik van de lek lengte voor het berekenen van de verschildruk over de zetting is reeds gegeven in deel IV [2]. De toen gebruikte definitie van de lek lengte kan echter beter omschreven worden als de lek hoogte:

$$\text{lek hoogte: } \lambda = \sin \alpha \sqrt{\left(\frac{bkD}{k'}\right)} \quad (10)$$

met:

λ	= lek hoogte	(m)
α	= taludhelling	(°)
b	= dikte van de filterlaag	(m)
D	= dikte van de toplaag	(m)

De lek hoogte is ook in andere verslagen uit deze reeks over steenzettingen (vooral tot en met deel XVI) ten onrechte lek lengte genoemd.

Thans wordt de lek lengte als volgt gedefiniëerd:

$$\text{lek lengte: } \Lambda = \sqrt{\left(\frac{bkD}{k'}\right)} \quad (11)$$

Voor de verhouding tussen lek hoogte en lek lengte geldt derhalve: $\lambda/\Lambda = \sin \alpha$.

Voor konstrukties met twee filterlagen, of met een uitvullaag op het filter, kan de lek lengte als volgt berekend worden:

$$\Lambda = \sqrt{\left((b_1 k_1 + b_2 k_2)D/k'\right)} \quad (12)$$

met:

b_1	= dikte van de ene filterlaag	(m)
b_2	= dikte van de andere filterlaag	(m)
k_1	= gelineariseerde doorlatendheid van de ene filterlaag	(m/s)
k_2	= gelineariseerde doorlatendheid van de andere filterlaag	(m/s)

In geval van een zeer dikke filterlaag zal de relevante grondwaterstroming alleen plaatsvinden in het bovenste deel van het filter. Doorgaans is hiervan sprake als het filter dikker is dan orde twee maal de lek lengte.

De grootte van b kan dan kleiner dan de totale filterlaagdikte gekozen worden.

Het gebruik van de totale filterlaagdikte geeft echter bij de beoordeling van de stabiliteit wel altijd een veilig resultaat.

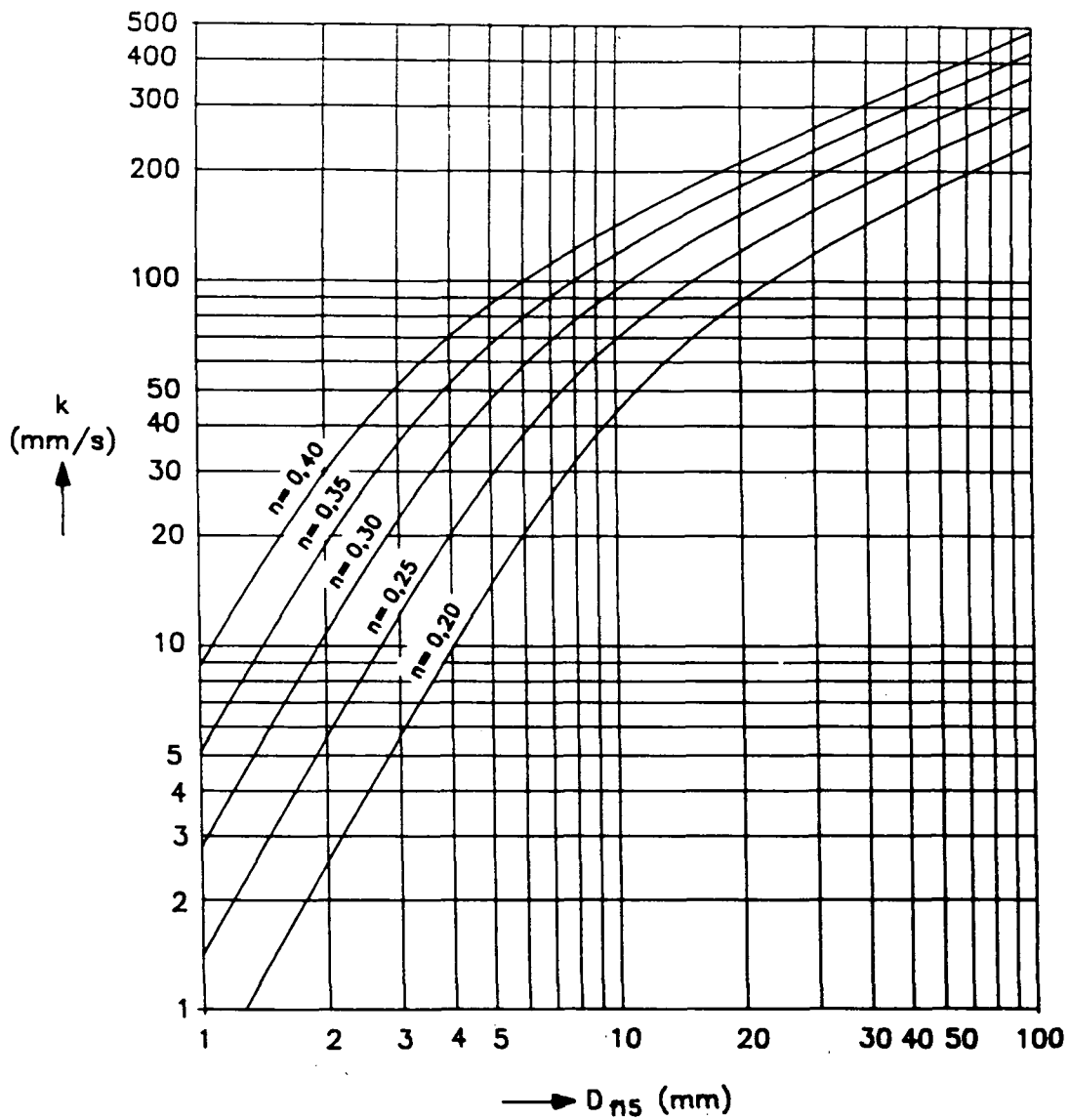
REFERENTIES

1. Waterloopkundig Laboratorium en Laboratorium voor Grondmechanica
Taludbekledingen van gezette steen, fase 2
 - Bepaling van grondmechanische eigenschappen van materialen uit Oesterdamonderzoek
 - Doorlatendheidsbepaling van steenzetting en filterlaag uit Oesterdam-, Basalton-, Armorflex- en Gidsonderzoek
 - Doorlatenheid van Fixtone-bekleding
 - Trekproeven op Oesterdambekleding en Basalton-bekledingVerslag onderzoek, M1795/M1881 deel VII, CO 258901/118, mei 1984

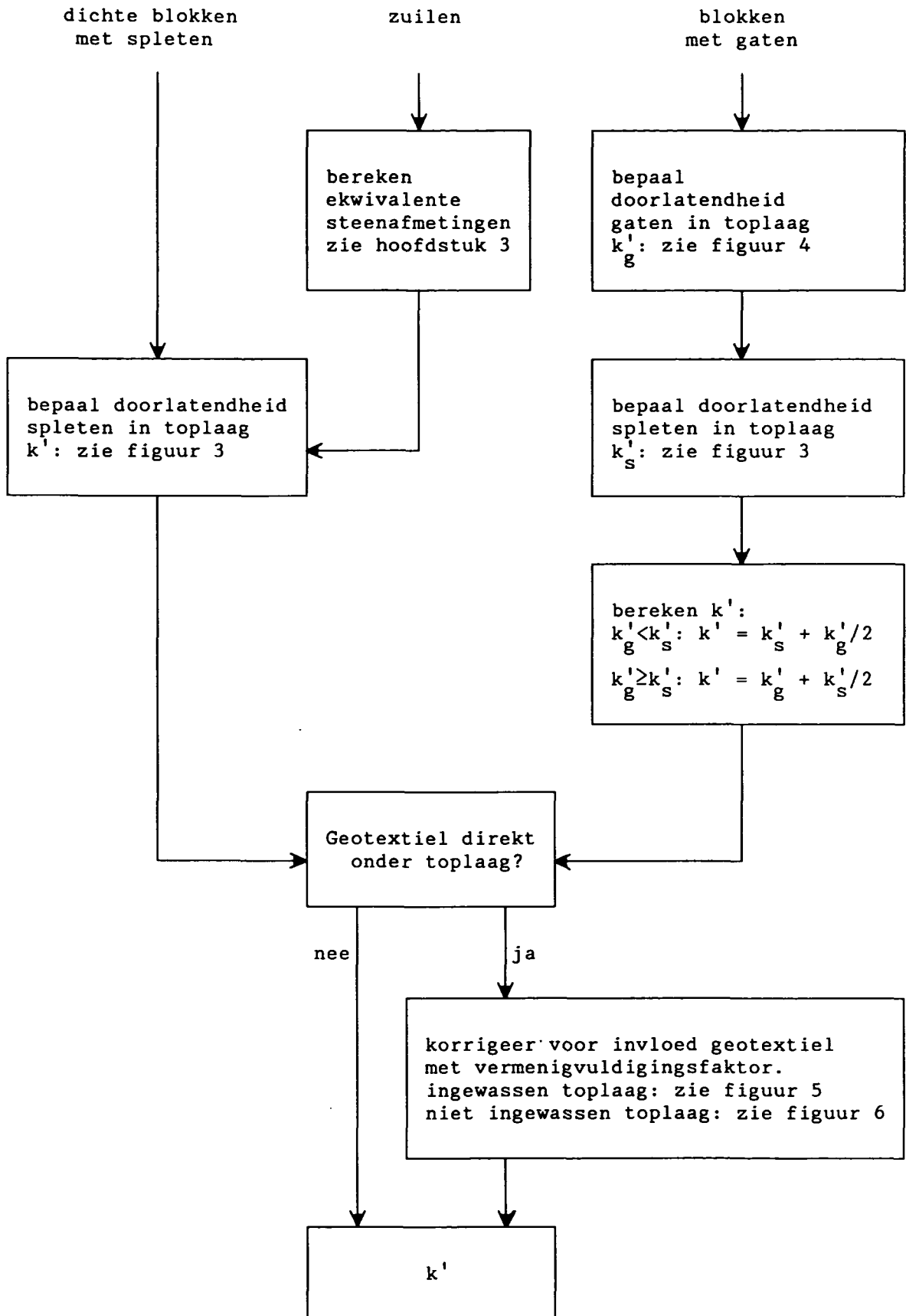
2. Waterloopkundig Laboratorium en Laboratorium voor Grondmechanica Taludbekledingen van gezette steen, fase 0
Oriënterende grondmechanische studies
Verslag onderzoek, M1795, deel IV, CO 255780/45, juli 1982

3. Waterloopkundig Laboratorium en Grondmechanica Delft
Taludbekledingen van gezette steen
Stabiliteit van de toplaag
Verslag onderzoek, M1795/M1881 deel XX, verschijnt medio 1990

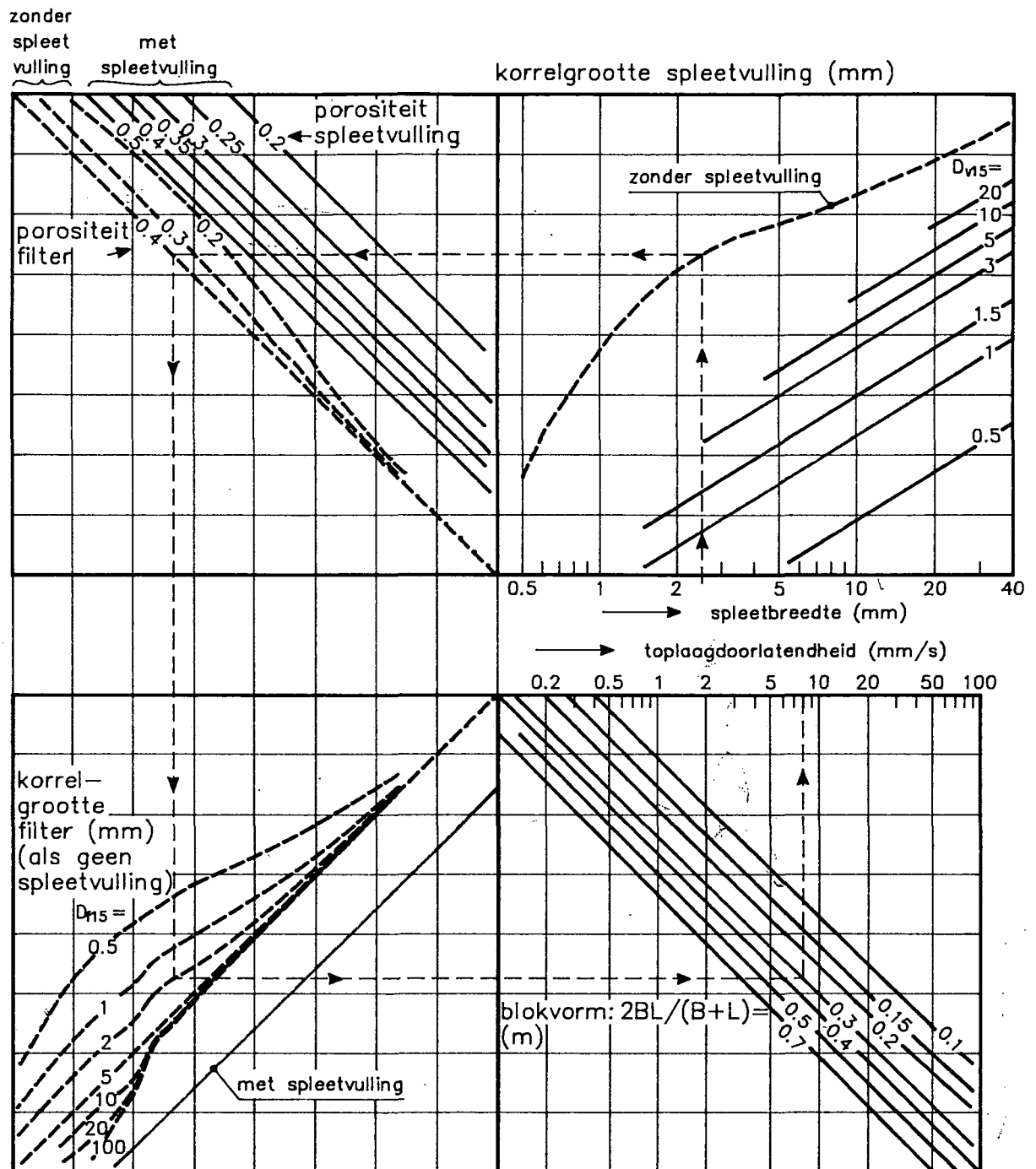
4. J.W. van der Meer
Taludbekledingen van gezette steen
Bezwijken van zettingen
Overzicht en bundeling van bestaande kennis
Waterloopkundig Laboratorium en Grondmechanica Delft
Verslag bureaustudies, M1795/M1881 deel XI, juni 1985



DOORLATENDHEID FILTER



STROOMSCHEMA VOOR BEPALING VAN
DOORLATENDHEID VAN DE TOPLAAG



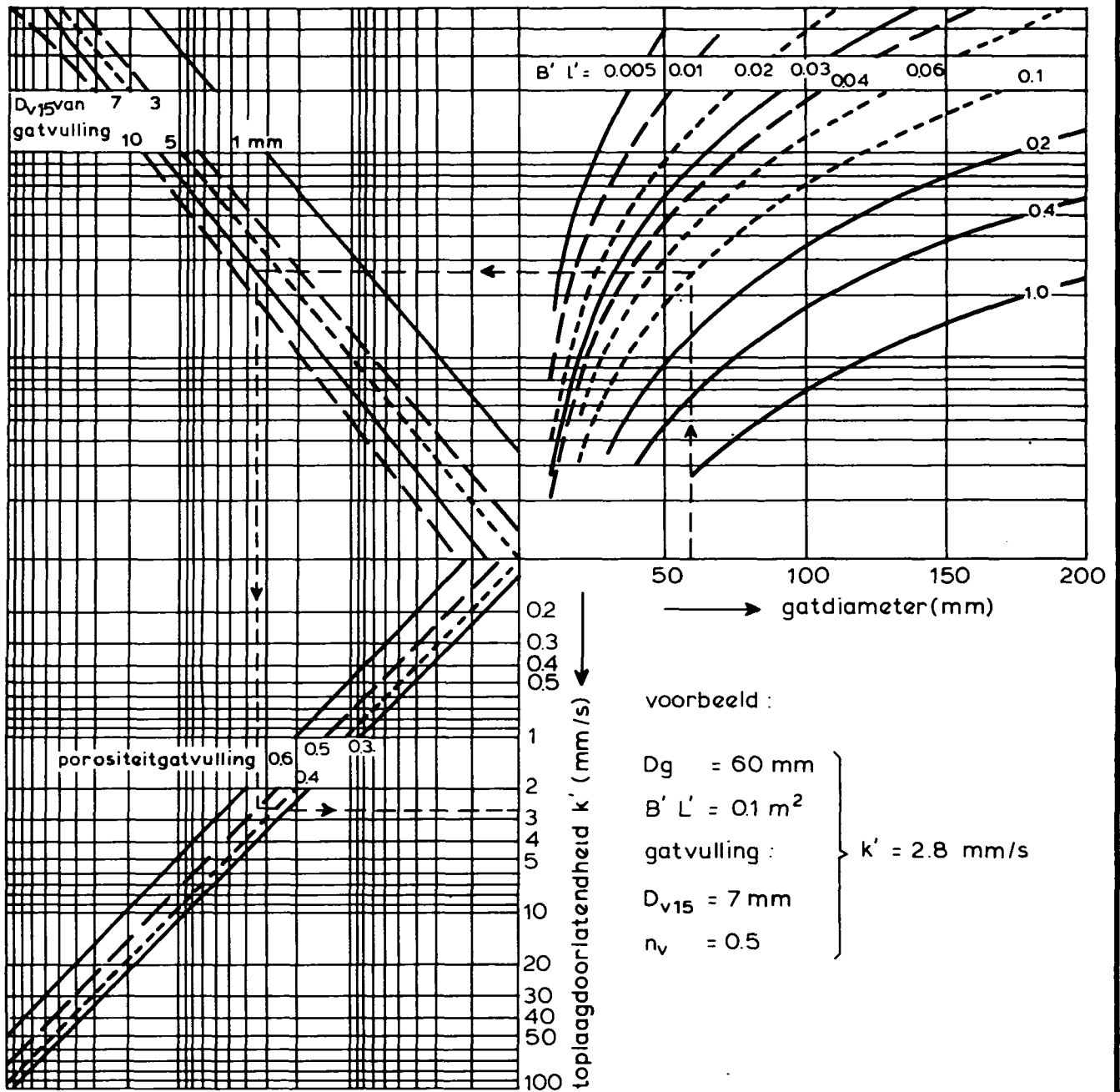
Voorbeeld : spleetbreedte : $s = 2.5$ mm
 geen spleetvulling (inwasmateriaal)
 porositeit filter : $n = 0.4$
 korrelgrootte filter : $D_{15} = 2$ mm
 blokvorm : $B = L = 0.3$ m } $\longrightarrow k' = 8$ mm/s

N.B. in geval van spleetvulling zijn de spleten slechts half gevuld

DOORLATENDHEID VAN TOPLAAG MET SPLETEN

gatvulling:

blokkoppervlak per gat:



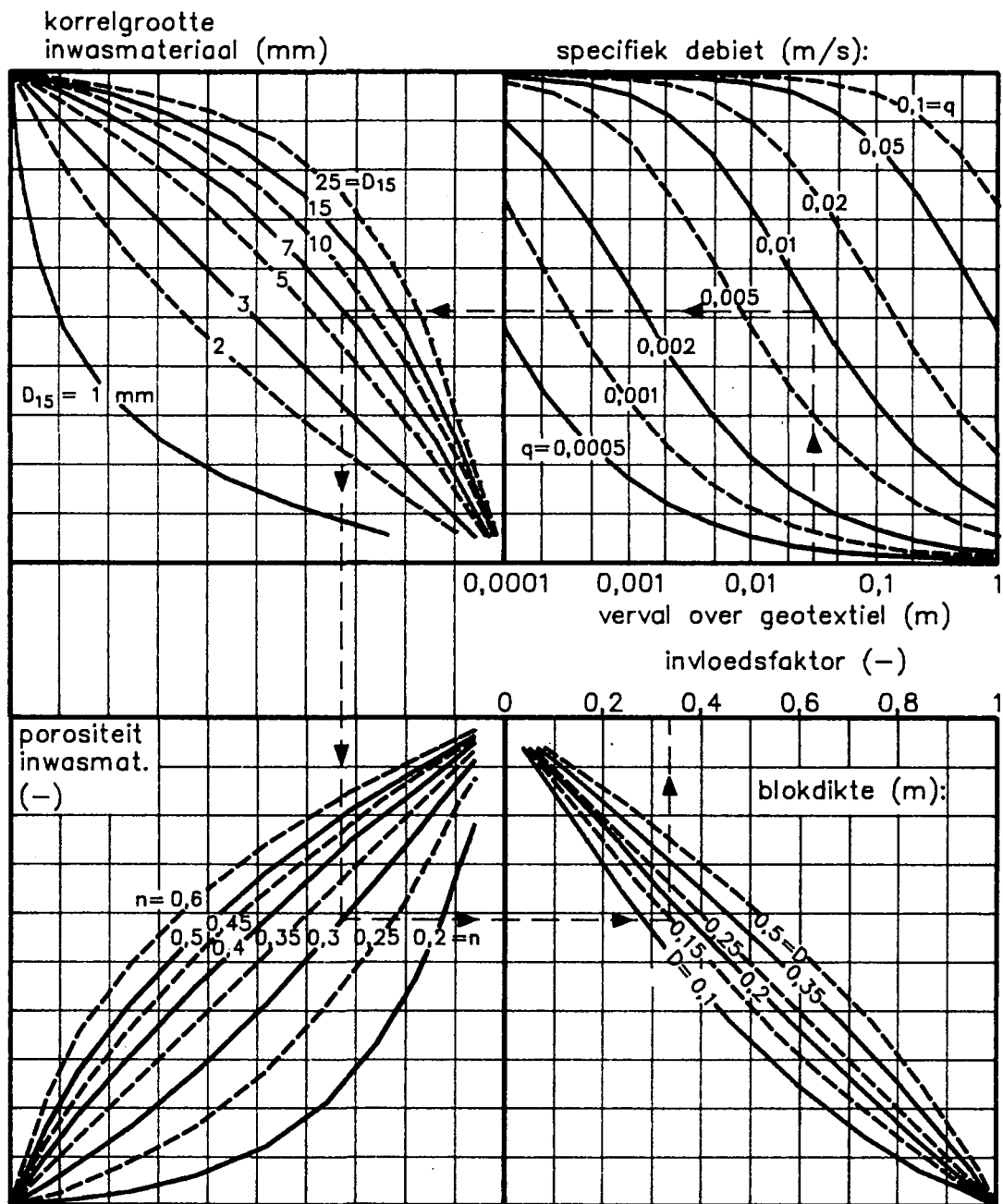
geldig als : $3 < D_{f15} < 50$ mm (filter)

$0.1 < D < 0.4$ m (blokdikte)

zonder geotextiel onder zetting

regelmatig gatenpatroon

DOORLATENDHEID VAN TOPLAAG MET
HALF GEVULDE GATEN

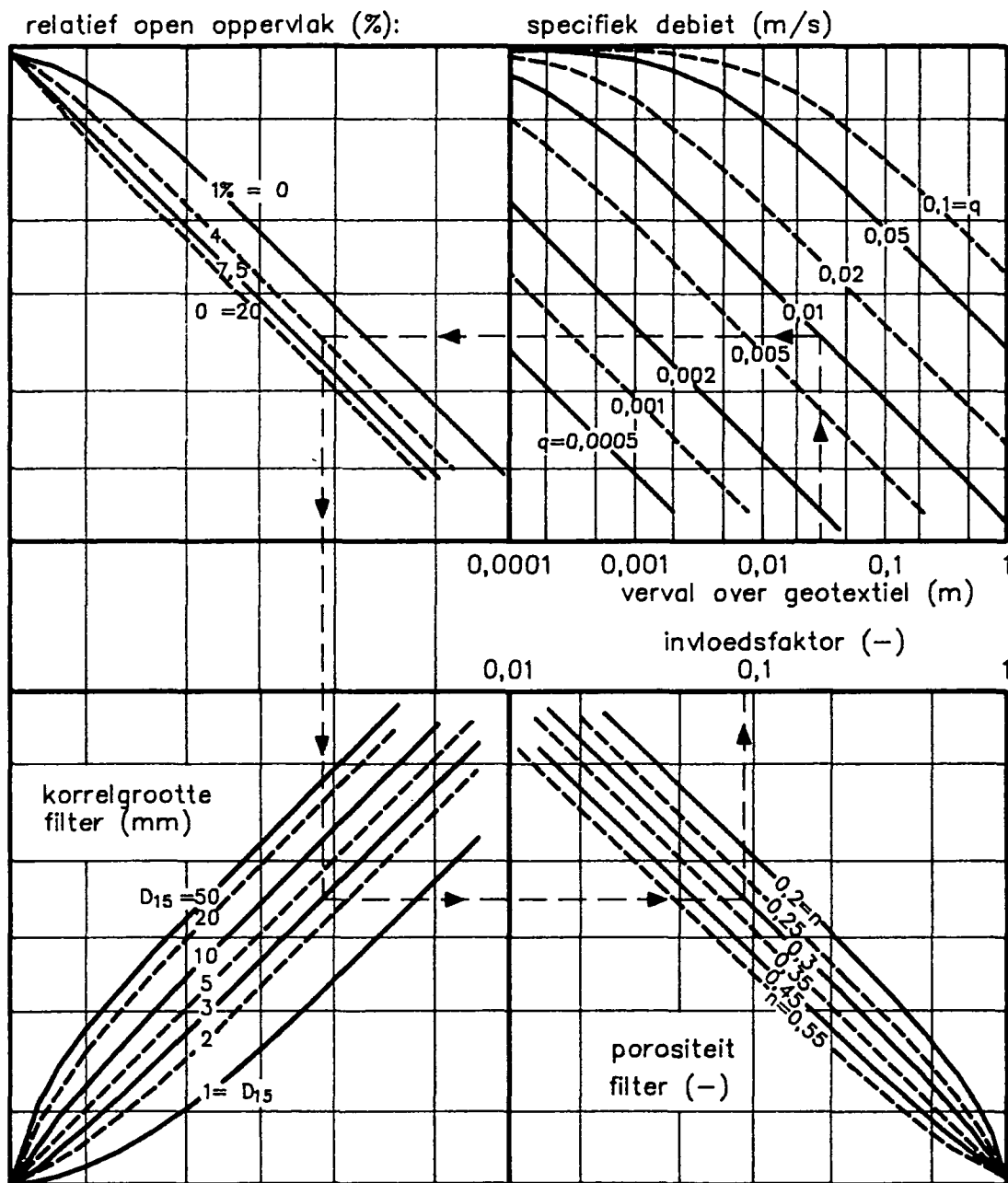


Voorbeeld: $v = 3 \text{ cm}$
 $q = 0,01 \text{ m/s}$
 $D_{15} = 7 \text{ mm}$
 $n = 0,3$
 $D = 0,15 \text{ m}$ } invloedsfactor = 0,37

$k'_{\text{met geot.}} = 0,37 \cdot k'_{\text{zonder geot.}}$

N.B. De doorlatendheid van het geotextiel wordt vertegenwoordigd door een gemeten verval over het geotextiel bij een bepaald specifiek debiet (q)

INVLOEDSFAKTOR VOOR INVLOED GEOTEXTIEL OP
 DOORLATENDHEID VAN TOPLAAG MET
 GAT- OF SPLEETVULLING



Voorbeeld: verval = 3 cm
 q = 0,01 m/s
 D₁₅ = 3 mm
 n = 0,3
 O = 4%

} invloedsfaktor = 0,09

$$k'_{\text{met geot.}} = 0,09 \cdot k'_{\text{zonder geot.}}$$

N.B. De doorlatendheid van het geotextiel wordt vertegenwoordigd door een gemeten verval over het geotextiel bij een bepaald specifiek debiet (q)

INVLOEDSFAKTOR VOOR INVLOED GEOTEXTIEL OP
 DOORLATENDHEID VAN TOPLAAG ZONDER
 GAT- OF SPLEETVULLING

SEKTIE 2

Heranalyse van doorlatendheidsmetingen dmv Forchheimerrelatie

Heranalyse doorlatendheidsmetingen
door middel
van de Forchheimer relatie

CO-272550/56
november 1987

Dienst Weg en Waterbouwkunde
Heranalyse doorlatendheidsmetingen
door middel van de Forchheimer relatie

CO-272550/56
november 1987
Adel/ED

In opdracht van
Dienst Weg en Waterbouwkunde
2600 GA Delft

Projectleider : ir. A. Bezuijen
Projectbegeleider: dr. H. den Adel
Afdeling : Waterbouwkundige Constructies
Afdelingshoofd : ir. P. Lubking

INHOUDSOPGAVE

	Blz.
Symbolenlijst	ii
1. INLEIDING	1
2. SAMENVATTING EN CONCLUSIES	2
3. THEORIE	
3.1 Microscopisch	3
3.2 Invoer praktijk resultaten in de theorie	7
3.3 Literatuur overzicht	8
3.4 Conclusie	10
4. GEGEVENS	
4.1 Metingen	11
4.2 Methode van verwerken	11
4.3 Laminaire term	12
4.4 Turbulente term	12
5. FIJNKORRELIGE MATERIALEN	
5.1 Zuiver laminair	14
5.2 Turbulentie	16
5.3 Onzekerheden	18
5.4 Conclusies en aanbevelingen	22
6. GROFKORRELIGE MATERIALEN	
6.1 Verwerking van de gegevens	23
6.2 Laminaire bijdrage	24
6.3 Turbulente bijdrage	26
6.4 Onzekerheden	29
6.5 Conclusies	29
7. CONCLUSIES EN AANBEVELINGEN	
7.1 Doorlatendheidsrelatie	31
7.2 Aanbevelingen	32
8. SUMMARY	35
Tabel 1	37
Appendix A	39
Appendix B	44
Appendix C	49
Referenties	51
Bijlagen	

SYMBOLENLIJST

a	Laminaire coëfficiënt
b	Turbulente coëfficiënt
c_i	Hulpconstanten
D	Diameter van een korrel
D_a	Maximale diameter (D_{100})
D_i	Minimale diameter (D_0)
D_x	Diameter van de zeef die x % van de originele massa op de zeef doorlaat
<D>	Gemiddelde diameter naar aantal
f	Gewenste nauwkeurigheid
f(x)	Functie van een variabele, x
g	Versnelling van de zwaartekracht
i	Verhang
i_0	Verhang zonder meetfout
k_L	Laminaire doorlatendheid
n	Porositeit
p	Gradatie (D_{90}/D_{10})
$P_a(D)$	Korrelverdeling naar aantallen korrels
$P_m(D)$	Korrelverdeling naar massa
t	Temperatuur
v	Diameterverhouding
v_f	Filtersnelheid
v_0	Filtersnelheid zonder meetfout
w	Wortel uit diameterverhouding

SYMBOLENLIJST (vervolg)

α, β	Getalwaarden
ϵ	Een klein getalletje
μ_{ln}	Gemiddelde waarde voor een lognormale kansdichtheid
μ_n	Gemiddelde waarde voor een normale kansdichtheid
μ_w	Dynamische viscositeit van water
ν_w	Kinematische viscositeit van water
ρ_w	Volumieke massa van water
σ_{ln}	Standaarddeviatie voor een lognormale kansdichtheid
δ	Relatieve fout
δb	Relatieve fout in b

bladnummer : - 1 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

1. INLEIDING

Voor niet laminaire stroming werd tot voor kort de doorlatendheidsrelatie met een machtsfunctie beschreven. De coëfficiënt en de macht konden slechts afgeleid worden uit proeven. Een voorspelling van deze getallen uit eigenschappen van de grond zoals karakteristieke korrel-diameter en porositeit was niet mogelijk. Een andere methode om de afhankelijkheid van de filtersnelheid als functie van het verhang te beschrijven is de Forchheimer doorlatendheidsrelatie. Koenders [1] heeft met statistisch mechanische methoden laten zien, dat deze vergelijking uit de Navier-Stokes vergelijking kan worden afgeleid. Gebruikmakend van de vergelijking van Forchheimer heeft den Adel [6] een gering aantal proeven aan een heranalyse onderworpen. Het doel van dat verslag was echter niet de toetsing van Forchheimers relatie maar de analyse van het frequentie afhankelijke gedrag van de doorlatendheid.

Binnen het steenzettingsonderzoek zijn nu twee stromingen ontstaan, de machtsfunctie groep en de Forchheimer groep. Bakker heeft op grond van de in klein comite besproken aanbevelingen de begeleidingsgroep geadviseerd over te gaan op de Forchheimer interpretatie. De fysische achtergrond, de continue beschrijving en de voorspelbaarheid hebben hierbij de doorslag gegeven.

In de voor u liggende notitie worden uit de beschikbare doorlatendheidsmetingen de coëfficiënten in de Forchheimer relatie nauwkeuriger dan voorheen bepaald. De realisatie van het doel om de doorlatendheid op grond van de korrelverdeling en de porositeit te kunnen voorspellen, is hiermee wederom een stap naderbij gekomen.

bladnummer : - 2 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

2. SAMENVATTING EN CONCLUSIES

Forchheimers relatie maakt het mogelijk een splitsing te maken tussen de laminaire en turbulente bijdrage aan de doorlatendheid. Uit de beschikbare doorlatendheidsmetingen zijn voor fijn- en grofkorrelige materialen deze bijdragen bepaald.

Voor fijnkorrelige materialen (< 1 mm) is de turbulente bijdrage zeer gering, de laminaire bijdrage domineert. Door het ontbreken van in voldoende mate nauwkeurige metingen kan de evenredigheidsconstante in de turbulente term voor fijnkorrelige materialen niet bepaald worden. Daarentegen blijkt uit de analyses dat de afgeleide evenredigheidsconstante in de laminaire bijdrage voor grofkorrelige materialen wel binnen de meetnauwkeurigheid overeenstemt met de laminaire constante zoals deze gemeten is bij fijnkorrelige materialen.

Uit numerieke exercities waarbij is nagegaan hoe meetfouten doorwerken in de coëfficiënten in Forchheimers relatie, is aangegeven met welke nauwkeurigheid verhang en filtersnelheid gemeten moeten worden teneinde hetzij de turbulente bijdrage voor fijnkorrelige materialen hetzij de laminaire term voor grofkorrelige materialen met de gewenste nauwkeurigheid te kunnen vaststellen.

De porositeit is een zeer belangrijke factor bij de bepaling van de doorlatendheid. Aangetoond is dat deze met een zo klein mogelijke meetfout moet worden bepaald.

Ook speelt de gemiddelde diameter van het materiaal in het korreelpakket een grote rol. In dit verslag is de gemiddelde diameter (naar aantal) benaderd met de D_{15} , (naar massa) van het materiaal. In appendix A is aangetoond, dat dit een redelijke aanname is.

bladnummer : - 3 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

Watertemperatuur, korrelvorm en orientatie van de korrels ten opzichte van de waterstroming hebben invloed op de doorlatendheid. Vanwege het ontbreken van deze gegevens in de verslagen van de meeste proeven kunnen deze invloeden niet gekwantificeerd worden.

Ook zal anisotropie een rol spelen bij de bepaalde waarde van de doorlatendheid. Zand heeft in vergelijking met grind meestal tamelijk ronde korrels. De proeven op zand zijn uitgevoerd bij verticale stroming. Daarentegen zijn grindkorrels niet zo mooi rond als zandkorrels, ze lijken meer op omwentelingsellipsoiden met aanzienlijke verschillen in de grootte van de assen. De proeven op grind zijn voornamelijk uitgevoerd in een meetsectie met horizontale stroming. Door hun afplatting zullen de grindkorrels zich met hun langste as veelal loodrecht op de richting van de zwaartekracht oriënteren, dus in een vlak evenwijdig aan de stroming. Omdat in deze situatie geen verandering werd aangebracht, kan de invloed van anisotropie niet duidelijk gekwantificeerd worden.

De afgeleide resultaten zijn niet erg nauwkeurig. Het komt er ruwweg op neer dat de doorlatendheid niet nauwkeuriger dan op een factor 3 bij een betrouwbaarheid van 95% kan worden berekend. De oorzaak hiervan is enerzijds de vaak gebrekkige meetnauwkeurigheid van de experimenten, anderzijds zijn er een aantal factoren die een tot nu toe nog onbekende invloed hebben op de doorlatendheid. Verbetering van de meetmethoden en uitwerking van de theorie zullen het betrouwbaarheidsinterval in de toekomst kunnen vernauwen. Daarnaast maken de in de praktijk in de grond voorkomende inhomogeniteiten een zeer accurate voorspelling van de doorlatendheid overbodig.

bladnummer : - 4 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

Op theoretisch gebied zijn er nieuwe, veel belovende ontwikkelingen in combinatie met het geometrisch spoor [24] en micromechanica [23]. De invloed die microscopische inhomogeniteiten in de grond op de totale doorlatendheid hebben, kunnen met behulp van inhomogene (micro-)mechanica beschreven worden. Hiervoor is wel informatie nodig, hoe inhomogeen de grond c.q. het monster is. Deze methode zal wellicht een antwoord kunnen geven welke invloed de gradatie op de doorlatendheid heeft. De gradatie is immers een maat voor de verscheidenheid in de korrelgrootte van het materiaal. Deze is tot nu toe slechts op indirecte wijze (n.l. via de porositeit) in rekening gebracht. In tegenstelling tot microscopische inhomogeniteiten moeten de macroscopische via de grondeigenschappen in het gebruikte punten of elementen rooster verrekend worden.

De poriekanaaltjesverdeling bepaalt hoe groot de openingen in het korrelpakket zijn. Deze staan in directe relatie tot de doorlatendheid van een korrelpakket, immers het water dat door het pakket stroomt, wordt door de nauwe openingen geremd. De grootte van de openingen is dus een maat voor de doorlatendheid. Met behulp van de resultaten van het geometrische spoor of met het opmeten van de porie grootte met behulp van kwik indringings technieken kan een voorspelling worden gedaan over de grootte van de doorlatendheid. De hiermee afgeleide formules kunnen dan weer de theoretische basis vormen voor een nadere heranalyse van de reeds eerder verrichte en nog uit te voeren metingen.

3. THEORIE

3.1 Microscopisch

In [1] geeft Koenders aan dat Forchheimers relatie een goed uitgangspunt is voor de beschrijving van het verband tussen de filtersnelheid v_f en het verhang i :

$$av_f + bv_f^2 = i \quad (3.1)$$

Zijn redenering gaat als volgt. Beschouw een korreelpakket. Pas hierin op microscopische schaal de Navier-Stokes vergelijking toe. Het vinden van de complete oplossing van deze vergelijking op deze schaal is met de huidige hulpmiddelen niet mogelijk. Dit houdt in dat de snelheid van het water in de poriën niet op ieder punt in de ruimte en op ieder tijdstip in technische zin kan worden berekend. In mathematische zin bestaat de oplossing, maar de kennis van de wiskunde is nog onvoldoende ver gevorderd om die oplossing te kunnen vinden. Omdat de doorlatendheid een macroscopische grootte is, is gedetailleerde kennis op microscopisch niveau over de grootte van de watersnelheid in de poriën ook niet direct noodzakelijk. Voor de bepaling van de doorlatendheid volstaat de gemiddelde watersnelheid. Om deze te berekenen wordt er een representatief deelvolumen uit het korreelpakket geselecteerd. Hierin wordt de gemiddelde snelheid van het water gezocht. Er kunnen nu twee wegen worden bewandeld. Ten eerste kan (puur theoretisch gezien) met behulp van de complete oplossing van de Navier-Stokes vergelijking op microscopische schaal de gemiddelde waarde van de watersnelheid in het deelvolumen worden bepaald. Ten tweede kan de Navier-Stokes vergelijking in termen van gemiddelde waarden van de watersnelheid worden geformuleerd en opgelost worden als ware het korreelpakket een stukje continuüm. De veranderingen die op microscopische schaal optreden worden gemodelleerd als variaties op korrelniveau. De afgeleiden die in de vergelijking voorkomen worden hierbij omgezet in quotiënten van gemiddelde watersnelheid en gemiddelde korreldiameter. In de statistische mechanica is aangetoond

bladnummer : - 6 -
ons kenmerk: C0-272550/65
datum : 1987-11-01

dat indien aan een aantal voorwaarden is voldaan, er geen grote verschillen in grootte van de twee waarden van de watersnelheid bestaat. Op deze manier wordt gevonden dat:

$$\rho_w \frac{c_1}{\langle D \rangle} v_f^2 = \rho_w g i + \mu_w \frac{c_2}{\langle D \rangle^2} v_f \quad (3.2)$$

met v_f de filtersnelheid, i het verhang, ρ_w de volumieke massa van water, g de versnelling van de zwaartekracht en μ_w de dynamische viscositeit van water. c_1 en c_2 zijn nog nader te bepalen factoren. $\langle D \rangle$ is het ruimtelijk gemiddelde van de korreldiameters; voor een voldoende groot volume (dit is een van de voorwaarden) is dit gelijk aan het ensemble gemiddelde. Dit laatste is het gemiddelde van de diameter van alle deeltjes uit het pakket. Dit gemiddelde wordt naar aantal bepaald. De filtersnelheid is eveneens een gemiddelde snelheid, deze is immers gelijk aan het specifieke debiet door het totale korrelpakket. Om aan de voorwaarden voor het middelen van de Navier-Stokes vergelijking te voldoen moet het deelvolume zodanig groot zijn gekozen dat het voldoende 'informatie' bevat over de eventueel in het korrelpakket aanwezige inhomogeniteiten. Als hieraan voldaan wordt, is het ruimtelijke gemiddelde van de watersnelheid in de poriën van het deelvolume gelijk aan de filtersnelheid.

Vergelijking (3.2) wordt voor het aantonen van de overeenstemming met Forchheimers relatie herschreven. Breng de termen met v_f naar de linkerkant van het = teken.

$$\rho_w \frac{c_1}{\langle D \rangle} v_f^2 - \frac{\mu_w c_2}{\langle D \rangle^2} v_f = \rho_w g i \quad (3.3)$$

Na deling door $\rho_w g$ wordt dit:

$$\frac{c_1}{g \langle D \rangle} v_f^2 - \frac{\mu_w c_2}{\rho_w g} \frac{1}{\langle D \rangle^2} v_f = i \quad (3.4)$$

Deze vergelijking lijkt sterk op de Forchheimer relatie, zie (3.1).

bladnummer : - 7 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

3.2 Invoer van praktische resultaten in de theorie

In de komende twee subparagrafen worden resultaten uit eerder uitgevoerde doorlatendheidsonderzoekingen in de gevonden relatie gesubstitueerd.

3.2.1 Laminaire benadering

Indien de filtersnelheid voldoende laag is, zodat de term bv_f^2 verwaarloosbaar is ten opzichte van de term av_f , luidt (3.1) in vereenvoudigde vorm:

$$av_f = i \quad (3.5)$$

Dit is de wet van Darcy voor laminaire stroming. Carman en Kozeny hebben deze relatie uitgediept. Zij vinden dat:

$$k_L = \frac{1}{a} = \frac{1}{c_0} \frac{\rho_w g}{\mu_w} \frac{n^3}{(1-n)^2} \langle D \rangle^2 \quad (3.6)$$

met k_L de laminaire doorlatendheid, n de porositeit van het korrelskelet en c_0 een constante:

$$c_0 = 180 \text{ à } 270 .$$

De a term uit (3.4) wordt omgeschreven tot:

$$\frac{1}{a} = - \frac{\rho_w g}{\mu_w c_2} \langle D \rangle^2 \quad (3.7)$$

Door vergelijking met (3.6) volgt hieruit dat:

$$- \frac{1}{c_2} = \frac{1}{c_0} \frac{n^3}{(1-n)^2} \quad (3.8)$$

bladnummer : - 8 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

zodat

$$c_2 = - \frac{c_0 (1 - n)^2}{n^3} \quad (3.9)$$

3.2.2 Turbulente benadering

Voor zeer hoge filtersnelheden domineert de turbulente term de laminaire bijdrage. Uit de doorlatendheidsrelatie van Cohen de Lara leidt Klein Breteler in [2] af dat:

$$i = \frac{c_4}{g n^5 D_{15}} v_f^2 \quad (3.10)$$

met $c_4 = 0.14$.

Bij vergelijking met de b term uit (3.4) volgt hieruit dat:

$$b = \frac{c_1}{g \langle D \rangle} = \frac{c_4}{g n^5 D_{15}} \quad (3.11)$$

$\langle D \rangle$ is een goede benadering voor D_{15} , zie appendix A.

3.3 Literatuur overzicht

Uffink [8] vermeldt, dat voor fijnkorrelige granulaire materialen, waarbij laminaire stroming optreedt, de relatie van Kozeny-Carman de proefresultaten het best beschrijft.

bladnummer : - 9 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

Wittmann [5] beschrijft de doorlatendheidsrelatie eveneens via een polynoom zoals Forchheimer. Hij gebruikt echter een andere macht voor de porositeit.

$$b = \frac{c_7}{g n^2 \langle D \rangle} \quad (3.12)$$

De evenredigheid met $1/n^2$ komt voor uit de omrekening van poriesnelheden naar filtersnelheden. In [6] werd aangetoond, dat zijn metingen niet in overeenstemming met zijn theorie gebracht kunnen worden. Deze methode van controleren bleek naderhand twijfelachtig te zijn. De methode, zie appendix C, bevoordeelt $1/n^5$ boven $1/n^2$ indien de resultaten van de metingen sterke fluctuaties vertonen ten gevolge van meetfouten of nog niet kwantificeerbare afhankelijkheden van (on)bekende parameters. De conclusie die in [6] op grond van de niet objectieve beoordelingsmethode werd getrokken, is dus onjuist. Op grond van de metingen moet als nog worden nagegaan welke afhankelijkheid de juiste is.

Barends [7] geeft een overzicht van eerdere pogingen om de laminaire en turbulente coëfficiënt te bepalen. De quintessence van zijn verhaal is, dat er zeer veel benaderingen zijn, die voornamelijk verschillen in de afhankelijkheid van de porositeit. Gezien de beperkte tijd, die voor dit deelonderzoek gereserveerd is, zijn deze en andere in de literatuur vermelde relaties, niet nagegaan.

bladnummer : - 10 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

3.4 Conclusie

Uit het bovenstaande kan dus afgeleid worden dat het ruimtelijk gemiddelde van de Navier-Stokes vergelijking toegepast op microscopische schaal in een korrelpakket een relatie oplevert tussen verhang en filtersnelheid, die goed overeenstemt met de Forchheimer relatie. De overeenstemming betreft de afhankelijkheid van filtersnelheid, gemiddelde diameter, kinematische viscositeit, en versnelling van de zwaartekracht. Slechts de porositeit komt niet in de Navier-Stokes vergelijking voor.

4. GEGEVENS

4.1 Metingen

De verzamelde metingen vallen in drie groepen uiteen.

- 1) Resultaten van proeven op fijnkorrelige materialen, zoals deze door o.a. Grondmechanica Delft en het Waterloopkundig Laboratorium zijn uitgevoerd in het kader van het onderzoek van de Technische Commissie van de Combinatie Speurwerk Baggeren.
- 2) Resultaten van experimenten op grofkorrelig materiaal van het Waterloopkundig Laboratorium, zowel recent als wat ouder onderzoek.
- 3) Doorlatendheidsmetingen uitgevoerd bij het filteronderzoek aan de universiteit van Karlsruhe.

4.2 Methode van verwerken

De beschikbare metingen uit de diverse publicaties zijn veelal in grafische vorm vermeld. Gezien de grote hoeveelheid aan gegevens, is een automatische verwerking zinvol. De grafieken zijn met een digitizer tableau uitgelezen, waarna op de aldus verkregen getallen numerieke bewerkingen konden worden toegepast. Voor de grofkorrelige materialen is een scheiding gemaakt tussen de turbulente en de laminaire bijdrage, door middel van een kleinste kwadraten analyse op de ruwe gegevens bestaande uit de filtersnelheid en het verhang. De bewerkte gegevens hebben dan in principe dezelfde vorm als bij de fijnkorrelige materialen het geval is.

De getallen c_0 en c_1 of c_2 uit (3.8), (3.11) of (3.12) zijn verkregen door de coëfficiënten a en b uit (3.1) op de geschikte manier te vermenigvuldigen met $\langle D \rangle$ en n . Hoe dit in zijn werk gaat, wordt in de hoofdstukken 4.3 en 4.4 uiteen gezet.

bladnummer : - 12 -
ons kenmerk: C0-272550/65
datum : 1987-11-01

4.3 Laminaire term

Uit (3.1) en (3.6) volgt dat:

$$a = c_0 \frac{\mu_w}{\rho_w g} \frac{(1-n)^2}{n^3 \langle D \rangle^2} = c_5 f(n, \langle D \rangle) \quad (4.1)$$

μ_w , ρ_w en g zijn bekende constanten. $\langle D \rangle$ en n zijn noodzakelijke meetgegevens, die in een goed verslag meestal ook wel vermeld zijn. Deel a nu door $f(n, \langle D \rangle)$, dan:

$$a \frac{n^3 \langle D \rangle^2}{(1-n)^2} = c_0 \frac{\mu_w}{\rho_w g} = c_5 \quad (4.2)$$

Voor fijnkorrelig materiaal, zonder turbulentie kan de a coëfficiënt uitgedrukt worden in de doorlatendheid via (3.6). Verder wordt $\langle D \rangle$ vervangen door D_{15} , zodat:

$$\frac{n^3 D_{15}^2}{(1-n)^2 k_L} = c_5 = \text{constant} \quad (4.3)$$

4.4 Turbulente term

Uit (3.1) en (3.10) kan voor hoge waarden van v_f worden afgeleid dat:

$$b = \frac{c_4}{g n^5 D_{15}} \quad (4.4)$$

Vermenigvuldig nu b met $n^5 D_{15}$, dan:

$$b n^5 D_{15} = c_4 / g = \text{constant} \quad (4.5)$$

bladnummer : - 13 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

Uitgaande van Wittmanns relatie (3.12) wordt door vermenigvuldiging gevonden dat:

$$bn^2 \langle D \rangle = c_7 / g = \text{constant.} \quad (4.6)$$

Bij vergelijking van (4.5) met (4.7) valt op dat de vergelijkingen verschillende relaties met de porositeit hebben. Om na te gaan welk van beide relaties geldt, wordt de turbulente coëfficiënt slechts met de gemiddelde diameter ($\langle D \rangle$ of $D_{1,5}$) vermenigvuldigd, waarna in algemene vorm moet gelden:

$$bD_{1,5} = c_8 n^{-c_9} \quad (4.7)$$

met c_8 en c_9 getallen. Uit de grafiek van $\log(n)$ tegen $\log(b \langle D \rangle)$ kunnen c_8 en c_9 bepaald worden.

bladnummer : - 14 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

5. FIJNKORRELIGE MATERIALEN

5.1 Zuiver laminair

Bij de analyse van het laminaire materiaal is gebruik gemaakt van drie series gegevens. De eerste serie is afkomstig uit het onderzoek van de Technische Commissie van de Combinatie Speurwerk Baggeren [9]. Deze zanden worden "baggerzanden" genoemd. Daarnaast zijn er standaard zanden zoals deze gebruikt worden bij de wegenbouw [10]. Dit worden "SCW-zanden" genoemd. Tenslotte kon de beschikking verkregen worden over doorlatendheidsmetingen, die verricht zijn in het kader van COW onderzoek [11].

Alle metingen vertonen een aanzienlijke spreiding in de coëfficiënt c_0 . Uit de analyse volgt een gemiddelde waarde en een standaarddeviatie. De variatie coëfficiënt is vrij groot. Deze bereikt soms de waarde van 1. Als in zo'n geval een 95% betrouwbaarheidsinterval wordt aangegeven, leidt dit; uitgaande van een normale verdeling voor de absolute meetfouten, tot negatieve waarden van de doorlatendheid. Daarom wordt ervan uitgegaan dat de relatieve meetfouten normaal verdeeld zijn. Dit leidt tot een lognormale verdeling van de afwijkingen van de waarde van coëfficiënt c_0 . De gemiddelde waarde en standaarddeviatie bij een normale verdeling van de absolute meetfouten worden omgezet naar dito grootheden bij een normale verdeling van de relatieve meetfouten. Zodoende kunnen negatieve waarden van c_0 voorkomen worden. In tabel 5.1 zijn de gemiddelde waarde, standaarddeviatie en de grenzen van het 95% betrouwbaarheids interval van de doorlatendheid aangegeven. In de tabel betekent $\mu_n(c_0)$ de gemiddelde waarde van c_0 bij een normale verdeling, $\mu_{\ln}(c_0)$ de gemiddelde waarde van $\ln(c_0)$ bij een normale verdeling van de relatieve meetfouten, en $\sigma_{\ln}(c_0)$ is de bijbehorende standaarddeviatie. De onder- en bovengrens bakenen het 95% betrouwbaarheids interval af. De mediane waarde is in dit geval het meetkundig gemiddelde van boven- en ondergrens.

bladnummer : - 15 -
 ons kenmerk: CO-272550/65
 datum : 1987-11-01

Bron	$\mu_n(c_0)$	$\mu_{1n}(c_0)$	$\sigma_{1n}(c_0)$	mediaan	onder grens	boven grens
[9]	170	5.07	0.38	160	75	330
[10]	920	6.30	1.00	550	55	4000
[11]	250	5.45	0.30	240	130	430
samen	210	5.06	0.77	160	35	720
[1]	280					
[12]	180-270					

Tabel 5.1 De resultaten voor de laminaire coëfficiënt. De waarde van de mediaan wordt bepaald uit $\exp\{\mu_{1n}(c_0)\}$. Met deze waarde wordt in de doorlatendheidsformules gewerkt.

Voor de waarde van $\langle D \rangle$ is D_{15} gebruikt. In appendix A is aangegeven dat dit een redelijke benadering is voor de gemiddelde diameter bij waarden van de gradatie die kleiner dan 5 zijn.

In tabel 5.1 valt op dat de waarde van c_0 verkregen uit de SCW metingen [10] aanzienlijk hoger is dan de andere en veel meer spreiding vertoont. De veronderstelling is dat dit aan het slibgehalte ligt. Vooral de SCW zanden bezitten in vergelijking tot de overige zanden een aanzienlijke hoeveelheid slib. Niet aangegeven is of dit slib bij de doorlatendheidsmetingen al dan niet verwijderd is. De aanwezigheid van slib verlaagt evenwel sterk de doorlatendheid. Verder wordt bij een gedetailleerde analyse gevonden dat een hoge waarde van de laminaire coëfficiënt (een extra lage waarde van de doorlatendheid) correleert met een hoog slibgehalte. Dit doet vermoeden dat het slib nog aanwezig is. Bij sommige andere doorlatendheidsmetingen is het slib echter veelal verwijderd.

bladnummer : - 16 -
ons kenmerk: C0-272550/65
datum : 1987-11-01

Omdat zowel de waarde van c_0 als de speiding daarin bij de SCW-zanden sterk afwijken van de overige resultaten, wordt verwacht dat beide invloed zullen hebben op het resultaat voor alle zanden. Door het grote aantal metingen van de baggerzanden wordt de gemiddelde waarde van het samengestelde resultaat (toch vrijwel die van [9]) hierdoor nauwelijks beïnvloed. Daarentegen, omdat de standaarddeviatie van het gecombineerde resultaat uit de kwadraten van de standaarddeviaties van de afzonderlijke metingen wordt berekend, hebben de afwijkende resultaten uit [10] in dit geval wel een grote invloed op het uiteindelijke antwoord.

5.2 Turbulent gedrag

Bij de zanden treedt geen merkbare turbulentie op. Er zijn twee verklaringen mogelijk:

- 1) Onvolledige model beschrijving. De Forchheimer relatie beschrijft de gevolgen van het optreden van turbulentie met een kwadratische term. Dit is echter een modelbeschrijving want het optreden van turbulentie is een stochastisch proces. Het is heel wel mogelijk, dat wervels pas optreden bij overschrijding van een zekere poriesnelheid, een soort drempelwaarde. Als deze drempel niet overschreden wordt, blijven de turbulente effecten dus ook achterwege, waardoor in het gemeten verband tussen verhang en filtersnelheid geen kwadratische term optreedt.
- 2) Een andere mogelijkheid is, dat de meetnauwkeurigheid onvoldoende is om de kwadratische term te kunnen bepalen. Eenvoudigheidshalve er van uitgaande dat het debiet en het verhang beide met dezelfde relatieve nauwkeurigheid kunnen worden gemeten, kan berekend worden met welke nauwkeurigheid het debiet en het verhang gemeten zouden moeten worden om de turbulente coëfficiënt uit de meetruis te kunnen halen. Resultaten van deze berekeningen zijn vermeld in tabel 5.2. De berekeningsmethode is uiteengezet in appendix B.

<D> (mm)	δb (-)	δ (-)
0.1	0.01	5×10^{-7}
0.1	0.1	5×10^{-6}
0.2	0.01	4×10^{-6}
0.2	0.1	4×10^{-5}
0.5	0.01	6×10^{-5}
0.5	0.1	6×10^{-4}
1.0	0.01	5×10^{-4}
1.0	0.1	5×10^{-3}
10.0	0.01	0.005 *
10.0	0.1	0.05 *
100.0	0.01	0.005 *
100.0	0.1	0.05 *

Tabel 5.2 Resultaten met een * gemarkeerd zijn verkregen door middel van een computersimulatie. <D> is de gemiddelde diameter, δb de toelaatbare relatieve fout in de turbulente coëfficiënt en δ is de maximale relatieve fout, die in de bepaling van verhang en debiet mag worden gemaakt.

Uit tabel 5.2 blijkt dat voor zand (< 1 mm) zelfs bij een toelaatbare fout van 10% in de turbulente coëfficiënt met niet realiseerbare hoge nauwkeurigheid gemeten moet worden. Voor grofkorrelige materialen kunnen de eisen in het algemeen wel haalbaar zijn.

bladnummer : - 18 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

5.3 Onzekerheden

Bij de gerapporteerde metingen werd een aantal zaken veelal niet vermeld. Dit maakt de analyse des te lastiger en de spreiding in de metingen onnodig groot.

5.3.1 Temperatuurseffecten

Zowel de dichtheid ρ_w als de dynamische viscositeit μ_w zijn temperatuursafhankelijk. Het quotiënt van ρ_w en μ_w , ν_w , de kinematische viscositeit hangt als volgt van de (Celsius) temperatuur af [22]:

$$\nu_w = \frac{1.84 \times 10^{-6}}{1 + 0.042 t} \quad (5.1)$$

ν_w is uitgedrukt in m^2/s . Voor $t = 12 \text{ }^\circ\text{C}$ volgt hieruit dat $\nu_w = 1.2 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. De kinematische viscositeit is in bijlage 5.1 getekend als functie van de temperatuur. Voor alle metingen is aangenomen dat de watertemperatuur $12 \text{ }^\circ\text{C}$ was. De metingen uit [15] zijn bij ruwweg $10 \text{ }^\circ\text{C}$ uitgevoerd, de watertemperatuur op het Waterloopkundig Laboratorium ligt veelal tussen 5 en $15 \text{ }^\circ\text{C}$ in. Op deze twee uitzonderingen na wordt de watertemperatuur nergens expliciet vermeld.

5.3.2 Porositeit

De porositeit speelt een belangrijke rol bij de doorlatendheid. Men is dit gaan inzien en daarom wordt tegenwoordig de gemiddelde waarde van de porositeit van een materiaal bij een doorlatendheidsmeting wel opgegeven. Bij de meting van de porositeit treedt een relatieve meetfout van ruwweg 5% op, tenzij de meting extreem nauwkeurig wordt uitgevoerd. Deze meetfout heeft een grote invloed op de doorlatendheid. Een afschatting van de invloed van deze meetfout op de doorlatendheid wordt met behulp van foutentheorie gemaakt. Omdat hiervoor de partiële afgeleide van de doorlatendheid naar de porositeit moet worden berekend, volstaat het om de slechts de evenredigheidsfactor $f(n)$ in de doorlatendheid te beschouwen:

$$f(n) = \frac{n^3}{(1-n)^2} \quad (5.2)$$

Deze wordt naar n gedifferentieerd:

$$\frac{\partial k}{\partial n} = \frac{df}{dn} = n^2 \cdot \frac{3-n}{(1-n)^3} \quad (5.3)$$

De relatieve fout in f , δf is dan:

$$\delta f = \frac{df}{f} = \left\{ \frac{3-n}{1-n} \right\} \frac{dn}{n} = \left\{ \frac{3-n}{1-n} \right\} \delta n \quad (5.4)$$

Voor $n \approx 0.4$ en $\delta n = 5\%$ leidt dit tot een relatieve fout in de doorlatendheid van $\approx 20\%$.

5.3.3 Inhomogeniteiten

De gemiddelde porositeit van het monster, zoals deze bij doorlatendheidsproeven wordt opgegeven, levert geen enkele informatie over de regelmatigheid van de opbouw van het monster. Lokaal kan het monster meer of minder dicht gepakt zijn dan gemiddeld. Dit veroorzaakt macroscopische fluctuaties (schaal cm of dm) in de porositeit. Verder kan bij een sterk gegradeerd materiaal ontmenging

bladnummer : - 20 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

optreden bij het vullen van de permeameter. De kleine korrels zakken daarbij naar beneden, zodat er een onregelmatige ruimtelijke verdeling van de gemiddelde grootte van de diameters ontstaat. Ook dit zijn macroscopische fluctuaties. Naast deze zijn er ook fluctuaties op microscopische schaal (orde korrelgrootte), die hun oorsprong hebben in het feit dat niet alle korrels in het pakket dezelfde grootte hebben. Met behulp van inhomogene rekenmethoden kan worden aangetoond dat dit zelfs een macroscopische grootheid als de doorlatendheid verlaagt. Maar ook de macroscopische fluctuaties in de porositeit en korrelgrootte verlagen de doorlatendheid, zie tabel 5.3.

Fluctuaties in:	n	<D>
Inhomogeniteit	k (mm/s)	k (mm/s)
0.0	0.08580	0.08580
0.02	0.08556	0.08573
0.04	0.08485	0.08552
0.06	0.08368	0.08518
0.08	0.08207	0.08470
0.1	0.08005	0.08409

Tabel 5.3 De berekende invloed van inhomogeniteiten op de doorlatendheid.

Bovenstaande getallen zijn door middel van een simulatie verkregen. Er is aangenomen dat de fluctuatie in de opbouw van het monster bestaat uit lagen. Voor de eenvoud wordt aangenomen dat het monster uit drie lagen bestaat. Zij hebben gelijke diktes. De onderste laag heeft een kleinere waarde dan gemiddeld voor hetzij de porositeit hetzij de korrelgrootte. Bij de bovenste laag zijn die waarden juist groter dan gemiddeld. De middelste laag wijkt niet af van het gemiddelde. De kolom 'inhomogeniteit' in tabel 5.3 geeft aan hoe groot de relatieve afwijkingen voor n en <D> in de onderste en bovenste laag zijn.

bladnummer : - 21 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

Inhomogeniteit 0 houdt een homogeen monster in. Dit is ter vergelijking vermeld. De doorlatendheden zijn berekend voor een materiaal met een gemiddelde porositeit van 0.4 en een diameter van 100 μm .

Uit deze berekening volgt dat de homogene opbouw van een monster van belang is.

5.3.4 Luchtinsluitingen

Koning [14] heeft het effect van ingevangen lucht op de doorlatendheid onderzocht. Vooral bij fijnkorrelig materiaal speelt dit een grote rol. Als een met water verzadigd korrelpakket gedraineerd wordt, zal bij herbevochtiging van het pakket niet alle lucht verdreven worden. Er ontstaan miniatuur luchtzakken. Deze sluiten een gedeelte van het pakket af, waardoor de effectieve oppervlakte van de dwarsdoorsnede afneemt. Hierdoor neemt ook de doorlatendheid af. Indien het proces van draineren en herbevochtigen wordt herhaald, ontstaan er steeds meer luchtzakken, waardoor de doorlatendheid gradueel verder afneemt. Indien via herbevochtiging de porositeit wordt bepaald, dan zal in het algemeen een te lage waarde worden gevonden. De berekende doorlatendheid is dien ten gevolge ook te laag. Er is echter onvoldoende compensatie voor de gemeten lagere waarde van de doorlatendheid ten opzichte van de berekende doorlatendheid. Hierdoor treden systematische afwijkingen op tot zo'n 20%.

5.3.5 De vervanging van $\langle D \rangle$ door D_{15}

Afhankelijk van het type korrelverdeling kan $\langle D \rangle$ min of meer redelijk benaderd worden door D_{15} . De afwijking bij lognormale korrelverdelingen met een hoge waarde van de gradatie zijn echter fors. Hierdoor wordt de doorlatendheid foutief geschat. Het gebruik van de echte waarde van $\langle D \rangle$ heeft twee nadelen. De bepaling is zelfs voor gestandaardiseerde korrelverdelingen gecompliceerd en bij geringe afwijkingen van zo'n standaard treden wederom aanzienlijke verschillen op tussen de berekende en de actuele waarde van $\langle D \rangle$.

5.4 Conclusies en aanbevelingen

Uit de gegevens kan het volgende geconcludeerd worden.

- De laminaire constante in de Forchheimer relatie bedraagt ongeveer 160.
- De 95% betrouwbaarheidsgrenzen zijn resp. 35 en 720.
- De watertemperatuur dient bij toekomstige metingen redelijk nauwkeurig te worden gemeten en vermeld.
- Aangegeven moet worden of het in het monster aanwezige slib voor de meting werd verwijderd. Als er slib aanwezig is, moet worden aangegeven of het homogeen, in klontjes of in laagjes (richting !) door het monster verspreid was.
- In verband met de mogelijk anisotrope opbouw van een monster en de daarmee verbandhoudende invloed op de doorlatendheid, moet vermeld worden hoe het monster is opgebouwd en hoe de stroming ten opzichte van de afgeplatte korrels verloopt.
- Het monster moet homogeen van opbouw zijn. De fluctuaties in de locale porositeit moeten klein zijn.
- De gemiddelde porositeit dient zo nauwkeurig mogelijk te worden gemeten. De (geschatte) meetfout moet ook worden opgegeven.
- Lucht insluitingen moeten worden voorkomen.
- De zeefcurve dient op voor het type korrelverdeling aangepast papier te worden getekend. Voor Fuller mengels gebruikt men een \sqrt{D} schaal, andere typen van verdelingen worden op hetzij semilogaritmisch hetzij waarschijnlijkheids papier uitgezet. Dit vereenvoudigt de adequate afschatting van correcties op D_{15} , voor een meer accurate waarde van $\langle D \rangle$ bij sterk gegradeerd materiaal.

6. GROFKORRELIGE MATERIALEN

Er is gebruik gemaakt van twee bronnen voor de gegevens. Ten eerste zijn er de Duitse gegevens, [5] en [15], aangaande filteronderzoek in Karlsruhe. Daarnaast beschikt het Waterloopkundig Laboratorium over een uitgebreide collectie doorlatendheidsmetingen, waaruit bruikbaar materiaal geselecteerd kan worden: [16], [17], [18], [19], [20] en [21]. Het materiaal van beide bronnen wordt zowel separaat als integraal behandeld. Daarnaast is nog [15] en [17] ieder apart bekeken ten einde de afhankelijkheid van de porositeit te kunnen bepalen.

6.1 Verwerking van de gegevens

De ruwe metingen van verhang (i) versus filtersnelheid (v_f) worden omgezet naar i/v_f versus v_f grafieken. Immers volgens (3.1) bestaat er een kwadratische relatie tussen beide:

$$i = a v_f + b v_f^2 \quad (3.1)$$

Deel nu linker en rechter lid door v_f :

$$i / v_f = a + b v_f \quad (6.1)$$

Dit is een lineair verband, de grafiek van i/v_f tegen v_f is een rechte. De bijlagen 6.1 t/m 6.8 tonen een selectie van de meest geslaagde metingen. De spreiding is veelal gering. Helaas hebben niet alle metingen deze kwaliteit. Bijlagen 6.9 t/m 6.13 tonen, dat er soms een aanzienlijke scatter optreedt. Via een kleinste kwadraten methode zijn de coëfficiënten a en b bepaald, zie tabel 1 (voor de appendices). De scatter in de meetpunten laat sporen na niet alleen in de verwachtingswaarde van de coëfficiënten, maar ook in de standaarddeviatie. Deze laatste wordt fors groter, een maat voor de afnemende betrouwbaarheid van de meting.

bladnummer : - 24 -
ons kenmerk: C0-272550/65
datum : 1987-11-01

Een verdere bron van onzekerheid in de turbulente coëfficiënt is de meetfout in de porositeit. Ook deze maakt de metingen minder betrouwbaarder. Omdat voor individuele proeven geen gegevens beschikbaar zijn voor de relatieve meetnauwkeurigheid in n , is aangenomen dat deze collectief 0.05 bedraagt.

6.2 Laminaire bijdrage

Voor grofkorrelig materiaal overheerst de turbulente bijdrage de laminaire term in de Forchheimer relatie. Desalniettemin is toch gepoogd de laminaire constante c_0 te bepalen, zie vergelijking (3.6), door vermenigvuldiging met porositeit en gemiddelde diameter. Uit iedere proef kan de coëfficiënt c_0 berekend worden. Deze is uitgezet voor iedere proef (puntnummer) in bijlage 6.14. De horizontale gestreepte lijnen bakenen het 95% betrouwbaarheidsinterval af. De getrokken lijn geeft de mediane waarde aan. De forse spreiding in de meetpunten valt op. De getalwaarden bevestigen deze visuele indruk, zie tabel 6.1.

Bron	$\mu_n(c_0)$	$\mu_{ln}(c_0)$	$\sigma_{ln}(c_0)$	mediaan	onder grens 95%	boven grens 95%
samen	650	5.86	1.15	350	35	3300
Duits	210	5.30	0.27	200	120	350
WL	810	6.10	1.10	440	50	3800

Tabel 6.1 De waarde van de laminaire coëfficiënt.

$\mu_n(c_0)$ is de gemiddelde waarde van c_0 , uitgaande van een normale verdeling van de absolute meetfouten, $\mu_{\ln}(c_0)$ is de gemiddelde waarde van $\ln(c_0)$ bij een normale verdeling van de relatieve meetfouten. $\sigma_{\ln}(c_0)$ is de bijbehorende standaarddeviatie. De mediaan geeft de gemiddelde waarde van c_0 weer, waarmee in de formule gerekend moet worden. De onder- en bovengrens geven het gebied aan waarvoor met een zekerheid van 95% geldt dat de waarde van c_0 in dit gebied ligt. Het valt op dat de Duitse metingen goed overeenstemmen met de waarde van c_0 , verkregen voor fijnkorrelig materiaal. De WL metingen wijken stevig af.

$\langle D \rangle$ (mm)	δa (-)	δ (-)
0.1	0.01	0.01 *
0.1	0.1	0.1 *
1.0	0.01	0.01 *
1.0	0.1	0.1 *
3.0	0.01	0.01 *
3.0	0.1	0.1 *
10.0	0.01	0.0015
10.0	0.1	0.015
30.0	0.01	$3 \cdot 10^{-4}$
30.0	0.1	$3 \cdot 10^{-3}$
100.0	0.01	$5 \cdot 10^{-5}$
100.0	0.1	$5 \cdot 10^{-4}$
400.0	0.01	$6 \cdot 10^{-6}$
400.0	0.1	$6 \cdot 10^{-5}$

Tabel 6.2 Het resultaat gemarkeerd door een *, is verkregen uit numerieke simulaties met 20 fictieve meetpunten, voorzien van willekeurige relatieve meetfouten. δa is de relatieve fout in de laminaire term, δ is de maximaal toelaatbare relatieve meetfout in het verhang en de filtersnelheid.

bladnummer : - 26 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

De oorzaak van deze discrepantie wordt duidelijk, als het gebied van diameters en porositeiten van beide groepen gegevens naast elkaar worden gelegd. De Duitse metingen liggen in een nauw gebied, voor $0.002 < \langle D \rangle < 0.015$ m, $0.37 < n < 0.4$. De WL metingen beslaan een veel groter gebied: $0.003 < \langle D \rangle < 0.4$ m en $0.3 < n < 0.45$, met het zwaartepunt bij de wat grovere materialen. De meetnauwkeurigheid speelt hierbij een dominante rol. In tabel 6.2 is vermeld met welke nauwkeurigheid filtersnelheid en verhang moeten worden gemeten ten einde een nominale nauwkeurigheid in de laminaire coëfficiënt te verkrijgen. In appendix B is de methode uiteengezet

Uit tabel 6.2 kan geconcludeerd worden, dat de vereiste meetnauwkeurigheid voor grofkorrelige materialen niet realiseerbare waarden aanneemt. Het WL materiaal is ruwweg een factor 10 groter dan het Duitse, zodat bij gelijkblijvende meetnauwkeurigheid, het resultaat noodzakelijkerwijs een factor 30 onnauwkeuriger wordt. Het is daarom zinvol, de laminaire coëfficiënt te gebruiken, zoals bepaald uit fijnkorrelig materiaal. De waarde van c_0 , bepaald uit grof materiaal stemt hiermee toch redelijk overeen. Bovendien is de laminaire bijdrage tot het verhang voor grofkorrelig materiaal vrij klein ten opzichte van de turbulente bijdrage, dus het feit dat de grofkorrelige laminaire coëfficiënt niet geheel identiek is aan de fijnkorrelige laminaire coëfficiënt is van ondergeschikt belang.

6.3 Turbulente bijdrage

6.3.1 Afhankelijkheid van de porositeit, alle metingen

Omdat de formules (3.11) en (3.12) nogal verschillen in de macht van de porositeit, is allereerst nagegaan, welke macht van de porositeit de gegevens het best beschrijft, n^{-5} of n^{-2} . Met gebruikmaking van (4.7) kan uit een grafiek van $\log(b\langle D \rangle)$ tegen $\log(n)$ de macht c , worden bepaald. Alle resultaten zijn getekend in bijlage 6.15. De spreiding in de meetpunten is erg groot. De foutbalkjes geven de waarde aan met een betrouwbaarheid van 95%, zoals berekend uit de

bladnummer : - 27 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

meetfout in de porositeit en de standaarddeviatie in de bepaling van de constante in de turbulente term. Het oog kan in de metingen geen lijn zien; computer berekeningen evenmin. De correlatie coëfficiënten voor n^{-2} en n^{-5} zijn beide erg laag, ruwweg 0.05. Uit alle metingen kan dus niet bepaald worden, welke macht van de porositeit in de turbulente term voorkomt.

De verzamelde metingen zowel van het Waterloopkundig Laboratorium als uit Karlsruhe bevatten resultaten van allerlei proeven die in verschillende faciliteiten op verschillende tijdstippen met verschillende soorten materialen zijn verricht. Al deze verschillen kunnen bronnen zijn voor de afwijkingen in bijlage 6.15. Daarom zijn series metingen uitgezocht waarbij de resultaten vermoedelijk onderling zo min mogelijk spreiding zullen vertonen. Zo'n serie is het meest geschikt om de afhankelijkheid van de porositeit in de turbulente bijdrage te kunnen bepalen.

6.3.2 Afhankelijkheid van de porositeit, series

Er zijn twee series die voor een nadere analyse in aanmerking komen. De eerste is het werk van Brauns, [15] en de tweede bevat metingen van het Waterloopkundig Laboratorium [17]. De resultaten van beide series zijn apart uitgezet in de bijlagen 6.16 en 6.17. De metingen van Brauns vertonen een grote onderlinge scatter. Het is hieruit niet mogelijk de macht c_s uit (4.7) te bepalen. De metingen van het Waterloopkundig Laboratorium liggen iets gunstiger. Deze metingen zijn als volgt bewerkt. Op de waarden van $\ln(n)$ en $\ln(b\langle D \rangle)$ is een kleinste kwadraten methode toegepast, immers (4.7) laat zich herschrijven tot:

$$\ln(b\langle D \rangle) = \ln(c_s) - c_s \ln(n) \quad (6.2)$$

bladnummer : - 28 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

Voor de gemiddelde waarde van c , werd gevonden: 1.93. De standaarddeviatie in c , bedroeg 0.7. Hieruit wordt geconcludeerd dat de $b\langle D \rangle$ evenredig is met $1/n^2$. In bijlage 6.18 zijn de metingen zonder foubalkjes getekend, als vierkantjes. Door de gemiddelde waarden van n en $b\langle D \rangle$ zijn drie lijnen getrokken: de lijn volgens $1/n^2$ en de lijnen volgens $1/n^{2.7}$ en $1/n^{3.3}$. Tevens zijn nog twee nieuwe meetpunten ter controle toegevoegd, aangegeven met driehoekjes. Deze resultaten zijn verkregen in dezelfde meetopstelling als waarin de eerder genomede proeven [17] zijn uitgevoerd. Het zijn metingen die tijdens het onderzoek naar de interne stabiliteit van mijnsteen zijn verricht. Het gebruikte materiaal was een zand-grind mengsel. Het is zeer gegradeerd materiaal, waardoor de porositeit ook zeer laag is: 0.2. Deze metingen zijn niet in de analyse voor de macht van de afhankelijkheid van de porositeit betrokken. Ze liggen echter binnen het gebied dat door de marge in de coëfficiënt c , wordt aangegeven. Als de $1/n^5$ afhankelijkheid zou hebben gegolden (zie de gestippelde lijn), dan hadden deze extra punten een decade hoger moeten liggen.

6.3.3 De coëfficiënten volgens $1/n^2$

De constante c , is bepaald uit de metingen. Hierbij is niet gebruik gemaakt van relatie (6.2), maar van (4.6):

$$bn^2 \langle D \rangle = c, /g = \text{constant.} \quad (4.6)$$

De resultaten zijn vermeld in tabel 6.3. Alle metingen zijn uitgezet in bijlage 6.19. De spreiding is groot, zo ook de verwachte spreiding in de meetwaarde.

bladnummer : - 29 -
ons kenmerk: C0-272550/65
datum : 1987-11-01

Bron	$\mu_n(c_7)$	$\mu_{1n}(c_7)$	$\sigma_{1n}(c_7)$	mediaan	onder grens 95%	boven grens 95%
Duits	3.5	1.2	0.28	3.4	1.9	5.9
WL	2.1	0.58	0.46	1.9	0.77	5.0
samen	2.4	0.78	0.45	2.2	0.9	5.3

Tabel 6.3 De waarden van de turbulente coëfficiënt en de grenswaarden van het 95% betrouwbaarheidsinterval.

6.4 Onzekerheden

De meting van de porositeit is erg belangrijk bij de bepaling van de doorlatendheidsrelatie. Een relatieve fout van x werkt in de turbulente term door als een relatieve fout van $2x$, en in de laminaire term ongeveer $4x$.

Ook de meting van debiet en verhang dienen nauwkeurig te geschieden, zeker als de laminaire constante bepaald moet worden. Voor grofkorrelig materiaal houdt de nauwkeurigheid in de turbulente term gelijke tred met de meetfout in verhang en debiet.

6.5 Conclusies

- Uit een selectie van de metingen kan op een directe manier bepaald worden dat de turbulente bijdrage evenredig met $1/n^2$ is. Alle metingen vertonen door de verschillen in de manier van uitvoeren van de proeven en de verschillen in onderzochte materialen te veel spreiding.

bladnummer : - 30 -
ons kenmerk: C0-272550/65
datum : 1987-11-01

- De mediane waarde van de evenredigheidsconstante in de turbulente term bedraagt 2.2. De onder- en bovengrens bij 95% betrouwbaarheid zijn respectievelijk 0.9 en 5.3.
- De correctie ten gevolge van de vervanging van D_1 , door $\langle D \rangle$ is gering ten opzichte van de meetnauwkeurigheid.
- De onzekerheid in de evenredigheidsconstante maakt een probabilistische aanpak van problemen waarin de doorlatendheid een rol speelt noodzakelijk. Verschillen in opbouw van het beschouwde pakket bij modelonderzoek en in de constructie veroorzaken daarnaast aanzienlijke verschillen tussen de gemeten doorlatendheid in de modelopstelling en in de constructie. Met een goed inzicht hoe de doorlatendheid afhangt van de diverse factoren zoals karakteristieke korreldiameter, porositeit en homogeniteit kunnen deze verschillen gemodelleerd en voorspeld worden.

bladnummer : - 31 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

7. CONCLUSIES

7.1 Doorlatendheidsrelatie

De doorlatendheid van granulair niet siltig materiaal kan bij karakteristieke diameters van dat materiaal tussen 80 μm en 0.4 m beschreven worden door de Forchheimer relatie:

$$i = av + bv^2 , \quad (7.1)$$

met

$$a = c_0 \frac{v_w}{g} \frac{(1 - n)^2}{n^3 D_{15}^2} , \quad (7.2)$$

en

$$b = \frac{c_7}{g n^2 D_{15}} \quad (7.3)$$

Zowel c_0 als c_7 zijn dimensieloos. De mediaan en de grenzen van het 95 % betrouwbaarheidsinterval voor c_0 en c_7 zijn in de onderstaande tabel vermeld.

Omschrijving	c_0	c_7
mediaan	160	2.2
ondergrens	75	0.9
bovengrens	350	5.3

bladnummer : - 32 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

Deze relatie heeft de volgende voordelen ten opzichte van de macht-functies:

- De Forchheimer doorlatendheidsrelatie beschrijft het verband tussen verhang en filtersnelheid in het diametergebied tussen 80 μm en 0.4 m als een continue functie.
- Uit de korrelverdeling en de porositeit kan de doorlatendheid voorspeld worden.

7.2 Aanbevelingen

7.2.1 Voor metingen

Bij betrouwbare doorlatendheidsmetingen moeten de volgende zaken worden vermeld:

1. Aanwezigheid van slib in het materiaal en de proeven, en in welke vorm.
2. De homogeniteit van de monsteropbouw. Inhomogeniteiten moeten afgeschat worden.
3. De afplatting van de korrels en de richting van de korrels in de permeameter ten opzichte van de stromingsrichting van het water.
4. De methode van meting van de porositeit.
5. De gemiddelde waarde van de porositeit en de meetfout in de bepaling.
6. De methode van verzadigen van het monster met water.
7. De verhangen en de daarbij behorende filtersnelheden. Als debieten gemeten worden, moet de oppervlakte van het monster vermeld worden.

bladnummer : - 33 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

8. De meetfouten in filtersnelheid en verhang.
9. Als het verloop van de druk in het monster niet lineair is, moet dit ook getalsmatig vermeld worden.
10. De watertemperatuur en het eventuele verloop hiervan tijdens de proef.
11. De doorlatendheid van het meettoestel, indien voor deze bijdrage niet gecorrigeerd wordt.

Voor meer gedetailleerde analyses van de metingen is het zinvol als er iets wordt vermeld over:

- a) De korrelvorm, de mate van afplatting, de hoekigheid.
- b) De stand van het meettoestel bij het opbouwen van het monster en de richting van het stromende water ten opzichte van die stand.
- c) De mate van ontmenging tijdens de opbouw.
- d) Hoeveelheden uitgespoeld materiaal.

7.2.2 Voor ondersteunend verder theoretisch werk

- Het toepassen van micromechanica om inhomogeniteiten op microscopische schaal in de opbouw van het korrelpakket te modelleren.
- Gebruikmaking van de resultaten van het onderzoek met het geometrische spoor in de doorlatendheid.
- Uitwerking van de doorlatendheid in termen van de gemiddelde diameter.

bladnummer : - 34 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

- Inpassing van de gradatie in de doorlatendheidsrelatie.
- Bepaling van de invloed van de korrelvorm op de constanten.
- De invloed van de oriëntatie van de korrels ten opzichte van de waterstroom.

bladnummer : - 35 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

8. SUMMARY

Permeability measurements of granular material were analysed in the range of diameters between 80 μm and 0.4 m. Outside this range no reliable measurements are available. Using measurements of various laboratories the hydraulic gradient, i , can be described by a polynomial in the filter velocity, v_f . This relation is named after Forchheimer:

$$i = av_f + bv_f^2 \quad (8.1)$$

The linear term in the filter velocity is caused by viscosity. The intention of the quadratic term is to account for the losses due to turbulence. This polynomial follows directly from the Navier-Stokes equation, using statistical mechanics to account for the fluctuations in the water velocity. The coefficients a and b are partly theoretically partly experimentally found to be:

$$a = c_0 \frac{v_w}{g} \frac{(1 - n)^2}{n^3 D_{15}^2} \quad (8.2)$$

and

$$b = \frac{c_1}{g n^2 D_{15}} \quad (8.3)$$

where v_w is the kinematic viscosity, n is the porosity, g is the acceleration of the earth's gravity field and D_{15} is the diameter of the granular material corresponding to a sieve opening, which permits 15% of the original mass to pass. The coefficients c_0 and c_1 are dimensionless, however a and b are not dimensionless, since a is expressed in s/m and b in s^2/m^2 , see equation (8.1).

bladnummer : - 36 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

The median values of c_0 and c_7 and the limits for 95% confidence are:

Description	c_0	c_7
median value	160	2.2
lower boundary	75	0.9
upper boundary	350	5.3

There are two major advantages which favour the use of relation (8.1) in stead of the usual turbulent permeability relation, which expresses the hydraulic gradient in terms of powerlaws.

- It describes the permeability of a granular material in the diameter range between 80 μm up to 0.4 m continuously.
- One is able to make a prediction for the value of the permeability of a material if the porosity and the value of D_{15} are known.

bladnummer : - 37 -
 ons kenmerk: CO-272550/65
 datum : 1987-11-01

Tabel 1: Uitwerking van de meetgegevens van de grofkorrelige materialen. v_a is de variatiecoëfficiënt van a .

Proef	D_{15}	n	a	b	v_a	v_b	0
BRAUV1	0.006	0.390	5.554	410.261	0.103	0.085	
BRAUV2	0.006	0.400	9.751	284.808	0.115	0.129	
BRAUV8	0.006	0.400	4.771	552.065	0.065	0.038	
BRAUV11	0.006	0.390	5.655	403.633	0.043	0.028	
BRAUV3	0.009	0.380	2.820	231.251	0.072	0.044	
BRAUV4	0.009	0.380	2.367	235.878	0.096	0.042	
BRAUV6	0.009	0.380	2.170	265.831	0.055	0.026	
BRAUV12	0.009	0.380	2.705	274.415	0.086	0.048	
BRAUV5	0.015	0.380	0.988	107.079	0.071	0.027	
BRAUV7	0.015	0.380	1.221	120.472	0.068	0.037	
BRAUV13	0.015	0.380	1.165	113.170	0.074	0.034	
WITT2÷4	0.002	0.370	19.924	1376.850	0.055	0.074	
WITT4÷6	0.004	0.380	5.881	725.062	0.078	0.038	
WITT5÷10	0.006	0.380	4.125	630.199	0.122	0.041	
WITT6÷8	0.007	0.360	1.344	640.063	0.493	0.065	
WITT8÷16	0.009	0.400	1.628	228.230	0.136	0.050	
CSTAFN	0.004	0.430	6.537	463.517	0.362	0.409	
CSTAGR	0.020	0.410	1.440	45.809	0.224	0.227	
FOST1S	0.030	0.380	1.914	8.581	0.137	1.402	*
FOST2	0.030	0.380	1.939	4.121	0.116	2.114	*
FOST2S	0.030	0.380	1.542	22.602	0.201	0.607	
FOST3	0.025	0.360	1.699	26.500	0.100	0.190	
FOST4	0.025	0.350	1.532	48.651	0.135	0.149	
FOST5	0.025	0.350	1.286	45.869	0.078	0.075	
GRINF20	0.004	0.340	0.426	860.293	3.052	0.085	*
GRINF27	0.010	0.420	1.787	175.220	0.158	0.049	
M898 IV T1	0.003	0.410	14.177	1573.712	0.209	0.128	
M898 IV T2	0.042	0.450	4.991	376.811	0.071	0.055	
M898 IV T3	0.008	0.410	2.738	198.236	0.102	0.074	
M898 IV T4	0.013	0.430	1.282	83.389	0.089	0.065	
M898 IV T5	0.017	0.410	1.180	78.984	0.049	0.039	
M898 IV T6	0.021	0.400	1.014	54.781	0.039	0.035	
M898 IV T7	0.035	0.390	0.361	31.518	0.213	0.093	
M898 IV T8	0.083	0.430	0.276	5.820	0.109	0.186	
M898 IV T9	0.004	0.380	6.833	573.714	0.025	0.015	
M898 IV T10	0.008	0.380	3.308	191.425	0.047	0.023	
M898 IV T11	0.013	0.380	1.272	100.899	0.097	0.030	
M898 IV T11A	0.013	0.390	0.613	106.793	0.305	0.049	
M898 IV T11A	0.013	0.390	0.834	106.968	0.361	0.073	
M898 IV T11B	0.013	0.400	0.291	134.503	0.966	0.063	

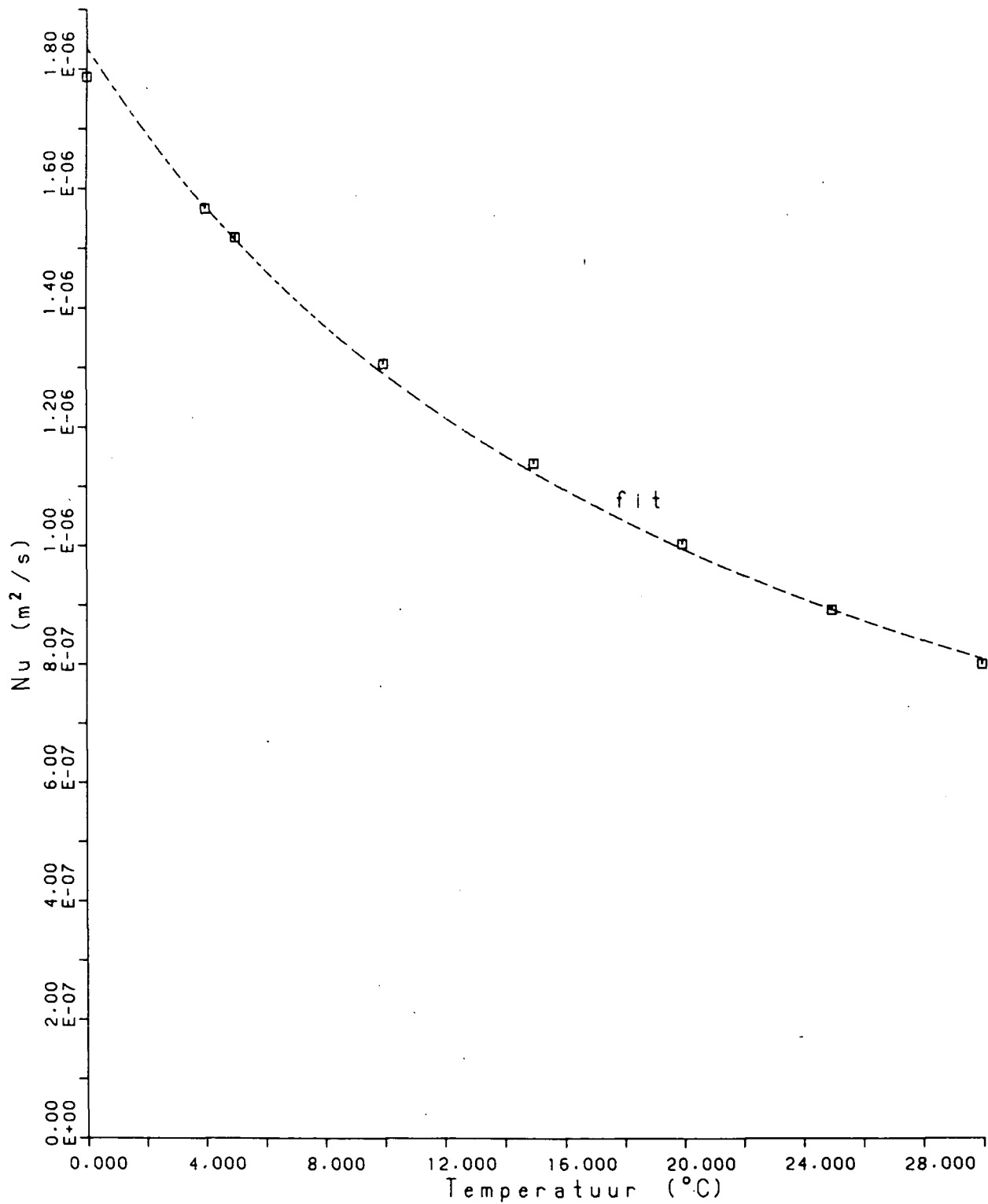
Het * in de kolom 0 (oordeel) geeft aan of de meting bij de berekeningen niet is gebruikt.

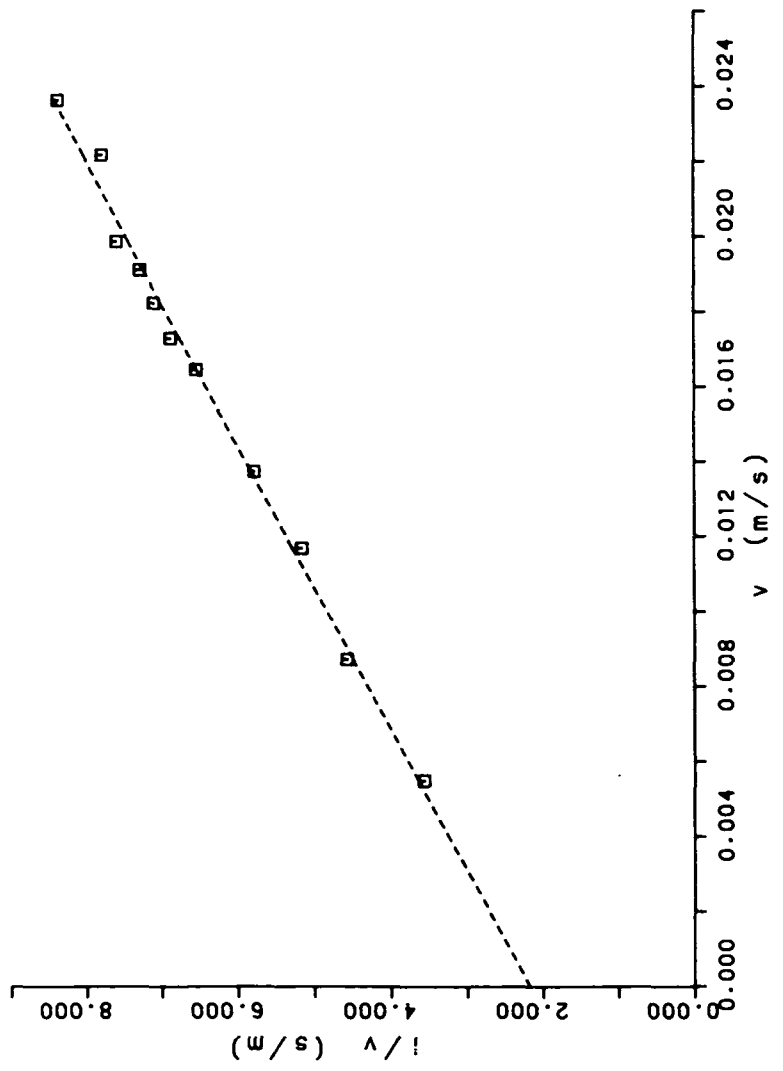
bladnummer : - 38 -
 ons kenmerk: CO-272550/65
 datum : 1987-11-01

Vervolg van tabel 1

Proef	D ₁₅	n	a	b	va	vb	0
M898 IV T11B	0.013	0.400	1.879	101.624	0.058	0.033	
M898 IV T12	0.017	0.380	1.055	65.190	0.194	0.091	
M898 IV T13	0.035	0.390	0.155	35.378	0.725	0.083	
M898 IV T13	0.035	0.390	0.359	31.772	0.773	0.217	
M898 IV T13A	0.035	0.390	-0.048	46.983	-1.374	0.042	*
M898 IV T13A	0.035	0.390	0.372	35.312	0.198	0.057	
M898 IV T14	0.052	0.405	0.671	12.335	0.096	0.132	
M898 IV T14	0.052	0.405	0.044	23.317	0.539	0.022	
M898 IV T15	0.083	0.420	0.216	9.438	0.379	0.225	
M898 IV T15	0.083	0.420	0.138	10.154	0.147	0.038	
M898 IV T15	0.083	0.420	0.071	10.695	0.466	0.061	
M898 IV T16	0.007	0.345	2.404	220.282	0.095	0.058	
M898 IV T17	0.012	0.360	1.508	118.098	0.071	0.053	
M898 IV T17	0.012	0.360	1.850	124.940	0.139	0.090	
M898 IV T18	0.012	0.350	1.305	123.107	0.131	0.051	
M898 IV T18	0.012	0.350	1.026	106.812	0.116	0.030	
M898 IV T19	0.027	0.360	0.266	70.321	0.221	0.046	
M898 IV T19	0.027	0.360	1.012	42.566	0.151	0.165	
M898 IV T20	0.027	0.370	0.801	46.561	0.103	0.057	
M898 IV T20	0.027	0.370	0.646	48.017	0.108	0.044	
M898 IV T20A	0.027	0.360	0.243	52.088	0.556	0.105	
M898 IV T21	0.027	0.360	0.305	41.719	0.283	0.085	
M633F4A	0.110	0.440	-0.351	18.798	-0.127	0.026	*
M633F4B	0.110	0.440	-0.324	16.087	-0.200	0.031	*
M633F4C	0.110	0.440	-0.239	14.172	-0.295	0.039	*
M633F4D	0.110	0.440	-0.230	14.268	-0.198	0.028	*
M633F4E	0.110	0.440	-0.277	12.413	-0.172	0.031	*
M633F5A	0.025	0.380	0.435	59.937	0.114	0.013	
M633F5B	0.025	0.380	0.117	76.093	0.654	0.018	
M633F5C	0.025	0.380	0.126	71.139	0.964	0.029	*
M633F6A	0.193	0.450	0.171	4.255	0.270	0.052	
M633F6B	0.193	0.450	0.020	4.349	1.420	0.045	*
MIJF1	0.003	0.350	14.869	2511.100	0.197	0.139	
NOVT1	0.003	0.300	32.389	210.119	0.057	1.015	*
NOVT2	0.004	0.325	9.813	191.467	0.111	0.205	
NOVT3	0.006	0.315	8.272	274.706	0.051	0.070	
NOVT4	0.004	0.296	13.901	343.478	0.047	0.106	
NOVT5	0.004	0.301	14.733	195.401	0.085	0.319	
STORT1	0.035	0.450	1.182	50.520	0.281	0.060	

Het * in de kolom 0(ordeel) geeft aan of de meting bij de berekeningen niet is gebruikt.





G GRONDMECHANICA
DELFT

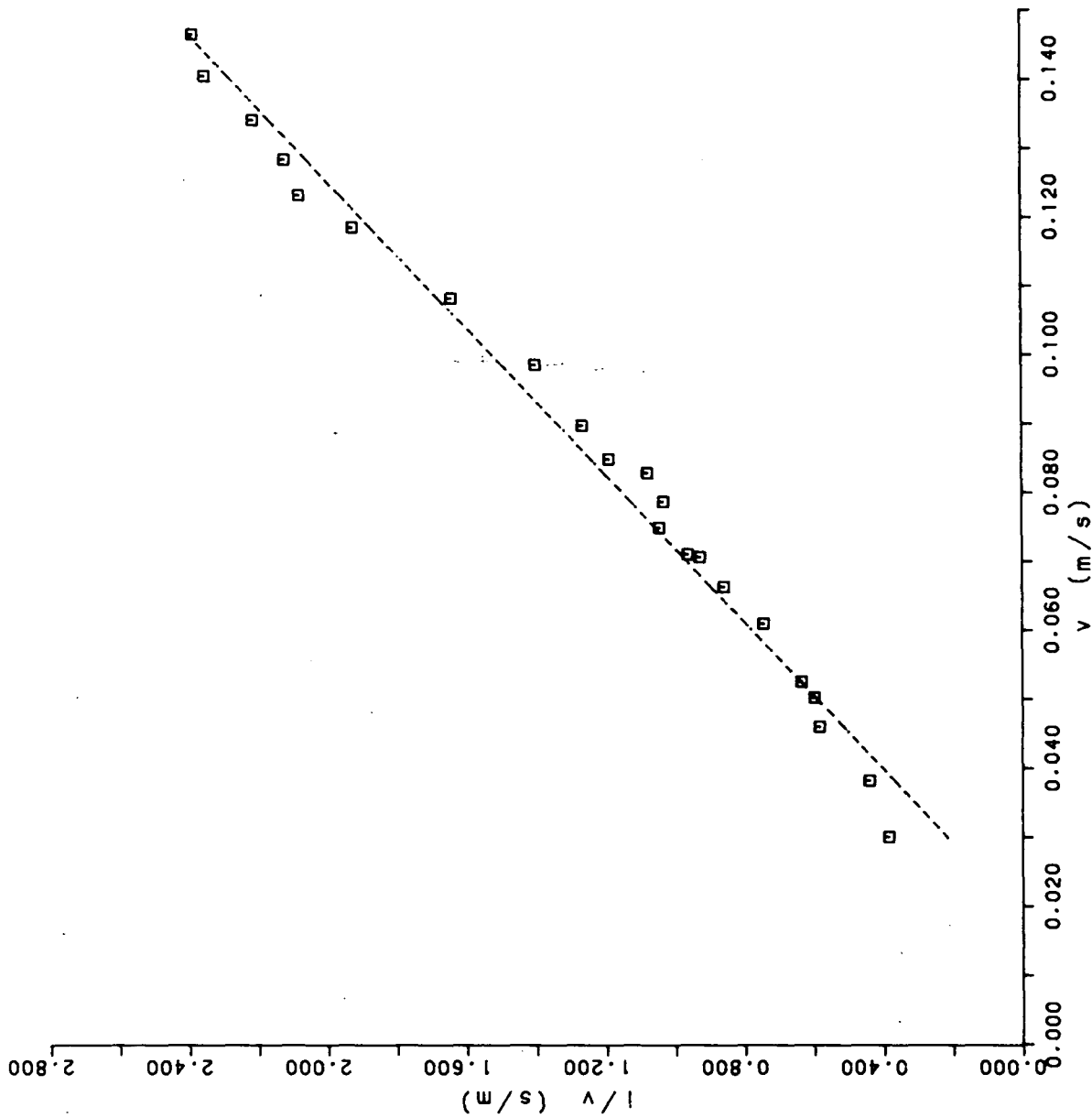
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 aadl nl

87-11-02

Proef: J. Brauns, V6 (Wasserwirtschaft)
D15: 0.0086 m; n: 0.380

CO-272550 AdI

BIJL. 6.1

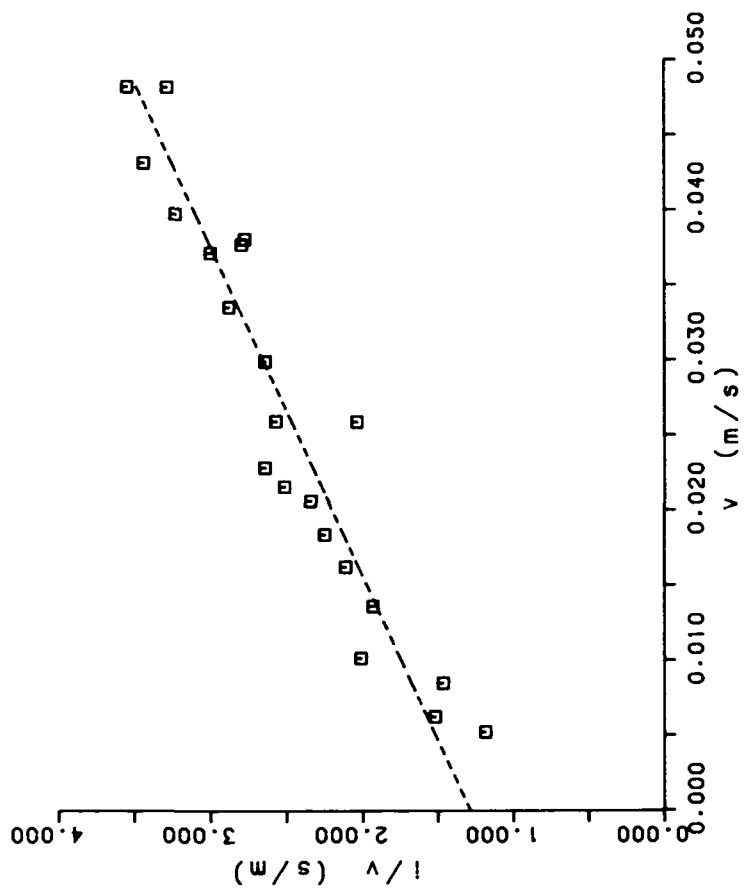


**GRONDMECHANICA
DELFT**

Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 eell nl

87-11-02	
CO-272550	AdI
BIJL. 6.2	

Proef: Fig. 4 curve A M633 deel I
D15: 0.2200 m; n: 0.440



G GRONDMECHANICA
DELFT

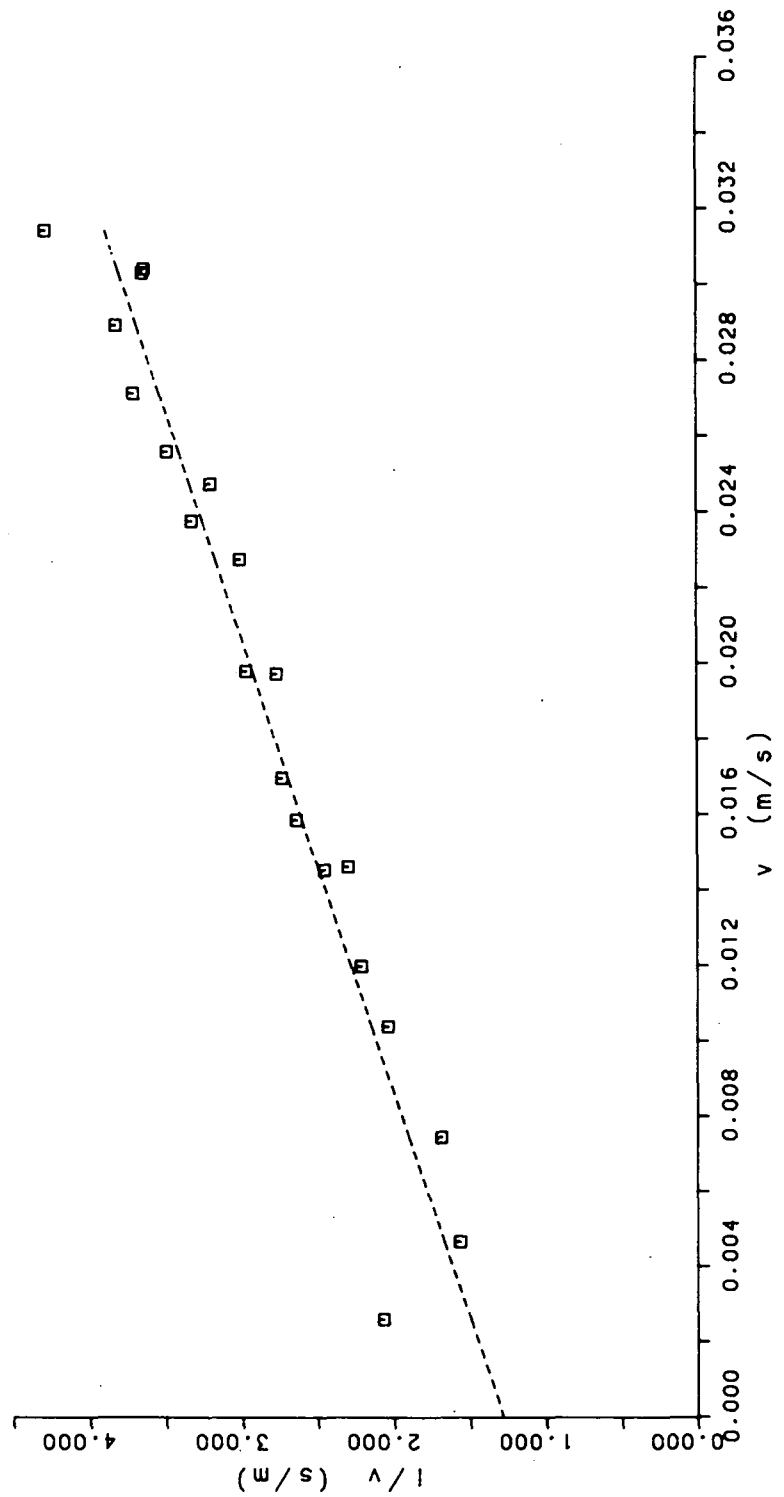
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 dell nl

87-11-02

Proef: T5 Foforslakken M898 deel II
D15: 0.0250 m; n: 0.350

C0-272550 AdI

BIJL. 6.3



**GRONDMECHANICA
DELFT**

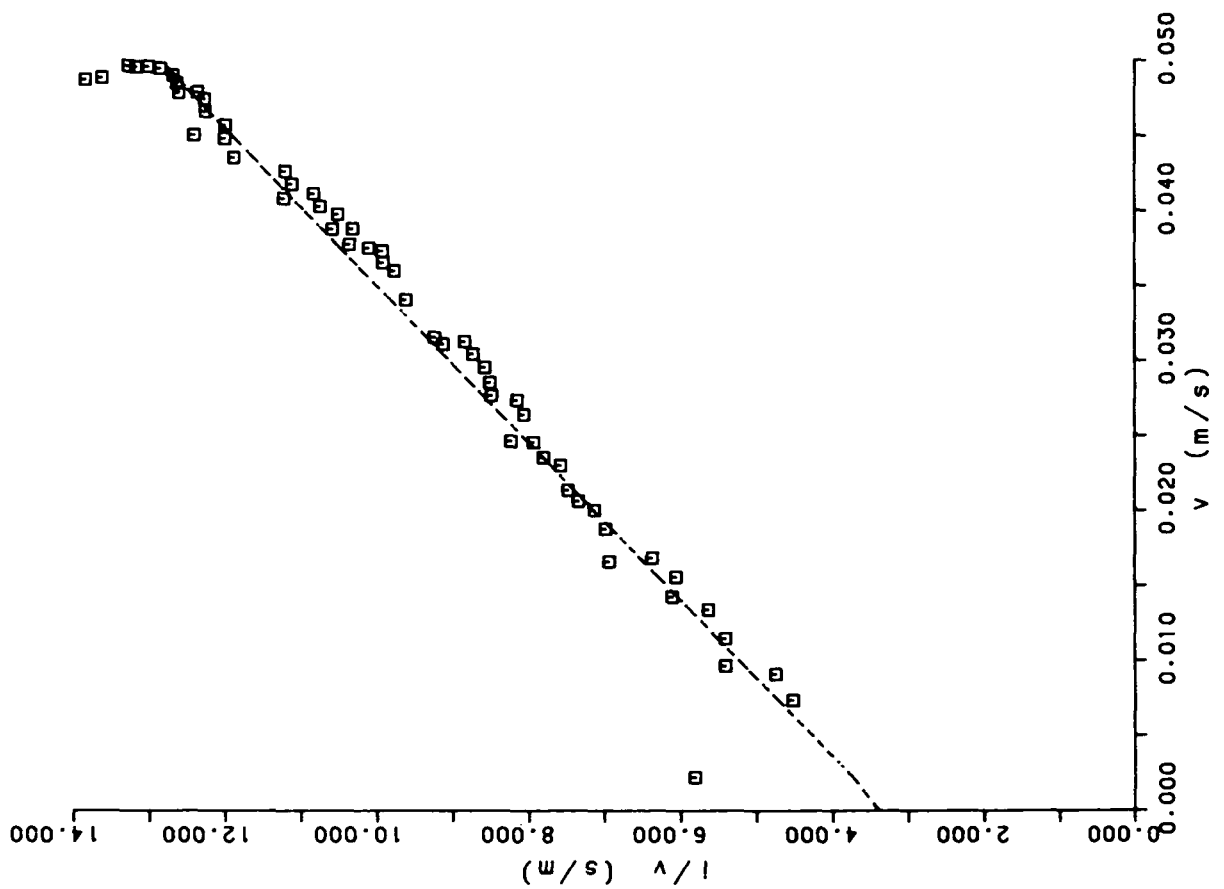
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 dell nl

87-11-02

Proef: T4 M898 deel IV
D15: 0.0126 m; n: 0.430

CO-272550 Adl

BIJL. 6.4



**GRONDMECHANICA
DELFT**

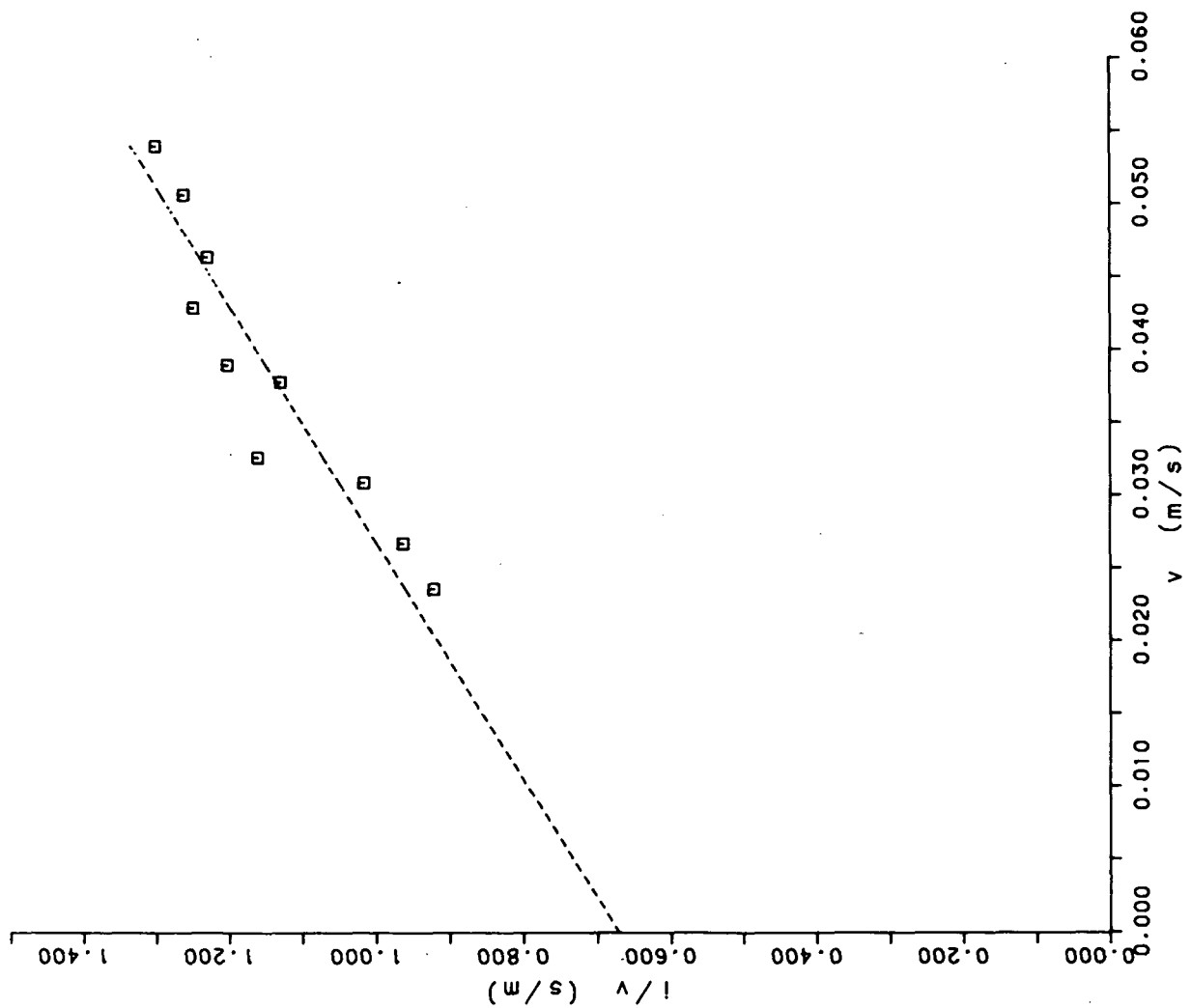
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 aall nl

87-11-02

Proef: T10 M898 deel IV
D15: 0.0084 m; n: 0.380

CO-272550 Adl

BIJL. 6.5



**GRONDMECHANICA
DELFT**

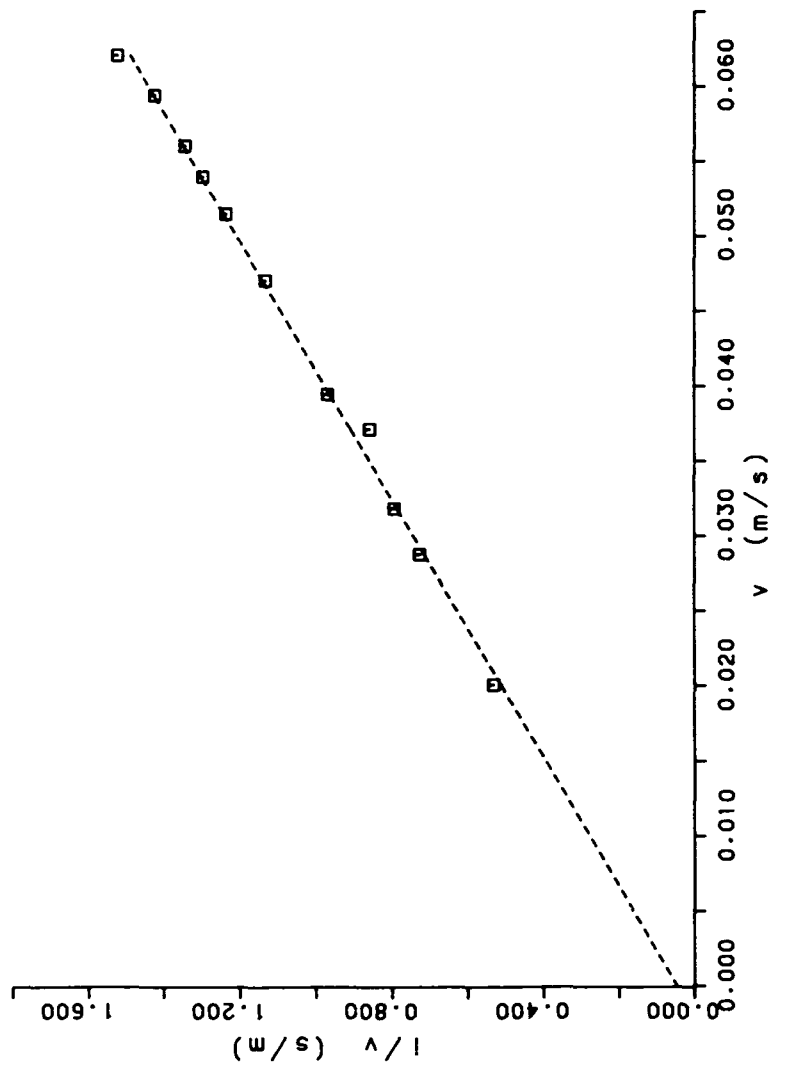
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 dell nl

87-11-02

Proef: T14 M898 deel IV
D15: 0.0520 m; n: 0.405

CO-272550 Adl

BIJL. 6.6



G GRONDMECHANICA
DELFT

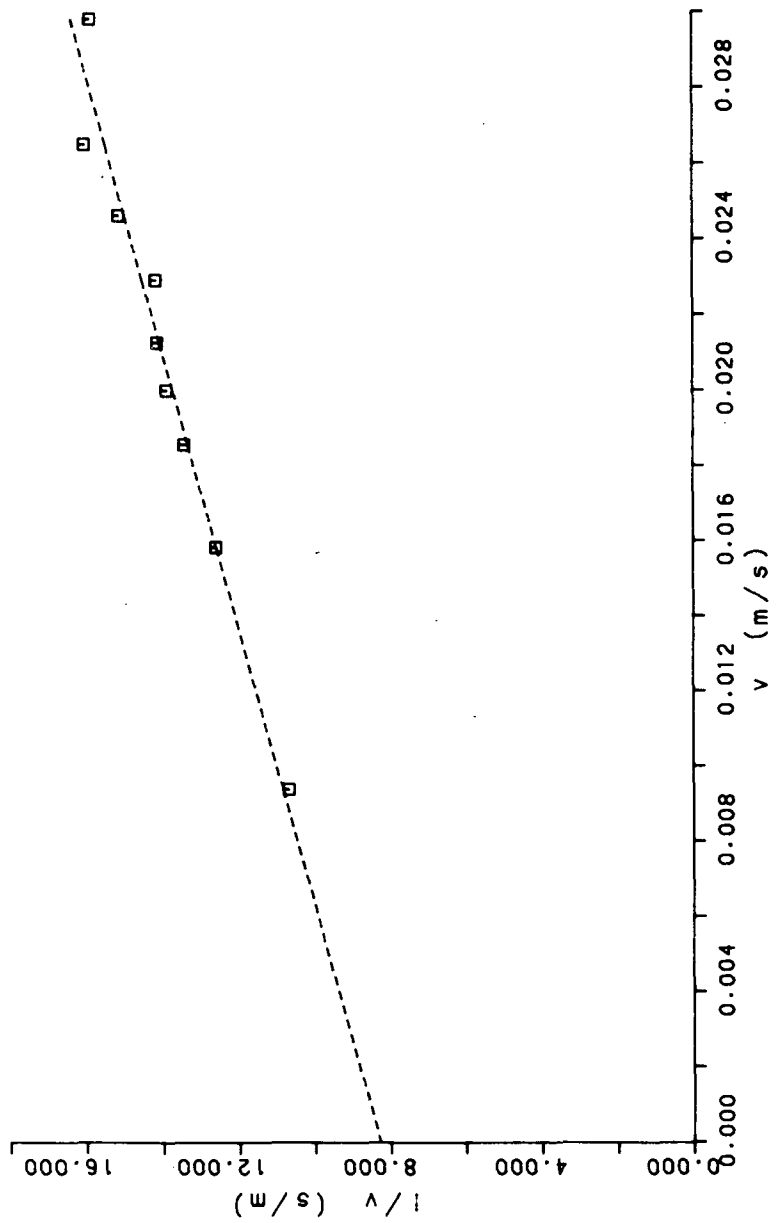
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 dell nl

87-11-02

Proef: T14 M898 deel IV
D15: 0.0520 m; n: 0.405

CO-272550 AdI

BIJL. 6.7



**GRONDMECHANICA
DELFT**

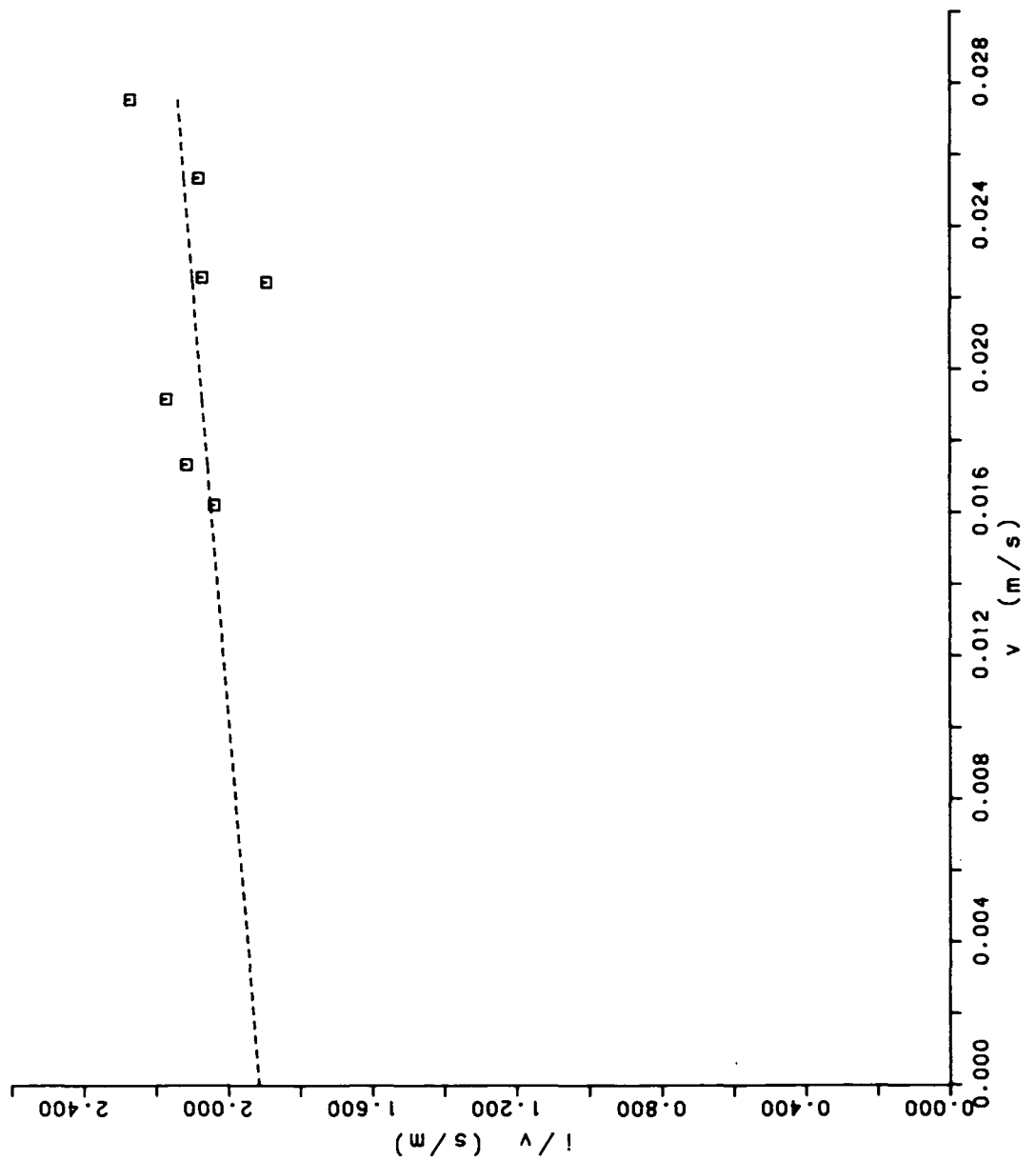
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 eell nl

87-11-02

Proef: T3 Negatieve overlap M2034
D15: 0.0055 m; n: 0.315

CO-272550 Adl

BIJL. 6.8



GRONDMECHANICA
DELFT

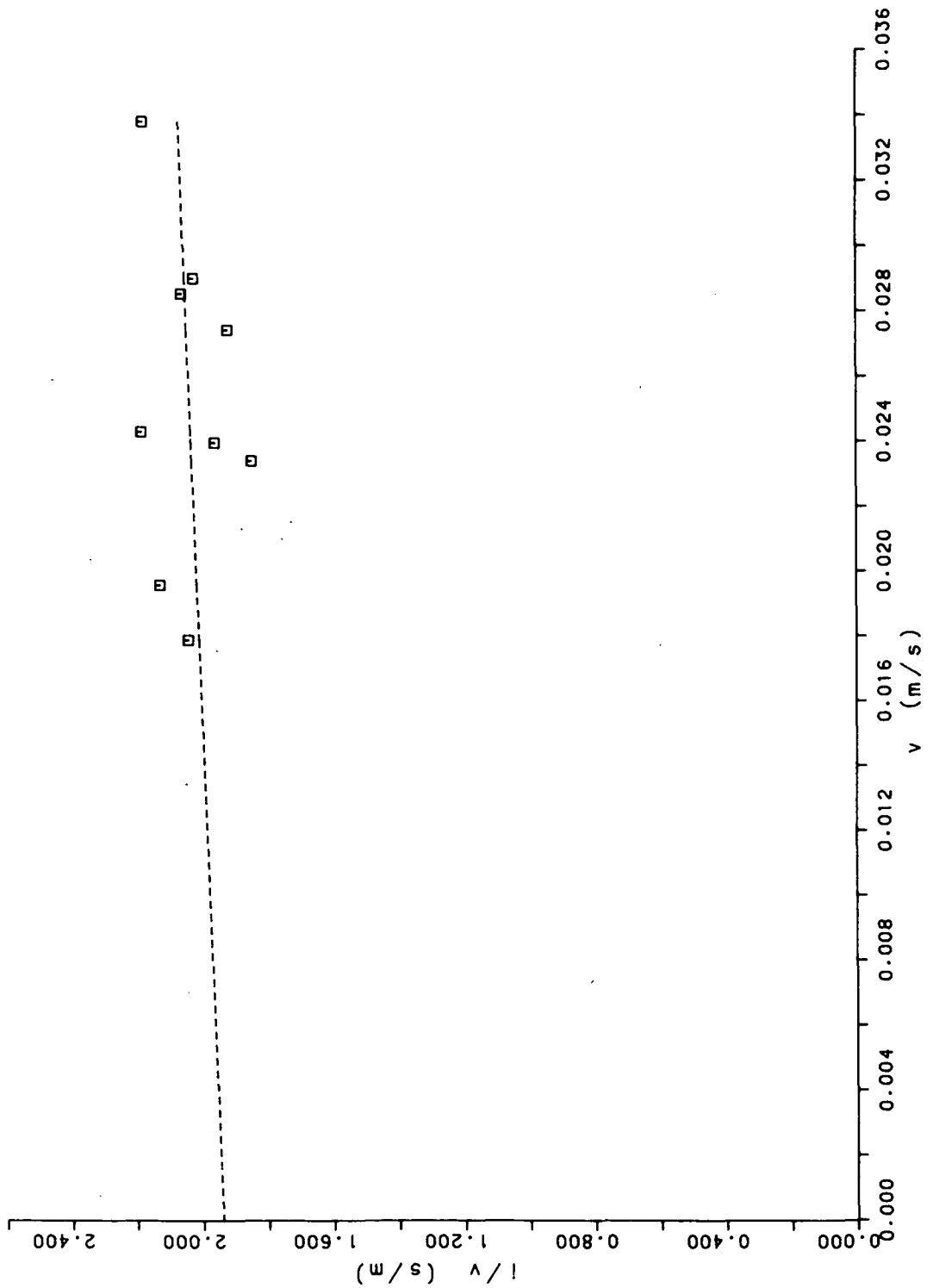
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 cell nl

87-11-02

Proef: T1* Fosforlakken M898 deel II
D15: 0.0300 m; n: 0.380

CO-272550 AdI

BIJL. 6.9



G GRONDMECHANICA
DELFT

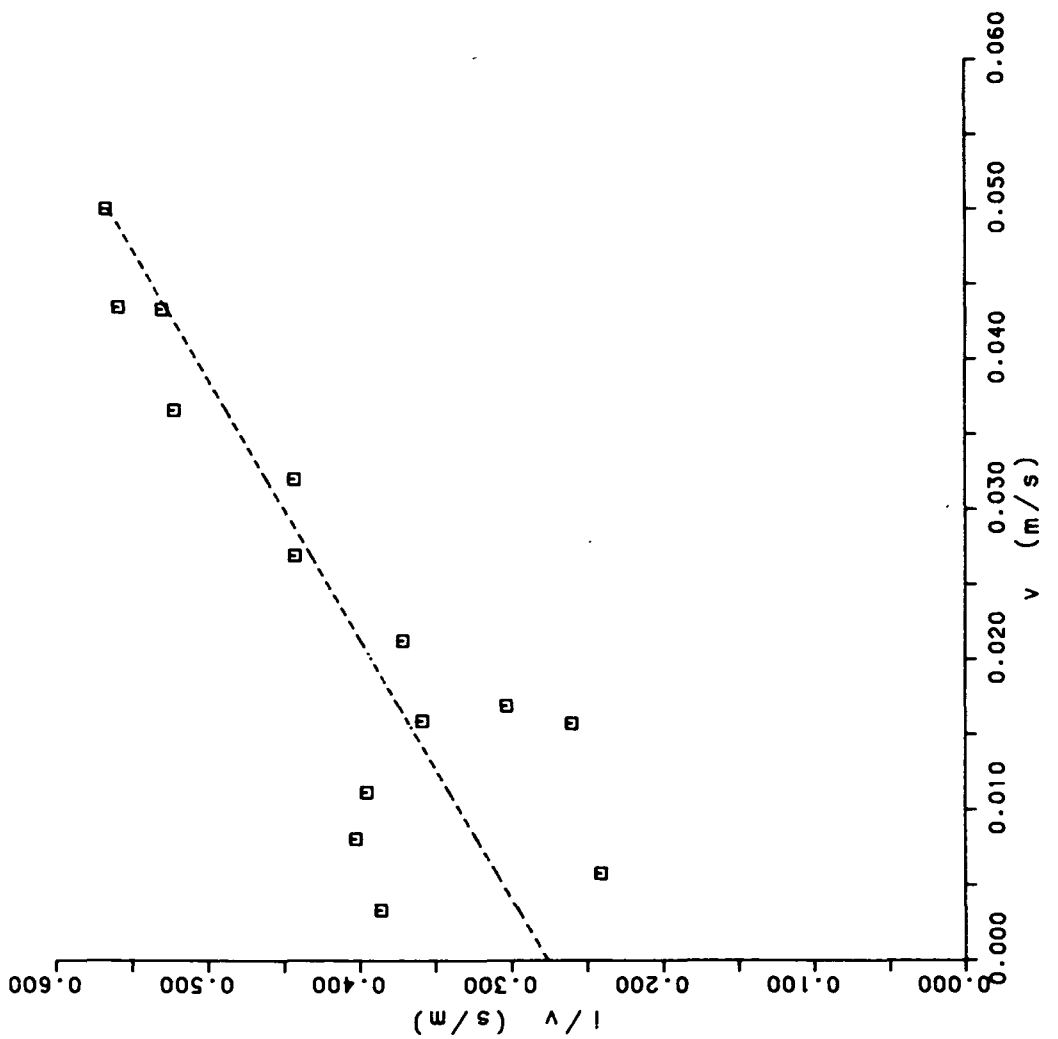
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 soil nl

87-11-02

Proef: T2 Fosforslakken M898 deel II
D15: 0.0300 m; n: 0.380

CO-272550 AdI

BIJL. 6.10



**GRONDMECHANICA
DELFT**

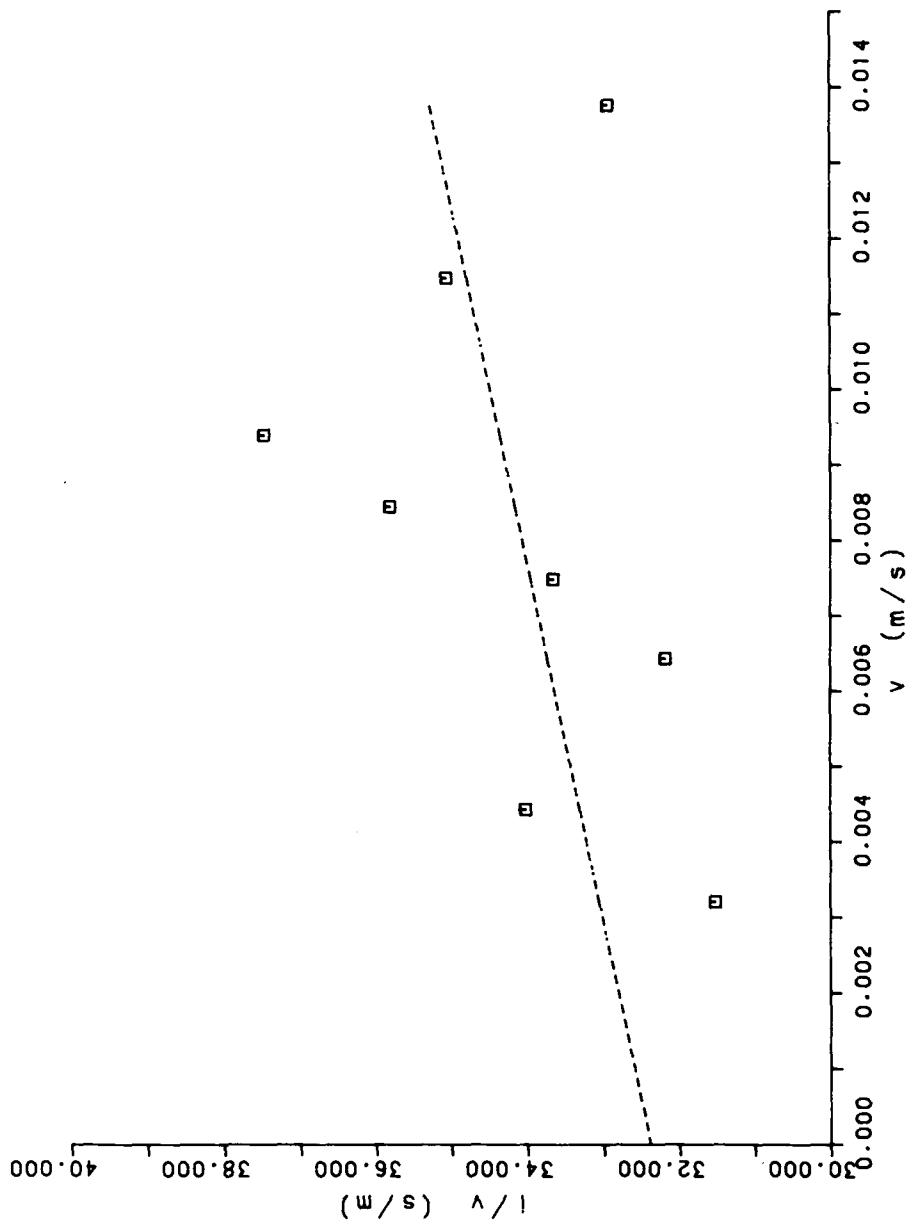
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 soil nl

87-11-02

Proef: T8 M898 deel IV
D15: 0.0833 m; n: 0.430

C0-272550 AdI

BIJL. 6.11



G GRONDMECHANICA
DELFT

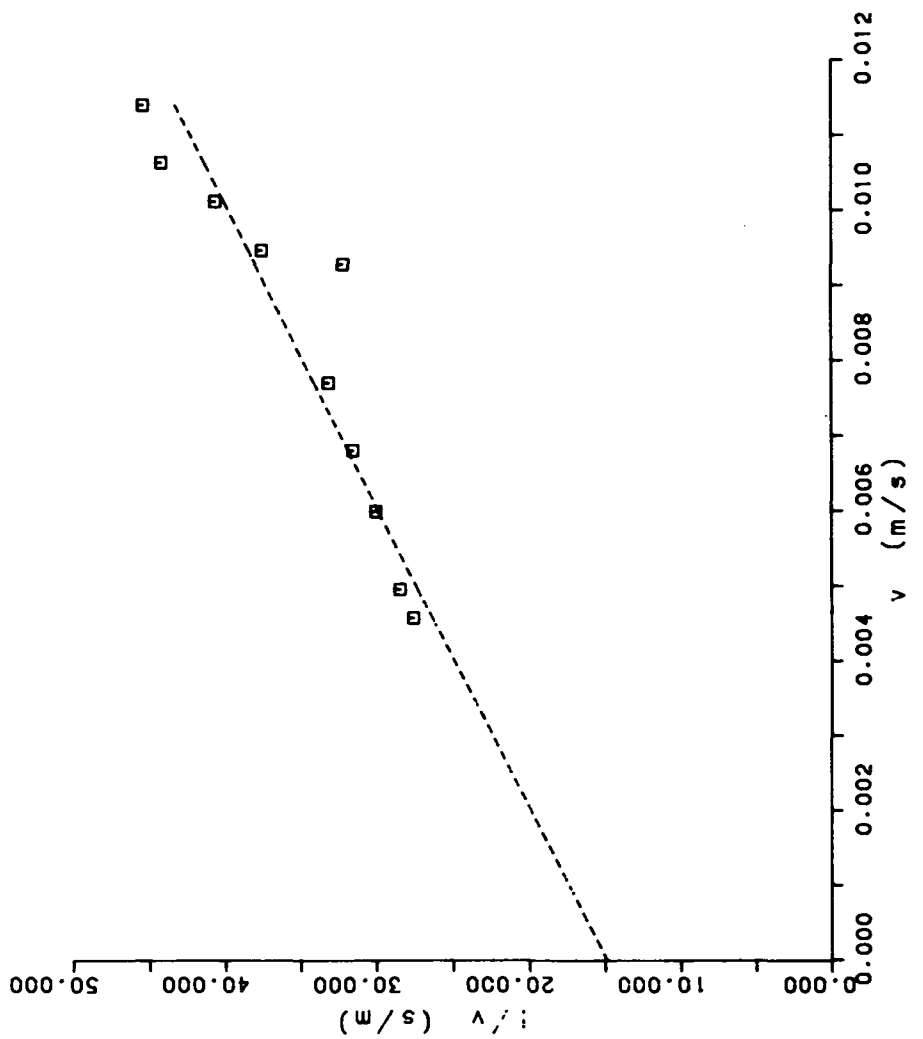
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 aall nl

87-11-02

Proef: T1 Negatieve overlap M2034
D15: 0.0030 m i n: 0.300

C0-272550 AdI

BIJL. 6.12



GRONDMECHANICA
DELFT

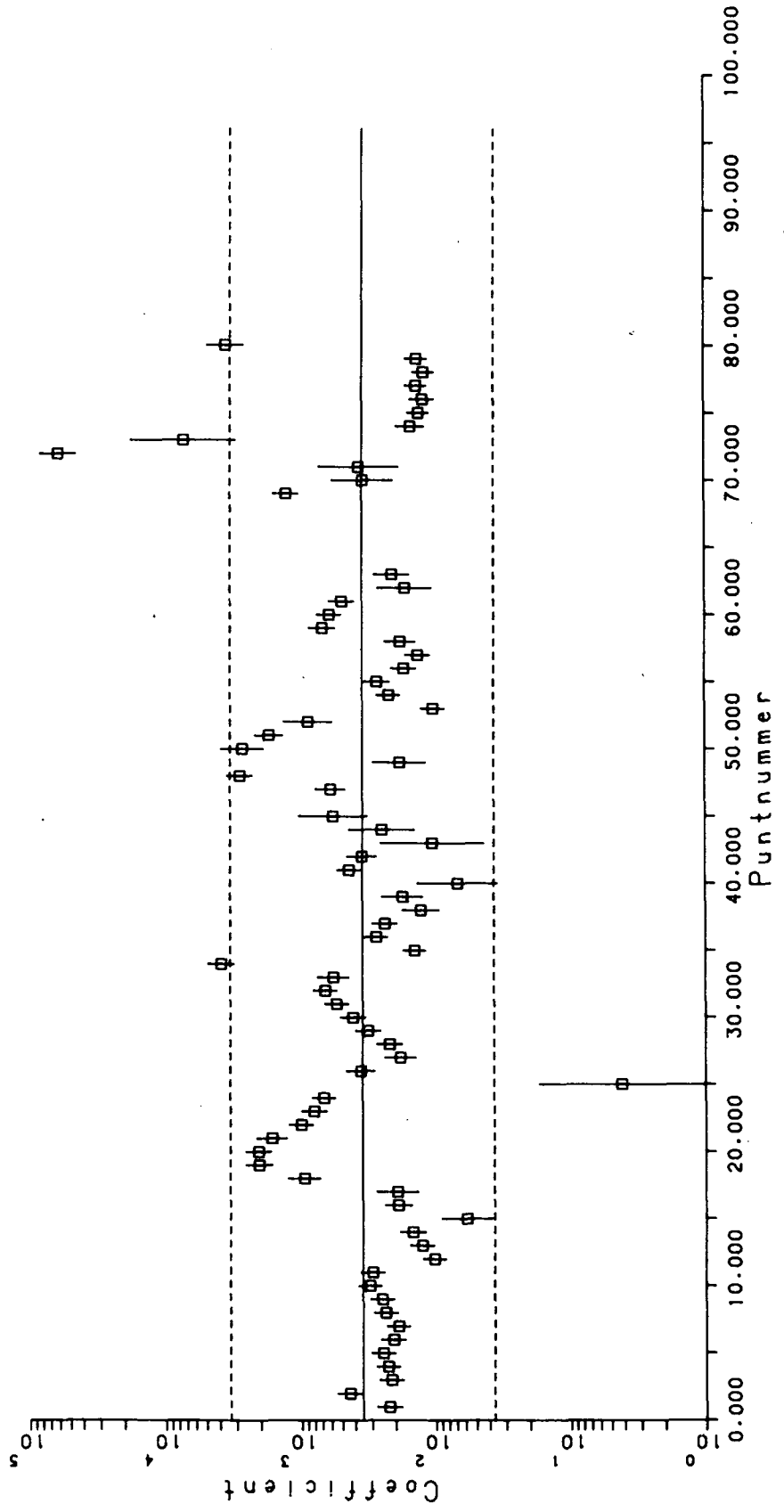
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 eell nl

87-11-02

Proef: F1 mijnsteen M2036
D15: 0.0035 m; n: 0.350

CO-272550 Adl

BIJL. 6.13



GRONDMECHANICA DELFJ.

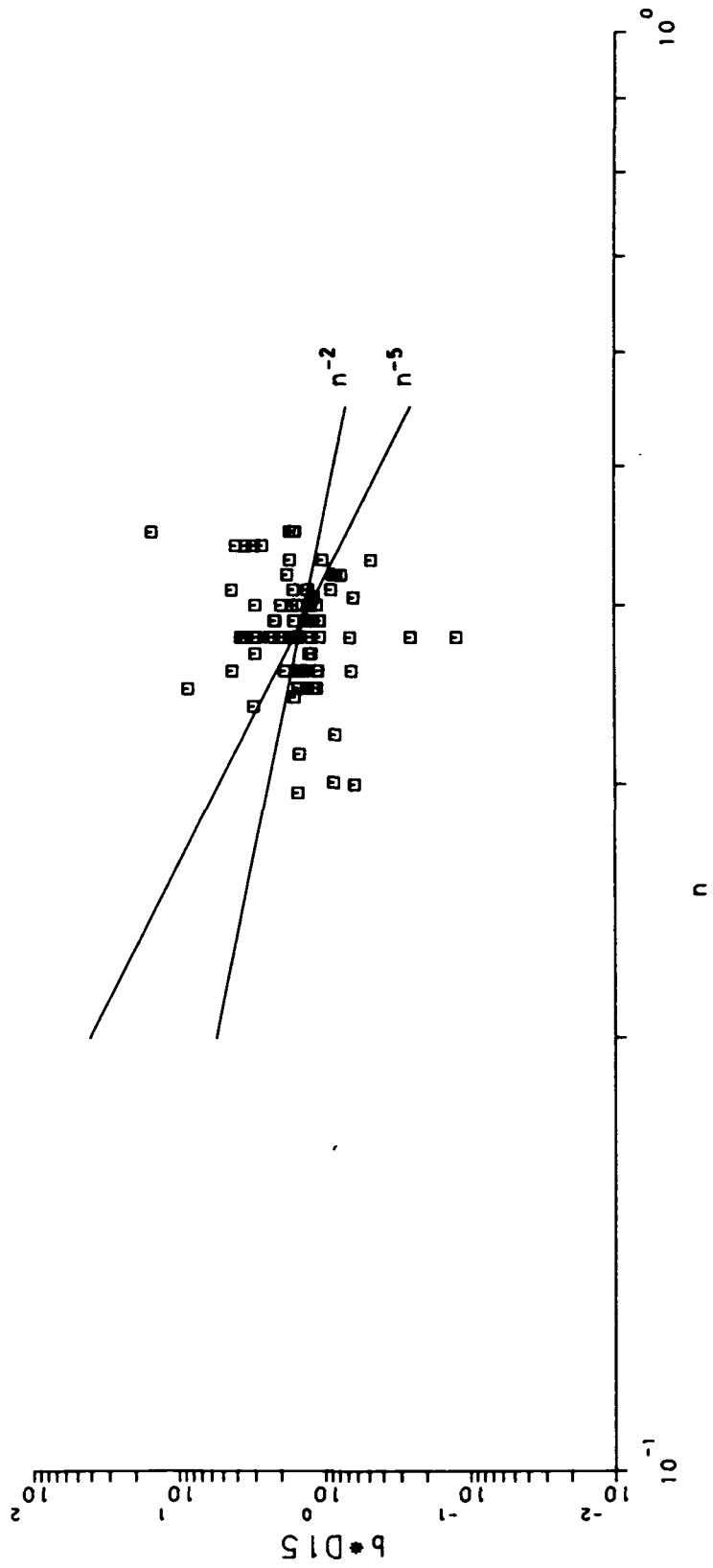
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
 Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 aall nl

87-11-02

Laminaire coefficient volgens
 $(1-n)^{**2} / (n^{**3} * d15^{**2})$

CO-272550 Adl

BIJL. 6,14



G GRONDMECHANICA
DELFT

Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 sail nl

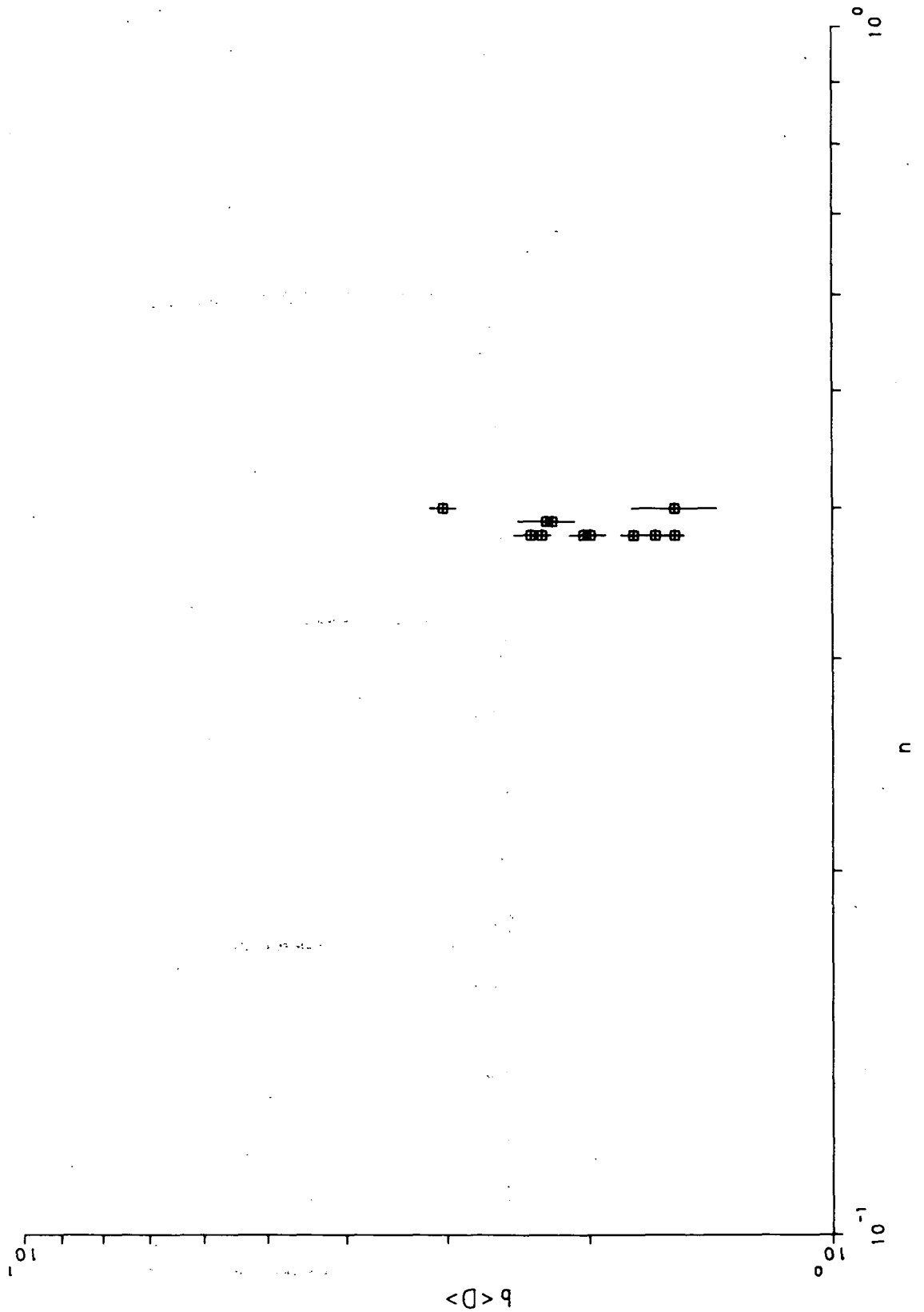
87-11-02

Turbulente coefficient volgens $b \cdot D15$;
metingen en theorie.

CO-272550

Adl

BIJL. 6.15



G GRONDMECHANICA
DELFT

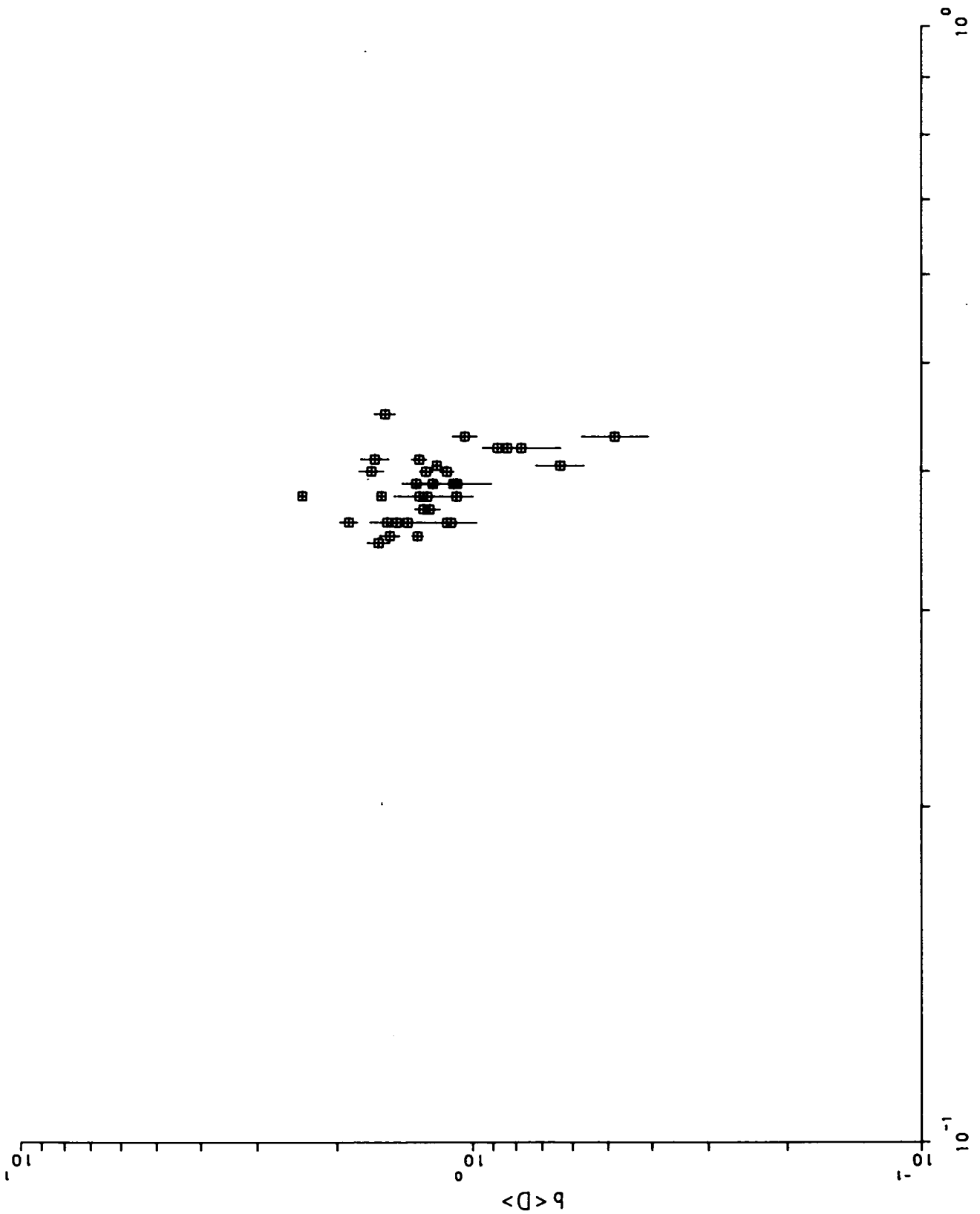
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 aadl nl

87-11-02

Turbulente coefficient volgens Brauns

CO-272550 Ad I

BIJL. 6.16



**GRONDMECHANICA
DELFT**

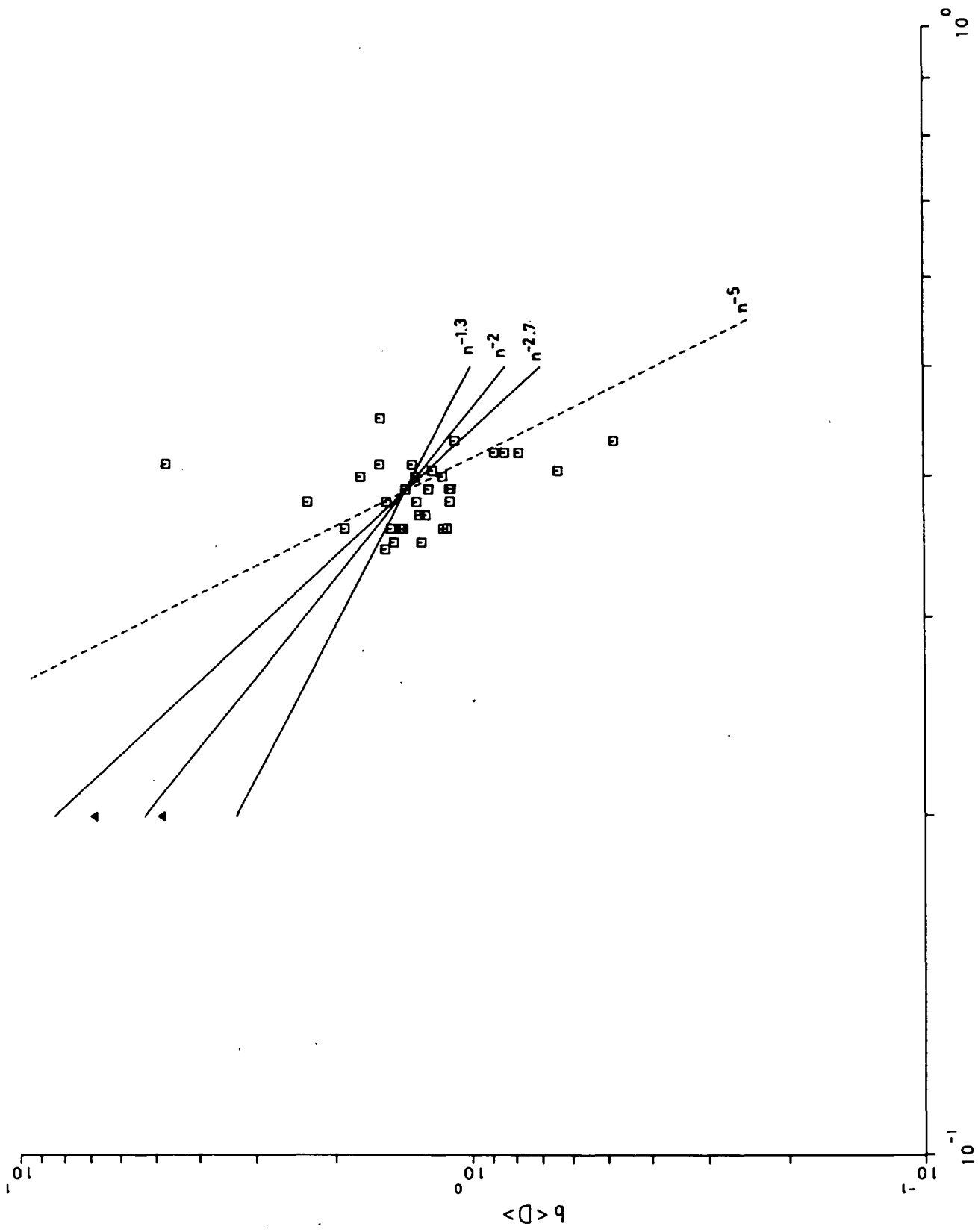
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 post nl

87-11-02

Turbulente coefficient volgens M898 IV

CO-272550 AdI

BIJL. 6.17



GRONDMECHANICA DELFT.

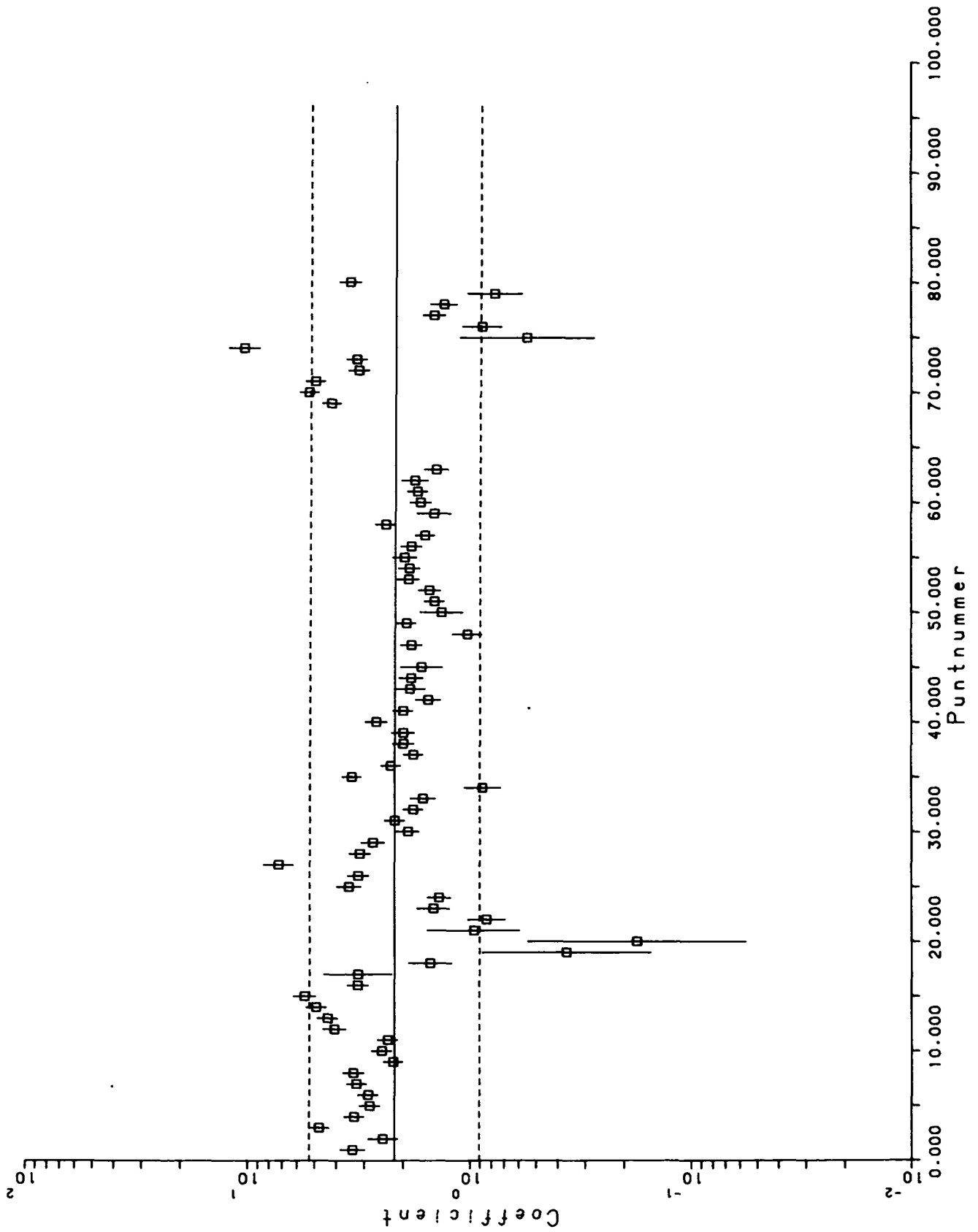
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
 Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 aall nl

87-11-02

De macht van de turbulente coefficient

CO-272550 Adl

BIJL. 6.18



Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
 Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 soil nl

87-11-02

Turbulente coefficient volgens
 (n**2*D15)

CO-272550 Adl

BIJL. 6.19

bladnummer : - 39 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

APPENDIX A

In deze appendix wordt de verhouding tussen de gemiddelde diameter en de waarde van D_i , gezien als functie van de gradatie.

Hiervoor worden een drietal korrelverdelingen gebruikt:

1. Rechte verdeling op semi-logaritmisch papier
2. Füllerverdeling
3. Lognormale verdeling

Voor de doorlatendheid speelt niet de massa van de korrels een rol maar het aantal korrels. Iedere korrel levert een specifieke bijdrage tot de wrijving, die het stromende water in het pakket ondervindt. Deze wrijving is evenredig met de oppervlakte van de korrels, dus in benadering met $\langle D^2 \rangle$. De korrelverdeling wordt in de civiele wereld meestal bepaald door zeping en weging van fracties. Indien de aldus bepaalde korrelverdeling met een functie wordt omschreven kan door deling door de massa van de korrels de verdeling van de aantallen korrels worden bepaald.

A.1 Rechte verdeling

Voor de korrelverdeling geldt:

$$P_m(D) = \left\{ \ln(D/D_i) \right\} / \left\{ \ln(D_a/D_i) \right\} \quad (A.1)$$

met $P_m(D)$ de massafractie van de korrels door de zeef met "opening" D , D_a de maximale diameter en D_i de minimale diameter, respectievelijk D_{100} en D_0 . In [3] is afgeleid dat:

$$\langle D \rangle / D_i = 1.5 \left\{ 1 - (D_i/D_a)^2 \right\} / \left\{ 1 - (D_i/D_a)^3 \right\} \quad (A.2)$$

bladnummer : - 40 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

Omdat $P_m(D_{15}) = 0.15$ (per definitie), geldt dat

$$D_{15}/D_i = (D_a/D_i)^{0.15} \quad (A.3)$$

De gradatie $p (= D_{90}/D_{10})$ is dus:

$$p = (D_a/D_i)^{0.8} \quad (A.4)$$

zodat

$$\langle D \rangle / D_{15} = 1.5 p^{-0.1875} \{1 - p^{-2.5}\} / \{1 - p^{-3.75}\} \quad (A.5)$$

Deze relatie is getekend in bijlage A.1.

A.2 Fullerverdeling

De korrelverdeling voor deze klasse van zeefcurves is:

$$P_m(D) = \{(D/D_a)^{\frac{1}{2}} - w\} / \{1 - w\} \quad (A.6)$$

met

$$w = (D_i/D_a)^{\frac{1}{2}} \quad (A.7)$$

Hieruit volgt via de inversie van (A.6):

$$D_y = D_a \left\{ \frac{y}{100} + \frac{(100 - y)}{100} w \right\}^2 \quad (A.8)$$

zodat

$$D_{15}/D_a = \{0.15 + 0.85 w\}^2 \quad (A.9)$$

bladnummer : - 41 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

Voor de gradatie p moet dan gelden:

$$\sqrt{(p)} = \frac{0.9 + 0.1 w}{0.1 + 0.9 w} \quad (\text{A.10})$$

zodat

$$w = \{0.1 \sqrt{(p)} - 0.9\} / \{0.1 - 0.9 \sqrt{(p)}\} \quad (\text{A.11})$$

In [3] is afgeleid dat

$$\langle D \rangle / D_{1s} = \frac{5}{3} (1 - w^3) / (1 - w^5) \quad (\text{A.12})$$

Daarom wordt de gezochte verhouding:

$$\langle D \rangle / D_{1s} = \frac{5 w^2 (1 - w^3)}{3(1 - w^5) (0.15 + 0.85 w)^2} \quad (\text{A.13})$$

Ook deze verhouding is getekend in bijlage A.1.

A.3 Lognormale korrelverdeling

Deze verdeling kan beschreven worden door middel van integratie van de lognormale kansdichtheidsfunctie voor de massa:

$$P_m(D) = \int_0^D \frac{dx}{\sigma x \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left\{ \frac{\ln(x) - \mu}{\sigma} \right\}^2\right] \quad (\text{A.14})$$

met σ de standaarddeviatie en μ de gemiddelde waarde.

In [13] is aangetoond dat

$$\mu = \ln(D_{50}) \quad (\text{A.15})$$

$$\sigma = \log(p) \quad (\text{A.16})$$

bladnummer : - 42 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

Ook is daar bewezen dat de aantallenverdeling $P_a(D)$ lognormaal blijft:

$$P_a(D) = \int_0^D \frac{dx}{\sigma x \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left\{ \frac{\ln(x) - \mu + 3\sigma^2}{\sigma} \right\}^2\right] \quad (\text{A.17})$$

zodat

$$\langle D \rangle = \exp\left\{\mu - \frac{5}{2} \sigma^2\right\} \quad (\text{A.18})$$

Per definitie geldt voor de D_{15} :

$$P_m(D_{15}) = 0.15 \quad (\text{A.19})$$

met als oplossing voor het argument:

$$\{\ln(D_{15}) - \mu\}/\sigma \approx -1 \quad (\text{A.20})$$

zodat

$$D_{15} \approx \exp(\mu - \sigma) \quad (\text{A.21})$$

Hieruit volgt voor de felbegeerde relatie:

$$\langle D \rangle / D_{15} = \exp\left\{\sigma\left(1 - \frac{5}{2} \sigma\right)\right\} \quad (\text{A.22})$$

of omdat (A.16) geldt:

$$\langle D \rangle / D_{15} = \exp\left\{\log(p) \left(1 - \frac{5}{2} \log(p)\right)\right\} \quad (\text{A.23})$$

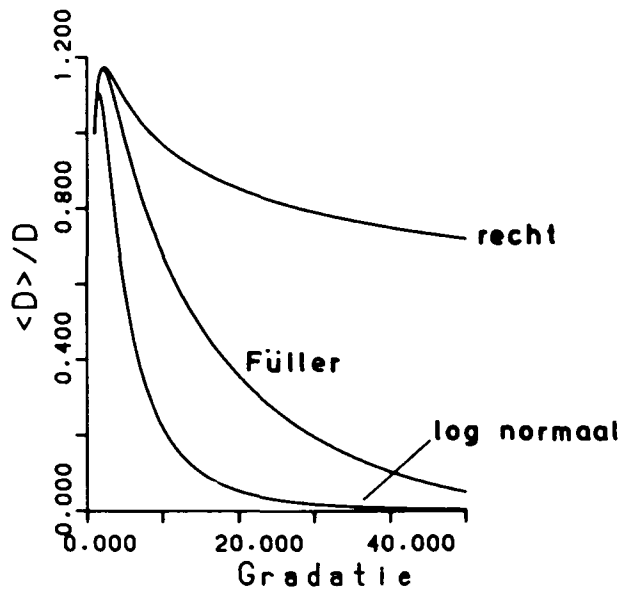
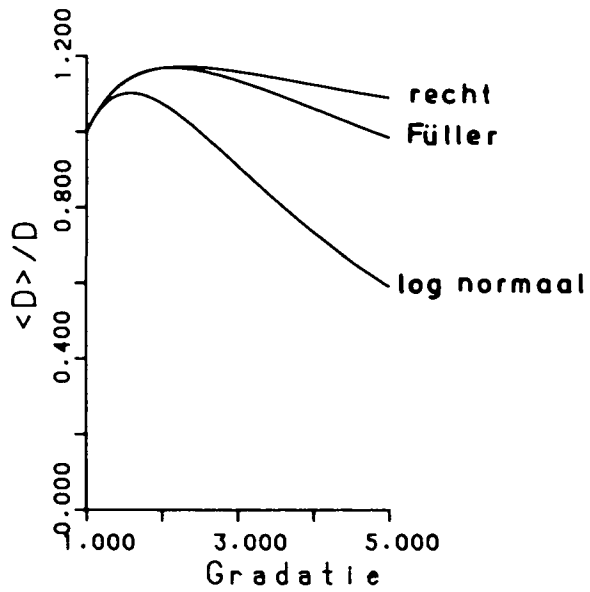
Ook deze relatie is in bijlage A.1 getekend.

bladnummer : - 43 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

A.4 Conclusie

Voor niet te sterk gegradeerd materiaal ($1 < p < 5$) is D_1 , een goede benadering voor $\langle D \rangle$. Het resultaat hangt het sterkst af van de gradatie bij de lognormale verdeling. De oorzaak hiervan is de gesimuleerde stofstaart, waardoor de waarde van $\langle D \rangle$ sterk afneemt. De rechte verdeling heeft hier het minst last van, ook al omdat een stofstaart ontbreekt.

Met optimaliseringstechnieken kan bij een opgegeven type korrelverdeling en gradatiegebied een D_y bepaald worden, waarbij de verhouding $\langle D \rangle / D_y$ het dichtst bij 1 ligt. Gezien de aanwezige spreiding in de metingen lijkt deze optimalisatie op het eerste gezicht niet zinvol te zijn. Echter de spreiding in de meetresultaten is het grootst bij de SCW zanden, waarin een aanzienlijke stofstaart aanwezig is. Verbetering van de waarde waarmee $\langle D \rangle$ wordt benaderd kan wellicht die spreiding verkleinen.



bladnummer : - 44 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

APPENDIX B

In deze appendix wordt afgeschat met welke relatieve nauwkeurigheid de doorlatendheid gemeten moet worden om laminaire en turbulente bijdrage in limietgevallen te kunnen bepalen.

B.1 Turbulente bijdrage in de laminaire limiet

Er wordt uitgegaan van de relaties (3.1), (3.6) en (3.11):

$$\frac{i}{v} = a + bv \quad (B.1)$$

Voor fijnkorrelige materialen is de term "bv" klein:

$$\frac{i}{v} = a\left(1 + \frac{b}{v} v\right) = a\left(1 + 500 \langle D \rangle / \{n(1-n)\}^2 v\right) \quad (B.2)$$

voor waarden van n: $0.3 < n < 0.5$ schommelt de waarde van $1/\{n(1-n)\}^2$ rond de 20, dus:

$$\frac{i}{v} \approx a\left(1 + 10^4 \langle D \rangle^2 v\right) = \frac{1}{k_L} \left(1 + 10^4 \langle D \rangle v\right) \quad (B.3)$$

met k_L de laminaire doorlatendheid. De term $10^4 \langle D \rangle^2 v$ is voor fijnkorrelige materialen bij een verhang van 1 nog steeds klein. Schrijf de term $10^4 \langle D \rangle^2 v$ als ϵ , daarbij in gedachten houdend dat ϵ klein is.

$$\frac{i}{v} \approx \frac{1}{k_L} (1 + \epsilon v) \quad (B.4)$$

Veronderstel nu dat de metingen van i en v behept zijn met een meetfout:

$$i = i_0 (1 + \delta i); \quad (B.5)$$

$$v = v_0 (1 - \delta v); \quad (B.6)$$

bladnummer : - 45 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

met δi en δv een relatieve fout (f %) en v_0 en i_0 constante waarden.
Vergelijking (B.4) wordt dan:

$$\frac{i_0}{v_0} \frac{(1 + \delta i)}{(1 - \delta v)} = \frac{1}{k_L} \{1 + \epsilon v_0 (1 - \delta v)\} \quad (\text{B.7})$$

Als δi en δv klein zijn, dan is de term $\epsilon v_0 \delta v$ een orde kleiner dan δi of δv , waardoor hij verwaarloosd kan worden, zodat:

$$\frac{i_0}{v_0} (1 + \delta i + \delta v) \approx \frac{1}{k_L} \{1 + \epsilon v_0\} \quad (\text{B.8})$$

Stel voor de eenvoud:

$$\delta i = \delta v = \delta \quad (\text{B.9})$$

dus:

$$\frac{i_0}{v_0} (1 + 2\delta) \approx \frac{1}{k_L} \{1 + \epsilon v_0\} ; \quad (\text{B.10})$$

δ en ϵv_0 zijn beide kleine getallen. In de laminaire limiet zonder meetfouten geldt dat:

$$\frac{i_0}{v_0} = \frac{1}{k_L} \quad (\text{B.11})$$

zodat de relatie tussen meetfout en vermoede turbulente bijdrage wordt:

$$1 + 2\delta \approx 1 + \epsilon v_0 \quad (\text{B.12})$$

bladnummer : - 46 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

Indien de bijdrage ϵv_0 meetbaar moet zijn met een relatieve nauwkeurigheid van f , dan moet de term $2\delta \ll \epsilon v_0$, en wel:

$$2\delta \leq 3 f \epsilon v_0 \quad (B.13)$$

zodat

$$\delta \leq 1.5 f \epsilon v_0 \quad (B.14)$$

Dit blijkt uit simulaties met 20 "meetpunten".

Voor fijnkorrelige materialen geldt (B.11), zodat v_0 in i_0 , porositeit en gemiddelde diameter kan worden uitgedrukt.

Als de turbulente bijdrage ϵv_0 gemeten moet worden voor verhangen rond 0.5 moet dus gelden:

$$\delta \leq 0.7 f \epsilon k_L \quad (B.15)$$

ofwel door invulling van (3.6):

$$\delta \leq 5 \times 10^7 f \langle D \rangle^3 \quad (B.16)$$

N.B. Vergelijking (B.16) geldt slechts voor fijnkorrelige materialen met $\langle D \rangle \leq 1$ mm.

B.2 Laminaire bijdrage in turbulente limiet

Voor de berekening worden ook de vergelijkingen (3.1), (3.6) en (3.11) gebruikt.

$$i = av + bv^2 \quad (B.17)$$

bladnummer : - 47 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

Bij grofkorrelige materialen is de term av klein ten opzichte van bv^2 .
Deel door v^2 :

$$\frac{i}{v^2} = \frac{a}{v} + b = b \left(\frac{a}{bv} + 1 \right) \approx b \left(\frac{10^{-4}}{\langle D \rangle v} + 1 \right) \quad (\text{B.18})$$

voor waarden van n : $0.3 < n < 0.5$. Schrijf $10^{-4}/\langle D \rangle$ als ϵ , een klein getal:

$$\frac{i}{v^2} = b \left(1 + \frac{\epsilon}{v} \right) \quad (\text{B.19})$$

Iedere meting bevat in principe een meetfout. Schrijf het verhang en de filtersnelheid weer als (B.5) en (B.6). Relatie (B.19) wordt dan:

$$\frac{i_0}{v_0^2} \frac{(1 + \delta i)}{(1 - \delta v)^2} = b \left(1 + \frac{\epsilon}{v_0 (1 - \delta v)} \right) \quad (\text{B.20})$$

Omdat δi en δv klein zijn ten opzichte van 1 kan (B.20) geschreven worden als:

$$\frac{i_0}{v_0^2} (1 + \delta i + 2\delta v) = b \left(1 + \frac{\epsilon}{v_0} (1 + \delta v) \right); \quad (\text{B.21})$$

$\epsilon \delta v$ is een klein getal ten opzichte van δi en δv ; deze bijdrage mag verwaarloosd worden, dus als $\delta i = \delta v = \delta$ geldt:

$$\frac{i_0}{v_0^2} (1 + 3\delta) \approx b \left(1 + \frac{\epsilon}{v_0} \right) \quad (\text{B.22})$$

In de turbulente limiet zonder meetfouten geldt dat:

$$i_0 = bv_0^2 \quad (\text{B.23})$$

zodat

$$1 + 3\delta \approx 1 + \epsilon/v_0 \quad (\text{B.24})$$

bladnummer : - 48 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

Als de bijdrage ϵ/v_0 meetbaar moet zijn met een nauwkeurigheid f ten opzichte van de meetfout δ , dan:

$$3\delta \leq 3f \epsilon/v_0 \quad (B.25)$$

De factor 3 (rechts van het 'ruwweg kleiner' teken) blijkt uit simulaties met 20 "meetpunten".

Via (B.23) en (3.11) kan v_0 in i_0 , n en $\langle D \rangle$ worden uitgedrukt.

Door invulling van n : $0.3 < n < 0.5$ volgt uit (B.25):

$$\delta \leq 1.5 \times 10^{-4} f \langle D \rangle^{-3/2} \quad (B.26)$$

N.B. Vergelijking (B.26) geldt voor grofkorrelig materiaal, met $\langle D \rangle \geq 1$ cm.

bladnummer : - 49 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

APPENDIX C

In deze appendix wordt de methode, zoals deze in [6] beschreven wordt, ter controle van de waarde van de macht van de porositeit in de turbulente term van een kritisch commentaar voorzien.

Uit de Forchheimer relatie volgt dat:

$$i = a v_f + b v_f^2 \quad (C.1)$$

De laminaire coëfficiënt, a, wordt gegeven door:

$$a = c_0 \frac{v_w}{g} \frac{(1 - n)^2}{n^3 D_{1s}^2} \quad (C.2)$$

Voor de turbulente coëfficiënt, b, zijn er twee relaties, volgens Wittmann [5]:

$$b = \frac{c_7}{g n^2 D_{1s}} \quad (C.3)$$

en naar analogie met Klein Breteler [2]:

$$b = \frac{c_4}{g n^5 D_{1s}} \quad (C.4)$$

Indien uit metingen zowel a als ook b zijn bepaald, kunnen met behulp van deze waarden de porositeit en de D_{1s} worden bepaald. Er zijn immers twee vergelijkingen met twee onbekenden. Door deling van a door b^2 wordt D_{1s}^2 geëlimineerd. Er resteert slechts een uitdrukking in de porositeit. Voor de $1/n^2$ afhankelijkheid wordt deze:

$$\frac{a}{b^2} = 10^{-4} n (1 - n)^2 \quad (C.5)$$

en voor (C.4) wordt dit:

$$\frac{a}{b^2} = 0.1 n^7 (1 - n)^2 \quad (C.6)$$

bladnummer : - 50 -
ons kenmerk: CO-272550/65
datum : 1987-11-01

In bijlage C.1 zijn de experimenteel bepaalde waarden van a/b^2 uitgezet tegen de porositeit. Tevens zijn de relaties (C.5) en (C.6) in deze bijlage getekend. Omdat (C.6) een hogere macht van n vertoont dan (C.5), kan de waarde van (C.6) een veel groter bereik van waarden van a/b^2 doorlopen, te weten tussen 9×10^{-6} en 2×10^{-4} tegenover 1.2×10^{-5} en 1.5×10^{-5} bij (C.5). Indien de metingen zonder afwijkingen zouden zijn, kon uit de ligging van de meetpunten ten opzichte van de getrokken lijnen in bijlage C.1 direct bepaald worden aan welke afhankelijkheid de turbulente term voldoet. Echter de metingen vertonen spreiding. Door deze spreiding lijkt het alsof de meetpunten een groot bereik van a/b^2 waarden doorlopen. Hierdoor wordt de afhankelijkheid van de turbulente coëfficiënt met $1/n^5$ bevoordeeld.

Conclusie

De methode, waarbij uit de experimentele waarden van a en b de porositeit en de karakteristieke korreldiameter wordt bepaald, is onvoldoende objectief om een uitspraak te kunnen doen over de afhankelijkheid van de turbulente coëfficiënt als functie van de porositeit. De analyse van alle metingen uit [17] is hiervoor meer geschikt.

bladnummer : - 51 -
ons kenmerk: CO-272550/56
datum : 1987-11-01

REFERENTIES

- [1] M.A. Koenders Hydraulic criteria for filters
Estuary Physics, Kew, 1985
- [2] M. Klein Breteler De openwaterloop analogie
Appendix 3 van :
Taludbekleding van gezetten steen.
Belasting en sterkte van zetsteen
verdedigingsconstructies op oevers en
dijken. Verslag van oriënterende
bureaustudies.
WL M1115 deel 14
WL 1795/M1881 deel 16
GD 416409/4; augustus 1985
- [3] H. den Adel Literatuurstudie filters
CO-258901/88, 1983, Grondmechanica Delft
Dit is appendix 4 van in [2] genoemd
verslag.
- [4] A.A.F. de Graauw Stabiliteit van granulaire filters bij
stationaire verhangen
M1488 I, 1982, Waterloopkundig
Laboratorium de Voorst
- [5] L. Wittmann Filtrations und Transportphänomene
in porösen Medien
Heft 86 Veröffentlichungen, 1980,
Karlsruhe
- [6] H. den Adel Cyclische doorlatendheid van
granulair materiaal
CO-272550/35, 1987, Grondmechanica Delft

bladnummer : - 52 -
ons kenmerk: CO-272550/56
datum : 1987-11-01

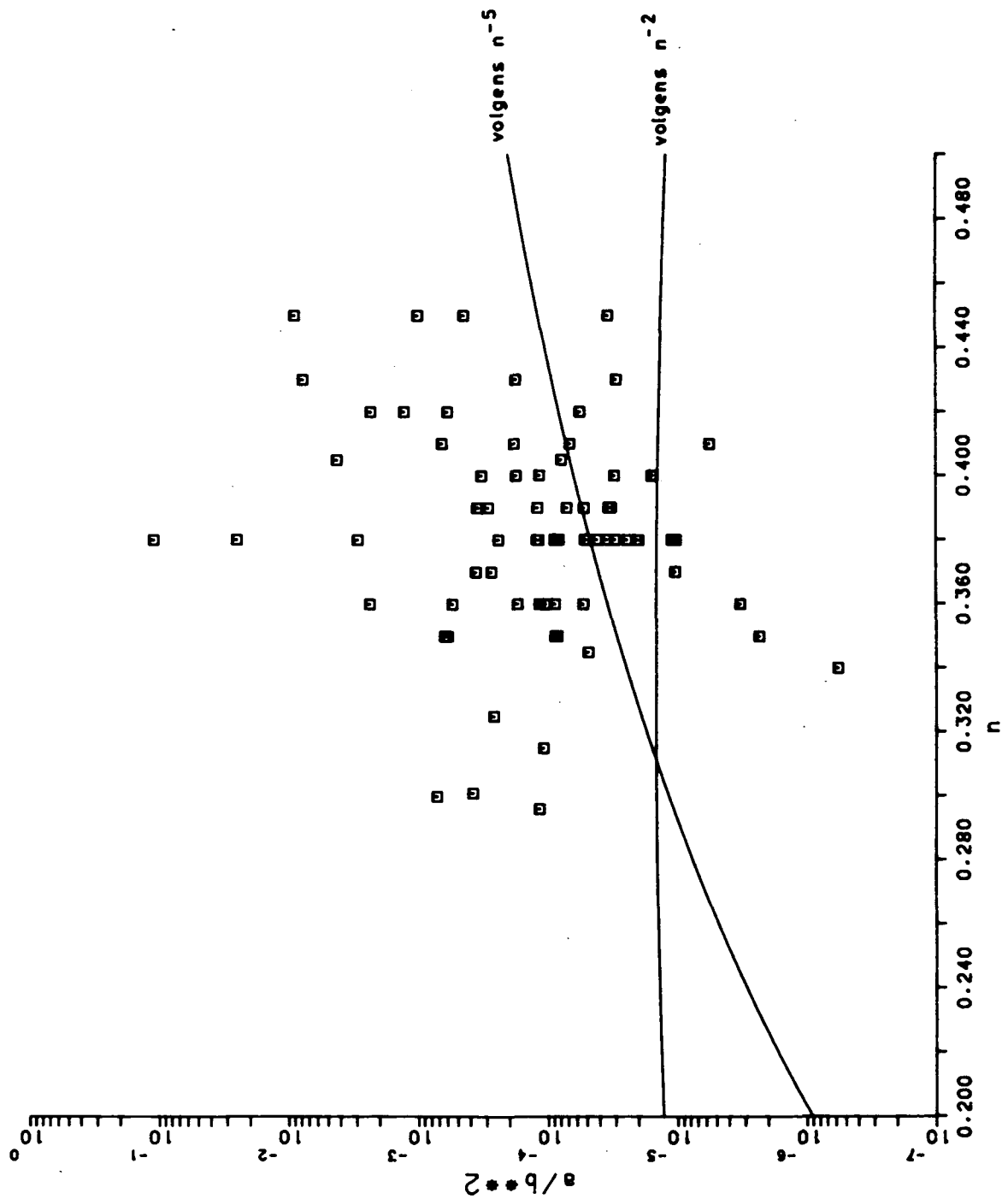
REFERENTIES (vervolg)

- [7] A'Alim A. Hannoura, Non-Darcy flow; a state-of-the-art
F.B.J. Barends Proc. Euromech 143 (1981) pp. 37-51
- [8] C.J.M. Uffink De bepaling van de doorlatendheid aan
de hand van de granulaire samenstelling
van grondmonsters
RID mededelingen 83-8 RID Voorburg
- [9] W. Leussen BAGT 187 (M1268/1) 1975,
Waterloopkundig Laboratorium
W. Leussen BAGT 205 (M1268/4) 1975,
Waterloopkundig Laboratorium
M.A. Viergever BAGT 279 (CO-223404) 1978,
Grondmechanica Delft
- [10] Lubking, Wiegers, Various properties of Natural Sands
v.d. Vring for Netherlands highway engineering
SCW Record 4, 1979
- [11] F. Schenkeveld Voorlopige resultaten van
"doorlatendheidsonderzoek"
Wordt nog gepubliceerd.
Met dank aan Ebbens.
- [12] L. Wittmann Die analytische Ermittlung der
Durchlässigkeit rolliger Erdstoffe
Heft 87 Veröffentlichungen 1981,
Karlsruhe
- [13] H. den Adel Tussentijdse rapportage geometrisch
spoor
CO-416460/3, 1986, Grondmechanica Delft

bladnummer : - 54 -
ons kenmerk: CO-272550/56
datum : 1987-11-01

REFERENTIES (vervolg)

- [20] A. Burger Onderzoek naar de stabiliteit van enkele
veel voorkomende taludverdedigingen
onder langdurige golfaanval bij een
vaste waterstand
- [21] S. Maat Bezwijkgedrag individuele steen in
T. van der Meulen filterpakket
M1860, 1985, Waterloopkundig
Laboratorium de Voorst
- [22] R. Wiest et al. Handbook of Chemistry and Physics
The chemical rubber co. (1980).
Cleveland
- [23] M.A. Koenders A transport model for filtration
Estuary Physics 1984.
- [24] C.H. Huang A Probabilistic permeability model and
R.D. Holtz the pore size density function
Int. J. Num. and Ana. Meth. in
Geomechanics, 10 (1986) 543
- Fabric, pore size distribution and
permeability of sandy soils
J. of Geotech. Eng. 112 (1986) 855



G GRONDMECHANICA
DELFT

Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 aoll nl

87-11-02

Het gedrag van de a/b**2 waarde

CO-272550 Ad I

BIJL. C.1

SEKTIE 3

Cyclische doorlatendheid van granulair materiaal

Cyclische doorlatendheid
van granulair materiaal

Notitie over cyclische doorlatendheid
van granulaair materiaal

Kenmerk: CO-272550/35

Datum: maart 1987

Dict/typ: Adel/ed

In opdracht van
Dienst Weg en Waterbouwkunde
te Delft

Projectleider: ir. A. Bezuijen
Projectbegeleider: dr. H. den Adel
AFDELING WATERBOUWKUNDIGE CONSTRUCTIES
Afdelingshoofd: ir. P. Lubking

ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

INHOUDSOPGAVE

Blz.

Inhoudsopgave

Symbolentabel

1.	INLEIDING EN SAMENVATTING	1
1.1	Inleiding	1
1.2	Samenvatting	3
2.	STATIONAIRE STROMING	4
2.1	Watersnelheid	4
2.2	Doorlatendheid	6
3.	ANALYSE STATIONAIRE METINGEN	8
4.	CYCLISCHE STROMING	11
4.1	Laminair cyclische stroming	11
4.1.1	Massatraagheid, laminair cyclisch gedrag	11
4.1.2	Massatraagheid, stagnante porositeit	18
4.2	Turbulent gedrag	19
4.3	Aan - uit benadering	21
4.3.1	Laminair	22
4.3.2	Turbulent	22
5.	ANALYSE CYCLISCHE METINGEN	28
5.1	Metingen	28
5.2	Doorlatendheid	30
5.3	Kantelpunt en fasedraaiing	31
5.4	Aan - uit beschouwingen	32
5.4.1	Semi-laminair gedrag	32
5.4.2	Turbulent gedrag	33

ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

INHOUDSOPGAVE

	<u>Blz.</u>
6. UCHIDA'S THEORIE	34
6.1 Zuiver cosinus vormig	34
6.2 Vervormd verhang	38
7. ANALYSE MET UCHIDA	42
7.1 Zonder vervorming	42
7.2 Met vervorming	43
8. DEMPING	44
8.1 Theorie	44
8.2 Analyse	45
9. CONCLUSIES	47
10. AANBEVELINGEN	48
11. RERERENTIES	49
APPENDIX A	50
BIJLAGEN	

ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

SYBOLENTABEL

A, B, C, D, G	Evenredigheidsconstanten
D	Diameter filtermateriaal
D_x	Karakteristieke diameter van het filtermateriaal, waarbij $x\%$ kleiner is dan D_x
F_c	Cyclische kracht
F_{ex}	Externe kracht
F_w	Wrijvingskracht
M	Massa poriewater
O	Oppervlakte van de doorsnede in de yz richting
R	Hydraulische straal
T	Periode
T_{kex}	Turbulent kantelpunt (in de aan-uit benadering)
T_k	Kantelpunt
T_{kc}	Turbulent kantelpunt (in het numerieke model)
T_r	Quasi-stationaire periode
U	Stationaire gemiddelde watersnelheid (in Uchida's theorie)
U_m	Totale watersnelheid (in Uchida's theorie)
a_f, b_f, c_f	Evenredigheidconstanten
f_c	Cyclische kracht per volume eenheid
f_{ex}	Externe kracht per volume eenheid
f_w	Wrijvingskracht per volume eenheid
g	Versnelling van de zwaartekracht
h	Helling
i	Verhang
i_o	Amplitude van het cyclische verhang

ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

k	Doorlatendheid
k^*	Fysische doorlatendheid
k_c^*	Cyclische doorlatendheid (volgens Uchida)
k_{ct}^*	Totale cyclische doorlatendheid (volgens Uchida)
k_s^*	Stationaire doorlatendheid (volgens Uchida)
k_c	Cyclische doorlatendheid (volgens numeriek model)
k_s	Stationaire doorlatendheid (volgens numeriek model)
k_L	Laminaire doorlatendheid
$k(T)$	Periode afhankelijke laminaire doorlatendheid
k_0, k_1, k_3	Evenredigheidsconstanten in het verhang
k_{ex}	Turbulent kwadratische doorlatendheid
k_v	Gelineariseerde turbulente doorlatendheid
l	Lengte
m	Evenredigheidsconstante, inverse lengte
n	Porositeit
n_0	Stagnante porositeit, porositeit zoals die volgt uit stationaire metingen
n_w	Porositeit berekend uit cyclische meetresultaten
p	Druk
q	Specifiek debiet
r	Straal van de buis van Uchida
s	Karakteristieke parameter van Uchida
t	Tijd
t_i	Tijdstip opgaande nuldoorgang van het verhang
t_m	Tijdstip waarop u_m maximaal is
t_v	Tijdstip opgaande nuldoorgang van de watersnelheid
u_m	Cyclische gemiddelde watersnelheid (in Uchida's theorie)

ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

v	Watersnelheid
v_f	Filtersnelheid
v_∞	Uitgerelaxeerde filtersnelheid
v_p	Poriesnelheid
$v'(t)$	Relatieve afwijking van de evenwichtsfiltersnelheid
Δl	Lengte element
δ	Indringdiepte
δ_1, δ_3	Fasedraaiing van de 1e en 3e harmonische
$\partial p / \partial x$	Verhang in de x-richting (standaard)
γ	Volumieke gewicht van water
η	Vervormingsverhouding
κ	Compressibiliteit
μ	Dynamische viscositeit
ν	Kinematische viscositeit
ρ	Volumieke massa van water (dichtheid)
σ'	Verhouding Uchida's snelheidscoëfficiënten
σ_{u1}, σ_{u3}	Snelheidscoëfficiënt van Uchida, 1e en 3e harmonische bijdrage
τ_L	Laminaire relaxatietijd
τ_{ex}	Turbulente relaxatietijd
ϕ	Potentiaal
ω	Cirkelfrequentie verhang
ω_k	Cirkelfrequentie verhang bij het kantelpunt
Φ	Faseverschil

bladnummer : - Errata -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : april 1987

ERRATA

Blz.	Alinea	Opmerking
3	2	"De nota is een bijdrage..." vervalt.
15	(4.21)	I.p.v. $\frac{i_0}{K}$ lees: $\frac{i_0}{K_L}$
29	Tab. 5.1	n_w moet zijn n_ω
43	1	$\eta=0.3$ moet zijn $\eta=0.3$.
	1	meetresuktaten lees: meetresultaten
47	2	Deze benadering is met in een geval ... moet zijn: Deze benadering is voor 'een' geval....

bladnummer : - 1 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

1. INLEIDING EN SAMENVATTING

1.1 Inleiding

Het doel van het onderzoek was vast te stellen of bij stromingscondities, zoals deze voorkomen onder een steenzetting, altijd met quasi-stationaire doorlatendheden gerekend kan worden. Het alternatief is, dat cyclische effecten in rekening gebracht moeten worden.

In het Waterloopkundig Laboratorium 'de Voorst' zijn metingen verricht teneinde na te kunnen gaan of de kritieke filtersnelheid bij begin van korrelbeweging in een bepaald materiaal afhangt van de periode van het opgelegde verhang. De golfperiode werd ingesteld tussen zeer lang en twee seconden. Ook stroming met zowel een stationaire als een cyclische component werd bestudeerd. De kritieke filtersnelheid is de snelheid waarbij materiaaltransport gaat optreden. Watersnelheden, die lager zijn dan bovengenoemde snelheid veroorzaken nauwelijks transport.

Met de open waterloop analogie is de relatie tussen watersnelheid en materiaaltransport nu redelijk bekend. Dit is echter nog maar één van de drie schakels (schakel 3) in de keten tussen golfhoogte en materiaaltransport, welke in figuur 1.1 is weergegeven.

Het model STEENZET geeft de relatie tussen golfhoogte en belasting in de vorm van verhangen; schakel 1 in figuur 1.1.

Het open waterloop model levert zoals boven genoemd de derde stap, die tussen watersnelheid en transport. De tweede, nog niet genoemde, stap namelijk die tussen verhang en watersnelheid, wordt door een doorlatendheidsmodel geleverd. Aan deze stap wordt in dit rapport extra aandacht besteed.

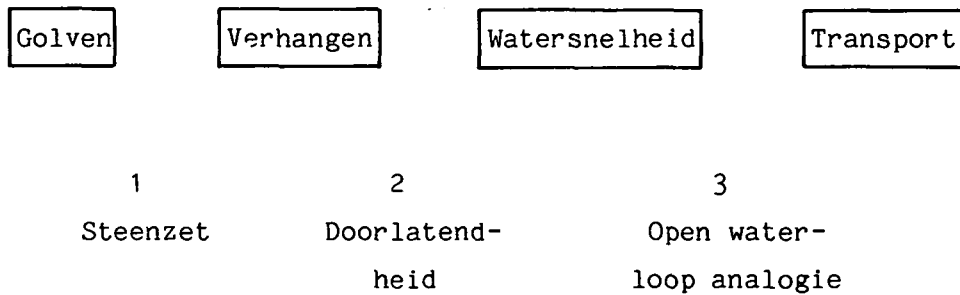


Fig. 1.1: Schakels en modelrelaties in de keten tussen "golven" en "transport"

Factoren die de stationaire doorlatendheid bepalen zijn inmiddels redelijk bekend. Enige verfijningen zijn in deze studie nog aangebracht. De invloed van parameters die de niet-stationaire doorlatendheid bepalen is echter nog vrijwel onbekend. De theorieën hierover lopen uiteen. Omdat bij de proeven de mogelijkheid zich voordeed om de cyclische doorlatendheid te bepalen zonder extra veel moeite, werd dit aan één materiaal in een serie metingen gedaan. In deze notitie zullen deze metingen vergeleken worden met enige theoretische beschouwingen over niet-stationaire stroming als volgt in de volgende 5 onderwerpen:

Ten eerste zal stationaire stroming ongeacht laminair of turbulent karakter besproken worden (hoofdstuk 2). Ten tweede zal de stationaire theorie getoetst worden aan onlangs gepubliceerde metingen (hoofdstuk 3). Vervolgens wordt als punt drie niet-stationaire stroming beschouwd in het algemeen en in de laminaire limiet, d.w.z. in de overgang van turbulente naar laminaire stroming (hoofdstuk 4). Ten vierde wordt ook

bladnummer : - 3 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

turbulentie beschouwd in een "aan - uit" benadering. Dit deel wordt afgesloten met een toetsing aan de metingen (hoofdstuk 5). Tenslotte wordt Uchida's theorie voor buizen toegepast op granulaire media (hoofdstuk 6). De toetsing van deze theorie aan de metingen completeert het geheel (hoofdstuk 7).

Deze notitie is samengesteld door dr. H. den Adel van Grondmechanica Delft. De nota is een bijlage bij het WL rapport M1795/H195, deel XXIII.

1.2 Samenvatting

Een cyclische doorlatendheidsmeting is geanalyseerd en getoetst aan diverse theorieën. Ideeën zijn hieruit gevormd. Een belangrijke conclusie voor het steenzettingsonderzoek is dat cyclische of massatraagheid effecten op de doorlatendheid van een filterlaag bij golven met een periode langer dan 1 seconde geen rol spelen. De doorlatendheid kan dan quasi-stationair behandeld worden.

Bij golfklappen zullen cyclische effecten wel een rol spelen, maar zij veroorzaken ook vervorming van het korrelskelet. Bij dit soort problemen is een geïntegreerde behandeling van zowel poriewater als korrelskelet nodig.

Aanbevelingen voor een nadere theoretische analyse van de doorlatendheid van granulaire materialen bij turbulente cyclische stroming gevolgd door een experimentele verificatie zijn gedaan.

2. STATIONAIRE STROMING

2.1 Watersnelheid

In [1] wordt een overzicht gegeven van de theorieën over niet laminaire stroming in poreuze media. In het algemeen wordt voor niet laminaire stroming de vergelijking van Forchheimer toegepast. Deze drukt als volgt het verhang i uit in de filtersnelheid v :

$$i = a v_f + b_f v^2 \quad (2.1)$$

Volgens [2] wordt voor de coëfficiënten a en b aangenomen:

$$a_f = 280 \frac{v(1-n)^2}{gn^3 D^2} \quad (2.2)$$

$$b_f = 0.14 \frac{1}{gn^5 D} \quad (2.3)$$

Voor de diameter van het filtermateriaal D wordt de waarde van D_{15} gebruikt, hetgeen een goede benadering is voor de karakteristieke diameter van het korrelmateriaal. Voor het symbool D wordt in andere verslagen vaak d_f gebruikt.

Indien relatie (2.1) door v wordt gedeeld, wordt een lineair verband gevonden tussen i/v en v :

$$i/v = a_f + b_f v \quad (2.4)$$

Hiermee kunnen de laminaire (coëfficiënt a_f) en de turbulente (coëfficiënt b_f) bijdragen onderscheiden worden. Door de gegevens van de cyclische proeven op deze manier uit te zetten, kunnen de beide coëfficiënten eenvoudig bepaald worden. De vergelijkingen (2.2) en (2.3) vormen een niet lineair stelsel met twee onbekenden: porositeit n en diameter D . Hieruit kan D geëlimineerd worden zodat volgt:

bladnummer : - 5 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

$$n^7 (1 - n)^2 = 7a_f/b_f^2 \quad (2.5)$$

Deze formule is gebruikt ter toetsing van de theorie aan de meetresultaten.

Omdat deze relatie niet lineair is, is er in principe meer dan een oplossing. De maximum waarde van het linker lid van (2.5) treedt op als $n = 7/9$ (≈ 0.78).

Het maximum bedraagt 8.5×10^{-3} . De minima liggen bij $n = 0$ en $n = 1$. De n -waarden tussen 0.78 en 1 zijn in poreuze media fysisch niet reëel, dus de oplossing van n uit (2.5) is eenduidig te vinden voor uit proeven bepaalde a en b coëfficiënten.

Door substitutie van de gevonden waarde van n in (2.2) of (2.3) wordt ook de diameter D gevonden.

In [3] en [4] wordt ook de Forchheimer relatie, gegeven in vergelijking (2.1), gebruikt.

In deze publicaties wordt voor de coëfficiënten a_f en b_f aangehouden:

$$a_f = 250 \frac{v(1 - n)^2}{gn^3 D^2} \quad (2.6)$$

en

$$b_f = 5.6 \frac{1}{gn^2 D} \quad (2.7)$$

De diameter D is gedefinieerd door Wittmann in publicatie [3].

Door eliminatie van D uit (2.6) en (2.7) wordt gevonden dat:

$$n(1 - n)^2 = 1.25 \cdot 10^4 a_f/b_f^2 \quad (2.8)$$

bladnummer : - 6 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

Formule (2.8) is gebruikt ter toetsing van deze formule aan de meetresultaten.

De extrema van deze vergelijking treden op bij $n = 0$ en $n = 1$ (minimum) en bij $n = 1/3$ (≈ 0.33). De maximale waarde van het linker lid van (2.8) bedraagt ongeveer 0.15. Goed tot zeer goed gegradeerde materialen kunnen een porositeit hebben die kleiner is dan 0.33, terwijl slecht tot weinig gegradeerde materialen een porositeit hebben die groter is dan 0.33. De bepaling van de porositeit uit een doorlatendheidsmeting is dus hier niet eenduidig.

2.2 Doorlatendheid

Uit vergelijking (2.1) volgt voor filtersnelheid v (fysisch reële oplossing):

$$v = \frac{a_f}{2b_f} \left\{ \left(1 + 4b_f i / a_f^2 \right)^{1/2} - 1 \right\} \quad (2.9)$$

Gebruikmakend van (2.2) en (2.3) wordt gevonden:

$$v = 10^{-3} \frac{(1-n)^2}{D} n^2 \left[\left\{ 1 + 7.1 \cdot 10^7 \frac{nD^3 i}{(1-n)^4} \right\}^{1/2} - 1 \right] \quad (2.10)$$

en indien (2.6) en (2.7) ingevuld worden in (2.9):

$$v = 2.2 \cdot 10^{-5} \frac{(1-n)^2}{nD} \left[\left\{ 1 + 3.6 \cdot 10^9 \frac{n^4 D^3 i}{(1-n)^4} \right\}^{1/2} - 1 \right] \quad (2.11)$$

bladnummer : - 7 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

De gelineariseerde turbulente doorlatendheid k_v wordt gedefinieerd als:

$$k_v = v/i \quad (2.12)$$

k_v is een functie van i . In bijlage 2.1 zijn bij een verhang van $i = 1$ de doorlatendheden volgens de formules (2.10) (doorgetrokken lijn) en (2.11) (gestippeld) getekend voor diameters tussen 1 mm en 0.1 m en porositeiten van 0.3 en 0.45. Formule (2.11) levert voor porositeiten groter dan 0.35 significant lagere waarden dan (2.10) vooral bij materiaal grover dan 2mm.

3. ANALYSE STATIONAIRE METINGEN

Allereerst zijn de proeven T9 t/m T12 uit het onderzoeksverslag M898 IV geanalyseerd. Bij de proeven T10, T11 en T12 zijn slechts verhangen gebruikt, die kleiner zijn dan het kritieke verhang van het basismateriaal (dat is zand onder het grindfilter). Verstopping van het filter kan dan nog geen dominante rol spelen. De meetresultaten zijn met "vierkantjes" en gestippelde lijn gepresenteerd in de bijlagen 3.1 t/m 3.4. De waarden a en b bepaald uit de meetgegevens met relatie (2.4) en n en D bepaald met formule (2.5) en de eigenschappen van het filter, n, D_{15} en D_{50} , gebruikt in de proeven, zijn vermeld in tabel 3.1. De stationaire meting vermeld in het rapport M1795/H195 deel XXIV (hoofdrapport) is toegevoegd aan de proeven collectie T9 tot en met T12 en vermeld in bijlage 3.5 en tabel 3.1.

Tabel 3.1

Proef	Experimenteel bepaald met relatie (2.4)		Uit proefresultaten bepaald met formule (2.5)		eigenschappen filtermateriaal (vooraf gemeten)		
	a_f s/m	b_f s ² /m ²	n -	D mm	n -	D_{15} mm	D_{50} mm
T9	7.6	550	0.33	6.6	0.38	4.2	6.0
T10	3.75	175	0.43	5.5	0.38	8.4	12.0
T11	1.1	105	0.41	11.1	0.38	12.6	18.0
T12	0.6	81	0.41	15.7	0.37	16.8	24.0
Stat.	0.3	62	0.40	23.0	0.4	20.0	24.0

bladnummer : - 9 -
 ons kenmerk: CO-272550/35
 datum : maart 1987

Er worden kleine afwijkingen tussen de uitkomsten van theorie en experiment gevonden, zoals uit tabel 3.1 blijkt.

Gebruikmakend van de werkelijke filtereigenschappen n en D_{15} zijn ter vergelijking de berekende lijnen volgens theorie Koenders [2] getekend in de bijlagen 3.1 t/m 3.5, aangegeven met "Calc". Naast de experimentele waarden zijn ook de waarden van a en b die berekend zijn met de formules (2.2) en (2.3) en (2.6) en (2.7) vermeld in tabel 3.2.

Tabel 3.2

	Experimenteel bepaald		Theoretisch bepaald			
	a_f s/m	b_f s ² /m ²	volgens [2] formules (2.2) en (2.3)		volgens [3] formules (2.6) en (2.7)	
Proef	a_f s/m	b_f s ² /m ²	a_f s/m	b_f s ² /m ²	a_f s/m	b_f s ² /m ²
T9	7.6	550	11	420	9.9	925
T10	3.75	175	2.8	210	2.5	460
T11	1.10	105	1.25	140	1.10	308
T12	0.6	81	0.78	120	0.70	245
Stat.	0.3	62	0.49	75	0.43	195

bladnummer : - 10 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

Vooraf de b_f coëfficiënt volgens formule (2.7) uit [3] is veel te hoog. Deze formule is gebaseerd op metingen en de theorie van Wittmann [4]. Bij een nadere beschouwing van Wittmanns metingen met de theorie uit [2] bleek dat Wittmanns metingen beter overeenkwamen met het vergelijkingen koppel (2.2) en (2.3) dan met (2.6) en (2.7). Derhalve wordt de voorkeur gegeven aan de volledig empirische formules uit [2]. Voor de stationaire meting valt op (zie tabel 3.2) dat de voorspelling voor het laminaire deel van de doorlatendheid (a_f coëfficiënt) relatief iets hoger ligt dan de vergelijkbare voorspelling voor T9 t/m T12. Dit kan zijn oorzaak hebben in het feit, dat de bepaalde waarde voor de porositeit van 0.4 te hoog is uitgevallen.

bladnummer : - 11 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

4. CYCLISCHE STROMING

4.1 Laminair cyclische stroming

Bij een stationaire stroming zal de door een constant drukverschil opgelegde kracht geheel worden opgenomen door de wrijvingskracht tussen de vloeistof en de korrels. Voor een cyclische stroming zal dit niet het geval zijn. Een gedeelte van de opgelegde kracht is nodig om het in de poriën aanwezige water te versnellen en te vertragen. Dit verlaagt de doorlatendheid ten opzichte van stationaire stroming.

4.1.1 Massatraagheid, laminair cyclisch gedrag

Onder massatraagheid wordt verstaan dat het poriewater versneld en vertraagd moet worden; daarvoor is een kracht nodig. De externe kracht, F_{ex} , op een blokje poreus medium is (zie figuur 4.1):

$$F_{ex} = - \int_1^{1+\Delta l} dx \ O \ \partial p / \partial x \quad (4.1)$$

met Δl de lengte van het blokje, O de oppervlakte loodrecht op de stroomrichting en $\partial p / \partial x$ de drukgradiënt; l geeft een willekeurige plaats in het totale medium aan.

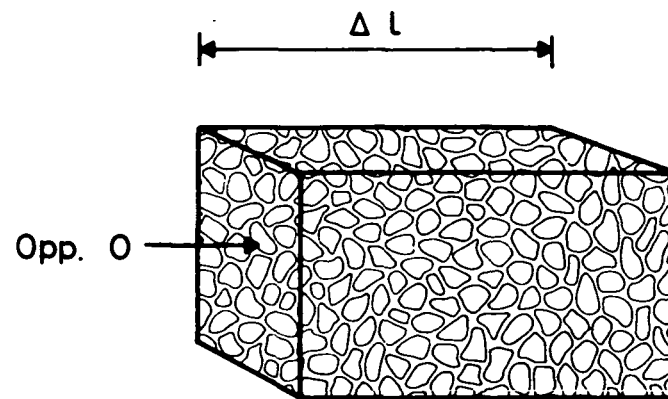


Fig. 4.1: Een blokje granulair medium

Gedefinieerd wordt nu een potentiaal ϕ :

$$\phi = p + \rho g z \quad (4.2)$$

met z is de hoogte ten opzichte van het vrije wateroppervlak, g is de versnelling ten gevolge van de zwaartekracht en ρ de dichtheid van het water. Vergelijking (4.1) wordt dan herschreven tot:

$$F_{ex} = \int_{x=1}^{1+\Delta l} dx \ 0(\partial\phi/\partial x) \quad (4.3)$$

Bij stationaire stroming wordt alle energie in de vorm van wrijvingsarbeid gedissipeerd. Onder de aanname dat $\frac{\partial\phi}{\partial x}$ is constant kan de integraal (4.3) voor dit type stroming worden uitgewerkt tot:

$$F_{ex} = F_w = \frac{v}{k^*} 0 \Delta l \quad (4.4)$$

bladnummer : - 13 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

met v_p = de gemiddelde poriesnelheid en k^* = de fysische doorlatendheid. De relatie met de potentiaalgradiënt bij laminaire stroming is:

$$v_p = -k^* \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (4.5)$$

Bij niet stationaire stroming moet het poriewater versneld worden. De daarvoor benodigde kracht F_c is:

$$F_c = M \frac{dv_p}{dt} \quad (4.6)$$

met M de massa van het poriewater in het blokje.

De krachtenbalans luidt:

$$F_{ex} = F_w + F_c \quad (4.7)$$

Deel nu door het volume van het blokje. Dit resulteert in kracht per volume f :

$$F/O\Delta l = f \quad (4.8)$$

Dus:

$$f_{ex} = f_w + f_c \quad (4.9)$$

ofwel

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{v_p}{k^*} + \rho \frac{dv_p}{dt} \quad (4.10)$$

ρ is de volumieke massa van water.

De relatie tussen de (laminaire) doorlatendheid k_L en de fysische doorlatendheid k^* wordt gevonden uit de volgende drie relaties:

$$q = v_f = n v_p = k_L i \quad (4.11)$$

$$v_p = -k^* \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (4.12)$$

$$i = - \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{1}{\rho g} \quad (4.13)$$

en deze relatie wordt hieruit:

$$k_L = n g \rho k^* \quad (4.14)$$

v_f is de filtersnelheid, n de porositeit, i het verhang en g de versnelling ten gevolge van de zwaartekracht.

Vermenigvuldig de krachtenbalans, vergelijking (4.10), links en rechts met n :

$$n g \rho i = \frac{n v_p}{k^*} + n \rho \frac{dv_p}{dt} \quad (4.15)$$

bladnummer : - 15 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

Laat n constant zijn dan:

$$\text{ngp } i = \frac{v_f}{k^*} + \rho \frac{dv_f}{dt} \quad (4.16)$$

Substitueer nu de doorlatendheidsrelatie (4.14) in 4.16:

$$\text{ngp } i = \text{ngp} \frac{v_f}{k_L} + \rho \frac{dv_f}{dt} \quad (4.17)$$

Laat

$$i = i_0 \sin \omega t \quad (4.18)$$

met i_0 de verhangamplitude, t de tijd en ω de cirkelfrequentie, dan wordt na deling door ngp (4.17):

$$i_0 \sin \omega t = \frac{v_f}{k_L} + \frac{1}{\text{ng}} \frac{dv_f}{dt} \quad (4.19)$$

De oplossing van deze vergelijking is:

$$v_f = A \sin \omega t + B \cos \omega t \quad (4.20)$$

met

$$A = \frac{i_0}{k} \cdot \frac{1}{\left\{ \left(\frac{1}{k_L} \right)^2 + \left(\frac{\omega}{\text{ng}} \right)^2 \right\}} \quad (4.21)$$

$$B = -i_0 \frac{\omega}{\text{ng}} \cdot \frac{1}{\left\{ \left(\frac{1}{k_L} \right)^2 + \left(\frac{\omega}{\text{ng}} \right)^2 \right\}} \quad (4.22)$$

bladnummer : - 16 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

A en B zijn constanten. B is hier niet gelijk aan de blokbreedte.

De vraag is nu bij welke frequentie de invloed van de massatraagheid dominant wordt. In de electriciteitsleer wordt bij vergelijkbare problemen het zogenaamde kantelpunt bepaald. Dit is het punt waarvoor geldt:

$$\left| \frac{A}{B} \right| = 1 \quad (4.23)$$

De betekenis van het kantelpunt is, dat de beschouwde grootte, doorlatendheid of weerstand, een factor wortel twee kleiner is geworden ten opzichte van de stationaire toestand.

Aan deze voorwaarde is voldaan als:

$$\omega_k = \frac{ng}{k_L} \quad (4.24)$$

Met de relatie tussen ω_k en T wordt het kantelpunt, T_k , bepaald:

$$T_k = \frac{2\pi}{\omega_k} \quad (4.25)$$

en met (4.24) geeft dit:

$$T_k = \frac{2\pi k_L}{ng} \quad (4.26)$$

bladnummer : - 17 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

Uit de oplossing van differentiaalvergelijking (4.19) volgt dat de snelheid en het verhang in fase verschillen. Als toch een grootheid als de doorlatendheid beschouwd wordt, moeten de absolute waarden van snelheid en verhang beschouwd worden. Vergelijking (4.20) kan herschreven worden tot:

$$v_f = G \sin(\omega t - \phi) \quad (4.27)$$

met ϕ het faseverschil

Door het uitschrijven van (4.27) in sinus en cosinus worden de volgende relaties tussen G en ϕ enerzijds en A en B anderzijds gevonden:

$$G = \{A^2 + B^2\}^{1/2} \quad (4.28)$$

$$\phi = \text{arctg} (-B/A) \quad (4.29)$$

Per definitie is de fasedraaiing in het kantelpunt $\pi/4$ (45°).
De absolute waarde van de snelheid is G:

$$|v_f| = G \quad (4.30)$$

De periode afhankelijke doorlatendheid $k(T)$ wordt dan gevonden uit:

$$k(T) = |v_f|/|i| \quad (4.31)$$

bladnummer : - 18 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

Met (4.18), (4.21) (4.22) (4.28) en (4.30) wordt dit:

$$k(T) = 1 / \left\{ \left(\frac{\omega}{ng} \right)^2 + 1/k_f^2 \right\}^{1/2} \quad (4.32)$$

met de relatie tussen ω en T ($T=2\pi/\omega$) wordt het verband met de periode T duidelijk:

$$k(T) = 1 / \left\{ \left(\frac{2\pi}{ngT} \right)^2 + \left(\frac{1}{k_L} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (4.33)$$

Indien de metingen met bovenstaande theorie geanalyseerd moeten worden, moet de gemeten doorlatendheid als functie van de periode getekend worden. Een lineaire afbeelding tussen functies van $k(T)$ met T wordt verkregen door $1/k^2(T)$ te tekenen als functie van $1/T^2$, immers door kwadrateren van (4.33) en omdraaien van de vergelijking wordt gevonden:

$$\left\{ \frac{1}{k(T)} \right\}^2 = \left\{ \left(\frac{2\pi}{ngT} \right)^2 + \left(\frac{1}{k_L} \right)^2 \right\} \quad (4.34)$$

Uit de as afsnijding wordt de laminaire doorlatendheid voor stationaire stroming berekend, de helling moet een constante zijn.

4.1.2 Massatraagheid, stagnante porositeit

In [1] wordt de aanpak van Irmay vermeld. Deze gebruikt de door Polubarinova-Kotchina met een traagheidsterm uitgebreide Forchheimer vergelijking:

$$i = a_f v_f + b_f v_f^2 + c_f \frac{\partial v_f}{\partial t} \quad (4.35)$$

bladnummer : - 19 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

Indien het debiet klein is, is de term met v_f^2 verwaarloosbaar, zodat een formule overblijft, die vergelijkbaar is met (4.16).

Voor c vult Irmay in:

$$c_f = \frac{1}{(n_w - n_o) g} \quad (4.36)$$

met n_w is de porositeit zoals die te berekenen is uit cyclische metingen met bijvoorbeeld vergelijking 2.5; n_o is de stagnante porositeit, i.e. de porositeit zoals die volgt uit stationaire metingen.

De relatie tussen de doorlatendheid en de periode luidt dan:
(herschrijving van vergelijking (4.34)):

$$\left\{ \frac{1}{k(T)} \right\}^2 = \left\{ \left(\frac{2\pi}{(n_w - n_o) g T} \right)^2 + \left(\frac{1}{k_L} \right)^2 \right\} \quad (4.37)$$

4.2 Turbulent cyclisch gedrag

In de vorige paragraaf werd vergelijking (4.33) vereenvoudigd door de turbulente term te verwaarlozen. In principe moet echter opgelost worden:

$$i = a_f v_f + b_f v_f^2 + c_f \frac{\partial v_f}{\partial t} \quad (4.38)$$

en

$$i = i_o \sin \omega t \quad (4.39)$$

bladnummer : - 20 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

Dit is een niet lineaire differentiaal vergelijking. De oplossing is niet zo eenvoudig als die van vergelijking (4.19). De kwadratische term in v_f veroorzaakt vervorming, waardoor allerlei harmonischen zullen voorkomen in de oplossing.

Vergelijking (4.38) is niet geschikt om als tijdsafhankelijke differentiaal vergelijking op te lossen, en wel om de volgende reden. De invloed van turbulentie werd in het stationaire geval beschreven door middel van een kwadratische term. Deze term heeft rekenkundig tot gevolg dat de watersnelheid minder snel stijgt bij toenemende diameter van de korrels dan zonder de kwadratische bijdrage. Fysisch betekent het dat een gedeelte van de energie wordt "gedissipeerd" door de wervels, terwijl het restant de bij die watersnelheid optredende wrijving met het korrelskelet overwint. Door die wervels blijft er dus minder energie over, waardoor de watersnelheid afneemt.

Zowel de term $a_f v_f$ als de term $b_f v_f^2$ is positief. Indien echter de waterstroom van richting omkeert vindt nog steeds hetzelfde fysische proces van turbulentie plaats.

In vergelijking (4.38) blijft echter de term met $b_f v_f^2$ positief. De term met $a_f v_f$ is daarentegen negatief. Rekenkundig leidt dit tot een hogere watersnelheid dan zonder turbulentie. Fysisch gezien is dit onjuist. Ook bij omkering van teken van de watersnelheid moet bij gebruik van een turbulente term de watersnelheid altijd kleiner zijn dan zonder deze term. Daarom wordt voorgesteld de vergelijking te herschrijven tot:

$$i(t) = a_f v_f + b_f v_f^2 \text{ teken}(v_f) + c_f \frac{\partial v}{\partial t} \quad (4.40)$$

Deze vergelijking is niet analytisch oplosbaar bij een sinusvormig verhang. Een numerieke oplossing voor het gebruikte grind is in appendix A geschetst.

bladnummer : - 21 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

Een analytische oplossing bij een eenvoudige vorm van een niet-stationair verhang is wel mogelijk. Hiervoor wordt verwezen naar het volgende hoofdstuk.

4.3 AAN - UIT benadering

Tot nu toe is in hoofdstuk 4 de poriewaterstroming cyclisch beschouwd. Hiermee werd het gedrag van het poriewater in een medium als functie van de periode van het aangelegde verhang beschouwd. Deze beschouwingen leidden o.a. tot introductie van het kantelpunt, het punt waar de intrinsieke eigenschap "doorlatendheid" ten gevolge van cyclische effecten een factor wortel twee kleiner is geworden ten opzichte van een stationaire situatie. Als de periode van het verhang veel korter is dan de periode die bij het kantelpunt hoort, is de doorlatendheid sterk afgenomen. Het lijkt er dan op of het poriewater nauwelijks meer in beweging kan worden gebracht.

De waterstroming door een korrelskelet reageert niet meer op de aangelegde drukverschillen.

Er is nog een andere manier, die aangeeft hoe snel een systeem reageert op een aangebrachte verandering. Hierbij wordt een plotselinge verandering aangebracht in de evenwichtssituatie, waarin het systeem met de omgeving verkeert. Bezien wordt dan, hoe snel het systeem weer in evenwicht geraakt. Omdat de meeste uit-evenwicht systemen volgens een e-macht uitrelaxeren, wordt voor de karakteristieke reactietijd de relaxatietijd τ gebruikt. Bij toepassing van dit principe op het hier beschouwde poriewatersysteem wordt in de situatie 'geen verhang' verandering gebracht door 'wel verhang'.

bladnummer : - 22 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

4.3.1 Laminair

Begonnen wordt met een laminaire "geen-wel" stromingssituatie. Hierbij kunnen kantelpunt en relaxatietijd met elkaar vergeleken worden. De op te lossen lineaire differentiaal vergelijking voor deze stromingssituatie is:

$$i = \frac{v_f}{k_L} + \frac{1}{ng} \frac{dv_f}{dt} \quad (4.41)$$

Met de beginvoorwaarde dat op tijdstip $t = 0$ en $v_f = 0$ het verhang i wordt aangebracht, wordt de oplossing van (4.41):

$$v_f = k_L i (1 - \exp(-t/\tau_L)) \quad (4.42)$$

$$\text{met } \tau_L = \frac{k_L}{ng} \quad (4.43)$$

De relatie voor het kantelpunt is (zie 4.26):

$$T_k = \frac{2\pi k_L}{ng} \quad (4.26)$$

zodat

$$T_k = 2\pi \tau_L \quad (4.44)$$

4.3.2 Turbulent

De vergelijking voor turbulente "geen-wel" stroming wordt nu beschouwd, zie formule (4.38).

bladnummer : - 23 -
 ons kenmerk: CO-272550/35
 datum : maart 1987

Deze wordt herschreven tot:

$$i(t) = \frac{v_f}{k_L} + \frac{v_f^2}{k_{ex}} + \frac{1}{ng} \frac{dv_f}{dt} \quad (4.45)$$

k_{ex} ($= 1/b_f$) is een soort kwadratische doorlatendheid. Als tot $t = 0$ het verhang nul is, en op en na $t = 0$ het verhang is i , dan wordt de oplossing:

$$v(t) = v_\infty \frac{\{1 - \exp(-t/\tau_{ex})\}}{\{1 - E \exp(-t/\tau_{ex})\}} \quad (4.46)$$

met

$$E = (1 - H)/(1 + H), \quad (4.47)$$

$$H = \{1 + 4ik_L^2/k_{ex}\}^{1/2}, \quad (4.48)$$

$$v_\infty = \frac{k_{ex}}{2k_L} \{H - 1\}, \quad (4.49)$$

en

$$\tau_{ex} = k_L/ng H = \tau_L/H. \quad (4.50)$$

Vergelijk nu de relaties (2.1), (2.2), (2.3) en (4.45) met elkaar:

$$\frac{1}{k_L} = 280 \frac{v}{g} \frac{(1 - n)^2}{n^3 D^2} \quad (4.51)$$

$$\frac{1}{k_{ex}} = \frac{0.14}{gn^5 D} \quad (4.52)$$

bladnummer : - 24 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

Van belang is de verhouding $4k_L^2/k_{ex}$, die voorkomt in (4.18).
Uit (4.51) en (4.52) volgt dat

$$\frac{4k_L^2}{k_{ex}} = 7.1 \cdot 10^{-6} \frac{g n^3 D}{v^2 (1-n)^4} \approx 2.2 \cdot 10^{-8} D^3 \quad (4.53)$$

Als $4ik_L^2/k_{ex}$ klein is ten opzichte van 1, hetgeen geldt voor laminaire stroming, dan is

$$H \approx 1 + 2ik_L^2/k_{ex} \quad (4.54)$$

en

$$E \approx -ik_L^2/k_{ex} \approx -5.5 \cdot 10^{-7} i D^3 \quad (4.55)$$

Gezien de waarde van D is E praktisch nul. De noemer uit (4.46) is dus vrijwel 1. Door invulling van (4.54) in (4.49) wordt voor v_∞ gevonden:

$$v_\infty \approx i k_L \quad (4.56)$$

Definieer nu een $v'(t)$:

$$v'(t) = \{v_\infty - v(t)\}/v_\infty = \exp(-t/\tau_{ex}) \quad (4.57)$$

Als $v'(t)$ als functie van t getekend wordt op semi-logaritmisch papier wordt een rechte gevonden.

In het turbulente geval is $4ik_L^2/k_{ex}$ groot ten opzichte van 1.
Voor H wordt dan gevonden:

$$H \approx 2k_L \sqrt{i/k_{ex}} \quad (4.58)$$

en dit is groot ten opzichte van 1. Daarom is E dan praktisch gelijk aan -1.

Verder als $t > \tau_{ex}$ is $\exp(-t/\tau_{ex})$ klein ten opzichte van 1 zodat

bladnummer : - 25 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

$$v(t) = v_{\infty} \frac{1 - \exp(-t/\tau_{ex})}{1 + \exp(-t/\tau_{ex})} = v_{\infty} \{1 - 2 \exp(-t/\tau_{ex})\} \quad (4.59)$$

Gebruikmakend van de definitie van $v'(t)$ wordt in het turbulente geval gevonden dat

$$v'(t) = 2 \exp(-t/\tau_{ex}) \quad (4.60)$$

Ook dit levert een rechte op op semi-logaritmisch papier.

Bij extrapolatie naar $t = 0$ gaat $v'(0)$ niet naar 1 maar naar 2.

Indien dezelfde relatie tussen kantelpunt en relaxatietijd wordt verondersteld als bij het laminaire geval, dan geldt:

$$T_{kex} = \frac{2\pi k_L}{Hng} = T_k/H \quad (4.61)$$

waarin T_{kex} het turbulente kantelpunt inde "aan - uit" benadering is. Deze formule voor T_{kex} is voor één geval in appendix A getoetst aan het turbulente kantelpunt T_{kc} in de numerieke oplossing.

Door de wiskundige vorm van de noemer van (4.46) verloopt het relaxatieproces niet volgens een simpele e-macht. Om dit grafisch te verduidelijken zijn twee bijlagen, bijlage 4.1 en 4.2, getekend. Hierin is de verhouding $4ik_L^2/k_{ex}$ gevarieerd. De waarden 0 (laminair) en 1, 3, 10 en 99 (turbulente stroming) zijn gebruikt. De relatieve afwijking van de filtersnelheid $v'(t)$ van de evenwichtswaarde, dat wil zeggen $1 - v(t)/v_{\infty}$, is uitgezet tegen de tijdsfactor t/τ_1 . Kort na het aanzetten van het verhang, zie bijlage 4.2, verlopen de turbulente curves nog iets krom. Na ongeveer een relaxatietijd is de lijn vrijwel weer recht geworden, zie bijlage 4.1. De oorzaak hiervan volgt uit (4.46) en de daarop volgende vergelijkingen en toelichting.

Het turbulente kantelpunt is afhankelijk van het verhang.

bladnummer : - 26 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

Het is dus van belang de doorlatendheid steeds bij dezelfde verhangen te meten. Een alternatief is de metingen te reduceren naar een standaard verhang. Naarmate het verhang toeneemt, komt het kantelpunt lager te liggen. Gebruikmakend van (4.48) en (4.61) wordt voor T_{kex} gevonden in symbolische notatie:

$$T_{kex} = \frac{2\pi k_L}{ng} \{1 + 4 i k_L^2 / k_{ex}\}^{\frac{1}{2}} \quad (4.62)$$

Met $n = 0.4$ en $D = 18$ mm wordt gevonden:

$$T_{kex} \approx \pi \{1 + 1200i\}^{-1/2} \quad (4.63)$$

In bijlage 4.3 is het verband tussen T_{kex} en i uitgezet. Uit de bijlage wordt duidelijk dat in dit geval:

1. Bij verhangen groter dan 0.05 het kantelpunt ongeveer een orde kleiner is geworden dan het maximum.
2. Bij golfbelastingen met een periode van 4 seconden of meer en verhangen van ruwweg 0.25 cyclische effecten geen rol spelen. Het kantelpunt is dan namelijk ongeveer 0.2 s, hetgeen ruim een orde kleiner is dan de opgelegde periode. Het doorlatendheidsgedrag van een filter is quasi-stationair.

Gebruikmakend van de relaties (2.2), (2.3) en (4.62) is een diagram getekend, zie bijlage 4.4, van T_{kex} als functie van D voor $n = 0.3$ en 0.45 bij een verhang van 0.5. De invloed van de porositeit is relatief klein.

Bij golfbelastingen in de praktijk is de golfperiode meestal groter dan ongeveer 4 s. De 4 s lijn is in bijlage 4.4 gestippeld.

Tevens is een hoogtelijnenkaart getekend van het turbulente kantelpunt als functie van i en D voor $n = 0.45$. Deze is vermeld in bijlage 4.5. De onderste grafiek van bijlage 4.5 toont een detail verzameling van turbulente kantelpunt-hoogtelijnen.

bladnummer : - 27 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

Uit deze bijlagen valt af te leiden dat T_{kex} pas relatief groot is en derhalve cyclische effecten voor praktische golfperioden een rol gaan spelen, bij materialen grover dan 50 a 100 mm en zeer kleine verhangen. Bij deze kleine verhangen treedt echter geen materiaaltransport op.

Volgens de aan - uit benadering spelen cyclische effecten geen rol bij filterconstructies zoals deze voorkomen bij oeverbeschermingen gezien de periode van de golven die daarvoor te lang is.

Voor steenzettingen ligt het interessegebied wat betreft filterkorreldiameters tussen 5 en 50 mm en verhangen tussen 0.05 en 0.5. Het kantelpunt heeft dan een waarde kleiner dan ongeveer 0.5 s, hetgeen een orde korter is dan de periode van de golven in reële belastingsituaties. De regelmatige golfbeweging (geen klappen) kan dus quasi-stationair worden beschouwd.

Een duidelijk kortere periode dan de regelmatige golven hebben de golfklappen. Frequenties tot 25 Hz (perioden tot 0.04 s) komen voor. Hier zijn cyclische effecten dus wel van belang. Door het impulsieve karakter van deze belasting moet ook rekening worden gehouden met vervorming van het korrelskelet. Beide processen mogen echter niet los van elkaar behandeld worden. Hiervoor is een geïntegreerde aanpak nodig.

bladnummer : - 28 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

5. ANALYSE CYCLISCHE METINGEN

5.1 Metingen

Cyclische doorlatendheden werden bepaald door meting van de watersnelheid als functie van het aangelegde verhang (zie M1795 meetserie). Het verhang werd met verschildrukopnemers geregistreerd. De cyclische metingen zijn getekend in bijlage 5.1. De vierkantjes zijn gemeten bij $T = 2$ s, de rondjes bij 4 s, de driehoekjes bij 6 s, de plusjes bij 8 s en de kruisjes bij stationaire metingen ($T = \infty$).

De meetresultaten zijn afzonderlijk getekend in de bijlagen 5.2 t/m 5.5 en in bijlage 3.5 (stationaire meting). De waarden van a en b zijn met de kleinste kwadraten methode voor lineaire relaties bepaald. De metingen bij $T = 2$ s geven een weinig lineair beeld, waardoor de gevolgde methode onbetrouwbare resultaten geeft. Daarom is ook nog een lijn met de hand getrokken door de punten met de hoogste filtersnelheid, vermeld met 2^{*}. Parameters zowel voorafgaand aan de proeven gemeten alsook bepaald uit de proefresultaten zijn vermeld in tabel 5.1.

Tabel 5.1

T s	<u>bepaald uit proeven</u>			<u>gegeven (vooraf gemeten)</u>			
	a_f s/m	b_f s ² /m ²	n_w -	D mm	n -	D_{15} mm	D_{50} mm
2	2.82	25.9	-	-			
2*	≈1.75	≈55	0.583	3.7			
4	1.45	53.6	0.567	4.5			
6	1.29	51.0	0.563	4.5			
8	1.15	49.0	0.561	4.7			
∞	0.3	62.0	0.396	23.0	0.4	20	24

Noot: 1) n_w en D zijn berekend uit a_f en b_f met vergelijking (2.5)

2) T = ∞: stationaire meting

Bij inspectie van de tabel valt op dat de waarde van de porositeit n_w erg hoog is, gekoppeld aan een enigszins irreële diameter. De proef met stationaire stroming levert echter een redelijk resultaat, met een wat hoge waarde van de diameter. Deze valt nagenoeg samen met de D_{50} inplaats van met de karakteristieke diameter D_{15} .

5.2 Doorlatendheid

Uit de stationaire analyse is gebleken dat de stroming ook bij de laagst ingestelde verhangen minimaal nog van het overgangstype is. Er is echter wel een scheiding gemaakt tussen de laminaire en de turbulente bijdrage.

In bijlage 5.6 is de laminaire bijdrage, in de vorm van a_f^2 , tegen de periode in de vorm van $1/T^2$ uitgezet volgens formule (4.34):

$$\left\{ \frac{1}{k(T)} \right\}^2 = \frac{h}{T^2} + \left\{ \frac{1}{k_L} \right\}^2 \quad (4.34)$$

waarin $h = \left(\frac{2\pi}{ng} \right)^2$

De afgeleide a_f waarden vermeld in tabel 5.1 zijn gebruikt. Voor de stationaire doorlatendheid wordt gevonden:

$$k = 0.85 \pm 0.05 \text{ m/s, en voor de helling, } h = 10 \pm 3.5 \text{ s}^4/\text{m}^2.$$

De uit bijlage 5.6 bepaalde waarde van de stationaire doorlatendheid wijkt sterk af van de waarde, a_f , van de stationaire meting uit tabel 3.2. Ook de helling klopt niet erg. Volgens (4.34) moet de helling van de rechte $(2\pi/ng)^2$ zijn, overeenkomend met een waarde van $2.46 \text{ s}^4/\text{m}^2$, een factor 4 lager dan de uit bijlage 5.6 bepaalde waarde. De oorzaak van deze afwijking is gelegen in het feit dat het model in hoofdstuk 4.1.1 voor laminaire stroming geldt.

De empirisch verbeterde aanpak van Irmay, zie hoofdstuk 4.1.2, levert betere resultaten. Hij gebruikt de stagnante porositeit, de porositeit die bij stationaire stroming gevonden wordt. De porositeit van het in de proeven gebruikte materiaal bedroeg 0.4. In tabel 5.1 wordt echter een hogere porositeit getoond, ruwweg 0.55, voor niet-stationaire stroming.

bladnummer : - 31 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

Indien voor $n_{\omega} - n_0$ dus 0.15 wordt ingevuld in (4.37), levert dit een helling op van $13.5 \text{ s}^4/\text{m}^2$. De gemeten waarde ($10 \pm 3.5 \text{ s}^4/\text{m}^2$) ligt tussen de waarde volgens (4.34) en volgens (4.37). Het gemeten resultaat klopt redelijk met (4.37).

Tenslotte zijn de laminaire doorlatendheden geanalyseerd, zoals deze door het Waterloopkundig Laboratorium zijn opgegeven, en zijn vermeld in bijlage 5.7.

Deze metingen zijn geanalyseerd volgens formule (4.34), zie bijlage 5.8. Voor de laminaire doorlatendheid wordt gevonden $k_L = 0.65 \pm 0.05 \text{ m/s}$. De waarde van de doorlatendheid wijkt af van de voorspelde waarden uit tabel 3.2. Ook de helling van de lijn is een factor 10 te groot. De oorzaak hiervan is, dat zelfs bij de laagste verhangen de stroming niet meer laminair is.

5.3 Kantelpunt en fasedraaiing

Uit de theorie van hoofdstuk 4 wordt het kantelpunt bepaald, zie (4.26). Deze theorie gaat uit van de laminaire benadering voor de doorlatendheid. Uit tabel 3.2 wordt afgelezen dat $k_L = 2 \text{ m/s}$ bedraagt, uitgaande van de stagnante porositeit. De theoretische voorspelling van het kantelpunt is met (4.26): $T_k = 3.1 \text{ s}$.

Uit bijlage 5.6 zijn parameters bepaald, waaruit het kantelpunt kan worden afgeleid, immers:

$$T_k = k\sqrt{h} \quad (5.1)$$

zodat gevonden wordt dat volgens de meetresultaten $T_k = 2.8 \pm 0.5 \text{ s}$. Beide waarden stemmen goed met elkaar overeen.

bladnummer : - 32 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

Uit het kantelpunt kan de fasedraaiing berekend worden bij een opgegeven periode T:

$$\phi = \arctg (T_k/T) \quad (5.2)$$

Bij een periode van 2 seconden werd experimenteel een faseverschil bepaald van 10° à 20° , ruwweg 0.3 rad. De voorspelling voor de fasedraaiing op grond van de theorie (met (4.26) en (5.2)) is echter ongeveer 1 rad. Uit bijlage 5.6 is het kantelpunt bepaald. Hieruit wordt bij $T = 2$ s de fasedraaiing berekend. Deze bedraagt 0.95 ± 0.1 rad, een factor drie groter dan de experimenteel gevonden waarde. Het kantelpunt volgend uit de analyse in bijlage 5.8 is 4.0 ± 1.0 s. De bij een periode van 2 seconden optredende fasedraaiing is dan 1.1 ± 0.1 rad. Ook deze waarde wijkt sterk af van de gemeten waarde. De verschillen in theorie en experiment worden veroorzaakt door de turbulentie.

5.4 Aan - uit beschouwingen

5.4.1 Semi-laminair gedrag

Bij deze beschouwing kunnen slechts het kantelpunt en de fasedraaiing bepaald worden. Bij een periode van 2 seconden was het ingestelde verhang, waarbij de doorlatendheid werd bepaald, 0.02. Het kantelpunt wordt bepaald uit bijlage 4.3 en is 0.65 sec. Deze waarde klopt niet met het kantelpunt, bepaald uit bijlage 5.7. De bijbehorende fasedraaiing volgens (5.2) is 0.25 rad, zo'n 15° . Deze waarde komt goed overeen met de experimenteel gevonden fasedraaiing van 10 à 20° . Turbulentie speelt dus een rol.

bladnummer : - 33 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

5.4.2 Turbulent gedrag

Bij verhangen van ruwweg 0.2 wordt experimenteel nauwelijks meer afhankelijkheid van het kantelpunt van het verhang gevonden. Het bij deze waarde van het verhang behorende kantelpunt is dan ook erg klein geworden, 0.2 s, zie (4.63). Het faseverschil tussen verhang en watersnelheid is bij een periode van 2 seconden en een verhang van 0.2 ongeveer 18° volgens de numerieke berekening in appendix A. Deze waarde stemt goed overeen met de gemeten waarde.

bladnummer : - 34 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

6. UCHIDA'S THEORIE

Uchida's theorie [6] behandelt de effecten die niet-stationaire ver-
hangen hebben op de laminaire waterstroming in cilindervormige buizen.
De opgelegde drukgradiënt wordt hierbij in een Fourierreeks
ontwikkeld. De bijbehorende gemiddelde watersnelheid wordt eveneens in
een Fourierreeks uitgeschreven. Via de no-slip conditie wordt de
relatie bepaald tussen de coëfficiënten van beide reeksen.

Deze theorie kan ook toegepast worden op een granulair medium. Dit
wordt dan voorgesteld als een random netwerk van buisjes, die met
elkaar in verbinding staan. Het medium bestaat dus uit een parallel en
serie schakeling van buisjes. Het geheel wordt vereenvoudigd door aan
te nemen dat alle buisjes dezelfde gemiddelde diameter hebben. Een
statistische berekening zonder deze vereenvoudiging zou voor deze
notitie te tijdrovend zijn, maar kan zonodig in een later stadium
worden uitgevoerd. Het volstaat dus in dit stadium om slechts één
buisje nader te beschouwen. Eigenschappen hieruit afgeleid, worden
vervolgens direkt toegepast op het granulaire medium.

6.1 Zuiver cyclisch of cosinusvormig verhang

Het opgelegde drukverschil bestaat uit een stationaire component,
aangegeven met een tijdgemiddelde streep en een zuiver cyclische
component, met een \sim aangegeven. De drukgradiënt is:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = k_0 + k_1 \cos t = -\frac{1}{\rho} \overline{\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right) \sim \cos t \quad (6.1)$$

k_0 en k_1 zijn de amplituden van de stationaire en cyclische
componenten van de drukgradiënt. De bij stationaire stroming
optredende gemiddelde watersnelheid U wordt gegeven door vergelijking
(6.2):

bladnummer : - 35 -
 ons kenmerk: CO-272550/35
 datum : maart 1987

$$U = - \frac{r^2}{8\mu} \left(\overline{\frac{\partial p}{\partial x}} \right) = \frac{r^2 k_0}{8\nu} \quad (6.2)$$

De totale watersnelheid, U_m , is: $U_m = U + u_m$ en is dus:

$$U_m = \frac{r^2 k_0}{8\nu} + \frac{r^2 k_1}{8\nu} \sigma_{u_1} \cos(t - \delta_1) \quad (6.3)$$

δ_1 is het faseverschil. De gemiddelde drukgradiënt, $\overline{\frac{\partial p}{\partial x}}$ en derhalve ook k_0 zijn nul bij de uitgevoerde proeven, dus:

$$- \frac{\partial p}{\partial x} = \rho k_1 \cos t \quad (6.4)$$

en

$$u_m = \frac{r^2 k_1}{8\nu} \sigma_{u_1} \cos(t - \delta_1) \quad (6.5)$$

met

$$\sigma_{u_1} = \frac{8}{(s)^2} \left\{ (1 - 2C/s)^2 + (2D/s)^2 \right\}^{1/2} \text{ en} \quad (6.6)$$

$$\delta_1 = \arctg \left\{ (1 - 2C)/2D \right\} \quad (6.7)$$

$$C = \frac{\text{ber}(s) \text{bei}'(s) - \text{bei}(s) \text{ber}'(s)}{\text{ber}^2(s) + \text{bei}^2(s)} \quad (6.8)$$

bladnummer : - 36 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

$$D = \frac{\text{ber}(s) \text{ber}'(s) + \text{bei}(s) \text{bei}'(s)}{\text{ber}^2(s) + \text{bei}^2(s)} \quad (6.9)$$

$$s = 5R/\sqrt{\nu T} \quad (6.10)$$

ber, bei, ber' en bei' zijn Kelvinfuncties van de nulde orde [7].
R is de hydraulische straal, ν de kinematische viscositeit, T de periode, s de karakteristieke parameter van Uchida; s is hier niet de spleetbreedte.

De cyclische doorlatendheid in Uchida's theorie, k_c^* , van een cilindervormige buis is dus:

$$k_c^* = \frac{|u_m|}{|-(\partial p / \partial x)^{-}|} = \frac{r^2}{8\mu} \sigma_{u_1} \quad (6.11)$$

De stationaire doorlatendheid, k_s^* , is:

$$k_s^* = \frac{U}{|-\partial p / \partial x|} = \frac{r^2}{8\mu} \quad (6.12)$$

zodat de op de stationaire waarde genormeerde cyclische doorlatendheid is:

$$\frac{k_c^*}{k_s^*} = \sigma_{u_1} \quad (6.13)$$

In bijlage 6.1 is k_c^*/k_s^* tegen de periode (dimensieloos gemaakt via deling door $25R^2/\nu$) Ook de afhankelijkheid van het faseverschil δ_1 tussen verhang en snelheid voor de periode is getekend, in bijlage 6.2.

bladnummer : - 37 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

σ_{u_1} is een functie van s ; s is evenredig met de wortel uit $1/T$. De bijlagen 6.1 t/m 6.4 zijn zodanig bewerkt dat de periode zonder transformeren op de x-as kan worden uitgezet. De evenredigheidsconstante wordt als volgt bepaald. Teken de metingen op een copie van de betreffende bijlage. Verschuif de copie van de betreffende bijlage nu zodanig langs de horizontale as, dat de metingen zo goed mogelijk aansluiten bij de theoretische curve. Bepaal de tijd T_r in de experimentele grafiek, die overeenkomt met de periode = 1 in de theoretische grafiek. Er moet dan gelden:

$$1 = s = \frac{5R}{\sqrt{v}} * \frac{1}{\sqrt{T_r}}, \quad (6.14)$$

zodat de evenredigheidsconstante

$$\frac{5R}{\sqrt{v}} = \sqrt{T_r} \quad (6.15)$$

De hydraulische straal R is dus:

$$R = \frac{1}{5} \sqrt{v T_r} \quad (6.16)$$

In [8] wordt voor de hydraulische straal (in meters) de volgende empirische relatie gevonden:

$$R = 2.5 \times 10^{-2} (n D_{50})^{2/3} \quad (6.17)$$

6.2 Vervormd cyclisch verhang

In bijlage 5.8 zijn meetgegevens gebruikt, verkregen uit metingen gedaan bij de laagstgemeten verhangen. Bij deze laagste ingestelde verhangwaarden is het opgelegde verhang niet zuiver sinusvormig. Er treedt harmonische vervorming op. Dit wordt waarschijnlijk veroorzaakt door de stijfheid van het membraan, dat het water en de olie in de golftunnel scheidt. De 3e orde harmonische domineert, de amplitude van de vervorming bedraagt soms 30 % van de amplitude van het oorspronkelijk verhang. De invloed van deze verhangvervorming, die een driemaal zo korte periode heeft als het ingestelde verhang, is zeker niet verwaarloosbaar. Er moet dus nog een extra term in de reeksontwikkeling worden meegenomen. De drukgradiënt heeft dan in principe de vorm:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = k_0 + k_1 \cos t + k_3 \cos 3t \quad (6.18)$$

De oplossing voor de genormeerde watersnelheid u_m/U wordt dan:

$$\begin{aligned} \frac{u_m}{U} = & 1 + \frac{k_1}{k_0} \frac{g}{s^2} \left\{ \left(1 - \frac{2C}{s}\right) \sin t + \frac{2D}{s} \cos t \right\} \\ & + \frac{k_3}{k_0} \frac{g}{s^2} \left\{ \left(1 - \frac{2C}{s}\right) \sin 3t + \frac{2D}{s} \cos 3t \right\} \end{aligned} \quad (6.19)$$

Bij vermenigvuldiging met U en gebruik makende van (6.2) wordt u_m :

$$u_m = \frac{r^2}{8v} \left[k_0 + k_1 \frac{8}{s^2} \left\{ \left(1 - \frac{2C}{s}\right) \sin t + \frac{2D}{s} \cos t \right\} + \right. \\ \left. k_3 \frac{8}{s^2} \left\{ \left(1 - \frac{2C}{s}\right) \sin 3t + \frac{2D}{s} \cos 3t \right\} \right] \quad (6.20)$$

De termen C en D hangen van s af; s is een functie van de periode van het verhang, zie (6.10). Er zijn verschillende componenten in de reeksontwikkeling van het verhang. Er is derhalve van vervorming. Voor de hogere harmonischen (schijnbaar kortere periode) wordt s steeds groter. C en D zijn dus afhankelijk van de perioden van de termen uit de Fourierreeksontwikkeling.

Analoog aan het zuiver cyclische geval met slechts één term kunnen de sommaties van sinus en cosinus herschreven worden tot in fase verschoven cosinussen:

$$u_m = \frac{r^2}{8v} \left[k_0 + k_1 \sigma_{u_1} \cos(t - \delta_1) + k_3 \sigma_{u_3} \cos(3t - \delta_3) \right] \quad (6.21)$$

δ_3 wordt op dezelfde wijze als δ_1 bepaald. Er is geen stationaire bijdrage in het verhang ($k_0 = 0$) bij de uitgevoerde proeven.

De totale cyclische doorlatendheid bij vervormd cyclisch verhang wordt gedefinieerd als:

$$k_{ct}^* = \frac{|u_m|}{\left| -\frac{\partial p}{\partial x} \right|} \quad (6.22)$$

bladnummer : - 40 -
 ons kenmerk: CO-272550/35
 datum : maart 1987

Zodat met (6.18) en (6.21) k_{ct}^* wordt:

$$k_{ct}^* = \frac{r^2}{\delta\mu} \frac{|k_1 \sigma_{u_1} \cos(t - \delta_1) + k_3 \sigma_{u_3} \cos(3t - \delta_3)|}{|k_1 \cos t + k_3 \cos 3t|} \quad (6.23)$$

De op de stationaire doorlatendheid, k_s^* , genormeerde totale cyclische doorlatendheid wordt dan:

$$\frac{k_{ct}^*}{k_s^*} = \frac{|\sigma_{u_1} \cos(t - \delta_1) + \frac{k_3}{k_1} \sigma_{u_3} \cos(3t - \delta_3)|}{|\cos t + \frac{k_3}{k_1} \cos 3t|} \quad (6.24)$$

De vervormingsverhouding, η , wordt gedefinieerd als:

$$\eta = \frac{k_3}{k_1} \quad (6.25)$$

Voor de eenvoud wordt σ' gedefinieerd als:

$$\sigma' = \frac{\sigma_{u_3}}{\sigma_{u_1}} \quad (6.26)$$

De relatieve doorlatendheid wordt dan:

$$\frac{k_{ct}^*}{k_s^*} = \sigma_{u_1} \frac{|\cos(t - \delta_1) + \eta \sigma' \cos(3t - \delta_3)|}{|\cos t + \eta \cos 3t|} \quad (6.27)$$

De noemer bereikt zijn maximum bij $\eta = 0.3$ als $\sin t = 0$. De waarde bedraagt $1 + \eta$ ofwel 1.3.

bladnummer : - 41 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

De teller bereikt zijn maximum op tijdstip $t = t_m$, bij $\eta = 0.3$ als:

$$\begin{aligned} & (\cos\delta_1 - 3\eta\sigma' \cos\delta_3) \operatorname{tg}^3 t_m + (9\eta\sigma' \sin\delta_3 - \sin\delta_1) \operatorname{tg}^2 t_m \\ & + (\cos\delta_1 + 9\eta\sigma' \cos\delta_3) \operatorname{tgt}_m - \sin\delta_1 - 3\eta\sigma' \sin\delta_3 = 0 \end{aligned} \quad (6.28)$$

Deze derdegraadsvergelijking in t_m is analytisch opgelost.

Desalniettemin is de maximale waarde van u_m niet simpel in η uit te drukken.

De verhouding k_{ct}^*/k_s^* is voor $\eta = 0.3$ uitgezet in bijlage 6.3. Uit vergelijking van de bijlagen 6.1 en 6.3 volgt dat het kantelpunt ruwweg 30 % is hoger geworden; een verhoging van het kantelpunt was reeds de verwachting. De bepaling van de evenredigheidsconstante tussen s en $1/\sqrt{T}$ gaat analoog aan de methode beschreven in paragraaf 6.1. Het verband tussen het totale faseverschil en de dimensieloze periode bij $\eta = 0.3$ is in bijlage 6.4 getekend.

bladnummer : - 42 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

7. ANALYSE MET UCHIDA

7.1 Zonder vervorming van het verhang

Allereerst worden de metingen geanalyseerd volgens de benadering van Uchida met slechts één component in de reeksontwikkeling van het verhang en de snelheid. Er is uitgegaan van een stationaire doorlatendheid van 0.7 m/s. Hierbij is rekening gehouden met een weinig turbulentie. Het is een gelineariseerde doorlatendheid. Uit de verschuiving tussen theorie en meting volgt dat $T_r = 26$ seconden. Met (6.16) wordt voor de hydraulische straal gevonden dat $R = 1.0$ mm. Uit (6.17) volgt voor de hydraulische straal: $R = 1.1$ mm ($n = 0.4$, $D_{50} = 24$ mm).

Deze overeenkomst is goed. In bijlage 7.1 zijn de meetresultaten aangegeven met blokjes en driehoekjes en Uchida's theorie, met de doorgetrokken kromme, ter vergelijking uitgezet, volgens de aanpassing met $T_r = 26$ s.

Het uit bijlage 6.2 bepaalde faseverschil bij een periode van 2 seconden is 1.1 rad, veel groter dan de experimenteel gevonden waarde 10 a 20°.

bladnummer : - 43 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

7.2 Met vervorming van het verhang

Vervolgens zijn de metingen vergeleken met Uchida's theorie bij 30 % 3e orde vervorming en $\eta=0.3$. Voor T_r wordt dan 18 seconden gevonden. Dit leidt tot een hydraulische straal van 0.85 mm. De overeenkomst met de empirische waarde volgens (6.16) is minder goed. De meetresultaten en theorie zijn met elkaar vergeleken in bijlage 7.2. De blokjes en driehoekjes geven hierin de meetresultaten aan. De doorgetrokken kromme verloopt volgens de theorie van Uchida. De theorie en de experimentele waarden zijn in goede overeenstemming met elkaar. Het faseverschil bij een periode van 2 seconden werd afgelezen uit bijlage 6.4 en is 0.7 rad, ruwweg 40° .

8. DEMPING

8.1 Theorie

Om na te gaan of demping ten gevolge van de samendrukbaarheid van water een rol speelt, wordt hieronder uitgerekend wat de indringdiepte is van een cyclische golf. Deze wordt afgeleid uit de wet van Darcy en de continuïteitsvergelijking:

$$q = k i \quad (8.1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \rho (\nabla \cdot v_p) \quad (8.2)$$

met ρ de dichtheid van water, k de doorlatendheid en i het verhang. Vergelijking 8.1 wordt herschreven in termen van drukgradiënten en poriesnelheden, v_p :

$$v_p = - \frac{k}{n\gamma} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (8.3)$$

n is de porositeit, p de druk en γ het volumieke gewicht van water. Via de toestandsvergelijking wordt de dichtheid in druk omgezet:

$$\rho = \rho_0 \exp(-\kappa(p - p_0)) \quad (8.4)$$

κ is de compressibiliteit. Na substitutie van deze vergelijkingen wordt gevonden:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k}{n \gamma \kappa} \nabla^2 p \quad (8.5)$$

bladnummer : - 45 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

Tijdsafhankelijke oplossingen van deze vergelijking zijn de vlakke golven:

$$p = p_0 + A(0) \exp(-x/\delta) \sin(\omega t - mx) \quad (8.6)$$

met:

$$m = \sqrt{(n\omega\gamma\kappa/2k)} \quad (8.7)$$

$$\delta = (k T/n \pi \gamma \kappa)^{1/2} \quad (8.8)$$

A is de amplitude van de golf, δ wordt de indringdiepte genoemd, het is de karakteristieke lengte waarover de amplitude van de golf een factor e kleiner wordt.

8.2 Analyse

Met een getal voorbeeld wordt aangegeven dat de indringdiepte δ groot is ten opzichte van de lengte van de meetopstelling. Laat:

$$k = 0.3 \text{ m/s}$$

$$T = 2 \text{ s}$$

$$n = 0.4$$

$$\gamma = 10 \text{ kN/m}^2$$

hetzij: $\kappa = 4 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2/\text{N}$ (weinig samendrukbaar water);

hetzij: $\kappa = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{N}$ (goed samendrukbaar water)

bladnummer : - 46 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

Uit (8.8) volgt voor deze gegevens dat:

κ m^2/N	δ (m)
$4 \cdot 10^{-10}$ 10^{-6}	350 50

Deze indringdieptes zijn vele malen groter dan de lengte van de proefopstelling (1 m). Indien het korreelpakket niet volledig verzadigd zou zijn, maar bijvoorbeeld 1 % niet opgeloste lucht zou bevatten, dan reduceert de indringdiepte bij een periode van 2 s tot ongeveer 1 m.

bladnummer : - 47 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

9. CONCLUSIES

Theoretisch kan afgeleid worden dat door cyclische effecten (massatraagheid) de doorlatendheid van een granulair medium afneemt. Experimenteel is dit ook aangetoond.

Omdat in de proeven turbulentie een rol speelde, was de berekende afname in doorlatendheid, volgens een (simpele) cyclische laminaire stromingstheorie, echter veel kleiner dan experimenteel gevonden werd. Het bijbehorende faseverschil klopte evenmin. Deze theorie voldoet dus niet, wanneer de stroming semi-laminair of turbulent is.

Het probleem van turbulente cyclische stroming kon niet analytisch opgelost worden. Een numerieke oplossing is wel mogelijk, maar is niet algemeen toepasbaar. Een aan - uit benadering levert analytisch echter wel een goede algemene indruk van het turbulente gedrag en het kantelpunt. Deze benadering is met in een geval numeriek geverifieerd. Het aan - uit model verklaart dat het kantelpunt zal afnemen bij toenemende mate van turbulentie, hetgeen samengaat met een toenemend verhang. Kwalitatief wordt hierdoor de gemeten geringe afhankelijkheid van de turbulente doorlatendheid als functie van de periode verklaard.

Een andere goede afschatting van de doorlatendheid levert Uchida's theorie. De semi-laminaire metingen zijn in goede overeenstemming met deze theorie. Het berekende faseverschil verschilt echter van de experimenteel gevonden waarde.

De belangrijkste conclusie althans voor het steenzettingsonderzoek, is echter dat bij de in de praktijk gebruikelijk optredende belastingen en grofheid van het filtermateriaal cyclische effecten geen rol van betekenis spelen en derhalve de doorlatendheid quasi-stationair kan worden behandeld.

bladnummer : - 48 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

10. AANBEVELINGEN

Uit het voorafgaande is duidelijk geworden waar de knelpunten liggen in de schakel 'doorlatendheid' in de keten golfhoogte ↔ massa-transport.

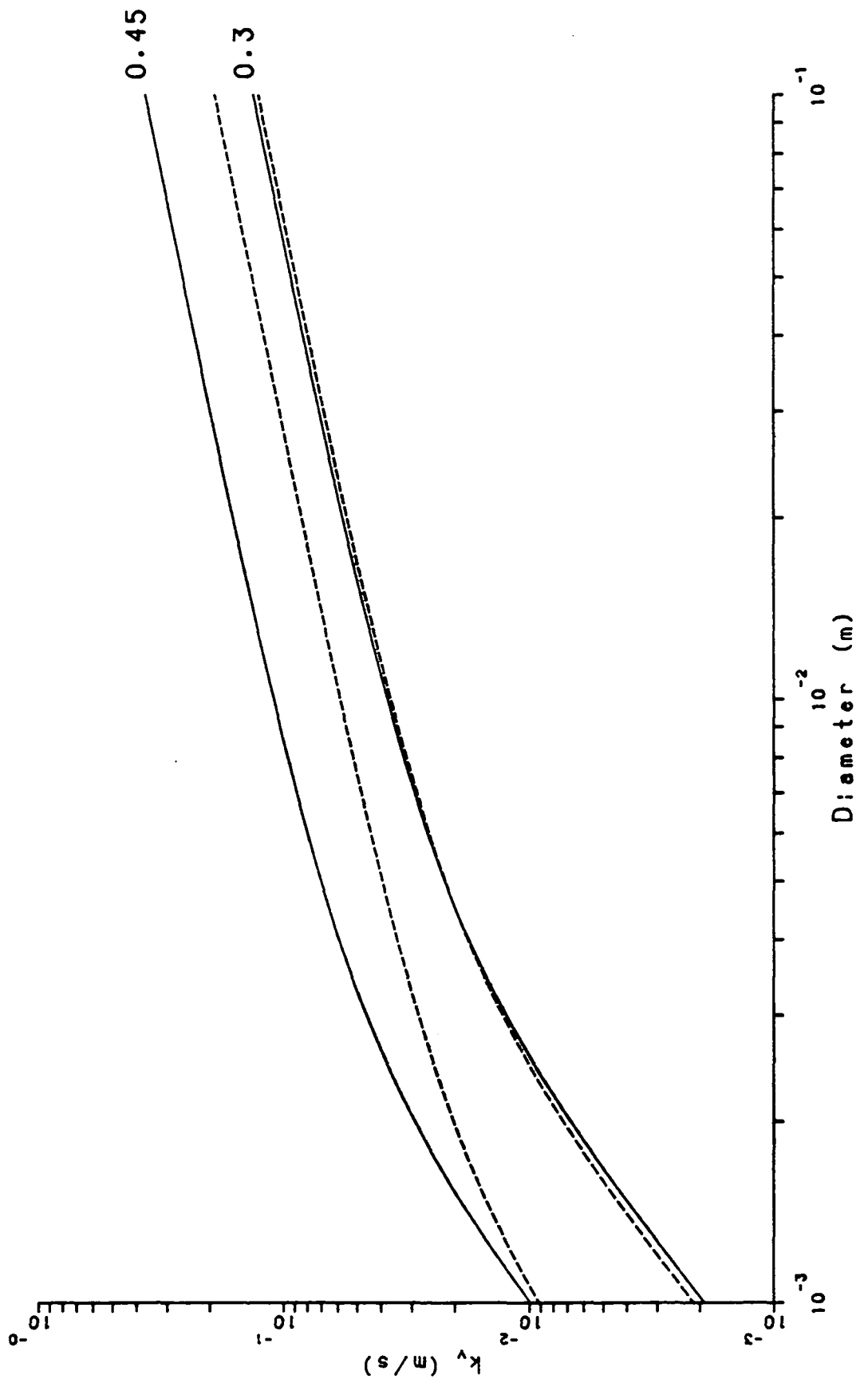
Er is nog geen uitgewerkt cyclisch stromingsmodel waarmee tegelijkertijd de fasedraaiing en de afname in doorlatendheid kan worden berekend. Het turbulentie effect is dominerend in de oplossing van het probleem.

Aanbevolen wordt een doorlatendheidstheorie voor turbulente stroming uit te werken en tegelijkertijd te analyseren, hoe het gedrag van cyclische verhangen op de doorlatendheid en de fasedraaiing is. Proeven kunnen hierna worden uitgevoerd ter verificatie van de theorie.

bladnummer : - 49 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

11. REFERENTIES

1. A'Alim A. Hannoura, F.B.J. Barends,
Non-darcy flow; a state of the art
Proc. Euromech 143 (1981) 37-51.
2. M.A. Koenders,
Hydraulic criteria for filters
Estuary Physics, july 1985, London.
3. L. Wittmann,
Filtrations und Transportphänomene in porösen Medien, Heft 86
Universität Fredericiana, 1980, Karlsruhe.
4. H. den Adel,
Literatuurstudie filters
LGM, april 1983, CO-258901/88.
5. F. v.d. Knaap en M.Th. de Groot,
Belasting en sterkte van zetsteenverdedigingsconstructies
op oevers en dijken.
M1115, deel XIV, M1795/M1881, deel XVI, CO 416409/4,
aug. 1985.
6. S. Uchida,
The pulsating viscous flow superposed on the steady laminar
motion of incompressible fluid in a circular pipe.
ZAMP 7(1956) 403-423.
7. M. Abramowitz, I. Stegun,
Handbook of mathematical tables and functions
Dover publications 1970.
8. A.F.F. de Graauw,
Stabiliteit van granulaire filters bij stationaire verhangen
M1488 I febr. 1982.



**GRONDMECHANICA
DELFT**

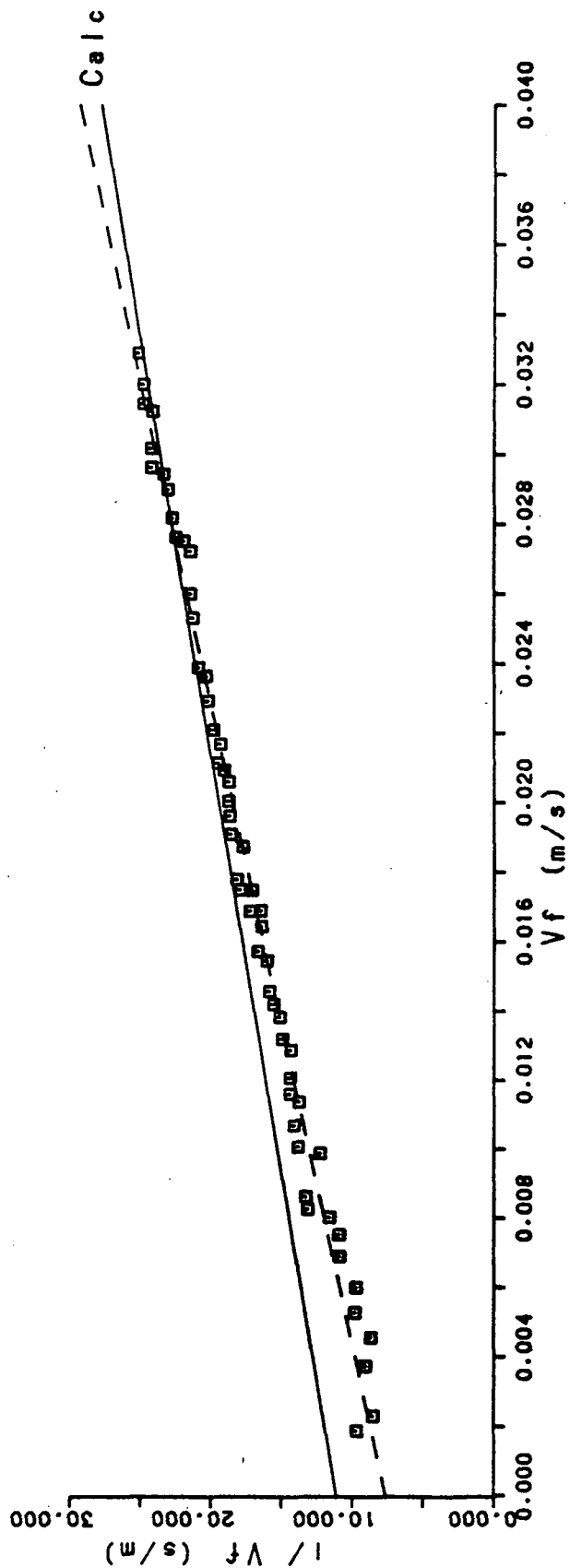
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 eell nl

87-02-23

Vergelijking gelineariseerde turbulente-
doorlatendheden volgens [2] en [4]; $i=1$

CO-272550 Hda

BIJL. 2.1



**GRONDMECHANICA
DELFT**

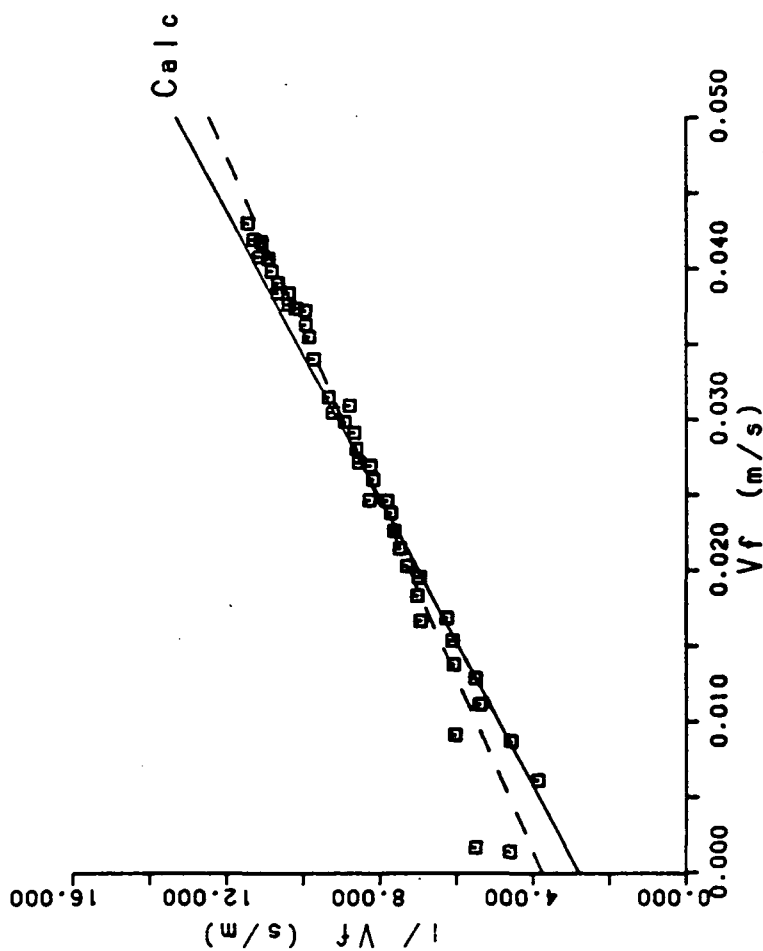
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telez 38234 cell nl

87-02-23

M 898 IV, T9, $n=0.38$

CO-272550 Hda

BIJL. 3.1



 GRONDMECHANICA
DELFT

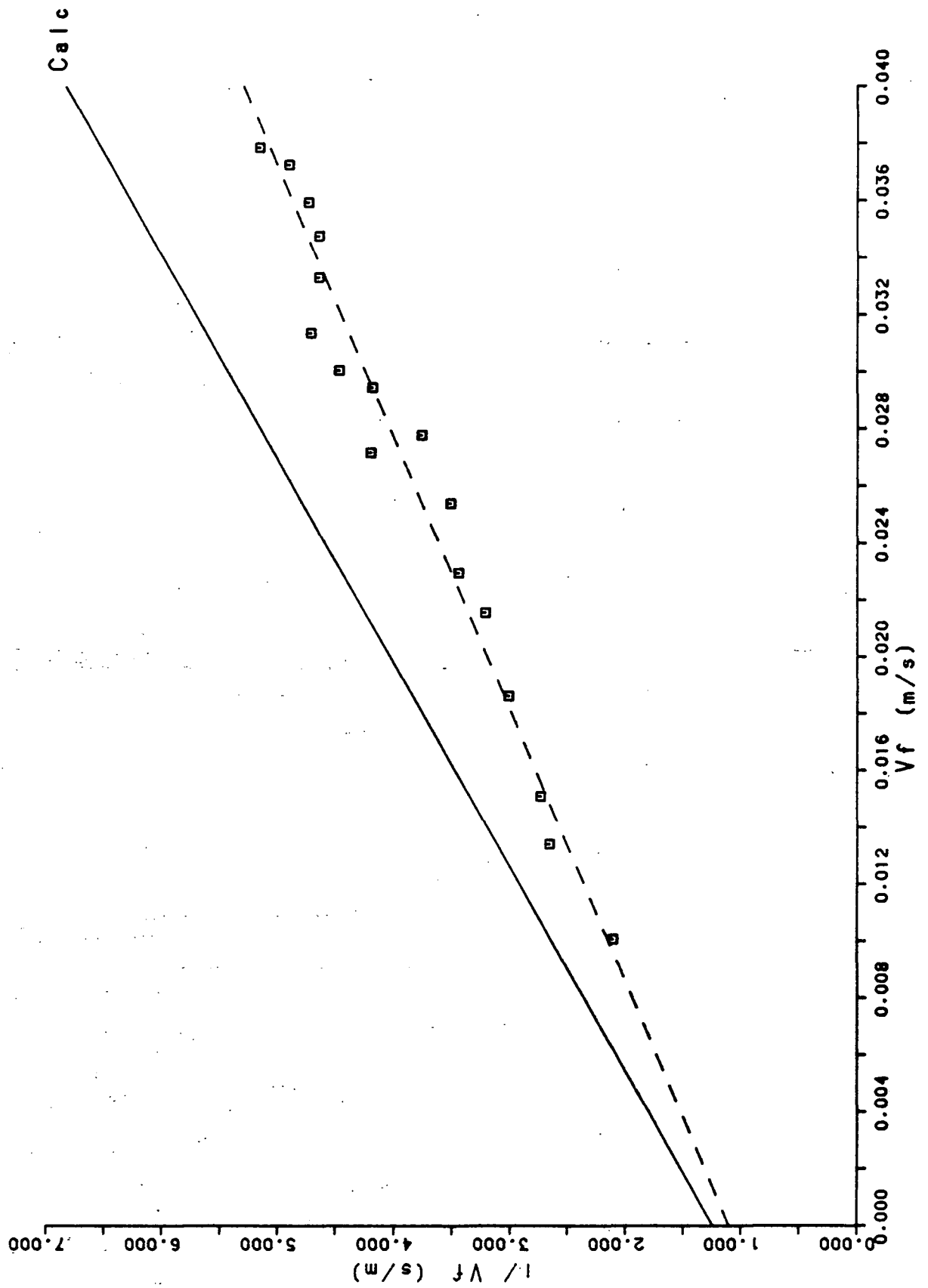
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 eell nl

87-02-23

M 898 IV, T10, $n=0.38$

CO-272550 Hd a

BIJL. 3.2



 GRONDMECHANICA
DELFT

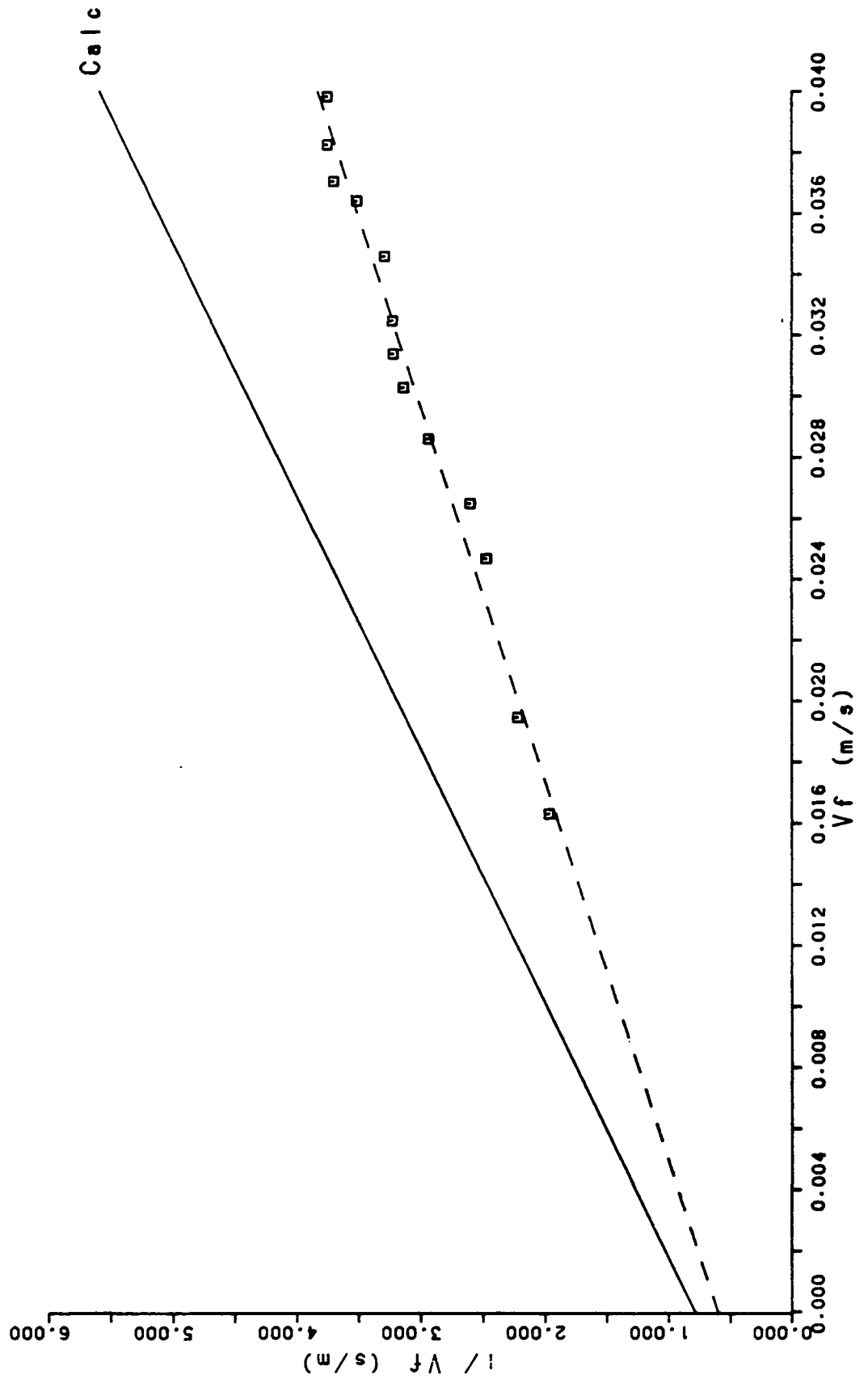
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Teleex 38234 aati nl

87-02-23

M 898 IV, T11, $n=0.38$

CO-272550 Hda

BIJL. 3.3



G GRONDMECHANICA
DELFT

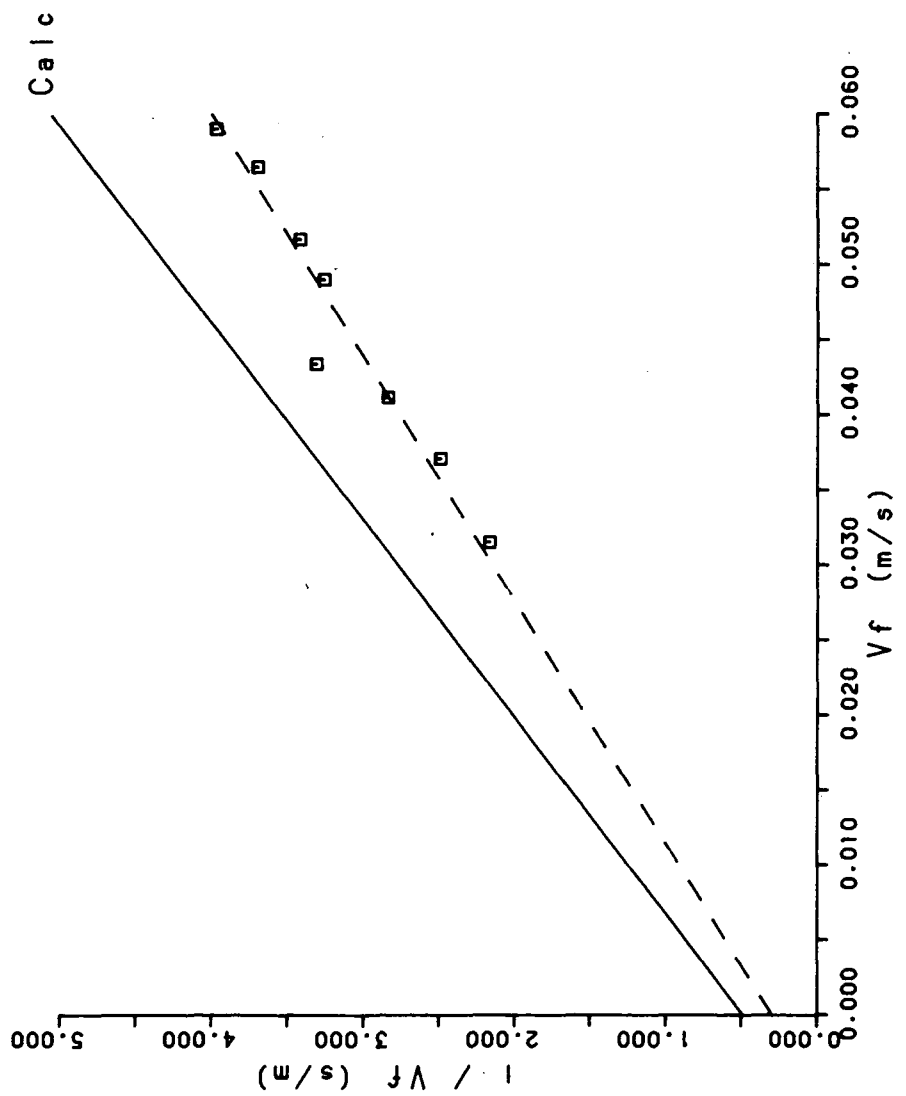
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telefax 38234 ext 11

87-02-23

M 898 IV, T12, $n=0.37$

C0-272550 Hda

BIJL. 3.4



G GRONDMECHANICA
DELFT

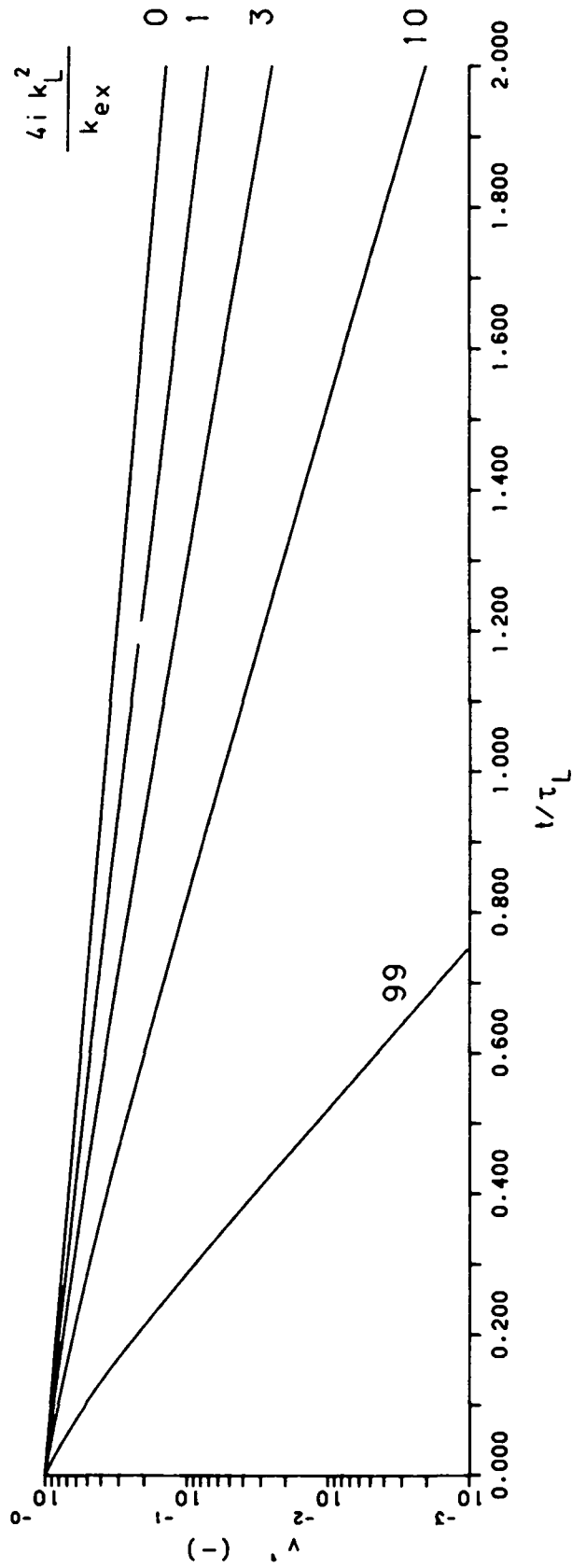
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 soil nl

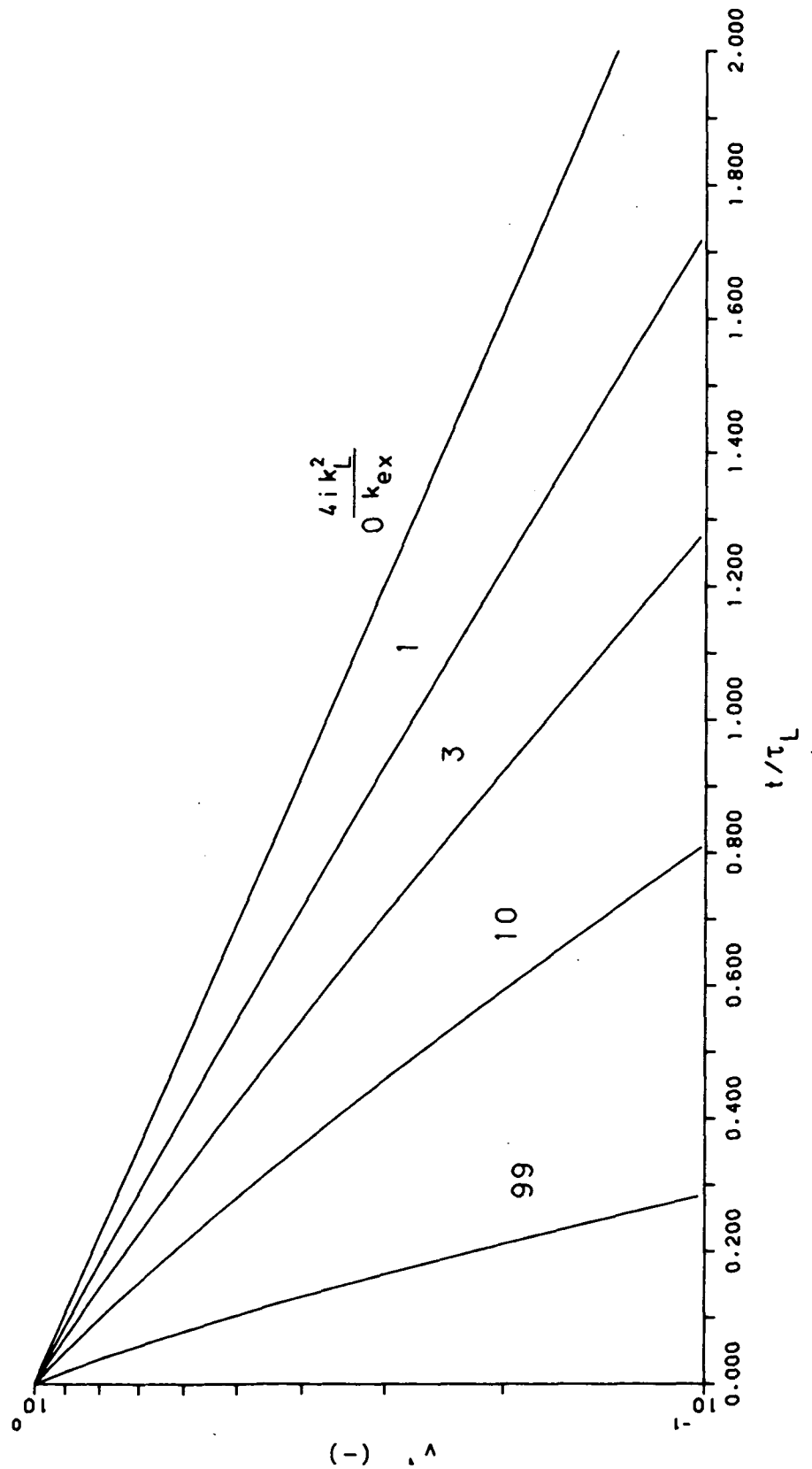
87-02-23

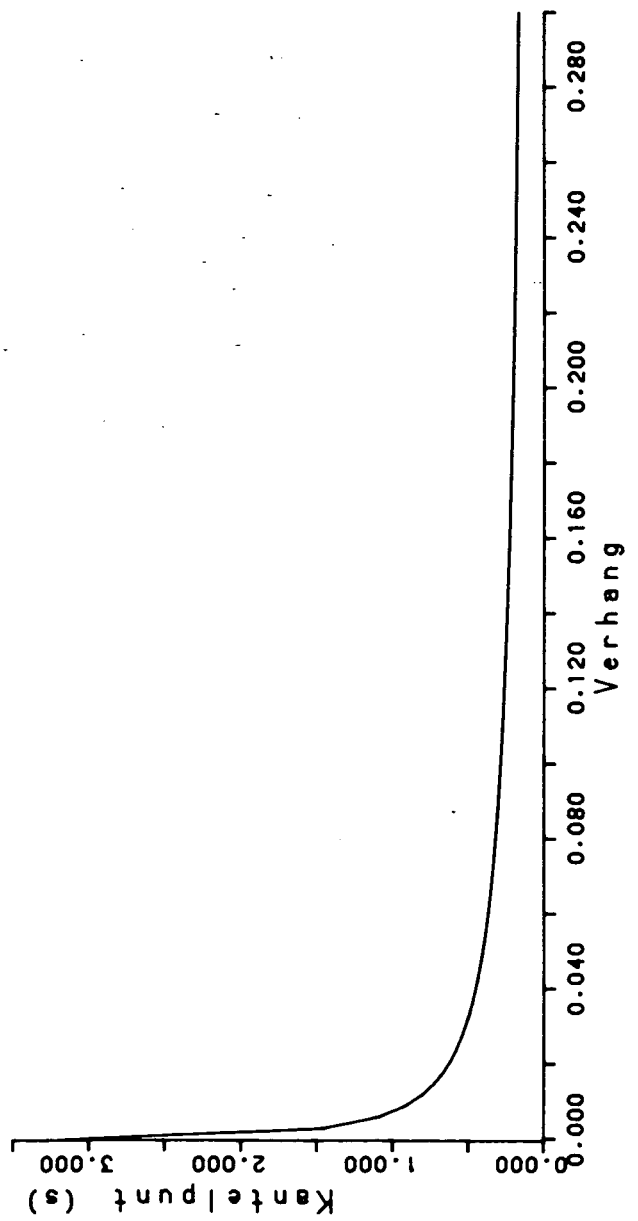
Cyclische proeven uit M1795, $n=0.40$
Stationair

CO-272550 Hda

BIJL. 3.5







G GRONDMECHANICA
DELFT

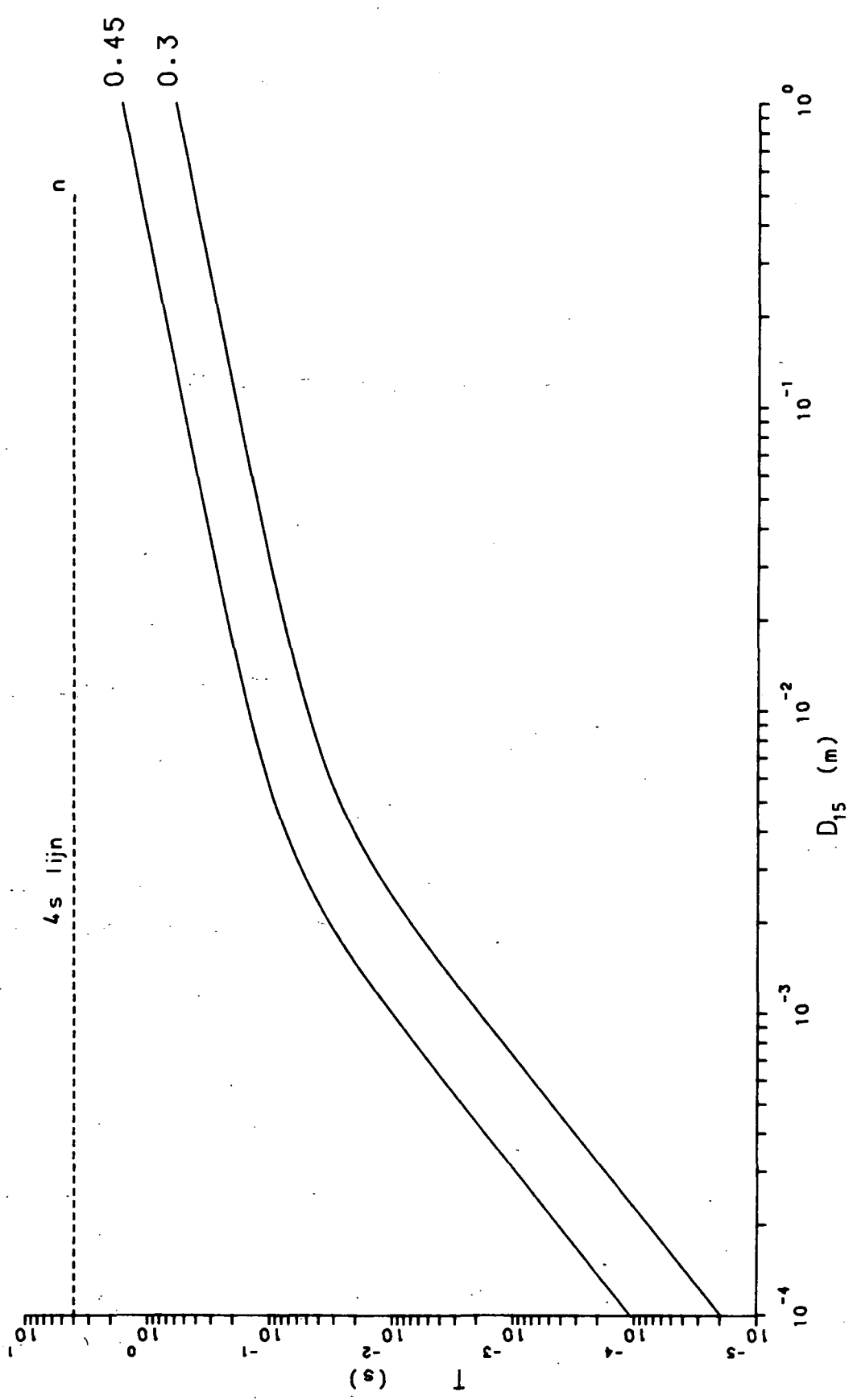
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 eall nl

87-02-23

Afname van het kantelpunt als functie
van het verhang

CO-272550 Hda

BIJL. 4.3



GRONDMECHANICA DELFT

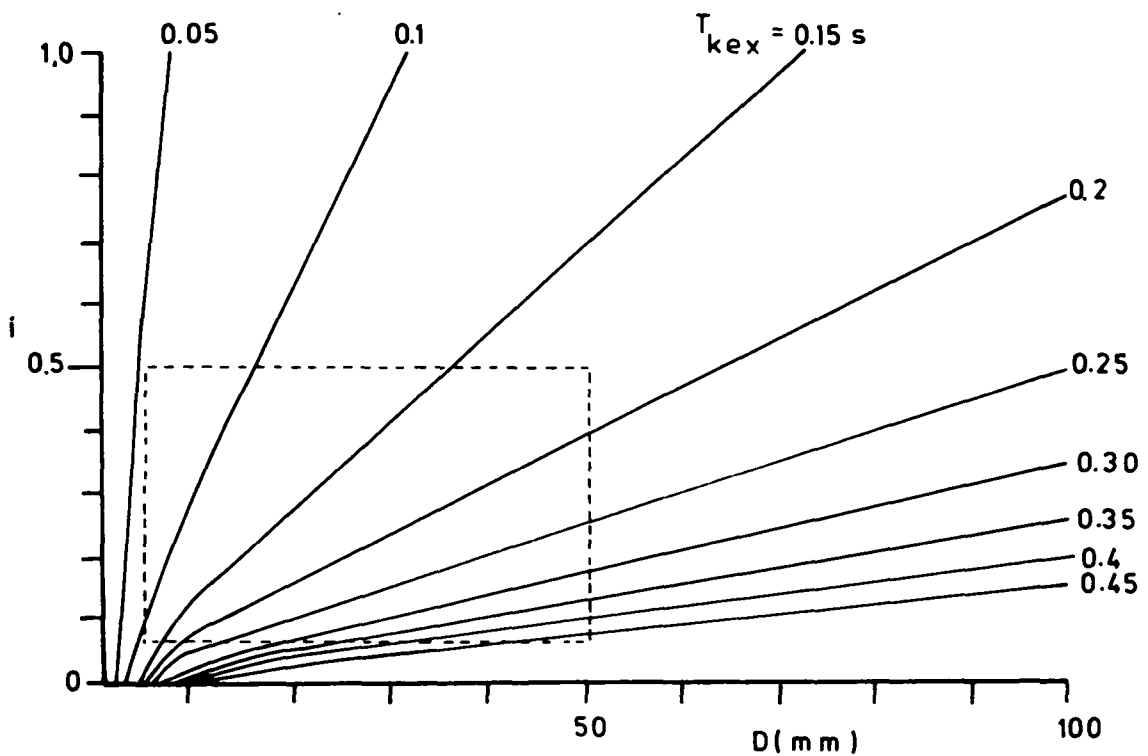
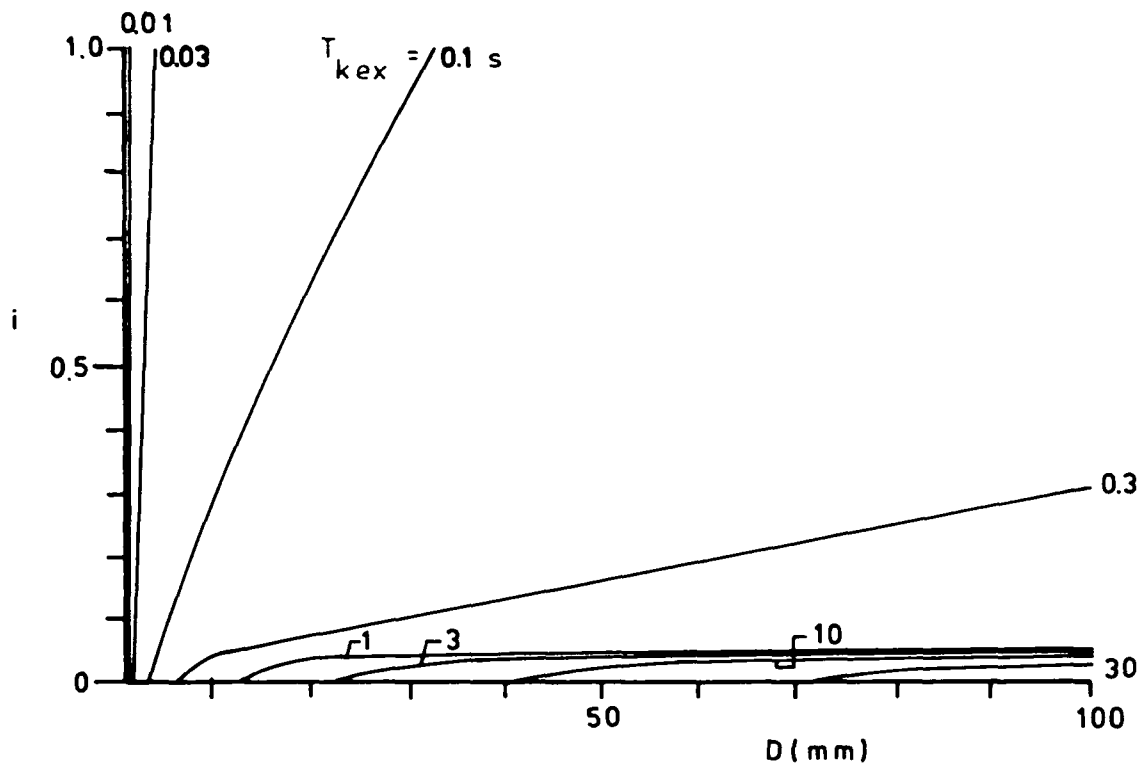
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
 Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 aall nl

87-02-23

Geschat kantelpunt versus D_{50} bij $n=0.3$
 en $n=0.45$; $l=0.5$

CO-272550 Hda

BIJL. 4.4



GRONDMECHANICA
DELFT

Postbus 69, 2600 AB Delft
Telefoon (015) 56 92 23

Telefax (015) 61 08 21
Telex 38234 soil nl

87-02-25

987

HOOGTE LIJNENKAART VAN HET TURBULENTE
KANTELPUNT ALS FUNKTIE VAN D FILTER
EN HET VERHANG i , $n=0.45$

CO-272550

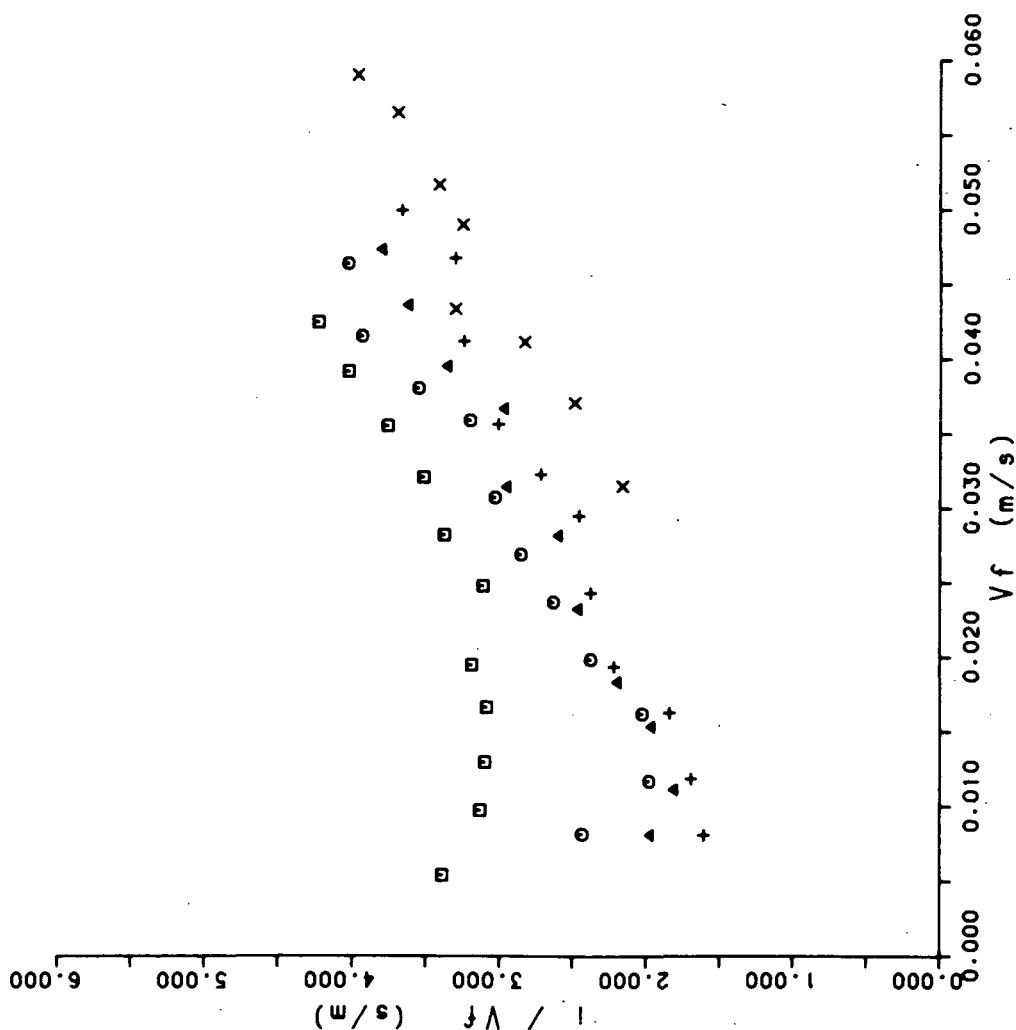
987

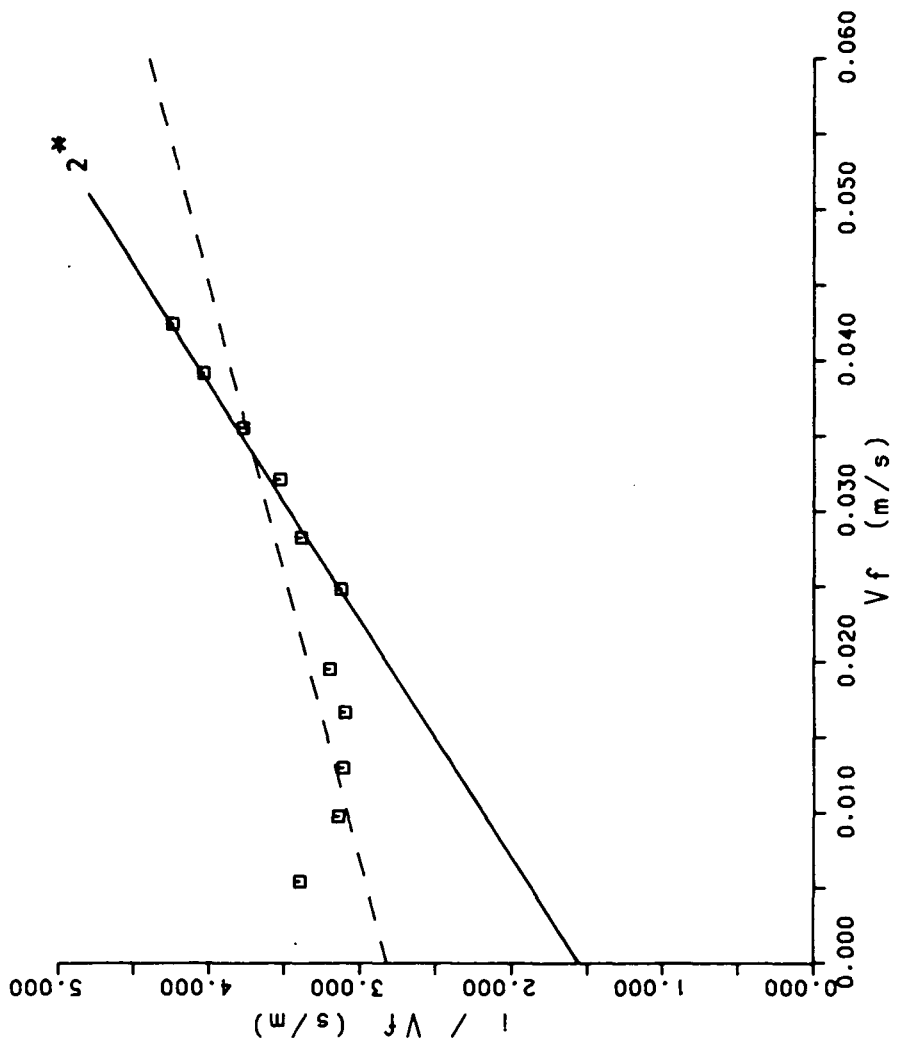
BIJL. 4.5

A4

Legenda

- 2 s
- 4 s
- △ 6 s
- +
- 8 s
- X Stationair verhang





G GRONDMECHANICA
DELFT

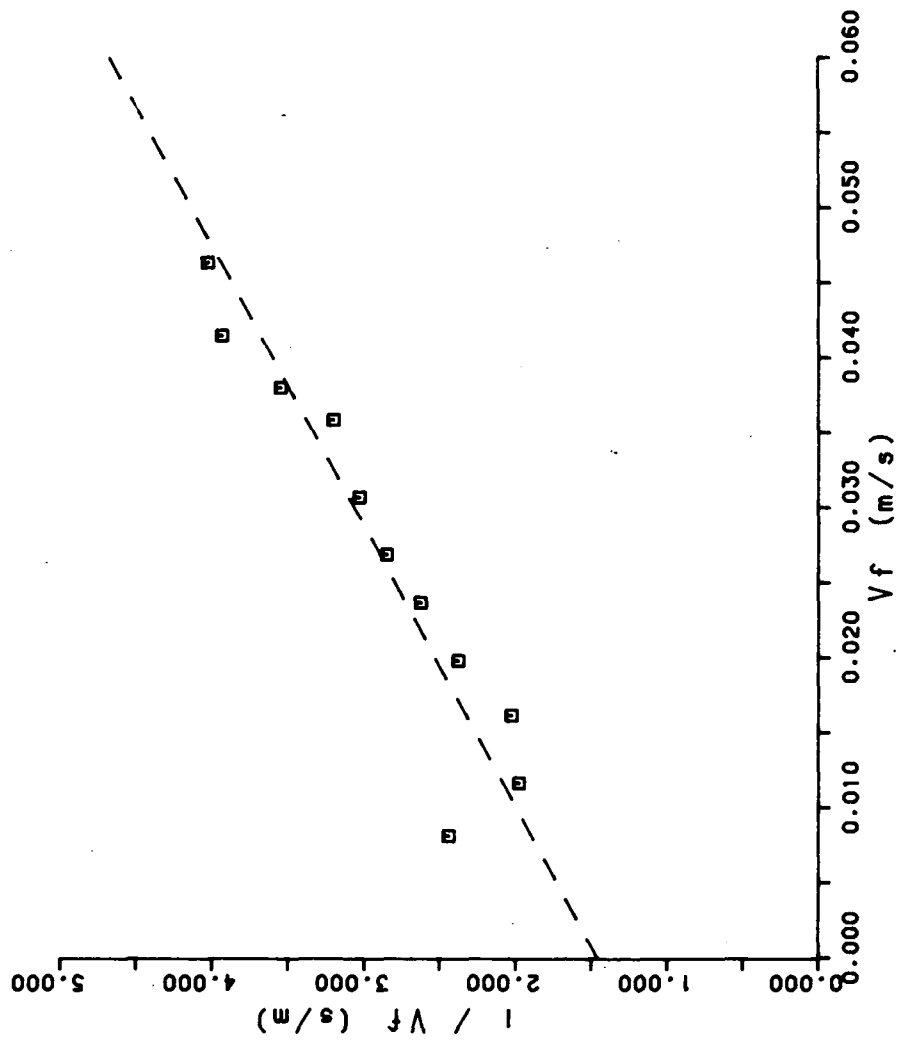
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 aall nl

87-02-23

Cyclische proeven
T=2 s

CO-272550 Hda

BIJL. 5.2



**GRONDMECHANICA
DELFT**

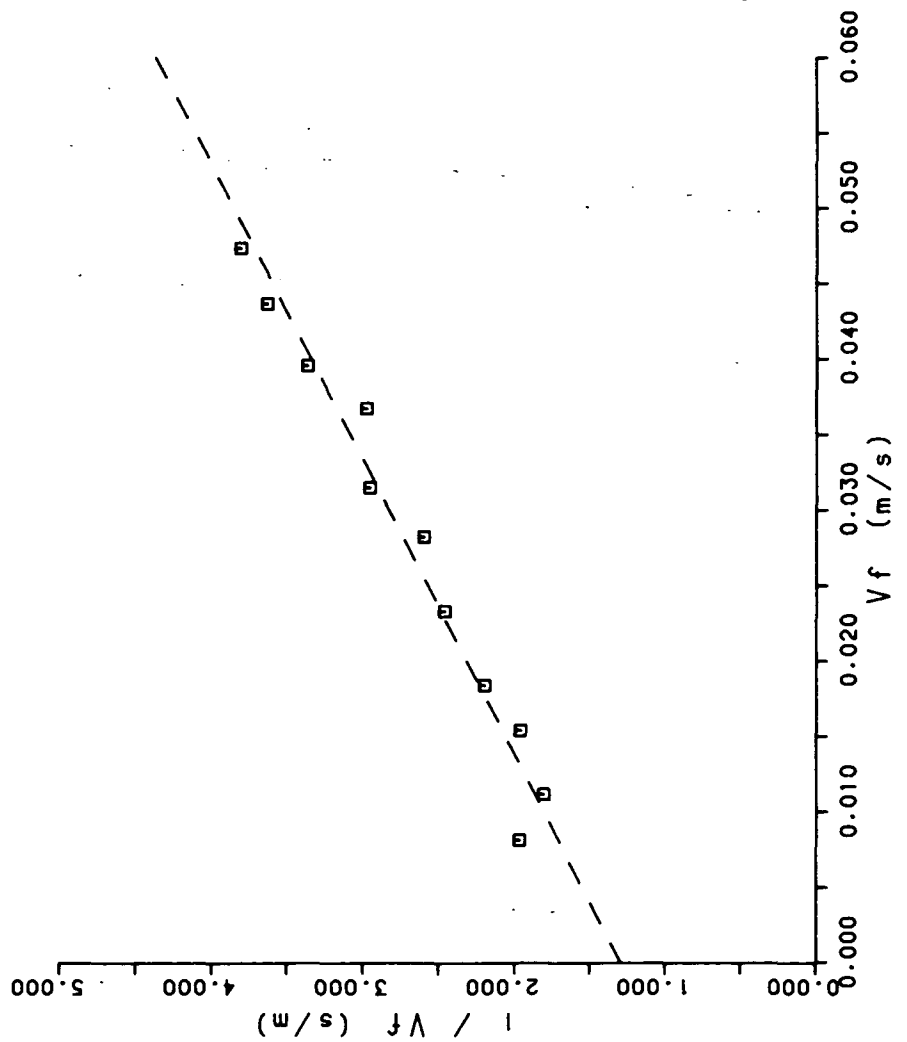
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Tele 38234 ext. 61

87-02-23

Cyclische proeven
T=4 s

CO-272550 Hda

BIJL. 5.3



**GRONDMECHANICA
DELFT**

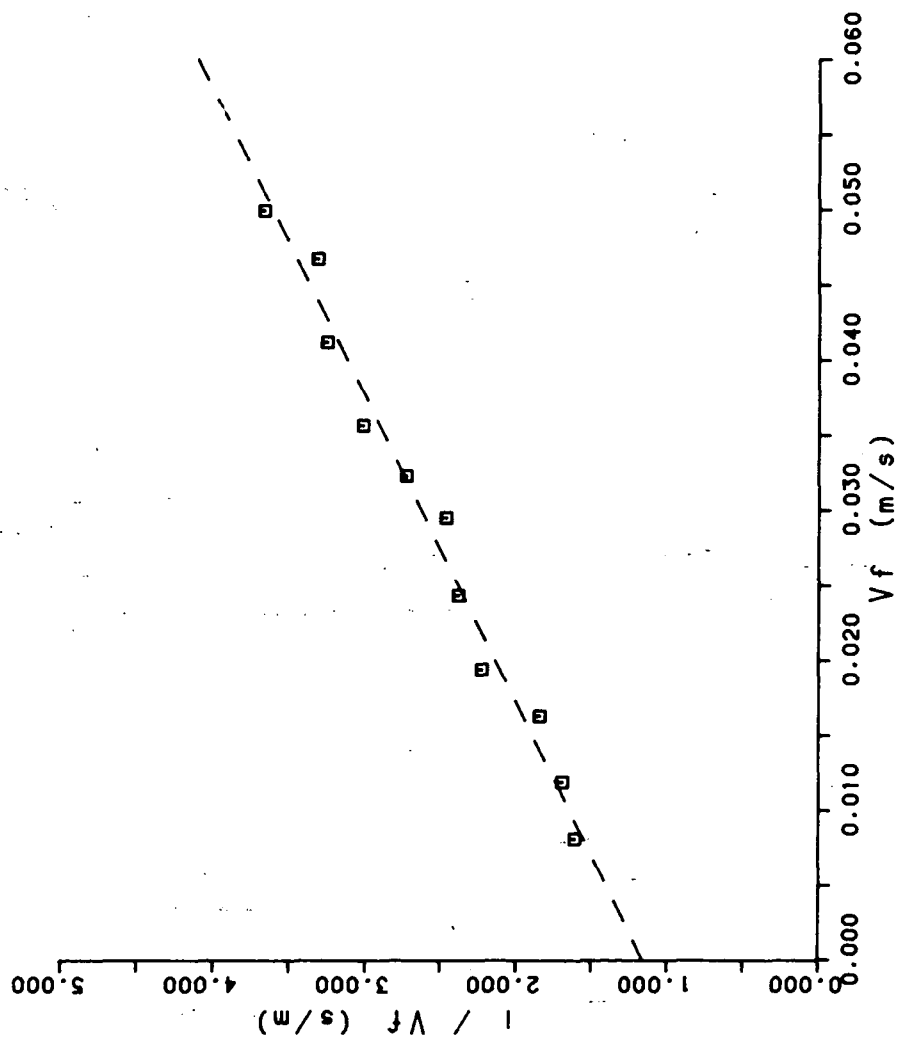
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 soil nl

87-02-23

Cyclische proeven
T=6 s

CO-272550 Hda

BIJL. 5.4



**GRONDMECHANICA
DELFT**

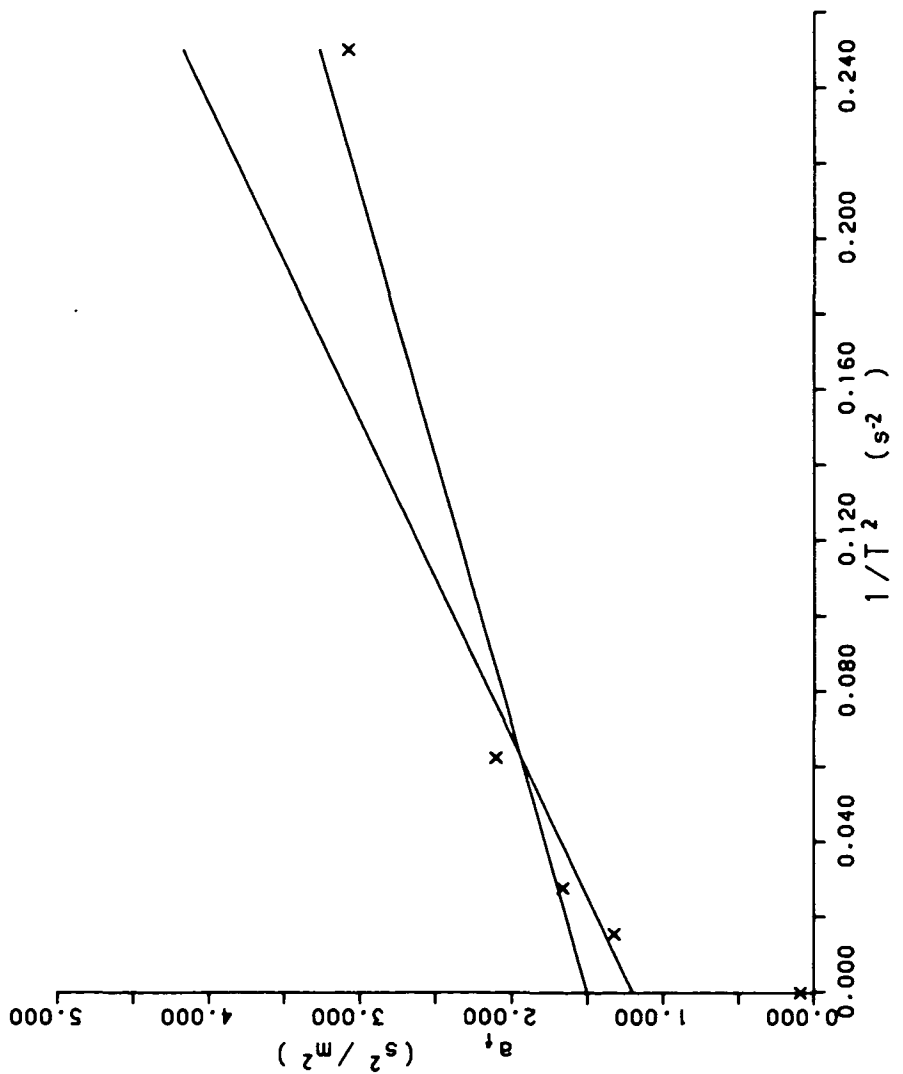
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Teleex 38234 deli nl

87-02-23

Cyclische proeven
T=8 s

CO-272550 Hda

BIJL. 5.5



**GRONDMECHANICA
DELFT**

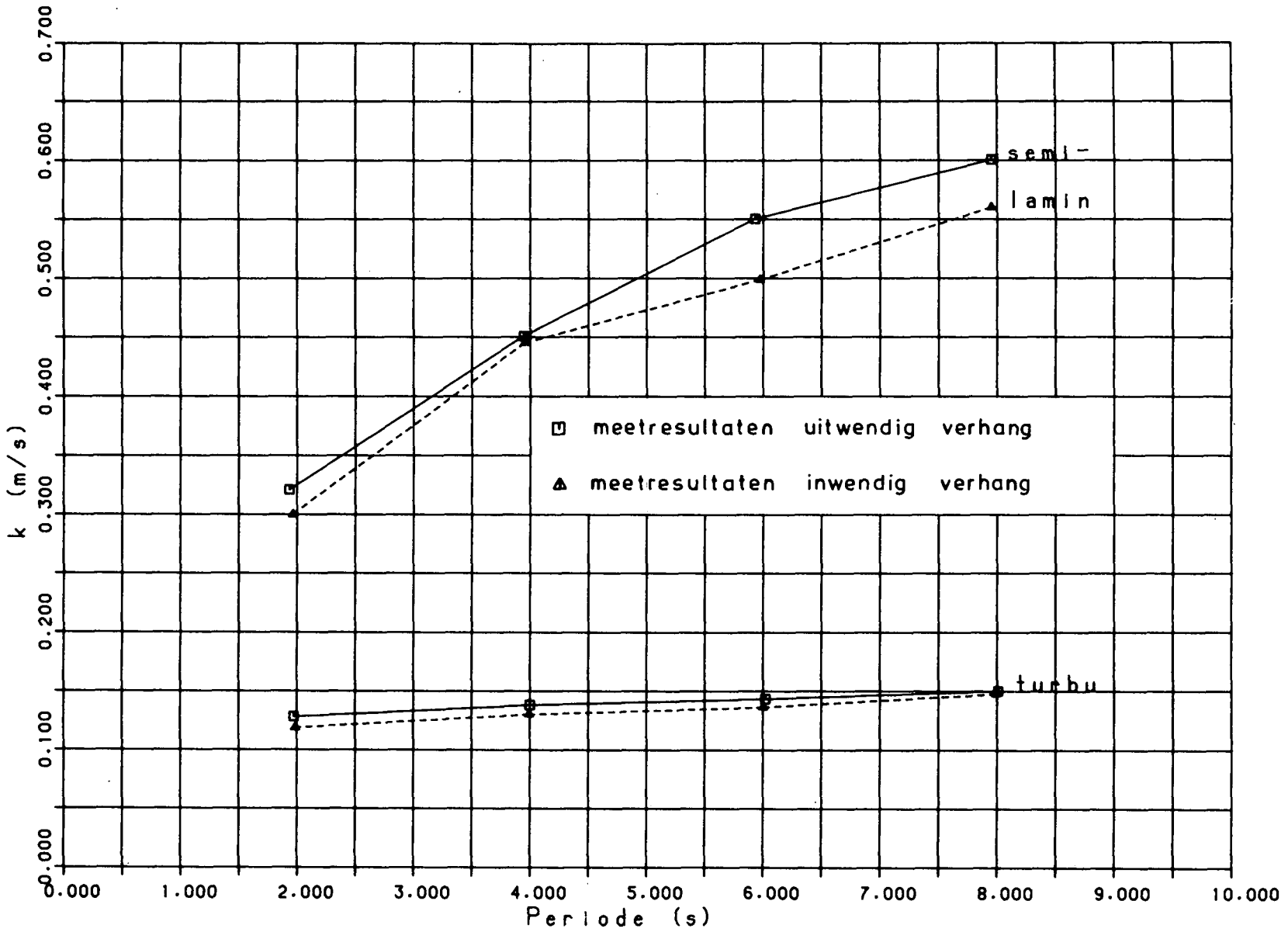
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 eell nl

87-02-23

CYCLISCHE DOORLATENDHEIDSMETINGEN INTER-
PRETATIE WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM.

CO-272550 H d a

BIJL. 5.6



GRONDMECHANICA
DELFT

Postbus 69, 2600 AB Delft Telfax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telfax 38234 0011 nl

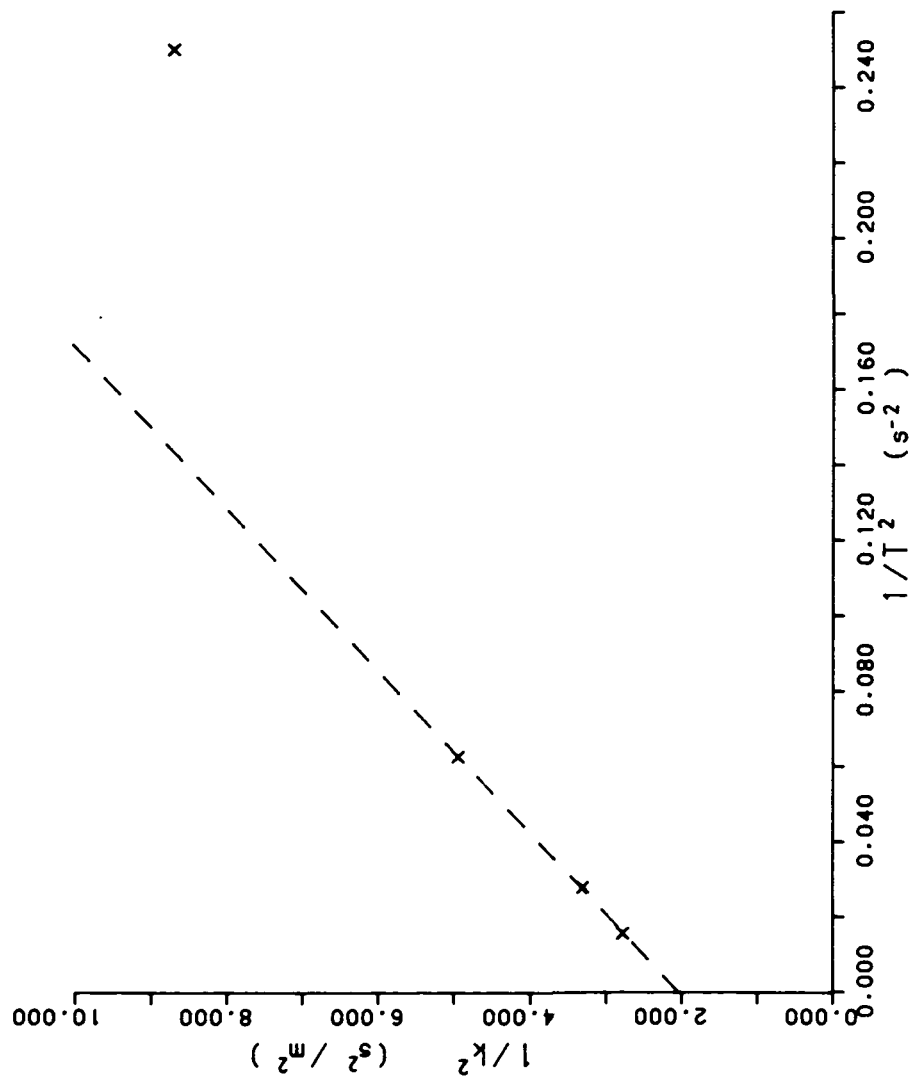
Metingen van de cyclische doorlatendheid
D50=24mm, bij laagst mogelijke verhang

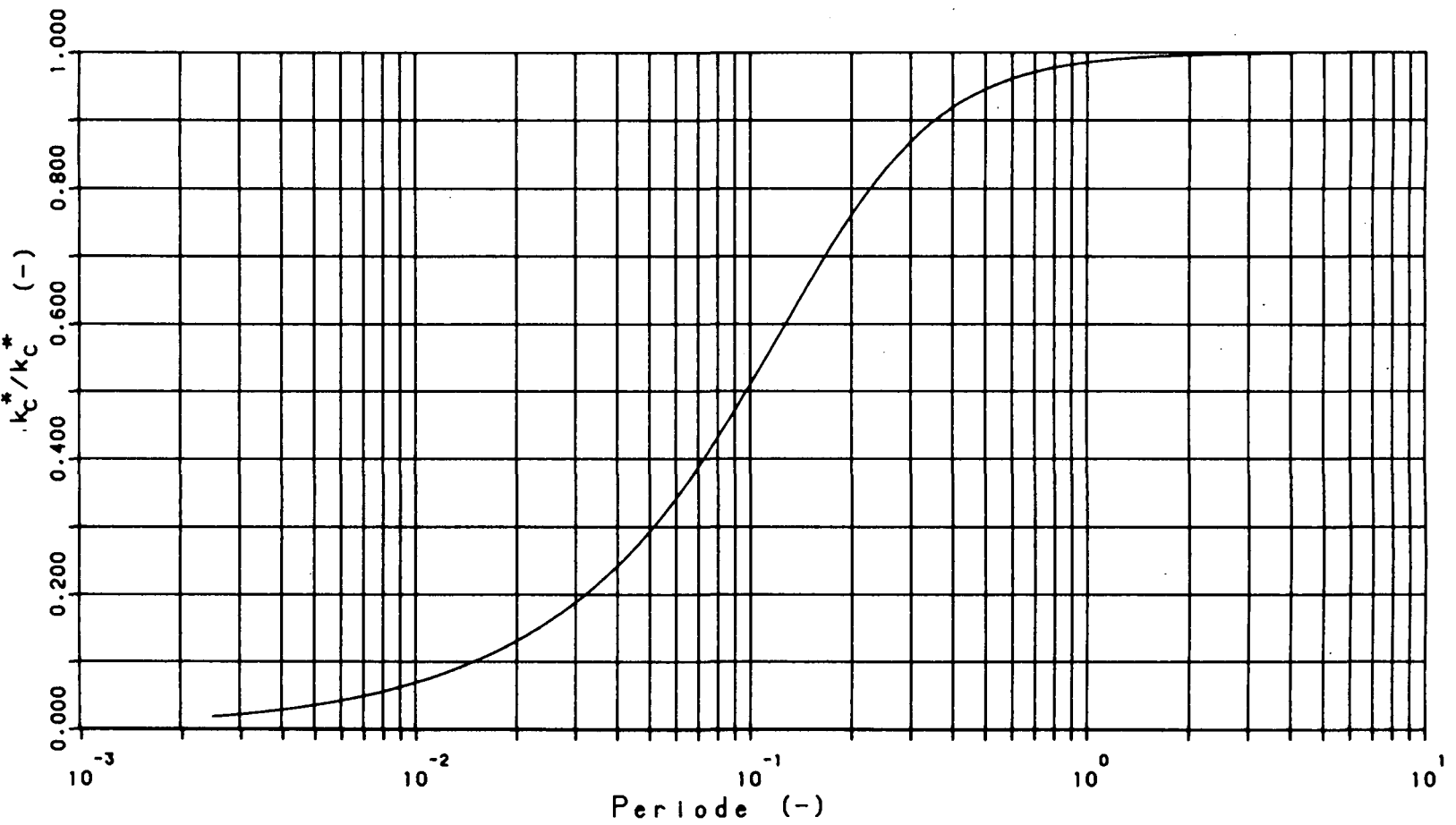
87-02-23

CO-272550

Hda

BIJL. 5.7





GRONDMECHANICA
DELFT

Postbus 69, 2600 AB Delft Telfax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telfax 38334 0011 n1

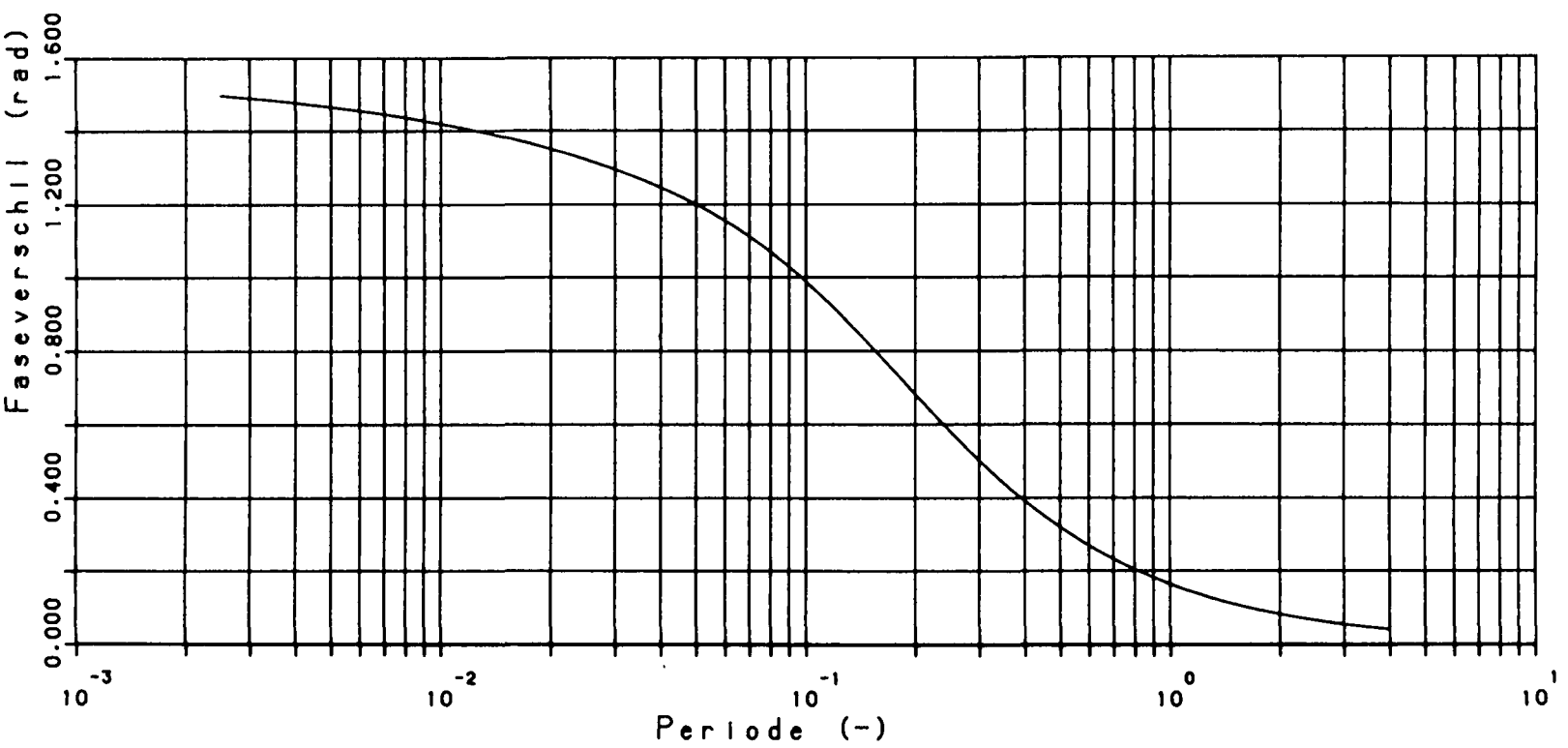
87-02-23

Uchida's model periode afhankelijkheid,
zuiver cyclisch verhang, doorlatendheid

CO-272550

Hda

BIJL. 6.1



GRONDMECHANICA
DELFT

Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telefax 38234 0011 nl

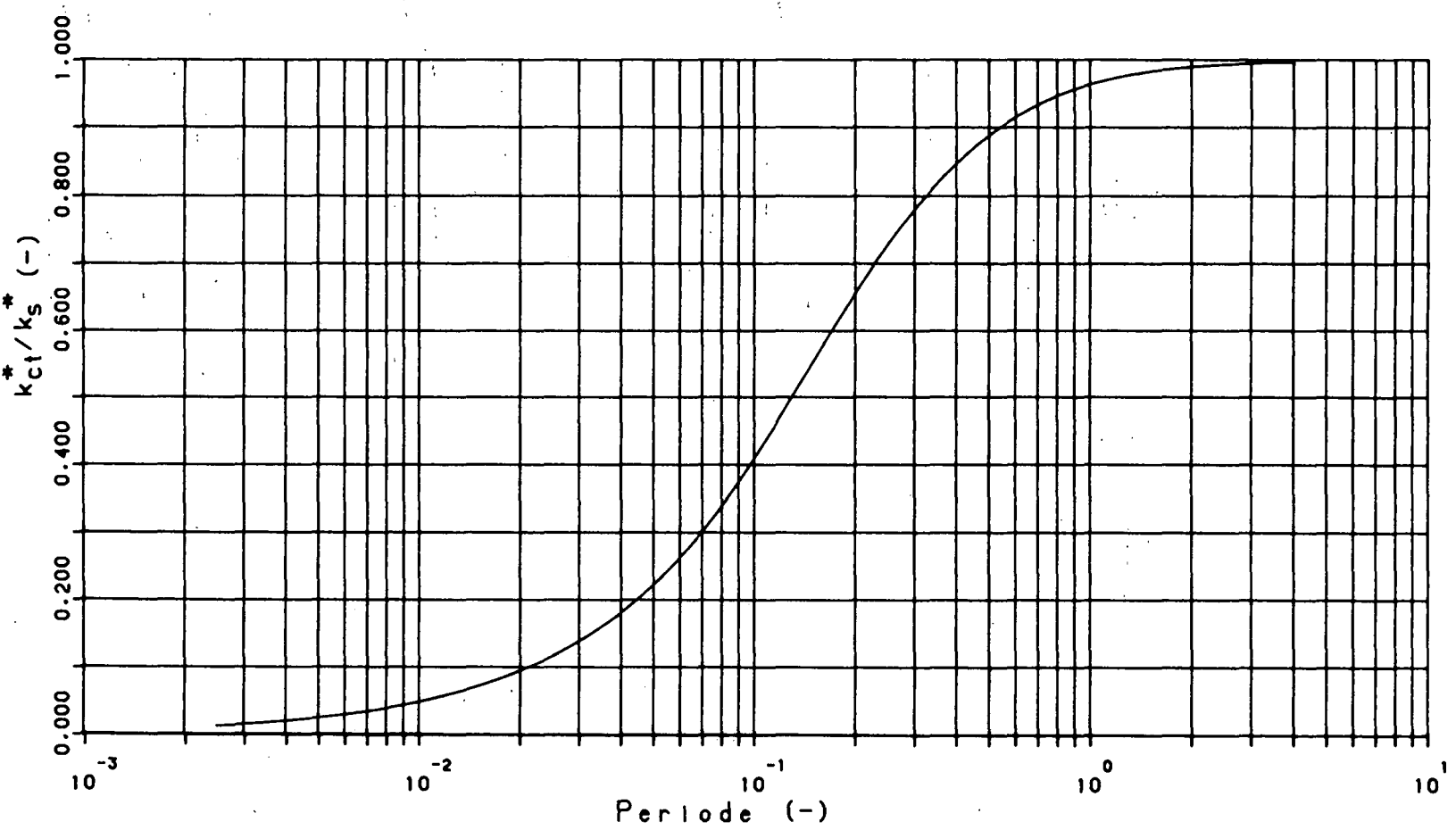
Uchida's model periodeafhankelijkheid,
zuiver cyclisch verhang, faseverschil

87-02-23

CO-272550

Hda

BIJL. 6.2



GRONDMECHANICA
DELFT

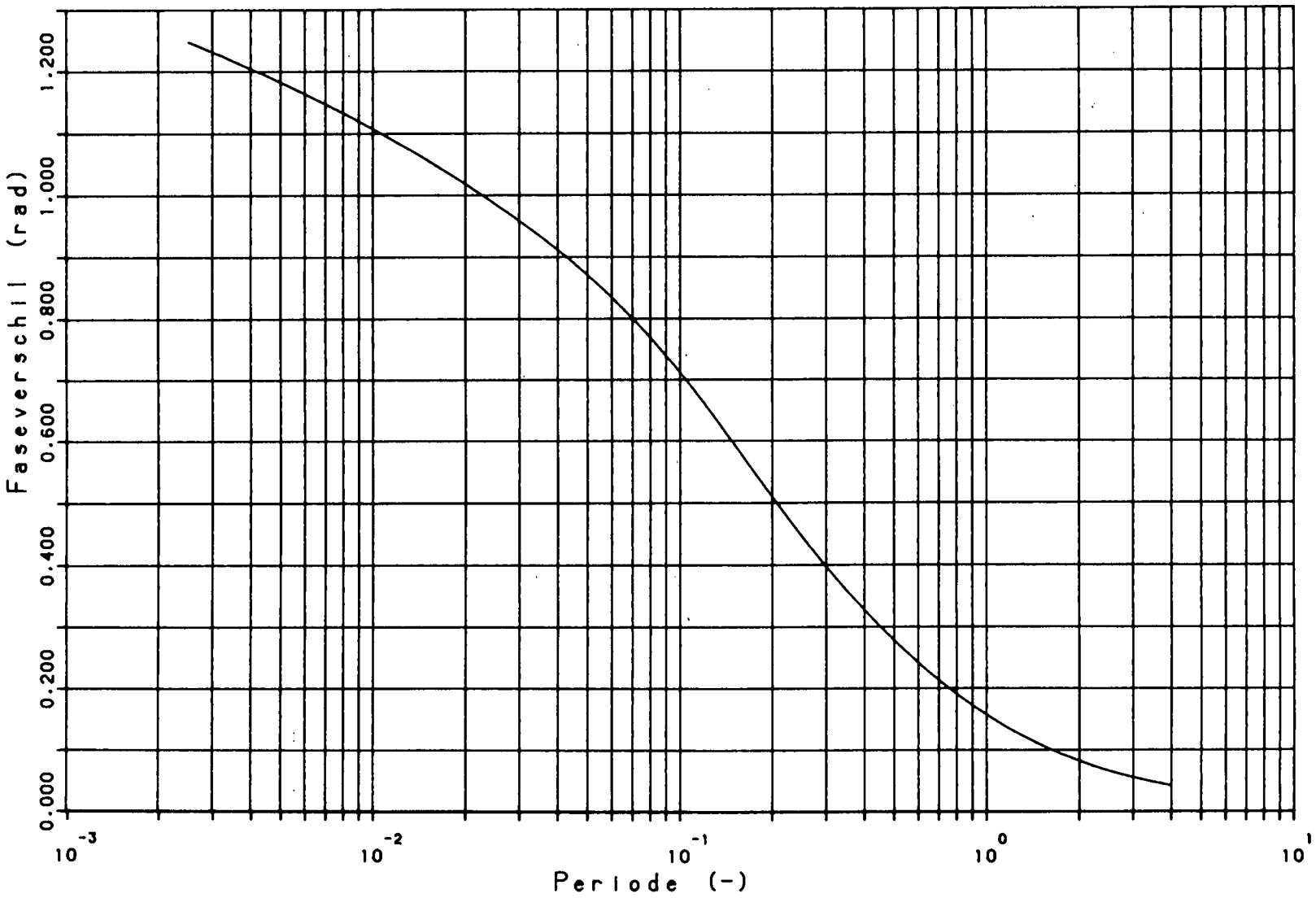
Postbus 69. 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telefax 36234 0011 nl

Uchida's model voor periode afhankelijkheid, 1e en 3e harmon., doorlatendheid

87-02-23

CO-272550 Hda

BIJL. 6.3



GRONDMECHANICA
DELFT

Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Tele 38234 ext 11 n1

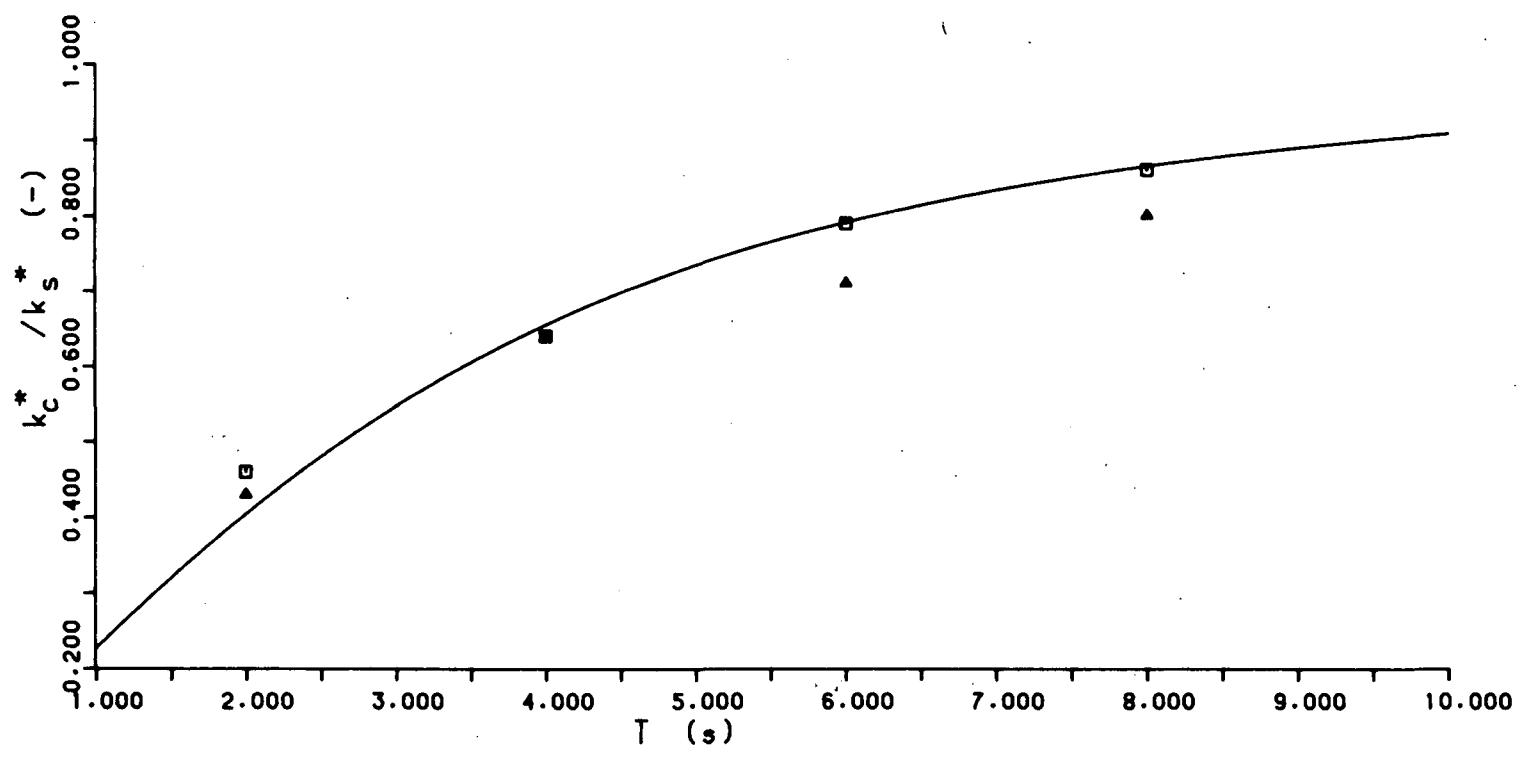
Uchida's model voor periode afhankelijkheid, 1e en 3e harmonische, faseverschijl

87-02-23

CO-272550 Hda

BIJL. 6.4

- meetresultaten uitwendig verhang
- ▲ meetresultaten inwendig verhang
- Uchida's theorie



GRONDMECHANICA
DELFT

Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telefax 38234 011 11

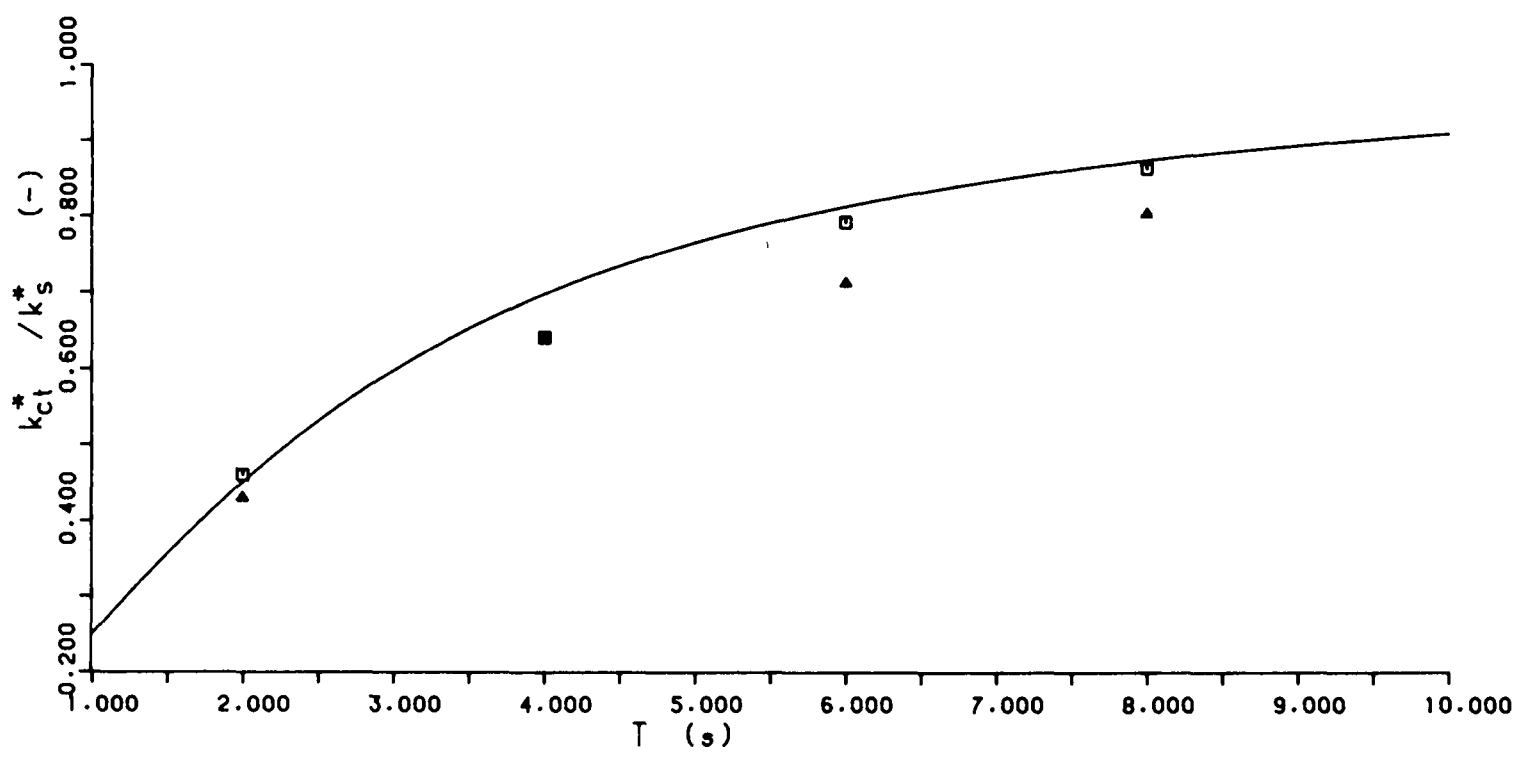
Vergelijking tussen metingen en Uchida's theorie, een component, $T_r=26$ s

87-02-23

C0-272550 Hda

BIJL. 7.1

- meetresultaten uitwendig verhang
- ▲ meetresultaten inwendig verhang
- Uchida's theorie




GRONDMECHANICA DELFT
 Postbus 69, 2600 AB Delft Telfax (015) 61 08 21
 Telefoon (015) 56 92 23 Telfax 56234 0011 n1

Vergelijking tussen metingen en Uchida's
 theorie, vervorming, $\epsilon=0.3$, $T_r=18$ s

87-02-23	
CO-272550	Hda
BIJL. 7.2	

bladnummer : - 50 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

APPENDIX A

In deze appendix wordt een numerieke oplossing gegeven voor de niet-stationaire turbulente doorlatendheid. De relatie, die hieraan ten grondslag ligt, is (zie vergelijking 4.40):

$$i(t) = a_f v(t) + b_f v^2(t) \text{ teken } (v(t)) + c_f \frac{dv(t)}{dt} \quad (\text{A.1})$$

Deze vergelijking is numeriek opgelost, gegeven een materiaal met $D_{15} = 20$ mm en $n = 0.4$; hieruit volgt voor de coëfficiënten a_f , b_f en c_f volgens (2.2), (2.3) en (4.19):

$$\begin{aligned} a_f &= 0.4 \text{ s/m} \\ b_f &= 70 \text{ s}^2/\text{m}^2 \\ c_f &= 0.25 \text{ s}^2/\text{m} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Voor het verhang $i(t)$ wordt aangenomen:

$$i(t) = i_0 \sin \omega t \quad (\text{A.3})$$

met

$$i_0 = 0.2 \quad (\text{A.4})$$

Als de beginvoorwaarde bekend is: op $t = 0$ is $v(t) = 0$, kan de vergelijking numeriek opgelost worden. Hiervoor is gebruik gemaakt van een standaard routine van de Numerical Algorithm Group, EO2EBF, een Gear methode voor vergelijkingen waarvan de coëfficiënten in orde-grootte sterk verschillen.

Voor een aantal waarden van de periode van het verhang is vergelijking (A.1) met een verhang volgens (A.3) opgelost. Zoals in het laminaire geval bleek treedt er een faseverschil op tussen de watersnelheid en het verhang, zie paragraaf 4.1.1. Op tijdstip $t = 0$ zijn verhang en watersnelheid in fase, door de keuze van de beginvoorwaarde. Er zal enige tijd nodig zijn, om het systeem "in evenwicht" te laten komen, het inslingeren. Vergelijking (A.1) is daarom opgelost tot een tijdstip, dat optreedt 25 perioden van het verhang na $t = 0$. In bijlage A.1 zijn verhang en watersnelheid getekend als functie van de tijdsfactor t/T voor vier verschillende perioden: $T=20$ s, 2 s, 0.2 s, en 0.02 s. Verhang en watersnelheid zijn gedurende twee perioden getekend. De tijdschaal is daartoe op de periode genormeerd. Ter vergelijking zijn het verhang en de watersnelheid in een grafiek weergegeven. De kwalitatieve waarden van $i(t)$ en $v(t)$ na 20 perioden zijn uitgezet in de bijlage A.1. Uit een analyse van het faseverschil bleek, dat dit na 15 perioden niet meer veranderde. Dit houdt in, dat het systeem ingeslingerd is. De regelmatige sinus op bijlage A.1 is het verhang. De amplitude daarvan is voor alle perioden constant. De andere curve is de watersnelheid. Drie zaken vallen op in de analyse van de resultaten:

1. De amplitude van de watersnelheid neemt af bij afnemende periode van het verhang.
2. Het faseverschil tussen watersnelheid en verhang neemt toe bij een afnemende periode.
3. De vorm van de curve van de watersnelheid verandert van bolvormig naar sinusvormig bij een afnemende periode.

De berekeningen zijn verder geanalyseerd. Uit de amplitude van de watersnelheid en de amplitude van het verhang is de cyclische doorlatendheid, k_c , bepaald.

bladnummer : - 52 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

Deze wordt door de stationaire doorlatendheid, k_s , gedeeld. De verhouding k_c/k_s is voor een aantal perioden tussen 0.025 en en 20 seconden uitgezet in bijlage A.2. Voor perioden groter dan 1 s is deze verhouding 1. Cyclische effecten spelen blijkbaar nog geen rol. Bij een periode van 0.28 seconde is de verhouding gereduceerd tot $1/\sqrt{2} \approx 0.71$. Het kantelpunt T_{kc} is dus 0.28 seconde, een numeriek berekend resultaat.

In hoofdstuk 4.3.2 wordt een schatting gegeven voor het kantelpunt T_{kex} op grond van de relaxatietijd bij een aan-uit beschouwing, zie formule (4.62). Gebruikmakend van (A.2) en (A.4) wordt voor T_{kex} 0.21 s gevonden. De numerieke berekening geeft dus aan dat T_{kex} in dit geval een redelijk goede analytische maat voor het turbulente kantelpunt is.

Uit het tijdsverschil tussen een nulpassage van het verhang en de watersnelheid, beide in dezelfde richting, kan het faseverschil bepaald worden; zie figuur A.1.

Het tijdstip waarop het verhang nul is, komend vanaf de negatieve kant wordt t_i genoemd. Het tijdstip waarop dit voor de watersnelheid geldt, wordt t_v genoemd.

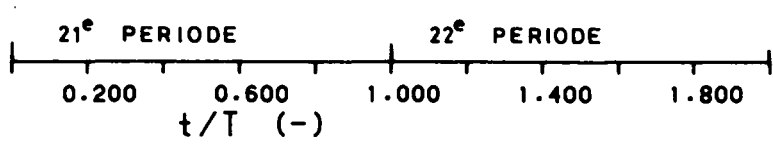
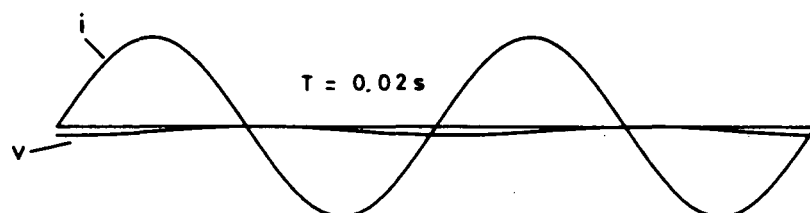
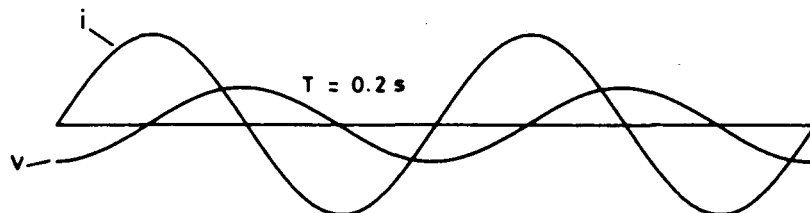
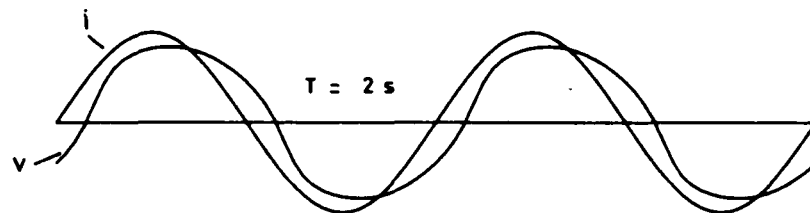
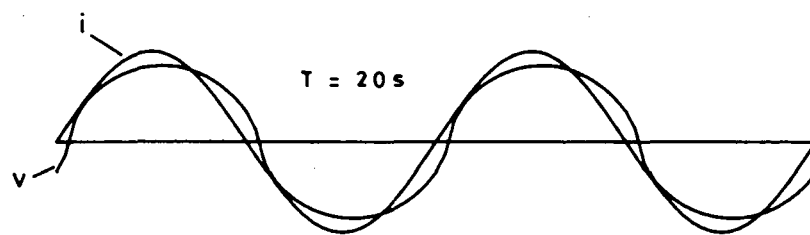
Het faseverschil, ϕ , wordt bepaald uit:

$$\phi = 2\pi (t_v - t_i)/T \quad (A.5)$$

bladnummer : - 53 -
ons kenmerk: CO-272550/35
datum : maart 1987

Voor de gemaakte berekeningen, uitgaande van het gegeven materiaal is ϕ getekend als functie van de periode, zie bijlage A.3. Het is opvallend, dat bij het kantelpunt ($T_{kc}=0.28s$) het faseverschil 1.2 rad is, in plaats van $\pi/4$, zoals bij het laminaire kantelpunt.

Hoewel de cyclische doorlatendheid bij perioden groter dan 1 seconde nauwelijks afwijkt van de stationaire waarde, is het faseverschil bij perioden van 1 a 10s redelijk groot en vervolgens boven de 10s klein. Bijvoorbeeld bij een periode van 2 seconden bedraagt het faseverschil 0.32 rad ongeveer (18°).



G GRONDMECHANICA
DELFT

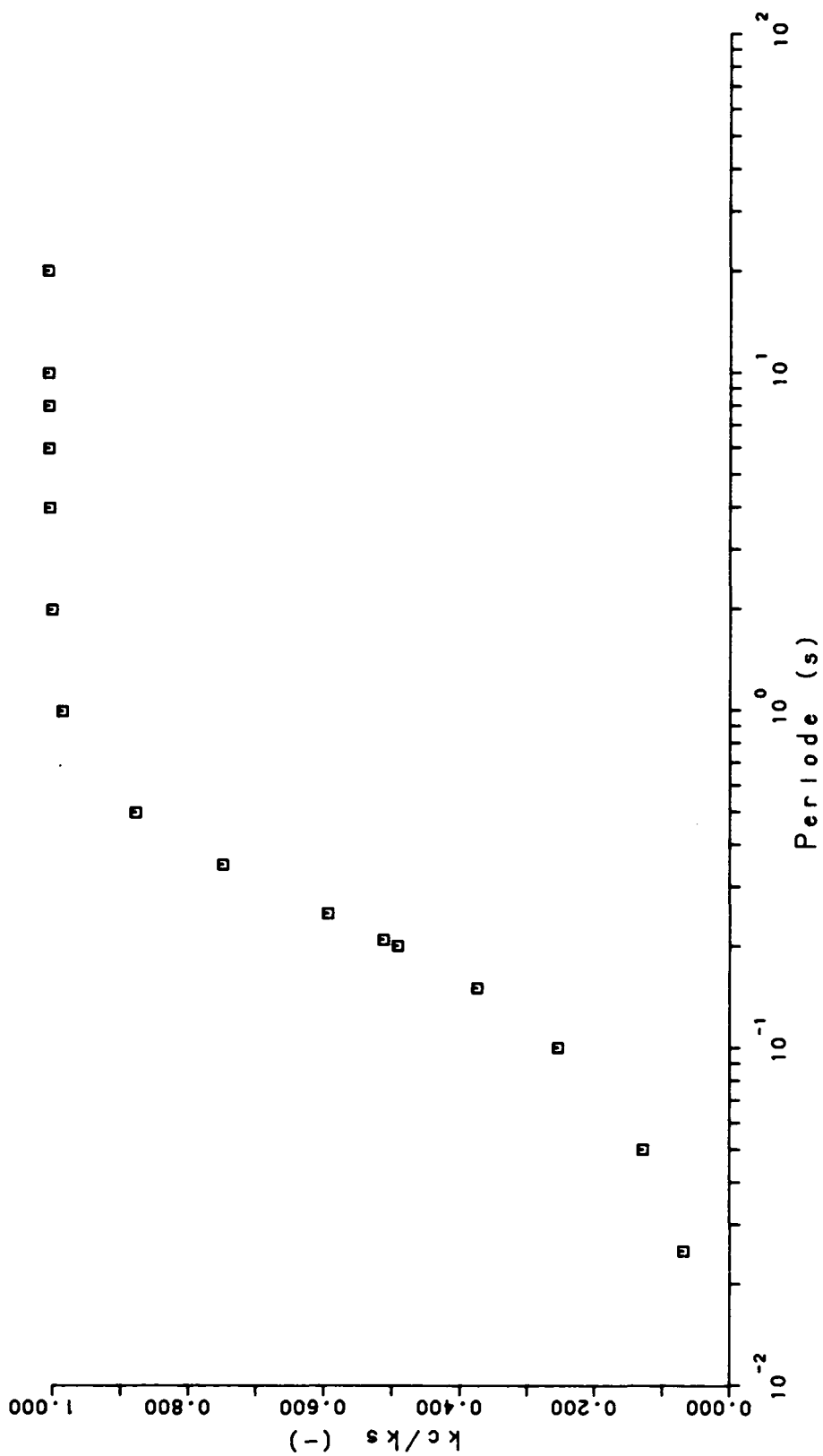
Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 soil nl

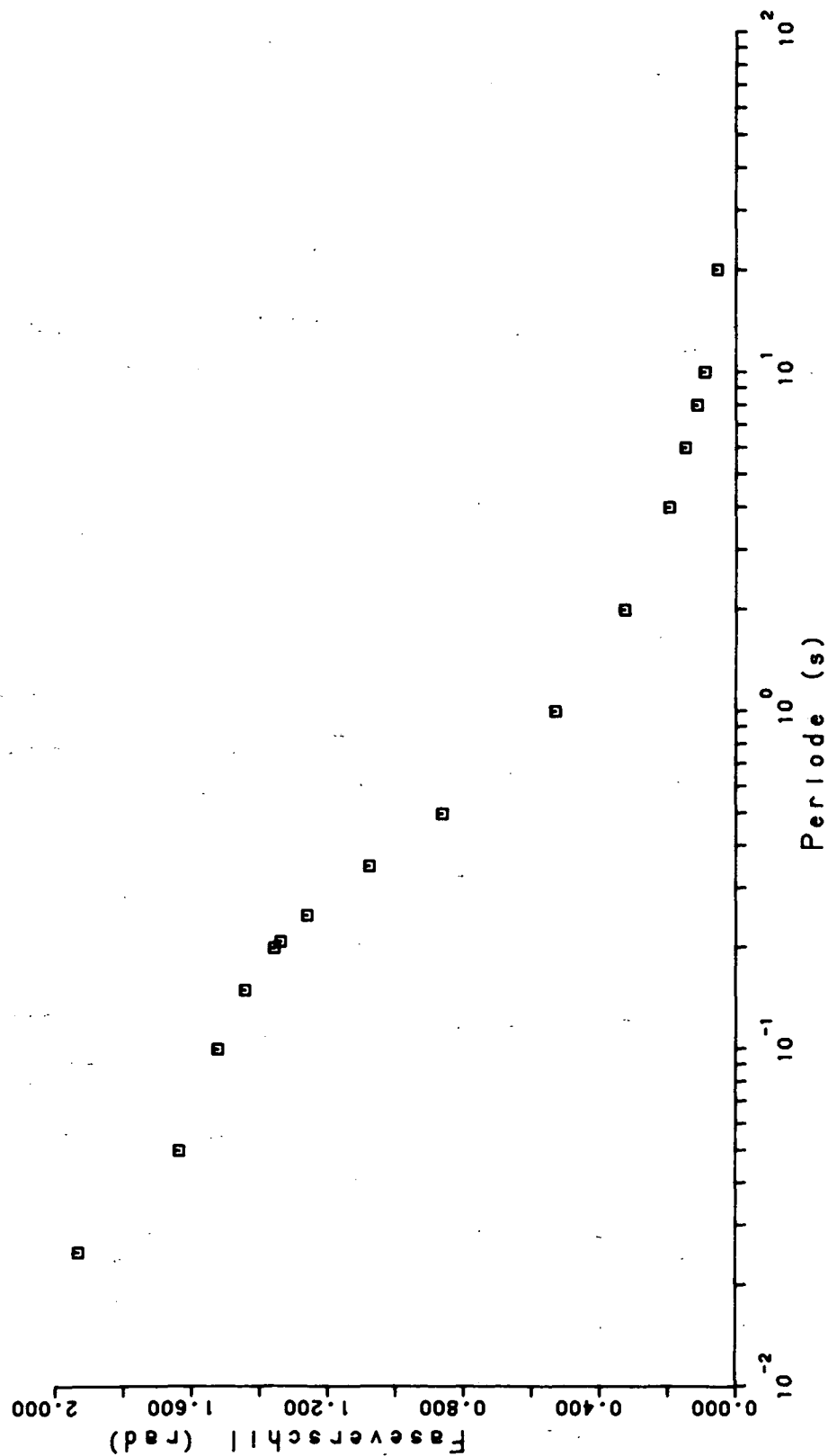
87-02-23

Verzameling van gedrag $v(t)$ en $i(t)$ als
functie van de periode en tijd

CO-272550 Hda

BIJL. A.1





GRONDMECHANICA DELFT

Postbus 69, 2600 AB Delft Telefax (015) 61 08 21
 Telefoon (015) 56 92 23 Telex 38234 coll nl

87-02-23

Verband tussen periode en faseverschil
 $a=0.4$ $b=70$ $c=0.25$; numerieke berekening

CO-272550 Hda

BIJL. A.3

SEKTIE 4

Invloed van luchtbellen op de doorlatendheid van een korrelpakket

De invloed van luchtbelllen
op de doorlatendheid van
een korrelpakket

RIJKSWATERSTAAT
DIENST WEG- EN WATERBOUWKUNDE
Invloed van luchtbellen op de doorlatendheid
van een korrelpakket

CO-416562/49
november 1987
ADEL/ed

Opgesteld in opdracht van
de dienst Weg- en Waterbouwkunde
te Delft

AFDELING WATERBOUWKUNDIGE CONSTRUCTIES
projectleider: dr. H. den Adel
projectbegeleider: ir. A. Bezuijen
afdelingshoofd: ir. P. Lubking

bladnummer : - i -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

INHOUDSOPGAVE

1. Samenvatting en conclusie
2. Inleiding
 - 2.1 De invloed van luchtbellen op de doorlatendheid
 - 2.2 Andere effecten op de doorlatendheid
 - 2.3 Rekenmethode
 - 2.4 Verzadigingsgraad
3. Simulatiemethoden
 - 3.1 Generatie van een willekeurige stapeling
 - 3.2 Porieholten en poriekanaaltjes
 - 3.3 Randeffecten
 - 3.4 Bepaling van de gemiddelde waarde van de diameter
 - 3.5 Bepaling porositeit
4. Analytische methoden
 - 4.1 Korrel- en porieholtenverdeling
 - 4.2 Bepaling D_{15}
 - 4.3 bepaling porositeit
 - 4.4 Hulp bij eliminatie randeffecten

bladnummer : - ii -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

5. Uitwerking

5.1 Verlaging van de porositeit

5.2 Verlaging van de waarde van de $D_{1,5}$

5.3 Conclusie

Appendix A Afleiding van de invloed van bellen op de porositeit

Appendix B Afleiding van de invloed van bellen op de $D_{1,5}$

Appendix C Randeffecten

Appendix D Afleiding van het aantal porieholten per deeltje

Referenties

bladnummer : - iii -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

LIJST VAN DE SYMBOLEN

$a(\alpha)$	argument van $a_d(D_{1s}(\alpha))$
a_d	hulpcoëfficiënten
$c(\sigma)$	coëfficiënt die de verhouding tussen de gemiddelde deeltjes en porieholten grootte aangeeft
c_0	evenredigheidsconstante
d	diameter van een deeltje
D	diameter van een bolvormige ruimte
D_x	diameter van de korrels die door x% van de massa onderschreden wordt
D_x^a	diameter van de korrels die door x% in aantal onderschreden wordt
f_{schil}	fractie deeltjes die aan de rand van een ruimte ligt
$f(p)$	functie van de gradatie
G_x	diameter van de porieholten die door x% in aantal onderschreden wordt
$I(x)$	verkorte schrijfwijze voor een integraal in appendix B
k	doorlatendheid
ℓ	een geheel getal
N	aantal deeltjes in de stapeling
n	porositeit
$n(\alpha)$	porositeit als functie van de verzadigingsgraad
n_{ntoe}	porositeit van het materiaal na toevoeging van luchtbelletjes
n_{oor}	oorspronkelijke porositeit
N_{op}	aantal toegevoegde deeltjes
n_{op}	porositeit na toevoeging van deeltjes
p	gradatie, maat voor de standaarddeviatie in de diameter van de korrels
$P(x)$	gaussische integraal
P^{-1}	inverse van de gaussische integraal
P_{da}	kansdichtheid van de deeltjes naar aantal bepaald
$P_{\text{mt}}(\alpha, x)$	massaverdeling van het totale materiaal, belletjes inclusief

bladnummer : - iv -
ons kenmerk: C0-416562/49
datum : 1987-11-01

s verzadigingsgraad in de onverzadigde zone
 V_{oor} oorspronkelijke volume van de korrels in het korrelpakket
 V_{tot} totale volume waarin de korrels zich bevinden
 x een variabele grootte, bijvoorbeeld om de diameter mee aan te geven
 $Z(y)$ gaussische integrand
 α verzadigingsgraad, relatieve aantal porieholten dat luchtbellens bevat
 β luchtgehalte in het water naar volume bepaald
 ϵ een klein getal
 μ logaritme van de gemiddelde waarde
 μ_{da} logaritme van de gemiddelde waarde van de diameter van de deeltjes naar aantal bepaald
 μ_{ha} logaritme van de gemiddelde waarde van de diameter van de porieholten naar aantal bepaald
 ν_w kinematische viscositeit van water
 σ standaarddeviatie

bladnummer : - 1 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

1. SAMENVATTING EN CONCLUSIE

Met resultaten van simulaties zoals deze in het geometrische spoor worden gebruikt en met analytische modellen is de invloed op de doorlatendheid bepaald ten gevolge van de aanwezigheid van luchtbellen in de poriën van een granulaair materiaal. Hierdoor kan de doorlatendheid van een granulaair materiaal iets meer dan een factor twee kleiner worden, waardoor bij gelijkblijvende doorlatendheid van de toplaag de lek lengte zo'n anderhalf keer korter wordt.

bladnummer : - 2 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

2. INLEIDING

Bij recente metingen aan steenzettingen in de Deltagoot bleek dat de voorspelling van de leklengte niet in overeenstemming was met de gemeten waarde. De leklengte bleek korter te zijn dan verwacht. Een kwalitatieve verklaring hiervoor is, dat de in situ doorlatendheid van de onderlaag lager is dan voorspeld kan worden of bij een laboratoriumproef op een representatief monster gemeten wordt. Een oorzaak van deze lagere doorlatendheid kan zijn, dat het in de onderlaag binnengedrongen water kleine luchtbellens heeft achtergelaten. Deze luchtbellens vertonen de neiging om samen te ballen [1]. Ondanks stroming van water door een granulair pakket kunnen bellens hierin achterblijven, vooral als een bel een of meer raakvlakken met de hem omringende korrels heeft.

Indien er sprake is van een mengsel van lucht en water in een granulair medium, kunnen er twee situaties worden onderscheiden:

- luchtbellens in een met water verzadigd pakket
- waterstroming in een onverzadigde zone

Het moge duidelijk zijn dat bij de Deltagoot proeven de hoeveelheid water in het korrelpakket domineerde.

2.1 De invloed van luchtbellens op de doorlatendheid

Een kwalitatieve beschouwing leert dat de aanwezigheid van luchtbellens in het water de effectieve doorstroom oppervlakte voor het poriewater kleiner maakt. Om de grootte van de afname van de doorlatendheid te voorspellen moet een nadere analyse gemaakt worden van de effecten die de aanwezigheid van luchtbellens op de doorlatendheid veroorzaakt. Er kunnen twee mechanismen worden onderscheiden:

1. Verlaging van de effectieve porositeit.
2. Verlaging van de rekenwaarde van de gemiddelde diameter.

bladnummer : - 3 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

Voor de eenvoud wordt er aangenomen dat de luchtbellens starre bollen zijn. Ze houden zich op in de poriën. Ze zijn bovendien ondoorlatend voor water. De aanwezigheid van luchtbellens in het korreelpakket kan dus gesimuleerd worden door aan te nemen dat er zich schijnbaar extra deeltjes in de poriën bevinden.

2.1.1 Invloed diametergrootte op de doorlatendheid

De Deltagoot proeven zijn uitgevoerd met wadzand. Hierin treedt laminaire stroming op. Het laminaire deel van de doorlatendheid wordt veroorzaakt door de wrijving die het water in de poriën ondervindt. Deze wrijving is in principe evenredig met de oppervlakte van de wanden van de poriën in het korreelpakket. Om de doorlatendheid te beschrijven moet dus de gemiddelde oppervlakte van de poriewanden worden gebruikt. Deze is gerelateerd aan de gemiddelde korreldiameter.

In [2] is zowel theoretisch als experimenteel nagegaan 'welke diameter' uit een korrelverdeling de afhankelijkheid van de doorlatendheid van een materiaal het beste beschrijft. Hieronder wordt verstaan een karakteristieke diameter zoals de $D_{1,5}$ of de $D_{5,0}$. Het is gebleken dat dit zowel bij laminaire als bij turbulente stroming de $D_{1,5}$ is. De laminaire doorlatendheid is dus evenredig met $D_{1,5}^2$. Voor deze uitspraak zijn er echter twee restricties. Ten eerste hadden de onderzochte materialen in het algemeen een tamelijk rechte korrelverdeling. Ten tweede betrof het materialen die niet naderhand met het een of andere materiaal nog opgevuld waren.

Door de aanwezigheid van de luchtbellens lijkt het er op dat de gemiddelde diameter van de korrels in het medium is afgenomen. De luchtbellens worden ondoorlatend voor water beschouwd, dus de situatie kan benaderd worden door een pakket waarin extra kleine deeltjes zijn toegevoegd. In plaats van over de gemiddelde diameter van het pakket inclusief de luchtbellens te spreken, wordt daarom gerefereerd naar de rekenwaarde van de gemiddelde diameter.

bladnummer : - 4 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

2.1.2 Invloed porositeit op de doorlatendheid

Ook hier wordt de aanwezigheid van de luchtbellen benaderd door aan te nemen dat er zich in het korrelpakket kleine waterondoorlatende bellen bevinden. Deze nemen net als extra deeltjes een gedeelte van de ruimte in de poriën in beslag. Dit verlaagt de porositeit. De porositeit van het met bellen gevulde korrelpakket wordt beschreven door een effectieve porositeit, immers er bevinden zich geen echte korrels in de poriën. Bij laminaire stroming is de doorlatendheid afhankelijk van de porositeit volgens $n^3/(1-n)^2$. Ook deze relatie is slechts getest voor weinig gegradeerde materialen, die niet naderhand met een fijnkorreliger materiaal zijn opgevuld.

2.2 Andere effecten op de doorlatendheid

Het is onbekend of er naast de bovengenoemde effecten nog extra microscopische effecten zijn die de doorlatendheid beïnvloeden. Ook macroscopische effecten zoals ingesloten hoeveelheden lucht die onder druk staan, kunnen de doorlatendheid beïnvloeden. In een eerste verkennende exercitie als dit rapport wordt er daarom van uitgegaan dat deze extra effecten afwezig zijn. Een experimentele verificatie van deze aannamen is gezien de doelstelling van dit onderzoek niet uitgevoerd. In een later stadium dient dit echter ter ondersteuning van de theorie wel te gebeuren.

2.3 Rekenmethoden

De invloed die luchtbellen hebben op de effectieve porositeit en de rekenwaarde voor de gemiddelde diameter, kan zowel via een analytisch model als via numerieke simulaties kwantitatief bepaald worden. Beide zijn in dit rapport beschreven.

bladnummer : - 5 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

2.3.1 De analytische methode

Het doel van deze methode is tweeledig.

- De numerieke simulaties (zie onder) zijn uitgevoerd met een vast gehalte aan luchtbellen in het korrelpakket. Het analytische model staat toe om ook voor willekeurige hoeveelheden lucht te bepalen hoe groot de verandering in de effectieve porositeit en de rekenwaarde voor de gemiddelde diameter is.
- De numerieke simulaties zijn uitgevoerd met een beperkt aantal deeltjes. Als gevolg hiervan spelen randeffecten (zie hoofdstuk 3.3) een grote rol. Zij uiten zich door het feit dat er minder porieholten dan verwacht gevonden worden in de stapelingen. Zo'n effect moet rekentechnisch geëlimineerd worden. Hiervoor moet onder andere bekend zijn op welke manier de numerieke resultaten geëxtrapoleerd kunnen worden naar een situatie waarin de randeffecten afwezig zijn (H.L. meer porieholten). Voor de manier waarop geëxtrapoleerd wordt, is een stukje theorie nodig. Niet het complete verband tussen bijvoorbeeld de rekenwaarde van de gemiddelde diameter en de hoeveelheid bellens in het pakket wordt gebruikt, maar slechts het feit dat de afnamen van de rekenwaarde van de gemiddelde diameter recht evenredig is met de hoeveelheid bellens.

Bij de analytische methode wordt van een materiaal uitgegaan, waarvan slechts de korrelverdeling gegeven is. De korrelverdeling is de statistische verdeling van de grootte van de korreldiameters. Aan het materiaal worden luchtbellen toegevoegd, die ook weer statistisch gezien als korrels worden beschreven. Door het toevoegen ontstaat een nieuwe verdeling van de grootte van de 'korrels'. Hieruit wordt het nieuwe rekenequivalent voor de gemiddelde diameter bepaald. De verandering van de grootte van de gemiddelde diameter wordt hieruit afgeleid. Daarnaast, als voorafgaand aan het toevoegen van de lucht het materiaal een bekende porositeit bezat, kan de verandering van de porositeit worden berekend ten gevolge van het toevoegen van de lucht.

bladnummer : - 6 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

Tenslotte wordt door variatie van de hoeveelheid toegevoegde lucht de invloed bepaald van gedeeltelijke opvulling van de poriën.

2.3.2 Numerieke simulaties

Deze zijn uitgevoerd aan de hand van willekeurige stapelingen bestaande uit een beperkt aantal bollen. De posities van de bollen zijn bekend, evenals hun grootte. Er is aangenomen dat de luchtbellens zich in de poriën zullen ophouden. De posities van de luchtbellens in het korrelpakket zijn dus eveneens bekend. Door de luchtbellens als bollen te beschouwen kan met numerieke methoden de gemiddelde diameter en porositeit in de opgevulde stapeling bepaald worden.

2.4 Verzadigingsgraad

In dit verslag worden twee verschillende luchtgehalten gehanteerd. De eerste, α , is de verhouding tussen het aantal luchtbellens en het aantal deeltjes in de stapeling. De tweede, β , is de verhouding tussen het volume van de bellens en het totale volume van het monster. De relatie tussen α en β wordt in hoofdstuk 5 bepaald.

Bij de onverzadigde stroming wordt de verzadigingsgraad s in de onverzadigde zone gebruikt. Dit is de fractie van het porievolumen dat door het water in beslag wordt genomen. De relatie tussen s en β volgt uit de definities:

$$\beta/n = (1 - s) \quad (2.1)$$

bladnummer : - 7 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

3. SIMULATIE METHODEN

3.1 Generatie van een willekeurige stapeling

Voor het uitvoeren van numerieke simulaties is gebruik gemaakt van de resultaten van het geometrische spoor [3] en [4]. Bij dit onderzoek zijn willekeurige stapelingen van bollen gegenereerd. De grootte van de bollen wordt zo gekozen, dat de zeefcurve van de bollen overeenstemt met een van te voren opgegeven verdeling. Er zijn vier verschillende korrelverdelingen gebruikt. Deze kunnen gekarakteriseerd worden door de gradatie, D_{90}/D_{10} . De gradatie van de gebruikte materialen was 1.2, 2.1, 3.6 en 7.5.

De stapelingen zijn stapsgewijs verdicht. Er zijn voor iedere korrelverdeling drie verschillende verdichtingstoestanden geselecteerd. Er was steeds een zo los mogelijk gepakte stapeling bij, een matig verdichte stapeling en een stapeling met minimale porositeit. Dit levert in totaal 12 stapelingen op. In iedere geselecteerde stapeling zijn de posities van de middelpunten van de bollen en hun diameter getalsmatig opgeslagen. Uit de positie en de grootte van de deeltjes kunnen voor dit rapport twee belangrijke grootheden worden bepaald: de rekenwaarde voor de gemiddelde diameter, te weten D_{15} , en de porositeit.

In een volgende stap zijn aan de oorspronkelijk geselecteerde stapelingen extra deeltjes toegevoegd. Deze toegevoegde deeltjes zijn even groot als de porieholten (zie hoofdstuk 3.2) in de oorspronkelijke stapeling. De aldus verkregen nieuwe situatie wordt van het adjectief 'opgevuld' voorzien. Ook in deze stapelingen zijn de porositeit en D_{15} bepaald. De resultaten van dit opvulproces worden gebruikt bij de bepaling van de afname van porositeit en D_{15} ten gevolge van de aanwezigheid van luchtbellen in het korrelpakket.

3.2 Porieholten en poriekanaaltjes

In de bovenbeschreven stapelingen is gezocht naar porieholten en poriekanaaltjes. Over het algemeen wordt in de grondmechanica slechts over poriën gesproken. Er moet echter een onderscheid gemaakt worden. In zijn algemeenheid kan gesteld worden dat in de poriën nieuw materiaal kan worden toegevoegd, mits de extra korrels voldoende klein zijn. Van het opvullen wordt gebruik gemaakt om het begrip porieholte te definieren.

- Een porieholte is die ruimte tussen een aantal deeltjes waar een toegevoegd deeltje dat nog net tussen de andere deeltjes in zou passen, zo groot mogelijk zal zijn.
- Een poriekanaaltje is daarentegen de plaats in de stapeling waarin de opening tussen de deeltjes zo klein mogelijk is. Het verbindt twee naburige porieholten.

Indien zich een hoeveelheid lucht in het korrelpakket bevindt, is het aannemelijk dat de bellen zich in de porieholten ophouden. De locale watersnelheid is daar immers zo klein mogelijk, een luchtbel kan hierin zo groot mogelijk worden en hij kan zich niet meer door het pakket verplaatsen omdat hij ten gevolge van het samenballen van luchtbelletjes in de porieholte te groot geworden is om nog door het naaste poriekanaaltje naar de volgende porieholte te gaan. Er wordt eveneens aangenomen dat de luchtbellens niet van vorm veranderen. De bellen worden verondersteld ondoorlatend te zijn voor water. De aanwezigheid van de luchtbellens kan dus vergeleken worden met de extra toegevoegde deeltjes in de opgevulde stapeling.

De grootte van de poriekanaaltjes wordt in dit concept niet gebruikt. Poriekanaaltjes worden slechts ter volledigheid en ter voorkoming van verwarring omtrent het begrip 'porie' vermeld.

3.3 Randeffecten

Het aantal bollen in de gebruikte stapelingen is betrekkelijk klein, zo'n 250 deeltjes. Ter vergelijking: het aantal korrels in 1 liter wadzand ($D_{50} \approx 0.15$ mm) bedraagt zo'n 150 miljoen korrels. Ten gevolge van het geringe aantal korrels in de stapeling wordt intuïtief reeds aangevoeld dat randeffecten bij de simulaties een veel grotere rol gespeeld zullen hebben dan bij de proeven in de Deltagoot. Voor de grootte van de randeffecten is van belang de verhouding tussen het aantal korrels binnen in de stapeling en op de rand van de stapeling. In appendix C is afgeleid, hoe die verhouding afhangt van de korrelgrootte en de afmeting van de ruimte waarin de korrels zich bevinden. De resultaten zijn samengevat in tabel 3.1. Uit deze tabel blijkt dat bij het geometrische spoor randeffecten inderdaad een grote rol hebben gespeeld. Omdat dit ook de verwachting was, is op voorhand reeds getracht randeffecten zo goed mogelijk te elimineren. Porieholten en poriekanaaltjes die op de rand van de stapelingen lagen zijn niet in de verdelingen meegenomen. Er wordt aangenomen dat de aldus verkregen verdelingen representatief zijn. De randeffecten verlagen slechts het aantal porieholten, maar laten de vorm en absolute ligging van de verdeling ongemoeid.

	N (-)	R (%)	d/D (-)
Simulatie	250.0	60.0	0.125
1 liter wadzand	1.5×10^8	0.7	0.00125

Tabel 3.1 Randeffecten. N is het aantal korrels in de stapeling. R is de fractie van de deeltjes, die zich nabij de rand bevinden, d is de karakteristieke korreldiameter en D de diameter van de ruimte waarin de korrels zich bevinden.

bladnummer : - 10 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

3.4 Bepaling van de gemiddelde waarde van de diameter

In [2] is aangetoond dat $D_{1,5}$ een goede benadering voor de gemiddelde diameter is. Omdat in de stapeling met het aantal deeltjes wordt gewerkt, moet voor de bepaling van de klassieke waarde van $D_{1,5}$, die immers naar massa wordt bepaald, een zeeffproces gesimuleerd worden dat rekening houdt met de massa van de deeltjes. Daartoe wordt voor ieder deeltje bepaald in welke mate het bijdraagt tot de totale massa van het monster. De massa van een deeltje wordt evenredig met de diameter tot de derde macht verondersteld. Indien luchtbellen worden meegezeefd, wordt aangenomen dat ze van massief zand zijn. Evenredigheidsfactoren zoals $\pi/6$ en volumieke massa worden bij dit zeeffproces niet meegenomen, omdat door normering van de kansrichtheid deze factoren er toch uitgedeeld worden. Door sommering van de bijdragen van iedere korrel wordt de verdeling van de korrels gevonden. De nauwkeurigheid van de aldus verkregen waarde van $D_{1,5}$ is in het algemeen 0.1%. De posities van de deeltjes worden bij zeeffing niet gebruikt.

3.5 Bepaling porositeit

In tegenstelling tot de bepaling van de waarde van de $D_{1,5}$ zijn bij de porositeit de posities van de deeltjes wel degelijk van belang. Om de porositeit te bepalen wordt op een vaste plaats in de ruimte waarin de deeltjes zich bevinden, een denkbeeldige bolvormige testruimte met een constant volume aangebracht. Ten eerste moet bepaald worden welke deeltjes wel en welke deeltjes niet in die testruimte liggen. Dit is mogelijk omdat de plaatsen van het middelpunten van de deeltjes bekend zijn. Ten tweede moet het gezamenlijke volume van alle deeltje in de testruimte bepaald worden. Een complicatie doet zich voor als een deeltje slechts gedeeltelijk in die ruimte ligt. Er wordt dan bepaald hoe groot het volume van dat gedeelte van het deeltje is, dat wel in de testruimte ligt. Slechts dit gedeelte telt mee bij de bepaling van het totale volume van de deeltjes in de testruimte. Speciale zorg is besteed ten einde de uitkomst van de bepaling van de porositeit niet te sterk te laten afhangen van de gekozen grootte en plaats van de

bladnummer : - 11 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

testruimte. Bij variatie van zowel grootte als plaats van de testruimte zijn de relatieve fluctuaties in de gevonden waarde van de porositeit iets minder dan 2%, dat wil zeggen de waarde van de porositeit zal over het algemeen niet nauwkeuriger dan 0.007 kunnen worden opgegeven. Waar deze nauwkeurigheid niet vermeld is wordt dus met $n=0.35$ bedoeld: $n=0.35 \pm 0.007$.

bladnummer : - 12 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

4. ANALYTISCHE METHODEN

4.1 Korrel- en porieholtenverdeling

Bij de analytische methoden wordt uitgegaan van een lognormale kansdichtheidsfunctie voor de korrelgrootte. Uit de analyses van de resultaten van het geometrische spoor blijkt dat de porieholtenverdeling door een geschaalde korrelverdeling kan worden beschreven. Met een geschaalde verdeling wordt bedoeld dat de vorm van beide verdelingen gelijk is. De gemiddelde waarden verschillen slechts een factor. Deze factor bleek van de gradatie van het materiaal af te hangen. Hieruit kan geconcludeerd worden dat ook de kansdichtheid van de grootte van de porieholten lognormaal is.

4.2 Bepaling $D_{1,5}$

Een deel van de porieholten of desnoods alle kunnen opgevuld worden met luchtbellen. Om de invloed van gedeeltelijke opvulling te beschrijven wordt de verzadigingsgraad, α , gedefinieerd. Dit is de verhouding tussen het aantal luchtbellen en het aantal deeltjes in de stapeling. Zowel de kansdichtheid van de deeltjes als die van de porieholten wordt door een continue functie beschreven. Door sommatie van de beide kansdichtheden naar rato van aanwezigheid (α) wordt de kansdichtheid van het opgevulde materiaal gevonden.

Via de verdeling wordt de waarde van de $D_{1,5}$ gevonden. De definitie van het begrip $D_{1,5}$ wordt als volgt geïnterpreteerd. Het is de diameter waarvoor geldt dat de korrels die kleiner zijn dan die diameter, 15% bijdragen tot de massa van het monster. De luchtbellen worden ook als massieve deeltjes beschouwd. De korrelverdeling is gegeven in termen van aantallen deeltjes. Voor de waarde van de $D_{1,5}$ is de massa verdeling van de diametergrootte nodig. Deze wordt door integratie naar de diameter van de kansdichtheid vermenigvuldigd met de massa verkregen. Door nu na te gaan voor welke waarde van de diameter de

bladnummer : - 13 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

massa verdeling een waarde van 0.15 heeft, kan de D_{15} van zowel het oorspronkelijke materiaal als ook van het met luchtbellen opgevulde materiaal bepaald worden.

4.3 Bepaling porositeit

De bepaling van de porositeit is lastiger. Er kan slechts een verandering van porositeit vastgesteld worden. Omdat de posities van deeltjes bij de analytische methode niet beschreven zijn, moet een startwaarde van de porositeit aangenomen worden. Dit legt het volume van de deeltjes in de oorspronkelijke stapeling vast. Daarna worden er nieuwe deeltjes toegevoegd, volgens de kansdichtheid van de porieholten. De verhouding tussen de volumina van de oorspronkelijke en toegevoegde deeltjes kan dan bepaald worden. Hieruit volgt de verandering van het totale deeltjesvolume, waaruit de nieuwe waarde van de porositeit gevonden wordt.

Naast de verzadigingsgraad α (naar aantal) kan de hoeveelheid lucht in de stapeling ook beschreven worden door middel van het luchtgehalte β (naar volume). In hoofdstuk 5 worden beide begrippen via de porositeit aan elkaar gekoppeld.

4.4 Hulp bij eliminatie van randeffecten

Naast de continue beschrijving van de invloed van de hoeveelheid luchtbellen in het korreelpakket op de porositeit en de rekenwaarde van de gemiddelde diameter heeft het analytische model nog een doel: het wordt gebruikt om extrapolaties te kunnen verrichten. Randeffecten bij de numerieke stapelingen verstoren het gezochte resultaat en moeten daarom zo goed mogelijk geëlimineerd worden. Het belangrijkste randeffect is, dat per definitie deeltjes aan de rand van de stapeling geen andere deeltjes die verder van het centrum van de stapeling afliggen, als buitenbuur hebben.

bladnummer : - 14 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

Er wordt verondersteld dat in een stapeling zonder randeffecten het aantal porieholten in de stapeling ongeveer twee maal zo groot is als het aantal deeltjes. Dit is het gemiddelde van twee uiterste waarden. Een redenering hiervoor is gegeven in appendix D. Het aantal deeltjes dat in de porieholten van de stapeling met randeffecten kan worden toegevoegd, is hierdoor kleiner dan twee maal het aantal oorspronkelijke deeltjes, immers de deeltjes aan de rand bezitten aan de buitenkant geen burens meer, waarmee ze porieholten kunnen vormen. Omdat op voorhand onbekend is, in welke mate randeffecten een resultaat van een numerieke berekening beïnvloeden, wordt met behulp van het analytische model tevens een voorspelling gedaan, hoe die beïnvloeding verloopt. Hierbij wordt gebruik gemaakt van het verband tussen hetzij porositeit hetzij D_1 , en de verzadigingsgraad α .

Hiertoe wordt een aanname gedaan. Deze houdt in dat ondanks de randeffecten de porieholtenverdeling in de numerieke stapeling representatief is. Het ontbreken van een aantal deeltjes in de numerieke stapeling wordt dus geïnterpreteerd als een niet volledig opgevulde ($\alpha=2$) analytische stapeling. Door extrapolatie naar $\alpha=2$ van de numeriek gevonden resultaten met behulp van de analytisch bepaalde evenredigheid worden de randeffecten geëlimineerd. Deze procedure wordt geïllustreerd aan de hand van het volgende voorbeeld.

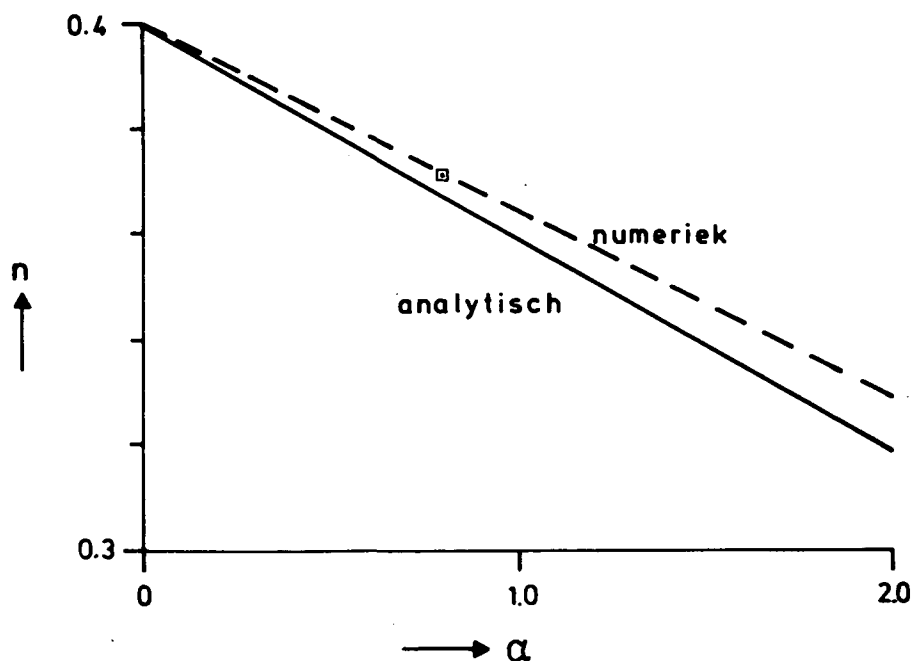
4.4.1 Voorbeeld

Stel de stapeling bevat 250 deeltjes. Laat de porositeit voorafgaand aan het opvullen 0.4 zijn.

Uit analytische berekeningen is gebleken dat door het opvullen van de porieholten met luchtbellen de porositeit afneemt tot bijvoorbeeld 0.32, relatief gezien met 20%. Voorts is gebleken dat de porositeit lineair met de verzadigingsgraad afneemt.

In de numerieke stapelingen worden er ten gevolge van de randeffecten echter slechts 100 porieholten gevonden, in plaats van de verwachte 500. Verder wordt er uit simulaties gevonden dat indien alle (100) in

die numerieke stapeling aanwezige porieholten worden opgevuld, de porositeit tot bijvoorbeeld 0.385 daalt. Er moet nu nog voor de randeffecten worden gecorrigeerd. Dit gaat als volgt. De stapeling waarin ten gevolge van de randeffecten slechts 100 van de mogelijke 500 porieholten zijn opgevuld wordt beschouwd als een stapeling waarin met opzet slechts een gedeelte van de mogelijk opvulbare porieholten door luchtbellen zijn bezet. Omdat er slechts 100 van de 500 porieholten zijn opgevuld, bedraagt de verzadigingsgraad α dus eigenlijk maar 0.4. (N.B. α is gedefinieerd als het aantal bellen per deeltje.) Zonder de randeffecten kan echter de verzadigingsgraad 5 maal zo groot zijn ($\alpha=2$). Uit de analytische berekeningen is gebleken dat de porositeit recht evenredig met de verzadigingsgraad is. Er moet dus lineair geëxtrapoleerd worden van $\alpha=0.4$ naar $\alpha=2$. Voor een volledig opgevulde stapeling zou dit tot gevolg hebben, dat de porositeit niet met 0.015 zou zijn afgenomen maar met 0.075, zodat zonder randeffecten de porositeit 0.325 zou hebben bedragen, zie figuur 4.1. Voor de D_{15} kan een analoge redenering worden opgezet.



figuur 4.1 Het verband tussen α en porositeit volgens numerieke en analytische benadering

bladnummer : - 16 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

5. UITWERKING

Van de in hoofdstuk 3 genoemde simulaties wordt gebruik gemaakt om de invloed van luchtbellen in de granulaire onderlagen op de doorlatendheid te voorspellen. Zoals reeds in de inleiding gememoreerd is, zijn er twee effecten:

1. Verlaging van de porositeit.
2. Verlaging van de waarde van de D_{15} .

Deze effecten worden achtereenvolgens behandeld.

5.1 Verlaging van de porositeit

Het veranderen van de porositeit en de daarmee verbandhoudende verlaging van de doorlatendheid wordt bepaald uit de verschillen in porositeit van de originele en de opgevulde stapeling.

De werkwijze is als volgt. Teneinde de randeffecten te kunnen elimineren wordt eerst een analytisch model opgesteld. Vervolgens worden de numerieke resultaten bekeken, waarna een vergelijking tussen beide methoden volgt. Het effect op de doorlatendheid wordt ten slotte bezien.

5.1.1 Analytisch model

Indien de onderlagen niet geheel verzadigd zijn met lucht, met andere woorden niet iedere porieholte bevat een luchtbel, zal de afname van de porositeit geringer zijn dan bij volledige opvulling. In verband hiermee was reeds de verzadigingsgraad α gedefinieerd: α is de verhouding tussen het aantal porieholten dat een luchtbel bevat en het oorspronkelijke aantal deeltjes. Via de porositeit is α gerelateerd aan β , de volumefractie lucht in het water. De afname van de porositeit als functie van β is vrij simpel op te schrijven:

bladnummer : - 17 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

$$n(\beta) = n(0) \times (1 - \beta) \quad (5.1)$$

In appendix A wordt met een analytische methode afgeleid dat de porositeit als functie van α wordt beschreven door:

$$n(\alpha) = n(0) - \frac{\{1 - n(0)\}}{\{2.5 + 2.3^{10} \log(p)\}^3} \times \alpha \quad (5.2)$$

met de gradatie p :

$$p = D_{90} / D_{10} \quad (5.3)$$

De afname van de porositeit verloopt dus eveneens lineair met de verzadigingsgraad. Uit (5.1) en (5.2) wordt het verband tussen α en β verkregen:

$$\beta = \frac{\{1 - n(0)\}}{n(0) \times \{2.5 + 2.3^{10} \log(p)\}^3} \times \alpha \quad (5.4)$$

Uit bovenstaande formule volgt dat slechts vrij kleine waarden van β kunnen optreden bij de methode van opvullen van de porieholten volgens het geometrische spoor.

5.1.2 Resultaten van simulaties

De uit het geometrisch spoor verkregen gegevens [4] zijn vermeld in tabel 5.1. Het valt op dat het aantal nieuwe toegevoegde deeltjes aanzienlijk minder is dan het aantal te verwachte porieholten. De oorzaak hiervan zijn de reeds eerder vermelde randeffecten. Er wordt aangenomen dat de gevonden verdeling van porieholten representatief is, met andere woorden de randeffecten hebben een verwaarloosbare invloed op de vorm en de ligging van de porieholtenverdeling. De extrapolatie naar het gewenste aantal porieholten (500) kan ten gevolge van de lineaire afhankelijkheid van α (5.2) naar evenredigheid met het aantal aanwezige porieholten geschieden.

bladnummer : - 18 -
 ons kenmerk: CO-416562/49
 datum : 1987-11-01

n_o	n_{op}	N_{op}	α
0.44038	0.42815	68.0	0.272
0.40712	0.39666	94.0	0.376
0.37484	0.36595	110.0	0.44
0.4583	0.44653	48.0	0.192
0.4211	0.40614	77.0	0.308
0.3984	0.39182	29.0	0.116
0.4187	0.40928	18.0	0.09
0.3880	0.38051	32.0	0.128
0.3579	0.35078	50.0	0.2
0.3825	0.35335	25.0	0.1
0.3163	0.29217	45.0	0.18
0.2743	0.24217	44.0	0.176

Tabel 5.1 Verandering van de porositeit bij het opvullen van de stapelingen. n_{oor} is de oorspronkelijke porositeit, n_{op} die na opvulling van de porieholten. N_{op} is het aantal deeltjes dat aan de stapeling in de porieholten kon worden toegevoegd.

De afname van de porositeit kan ook numeriek uit de simulaties bepaald worden. Als de gegevens uit tabel 5.1 gebruikt worden, zie bijlage 5.1, dan wordt een iets andere afhankelijkheid gevonden:

$$\frac{n(\alpha)}{n(0)} = 1 - 0.08 \alpha \quad (5.5)$$

Dit is de gestreepte lijn in bijlage 5.1. De invloed van de gradatie is bij deze analyse verwaarloosd.

bladnummer : - 19 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

5.1.3 Vergelijking

Om beide relaties met elkaar te kunnen vergelijken, wordt de analytische relatie (5.2) door $n(0)$ gedeeld. De gradatie wordt op 1.5 gesteld, een waarde die veel voorkomt bij wadzand. Het resultaat is:

$$\frac{n(\alpha)}{n(0)} \approx \frac{\{ 1 - n(0) \}}{24.5 n(0)} \alpha \approx 1 - 0.06 \alpha \quad (5.6)$$

Deze lijn is de getrokken lijn in bijlage 5.1. Vergelijk dit met het numerieke resultaat:

$$\frac{n(\alpha)}{n(0)} = 1 - 0.08 \alpha \quad (5.5)$$

dan betekent dit, dat als iedere porieholte een luchtbel ($\alpha=2$, $\beta=0.14$) bevat, de porositeit zo'n 12 a 16 % afneemt.

5.1.4 Doorlatendheid

Omdat de beschouwde onderlaag uit zand bestaat, waarin de stroming laminair is, kan de doorlatendheid benaderd worden door de relatie van Carman-Kozeny.

$$k = \frac{1}{c_0} \frac{g}{v_w} \frac{n^3 D_s^2}{(1-n)^3} \quad (5.7)$$

met g de versnelling van de zwaartekracht en v_w de kinematische viscositeit van water. De relatieve verandering van de doorlatendheid ten gevolge van de relatieve verandering van de porositeit wordt bepaald door differentiatie van relatie (5.7) naar n :

$$\frac{d k}{k} = \frac{(3-n)}{(1-n)} \frac{d n}{n} \quad (5.8)$$

zodat bij $n=0.4$ en eindige variaties:

$$\frac{\Delta k}{k} \approx 4 \frac{\Delta n}{n} \quad (5.9)$$

bladnummer : - 20 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

De doorlatendheid zal tengevolge van de bovengenoemde afname van de porositeit gehalveerd worden.

5.2. Verlaging van de waarde van de D_{15}

Allereerst wordt een analytisch model beschouwd. Vervolgens worden de numerieke resultaten met het analytische model gecorrigeerd voor de randeffecten, waarna een vergelijking tussen beide uitkomsten volgt. Tenslotte wordt de invloed op de doorlatendheid bepaald.

5.2.1 Analytisch model

Met dit model wordt een voorspelling gedaan over de grootte van de verlaging van de waarde van de D_{15} . Het model is in extenso in appendix B uitgewerkt, waarin de onderstaande formules zijn afgeleid. Voor de continuïteit worden hier slechts de belangrijkste formules vermeld.

De verdeling van de korrelgrootte bepaald naar massa bij een verzadigingsgraad α , $P_{mt}(\alpha, x)$, wordt gegeven door:

$$P_{mt}(\alpha, x) = \frac{\alpha P(a_d(x) + c(\sigma)/\sigma) + \exp(3c(\sigma)) P(a_d(x))}{\alpha + \exp(3c(\sigma))} \quad (5.10)$$

σ is de standaarddeviatie van de kansdichtheid van de korrels; $c(\sigma)$ is de verhouding die de karakteristieke grootte van poriekanaaltjes en deeltjes verbindt. $P(y)$ is de gaussische integraal:

$$P(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{x=0}^y \frac{dx}{x} \exp\left[-\frac{1}{2} \left\{ \frac{\ln(x) - \mu}{\sigma} \right\}^2\right] \quad (5.11)$$

en ter vereenvoudiging van het argument van de integralen in (5.11) is gesteld dat:

bladnummer : - 21 -
 ons kenmerk: CO-416562/49
 datum : 1987-11-01

$$a_d(x) = \frac{\ln(x) - \mu_{da} + 3\sigma^2}{\sigma} \quad (5.12)$$

met μ_{da} de logaritme van de gemiddelde waarde van de deeltjesgrootte naar aantal bepaald. Te onderzoeken is echter het verband tussen de waarde van de $D_{1,5}$ en α , $D_{1,5}(\alpha)$. Als $\alpha=0$ wordt ingevuld in (5.11) dan wordt gevonden:

$$P_{mt}(0, D_{1,5}) = P(a_d(D_{1,5})) = 0.15 \text{ (per definitie)} \quad (5.13)$$

De functie $D_{1,5}(\alpha)$ kan niet exact bepaald worden. Omdat de verwachting is, dat $D_{1,5}$ niet sterk zal veranderen, zie [4], wordt er een eerste orde Taylor reeksontwikkeling gemaakt rond $D_{1,5}(0)$. Deze leidt tot:

$$D_{1,5}(\alpha) = D_{1,5}(0) \exp \left[- \frac{3.4 \cdot 10^0 \log(p) \alpha}{(2.5 + 2.3 \cdot 10^0 \log(p))^3} \right] \quad (5.14)$$

5.2.2 Numerieke resultaten

In hoofdstuk 3 is beschreven dat via numerieke zeping uit de aantallenverdeling van de deeltjes ook de massaverdeling kan worden bepaald. Hieruit wordt de waarde van de $D_{1,5}$ bepaald. Dit wordt zowel voor de oorspronkelijke stapelingen als ook voor de opgevulde stapelingen gedaan. De resultaten zijn vermeld in tabel 5.2.

Met het analytische model is afgeleid dat de randeffecten bij de verlaging van de waarde van $D_{1,5}$ met een exponentiële functie van α geëlimineerd moeten worden, zie (5.14). Verder is in appendix B aangegeven hoe de gegevens zo slim mogelijk kunnen worden uitgezet teneinde de nog onbekende evenredigheidsconstante, c_1 , te kunnen bepalen. De relatie tussen de afname van de $D_{1,5}$ en α wordt als volgt herschreven:

$$\ln \{ D_{1,5}(0)/D_{1,5}(\alpha) \} f(p) = c_1 \alpha \quad (5.15)$$

met

$$f(p) = \frac{\{ 2.5 + 2.3 \times 10^{\log(p)} \}^3}{10^{\log(p)}} \quad (5.16)$$

In het linker lid van (5.15) staan slechts bekende waarden. Deze worden op de verticale as uitgezet. De verzadigingsgraad wordt op de horizontale as getekend. De resultaten zijn grafisch weergegeven in bijlage 5.2. Met behulp van de gegevens uit tabel 5.2 volgt dat $c_1 = 4.4$, zodat:

$$D_{1s}(\alpha) = D_{1s}(0) \exp \left[- \frac{4.4 \cdot 10^{\log(p)} \cdot \alpha}{\{ 2.5 + 2.3 \times 10^{\log(p)} \}^3} \right] \quad (5.17)$$

Dit is de gestreepte lijn in de bijlage. De getrokken lijn is de theoretische voorspelling (5.14) voor de afname.

$D_{1s}(0)$	$D_{1s}(\alpha)$	N_{op}	α
114.7477	113.8969	47.0	0.188
114.7477	113.2768	76.0	0.304
114.7477	114.4515	28.0	0.112
144.0680	143.5600	24.0	0.096
144.0680	142.9015	44.0	0.176
144.0680	143.0654	43.0	0.172
129.0633	128.2134	17.0	0.068
129.0633	128.1528	31.0	0.124
129.0633	127.8554	50.0	0.2
103.4241	102.9185	67.0	0.268
103.4241	102.8990	93.0	0.372
103.4241	102.9861	109.0	0.436

Tabel 5.2 Gedrag van D_{1s} als functie van het aantal holten. $D_{1s}(0)$ is de waarde van D_{1s} zonder toevoeging van luchtbelletjes in de porieholten. $D_{1s}(\alpha)$ is de dito waarde bij een verzadigingsgraad α . N_{op} is het aantal porieholten.

bladnummer : - 23 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

5.2.3 Vergelijking

Voor het vergelijken van de beide resultaten wordt er van uitgegaan dat het korrelpakket volledig opgevuld wordt met starre bollen in de porieholten. Bij een gradatie van ($p=1.5$) wordt met het analytische model gevonden dat de waarde van $D_{1,5}$ 5% afneemt, zie (5.14) en bijlage 5.3, de getrokken lijn. Het resultaat verkregen via de simulaties, zie (5.15) en de gestreepte lijn in bijlage 5.3 voorspelt slechts een afname van 6%. De overeenstemming tussen beide waarden is redelijk.

5.3.4 Doorlatendheid

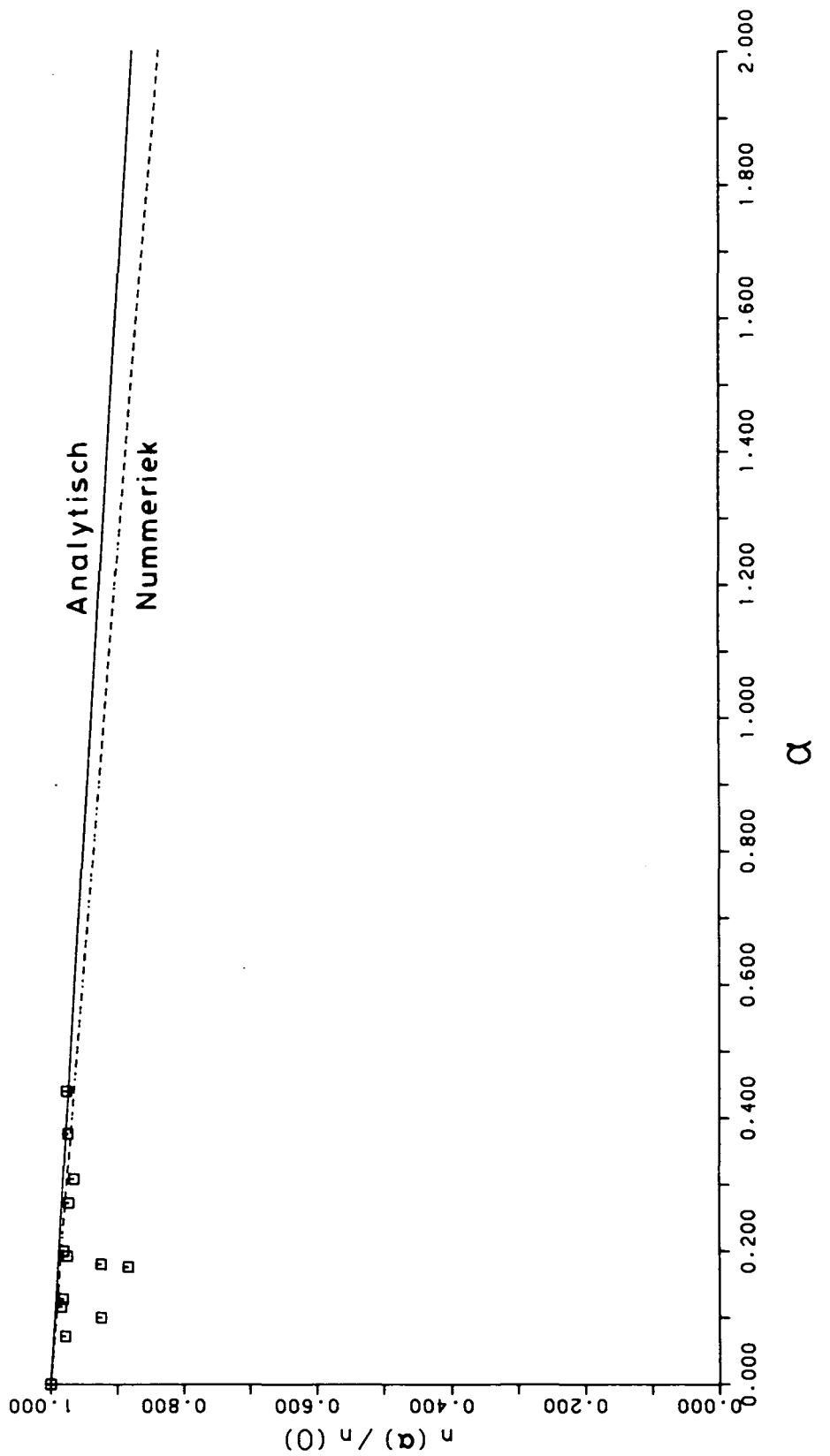
Uit differentiatie van (5.7) naar $D_{1,5}$ volgt dat:

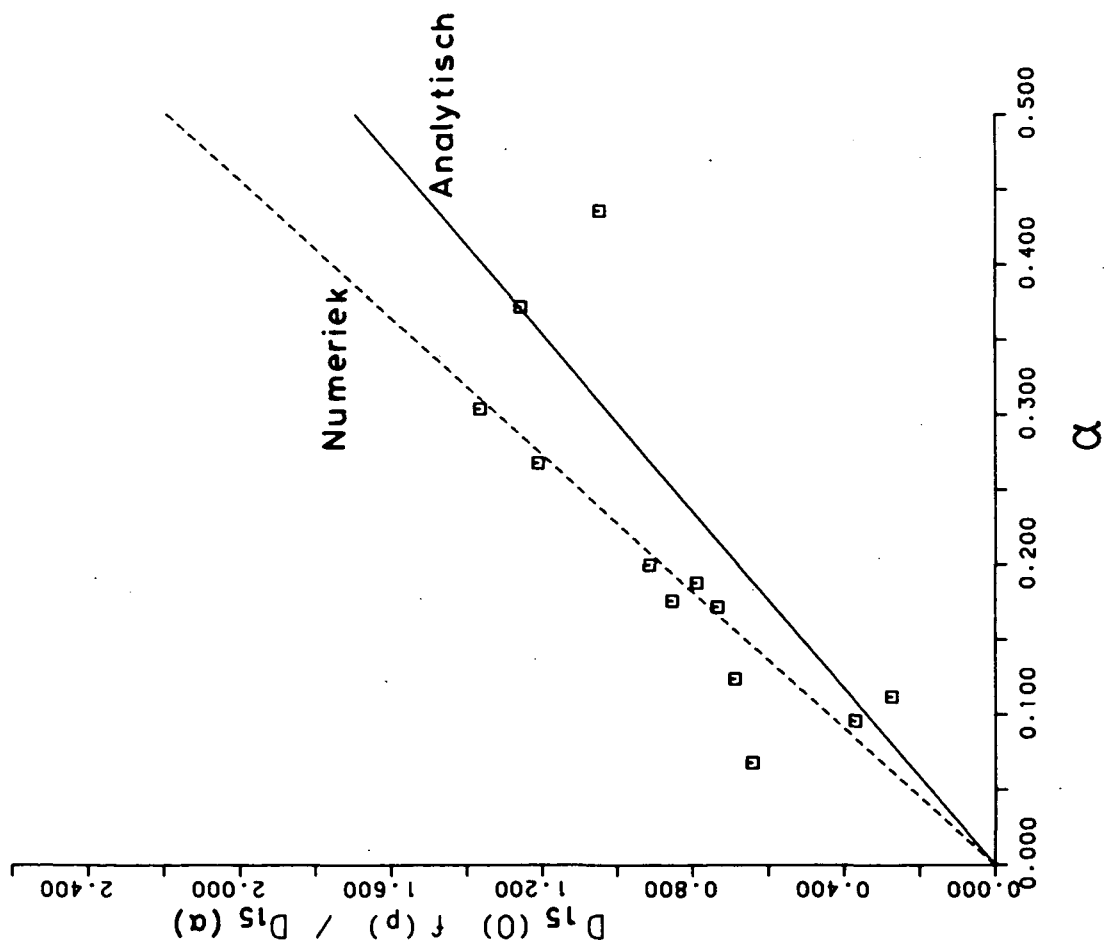
$$\frac{d k}{k} = 2 \frac{d D_{1,5}}{D_{1,5}} \quad (5.18)$$

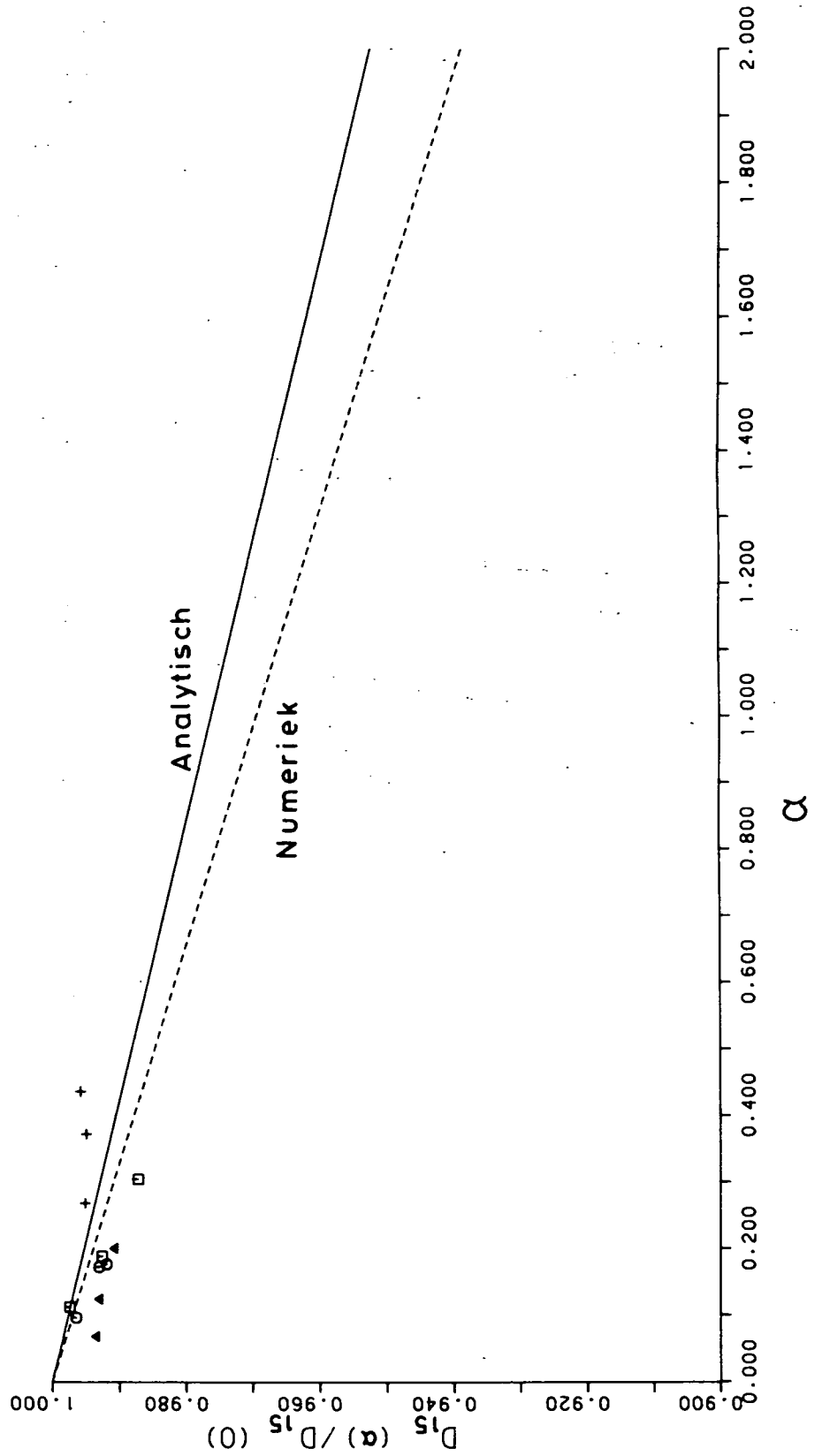
De afname van de waarde van de $D_{1,5}$ veroorzaakt een relatieve afname van de doorlatendheid van ongeveer 10%.

5.3 Conclusie

Indien het water in een korrelpakket 15% qua volume aan luchtbellen bevat, neemt hierdoor de porositeit met 15% af en de $D_{1,5}$ 5%. Als gevolg hiervan neemt de doorlatendheid in totaal meer dan 50% af, of in andere woorden, de doorlatendheid wordt iets meer dan twee maal zo klein.







bladnummer : - 24 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

APPENDIX A

In deze appendix wordt de invloed van toegevoegde deeltjes op de porositeit bepaald met behulp van een analytisch deelmodel.

Veronderstel dat de kansdichtheid van de deeltjesgrootte lognormaal is. In [3] is aangetoond dat dan ook de kansdichtheid van de massa van de deeltjes lognormaal is. Laat de kansdichtheid van de grootte van de deeltjes gegeven zijn door:

$$p_{da}(x) = \frac{1}{x \sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left\{ \frac{\ln(x) - \mu_{da}}{\sigma} \right\}^2\right] \quad (\text{A.1})$$

μ_{da} de logaritme van de gemiddelde waarde van de diameter van de deeltjes naar aantal, σ is de standaarddeviatie. In [4] is beschreven dat de kansdichtheid van de porieholten gelijk is aan die van de deeltjes. Dit houdt in dat de standaarddeviaties van beide kansdichtheden gelijk is. De gemiddelde waarden verschillen echter. De kansdichtheid van de porieholten wordt dan gegeven door:

$$p_{ha}(x) = \frac{1}{x \sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left\{ \frac{\ln(x) - \mu_{ha}}{\sigma} \right\}^2\right] \quad (\text{A.2})$$

met μ_{ha} de logaritme van de gemiddelde waarde van de diameter van de porieholten naar aantal. In [3] werd afgeleid dat

$$\mu_{da} = \ln(D_{50}^a) \quad (\text{A.3})$$

met D_{50}^a de diameter van de deeltjes waarvoor geldt dat 50% naar aantal bepaald kleiner is dan die waarde, en

$$\sigma = \log(D_{90}^a/D_{10}^a) \quad (\text{A.4})$$

Analoog kan voor de porieholten bepaald worden dat

$$\mu_{ha} = \ln(G_{50}) \quad (\text{A.5})$$

bladnummer : - 25 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

met G_{50} de diameter van de porieholten waarvoor geldt dat 50% naar aantal bepaald kleiner is dan die waarde. In [4] is afgeleid dat:

$$D_{50}^a / G_{50} = 2.5 + 2.3 \sigma \quad (\text{A.6})$$

zodat

$$\mu_{da} = \mu_{ha} + c(\sigma) \quad (\text{A.7})$$

met

$$c(\sigma) = \ln (2.5 + 2.3 \sigma) = \ln (2.5 + 2.3 \cdot 10 \log(p)) \quad (\text{A.8})$$

Met deze grootheden zijn beide kansdichtheden voldoende gekarakteriseerd.

Voor de bepaling van de porositeit moeten er volumina bepaald worden. Omdat niet bekend is hoeveel zandkorrels er bij de Deltagoot proeven betrokken waren; zal nooit het echte volume bepaald kunnen worden. Dit is echter ook niet nodig, want er kan met verhoudingen tussen de volumina gewerkt worden, immers slechts de verandering van de porositeit is van belang. Laat het volume van het oorspronkelijke materiaal V_{tot} zijn. De oorspronkelijke porositeit, n_{oor} , is dan:

$$n_{oor} = 1 - (V_{oor} / V_{tot}) \quad (\text{A.9})$$

Laat het volume van het toegevoegde materiaal V_{toe} zijn, de nieuwe porositeit, n_{ntoe} , is dan:

$$n_{ntoe} = 1 - (V_{oor} / V_{tot}) - (V_{toe} / V_{tot}) \quad (\text{A.10})$$

Het totale volume is nog onbekend. Het kan echter uitgedrukt worden in V_{oor} en n_{oor} :

$$V_{tot} = \frac{V_{oor}}{1 - n_{oor}} \quad (\text{A.11})$$

bladnummer : - 26 -
 ons kenmerk: CO-416562/49
 datum : 1987-11-01

Als dit wordt ingevuld in (A.10) dan wordt gevonden:

$$n_{ntoe} = n_{oor} - (1 - n_{oor}) \frac{V_{toe}}{V_{oor}} \quad (A.12)$$

dus de afname van de porositeit verloopt recht evenredig met V_{toe} . Wat nog resteert is de bepaling van de grootte van V_{toe} / V_{oor} . De verzadigingsgraad α bepaalt in welke mate de porieholten in het korreelpakket bezet zijn met luchtbelllen. Net als de deeltjes wordt voor de luchtbelllen aangenomen dat hun volume evenredig is met de derde macht van de diameter. Omdat slechts de verhouding V_{toe} / V_{oor} bepaald moet worden, kunnen verdere evenredigheidsconstanten in deze afleiding weggelaten worden. Het volume van de deeltjes wordt bepaald uit:

$$V_{oor} = \int_{x=0}^{\infty} dx \{ p_{da}(x) x^3 \} \quad (A.13)$$

In de appendix D van [3] is bepaald dat:

$$\int \frac{dx}{x} \exp\left[-\frac{1}{2} \left\{ \frac{\ln(x) - \mu}{\sigma} \right\}^2\right] x^{-\ell} = \exp(-\mu\ell + \frac{1}{2}\sigma^2 \ell^2) \int \frac{dx}{x} \exp\left[-\frac{1}{2} \left\{ \frac{\ln(x) - \mu - \ell\sigma^2}{\sigma} \right\}^2\right] \quad (A.14)$$

μ is de logaritme van de gemiddelde waarde van de diameter van een deeltje, σ de standaarddeviatie; ℓ is een geheel getal. Bij vergelijken van (A.13) en (A.14) kan hieruit geconcludeerd worden dat $\ell = -3$, dus:

$$V_{oor} = \exp(3\mu_{da} + \frac{3}{2}\sigma^2) \quad (A.15)$$

Analoog wordt voor V_{toe} bepaald dat:

$$V_{toe} = \alpha \int_{x=0}^{\infty} dx \{ p_{ha}(x) x^3 \} = \alpha \exp(3\mu_{ha} + \frac{3}{2}\sigma^2) \quad (A.16)$$

bladnummer : - 27 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

zodat met gebruikmaking van (A.15), (A.16), (A.7) en (A.8):

$$\frac{V_{\text{toe}}}{V_{\text{oor}}} = \frac{\alpha}{(2.5 + 2.3 \sigma)^3} \quad (\text{A.17})$$

De invloed op de porositeit is dus:

$$n(\alpha) = n(0) - \frac{(1 - n(0))}{(2.5 + 2.3 \sigma)^3} \alpha \quad (\text{A.18})$$

bladnummer : - 28 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

APPENDIX B

In deze appendix wordt de invloed van de toegevoegde deeltjes op de $D_{1,5}$ bepaald. Er wordt naar de $D_{1,5}$ gekeken want deze is bepalend voor de doorlatendheid van een materiaal. Daartoe wordt eerst uit de kansdichtheid van het oorspronkelijke en het toegevoegde materiaal de verdeling van de massa van het nieuwe materiaal vastgesteld. De verkregen formule is weliswaar analytisch maar hij is niet erg handelbaar. Daarom wordt vervolgens via een benaderingsmethode gezien hoe de waarde van de $D_{1,5}$ verandert tengevolge van de concentratie toegevoegde lucht.

Bepaling massaverdeling

Er is sprake van twee kansdichtheden: de kansdichtheid van de deeltjes naar aantal, $p_{da}(x)$ en de kansdichtheid van de holten naar aantal, $p_{ha}(x)$. Aan de deeltjes worden nieuwe 'deeltjes' toegevoegd, waarvan de kansdichtheid gelijk is aan die van de holten. Beide kansdichtheden worden gegeven door:

$$p_{da}(x) = \frac{1}{x \sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left\{ \frac{\ln(x) - \mu_{da}}{\sigma} \right\}^2\right] \quad (\text{B.1})$$

en

$$p_{ha}(x) = \frac{1}{x \sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left\{ \frac{\ln(x) - \mu_{ha}}{\sigma} \right\}^2\right] \quad (\text{B.2})$$

μ_{da} is de logaritme van de gemiddelde waarde van de diameter van de deeltjes, μ_{ha} de logaritme van de gemiddelde waarde van de diameter van de porieholten en σ de standaarddeviatie. Uit [4] volgt dat de gemiddelde waarden van deeltjes- en porieholten kansdichtheden een factor verschillen, $c(\sigma)$:

$$c(\sigma) = \mu_{da} - \mu_{ha} \quad (\text{B.3})$$

bladnummer : - 29 -
 ons kenmerk: CO-416562/49
 datum : 1987-11-01

De waarde van de D_{15} wordt bepaald uit de massaverdeling van de deeltjes. Om deze waarde te kunnen berekenen moet dus eerst de kansdichtheid van de deeltjes naar aantal omgezet worden naar een kansdichtheid naar massa bepaald. Er wordt aangenomen dat de massa van de deeltjes evenredig is met de derde macht van hun afmeting x . Evenredigheidsfactoren zijn niet van belang aangezien de kansdichtheid toch op 1 genormeerd moet worden.

Er wordt van uitgegaan dat er zich een zekere fractie α aan luchtballen in het deeltjespakket bevindt. Deze kan ook de concentratie toegevoegde deeltjes worden genoemd of de verzadigingsgraad met lucht. De massaverdeling van dit mengsel van deeltjes en luchtballen wordt dan als volgt beschreven:

$$P_{mt}(x) = \frac{I(x)}{I(\infty)} \quad (B.4)$$

met

$$I(x) = \int_{y=0}^x \{ \alpha p_{ha}(y) + p_{da}(y) \} y^3 dy \quad (B.5)$$

In appendix D van [3] is afgeleid dat als de kansdichtheid van de korrelgrootte van een materiaal lognormaal is, dat dan ook de kansdichtheid van de lengte, oppervlakte of inhoud van dat materiaal lognormaal is. In zijn algemeenheid:

$$\int \frac{dx}{x} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(x) - \mu}{\sigma} \right)^2\right] x^{-\ell} = \exp\left(-\mu\ell + \frac{1}{2}\sigma^2 \ell^2\right) \int \frac{dx}{x} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(x) - \mu - \ell\sigma^2}{\sigma} \right)^2\right] \quad (B.6)$$

Gezien (B.5) is $\ell = -3$. Laat de gaussische integraal gegeven zijn door:

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{y=-\infty}^x dy \exp\left(-\frac{1}{2} y^2\right) \quad (B.7)$$

bladnummer : - 30 -
 ons kenmerk: CO-416562/49
 datum : 1987-11-01

Samen met (B.6) en (B.7) kan (B.5) opgesplitst worden in twee delen:

$$I(x) = \alpha \exp(3 \mu_{ha} + \frac{3}{2} \sigma^2) \times P\left\{\frac{\ln(x) - (\mu_{ha} + 3\sigma^2)}{\sigma}\right\} + \\ \exp(3 \mu_{da} + \frac{3}{2} \sigma^2) \times P\left\{\frac{\ln(x) - (\mu_{da} + 3\sigma^2)}{\sigma}\right\} \quad (B.8)$$

Omdat $P(\infty) = 1$ is, geldt:

$$I(\infty) = \alpha \exp(3 \mu_{ha} + \frac{3}{2} \sigma^2) + \exp(3 \mu_{da} + \frac{3}{2} \sigma^2) \quad (B.9)$$

Er bestaat een relatie tussen de μ_{da} en μ_{ha} , (B.3) zodat $I(\infty)$ kan worden herschreven tot:

$$I(\infty) = \{ \alpha + \exp(3c(\sigma)) \} \times \exp(3 \mu_{ha} + \frac{3}{2} \sigma^2) \quad (B.10)$$

Omdat ook $I(x)$ dezelfde gemeenschappelijke voorfactoren met de exponenten bevatten, kan dezelfde reductie worden toegepast:

$$I(x) = \alpha \times \exp(3 \mu_{ha} + \frac{3}{2} \sigma^2) \times P\left\{\frac{\ln(x) - (\mu_{ha} + 3\sigma^2)}{\sigma}\right\} + \\ \exp\{3c(\sigma)\} \exp(3 \mu_{da} + \frac{3}{2} \sigma^2) \times P\left\{\frac{\ln(x) - (\mu_{da} + 3\sigma^2)}{\sigma}\right\} \quad (B.11)$$

Zowel $I(x)$ als $I(\infty)$ bevatten een gemeenschappelijke factor. Deze wordt geëlimineerd. Het argument van de gaussische integraal is tamelijk lang. Hiervoor wordt een verkorte notatie voor ingevoerd:

$$a_h(x) = \left\{ \frac{\ln(x) - (\mu_{ha} + 3\sigma^2)}{\sigma} \right\} \quad (B.12)$$

en

$$a_d(x) = \left\{ \frac{\ln(x) - (\mu_{da} + 3\sigma^2)}{\sigma} \right\} = \left\{ \frac{\ln(x) - (\mu_{ha} + c(\sigma) + 3\sigma^2)}{\sigma} \right\} \quad (B.13)$$

Bovendien kunnen deze argumenten in elkaar worden uitgedrukt. Hierdoor verdwijnt een groot gedeelte van de μ 's en de σ 's, want:

bladnummer : - 31 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

$$a_h(x) \times \sigma = \ln(x) - (\mu_{ha} + 3\sigma^2) \quad (B.14)$$

en

$$a_d(x) \times \sigma = \ln(x) - (\mu_{da} + c(\sigma) + 3\sigma^2) \quad (B.15)$$

zodat:

$$a_h(x) = a_d(x) + \frac{c(\sigma)}{\sigma} \quad (B.16)$$

Met deze verkorte notatie is het nu mogelijk om $P_{mt}(x)$ in een formule overzichtelijk op te schrijven:

$$P_{mt}(\alpha, x) = \frac{\alpha P(a_d(x) + c(\sigma)/\sigma) + \exp(3c(\sigma)) P(a_d(x))}{\alpha + \exp(3c(\sigma))} \quad (B.17)$$

De massaverdeling van het uiteindelijke materiaal is dus nu uitgedrukt in de eigenschappen van het oorspronkelijke materiaal, de mate waarin nieuw materiaal is toegevoegd en factoren die de eigenschappen van het toegevoegde materiaal relateren aan die van het oorspronkelijke materiaal.

Bepaling van de afhankelijkheid van D_{1s} van α

Hoe hangt nu de waarde van de D_{1s} af van α ? Om de afleiding niet te laten verzanden in indices wordt er nog een verkorte schrijfwijze ingevoerd:

$$a(\alpha) = a_d(D_{1s}(\alpha)) \quad (B.18)$$

In (B.17) wordt de massaverdeling uitgedrukt in gaussische integralen en de verzadigingsgraad α . Via de definitie van de D_{1s} wordt de afhankelijkheid van de waarde van de D_{1s} als functie van α bepaald:

$$P_{mt}(\alpha, D_{1s}(\alpha)) = 0.15 \quad (B.19)$$

bladnummer : - 32 -
 ons kenmerk: CO-416562/49
 datum : 1987-11-01

Vul (B.19) in in (B.17):

$$\{a + \exp(3c(\sigma))\} \times 0.15 = \alpha P\{a(\alpha) + c(\sigma)/\sigma\} + \exp\{3c(\sigma)\} P\{a(\alpha)\} \quad (\text{B.20})$$

Omdat een gaussische integraal niet als een zodanige lineaire functie van zijn argument kan worden uitgedrukt dat die vergelijking simpel kan worden opgelost, moeten benaderingsmethoden worden toegepast. Schrijf hiertoe $P\{a(\alpha)\}$ allereerst als een functie van $P\{a(\alpha) + c(\sigma)/\sigma\}$ met gebruikmaking van (B.20):

$$P\{a(\alpha)\} = 0.15 \left\{ \frac{\alpha}{\exp(3c(\sigma))} + 1 \right\} - \frac{\alpha}{\exp(3c(\sigma))} P\{a(\alpha) + c(\sigma)/\sigma\} \quad (\text{B.21})$$

Als het materiaal niet te sterk gegradeerd is, is de waarde van σ klein, waardoor $c(\sigma)/\sigma$ groot wordt. Dit heeft tot gevolg dat

$$P\{a(\alpha) + c(\sigma)/\sigma\} \approx 1 \quad (\text{B.22})$$

Vul dit resultaat in in (B.21), dan wordt voor $a(\alpha)$ gevonden:

$$a(\alpha) \approx P^{-1} \left\{ 0.15 - 0.85 \frac{\alpha}{\exp(3c(\sigma))} \right\} \quad (\text{B.23})$$

met $P^{-1}(x)$ de inverse functie van de gaussische integraal. Ook deze vergelijking kan niet analytisch opgelost worden. Omdat de verwachting is dat $D_{1,s}(\alpha)$ niet sterk zal verschillen van $D_{1,s}(0)$ wordt er een Taylorreeks ontwikkeling gemaakt voor (B.23) rond $a(0)$.

In eerste instantie wordt aangenomen dat de afwijking zodanig klein is, dat een lineaire ontwikkeling volstaat:

$$a(\alpha) = a(0) - \epsilon \quad (\text{B.24})$$

Er wordt voor een negatieve bijdrage gekozen want de verwachting is dat de waarde van $D_{1,s}$ iets zal afnemen. Ontwikkel $P\{a(\alpha)\}$ rond $a(0)$:

$$P\{a(\alpha)\} = P\{a(0)\} - \epsilon \left. \frac{dP(y)}{dy} \right|_{y=a(0)} \quad (\text{B.25})$$

bladnummer : - 33 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

Uit tabellen [5] is bekend dat $P^{-1}(0.15) \approx -1$. De afgeleide van de gaussische integraal is de integrand zelve:

$$\frac{dP(y)}{dy} = Z(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} y^2\right) \quad (\text{B.26})$$

Vul nu in dat $a(0) \approx -1$ in (B.25) en (B.26):

$$P\{a(\alpha)\} = P(-1) - \epsilon \times Z(-1) = 0.15 - \epsilon \times 0.24 \quad (\text{B.27})$$

Vergelijk dit resultaat nu met (B.23):

$$P\{a(\alpha)\} = 0.15 - \frac{0.85 \alpha}{\exp\{3c(\sigma)\}}, \quad (\text{B.28})$$

dan volgt hieruit dat:

$$\frac{0.85 \alpha}{\exp\{3c(\sigma)\}} = 0.24 \epsilon \quad (\text{B.29})$$

zodat

$$\epsilon \approx \frac{3.4 \alpha}{\exp\{3c(\sigma)\}} \quad (\text{B.30})$$

In [4] is bepaald dat

$$c(\sigma) = \ln\{2.5 + 2.3 \times 10^{\log(p)}\} \quad (\text{B.31})$$

met de gradatie p:

$$p = D_{90} / D_{10} \quad (\text{B.32})$$

Met dit resultaat kan nu de waarde van $a(\alpha)$ uitgedrukt worden in $a(0)$:

$$a(\alpha) = a(0) - \frac{3.4 \alpha}{\{2.5 + 2.3 \times 10^{\log(p)}\}^3} \quad (\text{B.33})$$

bladnummer : - 34 -
 ons kenmerk: CO-416562/49
 datum : 1987-11-01

Dit was het resultaat waar naar gezocht werd. Maar waar staat er in deze vergelijking $D_{1,5}$? Deze is verscholen in de verkorte notaties, want $a(\alpha)$ was een verkorte notatie van het argument $a_d(D_{1,5}(\alpha))$ die op zijn beurt weer een verkorte notatie was voor een term met μ 's en σ 's. Uit (B.13) en (B.18) kan dan worden afgeleid dat

$$a(\alpha) - a(0) = \frac{\ln\{D_{1,5}(\alpha)\} - (\mu_{da} + 3\sigma^2) - \ln\{D_{1,5}(0)\} + (\mu_{da} + 3\sigma^2)}{\sigma} = \frac{\ln\{D_{1,5}(\alpha)\} - \ln\{D_{1,5}(0)\}}{\sigma} \quad (\text{B.34})$$

Met gebruikmaking van (B.33) wordt dan gevonden:

$$D_{1,5}(\alpha) = D_{1,5}(0) \exp \left[- \frac{3.4 \cdot 10 \log(p) \alpha}{\{2.5 + 2.3 \times 10 \log(p)\}^2} \right] \quad (\text{B.35})$$

Met dit resultaat wordt dus de invloed van de verzadigingsgraad op de waarde van de $D_{1,5}$ beschreven. Bij een gradatie (p) van 1.5 en een verzadigingsgraad (α) van 2 is de afname van $D_{1,5}$ 5%. De afname van $D_{1,5}(\alpha)$ is getekend in bijlage (B.1). Hieruit blijkt dat deze afname vrij klein is, zodat $D_{1,5}(\alpha)/D_{1,5}(0)$ ruwweg 1 is. De invloed van de bellen op de $D_{1,5}$ bedraagt maximaal 7% bij $p=4$. Deze waarde is zodanig klein dat een tweede orde benadering overbodig is.

De afname van de waarde van de $D_{1,5}$ is dus onder andere een functie van de gradatie p . Bij extrapolatie van de numeriek verkregen waarden van de afname van de $D_{1,5}$ kan voor de verschillende waarden van de gradatie gecorrigeerd worden. Hiervoor wordt anders dan bij de afname van de porositeit gekozen omdat de verkregen waarden voor de diameterverhouding veel spreiding vertonen. De oorzaak hiervan zou wel eens kunnen liggen in de vier verschillende waarden van de gradatie. In vergelijking (B.35) komt in het linkerlid in de teller de constante 3.4 voor. Deze werd verkregen uit de analytische benadering. De verwachting is dat evenals bij de porositeit de analytische formule wel het juiste verband aangeeft, maar dat constanten andere waarden kunnen bezitten. Om de juiste waarde van de constante in (B.35) te bepalen wordt deze vergelijking omgeschreven. Het doel is om een

bladnummer : - 35 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

relatie te verkrijgen die een simpele evenredigheid met α beschrijft. De evenredigheidsconstante, c_1 , kan dan uit een grafiek bepaald worden. Allereerst wordt hiertoe (B.35) door $D_{15}(0)$ gedeeld en de logaritme wordt genomen:

$$\ln \{ D_{15}(\alpha)/D_{15}(0) \} = - \frac{3.4 \cdot 10 \log(p) \cdot \alpha}{\{ 2.5 + 2.3 \times 10 \log(p) \}^2} \quad (\text{B.36})$$

De factor 3.4 kan door numerieke fluctuaties en randeffecten een andere waarde hebben. Stel deze in zijn algemeenheid c_1 . Relatie (B.36) wordt dan:

$$\ln \{ D_{15}(\alpha)/D_{15}(0) \} = - \frac{c_1 \cdot 10 \log(p) \cdot \alpha}{\{ 2.5 + 2.3 \times 10 \log(p) \}^2} \quad (\text{B.37})$$

Vervolgens wordt de vergelijking gedeeld door de termen met p er in:

$$\frac{\ln \{ D_{15}(\alpha)/D_{15}(0) \} \times \{ 2.5 + 2.3 \times 10 \log(p) \}^2}{10 \log(p)} = - c_1 \cdot \alpha \quad (\text{B.38})$$

De helling van de best mogelijke lijn door de punten bepaalt dan de numerieke evenredigheidsconstante. Als het rechterlid wordt uitgezet tegen het linkerlid, ontstaat een rechte lijn met helling 4.4.

bladnummer : - 36 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

APPENDIX C

In deze appendix wordt bepaald hoe groot het relatieve aantal korrels aan de randen van een volume is. Er wordt van uitgegaan dat de korrels alle een diameter d hebben. De korrels zijn gevat in een bolvormige ruimte met een diameter D .

Gegeven is een bol met diameter V_{bol} en een diameter D . Beide zijn door de volgende vergelijking aan elkaar gerelateerd:

$$V_{bol} = \frac{\pi}{6} D^3 \quad (C.1)$$

Het volume, V_d , van een bolvormig deeltje is dan:

$$V_d = \frac{\pi}{6} d^3 \quad (C.2)$$

De porositeit van de stapeling wordt als volgt gedefinieerd:

$$n = \frac{V_{bol} - N \times V_d}{V_{bol}} \quad (C.3)$$

met N het aantal deeltjes in de bol. Het aantal deeltjes in het volume V_{bol} bedraagt dan:

$$N = \frac{6 V_{bol} (1-n)}{\pi d^3} = (1-n) \frac{D^3}{d^3} \quad (C.4)$$

Neem nu aan dat de randeffecten zich voordoen in een bolschil die $2d$ dik is. Het volume van die bolschil, V_{schil} , is:

$$V_{schil} = \frac{\pi}{6} \{ D^3 - (D-d)^3 \} \quad (C.5)$$

Voor het aantal deeltjes in de schil, N_{schil} , wordt dan met (C.4) gevonden dat:

$$N_{schil} = (1-n) \times \left\{ 6 \frac{D^2}{d^2} - 12 \frac{D}{d} + 8 \right\} \quad (C.6)$$

bladnummer : - 37 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

Het relatieve aantal deeltjes in de schil, f_{schil} , wordt gevonden door deling van (C.6) door (C.4):

$$f_{\text{schil}} = 6 \frac{d}{D} - 12 \frac{d^2}{D^2} + 8 \frac{d^3}{D^3} \quad (\text{C.7})$$

Indien de waarde van (d/D) klein is, dat wil zeggen kleine deeltjes in een grote ruimte, dan zijn de kwadratische en derde orde termen verwaarloosbaar, waardoor de formule vereenvoudigt tot:

$$f_{\text{schil}} \approx 6 \frac{d}{D} \quad (\text{C.8})$$

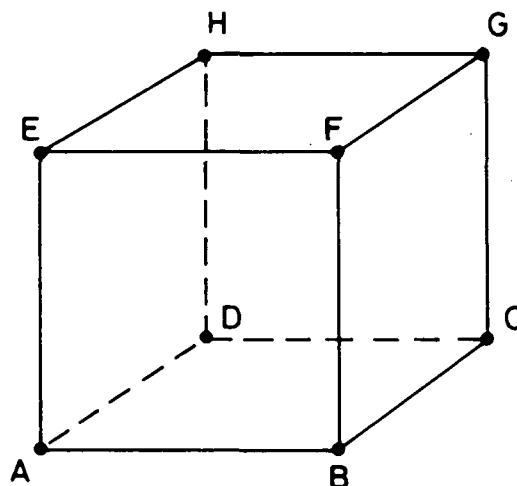
Bij de simulaties [3] bedroeg het aantal deeltjes in de stapeling 250 zodat de verhouding (d/D) ongeveer 0.125 is. Indien een bol genomen wordt van 1 liter en als deze wordt opgevuld met wadzand ($d \approx 0.15$ mm), dan is die verhouding 0.00124. Met (C.7) wordt dan bepaald dat de randeffecten 60% respectievelijk 0.7% bedragen.

APPENDIX D

In deze appendix wordt beredeneerd dat het aantal porieholten per deeltje kan variëren tussen 1 voor een regelmatige stapeling, de simpel kubische (sc) pakking, tot 3 voor een zeer dichte pakking, met een goed nederlands woord de body centered cubic (bcc) stapeling. Voor de eenvoud zijn in de figuren slechts de middelpunten en sommige verbindingslijnen tussen de middelpunten getekend.

D.1 Simpel kubische pakking

Deze pakking levert de geringste dichtheid op, dat wil zeggen de porositeit is maximaal, ongeveer 0.48. Figuur D.1 laat het raamwerk van een sc stapeling zien.



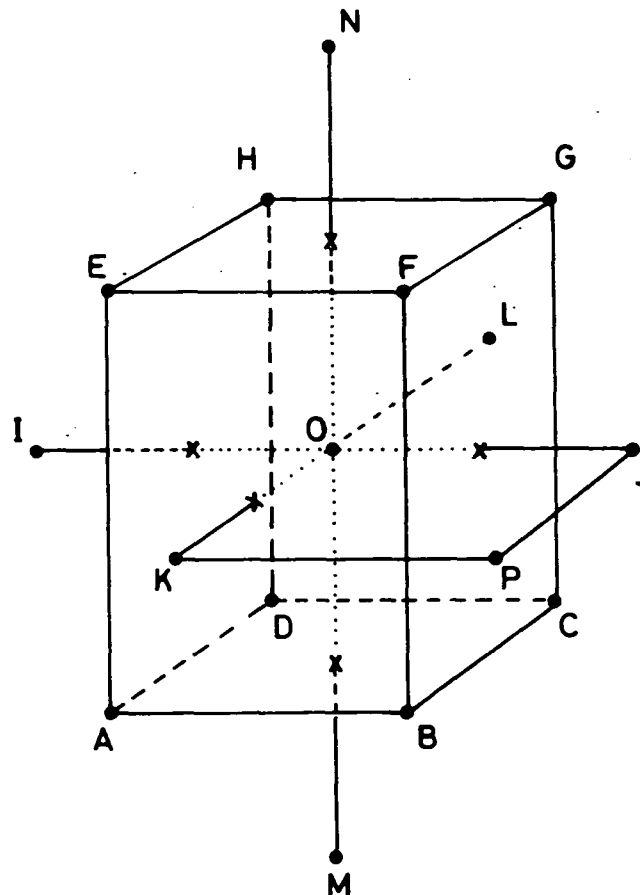
Figuur D.1 Het raamwerk van een simpel kubische stapeling

Een sc stapeling bestaat uit gelijke lagen van bollen waarvan de middelpunten steeds vierkanten vormen. De bollen in naburige lagen zijn niet ten opzichte van elkaar verschoven. Het raamwerk van verbindingslijnen snijdt in een hoekpunt een korrel in acht gelijke delen. Slechts een achtste van de korrel bevindt zich binnen het

raamwerk. Er zijn echter acht hoekpunten, dus in totaal bevindt er zich een korrel in het raamwerk. De kleinste porieholte tussen de korrels bevindt zich midden in het raamwerk. Het is tevens de enige porieholte. Dus voor de simpel kubische pakking is er per deeltje een porieholte.

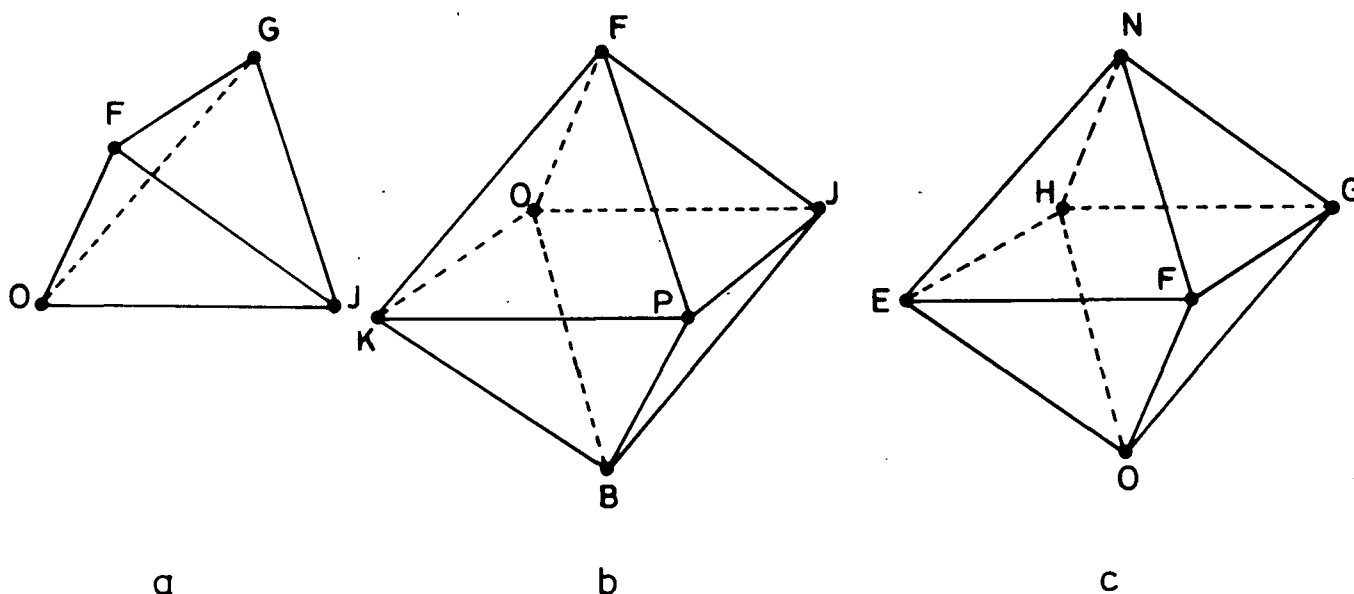
D.2 De body centered cubic pakking

Onderstaand beschreven pakking levert volgens de kristallografen een zeer dichte pakking op. De porositeit is minimaal, ongeveer 0.27.



Figuur D.2 De bcc pakking. Het raamwerk is getekend met de middelpunten van de bollen. Daarnaast zijn nog enige bollen van naburige cellen getekend. Zij vormen met de bollen van het raamwerk de regelmatige veelvlakken, die de porieholten omsluiten. De kruisjes geven aan waar de assen van het raamwerk de zijvlakken snijden.

De stapeling bestaat uit gelijke lagen van bollen. De middelpunten van naburige bollen vormen een vierkant. In tegenstelling tot de sc stapeling zijn de bollen van naburige lagen een halve diameter van de bollen in lengte en breedte ten opzichte van verschoven. De bollen van de bovenliggende lagen liggen als het ware in de putjes van de onderliggende laag. In het vlak door O evenwijdig aan het grondvlak ABCD raakt een bol steeds aan vier andere bollen. Naar boven en beneden raakt de bol verder aan acht andere bollen. Het aantal raakpunten is dus twaalf. Een gedeelte uit deze stapeling is getekend in figuur D.2. Binnen het raamwerk bevinden zich een gehele bol en acht octanten, dus tesamen 2 bollen.



Figuur D.3 In de bcc pakking kunnen drie soorten porieholten worden gevonden. De raamwerken van de lichamen die de porieholten vormen zijn hier getekend zonder het raamwerk van de gehele stapeling.

bladnummer : - 41 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

Een deel van de porieholten wordt gevormd door lichamen van het type OJFG, zie figuur D.3a. Dit zijn regelmatige tetraëders. Het zijvlak BCFG snijdt deze porieholte precies in twee gelijke delen. De porieholte ligt dus maar voor de helft in het raamwerk. Ook lichaam OJBC is een regelmatige tetraëder. Het zijvlak BCFG snijdt ook de porieholte van deze tetraëder in tweeën. Tensamen levert het zijvlak BCFG dus een porieholte op. De overige drie (verticale) zijvlakken leveren dus ook nog drie porieholten op. Voor de zijvlakken zijn er dus vier porieholten.

Verder moeten er lichamen van het type OKPJBF bekeken worden, zie figuur D.3b. Dit zijn regelmatige octaëders. De zijvlakken ABEF en BCFG snijden ieder voor zich de porieholte in twee gelijke delen, dus er ligt slechts een kwart van de porieholte in het raamwerk. Er zijn daarentegen vier verticale assen, dus er komt nog een porieholte per raamwerk bij.

Tenslotte worden de boven en ondervlakken gezien, zie figuur D.3c. Ook lichaam EHFGNO is een regelmatige octaëder. Het bovenvlak EFGH snijdt de porieholte daarin in twee gelijke delen. Er is ook bij het ondervlak nog een halve porieholte, dus er komt wederom een porieholte bij.

In totaal zijn er dus zes porieholten per raamwerk, hetgeen oplevert dat er per korrel drie porieholten zijn.

D.3 Conclusie

Het aantal porieholten per deeltje varieert tussen de 1 en de 3, afhankelijk van de porositeit. Voor een middelmatig verdichte stapeling zullen er dus 2 porieholten per deeltje zijn.

bladnummer : - 42 -
ons kenmerk: CO-416562/49
datum : 1987-11-01

REFERENTIES

- [1] F.B.J. Barends. The compressibility of an air-water mixture in a porous medium. LGM mededelingen Deel XX, no. 2,3 en 4; augustus 1979. Grondmechanica Delft.

- [2] H. den Adel.
Heranalyse doorlatendheidsmetingen met de Forchheimer relatie. CO-272550/56. mei 1986. Grondmechanica Delft.

- [3] H. den Adel.
Tussentijdse rapportage van het onderzoek met het geometrische spoor. CO-416461/3. april 1986. Grondmechanica Delft.

- [4] H. den Adel.
Eindrapportage Geometrische spoor. CO-416461/28. juni 1987. Grondmechanica Delft.

- [5] M. Abramovitz, I. Stegun
Handbook of mathematical functions. 1970. Dover publications inc. New York.

SEKTIE 5

Doorlatendheid van de toplaag

INHOUD

LIJST VAN SYMBOLEN

	blz.
1. <u>Inleiding</u>	1
2. <u>Samenvatting en konklusies</u>	2
3. <u>Theorie</u>	5
3.1 Algemeen.....	5
3.2 Het stijghoogte verval in de spleet.....	7
3.3 In- en uitstroomweerstand.....	9
3.4 Aanstroomweerstand.....	13
3.5 Verval over het geotextiel.....	20
3.6 Bijzondere toplagen.....	21
3.6.1 Inleiding.....	21
3.6.2 Stromingsweerstand door gatwand.....	23
3.6.3 In- en uitstroomweerstand.....	24
3.6.4 Aanstroomweerstand.....	25
3.6.5 Verval over geotextiel.....	26
3.6.6 Verval over granulair vulmateriaal.....	26
3.7 Konklusie.....	26
4. <u>Modelonderzoek</u>	30
4.1 In het verleden uitgevoerd modelonderzoek.....	30
4.2 Onlangs uitgevoerd modelonderzoek.....	31
4.2.1 Modelopstelling I.....	31
4.2.2 Modelopstelling II.....	36
4.2.3 Basalton.....	38
5. <u>Analyse van de resultaten</u>	41
5.1 Verval in de spleten.....	41
5.2 Stijghoogte in het filter.....	42
5.3 Toplaagdoorlatendheid.....	45
5.3.1 Blokken op rooster.....	45
5.3.2 Blokken op grof grind.....	47
5.3.3 Blokken op geotextiel op fijn grind.....	47
5.3.4 Bijzondere toplagen.....	50

INHOUD (vervolg)

	blz.
6. <u>Aanbevelingen voor verder onderzoek</u>	52
7. <u>Praktische rekenregels voor het berekenen van de toplaagdoor-</u> <u>latendheid</u>	54
7.1 Dichte blokken met spleten.....	54
7.2 Blokken met gaten en bijzondere blokken.....	55
7.3 Blokken met spleten en gaten.....	57

REFERENTIES

TABELLEN

FIGUREN

APPENDIX

- 1 Potentiaalstroming naar spleten
- 2 Porositeit en luchtinsluiting bij granulair materiaal

LIJST VAN SYMBOLEN

a'	= lineaire weerstandskoefficiënt van top laag	(m/s)
a_f	= lineaire weerstandskoefficiënt van filter	(m/s)
a_g	= lineaire weerstandskoefficiënt van geotextiel	(m/s)
A_g	= oppervlak van gat	(m ²)
A_d	= gedraineerd oppervlak	(m ²)
A	= doorstroomoppervlak	(m ²)
b'	= kwadratische weerstandskoefficiënt van top laag	(m ² /s ²)
b_f	= kwadratische weerstandskoefficiënt van filter	(m ² /s ²)
b_g	= kwadratische weerstandskoefficiënt van geotextiel	(m ² /s ²)
B	= breedte van een blok	(m)
B'	= afstand (hart op hart) tussen de gaten	(m)
C	= Chezy-parameter	(m ^{1/2} /s)
C_1, C_2	= constante	(m)
D	= blokdikte	(m)
D_{f15}	= diameter van de filterkorrels waarvoor geldt dat 15 gewichtsprocenten van de korrels kleiner is	(m)
D_p	= pijpdiameter	(m)
e	= grondtal van natuurlijke logaritme	(-)
g	= zwaartekrachtsversnelling	(m/s ²)
i	= verhang in filter	(-)
$i(r)$	= verhang in filter op afstand r van spleet	(-)
i_∞	= verhang over top laag op grote afstand onder top laag	(-)
i_t	= verhang over top laag (incl. aanstroomweerstand)	(-)
i_s	= verhang in spleet	(-)
i_g	= verhang in geotextiel	(-)
j	= $\sqrt{-1}$	
k'	= doorlatendheid top laag (= v_f als $i_t = 1$)	(m/s)
k'_g	= k' bij verwaarlozing van spleten	(m/s)
k'_s	= k' bij verwaarlozing van gaten	(m/s)
k_g	= doorlatendheid van geotextiel	(m/s)
k	= gelineariseerde doorlatendheid van filter	(m/s)
k_{nik}	= Nikuradse ruwheid spleetwand	(m)
l_a	= aanpassingslengte	(m)
l	= dimensieloze geometrie-parameter = $BL/(B \cdot s + L \cdot s)$	(-)
L	= bloklengte	(m)

LIJST VAN SYMBOLEN (vervolg)

L'	= afstand (hart op hart) tussen de gaten	(m)
m	= macht in doorlatendheidsrelatie	(-)
$\max(\dots)$	= grootste van beide waarden	
$\min(\dots)$	= kleinste van beide waarden	
n	= porositeit van filter = deel van ruimte dat niet door (grind)korrels in beslag wordt genomen	(-)
n_e	= effectieve porositeit = deel van filter dat door water in beslag wordt genomen	(-)
n_v	= porositeit van granulair vulmateriaal in gat	(-)
O_{90}	= gemiddelde korrelgrootte van zandfractie waarvan 90% door het geotextiel valt na een standaard zeeftest	(m)
q	= debiet per meter	(m ² /s)
Q_i	= debiet door gat i	(m ³ /s)
r	= afstand van de spleet	(m)
r_{\min}, r_{\max}	= in het gebied waarvoor geldt dat $r_{\min} < r < r_{\max}$ wordt verondersteld dat de stromingsrichting radiaal is	(m)
R	= hydraulische straal van gat (= gatoppervlak gedeeld door gatometrek)	(m)
Re	= Reynolds getal	(-)
s	= spleetbreedte	(m)
\bar{s}	= gemiddelde spleetbreedte	(m)
s_c	= gekorrigeerde spleetbreedte	(m)
T_g	= dikte van geotextiel	(m)
t	= tijd	(s)
v_f	= specifiek debiet = filtersnelheid (ver onder de toplaag)	(m/s)
v_s	= snelheid in de spleet	(m/s)
$v_f(r)$	= filtersnelheid op afstand r van de spleet	(m/s)
v_g	= snelheid in een gat = snelheid door geotextiel	(m/s)
x	= horizontale coördinaat (t.o.v. spleet)	(m)
y	= horizontale coördinaat (t.o.v. spleet)	(m)
z	= verticale coördinaat (t.o.v. spleet)	(m)
α	= taludhelling	(°)
Λ	= leklengte	(m)
μ	= kontrakctie-coëfficiënt	(-)
ν	= viscositeit van water	(m ² /s)

LIJST VAN SYMBOLEN (vervolg)

ρ	= soortelijke massa van water	(kg/m ³)
ϕ	= stijghoogte	(m)
$\phi(), \phi_r$	= stijghoogte op een bepaalde afstand van de spleet	(m)
ϕ_o	= referentie voor stijghoogte	(m)
ϕ_t	= verval over de toplaag	(m)
ϕ_s	= verval in de spleet	(m)
ϕ_{iu}	= verval tgv in- en uitstroomverlies	(m)
ϕ_g	= verval over geotextiel	(m)
ϕ_a	= verval tgv aanstroomweerstand	(m)
ϕ_v	= verval over gatvulling	(m)
ϕ_c	= potentiaalfunctie	(m ² /s)
ψ_c	= stroomfunctie	(m ² /s)
Ω	= complexe potentiaal	(m ² /s)

Doorlatendheid van de toplaag

1. Inleiding

De doorlatendheid van de toplaag van een taludverdediging van gezette steen is een van de belangrijkste grootheden waar het gaat om de stabiliteit van de zetting. Een belangrijke parameter waar deze grootheid in naar voren komt is de lek lengte:

$$\lambda = \sqrt{\frac{b \cdot k \cdot D}{k'}}$$

met:

λ	= lek lengte	(m)
b	= dikte van filterlaag	(m)
k	= doorlatendheid van filter	(m/s)
D	= dikte van toplaag	(m)
k'	= doorlatendheid van toplaag	(m/s)

Behalve bij zeer grote of zeer kleine lek lengtes zijn de verschildrukken over de toplaag groter naarmate de lek lengte groter is. Een vergroting van k' resulteert derhalve in een verkleining van de belasting.

De nauwkeurigheid waarmee de doorlatendheid van de toplaag bekend is, is (naast die van het filter) bepalend voor de nauwkeurigheid van een stabiliteitsberekening.

Aan de andere kant is de haalbare nauwkeurigheid van k' maar beperkt, gezien het feit dat de bepalende grootheden (zoals de spleetbreedte en de doorlatendheid van het grind) slechts met een geringe nauwkeurigheid te schatten zijn. Met een heranalyse van reeds eerder uitgevoerd modelonderzoek en enkele aanvullende proeven is ernaar gestreefd de onzekerheid in de formule zelf zó klein te maken, dat de nauwkeurigheid van de berekende k' voornamelijk bepaald wordt door de onzekerheid in de invoerparameters.

Dit verslag is opgesteld door ir. M Klein Breteler in het kader van het onderzoek naar de stabiliteit van taludbekledingen van gezette steen.

2. Samenvatting en konklusies

De formule voor de doorlatendheid van de toplaag, die in eerdere studies [4] in het kader van het steenzettingenonderzoek is opgesteld, is opnieuw afgeleid ten einde een formule te verkrijgen die geen beperkingen kent ten aanzien van het stromingstype in het filter en die de invloed van een geotextiel bevat. Daartoe is het nodig gebleken de structuur van de formule overeenkomstig met de formule van Forchheimer te kiezen:

$$i_t = \frac{\phi_t}{D} = a' \cdot v_f + b' \cdot v_f^2 \quad (1)$$

met:

i_t	= verhang in een homogeen doorlatend geschematiseerde toplaag	(-)
ϕ_t	= verval over de toplaag	(m)
D	= dikte van toplaag	(m)
a'	= lineaire weerstandskoefficiënt van toplaag	(s/m)
b'	= kwadratische weerstandskoefficiënt van toplaag	(s ² /m ²)
v_f	= filtersnelheid (specifiek debiet) door toplaag	(m/s)

Het verval over de toplaag is opgebouwd uit een aantal componenten (zie figuur 1):

$$\phi_t = \phi_s + \phi_{iu} + \phi_a + \phi_g + \phi_v \quad (2)$$

ϕ_s	= verval in de spleet	(m)
ϕ_{iu}	= verval door in- en uitstroomweerstand	(m)
ϕ_a	= verval door aanstroomweerstand	(m)
ϕ_g	= verval door geotextiel	(m)
ϕ_v	= verval over het vulmateriaal in het gat	(m)

De toplaagdoorlatendheid is gedefinieerd als de filtersnelheid door een toplaag (v_f) bij een verhang over de toplaag (i_t) die gelijk is aan 1. Met formule (1) is hiermee af te leiden dat:

$$k' = \frac{-a' + \sqrt{(a')^2 + 4 b'}}{2 b'} \quad (3)$$

De gelineariseerde doorlatendheidsrelatie wordt hiermee:

$$v_f = k' \cdot i_t$$

Wordt deze (gelineariseerde) doorlatendheid gebruikt bij de berekening van de lek lengte, dan is de geïntroduceerde fout als gevolg van de linearisatie van dezelfde orde als de onnauwkeurigheid in de berekende a' en b' .

Voor Steenzet-II berekeningen worden a' en b' als invoerparameter gebruikt. De term, die de invloed van de aanstroomweerstand vertegenwoordigt, moet dan weggelaten worden (kies $a_f = 0$ en $b_f = 0$).

In hoofdstuk 3 zijn voor a' en b' de volgende uitdrukkingen afgeleid:

- dichte blokken met spleten (of zuilen) op een filter

$$a' = \frac{12v\ell}{gs^2} + \frac{\ell s a_f}{\pi D} \cdot \ln\left(\frac{\ell s}{\pi r_{\min}}\right) + \frac{a \ell T}{D} g \quad (4)$$

$$b' = \frac{\ell^2}{2gD} \cdot \left(\left(\frac{1}{n} - 1\right)^2 + 1\right) + \frac{\ell s b_f}{\pi D} \left(\frac{\ell s}{\pi r_{\min}} - 2\right) + \frac{b \ell^2 T}{D} g \quad (5)$$

met:

$$r_{\min} = \max\left(\frac{1}{2} D_{f15}; 0,4 s\right)$$

$$\ell = BL/(B \cdot s + L \cdot s)$$

zuilen: kies s zodanig dat open oppervlak goed wordt weergegeven.

- blokken met gaten op een filter

$$a' = \frac{a_f}{D} \sqrt{\frac{\ell A}{4\pi g}} \cdot \left(\frac{1}{r_{\min}} \cdot \sqrt{\frac{\ell A}{4\pi g}} - 2\right) + \frac{a \ell T}{D} g + a_v \ell \quad (6)$$

$$b' = \frac{\ell^2}{2gD} \left(\left(\frac{1}{n} - 1\right)^2 + 1\right) + \frac{b_f}{D} \sqrt{\frac{\ell A}{4\pi g}} \left(3\left(\frac{1}{r_{\min}} \sqrt{\frac{\ell A}{4\pi g}}\right)^3 - 4\right) + \frac{b T \ell^2}{D} g + b_v \ell^2 \quad (7)$$

met:

$$r_{\min} = \max\left(\frac{1}{2} D_{f15}; 0,4 \sqrt{A_g}\right)$$

$$\ell = A_d / A_g$$

waarbij het gedraineerde oppervlak per gat zodanig gekozen moet worden dat voor elk gat dezelfde k' gevonden wordt.

Ten aanzien van a_f en b_f (te berekenen met de formules uit [7]) moet gekoncludeerd worden dat de werkelijke porositeit direkt onder de spleten groter is dan de gemiddelde porositeit van het filter.

In vergelijking tot de meetresultaten, die verkregen zijn met een model van circa 1 m^2 in de Filterbak, geven bovenstaande formules acceptabele resultaten. Een nadere analyse van bovenstaande formules laat zien dat de doorlatendheid van een toplaag met kleine spleten gedomineerd wordt door het verval in de spleet (stromingsweerstand van de spleetwand). Bij grote spleten domineert echter vooral de aanstroomweerstand, terwijl voor middel grote spleten de in- en uitstroomweerstand belangrijk is. In figuur 2 is de toplaagdoorlatendheid als functie van de spleetbreedte getekend van een toplaag waarin dit duidelijk tot uiting komt.

Bij $s = 4\frac{1}{2} \text{ mm}$ is er in dit voorbeeld sprake van een diskontinuiteit in de kromme omdat de stroming in de spleet voor $s < 4 \text{ mm}$ laminair en voor $s > 5 \text{ mm}$ turbulent is. Bijna altijd treedt de overgang van laminaire naar turbulente stroming op in een gebied waarin de spleetweerstand niet dominant meer is, zodat het verloop van de kromme toch redelijk vloeiend is.

Een ander markant punt in dit voorbeeld is bij $s = 12 \text{ mm}$. Bij kleinere spleten dan 12 mm wordt de aanstroomweerstand tot een afstand $r = \frac{1}{2} D_{f15}$ van de spleet meegerekend, terwijl bij grotere spleten de aanstroomweerstand tot $r = 0,4 s$ wordt meegerekend.

In hoofdstuk 6 is uitvoerig ingegaan op de nog aanwezige leemten in de kennis omtrent de toplaagdoorlatendheid. Er is aanbevolen om aanvullend modelonderzoek uit te voeren met de volgende toplaag/filter combinaties:

- dichte blokken met een geotextiel op grof grind
- dichte blokken op een geotextiel op zand.

In het laatste hoofdstuk worden praktische rekenregels gegeven waarmee de doorlatendheid van de toplaag berekend kan worden.

3. Theorie

3.1 Algemeen

De stroming in het filter wordt opsplitsbaar gedacht in twee superponeerbare componenten: een loodrecht op en een evenwijdig aan de topplaag. Aangenomen wordt dat deze laatste een verwaarloosbare invloed uitoefent op de topplaag-doorlatendheid.

Op zijn weg uit het talud ondervindt een waterdeeltje een aantal stromingsweerstand. In figuur 1 zijn twee gevallen naast elkaar gezet: stroming door een homogeen en een niet homogeen doorlatende topplaag. Van beide is een systeembeschrijving gegeven in de vorm van aaneengeschakelde weerstanden. Het doel is om de topplaag te schematiseren tot een homogeen doorlatende topplaag. Deze moet een zodanige stromingsweerstand hebben, dat bij een gegeven ϕ_0 op zekere afstand onder de topplaag het specifieke debiet gelijk is aan die door de niet homogeen doorlatende topplaag. Daartoe is het nodig dat het verval over de homogeen doorlatende topplaag bij een gegeven specifiek debiet gelijk is aan de som van de vervallen over de spleetweerstand, de instroomverliesweerstand, de geotextielweerstand en de aanstroomweerstand. Opgemerkt wordt dat voor berekeningen met het numerieke model "Steenzet-II" de topplaagdoorlatendheid zonder de invloed van de aanstroomweerstand moet worden ingevoerd. Deze invloed wordt door het rekenmodel zelf berekend.

In voorgaande verslagen van het steenzettingenonderzoek wordt een formule gebruikt voor de topplaagdoorlatendheid die afgeleid is in [3] en [4]. Nieuwe metingen en inzicht in de theorie hebben geleid tot een wijziging van de formule. In dit hoofdstuk wordt een nieuwe formule afgeleid. Het resultaat van de afleiding is gegeven in paragraaf 3.7.

De structuur van de formule wordt gebaseerd op de formule voor de doorlatendheid van granulair materiaal van Forchheimer [7], omdat de doorlatendheid van het filter een belangrijk onderdeel is van de topplaagdoorlatendheid en het daardoor logisch volgt uit de afleiding. Koenders toont in [8] aan dat deze formule een korrekte fysische achtergrond heeft. De formule luidt:

$$i = a_f v_f + b_f v_f^2 \quad (8)$$

- i = verhang in granulair materiaal (filter) (-)
- v_f = filtersnelheid = specifiek debiet (m/s)
- a_f = lineaire weerstandskoefficiënt van het filter (s/m)
- b_f = kwadratische weerstandskoefficiënt van het filter (s^2/m^2)

Afhankelijk van de grootte van a_f en b_f en de grootte van v_f overheerst de lineaire (laminaire) term of de kwadratische (turbulente) term in de formule. Ook kunnen beide van belang zijn: overgangstype stroming.

Aangenomen wordt dat ook de top laag doorlatendheid met een dergelijke formule beschreven kan worden:

$$i_t = \left(\frac{\phi_t}{D}\right) = a' v_f + b' v_f^2 \quad (9)$$

- ϕ_t = verval over de top laag (m)
- D = dikte van top laag (m)
- a' = lineaire weerstandskoefficient van top laag (s/m)
- b' = kwadratische weerstandskoefficient van top laag (s^2/m^2)
- v_f = debiet per m^2 door de top laag = filtersnelheid (m/s)
- i_t = verhang in homogeen doorlatende top laag (-)

In navolging van [3] en [4] wordt het verval over de top laag opgebouwd gedacht uit een aantal componenten:

$$\phi_t = \phi_s + \phi_{iu} + \phi_a + \phi_g \quad (10)$$

- ϕ_s = verval in de spleet (m)
- ϕ_{iu} = verval bij in- en uitstroming van de spleet (m)
- ϕ_a = verval in grind door kontraktie van stroomlijnen bij de spleet = aanstroomweerstand (m)
- ϕ_g = verval over het geotextiel (m)

In de volgende paragrafen wordt een formule voor elk van bovenstaande verval-
len afgeleid.

3.2 Het stijghoogte verval in de spleet

Ter oriëntatie op het stromingstype is in de onderstaande tabel voor enkele spleetbreedten aangegeven welke stroomsnelheden men kan verwachten. Deze verwachting is gebaseerd op resultaten van modelonderzoek met blokken op grind.

s	minimaal		maximaal	
	v_s	Re	v_s	Re
mm	m/s	-	m/s	-
1	0,3	250	1,4	1200
5	0,1	400	0,4	1700
20	0,08	1300	0,3	5000

$$Re = v_s \cdot s / \nu \quad (11)$$

met:

$$Re = \text{Reynolds getal} \quad (-)$$

$$\nu = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \quad (13^\circ\text{C})$$

$$v_s = \text{gemiddelde snelheid in de spleet} \quad (\text{m/s})$$

Er is sprake van laminaire stroming als Re kleiner is dan 2000. Bij Reynoldsgetallen groter dan 20.000 treedt zeker turbulente stroming op [5], maar als er een aanleiding tot de vorming van turbulentie is, dan kan vanaf $Re = 2000$ er al turbulente stroming zijn. Het overgangsgebied is meestal erg klein. Uit de tabel blijkt dat de stroming meestal laminair is.

De stroming aan het begin van een spleet zal, net als in een pijp, pas op enige afstand van het begin een volledig ontwikkeld snelheidsprofiel hebben. Deze afstand wordt de aanpassingslengte genoemd. De grootte ervan is afhankelijk van het Reynoldsgetal en de spleetbreedte. Voor een pijp is in [13] het volgende gegeven:

$$l_a = 0.065 \cdot Re \cdot D_p \quad (\text{laminaire stroming})$$

$$l_a / D_p \approx 50 \text{ à } 100 \quad (\text{turbulente stroming})$$

met:

l_a = aanpassingslengte (m)

D_p = diameter pijp (m)

Als aangenomen wordt dat de aanpassingslengte in een spleet hiermee vergelijkbaar is, dan geldt voor een kleine spleet van 1 mm een waarde voor l_a van 2 à 8 cm. Bij groter spleten ($s = 5$ mm) wordt dit al 15 à 50 cm.

Vooraf in de eerste helft van de aanpassingslengte kan het verhang groter zijn dan bij een volledig ontwikkeld snelheidsprofiel. Een afwijking van orde 20% is zeker mogelijk. Later zal blijken dat in de praktijk de stromingsweerstand in de spleet van ondergeschikt belang is als $s > 1$ à 2 mm. Daarom kan de aanpassingslengte buiten beschouwing blijven.

De stromingsweerstand in de spleet is bij een volledig ontwikkelde laminaire stroming te berekenen op basis van de formule van Hagen-Poiseuille ($Re < 2000$):

$$\phi_s = \frac{12 D v}{g s^2} \cdot v_s \quad (12)$$

$$= \frac{12 D v BL}{g s^2 \cdot (B+L) \cdot s} \cdot v_f$$

$$= \frac{12 D v l}{g s^2} \cdot v_f \quad (13)$$

Hierin is l een dimensieloze geometrie-parameter:

$$l = \frac{BL}{(B+L) \cdot s} \quad (14)$$

Voor turbulente stroming in de spleet is met de formule van Chezy het volgende af te leiden ($Re > 2000$):

$$\phi_s = \frac{2 D l^2}{s C^2} \cdot v_f^2 \quad (15)$$

met:

$$C = 18 \log (6s/k_{nik})$$

$$C = \text{Chezy-coëfficiënt} \quad (m^{1/2}/s)$$

$$k_{nik} = \text{ruwheid volgens Nikuradse} \quad (m) \quad (\text{beton: } k_{nik} = 0,5 \text{ mm})$$

Later zal blijken dat voor een reële toplaag op een filter ϕ_s altijd veel kleiner is dan ϕ_a als er turbulente stroming in de spleet heerst. ϕ_s kan dan verwaarloosd worden, zodat formule (15) niet gebruikt hoeft te worden. Voor blokken op een rooster met turbulente stroming in de spleet is ϕ_s nog wel van belang.

Hieruit kan het volgende gekonkludeerd worden:

a) Toplaag op granulair filter:

$$\phi_s = \frac{12 D v \ell}{g s^2} \cdot v_f \quad (16)$$

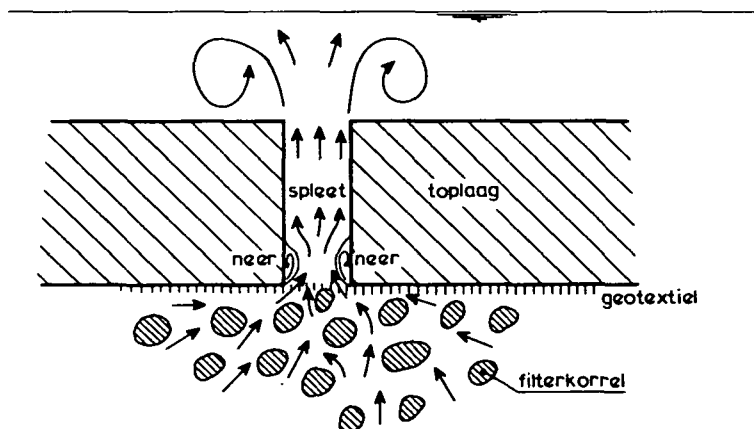
b) Toplaag op rooster:

$$\begin{aligned} \phi_s &= \frac{12 D v \ell}{g s^2} \cdot v_f & \text{als} & \frac{\ell \cdot v_f s}{v} < 2000 \\ \phi_s &= \frac{2 D \ell^2}{s C^2} \cdot v_f^2 & \text{als} & \frac{\ell \cdot v_f s}{v} > 2000 \end{aligned} \quad (17)$$

3.3 In- en uitstroomweerstand

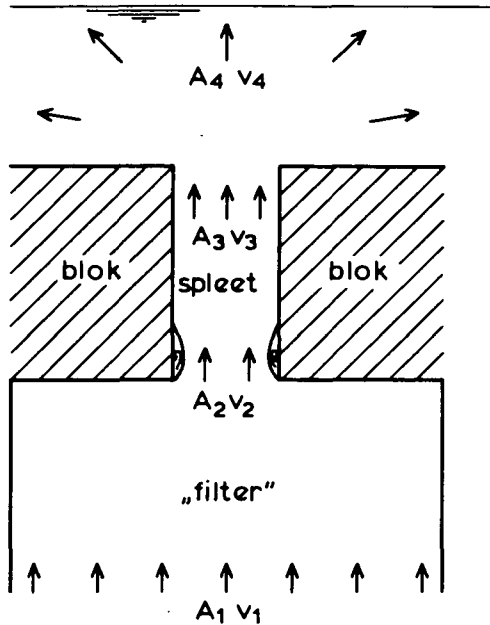
Op de plaats waar het water de spleet instroomt, treedt een instromingsverlies op als gevolg van de neren aan het begin van de spleet. Hetzelfde gebeurt bij het uitstromen uit de spleet (uitstroomweerstand).

In onderstaande figuur is dit schematisch weergegeven:



De stromingsweerstand kan berekend worden met de wet van Bernoulli en een impulsbalans, mits het filter weggeschematiseerd kan worden. Dit is mogelijk

door de stromingsweerstand in het filter (en in geotextiel) buiten beschouwing te laten. Het feit dat de watersnelheid gelijk is aan v_f/n (porie-snelheid), mag echter niet vergeten worden:



A_i = doorstroomoppervlak (m²)
 v_i = snelheid (m/s)

Wegens de kontinuïteit geldt:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = A_3 v_3 \quad (18)$$

Per blok geldt:

$$A_1 = BL \cdot n \quad (20)$$

$$v_1 = v_f / n \quad (21)$$

$$A_3 = (B+L) \cdot s \quad (22)$$

$$A_4 = BL \quad (23)$$

Bij de instroomopening wordt een kontraktie-koëfficiënt gedefinieerd:

$$\mu = \frac{A_2}{A_3} \quad (24)$$

Volgens de wet van Bernoulli geldt:

$$\phi_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \phi_2 + \frac{v_2^2}{2g} \quad (25)$$

Kramers [9] heeft aangetoond dat ook bij scherpe overgangen de nauwkeurigheid van deze formule nog akseptabel is.

Met formule (18), (20) en (21) volgt hieruit:

$$\phi_2 = \phi_1 + \frac{v_f^2}{2g} \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \left(\frac{BL}{A_2} \right)^2 \right) \quad (26)$$

Met de wet van behoud van impuls kan de volgende vergelijking opgesteld worden:

$$A_3 \cdot (\rho g \phi_2) dt + (v_2 \cdot \rho \cdot A_2) \cdot v_2 dt = A_3 (\rho g \phi_3) dt + (v_3 \cdot \rho A_3) \cdot v_3 dt \quad (27)$$

met:

$$t = \text{tijd} \quad (\text{s})$$

$$\rho = \text{soortelijke massa van water} \quad (\text{kg/m}^3)$$

Herschrijven leidt tot:

$$\phi_3 = \phi_2 - \frac{v_3^2}{g} + \frac{v_2^2 \cdot A_2}{g \cdot A_3} \quad (28)$$

Gebruik makend van formule (18), (22), (24) en (26) kan hieruit het volgende afgeleid worden:

$$\phi_3 = \phi_1 + \frac{v_f^2}{g} \left(\frac{1}{2n^2} - \frac{\ell^2}{2\mu^2} - \ell^2 + \frac{\ell^2}{\mu} \right) \quad (29)$$

met:

$$\ell = \frac{BL}{(B+L) \cdot s}$$

Bij het uitstromen is er sprake van een zeer grote vergroting van het doorstroomprofiel, waardoor alle bewegingsenergie gedissipeerd wordt. Er is daardoor een verwaarloosbaar verval:

$$\phi_4 = \phi_3 \quad (30)$$

Het verval over de toplaag als gevolg van de in- en uitstroomweerstand volgt uit formule (29) en (30):

$$\phi_{iu} = \phi_1 - \phi_4 = \frac{v_f^2}{g} \left(\frac{\ell^2}{2\mu^2} + \ell^2 - \frac{\ell^2}{\mu} - \frac{1}{2n^2} \right) \quad (31)$$

Deze formule is te vereenvoudigen omdat $1/2n^2$ veel kleiner is dan ℓ^2 en derhalve verwaarloosd kan worden:

$$\phi_{iu} = \frac{v_f^2 \ell^2}{2g} \left(\left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 + 1 \right) \quad (32)$$

De kontraktie-coëfficiënt μ voor een stroming naar een spleet zonder filter is bekend:

$$\mu \approx 0,6 \quad \Rightarrow \quad \phi_{iu} = 0,7 \frac{v_f^2 \ell^2}{g} \quad (33)$$

Voor afgeronde hoeken geldt: $\mu \approx 1$.

In [2] (deel 6) wordt een door Kramers [9] afgeleide formule voor het verval over een plotselinge vernauwing gegeven (instroomweerstand). Deze is gepresenteerd als een doorlatendheid ten gevolge van een in- en uitstroomweerstand, maar kan omgewerkt worden tot een formule voor ϕ_{iu} (zonder filter):

$$\phi_{iu} = \left(0,225 \left(1 - \frac{1}{\ell} \right) + 0,5 \cdot \left(1 - \frac{1}{\ell} \right)^2 \right) \cdot \frac{v_f^2 \ell^2}{g} \quad (34)$$

Als voor $\ell = 50$ wordt ingevuld (open oppervlak van zetting is 2%) dan is deze formule identiek aan formule (33). Bij een open oppervlak van 25% is ϕ_{iu} volgens formule (33) een faktor 1,5 hoger.

Zolang $\ell > 10$ kan gekonkludeerd worden dat de formule van Kramers een bevestiging is van formule (33).

Als er echter een filter aanwezig is, dan is het denkbaar dat de profielvernauwing ter plaatse van de laatste filterkorrels voor de spleet de instroomweerstand domineert. In dat geval zou de kontraktie-coëfficiënt gelijk aan de porositeit moeten zijn ($\mu = n$). Later zal blijken (paragraaf 5.3) dat hiermee de resultaten van het modelonderzoek goed te verklaren zijn.

Konklusie:

$$\phi_{iu} = \frac{v_f^2 l^2}{2g} \left(\left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 + 1 \right) \quad (35)$$

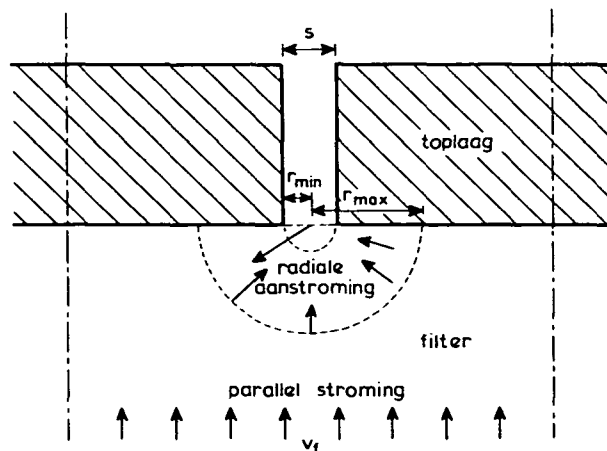
$\mu = 0,6$ zonder filter (scherpe blokranden)

$\mu = n$ met filter

3.4 Aanstroomweerstand

Het door het filter en de toplaag stromende water wordt vlak onder de toplaag gedwongen om naar de spleten tussen de blokken te stromen. Hierdoor heerst er een gekompliceerd stromingsbeeld in het filter dat in dit kader vereenvoudigd wordt tot een radiale toestroming naar de spleet. Met deze vereenvoudiging is de stroming vlak bij de spleet (op enkele spleetbreedten afstand van de spleet) goed weergegeven, doch verder weg gaat deze benadering niet meer op. Omdat verwacht mag worden dat de aanstroomweerstand gedomineerd wordt door de weerstand vlak bij de spleet, wordt aangenomen dat hiermee de werkelijkheid toch voldoende nauwkeurig wordt benaderd.

In onderstaande figuur is de situatie schematisch weergegeven:



Radiale stroming

Met behulp van een continuïteitsbeschouwing kan eenvoudig een formule afgeleid worden voor de filtersnelheid $v_f(r)$ op een afstand r van het hart van de spleet (zie ook [3]):

debiet ver van spleet = debiet bij de spleet

$$v_f \cdot BL = \pi r \cdot v_f(r) \cdot (B+L) \Rightarrow v_f(r) = \frac{v_f}{\pi r} \cdot \frac{BL}{(B+L)} \quad (36)$$

mits:

$$\frac{1}{2} s < r < \frac{BL}{\pi(B+L)}$$

Deze beperking van bovenstaande formules is enerzijds nodig omdat de stroming zeer dicht bij de spleet ($r < \frac{1}{2} s$) niet meer radiaal is en anderzijds omdat ver van de spleet de radiale filtersnelheid ($v_f(r)$) volgens formule (36) kleiner dreigt te worden dan v_f .

Het filter wordt geschematiseerd tot een medium met homogene doorlatendheid.

Gebruik makend van de doorlatendheidsrelatie van Forchheimer [7] kan het verval in het gebied met radiale aanstroming bepaald worden:

$$\phi_r = \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} i(r) dr$$

$$i(r) = a_f v_f(r) + b_f v_f(r)^2$$

$$\phi_r = \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} (a_f v_f(r) + b_f v_f(r)^2) dr \quad (37)$$

Met formule (36) is deze integraal op te lossen:

$$\phi_r = \frac{BL}{\pi(B+L)} \left(a_f v_f \cdot \ln \left(\frac{r_{\max}}{r_{\min}} \right) + b_f v_f^2 \cdot \left(\frac{1}{r_{\min}} - \frac{1}{r_{\max}} \right) \frac{BL}{\pi(B+L)} \right) \quad (38)$$

Uit formule (36) blijkt hoe groot r_{\max} is:

$$r_{\max} = \frac{BL}{\pi(B+L)} \quad (39)$$

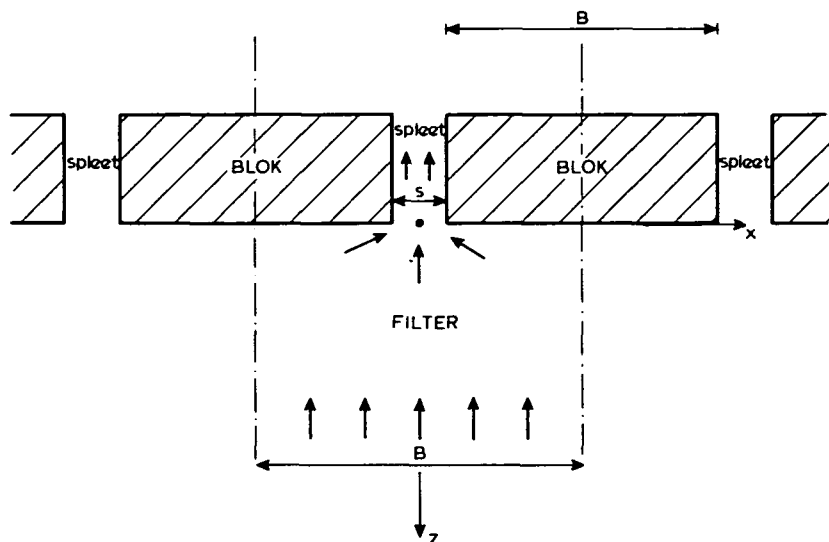
De grootte van r_{\min} wordt nu zodanig gekozen dat de volgende twee zaken verdiskonteerd zijn:

- het verval in de halve cirkel recht onder de spleet ($r < \frac{1}{2} s$).
- de onnauwkeurigheid als gevolg van de radiaal geschematiseerde aanstroming.

Dit kan echter alleen gekwantificeerd worden voor het geval er lineaire stroming in het filter heerst, zodat de potentiaaltheorie gebruikt kan worden. In het onderstaande wordt een uitdrukking voor r_{\min} afgeleid. Hiertoe wordt de afstand van de spleet bepaald waar de stijghoogte volgens de theorie met radiaire aanstroming gelijk is aan de stijghoogte in de spleet volgens de (meer verfijnde) potentiaaltheorie. Deze afstand is gelijk aan r_{\min} .

Potentiaalstroming

Door Verruijt [10] is de stroming naar oneindig lange, evenwijdige, spleten met behulp van potentiaaltheorie bestudeerd. De algemene vergelijking voor de (komplexe) potentiaal in het filter is volgens hem met de volgende formule te beschrijven:



$$\Omega = - \frac{jq}{\pi} \arcsin \left(\frac{\sin(\pi(x + jz)/B)}{\sin(\frac{1}{2} \pi s/B)} \right) \tag{40}$$

- Ω = komplexe potentiaal = $\phi_c + j\psi_c$
- ϕ_c = potentiaal-functie (m^2/s)
- ψ_c = stroom-functie (m^2/s)
- j^2 = -1
- q = debiet per meter (m^2/s)
- x, y, z = koördinaten (m)
- B = blokbreedte (m)
- s = spleetbreedte (m)

In appendix 1 is aangegeven hoe deze formule is om te werken tot een formule voor de potentiaalfunctie recht onder de spleet ($x = 0$). Het resultaat is:

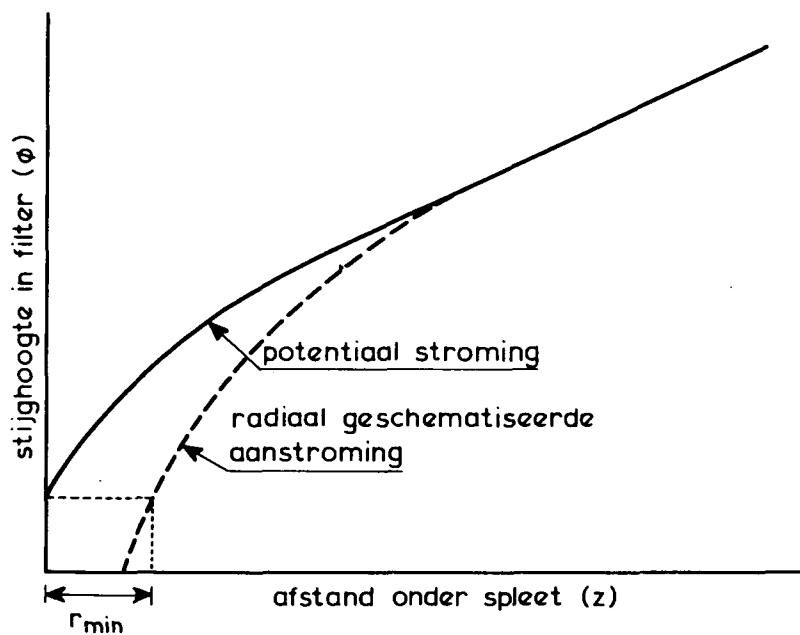
$$\phi_c = \frac{q}{\pi} \operatorname{arc} \sinh \left(\frac{\sinh (\pi z / B)}{\sin (\frac{1}{2} \pi s / B)} \right) \quad (41)$$

Op grote afstand van de spleet is deze formule te vereenvoudigen ($z > \frac{1}{2}B$; $s \ll B$):

$$\phi_c = \frac{q \cdot z}{B} + \frac{q}{\pi} \ln \left(\frac{2B}{\pi s} \right) \quad (42)$$

De afgeleide van de potentiaalfunctie is gelijk aan de filtersnelheid. Het verhang op grote afstand van de spleet is:

$$i_{\infty} = v_f / k = \frac{\partial \phi_c}{\partial z} / k = \frac{q}{Bk} \quad (43)$$



Vergelijking radiale stroming en potentiaalstroming

Ten behoeve van de bepaling van r_{\min} wordt nu formule (41) vergeleken met een formule die af te leiden is voor een radiale aanstromingstoestand:

$$v_f(r) = v_f \cdot \frac{B}{\pi r} \quad \text{als} \quad r < \frac{B}{\pi}$$

$$v_f(r) = v_f \quad \text{als} \quad r > \frac{B}{\pi} \quad (44)$$

Op een verticale lijn (z-as) onder de spleet geldt:

$$i = \frac{a_f B}{\pi z} \cdot v_f + \frac{b_f B^2}{\pi^2 z^2} \cdot v_f^2 \quad \text{als} \quad z < \frac{B}{\pi}$$

$$i = a_f v_f + b_f v_f^2 \quad \text{als} \quad z > \frac{B}{\pi}$$

Het stijghoogte verloop volgt uit:

$$\phi = \int i \, dz$$

Met bovenstaande formules wordt na enig rekenwerk het volgende afgeleid:

$$\phi = \phi_1 + a_f v_f \frac{B}{\pi} \ln\left(\frac{\pi z}{B}\right) - b_f v_f^2 \cdot \frac{B}{\pi} \cdot \left(\frac{B}{\pi z}\right) \quad \text{als} \quad z < B/\pi$$

$$\phi = \phi_0 + z \cdot (a_f v_f + b_f v_f^2) \quad \text{als} \quad z > B/\pi$$

De integratie-constante ϕ_1 verdwijnt als de continuïteitsvoorwaarde op $z = B/\pi$ wordt toegepast:

$z < B/\pi$:

$$\phi = \phi_0 + \frac{B}{\pi} \left(a_f v_f \ln\left(\frac{z\pi e}{B}\right) + b_f v_f^2 \left(2 - \frac{B}{\pi z}\right) \right) \quad (45)$$

$z > B/\pi$:

$$\phi = \phi_0 + z \cdot (a_f v_f + b_f v_f^2) \quad (46)$$

met:

$e =$ grondtal natuurlijke logaritme (-)

We beschouwen echter alleen het lineaire deel van de formule, zodat $b_f = 0$:

$$z < B/\pi: \phi = \phi_0 + \frac{a_f B v_f}{\pi} \ln\left(\frac{z\pi e}{B}\right) \quad (47)$$

$$z > B/\pi: \phi = \phi_0 + z \cdot a_f v_f \quad (48)$$

Met formule (48) is het verhang op grote afstand van de toplaag te bepalen:

$$i_\infty = \left[\frac{\partial \phi}{\partial z} \right]_{z = \infty} = a_f v_f \quad (49)$$

Vergelijken we formule (42) met (48) en (49) dan blijkt (met $\phi_c = k \cdot \phi$; zie app. 1):

$$q = B \cdot a_f v_f \cdot k = B \cdot v_f \quad (50)$$

$$\phi_o = \frac{B a_f v_f}{\pi} \ln \left(\frac{2B}{\pi s} \right) \quad (51)$$

Met formule (50) en (51) zijn formule (41), (47) en (48) zodanig op elkaar afgestemd dat ze voor $z > \frac{1}{2}B$ gelijke waarden voor de potentiaal opleveren. In de buurt van de spleet zijn ze echter duidelijk verschillend. Volgens formule (41) is $\phi = 0$ als $z = 0$. De vraag is nu bij welke $z = r_{\min}$ de potentiaal nul is volgens formule (47) (en (51)):

$$\phi = \frac{B a_f v_f}{\pi} \ln \left(\frac{2B}{\pi s} \right) + \frac{a_f B v_f}{\pi} \cdot \ln \left(\frac{z \pi e}{B} \right) \quad (52)$$

als $z = r_{\min}$ dan $\phi = 0$

$$0 = \frac{B a_f v_f}{\pi} \ln \left(\frac{2B}{\pi s} \right) + \frac{a_f B v_f}{\pi} \ln \left(\frac{r_{\min} \cdot \pi \cdot e}{B} \right)$$

Enig rekenwerk leidt tot:

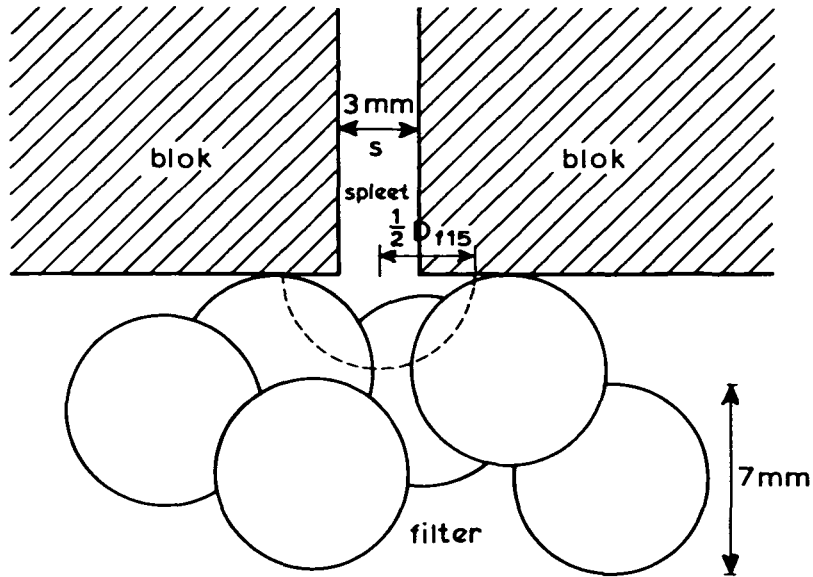
$$r_{\min} = \frac{s}{2e} = 0,18 \text{ s} \quad (53)$$

Als deze waarde van r_{\min} wordt aangehouden, dan is het verval naar de spleet volgens de radiaal geschematiseerde aanstroming gelijk aan die volgens de potentiaalstroming. De radiaal geschematiseerde aanstroming geeft ons de mogelijkheid om ook niet lineaire stroming te beschouwen en heeft daardoor een belangrijk voordeel ten opzichte van potentiaalstroming.

Formule (53) is afgeleid voor lineaire stroming bij de spleet. Meestal is de lokale filtersnelheid zo groot dat door doorlatendheid niet-lineair is. Daarom zal in de praktijk de grootte van r_{\min} iets afwijken van 0,18 s. Uit een analyse van resultaten van modelonderzoek blijkt dat $r_{\min} = 0,4 \text{ s}$ (zie hoofdstuk 5).

Stroming vlak bij spleet ($r < s$)

Tot nu toe is het filter beschouwd als een homogeen doorlatend medium. Dit is geen probleem zolang we niet te dicht bij de spleten kijken. Vlak bij de spleet valt in onderstaande figuur direkt op dat het filter verre van homogeen doorlatend is.



Het is in zo'n situatie zinloos om het verval over het filter tot $r_{\min} = 0,4 \text{ s}$ te berekenen.

Aangenomen wordt dat de stromingsweerstand in het filter te verwaarlozen is in het gebied waarvoor geldt dat $r < \frac{1}{2} D_{f15}$. Hierdoor wordt de grootte van r_{\min} als volgt:

$$r_{\min} = \frac{1}{2} D_{f15} \quad \text{als} \quad \frac{1}{2} D_{f15} > 0,4 \cdot s$$

$$r_{\min} = 0,4 \text{ s} \quad \text{als} \quad \frac{1}{2} D_{f15} < 0,4 \cdot s \quad (54)$$

Het verval als gevolg van de aanstroomweerstand is nu te berekenen met behulp van formule (38), (39) en (54). Het verval ϕ_r moet nog wel verminderd worden met het verval in het grind voor de stroming naar een homogeen doorlatende toplaag met $0 < z < r_{\max}$:

$$\phi_a = \phi_r - r_{\max} \cdot (a_f v_f + b_f v_f^2) \quad (55)$$

Met formule (38), (39) en (54) volgt hieruit:

$$\phi_a = \frac{\ell s}{\pi} (a_f v_f \ln \left(\frac{\ell s}{\pi \cdot e \cdot r_{\min}} \right) + b_f v_f^2 \left(\frac{\ell s}{\pi r_{\min}} - 2 \right)) \quad (56)$$

met:

$$r_{\min} = \frac{1}{2} D_{f15} \text{ als } D_{f15} > 0,8 \text{ s}$$

$$r_{\min} = 0,4 \text{ s als } D_{f15} < 0,8 \text{ s}$$

$$l = \frac{BL}{s(B+L)}$$

3.5 Verval over het geotextiel

Het verval over het geotextiel is eenvoudig te bepalen door aan te nemen dat de snelheid door het geotextiel gelijk is aan de snelheid in de spleten ($= v_f \cdot l$). Gezien het feit dat de snelheid in de spleten doorgaans erg groot is, moet er naar gestreefd worden om de doorlatendheidsrelatie voor het geotextiel ook bij hoge filtersnelheden te meten. Door het gemeten verhang in het geotextiel te delen door de bijbehorende filtersnelheid en dit quotiënt uit te zetten tegen de filtersnelheid kunnen de coëfficiënten uit een Forchheimer doorlatendheidsrelatie bepaald worden:

$$i_g = \frac{\phi_g}{T_g} = a_g v_g + b_g v_g^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{i_g}{v_g} = a_g + b_g v_g$$

met:

$$\phi_g = \text{verval over het geotextiel} \quad (\text{m})$$

$$a_g = \text{lineaire weerstandskoefficient van geotextiel} \quad (\text{s/m})$$

$$b_g = \text{kwadratische weerstandskoefficient van geotextiel} \quad (\text{s}^2/\text{m}^2)$$

$$v_f = \text{debiet per m}^2 \text{ door de zetting} = \text{filtersnelheid} \quad (\text{m/s})$$

$$l = \text{dimensieloze geometrie-parameter} \quad (-)$$

$$= BL/(sB + sL)$$

$$T_g = \text{dikte geotextiel} \quad (\text{m})$$

$$v_g = \text{snelheid door het geotextiel} \quad (\text{m/s})$$

$$i_g = \text{verhang in het geotextiel} \quad (-)$$

Als alleen een doorlatendheidsrelatie van de vorm $v_g = k_g \cdot i_g^m$ beschikbaar is, dan kan deze benaderd worden met een relatie van dezelfde vorm als die van Forchheimer. We kiezen daartoe twee waarden van i_g (binnen het meetbereik), waarna met de volgende formules de grootte van de coëfficiënten berekend kan worden:

$$b_g = \frac{i_{g1}^{1-m} - i_{g2}^{1-m}}{k_g^2 (i_{g1}^m - i_{g2}^m)}$$

$$a_g = \frac{i_{g1}^{1-m}}{k_g} - b_g k_g i_{g1}^m$$

Opgemerkt moet worden dat het resultaat afhankelijk is van de keuze van i_{g1} en i_{g2} . Als blijkt dat $b_g = 0$ en de beschikbare doorlatendheidsgegevens niet verkregen zijn bij hoge filtersnelheden ($v_g > 0,1$ m/s), dan is het aan te bevelen om aanvullende metingen te verrichten met $v_g \gg 0,1$ m/s.

Het is eenvoudiger in te zien dat het verval over het geotextiel (ϕ_g) als volgt berekend kan worden:

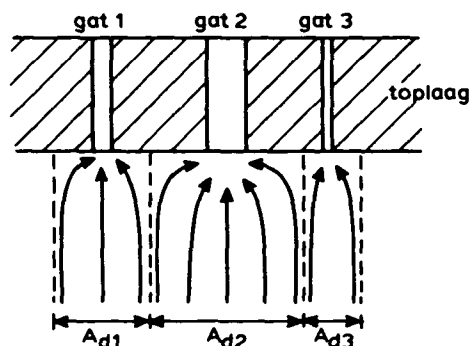
$$\phi_g = a_g T_g (v_f \cdot l) + b_g T_g (v_f \cdot l)^2 \quad (57)$$

3.6 Bijzondere toplagen

3.6.1 Inleiding

In de voorgaande paragrafen is de aandacht aansluitend gericht geweest op toplagen bestaande uit blokken met spleten ertussen. In deze paragraaf zal blijken dat de beschreven theorie in aangepaste vorm ook toepasbaar is op bijzondere toplagen, zoals zuilen, blokken met gaten etc.

Een belangrijk probleem bij een toplaag met gaten van ongelijke of willekeurige grootte is dat grote gaten meer water afvoeren dan de kleine. De grote gaten voeren water af uit een groter deel van het filter dan de kleinere. Dit komt tot uitdrukking in het gedraineerde filteroppervlak A_d . Dit begrip is verduidelijkt in onderstaande figuur:



Het gedraineerde oppervlak van gat i is gelijk aan het quotient van het debiet door gat i en de filtersnelheid (op grond van de continuïteitsvergelijking):

$$A_{di} = \frac{Q_i}{v_f} = \frac{v_{gi} A_g}{v_f} \quad (58)$$

Q_i	= debiet door gat i	(m^3/s)
v_f	= filtersnelheid = debiet per m^2 zetting	(m/s)
A_d	= gedraineerd oppervlak	(m^2)
A_g	= gatoppervlak	(m^2)
v_g	= snelheid in het gat	(m/s)

Overeenkomstig de voorgaande paragrafen wordt de dimensieloze geometriepara-
meter als volgt gedefinieerd:

$$l = \frac{A_d}{A_g} \quad (59)$$

De grootte van A_{di} volgt uit het feit dat de doorlatendheid, die afhankelijk is van A_{di} , voor elk gat gelijk moet zijn. Dit wordt hieronder aannemelijk gemaakt.

Op grote afstand van de toplaag (diep in het filter) lopen alle stroomlijnen parallel en is de potentiaal in een vlak evenwijdig aan de toplaag plaatsonafhankelijk. Ook de filtersnelheid is daar plaatsonafhankelijk. Op grond hiervan kan gekonkludeerd worden, dat bij een gekozen filtersnelheid door de toplaag het verval over elk gat (inklusief het verval als gevolg van de aanstroomweerstand) even groot is. De doorlatendheid (= filtersnelheid bij $i_t = 1$) is dus gelijk voor elk gat.

Het verval over de toplaag is niet alleen afhankelijk van de karakteristieke afmetingen van het filter en van gat i , maar is ook afhankelijk van het gedraineerde oppervlak. Hoe groter de afstand tussen de gaten, hoe groter A_d en des te groter het verval over het gat. Bij het berekenen van de toplaagdoorlatendheid moet enerzijds voor elk gat de grootte van A_d zodanig gekozen worden dat de doorlatendheid van alle gaten gelijk is. Anderzijds moet uiteraard de som van alle gedraineerde oppervlakken het gehele zettingsoppervlak (zonder overlappingsen) beslaan.

Er kan echter niet gekonkludeerd worden dat de grootte van A_{di} voor elke v_f gelijk is. Het kan zijn dat voor een klein gat het verband tussen i_t en v_f

lineair is, terwijl dat voor een groot gat niet-lineair is. Desondanks is toch bij elke v_f de grootte van i_t over elk gat (inclusief aanstroomweerstand) hetzelfde. Het is duidelijk dat dit alleen mogelijk is als de grootte van A_{di} afhankelijk is van v_f . In het vervolg wordt deze afhankelijkheid buiten beschouwing gelaten omdat alleen de grootte van A_{di} bij $i_t = 1$ bepaald hoeft te worden. De grootte van k' ($= v_f$ bij $i_t = 1$) ligt dan vast.

Voor een zetting met een regelmatige verdeling van de gaten is A_d eenvoudig te bepalen. Bijvoorbeeld voor blokken die onderling goed op elkaar aansluiten (verwaarloosbaar debiet door de spleten) met één gat in het midden, geldt voor elk gat:

$$A_d = BL \quad (60)$$

In de volgende subparagrafen worden formules afgeleid waarmee de doorlatendheid bij een zekere A_d te bepalen is. De formules zijn slechts geldig voor ronde gaten en gaten die te schematiseren zijn tot ronde gaten (zoals vierkante gaten en rechthoekige gaten met niet te grote lengte-breedte verhouding). Het resultaat van de afleidingen wordt gegeven in paragraaf 3.7. Het verval over de toplaag wordt weer in delen opgesplitst, zoals in figuur 1 schematisch is weergegeven.

3.6.2 Stromingsweerstand door gatwand

In gaten kan zowel turbulente als laminaire stroming optreden, hoewel het eerste het meeste voorkomt. Met behulp van het Reynoldsgetal kan het stromingstype vastgesteld worden:

$$Re = \frac{v_g \cdot R}{\nu} = \frac{\ell v_f R}{\nu} \quad (61)$$

ℓ = geometrie-parameter = A_d/A_g (-)

A_d = gedraineerde oppervlak (m^2)

R = hydraulische straal van het gat (gatopp./gatontrek) (m)

turbulent als $Re > 1000$

laminair als $Re < 1000$

Voor turbulente stroming is de formule van Chezy van toepassing:

$$v_g = C \sqrt{R i} \quad (62)$$

$$C = \text{Chezy parameter} = 18 \log (12R/k_{\text{nik}}) \quad (\text{m}^{1/2}/\text{s})$$

$$i = \text{verhang in gat} \quad (-)$$

Wegens $\phi_s = D \cdot i$ is deze formule als volgt te herschrijven:

$$\phi_s = \frac{v_g^2 D}{C^2 R} \quad (63)$$

$$\phi_s = \text{verval in het gat (m)}$$

Met $v_f = v_g / \ell$ volgt hieruit:

$$\phi_s = \frac{\ell^2 D}{C^2 R} \cdot v_f^2 \quad (64)$$

Voor laminaire stroming in ronde gaten kan de formule van Hagen-Poiseuille voor buisstroming toegepast worden:

$$\phi_s = \frac{2Dv}{gR^2} \cdot v_g \quad (65)$$

Met $v_f = v_g / \ell$ volgt hieruit:

$$\phi_s = \frac{2D\ell v}{gR^2} \cdot v_f \quad (66)$$

$$\ell = A_d / A_g$$

Zoals uit berekeningen is gebleken, is ϕ_s meestal véél kleiner dan ϕ_{iu} en ϕ_a en kan daarom gerust verwaarloosd worden.

3.6.3 In- en uitstroomweerstand

Het aandachtig nalopen van de afleiding uit paragraaf 3.3 leert ons dat voor de in- en uitstroomweerstand bij gaten dezelfde formule geldig is:

$$\phi_{iu} = \frac{v_f^2 \ell^2}{2g} \left(\left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 + 1 \right) \quad (67)$$

$\mu = 0,6$ zonder filter

$\mu = n$ met filter

$$\ell = A_d/A_g$$

3.6.4 Aanstroomweerstand

De equipotentiaallijnen onder een rond (of rond te schematiseren) gat zijn bij benadering bolvormig. Dit geldt zolang de gaten niet te veel geklusterd liggen. Op grond van de continuïteitsvergelijking kan derhalve het volgende afgeleid worden:

$$4\pi r^2 v_f(r) = v_g \cdot A_g \quad \text{mits} \quad r < \sqrt{\frac{\ell A_g}{4\pi}} \quad (68)$$

$v_f(r)$ = filtersnelheid op afstand r van gat (m/s)

De restrictie is noodzakelijk om te voorkomen dat $v_f(r)$ kleiner dan v_f wordt. Enig rekenwerk leidt tot:

$$v_f(r) = \frac{\ell A_g}{4\pi r^2} \cdot v_f \quad (69)$$

Volgens Forchheimer geldt:

$$i(r) = a_f v_f(r) + b_f v_f(r)^2 \quad (70)$$

$i(r)$ = verhang in filter op afstand r van gathart.

Het verval als gevolg van de aanstroomweerstand is met de volgende integraal te berekenen (zie ook paragraaf 3.4):

$$\phi_a = \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} i(r) dr - r_{\max} \cdot i_{\infty} \quad (71)$$

i_{∞} = verhang op grote afstand onder de toplaag.

$$\text{met } r_{\max} = \sqrt{\frac{\ell A_g}{4\pi}} \quad (72)$$

Invullen van formule (69) en (70) in (71) leidt dan tot de volgende formule voor de aanstroomweerstand:

$$\phi_a = \sqrt{\left(\frac{\ell A}{4\pi g}\right)} \left(a_f v_f \left(\frac{1}{r_{\min}} \cdot \sqrt{\left(\frac{\ell A}{4\pi g}\right)} - 2 \right) + b_f v_f^2 \left(3 \left(\frac{1}{r_{\min}} \cdot \sqrt{\left(\frac{\ell A}{4\pi g}\right)} \right)^3 - 4 \right) \right) \quad (73)$$

Naar analogie met de formule voor een toplaag met spleten wordt de volgende uitdrukking voor r_{\min} aangenomen:

$$\begin{aligned} r_{\min} &= \frac{1}{2} D_{f15} & \text{als } D_{f15} > 0,8 \sqrt{A_g} \\ r_{\min} &= 0,4 \sqrt{A_g} & \text{als } D_{f15} < 0,8 \sqrt{A_g} \end{aligned} \quad (74)$$

3.6.5 Verval over het geotextiel

Voor het verval over het geotextiel geldt dezelfde formule als bij een toplaag met spleten:

$$\phi_g = a_g \ell T_g v_f + b_g \ell^2 v_f^2 \cdot T_g \quad (75)$$

T_g = dikte van geotextiel

3.6.6 Verval over granulair vulmateriaal

Het komt wel eens voor dat de gaten in de toplaag gevuld zijn met een granulair materiaal. In het algemeen is de toplaagdoorlatendheid dan aanzienlijk lager dan zonder vulmateriaal. Er treedt het volgende verval in het vulmateriaal op:

$$\phi_v = a_v \ell D v_f + b_v \ell^2 D v_f^2 \quad (76)$$

a_v = lineaire weerstandscoefficiënt van vulmateriaal (s/m)

b_v = kwadratische weerstandscoefficiënt van vulmateriaal (s^2/m^2)

ϕ_v = verval over toplaag als gevolg van het vulmateriaal (m)

3.7 Konklusie

In voorgaande paragrafen zijn formules afgeleid voor de afzonderlijke componenten van het verval over de toplaag. Door sommatie van de formules voor ϕ_s , ϕ_{ui} , ϕ_a en ϕ_g (en ϕ_v) kan een formule voor het verhang over de toplaag afgeleid worden:

$$i_t = \frac{\phi_t}{D} = \frac{\phi_s + \phi_{ui} + \phi_a + \phi_g + (\phi_v)}{D} \quad (77)$$

Deze formule kan geschreven worden in de volgende vorm:

$$i_t = \frac{\phi_t}{D} = a' \cdot v_f + b' v_f^2 \quad (78)$$

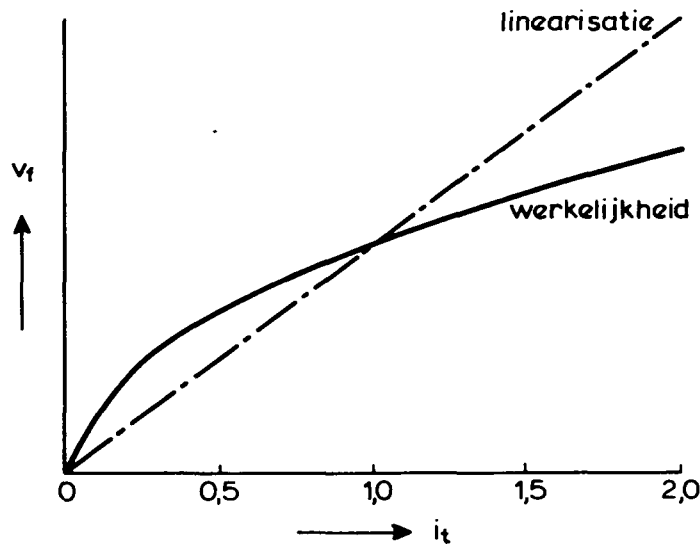
a' = lineaire weerstandskoefficient van de toplaag (s/m)

b' = kwadratische weerstandskoefficient van de toplaag (s²/m²)

De toplaagdoorlatendheid k' is uit formule (78) te bepalen door gebruik te maken van de definitie dat $k' = v_f$ als $i_t = 1$:

$$k' = \frac{-a' + \sqrt{(a')^2 + 4b'}}{2b'} \quad (79)$$

Het ligt voor de hand om de berekende k' te gebruiken om de lek lengte te berekenen. Het verband tussen filtersnelheid en verhang over de toplaag wordt dan lineair verondersteld:



Zolang $0,5 < i_t < 1,7$ dan wijkt de met de lineairisatie berekende v_f minder dan 30% af. Gezien het feit dat de nauwkeurigheid van k' van dezelfde orde is (zoals later zal blijken), is het verantwoord om het v_f - i_t verband te lineairiseren.

Voor een gewone toplaag bestaande uit rechthoekige blokken met spleten zijn uit formule (16), (35), (56) en (57) de volgende formules voor a' en b' af te leiden.

$$a' = \frac{12 v_l}{g s^2} + \frac{\ell s a_f}{\pi D} \ln \left(\frac{\ell s}{\pi \cdot e \cdot r_{\min}} \right) + \frac{a_g \cdot \ell \cdot T_g}{D} \quad (80)$$

$$b' = \frac{\ell^2}{2gD} \cdot \left(\left(\frac{1}{n} - 1 \right)^2 + 1 \right) + \frac{\ell s b_f}{\pi D} \left(\frac{\ell s}{\pi r_{\min}} - 2 \right) + \frac{b_g \ell^2 T_g}{D} \quad (81)$$

met $r_{\min} = \max \left(\frac{1}{2} D_{f15}, 0.4s \right)$

Voor het meer academische geval dat de blokken op een rooster liggen geldt:

$$a' = \frac{12v\ell}{gs^2} + \frac{a_g \ell T_g}{D} \quad \text{als} \quad \frac{\ell \cdot v_f \cdot s}{v} < 2000$$

$$a' = \frac{a_g \ell T_g}{D} \quad \text{als} \quad \frac{\ell v_f \cdot s}{v} > 2000 \quad (82)$$

$$b' = \frac{0,7 \ell^2}{gD} + \frac{b_g \ell^2 T_g}{D} \quad \text{als} \quad \frac{\ell v_f \cdot s}{v} < 2000$$

$$b' = \frac{2 \ell^2}{sC^2} + \frac{0,7 \cdot \ell^2}{gD} + \frac{b_g \ell^2 T_g}{D} \quad \text{als} \quad \frac{\ell v_f \cdot s}{v} > 2000 \quad (83)$$

met $C = 18 \log \left(\frac{6s}{k_{\text{nik}}} \right)$

De doorlatendheid van een willekeurige toplaag met gaten kan met de navolgende formules berekend worden. Het gedraineerde oppervlak van elk gat moet zodanig gekozen worden dat de som van al deze oppervlakken het hele zettingoppervlak zonder overlappen beslaat. Tevens moet voor elk gat dezelfde doorlatendheid k' gevonden worden (zie ook par. 3.6). De stromingsweerstand als gevolg van de gatwand is verwaarloosd:

$$k' = \frac{-a' + \sqrt{(a')^2 + 4b'}}{2b'}$$

$$a' = \frac{a_f}{D} \sqrt{\frac{\ell A_g}{4\pi g}} \left(\frac{1}{r_{\min}} \sqrt{\frac{\ell A_g}{4\pi g}} - 2 \right) + \frac{a_g \ell T_g}{D} + a_v \ell \quad (84)$$

$$b' = \left(\frac{\ell^2}{2gD} \left(\left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2 + 1 \right) + \frac{b_f}{D} \sqrt{\frac{\ell A_g}{4\pi g}} \left(3 \left(\frac{1}{r_{\min}} \sqrt{\frac{\ell A_g}{4\pi g}} \right)^3 - 4 \right) + \frac{b_g \ell^2 T_g}{D} + b_v \ell^2 \right) \quad (75)$$

met:

$$r_{\min} = \max \left(\frac{1}{2} D_{f15}, 0.4 \sqrt{A_g} \right)$$

$$\mu = n \text{ (toplaag op rooster: } \mu = 0,6 \text{)}$$

$$\ell = A_d / A_g$$

a_f, b_f = weerstandskoefficienten van filter

a_g, b_g = weerstandskoefficienten van geotextiel

a_v, b_v = weerstandskoefficienten van gatvulling

Een nadere analyse van bovenstaande formules laat zien dat de doorlatendheid van een toplaag met kleine spleten gedomineerd wordt door het verval in de spleet (stromingsweerstand van de spleetwand). Bij grote spleten domineert echter vooral de aanstroomweerstand, terwijl voor middel grote spleten de in- en uitstroomweerstand belangrijk is.

In figuur 2 is als voorbeeld de toplaagdoorlatendheid als functie van de spleetbreedte getekend van een toplaag waarin dit duidelijk tot uiting komt. Bij $s = 4\frac{1}{2}$ mm is er sprake van een diskontinuiteit in de kromme omdat de stroming in de spleet voor $s < 4$ mm laminair en voor $s > 5$ mm turbulent is. Bijna altijd treedt de overgang van laminaire naar turbulente stroming op in een gebied waarin de spleetweerstand niet dominant meer is, zodat het verloop van de kromme toch redelijk vloeiend is.

Een ander markant punt in dit voorbeeld is bij $s = 12$ mm. Bij kleinere spleten dan 12 mm wordt de aanstroomweerstand tot een afstand $r = \frac{1}{2} D_{f15}$ van de spleet meegerekend, terwijl bij grotere spleten de aanstroomweerstand tot $r = 0,4 s$ wordt meegerekend.

Soms zijn er niet te verwaarlozen spleten tussen blokken met gaten. In dat geval kan de doorlatendheid als volgt geschat worden:

Bepaal de doorlatendheid als ware de spleten dicht ($= k'_g$) en als ware de gaten dicht ($= k'_s$). De doorlatendheid van de toplaag zal altijd groter zijn dan de grootste van beide, omdat een deel van de doorlatendheid dan verwaarloosd wordt. Het zal echter altijd kleiner zijn dan de som, omdat dit veronderstelt dat de spleten en gaten als twee parallelle weerstanden kunnen worden opgevat.
Konklusie:

$$\max(k'_g, k'_s) < k' < k'_g + k'_s$$

Bij benadering geldt:

$$k' = k'_g + k'_s - \frac{1}{2} \cdot \min(k'_g, k'_s)$$

met:

$\max(a, b)$ = grootste waarde van a en b.

$\min(a, b)$ = kleinste waarde van a en b.

4. Modelonderzoek

4.1 In het verleden uitgevoerd modelonderzoek

In [1] en [2] zijn een groot aantal doorlatendheidsmetingen beschreven die zijn uitgevoerd in de Filterbak.

De resultaten uit [1] zijn weergegeven in figuur 3 en hieronder samengevat:

$$s = 0 \text{ mm}; s_c = 0,8 \text{ mm}; k' = 1,3 \text{ mm/s}$$

$$s = 1 \text{ mm}; s_c = 1,3 \text{ mm}; k' = 2,9 \text{ mm/s}$$

$$s = 1,5 \text{ mm}; s_c = 1,8 \text{ mm}; k' = 5,7 \text{ mm/s}$$

$$s = 2,5 \text{ mm}; s_c = 2,8 \text{ mm}; k' = 12 \text{ mm/s}$$

$$s = 3,0 \text{ mm}; s_c = 3,3 \text{ mm}; k' = 15 \text{ mm/s}$$

blokgrootte: $0,25 \times 0,25 \times 0,10 \text{ m}^3$ op grof grind

s_c = gekorrigeerde spleetbreedte

gat ϕ 58 mm zonder vulling: $k' = 12 \text{ mm/s}$; met grind vulling: $k' = 5 \text{ mm/s}$.

Er is hierbij rekening gehouden met het feit dat de totale spleetlengte in het model ongeveer 5,4 m was en dat derhalve slechts $0,68 \text{ m}^2$ zetting in het model is weergegeven (in een oneindig grote zetting is 8 m spleetlengte per m^2 zetting aanwezig). Bij de blokken met een gat is 1 m^2 in het model weergegeven. De blokken waren geplaatst op grof grind (waarschijnlijk 8-23 mm korrelgrootte) zoals weergegeven in figuur 4.

De model-opstelling uit [2] is gegeven in figuur 5. De resultaten zijn als volgt:

Blokken van $0,25 \times 0,25 \times 0,10 \text{ m}^3$ op rooster:

$$s = 0 \text{ ; } k' = 3 \text{ mm/s (onbetrouwbaar)}$$

$$s = 3 \text{ mm; } k' = 23 \text{ mm/s (onbetrouwbaar)}$$

$$s = 4 \text{ mm; } k' = 30 \text{ mm/s}$$

$$s = 5 \text{ mm; } k' = 43 \text{ mm/s}$$

$$s = 6 \text{ mm; } k' = 49 \text{ mm/s}$$

$$s = 7 \text{ mm; } k' = 55 \text{ mm/s}$$

$$s = 10 \text{ mm; } k' = 71 \text{ mm/s (onbetrouwbaar)}$$

$$s = 12 \text{ mm; } k' = 93 \text{ mm/s}$$

$$s = 14 \text{ mm; } k' = 102 \text{ mm/s (onbetrouwbaar)}$$

$$s = 20 \text{ mm; } k' = 142 \text{ mm/s}$$

Blokken van $0,50 \times 0,50 \times 0,20 \text{ m}^3$ op rooster:

$s = 0 \text{ mm}; k' = 2 \text{ mm/s}$ (onbetrouwbaar)

$s = 5 \text{ mm}; k' = 23 \text{ mm/s}$ (onbetrouwbaar)

$s = 10 \text{ mm}; k' = 52 \text{ mm/s}$

$s = 20 \text{ mm}; k' = 99 \text{ mm/s}$

Blokken van $0,04 \times 0,04 \times 0,02 \text{ m}^3$ op rooster:

$s = 1 \text{ mm}; k' = 16 \text{ mm/s}$ (onbetrouwbaar)

Basalton (0,15 m dik) op rooster: $k' = 48 \text{ mm/s}$

Armorflex (0,12 m dik) op rooster: $k' = 198 \text{ mm/s}$

Blokken van $0,25 \times 0,25 \times 0,10 \text{ m}^3$ op grof grind (korrelgrootte 8-23 mm):

$s = 0 \text{ mm}; k' = 5,6 \text{ mm/s}$

$s = 20 \text{ mm}; k' = 52 \text{ mm/s}$

1 gat $\phi 58 \text{ mm}; k' = 13 \text{ mm/s}$

4 gaten $\phi 30 \text{ mm}; k' = 19 \text{ mm/s}$

vellingkanten $71 \times 71 \text{ mm}^2; k' = 17 \text{ mm/s}$

Ook hier is rekening gehouden met het feit dat slechts ongeveer $0,7$ à $0,8 \text{ m}^2$ zetting in het model is weergegeven, behalve bij de kleine blokjes en Basalton. Bij sommige proeven is aangegeven dat het resultaat onbetrouwbaar is. Dit is gedaan als het 95% betrouwbaarheidsinterval van dezelfde orde van grootte is als het meetresultaat.

Een nadere analyse van de meetresultaten is gegeven in hoofdstuk 5.

4.2 Onlangs uitgevoerd modelonderzoek

4.2.1 Modelopstelling I

Aanvullend modelonderzoek met blokken op een goetextiel op fijn grind is uitgevoerd in de modelfaciliteit "De Filterbak". Een overzicht van deze faciliteit is gegeven in Figuur 6. In deze faciliteit kan een oppervlak van ongeveer 1 m^2 van een steenzetting op doorlatendheid worden onderzocht.

De drukhoogte en daarmee het debiet door de Filterbak is regelbaar door middel van een verstelbaar overstort. Achter deze druktoeren is de meetsectie. In de meetsectie is de te onderzoeken steenzetting horizontaal aangebracht. De meet-

sectie is begrensd door twee verticale schotten welke de horizontale instroming tot een verticale doorstroming dwingen. De horizontale instroming vindt plaats onder het schot dat de meetsectie van de druktoeren afschermt. Mede door de weerstand van de steenzetting op het grindpakket vindt de doorstroming door de meetsectie vertikaal plaats en wordt ondanks deze richtingsverandering van de stroming een gelijkmatige drukverdeling onder de steenzetting verkregen. Na door de meetsectie te zijn gestroomd wordt het water achter de meetsectie over een Rehbock-metstuw of V-stuw wederom horizontaal afgevoerd en kan het debiet worden bepaald.

Door de aanwezige stijgbuisjes in de zijwand van de meetsectie wordt het verval over de aanwezige steenzetting bepaald. Tevens waren stijgbuisaansluitingen in de middelste steen van het model aangebracht, zodat een gedetailleerd beeld van de stijghoogte onder deze steen en in de spleet opgemeten kan worden. Vanwege de niet geheel rechthoekige vorm van de meetsectie was het noodzakelijk een aantal stenen op maat te zagen. De blokken werden op een rooster of op het grindpakket geplaatst en de bij de randen overblijvende spleten werden opgevuld met siliconenkit. De gewenste spleetbreedten zijn ingesteld door tussen de blokken afstandhouders aan te brengen. Op de blokken is vervolgens ballast aangebracht om te voorkomen dat bij een groot verval blokken uit de zetting worden gedrukt.

De blokken zijn zo verzaagd dat er ongeveer halve blokken aan de modelrand lagen, zodat de randen van het model zo goed mogelijk overeen kwamen met de stroomlijnen onder een oneindig uitgestrekte steenzetting. Op enkele plaatsen kon echter niet voorkomen worden dat de (zeer gladde) zaagvlakken aan de spleetzijde lagen. Daar waar dit voorkwam is dit aangegeven in figuur 6. Voor de proef met $s = 19$ mm (B5) zijn iets kleinere blokken aan de rand gebruikt.

De spleetbreedte is na het verwijderen van de afstandhouders en het vullen van het model opgemeten met een "voeler". Hiermee is de afstand tussen de blokken tot 0,1 mm nauwkeurig te bepalen. Uiteraard kan hiermee alleen de minimale spleetbreedte in de bovenste 5 cm van de spleet gemeten worden.

Bij proef B2 ($\bar{s} = 1,1$ mm) is tijdens het uitbouwen de spleetbreedte ook onderin gemeten. Deze bleek door een niet volmaakt horizontale ligging van de blokken over het algemeen duidelijk groter te zijn dan \bar{s} (orde 1 mm groter).

In tabel 1 zijn de met de voeler gemeten spleetbreedten weergegeven. Bij het berekenen van het gemiddelde zijn de korte spleten bij de modelrand evenredig minder zwaar mee geteld. Vanaf proef A2 zijn de spleten pas opgemeten nadat het model onder water was gezet, omdat gebleken was dat de spleten aan de bovenstroomse zijde onder water wat groter zijn.

Serie B is in omgekeerde volgorde uitgevoerd.

Tijdens proef B1 tot en met B4 bleek bij een verval van ongeveer 75 cm de druktoren zodanig uit te buigen dat de eerste spleet evenwijdig aan de bovenstroomse zijde in het midden dicht ging.

Het grindbed is na proef B2, toen bleek dat de spleetbreedte onderin de spleet groter was dan bovenin, met grote zorg vlakgemaakt. Tijdens proef B2 en B3 was het grindbedoppervlak waarschijnlijk minder vlak dan tijdens proef B1, B4 en B5.

In figuur 8 zijn de plaatsen aangegeven waar stijghoogten langs de achterwand van het model gemeten zijn en figuur 7 geeft dit aan voor het geïnstrumenteerde blok in het midden van de opstelling.

Een zeefkromme van het gebruikte grind is gegeven in figuur 9.

Enkele gegevens van het gebruikte geotextiel zijn:

type : Nicolon 66336

Grondstof : polyetheen

Gewicht : 117 gr/m²

Treksterkte : 1300 N/5 cm

O_{90} = 0,383 mm

O_{98} = 0,407 mm

maaswijde = 0,27 mm

dikte : 0,57 mm

doorlatendheid: $a_g \cdot T_g = 0,067$ (zie figuur 10)

$b_g \cdot T_g = 0$

Resultaten

Enkele resultaten van serie A zijn weergegeven in tabel 2. Het verval over het blok ϕ_t en het verval in de spleet ϕ_s zijn gemeten met behulp van de geïnstrumenteerde steen. De gemeten waarden van ϕ_t zijn in figuur 11 grafisch weergegeven.

In deze figuur zijn de gemeten doorlatendheden af te lezen:

Blokken van $0,25 \times 0,25 \times 0,10 \text{ m}^3$ op een rooster:

$$\bar{s} = 0,1 \text{ mm: } k' = 3,2 \text{ mm/s}$$

$$\bar{s} = 0,8 \text{ mm: } k' = 7,0 \text{ mm/s}$$

$$\bar{s} = 2,1 \text{ mm: } k' = 22 \text{ mm/s}$$

$$\bar{s} = 5,0 \text{ mm: } k' = 57 \text{ mm/s}$$

Aan de metingen met gemiddelde spleetbreedte van 0,1 mm kan slechts een geringe waarde toegekend worden. Enerzijds was de standaardafwijking van s veel groter dan de gemiddelde s . Anderzijds wordt de doorlatendheid gedomineerd door oneffenheden en beschadigingen van de blokken.

Deze meting geeft wel een indicatie van de nauwkeurigheid van de andere metingen, omdat hier een zetting met $k' = 0$ is nagestreefd. Blijkbaar zaten we er ruim 3 mm/s naast.

In figuur 12 is het verband tussen de filtersnelheid v_f en het verhang in de spleet (ϕ_s / D) zichtbaar gemaakt. Hier zijn alleen die metingen weergegeven waarbij ϕ_s groot genoeg is om redelijk nauwkeurig te zijn. Tevens zijn de metingen geselecteerd met verwaarloosbaar verschil tussen \bar{s} en de breedte van de spleet waarin het verval is gemeten.

Een nadere analyse wordt in het volgende hoofdstuk gegeven.

Enkele resultaten van serie B zijn weergegeven in tabel 3. De waarden van v_f zijn berekend door het totale debiet te delen door het doorstroomoppervlak in het grind. Het gegeven verhang i in het grind is een schatting van het verhang vlak onder de toplaag als deze homogeen doorlatend zou zijn geweest. Dit verhang is bepaald door het gemiddelde verhang in het filter te extrapoleren naar het gebied vlak onder de toplaag.

Met de schatting van het verhang in het grind onder de toplaag en de gemiddelde stijghoogte op 2,5 cm onder de toplaag is ϕ_t berekend. Dit is dus de (fiktieve) stijghoogte onder de toplaag als deze homogeen doorlatend zou zijn.

Bij proef B1 (blokken tegen elkaar) zou ϕ_t gelijk of zelfs iets groter moeten zijn dan ϕ_s . Het feit dat dit slechts bij benadering klopt, geeft een indruk van de nauwkeurigheid van bovenstaande procedure. De berekende waarde van ϕ_t zou bij proef B1 gelijk of iets kleiner moeten zijn dan de gemeten stijghoogte onder het blok. Uit figuur 16 blijkt dat dit redelijk klopt.

De gemeten stijghoogten komen helaas niet altijd overeen met datgene wat men ervan zou verwachten. Een willekeurig voorbeeld hiervan is gegeven in figuur 13. De stijghoogten langs de lijnen C en D zouden plaatsonafhankelijk moeten zijn en de stijghoogte langs lijn A (en, in mindere mate, lijn B) zou recht onder de spleet (100 mm van links) een verlaging te zien moeten geven. Helaas klopt hier weinig van. Ook zou het verhang plaatsonafhankelijk moeten zijn (behalve vlak bij de spleet). Helaas blijkt ook dit niet te kloppen. Mede gezien deze onverwachte meetresultaten zijn later twee herhalingsproeven uitgevoerd met een verbeterde modelopstelling. Deze proeven zijn beschreven in par. 4.2.2.

De stijghoogten langs lijn D zijn in de verdere verwerking van de gegevens zo min mogelijk gebruikt.

In figuur 14 is het verband tussen de gemeten filtersnelheid en het verhang in het grind grafisch weergegeven. Vooral bij proef B4 en B5 was het verhang sterk plaatsafhankelijk. Van deze proeven zijn in de figuur per filtersnelheid steeds twee verhangen weergegeven.

Uit de figuur blijkt dat wegens verdichting van en/of luchtinsluiting in het grind de doorlatendheid in de loop van de tijd is afgenomen (de proeven zijn in omgekeerde volgorde uitgevoerd).

Na afloop van de proeven is de effectieve porositeit van het grind bepaald, zonder eerst de loodbelasting te verwijderen. De effectieve porositeit is gelijk aan het deel van het volume dat gevuld is met water en derhalve bijdraagt aan de doorlatendheid van het grind. Daartoe is gemeten hoeveel water nodig is om een zekere waterstandsverhoging in het model te krijgen. Door dit nog eens te herhalen zonder grind in het model en het vochtgehalte van het uitgelekte grind te meten, is voldoende informatie voorhanden om de effectieve porositeit te berekenen. De resultaten zijn gegeven in tabel 4. De gemiddelde effectieve porositeit bedraagt 0.30 ± 0.03 .

Het gebruikte grind kan na krachtige verdichting een minimale porositeit van ongeveer 0,34 hebben [11]. Gezien het feit dat de gemeten effectieve porositeit ongeveer 4% lager is geweest, kan gekonkludeerd worden dat er minstens ongeveer 4% lucht in het grind aanwezig was (zie appendix 2).

Het verband tussen ϕ_t en v_f is in figuur 15 in beeld gebracht. Uit deze grafieken zijn de doorlatendheden af te lezen.

Blokken van $0,25 \times 0,25 \times 0,10 \text{ m}^3$ op geotextiel op fijn grind:

$$\bar{s} = 0,1 \text{ mm: } k' = 1,3 \text{ mm/s}$$

$$\bar{s} = 1,1 \text{ mm: } k' = 6,1 \text{ mm/s}$$

$$\bar{s} = 2,2 \text{ mm: } k' = 7,0 \text{ mm/s}$$

$$\bar{s} = 5,1 \text{ mm: } k' = 11,5 \text{ mm/s}$$

$$\bar{s} = 19,2 \text{ mm: } k' = 16,5 \text{ mm/s}$$

In de figuren 16 tot en met 20 zijn de gemeten stijghoogten onder het geïnstrumenteerde blok uitgezet. Het meetpunt op de verticale as geeft de stijghoogte in de spleet weer.

De weergegeven stijghoogten zijn bepaald ten opzichte van de stijghoogte boven het blok.

De resultaten van de drie stijghoogtemeters die gemonteerd waren op de lijn van blokmidden tot blokhoek zijn niet in de figuur opgenomen. Die stijghoogten waren steeds duidelijk lager dan de overeenkomstige stijghoogten op de lijn loodrecht op een spleet.

Een nadere analyse van de meetresultaten is gegeven in hoofdstuk 5.

4.2.2 Modelopstelling II

Wegens tegenvallende resultaten van het in de vorige subparagraaf omschreven onderzoek met blokken op fijn grind zijn twee herhalingsproeven uitgevoerd. Voor deze proeven is hetzelfde grind, dezelfde blokken en hetzelfde geotextiel gebruikt. De modelopstelling was echter duidelijk gewijzigd (zie figuur 21 en 22).

Het middelste blok was zodanig geïnstrumenteerd dat de stijghoogte onder het blok tot vlak bij de spleet gemeten kon worden. Ook is op 6 plaatsen in de spleet de stijghoogte gemeten. Het blok is geschetst in figuur 23. Naast het geïnstrumenteerde blok is het blok dat getekend is in figuur 7 gebruikt.

De acht blokken rond het middelste blok zijn voor een deel op het grind en voor een deel op de tafel geplaatst. Tussen de tafel en het blok waren flexibele strips aanwezig. Door de ballast op een geschikte plaats op het blok te leggen is het mogelijk geweest de vlakken die naar het centrale blok gericht waren exact vertikaal te stellen.

Tussen de koker en het rooster is ook flexibel materiaal aangebracht. Hierdoor zal de koker (en tafel met blokken) iets naar beneden zakken als er een spleet tussen de blokken en het grind aanwezig is en rusten de blokken altijd op het grind.

Als laatste is het centrale blok geplaatst en horizontaal gesteld.

Ten opzichte van het model dat geschetst is in figuur 6 heeft dit model geen halve blokken. Juist door deze halve blokken, die afzonderlijk geballast moesten worden en daardoor op het grind niet goed horizontaal gelegd konden worden, zijn de resultaten nadelig beïnvloed.

De gemiddelde spleetbreedte, gemeten met een voeler, was 1,6 mm. De standaardafwijking was 0,5 mm.

Zonder iets te wijzigen aan de modelopstelling of plaatsing van de blokken zijn twee proeven uitgevoerd. Het enige dat niet gelijk was bij de proeven was de doorlatendheid van het grind. Waarschijnlijk is dit veroorzaakt door een verschillend luchtgehalte. Na proef T1 is het model van boven naar beneden doorgespoeld.

De proeven zijn uitgevoerd in de zomer met een vrij hoge watertemperatuur: 14°C. Ook de temperatuur in de hal was erg hoog (orde 25 à 30°C), waarmee wellicht het ontstaan van kleine belletjes tegen de glaswand (en in het grind?) kan worden verklaard.

Resultaten

De gemeten doorlatendheid van het grind is gegeven in figuur 24. In deze figuur zijn ook enkele meetpunten gegeven uit het onderzoek dat beschreven is in paragraaf 4.2.1. Opvallend is dat de meetpunten uit proef B1 tot en met B3 overeenkomen met die van T2 en de meetpunten uit proef B4 overeenkomen met die van T1. De met de theorie van Forchheimer berekende lijnen worden verklaard in het volgende hoofdstuk.

De gemeten doorlatendheid van het grind bedraagt: T1: $k = 3,4 \text{ mm/s}$

T2: $k = 5,7 \text{ mm/s}$

De porositeit van het grind is bepaald door het totale volume en het gewicht van het grind te meten. Het resultaat was: $n = 0,34 \pm 0,01$.

In figuur 25 is het gemeten verval over de top laag als functie van de filtersnelheid gegeven. De top laag doorlatendheid is in deze figuur af te lezen door de filtersnelheid bij $\phi_t = D = 10$ cm te schatten: $k' = 3,5$ mm/s. Er is blijkbaar een verwaarloosbaar verschil tussen T1 en T2 voor wat betreft de k' .

In figuur 26 zijn de gemeten verhangen in de spleet uitgezet tegen de filtersnelheid. Tevens is op de extra horizontale als de grootte van het Reynoldsgetal voor de stroming in de spleet gegeven:

$$Re = \frac{v_s \cdot s}{\nu} = \frac{v_f \cdot l \cdot s}{\nu} = \frac{v_f BL}{\nu (B+L)} \quad (86)$$

v_s = snelheid in de spleet

De meetpunten met het bijschrift "bij het midden" zijn gebaseerd op een lineaire regressie door de drie gemeten stijghoogten op $8\frac{1}{2}$ cm van de hoek van het blok. De meetpunten met het bijschrift "bij de hoek" zijn op dezelfde wijze bepaald met behulp van de gemeten stijghoogten op $2\frac{1}{2}$ cm van de hoek van het blok.

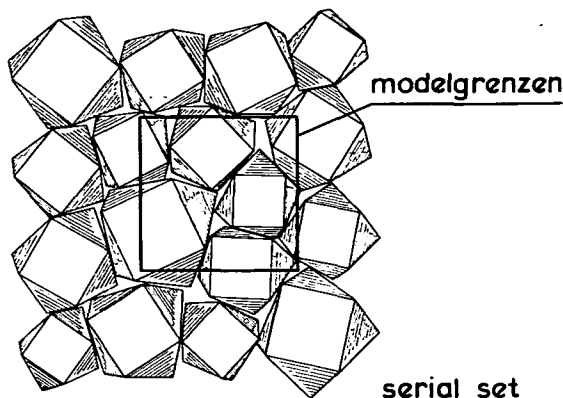
In figuur 27 is de gemeten stijghoogte bovenin de spleet gegeven. Ook deze meetpunten zijn met een lineaire regressie door de gemeten stijghoogten bepaald. Uit deze figuur blijkt dat de stijghoogte bovenin de spleet ongeveer nul is geweest.

4.2.3 Basalton

Met een vergelijkbare meetopstelling als beschreven in de vorige paragraaf is de doorlatendheid van Basalton op grof grind bepaald. De doorlatendheid wordt mede bepaald door het patroon waarin de zuilen gezet worden. Ten einde zo goed mogelijk bij de praktijk aan te sluiten is er voor gezorgd dat de zuilen in exact hetzelfde patroon geplaatst zijn als bij machinaal zetten.

Het doorstroomoppervlak van het model is 0.25 m^2 . Er kon daardoor slechts ongeveer een kwart van een 'serial set' van 17 zuilen weergegeven worden. Er is gekozen voor een deel dat enerzijds zo representatief mogelijk is, en anderzijds een groot en een gemiddeld gat boven de modelrand met stijgbuisjes heeft. Door dit laatste is het mogelijk om het verval als gevolg van de aanstroomweerstand te onderscheiden van het verval als gevolg van de in- en uitstroomweerstand en de stromingsweerstand in het gat. Na het verifiëren van de

theorie met de meetresultaten, kan het resultaat gebruikt worden om een betrouwbare schatting van de doorlatendheid van de totale set te geven. Onderstaand is de set van 17 zuilen en het deel waar de doorlatendheid van is gemeten, weergegeven:



Een bovenaanzicht van het grondoppervlak van de zetting is gegeven in figuur 35. Elke opening tussen de zuilen is voorzien van een nummer. In tabel 12 zijn de maten van de gaten vermeld. Het open oppervlak tussen de zuilen is ongeveer 6.8% van het totaal.

Het filter bestond uit een laag rond grind met korrelgrootte tussen 17 en 30 mm. De laagdikte was 21.1 cm en de porositeit $n = 0.385$. Dit laatste is gemeten door het grind dat in het model is geschept eerst te wegen.

De D_{f15} van het grind wordt geschat op 20 mm.

Door middel van kippegaas is er voor gezorgd dat het grind niet door de openingen tussen de zuilen kan wegspoelen.

Resultaten

De gemeten doorlatendheid van het grind is weergegeven in figuur 36. Het verband tussen filtersnelheid en verhang blijkt te voldoen aan de volgende relaties:

$$v_f = 0.068 \sqrt{i} \quad (\text{gemeten})$$

$$i = 1.0 v_f + 200 v_f^2$$

Ten opzichte van de formules van Forchheimer [7] is dit resultaat verassend:

$$i = 0.4 v_f + 77 v_f^2 \quad (\text{volgens [7]})$$

Dit is te benaderen met $v_f = 0.11 \sqrt{i}$.

De gemeten koëfficiënten in de doorlatendheidsrelatie liggen nog net binnen het 95% betrouwbaarheidsinterval.

In figuur 37 is het verband tussen het verval over de toplaag en de filtersnelheid (specifiek debiet) uitgezet. Het blijkt dat er een kwadratisch verband is tussen beide en dat de doorlatendheid ongeveer 80 mm/s bedraagt:

$$v_f = 0.08 \sqrt{i_t}$$

De stijghoogte in het grind bij een verval over de toplaag van 25 cm is verkregen door interpolatie tussen de gemeten stijghoogten bij stap 4 en stap 5. Het verband over de toplaag is dan gelijk aan 1. De geïnterpoleerde waarden zijn weergegeven in figuur 38 en 39. In de eerste figuur geven de vierkantjes de stijghoogte op 2.9 cm onder de toplaag weer. Bij $x = 12$ cm en $x = 37$ cm is de stijghoogte het laagst. Dit is een gevolg van het feit dat er op die plaats een gat in de toplaag aanwezig is. De gestreepte lijn komt overeen met de (fiktieve) stijghoogte onder de toplaag (25 cm). Dit is verkregen door het verloop van de stijghoogte op grote afstand van de toplaag te extrapoleren naar de toplaag, hetgeen is weergegeven in figuur 39. Deze figuur geeft het gemeten verloop van de stijghoogte als functie van de diepte onder de toplaag. De weergegeven meetpunten zijn dezelfde als die in figuur 38 bij $x = 12.5$, 25 en 37.5 cm zijn getekend. De meetpunten die met een # zijn aangegeven zijn gemeten aan de ruitzijde van het model bij $x = 25$ cm (zie ook figuur 35).

De metingen laten zien dat bij het kleine gat (gat 1) nauwelijks iets is te merken van een aanstroomweerstand. Zelfs vlak onder het gat is de stijghoogte nog meer dan 25 cm (op de zetting is de stijghoogte nul). Gekonkludeerd kan worden dat de aanstroomweerstand hooguit 20% van het totale verval over gat 1 uitmaakt.

Bij het grote gat is de aanstroomweerstand wel duidelijk zichtbaar. Extrapolatie van de meetpunten in figuur 39 naar $z = 0$ leidt tot de konklusie dat de aanstroomweerstand bij gat 3 minstens 80% van het totale verval over de toplaag uitmaakt.

Voor een verdere analyse van de resultaten wordt verwezen naar paragraaf 5.3.4.

5. Analyse van de resultaten

5.1 Verval in de spleten

Zowel met modelopstelling I als met II zijn verhangen in de spleten gemeten. De resultaten hiervan zijn weergegeven in figuur 12 en 26. In deze figuren is ook het berekende verband tussen het verhang en de filtersnelheid (debiet per m² zetting) gegeven. De berekeningen zijn gebaseerd op de volgende formules:

laminaire stroming in de spleet:

$$i_s = \frac{\phi_s}{D} = \frac{12\nu\ell}{gs^2} \cdot v_f \quad (87)$$

turbulente stroming in de spleet:

$$i_s = \frac{\phi_s}{D} = \frac{2\ell^2}{sC^2} \cdot v_f^2 \quad (88)$$

met:

$$i_s = \text{verhang in de spleet} \quad (-)$$

$$\phi_s = \text{verval in de spleet} \quad (m)$$

$$C = 18 \log \left(\frac{6s}{k_{nik}} \right)$$

Steeds is gerekend met een Nikuradse ruwheid k_{nik} van 0,5 mm, hetgeen overeenkomt met glad afgestreken beton.

Tijdens de metingen in model I varieerde het Reynoldsgetal tussen de volgende grenzen:

$$s = 2 \text{ mm: } 1500 < Re < 3800$$

$$s = 5 \text{ mm: } 2400 < Re < 8700$$

Gezien het feit dat bij een spleetbreedte van 2 mm de formule voor laminaire stroming het beste voldoet en voor $s = 5$ mm die voor turbulente stroming (zie figuur 12), kan er gekonkludeerd worden dat de overgang van laminaire en turbulente stroming bij $Re = 2000$ à 4000 optreedt.

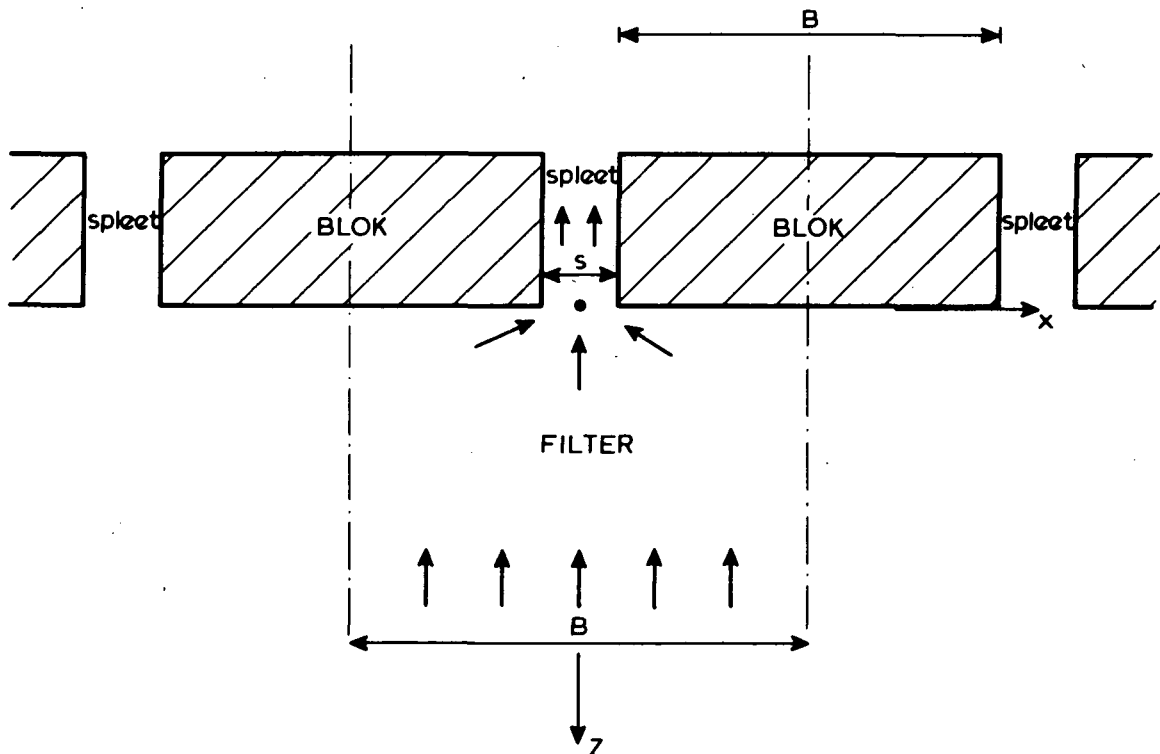
De overlap van beide intervallen van Re duidt erop dat ook nog andere invloeden van belang zijn, zoals wellicht de spleetbreedte/blokdikte verhouding.

Aan de hand van figuur 26 kan slechts gekonkludeerd worden dat bij lage Reynoldsgetallen de formule voor laminaire stroming wat beter bij de metingen aansluit.

In het kader van dit onderzoek wordt afgezien van een uitgebreide analyse van $\phi_s - v_f$ relatie en wordt aangenomen dat de overgang van laminaire naar turbulente stroming optreedt bij $Re = 2000$. Voor een toplaag op een filter betekent dit in praktijkgevallen dat bij deze overgang het verval in de spleet verwaarloosbaar klein is.

5.2 Stijghoogte in het filter

Tijdens de proeven T1 en T2 met modelopstelling II zijn in het grindpakket en direkt onder het blok op vele plaatsen stijghoogten gemeten. Deze gemeten waarden zijn te vergelijken met berekende waarden volgens de lineaire potentiaaltheorie. Verruijt [10] werkt deze theorie uit voor het volgende konkrete geval:



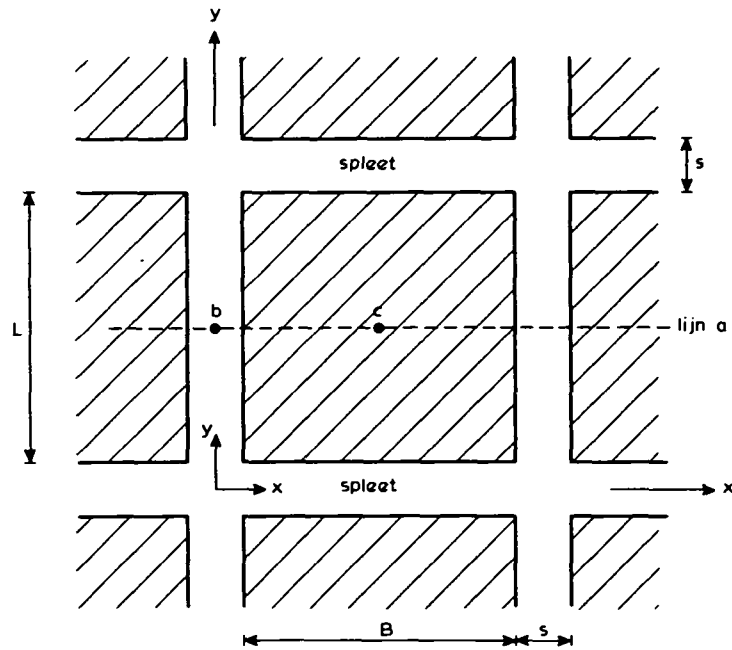
De algemene vergelijking voor de (komplexe) potentiaal in het filter onder een oneindig lange spleet is volgens Verruijt:

$$\Omega = -\frac{jq}{\pi} \arcsin \left(\frac{\sin(\pi(x + jz)/B)}{\sin(\frac{1}{2}\pi s/B)} \right) \quad (89)$$

Ω = komplexe potentiaal = $\phi_c + j\psi_c$
 ϕ_c = potentiaal-funktie (m²/s)

ψ_c	= stroom-functie	(m ² /s)
j^2	= -1	
q	= debiet per meter	(m ² /s)
x,y,z	= coördinaten	(m)
B	= blokbreedte	(m)
s	= spleetbreedte	(m)
L	= bloklengte	(m)

Deze formule is met gebruikmaking van het superpositie-beginsel (bij benadering) ook toepasbaar op stroming naar een toplaag bestaande uit rechthoekige blokken met onderling loodrecht snijdende spleten. In appendix 1 zijn potentiaal-functies afgeleid voor drie lijnen in het filter:



Onderaanzicht toplaag

(lijn b en c staan loodrecht op vlak van tekening)

a) Direkt onder het blok ($z=0$; $y=\frac{1}{2}L$; x variabel)

$$\phi = C_1 + C_2 \ln (\sin (\pi x / B)) \quad (90)$$

b) Recht onder een spleet ($x=0$; $y=\frac{1}{2}L$; z variabel)

$$\phi = C_1 + C_2 (\ln (\sinh (\pi z / B)) + \ln (\cosh (\pi z / L))) \quad (91)$$

c) Recht onder blokhart ($x=\frac{1}{2}B$; $y=\frac{1}{2}L$; z variabel)

$$\phi = C_1 + C_2 (\ln (\cosh(\pi z/B)) + \ln (\cosh(\pi z/L))) \quad (92)$$

Deze formules zijn slechts geldig op enige afstand van de spleet ($x > 2s$ en $z > 2s$).

De konstanten C_1 en C_2 volgen uit de randvoorwaarden. Ze staan voor de graden van vrijheid die voortvloeien uit de potentiaaltheorie. Hiermee kan de berekende potentiaal geijkt worden aan twee metingen, namelijk een verhang en een stijghoogte ergens in het filter.

Uit de formules blijkt dat de invloed van de spleetbreedte (s) verdwenen is. Uiteraard is de invloed hiervan nog wel impliciet in de konstanten C_1 en C_2 aanwezig, maar de vergelijking tussen gemeten en berekende stijghoogte kan niet nadelig beïnvloed worden door het niet exact bekend zijn van s .

In figuur 28 tot en met 30 zijn voor enkele stappen uit de metingen de gemeten stijghoogte vergeleken met hetgeen berekend kan worden met formule (90) t/m (92).

De konstanten C_1 en C_2 zijn als volgt bepaald:

$$C_2 = \frac{\phi_{g15} - \phi_{g10}}{\frac{1}{2} (\phi_{bs15} + \phi_{bh15}) - \frac{1}{2} (\phi_{bs10} + \phi_{bh10})} \quad (93)$$

$$C_1 = \phi_{g6} - \phi_{b6} \quad (94)$$

met:

ϕ_{g15} = gemeten stijghoogte (gemiddeld) op 15 cm diepte onder de blokken (m)

ϕ_{g10} = gemeten stijghoogte (gemiddeld) op 10 cm diepte onder de blokken (m)

ϕ_{g6} = gemeten stijghoogte direkt onder de blokken op 6 cm van een spleet (m)

ϕ_{bs15} , ϕ_{bs10} = met formule (91) berekende stijghoogte als $C_2 = 1$ op ...cm diepte onder de blokken (m)

ϕ_{bh15} , ϕ_{bh10} = met formule (92) berekende stijghoogte als $C_2 = 1$ op ...cm diepte onder de blokken (m)

ϕ_{b6} = met formule (90) berekende stijghoogte direkt onder de blokken op 6 cm van een spleet met $C_1 = 0$ en C_2 berekend volgens formule (93)

Met formule (93) en (94) worden C_1 en C_2 zodanig bepaald dat de berekende stijghoogte direkt onder het blok op 6 cm van een spleet gelijk is aan de gemeten waarde. Tevens is het verhang onder in het grind, berekend met formule (90) of (92), gelijk aan het gemeten verhang gemaakt.

Uit de figuren blijkt dat de theoretische krommen goed overeen komen met de meetpunten. Steeds is echter de berekende stijghoogte recht onder het blokhart iets hoger en bij de spleet iets lager dan gemeten.

Deze tendens is mede te verklaren omdat de stroming in het model van het overgangstype was (niet-lineair) en Verruijt's theorie gebaseerd is op lineaire stroming. Door het niet-lineaire gedrag van de stroming ontstaat er een herverdeling van debieten: daar waar het verhang groot is, wordt het debiet wat kleiner (t.o.v. het lineaire geval) en daar waar het verhang klein is, wordt wat meer water afgevoerd. Het resultaat is een "afgevlakt" potentiaal-beeld, waarbij de extrema wat minder extreem zijn.

5.3 Toplaagdoorlatendheid

5.3.1 Blokken op rooster

Met de in paragraaf 3.7 gegeven formules voor de toplaagdoorlatendheid is af te leiden dat de k' voor blokken op een rooster te berekenen is met de volgende formules:

$$k' = \frac{-a' + \sqrt{(a')^2 + 4b'}}{2b'} \quad (95)$$

- laminaire stroming in de spleet ($Re < 2000$):

$$a' = \frac{12 \nu \ell}{g s^2} \quad b' = \frac{0,7 \ell^2}{gD} \quad (96)$$

- turbulente stroming ($Re > 2000$):

$$a' = 0 \quad b' = \frac{2 \ell^2}{sC^2} + \frac{0,7 \ell^2}{gD} \quad (97)$$

met:

$$C = 18 \log (6s/k_{nik})$$

$$Re = \frac{v_f \cdot s \cdot \ell}{\nu}$$

Met deze formules is in tabel 5 t/m 7 de toplaagdoorlatendheid bepaald voor diverse spleetbreedten en blokgrootten. De resultaten van de berekeningen zijn tezamen met de meetresultaten in figuur 31 en 32 grafisch weergegeven.

In figuur 31 valt op dat de k' , die gemeten is in het in [2] beschreven onderzoek, wat lager is (bij $s = 2 \text{ à } 5 \text{ mm}$) dan de k' die onlangs gemeten is (serie A). Dit zou door het volgende verklaard kunnen worden:

- de spleetbreedte is op een andere manier gemeten.
- de blokken lagen tijdens serie A niet direkt op het rooster, maar op ronde staafjes. Dit is gedaan om te voorkomen dat een van de spijlen van het rooster (precies onder een spleet) een spleet gedeeltelijk zou kunnen afdekken.
- de stijghoogte is niet in de bovenstroomse druktoeren maar direkt onder de blokken gemeten (met geïnstrumenteerde steen).

De invloed van afgeronde, in plaats van scherpe, blokranden blijkt te gering te zijn om de verschillen te verklaren.

Uit de gegevens in tabel 5 kan gekonkludeerd worden dat formule (96) gebruikt moet worden als de spleetbreedte kleiner is dan ongeveer 3 mm bij blokken van 0,25 x 0,25 x 0,1 m. Wordt deze formule echter ook toegepast als $s > 3 \text{ mm}$ dan is de berekende k' nauwelijks anders dan wanneer formule (97) zou worden gebruikt.

Uit figuur 31 blijkt dat de berekende k' goed overeenkomt met de gemeten waarden, behalve voor de toplagen met grote spleetbreedte. De gemeten waarden zijn dan wat lager dan de berekende waarden. Deze fout, die een gevolg is van schematisaties in de afleiding van de formule voor de in- en uitstroomweerstand, treedt echter alleen aan het licht bij een zetting op een rooster als de spleetbreedte zo groot is dat bij een zetting op een filterlaag de aanstroomweerstand al dominant is. Gezien het feit dat het onderzoek zich richt op zettingen op een filterlaag, wordt afgezien van een verdere optimalisatie van de formule voor het meer academische geval van een zetting op een rooster.

De formule van Kramers (zie paragraaf 3.3) geeft een nog grotere overschatting van de doorlatendheid.

5.3.2 Blokken op grof grind

Het onderzoek uit [1] en [2] omvatte onder andere metingen van de toplaagdoorlatendheid voor blokken op grof grind. De meetresultaten zijn samen met resultaten van berekeningem in figuur 33 weergegeven. De overeenstemming is goed te noemen.

Tussenresultaten van de berekeningen zijn gegeven in tabel 8. Voor de berekeningen is aangenomen dat $n = 0,35$ en $D_{f15} = 13$ mm. Geen van beide was gemeten. De berekeningen zijn uitgevoerd met $r_{\min} = \max(0,4 s; \frac{1}{2} D_{f15})$. De grootte van r_{\min} heeft vooral invloed op k' bij een spleetbreedte die groter is dan orde 10 mm. Gezien het feit dat de berekende en gemeten k' bij $s = 20$ mm dicht bij elkaar liggen, kan er gekonkludeerd worden dat de keuze van r_{\min} akseptabel is. Wellich moet r_{\min} iets kleiner zijn, omdat het meetpunt onder de berekende lijn ligt.

In tabel 8 is duidelijk te zien dat de overgang van laminaire naar turbulente stroming in de spleet pas optreedt bij vrij grote spleetbreedte ($4\frac{1}{2}$ mm). Het aandeel van de spleetweerstand ten opzichte van de totale stromingsweerstand van de toplaag is dan reeds erg klein. Het gebruik van de formule voor de turbulente spleetweerstand in plaats van de laminaire heeft daarom een verwaarloosbare invloed op de berekende k' en is derhalve overbodig.

In de vorige paragraaf is gekonstateerd dat de berekende in- en uitstroomweerstand bij een spleetbreedte van ongeveer 15 mm en groter gaat afwijken van de gemeten waarde. In tabel 8 is af te lezen dat voor dergelijke spleetbreedten de aanstroomweerstand minstens twee maal zo groot is als de in- en uitstroomweerstand, waardoor een eventuele fout in de laatste slechts een kleine invloed op de berekende k' zal hebben.

5.3.3 Blokken op geotextiel op fijn grind

In figuur 34 zijn de waarden van k' , gemeten met model I en met model II, uitgezet tegen de spleetbreedte. In deze figuur valt op dat de met model I gemeten k' veel hoger is dan die met model II is gemeten. De verschillen zijn te wijten aan de onnauwkeurige plaatsing van de halve blokken bij de rand van

model I, waardoor het stijghoogte-verloop in het filter bij de achterwand niet goed overeen kwam met het gemiddelde stijghoogte verloop. Het gevolg is dat het verval over de toplaag niet goed bepaald is. Deze metingen zijn daarom niet geschikt om te vergelijken met de berekende waarden, en wordt er in dit hoofdstuk alleen gebruik gemaakt van de metingen met model II.

De metingen in model II zijn uitgevoerd met een spleetbreedte van 1,6 mm. Volgens de formules uit hoofdstuk 3 is de aanstroomweerstand bij deze spleetbreedte dominant (zie bijvoorbeeld tabel 9: laminaire en turbulente aanstroomweerstand maken samen ruim 50% van de stromingsweerstand uit).

De aanstroomweerstand is sterk afhankelijk van de doorlatendheid van het filter en de spleetbreedte. Voor een optimale toetsing van de formules uit paragraaf 3.7 is daarom de volgende informatie uit het model nodig:

- doorlatendheidsrelatie ($v_f - i$) van het filter bij de spleten bij grote v_f .
- ingestelde spleetbreedte

Uit de metingen is echter slechts het volgende beschikbaar:

- $v_f - i$ relatie ver van de spleten bij kleine v_f .
- ingestelde spleetbreedte met onzekerheid van ongeveer 0,5 mm
- werkelijke porositeit ver van de spleten (= deel van ruimte dat niet door grind wordt ingenomen)

De discrepantie tussen de uit metingen verkregen informatie en de informatie die noodzakelijk is voor de toetsing van de formules is overbrugbaar als uitgegaan wordt van de volgende veronderstelling: De doorlatendheidsrelatie van Forchheimer is juist en de aanwezige effectieve porositeit (= deel van ruimte dat door het water wordt ingenomen) wijkt af van de gemeten werkelijke porositeit (ver van de spleten) en is derhalve niet *à priori* bekend. Dit geeft ons de mogelijkheid om met de gemeten $v_f - i$ relatie van het filter (ver van de spleten) de effectieve porositeit te schatten. Hiertoe zijn in figuur 24 de gemeten waarden en de met Forchheimer berekende lijnen bijeengebracht. Uitgaande van de juistheid van Forchheimer is hieruit de effectieve porositeit van het filter ver van de spleten af te leiden:

$$T1: n_e = 0,26$$

$$T2: n_e = 0,30$$

Wegens de veronderstelde juistheid van de formule van Forchheimer is hiermee tevens de v_f - i relatie voor het filter bij grote v_f vastgelegd (ver van de spleten).

De v_f - i relatie die geldig is bij de spleten kan slechts bepaald worden aan de hand van de metingen van k' .

In figuur 34 zijn de gemeten en berekende waarden van k' als functie van de spleetbreedte weergegeven. Hieruit blijkt dat de invloed van de porositeit op k' zodanig is dat het gemeten verschil, als dat ook zou zijn opgetreden bij de spleten, duidelijk in k' naar voren had moeten komen. Tevens blijkt dat bij een porositeit van 0,25 à 0,30 (overeenkomend met de hierboven afgeleide effectieve porositeit ver van de spleten) de berekende k' zo ver van de gemeten waarde aflight, dat dit niet te verklaren is met de onnauwkeurigheid van de gemeten spleetbreedte.

Daarom moet gekonkludeerd worden dat de effectieve porositeit voor beide proeven bij de spleet gelijk is geweest. Een voor de hand liggende reden hiervoor is dat de filtersnelheid bij de spleten zodanig hoog is, dat alle opgesloten lucht eruit spoelt. De effectieve porositeit is daarom gelijk aan de werkelijke porositeit.

Ver van de spleten in het filter is de werkelijke porositeit gemeten: $n = 0,34$. Bij de spleten kan n iets hoger zijn vanwege het feit dat het vlak maken van het filter na het verdichten ten koste gaat van de verdichting van de bovenste laag van enkele korrels dik. Een lagere waarde dan 0,34 is nauwelijks mogelijk (zie [11]).

De berekeningen zijn uitgevoerd met $r_{\min} = \max(0,4 s; \frac{1}{2} D_{f15})$. Het berekende resultaat is gevoeliger voor de keuze van r_{\min} naar mate s groter wordt. Bij toenemende spleetbreedte neemt ook de betrouwbaarheid van de metingen toe. De overeenkomst tussen gemeten en berekende k' bij $s = 19$ mm en $n = 0,35$ is daarom een reden om vertrouwen te hebben in de gekozen waarde voor r_{\min} .

In figuur 25 zijn de meetpunten vergeleken met de berekende v_f - ϕ_t relatie met $n = 0,35$ en $n = 0,40$. Het blijkt dat de berekende lijnen goed overeenkomen met de meetpunten.

Uit het bovenstaande kan gekonkludeerd worden dat de juistheid van de afgeleide formules voor k' akseptabele resultaten geven.

Vanwege de lage verdichtingsgraad van het filter bij de spleten en het ontbreken van ingesloten lucht bij de spleten wordt aanbevolen de k' te berekenen met een waarde voor n die wat hoger ligt dan de geschatte werkelijke porositeit.

5.3.4 Bijzondere toplagen

In [2] en [3] is modelonderzoek gerapporteerd waarin de doorlatendheid is gemeten van 3 verschillende toplagen met gaten op een filter van grof grind en van Basalton en Armorflex op een rooster. De resultaten van dit onderzoek zijn nagerekend met de formules uit paragraaf 3.7.

Omdat de porositeit van het grind onder de blokken met gaten niet bekend was, zijn er berekeningen uitgevoerd met verschillende waarden hiervoor. De resultaten zijn gegeven in tabel 11.

De doorlatendheid van Basalton is bepaald door aan de hand van een foto van het model de willekeurig gevormde openingen tussen de blokken te schematiseren door 21 ronde gaten (met verschillende doorsnede). Vervolgens is de doorlatendheid berekend.

Met deze methode wordt het open oppervlak tussen de zuilen omgezet in ronde gaten met een ongeveer gelijk oppervlak. De omtrek van de gaten wordt hiermee veel te klein. Dit is in het model orde 5 m en in de schematisatie slechts 3 m. Hierdoor bestaat het gevaar de doorlatendheid te onderschatten. Bij de proeven met Basalton op grind wordt hierop verder ingegaan.

Uit de tabel blijkt dat de overeenkomst tussen metingen en berekeningen goed is. Alleen de berekende k' van Armorflex op een rooster is te hoog. Dit heeft dezelfde oorzaak als bij rechthoekige blokken met brede spleten op een rooster (zie paragraaf 5.3.1).

Bij de proeven met blokken op een filter was de aanstroomweerstand veruit dominant, terwijl bij Basalton en Armorflex op een rooster de in- en uitstroomweerstand dominant was.

Recent zijn er proeven uitgevoerd met Basalton op grof grind. Een beschrijving van de proeven is gegeven in paragraaf 4.2.3. De maten van de gaten in de zetting (gevormd door de ruimte tussen de zuilen) zijn weergegeven in tabel 12. Voor elk gat is de doorlatendheid bepaald met de methode die in hoofdstuk 2 is beschreven. Vervolgens is de doorlatendheid van de zetting bepaald door een zodanige waarde van A_d voor elk gat te kiezen dat de doorlatendheid van elk gat gelijk is. Bij deze berekeningen zijn de coëfficiënten in de doorlatendheidsrelatie van Forchheimer zo gekozen dat bij $n = 0.385$ de berekende doorlatendheid overeen komt met de gemeten waarde. Vervolgens is de doorlatendheid van de zetting berekend met $n = 0.42$, zoals is aanbevolen in hoofdstuk 2. Het resultaat van de berekeningen is:

$$v_f = 0.025 \sqrt{i_t}$$

Dit resultaat wijkt een faktor 3 af van de gemeten waarde. De oorzaak hiervan kan gevonden worden in de wijze waarop de zetting geschematiseerd is. In bovenstaande berekeningen zijn de grillig gevormde openingen tussen de zuilen geschematiseerd tot cirkelvormige gaten met hetzelfde oppervlak. Een goede weergave van de omtrek van een gat is echter minstens zo belangrijk. De totale omtrek van de gaten tussen de zuilen (= omtrek van de zuilen) bedraagt 3.54 m terwijl de omtrek van de geschematiseerde gaten slechts 1.29 m is. Het geschematiseerde open oppervlak van de zetting is dus veel minder gespreid dan het werkelijke open oppervlak. Het gevolg is een veel te lage doorlatendheid. De open ruimte tussen de zuilen kan ook geschematiseerd worden door rechte spleten met een konstante spleetbreedte. Het oppervlak van de spleten moet uiteraard overeen komen met de oppervlak tussen de zuilen. Gekozen wordt voor een fiktieve blokafmeting van 30 bij 30 cm en spleten van 10 mm. De omtrek van de spleten bedraagt 3.33 m, hetgeen bijna gelijk is aan dat van de zuilen. Met de formules uit hoofdstuk 2 kan dan een toplaagdoorlatendheid berekend worden:

$$v_f = 0.067 \sqrt{i_t}$$

De berekende doorlatendheid (67 mm/s) wijkt bij deze schematisatie maar weinig af van de gemeten waarde (80 mm/s).

Uit de berekeningen met beide schematisaties blijkt dat voor het geval er gebruik gemaakt wordt van de ronde gaten, de aanstroomweerstand dominant is. In geval er gewerkt wordt met spleten, dan is de in- en uitstroomweerstand dominant. De metingen (figuur 38) geven aan dat bij een gat van gemiddelde afmetingen (gat 1) de in- en uitstroomweerstand dominant is (zie paragraaf 4.2.3). Alleen bij het grootste gat is de aanstroomweerstand dominant. Ook hieruit kan gekonkludeerd worden dat een zetting bestaande uit Basaltonzuilen geschematiseerd moet worden tot rechthoekige blokken met een overeenkomstig spleetoppervlak.

6. Aanbevelingen voor verder onderzoek

Met de in dit verslag beschreven resultaten van modelonderzoek is het mogelijk geweest om een groot aantal aspecten van het huidige inzicht in de stroming bij en door de top laag te ondersteunen. De afgeleide formules blijken resultaten op te leveren die redelijk goed overeenkomen met de metingen. De toetsing van de formules is echter nog niet volledig mogelijk, omdat sommige top laag/filter combinaties nog niet in een model zijn onderzocht. Onderstaande tabel geeft aan op welke gebieden wel en welke nog geen gegevens uit modelonderzoek beschikbaar zijn:

	op rooster zonder geotextiel	op grof grind		op fijn grind		op zand met geotextiel
		met geot.	zonder geot.	met geot.	zonder geot.	
dichte blokken	+	-	+	o	o	-
blokken met gaten	o	-	+	-	-	-
Basalton	+	-	+	-	-	-

+ = formules afdoende getoetst

o = niet alle aspecten getoetst

- = geen toetsingsmateriaal aanwezig

In de tabel is bij dichte blokken op fijn grind aangegeven dat zowel met als zonder geotextiel enige informatie uit modelonderzoek beschikbaar is. In feite is er geen modelonderzoek met dichte blokken of fijn grind zonder geotextiel uitgevoerd, maar omdat bij het onderzoek dat beschreven is in paragraaf 4.2.2 het geotextiel slechts 15% van het verval over de top laag voor z'n rekening nam, is in de tabel zowel bij de kolom "met geotextiel" als bij "zonder geotextiel" aangegeven dat er enig toetsingsmateriaal voor handen is.

Het is niet noodzakelijk om voor alle top laag/filter laag combinaties waar geen plus in de tabel staat aanvullend modelonderzoek uit te voeren. Voor enkele combinaties is dit echter zeer raadzaam:

- dichte blokken met geotextiel op grof grind
- dichte blokken op geotextiel op zand

De noodzaak van dit modelonderzoek wordt onderstaand toegelicht.

Aanvullend modelonderzoek met dichte blokken met een geotextiel is noodzakelijk om de invloed van het geotextiel te onderzoeken. Met het onderzoek dat in

paragraaf 4.2.2 is omschreven is dit niet mogelijk omdat het geotextiel een te klein aandeel in de totale stromingsweerstand verzorgde. Voorgesteld wordt om proeven uit te voeren met een geotextiel dat ongeveer 50% van de doorlatendheid bepaalt. In de praktijk is deze situatie aanwezig bij blokkenmatten zoals de Betomat en de VOB-mat.

Proeven met blokken op zand zijn nog nooit uitgevoerd en zijn derhalve zeer wenselijk. In tegenstelling tot bij blokken op grind zijn dan de lineaire termen uit de formules dominant.

7. Praktische rekenregels voor het berekenen van de toplaagdoorlatendheid

7.1 Dichte blokken met spleten

Voor een toplaag bestaande uit dichte blokken met spleten ertussen is de volgende doorlatendheidsrelatie toepasbaar:

$$i_t = \frac{\phi_t}{D} = a' v_f + b' v_f^2 \quad (98)$$

met:

i_t = verhang in een homogeen doorlatend geschematiseerde toplaag (-)

ϕ_t = verval over de toplaag (zie ook figuur 1) (m)

D = dikte van toplaag (m)

a' = lineaire weerstandskoefficiënt van toplaag ($\frac{s}{m}$)

b' = kwadratische weerstandskoefficiënt van toplaag (s/m^2)

v_f = filtersnelheid (specifiek debiet) door toplaag (m/s)

De koefficiënten a' en b' zijn met de volgende formules te berekenen:

$$a' = \frac{12\nu\ell}{gs^2} + \frac{\ell \cdot s \cdot a_f}{\pi D} \cdot \ln\left(\frac{\ell s}{\pi e r_{\min}}\right) + \frac{a_g \cdot \ell \cdot T_g}{D} \quad (99)$$

$$b' = \frac{\ell^2}{2gD} \cdot \left(\left(\frac{1}{n} - 1\right)^2 + 1\right) + \frac{\ell \cdot s \cdot b_f}{\pi D} \left(\frac{\ell \cdot s}{\pi r_{\min}} - 2\right) + \frac{b_g \ell^2 T_g}{D} \quad (100)$$

met:

r_{\min} = max ($\frac{1}{2}D_{f15}$; 0,4 s)

ℓ = $BL/(B \cdot s + L \cdot s)$

ν = viscositeit van water (m^2/s)

g = zwaartekrachtsversnelling (m/s^2)

D_{f15} = karakteristieke korrelgrootte van filter (m)

s = spleetbreedte (m)

a_f = lineaire weerstandskoefficiënt van filter (s/m)

b_f = kwadratische weerstandskoefficiënt van filter (s^2/m^2)

e = grondtal van natuurlijke logaritme (-)

a_g = lineaire weerstandskoefficiënt van geotextiel (s/m)

b_g = kwadratische weerstandskoefficiënt van geotextiel (s^2/m^2)

T_g = dikte van geotextiel (m)

n = porositeit van filter = deel van de ruimte die niet door grind wordt ingenomen (-)

Doorgaans is de maatgevende porositeit iets hoger dan de gemiddelde porositeit van het hele filter.

De topplaagdoorlatendheid is per definitie gelijk aan de filtersnelheid door een top laag bij een verhang over de top laag gelijk aan 1. Met formule (98) volgt met deze definitie een formule voor k' :

$$k' = \frac{-a' + \sqrt{(a')^2 + 4 b'}}{2b'} \quad (101)$$

In figuur 40 is een diagram gegeven waarmee eenvoudig de grootte van k' bepaald kan worden, mits er geen geotextiel aanwezig is. Als er wel een geotextiel direkt onder de zetting ligt, dan is de invloed hiervan meestal zeer belangrijk. Maak dan gebruik van formule (99) t/m (101).

Ook betonzuilen kunnen opgevat worden als dichte blokken met spleten. de fictieve spleetbreedte moet dan zo gekozen worden dat het open oppervlak goed wordt weergegeven. Als er geen geotextiel aanwezig is, dan kan het diagram in figuur 41 gebruikt worden.

7.2 Blokken met gaten en bijzondere blokken

Voor een top laag met gaten van gelijke grootte en gelijke onderlinge afstand (waarbij het debiet door de eventuele spleten tussen de blokken verwaarloosbaar is ten opzichte van het debiet door de gaten) is formule (98) als doorlatendheidsrelatie toepasbaar. De koëfficiënten a' en b' zijn als volgt te berekenen:

$$a' = \frac{a_f}{D} \cdot \sqrt{\frac{B'L'}{4\pi}} \cdot \left(\frac{\sqrt{B'L'/\pi}}{2 r_{\min}} - 2 \right) + \frac{a_g \ell T_g}{D} + a_v \cdot \ell \quad (102)$$

$$b' = \frac{\ell^2}{2gD} \left(\left(\frac{1}{n} - 1 \right)^2 + 1 \right) + \frac{b_f}{D} \cdot \sqrt{\frac{B'L'}{4\pi}} \left(3 \left(\frac{\sqrt{B'L'/\pi}}{2 r_{\min}} \right)^3 - 4 \right) + \frac{b_g T_g \ell^2}{D} + b_v \ell^2 \quad (103)$$

met:

$$r_{\min} = \max \left(\frac{1}{2} D_{f15}; 0,4 \sqrt{A_g} \right)$$

$$\ell = B'L'/A_g$$

$$B' = \text{gatafstand in breedte-richting (hart op hart)} \quad (m)$$

$$L' = \text{gatafstand in lengte-richting (hart op hart)} \quad (m)$$

$$A_g = \text{gatoppervlak} \quad (m^2)$$

- a_v = lineaire weerstandskoefficiënt van granulaire gatvulling (s/m)
 b_v = kwadratische weerstandskoefficiënt van granulaire gatvulling (s^2/m^2)

De toplaagdoorlatendheid kan bepaald worden met formule (101). Ook kan er gebruik gemaakt worden van de diagrammen in figuur 42 en 43, mits er geen geotextiel onder de zetting zit.

Voor een toplaag met een onregelmatige gatverdeling (zoals blokken met gaten met ongelijke grootte) kan alleen de toplaagdoorlatendheid en niet een algemene doorlatendheidsrelatie eenvoudig bepaald worden. Daartoe kiest men een representatief deel van het zettingsoppervlak en schat per gat hoe groot het oppervlak is van het filter dat z'n water afvoert door dat gat (het gedraineerd oppervlak). Bij deze schatting kan gebruik gemaakt worden van de volgende formule:

$$A_{di} = \frac{A_{gi}}{\sum_i A_{gi}} \cdot A_z \quad (104)$$

met:

- A_{di} = gedraineerd oppervlak van gat i (m^2)
 A_{gi} = oppervlak van gat i (m^2)
 A_z = oppervlak van representatief deel van de zetting (m^2)

Vervolgens berekent men voor elk gat de doorlatendheid, gebruik makend van de volgende formules:

$$k' = \frac{-a' + \sqrt{(a')^2 + 4 b'}}{2b'} \quad (105)$$

$$a' = \frac{a_f}{D} \sqrt{\frac{\ell A}{4\pi g}} \cdot \left(\frac{1}{r_{\min}} \cdot \sqrt{\frac{\ell A}{4\pi g}} - 2 \right) + \frac{a_g \ell T_g}{D} + a_v \ell \quad (106)$$

$$b' = \frac{\ell^2}{2gD} \left(\left(\frac{1}{n} - 1 \right)^2 + 1 \right) + \frac{b_f}{D} \sqrt{\frac{\ell A}{4\pi g}} \left(3 \left(\frac{1}{r_{\min}} \cdot \sqrt{\frac{\ell A}{4\pi g}} \right)^3 - 4 \right) + \frac{b_g T_g \ell^2}{D} + b_v \ell^2 \quad (107)$$

met:

- $r_{\min} = \max \left(\frac{1}{2} D_{f15} ; 0,4 \sqrt{A_g} \right)$
 $\ell = A_d / A_g$

Als de berekende k' niet voor elk gat gelijk is, dan moet A_d van elk gat aangepast worden zodat dit wel het geval is. De som van de gedraineerde opper-

vlakken moeten echter steeds gelijk zijn aan het oppervlak van het gekozen deel van de zetting.

Doorgaans leidt deze procedure tot een vrij bewerkelijk iteratie proces, waarbij de formules (105) tot en met (107) vele malen moeten worden gebruikt. Na elke iteratie-stap, waarbij voor elk gat i de k'_i berekend is, kan reeds een schatting van het eindresultaat gegeven worden:

$$k' = \sum_i \left(\frac{A_{gi}}{\sum_i A_{gi}} \cdot k'_i \right) \text{ of beter: } k' = \sum_i \left(\frac{A_{di}}{\sum_i A_{di}} k'_i \right) \quad (108)$$

Zeker als k'_i een orde verschilt van k'_j , dan is nauwkeurigheid van formule (108) gering en moet aanbevolen worden het iteratie proces verder te doorlopen.

7.3 Blokken met spleten en gaten

Als de spleten tussen de blokken met gaten niet te verwaarlozen zijn, dan kan k' als volgt benaderd worden:

$$k' = k'_g + k'_s - \frac{1}{2} \cdot \min(k'_g; k'_s)$$

met:

- k'_g = doorlatendheid van zetting met alleen de gaten (m/s)
- k'_s = doorlatendheid van zetting met alleen de spleten (m/s)
- $\min(k'_g; k'_s)$ = kleinste van k'_s en k'_g .

REFERENTIES

- [1] Taat, H en Kenter, C.J.
Doorlatendheidsbepaling van een steenzetting
WL/LGM; M1795/M1881 deel VII; CO 258901/118; mei'84
- [2] Schoonman, H.B. en Kenter, C.J.
Doorlatendheidsbepaling van steenzetting en filterlaag uit Oesterdam-
onderzoek, Basalton-, Armorflex- en Gidsonderzoek.
WL/LGM; M1795/M1881 deel VII; CO 258901/118; mei'84
- [3] Bezuijen, A.
Evaluatie berekeningen.
WL/LGM; M1795/M1881 deel X; CO 258901/141; febr.'84
- [4] den Boer, K. en Bezuijen, A.
Taludbekleding van gezette steen.
Overzicht onderzoek 1980-1984.
Samenvattend verslag.
WL/LGM; M1795/M1881 deel XV; CO 272500/7; okt.'84
- [5] Tritton, D.J.
Physical Fluid Dynamics
Van Nostrand Reinhold (UK).
- [6] van der Knaap, F.C.M., Klein Breteler, M. en de Groot, M.T.
Taludbekleding van gezette steen.
Belasting en sterkte van zetsteenverdedigingskonstruktie op oevers en
dijken.
WL/LGM; M1115 deel XIV; M1795/M1881 deel XVI; CO 416409/4; aug.'85.
- [7] den Adel, H.
Heranalyse doorlatendheidsmetingen d.m.v. de Forchheimer relatie
Laboratorium voor Grondmechanica; CO-272550/6; mei'86
- [8] Koenders, M.A.
Hydraulic criteria for filters
Estuary Physics, Kew 1985

REFERENTIES (vervolg)

- [9] Bird, Steward and Lightflood
Transport phenomena
Wiley and sons
- [10] Verruijt, A.
Theory of groundwater flow
Macmillan, 1969
- [11] Korfiatis, G.P. and Manikopoulos, C.N.
Maximum dry density for continious grain size distribution
Civil engineering for practicing and design engineers;
Volume 3, 1984, pp 1139-1158
- [12] Piper, L.A. and Harvill, L.R.
Applied mathematics for engineers and phisicists
Third edition
- [13] Daily, J.W. and Harleman, D.R.F.
Fluid Dynamics
Addison-Wesley, Massachucetts, USA

proef	s_p	vóór de proef		bij groot verval		onderin de spleet	
		\bar{s}	s_σ	\bar{s}	s_σ	\bar{s}	s_σ
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
A1	0	0,1	0,4	-	-	-	-
A2	1	0,8	0,4	-	-	-	-
A3	2	2,1	0,4	-	-	-	-
A4	5	5,0	0,1	-	-	-	-
B1	0	0,1	0,1	-	-	-	-
B2	1	1,1	0,2	1,0	0,3	2,1	0,8
B3	2	2,2	0,3	2,0	0,5	-	-
B4	5	5,1	0,4	-	-	-	-
B5	20	19,2	1,4	-	-	-	-

s_p = geplande spleetbreedte

\bar{s} = gemiddelde spleetbreedte

s_σ = standaardafwijking in spleetbreedte

- : niet gemeten

Tabel 1 Gemeten spleetbreedte (model I)

proef	\bar{s}	Q	v_f	ϕ_t	ϕ_s	s_{lokaal}
	mm	(1/s)	(mm/s)	(mm)	(mm)	(mm)
A1	0,1	1,85	1,95	55	38	?
		3,20	3,4	110	85	
		4,2	4,4	156	119	
		4,9	5,2	210	154	
		5,7	6,0	255	184	
A2	0,8	4,4	4,6	54	49	0,1
		7,0	7,3	104	92	
		9,0	9,4	152	130	
		11,0	11,5	204	171	
		12,8	13,3	256	212	
A3	2,1	13,6	14,0	48	32	2,0
		21,2	21,9	94	56	
		26,5	27,3	143	79	
		31,8	32,8	192	103	
		34,6	35,7	240	116	
A4	5,0	22,8	23,0	22	9	5,0
		34,0	34,3	39	12	
		51	52	83	29	
		66	67	128	45	
		75	76	176	107	
		82	83	220	133	

s_{lokaal} = breedte van spleet waar ϕ_s gemeten is

Tabel 2 Verval over de toplaag en in de spleet (model I)

proef	\bar{s}	Q	v_f	i	ϕ_t	ϕ_s	geïnstromeerde steen	achterwand
							s_{lokaal}	s_{lokaal}
							(mm)	(mm)
B1	0,1	0,86	0,82	23	55	59	0,0	0,0
		1,23	1,17	33	87	98		
		1,75	1,66	50	141	141		
		2,36	2,24	73	211	199		
B2	1,1	1,62	1,54	45	10	4	1,0	0,5
		2,85	2,71	86	24	5		
		4,03	3,83	133	43	7		
		5,09	4,83	186	68	11		
		6,70	6,36	243	105	17		
B3	2,2	1,95	1,85	52	9	3	2,1	1,5
		2,65	2,52	79	16	4		
		3,81	3,62	120	28	3		
		5,23	4,97	180	55	6		
		6,98	6,63	230	87	3		
B4	5,1	3,91	3,71	72	18	1	5,0	4,0
		5,76	5,47	110	32	2		
		7,33	6,96	140	36	2		
		8,73	8,29	170	63	3		
		9,49	9,01	190	73	5		
B5	19,2	11,3	10,7	130	52	2	18,6	16,2
		14,8	14,1	185	75	5		
		17,3	16,4	220	104	6		
		20,2	19,2	280	127	7		
		22,8	21,7	300	149	6		

Tabel 3 Verval over de toplaag en in de spleet (model I)

stapnummer	1	2	3	4	5	gemiddeld
inhoud per cm met grind (1)	13,51	14,25	14,31	14,35	13,78	14,0
inhoud per cm zonder grind (1)	22,11	21,87	22,22	22,18	22,10	22,1

vochtgehalte: 7,0%

doorstroomoppervlak = $1,056 \times 0,997 \text{ m}^2$

porositeit: $30 \pm 2\%$

Tabel 4 Porositeitsmeting

spleet- breedte mm	resultaat			tussenresultaat				aandeel in weerstand				
	a' s/m	b' (s/m) ²	k' mm/s	l -	C 1/s	μ -	Re -	laminair		turbulent		
								s %	a %	s %	i/u %	a %
.5	1469	4.61e4	.6666	250	26.6	.6	69.4	98	0	0	2	0
.7	535.	2.35e4	1.735	179.	29.2	.6	181.	93	0	0	7	0
1	184.	1.15e4	4.290	125	32.0	.6	447.	79	0	0	21	0
1.5	54.4	5.12e3	9.639	83.3	35.2	.6	1004	52	0	0	48	0
2	23.0	2.88e3	15.07	62.5	37.4	.6	1570	35	0	0	65	0
2.5	11.8	1.84e3	20.32	50	39.2	.6	2117	24	0	0	76	0
3	1e-6	1.98e3	22.46	41.7	40.6	.6	2340	0	0	35	65	0
3.5	1e-6	1.36e3	27.14	35.7	41.8	.6	2828	0	0	31	69	0
4	1e-6	9.86e2	31.85	31.3	42.8	.6	3318	0	0	27	73	0
4.5	1e-6	7.48e2	36.57	27.8	43.8	.6	3809	0	0	24	76	0
5	1e-6	5.86e2	41.30	25	44.6	.6	4302	0	0	21	79	0
6	1e-6	3.88e2	50.75	20.8	46.0	.6	5287	0	0	18	82	0
7	1e-6	2.76e2	60.21	17.9	47.2	.6	6272	0	0	15	85	0
8	1e-6	2.06e2	69.65	15.6	48.3	.6	7255	0	0	13	87	0
9	1e-6	1.60e2	79.09	13.9	49.2	.6	8238	0	0	11	89	0
10	1e-6	1.28e2	88.51	12.5	50.0	.6	9220	0	0	10	90	0
12	1e-6	8.68e1	107.3	10.4	51.4	.6	1e4	0	0	8	92	0
14	1e-6	6.29e1	126.1	8.93	52.6	.6	1e4	0	0	7	93	0
16	1e-6	4.76e1	144.9	7.81	53.7	.6	2e4	0	0	6	94	0
18	1e-6	3.73e1	163.7	6.94	54.6	.6	2e4	0	0	5	95	0
20	1e-6	3.01e1	182.4	6.25	55.4	.6	2e4	0	0	4	96	0

blok-grootte: $D = 0,1 \text{ m}$

$B = L = 0,25 \text{ m}$

viscositeit: $\nu = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

aandeel in stromingsweerstand (deel van i_t als $v_f = k'$):

a = aanstroomweerstand

s = weerstand door spleetwand

i/u = in- en uitstroomweerstand

Tabel 5 Berekening doorlatendheid van een toplaag van blokken op rooster

spleet- breedte mm	resultaat			tussenresultaat				aandeel in weerstand				
	a' s/m	b' (s/m) ²	k' mm/s	ℓ -	C m ² /s	μ -	Re -	laminair		turbulent		
								s %	a %	s %	i/u %	a %
.5	2939	9.21e4	.3367	500	26.6	.6	70.2	99	0	0	1	0
.7	1071	4.70e4	.8983	357.	29.2	.6	187.	96	0	0	4	0
1	367.	2.30e4	2.370	250	32.0	.6	494.	87	0	0	13	0
1.5	109.	1.02e4	5.907	167.	35.2	.6	1231	64	0	0	36	0
2	45.9	5.76e3	9.781	125	37.4	.6	2038	45	0	0	55	0
2.5	1e-6	8.90e3	10.60	100	39.2	.6	2208	0	0	59	41	0
3	1e-6	5.37e3	13.65	83.3	40.6	.6	2843	0	0	52	48	0
3.5	1e-6	3.55e3	16.79	71.4	41.8	.6	3497	0	0	47	53	0
4	1e-6	2.50e3	19.99	62.5	42.8	.6	4164	0	0	43	57	0
4.5	1e-6	1.85e3	23.23	55.6	43.8	.6	4839	0	0	39	61	0
5	1e-6	1.42e3	26.50	50	44.6	.6	5520	0	0	35	65	0
6	1e-6	9.13e2	33.09	41.7	46.0	.6	6895	0	0	30	70	0
7	1e-6	6.33e2	39.73	35.7	47.2	.6	8278	0	0	26	74	0
8	1e-6	4.65e2	46.39	31.3	48.3	.6	9665	0	0	23	77	0
9	1e-6	3.55e2	53.06	27.8	49.2	.6	1e4	0	0	20	80	0
10	1e-6	2.80e2	59.73	25	50.0	.6	1e4	0	0	18	82	0
12	1e-6	1.87e2	73.07	20.8	51.4	.6	2e4	0	0	15	85	0
14	1e-6	1.34e2	86.41	17.9	52.6	.6	2e4	0	0	12	88	0
16	1e-6	1.01e2	99.73	15.6	53.7	.6	2e4	0	0	11	89	0
18	1e-6	7.83e1	113.0	13.9	54.6	.6	2e4	0	0	9	91	0
20	1e-6	6.27e1	126.3	12.5	55.4	.6	3e4	0	0	8	92	0

blokgrootte: $D = 0,2 \text{ m}$

$B = L = 0,5 \text{ m}$

viscositeit: $\nu = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

aandeel in stromingsweerstand (deel van i_t als $v_f = k'$):

a = aanstroomweerstand

s = weerstand door spleetwand

i/u = in- en uitstroomweerstand

Tabel 6 Berekening doorlatendheid van een toplaag van blokken op rooster

spleet- breedte mm	resultaat			tussenresultaat				aandeel in weerstand				
	a' s/m	b' (s/m) ²	k' mm/s	ℓ -	C m ^{1/4} /s	μ -	Re -	laminair		turbulent		
								s %	a %	s %	i/u %	a %
.5	235.	5.90e3	3.877	40	26.6	.6	64.6	91	0	0	9	0
.7	85.7	3.01e3	8.894	28.6	29.2	.6	148.	76	0	0	24	0
1	29.4	1.47e3	17.92	20	32.0	.6	299.	53	0	0	47	0
1.5	8.71	6.55e2	32.99	13.3	35.2	.6	550.	29	0	0	71	0
2	3.67	3.68e2	47.35	10	37.4	.6	789.	17	0	0	83	0
2.5	1.88	2.36e2	61.25	8	39.2	.6	1021	12	0	0	88	0
3	1.09	1.64e2	74.89	6.67	40.6	.6	1248	8	0	0	92	0
3.5	.685	1.20e2	88.36	5.71	41.8	.6	1473	6	0	0	94	0
4	.459	9.21e1	101.7	5	42.8	.6	1695	5	0	0	95	0
4.5	.323	7.28e1	115.0	4.44	43.8	.6	1917	4	0	0	96	0
5	.235	5.90e1	128.3	4	44.6	.6	2138	3	0	0	97	0
6	1e-6	4.27e1	153.0	3.33	46.0	.6	2551	0	0	4	96	0
7	1e-6	3.11e1	179.2	2.86	47.2	.6	2987	0	0	3	97	0
8	1e-6	2.37e1	205.4	2.5	48.3	.6	3423	0	0	3	97	0
9	1e-6	1.87e1	231.6	2.22	49.2	.6	3859	0	0	2	98	0
10	1e-6	1.51e1	257.7	2	50.0	.6	4295	0	0	2	98	0
12	1e-6	1.04e1	309.9	1.67	51.4	.6	5165	0	0	2	98	0
14	1e-6	7.63e0	362.1	1.43	52.6	.6	6036	0	0	1	99	0
16	1e-6	5.83e0	414.3	1.25	53.7	.6	6905	0	0	1	99	0
18	1e-6	4.60e0	466.5	1.11	54.6	.6	7775	0	0	1	99	0
20	1e-6	3.72e0	518.7	1	55.4	.6	8644	0	0	0	99	0

blokgrootte: $D = 0,02$ m

$B = L = 0,04$ m

viscositeit: $\nu = 1,2 \cdot 10^{-6}$ m²/s

aandeel in stromingsweerstand (deel van i_t als $v_f = k'$):

a = aanstroomweerstand

s = weerstand door spleetwand

i/u = in- en uitstroomweerstand

Tabel 7 Berekening doorlatendheid van een toplaag van blokken op rooster

spleet- breedte mm	resultaat			tussenresultaat							aandeel in weerstand				
	a' s/m	b' (s/m) ²	k' mm/s	a _f s/m	b _f (s/m) ²	l -	C 1/s	μ -	r _{min} mm	Re -	laminair		turbulent		
											s %	a %	s %	i/u %	a %
.5	1470	1.42e5	.6407	1.36	190.4	250	26.6	.35	6.5	66.7	94	0	0	6	0
.7	536.	7.27e4	1.543	1.36	190.4	179.	29.2	.35	6.5	161.	83	0	0	17	0
1	184.	3.58e4	3.307	1.36	190.4	125	32.0	.35	6.5	344.	61	0	0	39	0
1.5	54.9	1.61e4	6.363	1.36	190.4	83.3	35.2	.35	6.5	663.	35	0	0	64	1
2	23.4	9.18e3	9.241	1.36	190.4	62.5	37.4	.35	6.5	963.	21	0	0	76	3
2.5	12.2	5.99e3	11.95	1.36	190.4	50	39.2	.35	6.5	1244	14	0	0	81	4
3	7.24	4.25e3	14.51	1.36	190.4	41.7	40.6	.35	6.5	1511	10	0	0	83	7
3.5	4.72	3.21e3	16.94	1.36	190.4	35.7	41.8	.35	6.5	1764	7	0	0	83	9
4	3.31	2.53e3	19.24	1.36	190.4	31.3	42.8	.35	6.5	2004	6	0	0	82	12
4.5	2.45	2.06e3	21.43	1.36	190.4	27.8	43.8	.35	6.5	2232	4	0	0	80	14
5	.438	1.86e3	23.09	1.36	190.4	25	44.6	.35	6.5	2405	0	1	7	76	17
6	.438	1.37e3	26.90	1.36	190.4	20.8	46.0	.35	6.5	2802	0	1	5	71	23
7	.438	1.08e3	30.27	1.36	190.4	17.9	47.2	.35	6.5	3153	0	1	4	66	29
8	.438	8.93e2	33.23	1.36	190.4	15.6	48.3	.35	6.5	3461	0	1	3	61	34
9	.438	7.68e2	35.80	1.36	190.4	13.9	49.2	.35	6.5	3730	0	2	2	56	40
10	.438	6.79e2	38.04	1.36	190.4	12.5	50.0	.35	6.5	3963	0	2	2	51	45
12	.438	5.65e2	41.67	1.36	190.4	10.4	51.4	.35	6.5	4341	0	2	1	43	54
14	.438	4.97e2	44.40	1.36	190.4	8.93	52.6	.35	6.5	4626	0	2	0	36	62
16	.438	4.53e2	46.48	1.36	190.4	7.81	53.7	.35	6.5	4842	0	2	0	30	67
18	.383	3.78e2	50.90	1.36	190.4	6.94	54.6	.35	7.2	5302	0	2	0	28	69
20	.326	3.15e2	55.81	1.36	190.4	6.25	55.4	.35	8	5814	0	2	0	28	70

blokgrootte: $D = 0,1$ m

$B = L = 0,25$ m

filter: $D_{f15} = 13$ mm

$n = 0,35$

viscositeit: $\nu = 1,2 \cdot 10^{-6}$ m²/s

aandeel in stromingsweerstand (deel van i_t als $\nu_f = k'$):

a = aanstroomweerstand

s = weerstand door spleetwand

i/u = in- en uitstroomweerstand

Tabel 8 Berekening doorlatendheid van een toplaag van blokken op grof grind

spleet- breedte mm	resultaat			tussenresultaat							aandeel in weerstand						
	a' s/m	b' (s/m) ²	k' mm/s	a _f s/m	b _f (s/m) ²	λ -	C m ² /s	μ -	r _{min} mm	Re -	laminair			turbulent			
											s %	a %	g %	s %	i/u %	a %	g %
.5	1740	1.71e5	.5453	89.6	1547.0	250	26.6	.35	.8	56.8	80	6	9	0	4	0	0
.7	759.	1.02e5	1.143	89.6	1547.0	179.	29.2	.35	.8	119.	61	12	14	0	9	4	0
1	371.	6.48e4	1.998	89.6	1547.0	125	32.0	.35	.8	208.	37	21	17	0	14	12	0
1.5	214.	4.51e4	2.900	89.6	1547.0	83.3	35.2	.35	.8	302.	16	30	16	0	13	25	0
2	168.	3.82e4	3.365	89.6	1547.0	62.5	37.4	.35	.8	351.	8	35	14	0	10	33	0
2.5	141.	2.89e4	3.929	89.6	1547.0	50	39.2	.35	1	409.	5	38	13	0	9	36	0
3	124.	2.31e4	4.423	89.6	1547.0	41.7	40.6	.35	1.2	461.	3	39	12	0	8	38	0
3.5	112.	1.92e4	4.873	89.6	1547.0	35.7	41.8	.35	1.4	508.	2	41	12	0	7	39	0
4	103.	1.63e4	5.293	89.6	1547.0	31.3	42.8	.35	1.6	551.	2	42	11	0	6	39	0
4.5	95.3	1.41e4	5.691	89.6	1547.0	27.8	43.8	.35	1.8	593.	1	43	11	0	6	40	0
5	89.1	1.24e4	6.073	89.6	1547.0	25	44.6	.35	2	633.	0	43	10	0	5	41	0
6	79.2	9.96e3	6.803	89.6	1547.0	20.8	46.0	.35	2.4	709.	0	44	9	0	5	42	0
7	71.4	8.24e3	7.504	89.6	1547.0	17.9	47.2	.35	2.8	782.	0	44	9	0	4	42	0
8	65.0	6.98e3	8.188	89.6	1547.0	15.6	48.3	.35	3.2	853.	0	44	9	0	4	43	0
9	59.5	6.01e3	8.864	89.6	1547.0	13.9	49.2	.35	3.6	923.	0	44	8	0	3	44	0
10	54.8	5.25e3	9.539	89.6	1547.0	12.5	50.0	.35	4	994.	0	44	8	0	3	45	0
12	46.8	4.12e3	10.90	89.6	1547.0	10.4	51.4	.35	4.8	1136	0	43	8	0	3	46	0
14	40.3	3.32e3	12.31	89.6	1547.0	8.93	52.6	.35	5.6	1283	0	42	7	0	3	48	0
16	34.8	2.73e3	13.80	89.6	1547.0	7.81	53.7	.35	6.4	1437	0	41	7	0	3	49	0
18	30.0	2.28e3	15.38	89.6	1547.0	6.94	54.6	.35	7.2	1602	0	39	7	0	3	51	0
20	25.7	1.92e3	17.09	89.6	1547.0	6.25	55.4	.35	8	1780	0	37	7	0	3	53	0

blokgrootte: $D = 0,1 \text{ m}$

$B = L = 0,25 \text{ m}$

filter: $D_{f15} = 1,6 \text{ mm}$

$n = 0,35$

geotextiel: $a_g \cdot T_g = 0,067 \text{ s}$

$b_g \cdot T_g = 0 \text{ s}^2/\text{m}$

viscositeit: $\nu = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

aandeel in stromingsweerstand (deel van i_t als $\nu_f = k'$):

a = aanstroomweerstand

s = weerstand door spleetwand

i/u = in- en uitstroomweerstand

g = weerstand van geotextiel

Tabel 9 Berekening doorlatendheid van een toplaag van blokken op geotextiel op fijn grind

spleet- breedte mm	resultaat			tussenresultaat							aandeel in weerstand							
	a' s/m	b' (s/m) ²	k' mm/s	α _f s/m	β _f (s/m) ²	ℓ -	C m ² /s	μ -	r _{min} mm	Re -	laminair			turbulent				
											s %	a %	g %	s %	i/u %	a %	g %	
.5	1696	1.19e5	.5671	51.1	793.46	250	26.6	.4	.8	59.1	83	3	9	0	3	0	0	
.7	714.	6.79e4	1.251	51.1	793.46	179.	29.2	.4	.8	130.	67	7	15	0	8	2	0	
1	327.	4.10e4	2.362	51.1	793.46	125	32.0	.4	.8	246.	43	14	20	0	14	8	0	
1.5	169.	2.66e4	3.725	51.1	793.46	83.3	35.2	.4	.8	388.	20	22	21	0	16	21	0	
2	124.	2.15e4	4.518	51.1	793.46	62.5	37.4	.4	.8	471.	10	27	19	0	13	31	0	
2.5	99.8	1.61e4	5.371	51.1	793.46	50	39.2	.4	1	559.	6	29	18	0	12	34	0	
3	85.6	1.27e4	6.120	51.1	793.46	41.7	40.6	.4	1.2	637.	4	31	17	0	11	37	0	
3.5	76.0	1.05e4	6.800	51.1	793.46	35.7	41.8	.4	1.4	708.	3	32	16	0	10	39	0	
4	68.8	8.84e3	7.433	51.1	793.46	31.3	42.8	.4	1.6	774.	2	33	16	0	9	40	0	
4.5	63.3	7.63e3	8.032	51.1	793.46	27.8	43.8	.4	1.8	837.	2	34	15	0	8	41	0	
5	58.7	6.69e3	8.604	51.1	793.46	25	44.6	.4	2	896.	1	35	14	0	8	42	0	
6	51.6	5.32e3	9.693	51.1	793.46	20.8	46.0	.4	2.4	1010	0	36	14	0	7	43	0	
7	46.1	4.38e3	10.73	51.1	793.46	17.9	47.2	.4	2.8	1118	0	36	13	0	6	44	0	
8	41.8	3.70e3	11.74	51.1	793.46	15.6	48.3	.4	3.2	1223	0	36	12	0	6	45	0	
9	38.1	3.18e3	12.73	51.1	793.46	13.9	49.2	.4	3.6	1326	0	36	12	0	5	46	0	
10	34.9	2.77e3	13.72	51.1	793.46	12.5	50.0	.4	4	1429	0	36	11	0	5	47	0	
12	29.8	2.17e3	15.69	51.1	793.46	10.4	51.4	.4	4.8	1634	0	36	11	0	4	49	0	
14	25.6	1.74e3	17.71	51.1	793.46	8.93	52.6	.4	5.6	1845	0	35	11	0	4	51	0	
16	22.1	1.43e3	19.81	51.1	793.46	7.81	53.7	.4	6.4	2063	0	33	10	0	4	52	0	
18	19.1	1.19e3	22.03	51.1	793.46	6.94	54.6	.4	7.2	2294	0	32	10	0	4	54	0	
20	16.5	1.00e3	24.40	51.1	793.46	6.25	55.4	.4	8	2541	0	30	10	0	4	56	0	

blokgrootte: $D = 0,1 \text{ m}$

$B = L = 0,25 \text{ m}$

filter: $D_{f15} = 1,6 \text{ mm}$

$n = 0,4$

geotextiel: $a_g \cdot T_g = 0,067 \text{ s}$

$b_g \cdot T_g = 0 \text{ s}^2/\text{m}$

viscositeit: $\nu = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

aandeel in stromingsweerstand (deel van i_t als $v_f = k'$):

a = aanstroomweerstand

s = weerstand door spleetwand

i/u = in- en uitstroomweerstand

g = weerstand van geotextiel

Tabel 10 Berekening doorlatendheid van een toplaag van blokken op geotextiel op fijn grind

toplaag/filter	gaten	gatvulling?	gemeten		berekend	
			k' (mm/s)	n (-)	n _v (-)	k' (mm/s)
blokken van 10x25x25 cm ³ op grof grind (8-23 mm)	1 Ø58 mm	nee	12	0,40 0,43	- -	10,5 12,4
	1 Ø58 mm	nee	13	0,40	-	10,5
				0,43	-	12,4
	1 Ø58 mm	ja	5	0,40 0,40	0,43 0,45	4,6 5,1
	4 Ø30 mm	nee	19	0,40 0,43	- -	14,9 17,5
	Ø71 mm (vellingkant)	nee	17	0,40 0,43	- -	17,4 21,0
Basalton op rooster	diverse	nee	48	-	-	52
Armorflex op rooster		nee	198	-	-	270

Tabel 11 Bijzondere toplagen

	gatnummer								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
gatoppervlak [cm ²]	26.82	14.39	59.30	14.51	20.58	12.95	8.68	7.20	4.08
gatoortrek [cm]	35.40	31.40	67.40	40.60	38.80	37.20	22.80	13.00	20.80
hydr. straal [cm]	.76	.46	.88	.36	.53	.35	.38	.55	.20
fiktieve gatdiameter [cm]	5.84	4.28	8.69	4.30	5.12	4.06	3.32	3.03	2.28

totaal gatoppervlak: 169 cm²

totaal zettingoppervlak: 2500 cm²

Tabel 12 Afmetingen van openingen tussen de zuilen

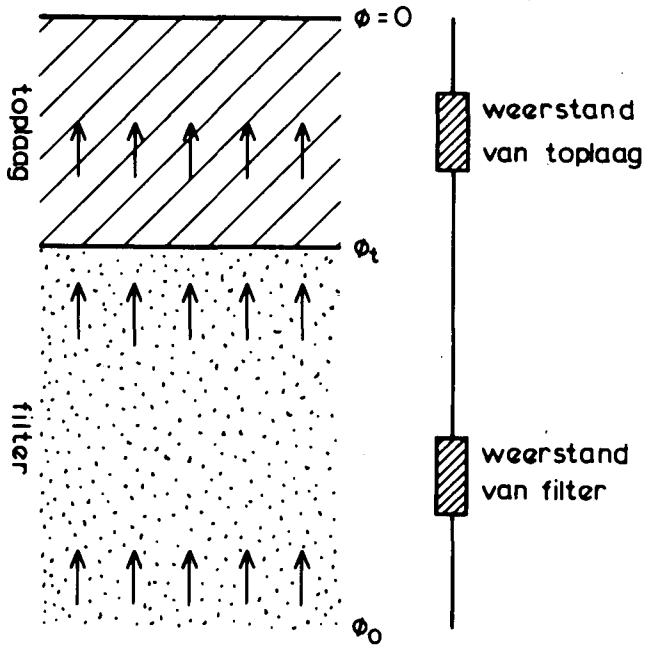
	gatnummer								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
blokdikte [m]	.25	.25	.25	.25	.25	.25	.25	.25	.25
gatdiameter [mm]	58.4	42.8	86.9	43.0	51.2	40.6	33.2	30.3	22.8
Df15 [mm]	20	20	20	20	20	20	20	20	20
porositeit grind	.42	.42	.42	.42	.42	.42	.42	.42	.42
viscositeit (m ² /s)	1.2e-6	1.2e-6	1.2e-6	1.2e-6	1.2e-6	1.2e-6	1.2e-6	1.2e-6	1.2e-6
eerste schatting Ad [cm ²]	398	213	880	215	305	192	129	107	61
Ad [cm ²]	390	235	720	230	310	215	155	135	110
grind: a [s/m]	.69	.69	.69	.69	.69	.69	.69	.69	.69
b [s ² /m ²]	129	129	129	129	129	129	129	129	129
R _{min} [mm]	20.7	15.2	30.8	15.2	18.1	14.4	11.8	10.7	10.0
l [m]	14.5	16.3	12.1	15.9	15.1	16.6	17.9	18.8	27.0
C (Chezy)	45.8	43.4	48.9	43.4	44.8	43.0	41.4	40.7	38.4
lam. weerstandsdeel:	0	0	0	0	0	0	0	0	0
turb. weerstandsdeel:									
spleet [%]	0	1	0	1	1	1	1	2	5
in/uit [%]	7	10	5	10	8	10	12	13	26
aanstroom. [%]	92	89	94	89	91	89	86	85	68
a' [s/m]	.105	.101	.095	.095	.101	.099	.095	.095	.078
b' [s ² /m ²]	1700	1637	1678	1544	1622	1617	1582	1618	1646
k' [mm/s]	24.2	24.7	24.4	25.4	24.8	24.8	25.1	24.8	24.6

Tabel 13 Berekende doorlatendheid van Basalton (ronde gaten)

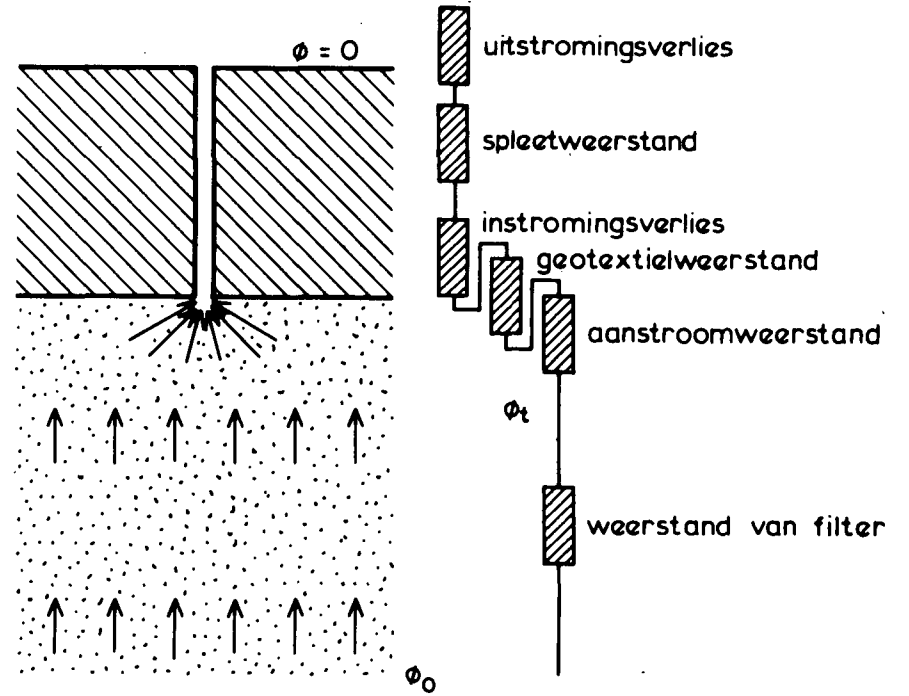
blokdikte [m]	.25
blokbreedte [m]	.3
bloklengte [m]	.3
spleetbreedte [mm]	10
porositeit	.42
Df15 (mm)	20
viscositeit (m ² /s)	1.2e-6
% open oppervlak	6.7
grind: a [s/m]	.69
b [s ² /m ²]	129
l [m]	15
C (Chezy)	50
Re(spleet)	8405
lam. weerstandsdeel:	0
turb. weerstandsdeel:	
spleet [%]	8
in/uit [%]	60
aanstroom. [%]	31
a' [s/m]	.07
b' [s ² /m ²]	220
k' (mm/s)	67

Tabel 14 Berekende doorlatendheid van Basalton (spleten van 10 mm)

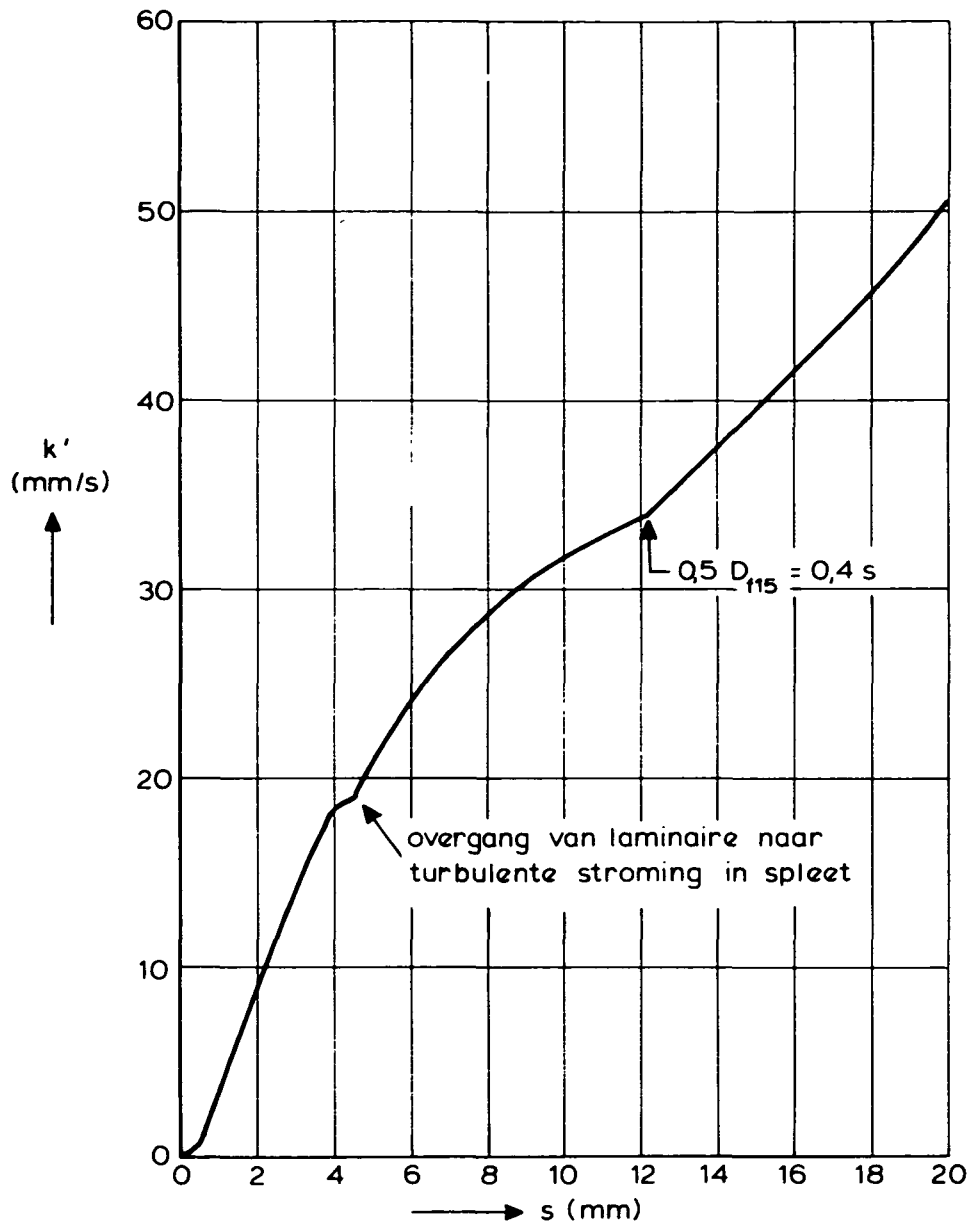
SYSTEEMBESCHRIJVING VAN
STROMINGSWEERSTANDEN



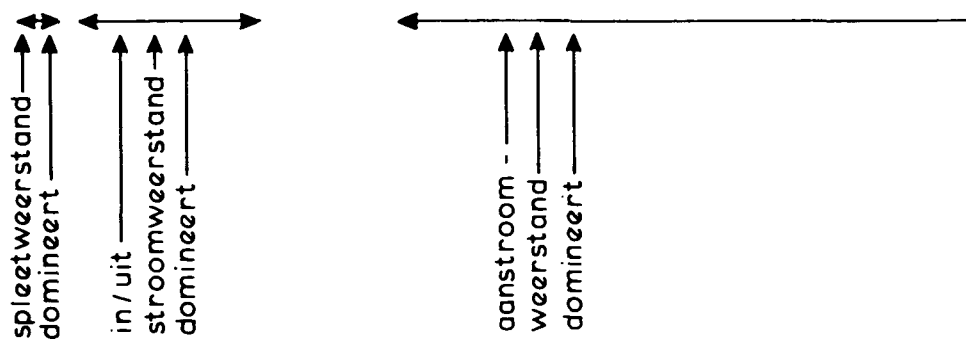
HOMOGEEN DOORLATEND



NIET HOMOGEEN DOORLATEND



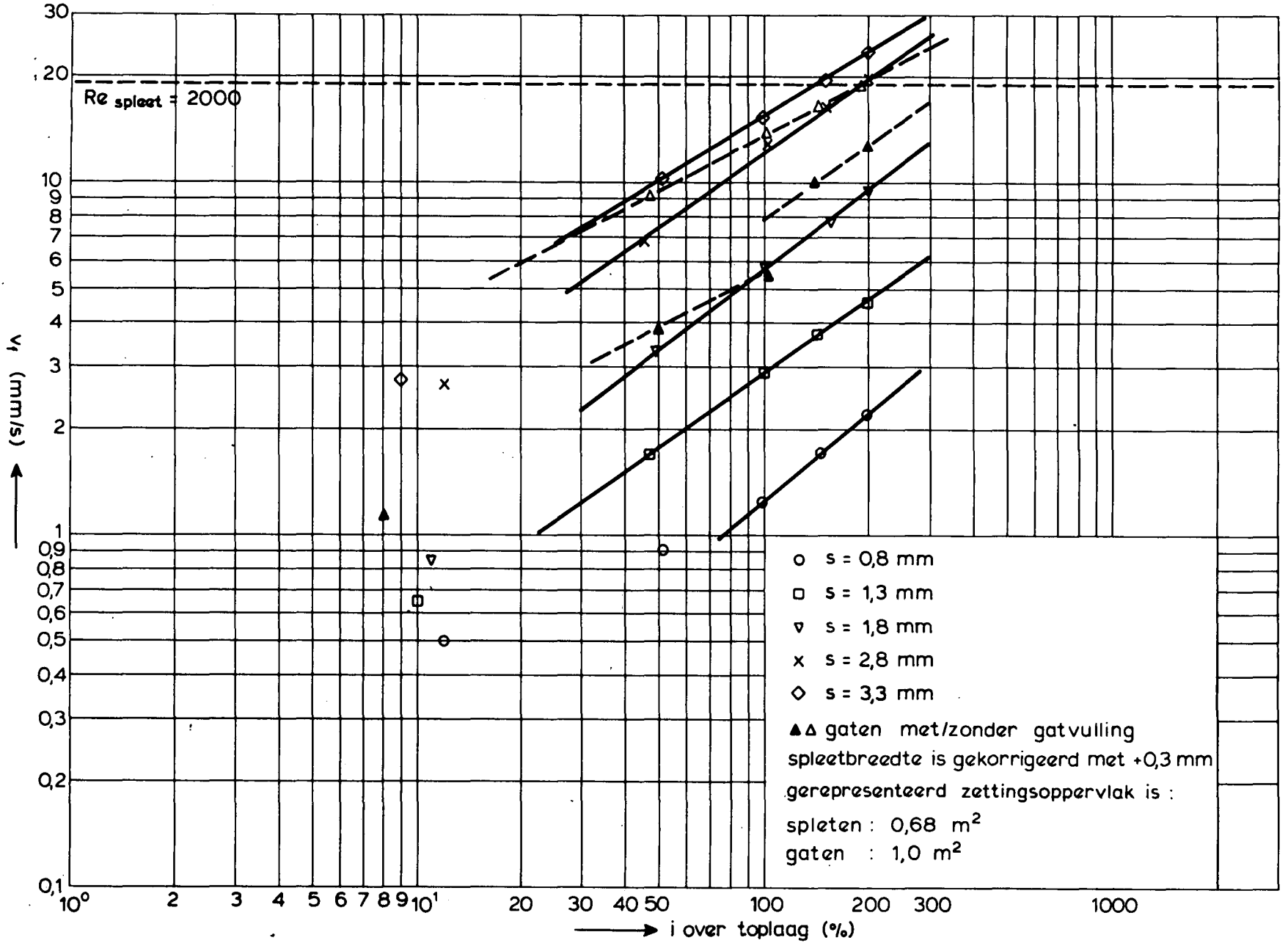
D = 0,1 m
 B = 0,25 m
 n = 0,35
 $D_{f15} = 10 \text{ mm}$
 $v = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
 geen geotextiel

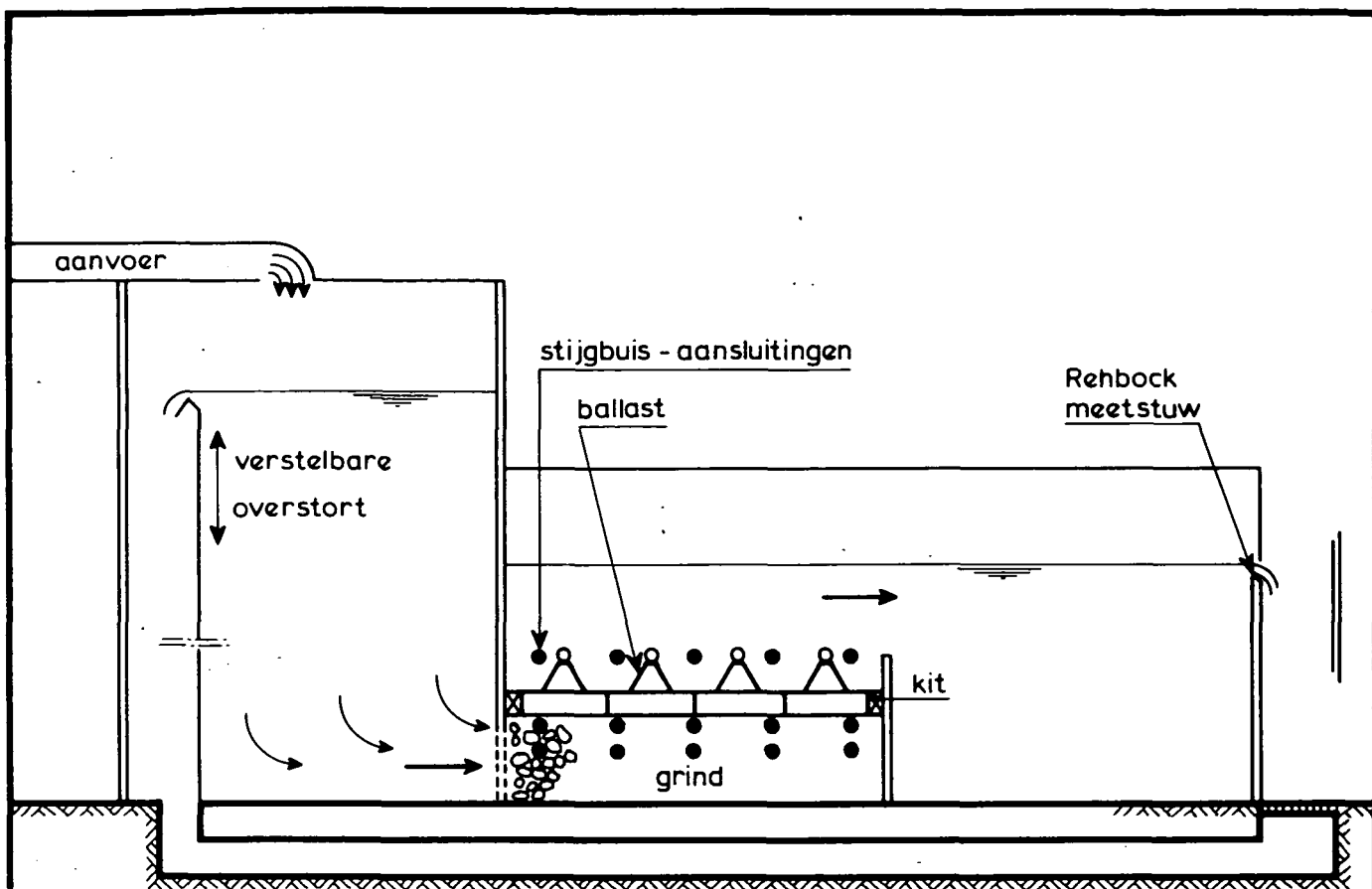


KARAKTERISTIEK VERBAND TUSSEN s EN k'

RESULTATEN UIT [1]
BLOKKEN OP GROF GRIND

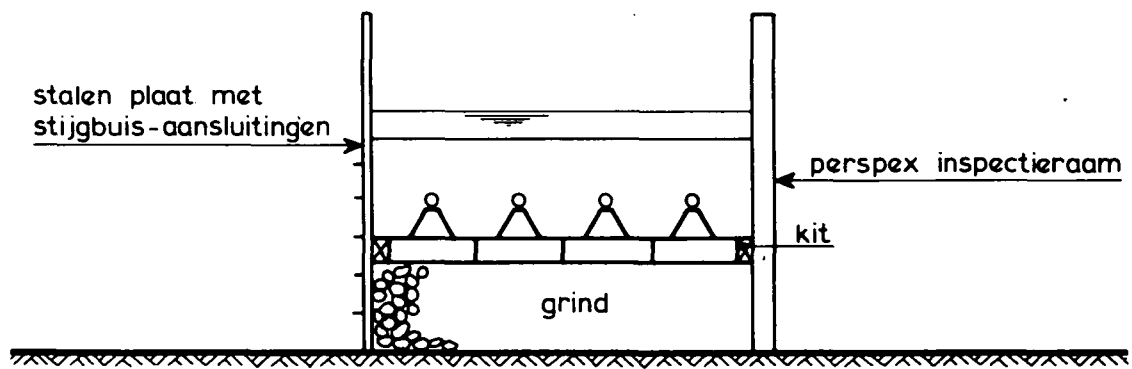
blokgruote: 0,25 x 0,25 x 0,10 m³ grind: 8-23 mm?





0,94

LANGSDOORSNEDE

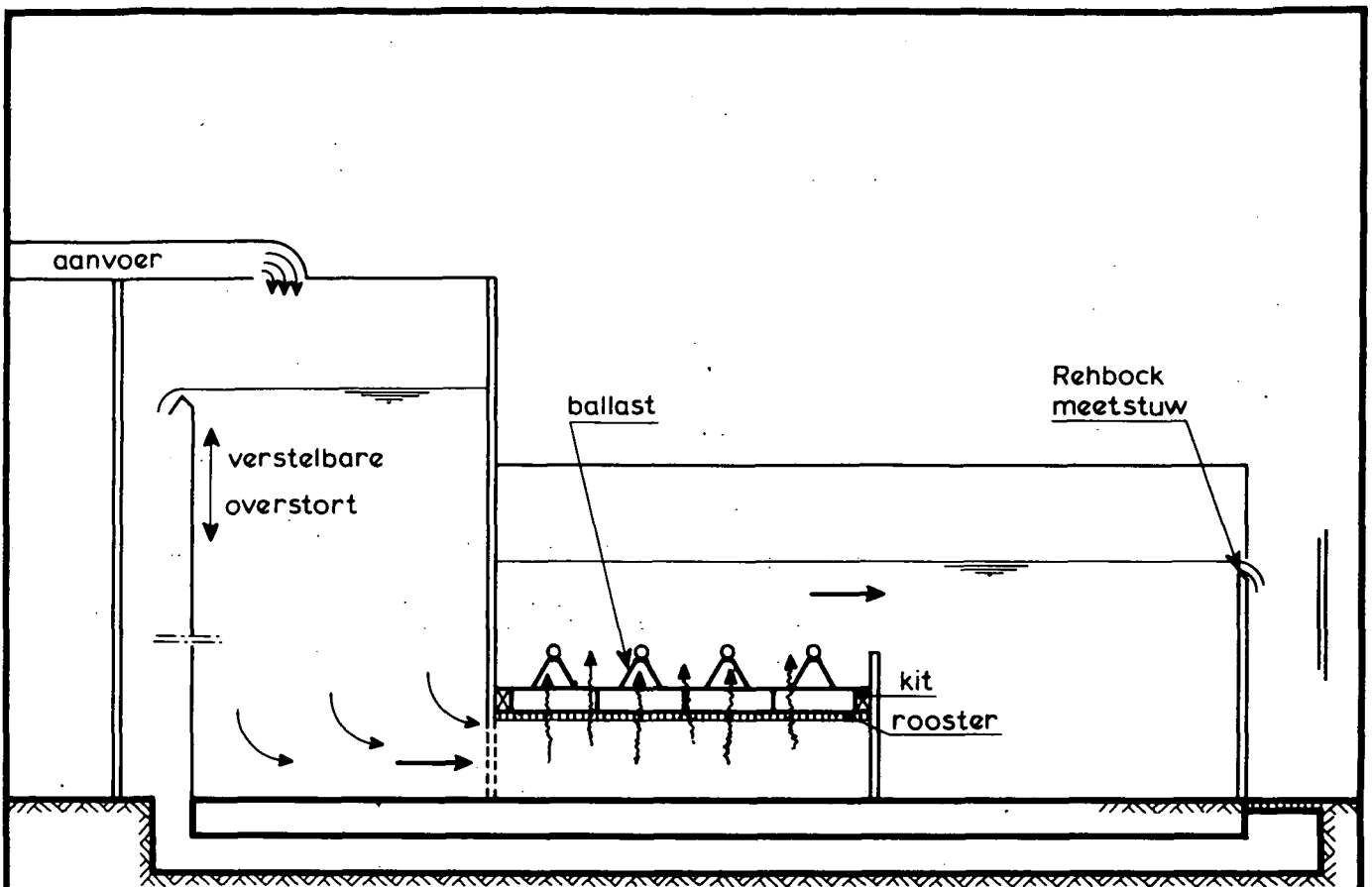


0,876

DOORSNEDE OVER PROEFSECTIE

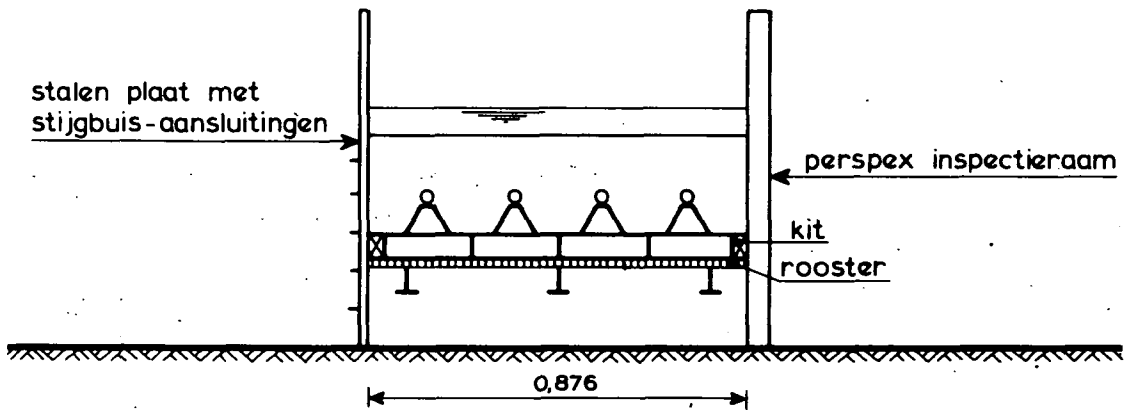
maten in m

DOORLATENDHEIDS - ONDERZOEK STEENZETTINGEN	[1]	
	SCHAAL 1: 20	
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM	H 195	FIG. 4



0,94

LANGSDOORSNEDE



DOORSNEDE OVER PROEFSECTIE

maten in m

OVERZICHT MODELFACILITEIT „DE FILTERBAK“

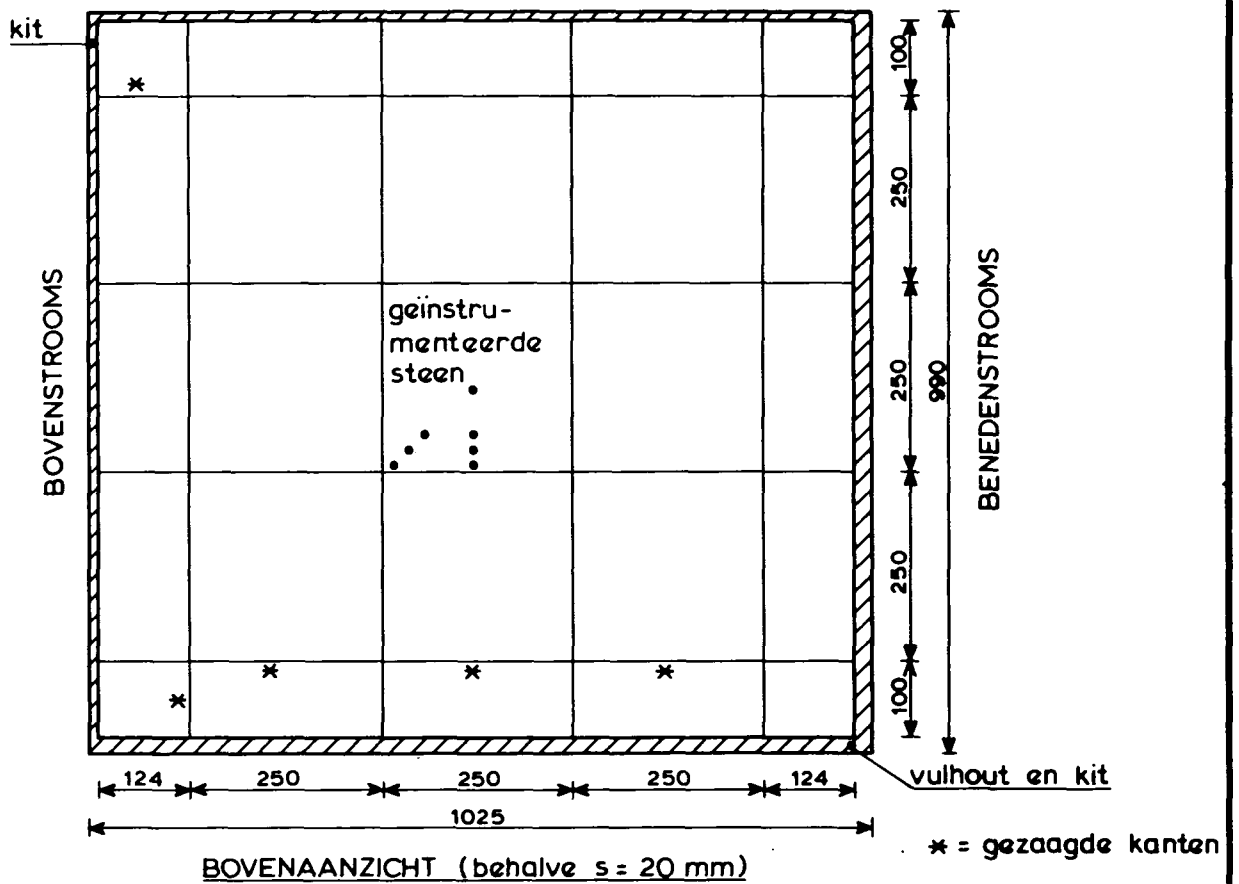
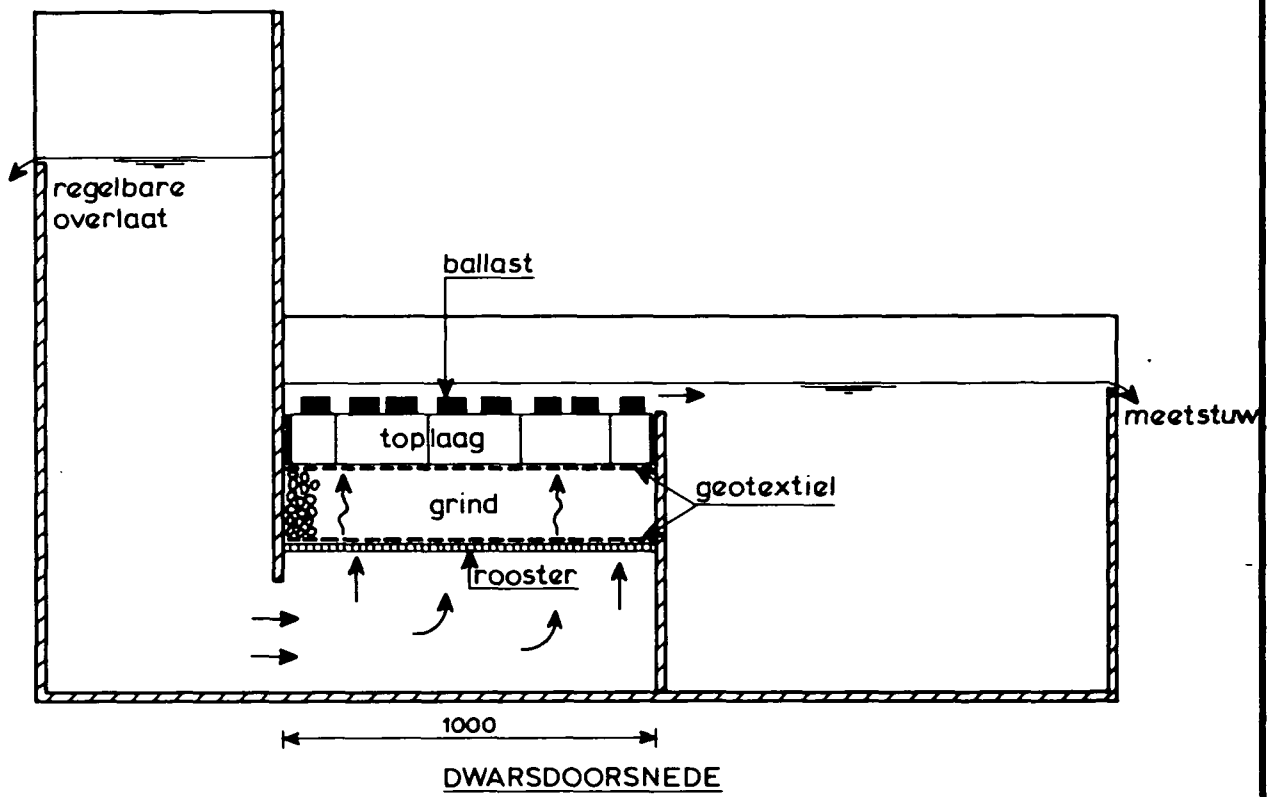
[2]

SCHAAL 1:20

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

H 195

FIG. 5



maten in mm

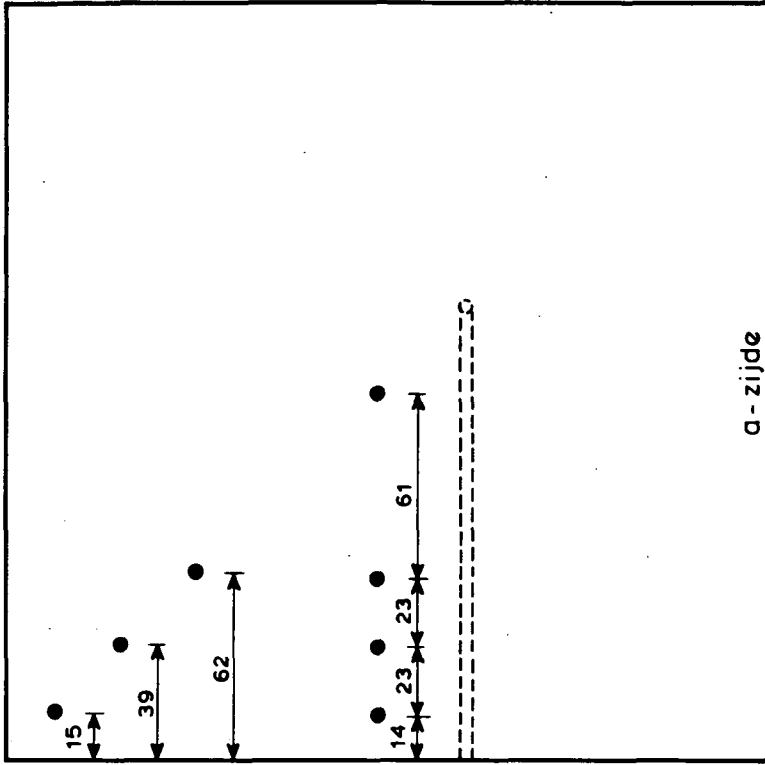
MODELOPSTELLING I

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

H 195

FIG. 6

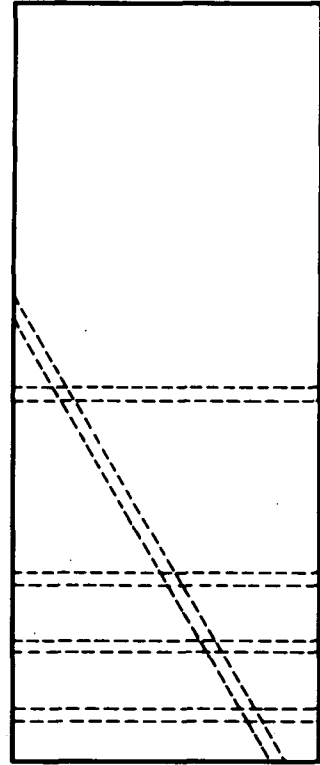
BOVENSTROOMSE - ZIJDE



b - zijde

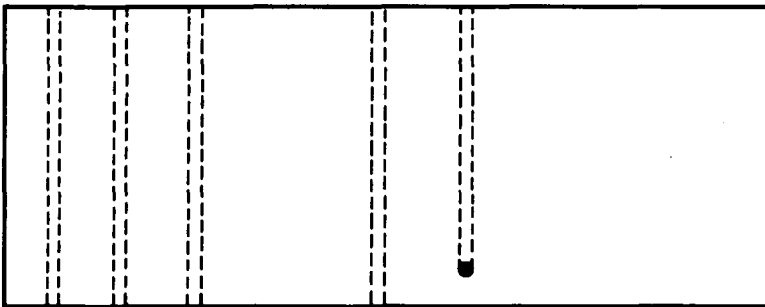
ONDERAANZICHT

BENEDENSTROOMSE - ZIJDE



b - zijde

AANZICHT A - ZIJDE



onderzijde

AANZICHT B-ZUDE

blokafmetingen :

0,25 x 0,25 x 0,10 m³

- aanzicht gat voor stijghoogte meting
φ 4 mm

maten in mm

GEINSTRUMENTEERDE STEEN IN MODEL I

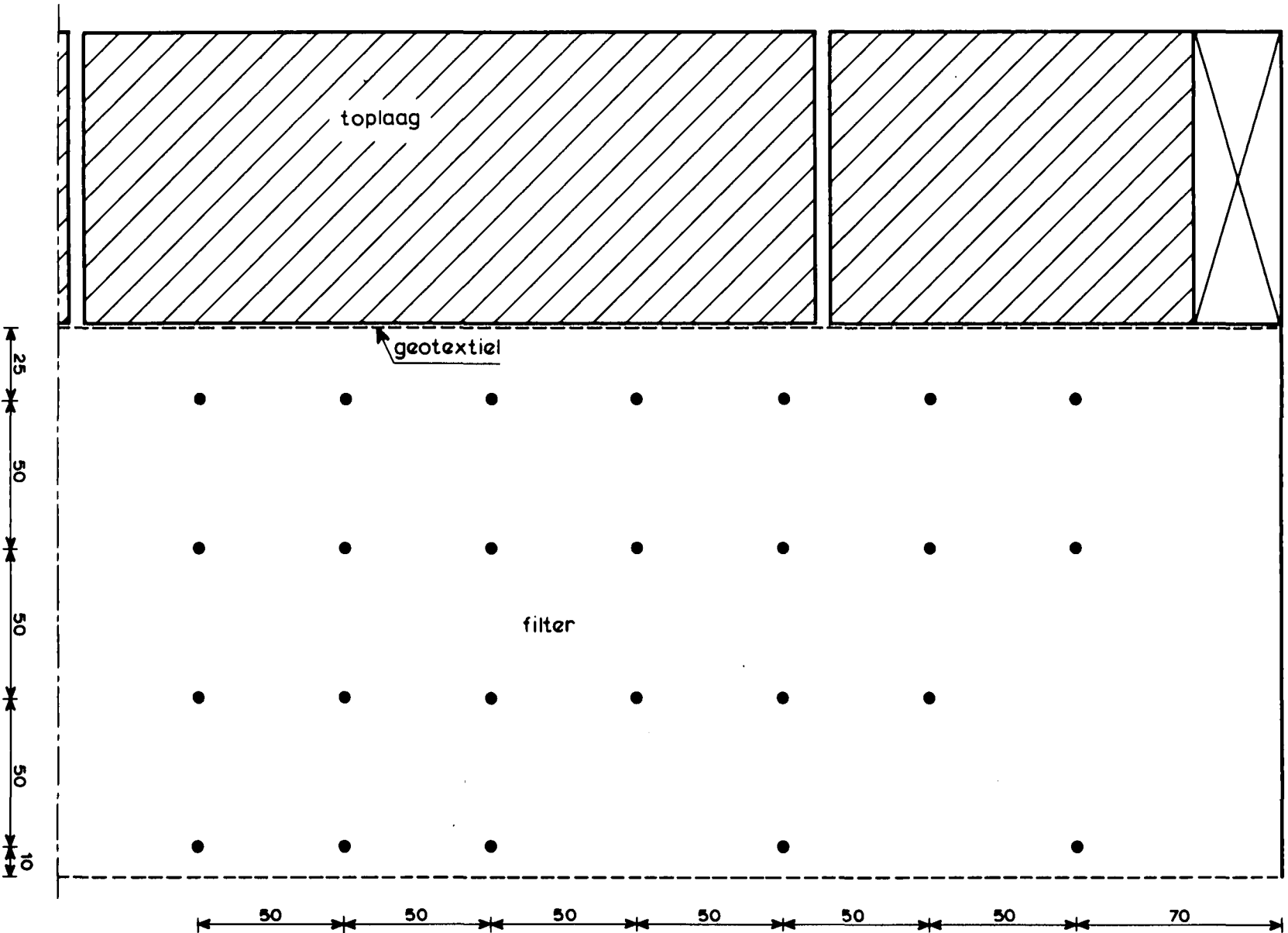
SCHAAL 1: 2,5

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

H 195

FIG. 7

BENEDENSTROOMS

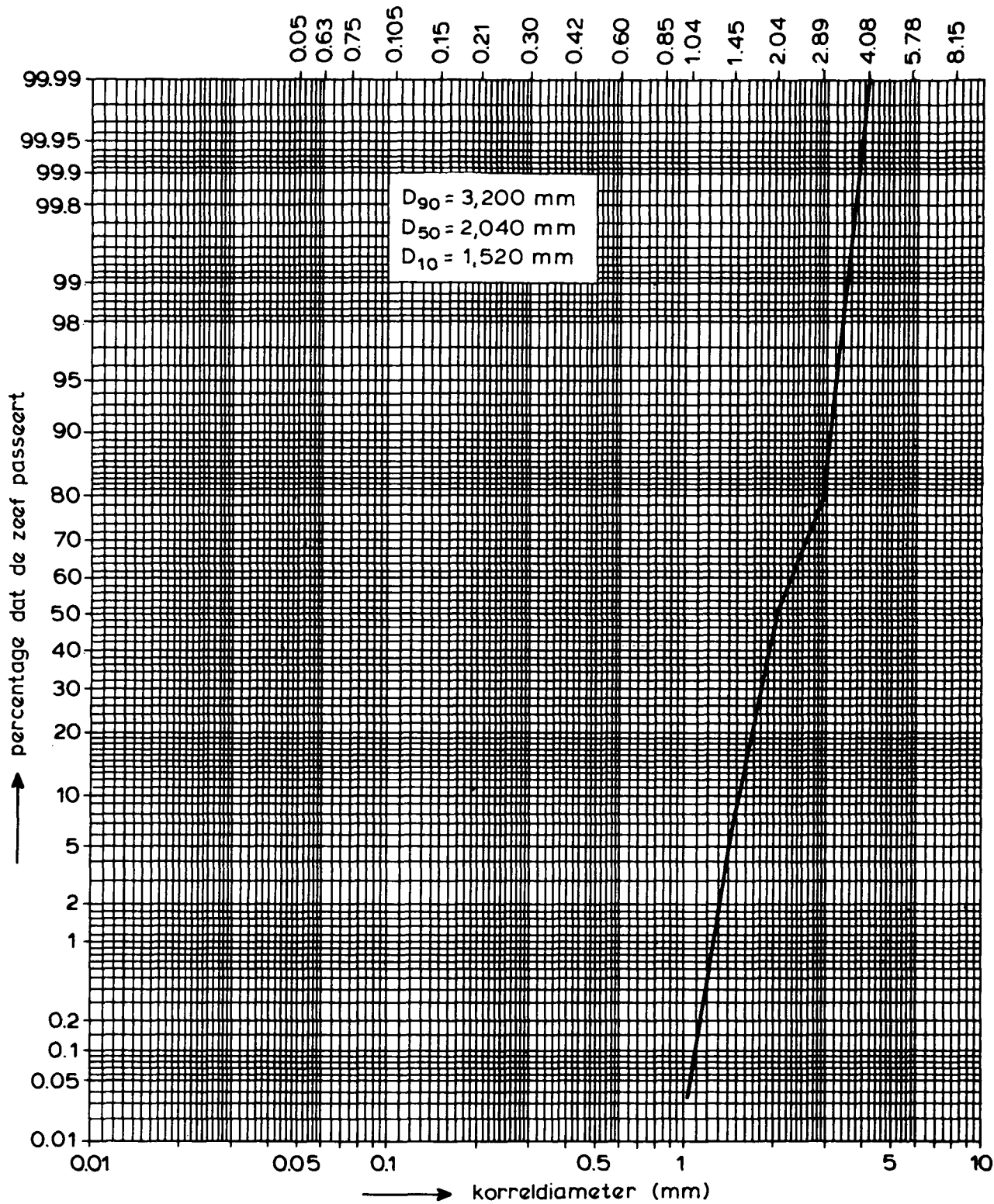


STIJBUISAANSLUITINGEN IN ACHTERWAND
(MODEL I)

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

H 195

FIG. 8

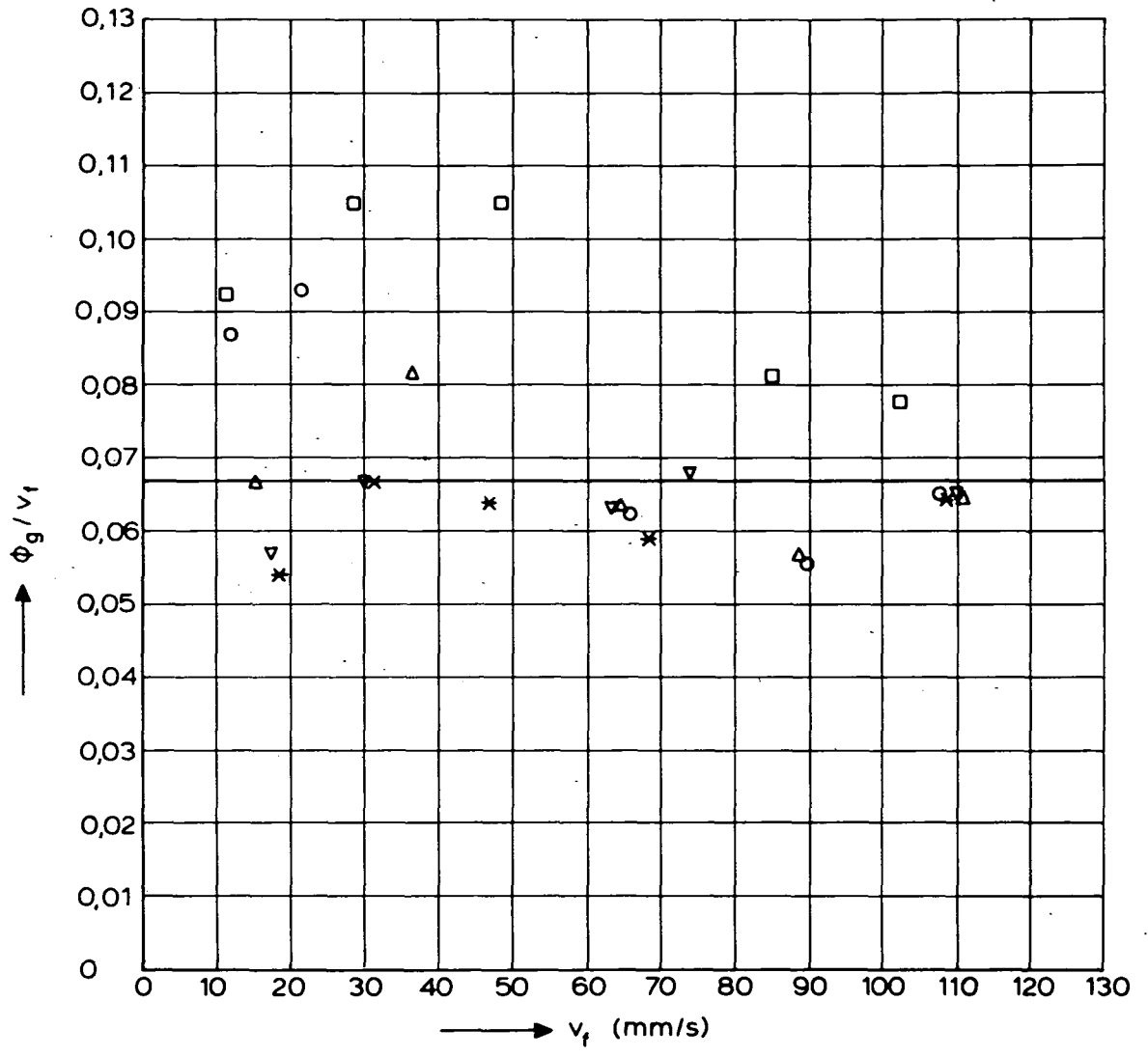


ZEEFKROMME VAN FUN GRIND

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

H 195

FIG. 9



□ ○ △ ▽ * gemeten

$a_g T_g = 0,067$

$b_g T_g = 0$

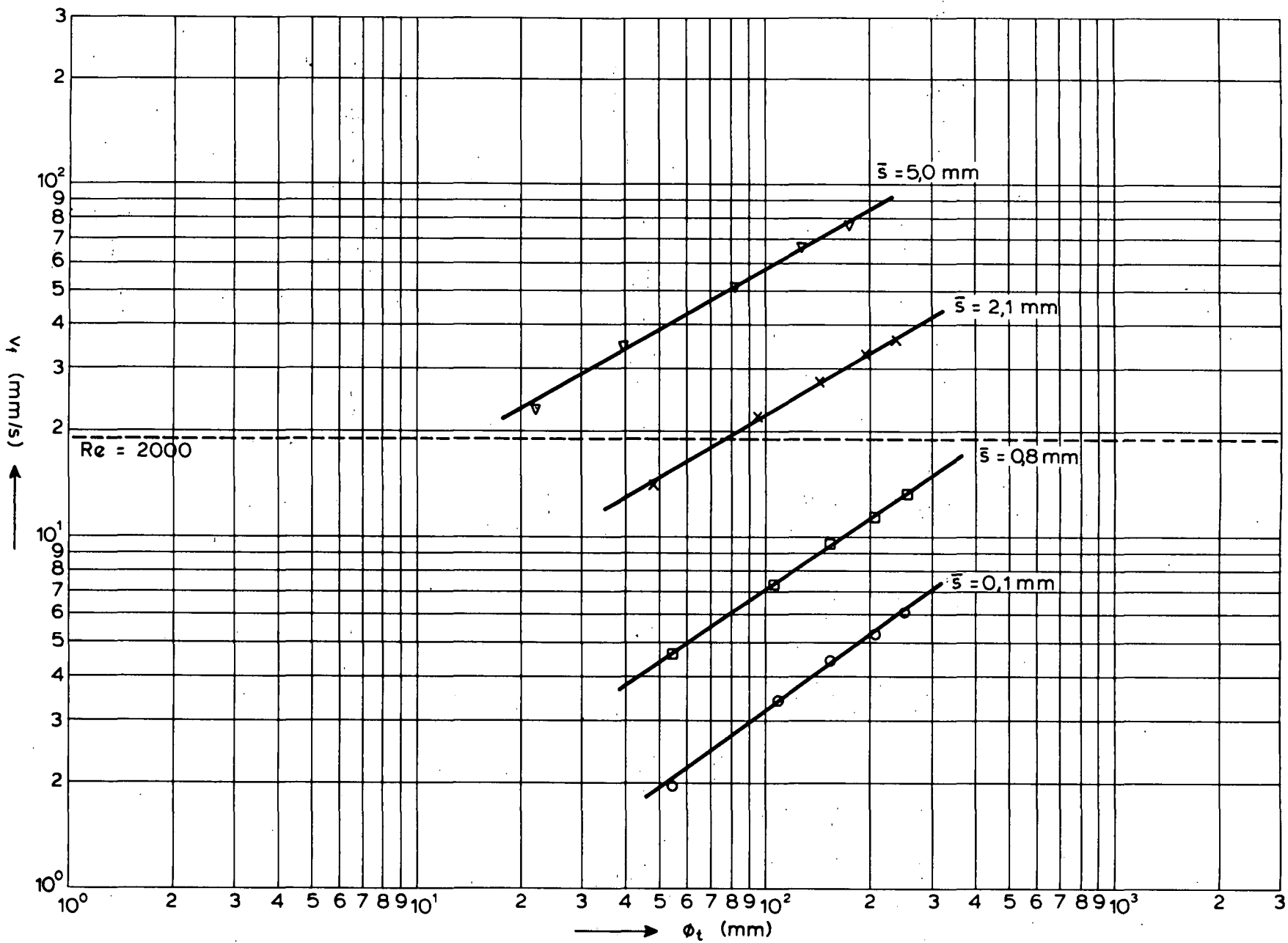
DOORLATENDHEID GEOTEXTIEL

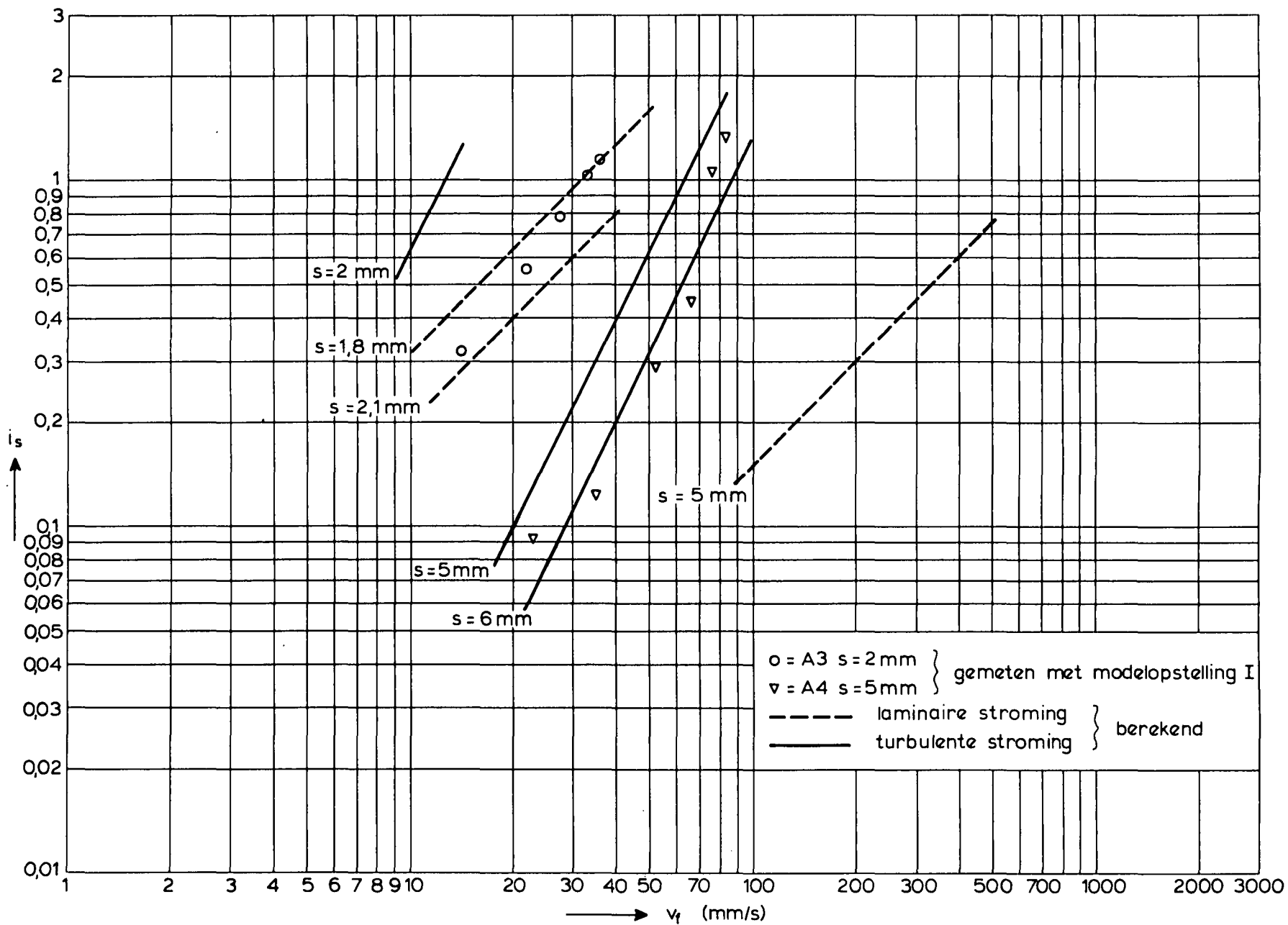
FILTERSNELHEID ALS FUNKTIE VAN VERVAL
 OVER BLOKKEN OP ROOSTER (SERIE A)

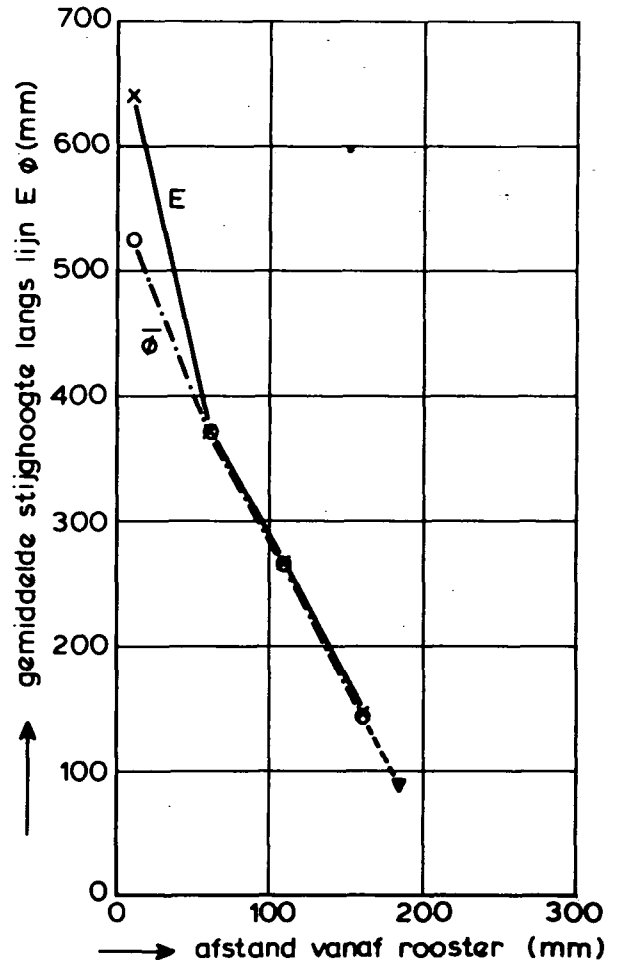
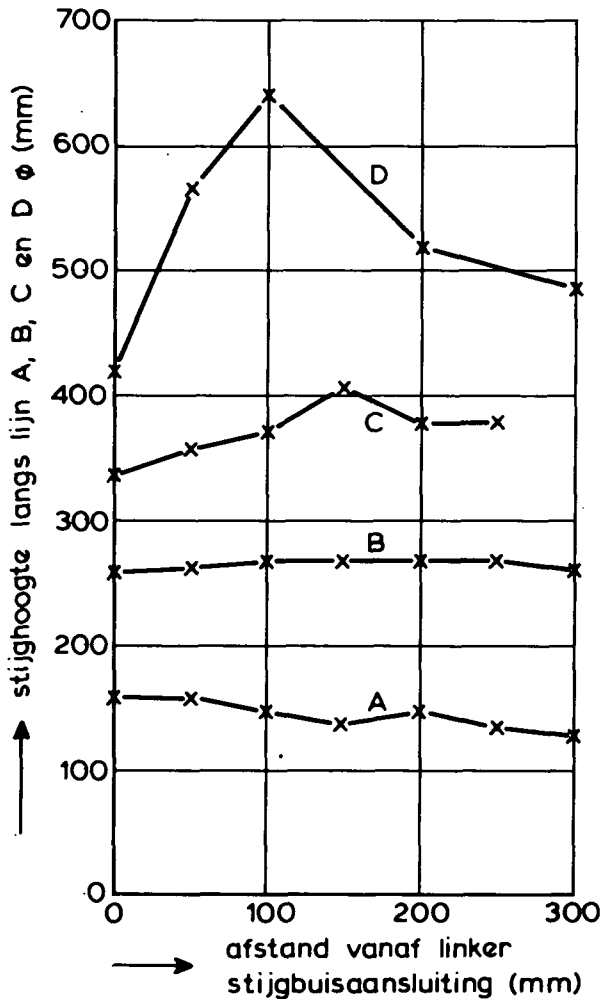
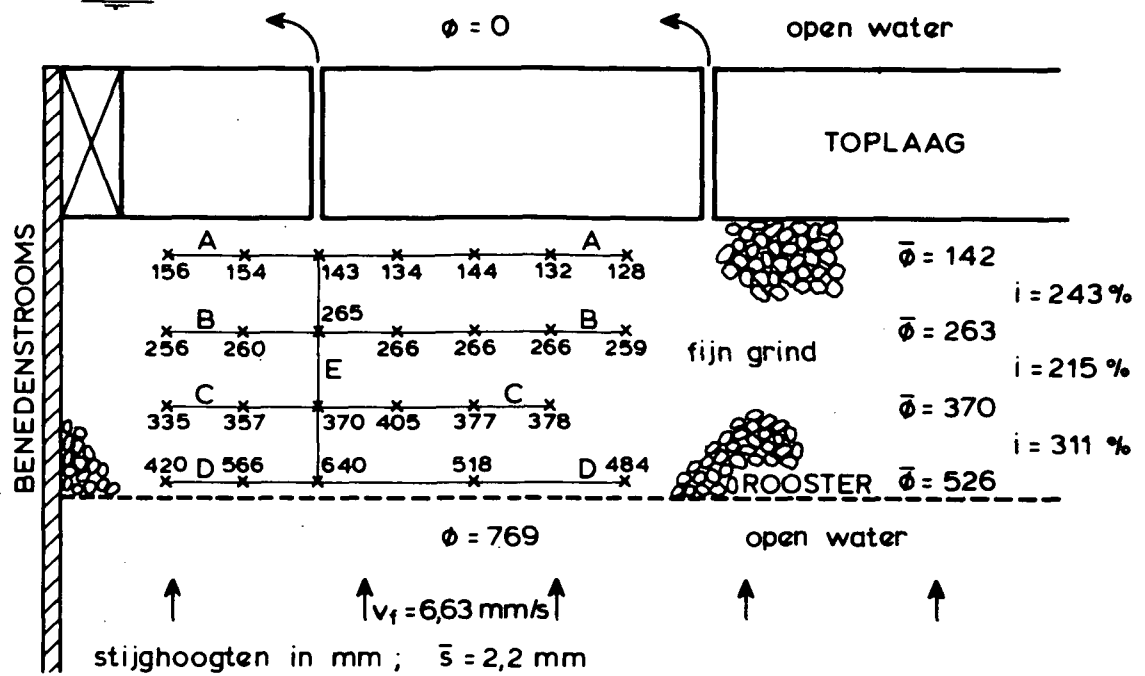
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

H 195

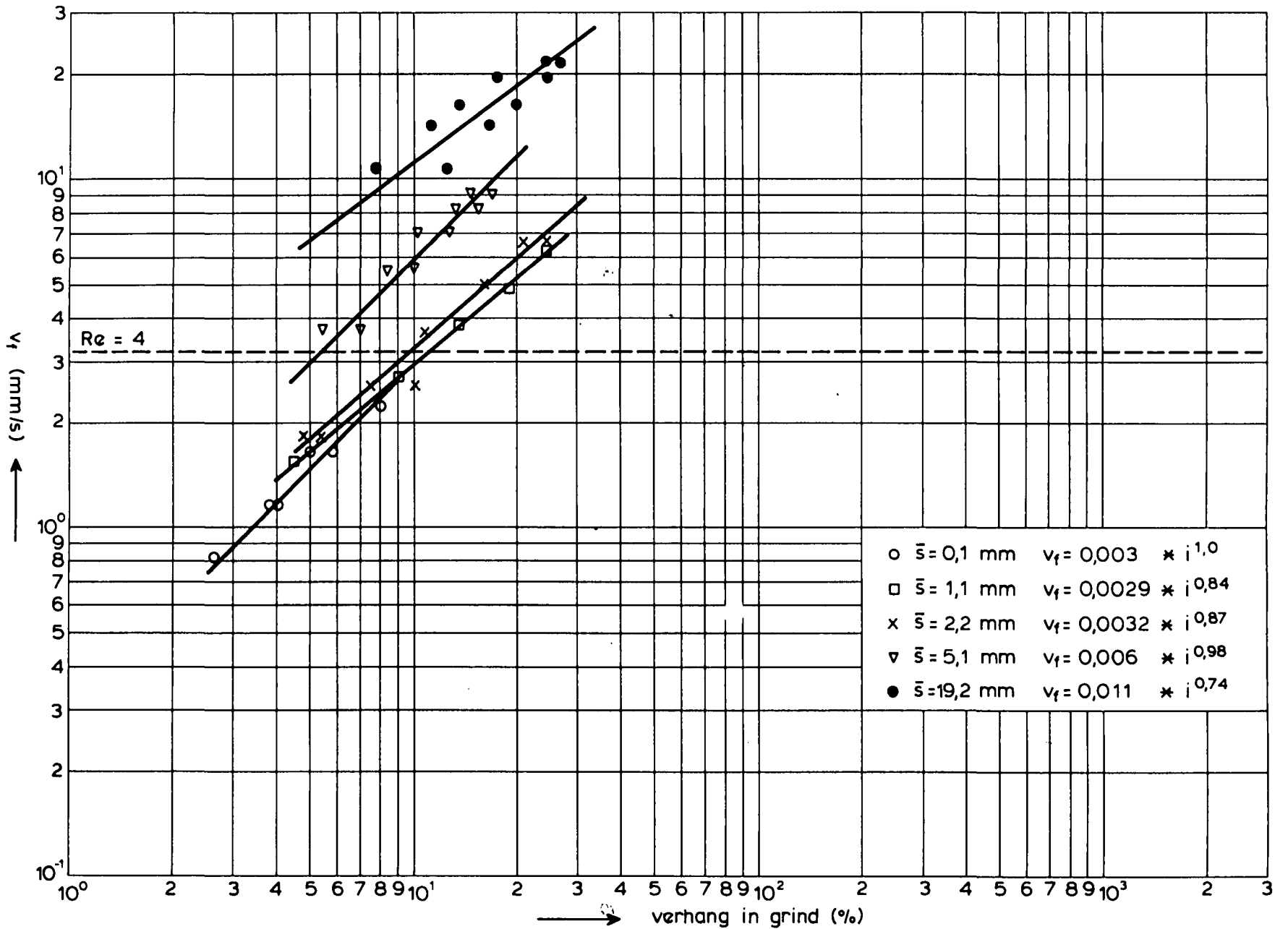
FIG. 11







LANGS ACHTERWAND GEMETEN STIJGHOOGTEN

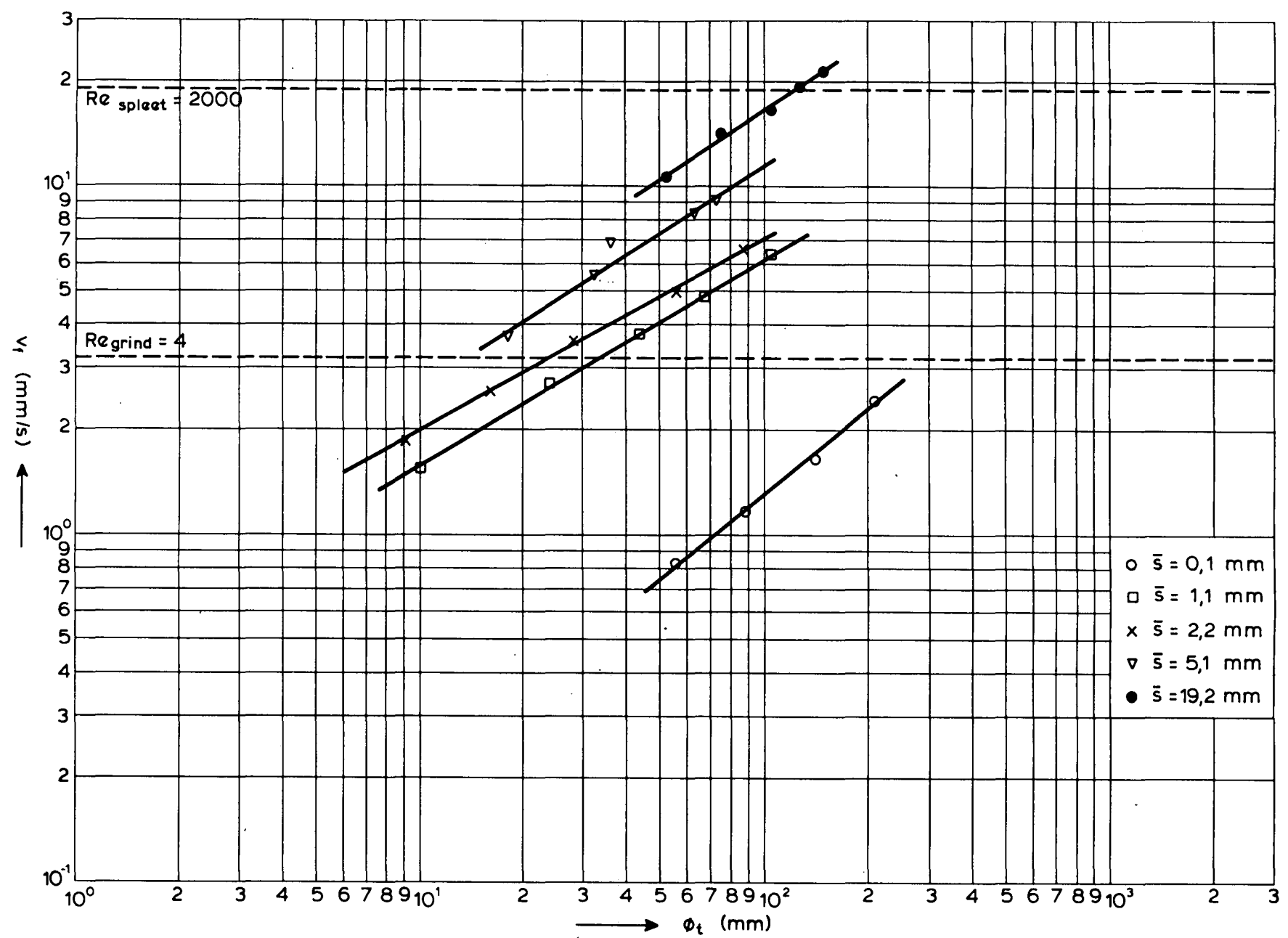


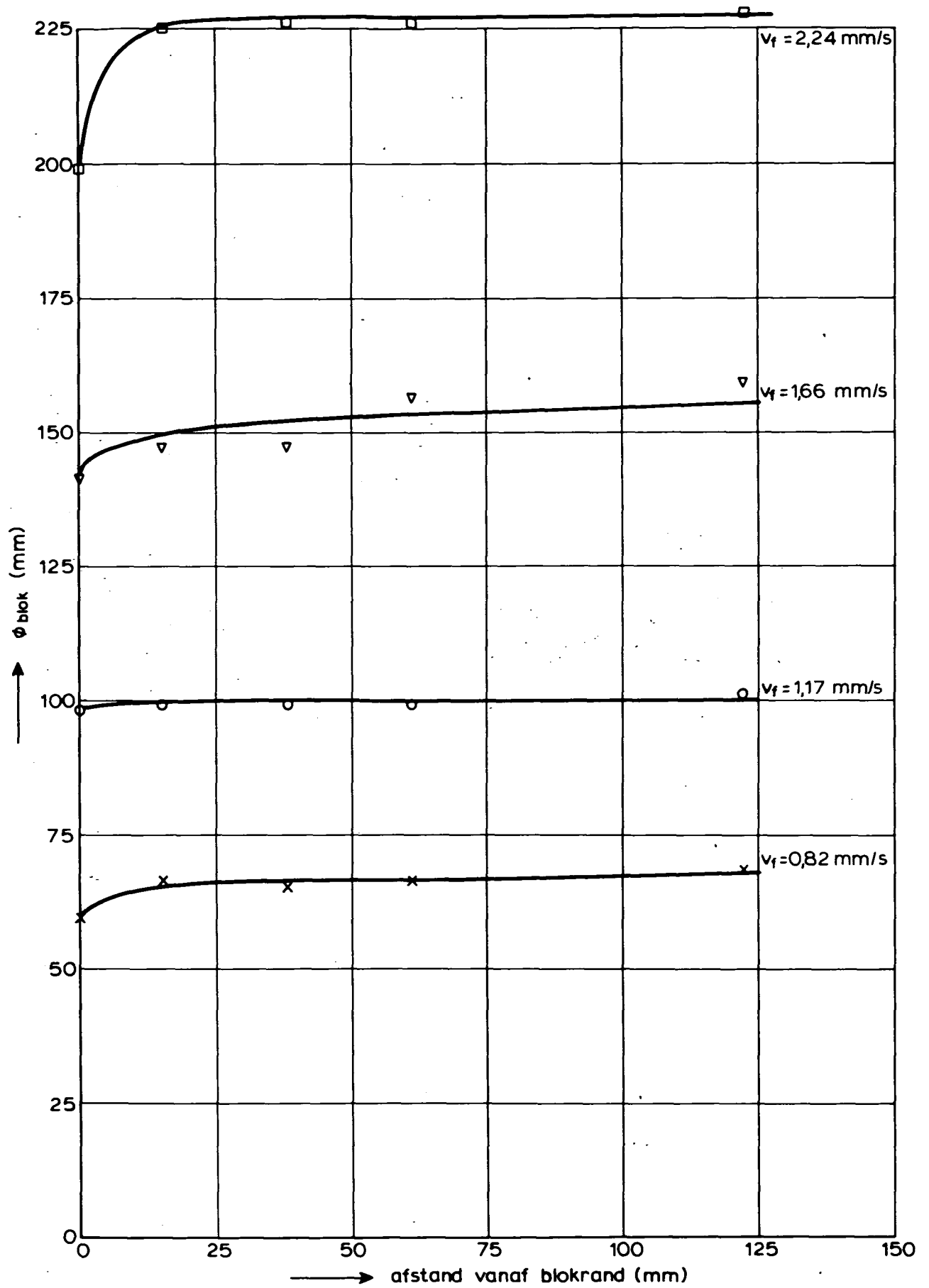
VERVAL OVER BLOKKEN OP GEOTEXTIEL
 OP GRIND (SERIE B) ALS FUNKTIE
 VAN FILTERSNELHEID (MODEL I)

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

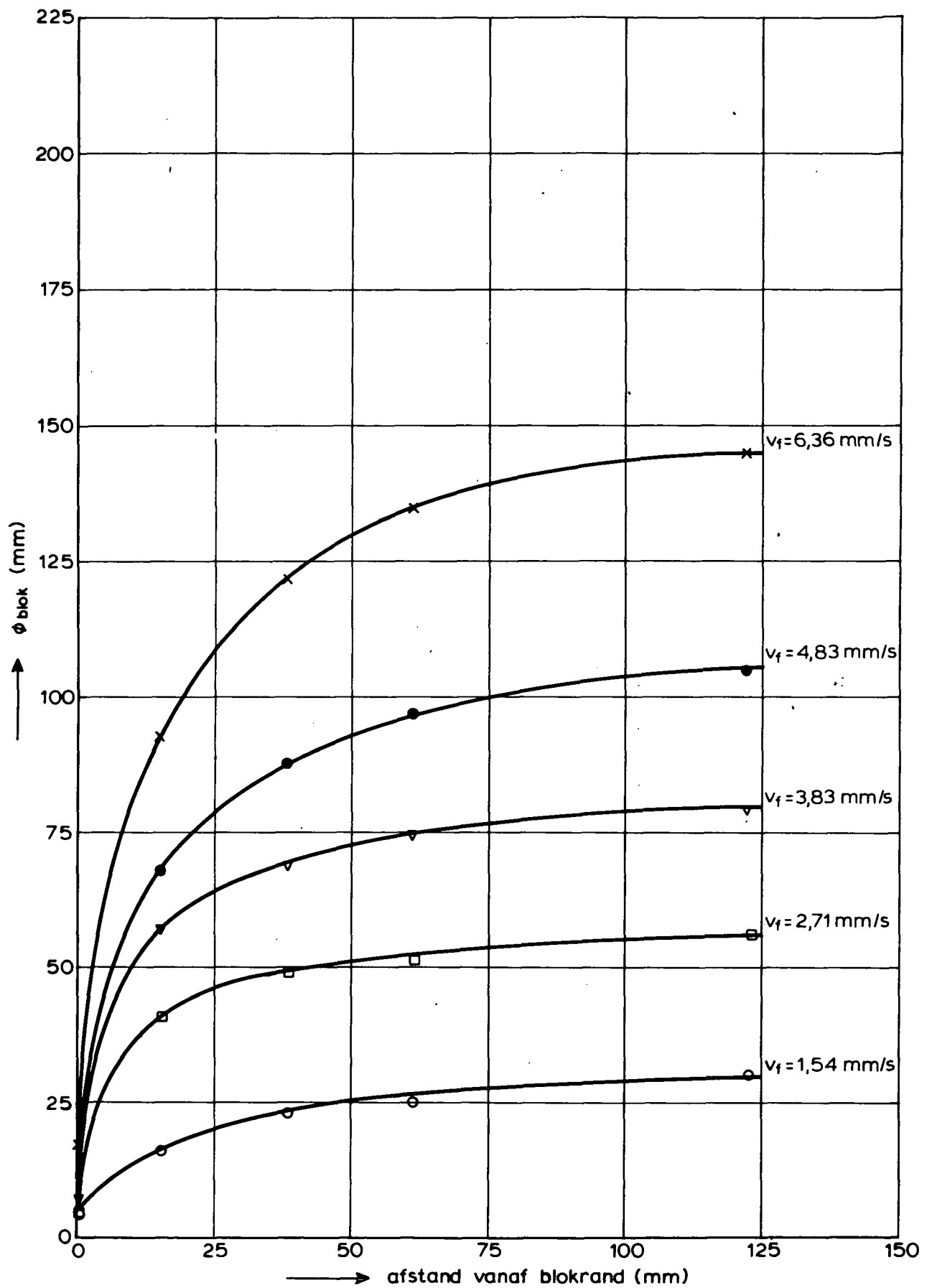
H 195

FIG. 15



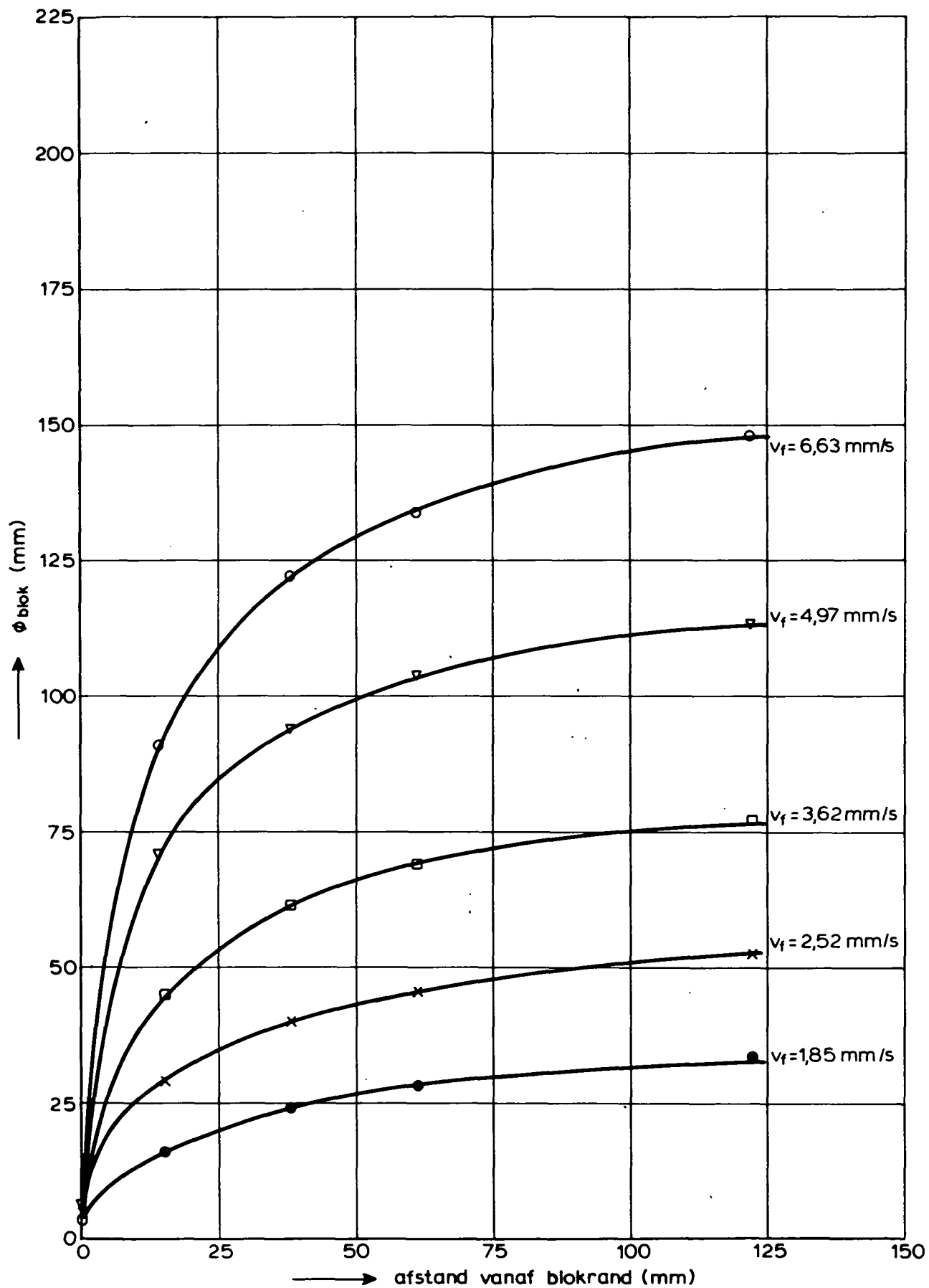


STIJGHOOGTE ONDER BLOK T.O.V. BOVEN BLOK
 $\bar{s} = 0,1 \text{ mm}$, $s_{\text{lokaal}} = 0,0 \text{ mm}$

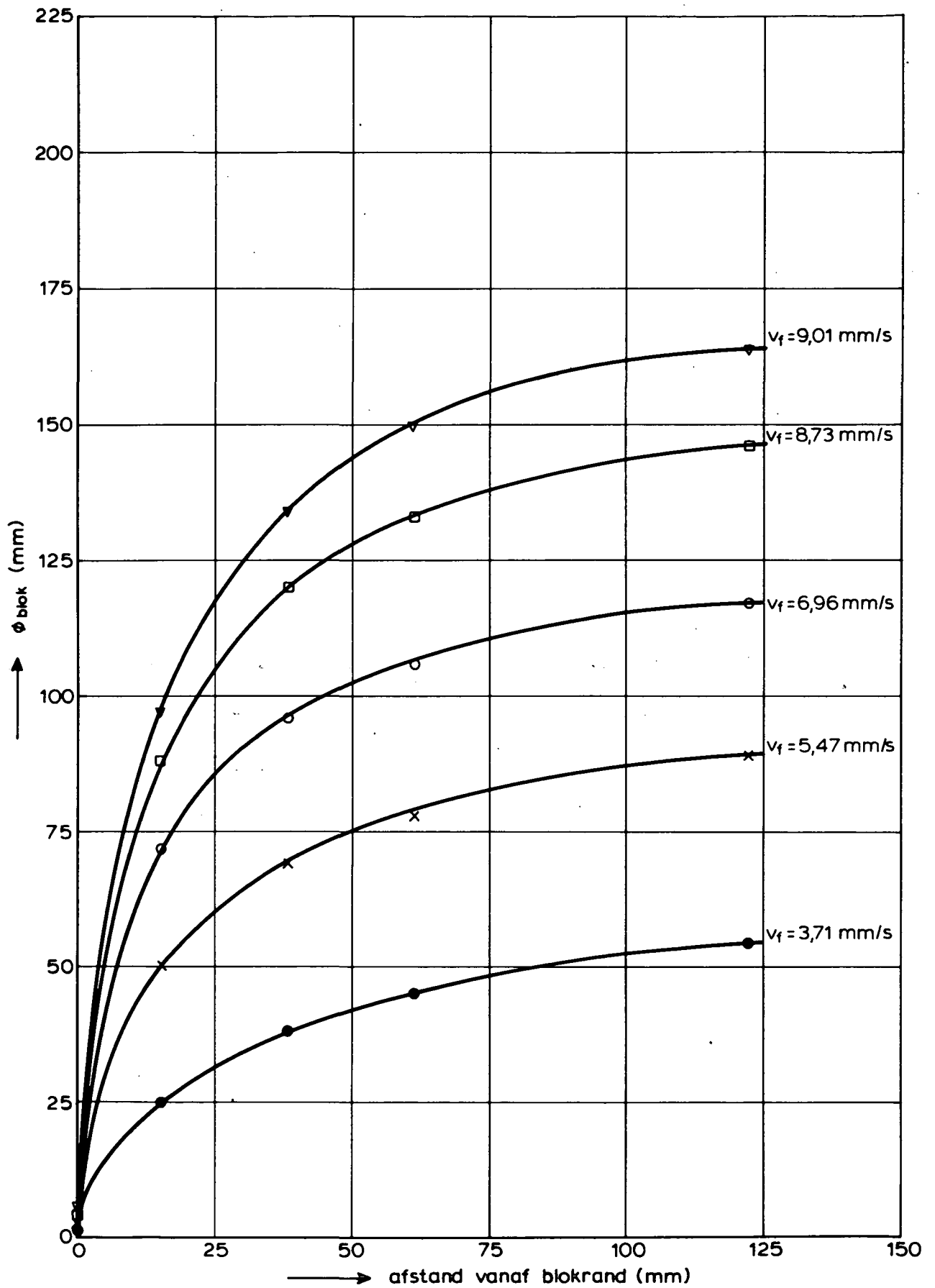


STIJGHOOGTE ONDER BLOK T.O.V. BOVEN BLOK

$\bar{s} = 1,1$ mm, $s_{\text{lokaal}} = 1,0$ mm

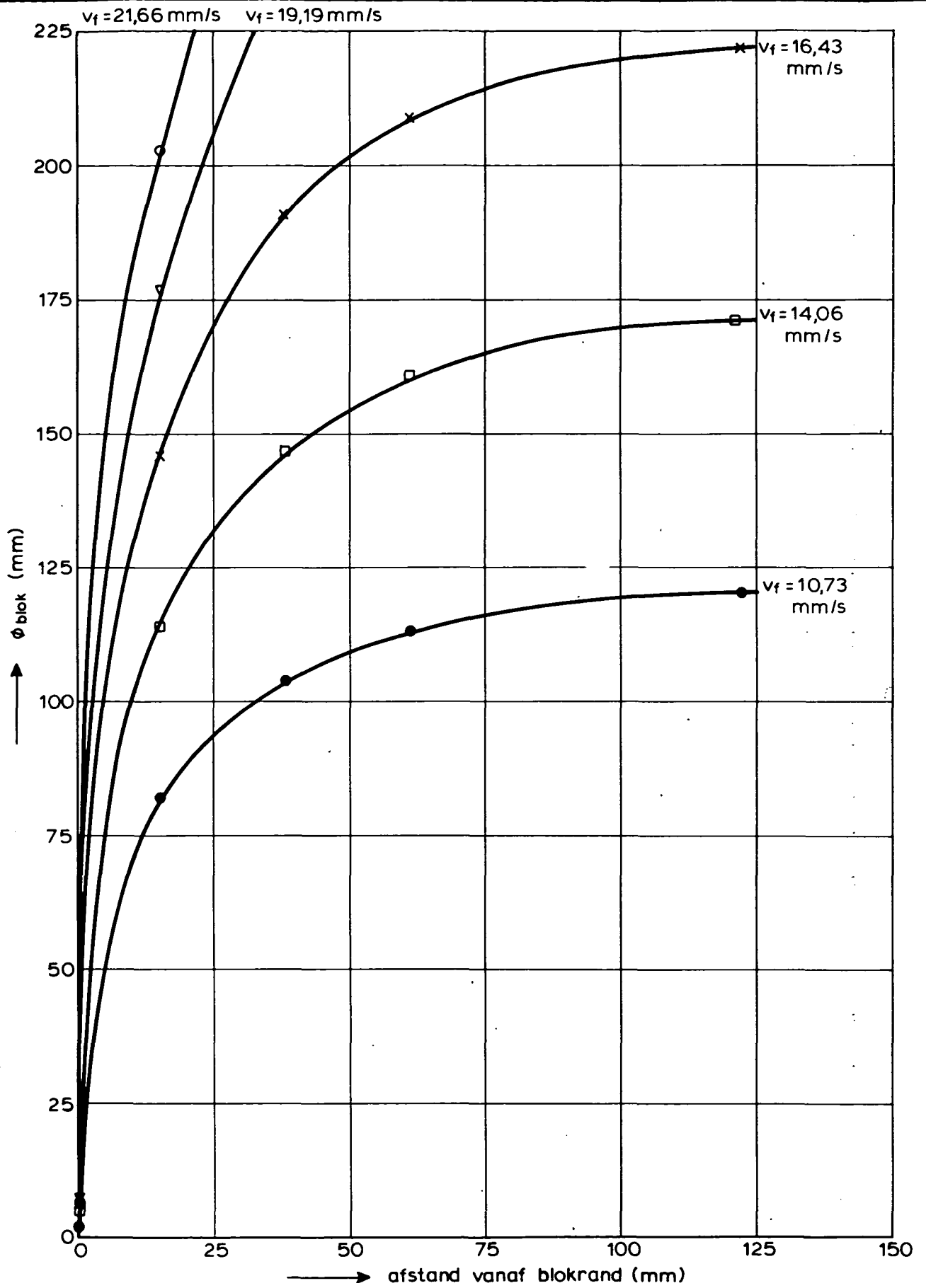


STIJGHOOGTE ONDER BLOK T.O.V. BOVEN BLOK
 $\bar{s} = 2,2 \text{ mm}$, $s_{\text{lokaal}} = 2,1 \text{ mm}$

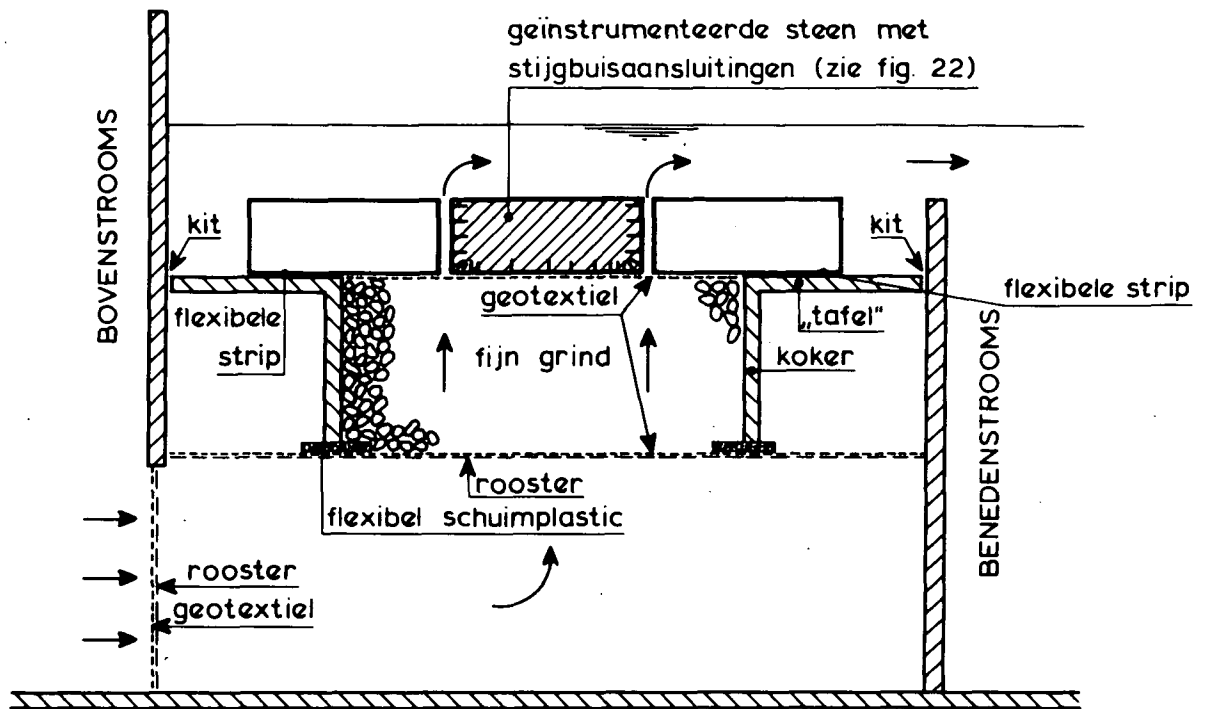


STIJGHOOGTE ONDER BLOK T.O.V. BOVEN BLOK

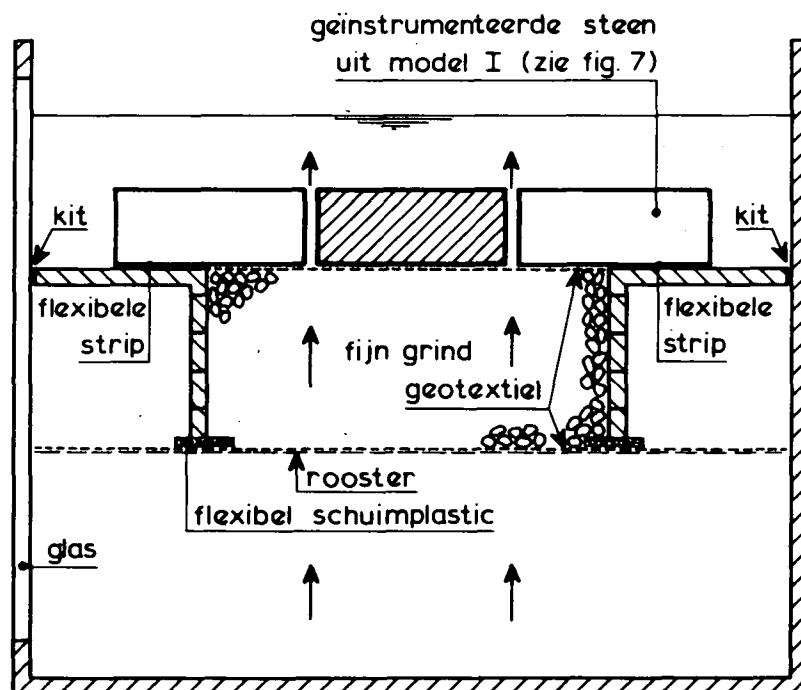
$\bar{s} = 5,1$ mm, $s_{lokaal} = 5,0$ mm



STUJGHOOGTE ONDER BLOK T.O.V. BOVEN BLOK
 $\bar{s} = 19.2$ mm, $s_{\text{lokaal}} = 18.6$ mm

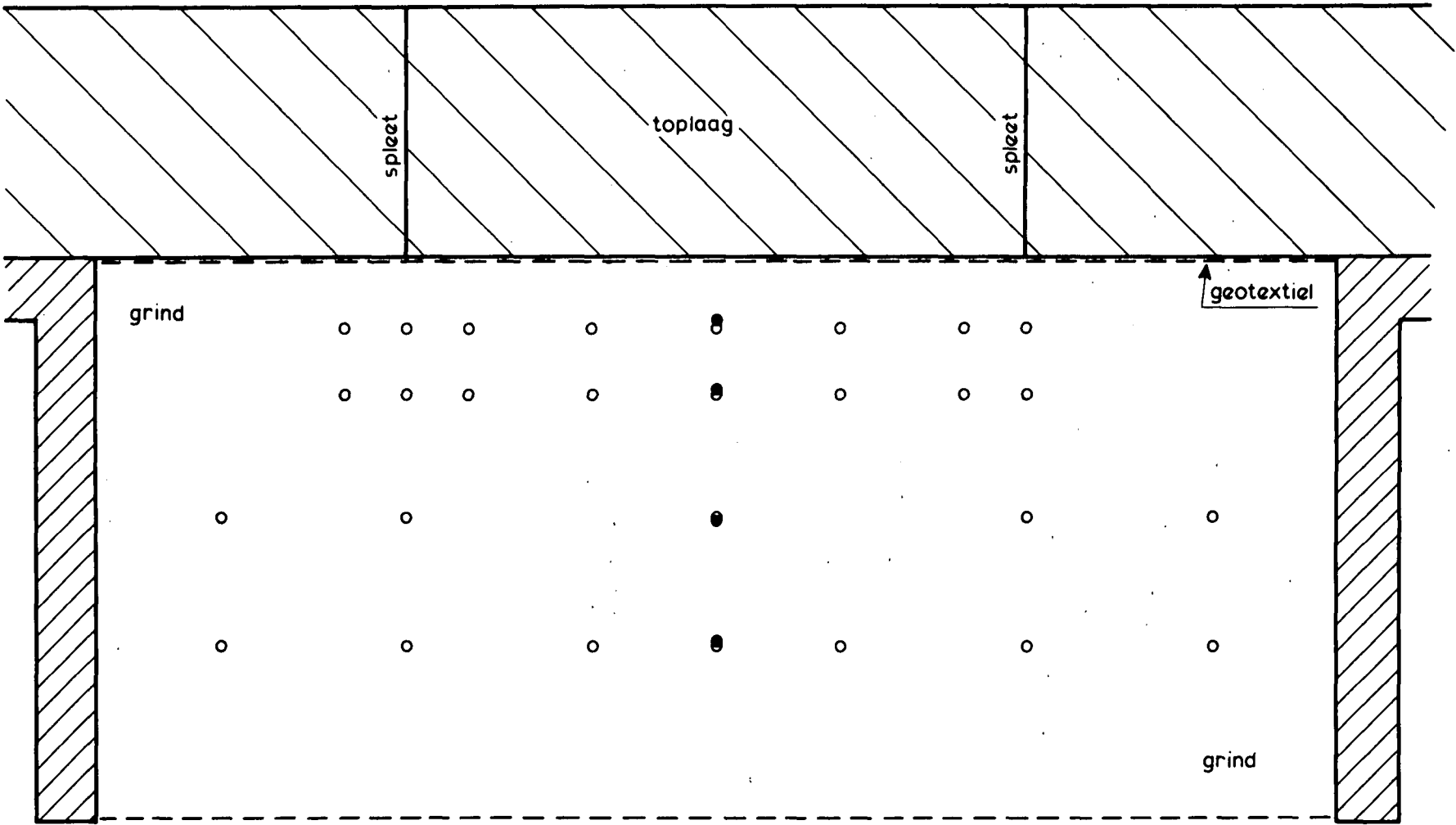


VERTIKALE LANGSDOORSNEDE



VERTIKALE DWARSDOORSNEDE

MODELOPSTELLING II



- stijgbuisaansluiting aan glaswand - zijde
- stijgbuisaansluiting aan achterwand - zijde

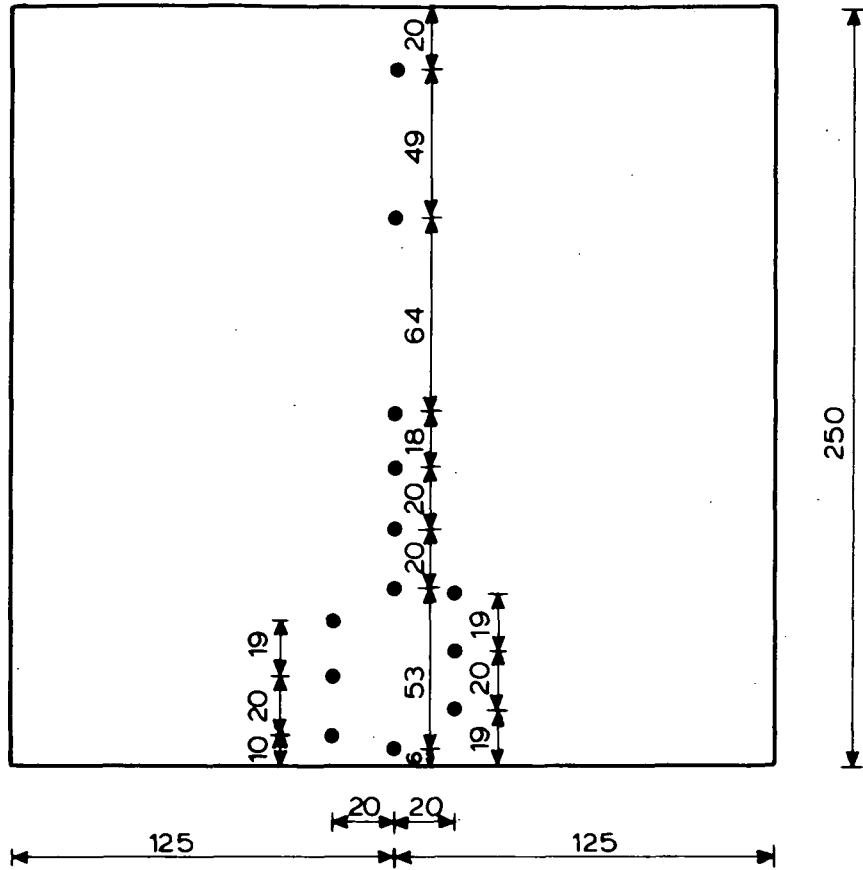
STIJGBUISAANSLUITINGEN IN GRIND

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

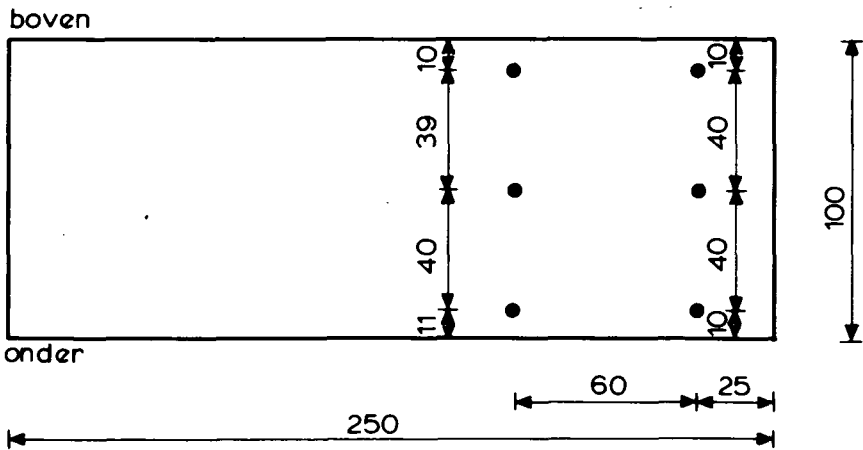
SCHAAL 1:2,5

H 195

FIG. 22



ONDERAANZICHT



ZIJAANZICHT

● = uitmonding stijgbuisje

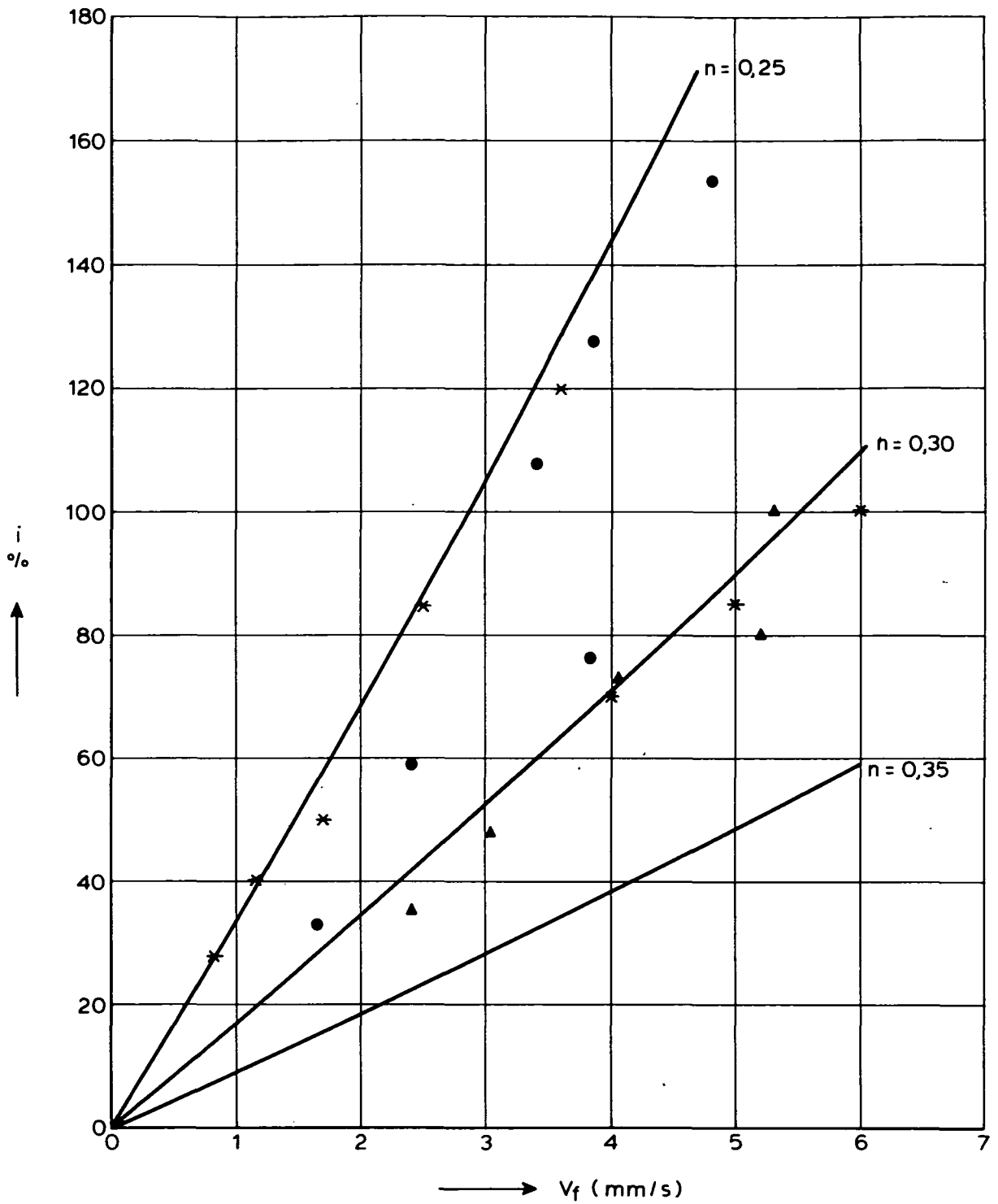
GEINSTRUMENTEERDE STEEN (MODEL II)

SCHAAL 1:2,5

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

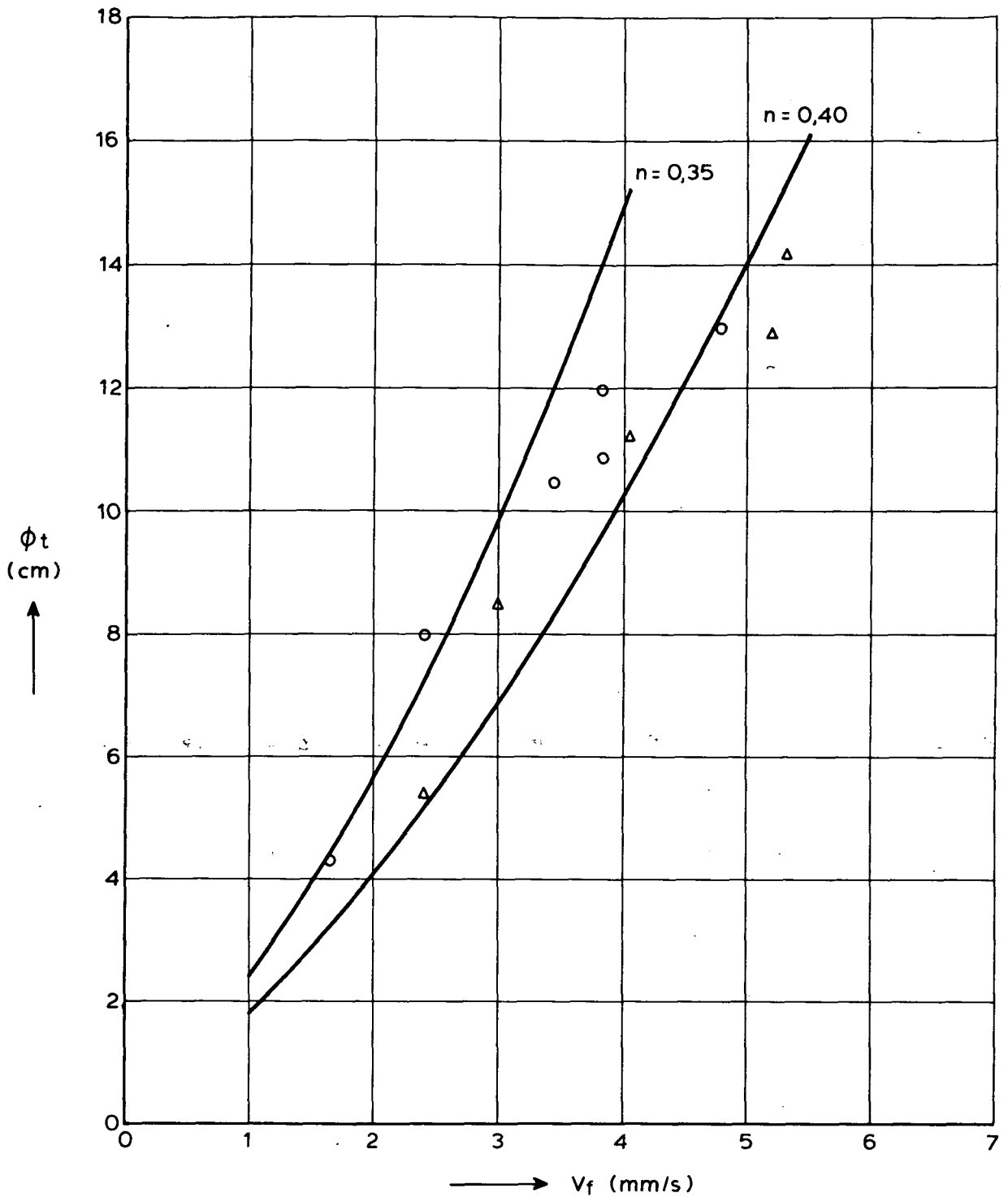
H 195

FIG. 23



- T1 } herhalingsmetingen (model II)
- ▲ T2 }
- * enkele metingen met opstelling I
- theorie van Forchheimer

DOORLATENDHEID FIJN GRIND



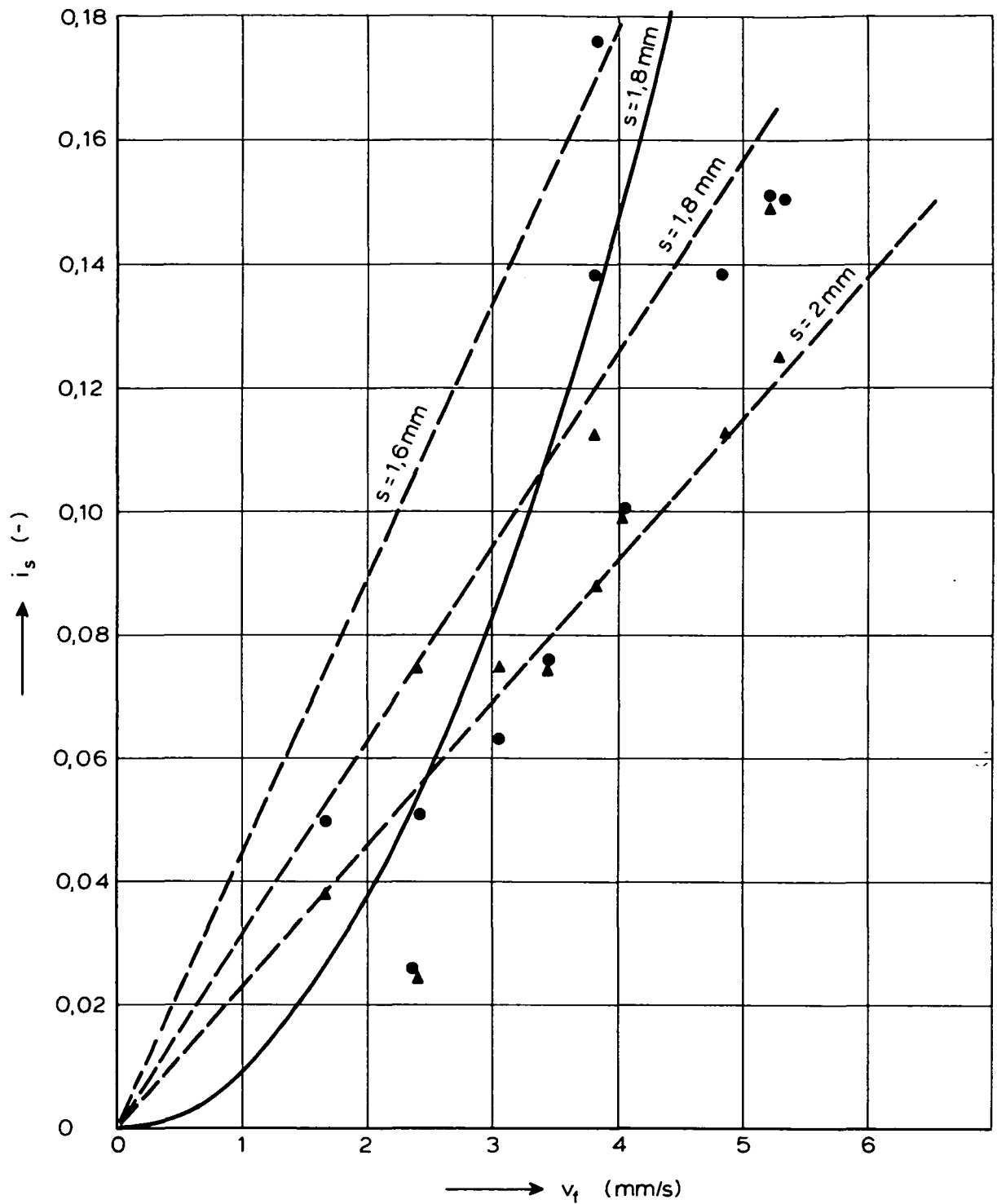
O T1 } gemeten met opstelling II (s = 1,6 mm)
 Δ T2 }
 ————— berekend

VERVAL OVER TOPLAAG AFV FILTERSNELHEID

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

H 195

FIG. 25



Re (-)
 0 100 200 300 400 500 600

$$Re = \frac{v_t BL}{\nu(B+L)}$$

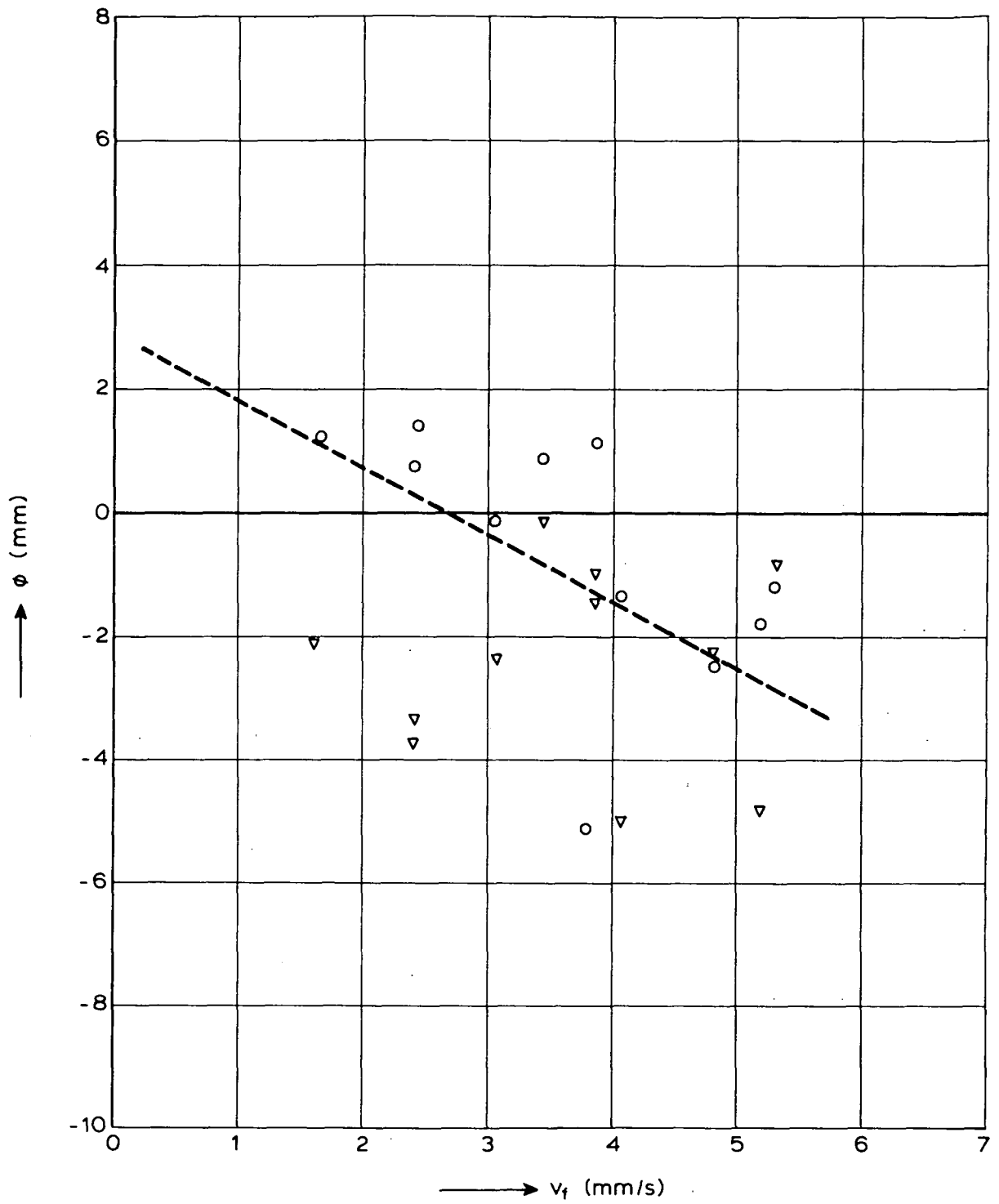
gemeten { ● = bij het midden
 ▲ = bij de hoek

berekend: { --- = laminaire stroming
 — = turbulente stroming

(lineaire regressie)

gemeten spleetbreedte : $s = 1,6$ mm

VERHANG IN DE SPLEET (MODEL II)

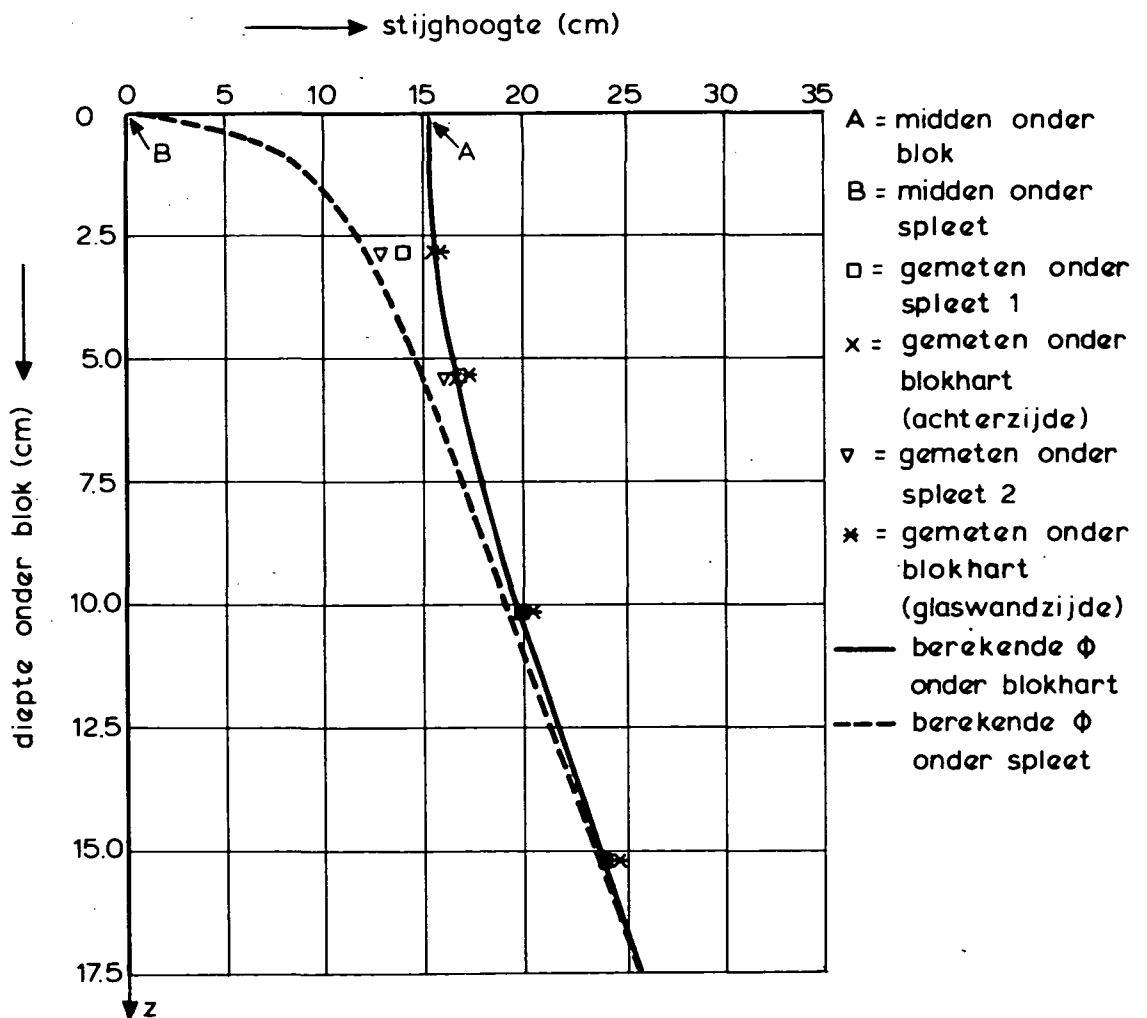
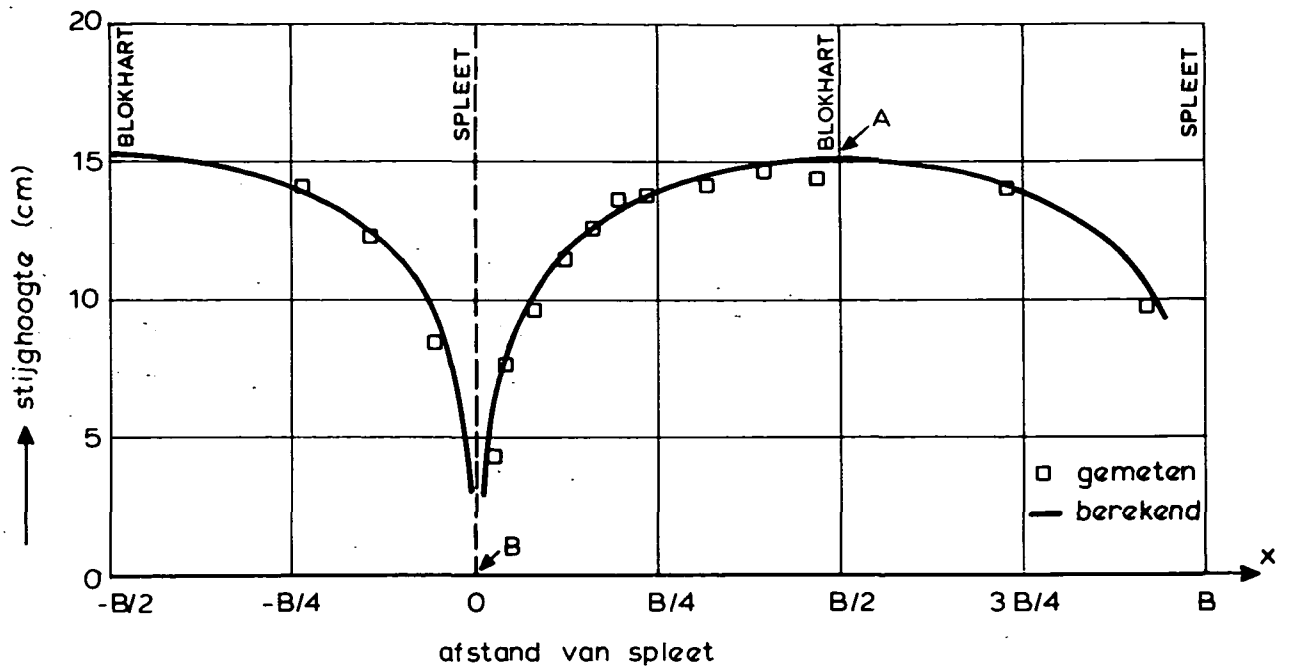


STUIGHOOGTE BOVENIN DE SPLEET

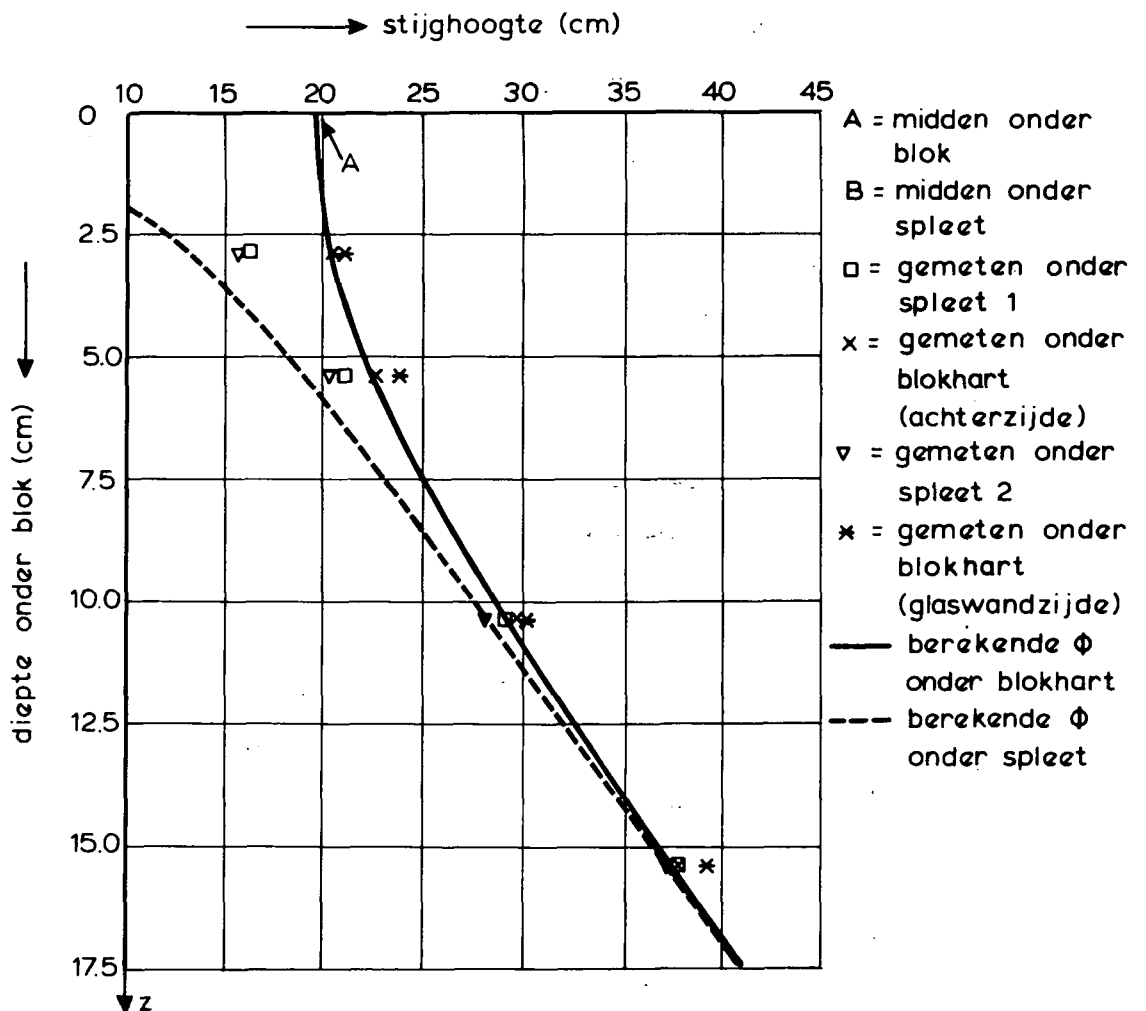
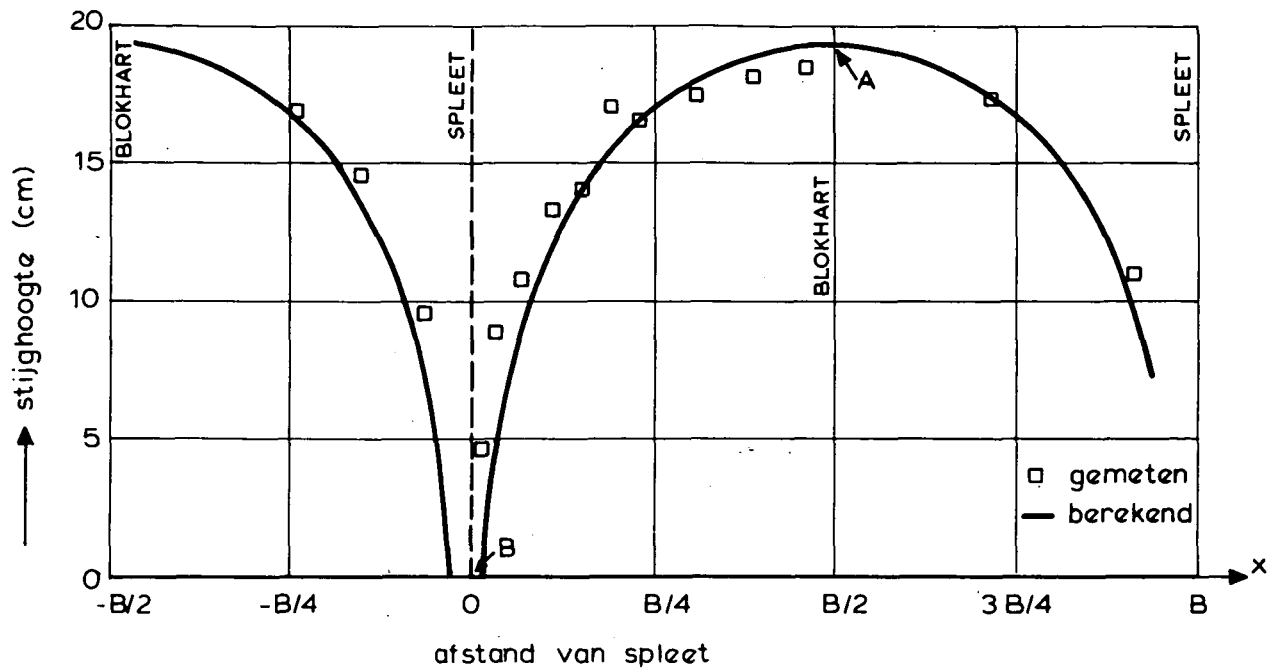
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

H. 195

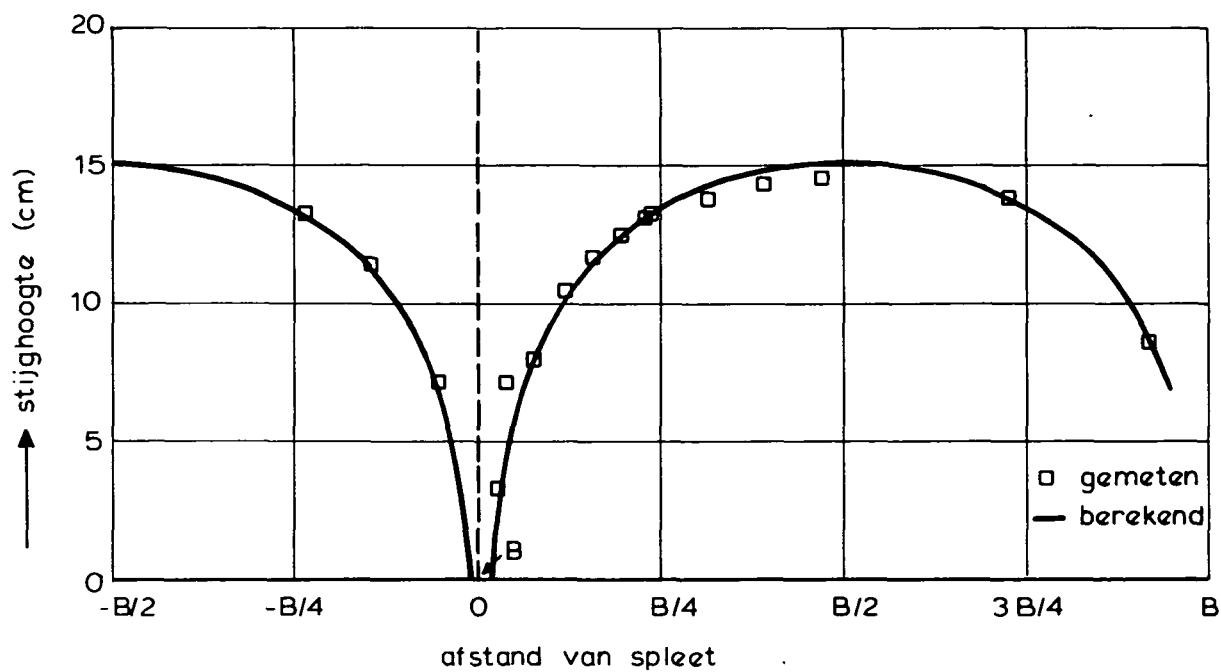
FIG. 27



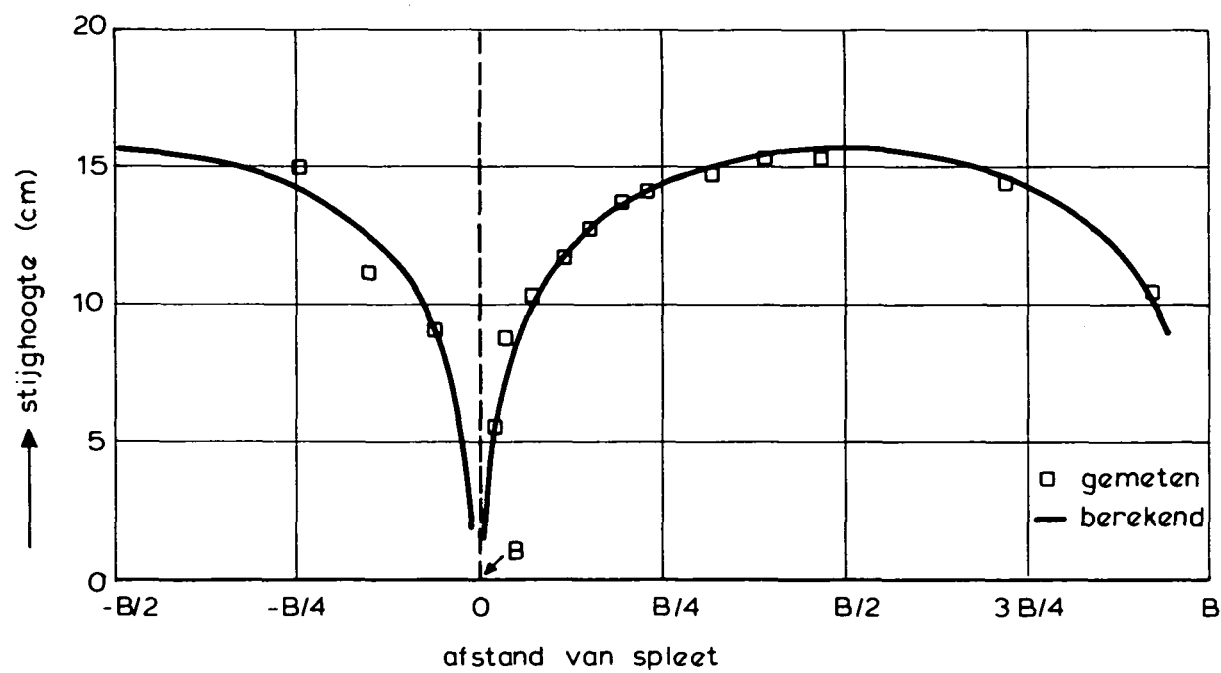
STIJGHOOGTE IN HET GRIND
 T_1 ; $v_f = 3,87$ mm/s



STIJGHOOGTE IN HET GRIND
T1; $v_f = 4,8$ mm/s

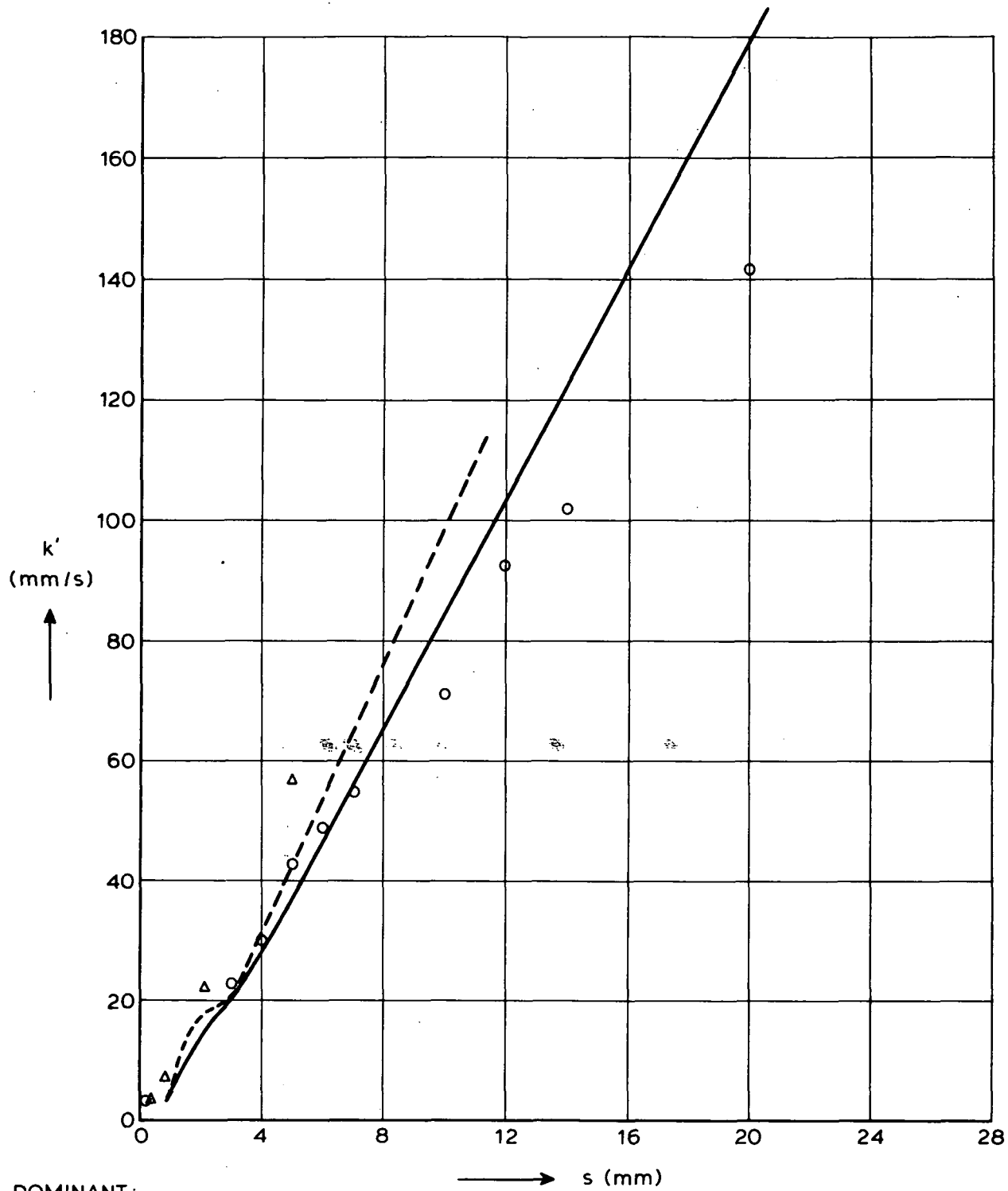


T1; $v_f = 3,46 \text{ mm/s}$



T2; $v_f = 5,2 \text{ mm/s}$

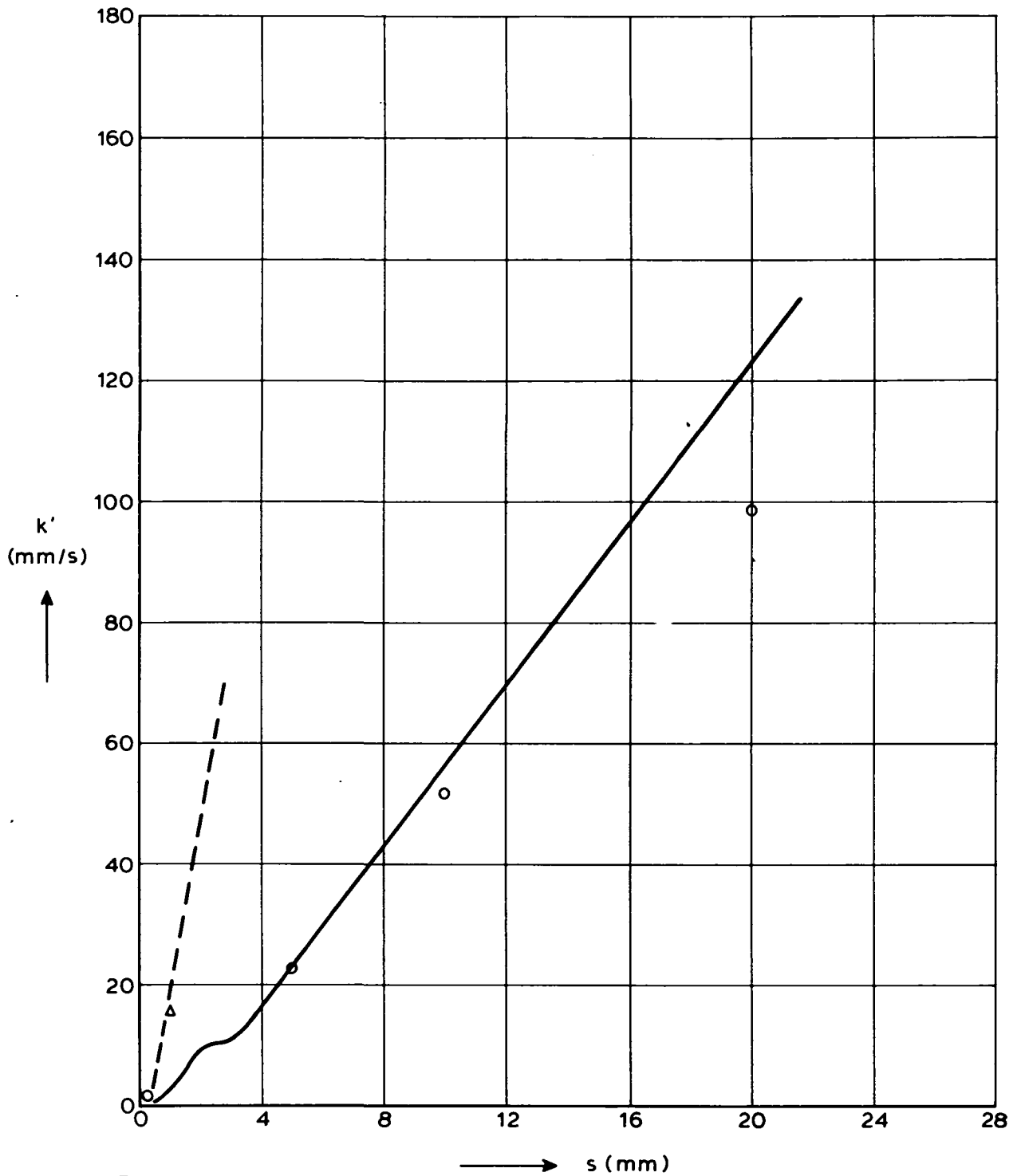
STIJGHOOGTE ONDER BLOK



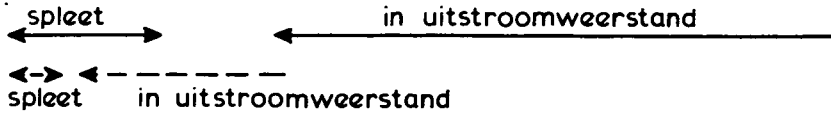
DOMINANT:
 ← spliet ← in/uitstroomweerstand →

- o gemeten [2]
 - Δ gemeten met model I
 - scherpe blokranden
 - versleten blokranden
- } berekend

DOORLATENDHEID BLOKKEN OP ROOSTER
 (0,25 x 0,25 x 0,10 m³)

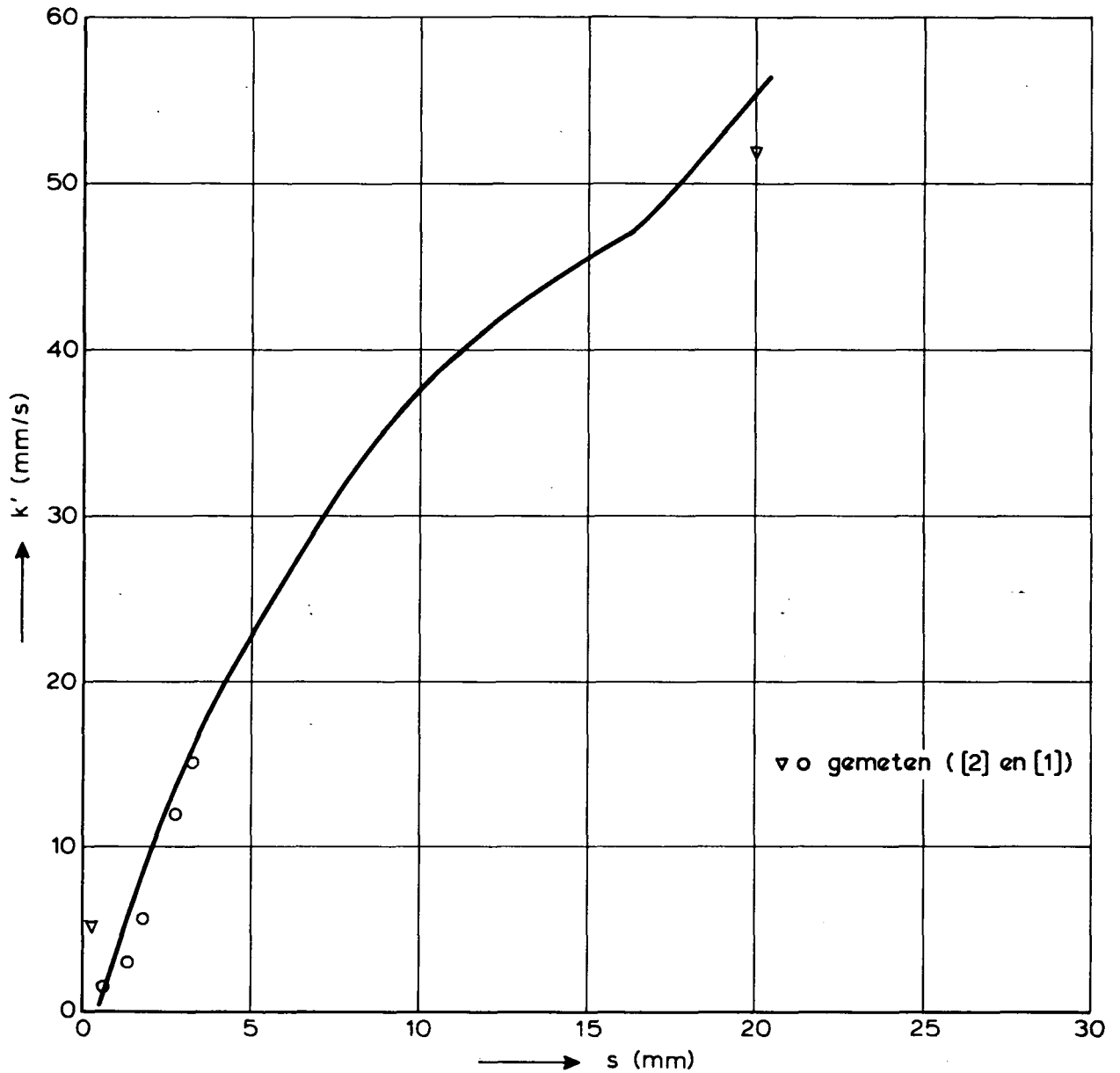


DOMINANT:

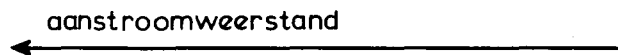
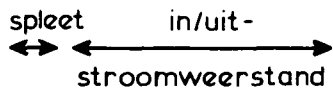


- o Δ gemeten [2]
- — — — — berekend
- o — blokken $0,5 \times 0,5 \times 0,2$ m³
- Δ — blokjes $0,04 \times 0,04 \times 0,02$ m³

DOORLATENDHEID BLOKKEN OP ROOSTER
 ($0,5 \times 0,5 \times 0,2$ m³ EN $0,04 \times 0,04 \times 0,02$ m³)



dominant:

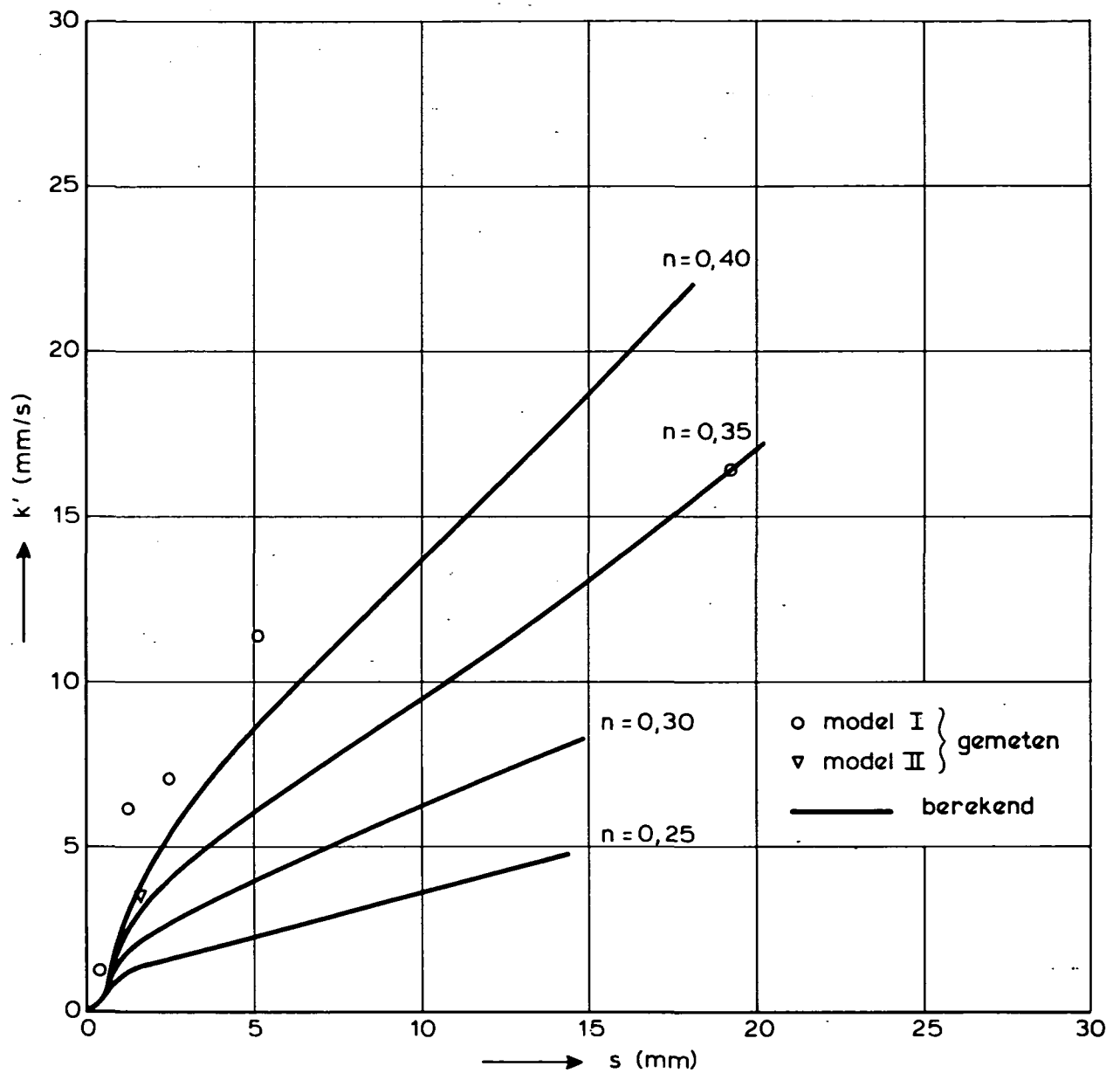


DOORLATENDHEID BLOKKEN OP GROF GRIND
(0,25 x 0,25 x 0,10 m³ OP 8-23mm GRIND)

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

H 195

FIG. 33

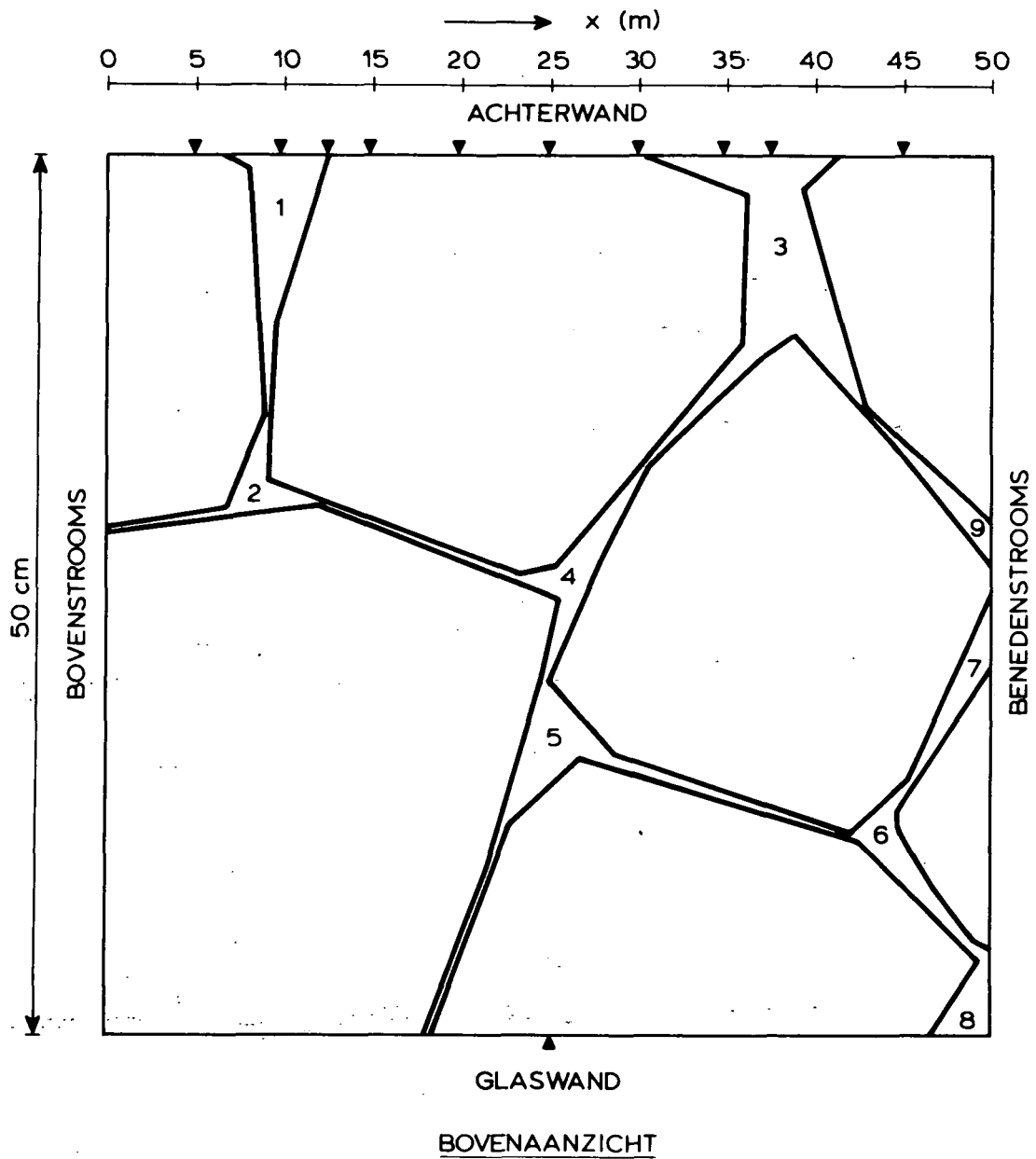


dominant:

spleet

aanstroomweerstand

DOORLATENDHEID BLOKKEN OP GEOTEXTIEL
OP FJN GRIND
($0,25 \times 0,25 \times 0,10 \text{ m}^3$; GRIND $D_{f15}=1,6 \text{ mm}$)



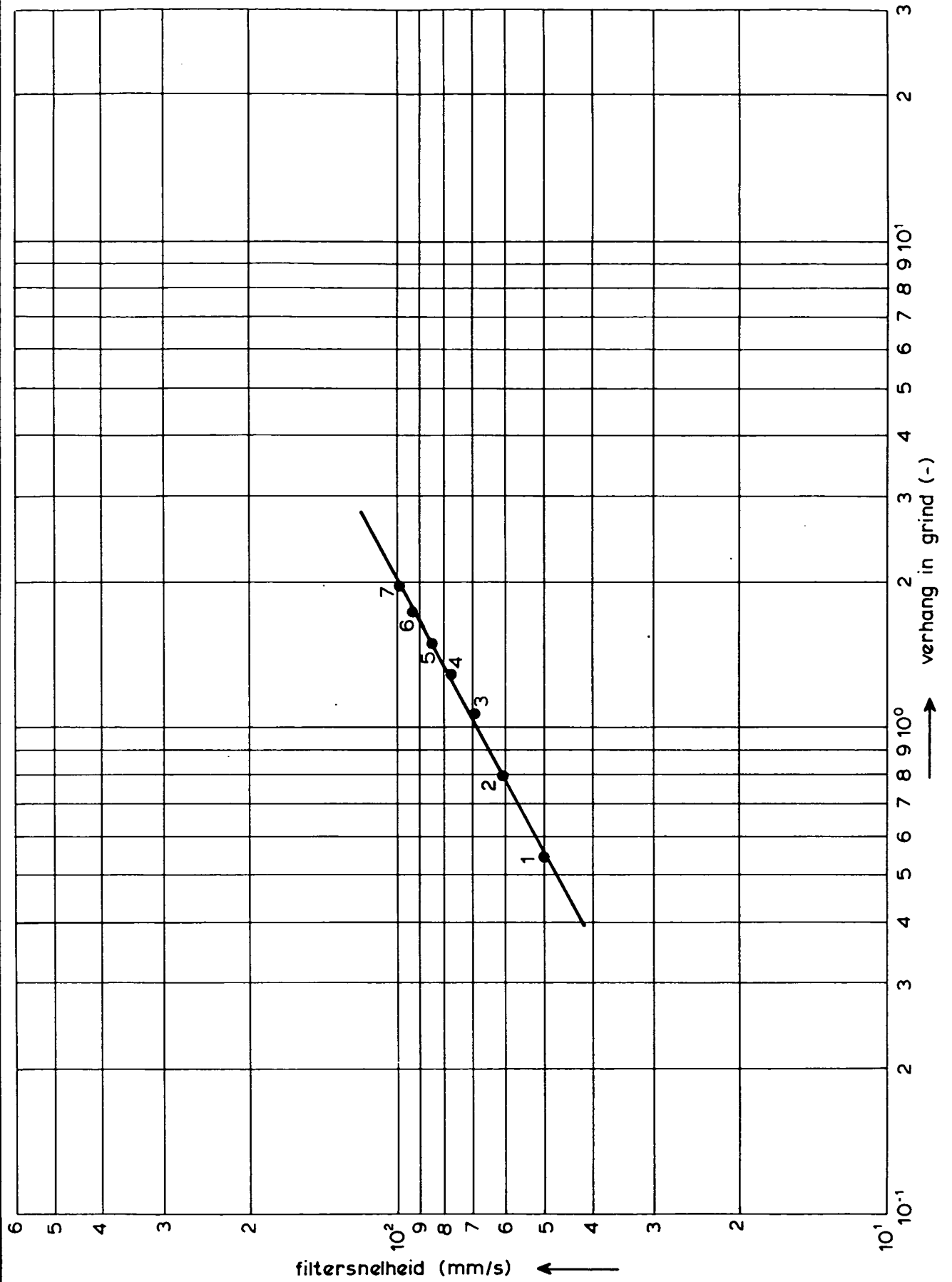
GRONDVLAK VAN BASALTONZETTING

SCHAAL 1:4

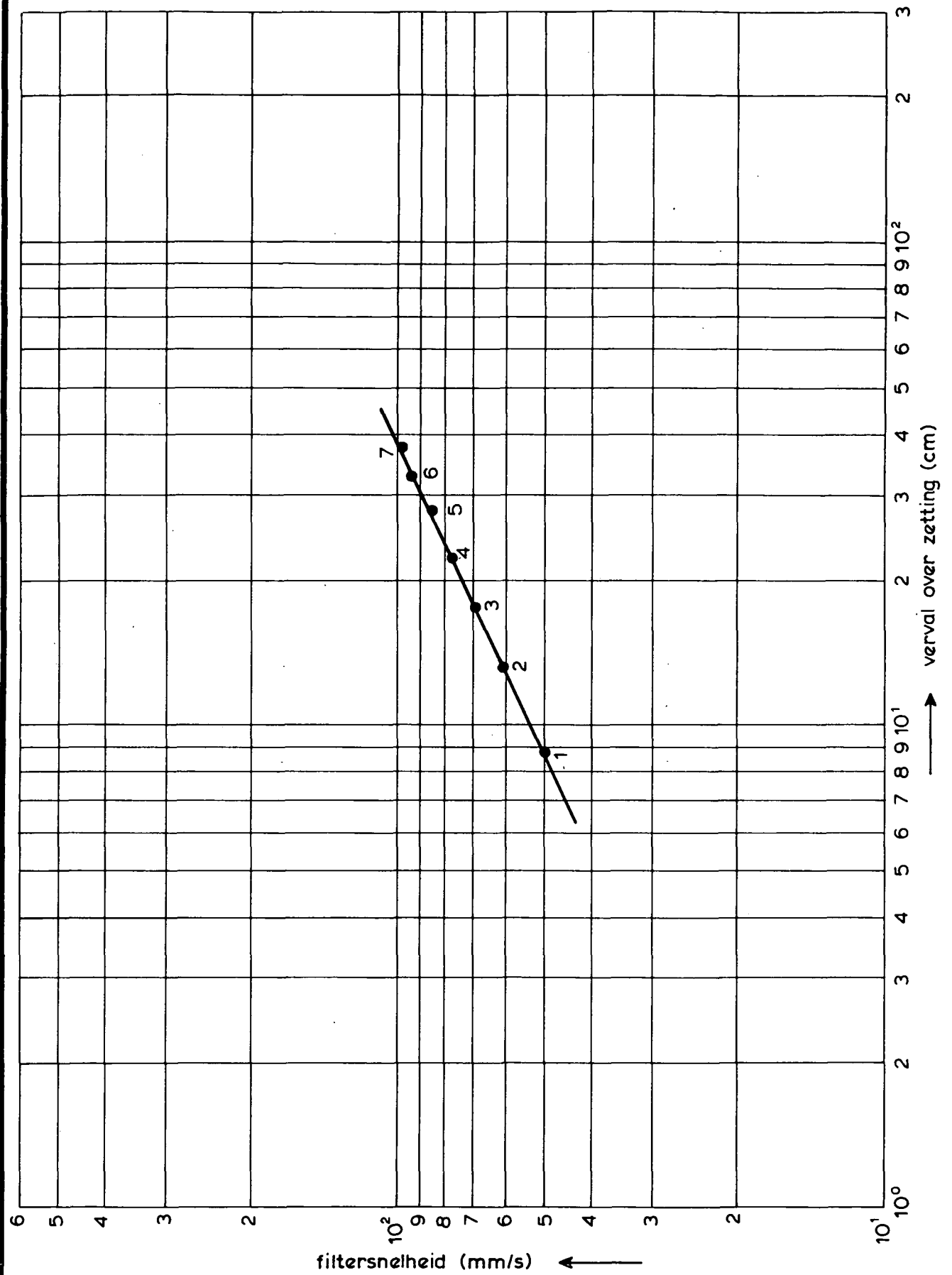
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

H 195

FIG. 35



DOORLATENDHEID VAN GRIND

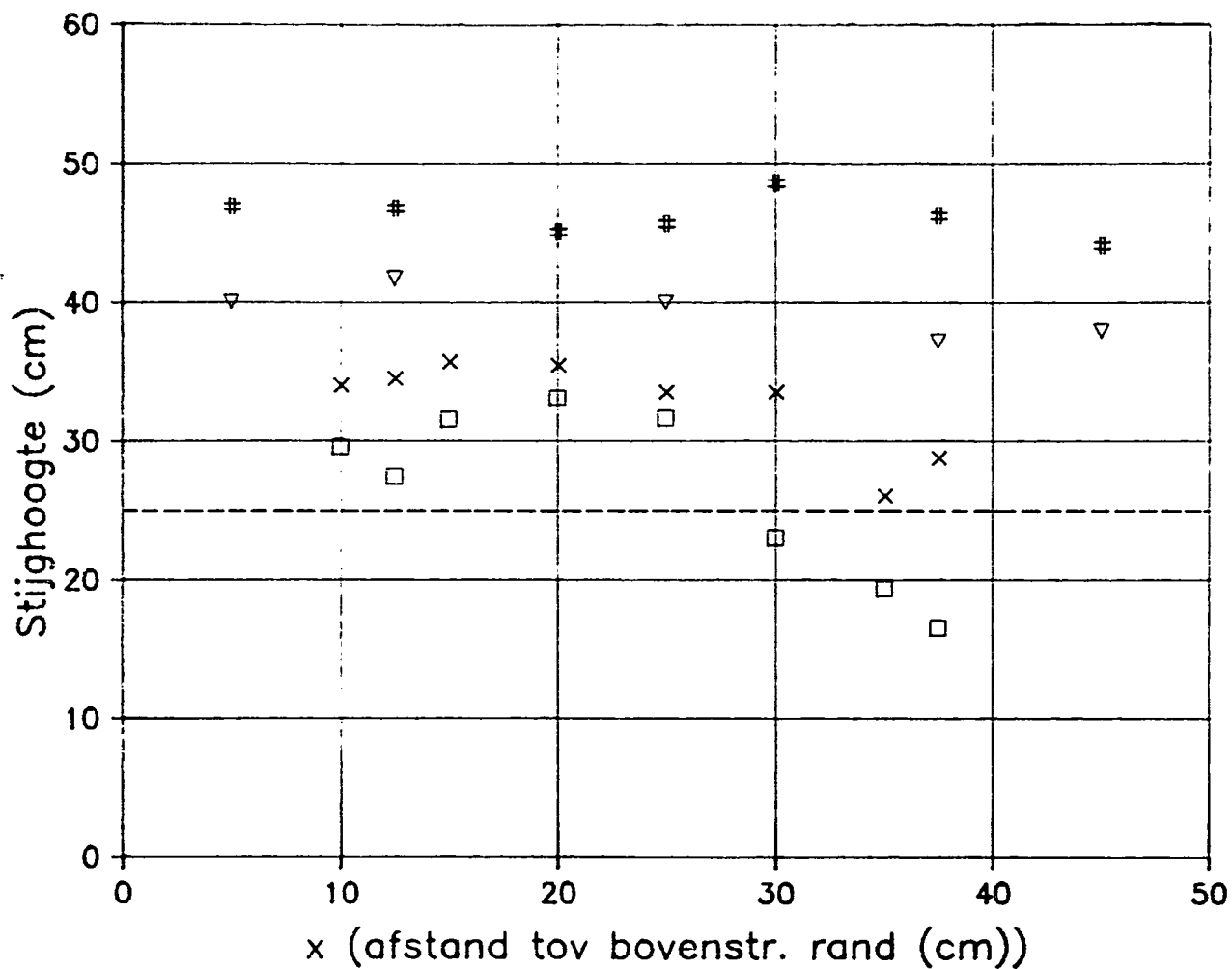


DOORLATENDHEID BASALTON OP GRIND

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

H 195

FIG. 37



- z = 2.9
- × z = 5.4
- ▽ z = 10.4
- # z = 15.4

STIJGHOOGTE ONDER BASALTON

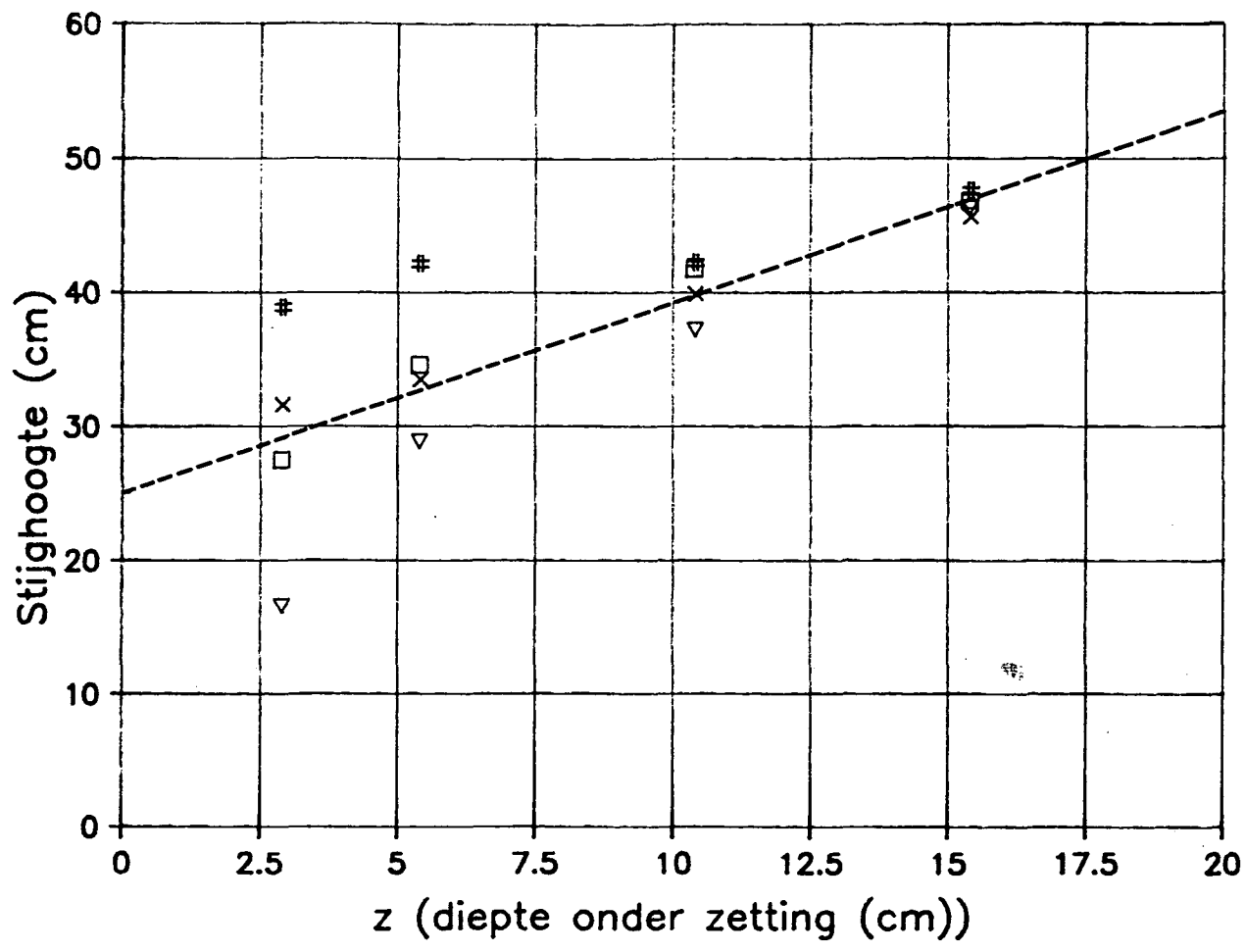
$v_f = 80 \text{ mm/s}$

$\phi_t = 25 \text{ cm}$

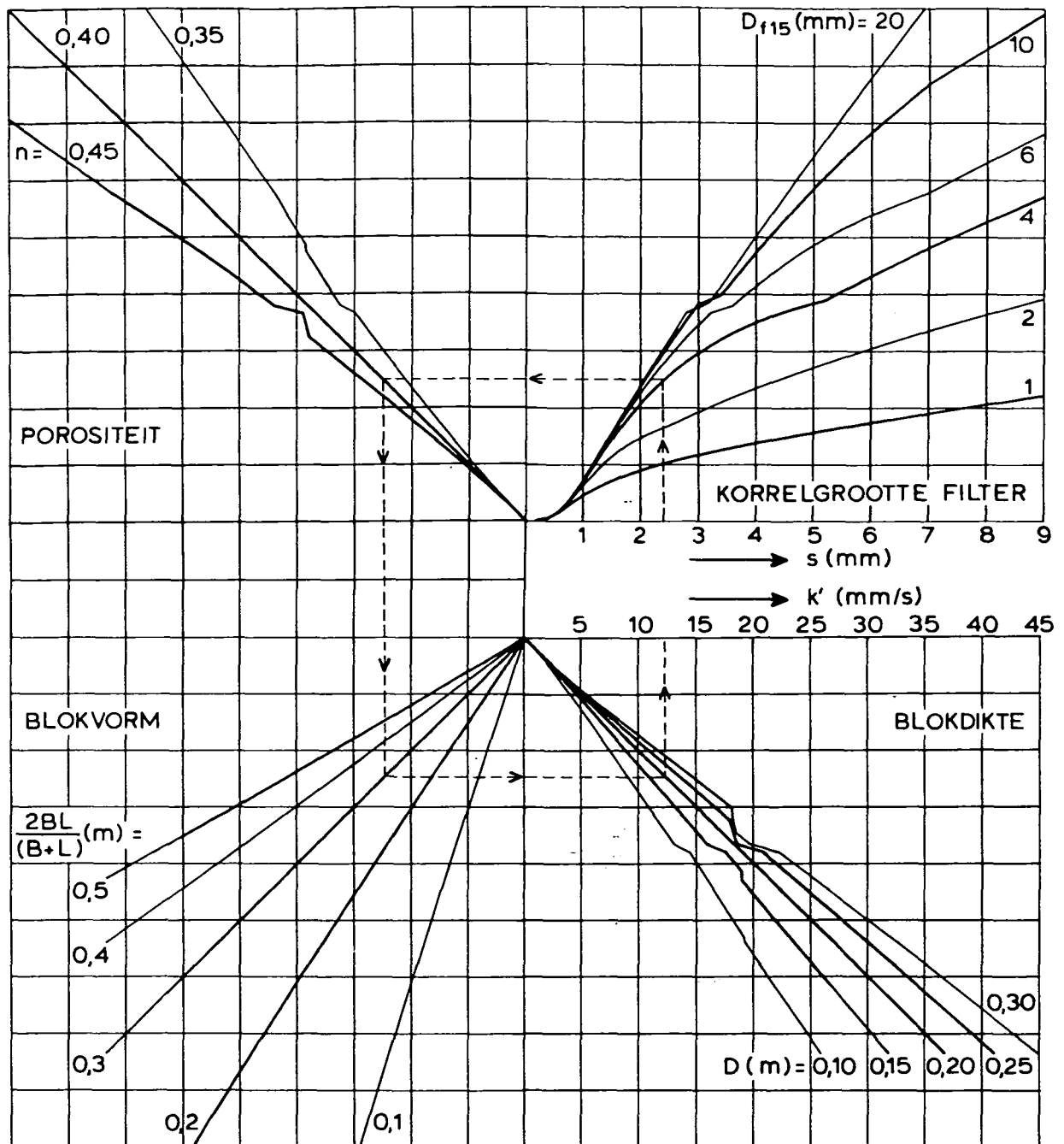
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

H 195

FIG. 38



- x = 12.5
- × x = 25
- ▽ x = 37.5
- # ruitzijde



s = spleetbreedte (m)

D_{115} = korrelgrootte filtermateriaal (m)

n = porositeit (-)

B = blokbreedte (m)

L = bloklengte (m)

D = blokdikte (m)

k' = gelineariseerde doorlatendheid van toplaag (m/s)

voorbeeld : s = 2,5 mm

D_{115} = 4 mm

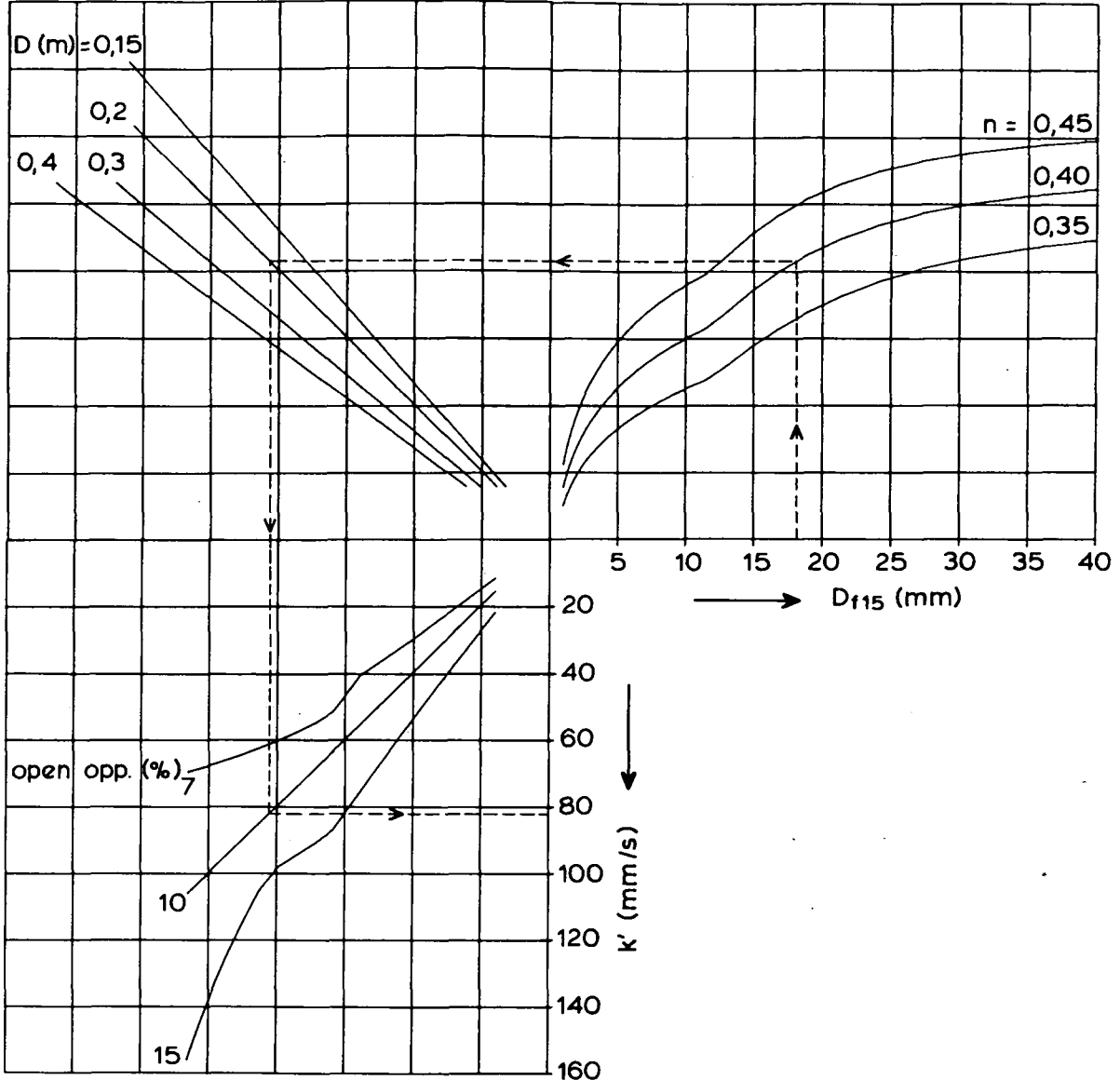
n = 0,4

$B = L = 0,3$ m

$D = 0,2$ m

$k' = 13$ mm/s

DOORLATENDHEID TOPLAAG (k') BESTAAANDE
UIT RECHTHOEKIGE DICHTE BLOKKEN



voorbeeld: $D_{f15} = 18 \text{ mm}$
 $n = 0.4$
 $D = 0.2 \text{ m}$
 open opp. = 10%

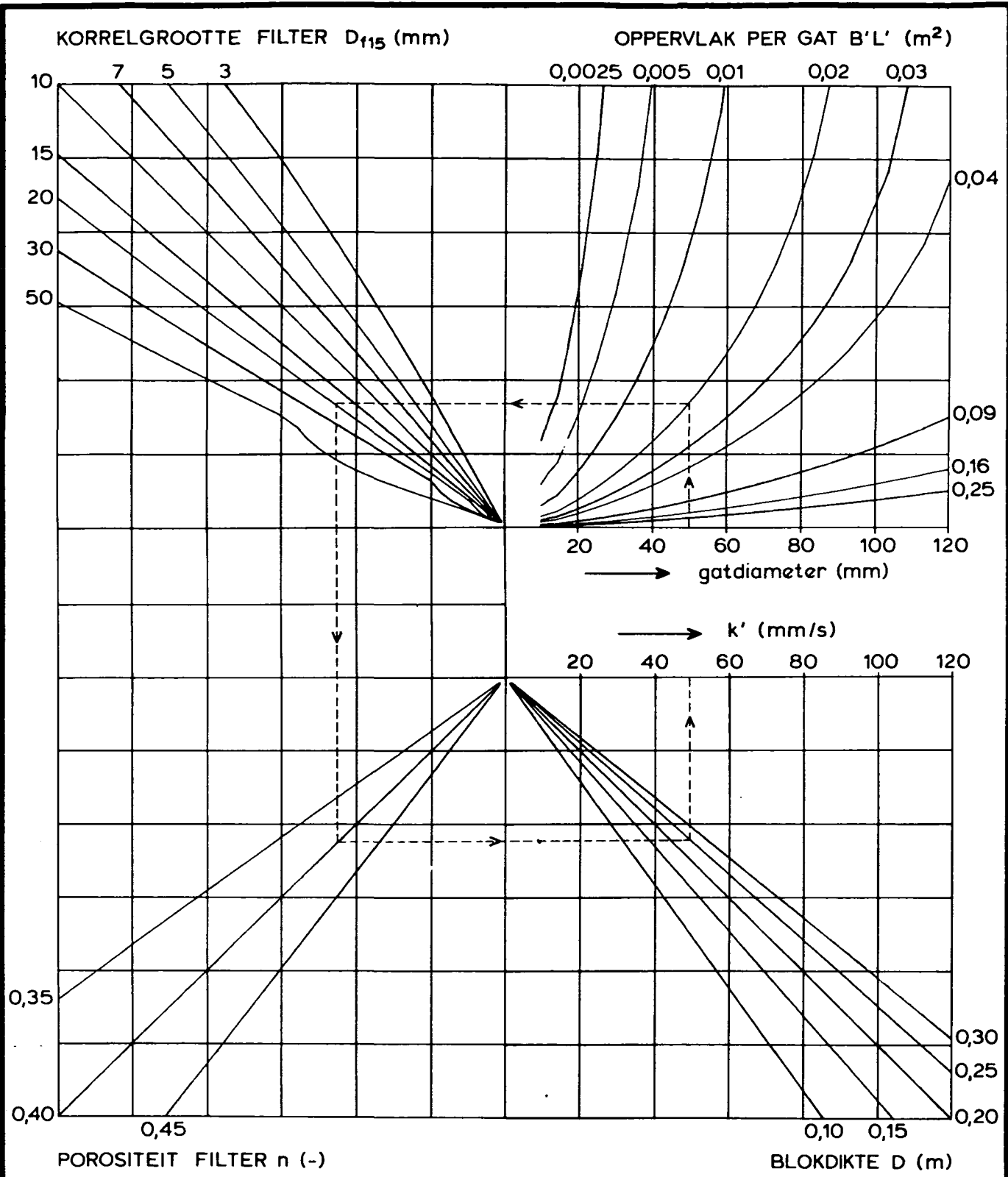
} $k' = 83 \text{ mm/s}$

DOORLATENDHEID BETONZUILEN

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

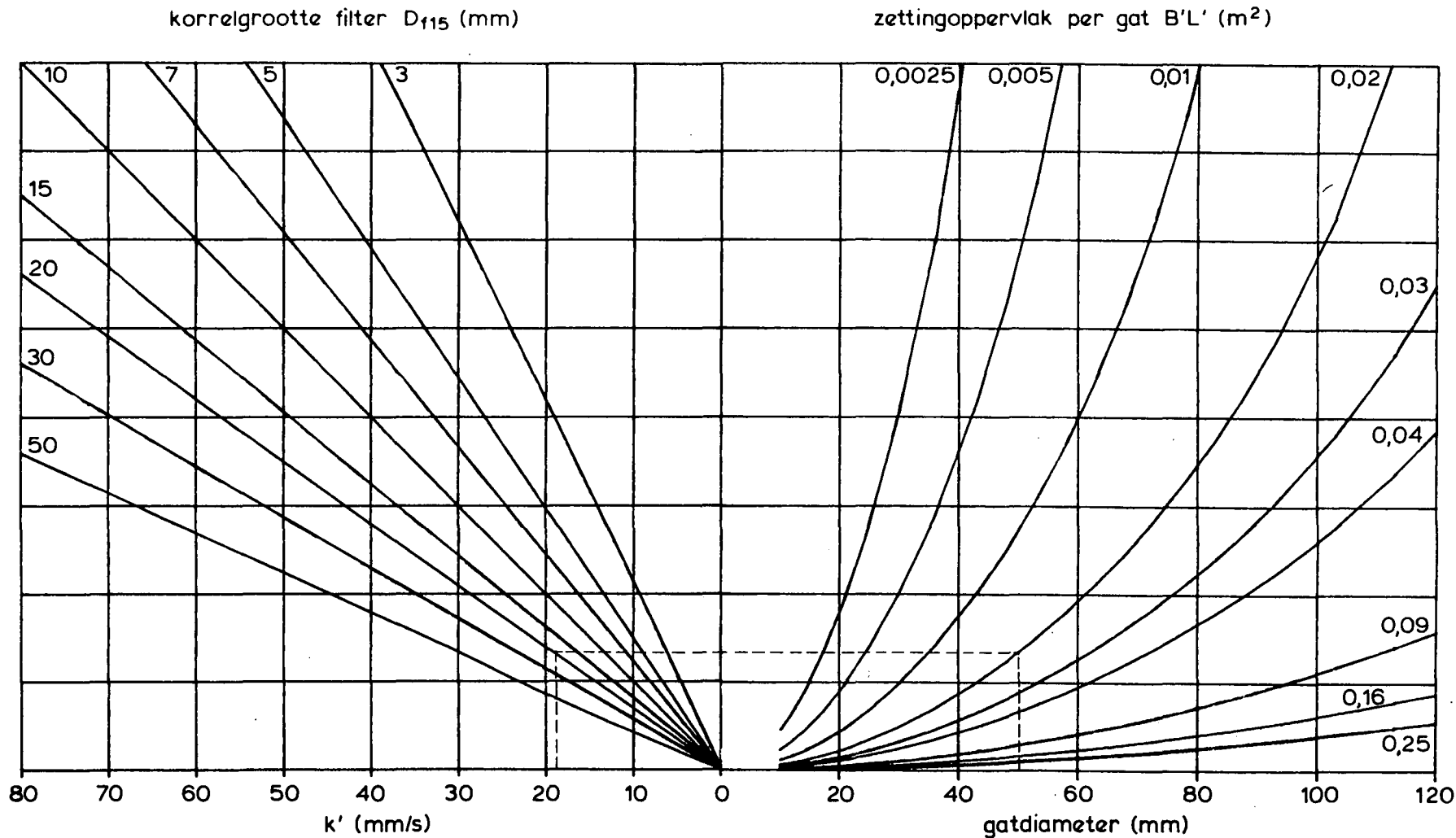
H 195

FIG. 41



voorbeeld : gatdiameter = 50 mm $D_{f15} = 20 \text{ mm}$
 gatafstand $B' = 0,15 \text{ m}$ $n = 0,4$
 gatafstand $L' = 0,13 \text{ m}$ $D = 0,25$

} $k' = 53 \text{ mm/s}$



voorbeeld : gatdiameter = 50 mm
 gatafstand B' = 0,15 m
 gatafstand L' = 0,13 m
 D₁₁₅ = 20 mm (ook in gat) } k' = 19 mm/s

geldig als : - korrelgrootte in gat gelijk aan filter
 - blokdikte : 0,10 < D < 0,30 m
 - porositeit filter : 0,35 < n < 0,45
 - porositeit gatvulling : n_v = 0,50

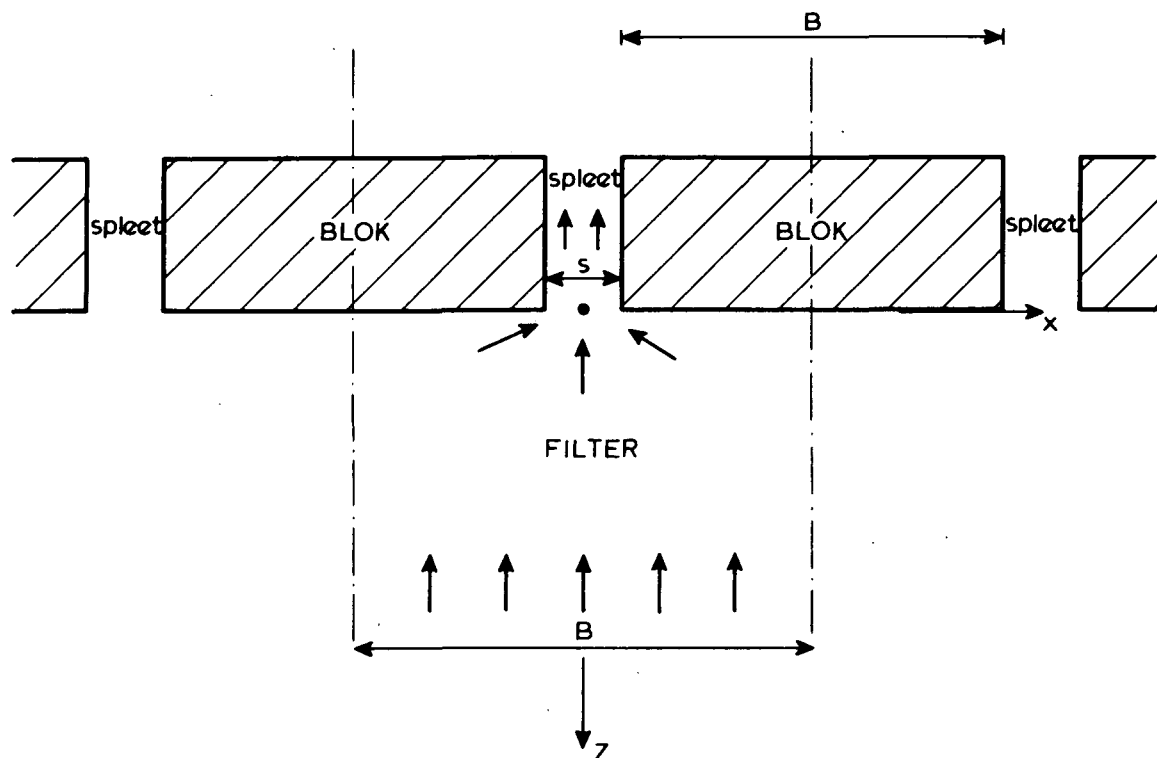
APPENDIX 1

Potentiaalstroming naar spleten

POTENTIAALSTROMING NAAR SPLETEN

1. Oneindig lange evenwijdige spleten

In [10] leidt Verruijt een uitdrukking af voor de complexe potentiaal in een filter met stroming naar een oneindig lange spleet:



$$\Omega = -\frac{jq}{\pi} \operatorname{arc} \sin \left(\frac{\sin (\pi (x + jz)/B)}{\sin (\frac{1}{2} \pi s/B)} \right) \quad (A1)$$

- Ω = complexe potentiaal = $\phi_c + j\psi_c$
- ϕ_c = potentiaal-functie (m^2/s)
- ψ_c = stroom-functie (m^2/s)
- $j^2 = -1$
- q = debiet per meter (m^2/s)
- x, z = coördinaten (m)
- B = blokbreedte (m)
- s = spleetbreedte (m)

Deze formule is als volgt te herschrijven:

$$\sin \left(\frac{\pi}{q} (\phi_c \cdot j - \psi_c) \right) = \frac{\sin ((\pi (x + jz)/B)}{\sin (\frac{1}{2} \pi s/B)} \quad (A2)$$

Uitwerken van de linker term leidt tot:

$$\sin(j \pi \phi_c/q) \cos(\pi \psi_c/q) - \cos(j \pi \phi_c/q) \sin(\pi \psi_c/q) = \frac{\sin (\pi (x + jz)/B)}{\sin (\frac{1}{2} \pi s/B)} \quad (A3)$$

Substitutie van $\sin(jy) = j \sinh(y)$ en $\cos(jy) = \cosh(y)$ levert het volgende op:

$$j \sinh(\pi \phi_c/q) \cos(\pi \psi_c/q) - \cosh(\pi \phi_c/q) \sin(\pi \psi_c/q) = \frac{\sin (\pi (x + jz)/B)}{\sin (\frac{1}{2} \pi s/B)} \quad (A4)$$

Deze formule is voor drie bijzondere gevallen omgewerkt naar een reële formule voor de stijghoogte:

- a) Direkt onder het blok ($z = 0$)
- b) In het filter, recht onder de spleet ($x = 0$)
- c) In het filter, recht onder het blokhart ($x = \frac{1}{2}B$)

ad a) Direkt onder het blok ($z = 0$)

In formule (A4) vullen we $z = 0$ in:

$$j \sinh(\pi \phi_c/q) \cos(\pi \psi_c/q) - \cosh(\pi \phi_c/q) \sin(\pi \psi_c/q) = \frac{\sin (\pi x/B)}{\sin (\frac{1}{2} \pi s/B)} \quad (A5)$$

Omdat rechts van het is-teken alleen een reële term staat, moet de complexe term links van het is-teken nul zijn. Dit is alleen mogelijk als:

$$\cos (\pi \psi_c/q) = 0$$

$$\text{zodat: } \sin (\pi \psi_c/q) = \pm 1$$

Ingevuld in formule (A5) levert dit het volgende op:

$$\pm \cosh (\pi \phi_c/q) = \frac{\sin (\pi x/B)}{\sin (\frac{1}{2} \pi s/B)} \quad (A6)$$

Omwerken van deze formule voor $x > \frac{1}{2} s$ leidt tot een formule voor de potentiaal-functie:

$$\phi_c = \frac{q}{\pi} \cdot \operatorname{arccosh} \left(\frac{\sin(\pi x/B)}{\sin(\frac{1}{2} \pi s/B)} \right) \quad (\text{A7})$$

De afgeleide van de potentiaal-functie is gelijk aan de filtersnelheid (afgezien van het min-teken). Samen met een doorlatendheidsformule is hiermee het verband tussen de potentiaal-functie en de stijghoogte te bepalen:

$$\frac{\partial \phi_c}{\partial x} = -v_f = -k \cdot i = k \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad \Rightarrow \quad \phi_c = k \cdot \phi + \text{constante}$$

Met formule (A7) volgt:

$$\phi = \frac{q}{k\pi} \cdot \operatorname{arccosh} \left(\frac{\sin(\pi x/B)}{\sin(\frac{1}{2} \pi s/B)} \right) \quad (\text{A8})$$

Deze formule geeft de stijghoogte ten opzichte van de stijghoogte in de spleet. De konstante q is, zoals later zal blijken, evenredig met het verhang op grote afstand van de toplaag.

ad b) In het filter, recht onder de spleet ($x = 0$)

In formule (A4) vullen we $x = 0$ in:

$$j \sinh(\pi \phi_c/q) \cos(\pi \psi_c/q) - \cosh(\pi \phi_c/q) \sin(\pi \psi_c/q) = j \cdot \frac{\sinh(\pi z/B)}{\sin(\frac{1}{2} \pi s/B)} \quad (\text{A9})$$

Omdat rechts van het is-teken alleen een complexe term staat, moet de reële term links van het is-teken nul zijn. Dit is alleen mogelijk als:

$$\sin(\pi \psi_c/q) = 0$$

$$\text{zodat: } \cos(\pi \psi_c/q) = \pm 1$$

Ingevuld in formule (A9) voor $z > 0$ en een bewerking zoals in ad a), leidt tot:

$$\phi_c = \frac{q}{\pi} \cdot \operatorname{arcsinh} \left(\frac{\sinh(\pi z/B)}{\sin(\frac{1}{2} \pi s/B)} \right) \quad (\text{A10})$$

Op grote afstand onder de toplaag ($z \gg s$), ontaardt formule (A10) in het volgende:

$$\phi_c = -\frac{q}{\pi} \ln 2 + \frac{q}{B} \cdot z \quad (\text{A11})$$

Voor het verhang geldt dan:

$$i = \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{1}{k} \frac{\partial \phi_c}{\partial z} = \frac{q}{Bk} \quad (\text{A12})$$

Hiermee is aangetoond dat q evenredig is met het verhang op grote afstand van de toplaag.

ad c) In het filter, recht onder het blokhart ($x = \frac{1}{2} B$).

In formule (A4) vullen we $x = \frac{1}{2} B$ in:

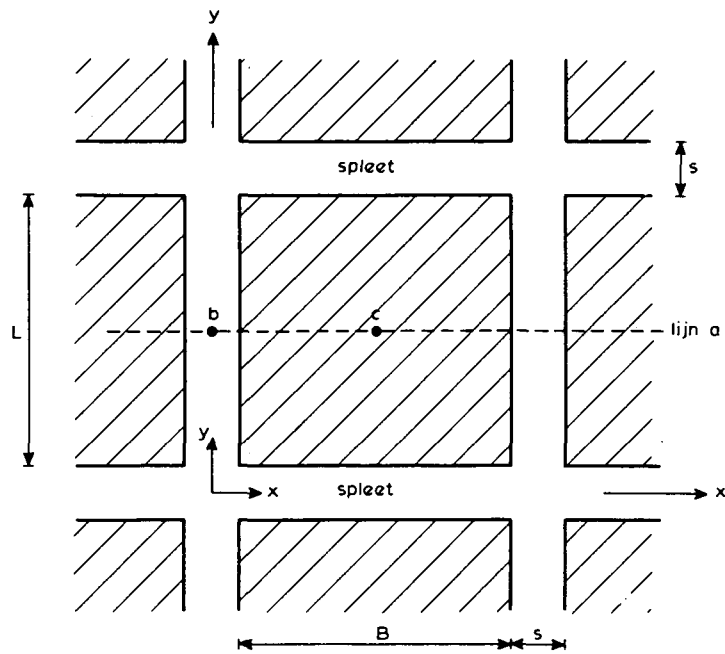
$$\begin{aligned} j \sinh\left(\frac{\pi \phi_c}{q}\right) \cdot \cos(\pi \psi_c/q) - \cosh(\pi \phi_c/q) \sin(\pi \psi_c/q) &= \\ &= \frac{\sin\left(\frac{1}{2} \pi + j \pi z/B\right)}{\sin\left(\frac{1}{2} \pi s/B\right)} = \frac{\cos(j \pi z/B)}{\sin\left(\frac{1}{2} \pi s/B\right)} \end{aligned} \quad (\text{A14})$$

Wordt deze formule op vergelijkbare wijze als in ad a) uitgewerkt, dan volgt hieruit:

$$\phi_c = \frac{q}{\pi} \cdot \operatorname{arccosh}\left(\frac{\cosh(\pi z/B)}{\sin\left(\frac{1}{2} \pi s/B\right)}\right) \quad (\text{A15})$$

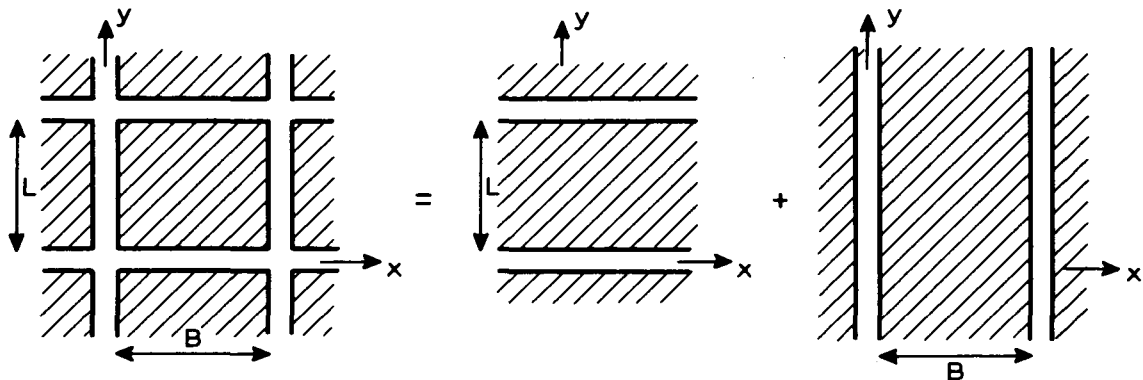
2. Stroming naar een toplaag met kruisende spleten

Bovenstaande formules zijn afgeleid voor het geval dat er oneindig lange, evenwijdige, spleten in de toplaag zijn. In werkelijkheid zijn er echter onderling loodrecht snijdende spleten:



Onderaanzicht van toplaag

Lineaire stroming naar kruisende spleten kan bij benadering opgesplitst gedacht worden in twee superponeerbare delen:



De stijghoogte behorende bij elk van deze delen is te beschrijven met formule (A8), (A11) en (A15), met dien verstande dat voor de stroming naar spleten evenwijdig aan de x-as de x-coördinaat in de formules moet worden vervangen door een y-coördinaat en B door L moet worden vervangen.

Het bovenstaande kan uitgewerkt worden voor de drie gevallen:

a) Onder het blok ($z = 0$; $y = \frac{1}{2} L$; x variabel).

Gebruik makend van de superpositie volgt uit formule (A7) een formule voor kruisende spleten:

$$\phi_c = \frac{q_1}{\pi} \operatorname{arccosh} \left(\frac{\sin(\pi x/B)}{\sin(\frac{1}{2} \pi s/B)} \right) + \frac{q_2}{\pi} \operatorname{arccosh} \left(\frac{\sin(\pi y/L)}{\sin(\frac{1}{2} \pi s/L)} \right) \quad (\text{A16})$$

Aannemende dat de snelheid in elke spleet gelijk is, geldt:

$$q_1 = q_2 \quad (\text{A17})$$

Invullen van formule (A17) in (A16) voor het geval dat $y = \frac{1}{2} L$ levert:

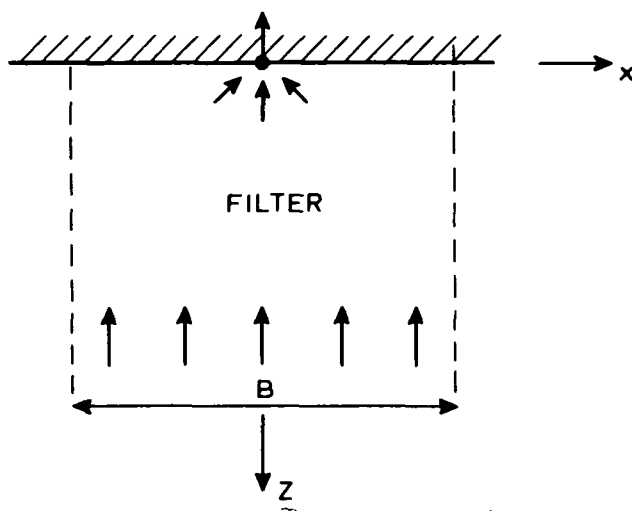
$$\phi_c = \frac{q}{\pi} \left(\operatorname{arccosh} \left(\frac{\sin(\pi x/B)}{\sin(\frac{1}{2} \pi s/B)} \right) + \operatorname{arccosh} \left(\frac{1}{\sin(\frac{1}{2} \pi s/L)} \right) \right) \quad (\text{A18})$$

Deze formule is te vereenvoudigen voor het geval dat $x > 2s$ en $s \ll B$:

$$\phi_c = \frac{q}{\pi} \left(\ln(\sin(\pi x/B)) + \ln\left(\frac{16 BL}{\pi^2 s^2}\right) \right) \quad (\text{A19})$$

Nadere analyse van formule (A18) laat zien dat de stijghoogte in de spleet nu niet meer gelijk aan nul is. Dit betekent dat aan de randvoorwaarde in de spleet, namelijk $\phi_c = 0$, formeel niet meer voldaan wordt.

In het navolgende wordt aannemelijk gemaakt dat deze fout slechts merkbaar is in een gebied vlak bij de spleet (afstand $< 2s$). Hiertoe wordt formule (A19) nogmaals afgeleid, echter nu uitgaande van een andere geometrie.



De spleet is geschematiseerd tot een infinitesimaal kleine uitstroomopening: een put. In [12] wordt voor de stroming in het filter de volgende uitdrukking gegeven:

$$\Omega = \frac{q}{\pi} \cdot \ln \left(\sinh \left(\pi \frac{(z + jx)}{B} \right) \right) \quad (\text{A20})$$

Onder het blok geldt dat $z = 0$:

$$\phi_c + j \psi_c = \frac{q}{\pi} \ln \left(\sinh \left(\pi \frac{jx}{B} \right) \right) \quad (\text{A21})$$

Omwerken levert het volgende op:

$$e^{\phi_c \pi/q} \left(\cos(\psi_c \pi/q) + j \sin(\psi_c \pi/q) \right) = j \sin(\pi x/B) \quad (\text{A22})$$

Het reële deel van het linker lid moet nul zijn, omdat rechts van het is-teken een zuiver complex getal staat:

$$\cos(\psi_c \pi/q) = 0$$

$$\text{zodat: } \sin(\psi_c \pi/q) = \pm 1$$

Invullen in formule (A22) geeft voor $0 < x < \frac{1}{2} B$:

$$e^{\phi_c \pi/q} = \sin(\pi x/B) \quad (\text{A23})$$

Hieruit volgt:

$$\phi_c = \frac{q}{\pi} \ln \left(\sin(\pi x/B) \right) \quad (\text{A24})$$

Het referentie-niveau van de potentiaal ligt dit keer midden onder het hart van het blok, want als $x = \frac{1}{2} B$ wordt ingevuld volgt dat $\phi_c = 0$.

Verleggen we het referentie-niveau naar dat in formule (A7) is gebruikt, dan wordt formule (A24):

$$\phi_c = \frac{q}{\pi} \ln \left(\sin(\pi x/B) \right) + \frac{q}{\pi} \ln \left(\frac{4B}{\pi s} \right) \quad (\text{A25})$$

Deze formule is nu gelijk aan formule (A7) mits $x > 2 s$ en $s \ll B$.

Voor de stroming in de Y-richting geldt de volgende formule:

$$\phi_c = \frac{q}{\pi} \ln (\sin(\pi y/L)) + \frac{q}{\pi} \ln \left(\frac{4 L}{\pi s} \right) \quad (A26)$$

Uit formule (A25) en (A26) volgt een formule voor stroming naar kruisende spleten door beide formules op te tellen voor $Y = \frac{1}{2} L$:

$$\phi_c = \frac{q}{\pi} \left(\ln (\sin(\pi x/B)) + \ln \left(\frac{16 BL}{\pi^2 s^2} \right) \right) \quad (A27)$$

Vergelijken we formule (A27) met (A19), dan zien we dat ze gelijk zijn.

De potentiaal bij de spleet, is voor de afleiding van formule (A27) echter totaal anders geweest, namelijk $-\infty$. Gekombineerd met een lokaal bij de spleet gewijzigde geometrie levert het toch dezelfde potentiaalfunctie in het filter op (als $x > 2 s$).

Hieruit kan gekonkludeerd worden dat het bezwaar dat de stijghoogte volgens formule (A18) in de spleet niet nul is, ongevangen zou kunnen worden door een lokale wijziging van de geometrie. Deze wijziging heeft alleen invloed op de stijghoogte vlak bij de spleet en niet voor $x > 2 s$.

Gezien het feit dat we geïnteresseerd zijn in de stijghoogte voor $x > 2 s$, hoeven we ons niet druk te maken over de lokale geometrie bij de spleet die past bij formule (A18). We kunnen gerust de formule gebruiken, wetende dat hij korrekt is voor $x > 2 s$.

Opgemerkt moet worden dat bovenstaande aanpak bij de kruising van de spleten leidt tot een wat groter gebied (orde 5 à 10 . s) dat beïnvloed wordt door de onjuiste randvoorwaarde.

- b) In het filter, recht onder de spleet ($x = 0$; $y = \frac{1}{2} L$; z variabel).

Gebruik makend van de superpositie volgt uit formule (A10) er (A15) een formule voor kruisende spleten:

$$\phi_c = \frac{q_1}{\pi} \operatorname{arcsinh} \left(\frac{\sinh (\pi z/B)}{\sin (\frac{1}{2} \pi s/B)} \right) + \frac{q_2}{\pi} \operatorname{arccosh} \left(\frac{\cosh (\pi z/L)}{\sin (\frac{1}{2} \pi s/L)} \right) \quad (A28)$$

Zoals hierboven is afgeleid, geldt deze formule alleen als $z > 2s$ en geldt dat $q_1 = q_2$.

Formule (A28) is daarom als volgt te vereenvoudigen:

$$\phi_c = \frac{q}{\pi} \left(\ln (\sinh(\pi z/B)) + \ln (\cosh(\pi z/L)) + \ln \left(\frac{16 BL}{\pi^2 s^2} \right) \right) \quad (A29)$$

c) In het filter, recht onder blokhart ($x = \frac{1}{2} B$; $y = \frac{1}{2} L$; z variabel).

Gebruik makend van de superpositie volgt uit formule (A10) en (A15) een formule voor kruisen de spleten:

$$\phi_c = \frac{q_1}{\pi} \operatorname{arccosh} \left(\frac{\cosh(\pi z/B)}{\sin(\frac{1}{2} \pi s/B)} \right) + \frac{q_2}{\pi} \operatorname{arccosh} \left(\frac{\cosh(\pi z/L)}{\sin(\frac{1}{2} \pi s/L)} \right) \quad (A30)$$

Zoals hierboven is afgeleid, geldt deze formule alleen als $z > 2s$ en geldt dat $q_1 = q_2 (= q)$. Formule (A30) is daarom als volgt te vereenvoudigen:

$$\phi_c = \frac{q}{\pi} \left(\ln (\cosh(\pi z/B)) + \ln (\cosh(\pi z/L)) + \ln \left(\frac{16 BL}{\pi^2 s^2} \right) \right) \quad (A31)$$

3. Konklusie

De potentiaal-functie langs drie lijnen in het filter is afgeleid, uitgaande van lineaire potentiaalstroming naar een toplaag bestaande uit rechthoekige blokken (loodrecht kruisende spleten).

Met de oorsprong van het koördinaten-stelsel op de kruising van twee spleten (zie figuur) zijn de drie lijnen en de potentiaalfuncties als volgt te beschrijven:

a) $z = 0$; $y = \frac{1}{2} L$; x variabel (direkt onder het blok):

$$\phi_c = \frac{q}{\pi} \left(\ln (\sin(\pi x/B)) + \ln \left(\frac{16 BL}{\pi^2 s^2} \right) \right) \quad (A32)$$

b) $x = 0$; $y = \frac{1}{2} L$; z variabel (recht onder een spleet):

$$\phi_c = \frac{q}{\pi} \left(\ln (\sinh(\pi z/B)) + \ln (\cosh(\pi z/L)) + \ln \left(\frac{16 BL}{\pi^2 s^2} \right) \right) \quad (A33)$$

c) $x = \frac{1}{2} B$; $y = \frac{1}{2} L$; z variabel (recht onder blokhart):

$$\phi_c = \frac{q}{\pi} \left(\ln (\cosh(\pi z/B)) + \ln (\cosh(\pi z/L)) + \ln \left(\frac{16 BL}{\pi^2 s^2} \right) \right) \quad (A34)$$

Voor een vergelijking van dit resultaat met metingen moet de parameter q/π een zodanige waarde krijgen dat het berekende verhang op grote afstand van de toplaag gelijk is aan het gemeten verhang.

Tevens moeten beide referentie-niveau's overeenkomen. Dit wordt bewerkstelligd door een zekere konstante bij de berekende potentiaal op te tellen.

Er zijn dus nog twee vrijheidsgraden, namelijk q/π (die in het vervolg C_2 genoemd wordt) en een bij formule (A32), (A33) en (A34) op te tellen konstante. De term $\frac{q}{\pi} \ln (16 BL/\pi^2 s^2)$ wordt in deze konstante opgenomen zodat uit formule (A32) tot en met (A34) het volgende eindresultaat volgt:

a) $z = 0$; $y = \frac{1}{2} L$; x variabel (direkt onder het blok):

$$\phi = C_1 + C_2 \cdot \ln (\sin(\pi x/B)) \quad (A35)$$

b) $x = 0$; $y = \frac{1}{2} L$; z variabel (recht onder een spleet):

$$\phi = C_1 + C_2 (\ln (\sinh(\pi z/B)) + \ln (\cosh(\pi z/L))) \quad (A36)$$

c) $x = \frac{1}{2} B$; $y = \frac{1}{2} L$; z variabel (recht onder blokhart):

$$\phi = C_1 + C_2 \cdot (\ln (\cosh(\pi z/B)) + \ln (\cosh(\pi z/L))) \quad (A37)$$

In het bovenstaande resultaat is tevens gebruik gemaakt van het feit dat

$$\phi_c = \phi \cdot k.$$

APPENDIX 2

Porositeit en luchtinsluiting bij granulair materiaal

Porositeit en luchtinsluiting bij granulair materiaal

1. Inleiding

Naar aanleiding van resultaten van onderzoek naar de doorlatendheid van een steenzetting op een geotextiel op fijn grind is de vraag gerezen of de porositeit van het grind wel op de juiste wijze is bepaald. Het betreffende onderzoek is uitgevoerd in de Filterbak en is gerapporteerd in [1].

De porositeit van het grind is als volgt in situ gemeten, zonder de zetting of de daarop gelegen ballast te verwijderen:

- 1) Na de proeven het grind laten uitlekken.
- 2) Het waternivo in de Filterbak opvoeren totdat de onderste paar centimeter van het grind onder water stond.
- 3) Het waternivo steeds ongeveer 3 cm laten stijgen door water door een geijkte watermeter in de Filterbak (benedenstrooms) te laten lopen en het peil op een peilnaald (bovenstrooms) te meten.
- 4) Het water weg laten lopen en het grind uit laten lekken.
- 5) Zetting verwijderen.
- 6) Monster uit grind nemen en vochtgehalte bepalen.
- 7) Procedure herhalen zonder grind in het model.

Zoals beschreven is in [2] kan er in vochtig grind een aanzienlijke hoeveelheid lucht blijven zitten (tot 11% bij glaskorrels met $D_{50} = 0,65$ mm).

Naar aanleiding hiervan zijn in het kader van het onderzoek naar taludbekledingen van gezette steen enkele proeven gedaan om de invloed van opgesloten lucht op het gemeten poriëngehalte te onderzoeken. Dit onderzoek is uitgevoerd onder leiding van ir. M. Klein Breteler, die tevens dit verslag heeft samengesteld.

2. Uitvoering van proeven

In het zeeflab van het Waterloopkundig Laboratorium "de Voorst" zijn twee proeven uitgevoerd, de ene met los gestort grind en de andere met goed verdicht grind.

Beide proeven zijn als volgt uitgevoerd:

- 1) In een maatglas is 2 l droog grind gewogen.
- 2) Door middel van een dun pijpje is van onder af het grind langzaam gevuld met water.
- 3) Het met water verzadigde grind is gewogen.
- 4) Het grind is uitgestort op een gaas zodat het kon uitlekken gedurende 15 à 30 minuten.
- 5) Het vochtige grind is gewogen in het maatglas.
- 6) Door middel van een dun pijpje is van onder af het maatglas met vochtig grind langzaam gevuld met water tot aan de 2 l indicatie van het maatglas en vervolgens gewogen.

Tevens is het soortelijke gewicht van 2 monsters van het grind bepaald.

De afmetingen van het maatglas en het vulpijpje zijn als volgt:

maatglas : diameter = 88 mm

hoogte tot 2 l indicatie = 330 mm

vulpijpje: buitendiameter = 6 mm

inwendige diameter = 3 mm

inhoud = 9 ml.

Het monster grind, waarvan de zeefkromme is bepaald, is op twee manieren verkregen. Allereerst is op een willekeurige plaats uit een bak van 400 l grind een monster genomen en vervolgens is op de voorgeschreven wijze een monster samengesteld door scheiding in parten.

3. Resultaten

De twee zeefkrommen van het grind zijn weergegeven in figuur 1. Het blijkt dat de methode van monster steken het resultaat van de zeefanalyse bij dit grind niet erg beïnvloedt.

De bepaling van het soortelijk gewicht van de grindkorrels leverde het volgende resultaat op:

$$\text{monster 1: } \rho_s = 2593 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{monster 2: } \rho_s = 2579 \text{ kg/m}^3$$

Gekonkludeerd wordt dat het soortelijk gewicht $2586 \pm 7 \text{ kg/m}^3$ bedraagt.

In tabel 1 zijn de resultaten van de proeven vermeld. Uit de gegevens is als volgt de porositeit te berekenen:

$$n_\rho = 1 - \frac{M_d}{V \cdot \rho_s} \quad (1)$$

$$n_d = \frac{M_{dv} - M_d}{\rho V} \quad (2)$$

$$n_e = \frac{M_{vv} - M_d}{\rho V} \quad (3)$$

met:

n_ρ = porositeit berekend op basis van soortelijk gewicht van grindkorrels

n_d = porositeit bepaald met een proef op basis van droog grind

n_e = effectieve porositeit, bepaald met een proef op basis van vochtig grind

M_d = massa van droog grind (kg)

M_{dv} = massa van verzadigd grind, uitgaande van droog grind (kg)

M_{vv} = massa van verzadigd grind, uitgaande van vochtig grind (kg)

V = volume van grind en poriën (m^3)

ρ = soortelijke massa van water (kg/m^3)

ρ_s = soortelijke massa van grindkorrels (kg/m^3).

De effectieve porositeit houdt verband met de open ruimte tussen de korrels die gevuld is met water en derhalve bijdraagt aan de doorlatendheid van het grind. Het vochtgehalte na het uitlekken is als volgt te berekenen:

$$h = \frac{M_v - M_d}{\rho V} \quad (4)$$

met:

h = vochtgehalte

M_v = massa van vochtig grind (kg).

Bovenstaande formules en de gegevens uit tabel 1 zijn gebruikt om de volgende waarden te berekenen:

	onverdicht	verdicht
n_p	0,436	0,373
n_d	0,439	0,374
n_e	0,414	0,321
h	0,169	0,165

Het verschil tussen n_p en n_d is zo klein dat het toegeschreven moet worden aan de onnauwkeurigheden in de metingen. De grootte van n_e is echter duidelijk lager. Dit wordt veroorzaakt door ingesloten lucht. Het feit dat in het verdichte grind veel meer lucht opgesloten blijft is waarschijnlijk een gevolg van de veel kleinere poriën tussen de korrels dan bij onverdicht grind. Hierdoor kan het aanhangende water veel makkelijker poriën afsluiten en lucht vasthouden. Dit verklaart tevens waarom de glaskorrels uit [2] met $D_{50} = 0,65$ mm (en dus nog kleinere poriën) zelfs 11% lucht kunnen vasthouden.

4. Konklusie

Het is gebleken dat het volume water dat nodig is om volkomen droog grind te verzadigen een uitstekende maat is voor de porositeit van grind. Gaat men echter uit van vochtig grind (in dit geval met 17% vocht), dan levert het verzadigen met water slechts de effectieve porositeit op.

De effectieve porositeit houdt verband met de open ruimte tussen de korrels die gevuld is met water en derhalve bijdraagt aan de doorlatendheid van het grind. Het is voor het onderzochte grind $2\frac{1}{2}\%$ (onverdicht) tot 5% (verdicht) lager dan de werkelijke porositeit.

Bij de uitvoering van metingen waarbij de porositeit, of daarvan afhankelijke grootheden (zoals doorlatendheid), een belangrijke parameter is, is het zeker raadzaam met het in dit verslag beschreven effect rekening te houden.

REFERENTIES

1. Klein Breteler, M.

Taludbekledingen van gezette steen; toplaagdoorlatendheid.

Waterloopkundig Laboratorium; concept verslag M1881/H195.07; febr.'86

2. Koning, H.L.,

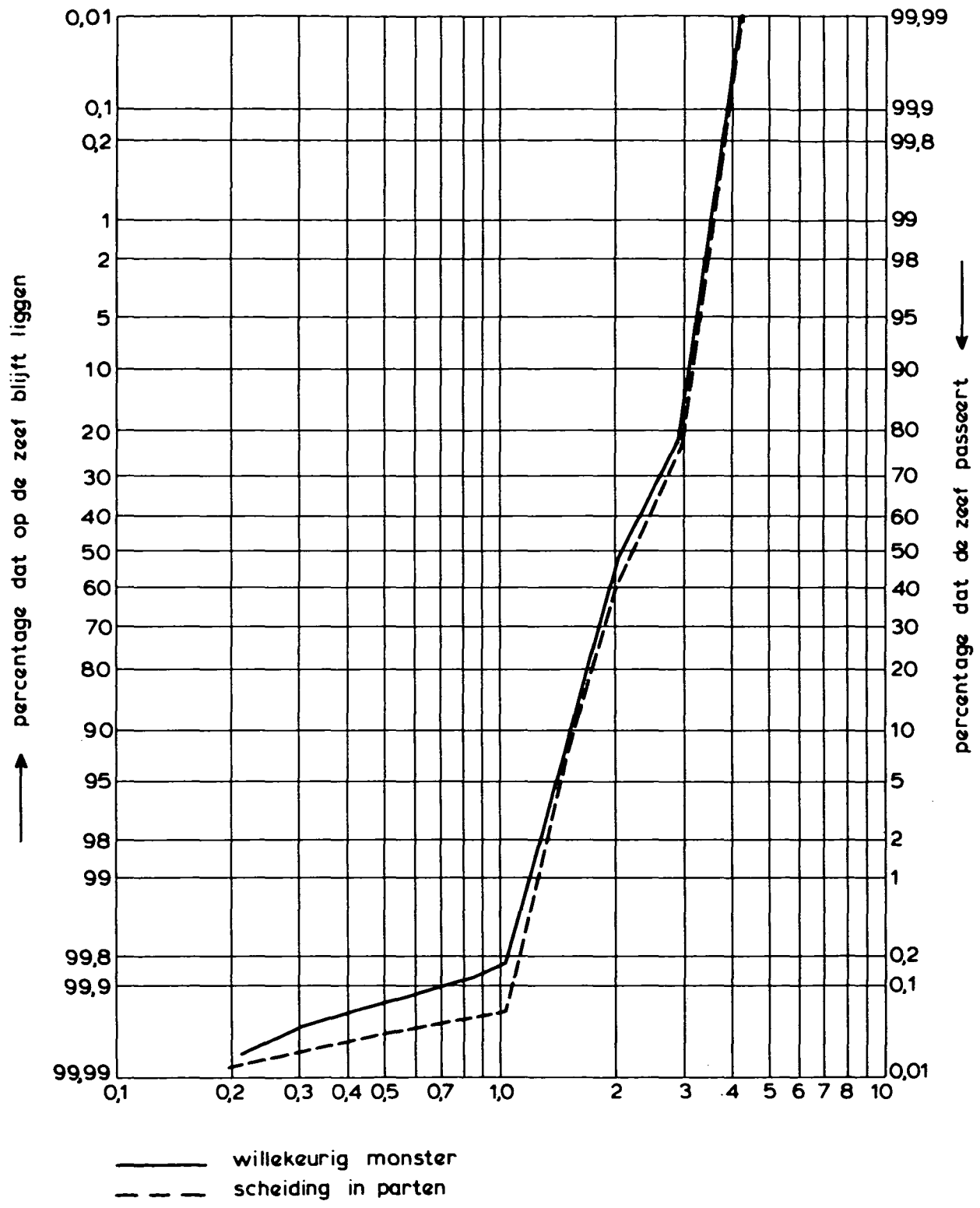
Het zichtbare verschil in vloeistofberging in een kolom glaskorrels bij enkel- en meervoudig opzetten van het niveau

Laboratorium voor Grondmechanica, rapport C011020II, maart 1960.

	stap nummer*	proef 1 onverdicht grind	proef 2 verdicht grind
M _d	1	2,9026	3,2302
M _{dv}	3	3,7771	3,9747
M _v	5	3,2384	3,5593
M _{vv}	6	3,7264	3,8695

* het stapnummer korrespondeert met de proefbeschrijving op pagina 2.

Tabel 1 Meetresultaten (massa's in kg)



ZEEFKROMME VAN HET GEBRUIKTE GRIND

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

H 195

FIG. 1

SEKTIE 6

Doorlatendheidsmetingen mbt de schade aan de Zuidwal

INHOUD

LIJST VAN SYMBOLEN

	blz.
1. <u>Inleiding</u>	1
2. <u>Meetopstellingen en resultaten</u>	3
3. <u>Konklusies en aanbevelingen</u>	8
3.1 Vergelijking meting op Zuidwal en op proefvak (in situ methode)..	8
3.2 Vergelijking van meting met in situ methode met die met de Filterbak.....	8
3.3 Vergelijking resultaten van Filterbak met berekende doorlatend- heid.....	9

REFERENTIES

FIGUREN

BIJLAGEN

- A: Samenvatting van rapportage van Dienst Weg- en Waterbouwkunde (RWS)
betreffende de in situ metingen
- B: WL-verslag van metingen op proeftaluds (in situ metingen)
- C: Verslag van modelonderzoek in de Filterbak

LIJST VAN SYMBOLEN

A_d	= doorstroomoppervlak tussen de zuilen	(m ²)
a_f	= lineaire weerstandskoefficiënt van het granulaire materiaal	(s/m)
b_f	= kwadratische weerstandskoefficiënt van het granulaire materiaal	(s ² /m ²)
D	= dikte van toplaag	(m)
D_{f15}	= korrelgrootte die door 15 gewichtsprocenten wordt onderschreden	(m)
D_x	= korrelgrootte die door x gewichtsprocenten van het materiaal wordt onderschreden	[m]
g	= zwaartekrachtsversnelling	(m/s ²)
i	= verhang in filter	[-]
i_t	= verhang in zetting	[-]
k	= doorlatendheid van granulair materiaal	[m/s]
k'	= doorlatendheid van zetting	[m/s]
k'_v	= doorlatendheid van spleten met voegvulling	(m/s)
m	= macht, die afhankelijk is van de aard van de stroming (laminair: $m = 1$, turbulent: $m = 0.5$)	(-)
n	= porositeit	[-]
n	= porositeit van het granulaire materiaal	(-)
O	= relatieve open oppervlak = deel van taludoppervlak dat niet door zuilen wordt ingenomen	(-)
Q	= debiet door de zetting	(m ³ /s)
v_f	= filtersnelheid in filter (specifiek debiet)	[m/s]
v_s	= filtersnelheid in de spleten met voegvulling (specifiek debiet)	[m/s]
v_t	= filtersnelheid in toplaag (specifiek debiet)	[m/s]
ϕ_a	= verval dat veroorzaakt wordt door de aanstroomweerstand	(m)
ϕ_i	= verval dat veroorzaakt wordt door het inwasmateriaal	(m)
ν	= viskositeit	(m ² /s)

DOORLATENDHEIDSMETINGEN MET BETREKKING TOT DE SCHADE AAN DE ZUIDWAL

1. Inleiding

Naar aanleiding van de opgetreden schade aan de bekleding van de Zuidwal op de Maasvlakte (zie bv. [4]), is er door de Dienst Weg- en Waterbouwkunde (DWW) van Rijkswaterstaat (RWS) en door het Waterloopkundig Laboratorium (WL) een onderzoek uitgevoerd naar de doorlatendheid van ingewassen Basalton-zettingen.

Het onderzoek omvatte drie delen:

- 1) doorlatendheidsmetingen op de Zuidwal (prototype) door de DWW
- 2) doorlatendheidsmetingen op 5 proeftaluds bij WL door de DWW
- 3) meting van de doorlatendheid van 3 zetting/filter combinaties in de Filterbak van WL

De eerste twee onderzoeken zijn uitvoerig door de DWW gerapporteerd in [3] en [4] en kort samengevat in bijlage A. In bijlage B zijn de ervaringen en konstateringen tijdens de bouw en tijdens de proeven door WL gerapporteerd. De rapportage van het derde onderzoek is te vinden in bijlage C.

Het onderhavige verslag geeft een overzicht van de resultaten van de metingen en de daarop gebaseerde konklusies. Voor een gedetailleerde beschrijving van de proeven wordt verwezen naar de bijlagen A tot en met C.

Voor het modelonderzoek in de Filterbak en onderhavige rapportage is opdracht verleend door de hoofdingenieur-direkteur van de Dienst Weg- en Waterbouwkunde (Rijkswaterstaat) in zijn brief d.d. 13 april 1988 (kenmerk WB/BX 881827) en d.d. 16 mei 1988 (kenmerk WB/BX 882234). Aanvullend hierop is door de Hoorn/Nederhemert B.V. opdracht verleend tot het uitvoeren van een extra proef in de Filterbak (brief d.d. 18 maart, kenmerk AB/RvP/88.0319).

Het doel van de metingen is het vergaren van vergelijkingsmateriaal ten einde:

- de doorlatendheid van de zetting op de Zuidwal te kunnen vergelijken met een net gebouwde 'verse' zetting (proeftalud),
- de in situ meetmethode te kunnen beoordelen, door middel van een vergelijking tussen resultaten van de in situ meetmethode met die van de Filterbak,

- de in [1] afgeleide formules te kunnen toetsen met de resultaten van de metingen in de Filterbak.

Bovendien zijn de metingen uitgevoerd om de optimale toplaag/filterlaag combinatie te kunnen selekteren voor het repareren van de schade aan de Zuidwal. Dit aspekt is gerapporteerd in [4].

Het onderzoek bij WL is uitgevoerd onder leiding van ir. M. Klein Breteler, die ook de rapportage (behalve bijlage B) heeft verzorgd.

2. Meetopstellingen en resultaten

Het modelonderzoek (op prototype schaal) is uitgevoerd met twee verschillende modelopstellingen. Ten eerste zijn er metingen uitgevoerd met de in situ meetmethode van de DWW op speciaal hiervoor ingerichte proefvakken op het terrein van WL.

De proefvakken bestonden uit een zandbed met taludhelling van 1:6 met daarop een filterlaag met dikte van 30 cm en een Basalton-zetting. Elk vak had een oppervlak van ongeveer 2.5 x 2.5 m².

Onderstaande tabel geeft de opbouw van de proefvakken weer:

Vak	Type filter	Zuilhoogte [m]	Spleetvulling
A	Silex	0.35	staalslakken
B	Silex	0.35	split 4 - 40 mm
C	Silex met 20% zand	0.35	split 4 - 40 mm
D	Split (4 - 40 mm)	0.20	split 4 - 40 mm
E	Mijnsteen	0.35	split 4 - 40 mm

De konstruktie op de Zuidwal komt overeen met vak A.

Ten tweede zijn er proeven uitgevoerd in de Filterbak van WL. Deze zijn op dezelfde wijze uitgevoerd als beschreven is in [1]. De opstelling bestaat uit een klein zettingoppervlak (50 x 50 cm²) op een filterlaag. Door water van onderen door het filter en de toplaag te laten stromen en gelijktijdig het stijghoogte-verval over de toplaag en het debiet te meten, is de doorlatendheid bepaald.

Er zijn drie proeven met een zetting op een filter en één met alleen een filter uitgevoerd:

Proef	Type filter	Zuilhoogte [m]	Spleetvulling
T1	Silex	0.35	split 4 - 40 mm
T2	Silex met 20% zand	0.35	split 4 - 40 mm
T3	Mijnsteen	0.35	split 4 - 40 mm
T4	Silex zonder fijne fraktie (< 1 mm)	-	-

Het eerste doel van het onderzoek is het vergelijken van de meetresultaten van de twee meetmethoden.

Het voor de vergelijking meest bruikbare onderzoeksresultaat is de doorlatendheid van de spleten met voegvulling, dat als volgt gedefinieerd is:

$$k'_v = [v_s]_{i_t=1} = \frac{Q/A_d}{i_t} \quad (\text{mits sprake is van lineaire doorlatendheid}) \quad (1)$$

met:

k'_v = doorlatendheid van spleten met voegvulling (m/s)

v_s = filtersnelheid in de spleten (m/s)

Q = debiet door de zetting (m³/s)

A_d = doorstroomoppervlak tussen de zuilen (m²)

i_t = verhang over de toplaag = $\frac{\text{verval}}{\text{zuilhoogte}}$ (-)

Deze waarden van k'_v zijn te vergelijken met de gemeten toplaagdoorlatendheid in de Filterbak (k' , zie bijlage C) door die waarden als volgt om te rekenen:

$$k'_v = \frac{k'}{O} \quad (2)$$

met:

k' = toplaagdoorlatendheid gedefinieerd als de verhouding tussen debiet per m² en verhang over de toplaag (m/s)

O = relatieve open oppervlak = deel van taludoppervlak dat niet door zuilen wordt ingenomen (-)

De belangrijkste reden waarom van deze parameter k'_v gebruik gemaakt wordt, is het feit dat een toevallig iets anders ingebouwde zetting met bijvoorbeeld iets bredere openingen tussen de zuilen, voor de grootte van k'_v niets uitmaakt (zie [1]). Dit betekent dat verschillen in de meetresultaten voornamelijk toegeschreven kunnen worden aan de eventuele fouten in de meetmethoden zelf.

Formule (1) is echter alleen toepasbaar als er sprake is van een lineaire stroming door de toplaag. Alleen dan is het debiet door de toplaag recht evenredig met het verhang over de toplaag.

In het algemene geval geldt:

$$i_t = a'v_t + b'v_t^2 \quad (3)$$

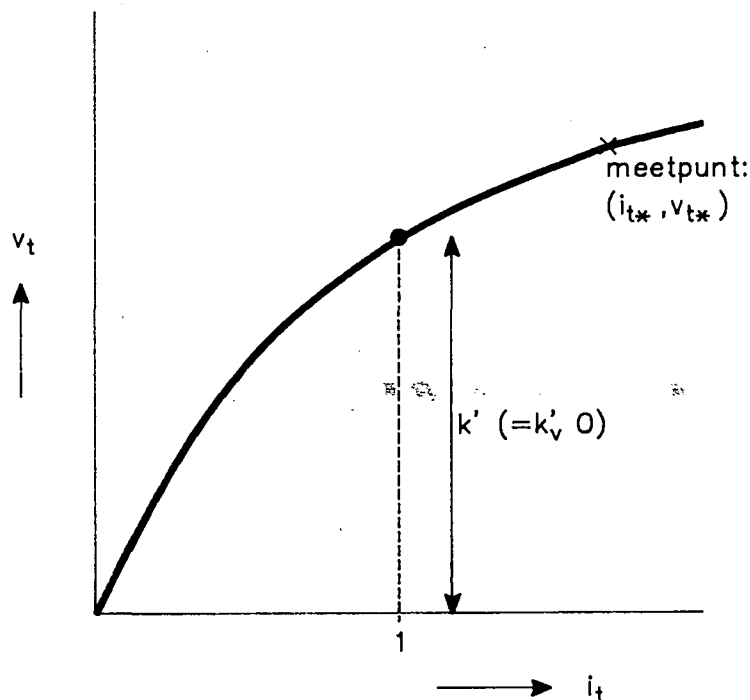
met:

a' = lineaire weerstandskoefficiënt van de toplaag (s/m)

b' = kwadratische weerstandskoefficiënt van de toplaag (s²/m²)

v_t = specifiek debiet door de toplaag (Q/A_d) (m/s)

Per definitie is de doorlatendheid k' gelijk aan het specifiek debiet door de toplaag als $i_t = 1$. Verder geldt formule (2) voor de doorlatendheid van de spleten (k'_v):



In dit geval is het illustratiever om niet gebruik te maken van formule (3), maar van een machrelatie:

$$v_t = k' i_t^m \quad (4)$$

met:

m = macht, die afhankelijk is van de aard van de stroming (-)

Met deze formule wordt tevens de definitie van de doorlatendheid duidelijk, want als $i_t = 1$ wordt gesubstitueerd, dan resulteert $k' = v_t$.

Als de doorlatendheidsmeting niet direkt de k' oplevert, maar een gemeten waarde van het specifiek debiet door de toplaag, v_{t*} , en bijbehorende i_{t*} ,

dan volgt uit formule (4) dat de grootte van k' slechts te berekenen is als de waarde van m geschat wordt:

a) laminaire doorlatendheid: $m = 1$

$$k' = \frac{v_{t*}}{i_{t*}} \quad ==> \quad k'_v = \frac{v_{t*}}{0 \ i_{t*}} = \frac{Q/A_d}{i_{t*}} \quad (\text{zie formule (1)}) \quad (5)$$

b) turbulente doorlatendheid: $m = 0.5$

$$k' = \frac{v_{t*}}{\sqrt{i_{t*}}} \quad ==> \quad k'_v = \frac{v_{t*}}{0\sqrt{i_{t*}}} = \frac{Q/A_d}{\sqrt{i_{t*}}} \quad (6)$$

Bij het uitwerken van de metingen van de in situ meetmethode is steeds gebruik gemaakt van een formule zoals formule (5), hetgeen impliciet betekent dat aangenomen is dat er laminaire stroming is. Bij de Filterbakproeven is tijdens de proeven T1 en T2 vastgesteld dat er sprake is van turbulente stroming en dat $m = 0.5$. Voor T3 is aangenomen dat $m = 1$.

De resultaten van de metingen zijn in onderstaande tabel weergegeven:

Type filter	Zuil- hoogte [m]	Spleet vulling	Proefvak		Filterbak	
			vak	k'_v [mm/s]	proef	k'_v [mm/s]
Silex	0.35	staalslakken	A	1.5	-	-
Silex	0.35	split 4-40	B	66	T1	93
Silex met 20% zand	0.35	split 4-40	C	75	T2	93
Split (4 - 40 mm)	0.20	split 4-40	D	70	-	-
Mijnsteen	0.35	split 4-40	E	60	T3	35 à 50

De in situ meting op de Zuidwal (prototype) heeft geleid tot waarden voor k'_v die variëren tussen 0.04 en 1.4 mm/s, waarbij de lage doorlatendheden vooral onderaan het talud zijn gemeten. De konstruktie op de Zuidwal komt overeen met die van proefvak A, met dien verstande dat de zetting op de Zuidwal dichter is gezet en is ingewassen met iets fijner materiaal. Aangenomen kan worden dat alleen dit laatste van invloed is op k'_v .

Na de proeven op de proeftaluds is getracht met behulp van het instrooien en inwassen van zand een lagere doorlatendheid te bereiken. Het bleek dat de doorlatendheid hierdoor orde 2 tot 5 maal kleiner wordt.

Tijdens T2 in de Filterbak, waarbij grote hoeveelheden zand uit het filter door de toplaag zijn uitgespoeld, is gebleken dat er nauwelijks een verlaging van de doorlatendheid kon worden vastgesteld die het gevolg is van een eventueel ophopen van zand in het voegvulling.

Voor de analyse van deze resultaten wordt verwezen naar het volgende hoofdstuk.

3. Konklusies en aanbevelingen

3.1 Vergelijking meting op Zuidwal en op proefvak (in situ methode)

Het meetresultaat van vak A ($k'_v = 1.5$ mm/s) kan vergeleken worden met de meting op de Zuidwal: $k'_v = 0.04$ à 1.4 mm/s. Hieruit kan gekonkludeerd worden dat de oude zetting op de Zuidwal op sommige plaatsen (vooral onderaan het talud) orde 40 maal minder doorlatend is dan de verse zetting op het proeftalud. Op andere plaatsen (hoger op het talud) wordt echter een waarde op de Zuidwal gemeten die ongeveer gelijk is aan die van het proeftalud. Hieruit blijkt dat de oude zetting in de loop der tijd plaatselijk vrijwel ondoorlatend is geworden, maar op andere plaatsen een vrijwel onveranderde doorlatendheid heeft. De grote spreiding in de meetresultaten en het feit dat het inwasmateriaal op de Zuidwal wat fijner was dan op het proeftalud, staan het trekken van harde konklusies echter in de weg.

Het is aan te bevelen om dit nader te onderzoeken.

3.2 Vergelijking van meting met in situ methode met die met de Filterbak

Uit de resultaten (zie tabel in het vorige hoofdstuk) blijkt dat de gemeten k'_v met de in situ methode orde 30% afwijkt van die met de Filterbak. Voor de proeven B, C, T1 en T2 is dit verklaarbaar. Uit de Filterbakproeven blijkt namelijk dat de doorlatendheid een turbulent karakter had. Daardoor is het noodzakelijk om k'_v te berekenen met formule (6) in plaats van formule (5), die in [3] is gebruikt. De grootte van k'_v voor proef B en C worden daardoor orde 30% groter, te weten respectievelijk 83 mm/s en 95 mm/s. Ten opzichte van het meetresultaat van T1 en T2 (Filterbak, $k'_v = 93$ mm/s) zijn de verschillen verwaarloosbaar.

Op grond van het bovenstaande moet geadviseerd worden om de in situ meting uit te voeren met een verhang over de toplaag dat zo min mogelijk van 1 afwijkt, of er moet tijdens de proef vastgesteld worden of er laminaire of turbulente stroming aanwezig is. De doorlatendheid bij $i_t = 1$ is nodig voor het berekenen van de stabiliteit van de zetting (zie [5]). Aangenomen is dat dit een goede schatting is van het gemiddelde verhang over de toplaag in het gebied rond de maximaal belaste steen.

Voor de in situ meting op vak E en de Filterbakproef T3 is het geconstateerde verschil te verklaren uit het feit dat voor dit type konstruktie (zetting op vrijwel ondoorlatend mijnsteen) beide meetmethoden minder geschikt zijn. Voor de in situ methode geldt dat het water in de toplaag, evenwijdig aan het talud afstroomt, in plaats van door het filter. De interpretatie van de proef in de Filterbak zijn sterk bemoeilijkt omdat het verval over de zetting te klein was om nauwkeurig te kunnen meten.

Gezien het bovenstaande kan er gekonkludeerd worden dat de resultaten van de in situ meetmethode voldoende overeenstemmen met die van de Filterbak.

3.3 Vergelijking resultaten van Filterbak met berekende doorlatendheid

In [1] zijn er formules gegeven waarmee de doorlatendheid van het filter en van de ingewassen toplaag berekend kan worden. Gezien het feit de formules de grootte van k' geven, en niet k'_v , is het voor de hand liggend om hier een vergelijking te maken met de gemeten k' .

Voor de konstrukties die in de Filterbak zijn onderzocht zijn in onderstaande tabel de meetresultaten en de berekende resultaten opgenomen (k' = toplaagdoorlatendheid, k = doorlatendheid filtermateriaal):

Proef	Berekend		Gemeten	
	k' (mm/s)	k (mm/s)	k' (mm/s)	k (mm/s)
T1: Basalton op Silex	14	-	11	23 à 42
T2: Basalton op Silex met 20% zand	12	-	11	1 à 210
T3: Basalton op mijnsteen	3	-	6 à 4	0.9 à 0.3
T4: Silex zonder fijne fraktie (<1mm)	-	80	-	75

De vermelde doorlatendheden hebben een turbulent karakter: $v_t = k'\sqrt{i_t}$ of $v_f = k\sqrt{i}$. Alleen de k en k' van T3 zijn laminair. De meting van k' van proef T3 is niet geheel gelukt, zoals vermeld is in bijlage C.

Uit de tabel kan gekonkludeerd worden dat de berekende resultaten goed overeenkomen met de gemeten waarden.

Opgemerkt wordt dat de berekeningen van k' zijn uitgevoerd op basis van het gemeten relatieve open oppervlak van de zetting, de gemeten porositeit en korrelgrootte van het inwasmateriaal en de gemeten doorlatendheid van het filter.

Ook uit de berekeningen blijkt dat de doorlatendheid van het filter bij proef T1 en T2 een ondergeschikte rol speelt.

REFERENTIES

1. M. Klein Breteler.
Taludbekledingen van gezette steen.
Doorlatendheid van de toplaag.
Waterloopkundig Laboratorium, concept verslag H195.07, 1988.
2. H den Adel.
Heranalyse van doorlatendheidsmetingen dmv Forchheimer relatie.
Grondmechanica Delft, verslag CO 272550/56, 1987.
3. R.J.G. van Etten en J. Eikelboom.
In situ doorlatendheidsproeven op 5 proefvakken met Basaltontoplaag te de Voorst.
Rijkswaterstaat, Dienst Weg- en Waterbouwkunde, rapport WBO-R-89.039, mei '89.
4. J. A. Hernandez e.a.
Zuidwal (Maasvlakte), Analyse schade en ontwerp taludbekleding.
Rijkswaterstaat, Dienst Weg- en Waterbouwkunde, rapport WBA-N-88.053, april 1988.
5. M. Klein Breteler.
Taludbekledingen van gezette steen.
Stabiliteit van de toplaag zonder inklemming of interlocking.
Waterloopkundig Laboratorium, concept verslag H195.04, nov. 1987.

BIJLAGE A

DOORLATENDHEID VAN INGEWASSEN BASALTON

Samenvatting van rapportage van Dienst Weg- en Waterbouwkunde (RWS)
betreffende de in situ metingen

INHOUD

	blz.
1. <u>Inleiding</u>	1
2. <u>Beschrijving van de proeftaluds</u>	2
3. <u>Kwantitatieve konklusies</u>	3
4. <u>Kwalitatieve konklusies</u>	5
5. <u>Referenties</u>	8

1. Inleiding

Naar aanleiding van de opgetreden schade aan de bekleding van de Zuidwal op de Maasvlakte en de daar bepaalde doorlatendheid van de konstruktie zijn er op 5 proefvakken op het terrein van WL 'de Voorst' doorlatendheidsmetingen uitgevoerd door de Dienst Weg- en Waterbouwkunde van Rijkswaterstaat. Er is hierbij gebruik gemaakt van dezelfde infiltratie-apparatuur als waarmee op de Zuidwal de doorlatendheid is gemeten. Het doel van de metingen is het vergaren van vergelijkingsmateriaal ten einde:

- de doorlatendheid van de zetting op de Zuidwal te kunnen vergelijken met een net gebouwde 'verse' zetting (proeftalud)
- de in situ meetmethode te kunnen beoordelen, door middel van een vergelijking tussen de resultaten van de in situ meetmethode met die van de Filterbak.

De metingen zijn uitvoerig gerapporteerd in [3]. In bijlage B zijn de proeven beschreven vanuit het gezichtspunt van WL.

Onderstaand wordt een korte samenvatting van de resultaten en de konklusies uit [3] gegeven.

2. Beschrijving van de proeftaluds

De proefvakken bestaan uit een zandbed met taludhelling van 1:6 met daarop een filterlaag met dikte van 30 cm en een Basalton-zetting. Elk vak had een oppervlak van ongeveer 2.5 x 2.5 m².

Onderstaande tabel geeft de opbouw van de proefvakken weer:

Vak	Type filter	Zuilhoogte [m]	Spleetvulling
A	Silex	0.35	staalslakken
B	Silex	0.35	split 4 - 40 mm
C	Silex met 20% zand	0.35	split 4 - 40 mm
D	Split (4 - 40 mm)	0.20	split 4 - 40 mm
E	Mijnsteen	0.35	split 4 - 40 mm

De konstruktie op de Zuidwal komt overeen met vak A.

3. Kwantitatieve konklusies

De proeven hebben meetresultaten opgeleverd, die vergeleken kunnen worden met de resultaten uit de Filterbak (zie bijlage C) of de berekende doorlatendheid [1].

Het voor de vergelijking meest bruikbare onderzoeksresultaat is de doorlatendheid van de spleten met voegvulling. Dit resultaat wordt niet direct beïnvloed door het relatieve open oppervlak van de zetting (deel van het zettingoppervlak dat niet door de zuilen wordt ingenomen):

$$k'_v = [v_s]_{i_t=1} = \frac{Q/A_d}{i_t} \quad (\text{mits sprake is van lineaire doorlatendheid}) \quad (1)$$

met:

k'_v = doorlatendheid van spleten met voegvulling (m/s)

v_s = filtersnelheid in de spleten (m/s)

Q = debiet door de zetting (m³/s)

A_d = doorstroomoppervlak tussen de zuilen (m²)

i_t = verhang over de toplaag = $\frac{\text{verval}}{\text{zuilhoogte}}$ (-)

In onderstaande tabel zijn deze resultaten voor zowel de proefvakken als voor de prototype meting op de Zuidwal vermeld:

Zetting	A_d [m ²]	k'_v [mm/s]	i_t [-]
Zuidwal	0.020	0.04 à 1.4	≈1.7
vak A	0.044	1.5	1.7
vak B	0.028	66	1.5
vak C	0.025	75	1.6
vak D	0.017	70	2.0
vak E	0.025	60	1.6

Deze waarden van k'_v zijn te vergelijken met de gemeten toplaagdoorlatendheid in de Filterbak (k' , zie bijlage C) door die waarden als volgt om te rekenen:

$$k'_v = \frac{k'}{O} \quad (2)$$

met:

k' = toplaagdoorlatendheid gedefinieerd als de verhouding
tussen debiet per m^2 en verhang over de toplaag (m/s)

O = relatieve open oppervlak = deel van taludoppervlak dat
niet door zuilen wordt ingenomen (-)

4. Kwalitatieve konklusies

In hoofdstuk 6 van [3] is een volledig overzicht van de kwalitatieve konklusies gegeven. Onderstaand zijn deze konklusies letterlijk en onverkort afgedrukt:

1. Bij de toegepaste in situ infiltratiemethode op de betreffende taludbekledingen wordt de doorlatendheid van de toplaag bepaald, daar de mate van doorlatendheid van het onderliggende filter een ondergeschikte rol speelt.

De doorlatendheid van het filter bepaalt de stromingsrichting van het geïnfiltreerde water.

Verschillen in aldus berekende doorlatendheid van de toplagen ontstaan door verschil in doorlatendheid per richting ("vertikaal" respektievelijk "zijdelings").

2. Er is dus geen verschil in (toplaag)doorlatendheid gevonden op de vakken B tot en met E (vakken met splitvoegvulling op verschillende filterkonstrukties).
3. In de gegeven situatie blijkt de dikte van een toplaag geen invloed op de berekende doorlatendheid te hebben. Dit geeft aan dat er in de gegeven situatie waarschijnlijk geen verschil in vulling van de voegen optreedt als functie van de dikte van de toplaag.
4. De toplaag met betreffende staalslakvoegvulling heeft een duidelijk lagere doorlatendheid dan die met de toegepaste splitvoegvulling. De korrelverdelingen van beide voegvullingsmaterialen zijn echter duidelijk verschillend.
5. Het effect van eventuele verkitting van de staalslak, zoals deze is gekonstateerd op de Zuidwal, is niet vastgesteld kunnen worden, omdat onder andere het "dichtslibben" van voegen mede van invloed is op de doorlatendheid.
6. De gevonden toplaagdoorlatendheid op vak A, toplaag met staalslakvoegvulling, kan als een "beginwaarde" voor een dergelijke konstruktie opgevat worden, daar de berekende doorlatendheid van deze "verse" konstruktie iets groter is dan de grootst gevonden doorlatendheid op de Zuidwal.
7. Door het inspoelen van relatief weinig fijn materiaal neemt de doorlatendheid sterk af.

In de praktijk zal er op bepaalde delen van het talud ook water uittreden, waardoor het proces op die gedeelten mogelijk (gedeeltelijk?) reversibel is.

Voegen kunnen mogelijk zowel aan de bovenzijde als aan de onder "dicht-slibben". Het gedrag van dergelijke konstrukties/konstruktiedelen zal hierdoor bepaald kunnen worden. Het zal echter gezien de resultaten in de praktijk lastig zijn om het effect van "dichtslaan" aan de onderzijde vast te stellen.

8. Bij het beoordelen van top laagdoorlatendheden speelt de voegbreedte ter plaatse van de meetlokatie een rol.
9. De proefvakgrootte heeft vermoedelijk het resultaat van de proeven na het inwassen met zand beïnvloed, daar het filter in de loop van de proefnemingen vermoedelijk verzadigd raakt. Hetgeen wil zeggen, dat het resultaat van het inwassen met zand mogelijk is verstoord. De resultaten van de proefnemingen tot aan het inwassen met zand echter zullen vermoedelijk niet zijn beïnvloed door het eventueel verzadigd raken van het filter.
10. De doorlatendheden op de proefvakjes met een splitvoegvulling zijn zodanig groot, dat met de betreffende meetvoorziening, geen standaard proefuitvoering mogelijk is, daar de buitenbak niet op peil te krijgen is. Het voorgaande houdt in, dat de top laagdoorlatendheden op deze proefvakjes groter zijn dan die op andere in situ lokaties, waar het betreffende meetsysteem is ingezet, daar niet eerder problemen met het peil krijgen van de buitenbak zijn gekonstateerd.
De oorzaak ligt vermoedelijk in het verlengde van het gekonstateerde onder konklusie 6, hetgeen wil zeggen, dat de gevonden waarden vermoedelijk "beginwaarden" van dergelijke konstrukties zijn en dus doorlatendheden van "verse" konstrukties zijn bepaald.
11. De berekende top laagdoorlatendheden dienen met de nodige reserve gehanteerd te worden, daar de proefvakgrootte, de voegbreedtes, het niet altijd op peil krijgen van de buitenbak e.d. invloed hebben op de bereikte resultaten.

Aanvullende konklusie is:

12. Met het betreffende meetsysteem is een redelijk consistent resultaat te verkrijgen.
Indien er een goede relatie tussen de Filterbak- en deze in situ infiltratiemethode bestaat, kan deze methode zinvol ingezet worden voor het beoordelen van top laagdoorlatendheid van vergelijkbare konstrukties (mits de voegen niet aan de onderzijde zijn "dichtgeslagen").

Opmerking: In de voorgaande konklusies is met opzet vermeden om naast de geformuleerde kwalitatieve konklusies tevens de eerder vermelde kwantitatieve informatie te verstrekken. De reden hiervoor is, dat het cijfermateriaal sterk beïnvloed kan zijn door versturende factoren, zoals voegbreedtes, voegvullingsgraad, invloed vakgrootte, niet altijd op peil krijgen van de buitenbak e.d. Het gebruik van de verkregen resultaten dient dus met de nodige zorg te gebeuren. Het hier noemen van de kwantitatieve informatie houdt het gevaar in van een verkeerd gebruik van de resultaten. In de voorgaande paragrafen zijn de kwantitatieve gegevens gebruikt om de kwalitatieve konklusies te onderbouwen.

5. Referenties

1. M. Klein Breteler.
Taludbekledingen van gezette steen.
Doorlatendheid van de toplaag.
Waterloopkundig Laboratorium, concept verslag H195.07, febr. 1988.
2. H den Adel.
Heranalyse van doorlatendheidsmetingen dmv Forchheimer relatie.
Grondmechanica Delft, verslag CO 272550/56, 1987.
3. R.J.G. van Etten en J. Eikelboom.
In situ doorlatendheidsproeven op 5 proefvakken met Basaltontoplaag te de Voorst.
Rijkswaterstaat, Dienst Weg- en Waterbouwkunde, rapport WBO-R-89.039, mei '89.
4. J. A. Hernandez e.a.
Zuidwal (Maasvlakte), Analyse schade en ontwerp taludbekleding.
Rijkswaterstaat, Dienst Weg- en Waterbouwkunde, rapport WBA-N-88.053, april 1988.
5. M. Klein Breteler.
Taludbekledingen van gezette steen.
Stbiliteit van de toplaag zonder inklemming of interlocking.
Waterloopkundig Laboratorium, concept verslag H195.04, nov. 1987.

BIJLAGE B

DOORLATENDHEID VAN INGEWASSEN BASALTON

WL-verslag van metingen op proeftaluds (in situ metingen)

INHOUD

	blz.
1. <u>Inleiding</u>	1
2. <u>Beschrijving van de proeftaluds</u>	2
3. <u>Kwalitatieve resultaten van de metingen</u>	3
3.1 Algemeen.....	3
3.2 Per talud.....	3
3.2.1 Talud 1.....	4
3.2.2 Talud 2.....	4
3.2.3 Talud 3.....	4
3.2.4 Talud 4.....	4
3.2.5 Talud 5.....	4

1. Inleiding

Met zijn brief, gekenmerkt WB/BX881827 en gedateerd 7 maart 1988, heeft de hoofdingenieur directeur van de dienst Weg- en Waterbouwkunde (DWW) van RWS het Waterloopkundig Laboratorium opdracht gegeven een aantal proeftaluds te bouwen. Met behulp van deze proeftaluds heeft de onderafdeling Praktijkonderzoek (WBOP) van de hoofdafdeling Waterbouw van DWW (RWS) doorlatendheidsmetingen gedaan. Tegelijkertijd zijn er ook in de Filterbak proeven gedaan (zie Bijlage C).

Het doel van de bouw van de proefopstelling bij WL en het doen van de metingen is na te gaan hoeveel de doorlatendheid van een nieuwe zetting, opgebouwd uit Basalton op verschillende filterlagen, verschilt van de doorlatendheid van een verouderde zetting in het prototype.

Het onderhavige onderzoek is aktueel geworden door het ontstaan van een aanzienlijke schade aan de glooiing van Basaltonzuilen aan de Zuidwal van de Maasvlakte. Deze schade is opgetreden tijdens een stormperiode op 28 en 29 februari en 1 maart 1988.

Door de dienst Weg- en Waterbouwkunde zijn de metingen op diverse lokaties in prototype gerapporteerd in rapport nr. WBA-N-88.053 d.d. 20 april 1988.

Het onderzoek aan de proefopstelling in het Waterloopkundig Laboratorium "de Voorst" heeft plaats gevonden in de periode 22 tot en met 31 maart 1988. De bouw is onder leiding van L. Tulp gebeurd die ook deze bijlage heeft samengesteld.

De projektleider van het Waterloopkundig Laboratorium is ir. M. Klein Breteler geweest.

2. Beschrijving van de proeftaluds

De proeftaluds zijn in de open lucht in de omgeving van de Deltagoot van het Waterloopkundig Laboratorium "de Voorst" gebouwd. De dwarsdoorsnede van de profielen is gegeven in Figuur 1. Hierin is tevens in tabelvorm aangegeven:

- soort filtermateriaal,
- de dikte van de Basalton,
- inwasmateriaal.

De Basaltonzuilen zijn op de proefglooiing gezet door medewerkers die daar speciaal voor zijn opgeleid en die dit soort werk regelmatig doen.

Na het zetten van de zuilen zijn deze met steenslag of staalslakken ingewassen met behulp van water. Het blijkt dat na het wassen het materiaal slechts minimaal de poriën tussen de stenen opvult. Wanneer vervolgens met de hand de poriën worden nagevuld, dan kan zodoende nog veel materiaal tussen de stenen aangebracht worden.

De filterlaag is verdicht met behulp van een trilplaat met een slagkracht van ca. 1.0 ton.

De opbouw van het talud en het resultaat van het ingewassen talud is gegeven op de foto's 1 t/m 4. Steeds is het inwasmateriaal zeer zorgvuldig aangebracht door eerst met water in te wassen, daarna met de bezem en vervolgens met de hand de niet gevulde spleten te vullen.

Nadat het talud is opgebouwd en ingewassen zijn er metingen verricht. De opbouw is gegeven op de foto's 5 en 6.

De metingen zijn verricht door de onderafdeling Praktijkonderzoek (WBOP) van de hoofdafdeling Waterbouw van DWW (RWS).

De opstelling bestaat uit een buitenbak en een binnenbak. Beiden worden m.b.v. schuim op de glooiing waterdicht gemaakt. De doorlatendheid wordt gemeten door, nadat het water tot een bepaalde hoogte in de binnenbak is aangebracht, de afname van de waterhoogte te meten.

Er zijn 5 proeftaluds gebouwd en onderzocht (figuur 1).

De korrelgraderingen van de diverse materialen zijn gegeven in figuur 2.

3. Kwalitatieve resultaten van de metingen

3.1 Algemeen

De metingen zijn, zoals reeds eerder is vermeld, door RWS verzorgd. Er wordt hier verwezen naar het verslag van de metingen voor zover het betreft de getalsmatige uitkomsten van de proeven.

In dit verslag zullen tenslotte nog, voor zover beschikbaar, per talud enkele opmerkingen vermeld worden.

3.2 Per talud

Het gebruikte materiaal en de opbouw zijn gegeven in figuur 1 en 2.

Opvallend is dat de karakteristieke korrelgrootte, D_{15} , van het split 4-40 mm (inwasmateriaal) hier ongeveer 6.5 mm lijkt te zijn, terwijl in bijlage C (figuur 1) te zien is dat daar voor hetzelfde materiaal $D_{15} = 9$ mm gemeten is.

Het monster voor de in situ proeven is vóór de inbouw van de proeftaluds van de geleverde partij inwasmateriaal genomen en onderzocht door Grondmechanica Delft. Het monster voor de Filterbakproeven is genomen van het deel van de geleverde partij inwasmateriaal dat daadwerkelijk toegepast is voor de Filterbakproeven. Dit laatste monster is onderzocht door WL.

Het verschil tussen beide kan veroorzaakt zijn door ontmenging van het geleverde materiaal tijdens transport. Door de ontmenging kan het zijn dat de monsters niet representatief zijn voor het totaal, maar kan er ook een verschil zijn ontstaan tussen het gebruikte materiaal in de Filterbak en voor de in situ proeven.

Omdat voor de opbouw van de modelopstellingen veel meer inwasmateriaal nodig is dan voor het bepalen van de zeefkromme, is de invloed van toeval of foutieve monsternamen veel groter op de gemeten zeefkromme dan op het daadwerkelijk toegepaste materiaal in de opstelling. Dit ondersteunt de veronderstelling dat de korrelgrootte van het gebruikte inwasmateriaal minder verschillend was dan gesuggereerd wordt door de zeefkrommen.

De zeefkromme uit bijlage C (figuur 1) is waarschijnlijk betrouwbaarder dan de in deze bijlage gegeven zeefkromme, omdat de eerst genoemde van een veel kleinere partij split genomen is.

3.2.1 Talud 1

Dit talud is samen met de steenzetters door WL medewerkers ingewassen. Direct bleek dat de spleten niet voldoende waren gevuld. Verder vullen door aanstampen en met de hand bijvullen had een merkbaar resultaat. Eveneens was de doorlatendheid merkbaar minder wanneer na het doen van een proef opnieuw werd ingewassen.

3.2.2 Talud 2

Hierbij was de capaciteit van het aanwezige pompmateriaal onvoldoende om enigszins water in de meetbak te laten verschijnen. Ook na herhaald aanstampen en bijvullen was het niet mogelijk om een waterstandnivo in de meetbak te creëren.

Dit lukte toen er zand (korrelgrootte: $D_{50} = 225 \mu\text{m}$) gemengd is door het benodigde vulmateriaal (steenslag 4-40).

3.2.3 Talud 3

De opmerkingen gemaakt bij talud 2 gelden ook hier. Tevens is hier nog vermeldenswaard dat, door de grote hoeveelheden water die makkelijk door de deklaag heen de filterlaag instroomden, het zand wat door de silex gemengd was uitspoelde en buiten het talud op de grond bleef liggen.

3.2.4 Talud 4

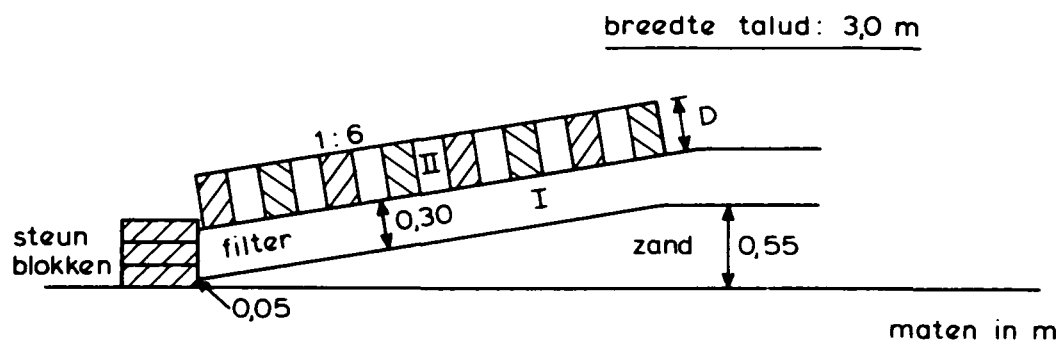
Over talud 4 zijn naast de gemaakte opmerkingen bij 3.2.2 geen specifieke zaken opgevallen.

3.2.5 Talud 5

Bij dit talud was de filterlaag gemaakt van mijnsteen. Volgens de leverancier was dit rode mijnsteen.

Op de meetplaats werd deze kwaliteit in twijfel getrokken. Na telefonisch overleg met de leverancier en de opdrachtgever is besloten het materiaal te gebruiken.

In de mijnsteen was tamelijk veel verontreiniging aanwezig.



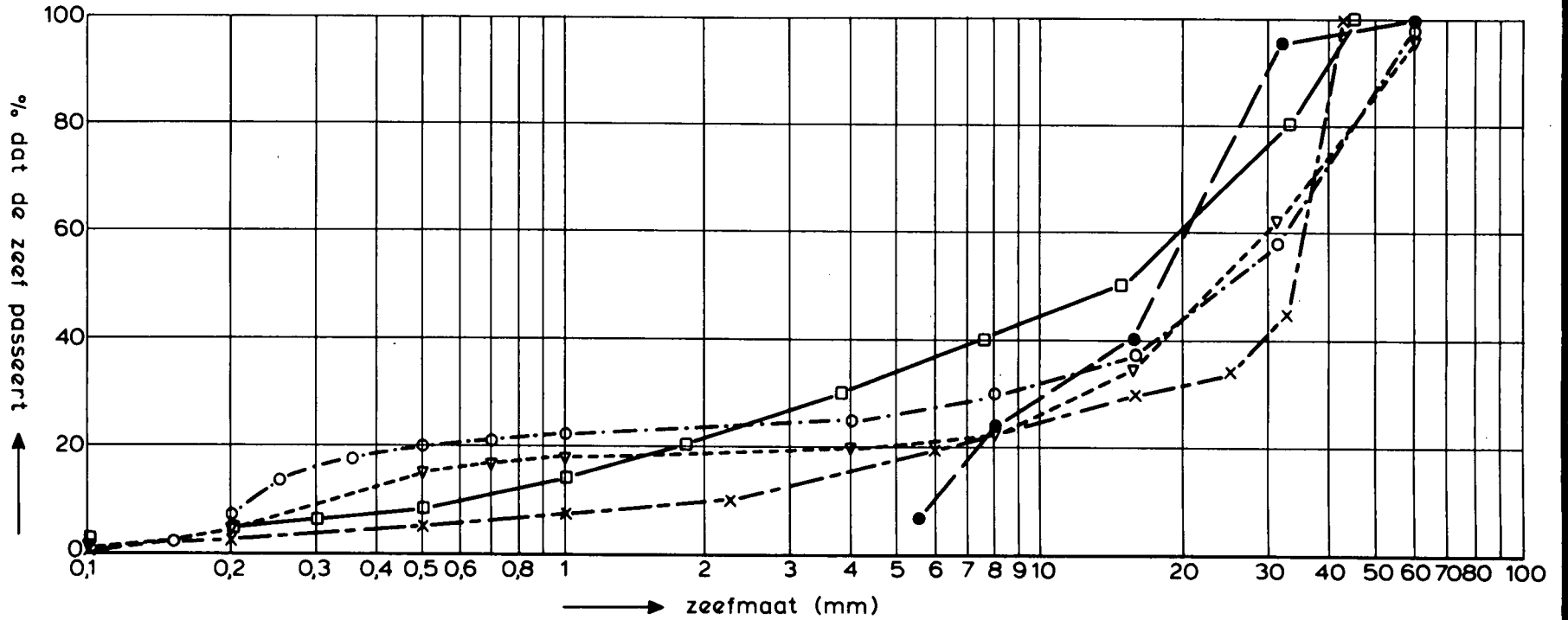
talud no	filter I	zetting II	D (m)	inwas materiaal
1	SILEX	BASALTON	0,35	staalsl.
2	SILEX	BASALTON	0,35	4-40
3	SILEX + 20% zand	BASALTON	0,35	4-40
4	split 4-40	BASALTON	0,20	4-40
5	mijnsteen	BASALTON	0,35	4-40

SAMENSTELLING PROEFTALUDS

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

H 658

FIG. B1



- split 4-40
- ▽ SILEX
- SILEX + 20% zand
- mijnsteen
- x staalslakken
- talud 2,3,4,5
- talud 1,2
- .-.- talud 3
- talud 5
- talud 1



FOTO 1



FOTO2

OPBOUW VAN PROEFTALUDS

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

H 658

FIG. B3

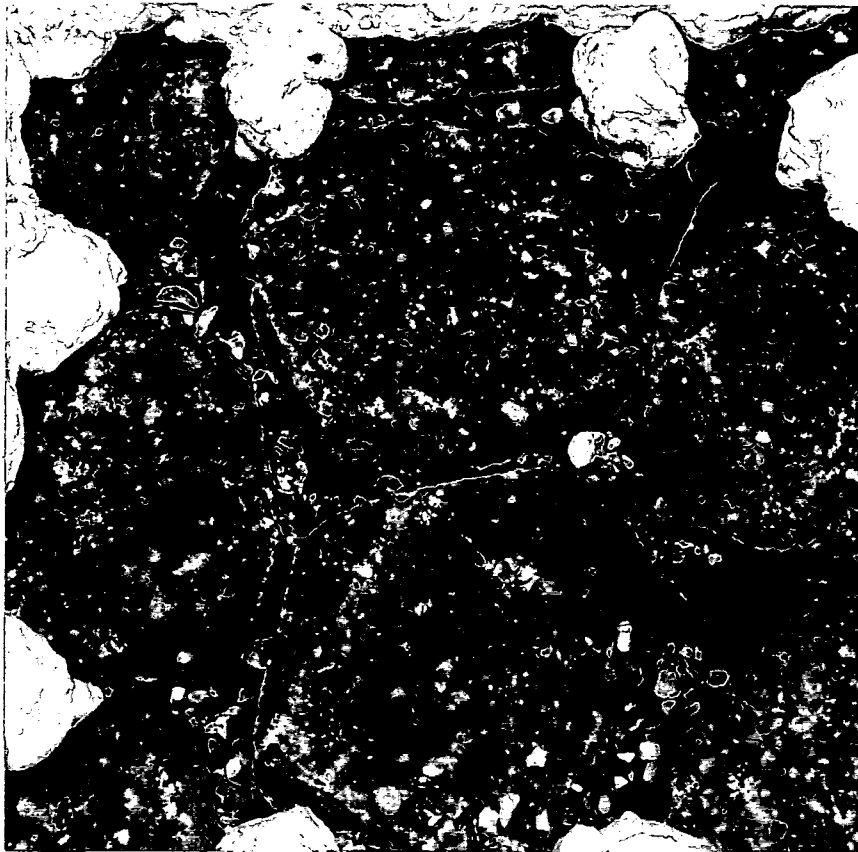


FOTO 3



FOTO 4

INWASSING (SPLIT EN STAALSLAKKEN)

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

H 658

FIG. B4

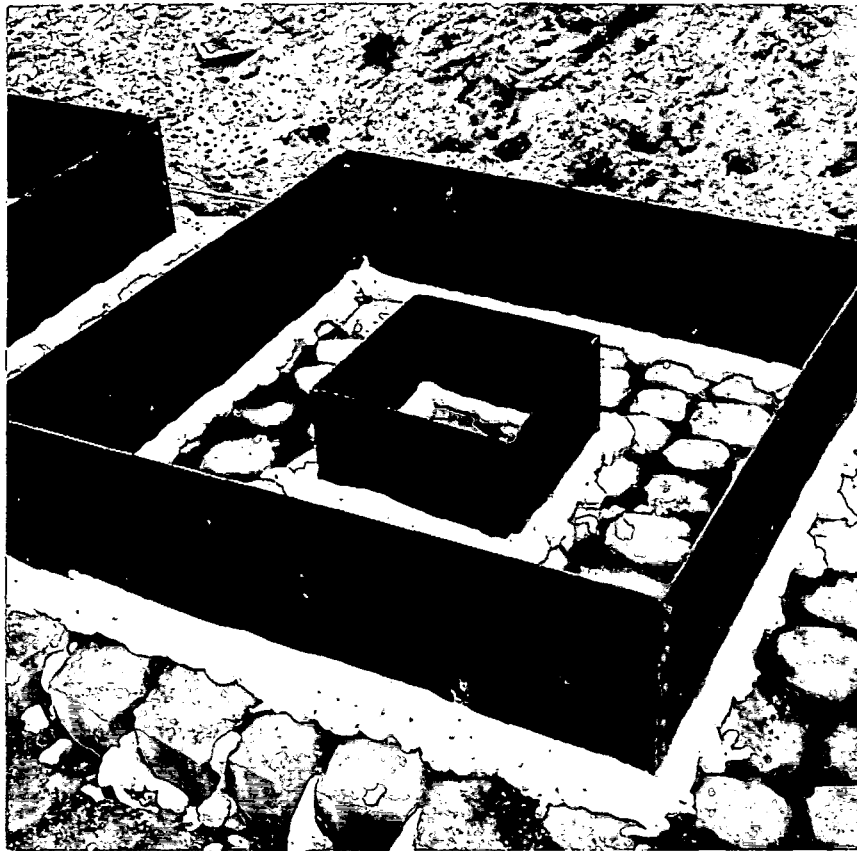


FOTO 5

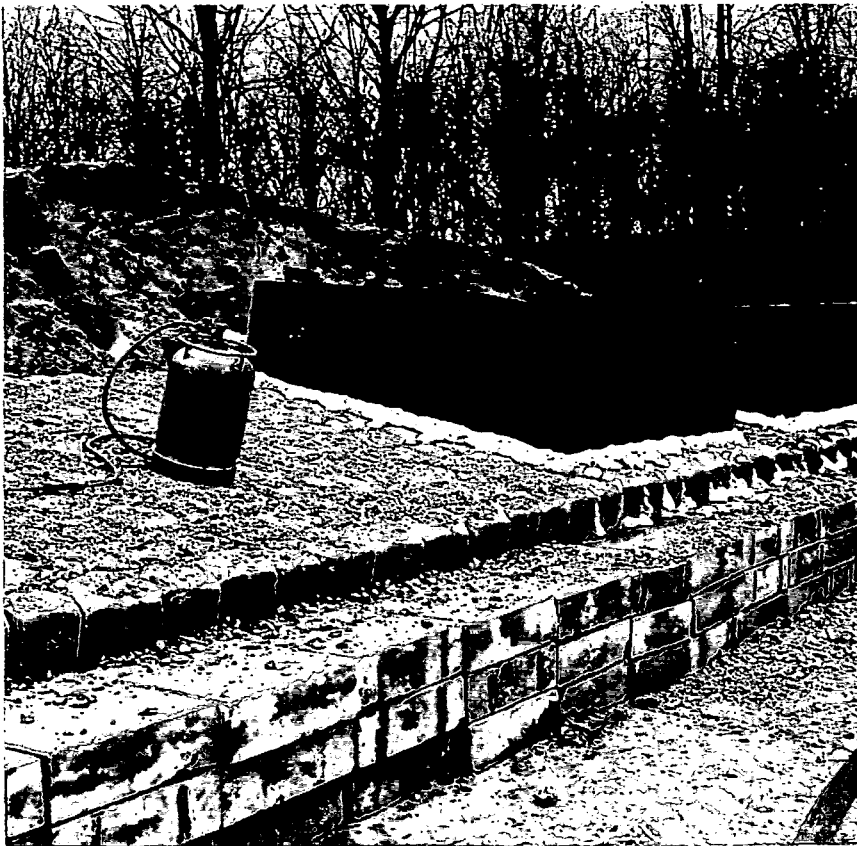


FOTO 6

MEETOPSTELLING

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

H 658

FIG. B5

BIJLAGE C

DOORLATENDHEID VAN INGEWASSEN BASALTON

Verslag van modelonderzoek in de Filterbak

INHOUD

	blz.
1. <u>Inleiding</u>	1
2. <u>Samenvatting en konklusies</u>	2
3. <u>Basalton op Silex (T1)</u>	3
4. <u>Basalton op Silex met 20% zand (T2)</u>	7
5. <u>Basalton op mijnsteen (T3)</u>	9
6. <u>Doorlatendheid van uitgezeefd Silex zonder Basalton (T4)</u>	11
7. <u>Referenties</u>	12

1. Inleiding

Ten behoeve van de evaluatie van de schade aan het Basalton-talud op de Maasvlakte (Zuidwal) is onderzoek verricht naar de doorlatendheid van ingewassen Basalton op diverse filtermaterialen. Het onderzoek is uitgevoerd met behulp van de Filterbak van het Waterloopkundig Laboratorium (WL) en op 5 proeftaluds op het terrein van WL in de Voorst. De onderhavige bijlage betreft de doorlatendheidsmetingen met behulp van de Filterbak. Voor de rapportage van de metingen op de proeftaluds wordt verwezen naar bijlage A en B van dit verslag en naar [3].

Het doel van de proeven is op te splitsen in drie delen:

- het verkrijgen van vergelijkingsmateriaal met de meetmethode van Rijkswaterstaat (beschreven in [3]),
- het toetsen van de formules voor het berekenen van de doorlatendheid van de zetting,
- de selectie van de optimale toplaag/filterlaag combinatie voor het repareren van de schade aan de Zuidwal (zie [4]).

In deze bijlage worden alleen de resultaten van het modelonderzoek en de gebruikte materialen gerapporteerd. Voor de wijze van meten wordt verwezen naar [1], terwijl voor de selectie van de optimale toplaag/filter combinatie verwezen wordt naar [4].

2. Samenvatting en konklusies

Ten behoeve van de evaluatie van de schade aan het Basalton-talud op de Maasvlakte (Zuidwal) is de doorlatendheid van ingewassen Basalton op diverse filtermaterialen in de Filterbak gemeten. Het doel van deze metingen is het vergelijken van de meetresultaten met de berekende waarden (met de formules uit [1]). Bovendien levert het onderzoek gegevens op waarmee een keuze uit de verschillende konstruktie-varianten gemaakt kan worden (zie [4]).

Er zijn drie proeven uitgevoerd met 35 cm dikke Basalton, ingewassen met split 4 - 40 mm, en één proef met alleen Silex. Deze laatste proef was gericht op het meten van de doorlatendheid van Silex, waaruit de korrels die kleiner zijn dan 1 mm waren verwijderd. De resultaten zijn als volgt (k' = toplagdoorlatendheid, k = doorlatendheid filtermateriaal):

Proef	Berekend		Gemeten	
	k' (mm/s)	k (mm/s)	k' (mm/s)	k (mm/s)
T1: Basalton op Silex	14	-	11	23 à 42
T2: Basalton op Silex met 20% zand	12	-	11	1 à 210
T3: Basalton op mijnsteen	3	-	6 à 4	0.9 à 0.3
T4: Silex zonder fijne fraktie (<1mm)	-	80	-	75

Tijdens de proeven T1 en T2 is de doorlatendheid van het filter sterk toegenomen als gevolg van het uitspoelen van de fijnste fraktie.

De mijnsteen is tijdens de proef iets minder doorlatend geworden, wellicht doordat de fijnste fraktie in de mijnsteen zich wel kan verplaatsten, maar elders weer vastloopt.

Het relatieve open oppervlak tussen de zuilen was 11.8 %, gemeten ter plaatse van het grondvlak van de zuilen (zie figuur 2).

Gekonkludeerd kan worden dat de berekende doorlatendheden goed overeen komen met de meetresultaten.

3. Basalton op Silex (T1)

De eerste proef, T1, is uitgevoerd met Silex dat is aangevoerd van de Zuidwal. De gebruikte materialen zijn als volgt te karakteriseren:

Zuilhoogte : D = 0.35 m

Korrelgrootte Silex: $D_{90} = 52$ mm

$D_{50} = 23$ mm

$D_{15} = 0.5$ mm

$D_5 = 0.2$ mm

Korrelgrootte van het inwasmateriaal (split):

$D_{90} = 25$ mm

$D_{50} = 16$ mm

$D_{15} = 9$ mm

De zeefkromme van de materialen is gegeven in figuur 1.

De Silex is aangebracht in een ruimte met doorstroomoppervlak van 50 x 50 cm². Op de Silex zijn de Basalton-blokken aangebracht, zoals getekend is in figuur 2. In deze figuur is het grondvlak van de zetting gegeven.

Aangenomen wordt dat het in de proefopstelling geschematiseerde doorstroomoppervlak van 0.25 m² representatief is voor de zetting. Hierbij wordt opgemerkt dat als de meetresultaten goed overeen komen met de berekende resultaten met de formules uit [1], deze formules ook gebruikt kunnen worden om de doorlatendheid van zettingen met een afwijkend open oppervlak, zuilhoogte, etc., te berekenen. Dit betekent dat de invloed van een niet goed weergegeven open oppervlak gemakkelijk kan worden gekwantificeerd.

De watertemperatuur was gedurende de metingen ongeveer 9°C.

Tijdens de proef is een deel van de fijne fraktie van de Silex uitgespoeld. Door voor en na de proef de Silex te wegen bleek dit 13% van de oorspronkelijke hoeveelheid te zijn. De porositeit is daardoor toegenomen van 0.23 naar 0.33. Dit is berekend op basis van het gewicht van de Silex en het totale volume van korrels en porieën.

De doorlatendheid van de Silex is door het uitspoelen duidelijk toegenomen. Dit blijkt uit figuur 3. Uit de figuur is niet af te leiden of de doorlatendheid een laminair of turbulent karakter heeft. Op grond van de resul-

taten van T4 is verondersteld dat de doorlatendheid turbulent is, waarmee de doorlatendheidsrelaties van de Silex van voor en na de proef als volgt worden:

$$\text{vóór T1: } v_f = 0.023 \sqrt{i} \quad ==> \quad k = 23 \text{ mm/s} \quad (1)$$

$$\text{na T1 : } v_f = 0.042 \sqrt{i} \quad ==> \quad k = 42 \text{ mm/s} \quad (2)$$

met:

v_f = filtersnelheid door de toplaag en het filter (specifiek debiet) (m/s)

k = doorlatendheid van filter (m/s)

i = verhang in filter (-)

Het inwasmateriaal had een porositeit van 0.59, hetgeen berekend is op basis van het volume tussen de zuilen en het volume van het ingewassen split. Met de formules uit [2] is de doorlatendheid van dit inwasmateriaal te berekenen:

$$i = a_f v_f + b_f v_f^2 \quad (3)$$

$$a_f = \frac{160 \nu (1 - n)^2}{g n^3 D_{f15}^2} \quad (4)$$

$$b_f = \frac{2.2}{g n^2 D_{f15}} \quad (5)$$

met:

a_f = lineaire weerstandskoefficiënt van het granulaire materiaal (s/m)

b_f = kwadratische weerstandskoefficiënt van het granulaire materiaal (s²/m²)

n = porositeit van het granulaire materiaal (-)

ν = viscositeit (m²/s)

g = zwaartekrachtsversnelling (m/s²)

D_{f15} = korrelgrootte die door 15 gewichtsprocenten wordt onderschreden (m)

Voor het inwasmateriaal geldt (met $\nu = 1.2 \cdot 10^{-6}$ m²/s):

$$a_f = 0.20 \text{ s/m}$$

$$b_f = 72 \text{ s}^2/\text{m}^2$$

Hieruit volgt dat bij een filtersnelheid van 117 mm/s het verhang gelijk is aan 1. De lineaire term is dan slechts 2% van de kwadratische term, waaruit gekonkludeerd kan worden dat de doorlatendheid een turbulent karakter heeft:

$$v_f = 0.117 \sqrt{i} \quad ==> \quad k = 117 \text{ mm/s} \quad (6)$$

De gemeten doorlatendheid van de zetting kan afgeleid worden aan de hand van de meetresultaten die in figuur 4 zijn gepresenteerd:

$$v_t = 0.011 \sqrt{i_t} \quad ==> \quad k' = 11 \text{ mm/s.}$$

met:

k' = doorlatendheid van de topplaag (m/s)

i_t = verhang over de topplaag (-)

v_t = filtersnelheid (specifiek debiet) door topplaag (m/s)

Het open oppervlak was 11.8 %, gemeten ter plaatse van het grondvlak van de zuilen (zie figuur 2).

Na afloop van de normale proef met verticale stroming door de topplaag omhoog, is ook een infiltratieproef uitgevoerd met stroming naar beneden. Met deze proef is beoogd een zo goed mogelijke reproductie te verkrijgen van de proeven met de in situ meetmethode van de Dienst Weg- en Waterbouwkunde van RWS.

Er is daarvoor een houten bak (zonder bodem) van 50x50 cm² op de topplaag geplaatst en zo goed mogelijk waterdicht op de Basalton gekit. In de bak is een konstant waterpeil in stand gehouden, terwijl het debiet door de zetting en het verval erover gemeten is.

Het resultaat van de meting was een filtersnelheid van 2.8 mm/s bij een verval van 15 mm. Aannemende dat ook bij deze lage filtersnelheid de stroming nog turbulent is, levert dit de volgende doorlatendheidsrelatie op:

$v_t = 0.014 \sqrt{i_t}$. De doorlatendheid zou op basis van deze meting 14 mm/s zijn. Helaas bleek het niet mogelijk te zijn om het debiet te vergroten. Door het lage verval over de topplaag moet deze infiltratie-proef als minder betrouwbaar beoordeeld worden.

Op basis van het gemeten open oppervlak kan de doorlatendheid ook berekend worden met de formules uit [1]. Vanwege de grote doorlatendheid van de Silex

is dit gelijk aan het produkt van berekende doorlatendheid van het inwasmateriaal en het relatieve open oppervlak: 14 mm/s.

Gekonkludeerd kan worden dat het verschil tussen berekende en gemeten zettingdoorlatendheid klein is.

4. Basalton op Silex met 20% zand (T2)

De tweede proef is uitgevoerd met een mengsel van 20% zand ($D_{50} = 0.2$ mm) en 80% Silex. De Basalton is in exact hetzelfde patroon opgebouwd en ingewassen met hetzelfde materiaal als bij proef T1. Het open oppervlak was daardoor niet meetbaar verschillend van de eerste proef: 11.8% (zie figuur 2).

De korrelgrootte van het Silex/zand mengsel is als volgt te karakteriseren (zie ook figuur 1):

$$D_{90} = 50 \text{ mm}$$

$$D_{50} = 20 \text{ mm}$$

$$D_{15} = 0.3 \text{ mm}$$

$$D_5 = 0.2 \text{ mm}$$

Tijdens de proef is 15.3% fijn materiaal uitgespoeld. Na de proef is de hoeveelheid fijne korrels (kleiner dan 1 mm), die nog waren achtergebleven, gemeten. Dit was 10% van het totale gewicht van de overgebleven hoeveelheid. De porositeit is door het uitspoelen toegenomen van 0.25 naar 0.36.

De proef is gestart met een zeer klein debiet, zoals weergegeven in figuur 5 (meetpunt met nummer 1). Bij een filtersnelheid van 0.37 mm/s bleek nog maar weinig zand uit te spoelen. Het verhang in het filter was toen 0.35.

Uit figuur 5 blijkt dat bij toeneemd debiet het verhang niet toeneemt. Dit is te verklaren door het uitspoelende zand.

De doorlatendheid van het filter is tijdens de proef sterk toegenomen. Aannemende dat de doorlatendheid een laminair karakter heeft, geldt:

$$\text{bij aanvang} \quad : v_f = 0.001 \text{ i} \quad ==> \quad k = 1 \text{ mm/s}$$

$$\text{eind van proef: } v_f = 0.21 \text{ i} \quad ==> \quad k = 210 \text{ mm/s}$$

De porositeit van het inwasmateriaal was bij deze proef 0.54. Dit resulteert in een berekende doorlatendheid van 105 mm/s (turbulent).

De gemeten doorlatendheid van de zetting is niet beïnvloed door het geleidelijk doorlatender worden van het filter, zoals blijkt uit figuur 6. De zettingdoorlatendheid bedroeg zowel aan het begin als aan het eind van de proef: $k' = 11$ mm/s (met een turbulent karakter).

Met de formules uit [1] kan de doorlatendheid ook berekend worden op basis van de berekende doorlatendheid van het inwasmateriaal en het open oppervlak tussen de zuilen. Dit resulteert in een berekende waarde voor k' van 12 mm/s, hetgeen zeer goed overeen komt met de metingen.

5. Basalton op mijnsteen (T3)

De derde proef (T3) is uitgevoerd met rode mijnsteen onder een zetting die exact gelijk was aan die van de vorige proeven (zie figuur 2).

Voor de mijnsteen geldt (zie figuur 1):

$$D_{90} = 34 \text{ mm}$$

$$D_{50} = 16 \text{ mm}$$

$$D_{15} = 1.1 \text{ mm}$$

$$D_5 = 0.2 \text{ mm}$$

$$\text{porositeit: } n = 0.31$$

Voor het inwasmateriaal geldt:

$$\text{porositeit} \quad : \quad n = 0.57$$

$$\text{berekende doorlatendheid: } k = 112 \text{ mm/s (turbulent).}$$

De doorlatendheid van de mijnsteen was zeer laag en nam tijdens de proef af van 0.9 mm/s naar 0.3 mm/s, zoals blijkt uit figuur 7. Er was nauwelijks sprake van uitspoeling.

Door de lage doorlatendheid van de mijnsteen was de doorlatendheid van de zetting niet op de oorspronkelijk geplande wijze te meten. Door de lage doorlatendheid van de mijnsteen is de filtersnelheid vrij klein bij het maximaal in te stellen verval over de konstruktie. De doorlatendheid van de zetting is echter vele malen groter, zodat over de zetting bij deze kleine filtersnelheid een nauwelijks meetbaar verval staat.

Daarom is de doorlatendheid in dit geval gedefinieerd als de filtersnelheid waarbij het gemiddelde verhang over de zetting en de bovenste 3 cm van de mijnsteen gelijk is aan 1. Normaal wordt de 3 cm mijnsteen niet meegenomen.

De gemeten doorlatendheid van de zetting is tijdens het uitvoeren van de proeven afgenomen van 6 mm/s tot 4 mm/s, zoals blijkt uit figuur 8. De doorlatendheid had een turbulent karakter.

Met de formules uit [1] wordt het volgende gevonden (bij de berekeningen is gebruik gemaakt van de gemiddelde waarde van de gemeten doorlatendheid van de mijnsteen: 0.6 mm/s):

- laminaire term van aanstroomweerstand : $v_t = 6.5 \cdot 10^{-3} \phi_a / D$
- turbulente term van aanstroomweerstand: $v_t = 350 \cdot 10^{-6} \sqrt{(\phi_a / D)}$
- laminaire term van inwasmateriaal : $v_t = 500 \cdot 10^{-3} \phi_i / D$
- turbulente term van inwasmateriaal : $v_t = 180 \cdot 10^{-6} \sqrt{(\phi_i / D)}$

met:

D = dikte van toplaag (m)

ϕ_a = verval dat veroorzaakt wordt door de aanstroomweerstand (m)

ϕ_i = verval dat veroorzaakt wordt door het inwasmateriaal (m)

De niet genoemde termen, zoals de in/uitstroomweerstand, zijn verwaarloosbaar. Met deze tussenresultaten kan het aandeel van elke term op de totale stromingsweerstand berekend worden (zie [1]):

- aandeel laminaire term van aanstroomweerstand : 77%
- aandeel turbulente term van aanstroomweerstand: 7%
- aandeel laminaire term van inwasmateriaal : 1%
- aandeel turbulente term van inwasmateriaal : 14%

Met bovenstaande tussenresultaten kan de grootte van de toplaagdoorlatendheid berekend worden (zie [1]), zonder dat de bovenste 3 cm van de mijnsteen wordt meegeteld: $k' = 5$ mm/s. Verekenen we ook de stromingsweerstand van het laagje mijnsteen dan wordt een doorlatendheid van 3 mm/s berekend.

Hieruit kan gekonkludeerd worden dat de berekende doorlatendheid ongeveer een faktor 1.5 kleiner is dan de gemeten waarde. Gezien het feit dat deze konstruktie sterk afwijkt van die waarop de formules zijn gebaseerd, en het feit dat de k' in stabiliteitsberekeningen altijd in combinatie met de doorlatendheid van een filter wordt gebruikt (waarvoor geldt dat metingen en berekeningen tot een faktor 2 kunnen verschillen), kan gesteld worden dat dit resultaat akseptabel is.

6. Doorlatendheid van uitgezeefd Silex zonder Basalton (T4)

De laatste proef is uitgevoerd zonder zetting, zodat de doorlatendheid van de Silex nauwkeurig kon worden gemeten. Voor de proef zijn alle korrels, die kleiner dan 1 mm zijn, uitgezeefd. Dit resulteerde in een intern stabiel filter met porositeit van 0.39 en turbulente doorlatendheid van 75 mm/s, zoals blijkt uit figuur 9.

Dit resultaat kan vergeleken worden met de berekende doorlatendheid (met de formules (3) tot en met (5):

$$\begin{aligned} a_f &= 1.2 \text{ s/m} \\ b_f &= 148 \text{ s}^2/\text{m}^2 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad k = 80 \text{ mm/s (turbulent)} \quad (7)$$

Voor deze berekening is de korrelgrootte D_{f15} op 10 mm gesteld (berekend op basis van figuur 1) en de viscositeit op $1.2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

Er kan gekonkludeerd worden dat het berekende resultaat goed overeen komt met de meting.

7. Referenties

1. M. Klein Breteler.

Taludbekledingen van gezette steen.

Doorlatendheid van de toplaag.

Waterloopkundig Laboratorium, concept verslag H195.07, 1988.

2. H den Adel.

Heranalyse van doorlatendheidsmetingen dmv Forchheimer relatie.

Grondmechanica Delft, verslag CO 272550/56, 1987.

3. R.J.G. van Etten en J. Eikelboom.

In situ doorlatendheidsproeven op 5 proefvakken met Basaltontoplaag te de Voorst.

Rijkswaterstaat, Dienst Weg- en Waterbouwkunde, rapport WBO-R-89.039, mei '89.

4. J. A. Hernandez e.a.

Zuidwal (Maasvlakte), Analyse schade en ontwerp taludbekleding.

Rijkswaterstaat, Dienst Weg- en Waterbouwkunde, rapport WBA-N-88.053, april 1988.

5. M. Klein Breteler.

Taludbekledingen van gezette steen.

Stbiliteit van de toplaag zonder inklemming of interlocking.

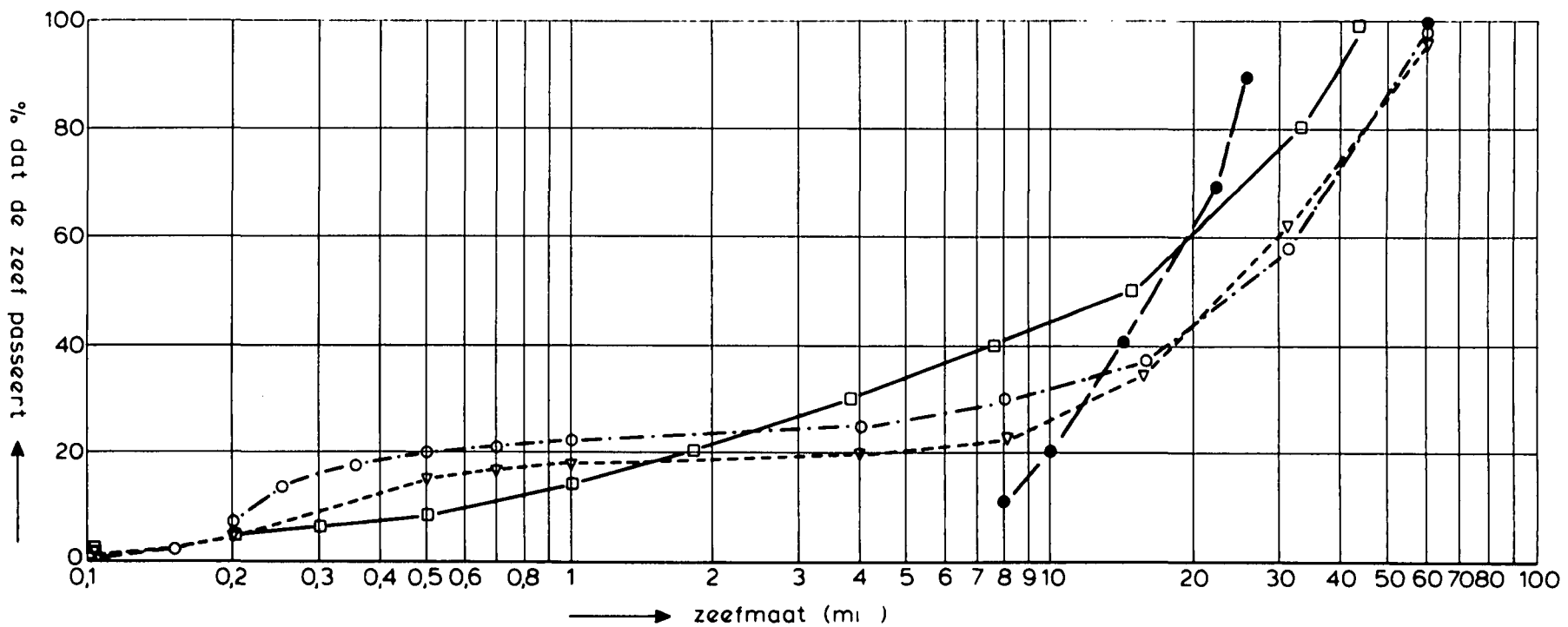
Waterloopkundig Laboratorium, concept verslag H195.04, nov. 1987.

KORRELGRADERING, GEBRUIKTE MATERIALEN

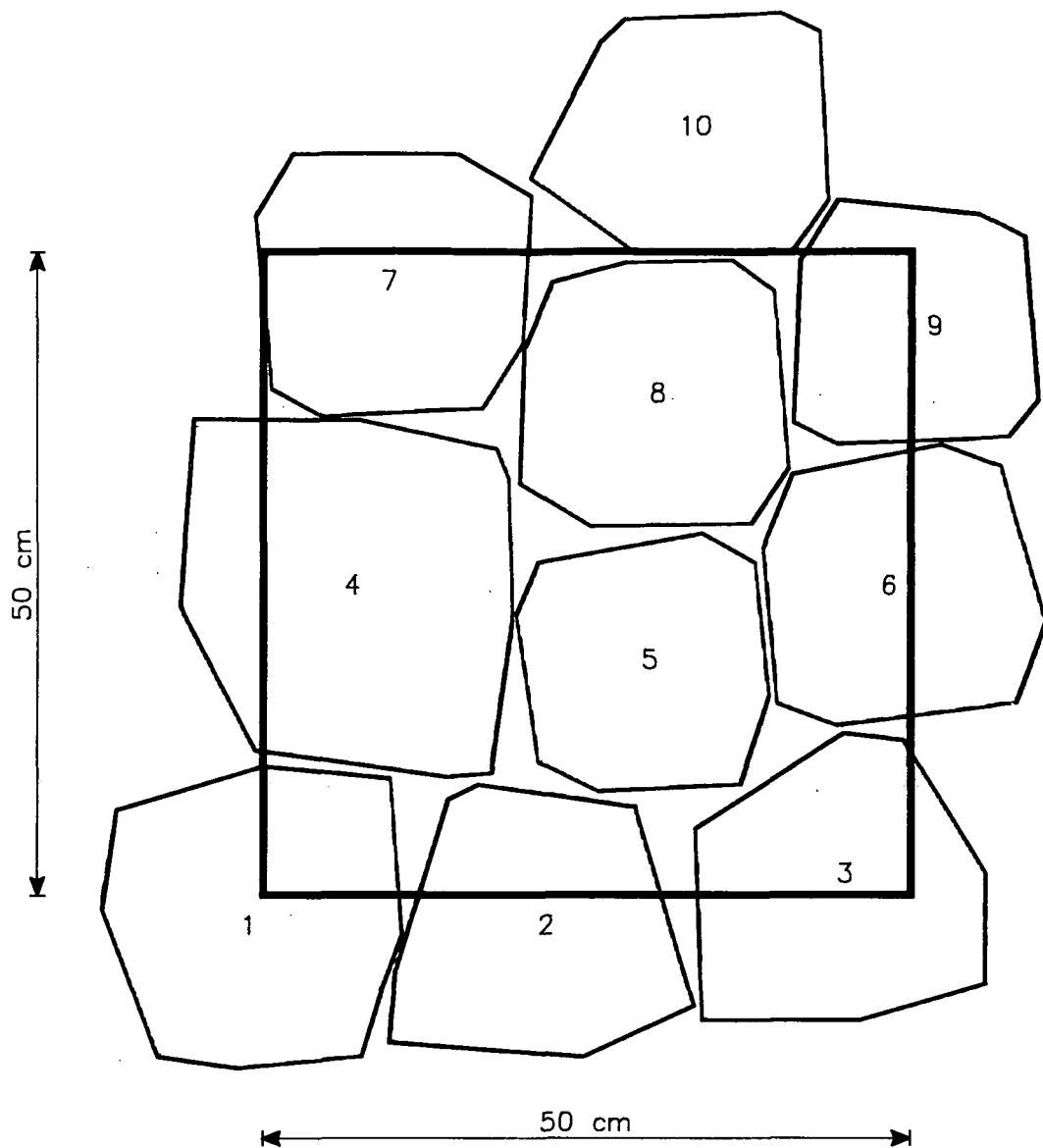
WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

H 658

FIG. C1



- split 4-40
- ▽ SILEX
- SILEX + 20% zand
- mijnsteen
- inwasmateriaal
- T1
- · - · - · T2
- T3



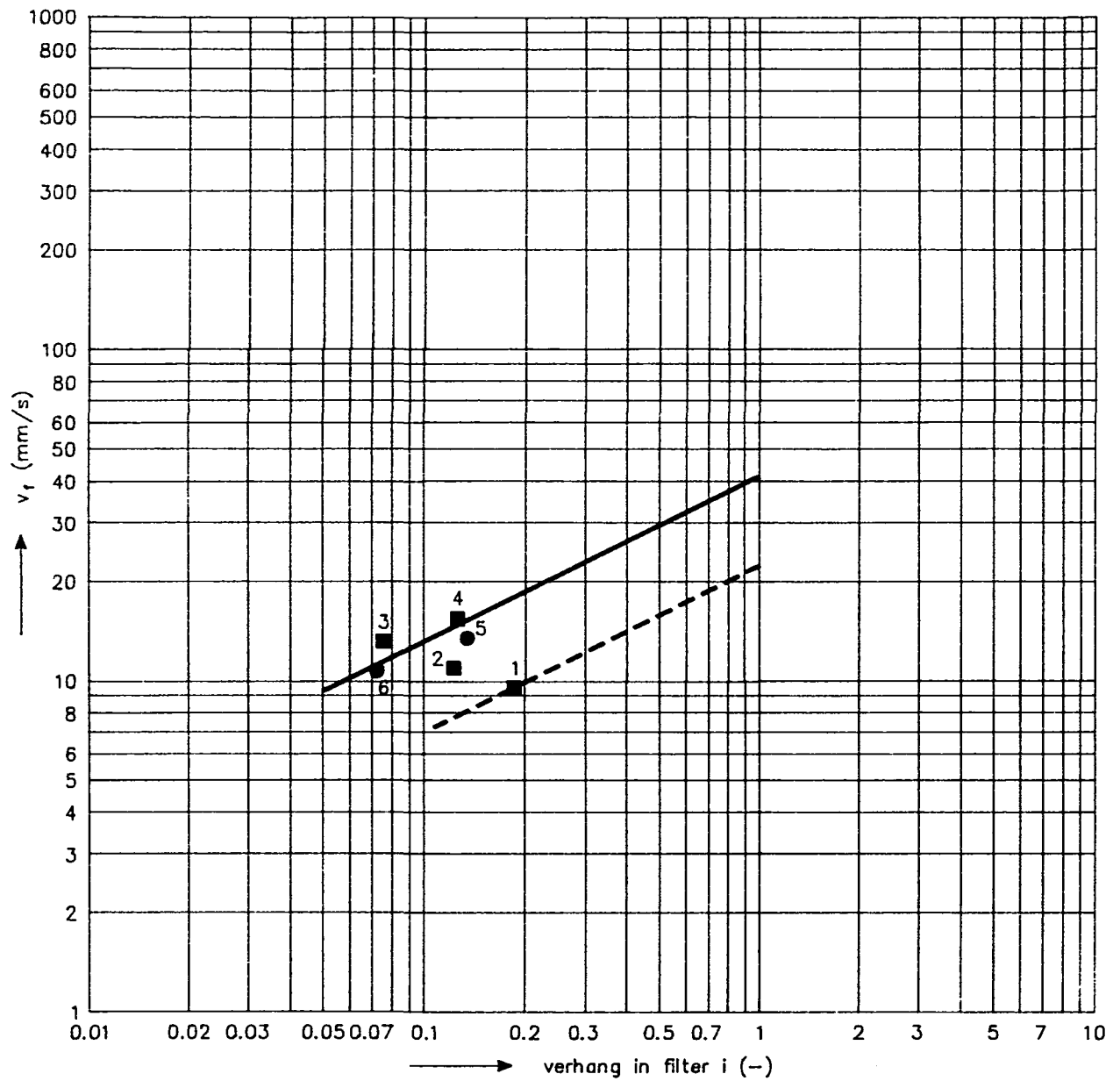
NB: doorlatendheid is gemeten van zetting binnen het vierkant van 50x50cm²

BOVENAANZICHT VAN GRONDVLAK
VAN BASALTON-BLOKKEN

WATERLOOPKUNDIG LABORATORIUM

H 658

FIG. C2



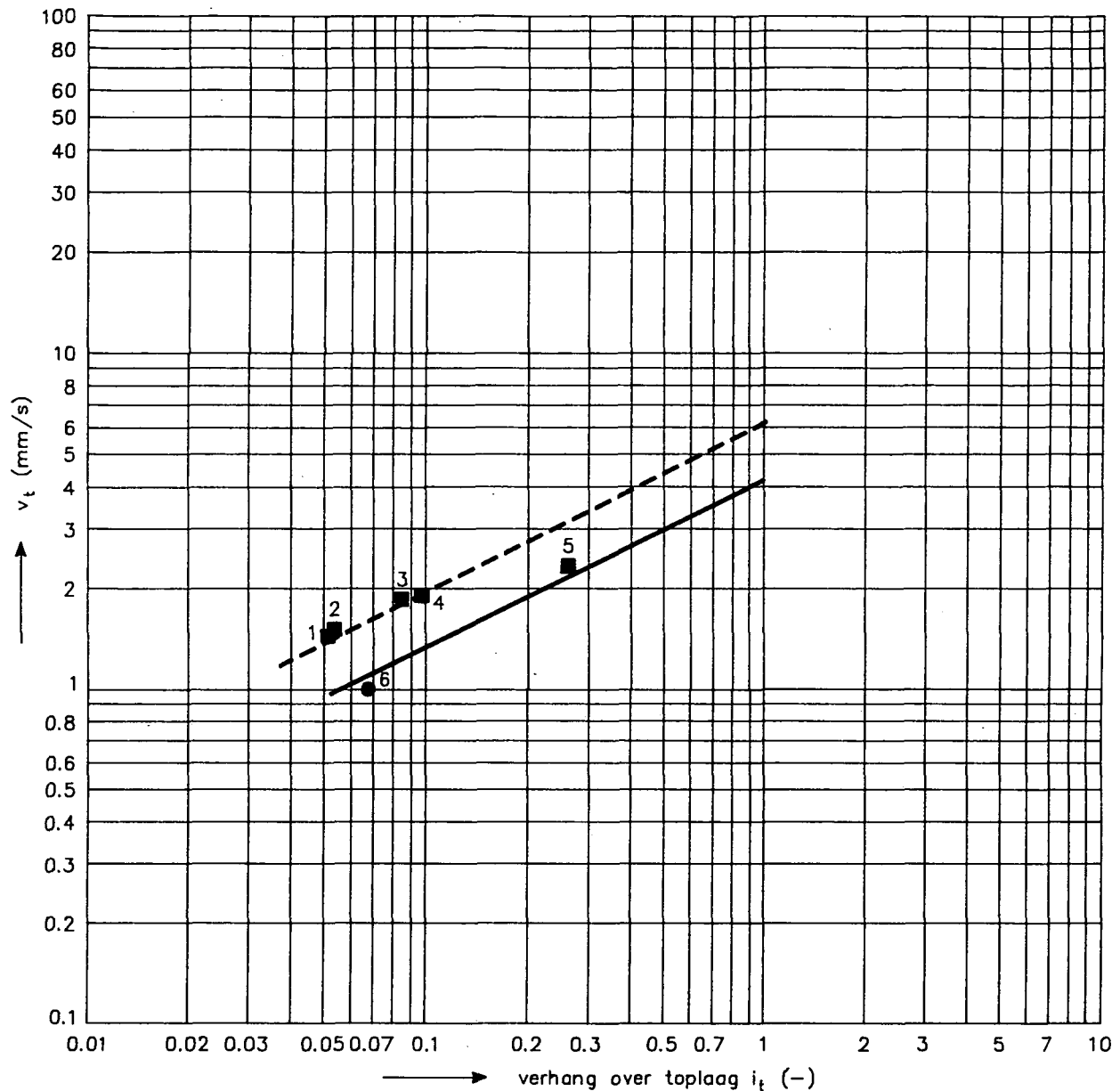
- toenemend verval
 - afnemend verval
- } met stapnummer

— $v_f = 0,042 \sqrt{i}$

- - - $v_f = 0,023 \sqrt{i}$

Basalton op Silex met ingewassen split 4-40 mm

DOORLATENDHEID SILEX (T1)



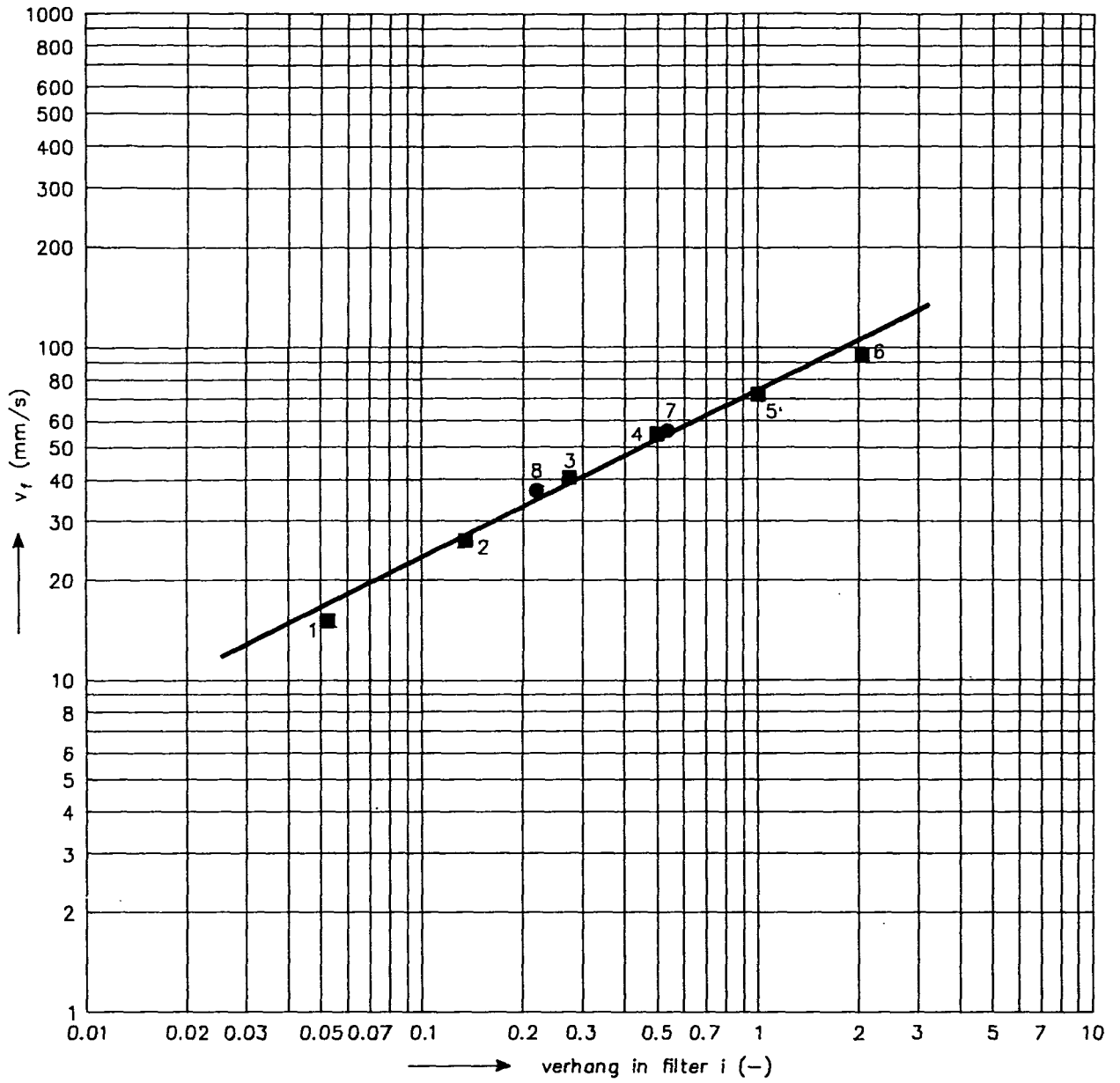
- toenemend verval } met stapnummer
- afnemend verval }

— $v_t = 0,004 \sqrt{i_t}$

- - - $v_t = 0,006 \sqrt{i_t}$

Basalton op mijnsteen, ingewassen met split 4-40 mm

DOORLATENDHEID INGEWASSEN BASALTON (T3)



- toenemend verval
 - afnemend verval
- } met stapnummer

— $v_f = 0,075 \sqrt{i}$

gezeefd Silex zonder toplaag

DOORLATENDHEID GEZEEFD SILEX (T4)

• locatie 'De Voorst'

• hoofdkantoor

waterloopkundig laboratorium | wl

hoofdkantoor
Rotterdamseweg 185
postbus 177
2600 MH Delft
telefoon (015) 56 93 53
telefax (015) 61 96 74
telex 38176 hydnl-nl

locatie 'De Voorst'
Voorsterweg 28, Marknesse
postbus 152
8300 AD Emmeloord
telefoon (05274) 29 22
telefax (05274) 35 73
telex 42290/hylvo-nl

