

298

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT

Laboratorium voor Fysische Technologie

HET VOORSPELLEN VAN DRUKVAL-DEBIETKARAKTERISTIEKEN VAN ELLIS' VLOEISTOFFEN

Afstudeerverslag

mei 1970

P.G. Stoutjesdijk

(T)

- 1) Komen stb. en
ca. 10% gearg. vertaan.
wel voor?
- 2) Hoe kan M_0 met
Kozicki worden bepaald
van ingewikkelde geo-
metrieën. Alg. smact
kan niet altijd met
 M_0 en M_N worden bepaald?

HET VOORSPELLEN VAN DRUKVAL-DEBIETKARAK-
TERISTIEKEN VAN ELLIS' VLOEISTOFFEN.

INHOUDSOPGAVE

	Samenvatting	1
1.	Inleiding	2
2.	De stroomcoëfficiënt M	4
2.1	stroomcoëfficiënt voor Newtonse vlstn. (M_N)	4
2.2	stroomcoëfficiënt voor Ostwaldse vlstn. (M_O)	4
2.3	stroomcoëfficiënt voor Ellis vlstn.	6
3.	Meetmethode en meetvloeistof	10
3.1	Meetopstelling	10
3.2	Meetsekties	10
3.3	Meetvloeistof	11
3.4	Meetmethode	12
3.4.1	Meting van het debiet	12
3.4.2	Meting van de drukval	12
3.4.3	Meting van temperatuur	13
3.5	Kontrolé op de meetmethode	13
4.	De rheologische konstanten van polyoxopl.	15
4.1	Bepaling van de rheologische konstanten	15
4.2	Korrektie op de viscosimetingen	16
4.3	Gebuurkte methode voor de bepaling v.d. rheologische konstanten	18
5.	Bepaling van M_N en M_O van pijpen met diverse geom. doorsneden met een Ellis' vloeistof	19
5.1	Methode	19
5.2	Waarnemingen en berekeningen	19
5.2.1	Kanalen met ellipsvormige doorsnede	19
5.2.2	Kanalen met als doorsnede een aan 4 hoeken afgeronde rechthoek	21
5.2.3	Kanalen met als doorsnede een aan 2 hoeken afgeronde rechthoek	23
6.	Verg. v.d. experimentele stroomcoëfficiënten met de theoretische	25
6.1	Kanalen met ellipsvormige doorsnede	25

6.2	Kanalen met als doorsnede een aan 4 hoeken afgeronde rechthoek	25
6.3	Kanalen met als doorsnede een aan 2 hoeken afgeronde rechthoek (B als rechthoekzijde)	26
6.4	Foutenberekening	27
6.5	Bespreking van de meetresultaten en konklusies	28
	Literatuur	30
	Symbolen	32
	Grafieken	

SAMENVATTING

Om voor laminaire stroming van Newtonse en Ostwaldse vloeistoffen door kanalen van diverse geometrische doorsneden de drukval als functie van het debiet (de drukval - debietkarakteristiek) op eenvoudige wijze te kunnen voorspellen zijn door vorige onderzoekers Newtonse en Ostwaldse stroomcoëfficiënten ingevoerd.

Voor een vloeistof die rheologisch te beschrijven is volgens het Ellis' model blijkt de voorspelling van drukval-debietkarakteristieken met behulp van één stroomcoëfficiënt niet mogelijk.

Voor pijpen met doorsneden, waarvoor het debiet als functie van de drukval voor een Ellis' vloeistof exact bekend is (paralelle platen, ringvormige spleten, cirkels), blijkt dat men dit debiet opgebouwd kan denken uit een Newtonse en een Ostwaldse component.

Onderzocht is nu of meer in het algemeen de drukval-debietkarakteristieken van Ellis' vloeistoffen voorspeld kunnen worden met gebruikmaking van twee stroomcoëfficiënten (een Newtonse en een Ostwaldse).

De gesteldetheorie, reeds eerder onderzocht voor rechthoekige kanalen, is nu experimenteel gecontroleerd voor kanalen met ellipsvormige en afgerond rechthoekige doorsneden.

Er bleek dat met de voorgestelde methode drukval-debietkarakteristieken van Ellis' vloeistoffen goed voorspeld konden worden.

1. INLEIDING

In de polymeerverwerkende industrie komt het dikwijls voor dat viskeuse vloeistof door kanalen wordt gepompt van velerlei geometrische doorsneden: ellipsvormige, driehoeksvormige, rechthoekige met of zonder afgeronde hoeken); voorspelling van drukval-debietkarakteristieken is in die gevallen zeer lastig.

Om voor laminaire stroming van Newtonse vloeistoffen door pijpen van diverse geometrische doorsneden op eenvoudige wijze het debiet als functie van de drukval te voorspellen, is eerst door Lahti (1) en later door Beek en Holmes (2,3) een stroomcoëfficiënt M_N ingevoerd: zij is een functie van de vorm van de doorsnede van de pijp en de verhouding H/B .

Metingen van Kooijman en Holmes (4,3) toonden aan, dat er een goede overeenkomst bestond tussen de voorspelde en de experimentele waarden van M_N .

Polymeren en oplossingen daarvan gedragen zich echter veelal niet als Newtonse vloeistoffen.

Voor vloeistoffen die rheologisch te beschrijven zijn volgens het "Ostwald-de Waele" model ("Ostwalde" of "power-law" vloeistoffen) kan op dezelfde manier als voor Newtonse vloeistoffen een stroomcoëfficiënt (M_0) worden gedefinieerd, die, behalve van de vorm van de doorsnede en de H/B verhouding, ook een functie is van de rheologische exponent n van de vloeistof.

Het op analoge wijze definiëren van een stroomcoëfficiënt voor vloeistoffen die rheologisch het Ellis-model volgen (Ellis' vloeistoffen) is echter niet mogelijk; zij is drukafhankelijk en dus onbruikbaar.

Uit exact bekende vergelijkingen voor het debiet als functie van de drukval bij stroming van Ellis' vloeistoffen tussen parallelle platen en door ronde pijpen en ringvormige spleten, blijkt dat men het debiet opgebouwd kan denken uit een Newtonse en een Ostwaldse component. Het ligt daarom voor de hand te trachten meer algemeen de drukval-debietkarakteristieken van deze vloeistoffen te voorspellen met behulp van een Newtonse en een Ostwaldse stroomcoëfficiënt.

Deze methode van voorspellen is door Grasso (5) onderzocht voor pijpen met een rechthoekige doorsnede; er bleek een goede overeenkomst tussen voorspelde en experimentele waarden van M_0 te bestaan; de experimentele waarden van M_N vertoonden grote afwijkingen met de voorspelde:

een verkeerde methode ter bepaling van één der rheologische konstanten (ϕ_0) was hiervan de oorzaak.

In het volgende is onderzocht in hoeverre voorspelling van drukval-debiet-karakteristieken van Ellis'-vloeistoffen met behulp van M_N en M_0 opgaat voor pijpen met ellipsvormige, aan 4 hoeken afgeronde rechthoekige en aan 2 hoeken afgeronde rechthoekige doorsneden.

De gebruikte meetvloeistof is een oplossing van polyethyleenoxide in gedestilleerd water ("polyox").

In hoofdstuk 2 worden de theoretische afleidingen van de stroomcoëfficiënten gegeven, hoofdstuk 3 behandelt de meetvloeistof en meetmethode. De bepaling van de rheologische konstanten wordt in hoofdstuk 4, de bepaling van de stroomcoëfficiënten in hoofdstuk 5 beschreven. Hoofdstuk 6 geeft tot slot de vergelijking van experimentele met voorspelde waarden, bespreking van de resultaten en konklusies.

2. DE STROOMKOEFFICIENT M

2.1 De stroomcoëfficiënt voor Newtonse vloeistoffen (M_N)

Voor Newtonse vloeistoffen is de stroomcoëfficiënt M_N gedefinieerd als de verhouding van het debiet van een vloeistof door een kanaal van bepaalde geometrische doorsnede met een kleinste afmeting H en een breedte B en het debiet van dezelfde vloeistof en bij dezelfde drukgradiënt tussen twee evenwijdige platen of afstand H over een breedte B :

$$M = \frac{(\phi_v)}{(\phi'_v B)} \quad (1)$$

waarin ϕ'_v het debiet per breedte-eenheid is tussen twee evenwijdige platen op een afstand H bij een drukgradiënt $\Delta P/L$:

$$\phi'_v = \frac{\Delta P H^3}{12 \eta L} \quad (2)$$

zodat vergelijking (1) geschreven kan worden in de vorm:

$$\phi_v = \frac{BH^2}{6\eta} \left(\frac{H\Delta P}{2L} \right) M_N \quad (3)$$

in welke vorm het duidelijk is, dat M_N een functie is van (H/B) .

De aldus gedefinieerde M_N is voor kanalen van verschillende geometrische doorsneden theoretisch berekend of benaderd door Lahti (1) en Beek en Holmes (2).

Uit metingen van Kooijman en Holmes (4,3) bleek een goede overeenstemming tussen de experimenteel bepaalde en de theoretisch voorspelde waarden van M_N .

2.2 De stroomcoëfficiënt voor Ostwaldse vloeistoffen (M_O)

Het Ostwaldse of power-law model beschrijft het rheologisch gedrag van een vloeistof volgens:

$$\tau_{xy} = -K \left(\frac{dv}{dx} \right)^{n-1} \cdot \left(\frac{dv}{dx} \right) \quad (4)$$

met K en n als rheologische konstanten.

Voor de stroomcoëfficiënt M_0 van Ostwaldse vloeistoffen wordt nu, in analogie met de definitie voor M_N gevonden (Beek, 2):

$$\Phi_v = \frac{n}{2n+1} \cdot \frac{BH^2}{2} \left(\frac{H\Delta P}{2KL}\right)^{1/n} M_0 \quad (5)$$

Voor $n=1$ wordt vergelijking 4 de rheologische beschrijving van een Newtonse vloeistof en wordt vergelijking 5 gelijk aan vergelijking 3, met andere woorden voor $n=1$ wordt M_0 gelijk aan M_N .

Was M_N alleen een funktie van de vorm van de doorsnede en de verhouding H/B , de Ostwaldse stroomcoëfficiënt hangt ook nog af van één rheologische konstante namelijk van de exponent n , hetgeen begrijpelijk is daar een verandering van n een verandering van het snelheidsprofiel in het kanaal geeft. Een verandering in K geeft dat niet.

Beek en Holmes (2) geven theoretische waarden van M_0 voor kanalen met rechthoekige doorsneden. Vele auteurs maken gebruik van $f.Re$ -waarden voor de voorspelling van drukval-debietkarakteristieken van Ostwaldse vloeistoffen: Wheeler en Wissler (6) berekenden $f.Re$ waarden voor rechthoekige kanalen met behulp van de over-relaxatie methode. Schechter (7) gebruikte voor de oplossing van hetzelfde probleem het variatie-principe. Een oplossing voor stroming van Ostwaldse vloeistoffen door kanalen met ellipsvormige doorsnede werd verkregen door Mizushina c.s. (8) eveneens door toepassing van het variatieprincipe.

Waarom aan de voorspelling van drukval-debiet karakteristieken met behulp van stroomcoëfficiënten de voorkeur gegeven moet worden boven die met $f.Re$ -waarden, wordt uiteengezet door Holmes (3).

Kozicki c.s. (9) geeft een methode om voor kanalen van verschillende geometrische doorsneden drukval-debiet karakteristieken te voorspellen. Introduceren we in deze methode onze stroomcoëfficiënt M_0 dan vinden we:

$$M_0 = \frac{A}{HB} \cdot \left(\frac{2r_H}{H}\right)^{n+1/n} \cdot \left(\frac{0,5+n}{a+bn}\right) \quad (6)$$

waarin:

- A = oppervlak van de doorsnede
- r_H = hydraulische straal (oppervlak/natte omtrek)
- a,b = geometrische konstanten; zij zijn een funktie van de vorm en de H/B verhouding van de doorsnede

De geometrische konstanten als functie van H/B zijn door Kozicki gegeven voor parallele platen en voor cirkelvormige kanalen (exact) en voor ringvormige spleten en kanalen met als doorsnede een rechthoek, ellips en gelijkbenige driehoek (benaderd).

Voor kanalen met als doorsnede een afgeronde rechthoek worden in de literatuur nòch theoretisch, nòch experimentele waarden voor f.Re, a en b, of M_0 gegeven. In 6.2/3 zal getracht worden een benadering te geven voor de geometrische konstanten, respectievelijk deze konstanten te berekenen uit experimentele M_0 -waarden.

Eenvoudig rekenwerk geeft voor kanalen van diverse geometrische doorsneden de volgende vergelijkingen voor de Ostwaldse stroomcoëfficiënten:

Doorsnede	Vergelijking voor M_0
Rechthoek	$M_0 = \left(\frac{1}{1+H/B}\right)^{n+1/n} \cdot \left(\frac{0,5+n}{a+bn}\right) \quad (7)$
Ellips	$M_0 = \frac{1}{4} \pi \left(\frac{1}{\sqrt{2(H/B)^2+2}}\right)^{n+1/n} \cdot \left(\frac{0,5+n}{a+bn}\right) \quad (8)$
Aan 4 hoeken afgeronde rechthoek	$M_0 = \left(1 - \frac{H}{B} + \frac{1}{4} \frac{\pi H}{B}\right)^{n+1/n} \left(\frac{1 - \frac{H}{B} + \frac{1}{4} \frac{\pi H}{B}}{1 - \frac{H}{B} + \frac{1}{2} \frac{\pi H}{B}}\right) \left(\frac{0,5+n}{a+bn}\right) \quad (9)$
Aan 2 hoeken afgeronde rechthoek (B als rechthoekzijde)	$M_0 = \left(1 - \frac{1}{2} \frac{B}{H} + \frac{1}{8} \pi \frac{B}{H}\right)^{n+1/n} \left(\frac{2 - \frac{B}{H} + \frac{1}{4} \pi \frac{B}{H}}{2 - \frac{B}{H} + \frac{1}{2} \pi}\right) \left(\frac{0,5+n}{a+bn}\right) \quad (10)$
Cirkel	$M_0 = \frac{1}{4} \pi (0,5)^{n+1/n} \left(\frac{0,5+n}{a+bn}\right) \quad (11)$

Tabel 1

De Ostwaldse stroomcoëfficiënten voor enkele geometriën

2.3 De stroomcoëfficiënt voor Ellis vloeistoffen

Volgens het Ellis' model kan het rheologisch gedrag van een vloeistof worden beschreven met behulp van de formule:

$$-\frac{dv}{dx} = (\phi_0 + \phi_1 \tau_{xy}^{n-1}) \tau_{xy} \quad (12)$$

waarin α , ϕ_1 en ϕ_0 de rheologische konstanten zijn ($\alpha \geq 1$).

Voor zeer lage schuifspanning:

$$(\phi_0 \tau_{xy}) \gg (\phi_1 \tau_{xy})^\alpha$$

geldt bij benadering:

$$-\frac{dv}{dx} = \phi_0 \tau_{xy} \quad (13)$$

en gedraagt de vloeistof zich dus Newtons met een viscositeit $\eta_0 = 1/\phi_0$.

Voor zeer hoge schuifspanning:

$$(\phi_0 \tau_{xy}) \ll (\phi_1 \tau_{xy})^\alpha$$

geldt bij benadering:

$$-\frac{dv}{dx} = \phi_1 \tau_{xy}^{\alpha-1} \cdot \tau_{xy} \quad (14)$$

en gedraagt de vloeistof zich Ostwalds met een $n = 1/\alpha$ en $K = \phi_1^{-n}$. Uitgaande van de impulsbalans over een doorsnede hebben Matsuhisa en Bird (10) een oplossing gevonden voor het verband tussen drukval en debiet bij stroming van een Ellis' vloeistof tussen parallele platen, door ronde pijpen en door ringvormige spleten.

Voor parallele spleten:

$$\phi_v = \frac{1}{6} \phi_0 \cdot BH^2 \left(\frac{H\Delta P}{2L}\right) + \frac{1}{2(\alpha+2)} \cdot \phi_1 \cdot BH^2 \left(\frac{H\Delta P}{2L}\right)^\alpha \quad (15)$$

Voor ronde pijpen:

$$\phi_v = \frac{1}{4} \pi R^3 \cdot \phi_0 \left(\frac{R\Delta P}{2L}\right) + \frac{1}{\alpha+3} \pi R^3 \cdot \phi_1 \left(\frac{R\Delta P}{2L}\right)^\alpha \quad (16)$$

Wanneer we, analoog aan de Newtonse stroomcoëfficiënt, een stroomcoëfficiënt voor een Ellis' vloeistof zouden definiëren, krijgen we een M die drukafhankelijk en dus onbruikbaar is.

Bij nadere inspektie van vergelijkingen (15) en (16) blijkt dat men het debiet steeds opgebouwd kan denken uit een Newtonse en een Ostwaldse component. Nemen we aan dat dit voor andere geometrische doorsneden eveneens het geval is, dan ligt het voor de hand om bij de voorspelling van drukval-debietkarakteristieken van Ellis' vloeistoffen het debiet op te splitsen in een Newtonse en een Ostwaldse component en gebruik te maken van de Newtonse en Ostwaldse stroomcoëfficiënten volgens:

$$\Phi_v = \Phi_{vN}' \cdot B \cdot M_N + \Phi_{vO}' \cdot B \cdot M_O \quad (17)$$

waarin:

Φ_v = het debiet van een pijp, waarvan de doorsnede een kleinste afmeting H heeft en een breedte B

Φ_{vN}' = het debiet per breedte eenheid van een Newtonse vloeistof met viscositeit $\eta_0 = 1/\phi_0$ tussen twee evenwijdige platen op afstand H.

Φ_{vO}' = het debiet per breedte-eenheid van een Ostwaldse vloeistof met als rheologische constanten $n = 1/\alpha$ en $K = \phi_1^{-1/n}$ tussen twee evenwijdige platen op afstand H.

M_N = de Newtonse stroomcoëfficiënt van de beschouwde pijp

M_O = de Ostwaldse stroomcoëfficiënt van de beschouwde pijp.

Vergelijking (17) kan dus worden geschreven als:

$$\Phi_v = \frac{1}{6} \cdot \phi_0 \cdot BH^2 \cdot \left(\frac{H\Delta P}{2L}\right) \cdot M_N + \frac{1}{2(2+\alpha)} \cdot \phi_1 \cdot BH^2 \cdot \left(\frac{H\Delta P}{2L}\right)^\alpha \cdot M_O \quad (18)$$

Doel van dit onderzoek is het testen van deze vergelijking voor pijpen met ellipsvormige en afgerond rechthoekige doorsneden, teneinde, tesamen met Grasso's (5) resultaten voor rechthoekige pijpen, een algemene konklusie te kunnen trekken omtrent de geldigheid ervan.

Het toetsen van vergelijking (18) kan op diverse manieren geschieden o.a.:

- a. uit een drukval-debiet karakteristiek kunnen met o.a. behulp van de kleinste kwadraten methode bij bekende rheologische constanten, M_N en M_O worden bepaald en vergeleken met de theoretische waarden,
- b. bij bekende rheologische constanten en stroomcoëfficiënten kan voor de afzonderlijke punten van de drukval-debiet karakteristiek Φ_v worden berekend en worden vergeleken met de experimenteel bepaalde waarden.

In dit onderzoek werd methode a gebruikt; M_N en M_O werden grafisch bepaald, ter controle op deze grafische bepaling werd eveneens voor de afzonderlijke punten het debiet berekend met behulp van de bepaalde waarden van M_N en M_O ("methode b").

3. MEETMETHODE EN MEETVLOEISTOF

3.1 Meetopstelling

Voor een schema van de meetopstelling zie fig. 1. De meetvloeistof is in een voorraadvat (-1-) met een inhoud van ongeveer 90 liter opgeslagen. Dit vat is voorzien van een lintroerder voor het homogeniseren van de vloeistof en is omgeven door een watermantel. Het water wordt door middel van een pomp (-2-) via een thermostaatbak (-3-) rondgepompt, waardoor de temperatuur van de watermantel op konstante temperatuur gehouden kan worden.

Door middel van perslucht (regeling met manometer (-4-)) kan druk op het voorraadvat worden gezet. De volumestroom werd geregeld door afsluiter (-5-). De meetvloeistof stroomt via een met asbestkoord omwikkelde leiding en een multifluxmenger (-6-) door de meetsektie (-7-) en via een opvangtrechter in het opvangvat (-8-). De steel van de opvangtrechter was voorzien van een driewegkraan, met behulp waarvan bemonstering en debietmenging verricht kon worden.

De meetvloeistof kan weer met behulp van perslucht van het opvangvat teruggebracht worden in het voorraadvat.

3.2 Meetsekties

Het verband tussen drukval en debiet is bepaald voor een ronde perspex pijp en een aantal zeer nauwkeurig bewerkte pvc pijpen. Voor de konstruktieve details zie (4). De afmetingen van de onderzochte pijpen zijn verzameld in onderstaande tabel:

omschrijving v/d doorsnede	H(10 ⁻² m)	B(10 ⁻² m)	H/B	A(10 ⁻⁴ m ²)	L _{Δp} (m)
Ellips	1,06 ± 0,01	2,54 ± 0,01	0,42	2,12	0,837
Ellips	1,43 ± 0,01	2,53 ± 0,01	0,565	2,85	0,837
Rechthoek aan 4 hoeken afgerond	1,00 ± 0,01	5,00 ± 0,01	0,20	4,82	0,839
Rechthoek aan 4 hoeken afgerond	0,99 ± 0,01	1,99 ± 0,01	0,502	1,78	0,837

*geen last
van lucht
in het
opvangvat?*

Rechthoek aan 2 hoeken afgerond	100 \pm 0,01	1,99 \pm 0,01	0,501	1,56	0,834
Rechthoek aan 2 hoeken afgerond	1,20 \pm 0,01	1,20 \pm 0,01	1,00	1,28	0,837
Cirkel	1,39 \pm 0,02	1,39 \pm 0,02	1,00	1,53	0,856

Tabel 2

De afmetingen van de gebruikte pijpen

3.3 De meetvloeistof

Als meetvloeistof is polyethyleenoxide in gedestilleerd water gekozen om redenen aangegeven door Grasso (5). De polyethyleenoxide is geleverd door de firma Heybroek en Co. onder de codenaam Polyox WSR 301. Het is een produkt van Union Carbide. Een goede polyoxoplossing kan op de volgende manier worden gemaakt:

1. de gewenste hoeveelheid gedestilleerd water aan de kook brengen. Het is noodzakelijk hiervoor gedestilleerd water te gebruiken omdat zouten in het water de eigenschappen sterk kunnen beïnvloeden (Ernst, 11).
2. Wanneer het water kookt de polyox voorzichtig en bij kleine hoeveelheden toevoegen, waarbij goed geroerd moet worden. Er moet voor gezorgd worden dat het water inderdaad kookt: polyox is oplosbaar in water van alle temperaturen beneden 100°C: toevoeging bij een temperatuur lager dan 100°C geeft, zelfs bij voorzichtige toevoeging, samenklontering. Zeer langdurig roeren is dan noodzakelijk om de oplossing alsnog te homogeniseren.
3. De vloeistof onder roeren enige tijd (\pm 30 min.) laten doorkoken.
4. De verwarming stoppen en de vloeistof onder roeren koelen.

De oplossing werd bereid in een vat voorzien van een roerder en een (holle) spiraal, die zowel als verwarmings (stoom)- als koel(water)-element dienst kon doen, waardoor opwarming- en afkoeltijden zo kort mogelijk gehouden konden worden.

De rheologische konstanten van de polyox-oplossing kunnen worden gevarieerd met de concentratie; er werd gemeten met een polyox-oplossing van ongeveer 2,5%. De stabiliteit van de vloeistoffen bleek groter te zijn dan Grasso vermeldde: zij bleken (mits goed afgesloten) gedurende tenminste 8 dagen nauwelijks te verlopen wat betreft de rheologische eigenschappen.

3.4 De meetmethode

3.4.1 Meting van het debiet

Het debiet werd steeds bepaald door het wegen van een gedurende een bepaalde tijd opgevangen hoeveelheid vloeistof. Met de bekende dichtheid is het debiet dan te berekenen.

3.4.2 Meting van de drukval

De drukval werd gemeten met behulp van manometers; elk der onderzochte pijpen had twee drukaansluitingen met uitzondering van de ronde pijp, die er één had. Vanwege de hoge "viscositeit" van de polyoxoplossingen werden vloeistofscheiders tussen de pijp en de manometer gebruikt (fig. 1a), bovendien werden de verbindingen (doorzichtige polypropyleen slang, zodat eventueel optredende luchtbellens in deze toevoerleidingen niet onopgemerkt blijven) tussen de drukpuntaansluiting en de vloeistofscheider zo dik (qua inwendige diameter) en zo kort mogelijk gehouden. Dit verkleint de responsietijd van de manometer aanzienlijk.

Als manometervloeistof werd 1.1.2.2 tetrabroommethaan gekozen; wegens zijn hoge soortelijk gewicht (2,96) gaf dit vloeistofkolommen van redelijke hoogte bij de gemeten drukken.

De drukval tussen een drukpuntaansluiting en het uiteinde van de pijp kan op eenvoudige wijze worden berekend volgens:

$$\Delta p = \rho \cdot G \cdot (h - h_0) \quad (19)$$

waarin:

- ρ = dichtheid van tetrabroommethaan bij de omgevingstemperatuur
- h = gemeten hoogte van de vloeistofkolom
- h_0 = "nulpuntshoogte" van de vloeistofkolom (volle pijp, stilstaande vloeistof)
- G = zwaartekracht

De correctie die toegepast moet worden wegens de niet konstante hoogte van het scheidingsvlak in de vloeistofscheider is gezien de verhouding tussen de diameter van de manometerbuis en die van de vloeistofscheider ($1/10$) en de verhouding tussen de dichtheid van de polyoxoplossing en tetrabroomethaan ($1/3$), zeer gering: ongeveer + 0,3%.

3.4.3 Meting van temperatuur

De temperatuur van de polyoxoplossing werd voor elk meetpunt in de drukval-debietkarakteristiek gemeten aan het eind van de pijp met behulp van een thermometer.

Aan het voorraadvat werd met behulp van de watermantel steeds een temperatuur opgelegd, die ongeveer gelijk was aan de omgevingstemperatuur. Dit heeft als voordeel dat grote opwarmtijden worden vermeden en als nadeel, dat afhankelijkheid van de temperatuur in de hal niet geheel vermeden kon worden. Dit resulteerde in een afwijking van de gemiddelde temperatuur van maximaal $0,5^{\circ}\text{C}$, gezien de geringe temperatuurafhankelijkheid van polyox is deze variatie aanvaardbaar (3% per $^{\circ}\text{C}$ voor ϕ_0 en 1,5% per $^{\circ}\text{C}$ voor ϕ_1 ; α is temperatuuronafhankelijk).

De temperatuurgradiënt langs de meetsectie werd niet gemeten. Gezien de verhouding werkteemperatuur - omgevingstemperatuur en de geringe warmtevereffeningscoëfficiënt van de oplossing, kan men aannemen dat zij niet groter zal zijn dan de variatie in de absolute temperatuur.

3.5 Kontrolle op de meetmethode

Teneinde de meetmethode op zijn juistheid te toetsen werd de Newtonse stroomcoëfficiënt van de aan 4 hoeken afgeronde rechthoekige pijp met $H/B = 0,20$ bepaald. Als meetvloeistof werd glycerol gebruikt. Uit metingen van drukval, debiet en viscositeit kan met behulp van vergelijking (3) M_N worden bepaald. Meetresultaten zijn weergegeven in onderstaande tabel.

meting	M_N exp.	M_N theor.	Afw.%
1	0,845	0,83	+ 1,8
2	0,891		+ 7,2
3	0,878		+ 5,8
4	0,876		+ 5,5

tabel 3

Grafiek 1 geeft de drukval-debietkarakteristiek voor meting 1 en meting 4. De nauwkeurigheid van de gemeten M hangt af van:

- viscositeit η ; de nauwkeurigheid van de viscositeitsmeting is beperkt door twee oorzaken:
 - a. de nauwkeurigheid van de viscosimeter (Contraves Rheomat 15), die voor Newtonse vloeistoffen $\pm 1\%$ bedraagt.
 - b. de nauwkeurigheid van de temperatuurmeting. De viscositeit van glycerol hangt sterk af van de temperatuur: $10\%/^{\circ}\text{C}$. Daar de gemiddelde vloeistoftemperatuur niet nauwkeuriger dan op $0,5^{\circ}\text{C}$ bepaald kan worden, geeft dit een onzekerheid in de viscositeit van $\pm 5\%$.
- volumestroom: fout kleiner dan $0,5\%$
- $L_{\Delta p}$: fout kleiner dan $0,5\%$
- B, H : fout in B : $\pm 0,2\%$, fout in H : $\pm 1\%$; dit geeft een fout in de groep BH^3 van $3,2\%$
- Δp : de meetfout hierin wordt veroorzaakt door de afleesnauwkeurigheid (afhankelijk van de kolomhoogte) en de nauwkeurigheid in de bepaling van de omgevingstemperatuur (in verband met de dichtheid van tetrabroommethaan, temperatuurafhankelijkheid: $0,1\%/^{\circ}\text{C}$). Beide fouten zijn klein. Bij de meting moet men er wel op letten dat i.v.m. de traagheid van het systeem niet binnen de insteltijd gemeten wordt.

Stellen we de fout in Δp op 2% , dan wordt de totale relatieve fout in M_N 12% ; de afwijkingen tussen de experimentele en theoretische waarden van M_N liggen dus binnen de meetnauwkeurigheid.

*Wel allemaal te hoog en dat geeft te sterke
(instelling te kort geweest? Dit zou kloppen
met ogl 2)*

4. DE RHEOLOGISCHE KONSTANTEN VAN POLYOXOPLOSSINGEN

4.1 Bepaling van de rheologische konstanten

De rheologische konstanten van de polyoxoplossingen werden bepaald uit metingen in een rotatieviscosimeter van het merk Contraves Rheomat 15. Uit deze metingen kan men de schuifspanning (τ) - schuifsnelheid ($d^v/dx = D$) karakteristiek (het rheogram) van de vloeistof bepalen. Wanneer we het rheogram afzetten op dubbellogaritmisch papier ($\log D - \log \tau$ grafiek) kunnen we de rheologische konstanten ϕ_0 , ϕ_1 en α op eenvoudige wijze grafisch bepalen. Grafiek 2 laat dit zien. Voorwaarde voor deze grafische bepaling is echter dat het rheogram over een voldoende groot afschuifsnelheidsgebied bepaald kan worden. In grafiek 2 is eveneens aangegeven in welk schuifsnelheidsgebied met behulp van de viscosimeter gemeten kan worden bij de gebruikte polyoxoplossingen. Het zal duidelijk zijn, dat zowel ϕ_1 als α grafisch goed bepaald kunnen worden, voor ϕ_0 is dat niet het geval. Opgemerkt dient te worden, dat aan de grafiek geen absolute waarde toegekend moet worden.

Een alternatieve methode voor de bepaling van ϕ_0 is die met behulp van een grafiek van D/τ als functie van $\tau^{\alpha-1}$ (α bekend uit rheogram):

$$D/\tau = \phi_0 + \phi_1 \tau^{\alpha-1} \quad (20)$$

De helling van de lijn is gelijk aan ϕ_1 , door extrapolatie kan ϕ_0 worden gevonden (voor $\tau^{\alpha-1} = 0$ geldt $D/\tau = \phi_0$).

Door voor de afzonderlijke punten van het rheogram bij bekende ϕ_1 en α , ϕ_0 te berekenen en de gevonden waarden te middelen, kan zij eveneens worden bepaald.

Voor de bepaling van de rheologische konstanten kan uiteraard ook een komputer worden ingeschakeld. Er werd hier gebruik gemaakt van een digitale komputer, het programma werd afgestemd op curve-fitting volgend het kleinste kwadratenprincipe. Behalve de waarden voor ϕ_0 , ϕ_1 en α gaf de uitvoer eveneens voor elk punt in het rheogram een vergelijking van de gemeten schuifsnelheid met de m.b.v. de berekende rheologische konstanten en de gemeten schuifspanning berekende schuifsnelheid. Een voorbeeld hiervan geeft onderstaande tabel.

$\alpha = 2,4317$ $\phi_1 = 1,310 \cdot 10^{-3}$ $\phi_0 = 3,619 \cdot 10^{-2}$		
$\tau_{\text{gemeten}} \text{ (N/m}^2\text{)}$	$D_{\text{gemeten}} \text{ (sek}^{-1}\text{)}$	$D_{\text{berekend}} \text{ (sek}^{-1}\text{)}$
16,82	2,180	1,863
20,26	2,927	2,705
23,40	3,851	3,645
27,25	5,139	5,039
31,22	6,779	6,772
36,70	9,771	9,688
42,20	13,12	13,27
47,70	17,26	17,54
54,20	23,03	23,54
60,60	30,38	30,50
70,80	44,10	43,88
80,50	59,22	59,37
90,10	77,92	77,51
101,8	103,9	103,6
114,6	137,1	137,4

Tabel 4

Voorbeeld van "curve-fitting" van het rheogram

De grotere relatieve afwijkingen bij lagere schuifspanningen hoeft niet te worden toegeschreven aan het niet voldoen aan het Ellis model: de computer zoekt naar de minimale som van de absolute waarden der kwadratische afwijkingen. Dit heeft als voordeel dat zowel α als ϕ_1 nauwkeurig uit het rheogram bepaald kunnen worden, voor de juiste bepaling van ϕ_0 is de methode minder geschikt.

4.2 Korrektie op de viscosimetermetingen

De uit de metingen met behulp van de Contraves verkregen rheogrammen moeten worden gecorrigeerd om redenen uiteengezet door Groenveld (12). Een eerste korrektie moet worden toegepast, omdat de schuifspanning en daarmee de schuifsnelheid varieert als een functie van de radiale afstand.

De grootte van deze correctie hangt af van de rheologie en de relatieve spleetbreedte.

Een tweede correctie is die tengevolge van de eindeffecten, zij is een functie van de geometrie van het systeem (cup + cylinder).

De totale correctie voor Ostwaldse vloeistoffen werd experimenteel bepaald door Bac (13) en wel voor meetsysteem B van de Contraves. Daarbij bleek dat de rheologische exponent n goed bepaald kon worden met de Contraves en dat K gecorrigeerd moest worden met een waarde afhankelijk van n (grotere n , grotere (negatieve)correctie voor K).

Het bepalen van rheogrammen van de gebruikte polyosoplossingen vereiste meting met meetsysteem C; het is daarom dat de Contravesmetingen hier vergeleken zijn met metingen aan een ronde pijp (met de meetopstelling beschreven in 3.1). Drukval-debietkarakteristieken van ronde pijpen kunnen worden omgezet in schuifspanning-schuifsnelheid karakteristieken. De schuifspanning aan de wand volgt uit de drukval volgens:

$$\tau = \left(\frac{R\Delta P}{2L} \right) \quad (21)$$

en de schuifsnelheid aan de wand kan, zonder enige aanname omtrent de rheologie, worden berekend uit de vergelijking van Rabinowitsch:

$$\left(\frac{dv}{dr} \right)_x = \frac{1}{\pi R^3} \left(3\phi_v + \Delta P \frac{d\phi_v}{d(\Delta P)} \right) \quad (22)$$

Drukval-debietkarakteristieken van de diverse meetsekties werden bepaald met polyoxoplossingen met $\alpha \sim 2,4$ en $\alpha \sim 2,6$; gezien de gebleken n (dus α) - afhankelijkheid van de correctie zijn de vergelijkende metingen met dezelfde vloeistoffen verricht.

Grafiek 3 geeft de rheogrammen uit de Contraves- en pijpmeting voor $\alpha = 2,41$, grafiek 4 geeft deze vergelijking voor $\alpha = 2,63$. De correctie op ϕ_1 bedraagt voor $\alpha = 2,41$: + 85,5% en voor $\alpha = 2,63$: +107%, hetgeen voor de Ostwaldse K overeenkomt met respectievelijk - 23% en - 25% (ter vergelijking: Bac vond voor meetsysteem B K -correcties van resp. - 8% en - 10% bij deze α 's). Zie voor de bepaling van de correctiefactoren de grafieken 5 en 6.

4.3 Gebruikte methode voor de bepaling van de rheologische konstanten

Voor en na elke pijpmeting werd een monster genomen. Van deze monsters werd met de Contraves het rheogram bepaald bij een temperatuur gelijk aan de gemiddelde temperatuur van de pijpmeting. De uit de rheogrammen verkregen gegevens werden op de volgende manier verwerkt:

- a. α . Uit het rheogram met behulp van de computer
- b. ϕ_1 . Uit het rheogram met behulp van de computer; toepassing van de korrektiefaktor voor de betreffende meetserie gaf de te gebruiken ϕ_1 .
- c. ϕ_0 . Uit de ronde-pijpmetingen; een temperatuurcorrectie van $3\%/^{\circ}\text{C}$ werd gebruikt. De op deze manier verkregen ϕ_0 -waarden werden gecontroleerd met behulp van de methoden beschreven in 4.1. Opgemerkt dient te worden dat geen van de beproefde ϕ_0 bepalingen van excellente nauwkeurigheid bleken te zijn.

5. BEPALING VAN M_N EN M_O VAN PIJPEN MET DIVERSE GEOMETRISCHE DOORSNEDEN MET EEN ELLIS' VLOEISTOF

5.1 Methode

Bij de berekening van M_N en M_O gaan we uit van de vergelijking (18):

$$\phi_v = 1/6 \cdot \phi_o \cdot BH^2 \cdot \left(\frac{H\Delta P}{2L}\right) \cdot M_N + \frac{1}{2(2+\alpha)} \cdot \phi_1 \cdot BH^2 \left(\frac{H\Delta P}{2L}\right)^\alpha \cdot M_O$$

of wel:

$$\phi_v = \phi_{vN}' \cdot B \cdot M_N + \phi_{vO}' \cdot B \cdot M_O \quad (17)$$

Vergelijking (18) kan ook worden geschreven als:

$$\frac{12L}{BH^3} \cdot \frac{\phi_v}{\Delta P} = \phi_o M_N + \frac{3}{(2+\alpha)} \cdot \phi_1 \cdot M_O \cdot \left(\frac{H\Delta P}{2L}\right)^{\alpha-1} \quad (23)$$

Door in een grafiek $\frac{\phi_v}{\Delta P}$ af te zetten tegen $\left(\frac{H\Delta P}{2L}\right)^{\alpha-1}$ kunnen de stroomkoëfficiënten op een eenvoudige wijze grafisch worden bepaald. Ter controle van deze bepaling zijn voor de afzonderlijke meetpunten de bijbehorende debieten berekend met behulp van de grafisch bepaalde M_N en M_O .

5.2 Waarnemingen en berekeningen

5.2.1 Kanalen met ellipsvormige doorsnede

Drukvaldebietkarakteristieken: grafiek 7. Grafische bepaling van M_N en M_O : grafiek 8.

$\alpha = 2,4150 \quad \phi_1 = 2,68 \cdot 10^{-3} \quad \phi_0 = 0,030$					$\alpha = 2,5806 \quad \phi_1 = 4,45 \cdot 10^{-4} \quad \phi_0 = 0,025$				
$M_N = 0,466 \quad M_O = 0,317$					$M_N = 0,482 \quad M_O = 0,260$				
ϕ_v $10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	ΔP 10^3 N/m^2	$\phi_{vN} \cdot M_N$ $10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	$\phi_{vO} \cdot M_O$ $10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	afw. in $\phi_v \cdot \%$	ϕ_v $10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	ΔP 10^3 N/m^2	$\phi_{vN} \cdot M_N$ $10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	$\phi_{vO} \cdot M_O$ $10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	afw. in $\phi_v \cdot \%$
4,635	2,96	1,247	3,26	-2,8	0,1435	0,436	0,1588	0,00606	+14,7
11,89	4,78	2,015	10,40	+4,4	1,138	2,27	0,825	0,4255	+15,8
20,15	6,03	2,540	18,20	+2,9	0,673	1,425	0,519	0,1287	- 3,7
28,05	7,04	2,962	26,22	+4,0	2,76	3,62	1,318	1,421	- 0,7
58,65	9,65	4,055	56,00	+4,0	5,95	5,34	1,941	3,895	- 1,8
83,60	11,34	4,785	82,60	+4,5	10,18	6,97	2,540	7,715	+ 0,7
132,0	13,52	5,705	127,2	0	13,16	7,81	2,840	10,40	+ 0,6
200,0	15,73	6,630	176,5	-9,0	23,90	10,41	3,882	21,72	- 7,0
269,2	17,68	7,445	244,0	-6,7	42,45	12,94	4,705	38,01	+ 0,6
340,2	19,58	8,245	309,0	-7,2	73,40	16,13	5,880	65,25	- 3,1
					134,8	19,92	7,250	112,2	-11,4

Tabel 5 ($H/B = 0,42$)

$\alpha = 2,4094 \quad \phi_1 = 2,57 \cdot 10^{-3} \quad \phi_0 = 0,027$					$\alpha = 2,6120 \quad \phi_1 = 4,33 \cdot 10^{-4} \quad \phi_0 = 0,026$				
$M_N = 0,403 \quad M_O = 0,241$					$M_N = 0,47 \quad M_O = 0,218$				
ϕ_v $10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	ΔP 10^3 N/m^2	$\phi_{vN} \cdot M_N$ $10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	$\phi_{vO} \cdot M_O$ $10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	afw. in $\phi_v \cdot \%$	ϕ_v $10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	ΔP 10^3 N/m^2	$\phi_{vN} \cdot M_N$ $10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	$\phi_{vO} \cdot M_O$ $10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	afw. in $\phi_v \cdot \%$
11,12	2,94	2,350	8,51	-2,3	0,879	0,956	0,889	0,1216	+14,7
14,35	3,36	2,682	11,75	+0,5	2,252	1,798	1,670	0,633	- 2,3
25,53	4,48	3,580	23,55	+6,3	1,616	1,349	1,255	0,298	- 3,9
74,65	6,98	5,605	68,40	+1,8	4,73	2,901	2,705	2,310	+ 6,0
117,5	8,61	6,900	112,5	+1,6	9,89	3,945	3,665	5,025	-11,1
167,0	9,71	7,760	152,1	-3,7	14,16	5,08	4,710	9,525	+ 0,5
215,5	10,91	8,715	201,2	-2,6	20,55	6,12	5,702	15,48	+ 3,1
299,2	12,22	9,765	265,0	-4,8	51,7	9,025	8,10	47,15	+ 6,7
					101,2	11,75	10,55	89,05	- 1,6
					146,1	13,42	12,08	126,3	- 5,3

Tabel 6 ($H/B = 0,565$)

5.2.2 Kanalen met als doorsnede een aan 4 hoeken afgeronde rechthoek

Drukval-debietkarakteristieken: grafieken 9 en 10. Grafische bepaling van M_N en M_O : grafieken 11 en 12.

$\alpha = 2,4383 \quad \phi_1 = 2,43 \cdot 10^{-3} \quad \phi_0 = 0,027$					$\alpha = 2,6233 \quad \phi_1 = 4,53 \cdot 10^{-4} \quad \phi_0 = 0,028$				
$M_N = 0,819 \quad M_O = 0,630$					$M_N = 0,860 \quad M_O = 0,597$				
ϕ_v $10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	ΔP 10^3 N/m^2	$\phi_{vN} \cdot M_N$ $10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	$\phi_{vO} \cdot M_O$ $10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	afw. $\phi_v \cdot \%$	ϕ_v $10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	ΔP 10^3 N/m^2	$\phi_{vN} \cdot M_N$ $10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	$\phi_{vO} \cdot M_O$ $10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	afw. $\phi_v \cdot \%$
9,71	2,620	2,88	7,05	+ 2,3	3,10	1,941	2,41	0,905	+6,5
14,45	3,143	3,46	10,48	- 3,5	9,41	3,77	4,66	5,12	+4,0
23,75	3,937	4,40	19,06	- 1,2	13,32	4,55	5,64	8,49	+6,1
37,18	4,925	5,51	32,50	+ 2,1	31,8	6,72	8,35	23,40	-0,2
74,70	6,58	7,24	66,99	- 0,6	60,8	9,01	11,15	49,90	+0,4
138,8	8,45	9,30	123,0	- 4,7	132,2	12,25	15,18	118,8	-3,9
166,8	9,35	10,29	156,0	- 0,3	67,4	9,62	11,91	60,1	+6,7
211,1	10,40	11,45	204,0	- 2,6					
4,64	1,777	1,95	2,72	+ 0,6					
32,19	4,78	5,25	30,43	+10,9					
54,10	6,12	6,85	56,10	+16,5					

Tabel 7

(H/B = 0,20)

$\alpha = 2,4012 \quad \phi_1 = 2,84 \cdot 10^{-3} \quad \phi_0 = 0,03$					$\alpha = 2,6232 \quad \phi_1 = 4,53 \cdot 10^{-4} \quad \phi_0 = 0,027$				
$M_N = 0,692$			$M_O = 0,399$		$M_N = 0,595$			$M_O = 0,325$	
ϕ_v	ΔP	$\phi_{vN} \cdot M_N$	$\phi_{vO} \cdot M_O$	afw.	ϕ_v	ΔP	$\phi_{vN} \cdot M_N$	$\phi_{vO} \cdot M_O$	afw.
$10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	10^3 N/m^2	$10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	$10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	$\phi_v \cdot \%$	$10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	10^3 N/m^2	$10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	$10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	$\phi_v \cdot \%$
2,77	2,15	0,681	1,125	-31,8	0,3225	0,913	0,294	0,0263	- 0,7
10,82	4,79	1,902	7,70	-11,3	1,432	2,61	0,880	0,412	-10,0
16,45	5,95	2,380	12,88	- 7,2	0,644	1,64	0,508	0,122	- 2,2
28,25	7,85	3,112	25,10	0	2,148	3,55	1,100	0,925	- 5,7
61,50	10,93	4,37	55,5	- 2,6	3,195	4,93	1,529	2,192	- 5,0
128,6	15,02	6,01	118,5	- 3	6,23	6,41	1,990	4,34	+ 1,6
153,3	16,51	6,61	150,2	+ 2,3	9,00	7,51	2,323	6,62	- 0,6
199,9	18,04	7,22	188,2	- 2,3	15,46	9,46	2,935	12,19	- 2,1
251,5	19,87	7,92	236,0	- 2,8	36,7	14,05	4,355	33,9	+ 4,4
					63,8	17,20	5,33	57,9	- 1,0
					100,7	19,92	6,17	81,9	-12,5

Tabel 8 (H/B = 0,50)

$\alpha = 2,4324 \quad \phi_1 = 2,44 \cdot 10^{-3} \quad \phi_0 = 0,030$					$\alpha = 2,6317 \quad \phi_1 = 3,93 \cdot 10^{-4} \quad \phi_0 = 0,025$				
$M_N = 0,396$			$M_O = 0,207$		$M_N = 0,445$			$M_O = 0,162$	
ϕ_v	ΔP	$\phi_{vN} \cdot M_N$	$\phi_{vO} \cdot M_O$	afw.	ϕ_v	ΔP	$\phi_{vN} \cdot M_N$	$\phi_{vO} \cdot M_O$	afw.
$10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	10^3 N/m^2	$10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	$10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	$\phi_v \cdot \%$	$10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	10^3 N/m^2	$10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	$10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}$	$\phi_v \cdot \%$
3,025	2,94	0,941	2,102	+0,6	0,564	1,075	0,3224	0,0331	- 37
8,46	4,86	1,559	7,140	+5,5	1,868	3,60	1,080	0,790	0
23,65	7,71	2,468	21,73	+2,3	4,34	5,78	1,732	2,762	+ 3,4
55,6	11,18	3,575	53,75	+1,0	6,11	6,91	2,076	4,410	+ 6,1
62,9	11,92	3,820	62,45	+5,3	10,43	8,83	2,650	8,350	+ 5
155,1	16,61	5,310	140,5	-6,0	18,79	11,21	3,363	15,61	+ 0,4
238,0	19,81	6,340	217,5	-6,3	41,0	15,40	4,620	35,82	- 1,4
321,5	22,20	10,29	184,0	-8,5	69,8	18,78	5,64	60,75	- 4,9
					93,6	21,18	6,35	83,4	- 4,0
					130,7	24,15	7,245	117,5	- 4,5
					163,4	25,58	7,67	137,0	-11,4
					11,87	9,26	2,78	9,41	+ 2,7

Tabel 9 (H/B = 0,74)

5.2.3 Kanalen met als doorsnede een aan 2 hoeken afgeronde rechthoek

Drukval-debietkarakteristieken: grafiek 13. Grafische bepaling van M_N en M_O : grafiek 14.

$\alpha = 2,4050 \quad \phi_1 = 2,83 \cdot 10^{-3} \quad \phi_o = 0,028$					$\alpha = 2,6360 \quad \phi_1 = 4,43 \cdot 10^{-4} \quad \phi_o = 0,029^5$				
$M_N = 0,465 \quad M_O = 0,224$					$M_N = 0,476 \quad M_O = 0,223$				
ϕ_v $10^{-7} \text{ m}^3/\text{S}$	ΔP 10^3 N/m^2	$\phi_{vO} \cdot M_N$ $10^{-7} \text{ m}^3/\text{S}$	$\phi_{vO} \cdot M_O$ $10^{-7} \text{ m}^3/\text{S}$	afw. $\phi_v \cdot \%$	ϕ_v $10^{-7} \text{ m}^3/\text{S}$	ΔP 10^3 N/m^2	$\phi_{vN} \cdot M_N$ $10^{-7} \text{ m}^3/\text{S}$	$\phi_{vO} \cdot M_O$ $10^{-7} \text{ m}^3/\text{S}$	afw. $\phi_v \cdot \%$
3,60	4,07	0,529	3,10	+0,8	0,651	2,028	0,569	0,1435	+10,0
12,72	7,09	0,912	11,78	-0,3	0,272	0,811	0,2275	0,01367	-11,4
34,70	10,70	1,391	31,60	-0,5	0,531	1,71	0,479	0,098	+ 8,5
74,90	15,10	1,962	71,95	-2,7	3,57	5,50	1,542	2,118	+ 2,5
1,87	2,91	0,378	1,39	-5,3	1,195	2,84	0,796	0,374	- 2,0
12,7	7,09	0,921	11,78	0	3,645	5,41	1,516	2,04	- 2,3
23,9	9,31	1,210	22,60	-0,5	6,57	7,18	2,016	4,295	- 4,3
73,0	14,62	1,902	67,45	-6,1	9,76	8,98	2,518	7,805	- 4,5
117,2	18,40	2,390	116,9	+2,0	24,1	13,03	3,652	20,65	+ 0,8
308,5	27,05	3,520	295,5	-3,0	62,6	19,08	5,345	56,0	- 2,1
30,8	10,49	1,362	30,15	+2,0					

Tabel 10

($H/B = 0,50$)

$\alpha = 2,4689 \quad \phi_1 = 2,11 \cdot 10^{-4} \quad \phi_0 = 0,030$					$\alpha = 2,6317 \quad \phi_1 = 3,93 \cdot 10^{-4} \quad \phi_0 = 0,023$				
$M_N = 0,283$		$M_0 = 0,142$			$M_N = 0,316$		$M_0 = 0,113$		
ϕ_v $10^{-7} \text{ m}^3/\text{S}$	ΔP 10^3 N/m^2	$\phi_{vN} \cdot M_N$ $10^{-7} \text{ m}^3/\text{S}$	$\phi_{v0} \cdot M_0$ $10^{-7} \text{ m}^3/\text{S}$	afw. $\phi_v \cdot \%$	ϕ_v $10^{-7} \text{ m}^3/\text{S}$	ΔP 10^3 N/m^2	$\phi_{vN} \cdot M_N$ $10^{-7} \text{ m}^3/\text{S}$	$\phi_{v0} \cdot M_0$ $10^{-7} \text{ m}^3/\text{S}$	afw. $\phi_v \cdot \%$
6,32	5,81	1,016	5,69	+6,0	0,6151	0,989	0,1485	0,01439	- 1,3
10,97	7,22	1,262	10,16	+4,0	0,2698	1,745	0,2618	0,0636	+20,6
16,71	8,71	1,523	15,60	+2,4	0,981	3,46	0,5195	0,3875	- 7,5
22,86	9,96	1,741	21,60	+2,1	4,28	7,85	1,179	3,35	- 5,8
39,95	12,60	2,202	38,60	+2,3	6,24	9,12	1,370	4,945	+ 1,2
89,1	17,31	3,028	84,40	-1,9	11,39	11,62	1,744	9,395	- 2,2
152,8	21,38	3,735	141,9	-4,7	22,9	15,79	2,368	20,88	+ 1,5
196,2	24,20	4,235	193,0	+0,5	31,95	18,06	2,710	29,69	+ 1,4
265,5	26,88	4,700	252,0	-3,3	40,9	19,98	2,999	39,00	+ 2,7
					52,6	21,85	3,280	49,50	- 0,3
					98,7	27,43	4,110	89,60	- 5,0

Tabel 11

(H/B = 1,00)

6. VERGELIJKING VAN DE EXPERIMENTELE STROOMKOEFFICIENTEN MET DE THEORETISCHE

6.1 Kanalen met ellipsvormige doorsnede

Van de experimenteel gevonden waarden voor de stroomkoefficienten werd M_N vergeleken met de experimenteel door Kooijman (4) bevestigde theoretische waarden van Lahti (1); de theoretische waarden van M_0 werden verkregen met behulp van vergelijking 8 uit tabel 1, waarbij de door Kozicki (9) berekende waarden van a en b werden gebruikt (grafiek 15). Laatstgenoemde vergeleek de voorspellingen, gedaan met deze geometrische konstanten met de resultaten van Mizushina (8), waarbij bleek dat de afwijkingen voor het gebied: $0,4 < H/B < 1$ en $0,4 < n < 1$ kleiner dan 5% waren.

De theoretische en experimentele waarden zijn samengebracht in grafiek 16. Onderstaande tabel geeft de procentuele afwijkingen tussen de experimentele en theoretische waarden van de stroomkoefficienten.

H/B	$n = 1/\alpha$	M_N exp.	M_N theor.	afw. %	M_0 exp.	M_0 theor.	afw. %
0,42	0,414	0,466	0,49	-4,9	0,317	0,277	+14,4
0,42	0,388	0,482	0,49	-1,6	0,260	0,260	0
0,565	0,415	0,403	0,44	-8,4	0,241	0,235	- 2,5
0,565	0,383	0,470	0,44	+6,9	0,218	0,215	+ 1,4

Tabel 12

6.2 Kanalen met als doorsnede een aan 4 hoeken afgeronde rechthoek

De experimentele Newtonse stroomkoefficienten zijn ook hier vergeleken met de waarden van Lahti. Waarden van M_0 voor deze doorsneden ontbreken in de literatuur, ook Kozicki geeft voor deze pijpen geen waarden van de geometrische konstanten. Theoretische waarden van M_0 zijn daarom hier berekend met vergelijking 9 uit tabel 1, waarbij het verloop van a en b als functie van H/B benaderd is als weergegeven in grafiek 15. Aan deze benadering liggen de volgende overwegingen ten grondslag:

- a. Voor $H/B = 0$ worden de geometrische konstanten die van een spleet ($a = 0,5, b = 1$), voor $H/B = 1$ die van cirkel ($a = 0,25, b = 0,75$).
- b. Voor $H/B \rightarrow 0$ gaat de doorsnede meer op een rechthoek lijken, voor $H/B \rightarrow 1$ meer op een ellips.
- c. De som van a en b kan worden bepaald met behulp van de bekende M_N .

De op deze wijze berekende M_0 's zijn weergegeven als functie van n in de grafieken 17, 18 en 19. Ter vergelijking zijn hierin eveneens de krommen voor rechthoekige en ellipsvormige pijpen met dezelfde H/B verhouding opgenomen. Onderstaande tabel geeft vergelijking van "theoretische" en experimentele waarden.

H/B	$n = 1/\alpha$	$M_{N_{exp.}}$	$M_{N_{theor.}}$	afw. %	$M_{0_{exp.}}$	$M_{0_{theor.}}$	afw. %
0,20	0,410	0,819	0,83	-1,3	0,63	0,64	- 1,5
0,20	0,381	0,860	0,83	+3,6	0,597	0,625	- 4,5
0,50	0,416	0,692	0,575	+20	0,399	0,375	+ 5,9
0,50	0,381	0,595	0,575	+3,5	0,325	0,35	- 7,1
0,74	0,411	0,396	0,41	-3,4	0,207	0,215	- 3,7
0,74	0,381	0,445	0,41	+8,5	0,162	0,195	-16,9

Tabel 13

Er blijkt een redelijke goede overeenkomst te bestaan tussen de experimentele en de "theoretische" waarden van M_0 ; het lijkt waarschijnlijk dat de laatstgenoemden te hoog liggen in het gebied: $0 < n < 0,4$.

6.3 Kanalen met als doorsnede een aan 2 hoeken afgeronde rechthoek (B als rechthoekzijde)

Ook voor deze pijpen waren geen waarden van M_0 of a en b bekend. Benadering van het verloop van a en b als functie van H/B is moeilijk: gegevens omtrent de "extremen" (de hier onderzochte $H/B = 0,50$ (halve cirkel) en $H/B = 1,00$) ontbreken. Uitgaande van vergelijking (10) uit tabel 1 zijn met de M_N waarden van Lahti en de experimenteel bepaalde M_0 waarden, de geometrische konstanten berekend. (Uit vergelijking (10) krijgen we met behulp van de theoretisch bekende M_N -waarde en de experimentele M_0 (bij een bepaalde $n = 1/\alpha$) twee vergelijkingen, waaruit de twee onbekenden (a en b) zijn op te lossen). Onderstaande tabel geeft de resultaten van die berekeningen en de vergelijking tussen experimentele en theoretische M_N waarden.

H/B	n = 1/α	M _N exp.	M _N theor.	afw. %	M _O exp.	a	b
0,50	0,415	0,465	0,44	+ 3,4	0,224	0,313	0,686
0,50	0,380	0,476	0,44	+ 7,3	0,223	0,224	0,775
1,00	0,405	0,283	0,35	-19,2	0,142	0,256	0,700
1,00	0,381	0,316	0,35	- 9,7	0,113	0,322	0,634

Tabel 14

Voor een verantwoorde keuze tussen de verschillende geometrische konstanten zijn de gegevens te schaars. Als voorbeeld is in grafiek 20 M_O als functie van n uitgezet voor de halve cirkel, met a = 0,224 en b = 0,775.

Het is duidelijk dat afwijkingen in M_O aanleiding geven tot grotere afwijkingen in de afzonderlijke a en b: vergelijken we M_O (n = 0,415) uit de berekende kromme met de experimenteel bepaalde, dan vinden we een afwijking van - 6,7%.

In grafiek 20 zijn, behalve de experimenteel bepaalde waarden van de stroomcoëfficiënten, ook de stroomcoëfficiënten als functie van n voor een vierkant en een cirkel opgenomen (ter vergelijking).

6.4 Foutenberekening

Er zal hier globaal worden aangegeven welke fouten aanleiding geven tot de grootste onnauwkeurigheid in M_N en M_O bij berekening uit de formule (18):

$$\phi_v = 1/6 \phi_o \cdot BH^2 \left(\frac{HAP}{2L}\right) \cdot M_N + \frac{1}{2(2+\alpha)} \cdot \phi_1 \cdot BH^2 \left(\frac{HAP}{2L}\right)^\alpha \cdot M_O$$

of:

$$\phi_v = \phi_{vN} \cdot M_N + \phi_{vO} \cdot M_O \quad (17)$$

We verwaarlozen het feit dat de fout in M_N afhankelijk is van de fout in ϕ_{vO} , en dat de fout in M_O afhangt van de fout in ϕ_{vN} . We mogen stellen dat:

$$\frac{\Delta M_N}{M_N} = \frac{\Delta \phi_o}{\phi_o} + \frac{\Delta B}{B} + 3 \frac{\Delta H}{H} + \frac{\Delta(\Delta P)}{\Delta P} + \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta \phi_v}{\phi_v}$$

Stellen we de fout in ϕ_o op 10%, dan vinden we (zie ook 3.5):

$$\frac{\Delta M_N}{M_N} = 10 + 0,5 + 3 + 2 + 0,5 + 0,5 = 16,5\%$$

Uit de metingen blijkt een gemiddelde afwijking van 7%. Nemen we als gemiddelde waarde voor α : 2,5 en verwaarlozen we de fout in α dan wordt de fout in M_0 :

$$\frac{\Delta M_0}{M_0} = \frac{\Delta \phi_1}{\phi_1} + 4,5 \frac{\Delta H}{H} + 2,5 \frac{\Delta P}{P} + \frac{\Delta B}{B} + 2,5 \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta \phi_v}{\phi_v}$$

De fout in ϕ_1 is, behalve van de meetnauwkeurigheid van de Contraves, ook afhankelijk van de nauwkeurigheid van de drukval-debietmetingen aan de ronde pijp en is daarom moeilijk te bepalen. Nemen we aan dat de fout in ϕ_1 alleen veroorzaakt wordt door de grotere onnauwkeurigheid in H van de rond pijp, dan kunnen we de afwijking op 3% stellen. Voor de totale relatieve fout in M_0 vinden we dan: 15%. Uit de metingen waarvoor vergelijkende waarden van M_0 bekend zijn (ellipsen) vinden we een gemiddelde afwijking van 4,5%.

Opgemerkt dient te worden dat de insteltijd van de manometer voor hogere drukvallen wel eens groter was dan verwacht werd; door de grafische bepaling wordt deze fout goeddeels geëlimineerd.

6.5 Bespreking van de meetresultaten en konklusies

Uit de drukval-debietkarakteristieken en uit de berekening van $\phi_{vN} \cdot M_N$ en $\phi_{v0} \cdot M_0$ voor de afzonderlijke meetpunten blijkt dat bij de eerste serie metingen ($\alpha \approx 2,4$) voor een groot gedeelte in het "Ostwaldse gebied" is gemeten, terwijl bij de tweede serie ($\alpha \approx 2,6$) de metingen zowel in het Ellis' (d.w.z. het overgangsgebied tussen Newtons en Ostwalds gedrag van de vloeistof) als in het "Ostwaldse" gebied plaatsvonden. We kunnen daarom stellen:

1. voor alle metingen kon de Ostwaldse stroomcoëfficiënt goed worden bepaald, hetgeen belangrijk was wegens het ontbreken van vergelijkende waarden van M_0 voor het grootste deel der meetsekties. Voor die gevallen, waarin theoretische waarden voorhanden waren (ellipsen), bleek een goede overeenkomst met de experimentele: gemiddelde afwijking 4,5%. Er is geen reden om aan te nemen, dat de gemiddelde afwijking van de andere bepaalde M_0 's groter zal zijn.
2. Met de formules van tabel 1 kunnen de stroomcoëfficiënten redelijk benaderd worden: afwijkingen komen vooral voor bij kleinere H/B verhoudingen (globaal: $0 < H/B < 0,4$) en lagere n's ($0 < n < 0,4$),

een verschijnsel dan Kozicki ook reeds onderkende en een gevolg is van de methode van benaderen. Voor meer ingewikkelde doorsneden zou de methode goede diensten kunnen bewijzen.

- van
Londen?
a u b dan
bijdr?*
3. De experimenteel bepaalde waarden van M_N kwamen goed overeen met de theoretische (gemiddelde afwijking: 7%); enkele grotere afwijkingen (+20%, -19%) bij metingen van de eerste serie kunnen worden toegeschreven aan de geringe Newtonse debietbijdrage, waardoor de bepaling (mede door de onzekerheid in de ϕ_0) onnauwkeurig wordt.
 4. Uit de meetresultaten, met name die van serie 2, blijkt dat de drukval-debietkarakteristieken van Ellis' vloeistoffen goed voorspeld kunnen worden met behulp van vergelijking 18.

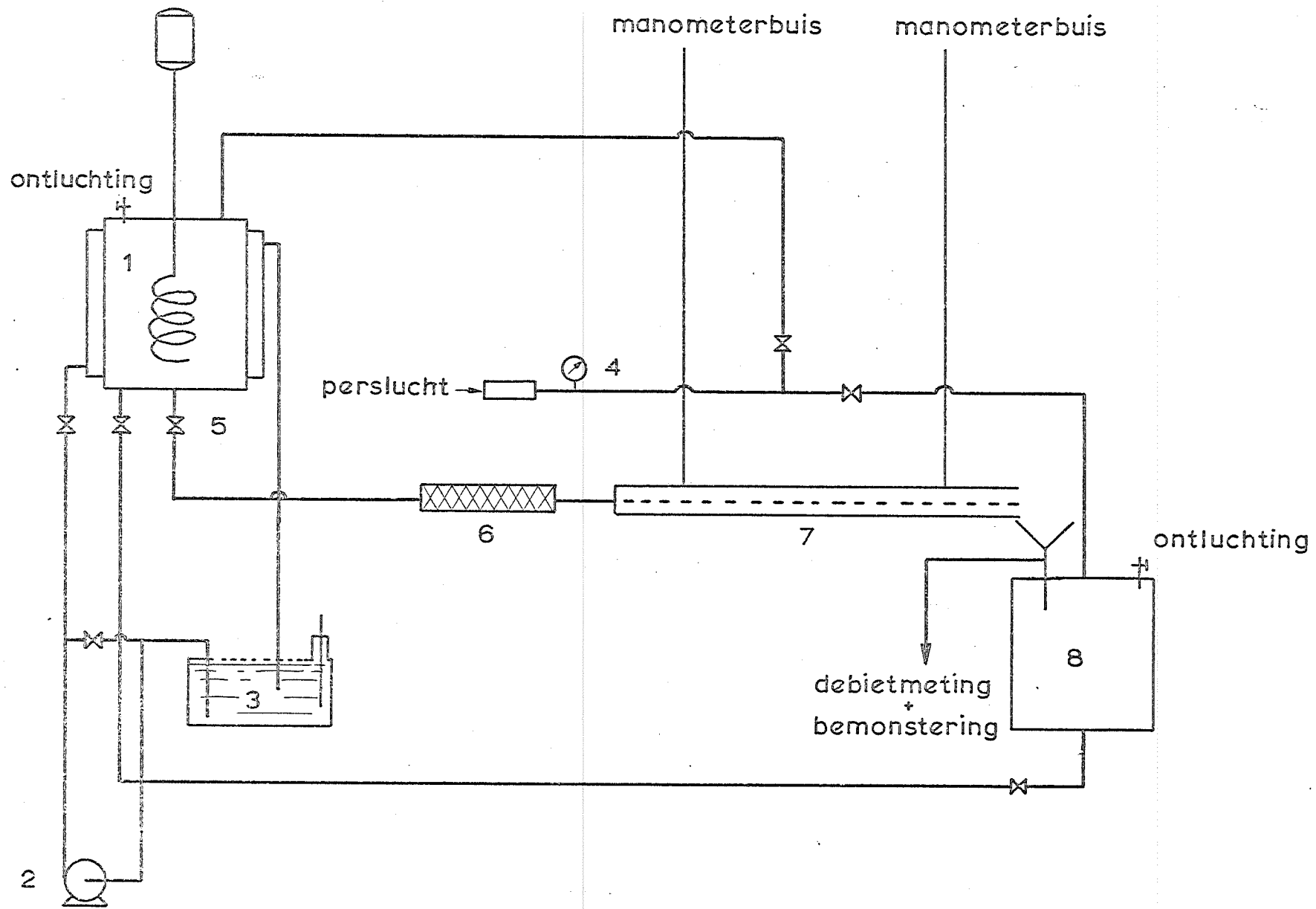
LITERATUURLIJST

1. Lahti, G. - "Calculation of pressure drops and outputs"
S.P.E.J. 19 (1963), 619 - 620
2. Beek, W.J., Holmes, D.B. - "Fysisch-technologische aspecten van de poly-
meerverwerking"
(1964-1965), T.H. Delft
3. Holmes, D.B. - "Experimental studies on laminar flow in ducts"
Proefschrift 1967, T.H. Delft
4. Kooijman, J.M. - "Drukval en verblijftijdsspreiding van laminair
stromende Newtonse vloeistoffen in pijpen met
verschillende doorsnede"
Afstudeerverslag, juni 1966, T.H. Delft
5. Grasso, W.H.A. - "De experimentele bepaling van stroomkoëffi-
ciënten voor een Ellis' vloeistof in recht-
hoekige pijpen"
Afstudeerverslag, oktober 1967, T.H. Delft
6. Wheeler, J.A., - "The friction factor-Reynolds number relation
Wissler, E.H. for steady flow of pseudoplastic fluids
through rectangular ducts"
A.I.Ch.E.J. 7 (1961), 445 - 448
7. Schechter, R.S. - "On the steady flow of a non-Newtonian fluid
in cylinder ducts"
A.I.Ch.J. 7 (1961) 445 - 448
8. Mizushina, T., Mitsuishi, N., - "On the flow of power-law model fluid in elliptic
Nakamura, R. tube"
Chem.Eng.Japan, 28 (1964), 648 - 652
9. Kozicki, W., Chou, C.H., - "Non-Newtonian flow in ducts of arbitrary cross-
Tiu, C. sectional shape"
Chem.Eng.Sci. (21) (1966), 665 - 679

10. Matsuhisa, Bird, R.B. - "Analytical and numerical solutions of laminar flow of the non-Newtonian Ellis' fluid"
A.I.Ch.E.J., 11, (1965), 588 - 595
11. Ernst, W.D. - "Effects of solvent purity on non-Newtonian viscosity"
A.I.Ch.E.J. 11 (1965), 940 - 941
12. Groenveld, P. - "Dip-coating by withdrawal of liquid films"
proefschrift 1970, T.H. Delft
13. Bac, J. - Afstudeerverslag januari 1970, T.H. Delft

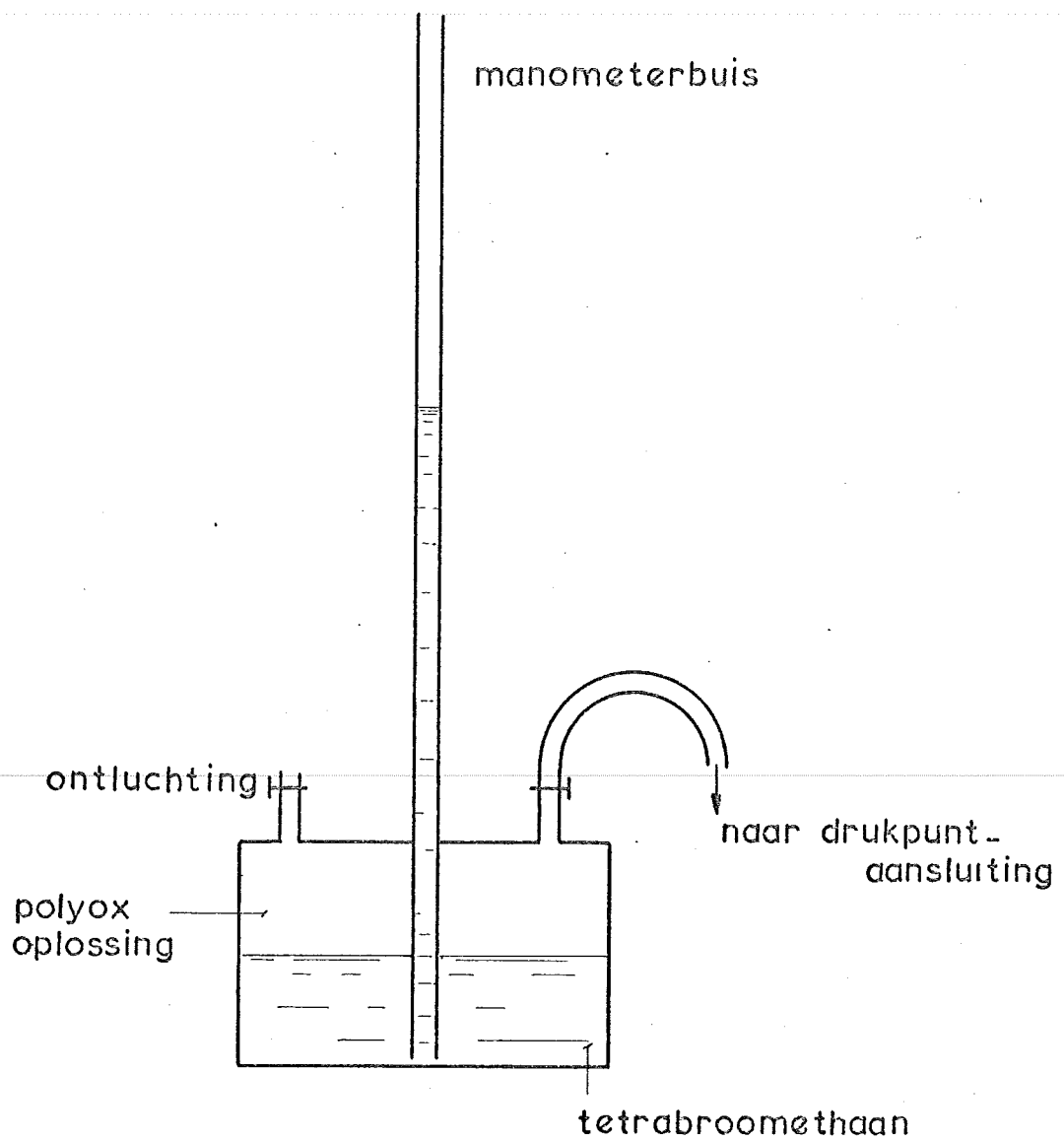
LIJST VAN GEBRUIKTE SYMBOLEN

<u>Symbool</u>	<u>betekenis</u>	<u>eenheid</u>
A	oppervlak van de doorsnede	m ²
a	geometrische konstante van de doorsnede	-
B	breedte van de kanaaldoorsnede	m
b	geometrische konstante van de doorsnede	-
D	schuifsnelheid (dv_y/dx)	1/sek
f	friktiefactor	-
H	hoogte van de kanaaldoorsnede (H B)	m
h	hoogte van de vloeistofkolom in de manometer	m
h _o	nulpuntshoogte van de vloeistofkolom in de manometer	m
K	rheologische konstante, Ostwalds model	Nsek ⁿ /m ²
L	lengte van het kanaal	m
M	stroomkoëfficiënt	-
M _N	stroomkoëfficiënt voor een Newtonse vloeistof	-
M _O	stroomkoëfficiënt voor een Ostwaldse vloeistof	-
n	rheologische exponent, Ostwalds model	-
ΔP	drukval	N/m ²
R	straal van de cirkelvormige doorsnede	m
Re	Reynoldsgetal	-
r _H	hydraulische straal	m
v _y	snelheid in de y richting	m/sek
α	rheologische exponent, Ellis' model	-
η _o	dynamische viscositeit, Newtonse vloeistof	N.sek/m ²
η	dynamische viscositeit voor Ellis' vloeistof voor D → 0	N.sek/m ²
ρ	dichtheid	kg/m ³
τ	schuifspanning	N/m ²
τ _{xy}	schuifspanning in de y richting, x constant	N/m ²
φ _o	rheologische konstante Ellis' vloeistof	m ² /N.sek
φ ₁	rheologische konstante Ellis' vloeistof	m ² N .sek
φ _v	volumedebiet door de meetsektie	m ³ /sek.
φ _v '	volumedebiet per breedteenheid van een Newtonse vloeistof tussen twee evenwijdige platen	m ³ /sek.
φ _{vN} '	als φ _v '	m ³ /sek.
φ _{vO} '	als φ _v ' voor Ostwaldse vloeistof	m ³ /sek.



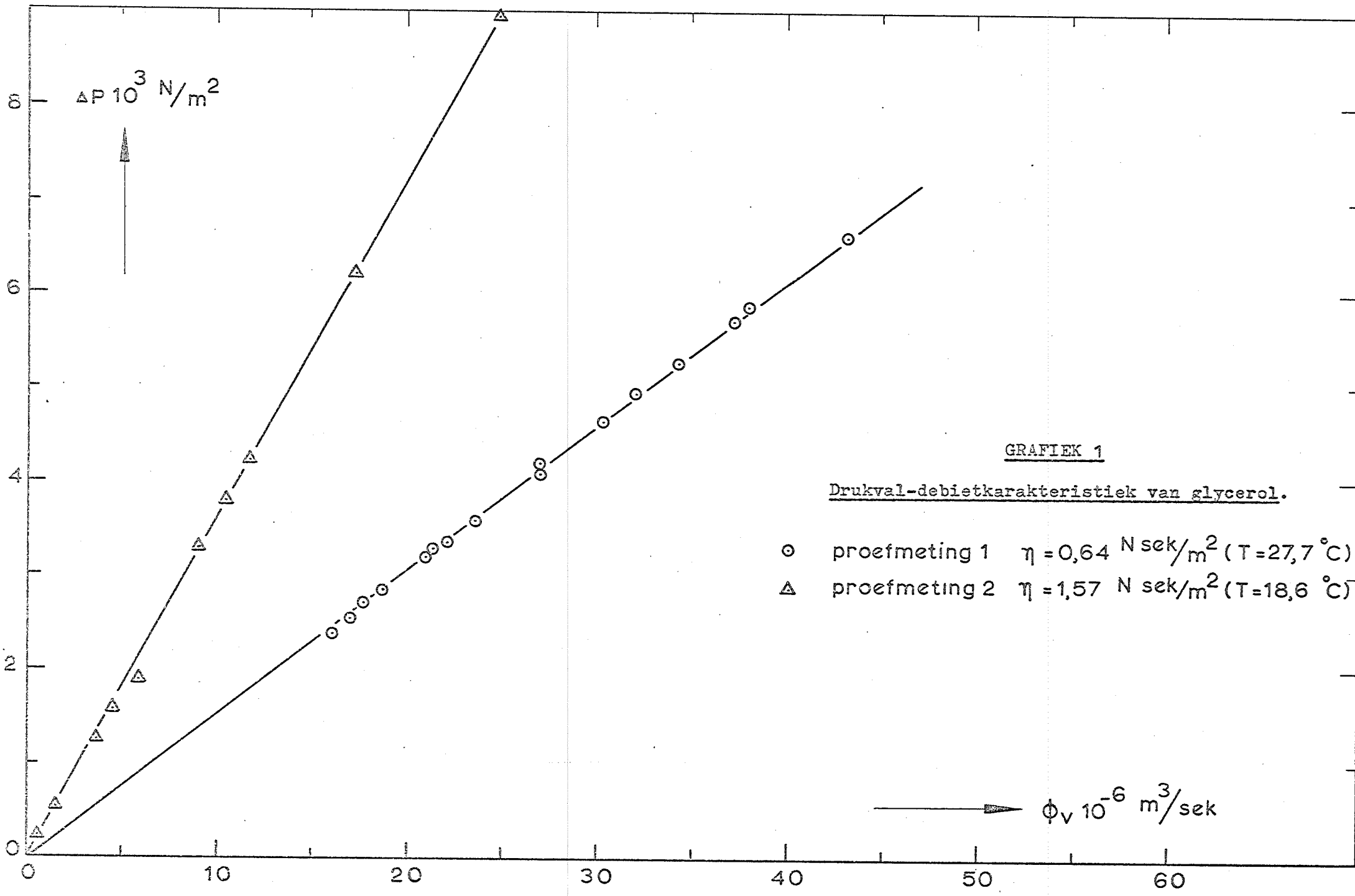
Figuur 1

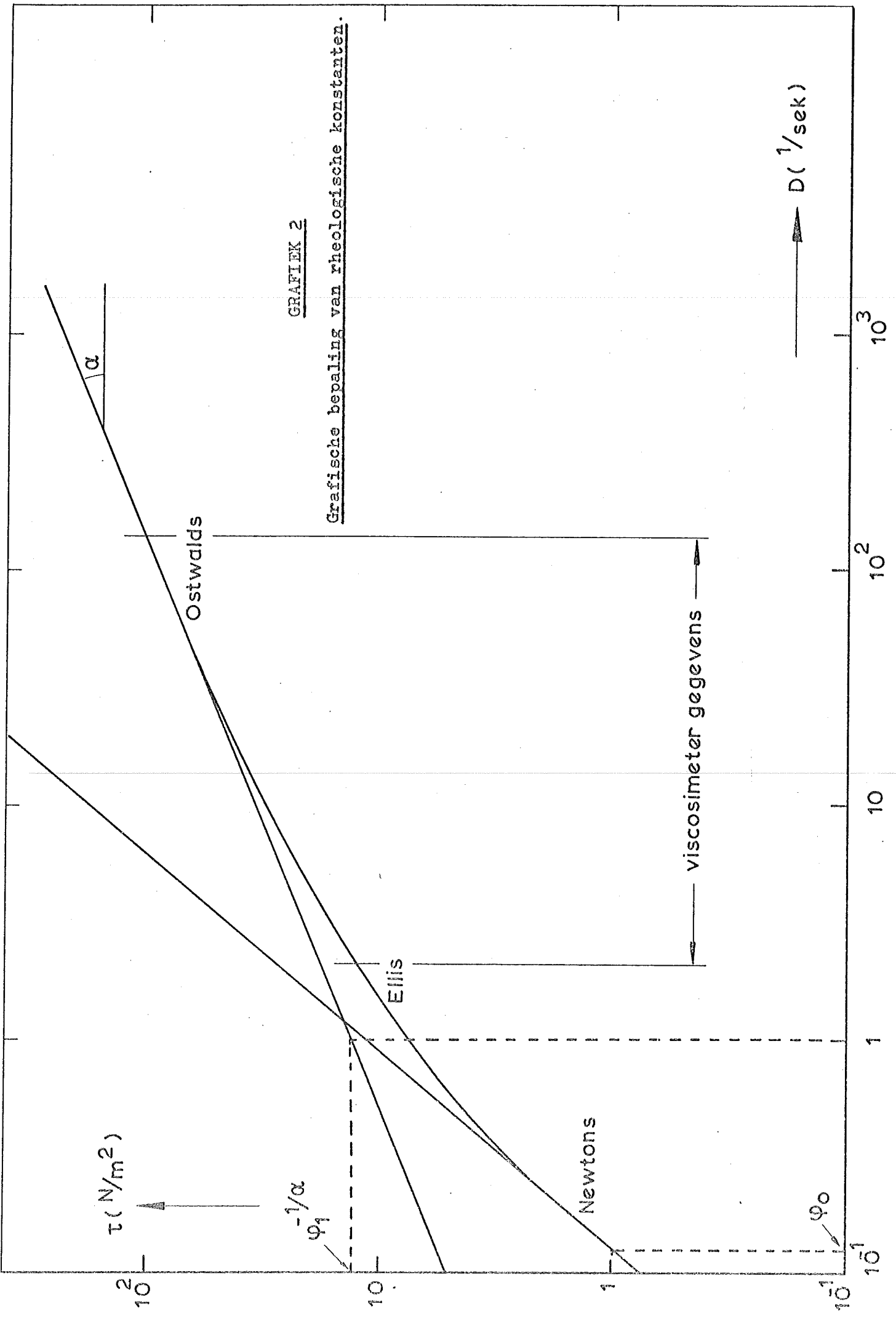
Schematische weergave van de meetopstelling



Figuur 1A

Schematische weergave van een vloeistofscheider





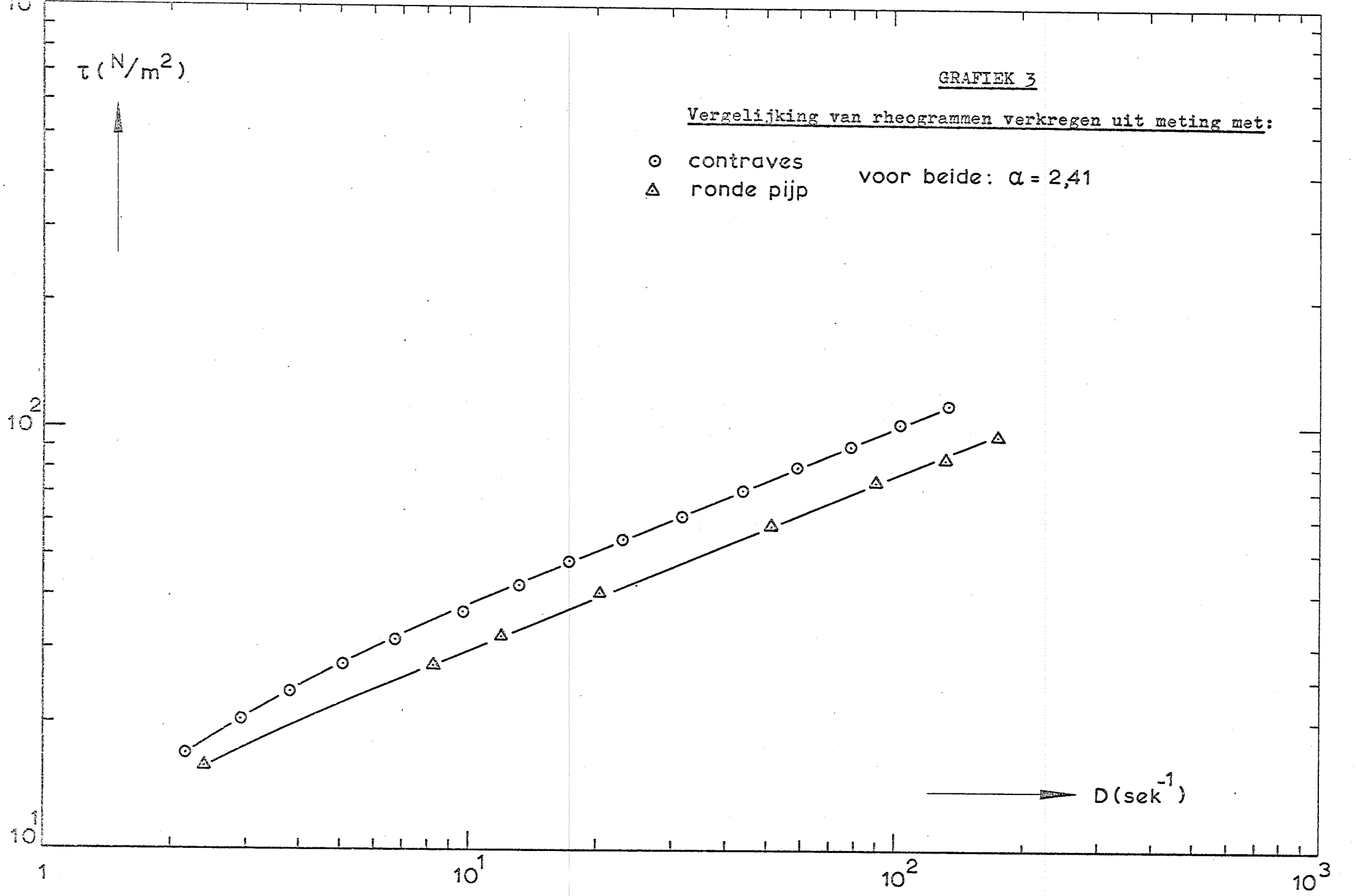
GRAFIEK 2

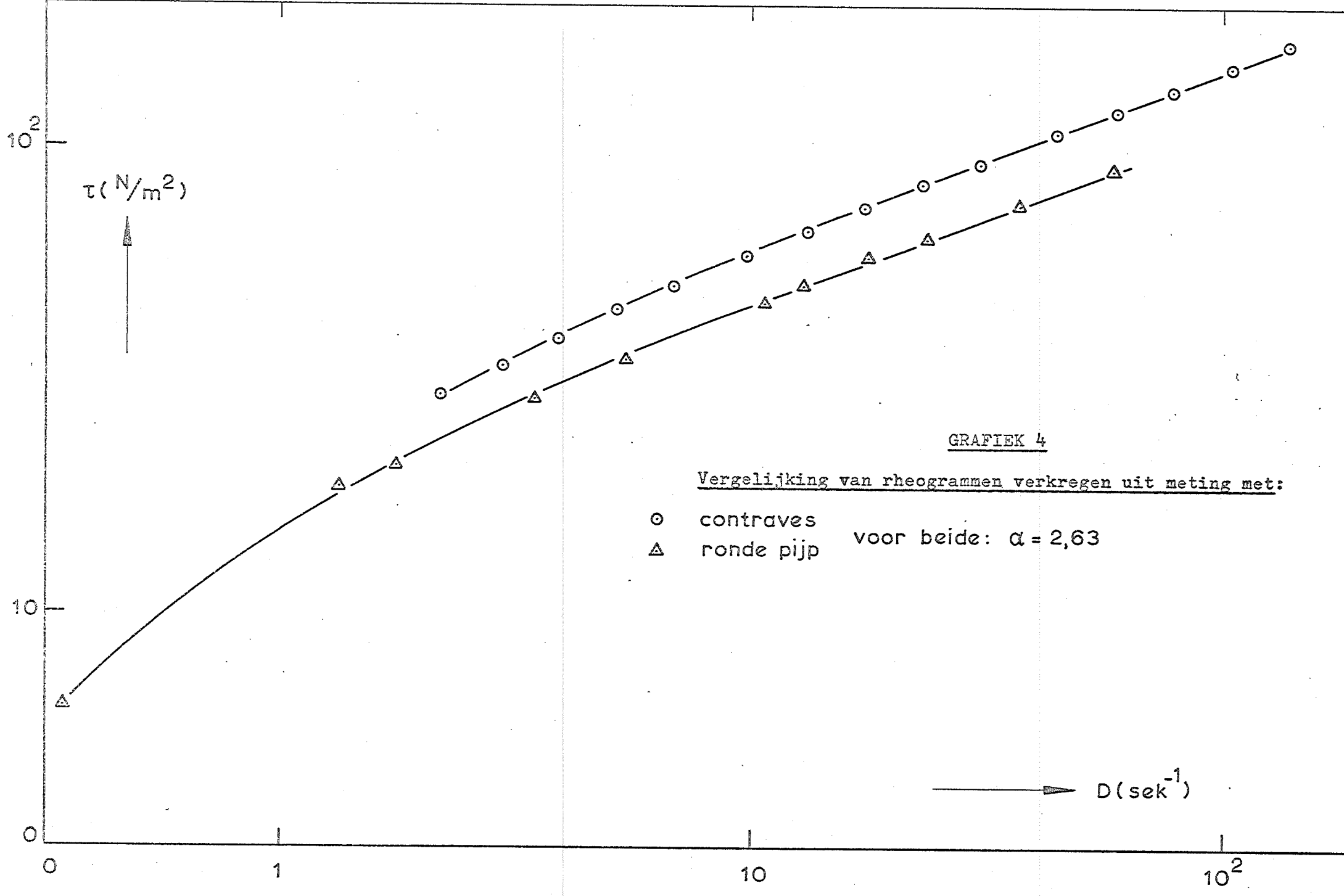
Grafische bepaling van rheologische konstanten.

GRAFIEK 3

Vergelijking van rheogrammen verkregen uit meting met:

- contraves
 - △ ronde pijp
- voor beide: $\alpha = 2,41$

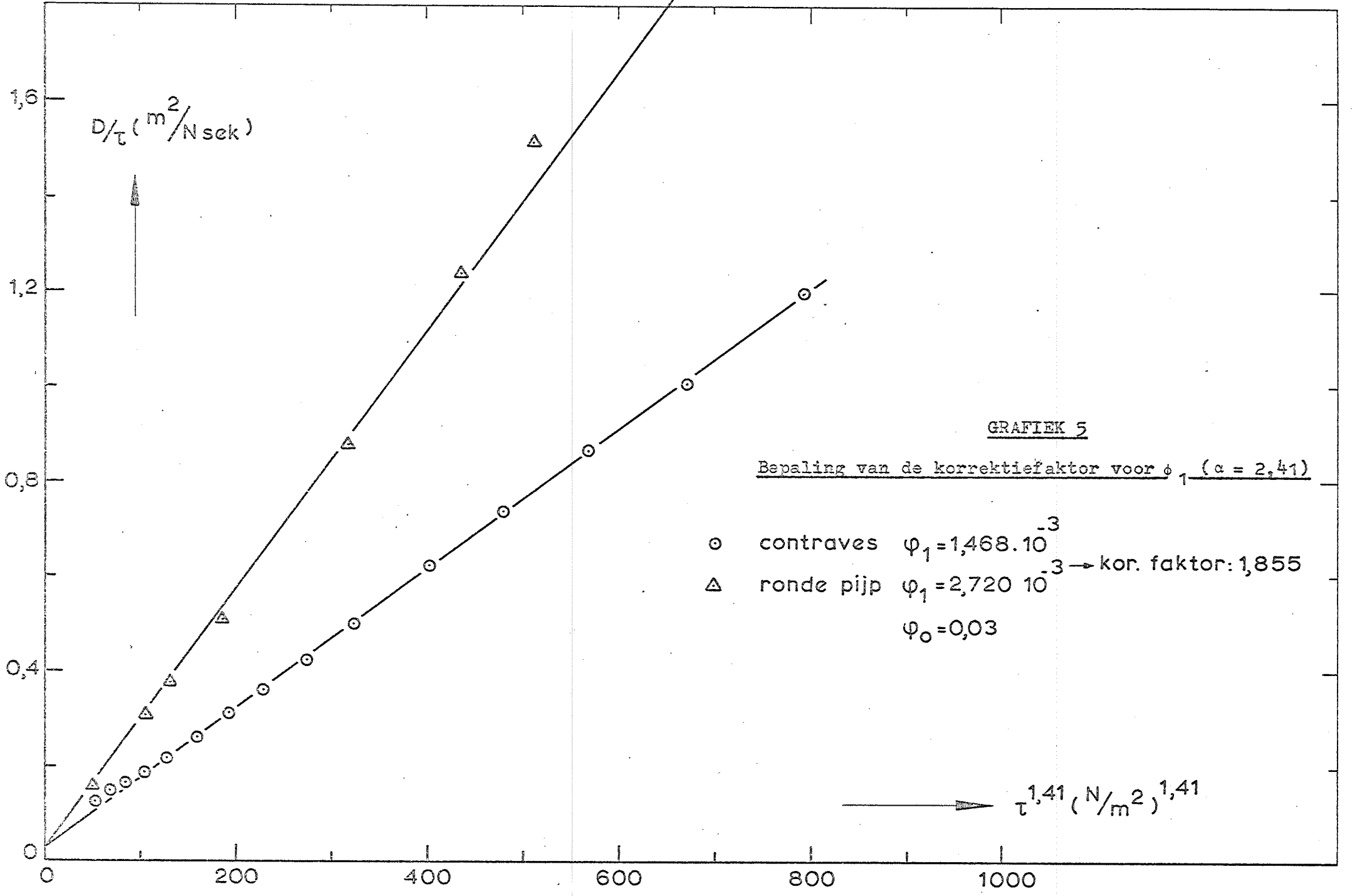


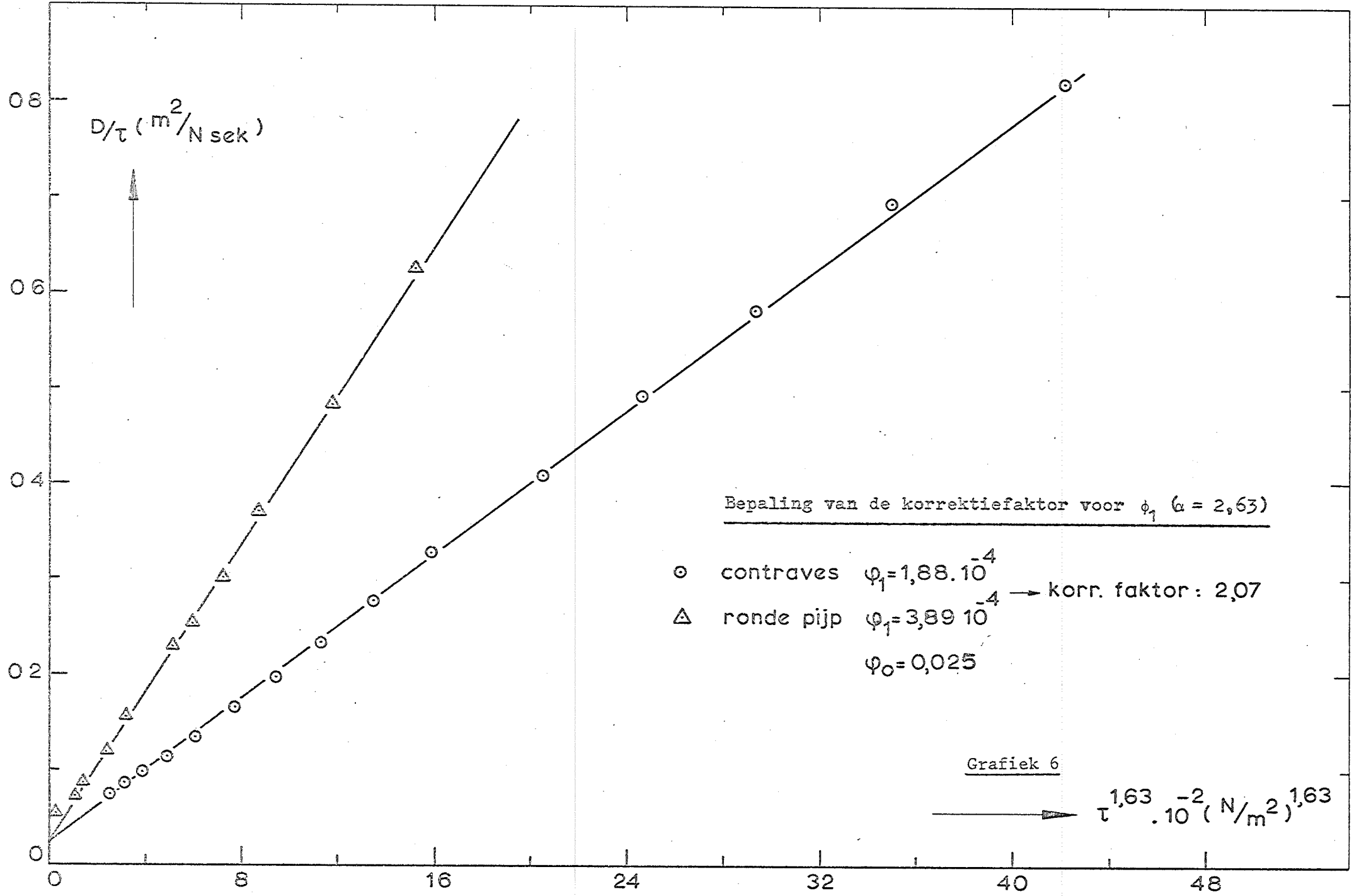


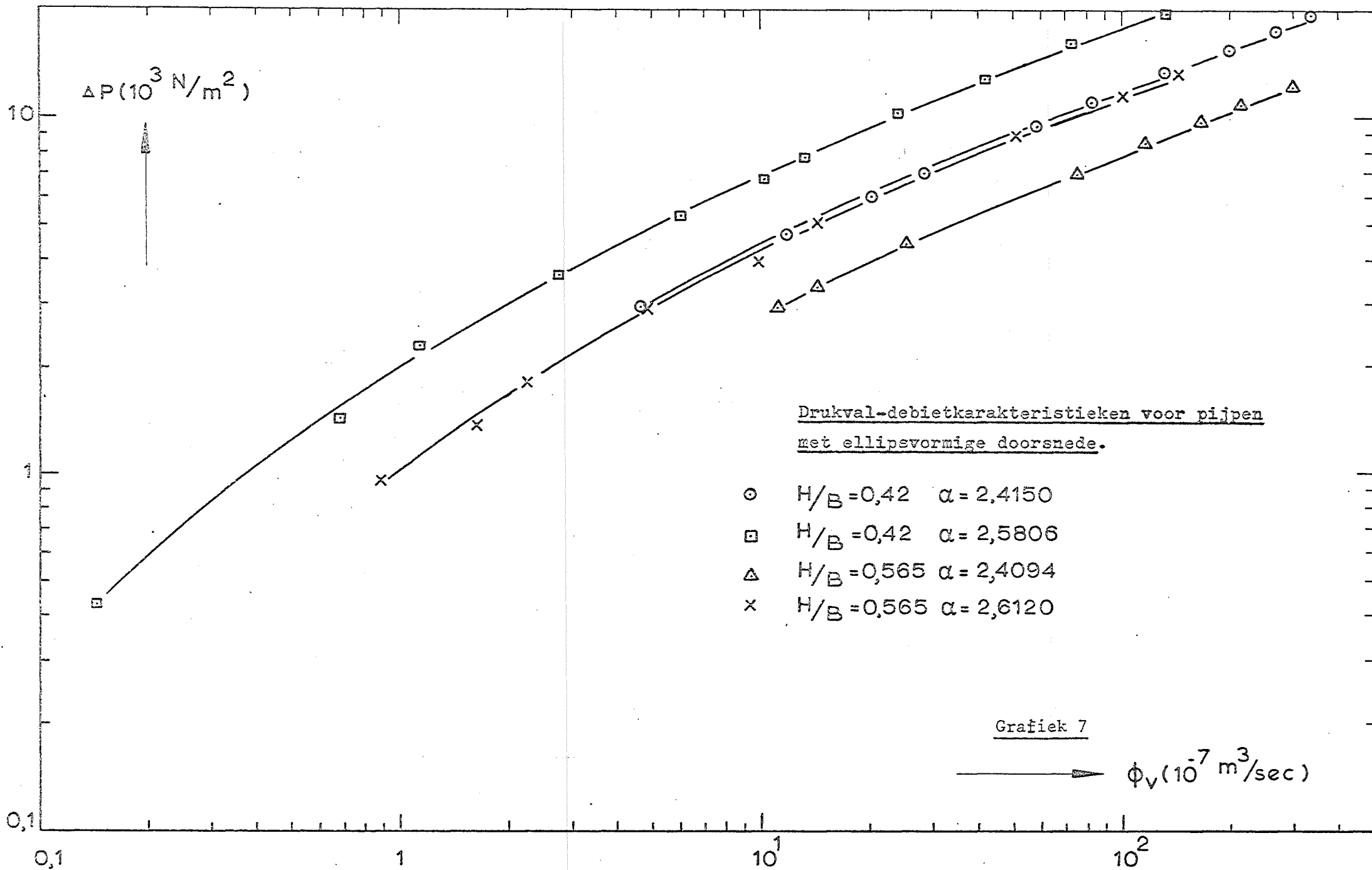
GRAFIEK 4

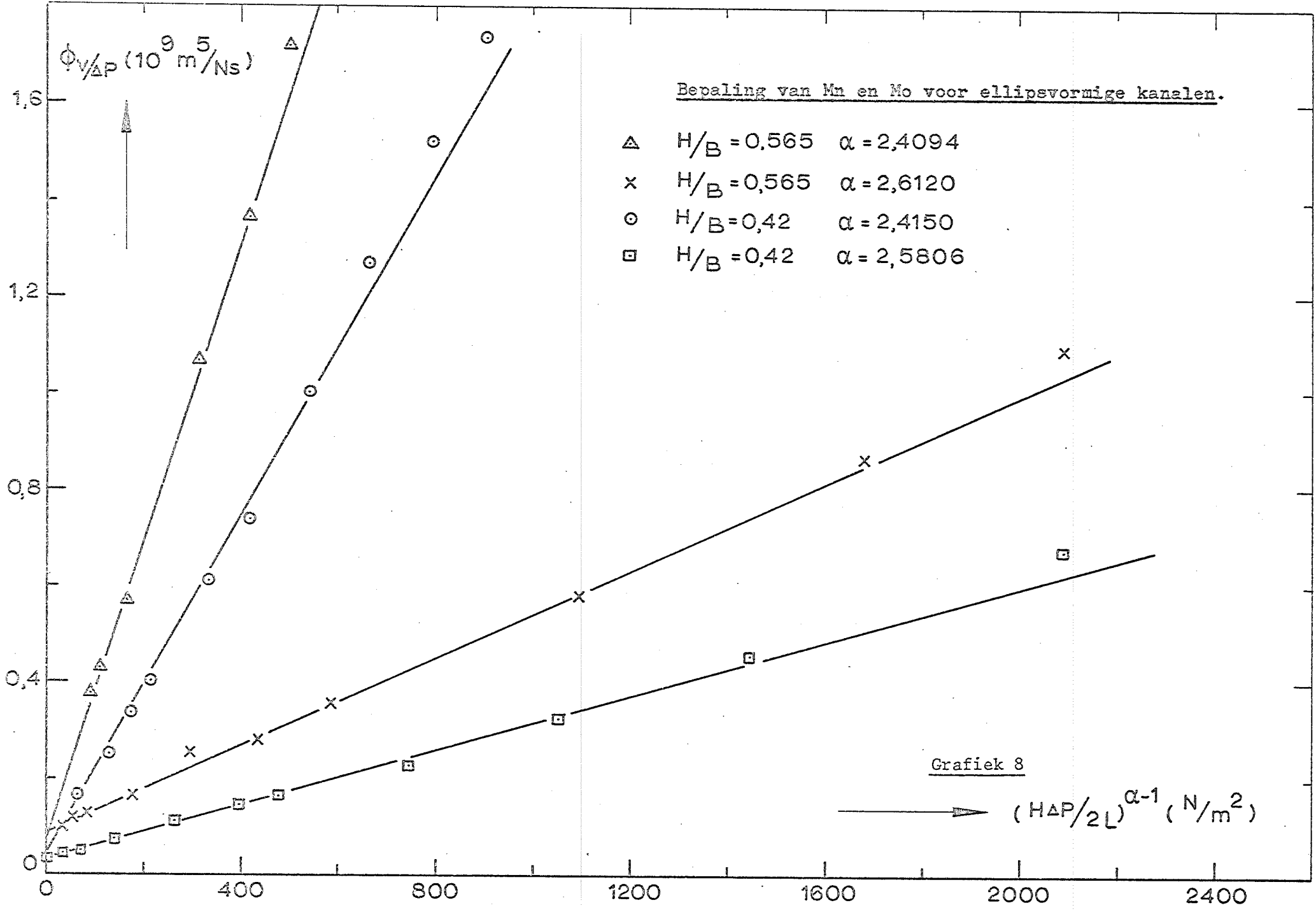
Vergelijking van rheogrammen verkregen uit meting met:

- contraves
 - △ ronde pijp
- voor beide: $\alpha = 2,63$







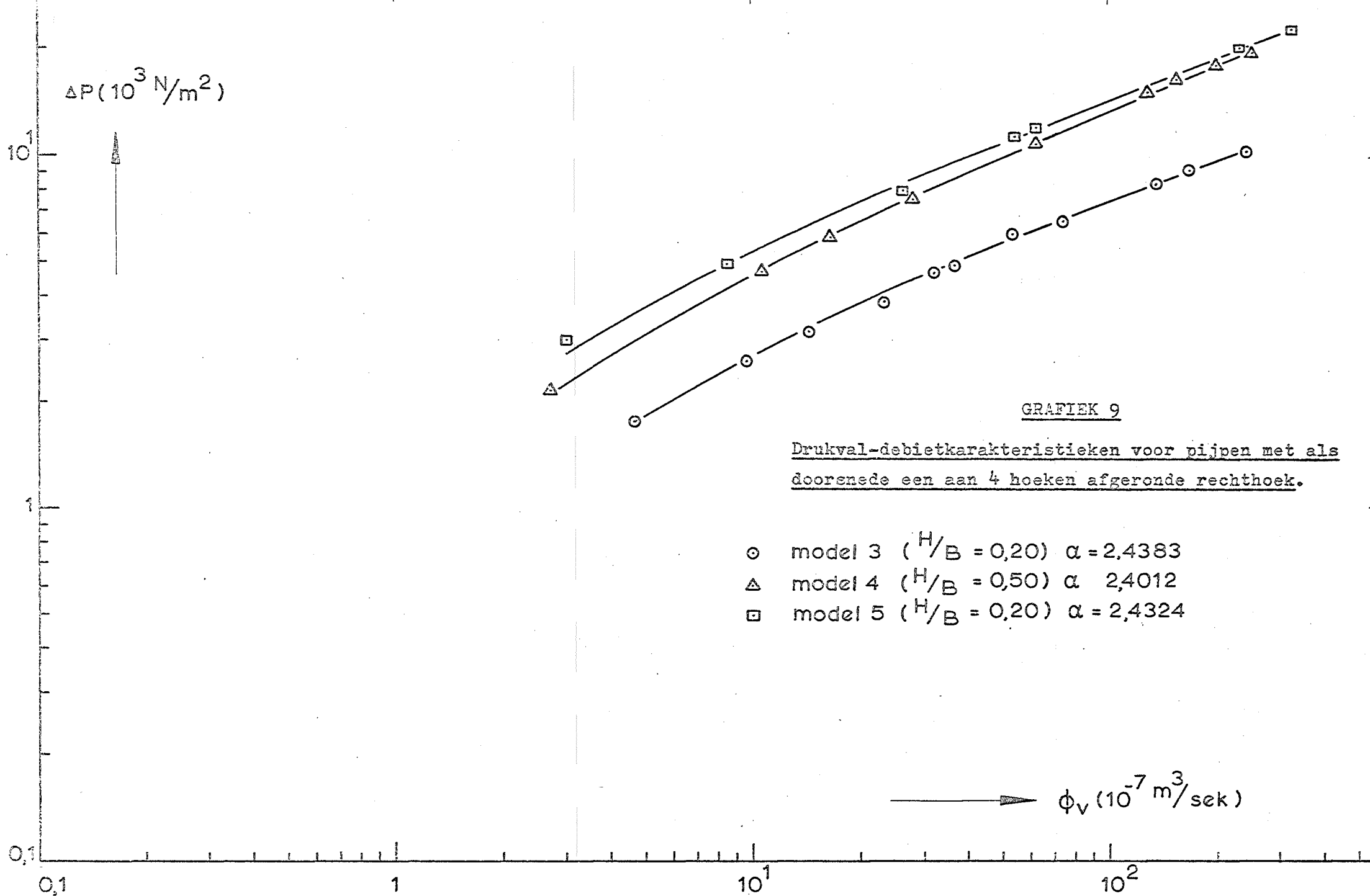


Bepaling van Mn en Mo voor ellipsvormige kanalen.

- △ $H/B = 0,565$ $\alpha = 2,4094$
- x $H/B = 0,565$ $\alpha = 2,6120$
- $H/B = 0,42$ $\alpha = 2,4150$
- $H/B = 0,42$ $\alpha = 2,5806$

Grafiek 8

\longrightarrow $(H_{\Delta P}/2L)^{\alpha-1} (N/m^2)$

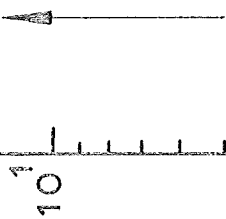


GRAFIEK 9

Drukval-debietkarakteristieken voor pijpen met als doorsnede een aan 4 hoeken afgeronde rechthoek.

- model 3 ($H/B = 0,20$) $\alpha = 2,4383$
- △ model 4 ($H/B = 0,50$) $\alpha = 2,4012$
- model 5 ($H/B = 0,20$) $\alpha = 2,4324$

$\Delta P (10^3 \text{ N/m}^2)$



10

1

0,1

GRAFIEK 10

Drukval-debietkarakteristieken voor pijpen met als doorsnede een aan 4 hoeken afgeronde rechthoek.

- $H/B = 0,20$ $\alpha = 2,6233$
- △ $H/B = 0,50$ $\alpha = 2,6232$
- $H/B = 0,74$ $\alpha = 2,6317$

$\phi_v (10^{-7} \text{ m}^3/\text{sek})$

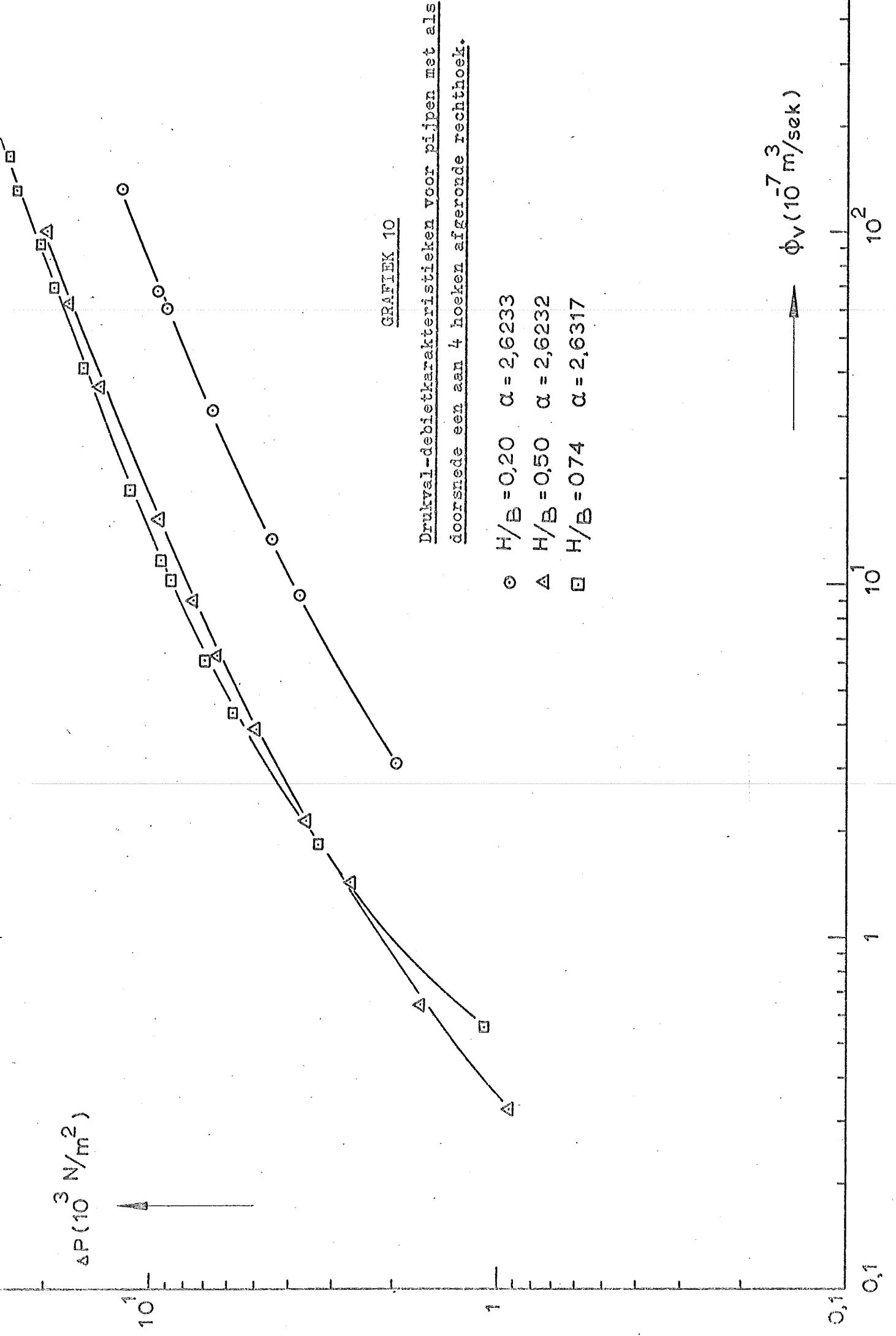


0,1

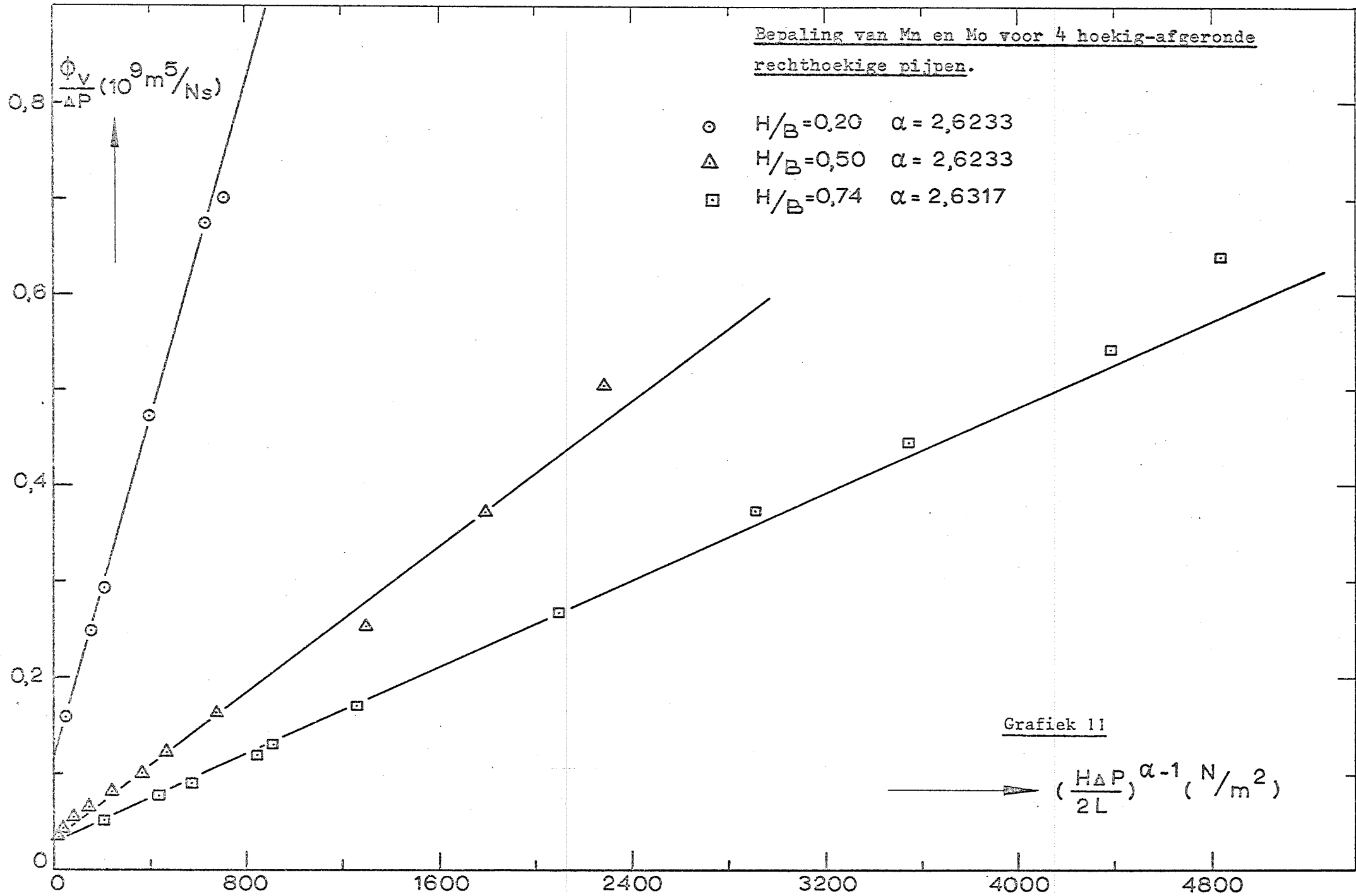
1

10¹

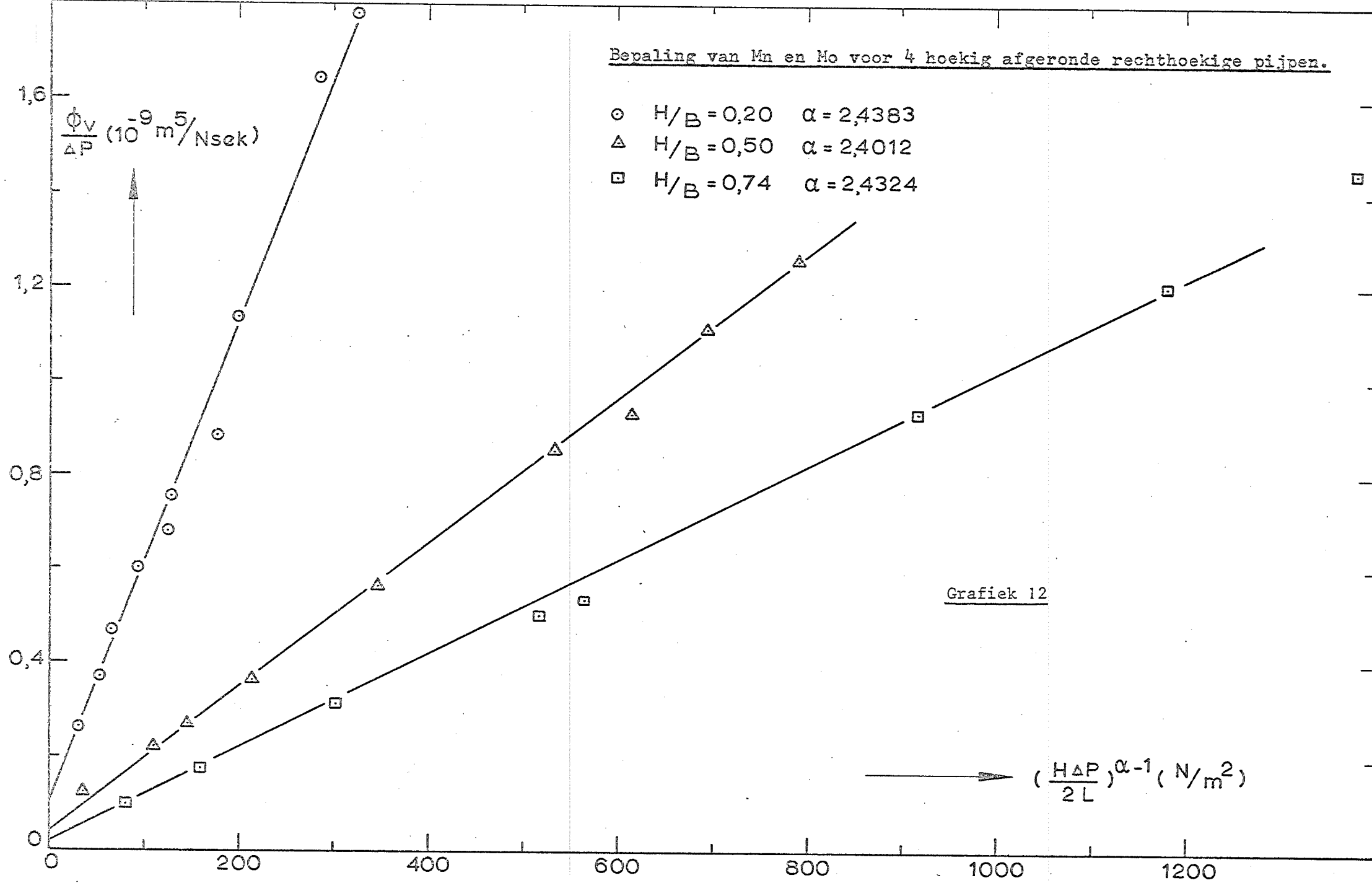
10²



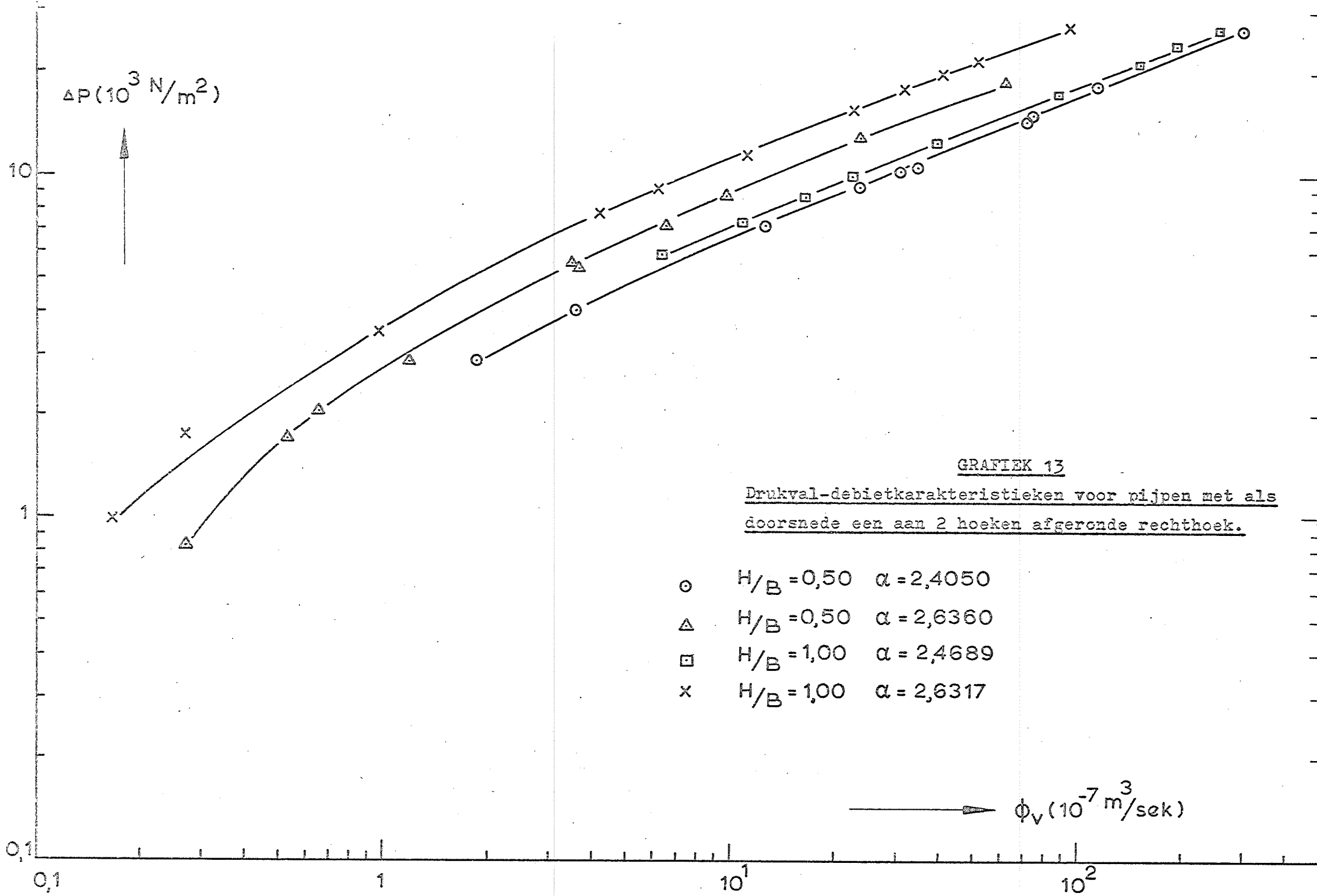
Bepaling van M_n en M_o voor 4 hoekig-afgeronde rechthoekige pijpen.



Bepaling van Mn en Mo voor 4 hoekig afgeronde rechthoekige pijpen.



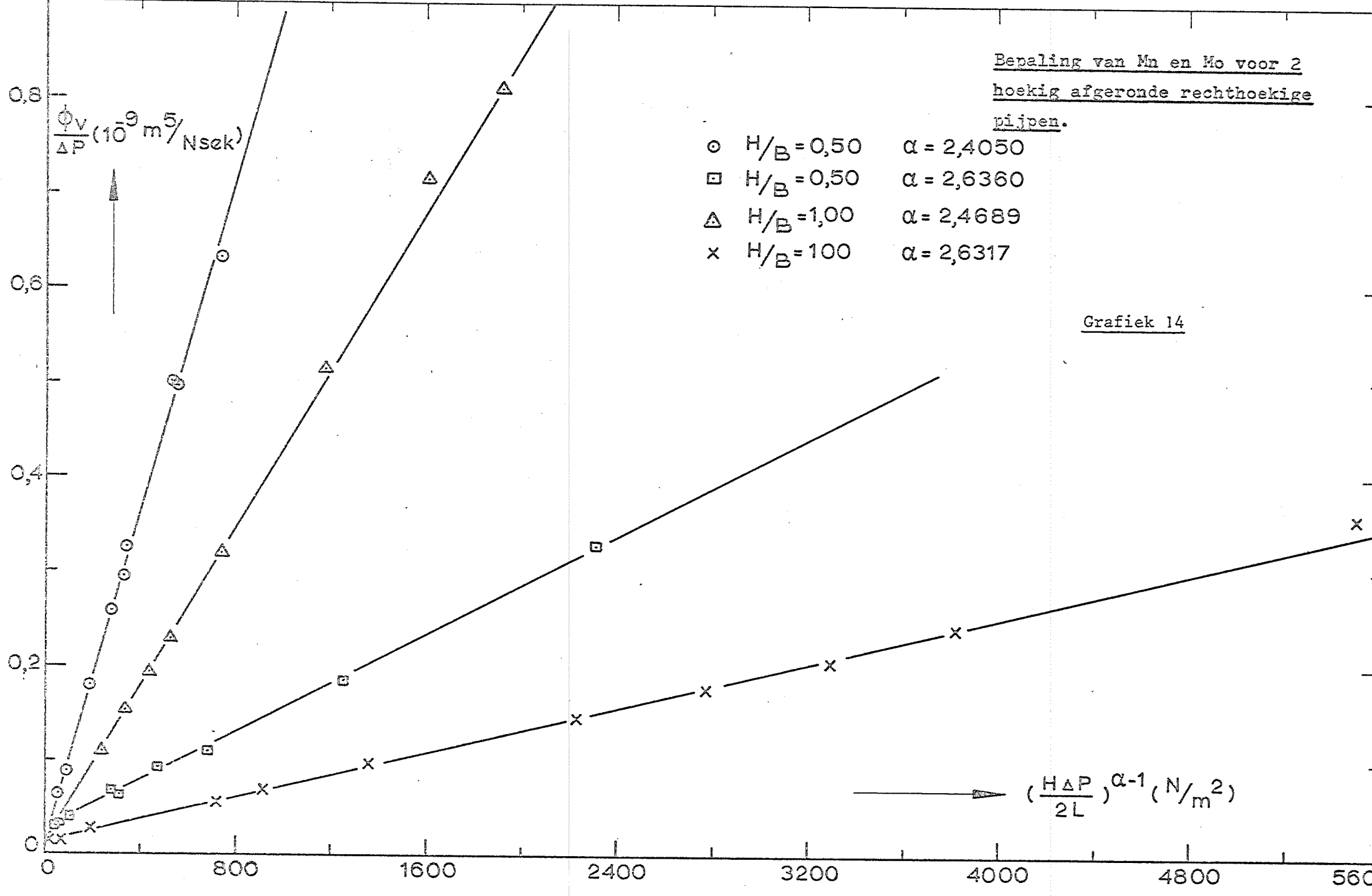
Grafiek 12



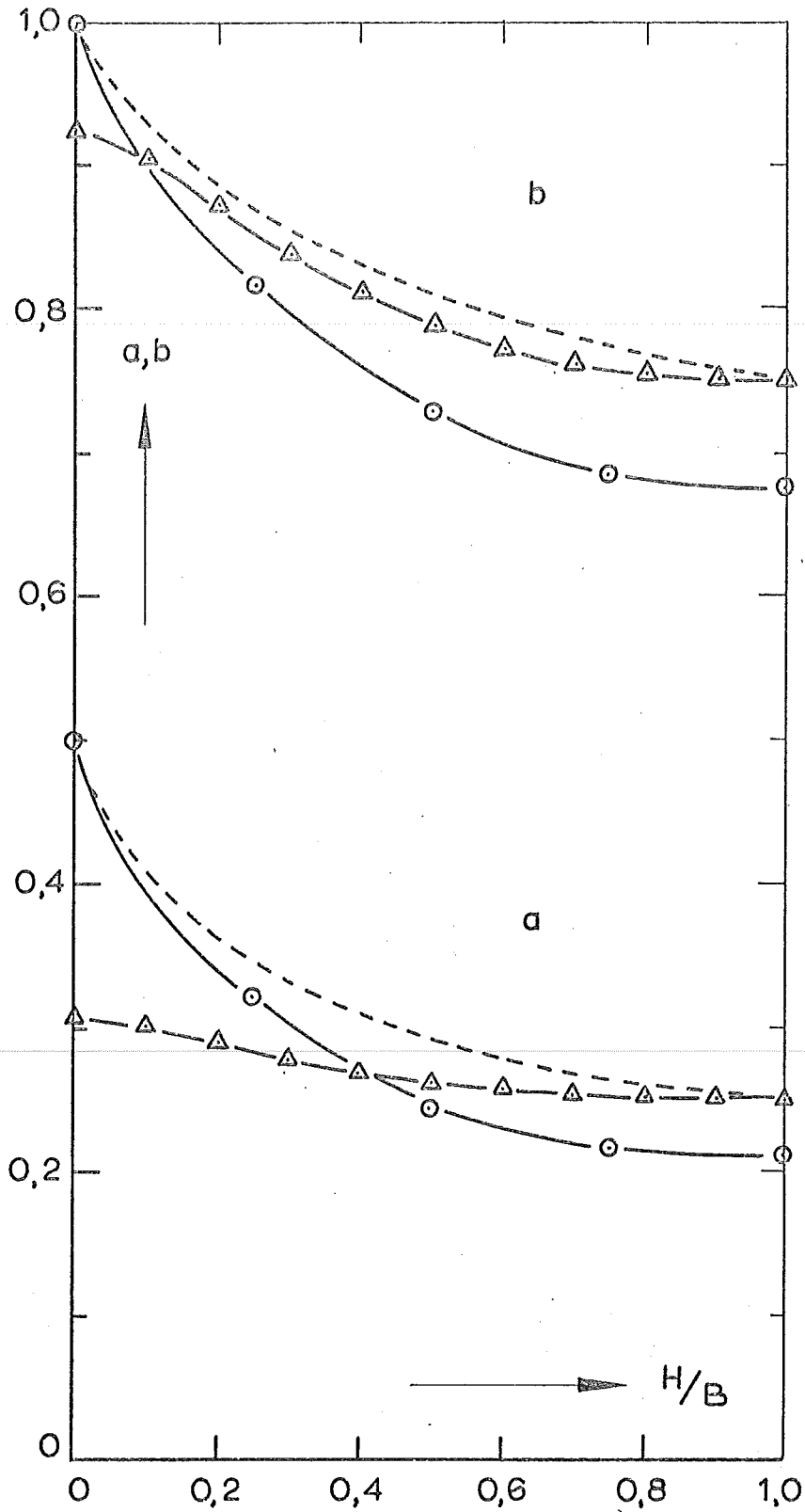
Bepaling van M_n en M_o voor 2
 hoekig afgeronde rechthoekige
 pijpen.

- $H/B = 0,50$ $\alpha = 2,4050$
- ◻ $H/B = 0,50$ $\alpha = 2,6360$
- △ $H/B = 1,00$ $\alpha = 2,4689$
- × $H/B = 100$ $\alpha = 2,6317$

Grafiek 14



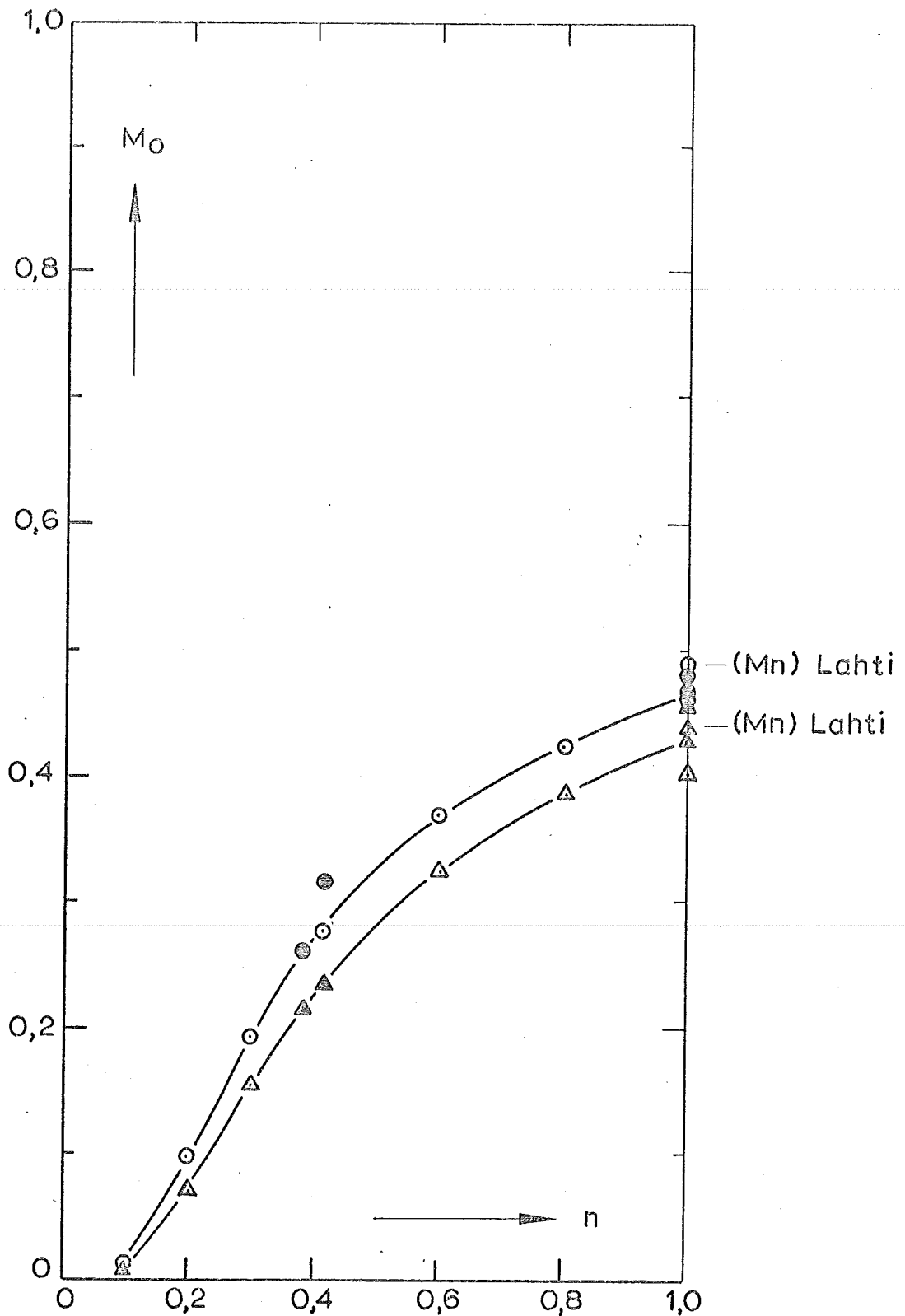
GRAFIEK 15



De geometrische constanten voor
pijpen met als doorsnede:

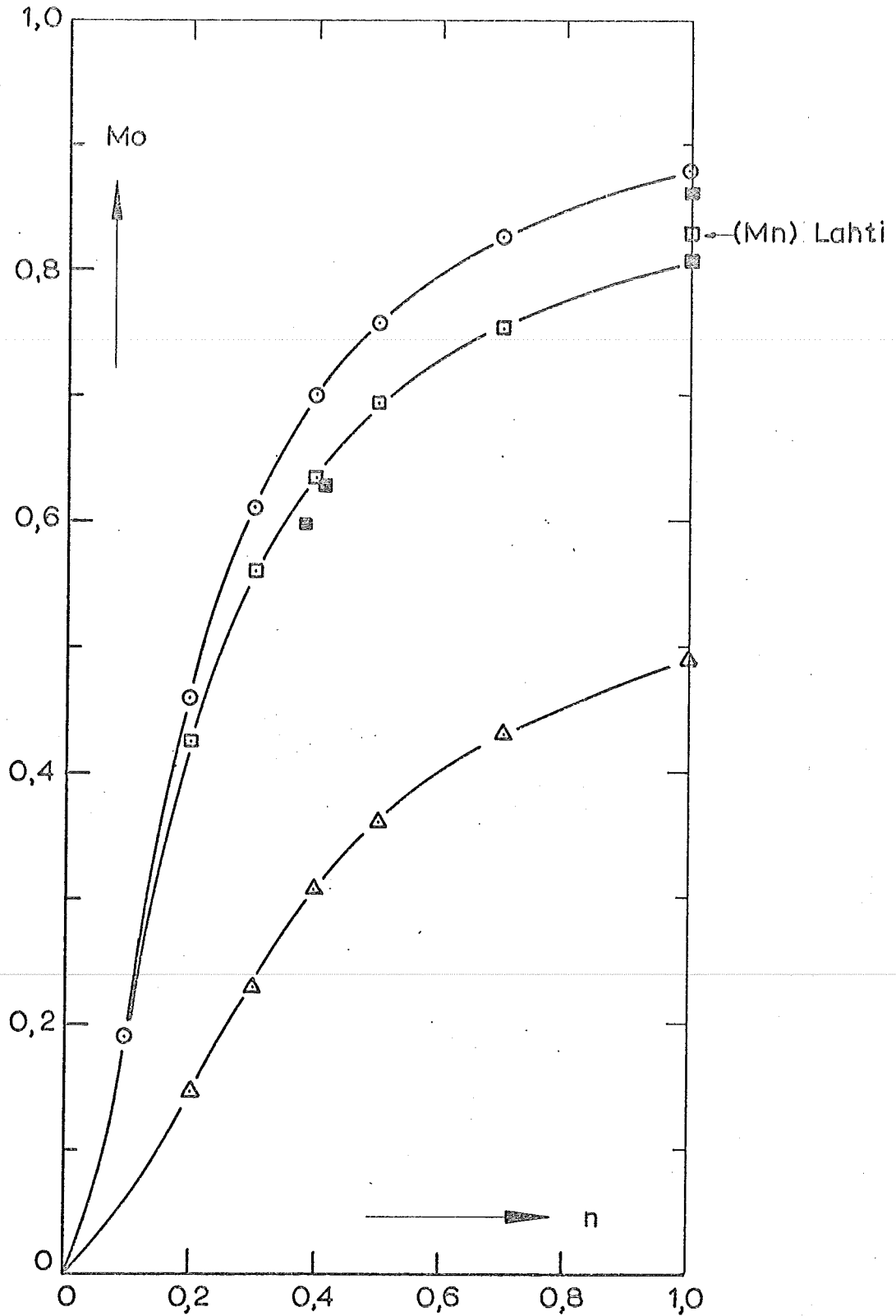
- rechthoek (Kozicki)
- △ ellips (Kozicki)
- 4 hoekig afgeronde rechthoek (benaderde kurve)

GRAFIEK 16



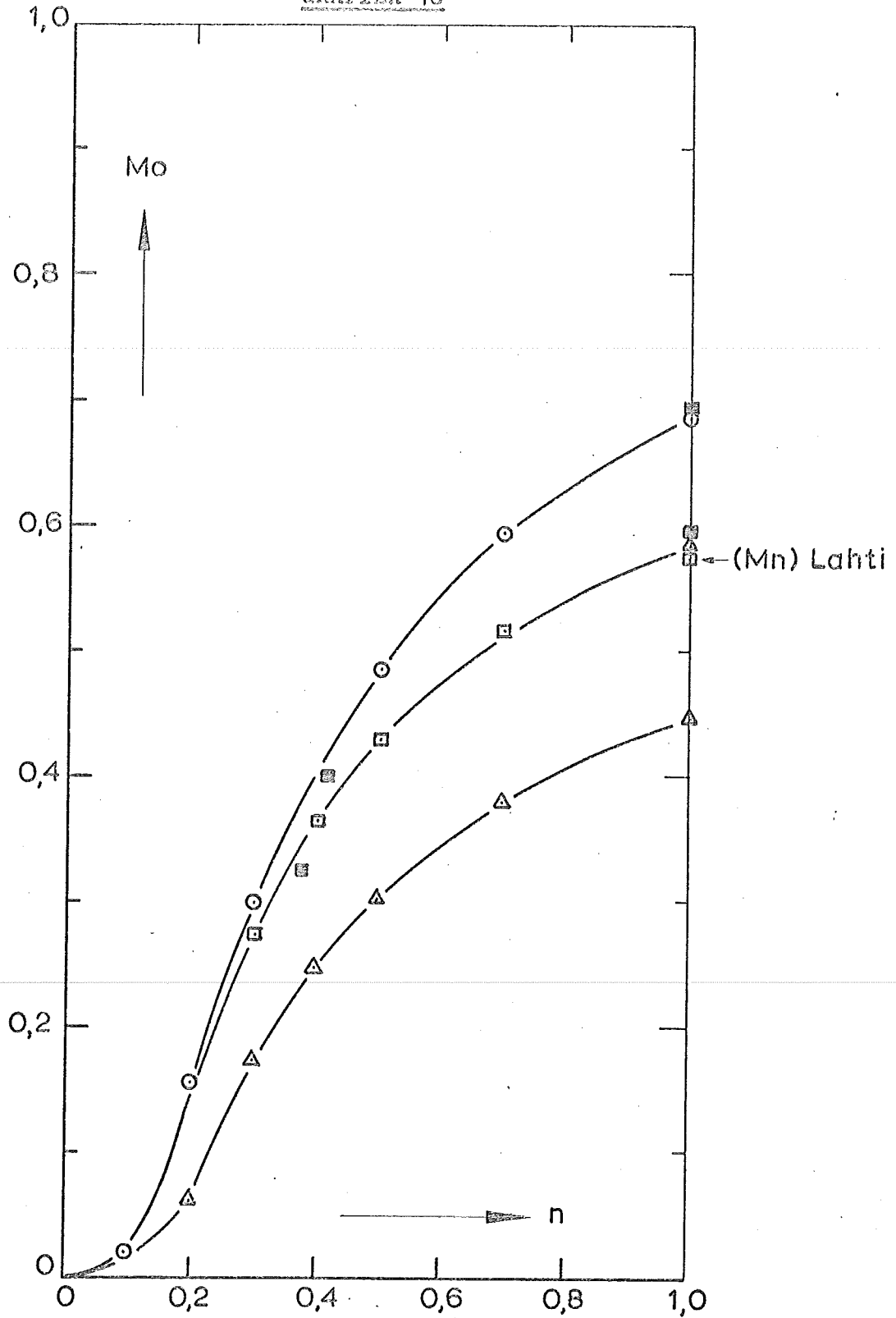
De stroomcoëfficiënt M_o voor laminaire stroming door
pijpen met ellipsvormige doorsnede

Kozicki $\left\{ \begin{array}{ll} \circ & H/B = 0,42 \\ \triangle & H/B = 0,565 \end{array} \right\}$ experimentele waarden



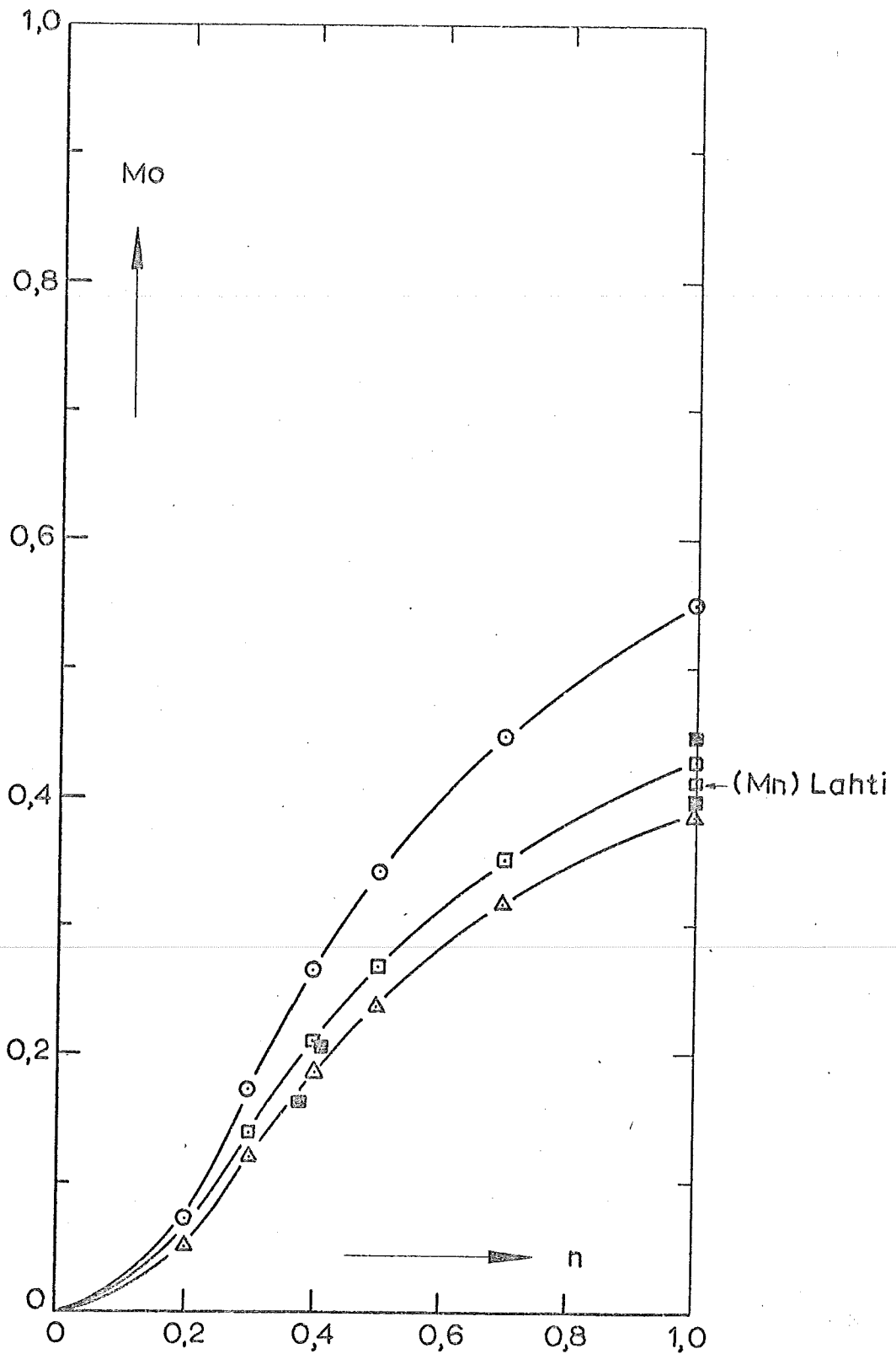
De stroomcoëfficiënt M_o voor laminaire stroming door
pijpen met als doorsnede:

- rechthoek ($H/B=0,20$ (Kozicki))
- △ ellips ($H/B=0,20$ (Kozicki))
- ◻ 4 hoekige afgeronde rechthoek ($H/B=0,20$) (benaderde
 kurve)
- experimentele waarden



De stroomcoëfficiënt M_o voor Laminaire stroming door
pijpen met als doorsnede:

- rechthoek ($H/B=0,50$) Kozicki
- △ ellips ($H/B=0,50$) Kozicki
- { 4 hoekig afgeronde rechthoek ($H/B=0,50$) (benaderde
- { experimentele waarden kurve)

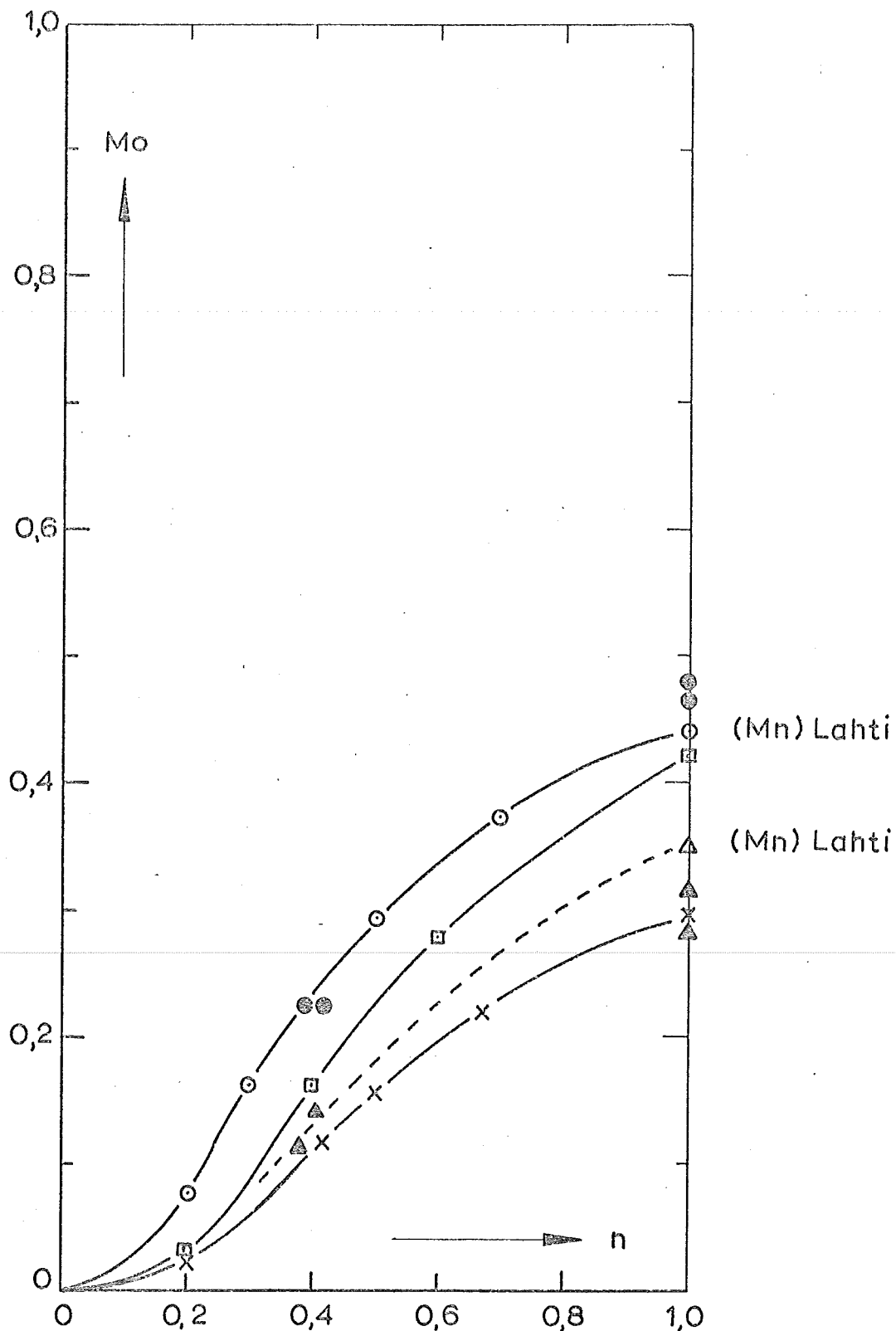


De stroomcoëfficiënt M_o voor laminaire stroming door

pijpen met als doorsnede:

- rechthoek ($H/B = 0,74$) (Kozicki)
- △ ellips ($H/B = 0,74$) (Kozicki)
- 4 hoëig afgeronde rechthoek ($H/B = 0,74$) (benaderde
- experimentele waarden) (benaderde

Grafiek 20



De stroomcoëfficiënt M_0 voor laminaire stroming door
pijpen met als doorsnede:

- aan 2 hoeken afgeronde rechthoek ($H/B = 0,50$)
- experimenteel $a = 0,224; b = 0,775$
- △ aan 2 hoeken afgeronde rechthoek ($H/B = 1,00$)
- vierkant (Kozicki) experimenteel
- x cirkel (exact)