

**Technische Universiteit Delft
Faculteit Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica
Delft Institute of Applied Mathematics**

**Epidemiologische modellen voor de groei en afnamen van
online sociale netwerken**

**(Engelse titel: Epidemiological models for increasing and
decreasing of online social networks)**

Verslag ten behoeve van het
Delft Institute of Applied Mathematics
als onderdeel ter verkrijging

van de graad van

**BACHELOR OF SCIENCE
in
TECHNISCHE WISKUNDE**

door

SANDRA MARING

**Delft, Nederland
Juli 2015**



BSc verslag TECHNISCHE WISKUNDE

“Epidemiologische modellen voor de groei en afnamen van online sociale netwerken”
(Engelse titel: “Epidemiological models for increasing and decreasing of online social networks”)

SANDRA MARING

Technische Universiteit Delft

Begeleider

Prof.dr.ir. C. Vuik

Overige commissieleden

Dr. J.L.A. Dubbeldam

Drs. E.M. van Elderen

Juli, 2015

Delft

VOORWOORD

Numerieke wiskunde heeft mijn aandacht sinds het vak numerieke methoden 1 getrokken. Vandaar dat ik ook het vervolgvak numerieke methoden 2 heb gekozen als keuzevak voor de bachelor. In de werkelijkheid kunnen vele problemen niet analytisch opgelost en daarvoor is de numerieke benadering nodig. Het is dus gemakkelijk om met numerieke wiskunde in de toepassing berekeningen te doen. Dit vind ik interessant, omdat ik graag mijn kennis wil toepassen op de werkelijkheid.

Vijf maanden geleden had ik een afspraak met mijn begeleider Kees Vuik om te bespreken welke onderwerpen bij de numerieke wiskunde beschikbaar waren. Het onderwerp van epidemiologische modellen toepassen op online sociale netwerken sprak mij aan, omdat ik het model wel kende van het vak modelleren, dus ik wist al hoe dit model eruit ziet. Dit model geeft namelijk veel vrijheid in het aanpassen ervan en omdat dit onderwerp nieuw is voor de bacheloreindprojecten, heb ik ook daarin vrijheid gehad om zelf te kijken welke kant ik op wil met mijn onderzoek. Een andere reden om aan dit onderzoek te werken is dat online sociale netwerken populair zijn en deze nog redelijk nieuw zijn.

Graag wil ik Kees Vuik bedanken voor het begeleiden van dit bachelorproject. Hij heeft mij geholpen met vragen die ik had en dit verslag te maken zoals het nu is.

Dit verslag en het onderzoek dat hierin beschreven staat is het eindproject van mijn bachelor Technische Wiskunde aan de technische universiteit in Delft. Veel plezier met het lezen van dit verslag.

*S. Maring
Delft, Juli 2015*

SAMENVATTING

Online sociale netwerken zijn in deze tijd populair en de eigenaren van deze netwerken kunnen hierdoor met veel gebruikers goed geld verdienen. Voor hen en ook bijvoorbeeld mensen met aandelen in het sociale netwerk is het belangrijk om te weten hoe het gebruikersaantal in de tijd gaat verlopen. Met het epidemiologische SIR-model en vier uitbreidingen van dit model wordt het gebruikersaantal van Myspace en Facebook benaderd. Het SIR-model modelleert de groepen vatbare personen (susceptable), geïnfecteerde personen (infectious) en immuun of genezen personen (resistent of recovered). De vertaling van het deze termen naar online sociale netwerken is: potentiële gebruikers, gebruikers en ex-gebruikers. Een uitbreiding van het SIR-model toegepast op de sociale netwerken is het verlies van resistentie: men kan weer vatbaar worden. Een andere uitbreiding van dit model is dat bij deze netwerken niet alleen de gebruikers invloed hebben op de potentiële gebruikers om gebruiker te worden, maar de resistente personen hebben ook invloed op gebruikers en potentiële gebruikers om resistent te worden. Daarnaast kan de doelgroep groter en kleiner worden, dus kan het model uitgebreid worden met geboorte- en sterftecijfer. Deze drie uitbreidingen samen zorgt voor een model die een kleinere fout geeft dan andere combinaties van de uitbreidingen. Het standaard SIR-model geeft de grootste fout, dus dat model geeft de slechtste benadering. De parameters van de modellen zijn geoptimaliseerd met behulp van matlab en de functie `fminsearch`. Met deze waarden en het beste model is een voorspelling gedaan voor de groei en afnamen van het aantal gebruikers van Facebook.

INHOUDSOPGAVE

1	Introductie	1
1.1	Online sociale netwerken	1
1.2	Epidemiologische modellen	1
1.3	Google Trends.	1
1.4	In het verslag	2
2	Modellen	3
2.1	SIR-model.	3
2.1.1	Beschrijving van het model	3
2.1.2	Immunitescriterium	4
2.1.3	Resistentiecriterium	4
2.1.4	Stabiliteit.	5
2.1.5	Resultaten	5
2.2	SIRS-model	6
2.2.1	Beschrijving van het model	6
2.2.2	Immunitescriterium	7
2.2.3	Resistentiecriterium	7
2.2.4	Stabiliteit.	7
2.3	irSIR-model	8
2.3.1	Beschrijving van het model	8
2.3.2	Immunitescriterium	9
2.3.3	Resistentiecriterium	9
2.3.4	Stabiliteit.	9
2.3.5	Resultaten	9
2.4	irSIRS-model	10
2.4.1	Beschrijving van het model	10
2.4.2	Immunitescriterium	11
2.4.3	Resistentiecriterium	11
2.4.4	Stabiliteit.	11
2.5	irSIRS-model met geboorte- en sterftcijfer	11
2.5.1	Beschrijving van het model	11
2.5.2	Immunitescriterium	12
2.5.3	Resistentiecriterium	13
2.5.4	Stabiliteit.	13
2.5.5	Resultaten	13
3	Minimalisatie van de SSE	15
3.1	Matlab fminsearch.	15
3.1.1	Uit de literatuur	15
3.1.2	Eigen uitwerkingen	16
3.2	Matlab lsqcurvefit	17
3.3	De methode.	17
3.4	Ondervonden problemen	17
4	Resultaten	19
4.1	Myspace	19
4.1.1	Parameters optimaliseren	19
4.1.2	Fouten per model	20
4.1.3	Stabiliteit, immuniteit en de resistentie	20
4.1.4	Figuren	21

4.2	Facebook	21
4.2.1	Parameters optimaliseren	21
4.2.2	Fouten per model	23
4.2.3	Stabiliteit, immuniteit, resistentie	23
4.2.4	Figuren	23
4.2.5	Voorspelling	25
5	Conclusie en discussie	27
5.1	Conclusie	27
5.2	Discussie	27
	Bibliografie	29
A	Stabiliteit	31
A.1	Stabiliteit SIR-model	31
A.1.1	Evenwichtspunten	31
A.1.2	Eigenwaarden	31
A.2	Stabiliteit SIRS-model	32
A.2.1	Evenwichtspunten	32
A.2.2	Eigenwaarden	32
A.3	Stabiliteit irSIR-model	33
A.3.1	Evenwichtspunten	33
A.3.2	Eigenwaarden	33
A.4	Stabiliteit irSIRS-model	34
A.4.1	Evenwichtspunten	34
A.4.2	Eigenwaarden	34
A.5	Stabiliteit irSIRS-model met geboorte- en sterftecijfer	36
A.5.1	Evenwichtspunten	36
A.5.2	Eigenwaarden	37
B	Waarden voor de parameters	39
B.1	Parameters van Myspace	39
B.2	Parameters van Facebook	39
C	Matlab code	41
C.1	Codes met waarden van artikelen	41
C.1.1	Myspace met het SIR-model	41
C.1.2	Myspace met het irSIR-model	42
C.1.3	Facebook met het irSIR-model	42
C.2	Benadering van het aantal gebruikers	43
C.2.1	Benadering met het SIR-model	43
C.2.2	Benadering met het SIRS-model	44
C.2.3	Benadering met het irSIR-model	44
C.2.4	Benadering met het irSIRS-model	45
C.2.5	Benadering met het irSIRS-model met geboorte- en sterftecijfer	45
C.3	Berekening van de sum squared error	46
C.3.1	SSE van het SIR-model	46
C.3.2	SSE van het SIRS-model	47
C.3.3	SSE van het irSIR-model	47
C.3.4	SSE van het irSIRS-model	48
C.3.5	SSE van het irSIRS-model met geboorte- en sterftecijfer	48
C.4	Minimalisatiecodes	49
C.4.1	Minimalisatie van het SIR-model	49
C.4.2	Minimalisatie van het SIRS-model	50
C.4.3	Minimalisatie van het irSIR-model	51
C.4.4	Minimalisatie van het irSIRS-model	51
C.4.5	Minimalisatie van het irSIRS-model met geboorte- en sterftecijfer	52

C.5	Vergelijken van de modellen	53
C.5.1	Myspace	53
C.5.2	Facebook.	54
C.6	Voorspelling bij Facebook.	55

PARAMETERS

Symbolen	Eenheden	Grootheden	In het OSN Model
S	Personen	Vatbaar	Potentiële OSN ^a gebruikers
I	Personen	Geïnfecteerd	OSN gebruikers
R	Personen	Resistent/ genezen	Ex-gebruikers van OSN
N	Personen	Totale populatie van de bevolking	Totale populatie van de doelgroep
β	Tijd ⁻¹	Infectieratio	Ratio van potentiële OSN gebruikers
γ	Tijd ⁻¹	Genezingsratio	Ratio van potentiële OSN ex-gebruikers
ν	Tijd ⁻¹	Infectieve immuniteitsratio	Ratio van potentiële ex-gebruikers van OSN door infectie
α	Tijd ⁻¹	Ratio van verlies van immuniteit	Ratio van mensen die uiteindelijk toch weer vatbaar kunnen worden voor OSN
b	Tijd ⁻¹	Geboortecijfer	Ratio van personen die binnen de doelgroep vallen
d	Tijd ⁻¹	Sterftecijfer	Ratio van personen die buiten de doelgroep vallen

Tabel 1: Symbolen van de gegeven vergelijkingen

^aOnline sociaal netwerk

1

INTRODUCTIE

1.1. ONLINE SOCIALE NETWERKEN

Facebook, Twitter, Hyves en Myspace zijn voorbeelden van online sociale netwerken (OSN). Een online sociaal netwerk is een netwerk op internet waarbij individuele personen of organisaties contact met elkaar hebben. Twitter en Facebook hebben veel gebruikers en zijn daardoor erg succesvolle OSN's. Myspace was echter minder succesvol. Dit online sociale netwerk werd in 2003 opgericht, het piekte in 2008, maar had in 2011 al veel minder gebruikers. Hierdoor was Myspace weinig waard in 2011.

De online sociale netwerken zijn de laatste jaren erg populair en daar gaat ook veel geld in om. Dit is een multi-miljoenen industrie, dus is het van belang om zo goed mogelijk hiermee om te gaan. De eigenaren van OSN's streven naar een zo hoog mogelijke winst en ook bijvoorbeeld mensen die aandelen hebben willen dat een OSN goed presteert. Hierdoor is de vraag naar een voorspelling van het verloop van het netwerk belangrijk. Als een voorspelling beschikbaar is, dan kunnen de eigenaren van OSN's hierop inspelen.

1.2. EPIDEMIOLOGISCHE MODELLEN

Een epidemie is een grote verspreiding van een ziekte en epidemiologie is de leer van het ontstaan en verloop van ziekten en plagen. Epidemiologische modellen zijn modellen die een epidemie kunnen modelleren.

Er bestaan verschillende soorten modellen. Zo zijn er stochastische modellen en modellen die gebruik maken van differentiaalvergelijkingen. Deze laatste soort modellen worden bestudeerd in dit verslag. De differentiaalvergelijkingen in deze modellen bepalen onder andere de groei van het aantal besmette personen in de periode waarin de epidemie plaatsvindt. Hierbij kunnen allerlei factoren meegenomen worden, waaronder de graad van besmetting en de graad van genezing.

Deze epidemiologische modellen kunnen ook gebruikt worden om het verloop van het aantal gebruikers van online sociale netwerken te benaderen en voorspellen. Online sociale netwerken zijn namelijk te vergelijken met epidemieën. Hierbij is de ziekte vergelijkbaar met het gebruik van een OSN, gebruikers van het netwerk zijn dus "geïnfecteerd" of "ziek". Er kan onderscheid worden gemaakt tussen mensen die het online sociale netwerk niet gebruiken, maar wel de potentie hebben deze te gaan gebruiken en mensen die het netwerk niet gebruiken en ook niet gaan gebruiken. De eerste groep is in een epidemiologisch model gedefinieerd als de vatbare personen, zij alleen kunnen geïnfecteerd worden. De tweede groep wordt in een epidemiologisch model de resistente personen genoemd, deze personen kunnen niet meer geïnfecteerd worden. Het kan wel zijn dat zij al eerder geïnfecteerd zijn geweest en daarna weer zijn genezen.

1.3. GOOGLE TRENDS

De data van de zoekgeschiedenis van Google, genaamd "Google Trends", wordt vaak gebruikt in onderzoeken. Bij Google Trends [1] kunnen zoektermen ingevoerd worden en aan de hand daarvan wordt er genormeerde data gegeven hoe vaak er gezocht is op die zoekterm. Deze data wordt gegeven per week vanaf het jaar 2004, dat betekent dat er al bijna 600 weken beschikbaar zijn.

Deze data van Google Trends kan goed gebruikt worden voor het modelleren van het verloop van OSN's. De echte data van het aantal gebruikers is vaak moeilijk te krijgen van de online sociale netwerken, dus kan de data van Google een goede benadering geven. Voor dit onderzoek komt het beter uit dat de data per

week beschikbaar is dan dat de data per dag gegeven wordt, omdat er geen onderscheid gemaakt wordt in het gebruik van de netwerken voor de verschillende dagen in de week. In het weekend wordt er over het algemeen meer gebruik gemaakt van OSN's dan op een werkdag.

1.4. IN HET VERSLAG

In het volgende hoofdstuk zullen alle modellen die in dit verslag behandeld worden beschreven en bij elk model wordt bekeken wanneer zij stabiel in de evenwichtspunten. Van die modellen zijn vier modellen gevonden uit de literatuur en daarbij waren twee immuniteitscriteria bekend die in het volgende hoofdstuk verder uitgelegd worden. Het andere model, de andere criteria en stabiliteit zijn in dit onderzoek berekend en bepaald. Bij een aantal modellen worden resultaten gegeven, maar deze resultaten zijn verkregen door data uit de literatuur.

Vervolgens wordt de methode voor het vinden van een goede parameters behandeld, zodat er een goede benadering voor de online sociale netwerken verkregen kan worden. Bij het optimaliseren van deze parameters zijn een aantal problemen geweest die ook besproken worden in dit hoofdstuk. Met de waarden van de literatuur worden plots laten zien van twee modellen.

Tenslotte worden de resultaten van de geoptimaliseerde parameters van elk model bekeken en geanalyseerd voor Myspace en Facebook. Deze resultaten zijn verkregen door eigen matlabcodes te schrijven en te gebruiken. Aan het einde van het hoofdstuk van de resultaten wordt een voorspelling gedaan voor Facebook met het best passende model.

2

MODELLEN

Het SIR-model is een voorbeeld van een epidemiologisch model. Dit model wordt veel gebruikt om epidemieën te voorspellen. Het klassieke SIR-model is eenvoudig met drie differentiaalvergelijkingen en twee verschillende termen. Naast het klassieke SIR-model bestaan er andere variaties van het SIR-model waarbij meer factoren zijn verwerkt in het model om een zo passend mogelijk model te maken voor een bepaalde epidemie of online sociaal netwerk, zoals in dit verslag wordt gedaan.

2.1. SIR-MODEL

2.1.1. BESCHRIJVING VAN HET MODEL

Het klassieke SIR-model voor de verspreiding van een ziekte is beschreven in de vergelijkingen 2.1a-2.1c. S is de vatbare groep, I is de geïnfecteerde groep en R is de resistente groep. In een online sociaal netwerk betekent dat respectievelijk de groep van potentiële gebruikers (S), de groep van gebruikers (I) en de groep van ex-gebruikers (R). N is de populatie van de bevolking of van de doelgroep. β is de parameter die de ratio van besmetting aangeeft, dus deze zorgt ervoor dat mensen van de vatbare groep naar de geïnfecteerde groep gaan. De parameter γ is de genezingsratio van het model. γ zorgt ervoor dat er mensen van de geïnfecteerde groep naar de resistente groep gaat.

Er wordt voor de verandering in de tijd, ofwel $\frac{d}{dt}$, de punt notatie gebruikt. Dat betekent dat $\dot{S}$ de verandering van het aantal personen in de vatbare groep in de tijd is.

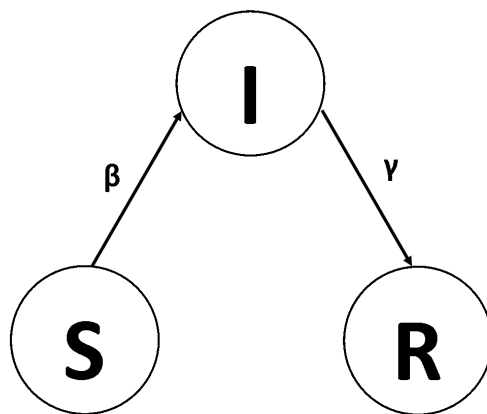
De voorwaarden voor deze parameters zijn voor de groepen S , I , R en N dat ze positief moeten zijn, omdat we geen negatieve aantallen willen. De parameters β en γ moeten strikt positief zijn, zodat er altijd een verbinding is naar de geïnfecteerde groep en naar de resistente groep.

De symbolen staan ook beschreven in tabel 1 op pagina xiii.

$$\dot{S} = -\frac{\beta IS}{N} \quad (2.1a)$$

$$\dot{I} = \frac{\beta IS}{N} - \frac{\gamma I}{N} \quad (2.1b)$$

$$\dot{R} = \frac{\gamma I}{N} \quad (2.1c)$$



Figuur 2.1: Het SIR-model

In vergelijking 2.1a zien we dat de verandering van vatbare personen afhangt van de infectiegraad $\frac{\beta}{N}$, het aantal vatbare personen en de verhouding van zieke personen in de bevolking $\frac{I}{N}$. Hieruit kunnen we zien dat het aantal mensen dat niet meer vatbaar is, maar dus ziek wordt afhangt van de interactie tussen vatbare personen en personen die ziek zijn.

In vergelijking 2.1c is te zien dat de verandering van genezen personen afhangt van de ratio van genezing in combinatie met het aantal mensen dat ziek is. Hierbij is dus duidelijk dat alleen geïnfecteerde personen resistent kunnen worden.

In vergelijking 2.1b komen dezelfde termen voor als in de eerste en de derde vergelijking. Echter hebben deze termen een ander teken. Dit is te beredeneren doordat alleen personen uit de groep van vatbare personen ziek kunnen worden en alleen de personen uit de groep geïnfecteerde personen resistent kunnen worden.

In dit model wordt aangenomen dat de totale populatie constant is. Dat betekent dat $N = S + I + R$ constant is en dus moet $\dot{S} + \dot{I} + \dot{R} = 0$ gelden. Dit klopt met de vergelijkingen in 2.1, want de som van de differentiaalvergelijkingen is nul.

Voor dit model is geen analytische oplossing, maar deze kan wel numeriek benaderd worden. Hiervoor worden de beginwaarden S_0 , I_0 en R_0 gebruikt. I_0 is vaak veel kleiner dan de populatie N en als er geen beginwaarden bekend zijn, dan wordt $R_0 = 0$ gekozen.

2.1.2. IMMUNITEITSCRITERIUM

Het immuniteitscriterium wordt gebruikt om te bepalen met welke voorwaarde de mensen uiteindelijk allen immuun voor de ziekte worden. Voor een epidemie is het goed als aan dit immuniteitscriterium voldaan wordt, want dan wordt iedereen die ziek is of wordt uiteindelijk genezen van de besmettelijke ziekte. Voor de eigenaren van het OSN is het niet goed als het immuniteitscriterium geldt, want dan zullen er uiteindelijk alleen ex-gebruikers in de populatie van de doelgroep zijn.

$$S < \frac{\gamma}{\beta} \quad (2.2)$$

In vergelijking 2.2 wordt de voorwaarde gegeven om iedereen immuun te maken van de ziekte, zodat niemand meer ziek kan worden. Deze wordt verkregen door vergelijking 2.1b kleiner dan nul te stellen. Dit is voor een ziekte heel goed, maar voor de eigenaren van OSN's natuurlijk niet, want zij willen dat mensen zo lang mogelijk hun OSN gebruiken.

In het SIR-model zijn de vatbare personen in OSN's gelijk aan de personen die mogelijk gebruik gaan maken van het OSN. Een persoon kan "geïnfecteerd" worden door gebruikers van OSN om hen heen, waardoor deze persoon ook gebruik gaat maken van het OSN. De personen die immuun zijn voor OSN zijn de personen die OSN's hebben verlaten en ook niet de intentie hebben om het weer te gaan gebruiken.

2.1.3. RESISTENTIECRITERIUM

Het resistentiecriterium is het criterium dat nodig is zodat iedereen resistent wordt na een bepaalde tijd. Om dit te laten gelden, moet er altijd een toename zijn in het aantal resistente personen, met andere woorden er

moet $\dot{R} > 0$ gelden. Dit criterium geldt altijd, behalve als $I = 0$:

$$\dot{R} > 0 \quad (2.3)$$

$$\frac{\gamma}{N} I > 0 \quad (2.4)$$

$$\gamma I > 0 \quad (2.5)$$

$$(2.6)$$

Het resistentiecriterium zal in het SIR-model gemakkelijk gelden, omdat $\gamma > 0$ en $I \geq 0$.

Voor de eigenaren van sociale netwerken is het beste als het resistentiecriterium niet geldt, want dat betekent dat men het netwerk niet meer zal gaan gebruiken. De enige mogelijkheid om het resistentiecriterium niet te laten gelden is als het gebruikersaantal gelijk aan nul is. Echter, die voorwaarde is helemaal niet goed voor de eigenaren van sociale netwerken, want dat betekent dat er helemaal geen gebruikers van het OSN zijn.

Met dit model zal het gebruikersaantal van het sociale netwerk uiteindelijk gelijk zijn aan nul, met andere woorden $\lim_{t \rightarrow \infty} I_t = 0$ waarbij t de tijd is.

2.1.4. STABILITEIT

Er wordt bekeken of er een evenwichtspunt bestaat die stabiel is voor het SIR-model. Daarvoor wordt eerst het evenwichtspunt berekend. Een evenwichtspunt is een punt die in de tijd niet van waarde verandert. In een evenwichtspunt moet er geen verandering in de tijd zijn voor de groepen vatbare, geïnfecteerde en resistente personen, dat betekent in de wiskunde dat $\dot{S} = 0$, $\dot{I} = 0$ en $\dot{R} = 0$. Er wordt vanuit gegaan dat β en γ constant zijn en die strikt positief zijn. Dit betekent het volgende:

$$\dot{S} = 0 \quad \beta IS = 0 \quad (2.7a)$$

$$\dot{I} = 0 \quad \iff \quad \beta IS - \gamma I = 0 \quad (2.7b)$$

$$\dot{R} = 0 \quad \gamma I = 0 \quad (2.7c)$$

In vergelijking 2.7c is te zien dat $I = 0$ geldt als evenwichtspunt, omdat $\gamma > 0$ geldt. Dit is de enige manier om aan vergelijking 2.7c te voldoen. Als $I = 0$, dan voldoen de vergelijkingen 2.7a en 2.7b ook, dus zijn de gevonden evenwichtspunten $(S, I, R) = (S, 0, R)$ met S en R niet negatief.

Wiskundig gezien zijn de evenwichtspunten behorend bij $I = 0$ goede evenwichtspunten, maar als er betekenis gegeven wordt aan dit criterium, dan is dit evenwichtspunt triviaal. Als niemand ziek is, dan zal er ook niemand ziek worden en er zal ook niemand resistent worden op natuurlijke wijze. Er is geen nut om deze situatie te bestuderen.

Om te bekijken of deze evenwichtspunt stabiel zijn, moet de Jacobimatrix berekend worden.

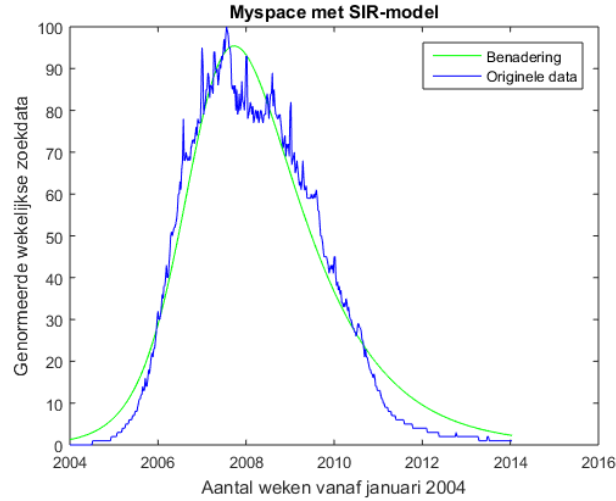
$$J = \begin{pmatrix} -\beta I & -\beta S & 0 \\ \beta I & \beta S - \gamma & 0 \\ 0 & \gamma & 0 \end{pmatrix}$$

Als de eigenwaarden van deze matrix in het evenwichtspunt kleiner of gelijk aan nul is, dan is het evenwichtspunt stabiel. In A.1 worden de eigenwaarden berekend en hieruit wordt geconcludeerd dat als $0 \leq S < \frac{\gamma}{\beta}$, het SIR-model stabiel is in het evenwichtspunt $(S, 0, R)$.

2.1.5. RESULTATEN

Dit model wordt gebruikt in het artikel van Princeton [2]. In dit artikel zijn waarden gebruikt voor de parameters waardoor er een realistische curve voor de geïnfecteerde personen wordt gevonden.

In figuur 2.2 zijn de waarden van het artikel gebruikt om het gebruikersaantal van Myspace te benaderen met het SIR-model. Hierbij wordt gebruikgemaakt van de voorwaartse Euler methode. In dit verslag wordt gebruik gemaakt van de term $\frac{\gamma I}{N}$, zoals beschreven staat in vergelijking 2.1, maar in het artikel wordt niet gedeeld door de gehele populatie. Echter, wanneer de term γI wordt gebruikt, gaat het gebruikersaantal naar oneindig. Dat is een ongewensd resultaat en geen juiste benadering voor het gebruikersaantal van Myspace.



Figuur 2.2: Het SIR-model toegepast op Myspace

In figuur 2.2 is de groene curve van de benaderde data en de blauwe van de echte data. Er is te zien dat de benaderde data met behulp van het SIR-model een passende benadering is voor de originele data van Google Trends.

Voor de fout aan te geven wordt de sum squared error (SSE) gebruikt. Deze wordt berekend als in vergelijking 2.8. In deze definitie van de sum squared error is x de benaderde data en y de originele data.

$$SSE = \sum_{i=0}^n (x_i - y_i)^2 \quad (2.8)$$

De benadering van figuur 2.2 geeft een sum van $1.7854 \cdot 10^4$.

2.2. SIRS-MODEL

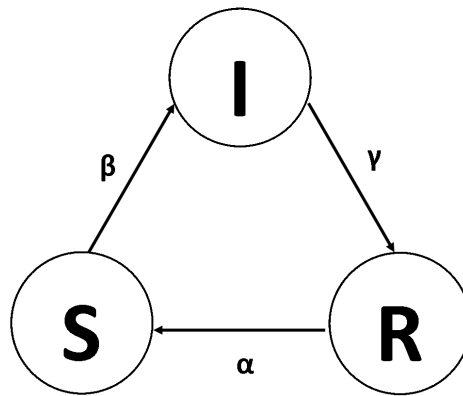
2.2.1. BESCHRIJVING VAN HET MODEL

Het SIRS-model lijkt op het SIR-model, maar in het SIRS-model kunnen mensen die resistent zijn, toch uiteindelijk weer een keer ziek worden. Dat kan bijvoorbeeld voorkomen doordat een ziekte gemuteerd is. Bij het SIRS-model is de populatie, net als bij het SIR-model, vast. Dat kun je gebruiken, omdat de periode van de uitbraak van de ziekte of OSN (online social network) relatief kort is. Er geldt nog steeds $S + I + R = N$. Het stelsel van differentiaalvergelijkingen van het SIRS-model [3] is:

$$\dot{S} = -\frac{\beta SI}{N} + \frac{\alpha R}{N} \quad (2.9a)$$

$$\dot{I} = \frac{\beta SI}{N} - \frac{\gamma I}{N} \quad (2.9b)$$

$$\dot{R} = \frac{\gamma I}{N} - \frac{\alpha R}{N} \quad (2.9c)$$



Figuur 2.3: Het SIRS-model

Een geïnfecteerd persoon verspreidt de ziekte met coëfficiënt β naar anderen per tijdsstap en de fractie van het contact met vatbare personen is $\frac{S}{N}$, dus dat betekent dat een geïnfecteerd persoon als volgt infecteerd wordt: $\beta \cdot \frac{S}{N} \cdot I = \frac{\beta SI}{N}$. Dit komt overeen met de term in het model.

De coëfficiënt α is in dit model het gemiddeld verlies van immuniteit. Deze parameter heeft een negatief effect op de resistente groep en een positief effect op de vatbare groep zoals te zien is in het stelsel van differentiaalvergelijkingen in 2.9.

De beginwaarden S_0 , I_0 , R_0 en N_0 zijn positief, zoals in het SIR-model. De parameters α , β en γ zijn strikt positief.

2.2.2. IMMUNITEITSCRITERIUM

Het immuniteitscriterium is als volgt:

$$\begin{aligned}
 \dot{I} &< 0 \\
 \beta SI - \gamma I &< 0 \\
 I(\beta S - \gamma) &< 0 \\
 \beta S - \gamma &< 0 \\
 \beta S &< \gamma \\
 S &< \frac{\gamma}{\beta}
 \end{aligned}$$

2.2.3. RESISTENTIECRITERIUM

Het resistentiecriterium is:

$$\begin{aligned}
 \dot{R} &> 0 \\
 \gamma I - \alpha R &> 0 \\
 \frac{I}{R} &> \frac{\alpha}{\gamma}
 \end{aligned}$$

Als $R = 0$, dan geldt hetzelfde resistentiecriterium als bij het SIR-model: $\gamma I > 0$.

2.2.4. STABILITEIT

Net als bij het SIR-model, kan de stabiliteit van het SIRS-model ook berekend worden. Zoals in paragraaf A.2 op pagina 32 in Appendix A te zien is, is het criterium voor stabiliteit minder gemakkelijk te berekenen dan bij het SIR-model.

De evenwichtspunten van het SIR-model, $(S, 0, R)$, zijn geen evenwichtspunten in het SIRS-model. Een extra voorwaarde moet toegevoegd worden, namelijk $R = 0$. Daarnaast bestaat er in dit model andere evenwichtspunten waarbij het aantal geïnfecteerde personen niet gelijk aan nul hoeft te zijn. Dit zijn de evenwichtspunten die horen bij $(\frac{\gamma}{\beta}, I, \frac{\gamma}{\alpha} I)$. Deze evenwichtspunten zijn altijd stabiel onder de voorwaarden dat $I \geq 0$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$ en $\gamma > 0$.

De evenwichtspunten $(S, 0, 0)$ zijn alleen stabiel met dezelfde voorwaarden als $(\frac{\gamma}{\beta}, I, \frac{\gamma}{\alpha} I)$ en de extra voorwaarde $S \leq \frac{\gamma}{\beta}$.

2.3. irSIR-MODEL

2.3.1. BESCHRIJVING VAN HET MODEL

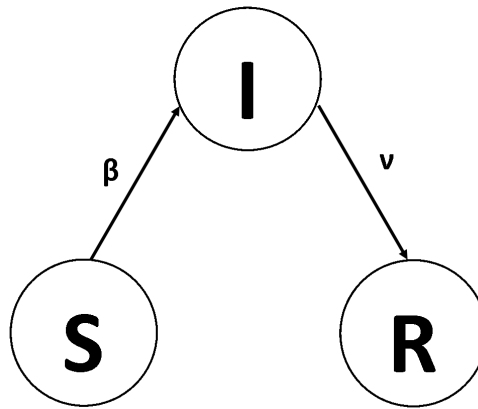
Hoewel het traditionele SIR-model en het SIRS-model goed weergeven hoe personen “geïnfecteerd” worden om OSN te gaan gebruiken, kan worden afgevraagd of de verandering in het aantal resistente personen alleen afhangt van het aantal gebruikers van OSN. Als een persoon een OSN gaat gebruiken, zal diegene ervan uitgaan dat hij het OSN niet zal verlaten voor een bepaalde tijd. Echter, als zijn leeftijdsgenoten het OSN verlaten, dan is de kans groter dat hij ook het OSN zal verlaten. Op het moment dat meer mensen het OSN verlaten, zal dit zich verspreiden en dus worden de mensen eigenlijk geïnfecteerd met resistentie.

Het traditionele SIR-model zal aangepast moeten worden zodat deze beter op OSN's toegepast kan worden. De verandering van de ex-gebruikers moet nu afhangen van resistente personen ten opzichte van de bevolking $\frac{R}{N}$. Deze term wordt vermenigvuldigd met $\dot{R}$ van het traditionele SIR-model, vergelijking 2.1c. Daardoor krijgen we een nieuw stelsel van differentiaalvergelijkingen zoals weergegeven is in vergelijkingen 2.10.

$$\dot{S} = -\frac{\beta IS}{N} \quad (2.10a)$$

$$\dot{I} = \frac{\beta IS}{N} - \frac{vIR}{N} \quad (2.10b)$$

$$\dot{R} = \frac{vIR}{N} \quad (2.10c)$$



Figuur 2.4: Het irSIR-model

De coëfficiënt γ is nu vervangen door v , omdat deze waarschijnlijk in dit model een andere waarde zal aannemen voor de beste aanpassing voor het model. De beginwaarde van R is nu wel belangrijk, in tegenstelling tot het traditionele model. Als we in het irSIR-model $R_0 = 0$, dan zal de resistente groep niet toenemen en dus altijd gelijk aan nul blijven. Omdat de geïnfecteerde groep wel toeneemt, zal de gehele populatie na verloop van tijd geïnfecteerd zijn. R is het aantal personen dat in het begin OSN al gebruikt heeft en niet meer zal gaan gebruiken of die vanaf het begin nooit OSN zal gaan gebruiken. Beide zijn resistent voor OSN wanneer de berekening start. De beginwaarde R_0 zal uiteindelijk een grote invloed op de daling van gebruikers van het OSN hebben, omdat R_0 de eerste mensen zijn die het OSN verlaten en deze mensen beïnvloeden de gebruikers om het OSN te verlaten.

De beginwaarden S_0 , I_0 , R_0 en N_0 zijn positief, zoals in het SIR-model. De parameters β en v zijn strikt positief.

2.3.2. IMMUNITEITSCRITERIUM

Het immuniteitscriterium is in het traditionele SIR-model als in vergelijking 2.2. Een vergelijkbare vergelijking kan gevonden worden voor het irSIR-model, zie vergelijking 2.11.

$$\frac{S}{R} < \frac{\nu}{\beta} \quad (2.11)$$

2.3.3. RESISTENTIECRITERIUM

Er kan ook bij dit model gekeken worden naar het resistentiecriterium. De eigenaar van een OSN wil graag dat de resistente groep niet groter wordt, want de enige manier om in de resistente groep te komen is om uit de geïnfecteerde groep te gaan. Dat betekent dat er mensen het OSN verlaten en dat wil het OSN niet. Het resistentiecriterium is $\dot{R} > 0$. Dit komt neer op vergelijking 2.12.

$$\nu I > 0 \quad (2.12)$$

Voor de eigenaren van online sociale netwerken is het beter als dit criterium niet geldt, omdat dit criterium betekent dat iedereen uiteindelijk een ex-gebruiker van het netwerk wordt. Echter, net als in het SIR-model, wordt er alleen niet aan het resistentiecriterium voldaan als $I = 0$ en dat is nog slechter voor het OSN, want dan zijn er geen gebruikers van het OSN.

2.3.4. STABILITEIT

De evenwichtspunten van het irSIR-model zijn $(S, 0, R)$ en $(0, I, 0)$. De eerste evenwichtspunten zijn dezelfde evenwichtspunten als in het SIR-model. Dat komt omdat de term γI van het SIR-model vervangen is door $\nu I R$ in het irSIR-model en als $I = 0$, dan zijn beide termen gelijk aan nul. Als $\frac{S}{R} < \frac{\nu}{\beta}$, dan zijn de evenwichtspunten $(S, 0, R)$ stabiel. Het irSIR-model en het SIR-model zijn gelijk als $\gamma = \nu R$ en dan zijn de stabiliteitscriteria ook gelijk:

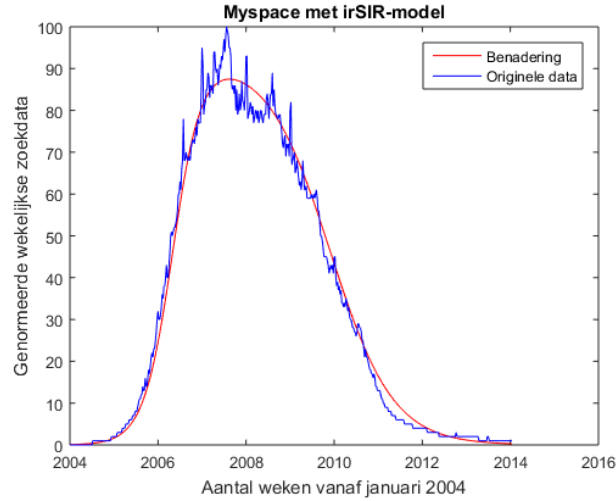
$$\begin{aligned} S &< \frac{\gamma}{\beta} \\ &\iff \\ S &< \frac{\nu}{\beta} R \\ &\iff \\ \frac{S}{R} &< \frac{\nu}{\beta} \end{aligned}$$

De evenwichtspunten $(0, I, 0)$ zijn niet stabiel en als $I = 0$, dan kunnen we niets over de stabiliteit zeggen.

Verdere uitwerkingen hoe de evenwichtspunten berekend zijn en hoe de stabiliteit bekeken is, staan in A.3 op pagina 33.

2.3.5. RESULTATEN

In het artikel van Princeton[2] wordt naast het SIR-model ook het irSIR-model besproken. De parameters β en ν en de beginwaarden S_0 , I_0 en R_0 zijn gegeven in het artikel. Met deze waarden en met behulp van de voorwaartse Euler methode wordt het irSIR-model berekend. Dit resultaat is samen met de data van Google Trends weergegeven in figuur 2.5.



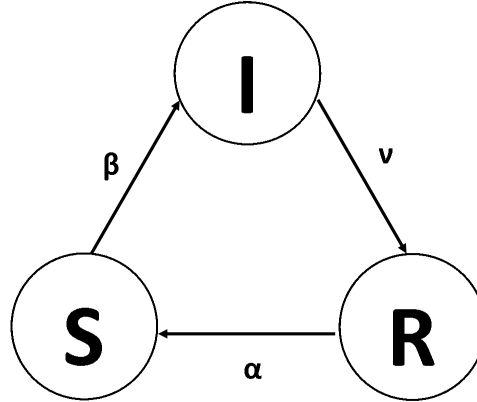
Figuur 2.5: Myspace benaderd met het irSIR-model

De sum squared error van dit model met de gegeven waarden voor de parameters is $5.5421 \cdot 10^3$. Deze fout is ongeveer drie keer zo klein als de fout bij het SIR-model. Hieruit kunnen we concluderen dat het irSIR-model een nauwkeurigere benadering is voor het verloop van gebruikers van Myspace.

2.4. irSIRS-MODEL

2.4.1. BESCHRIJVING VAN HET MODEL

De vorige twee modellen van de paragrafen 2.2 en 2.3 op pagina's 6 en 8 respectievelijk kunnen samengevoegd worden waardoor er een beter passend model verkregen wordt.



Figuur 2.6: Het irSIRS-model

$$\dot{S} = -\frac{\beta SI}{N} + \frac{\alpha R}{N} \quad (2.13a)$$

$$\dot{I} = \frac{\beta SI}{N} - \frac{\nu IR}{N} \quad (2.13b)$$

$$\dot{R} = \frac{\nu IR}{N} - \frac{\alpha R}{N} \quad (2.13c)$$

De beginwaarden S_0 , I_0 , R_0 en N_0 zijn positief, zoals in alle voorgaande modellen. De parameters α , β en ν zijn strikt positief.

2.4.2. IMMUNITEITSCRITERIUM

Het immuniteitscriterium voor het irSIRS-model is:

$$\frac{S}{R} < \frac{\nu}{\beta} \quad (2.14)$$

Deze is hetzelfde als het immuniteitscriterium van het irSIR-model.

2.4.3. RESISTENTIECRITERIUM

Het resistentiecriterium:

$$I > \frac{\alpha}{\nu} \quad (2.15)$$

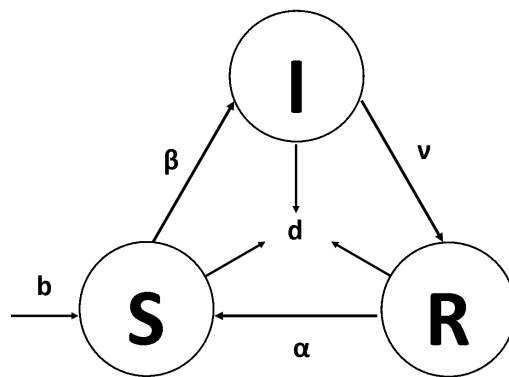
2.4.4. STABILITEIT

De eigenwaarden van het irSIRS-model zijn $(S, 0, 0)$, $(0, I, 0)$ en $(S, \frac{\alpha}{\nu}, \frac{\beta}{\nu} S)$. De eigenwaarden bij de eerste eigenwaarden hebben alleen reëel deel kleiner of gelijk aan nul als $S = 0$. De tweede eigenwaarden hebben alleen reëel deel kleiner of gelijk aan nul als $I < \frac{\alpha}{\nu}$ en de derde eigenwaarden zijn altijd stabiel.

2.5. IRSIRS-MODEL MET GEBOORTE- EN STERFTECIJFER

2.5.1. BESCHRIJVING VAN HET MODEL

Het laatste model wat wordt beschreven in dit verslag is het irSIRS zoals in de vorige paragraaf (paragraaf 2.4), maar dan met geboorte- en sterftcijfer (irSIRSbd). In figuur 2.7 wordt een schematische weergave getoond van dit nieuwe model en in tabel 1 op pagina xiii staat het overzicht van alle symbolen.



Figuur 2.7: Het irSIR-model met geboorte- en sterftcijfer

Er wordt aangenomen dat mensen uit de resistente groep, mensen uit de geïnfecteerde groep kan “infecteren” om resistent te worden. Dit betekent voor een sociaal netwerk dat mensen die ex-gebruikers zijn van een sociaal netwerk mensen die gebruikers zijn aansteken zodat een gebruiker het OSN verlaat, net zoals in het irSIR-model. Ook geldt hier, net als bij het SIRS-model, dat men immuniteit kan verliezen.

Nieuw in dit model is het geboorte- en sterftcijfer. Het geboortecijfer per persoon in de bevolking wordt aangegeven met b en het sterftcijfer per persoon in de bevolking wordt aangegeven met d . Het irSIR-model met geboorte- en sterftcijfer ziet er als volgt uit:

$$\dot{S} = -\frac{\beta SI}{N} + \frac{\alpha R}{N} - \frac{dS}{N} + b \quad (2.16a)$$

$$\dot{I} = \frac{\beta SI}{N} - \frac{\nu IR}{N} - \frac{dI}{N} \quad (2.16b)$$

$$\dot{R} = \frac{\nu IR}{N} - \frac{\alpha R}{N} - \frac{dR}{N} \quad (2.16c)$$

In het artikel van Zhu, Nie en Li [3] worden het geboorte- en sterftcijfer als volgt gedefinieerd:

De toepassingen van het geboorte- en sterftcijfer moet gedefinieerd worden voor de online sociale netwerken. In het artikel van Zhu, Nie en Li [3] worden deze toepassingen anders gedefinieerd dan in dit verslag. De verschillen en motivatie van deze verschillen worden hieronder beschreven. Dit leidt tot een verandering van het stelsel differentiaalvergelijkingen van 2.16.

Definitie van artikel Het geboortecijfer kan bij OSN's gebruikt worden voor accounts waarbij geen echt mens aan gekoppeld is. Robots kunnen namelijk automatisch een OSN gebruiker worden, zonder dat we kunnen zien dat het een robot is. Het sterftcijfer kan worden gebruikt bij OSN's voor bijvoorbeeld spam gebruikers. Zij versturen ongewenste berichten en daardoor kan het OSN ervoor kiezen om hen account te bevriezen.

Eigen definitie Echter, het sterftcijfer wordt in de uitleg hierboven alleen gebruikt voor geïnfecteerde personen, terwijl in het model het sterftcijfer gebruikt wordt voor de verandering in alle drie de groepen. Doordat het geboorte- en sterftcijfer niet per definitie gelijk zijn, verandert de totale populatie in de tijd. Er zal een vierde differentiaalvergelijking toegevoegd moeten worden aan het stelsel van differentiaalvergelijkingen van 2.16. Het nieuwe stelsel is te zien in vergelijkingen 2.17.

$$\dot{S} = -\frac{\beta SI}{N} + \frac{\alpha R}{N} - \frac{dS}{N} + b \quad (2.17a)$$

$$\dot{I} = \frac{\beta SI}{N} - \frac{\nu IR}{N} - \frac{dI}{N} \quad (2.17b)$$

$$\dot{R} = \frac{\nu IR}{N} - \frac{\alpha R}{N} - \frac{dR}{N} \quad (2.17c)$$

$$\dot{N} = b - \frac{d}{N}(S + I + R) \quad (2.17d)$$

Hieronder is te zien hoe vergelijking 2.17d is berekend:

$$\begin{aligned} N &= S + I + R \\ \Rightarrow \\ \dot{N} &= \dot{S} + \dot{I} + \dot{R} \\ \Leftrightarrow \\ \dot{N} &= -\frac{\beta SI}{N} + \frac{\alpha R}{N} - \frac{dS}{N} + b + \frac{\beta SI}{N} - \frac{\nu IR}{N} - \frac{dI}{N} + \frac{\nu IR}{N} - \frac{\alpha R}{N} - \frac{dR}{N} \\ \Leftrightarrow \\ \dot{N} &= b - \frac{d}{N}(S + I + R) \end{aligned}$$

In dit verslag wordt het geboortecijfer gebruikt voor de ratio personen die nieuw binnen de doelgroep vallen. Deze parameter zorgt voor een toename van de populatie. Dit is te zien in vergelijking 2.17d en dit is ook te beredeneren door het feit dat er mensen worden 'geboren'. Personen kunnen in de doelgroep binnenkomen doordat ze bijvoorbeeld oud genoeg zijn. Deze nieuwe personen komen in de vatbare groep, omdat zij nog niet in contact zijn geweest met het OSN.

Het sterftcijfer wordt gedefinieerd als de ratio van personen die buiten de doelgroep vallen. Deze parameter zorgt ervoor dat de populatie kleiner wordt. In elke groep kunnen er personen buiten de doelgroep vallen, daarom is de parameter d te zien in de differentiaalvergelijkingen van zowel $\dot{S}$, $\dot{I}$ en $\dot{R}$ (2.17a-2.17c).

De beginwaarden S_0 , I_0 , R_0 en N_0 zijn positief, zoals in elk ander model dat is besproken. De parameters α , β , ν , b en d zijn strikt positief.

2.5.2. IMMUNITEITSCRITERIUM

Ook van het irSIRS model met geboorte- en sterftcijfer kunnen we het immuniteitscriterium bepalen:

$$\begin{aligned} \dot{I} &< 0 \\ \beta SI - \nu IR - dI &< 0 \\ \beta S - \nu R - d &< 0 \\ \beta S &< \nu R + d \end{aligned}$$

Als d buiten beschouwing wordt gelaten:

$$\frac{S}{R} < \frac{\nu}{\beta} \quad (2.18)$$

2.5.3. RESISTENTIECRITERIUM

Het resistentiecriterium kan als volgt bepaald worden:

$$\begin{aligned} \dot{R} &> 0 \\ \nu IR - dR - \alpha R &> 0 \\ \nu I - d - \alpha &> 0 \end{aligned}$$

$$I > \frac{d + \alpha}{\nu} \quad (2.19)$$

2.5.4. STABILITEIT

De evenwichtspunten van het irSIRS-model met geboorte- en sterftecijfer zijn $(S, 0, 0, \frac{b}{d}S)$, waarbij $S \geq 0$ en $b, d > 0$. De evenwichtspunten zijn stabiel als $b \leq d$ en $S \leq \frac{d}{\beta}$ gelden.

2.5.5. RESULTATEN

Het irSIRS-model met geboorte- en sterftecijfer is in het artikel van Zhu Nie en Li[3] uitgevoerd met matlab. De volgende waarden worden gebruikt:

$$\begin{aligned} S_0 &= 85 \\ I_0 &= 10 \\ R_0 &= 5 \\ N &= 100 \\ b, d &= 0.1 \end{aligned}$$

We gaan variëren in α , β en ν .

$$\begin{aligned} \alpha &= 1.7 \\ \beta &= 0.3 \\ \nu &= 0.1 \end{aligned}$$

Hierbij gelden het immuniteitscriterium en het resistentiecriterium niet, want $17 \not< \frac{1}{3}$ en $10 \not> 18$.

$$\begin{aligned} \alpha &= 1.7 \\ \beta &= 0.05 \\ \nu &= 0.1 \end{aligned}$$

Bij deze waarden geldt het immuniteitscriterium wel, maar het resistentiecriterium niet, want $17 \not< \frac{1}{3}$ en $10 \not> 18$.

$$\begin{aligned} \alpha &= 1.7 \\ \beta &= 0.01 \\ \nu &= 0.2 \end{aligned}$$

Hierbij gelden het immuniteitscriterium en het resistentiecriterium, want $17 < 20$ en $10 > 9$.

$$\alpha = 1.7$$

$$\beta = 0.1$$

$$\nu = 0.2$$

Nu geldt het immuniteitscriterium niet, maar het resistentiecriterium wel, want $17 \not< 2$ en $10 > 9$.

Hieruit kunnen we concluderen dat als β maar klein genoeg is, kan er immuniteit optreden. En als ν groot genoeg is, treed er resistentie op.

Nu kan er worden bekeken wat verschillende geboorte- en sterftecijfers met het model doen.

$$b = 0.01$$

$$d = 0.015$$

Aangezien het aantal mensen dat het OSN verlaat groter is dan het aantal mensen dat zich registreert bij het OSN.

$$b = 0.015$$

$$d = 0.01$$

We zien dat de vatbare groep en de resistente groep groeien, dus ook de populatie N .

Bij deze laatste twee veranderingen zijn b en d veel kleiner dan de parameters α , β en ν , dus hebben het geboorte- en sterftecijfer niet veel invloed op het model.

$$b = 0.15$$

$$d = 0.1$$

Nu daalt de vatbare groep duidelijk in aantal. De geïnfecteerde groep wordt heel groot en de resistente groep wordt net iets meer dan nul.

$$b = 0.1$$

$$d = 0.15$$

Hierbij daalt de vatbare groep iets minder, het aantal geïnfecteerde personen stijgt niet veel en de resistente groep wordt al snel na het begin nul.

3

MINIMALISATIE VAN DE SSE

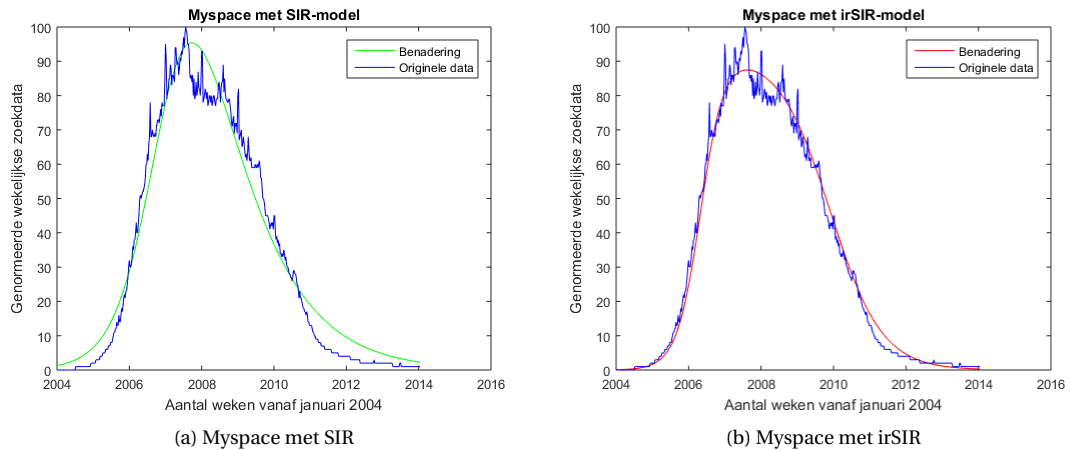
De modellen om de toename en afname van gebruikers van online sociale netwerken zijn in hoofdstuk 2 beschreven. De modellen gebruiken verschillende parameters en beginwaarden die niet vast gekozen zijn, maar wel voorwaarden hebben. De voorwaarden voor de beginwaarden van de groepen zijn dat ze allen groter of gelijk aan nul moeten zijn en de andere parameters moeten strikt groter dan nul zijn. In het artikel van Princeton [2] wordt de functie `fminsearch` [4] van matlab gebruikt om de parameters en beginwaarden te optimaliseren zodat de sum squared error (SSE) geminimaliseerd wordt. In het artikel van Zhu, Nie en Li [3] wordt ook matlab gebruikt om de SSE te minimaliseren, maar zij gebruiken de functie `lsqcurvefit` [5].

3.1. MATLAB FMINSEARCH

3.1.1. UIT DE LITERATUUR

Het artikel van Princeton gebruikt `fminsearch` om de parameters en beginwaarden te optimaliseren zodat de sum squared error geminimaliseerd wordt. De waarden die gevonden worden bij het online sociale netwerk Myspace, zijn weergegeven in een tabel in het artikel. Met de aanpassing dat γ nog wordt gedeeld door de totale populatie, kan het SIR-model vergeleken worden met de originele data van Google Trends. Dit is te zien in figuur 2.2 op pagina 6. Dit resultaat wordt verder besproken in paragraaf 2.1.5 op pagina 5. `fminsearch` wordt ook gebruikt om de SSE van het irSIR-model te minimaliseren, zie paragraaf 2.3.5 op pagina 2.3.5.

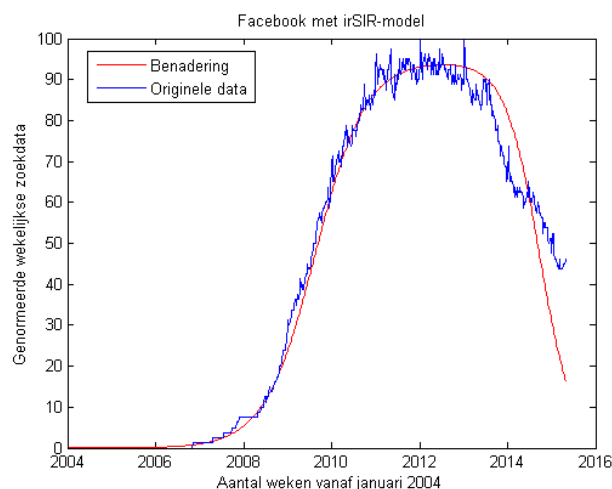
Myspace kan goed gebruikt worden om de epidemilogische modellen te analyseren. Myspace is namelijk het grootste OSN waarvan de data bekend is vanaf het begin tot het einde van zijn succes. Als deze data gebruikt wordt om het SIR model en het irSIR-model te vergelijken is te zien in figuur 3.1 dat inderdaad het irSIR-model beter toepasbaar is op het gebruik van OSN's dan het SIR model. Dat is vooral te zien aan het begin en einde van de curve. Hieraan is dus te zien dat de immuniteit inderdaad infectief wordt verspreid. De sum squared error is dan ook gedaald met ongeveer 70%.



Figuur 3.1: Myspace benaderd met het SIR-model en irSIR-model

3.1.2. EIGEN UITWERKINGEN

Het artikel van Princeton is gepubliceerd in januari 2014, maar inmiddels is het anderhalf jaar later en op het moment zijn er van Google Trends meer gegevens beschikbaar van de genormeerdeweekelijkse zoekresultaten van de OSN's. In het artikel wordt naast Myspace, ook Facebook bekeken en er wordt een voorspelling gedaan van het aantal gebruikers. Deze voorspelling wordt gedaan met behulp van het irSIR-model, omdat de SSE van het irSIR-model toegepast op Myspace kleiner is dan de SSE van het SIR-model. In figuur 3.2 is de originele data van Google Trends met de benadering van het irSIR-model te zien. De waarden die gebruikt zijn voor deze plot zijn van het artikel. De benadering in dit figuur van 2004 tot 2014 is zoals in het artikel ook is gedaan, maar vanaf 2014 is de eigen uitwerking te zien.



Figuur 3.2: Het irSIR-model toegepast op Facebook

Er is te zien in de plot dat vanaf 2014 de originele data meer afwijkt met de benadering dan voor 2014.

De functie `fminsearch` gebruikt beginwaarden voor de te optimaliseren parameters, dus in het geval van het SIR-model β , γ , S_0 , I_0 en N gegeven worden. Om Matlab niet lang te laten rekenen, worden de waarden van het artikel gebruikt. In tabel 3.1 is te zien welke nieuwe waarden er gevonden zijn en wat de waarden uit het artikel zijn. Echter, de nieuwe waarden geven een grotere fout, maar nog wel van dezelfde orde. De grotere fout kan komen doordat de data van Google Trends die het artikel heeft gebruikt anders is dan de data die wij hebben gebruikt. Een andere reden kan zijn dat er een andere versie van Matlab is gebruikt en dat door een kleine aanpassing er andere waarden gevonden worden. Ook kan het zijn dat de computer die de auteur van het artikel heeft gebruikt beter met deze problemen om kan gaan.

Variabelen	Waarden van het artikel	Eigen gevonden waarden
β	$4.92 \cdot 10^{-2}$	$4.93 \cdot 10^{-2}$
γ	5.39	6.00
N	322	344
$\frac{S_0}{N}$	$9.96 \cdot 10^{-1}$	$9.87 \cdot 10^{-1}$
$\frac{I_0}{N}$	$4.1 \cdot 10^{-3}$	$4.6 \cdot 10^{-3}$
SSE	$1.67 \cdot 10^4$	$1.76 \cdot 10^4$

Tabel 3.1: Verschil tussen de waarden van het artikel en eigen gevonden waarden

3.2. MATLAB LSQCURVEFIT

In het artikel van Zhu, Nie en Li wordt de matlabfunctie `lsqcurvefit` gebruikt. Deze functie vergelijkt het verloop van geïnfecteerde personen van de echte data met de numerieke benadering door de sum squared error te berekenen en die te minimaliseren door de parameters van het model aan te passen.

Het voordeel van deze matlabfunctie is dat er grenzen aangegeven kunnen worden voor de parameters. Bij elk model is de grens van nul tot oneindig. Er kunnen ook andere opties meegegeven worden bij `lsqcurvefit`, zoals het maximale aantal iteraties en stopcriteria.

Echter, `lsqcurvefit` convergeert slechter naar een oplossing dan de functie `fminsearch` heb ik onderhouden. Zelfs met aanpassingen van opties lukt het niet om de fout kleiner dan 10^6 te krijgen. Het is voor deze functie waarschijnlijk belangrijk om precieze startwaarden voor de parameters te kiezen. Deze startwaarden zijn niet gemakkelijk om te kiezen, omdat er geen data bekend is over de parameters. Er is bijvoorbeeld niet bekend in welke mate potentiële gebruikers gemiddeld beïnvloed worden door gebruikers om gebruik te maken van het OSN.

3.3. DE METHODE

De functie `fminsearch` gaan we gebruiken, omdat deze gemakkelijker gebruikt kan worden. Volgens beide artikelen is een sum squared error van 10^4 of kleiner een fout wat men kan verwachten. Er zijn per jaar 52 weken en er wordt gekeken naar 11 jaar, dus is deze fout niet zo groot als het lijkt. De opties van `fminsearch` kunnen worden veranderd door de functie `optimset`. Deze opties zijn onder andere het maximale aantal iteraties en de mate waarmee de parameters worden aangepast per iteratie.

3.4. ONDERVONDEN PROBLEMEN

Er waren een aantal problemen die zich voordeden bij het vinden van de geoptimaliseerde waarden voor de parameters van de modellen.

Ten eerste zijn we van het artikel van Princeton uitgegaan, maar in dit artikel wordt bij het SIR-model de term γI gebruikt en dan zijn er onjuiste resultaten te zien. Met de bijbehorende waarden van het artikel zal het gebruikersaantal van de benadering naar oneindig gaan, maar bij de originele data gebeurt dat niet. De enige aanpassing die nodig was, is de term γI te vervangen door $\frac{\gamma I}{N}$.

Ten tweede wordt in hetzelfde artikel de beginwaarden voor N_0 , S_0 en I_0 gegeven. De waarde voor R_0 wordt dus verkregen uit de andere drie beginvoorwaarden. Echter, als deze waarden worden geoptimaliseerd met matlab, dan is het mogelijk dat bijvoorbeeld $N_0 < S_0$. In matlab kan de voorwaarde niet toegevoegd worden dat $N_0 \not< S_0, I_0$. $N_0 < R_0$ zal niet voorkomen, omdat R_0 verkregen wordt uit de andere beginwaarden. Het is beter om de beginwaarden van S_0 , I_0 en R_0 te optimaliseren en uit deze beginwaarden N_0 te bepalen door $N_0 = S_0 + I_0 + R_0$ te berekenen.

Zoals bij de behandeling van de functies van matlab eerder in dit hoofdstuk verteld is, zijn er ook problemen bij de convergentie van de matlabfuncties. De functie `lsqcurvefit` convergeert vaak niet naar een oplossing en de functie `fminsearch` geeft vaak een fout van de orde 10^6 . Door de opties aan te passen van de functies werden de waarden beter van de parameters en de fout van de benadering kleiner. Ondanks de aanpassing van de opties, lukte het optimaliseren met `lsqcurvefit` minder goed dan met `fminsearch`. `fminsearch` geeft aan waarom de functie gestopt is. De functie zal nooit stoppen doordat de fout nul is, omdat de originele data zo grillig is en deze dus nooit met het aantal parameters die we hebben gebruikt zal benaderen. Dat is ook niet nodig, want een fout van de orde 10^4 of kleiner is al goed genoeg voor een benadering. We hebben de functie een aantal keren uitgevoerd, zodat er te zien is wat er met de waarden van de parameters gebeurt. Uiteindelijk zijn er waarden gevonden die in het volgende hoofdstuk 'Resultaten'

worden besproken.

4

RESULTATEN

De data van Google Trends (zie paragraaf 1.3 op pagina 1) worden gebruikt om de modellen die beschreven staan in hoofdstuk 2 op pagina 3 passend te maken aan de werkelijkheid. De error tussen de modellen en de data van Google Trends wordt geminimaliseerd met matlab zoals beschreven is in hoofdstuk 3 op pagina 15.

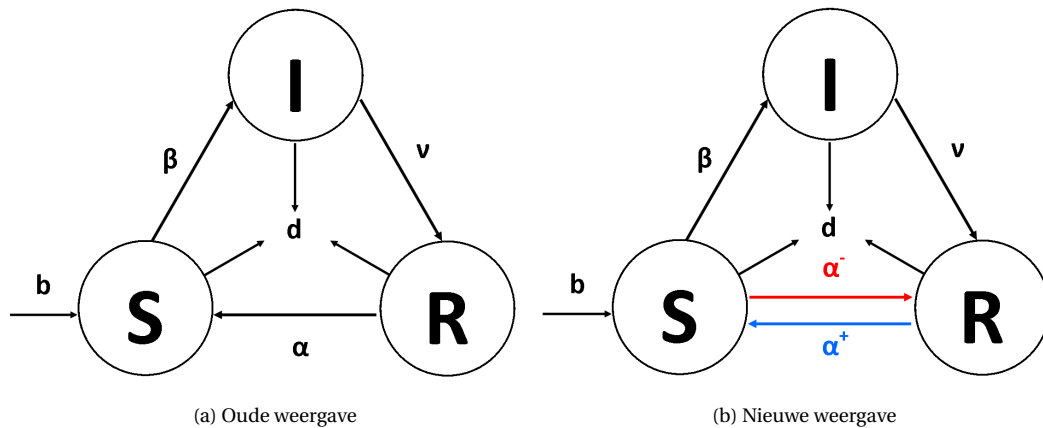
4.1. MYSPACE

Als eerste bekijken we het online sociale netwerk Myspace. Dit OSN heeft een volle cyclus. Dat betekent dat bekend is in welke periode Myspace bestond, namelijk vanaf 2003 tot 2011. Google Trends geeft data vanaf 2004, dus we missen een jaar data. Echter, de eerste twintig weken van 2004 is de data van Google Trends nul. Dat betekent dat de gebruikers van Myspace in die weken minder dan één procent was dan het maximaal aantal gebruikers dat Myspace heeft gehad in een week. Het is zeer aannemelijk dat ook in 2003 een nul zou hebben gestaan als de data van Google van 2003 bekend was, dus dit jaar gebruiken we niet voor de benadering, want de benadering is dan niet interessant.

4.1.1. PARAMETERS OPTIMALISEREN

De matlabcodes die zijn gebruikt zijn te zien in appendix C op pagina 41. Door de codes van Minimalisatie `<nummer>_<model>.m` uit te voeren worden de parameters verkregen die beschreven staat in appendix B op pagina 39 in tabel B.1.

Wat opvalt aan de waarden van deze parameters is dat bij elk model waar α een rol speelt, deze negatief is. Blijkbaar zijn er mensen die niet geïnfecteerd worden, ofwel geen gebruiker worden, maar meteen van de vatbare groep naar de resistente groep gaan. De potentiële gebruiker wordt dus beïnvloed door de ex-gebruikers om het OSN niet te gaan gebruiken. De term ex-gebruiker is door deze verandering van aanname niet correct, omdat er personen zijn die nooit het sociale netwerk hebben gebruikt. We zullen nu alleen de term resistent gebruiken. Dit betekent niet dat resistente personen niet weer vatbaar worden om het OSN weer te gaan gebruiken, dus verlies van immuniteit bestaat wel. De invloed van mensen die vatbaar zijn en meteen resistent worden (we noemen dit α^-) is groter dan de invloed van verlies van immuniteit (α^+). In figuur 4.1 is een schematische weergave gemaakt van deze verandering.



Figuur 4.1: Verandering van het model

Bij het SIRS-model is γ ook negatief. Waarschijnlijk komt dit doordat het niet aannemelijk is dat de toename van resistente personen alleen afhangt van het aantal gebruikers. De parameter ν , zoals in het irSIR-model geïntroduceerd werd, is dus noodzakelijk voor de benadering. Het kan worden gezien dat νR in het SIR-model constant wordt genomen en dat deze aanname minder passend is dan dat deze afhangt van het aantal resistente personen.

De laatste drie modellen (het irSIR-model, het irSIRS-model en het irSIRS-model met geboorte- en sterftecijfer) hebben een fout die afgerond $4.1 \cdot 10^3$ is. De gemeenschappelijke parameters zijn bijna hetzelfde, dus dat verklaart de vergelijkbare fouten. Naarmate aantal parameters bij het model groter wordt, wordt de error kleiner.

Het aantal resistente personen is bij het SIR-model gelijk aan nul, omdat de beginwaarde voor dit model geen invloed uitoefent op het aantal gebruikers.

De waarden van het geboorte- en sterftecijfer zijn niet heel groot en dat komt waarschijnlijk doordat de periode van de benadering niet heel groot is en de doelgroep dus ook niet veel zal veranderen.

4.1.2. FOUTEN PER MODEL

In tabel 4.1 zijn de sum squared errors te vinden. De fout van het SIR-model is het grootst en de fout van het irSIRS-model met geboorte- en sterftecijfer is het kleinst. Dit is ook wat we verwachtten, aangezien dit laatste model de meeste parameters heeft die aangepast kunnen worden.

Model	Sum squared error
SIR	$1.7580 \cdot 10^4$
SIRS	$4.3005 \cdot 10^3$
irSIR	$4.1178 \cdot 10^3$
irSIRS	$4.0880 \cdot 10^3$
irSIRSbd	$3.8645 \cdot 10^3$

Tabel 4.1: SSE van per model van Myspace

4.1.3. STABILITEIT, IMMUNITEIT EN DE RESISTENTIE

De waarden die gevonden zijn voor de parameters met matlab kunnen we gebruiken om de stabiliteit, immuniteit en de resistentie te controleren per model. In tabel 4.2 staat beschreven welke evenwichtspunten stabiel zijn en welke modellen immuniteit of resistentie behalen.

Model	Stabiliteit	Immunititeit	Resistent
SIR	$(S, 0, R)$ Nee	Nee	Ja
SIRS	$(S, 0, 0)$ Nee $(\frac{\gamma}{\beta}, I, \frac{\gamma}{\alpha} I)$ Ja	Nee	Nee
irSIR	$(S, 0, R)$ Nee $(0, I, 0)$ Nee	Nee	Ja
irSIRS	$(S, 0, 0)$ Nee $(0, I, 0)$ Nee $(S, \frac{\alpha}{v}, \frac{\beta}{v} S)$ Ja	Nee	Ja
irSIRSbd	$(S, 0, 0, \frac{b}{d} S)$ Nee	Nee	Ja

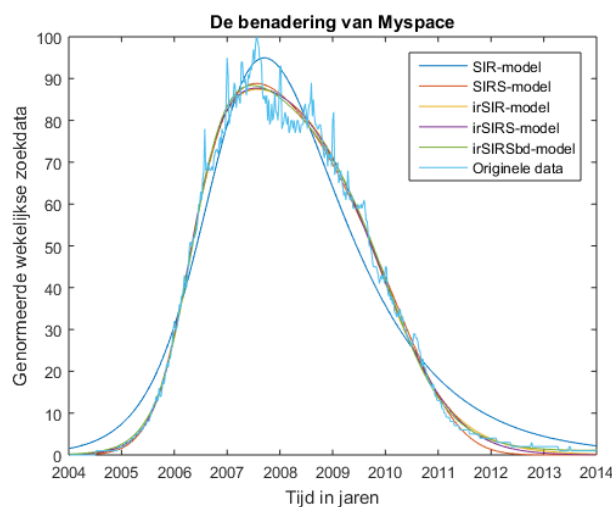
Tabel 4.2: Stabiliteit, immunititeit en resistent per model toegepast op Myspace

Er is geen stabiliteit bij de evenwichtspunten, behalve bij het SIRS-model bij het evenwichtspunt $(\frac{\gamma}{\beta}, I, \frac{\gamma}{\alpha} I)$, want dit evenwichtspunt is altijd stabiel met de voorwaarden van de parameters, net als het evenwichtspunt $(S, \frac{\alpha}{v}, \frac{\beta}{v} S)$ bij het irSIRS-model.

4.1.4. FIGUREN

In figuur 4.2 op pagina 22 zien we duidelijk dat het SIR-model het slechtste model is voor het modelleren van Myspace in vergelijking met de andere modellen. In figuur 4.2a wijkt de rode lijn wel veel af van de blauwe lijn. In de fout is dat ook te zien aan de orde, want het SIR-model heeft een fout van de orde 10^4 en de andere modellen hebben een fout van 10^3 . Het SIRS-model lijkt meer op de blauwe lijn, dan het SIR-model. In de figuren 4.2c, 4.2d en 4.2e van het irSIR-model, het irSIRS-model en het irSIRSbd-model respectievelijk zijn niet veel verschillen te zien. De fouten zijn bij de modellen wel verschillend en dat is vooral te zien in de periode 2010 tot 2014.

In figuur 4.3 zijn alle benaderingen geplot samen met de data van Google Trends. Ook in deze figuur is te zien dat het SIR-model meer afwijkt van de andere modellen.



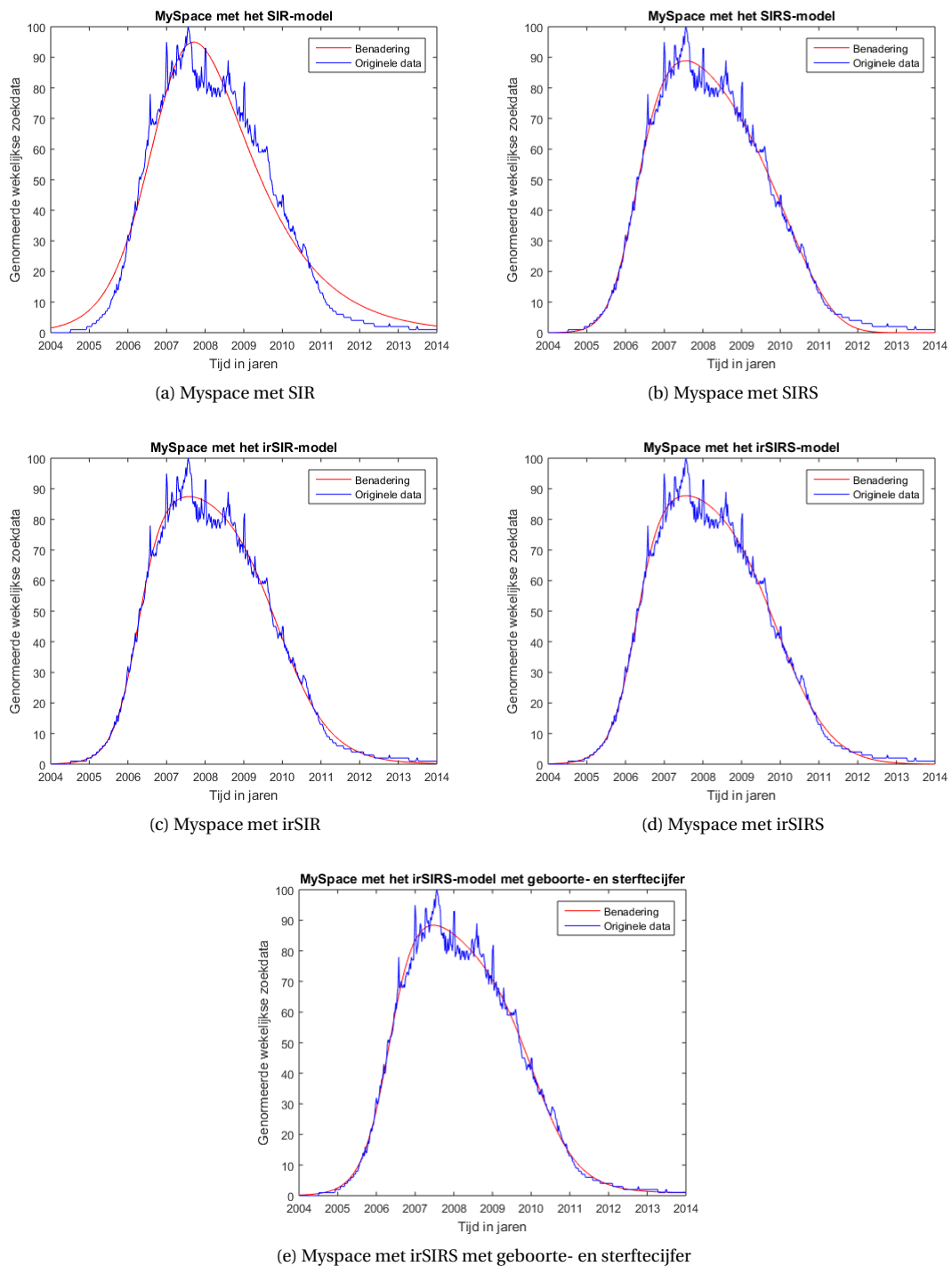
Figuur 4.3: De benadering van alle modellen

4.2. FACEBOOK

Van Myspace is alle data bekend, omdat dit OSN niet meer gebruikt wordt. Echter, Facebook heeft nog steeds gebruikers, dus is het interessant om Facebook te benaderen en daarmee te voorspellen hoe het aantal gebruikers verandert in de toekomst.

4.2.1. PARAMETERS OPTIMALISEREN

Op dezelfde manier als Myspace zijn de parameters geoptimaliseerd voor Facebook met behulp van matlab. Deze waarden staan in appendix B op pagina 39 in tabel B.2.



Figuur 4.2: Myspace benadering en Google Trends

Bij deze benadering is α bij het irSIRS-model en irSIRS-model met geboorte- en sterftcijfer niet negatief. Bij Facebook is de invloed van mensen die weer vatbaar worden nadat ze resistent zijn geweest groter dan de invloed van mensen die vatbaar zijn en beïnvloed worden door de resistente personen om resistent te worden. Met andere woorden: in het geval van Facebook is $\alpha^+ > \alpha^-$.

4.2.2. FOUTEN PER MODEL

De sum squared error per model is, net als bij Myspace, aflopend zoals te zien is in tabel 4.3. De fout bij het SIR-model bij Facebook is de helft van de fout bij dit model bij Myspace. Ook de andere fouten zijn kleiner dan bij de benadering van Myspace.

Model	Sum squared error
SIR	$8.0130 \cdot 10^3$
SIRS	$3.9550 \cdot 10^3$
irSIR	$3.4265 \cdot 10^3$
irSIRS	$3.0134 \cdot 10^3$
irSIRSbd	$2.7441 \cdot 10^3$

Tabel 4.3: SSE van per model van Facebook

4.2.3. STABILITEIT, IMMUNITEIT, RESISTENTIE

In tabel 4.4 staat welke evenwichtspunten met de geoptimaliseerde parameters stabiel zijn en welk model met die waarden zorgen voor immuniteit of resistentie. Bijna alle evenwichtspunten zijn instabiel en dat klopt ook met de werkelijkheid. Het zou goed zijn voor de eigenaren van OSN's als er een stabiel evenwicht zou kunnen plaatsvinden waarbij $I \neq 0$, want dan blijven alle gebruikers bij dat OSN (in dit geval Facebook), maar dat is niet reëel. Er zijn namelijk zoveel factoren die een rol spelen waardoor er geen gebruikers meer zijn voor het OSN, bijvoorbeeld door een overname of concurrentie.

Immuniteit treedt ook bij bijna geen enkele modellen op, maar het resistentie criterium geldt wel bij vrijwel alle modellen. Dat is ook aan de curve van Facebook te zien, zie paragraaf 4.2.4. Nadat de top bereikt is, wordt het gebruikersaantal minder.

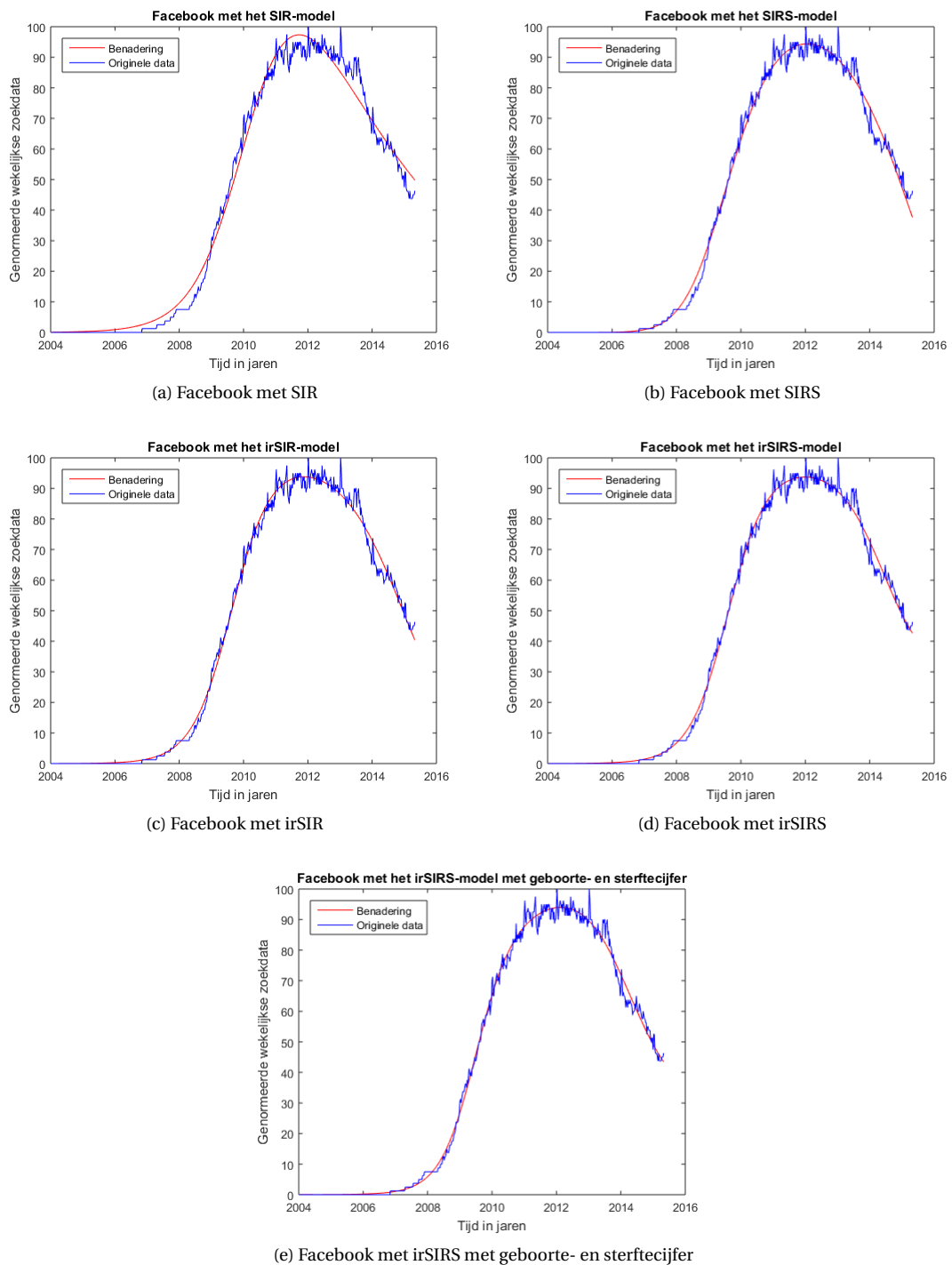
Model	Stabiliteit	Immuniteit	Resistent
SIR	$(S, 0, R)$ Nee	Nee	Ja
SIRS	$(S, 0, 0)$ Nee $(\frac{\gamma}{\beta}, I, \frac{\gamma}{\alpha} I)$ Ja	Nee	Nee
irSIR	$(S, 0, R)$ Nee $(0, I, 0)$ Nee	Nee	Ja
irSIRS	$(S, 0, 0)$ Nee $(0, I, 0)$ Ja $(S, \frac{\alpha}{\nu}, \frac{\beta}{\nu} S)$ Ja	Nee	Nee
irSIRSbd	$(S, 0, 0, \frac{b}{d} S)$ Nee	Ja	Nee

Tabel 4.4: Stabiliteit, immuniteit en resistent per model toegepast op Facebook

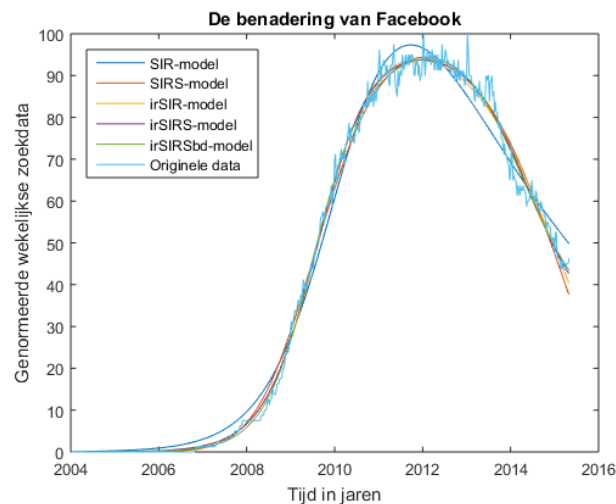
4.2.4. FIGUREN

In figuur 4.4a is te zien, net als in tabel 4.3 dat het SIR-model het minst goed het gebruikersaantal van Facebook modelleert. In de andere figuren in figuur 4.4 is minder goed te zien welke benadering beter is, maar in het begin tussen 2006 en 2010 zijn er wel verschillen te zien.

Alle benaderingen samen met de originele data is geplot in figuur 4.5. In deze vergelijking van modellen is duidelijk te zien dat het SIR-model een grotere fout geeft dan de andere modellen. De donkerblauwe lijn wijkt meer af dan de andere lijnen en deze benadert Facebook vanaf ongeveer 2011 niet heel goed meer.



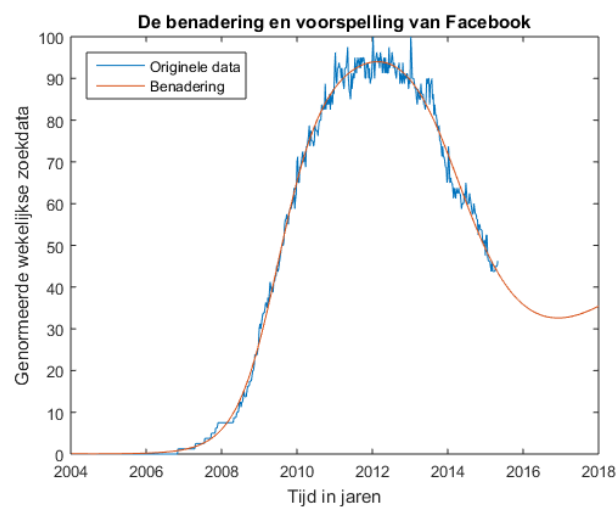
Figuur 4.4: Facebook benadering en Google Trends



Figuur 4.5: De benadering van alle modellen

4.2.5. VOORSPELLING

Het irSIRS-model met geboorte- en sterftecijfer benadert Facebook het beste, dus gebruiken we dit model om Facebook te voorspellen. In figuur 4.6 is deze voorspelling te zien van vier jaar. Eerst gaat de curve naar beneden, maar aan het einde van de vier jaar weer wat omhoog. Deze laatste bevinding is niet heel realistisch voor Facebook. Dit kan alleen gebeuren als Facebook extra gaat promoten. Het kan zijn dat een model met minder parameters robuuster werkt en voor een betere voorspelling zorgt.



Figuur 4.6: Voorspelling van Facebook met irSIRS-model met geboorte- en sterftecijfer van vier jaar

5

CONCLUSIE EN DISCUSSIE

5.1. CONCLUSIE

Het SIR-model, het SIRS-model, het irSIR-model, het irSIRS-model en het irSIRS-model met geboorte- en sterftecijfer (irSIRSbd) kunnen allen een benadering geven voor zowel Myspace als Facebook. Het SIR-model geeft bij Myspace ongeveer een vier keer zo grote fout dan de andere modellen bij Myspace en bij Facebook is de fout ongeveer twee keer zo groot.

Bij het optimaliseren van de parameters is gebleken dat er eigenlijk nog een parameter bestaat. Het verlies van immuniteit, α , werd bij het optimaliseren negatief, dus is α onderverdeeld in de parameters α^- en α^+ . α^+ is het verlies van immuniteit en α^- is de ratio waarmee resistente personen de vatbare personen beïnvloeden om ook resistent te worden.

Bij de geoptimaliseerde waarden van Myspace is één evenwichtspunt stabiel, namelijk bij het SIRS-model. Dit evenwichtspunt is echter altijd stabiel. Bij Facebook is dit ook het geval. De immuniteitscriteria geldt bij Myspace bij geen enkel model en bij Facebook alleen bij het irSIRS-model met geboorte- en sterftecijfer. De resistentiecriteria gelden bij Myspace bij elk model, behalve bij het SIRS-model. Bij Facebook is dit anders, want bij deze waarden gelden de resistentiecriteria alleen bij het SIR-model en het irSIR-model.

Van Myspace is de hele curve al bekend, maar van Facebook niet, dus bij dat OSN is het interessant om te voorspellen hoe deze verder gaat. We hebben het irSIRS-model met geboorte- en sterftecijfer gebruikt, omdat deze de kleinste fout gaf. De voorspelling is van vier jaar.

5.2. DISCUSSIE

Een benadering wordt over het algemeen beter als er meer parameters toegevoegd worden die aangepast kunnen worden. Echter, de rekentijd om die parameters te optimaliseren wordt wel groter, dus daar moet een afweging gemaakt worden. Het irSIRS-model met geboorte- en sterftecijfer heeft de kleinste fout, maar deze heeft wel twee parameters extra dan het irSIRS-model en dat model geeft een fout die slechts 17% beter is.

Matlab heeft beginwaarden nodig om de parameters te optimaliseren en onder andere deze zijn bepalend voor de optimalisatie van de parameters. Met andere beginwaarden kunnen dus andere waarden voor de parameters gevonden worden en daarmee kleinere fouten. De matlabcodes zijn een aantal keren uitgevoerd, zodat betere beginwaarden en een andere fout gevonden kunnen worden, maar deze methode van optimaliseren is niet heel nauwkeurig. Op het moment dat de fout na een aantal keren uitvoeren nauwelijks verandert, worden de waarden van de parameters opgeslagen.

De voorspelling van Facebook voldoet niet aan de verwachting dat de curve alleen maar zal dalen. Een verklaring hiervoor is dat het irSIRS-model met geboorte- en sterftecijfer acht parameters gebruikt om zo goed mogelijk bij de gegeven data past en dat die parameters niet passen bij een voorspelling. Het kan zijn dat een model met minder parameters robuuster werkt en voor een betere voorspelling zorgt.

BIBLIOGRAFIE

- [1] Google, [Google trends](#), (2015).
- [2] J. Cannarella and J. A. Spechler, *Epidemiological modeling of online social network dynamics*, arXiv pre-print arXiv:1401.4208 (2014).
- [3] X. Zhu, Y. Nie, and A. Li, *Demographic prediction of online social network based on epidemic model*, in *Web Technologies and Applications* (Springer, 2014) pp. 93–103.
- [4] MathWorks, [Find minimum of unconstrained multivariable function using derivative-free method - matlab fminsearch - mathworks benelux](#), (2015).
- [5] MathWorks, [Solve nonlinear curve-fitting \(data-fitting\) problems in least-squares sense - matlab lsqcurvefit - mathworks benelux](#), (2015).



STABILITEIT

A.1. STABILITEIT SIR-MODEL

A.1.1. EVENWICHTSPUNTEN

$$\begin{array}{lll}
\dot{S} = 0 & & -\frac{\beta}{N}IS = 0 & & \beta IS = 0 \\
\dot{I} = 0 & \iff & \frac{\beta}{N}IS - \frac{\gamma}{N}I = 0 & \iff & \beta IS - \gamma I = 0 \\
\dot{R} = 0 & & \frac{\gamma}{N}I = 0 & & \gamma I = 0
\end{array}$$

Met $S, I, R \geq 0$ en $\beta, \gamma > 0$.

Hieruit volgt dat alle evenwichtspunten $(S, I, R) = (S, 0, R)$ zijn, met $S, R \geq 0$.

A.1.2. EIGENWAARDEN

We gebruiken λ voor de eigenwaarden en I_3 voor de 3×3 -identiteitsmatrix. De andere coëfficiënten zijn van het model en zijn beschreven in tabel 1 op pagina xiii. J is de Jacobiaan, die de determinant is van de Jacobimatrix.

$$\begin{aligned}
& \det(J|_{I=0} - \lambda I_3) = 0 \\
& \iff \\
& \left| \begin{array}{ccc} -\beta I - \lambda & -\beta S & 0 \\ \beta I & \beta I - \gamma - \lambda & 0 \\ 0 & \gamma & -\lambda \end{array} \right|_{I=0} = \left| \begin{array}{ccc} -\lambda & -\beta S & 0 \\ 0 & \beta S - \gamma - \lambda & 0 \\ 0 & \gamma & -\lambda \end{array} \right| \\
& = -\lambda \left| \begin{array}{cc} \beta S - \gamma - \lambda & 0 \\ \gamma & -\lambda \end{array} \right| \\
& = \lambda^2(\beta S - \gamma - \lambda) = 0 \\
& \iff \\
& \lambda_{1,2} = 0 \text{ (2x)}, \lambda_3 = \beta S - \gamma
\end{aligned}$$

Om het stelsel stabiel te krijgen, moet gelden dat $\lambda_3 < 0$, met andere woorden $\beta S - \gamma < 0 \iff S < \frac{\gamma}{\beta}$.
($\beta S - \gamma \in \mathbb{R}$)

Het SIR-model is stabiel in $I = 0$ als $0 \leq S < \frac{\gamma}{\beta}$.

A.2. STABILITEIT SIRS-MODEL

A.2.1. EVENWICHTSPUNTEN

$$\begin{array}{lll}
 \dot{S} = 0 & -\frac{\beta}{N}IS + \frac{\alpha}{N}R = 0 & \beta IS + \alpha R = 0 \\
 \dot{I} = 0 & \iff \frac{\beta}{N}IS - \frac{\gamma}{N}I = 0 & \iff \beta IS - \gamma I = 0 \\
 \dot{R} = 0 & \frac{\gamma}{N}I - \frac{\alpha}{N}R = 0 & \gamma I - \alpha R = 0
 \end{array}$$

Met $S, I, R \geq 0$ en $\alpha, \beta, \gamma > 0$.

- Dit voldoet als $I = 0$ en $R = 0$.
- Of als $S = \frac{\gamma}{\beta}$ en $R = \frac{\gamma}{\alpha}I$.

De evenwichtspunten zijn $(S, 0, 0)$ met $S \geq 0$ en $(\frac{\gamma}{\beta}, I, \frac{\gamma}{\alpha}I)$ met $\alpha, \beta, \gamma > 0, I \geq 0$.

A.2.2. EIGENWAARDEN

Eerst worden de evenwichtspunten $(S, 0, 0)$ bekeken:

$$\begin{aligned}
 \det(J|_{I=0, R=0} - \lambda I_3) &= 0 \\
 &\iff \\
 \begin{vmatrix} -\beta I - \lambda & -\beta S & \alpha \\ \beta I & \beta S - \gamma - \lambda & 0 \\ 0 & \gamma & -\alpha - \lambda \end{vmatrix}_{I=0, R=0} &= \begin{vmatrix} -\lambda & -\beta S & \alpha \\ 0 & \beta S - \gamma - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha - \lambda \end{vmatrix} \\
 &= -\lambda(-\alpha - \lambda)(\beta S - \gamma - \lambda) = 0 \\
 &\iff \\
 \lambda_1 = 0, \lambda_2 = -\alpha, \lambda_3 = \beta S - \gamma
 \end{aligned}$$

Aangezien $\alpha > 0$, geldt $\lambda_2 < 0$ en dus moet alleen nog $\lambda_3 \leq 0$ gelden. Met andere woorden $\beta S - \gamma \leq 0 \iff S \leq \frac{\gamma}{\beta}$.

Nu worden de voorwaarden voor evenwichtspunten $(\frac{\gamma}{\beta}, I, \frac{\gamma}{\alpha}I)$ berekend:

$$\begin{aligned}
 \det(J|_{S=\frac{\gamma}{\beta}, R=\frac{\gamma}{\alpha}I} - \lambda I_3) &= 0 \\
 &\iff \\
 \begin{vmatrix} -\beta I - \lambda & -\beta S & \alpha \\ \beta I & \beta S - \gamma - \lambda & 0 \\ 0 & \gamma & -\alpha - \lambda \end{vmatrix}_{S=\frac{\gamma}{\beta}, R=\frac{\gamma}{\alpha}I} &= \begin{vmatrix} -\beta I - \lambda & -\gamma & \alpha \\ \beta I & -\lambda & 0 \\ 0 & \gamma & -\alpha - \lambda \end{vmatrix} \\
 &= \alpha \begin{vmatrix} \beta I & -\lambda \\ 0 & \gamma \end{vmatrix} - (\alpha + \lambda) \begin{vmatrix} -\beta I - \lambda & -\gamma \\ \beta I & -\lambda \end{vmatrix} \\
 &= \alpha \beta \gamma I - (\alpha + \lambda)(\beta I \lambda + \lambda^2 + \beta \gamma I) \\
 &= \alpha \beta \gamma I - \alpha \beta I \lambda - \alpha \lambda^2 - \alpha \beta \gamma I - \beta I \lambda^2 - \lambda^3 - \beta \gamma I \lambda \\
 &= -\lambda^3 - (\alpha + \beta I) \lambda^2 - \beta I(\alpha + \gamma) \lambda = 0 \\
 &\iff \\
 \lambda = 0 \vee \lambda^2 + (\alpha + \beta I) \lambda + \beta I(\alpha + \gamma) &= 0 \\
 &\iff \\
 \lambda_1 = 0, \lambda_{2,3} = -\frac{1}{2}(\alpha + \beta I) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\alpha + \beta I)^2 - 4\beta I(\alpha + \gamma)}
 \end{aligned}$$

Het SIRS-model is stabiel als alle $\operatorname{Re}(\lambda) \leq 0$, dus moet alleen $\lambda_{2,3}$ nog bekeken worden:

$$\operatorname{Re}\left(-\frac{1}{2}(\alpha + \beta I) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\alpha + \beta I)^2 - 4\beta I(\alpha + \gamma)}\right) \leq 0.$$

Er kunnen drie gevallen onderscheiden worden voor $4\beta I(\alpha + \gamma)$. Er wordt gebruikt dat $\alpha, \beta, \gamma > 0$ en $I \geq 0$ en dus de uitdrukking $4\beta I(\alpha + \gamma) \geq 0$.

- $4\beta I(\alpha - \gamma) = 0$, dan volgt:

$$\begin{aligned}
 -\frac{1}{2}(\alpha + \beta I) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\alpha + \beta I)^2 - 0} &= -\frac{1}{2}(\alpha + \beta I) \pm \frac{1}{2}|(\alpha + \beta I)| \\
 &= -\frac{1}{2}(\alpha + \beta I) \pm \frac{1}{2}(\alpha + \beta I) \\
 &= 0 \vee -(\alpha + \beta I) \\
 &\leq 0
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

Dus het reële deel van $\lambda_{2,3}$ is kleiner of gelijk aan nul in dit geval.

- Bij het tweede geval: $0 < 4\beta I(\alpha - \gamma) < (\alpha + \beta I)^2$

$$\begin{aligned}
 -\frac{1}{2}(\alpha + \beta I) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\alpha + \beta I)^2 - 4\beta I(\alpha + \gamma)} &\leq -\frac{1}{2}(\alpha + \beta I) + \frac{1}{2}\sqrt{(\alpha + \beta I)^2 - 4\beta I(\alpha + \gamma)} \\
 &\leq -\frac{1}{2}(\alpha + \beta I) + \frac{1}{2}\sqrt{(\alpha + \beta I)^2 - 0} \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{A.4}$$

Dit laatste ($= 0$) is bij vergelijking A.3 berekend.

Dus ook in dit geval zijn de twee eigenwaarden kleiner of gelijk aan nul, dus is er stabiliteit.

- Bij het derde geval, $4\beta I(\alpha - \gamma) > (\alpha + \beta I)^2$, wordt de wortel imaginair, dus blijft voor het reële deel alleen $\lambda_{2,3} = -\frac{1}{2}(\alpha + \beta I)$ over en deze is kleiner of gelijk aan nul.

Uit deze drie gevallen kan geconcludeerd worden dat het evenwichtspunt $(\frac{\gamma}{\beta}, I, \frac{\gamma}{\alpha}I)$ altijd stabiel is.

A.3. STABILITEIT IRSIR-MODEL

A.3.1. EVENWICHTSPUNTEN

$$\begin{array}{lll}
 \dot{S} = 0 & & -\frac{\beta}{N}IS = 0 & & -\beta IS = 0 \\
 \dot{I} = 0 & \iff & \frac{\beta}{N}IS - \frac{\nu}{N}IR = 0 & \iff & \beta IS - \nu IR = 0 \\
 \dot{R} = 0 & & \frac{\nu}{N}IR = 0 & & \nu IR = 0
 \end{array}$$

Met $S, I, R \geq 0$ en $\beta, \nu > 0$.

De evenwichtspunten van het irSIR-model zijn $(S, 0, R)$ en $(0, I, 0)$.

A.3.2. EIGENWAARDEN

Eerst worden de evenwichtspunten $(S, 0, R)$ bekeken:

$$\begin{aligned}
 \det(J|_{I=0} - \lambda I_3) &= 0 \\
 &\iff \\
 \begin{vmatrix} -\beta I - \lambda & -\beta S & 0 \\ \beta I & \beta S - \nu R - \lambda & -\nu I \\ 0 & \nu R & \nu I - \lambda \end{vmatrix}_{I=0} &= \begin{vmatrix} -\lambda & -\beta S & 0 \\ 0 & \beta S - \nu R - \lambda & 0 \\ 0 & \nu R & -\lambda \end{vmatrix} \\
 &= -\lambda \begin{vmatrix} \beta S - \nu R - \lambda & 0 \\ \nu R & -\lambda \end{vmatrix} \\
 &= \lambda^2(\beta S - \nu R - \lambda) = 0 \\
 &\iff \\
 \lambda &= 0 \text{ (2x)}, \lambda = \beta S - \nu R
 \end{aligned}$$

Om aan het stabiliteitscriterium te voldoen moet het volgende gelden: $\frac{S}{R} < \frac{\nu}{\beta}$.

De berekening van de stabiliteit van de andere evenwichtspunten $(0, I, 0)$:

$$\begin{aligned}
 \det(J|_{S=0, R=0} - \lambda I_3) &= 0 \\
 \iff \\
 \begin{vmatrix} -\beta I - \lambda & -\beta S & 0 \\ \beta I & \beta S - \nu R - \lambda & -\nu I \\ 0 & \nu R & \nu I - \lambda \end{vmatrix}_{S=0, R=0} &= \begin{vmatrix} -\beta I - \lambda & 0 & 0 \\ \beta I & -\lambda & -\nu I \\ 0 & 0 & \nu I - \lambda \end{vmatrix} \\
 &= -(\beta I + \lambda) \begin{vmatrix} -\lambda & -\nu I \\ 0 & \nu I - \lambda \end{vmatrix} \\
 &= \lambda(\beta I + \lambda)(\nu I - \lambda) = 0 \\
 \iff \\
 \lambda_1 &= 0, \lambda_2 = -\beta I, \lambda_3 = \nu I
 \end{aligned}$$

Deze evenwichtspunten zijn instabiel als $I \neq 0$. Als $I = 0$, dan kan er niks over gezegd worden, omdat alle eigenwaarden dan gelijk aan nul zijn.

A.4. STABILITEIT IRSIRS-MODEL

A.4.1. EVENWICHTSPUNTEN

$$\begin{aligned}
 \dot{S} &= 0 & -\frac{\beta}{N}IS + \frac{\alpha}{N}R &= 0 & -\beta IS + \alpha R &= 0 \\
 \dot{I} &= 0 & \iff & \frac{\beta}{N}IS - \frac{\nu}{N}IR &= 0 & \iff & \beta IS - \nu IR &= 0 \\
 \dot{R} &= 0 & & \frac{\nu}{N}IR - \frac{\alpha}{N}R &= 0 & & \nu IR - \alpha R &= 0
 \end{aligned}$$

Met $S, I, R \geq 0$ en $\alpha, \beta, \nu > 0$.

De evenwichtspunten van het irSIR-model zijn $(S, 0, 0)$, $(0, I, 0)$ en $(S, \frac{\alpha}{\nu}, \frac{\beta}{\nu})$.

A.4.2. EIGENWAARDEN

Eerst worden de evenwichtspunten $(S, 0, 0)$ bekeken:

$$\begin{aligned}
 \det(J|_{I=0, R=0} - \lambda I_3) &= 0 \\
 \iff \\
 \begin{vmatrix} -\beta I - \lambda & -\beta S & \alpha \\ \beta I & \beta S - \nu R - \lambda & -\nu I \\ 0 & \nu R & \nu I - \alpha - \lambda \end{vmatrix}_{I=0, R=0} &= \begin{vmatrix} -\lambda & -\beta S & \alpha \\ 0 & \beta S - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha - \lambda \end{vmatrix} \\
 &= -\lambda(\beta S - \lambda)(-\alpha - \lambda) = 0 \\
 \iff \\
 \lambda_1 &= 0, \lambda_2 = \beta S, \lambda_3 = -\alpha
 \end{aligned}$$

Alle eigenwaarden hebben een reëel deel kleiner gelijk nul als $S = 0$. Alleen dan zijn deze evenwichtspunten stabiel.

Vervolgens worden de andere evenwichtspunten $(0, I, 0)$ bekeken:

$$\begin{aligned}
 \det(J|_{S=0, R=0} - \lambda I_3) &= 0 \\
 &\iff \\
 \begin{vmatrix} -\beta I - \lambda & -\beta S & \alpha \\ \beta I & \beta S - \nu R - \lambda & -\nu I \\ 0 & \nu R & \nu I - \alpha - \lambda \end{vmatrix}_{S=0, R=0} &= \begin{vmatrix} -\beta I - \lambda & 0 & \alpha \\ \beta I & -\lambda & -\nu I \\ 0 & 0 & \nu I - \alpha - \lambda \end{vmatrix} \\
 &= (\nu I - \alpha - \lambda) \begin{vmatrix} -\beta I - \lambda & 0 \\ \beta I & -\lambda \end{vmatrix} \\
 &= -\lambda(\nu I - \alpha - \lambda)(-\beta I - \lambda) = 0 \\
 &\iff \\
 \lambda_1 &= 0, \lambda_2 = \nu I - \alpha, \lambda_3 = -\beta I
 \end{aligned}$$

De voorwaarde zodat alle eigenwaarden kleiner of gelijk aan nul zijn met tenminste één eigenwaarde strikt kleiner dan nul is $I < \frac{\alpha}{\nu}$.

En tenslotte het evenwichtspunt $(S, \frac{\alpha}{\nu}, \frac{\beta}{\nu} S)$:

$$\begin{aligned}
 \det(J|_{I=\frac{\alpha}{\nu}, R=\frac{\beta}{\nu} S} - \lambda I_3) &= 0 \\
 &\iff \\
 \begin{vmatrix} -\beta I - \lambda & -\beta S & \alpha \\ \beta I & \beta S - \nu R - \lambda & -\nu I \\ 0 & \nu R & \nu I - \alpha - \lambda \end{vmatrix}_{I=\frac{\alpha}{\nu}, R=\frac{\beta}{\nu} S} &= \begin{vmatrix} -\frac{\alpha\beta}{\nu} - \lambda & -\beta S & \alpha \\ \frac{\alpha\beta}{\nu} & -\lambda & -\alpha \\ 0 & \beta S & -\lambda \end{vmatrix} \\
 &= -\beta S \begin{vmatrix} -\frac{\alpha\beta}{\nu} - \lambda & \alpha \\ \frac{\alpha\beta}{\nu} & -\alpha \end{vmatrix} - \lambda \begin{vmatrix} -\frac{\alpha\beta}{\nu} - \lambda & -\beta S \\ \frac{\alpha\beta}{\nu} & -\lambda \end{vmatrix} \\
 &= -\beta S \left(\frac{\alpha^2 \beta}{\nu} + \alpha \lambda - \frac{\alpha^2 \beta}{\nu} \right) - \lambda \left(\frac{\alpha\beta}{\nu} \lambda + \lambda^2 + \frac{\alpha\beta^2}{\nu} S \right) \\
 &= -\alpha\beta S \lambda - \frac{\alpha\beta}{\nu} \lambda^2 - \lambda^3 - \frac{\alpha\beta^2}{\nu} S \lambda \\
 &= -\lambda \left(\lambda^2 + \frac{\alpha\beta}{\nu} \lambda + \alpha\beta \left(1 + \frac{\beta}{\nu} \right) S \right) = 0 \\
 &\iff \\
 \lambda_1 &= 0, \lambda_{2,3} = -\frac{\alpha\beta}{2\nu} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{\alpha\beta}{\nu} \right)^2 - 4\alpha\beta \left(1 + \frac{\beta}{\nu} \right) S}
 \end{aligned}$$

Het irSIRS-model is stabiel in $(S, \frac{\alpha}{\nu}, \frac{\beta}{\nu} S)$ als het reële deel van de eigenwaarden van de Jacobimatrix kleiner of gelijk aan nul zijn, waarbij niet alle eigenwaarden gelijk aan nul of zuiver imaginair zijn. λ_1 voldoet, dus moet $\lambda_{2,3}$ nog bekeken worden.

Er kunnen drie gevallen onderscheiden voor de term die onder de wortel staat. Er wordt gebruikt dat $\alpha, \beta, \nu > 0$ en $S \geq 0$ en dus is $4\alpha\beta \left(1 + \frac{\beta}{\nu} \right) S \geq 0$.

- Als $4\alpha\beta \left(1 + \frac{\beta}{\nu} \right) S = \left(\frac{\alpha\beta}{\nu} \right)^2$, dan

$$\begin{aligned}
 -\frac{\alpha\beta}{2\nu} \pm \frac{1}{2} \sqrt{0} &= -\frac{\alpha\beta}{2\nu} \\
 &\leq 0
 \end{aligned}$$

Dus het reële deel van $\lambda_{2,3} \leq 0$.

- Als $4\alpha\beta \left(1 + \frac{\beta}{\nu} \right) S < \left(\frac{\alpha\beta}{\nu} \right)^2$, dan

$$-\frac{\alpha\beta}{2\nu} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{\alpha\beta}{\nu} \right)^2 - 4\alpha\beta \left(1 + \frac{\beta}{\nu} \right) S} = -\frac{\alpha\beta}{2\nu} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{\alpha\beta}{\nu} \right)^2 - 4\alpha\beta \left(1 + \frac{\beta}{\nu} \right) S}$$

Het reële deel van deze laatste uitdrukking is gelijk aan $-\frac{\alpha\beta}{2v}$ en deze is kleiner of gelijk aan nul.

- Als $4\alpha\beta\left(1 + \frac{\beta}{v}\right)S > \left(\frac{\alpha\beta}{v}\right)^2$, dan

$$\begin{aligned}
 -\frac{\alpha\beta}{2v} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{\alpha\beta}{v}\right)^2 - 4\alpha\beta\left(1 + \frac{\beta}{v}\right)S} &\leq -\frac{\alpha\beta}{2v} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{\alpha\beta}{v}\right)^2 - 4\alpha\beta\left(1 + \frac{\beta}{v}\right)S} \\
 &\leq -\frac{\alpha\beta}{2v} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{\alpha\beta}{v}\right)^2} \\
 &= -\frac{\alpha\beta}{2v} + \frac{1}{2}\left|\frac{\alpha\beta}{v}\right| \\
 &= -\frac{\alpha\beta}{2v} + \frac{\alpha\beta}{2v} \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

Dus ook in dit geval zijn de eigenwaarden groter of gelijk aan nul.

A.5. STABILITEIT IRSIRS-MODEL MET GEBOORTE- EN STERFTECIJFER

A.5.1. EVENWICHTSPUNTEN

$$\begin{array}{lll}
 \dot{S} = 0 & -\frac{\beta IS}{N} + \frac{\alpha}{N}R + b - \frac{d}{N}S = 0 & -\beta IS + \alpha R + bN - dS = 0 \\
 \dot{I} = 0 & \iff \frac{\beta}{N}IS - \frac{\nu}{N}IR - \frac{d}{N}I = 0 & \iff \beta IS - \nu IR - dI = 0 \\
 \dot{R} = 0 & \frac{\nu}{N}IR - \frac{\alpha}{N}R - \frac{d}{N}R = 0 & \nu IR - \alpha R - dR = 0 \\
 \dot{N} = 0 & bN - d(S + I + R) = 0 & bN - d(S + I + R) = 0
 \end{array}$$

Met $S, I, R, N \geq 0$ en $\alpha, \beta, \nu, b, d > 0$.

De evenwichtspunten van het irSIRS-model met geboorte- en sterftcijfer zijn $(S, 0, 0, \frac{d}{b}S)$.

A.5.2. EIGENWAARDEN

De evenwichtspunten $(S, 0, 0, \frac{d}{\beta}S)$ zijn stabiel als de eigenwaarden van de Jacobiaan met een reëel deel kleiner of gelijk aan nul zijn:

$$\begin{aligned}
 \det(J|_{I=0, R=0, N=\frac{d}{\beta}S} - \lambda I_3) &= 0 \\
 &\iff \\
 \begin{vmatrix} -d-\lambda & -\beta S & \alpha & b \\ 0 & \beta S-d-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha-d-\lambda & 0 \\ -d & -d & -d & b-\lambda \end{vmatrix} &= -b \begin{vmatrix} 0 & \beta S-d-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -(\alpha+d+\lambda) \\ -d & -d & -d \end{vmatrix} \\
 &\quad + (b-\lambda) \begin{vmatrix} -d-\lambda & -\beta S & \alpha \\ 0 & \beta S-d-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -(\alpha+d+\lambda) \end{vmatrix} \\
 &= bd \begin{vmatrix} \beta S-d-\lambda & 0 \\ 0 & -(\alpha+d+\lambda) \end{vmatrix} \\
 &\quad - (b-\lambda)(d+\lambda) \begin{vmatrix} \beta S-d-\lambda & 0 \\ 0 & -(\alpha+d+\lambda) \end{vmatrix} \\
 &= -bd(\beta S-d-\lambda)(\alpha+d+\lambda) \\
 &\quad + (b-\lambda)(d+\lambda)(\beta S-d-\lambda)(\alpha+d+\lambda) \\
 &= ((b-\lambda)(d+\lambda) - bd)(\beta S-d-\lambda)(\alpha+d+\lambda) \\
 &= \lambda((b-d)-\lambda)(\beta S-d-\lambda)(\alpha+d+\lambda) = 0 \\
 &\iff \\
 \lambda_1 &= 0, \lambda_2 = b-d, \lambda_3 = \beta S-d, \lambda_4 = -\alpha-d
 \end{aligned}$$

Deze evenwichtspunten zijn stabiel als $b \leq d$ en $S \leq \frac{d}{\beta}$.

B

WAARDEN VOOR DE PARAMETERS

B.1. PARAMETERS VAN MYSPACE

Constanten	SIR	SIRS	irSIR	irSIRS	irSIRSbd
α	-	-1.7353	-	-0.1577	-0.1374
β	0.0489	0.3343	0.0592	0.0586	0.0585
γ/ν	5.9509	-13.7828	0.0277	0.0238	0.0244
S_0	339.3676	236.6307	91.8882	93.1745	93.8893
I_0	1.5670	0.0241	0.1121	0.1209	0.1214
R_0	0	713.9153	0.5613	0.7095	0.6794
b	-	-	-	-	0.0004
d	-	-	-	-	0.0054
SSE	$1.7580 \cdot 10^4$	$4.3005 \cdot 10^3$	$4.1178 \cdot 10^3$	$4.0880 \cdot 10^3$	$4.0810 \cdot 10^3$

Tabel B.1: Geoptimaliseerde waarden voor de modellen van Myspace

B.2. PARAMETERS VAN FACEBOOK

Constanten	SIR	SIRS	irSIR	irSIRS	irSIRSbd
α	-	-2.9597	-	1.9049	1.2392
β	0.0292	0.1003	0.0314	0.0319	0.0407
γ/ν	1.1378	-39.8501	0.0200	0.0477	0.0454
S_0	199.4796	480.1074	100.0141	82.9459	10.2564
I_0	0.0841	0.0001	0.0126	0.0196	0.0896
R_0	0	701.7114	0.4105	14.6733	57.5578
b	-	-	-	-	0.5464
d	-	-	-	-	0.4359
SSE	$8.0130 \cdot 10^3$	$3.9550 \cdot 10^3$	$3.4265 \cdot 10^3$	$3.0134 \cdot 10^3$	$2.7441 \cdot 10^3$

Tabel B.2: Geoptimaliseerde waarden voor de modellen van Facebook



MATLAB CODE

C.1. CODES MET WAARDEN VAN ARTIKELEN

C.1.1. MYSPACE MET HET SIR-MODEL

```
clc;
clear all;

% Originele waarden %
%590 is einde van de metingen en 523 van het artikel
original = xlsread('WorldMyspace.xlsx', 'B2:B523');

% Constanten %
beta = 4.92*10^-2;
gamma = 5.39;
t_eind = size(original,1); % in weken
N = 322;

% Initialiseren %
S = zeros(t_eind,1);
I = zeros(t_eind,1);
R = zeros(t_eind,1);

% Beginwaarden %
S(1) = 0.996*N;
I(1) = 4.1*10^-3*N;
R(1) = 0*N; %fixed

% SIR %
for i=2:t_eind
    week(i)=i;
    S(i) = S(i-1) - (beta*I(i-1)*S(i-1))/N;
    I(i) = I(i-1) + (beta*I(i-1)*S(i-1))/N - gamma*I(i-1)/N;
    R(i) = R(i-1) + gamma*I(i-1)/N;
end

max = max(original);
normI = I/max*100;
SSE = (normI-original).^2;
sum(SSE)

jaar = 2004+week/52;
plot(jaar, normI, 'g')
hold on
plot(jaar, original, 'b')
legend('Benadering', 'Originele data')
xlabel('Aantal weken vanaf januari 2004')
ylabel('Genormeerde wekelijkse zoekdata')
title('Myspace met SIR-model')
hold off
```

C.1.2. MYSPACE MET HET IRSIR-MODEL

```

clc; clear all;

% Originele waarden %
%590 is einde van de metingen en 523 van het artikel
original = xlsread('MyspaceWorld.csv', 'B2:B523');

% Constanten %
beta = 5.98*10^-2;
nu = 2.68*10^-2;
t_eind = size(original,1);
N = 92.94;

% Initialisatie %
S = ones(t_eind,1);
I = ones(t_eind,1);
R = ones(t_eind,1);

% Beginwaarden %
S(1) = 0.992 *N;
I(1) = 9.49*10^-4*N;
R(1) = 7.19*10^-3*N;

% irSIR-model %
for i=2:t_eind
    week(i) = i;
    S(i) = S(i-1) - (beta*I(i-1)*S(i-1))/N;
    I(i) = I(i-1) + (beta*I(i-1)*S(i-1))/N - (nu*I(i-1)*R(i-1))/N;
    R(i) = R(i-1) + (nu*I(i-1)*R(i-1))/N;
end

max = max(original);
normI = I/max*100;
SSE = (normI-original).^2;
sum(SSE)

jaar = 2004+week/52;
plot(jaar, normI, 'r')
hold on
plot(jaar, original, 'b')
legend('Benadering', 'Originele data')
xlabel('Aantal weken vanaf januari 2004')
ylabel('Genormeerde wekelijkse zoekdata')
title('Myspace met irSIR-model')
hold off

```

C.1.3. FACEBOOK MET HET IRSIR-MODEL

```

clc; clear all;

% Originele waarden %
%590 is einde van de metingen en 523 van het artikel
original = xlsread('FacebookWorld.csv', 'E2:E590');

% Constanten %
beta = 3.36*10^-2;
nu = 4.98*10^-2;
t_eind = size(original,1);
N = 94.5;

% Initialisatie %
S = ones(t_eind,1);
I = ones(t_eind,1);
R = ones(t_eind,1);

% Beginwaarden %
S(1) = 1.00 *N;

```

```

I(1) = 6.43*10^-5*N;
R(1) = 2.35*10^-6*N;

% irSIR-model %
for i=2:t_eind
    week(i) = i;
    S(i) = S(i-1) - (beta*I(i-1)*S(i-1))/N;
    I(i) = I(i-1) + (beta*I(i-1)*S(i-1))/N - (nu*I(i-1)*R(i-1))/N;
    R(i) = R(i-1) + (nu*I(i-1)*R(i-1))/N;
end

max = max(original);
normI = I/max*100;
SSE = (normI-original).^2;
sum(SSE)

jaar = 2004+week/52;
plot(jaar, normI, 'r')
hold on
plot(jaar, original, 'b')
legend('Benadering', 'Originele data')
xlabel('Aantal weken vanaf januari 2004')
ylabel('Genormeerde wekelijkse zoekdata')
title('Facebook met irSIR-model')
hold off

```

C.2. BENADERING VAN HET AANTAL GEBRUIKERS

C.2.1. BENADERING MET HET SIR-MODEL

```

function [ ydata ] = Model1SIR( x)

% Originele waarden %
% Myspace %
% original = xlsread('WorldMyspace.xlsx', 'B2:B523');
% Facebook %
%590 is einde van de metingen en 523 van het artikel
original = xlsread('FacebookWorldJuni.xlsx', 'E2:E590');
t_eind = size(original,1); % in weken

beta = x(1);
g = x(2);
s0 = x(3);
i0 = x(4);
r0 = x(5);

% Initialiseren %
S = zeros(t_eind,1);
I = zeros(t_eind,1);
R = zeros(t_eind,1);

% Beginwaarden %
S(1) = s0;
I(1) = i0;
R(1) = r0;
N = s0+r0+i0;

for i=2:t_eind
    S(i) = S(i-1) - (beta*I(i-1)*S(i-1))/N;
    I(i) = I(i-1) + (beta*I(i-1)*S(i-1))/N - g*I(i-1)/N;
    R(i) = R(i-1) + g*I(i-1)/N;
end

ydata = I;

end

```

C.2.2. BENADERING MET HET SIRS-MODEL

```
function [ I ] = Model2SIRS( x )

% Originele waarden %
% Myspace %
% original = xlsread('WorldMyspace.xlsx', 'B2:B523');
% Facebook %
%590 is einde van de metingen en 523 van het artikel
original = xlsread('FacebookWorldJuni.xlsx', 'E2:E590');
t_eind = size(original,1); % in weken

alpha = x(1);
beta = x(2);
gamma = x(3);
s0 = x(4);
i0 = x(5);
r0 = x(6);
N = s0+i0+r0;

% Initialiseren %
S = zeros(t_eind,1);
I = zeros(t_eind,1);
R = zeros(t_eind,1);

% Beginwaarden %
S(1) = s0;
I(1) = i0;
R(1) = r0; %fixed

for i=2:t_eind
    S(i) = S(i-1) - beta*I(i-1)*S(i-1)/N + alpha*R(i-1)/N;
    I(i) = I(i-1) + beta*I(i-1)*S(i-1)/N - gamma*I(i-1)/N;
    R(i) = R(i-1) + gamma*I(i-1)/N - alpha*R(i-1)/N;
    % if(R(i)+I(i)+S(i) ~= N)
    % disp('error')
% end
end
I;
end
```

C.2.3. BENADERING MET HET IRSIR-MODEL

```
function [ I ] = Model3irSIR( x )

% Originele waarden %
% Myspace %
% original = xlsread('WorldMyspace.xlsx', 'B2:B523');
% Facebook %
original = xlsread('FacebookWorldJuni.xlsx', 'E2:E590');
t_eind = size(original,1); % in weken

beta = x(1);
nu = x(2);
s0 = x(3);
i0 = x(4);
r0 = x(5);
N = s0+i0+r0;

% Initialiseren %
S = zeros(t_eind,1);
I = zeros(t_eind,1);
R = zeros(t_eind,1);

% Beginwaarden %
S(1) = s0;
I(1) = i0;
R(1) = r0;
```

```

for i=2:t_eind
    S(i) = S(i-1) - (beta*I(i-1)*S(i-1))/N;
    I(i) = I(i-1) + (beta*I(i-1)*S(i-1))/N - (nu*I(i-1)*R(i-1))/N;
    R(i) = R(i-1) + (nu*I(i-1)*R(i-1))/N;
end

end

```

C.2.4. BENADERING MET HET IRSIRS-MODEL

```

function [ I ] = Model4irSIRS( x )

% Originele waarden %
% Myspace %
% original = xlsread('WorldMyspace.xlsx', 'B2:B523');
% Facebook %
original = xlsread('FacebookWorldJuni.xlsx', 'E2:E590');
t_eind = size(original,1); % in weken

alpha = x(1);
beta = x(2);
nu = x(3);
s0 = x(4);
i0 = x(5);
r0 = x(6);
N = s0+i0+r0;

% Initialiseren %
S = zeros(t_eind,1);
I = zeros(t_eind,1);
R = zeros(t_eind,1);

% Beginwaarden %
S(1) = s0;
I(1) = i0;
R(1) = r0;

for i=2:t_eind
    S(i) = S(i-1) - (beta*I(i-1)*S(i-1))/N + (alpha*R(i-1))/N;
    I(i) = I(i-1) + (beta*I(i-1)*S(i-1))/N - (nu*I(i-1)*R(i-1))/N;
    R(i) = R(i-1) + (nu*I(i-1)*R(i-1))/N - (alpha*R(i-1))/N;
end

end

```

C.2.5. BENADERING MET HET IRSIRS-MODEL MET GEBOORTE- EN STERFTECIJFER

```

function [ I ] = Model5irSIRSbd( x )

% Originele waarden %
% Myspace %
% original = xlsread('WorldMyspace.xlsx', 'B2:B523');
% Facebook %
original = xlsread('FacebookWorldJuni.xlsx', 'E2:E590');
t_eind = size(original,1)+x(9)*52; % in weken

alpha = x(1);
beta = x(2);
nu = x(3);
s0 = x(4);
i0 = x(5);
r0 = x(6);
b = x(7);
d = x(8);

% Initialiseren %

```

```

S = zeros(t_eind,1);
I = zeros(t_eind,1);
R = zeros(t_eind,1);
N = zeros(t_eind,1);

% Beginwaarden %
N(1) = s0+i0+r0;
S(1) = s0;
I(1) = i0;
R(1) = r0;

for i=2:t_eind
    S(i) = S(i-1) + (-beta*S(i-1)*I(i-1) + alpha*R(i-1) - d*S(i-1))/N(i-1) +b;
    I(i) = I(i-1) + (beta*S(i-1)*I(i-1) - nu*I(i-1)*R(i-1) - d*I(i-1))/N(i-1);
    R(i) = R(i-1) + (nu*I(i-1)*R(i-1) - alpha*R(i-1) - d*R(i-1))/N(i-1);
    N(i) = S(i) + I(i) + R(i);
end

end

```

C.3. BEREKENING VAN DE SUM SQUARED ERROR

C.3.1. SSE VAN HET SIR-MODEL

```

function [ SSE ] = SSE1_SIR(x)

% Originele waarden %
% Myspace %
% original = xlsread('WorldMyspace.xlsx', 'B2:B523');
% Facebook %
%590 is einde van de metingen en 523 van het artikel
original = xlsread('FacebookWorldJuni.xlsx', 'E2:E590');
t_eind = size(original,1); % in weken

beta = x(1);
gamma = x(2);
s0 = x(3);
i0 = x(4);
r0 = x(5);

% Initialiseren %
S = zeros(t_eind,1);
I = zeros(t_eind,1);
R = zeros(t_eind,1);

% Beginwaarden %
S(1) = s0;
I(1) = i0;
R(1) = r0;
N = s0+i0+r0;

for i=2:t_eind
    S(i) = S(i-1) - (beta*I(i-1)*S(i-1))/N;
    I(i) = I(i-1) + (beta*I(i-1)*S(i-1))/N - gamma*I(i-1)/N;
    R(i) = R(i-1) + gamma*I(i-1)/N;
end

M = max(original);
normI = (I/M)*100;
SE = (normI-original).^2;
SSE = sum(SE);

end

```

C.3.2. SSE VAN HET SIRS-MODEL

```
function [ SSE ] = SSE2_SIRS( x )

% Originele waarden %
% Myspace %
% original = xlsread('WorldMyspace.xlsx', 'B2:B523');
% Facebook %
%590 is einde van de metingen en 523 van het artikel
original = xlsread('FacebookWorldJuni.xlsx', 'E2:E590');
t_eind = size(original,1); % in weken

alpha = x(1);
beta = x(2);
gamma = x(3);
s0 = x(4);
i0 = x(5);
r0 = x(6);
N = s0+i0+r0;

% Initialiseren %
S = zeros(t_eind,1);
I = zeros(t_eind,1);
R = zeros(t_eind,1);

% Beginwaarden %
S(1) = s0;
I(1) = i0;
R(1) = r0;

for i=2:t_eind
    S(i) = S(i-1) - beta*I(i-1)*S(i-1)/N + alpha*R(i-1)/N;
    I(i) = I(i-1) + beta*I(i-1)*S(i-1)/N - gamma*I(i-1)/N;
    R(i) = R(i-1) + gamma*I(i-1)/N - alpha*R(i-1)/N;
end

M = max(original);
normI = (I/M)*100;
SE = (normI-original).^2;
SSE = sum(SE);

end
```

C.3.3. SSE VAN HET IRSIR-MODEL

```
function [ SSE ] = SSE3_irSIR( x )

% Originele waarden %
% Myspace %
% original = xlsread('WorldMyspace.xlsx', 'B2:B523');
% Facebook %
original = xlsread('FacebookWorldJuni.xlsx', 'E2:E590');
t_eind = size(original,1); % in weken

beta = x(1);
nu = x(2);
s0 = x(3);
i0 = x(4);
r0 = x(5);
N = s0+i0+r0;

% Initialiseren %
S = zeros(t_eind,1);
I = zeros(t_eind,1);
R = zeros(t_eind,1);

% Beginwaarden %
S(1) = s0;
```

```

I(1) = i0;
R(1) = r0;

for i=2:t_eind
    S(i) = S(i-1) - (beta*I(i-1)*S(i-1))/N;
    I(i) = I(i-1) + (beta*I(i-1)*S(i-1))/N - (nu*I(i-1)*R(i-1))/N;
    R(i) = R(i-1) + (nu*I(i-1)*R(i-1))/N;
end

m      = max(original);
normI  = I/m*100;
SE     = (normI-original).^2;
SSE    = sum(SE);

end

```

C.3.4. SSE VAN HET IRSIRS-MODEL

```

function [ SSE ] = SSE4_irSIRS( x )

% Originele waarden %
% Myspace %
% original = xlsread('WorldMyspace.xlsx', 'B2:B523');
% Facebook %
original = xlsread('FacebookWorldJuni.xlsx', 'E2:E590');
t_eind = size(original,1); % in weken

alpha = x(1);
beta  = x(2);
nu    = x(3);
s0    = x(4);
i0    = x(5);
r0    = x(6);
N     = s0+i0+r0;

% Initialiseren %
S = zeros(t_eind,1);
I = zeros(t_eind,1);
R = zeros(t_eind,1);

% Beginwaarden %
S(1) = s0;
I(1) = i0;
R(1) = r0;

for i=2:t_eind
    S(i) = S(i-1) - (beta*I(i-1)*S(i-1))/N + (alpha*R(i-1))/N;
    I(i) = I(i-1) + (beta*I(i-1)*S(i-1))/N - (nu*I(i-1)*R(i-1))/N;
    R(i) = R(i-1) + (nu*I(i-1)*R(i-1))/N - (alpha*R(i-1))/N;
end

m      = max(original);
normI  = I/m*100;
SE     = (normI-original).^2;
SSE    = sum(SE);

end

```

C.3.5. SSE VAN HET IRSIRS-MODEL MET GEBOORTE- EN STERFTECIJFER

```

function [ SSE ] = SSE5_irSIRSbd( x )

% Originele waarden %
% Myspace %
% original = xlsread('WorldMyspace.xlsx', 'B2:B523');
% Facebook %
original = xlsread('FacebookWorldJuni.xlsx', 'E2:E590');
t_eind = size(original,1); % in weken

```

```

alpha = x(1);
beta  = x(2);
nu    = x(3);
s0    = x(4);
i0    = x(5);
r0    = x(6);
b     = x(7);
d     = x(8);

% Initialiseren %
S = zeros(t_eind,1);
I = zeros(t_eind,1);
R = zeros(t_eind,1);
N = zeros(t_eind,1);

% Beginwaarden %
N(1) = s0+i0+r0;
S(1) = s0;
I(1) = i0;
R(1) = r0;

for i=2:t_eind
    S(i) = S(i-1) + (-beta*S(i-1)*I(i-1) + alpha*R(i-1) - d*S(i-1))/N(i-1) +b;
    I(i) = I(i-1) + (beta*S(i-1)*I(i-1) - nu*I(i-1)*R(i-1) - d*I(i-1))/N(i-1);
    R(i) = R(i-1) + (nu*I(i-1)*R(i-1) - alpha*R(i-1) - d*R(i-1))/N(i-1);
    N(i) = S(i) + I(i) + R(i);
end

m      = max(original);
normI  = I/m*100;
SE     = (normI-original).^2;
SSE    = sum(SE);

end

```

C.4. MINIMALISATIECODES

C.4.1. MINIMALISATIE VAN HET SIR-MODEL

```

clc; clear all;
format long

%%% Myspace
% beta  = 0.0488753590977;
% gamma = 5.9509152689366;
% s0    = 339.3676155991226;
% i0    = 1.5669865994944;
% r0    = 0;

%%% Facebook
beta  = 0.0292195733641;
gamma = 1.1378327523449;
s0    = 199.4796356526135;
i0    = 0.0841490763223;
r0    = 0;

SSE1_SIR([beta, gamma, s0, i0, r0])

options = optimset('Display','iter', 'MaxIter', 2000, 'TolFun', 10^-6,
                  'TolX', 10^-6)
opt = fminsearch(@SSE1_SIR, [beta, gamma, s0, i0, r0], options)
SSE1_SIR(opt)

I = Model1SIR([beta, gamma, s0, i0, r0]);
% Myspace %
% original = xlsread('WorldMyspace.xlsx', 'B2:B523');
% Facebook %

```

```

original = xlsread('FacebookWorldJuni.xlsx', 'E2:E590');
week = transpose(1:size(original));
jaar = 2004+week/52;

SSE = (I-original).^2;
sum(SSE)
plot(jaar, I, 'r')
hold on
plot(jaar, original, 'b')
legend('Benadering', 'Originele data', 'Location', 'northwest')
title('Facebook met het SIR-model');
xlabel('Tijd in jaren');
ylabel('Genormeerde wekelijkse zoekdata');
%axis([2004 2015 0 100]);
hold off

```

C.4.2. MINIMALISATIE VAN HET SIRS-MODEL

```

clear all;
format long

%%% Myspace
% alpha = -1.7352575224380;
% beta = 0.3343353524694;
% gamma = -13.7828119655556;
% s0 = 236.6306602079854;
% i0 = 0.0240568071578;
% r0 = 713.9153473118386;

%%%Facebook
alpha = -2.9597161171369;
beta = 0.1002600324061;
gamma = -39.8501084580464;
s0 = 480.1073689337564;
i0 = 0.0000886030294;
r0 = 701.7113690120891;

SSE2_SIRS([alpha, beta, gamma, s0, i0, r0])
options = optimset('Display','iter', 'MaxIter', 2000, 'TolFun', 10^-6,
    'TolX', 10^-6, 'MaxFunEvals', 2000)
opt = fminsearch(@SSE2_SIRS, [alpha, beta, gamma, s0, i0, r0], options)
SSE2_SIRS(opt)

I = Model2SIRS([alpha, beta, gamma, s0, i0, r0]);
% Myspace %
% original = xlsread('WorldMyspace.xlsx', 'B2:B523');
% Facebook %
original = xlsread('FacebookWorldJuni.xlsx', 'E2:E590');
week = transpose(1:size(original));
jaar = 2004+week/52;

SSE = (I-original).^2;
sum(SSE)
plot(jaar, I, 'r')
hold on
plot(jaar, original, 'b')
legend('Benadering', 'Originele data', 'Location', 'northwest')
%title('MySpace met het SIRS-model');
title('Facebook met het SIRS-model');
xlabel('Tijd in jaren');
ylabel('Genormeerde wekelijkse zoekdata');
%axis([2004 2015 0 100]);
hold off

```

C.4.3. MINIMALISATIE VAN HET IR SIR-MODEL

```

clc; clear all;
format long

%%% Myspace
% beta = 0.059243884562336;
% nu = 0.027731355594046;
% s0 = 91.888225307594922;
% i0 = 0.112185664646579;
% r0 = 0.561269694221284;

%%% Facebook
beta = 0.0314101395005;
nu = 0.0200241999817;
s0 = 100.0141134632027;
i0 = 0.0126369824014;
r0 = 0.4104768140257;

SSE3_irSIR([beta, nu, s0, i0, r0])

options = optimset('Display','iter', 'MaxIter', 2000, 'MaxFunEval', 2000,
    'TolFun', 10^-6, 'TolX', 10^-6)
opt = fminsearch(@SSE3_irSIR, [beta, nu, s0, i0, r0], options)
SSE3_irSIR(opt)

I = Model3irSIR([beta, nu, s0, i0, r0]);
% Myspace %
% original = xlsread('WorldMyspace.xlsx', 'B2:B523');
% Facebook %
original = xlsread('FacebookWorldJuni.xlsx', 'E2:E590');
week = transpose(1:size(original));
jaar = 2004+week/52;

SSE = (I-original).^2;
sum(SSE)
plot(jaar, I, 'r')
hold on
plot(jaar, original, 'b')
legend('Benadering', 'Originele data', 'Location', 'northwest')
% title('MySpace met het irSIR-model');
title('Facebook met het irSIR-model');
xlabel('Tijd in jaren');
ylabel('Genormeerde wekelijkse zoekdata');
% axis([2004 2014 0 100]);
hold off

```

C.4.4. MINIMALISATIE VAN HET IR SIRS-MODEL

```

clc; clear all;
format long

%%% Myspace
% alpha = -0.157697609789986;
% beta = 0.058579692170939;
% nu = 0.023808561996105;
% s0 = 93.174589659399857;
% i0 = 0.120907067237565;
% r0 = 0.709475795442705;

%%% Facebook
alpha = 1.904858226830832;
beta = 0.031889128834317;
nu = 0.047736854378589;
s0 = 82.945899298554423;
i0 = 0.019640001277244;
r0 = 14.673333371983169;
SSE4_irSIRS([alpha, beta, nu, s0, i0, r0])

```

```

options = optimset('Display','iter', 'MaxIter', 2000, 'TolFun', 10^-6,
    'TolX', 10^-6, 'MaxFunEvals', 500*4);
opt = fminsearch(@SSE4_irSIRS, [alpha, beta, nu, s0, i0, r0], options)
SSE4_irSIRS(opt)

I = Model4irSIRS([alpha, beta, nu, s0, i0, r0]);
% Myspace %
% original = xlsread('WorldMyspace.xlsx', 'B2:B523');
% Facebook %
original = xlsread('FacebookWorldJuni.xlsx', 'E2:E590');
week = transpose(1:size(original));
jaar = 2004+week/52;

SSE = (I-original).^2;
sum(SSE)
plot(jaar, I, 'r')
hold on
plot(jaar, original, 'b')
legend('Benadering', 'Originele data', 'Location', 'northwest')
% title('MySpace met het irSIRS-model');
title('Facebook met het irSIRS-model');
xlabel('Tijd in jaren');
ylabel('Genormeerde wekelijkse zoekdata');
% axis([2004 2014 0 100]);
hold off

```

C.4.5. MINIMALISATIE VAN HET IRSIRS-MODEL MET GEBOORTE- EN STERFTECIJFER

```

clc; clear all;
format long

%%% Myspace
% alpha = -0.137405409422471;
% beta = 0.058543710628936;
% nu = 0.024383019464336;
% s0 = 93.889283986035224;
% i0 = 0.121385744566127;
% r0 = 0.679408267280235;
% b = 0.000373582645321;
% d = 0.005419630552767;

%%% Facebook
alpha = 1.239244494510886;
beta = 0.040700260071227;
nu = 0.045411746122411;
s0 = 10.256377170091664;
i0 = 0.089634046479910;
r0 = 57.557789765325481;
b = 0.546388510009792;
d = 0.435866288773971;

%%% Optimaliseren van parameters
SSE5_irSIRSbd([alpha, beta, nu, s0, i0, r0, b, d])
options = optimset('Display','iter', 'MaxIter', 2000, 'TolFun',
    10^-6, 'TolX', 10^-6, 'MaxFunEvals', 500*6);
opt = fminsearch(@SSE5_irSIRSbd, [alpha, beta, nu, s0, i0, r0, b, d],
    options)
SSE5_irSIRSbd(opt)

%%% Plot met de gevonden parameters
I = Model5irSIRSbd([alpha, beta, nu, s0, i0, r0, b, d, 0]);
% Myspace %
% original = xlsread('WorldMyspace.xlsx', 'B2:B523');
% Facebook %
original = xlsread('FacebookWorldJuni.xlsx', 'E2:E590');
week = transpose(1:size(original));
jaar = 2004+week/52;

```

```

SSE = (I-original).^2;
sum(SSE)
plot(jaar, I, 'r')
hold on
plot(jaar, original, 'b')
legend('Benadering', 'Originele data', 'Location', 'northwest')
% title('MySpace met het irSIRS-model met geboorte- en sterftecijfer');
title('Facebook met het irSIRS-model met geboorte- en sterftecijfer');
xlabel('Tijd in jaren');
ylabel('Genormeerde wekelijkse zoekdata');
% axis([2004 2014 0 100]);
hold off

```

C.5. VERGELIJKEN VAN DE MODELLEN

C.5.1. MYSPACE

```

%Waarden SIR
beta = 0.0488753590977;
gamma = 5.9509152689366;
s0 = 339.3676155991226;
i0 = 1.5669865994944;
r0 = 0;
I1 = Model1SIR([beta, gamma, s0, i0, r0]);
error1 = SSE1_SIR([beta, gamma, s0, i0, r0]);

%Waarden SIRS
alpha = -1.7352575224380;
beta = 0.3343353524694;
gamma = -13.7828119655556;
s0 = 236.6306602079854;
i0 = 0.0240568071578;
r0 = 713.9153473118386;
I2 = Model2SIRS([alpha, beta, gamma, s0, i0, r0]);
error2 = SSE2_SIRS([alpha, beta, gamma, s0, i0, r0]);

%Waarden irSIR
beta = 0.059243884562336;
nu = 0.027731355594046;
s0 = 91.888225307594922;
i0 = 0.112185664646579;
r0 = 0.561269694221284;
I3 = Model3irSIR([beta, nu, s0, i0, r0]);
error3 = SSE3_irSIR([beta, nu, s0, i0, r0]);

%Waarden irSIRS
alpha = -0.157697609789986;
beta = 0.058579692170939;
nu = 0.023808561996105;
s0 = 93.174589659399857;
i0 = 0.120907067237565;
r0 = 0.709475795442705;
I4 = Model4irSIRS([alpha, beta, nu, s0, i0, r0]);
error4 = SSE4_irSIRS([alpha, beta, nu, s0, i0, r0]);

%Waarden irSIRSbd
alpha = 0.6892497741309;
beta = 0.0489359568031;
nu = 0.0306845287273;
s0 = 111.9846666857372;
i0 = 0.1924114763305;
r0 = 0.1993600205717;
b = -0.5580913039717;
d = -0.3875200506888;
I5 = Model5irSIRSbd([alpha, beta, nu, s0, i0, r0, b, d]);
error5 = SSE5_irSIRSbd([alpha, beta, nu, s0, i0, r0, b, d]);

%Vergelijking
original = xlsread('WorldMyspace.xlsx', 'B2:B523');

```

```

week = transpose(1:size(original));
jaar = 2004+week/52;

plot(jaar, I1, jaar, I2, jaar, I3, jaar, I4, jaar, I5, jaar, original)
legend('SIR-model', 'SIRS-model', 'irSIR-model', 'irSIRS-model',
       'irSIRSbd-model', 'Originele data')
title('De benadering van Myspace');
xlabel('Tijd in jaren');
ylabel('Genormeerde wekelijkse zoekdata');
axis([2004 2014 0 100]);

```

C.5.2. FACEBOOK

```

%Waarden SIR
beta = 0.0292195733641;
gamma = 1.1378327523449;
s0 = 199.4796356526135;
i0 = 0.0841490763223;
r0 = 0;
I1 = Model1SIR([beta, gamma, s0, i0, r0]);
error1 = SSE1_SIR([beta, gamma, s0, i0, r0]);

%Waarden SIRS
alpha = -2.9597161171369;
beta = 0.1002600324061;
gamma = -39.8501084580464;
s0 = 480.1073689337564;
i0 = 0.0000886030294;
r0 = 701.7113690120891;
I2 = Model2SIRS([alpha, beta, gamma, s0, i0, r0]);
error2 = SSE2_SIRS([alpha, beta, gamma, s0, i0, r0]);

%Waarden irSIR
beta = 0.0314101395005;
nu = 0.0200241999817;
s0 = 100.0141134632027;
i0 = 0.0126369824014;
r0 = 0.4104768140257;
I3 = Model3irSIR([beta, nu, s0, i0, r0]);
error3 = SSE3_irSIR([beta, nu, s0, i0, r0]);

%Waarden irSIRS
alpha = 1.904858226830832;
beta = 0.031889128834317;
nu = 0.047736854378589;
s0 = 82.945899298554423;
i0 = 0.019640001277244;
r0 = 14.673333371983169;
I4 = Model4irSIRS([alpha, beta, nu, s0, i0, r0]);
error4 = SSE4_irSIRS([alpha, beta, nu, s0, i0, r0]);

%Waarden irSIRSbd
alpha = 1.239244494510886;
beta = 0.040700260071227;
nu = 0.045411746122411;
s0 = 10.256377170091664;
i0 = 0.089634046479910;
r0 = 57.557789765325481;
b = 0.546388510009792;
d = 0.435866288773971;
I5 = Model5irSIRSbd([alpha, beta, nu, s0, i0, r0, b, d]);
error5 = SSE5_irSIRSbd([alpha, beta, nu, s0, i0, r0, b, d]);

%Vergelijking
original = xlsread('FacebookWorldJuni.xlsx', 'E2:E590');

week = transpose(1:size(original));
jaar = 2004+week/52;

```

```

plot(jaar, I1, jaar, I2, jaar, I3, jaar, I4, jaar, I5, jaar, original)
legend('SIR-model', 'SIRS-model', 'irSIR-model', 'irSIRS-model',
       'irSIRSbd-model', 'Originele data', 'Location', 'northwest')
title('De benadering van Facebook');
xlabel('Tijd in jaren');
ylabel('Genormeerde wekelijkse zoekdata');

```

C.6. VOORSPELLING BIJ FACEBOOK

```

clc; clear all;
format long
% Geoptimaliseerde parameters %
alpha = 1.239244494510886;
beta  = 0.040700260071227;
nu    = 0.045411746122411;
s0    = 10.256377170091664;
i0    = 0.089634046479910;
r0    = 57.557789765325481;
b     = 0.546388510009792;
d     = 0.435866288773971;

extra = 4; %jaar

I      = Model5irSIRSbd([alpha, beta, nu, s0, i0, r0, b, d, extra]);
original = xlsread('FacebookWorldJuni.xlsx', 'E2:E590');

week  = transpose(1:size(original));
jaar  = 2004+week/52;
jaarI = 2004+transpose(1:size(original)+extra*52)/52;

plot(jaar, original)
axis([2004 2014+extra 0 100])
hold on
plot(jaarI, I)
legend('Originele data', 'Benadering', 'Location', 'northwest')
title('De benadering en voorspelling van Facebook');
xlabel('Tijd in jaren');
ylabel('Genormeerde wekelijkse zoekdata');
hold off

```