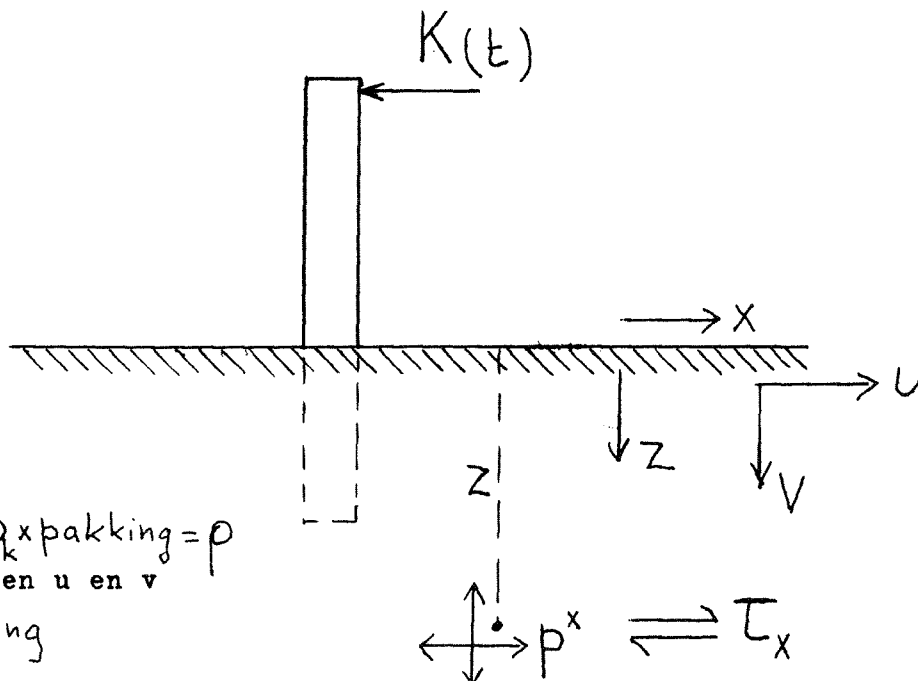


Water-verzadigde grond



Schaalregels ten behoeve van dynamisch onderzoek aan grond in droge of met water verzadigde toestand

A. Droge grond



korreldichtheid $\rho_k \times \text{pakking} = \rho$
 snelheidscomponenten u en v
 druk p^x in x richting
 kracht K

Tweedimensionale beschouwing

Continuïteit van grond

$$\frac{\partial u \rho}{\partial x} + \frac{\partial v \rho}{\partial z} = - \frac{(\partial \rho)}{\partial t} \quad (\rho = f(\text{dichtheid, pakking, korrelvorm})) \quad (1)$$

Bewegingsvergelijking (alleen in x -richting opgeschreven):

$$-\frac{\partial p_x}{\partial x} - \frac{\partial \tau_x}{\partial z} = \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho_u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho_v \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2)$$

Nu is niet bekend hoe τ_x is gerelateerd aan p en de vervormingen, wel kan de volgende aanname worden ingevoerd:

Aanname I

De vervormingen in de grond bestaan uit een samenstel van afschuivingen, die lokaal weer ontstaan als de toelaatbare schuifspanningen worden over-

schreden. Deze toelaatbare schuifspanning is lineair met de lokale grond-
druk, mits de spanningsverdeling dezelfde is. De vervormbaarheid van de
korrels speelt geen rol.

Bezien we nu de vergelijkingen (1) en (2) dan volgt dat, willen we dat alle
vervormingen homogeen in een model tot uiting komen de τ_x dezelfde relatie
moet hebben tot p als in prototype.

p bestaat uit een aantal componenten waarvan één de
statische voorspanning ρ_{gz} is. De andere statische componenten t.g.v.
verdichting, gewelfwerking etc. moeten in model ook op de schaal $n(\rho_{gz})$
aanwezig zijn (Aanname II).

Verder moet gelden dat de beïnvloeding van de pakking gerelateerd is aan de
mate waarin lokale toelaatbare schuifspanningen worden overschreden,
dit is alleen het geval als in het model de korrels gelijke pakking hebben
en dezelfde korrelvorm (Aanname III).

Nu volgt uit het in model reproduceren van vgl (1) dat $\partial p / p$ op schaal 1 ge-
reproduceerd wordt en dus geldt dat

$$\frac{n_v}{n_z} = \frac{n_u}{n_x} = \frac{1}{n_t} \quad (n \text{ zijn schaalfactoren}) \quad (3)$$

$$\text{Ofwel } n_x = n_z = n_L \quad \text{en} \quad n_t = n_L / n_v \quad n_u = n_v \quad (4)$$

(L is een representatieve lengte).

Dit volgt ook uit de kinematica van de korrelbewegingen.

Toegepast op (2), en met de aanname dat $n_{\tau} = n_p = n_{\rho_{gz}}$ volgt

$$n_p = n_{\rho} \quad n_v^2 = n(\rho_{gz}), \text{ en dus}$$

$$n_v = \sqrt{n_g \cdot n_L} \quad (5)$$

$$n_p = n_{\rho} \cdot n_g \cdot n_L \quad (6)$$

Nu is ook de krachtschaal van het model bekend:

$$k / \text{eenh.v.breedte} = \int_{\text{opp.}} p \, dz \quad \text{of} \quad \int p \, dx$$

$$n_k = n_p \cdot n_L \cdot n_{\text{breedte}} = n_p n_L^2$$

$$n_k = n_p \cdot n_g \cdot n_L^3 \quad (7)$$

Deze schaalregels zijn geheel analoog aan de schaalregels voor de waterstroming met vrij wateroppervlak, waarbij aan de schaalregel $n_\tau = n_p$ overigens alleen voldaan wordt als de viskeuze schuifspanning ondergeschikt is aan de turbulente schuifspanning.

In het bovenstaande is er van uitgegaan dat de korrelgrootte op lengteschaal wordt verkleind. Dit is niet nodig als de volgende aanname invoeren:

|| De relatie tussen p en $\tau_{\text{toelaatb.}}$ wordt niet beïnvloed door korrelgrootte, wel door de korrelvorm (Aanname IV).

Dit leidt ertoe dat de eenvoudigste realisering van het model is dezelfde grond te nemen als in de natuur, de pakking, korrelvorm, relatie tussen τ en p is dan het eenvoudigst gelijk te krijgen.

B. Met water verzadigde grond

Er van uitgaande dat de vorige beschouwing gehandhaafd blijft voor de korrelspanning dan is een voldoende voorwaarde dat de schaal van de waterspanning dezelfde is als die voor de korrelspanning, en dat de schaal voor de watersnelheid dezelfde is als die van de korrelsnelheid; bij gelijke pakking en pakkingsveranderingen worden watersnelheden opgewekt die aan deze schaal voldoen. De versnellingen van het waterdeeltje geeft drukgradiënten

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_{\text{water}} \frac{\partial u}{\partial t} \quad (8)$$

Aangezien $n_{p \text{ water}} = n_{p \text{ grond}}$ volgt met (6)

$$n_{p \text{ water}} = n_p \cdot n_g \cdot n_L \quad (9)$$

terwijl uit (9) en (8) volgt (met gebruik van (4) : $n_t = n_u/n_L$)

$$\frac{n_{p_w}}{n_x} = n_p \cdot n_g = n_{p_w} \cdot n_{u_w}^2 / n_L \quad (10)$$

Uit de voorwaarde $n_{u_w} = n_{u_g}$ volgt dan:

$$n_{p_w} = n_{p_g} \quad (11)$$

Nu moet nog aan één voorwaarde worden voldaan en dat is, dat de gronddoorlatendheid zodanig is dat, als de drukgradiënt op schaal (ρ_g) is (vgl. 10), dan de watersnelheidschaal op $\sqrt{n_g n_L}$ is (vgl. 10).

Aangezien we bij grond alleen te maken hebben met viskeuze stroming geldt de poiseuille wet:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{32 M \cdot v}{D^2} \quad (D = \text{buisdiameter}) \quad (12)$$

$$n(\partial p / \partial x) = n(\rho_g) = \frac{n M \cdot n_v}{n_D^2} \quad (13)$$

met $n_v = \sqrt{n_g n_L}$ volgt hieruit:

$$n_v = \frac{n M}{n \rho} = n_D^2 \sqrt{\frac{n_g}{n_L}} \quad (14)$$

Als $n_D = n_L$ dan volgt hieruit de Reynoldse gelijkvormigheid n.l.

(met $n_v = \sqrt{n_g n_L}$):

$$n_{Re} = \frac{n_v \cdot n_L}{n_v} = \frac{n_L \cdot \sqrt{n_g n_L}}{n_v} = 1$$

Maken we echter het model met dezelfde grond, dan is de equivalente buisdiameter D ook gelijk, dus $n_D = 1$.

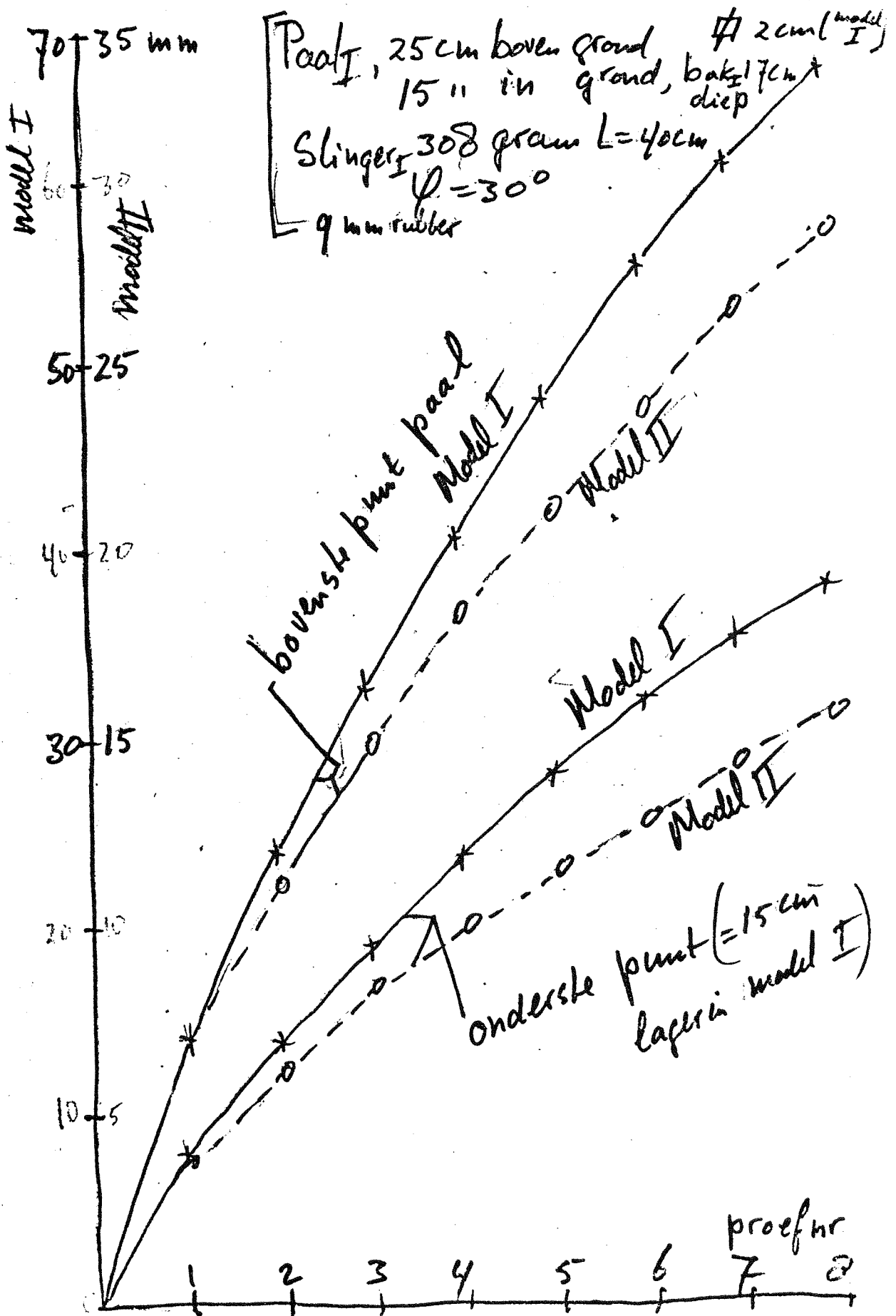
$$n_v = \sqrt{\frac{n_g}{n_L}} = n_L^{-\frac{1}{2}}$$

Experimentele verificatie

In twee bakken, die een factor^{twee} in dimensie uit elkaar liggen, wordt een schaalproef gedaan door de student J. Heemstra bij het Lab. v. Grondmechanica THD. Hierbij is de ν in het kleine model aangepast met glycerine, terwijl dezelfde grond gebruikt is. De proef betreft een ingeklemde paal die bovenaan door een slinger wordt aangestoten. De klap wordt uit gelijkvormigheidsoverwegingen met rubber iets "uitgesmeerd" in de tijd; zodoende was het niet nodig het staafje zelf elastisch gelijkvormig te maken. De scheefstand van de staaf wordt na elke klap gemeten. De reproductie blijkt bevredigend te zijn, hoewel uitvoeriger onderzoek, ook naar het voldoen aan de gestelde aannamen, zeker nodig is.

Toepassingen van de modeltechniek

- Inheien van palen.
- Gedrag van funderingen op palen en op staal bij dynamische belasting.
- Nagaan wanneer door wateroverspanning de korrels gaan vloeien.
- Gedrag van remmingwerken.



Notitie ten behoeve van Rapportering LGM

Schaalregels bij verweekte grond

Uitgangspunt bij het vaststellen van de betreffende schaalregels is, dat het verweekte materiaal zich als vloeistof gedraagt met dien verstande dat de dichtheidsconcentratie mede door uitzakken van deeltjes wordt beïnvloed.

Stroming in de verweekte vloeistof ontstaat door:

- bewegen van de wanden van het vloeibare gebied.
- ontstaan van nieuwe verwekingszônes.
- stromingen door dichtheidsgradiënten in de vloeistof.

Bij het opstellen van schaalregels wordt er van uitgegaan dat er een éénduidige lengte- N_L en tijdschaal N_T is waarbij de snelheidsschaal N_v volgt uit

$N_v = N_L / N_T$ (kinematische gelijkvormigheid); evenzo geldt voor de versnellings-schaal $N_a = N_L / N_T^2$. Minimum voorwaarde voor schaling is dat ook de geometrie en de beweging van de wanden van de verwekingszône éénduidig aan die van het prototype zijn gerelateerd, met overeenkomstige snelheidsschaal als voor de vloeistof wordt gevonden.

Drukgradiënten in de vloeistof:

- door traagheid $\frac{\partial p}{\partial x} :: \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho v \frac{\partial v}{\partial x}$ etc.

hieruit volgt: $p :: \rho v^2$ en dus

$$N_p = N_\rho N_v^2 \quad (1)$$

Een éénduidige drukkenschaal wordt bij kinematische gelijkvormigheid dus alleen bereikt bij een éénduidige ρ schaal.

- door viscositeit $\tau :: \frac{\mu \partial v}{\partial x}$ (τ = schuifspanning, μ = viscositeit)

Aangezien de schuifspanning en de druk bij homogene schaling een constante relatie tot elkaar moeten hebben ($N_p = N_\tau$) geldt

$p :: \mu v / L$ en dus

$$N_p = N_\mu N_v / N_L \quad (2)$$

(L is een representatieve lengtemaat voor de geometrie van de ruimte waarin verweking optreedt).

- door variatie in dichtheid (alleen een horizontale gelaagdheid is stabiel

- 2 -

en veroorzaakt geen stroming)

$\frac{\partial p}{\partial z} :: \rho g$ waarbij ρ varieert met de plaats

We kunnen invoeren $\rho_{\text{vloeistof}} = \rho_{\text{water}} + \Delta\rho$

We vinden nu

$$N_p = N_{\Delta\rho} N_g N_L \quad (3)$$

-Indien de verwekingszone tot aan het vrije oppervlak uitbreidt dan ontstaan bij golvingen van het oppervlak even eronder drukken recht evenredig aan de spiegelrijzing of -zakking. (en deze zijn weer op lengteschaal).

$$N_p = N_{\rho} N_g N_L \quad (4)$$

Maatgevende dimensieloze kentallen die in model en prototype gelijk moeten zijn worden verkregen door de eis dat de drukken die uit (2), (3) en (4) volgen éénduidig gerelateerd moeten zijn aan de traagheidsterm die uit (1) volgt. (2) en (1) geeft

$$N_{\mu} = N_p N_v N_L \quad (5)$$

Voeren we in de kinematische viscositeit $\nu = \mu/\rho$ dan vinden we

$$N_{Re} = 1 \quad (5a)$$

$$\text{met } Re = \text{Reynoldsgetal} = vL/\nu \quad (5b)$$

(3) en (1) geeft

$$N_{\Delta\rho} N_g N_L = N_{\rho} N_v^2 \quad (6)$$

ofwel

$$N_{F_i} = 1 \quad (6a)$$

$$\text{met } F_i \text{ (intern Froudegetal)} = \frac{v}{\sqrt{\frac{\Delta\rho}{\rho} g_L}} \quad (6b)$$

(4) en (1) geeft

$$N_{\rho} N_g N_L = N_{\rho} N_v^2 \quad (7)$$

ofwel

$$N_F = 1 \quad (7a)$$

- 3 -

$$\text{met } F \text{ (Froudegetal)} = \frac{v}{\sqrt{g_L}} \quad (7b)$$

Bij de voorwaarden (5a), (6a) en (7a) behoort bovendien de voorwaarde $N_{\Delta\rho} = N_\rho$ (waarmee (6a) en (7a) met elkaar overeenstemmen) en $N_w = N_v$ (w = valsnelheid deeltjes).

Nu is de laatste voorwaarde complex. De valsnelheid hangt af van de viscositeit van het water maar ook van de concentratie. Nu moet de deeltjesconcentratie (die met de plaats varieert) in model gelijk zijn met die in prototype. Ook de korrelverdeling is van belang; er treedt een uitzevingsmechanisme op waardoor de valsnelheid beïnvloedt wordt. Bij het sedimenteren moet ook het poriënwater verdrongen worden wat tot drukgradiënten aanleiding geeft, zodat ook de K -waarde geschaald moet worden.

$$v = K^* dp/dx \quad \text{dus}$$

$$N_p = N_v N_L / N_{K^*} \quad (8)$$

Tezamen met (1) geeft dit nu

$$N\left(\frac{L}{\rho K^* v}\right) = 1 \quad (8a)$$

Nu geldt voor zowel de valsnelheid van deeltjes als de doorlatendheid dezelfde afhankelijkheid van de viscositeit en deeltjes grootte, mits het Reynoldsgetal betrokken op de deeltjesgrootte klein blijft; de vergelijking van beide is als volgt.

De weerstand van het deeltje of van de waterstroming in de poriën is gerelateerd aan de schuifspanning τ , dus gerelateerd aan $\frac{\mu \partial v}{\partial x}$

$$N_\tau = \frac{N_\mu N_v}{N_d} \quad (9)$$

De lengtemaat voor de stroming (de dx term) is nu gerelateerd aan de deeltjesgrootte of de poriën diameter, de v is nu of de watersnelheid in de poriën of de valsnelheid van de deeltjes. Beide snelheden moeten op schaal n_v gereproduceerd worden.

Als we nu aannemen dat de korreldiameter niet direct gerelateerd is aan de lengteschaal van het model dan is, bij te kleine korrel het werkzame oppervlak van de τ groter en bij te grote korrel kleiner en wel proportioneel aan d (maatgevens is korreloppervlak per volume-eenheid). In plaats van de relatie $N_p = N_\tau$ geldt nu

- 4 -

$$N_p = N_\tau N_L / N_d \quad (10)$$

Combineren van (10) met (9) en (1) en invoering van $\nu = \mu/\rho$ leidt tot:

$$N\left(\frac{\nu d^2}{\mu L}\right) = 1 \quad (10a)$$

Of inderdaad de poriëndrukken en korrelweerstand bij vallen geheel afhangen van de viscositeit van het water kan uitgedrukt worden in de relatie

$$d_s^{3/2} = \frac{d \sqrt{\frac{\rho_{\text{korrel}} - \rho_{\text{water}}}{\rho_{\text{water}}}} g d}{\nu} \quad (11)$$

(d_s = sedimentdiameter)

Maatgevend is de valsnelheid, hier treedt het eerst omslag van laminaire naar turbulente stroming op; tot d_s van 2 (of $d_{50} \sim 100 \mu$) kan de relatie (10a) worden aangehouden. Dit geldt voor een enkele korrel, bij hogere concentratie kan d_s veel groter zijn. Als $d_s > 2$ moet een analyse gemaakt worden van de deeltjesverdeling gerelateerd aan valsnelheidsverdeling, maar dan blijft de poriënstroming (tot $d_s = 20$ à 50) nog laminair. Pas bij grof grind zijn beide turbulent en zijn daarbij behorende schaalfactoren weer eenduidig vast te leggen.

Samenvatten krijgen we dus voor schaalregels van fijn zand ($d_s < 2$)

$$- N_{\Delta\rho} = N_\rho$$

- Korrelverdeling gelijk (en eigenlijk ook vorm korrels, hoewel dit bij fijn zand minder gevoelig is)

$$- N_{Re} = N\left(\frac{\nu L}{\nu}\right) = 1$$

$$- N_{F_i} = N\left(\frac{\nu}{\sqrt{\frac{\Delta\rho}{\rho}} g L}\right) = 1$$

$$- N_F = N\left(\frac{\nu}{\sqrt{gL}}\right) = 1$$

$$- N\left(\frac{\nu d^2}{\mu L}\right) = 1$$

Aan deze eisen is niet steeds gelijktijdig te voldoen. Nu is vermoedelijk de eis dat $N_{Re} = 1$ niet maatgevend is, want de stroming bij verweken ontstaat vrij abrupt zodat grenslaagvorming nog geen rol speelt. Wel zal in een model waarin $N_F = 1$ wordt gerealiseerd en dus Re te klein is de stroming wat eerder tot rust komen. De schaal van $\left(\frac{\nu d^2}{\mu L}\right)$ kan bereikt worden door de juiste keuze van korrel-diameter of viscositeit van de vloeistof. Aangezien bij de schaalproeven de vis-

cositeit van het water niet afweek van die in prototype zal de gebruikte korrel gezien moeten worden als een replica van een $\sqrt{10}$ maal zo grote korrel in het prototype.

