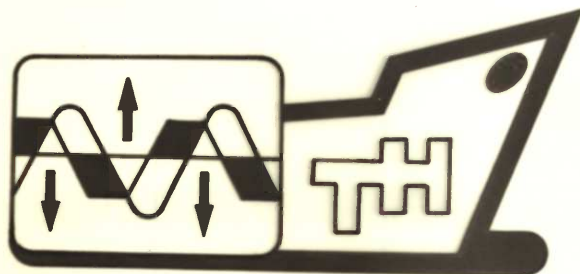


TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT
AFDELING DER SCHEEPSBOUW- EN SCHEEPVAARTKUNDE
LABORATORIUM VOOR SCHEEPHYDROMECHANICA

Rapport No. 502-K



**SCHEEPSBEWEGINGEN IN
GOLVEN EN STUREN
COLLEGE k 16**

prof. ir. J. Gerritsma

DELFT UNIVERSITY OF TECHNOLOGY
Ship Hydromechanics Laboratory
Postbox 5035, 2600 GO Delft
Mekelweg 2, 2628 CD Delft
THE NETHERLANDS

1974 Herdruk 1980

deel 1

SCHEEPSBEWEGINGEN

1
2
3
4
5
6
7
8
9
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

KORTE INHOUD

1. Boekenlijst
2. Inleiding deel scheepsbewegingen
3. Definitie scheepsbewegingen in golven
4. Oscillerende bewegingen van een schip in vlak water
5. Scheepsbewegingen in golven.

blanco
blanco
cijfer

INHOUD

	<u>pag. nr.</u>
1. Boekenlijst	1
2. Inleiding deel scheepsbewegingen	2.1
3. Definitie scheepsbewegingen in golven	3.1
3.1. Bewegingscomponenten en assenstelsels	3.1
3.2. Symmetrie en asymmetrie van de bewegingscomponenten	3.5
3.3. De bewegingsvergelijkingen	3.7
3.4. De massatraagheidsmomenten van het schip	3.8
4. Oscillerende bewegingen van een schip in vlak water	4.1
4.1. Het dompen	4.1
4.1.1. Het ontstaan van de hydrodynamische krachten	4.5
4.1.2. Het verband tussen dempingscoëfficiënt en de amplitude van de dempingsgolf	4.10
4.1.3. Berekening van de dempingscoëfficiënt en de hydrodynamische massa van een schip voor dompen	4.11
4.1.4. Experimentele bepaling van de demping en de hydrodynamische massa	4.12
4.1.5. Schatting van eigen dompperiode	4.14
4.2. Het stampen in vlak water	4.15
4.2.1. Berekening van de dempingscoëfficiënt en de hydrodynamische massa van een schip voor stampen	4.16
4.2.2. Experimentele bepaling van de demping bij stampen	4.17
4.3.1. Niet-lineaire effecten	4.20
4.3.2. Energie dissipatie bij het slingeren	4.22
4.4. Koppeling tussen verschillende bewegingscomponenten	4.24
4.4.1. Stampen-dompen-schrikken	4.24
4.4.1.1. Domp- en stampperiode van de gekoppelde beweging	4.28
4.4.2. Slingeren, verzetten en gieren	4.30
4.4.3. Gieren, verzetten en schrikken	4.32
4.5. Invloed van de voorwaartse snelheid	4.33
5. Scheepsbewegingen in golven	5.1
5.1. Slingeren in dwarsscheepse enkelvoudige golven	5.1
5.1.1. De bewegingsvergelijking	5.1
5.1.2. Oplossing van de bewegingsvergelijking	5.3
5.1.3. Voorbeeld	5.7

	<u>pag nr.</u>
5.1.4. Niet-lineaire effecten bij het slingeren	5.8
5.2. Stampen en dompen in langsscheepse golven	5.12
5.2.1. Stampen en dompen in golven die lang zijn ten opzichte van de lengte van het schip	5.12
5.2.1.1. Oplossing van de gekoppelde domp- en stampbeweging	5.16
5.2.2. Stampen en dompen in enkelvoudige golven met voorwaartse snelheid	5.18
5.2.2.1. De ontmoetingsfrequentie	5.18
5.2.2.2. Berekening van de hydromechanische krachten op een doorsnede	5.20
5.2.2.3. De invloed van de voorwaartse snelheid op de coëfficiënten van de bewegingsvergelijkingen	5.23
5.3. Scheepsbewegingen in schuin inkomende golven	5.36
5.3.1. De ontmoetingsperiode	5.36
5.3.2. Het verband tussen golffrequentie en ontmoetingsfrequentie	5.37
5.3.3. Bewegingsvergelijkingen voor stampen en dompen	5.39
5.3.4. Slingeren in schuin inkomende golven	5.40
5.4. Dwarskrachten en buigende momenten in zeegang	5.42
5.5. Gedrag van het schip in onregelmatige golven	5.47
5.5.1. Scheepsbewegingen in onregelmatige langsscheepse golven	5.47
5.5.2. Toepassingen van het superpositie-principe	5.54
5.5.3. De kans op het overnemen van water	5.54
5.5.4. Vaartverlies door water overnemen	5.58
5.5.5. De kans op paaltjes pikken	5.60
5.5.6. Weerstand en voortstuwing in golven	5.63
5.5.7. Literatuur	5.67

1. BOEKENLIJST

Prof. G. Vossers,
Behaviour of ships in waves 1958

Prof. B.V. Korvin Kroukovsky
Theory of seakeeping 1961

S.N. Blagoveshensky
Theory of seakeeping 1962

Principles of Naval Architecture
Society of Naval Architects and
Marine Engineers 1967

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100

2. INLEIDING DEEL SCHEEPSBEWEGINGEN

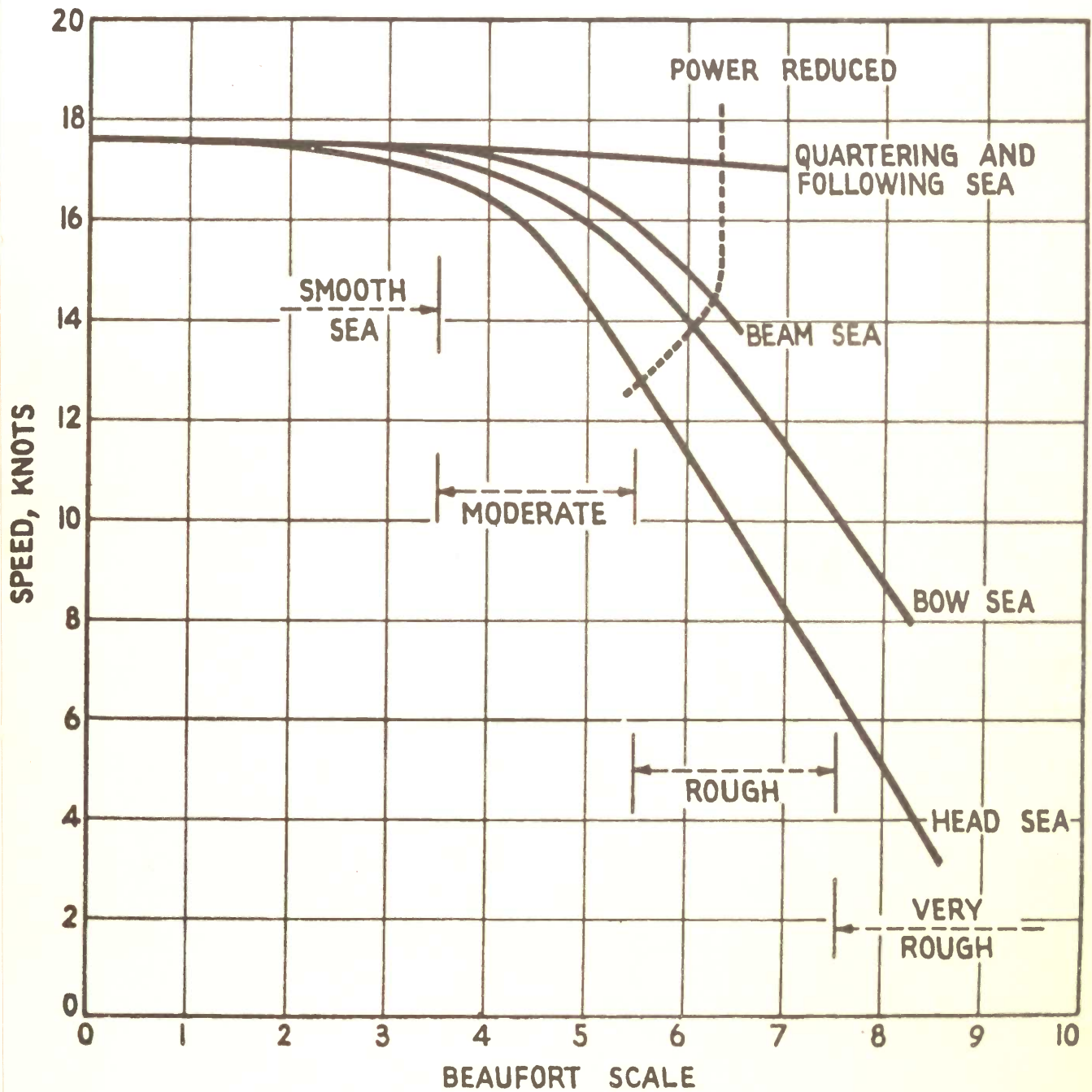
De belangstelling voor het bewegen van schepen als gevolg van zeegang, is na de oorlog toegenomen zowel in Nederland als daarbuiten. Het is thans niet ongebruikelijk dat modelproeven in kunstmatig opgewekte golven worden uitgevoerd teneinde een nieuw ontwerp te toetsen op zeegangseigenschappen, evenals dat sinds + 1870 voor weerstands- en voortstuwingeigenschappen van het schip in vlak water gebeurt.

Zeegolven en scheepsbewegingen bepalen onder meer :

- de behouden snelheid in zeegang
- de veiligheid van het schip en de lading
- het comfort van de opvarenden
- de dynamische belasting van de constructie.

De exploitatie van het schip wordt o.a. beïnvloed door zeegolven en scheepsbewegingen en het daaruit resulterende vaartverlies. Een bekend voorbeeld van de grootte van het vaartverlies is gegeven in Figuur 2.1, waarin de behouden vaart van een aantal Victory schepen van de "Moore Mc Cormack Lines" op de Noord-Atlantische Oceaan is uitgezet als functie van de weersomstandigheden en de koers van het schip ten opzichte van de dominerende richting van de zeegang. Bij dit type schip is het vaartverlies bij golven op de kop aanzienlijk als Beaufort 5 à 6 wordt overschreden, hetgeen op de beschouwde route in 50% van de tijd het geval is. Vóór wind en zee uit varend verliest het schip weinig snelheid. Boven Beaufort 6 in koptgolven moet vermogen geminderd worden om te heftige bewegingen van het schip, groen water overnemen over de boeg, paaltjes pikken en doorslaan van de schroef te vermijden. Dit veroorzaakt vaak meer snelheidsverlies dan volgt uit de verhoogde weerstand van het schip door zeegolven en bewegingen en het daarmee gepaard gaande rendementsverlies van de voortstuwning. Voor andere scheepstypen en grootten ligt deze grens uiteraard anders. Soms kan door grote snelle schepen met vol vermogen tegen een zee bij Beaufort 8 à 9 gevaren worden, bijvoorbeeld containerschepen met een lengte van 200 m en meer. Uitvoerige praktijk metingen ten aanzien van zeegangseigenschappen zijn o.a. uitgevoerd door Aertsen (TRINA 1955, 1959, 1963 e.v.).

TREND OF SPEED WITH SEA CONDITIONS FOR VICTORY CARGO SHIPS



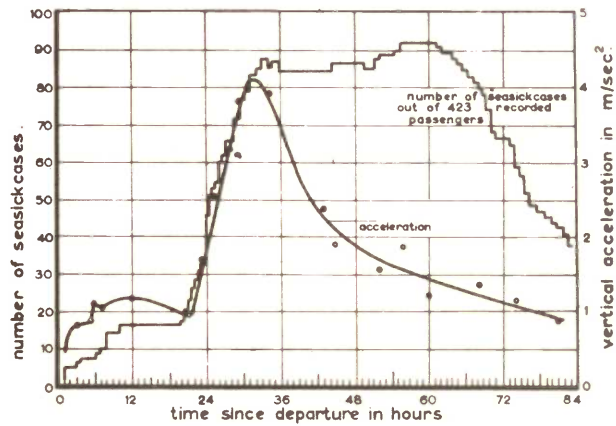
figuur 2.1

E.V. Lewis: Increasing the Sea Speed of Merchant Ships
Davidson Laboratory, Report No.744,
April 1959.

Het heeft zin om optimalisatie van de scheepsvorm niet alleen ten aanzien van de weerstands- en voortstuwingeigenschappen in vlak water uit te voeren.

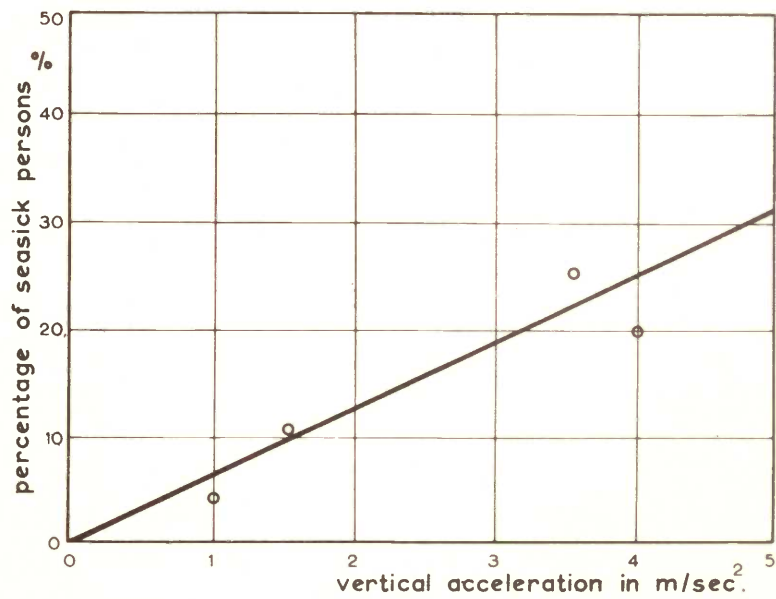
De bewegingen van het schip zijn mede bepalend voor de veiligheid van het schip en de lading. Slingeren, gepaard met winddruk kan een schip doen kenteren. Moderne stabiliteitsnormen, zoals die welke door Japan en Rusland gehanteerd worden, zijn in sterke mate gebaseerd op de slingerbeweging van het schip in golven. In achteroplopende langsscheepse golven kan de dwars-scheepse stabiliteit van een schip drastisch verminderen, waardoor minuten lang zeer grote hellingshoeken kunnen ontstaan. Dit verschijnsel doet zich voor bij snelle vrachtschepen, als de golflengte ongeveer gelijk is aan de scheepslengte. Dwarsscheepse versnellingen als gevolg van het slingeren kunnen de lading doen schuiven (erts en andere stortladingen) en kunnen de bevestiging van containers doen bezwijken. Verticale versnellingen zijn soms oorzaak dat kwetsbare lading, zoals fruit, beschadigt. Ten aanzien van het slingeren worden slingerdempende middelen gebruikt om de gevolgen van deze beweging zoveel mogelijk te beperken. Bekend zijn in dit verband de anti-slingervinnen en de stabilisatie tanks.

Een belangrijk punt is het al of niet aangenaam bewegen van het schip in zee-gang. Slinger- en stampbewegingen en de daarmee gepaard gaande versnellingen moeten beneden zekere grenzen blijven. Deze grenzen zijn overigens vaag en bovendien speelt het scheepstype een rol (vergelijk bijvoorbeeld een trawler en een groot passagiersschip). Er is weinig onderzoek verricht op het gebied van toelaatbare versnellingen aan boord van schepen. Dr. van Nieuwenhuizen (dissertatie 1958, Utrecht) heeft metingen verricht aan boord van Nederlandse marine- en koopvaardij-schepen in verband met het voorkomen van zeeziekte. Ook Geller heeft op dit gebied onderzoek gedaan. ("Die Seekrankheit und ihre Behandlung" Klinische Wochenschrift, 1940). Er is steeds een hoge correlatie gevonden tussen de grootte van de versnellingen en de frequentie van de beweging enerzijds en het optreden van zeeziekte anderzijds. Zie Figuur 2.2 en 2.3. In de voertuigtechniek heeft men getracht normen vast te stellen voor toelaatbare versnellingsamplituden als functie van de frequentie, zie Figuur 2.4.



Seasickness as a function of time and variation in vertical acceleration. The continuous line represents the variation of the vertical acceleration in m/sec^2 (period 7 sec).

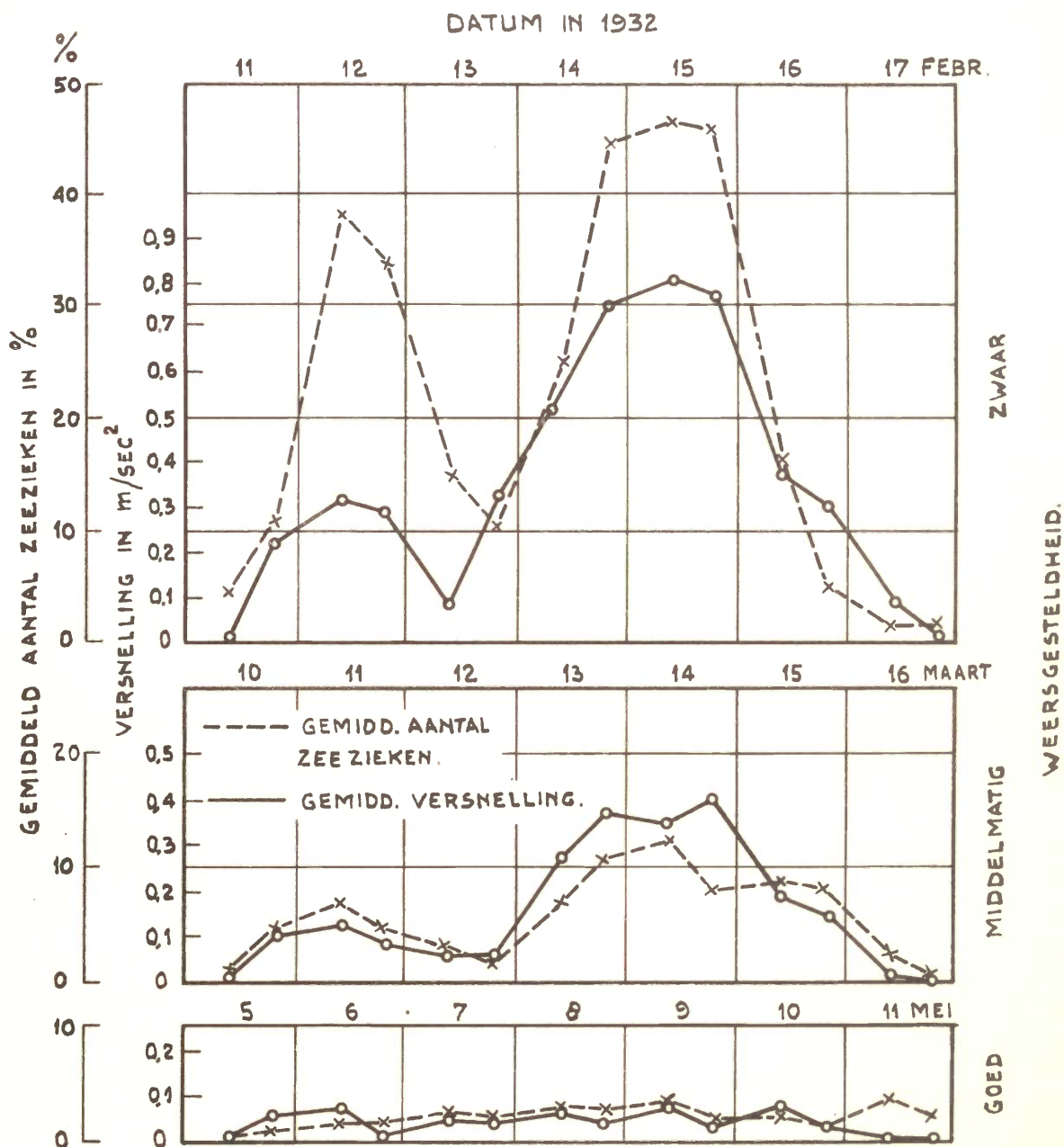
The broken line gives the number of seasick passengers as a function of time.



Percentage of seasick passengers as a function of the vertical acceleration. Pitching period 7 seconds.

figuur 2.2

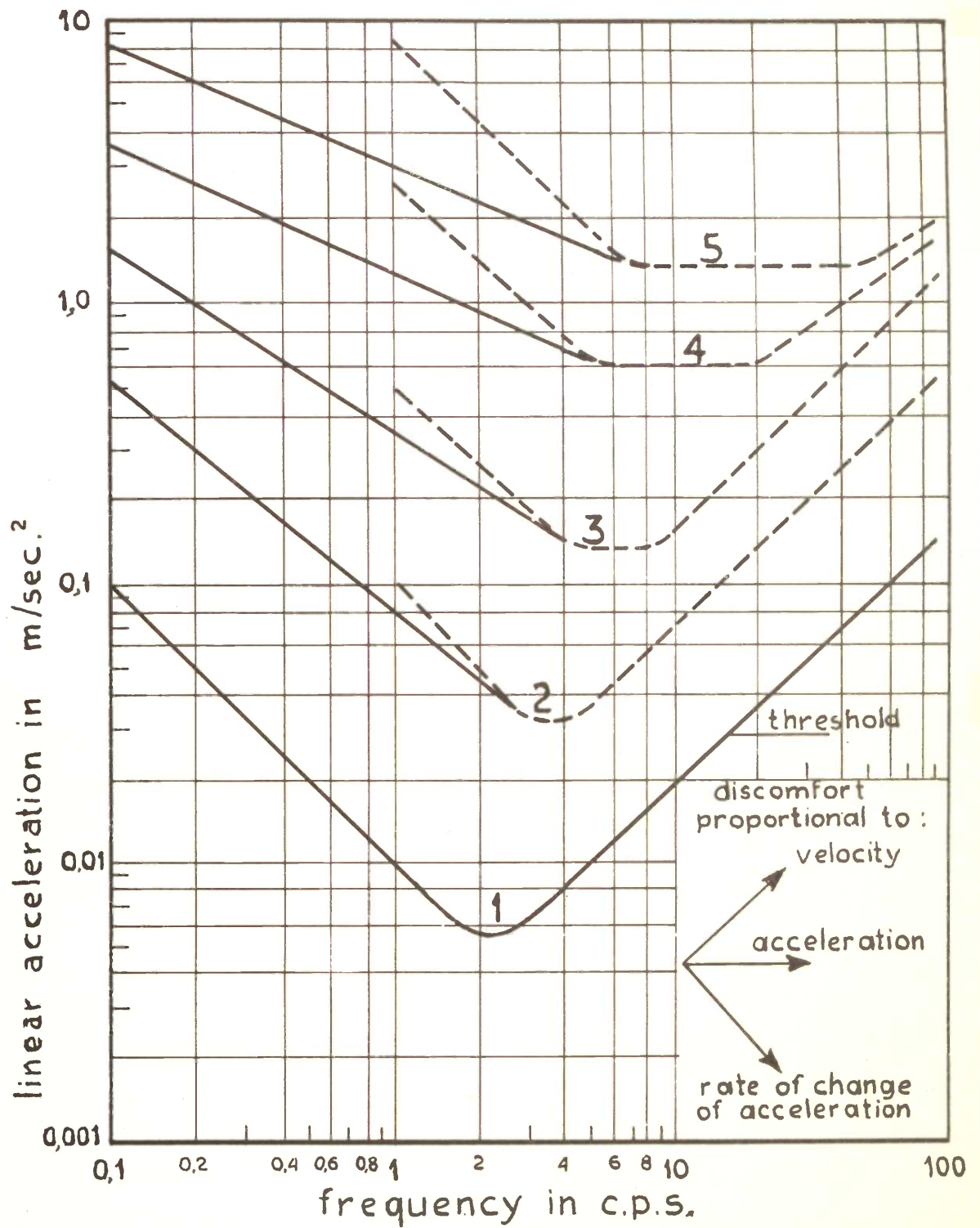
Dr. J.H. Nieuwenhuysen,
Experimental Investigations on Seasickness,
Proefschrift, Utrecht 1958.



AANTAL ZEEZIEKEN ALS FUNCTIE VAN DE VERSNELLING AAN BOORD VAN EEN SCHIP, BY VERSCHILLENDE WEERSGESTELDHEDEN.

figuur 2.3

WILHELM GELLER : „DIE SEEKRANKHEIT UND IHRE BEHANDLUNG.“
KLINISCHE WOCHENSCHRIFT, 19 JAHRGANG 1940, S. 1310.



Influence of vibration on human discomfort.

----- REIHER and MEISTER.

———— Proposed curves by Neth. Working Committee (1954).

Zone 1: just perceptible.

„ 2: clearly perceptible.

„ 3: strongly perceptible, beginning of discomfort.

„ 4: decidedly unpleasant.

„ 5: unbearable.

figuur 2.4

Voor lage frequenties, zoals bij het bewegen van een schip in zeegang, is blijkbaar het product van de toelaatbare versnellingsamplitude en de bijbehorende frequentie ongeveer constant d.w.z. de afgeleide van de versnelling is maatgevend voor de ondervonden hinder. Het frequentie gebied van scheepsbewegingen ligt ongeveer tussen 0.05 en 0.5 Hz. Zeeziekte schijnt te ontstaan door overmatige stimulatie van het evenwichtsorgaan en wel in het bijzonder van dat deel, dat gevoelig is voor lineaire versnellingen. Gewezen wordt op de nawerking van de bewegingen op het verschijnsel zeeziekte.

Tot voor kort was de gebruikelijke methode om de vereiste sterkte van de scheepsromp te bepalen gebaseerd op een statische beschouwing. Men denkt zich daartoe het schip geplaatst in een golfdal of op een golftop (standaard golf $\lambda = L \quad 2\zeta_a / \lambda = \frac{1}{20}$). Schip en golf bewegen niet ten opzichte van elkaar en de resulterende krachten en momenten, als gevolg van het verschil in gewicht en opdrijvende kracht in elke dwarsdoorsnede, leveren de nodige gegevens om het weerstandsmoment en daarmee de materiaaldorsneden van het grootspant te bepalen. Dynamische effecten veroorzaakt door de scheepsbewegingen worden hierbij of geheel verwaarloosd, of zij worden op een zeer vereenvoudigde wijze in rekening gebracht. De toenemende scheepsgrootte (tankers) en de toenemende scheepssnelheid (containerschepen) maakten het nodig deze standaard berekening uit te breiden en rekening te houden met het bewegen van het schip en daarmee gepaard gaande dynamische verschijnselen. Men gebruikte daarbij de leer van de scheepsbewegingen. Paaltjes pikken treedt op als het voorschip een bepaalde verticale relatieve watersnelheid overschrijdt bij het treffen van het golvende wateroppervlak. Men heeft daarbij piekdrukken gemeten van 7 kg/cm^2 , waardoor gemakkelijk bodemschade ontstaat. Bij tankers met een zeer volle boeg (een cylinderstevan) kan deformatie van de beplating optreden door golfslag.

Het is moeilijk om het optimum voor het gedrag in zeegang kwantitatief te omschrijven; het optimum kan bijvoorbeeld betrekking hebben op zo klein mogelijke bewegingsamplituden of op een zo gering mogelijk vaartverlies. Criteria zijn in dit verband nauwelijks bekend; zij zouden bovendien, zoals reeds werd opgemerkt, voor verschillende scheepstypen vër uiteenlopen.

Het systematisch modelonderzoek, zoals dat sinds William Froude bij de optimalisering van het schip in vlak water werd gebruikt, is in grote trekken succesvol gebleken. Het doel is duidelijk en eenduidig: een zo gering mogelijk machinevermogen om een gegeven scheepssnelheid te kunnen varen. Bij het zeegangsonderzoek spelen echter vele parameters een rol, zoals bijvoorbeeld de toestand van de zee, de verhouding van scheepslengte tot significante golf-lengte en de koers ten opzichte van de golven. Het is daarom duidelijk dat alleen al uit het oogpunt van tijdsbesparing het theoretisch onderzoek hier een grotere rol moet spelen. Een groot gedeelte van het zeegangsonderzoek heeft zich tot dusver dan ook gericht op de meer fundamentele aspecten, zowel met behulp van theoretische beschouwingen, als met het experiment. Een groot impuls tot het zeegangsonderzoek werd gegeven door een publikatie in 1953 van St. Denis en Pierson : "On the motions of ships in confused seas" (SNAME 1953). Weliswaar waren lang vóór die tijd publikaties op dit gebied verschenen, zoals van Kriloff in 1896 en 1898 (TINA) en anderen, doch de onderzoekingen waren in het algemeen beperkt tot de scheepsbewegingen in enkelvoudige golven. Door het gebrek aan een redelijke mathematische omschrijving van het onregelmatig fluctuerende wateroppervlak was de stap naar het algemene gedrag van een schip in zeegang niet mogelijk. Het onderzoek verloor daarmee aan praktische waarde en ontving dan ook nauwelijks een stimulans van de zijde van de scheepsbouwer en reder. Eén voorbeeld kan dit verduidelijken. Voor een normaal vrachtschip met een lengte van 145 meter, zou, volgens modelproeven, de vermogenstoename in 4 meter hoge regelmatige golven, waarvan de lengte gelijk is aan de lengte van het schip, ongeveer 200% bedragen als tegen de golven in gevaren wordt. Zelfs voor vergelijkingsdoel-einden is een dergelijke toeslag onrealistisch hoog; de proef omstandigheden wijken blijkbaar teveel af van de praktijk. Door de ongunstige fase tussen de beweging van de boeg en de aankomende golven duikt het schip met de boeg in iedere golf die het ontmoet, waardoor een zeer hoge gemiddelde weerstand ontstaat. Eenzelfde proef in onregelmatige golven, waarvan de significante hoogte en lengte overeenkomen met die van de enkelvoudige golf, gaf slechts een vermogenstoename van 50%, hetgeen beter met praktijk gegevens overeenkomt.

Het artikel van St. Denis en Pierson gaat uit van twee gedachten :

- a. De zeegang is opgebouwd te denken door superpositie van vele enkelvoudige golfcomponenten elk met eigen amplitude, lengte en voortplantingsrichting.
- b. Het schip is ten aanzien van zijn beweging op te vatten als een lineair systeem, en wel binnen vrij ruime grenzen. Indien dus de golfhoogte wordt verdubbeld, onder overigens gelijke uitwendige omstandigheden van scheeps-snelheid, koers en golflengte, dan zullen de bewegingsamplituden twee maal zo groot worden. De fase van de beweging ten opzichte van de golven verandert dan niet.

De onregelmatig fluctuerende grootheden, zoals de golven en de bewegingen van het schip kunnen beschreven worden met behulp van de statistische methoden van de spectrale analyse, die reeds eerder in de communicatie theorie gebruikt werden. De responsie van het schip op de zeegang wordt gevonden door superpositie van de responsie op elk van de samenstellende golfcomponenten, waaruit het golven spectrum is opgebouwd te denken. Al spoedig bleek de grote bruikbaarheid van deze werkhypothese, met name óók voor praktische doeleinden. De bewegingen van het schip in een gegeven zeegang kunnen met vrij grote zekerheid voorspeld worden, als het gedrag in enkelvoudige golven bekend is. Dit geldt óók voor de gemiddelde vermogenstoename welke nodig is om een bepaalde snelheid in zeegang vol te houden. De mogelijkheid van een bruikbare prognose met behulp van modelproef resultaten was hierdoor gerealiseerd, zodat óók de vergelijking tussen twee verschillende scheepsvormen zin kreeg. Dit betekende een onontbeerlijke steun voor het experimentele zeegangsonderzoek. Het probleem is echter zó gecompliceerd, dat een verdere steun, in de vorm van betrouwbare berekeningsmethoden voor de bewegingen in enkelvoudige golven, noodzakelijk is. Uiteindelijk wordt daarbij als ideaal gesteld dat de ontwerper, in het beginstadium van zijn ontwerp, het gedrag in zeegang kan berekenen en optimaliseren. Dit vereist een berekeningsmethode die een kwantitatief juiste voorspelling kan geven. Een dergelijke methode is gevonden : de bewegingen en de extra weerstand door golven kunnen met voldoende grote nauwkeurigheid berekend worden, óók bij onregelmatige zeegang als het energie spectrum van de golven bekend is.

In verband met het soms grote snelheidsverlies in golven wordt het z.g. optimaal routeren toegepast. Men verstaat hieronder het voorspellen van een zoodanige route tussen twee havens dat bij gegeven weersomstandigheden de kortste reisduur bereikt wordt. Men kan in principe óók de route voorspellen waarbij de bewegingen van het schip binnen bepaalde, te stellen grenzen blijven. Bij het optimaal routeren wordt gebruik gemaakt van de weersverwachtingen in het gebied waar het schip vaart. De windsnelheidsverwachtingen gebruikt de oceanograaf om de toestand van de zee te voorspellen. Indien het gedrag van het schip in golven bekend is, bijvoorbeeld ten aanzien van het snelheidsverlies of ten aanzien van de scheepsbewegingen, dan kan de vereiste optimale route bepaald worden. Er zijn methoden bekend om volgens een bepaald schema dit optimum te bepalen (dissertatie Warnsinck 1962, dissertatie de Wit 1968). Een dergelijke routing is bij het vliegwezen reeds lang bekend. De snelheid van een vliegtuig is echter groot ten opzichte van de verplaatsing van het weer. Bovendien beschikt het vliegtuig over de mogelijkheid om door hoogte verandering slecht weer te ontlopen. Een schip is in verband met zijn relatief geringe snelheid een moeilijker object voor optimale routing. Niettemin hebben proeven van de U.S. Navy aangetoond dat tijdwinst mogelijk is. Een Victory-schip zou op de oversteek van de Atlantische Oceaan gemiddeld 10 uur winnen door optimale routing. Ook de H.A.L. houdt zich met dergelijke proeven bezig. Het is wel zeker dat deze werkwijze bij maritieme operaties een grote rol kan spelen. Van groot belang is het beter kunnen voorspellen van de tijd van aankomst (containerschepen).

Er werd reeds gezegd dat numerieke criteria ten aanzien van het gedrag van het schip in golven nauwelijks bestaan. Eén criterium is duidelijk : de behouden snelheid in zeegang moet zonder risico's ten aanzien van de constructie en de veiligheid zo hoog mogelijk zijn. Kent heeft in 1950 een kwalitatieve omschrijving gegeven van het begrip : goed zeeschip (sea kindly ship) :

"Een goed zeeschip is een schip dat in ruwe zee geen water aan dek krijgt terwijl maar weinig buiswater aan boord komt. Onafhankelijk van de richting van weer en wind ten opzichte van de koers van het schip, moet het deze koers kunnen volhouden met slechts weinig roergeven; het schip moet snel reageren op kleine roerhoeken en een behoorlijke snelheid kunnen ontwikkelen, zonder paaltjes pikken of

abnormale variaties in het koppel van de schroefas of periodiek doorslaan van de schroef.

Open dekken moeten gemakkelijk begaanbaar zijn in zwaar weer, zonder dat dit gevaar oplevert voor de passagiers of de bemanning. De bewegingen van het schip, zoals het slingeren, stampen, gieren, dompen, schrikken en verzetten moeten soepel en vrij van stoten of schokken zijn. Vooropgesteld dient te worden dat het schip op de juiste wijze genavigeerd wordt door de kapitein en zijn bemanning".

Concrete gegevens over toelaatbare slingerhoeken, stamphoeken of toelaatbare versnelling zijn hieruit niet af te leiden.

Het bepalen van de criteria waaraan een goed zeeschip moet voldoen is nauwelijks begonnen. Voorlopige criteria (snelheidsverlies, stabiliteit) kunnen gebruikt worden om ontwerpen te vergelijken : bijv. ontwerp A dat in een gegeven zeegang bij een zekere snelheid 50% minder paaltjes pikt dan ontwerp B is waarschijnlijk beter.

De klassificatie maatschappijen gebruiken berekende buigende momenten in golven om de invloed van scheepsgrootte en scheepssnelheid op het midscheeps buigende moment na te gaan. Dit soort onderzoek heeft reeds zijn neerslag gevonden in de klassificatie voorschriften. Er zijn computerprogramma's beschikbaar voor het berekenen van de scheepsbewegingen in een gegeven onregelmatige zeegang. De uitkomsten worden gebruikt voor optimalisering van het scheepsontwerp. De theorie is ook bruikbaar voor het bestuderen van verwante problemen : het gedrag van drijvende boorplatforms en baggermolens in zeegang. Verder is van belang het bepalen van maximaal toelaatbare diepgangen van grote schepen bij het binnenlopen in havens. In het algemeen is er op dit gebied een toenemende samenwerking met de waterbouwkundigen.

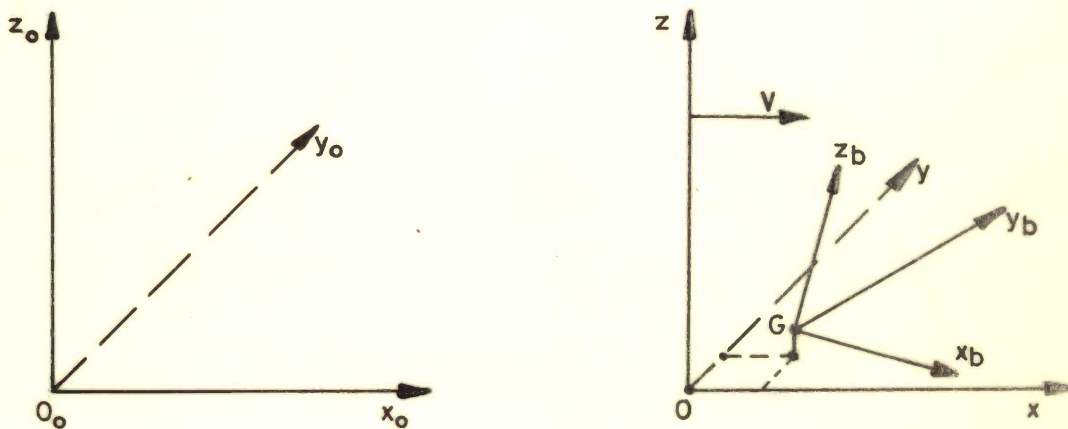
3. DEFINITIE SCHEEPSBEWEGINGEN IN GOLVEN

3.1 Bewegingscomponenten en assenstelsels

De beweging van het schip wordt gesplitst in 6 componenten en wel drie translaties van het gewichtszwaartepunt G en drie rotaties om assen door G . In het algemeen worden slechts oscillerende bewegingen met kleine amplituden ten opzichte van de stationaire vaart op een rechte baan in stil water beschouwd. In dit opzicht vormt het slingeren een uitzondering : de slingeramplitude kan soms 20 graden of meer zijn.

Er worden drie rechtsdraaiende assenstelsels gebruikt :

- Een ruimte-vast stelsel $x_o y_o z_o$, waarvan de oorsprong in het ongestoorde wateroppervlak ligt. De z_o -as is verticaal naar boven gericht.
- Een lichaamsassenstelsel $x_b y_b z_b$, vast verbonden aan het schip, waarvan de oorsprong samenvalt met G . In de stationaire toestand, waarbij de krachten en momenten die op het schip werken in grootte en richting onafhankelijk van de tijd zijn (vaart in vlak water), is z_b -as van dit stelsel evenwijdig aan de z_o -as van het ruimte-vaste stelsel. Vaak mag verondersteld worden dat G in het vlak $x_o y_o$ ligt, doch dit is niet noodzakelijk.
- Een assenkruis xyz dat in de stationaire toestand samenvalt met $x_b y_b z_b$. Het heeft de gemiddelde snelheid V van het schip, bijv. in richting van de $+x_o$ -as, zie figuur 3.1.

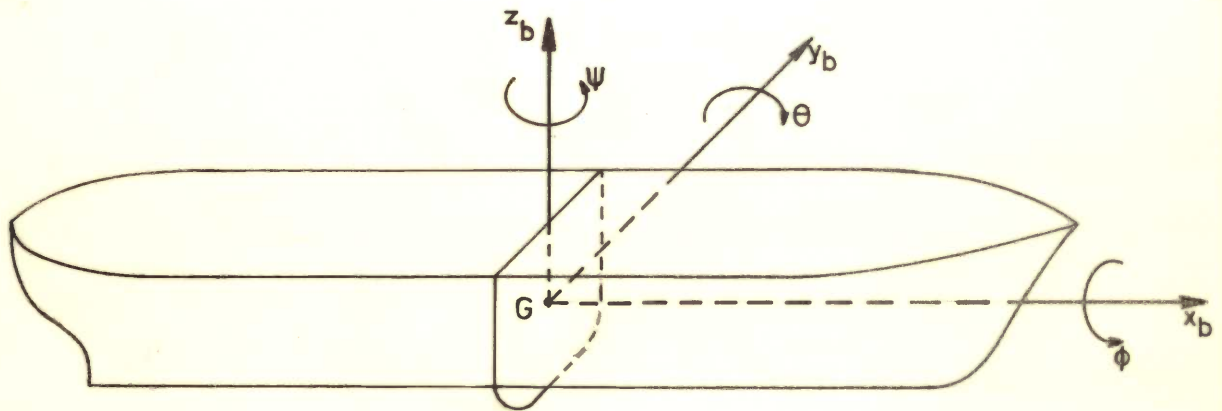


figuur 3.1

De coördinaten van G in het xyz stelsel definiëren bij bekende V de translaties van het zwaartepunt.

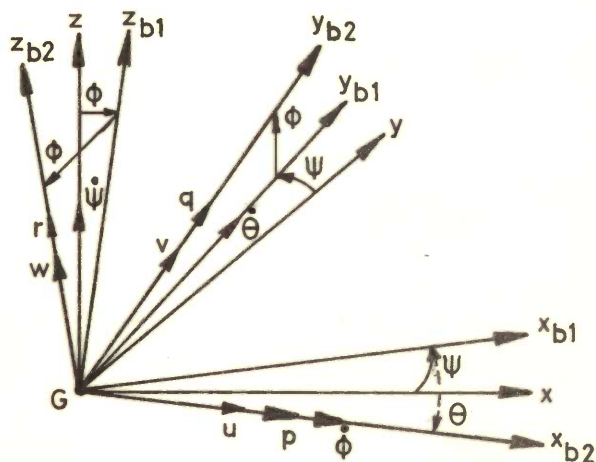
Het schrikken is een horizontale oscillerende beweging in x-richting, het verzetten is een horizontale oscillerende beweging in y-richting en het dompen is een verticaal oscillerende beweging van het gewichtszwaartepunt.

De stand van het schip wordt eenduidig vastgelegd door verdraaiing van het schip met ψ, θ, ϕ om respectievelijk de z_b, y_b, x_b as, ten opzichte van het stelsel xyz, zie Figuur 3.2.



figuur 3.2

Deze Eulerse hoeken hebben als voordeel dat ze onafhankelijk van elkaar zijn, zodat verandering van één der hoeken geen invloed heeft op de beide andere. Een nieuwe stand van het schip wordt niet beïnvloed door de volgorde waarin de Eulerse hoeken worden veranderd, zie Figuur 3.3.



figuur 3.3

De bewegingstoestand van het schip wordt vastgelegd door de snelheidscomponenten u, v, w en de hoeksnelheidscomponenten p, q, r respectievelijk in de richting van de x_b, y_b en z_b as.

De oscillerende rotaties om de z_b, y_b, x_b assen worden respectievelijk genoemd : het gieren ψ het stampen θ en het slingeren ϕ .

Voor kleine hoeken ψ, θ, ϕ ($\leq 0,1$ rad) is de transformatie matrix van de stelsels xyz en $x_b y_b z_b$ eenvoudig :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\psi & \theta \\ \psi & 1 & -\phi \\ -\theta & \phi & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

zodat :

$$\begin{aligned} x &= x_b - y_b \psi + z_b \theta \\ y &= x_b \psi + y_b - z_b \phi \\ z &= -x_b \theta + y_b \phi + z_b \end{aligned} \quad (3.2)$$

Tevens geldt :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u & p &= \dot{\phi} \\ \dot{y} &= v & q &= \dot{\theta} \\ \dot{z} &= w & r &= \dot{\psi} \end{aligned} \quad (3.3)$$

In dit geval is te stellen dat de rotaties van het schip ten opzichte van het stelsel xyz uitgevoerd worden.

Vaak zijn de eerste harmonischen van de bewegingen in regelmatige golven van belang, zowel ten aanzien van amplitude (aangegeven door index a), fase ϵ (eerste index geeft de bewegingscomponent, tweede index de referentie) als de frequentie ω_e (index e voor ontmoetingsfrequentie).

We krijgen zo :

$$\begin{aligned} x &= x_a \cos(\omega_e t + \epsilon_{x\zeta}) & \psi &= \psi_a \cos(\omega_e t + \epsilon_{\psi\zeta}) \\ y &= y_a \cos(\omega_e t + \epsilon_{y\zeta}) & \text{en} & \quad \theta &= \theta_a \cos(\omega_e t + \epsilon_{\theta\zeta}) \\ z &= z_a \cos(\omega_e t + \epsilon_{z\zeta}) & \phi &= \phi_a \cos(\omega_e t + \epsilon_{\phi\zeta}) \end{aligned} \quad (3.4)$$

waarbij de verticale beweging van het golfoppervlak ter plaatse van 0 bij afwezigheid van het schip voorgesteld wordt door :

$$\zeta = \zeta_a \cos \omega_e t, \quad (3.5)$$

waarin : $\omega_e = \frac{2\pi}{T_e}$ en T_e - de ontmoetingsperiode van de beschouwde beweging.

Ook wordt de complexe schrijfwijze gebruikt die veelal beknopter is, bijvoorbeeld :

$$\phi = \text{Re} \left[\phi_a e^{i(\omega_e t + \epsilon_{\phi\zeta})} \right],$$

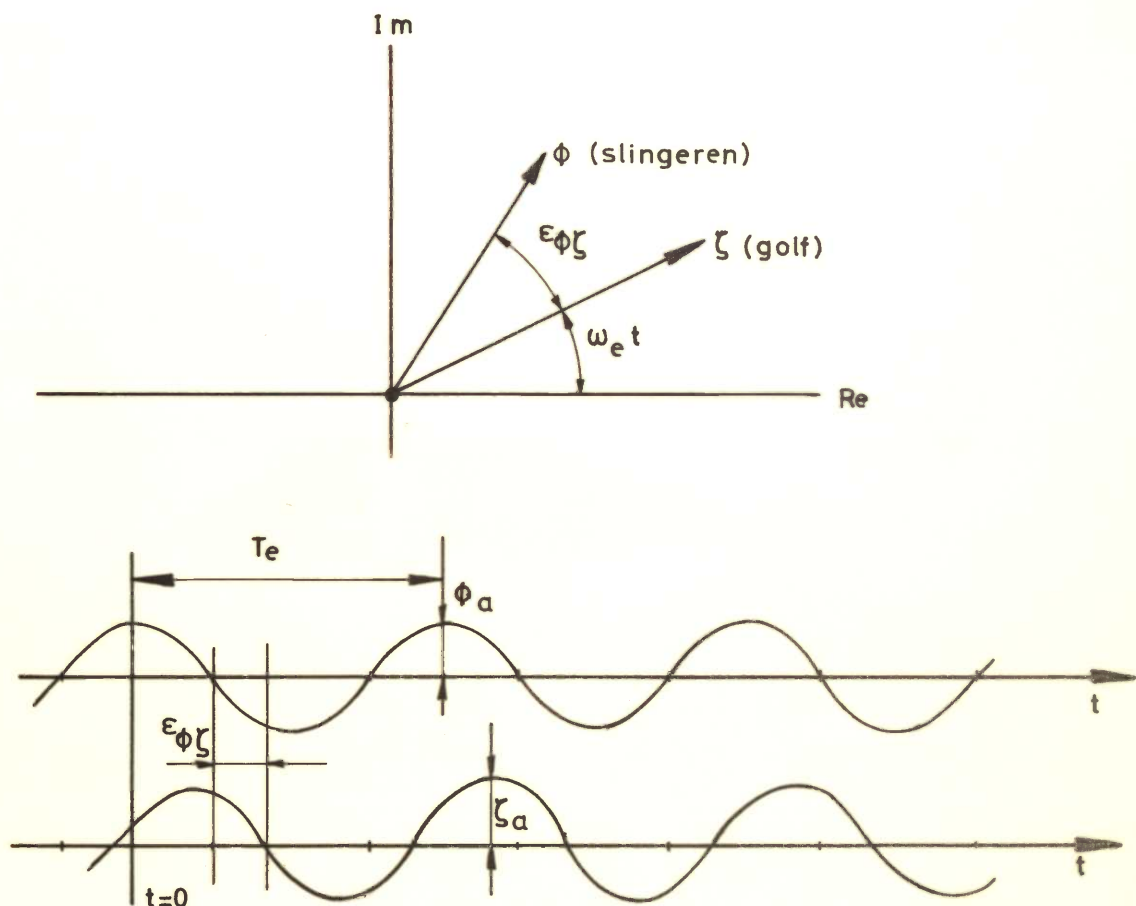
of :

$$\phi = \text{Re} \left[\phi_a \exp i (\omega_e t + \epsilon_{\phi\zeta}) \right]$$

of, omdat afgesproken wordt slechts het reële deel te beschouwen :

$$\phi = \phi_a e^{i(\omega_e t + \epsilon_{\phi\zeta})} \quad (3.6)$$

In verband met de fase relaties is een vector diagram vaak verhelderend. Zie de vergelijking met de presentatie op basis van t in Figuur 3.4.



figuur 3.4

In deze formules is het harmonische karakter van de oscillerende beweging beschouwd, nadat z.g. inschakelverschijnselen zijn uitgedoofd.

3.2 Symmetrie en asymmetrie van de bewegingscomponenten

De zes bewegingscomponenten kunnen gerubriceerd worden in symmetrische en asymmetrische bewegingen.

Symmetrische bewegingen zijn bewegingen waarbij een punt aan BB en het overeenkomstige punt aan SB bewegingen uitvoeren die symmetrisch zijn ten opzichte van het langsscheepssymmetrievlak van het schip. Amplitude en fase zijn gelijk voor de beweging aan BB en aan SB.

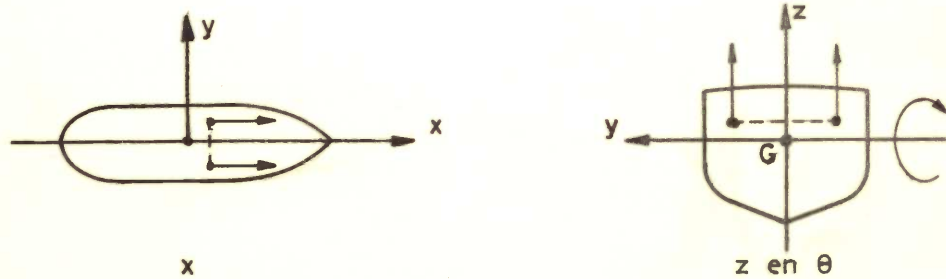
Symmetrische bewegingen zijn :

schrikken x

dompen z

stampen θ

Zie Figuur 3.5.



figuur 3.5

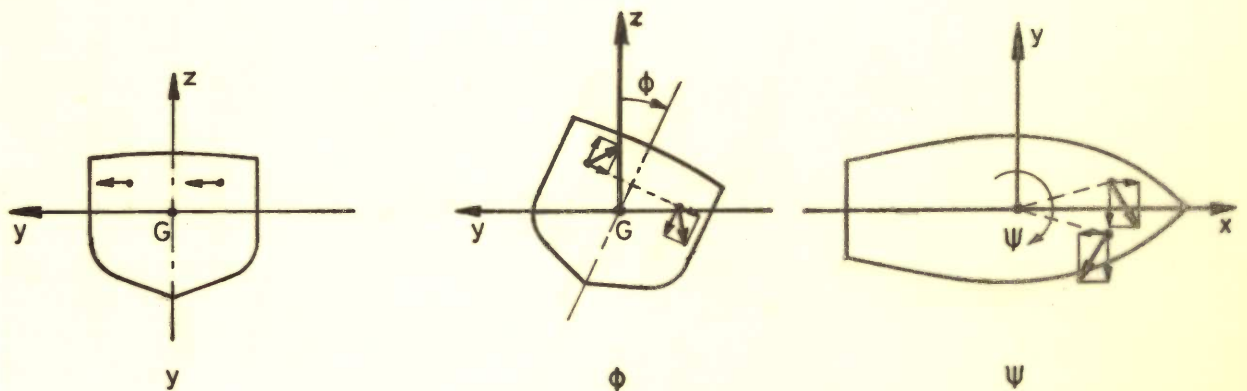
Asymmetrische bewegingen zijn :

verzetten y

slingeren ϕ

gieren ψ

Zie Figuur 3.6.



figuur 3.6

In de gelineariseerde theorie, geldend voor kleine bewegingsamplituden, zijn de bewegingsvergelijkingen van de bewegingen in één groep aan elkaar gekoppeld. Bewegingen uit verschillende groepen zijn door de linearisatie niet gekoppeld. Voorbeeld : de beweging in dwarsscheepse golven bestaat in hoofdzaak uit drie componenten n.l. het dompen, het slingeren en het verzetten; het dompen is daarbij niet gekoppeld aan de beide andere bewegingen, die onderling wel gekoppeld zijn.

3.3 De bewegingsvergelijkingen

Voor de translaties geldt in het richtingsvaste assenstelsel xyz :

$$\begin{aligned}\rho \nabla \ddot{x} &= X \\ \rho \nabla \ddot{y} &= Y \\ \rho \nabla \ddot{z} &= Z\end{aligned}\tag{3.7}$$

waarin de rechterleden de totale krachten voorstellen die op het lichaam werken in x, y en z richting.

Voor de rotaties wordt gebruik gemaakt van de bewegingsvergelijkingen van Euler.

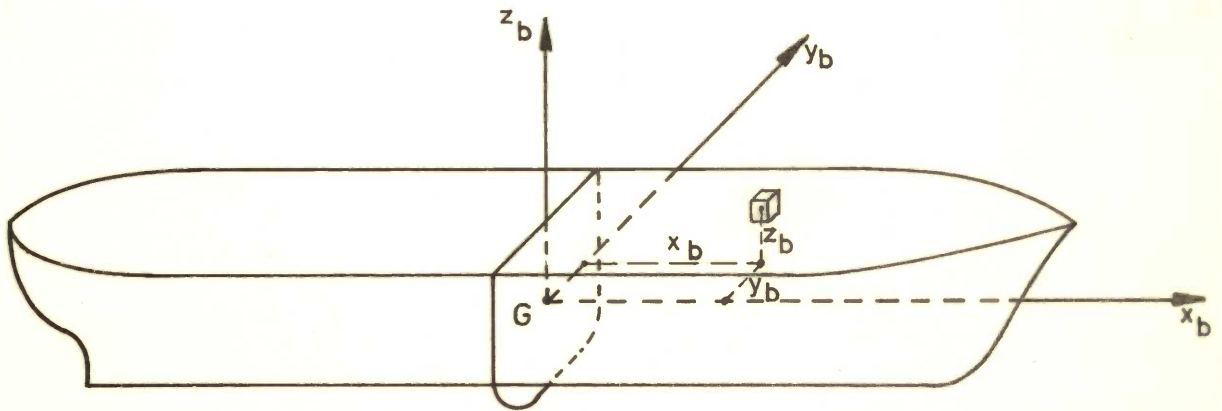
$$\begin{aligned}I_{xx} \dot{p} - (I_{yy} - I_{zz})qr &= K \\ I_{yy} \dot{q} - (I_{zz} - I_{xx})rp &= M \\ I_{zz} \dot{r} - (I_{xx} - I_{yy})pq &= N\end{aligned}\tag{3.8}$$

Hierin zijn I_{xx} , I_{yy} en I_{zz} de massatraagheidsmomenten van het schip om de assen x_b , y_b , z_b , die in dit geval verondersteld zijn samen te vallen met de drie hoofdtraagheidsassen van het schip.

Voor kleine bewegingsamplituden geldt na linearisatie :

$$\begin{aligned}I_{xx} \ddot{\phi} &= K \\ I_{yy} \ddot{\theta} &= M \\ I_{zz} \ddot{\psi} &= N\end{aligned}\tag{3.9}$$

3.4 De massatraagheidsmomenten van het schip



figuur 3.7

Er geldt :

$$\begin{aligned}
 I_{xx} &= \int_m (y_b^2 + z_b^2) dm \\
 I_{yy} &= \int_m (z_b^2 + x_b^2) dm \\
 I_{zz} &= \int_m (x_b^2 + y_b^2) dm
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Het is praktisch niet mogelijk om I_{xx} te berekenen. Schattingen worden gegeven door Kholodilin (1969)

$$I_{xx} = \rho V \left(\frac{B^2 C_{WP}^2}{11,4 C_B} + \frac{D^2}{12} \right) \quad D = \text{holte} \tag{3.11}$$

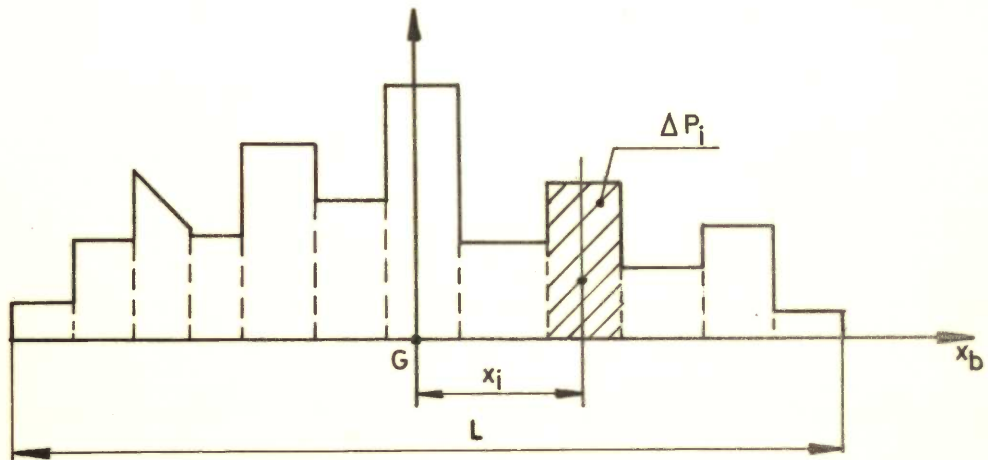
en

$$I_{xx} = \frac{\rho V}{12g} (B^2 + 4z_G^2), \quad \text{als } G \text{ een afstand } z_G \text{ boven het } x_b y_b \text{ vlak ligt} \tag{3.12}$$

I_{yy} wordt meestal benaderd door :

$$I_{yy} \approx 1,01 \int_m x_b^2 dm \tag{3.13}$$

waarbij de integraal met behulp van de gewichtsverdeling berekend kan worden, zie Figuur 3.8.



figuur 3.8

Er geldt :
$$\int_{dm} x_b^2 dm \approx \frac{1}{g} \sum_i x_i^2 P_i \quad (3.14)$$

De invloed van de z_b coördinaat is gering en wordt verdisconteerd in de factor 1,01.

Als benadering geeft Kholodilin :

$$I_{yy} = \rho \int_L x_b^2 A(x) dx + \frac{1}{60} \rho V L^2 \quad (3.15)$$

waarin de eerste term het traagheidsmoment van de KVS voorstelt.

Ook :

$$I_{yy} = 0,07 C_{WP} L^2 \rho V \quad (3.16)$$

I_{zz} wordt veelal gelijk gesteld aan I_{yy} . De y_b coördinaat is voor de meeste schepen relatief klein en wordt verdisconteerd in een 1% toeslag.

Soms wordt gebruik gemaakt van de definitie van de traagheidsstraal k , bijvoor-

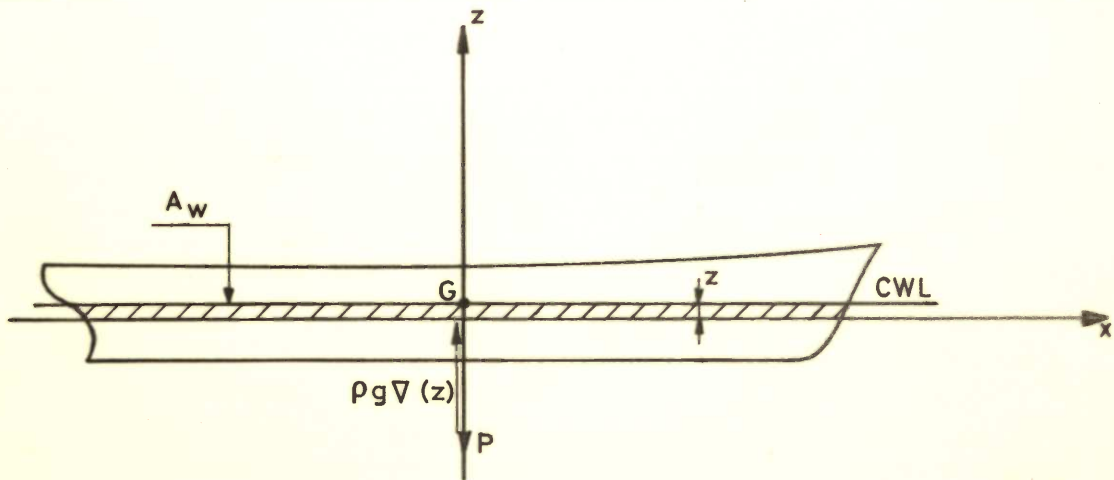
$$\text{beeld : } I_{yy} = k_{yy}^2 \rho V \quad (3.17)$$

De traagheidsstraal heeft de dimensie van een lengte en wordt dimensieloos gemaakt door te delen door L (I_{yy} en I_{zz}) of $B(I_{xx})$.

4. OSCILLERENDE BEWEGINGEN VAN EEN SCHIP IN VLAK WATER

4.1 Het dompen

Beschouw de verticale beweging van een schip, waarbij verondersteld wordt dat alle andere bewegingen zijn uitgesloten.



figuur 4.1

Er geldt : $\rho \nabla \ddot{z} = Z$ (4.1)

waarin Z de som van alle verticale krachten voorstelt die op het schip werken.

Nu is : $\rho g \nabla(z) = \rho g \nabla - \rho g A_W z$ (4.2)

en : $P = \rho g \nabla$

dus,

$$\rho \nabla \ddot{z} = -\rho g A_W z - N_{zz} \dot{z} - m_{zz} \ddot{z}$$
 (4.3)

Hoewel N_{zz} en m_{zz} frequentieafhankelijk zijn kunnen we formeel schrijven :

$$(\rho \nabla + m_{zz}) \ddot{z} + N_{zz} \dot{z} + \rho g A_W z = 0$$
 (4.4)

Verondersteld zijn kleine bewegingsamplituden, zodat $A_W(z)$ constant genomen kan worden.

Stampbewegingen treden niet op als de verticale component van de resulterende hydromechanische kracht steeds door G gaat.

In dat geval geldt dus :

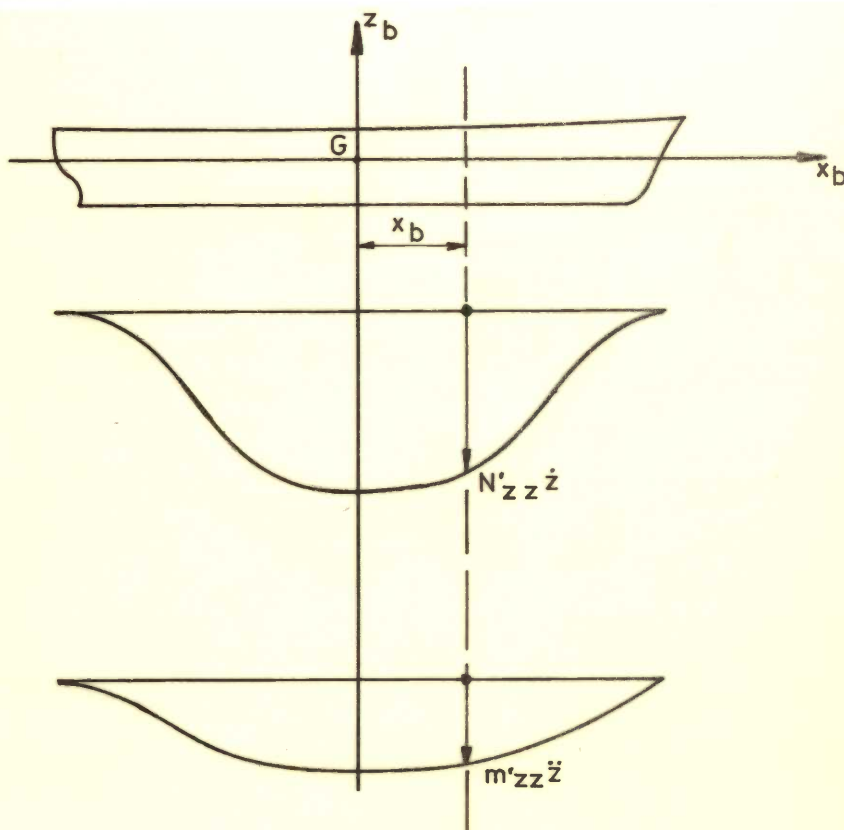
$$2z \int_0^L y_w x_b dx_b + \ddot{z} \int_0^L N'_{zz} x_b dx_b + \ddot{z} \int_0^L m'_{zz} x_b dx_b = 0$$

waarin $2 \int_0^L y_w x_b dx_b = S_W$ het statisch moment van de waterlijn ten opzichte van een dwarsas door G voorstelt.

N'_{zz} en m'_{zz} zijn de verdelingen van respectievelijk de dempingscoëfficiënt en de hydrodynamische massa over de lengte van het schip, zie Figuur 4.2.

Voor een stilliggend schip dat symmetrisch is ten opzichte van de dwarsdoorsnede door G geldt :

$$2 \int_0^L y_w x_b dx_b = \int_0^L N'_{zz} x_b dx_b = \int_0^L m'_{zz} x_b dx_b$$



figuur 4.2

Oplossing van de bewegingsvergelijking

$$(\rho \nabla + m_{zz}) \ddot{z} + N_{zz} \dot{z} + \rho g A_w z = 0 \quad (4.4)$$

of

$$a \ddot{z} + b \dot{z} + cz = 0 \quad (4.5)$$

Stel de oplossing $z=Ce^{\alpha t}$, dan volgt door substitutie in (4.5) :

$\alpha^2 a + \alpha b + c = 0$, waaruit :

$$\alpha_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = -\frac{b}{2a} \pm i \sqrt{\frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}} \quad (4.6)$$

Stel nu :

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{c}{a}} \quad \text{en} \quad v = \frac{b}{\sqrt{ac}} \quad (4.7)$$

waarin : ω - de eigen cirkelfrequentie van de dompbeweging (eventueel ω_z , ter onderscheiding van de frequenties van andere bewegingen).

Er geldt dan : $\omega = \omega_0 \sqrt{1 - v^2/4}$ (4.8)

Voor het hypothetische geval $b=0$ (geen demping) vindt men $\omega = \omega_0$, hetgeen bij benadering ook geldt voor de relatief kleine dempingswaarden die horen bij de bewegingen van een schip in water.

Als $b=2\sqrt{ac}$ dan volgt uit (4.6) dat de beweging aperiodiek is. Blijkbaar is dan $v=2$.

De oplossing van vergelijking (4.5) is nu :

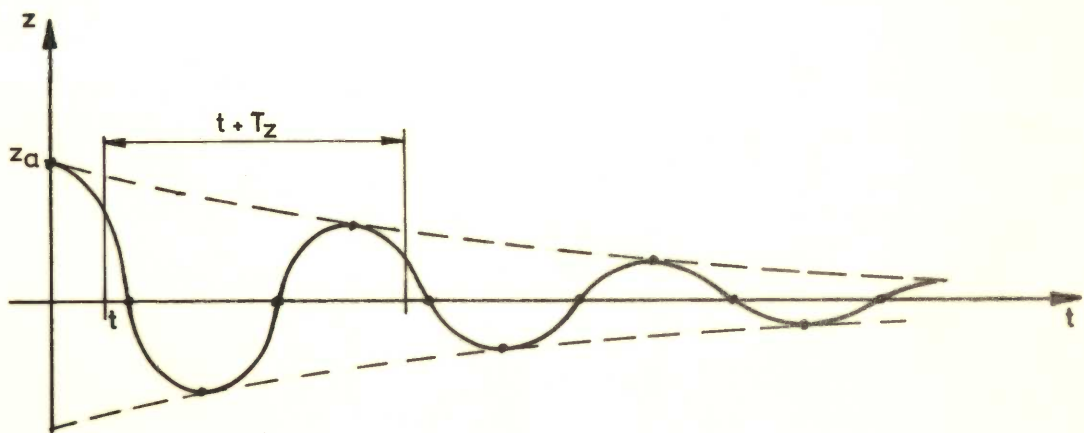
$$z = e^{-\frac{b}{2a} t} (C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t) \quad (4.9)$$

De integratie constanten volgen uit de beginvoorwaarden.

Bijvoorbeeld, als voor $t=0$, $z=z_a$ en $\dot{z}=0$, dan is

$$z = z_a e^{-\frac{b}{2a} t} \left(\cos \omega_z t + \frac{b}{2a\omega_z} \sin \omega_z t \right), \quad (4.10)$$

waarbij $b = N_{zz}$ en $a = \rho V + m_{zz}$ (zie Figuur 4.3)



figuur 4.3

De dombeweging dempt exponentieel uit.

Neem twee tijdstippen t en $t+T_z$, waarbij $T_z = \frac{2\pi}{\omega_z}$ dan geldt :

$$\frac{z(t)}{z(t+T_z)} = \frac{e^{-b/2a \cdot t}}{e^{-b/2a \cdot (t+T_z)}}, \text{ en}$$

$$\ln \frac{z(t)}{z(t+T_z)} = \frac{b}{2a} T_z \quad (4.11)$$

Men noemt $\frac{b}{2a} T_z$ het logarithmisch decrement.

Omdat $\omega_z \approx \omega_0$ is $T_z \approx T_{0z}$ en $T_z \approx 2\pi \sqrt{\frac{a}{c}}$;

het logarithmisch decrement kan dus als volgt geschreven worden :

$$\frac{b}{2a} T_z = \frac{\pi b}{a} \sqrt{\frac{a}{c}} = \frac{\pi b}{\sqrt{ac}} = \pi \nu_z \quad (4.12)$$

Het logarithmisch decrement is dus gelijk aan π maal de dimensieloze dempingscoëfficiënt ν_z .

Voor het dompen is ν_z ongeveer 0,3 d.w.z. het logarithmisch decrement is ≈ 1 . De amplitude van de dombeweging is na één periode ongeveer 2,7 maal zo klein geworden.

4.1.1 Het ontstaan van de hydrodynamische krachten

De hydrodynamische reactie krachten die op een dompnd schip werken zijn een gevolg van de potentiaalstroming en de daarbij behorende golfvorming, en een gevolg van de visceuze eigenschappen van de vloeistof. We veronderstellen voorlopig dat de vloeistof ideaal is, dus niet visceus.

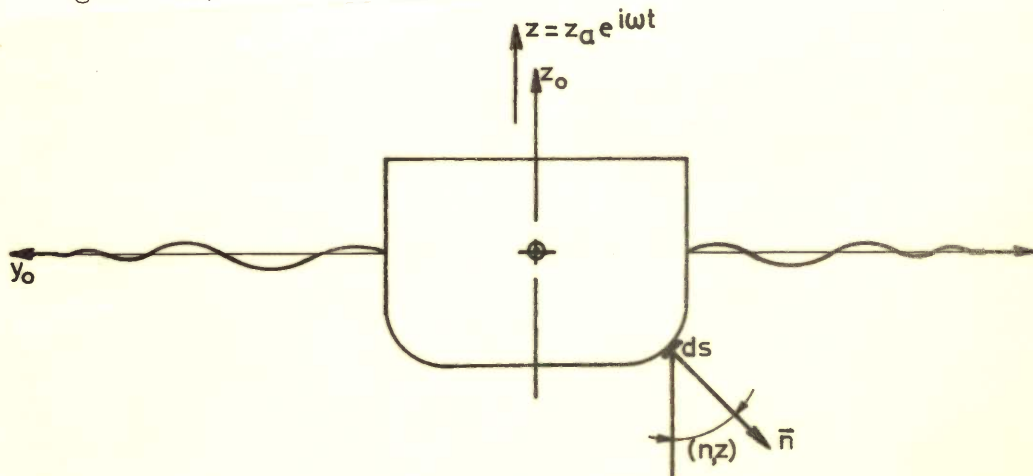
Beschouw een cylinder, die een gedwongen verticale harmonische beweging loodrecht op de as uitvoert :

$$z = z_a e^{i\omega t}$$

De potentiaal van de waterbeweging kan dan de volgende vorm hebben :

$$\phi(y, z, t) = \dot{z} \varphi(y, z) = i\omega z_a e^{i\omega t} \varphi(y, z) \quad (4.13)$$

de hydrodynamische drukkracht op een element met lengte ds is nu :
(zie Figuur 4.4)



figuur 4.4

$$F'_H = - \int_S p \cos(n, z_0) ds \quad (4.14)$$

Nu is : $p = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t}$, als het hydrostatische deel, $-\rho g z$, buiten beschouwing wordt gelaten.

$$\text{dus: } F'_H = \rho \int_S \frac{\partial \phi}{\partial t} \cos(n, z) ds$$

of met (4.13) :

$$F'_H = \rho \dot{z} \int_S \varphi \cos(n, z) ds$$

$$F'_H = -\rho \omega^2 z_a e^{i\omega t} \int_S \psi \cos(n, z) ds \quad (4.15)$$

Oók kan men stellen (zie vergelijking 4.3.) :

$$F'_H = -m' \ddot{z} - N' \dot{z} = (m' \omega^2 - i N' \omega) z_a e^{i\omega t} \quad (4.16)$$

Uit (4.15) en (4.16) volgt dan :

$$\rho \int_S \psi \cos(n, z) ds = -m' + \frac{i}{\omega} N' \quad (4.17)$$

Het reële deel van het linkerlid is blijkbaar de hydrodynamische massa (met - teken), het imaginaire deel is de dempingscoëfficiënt gedeeld door de cirkel frequentie van de beweging.

De berekening van de potentialaál ϕ steunt op de potentialaál theorie.

De potentialaál ϕ van de waterbeweging als gevolg van de harmonisch oscillerende cylinder moet voldoen aan de vergelijking van Laplace.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

Daaruit volgt tevens :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0 \quad (4.18)$$

Verder moet ϕ voldoen aan de vrije oppervlakte conditie :

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{1}{g} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad \text{voor } z=0$$

$$\text{of : } \frac{\partial \psi}{\partial z} + k\psi = 0 \quad \text{voor } z=0, \quad k = \frac{\omega^2}{g} \quad (4.19)$$

en aan de randconditie op de bodem :

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = 0 \quad \text{voor } z = -h, \text{ of voor } z \rightarrow -\infty \quad (4.20)$$

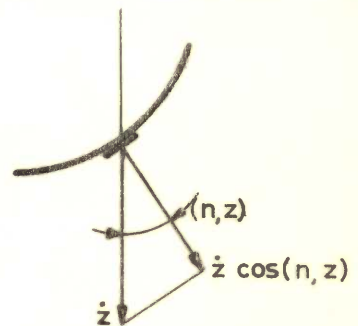
in het geval van zeer grote waterdiepte.

Tenslotte is er de voorwaarde dat de normaal component van de snelheid van de cylinder als gevolg van de harmonische beweging, gelijk is aan de corresponderende snelheidscomponent van de vloeistof deeltjes op de cylinder, dus voor dompen :

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \dot{z} \cos(n, z)$$

of, met (4.13) :

$$\frac{\partial \phi(y, z)}{\partial n} = \cos(n, z)$$



figuur 4.5

Er vormt zich door de oscillerende beweging :

1e een staand golfpatroon met een snel afnemende amplitude indien de afstand tot de cylinder toeneemt,

2e een lopend golfsysteem, dat energie dissipeert.

Het eerste deel houdt verband met de hydrodynamische massa, het tweede deel met de demping. Voor het van de cylinder aflopende golfsysteem geldt :

$$\begin{aligned} \text{voor: } y \rightarrow +\infty \quad \phi \rightarrow C_1 e^{-kz + i(-ky + \omega t)} \quad , \text{ en } \phi \rightarrow C_1' e^{-kz - iky} \\ y \rightarrow -\infty \quad \phi \rightarrow C_2 e^{-kz + i(ky + \omega t)} \quad , \text{ en } \phi \rightarrow C_2' e^{-kz + iky} \end{aligned} \quad (4.21)$$

Voor dombewegingen moet de potentiaal symmetrisch zijn, dus :

$$\phi(y, z) = \phi(-y, z) \quad (4.22)$$

Voor een cirkelvormige dwarsdoorsnede vond Ursell (On the heaving motion of a circular cylinder on the surface of a fluid; Quart. J. of Mech. and Appl. Math. 2, 1949 p. 218-231), een analytische oplossing. De potentiaal is samengesteld uit een bron potentiaal en een lineaire combinatie van multipool potentialen, die allen voldoen aan de vergelijking van Laplace en de randvoorwaarde op het vrije oppervlak.

$$\phi = C \cdot \text{Re} \left[\left\{ \phi_{\text{bron}} + \sum_{m=1}^{\infty} C_m \phi_{2m} \right\} e^{i\omega t} \right] \quad (4.23)$$

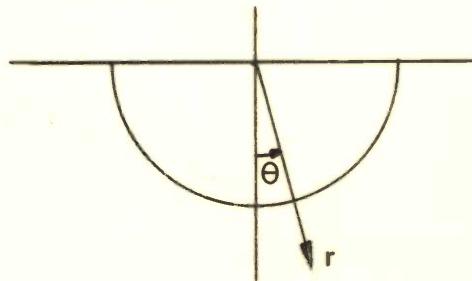
of uitgeschreven :

$$\begin{aligned}
\phi = \frac{g\zeta_a}{\pi\omega} & \left[\varphi_c \cos \omega t + \varphi_s \sin \omega t + \right. \\
& + \cos \omega t \sum_{m=1}^{\infty} p_{2m} a^{2m} \left\{ \frac{\cos 2m\theta}{r^{2m}} + \frac{k}{2m-1} \frac{\cos(2m-1)\theta}{r^{2m-1}} \right\} + \\
& \left. + \sin \omega t \sum_{m=1}^{\infty} q_{2m} a^{2m} \left\{ \frac{\cos 2m\theta}{r^{2m}} + \frac{k}{2m-1} \frac{\cos(2m-1)\theta}{r^{2m-1}} \right\} \right] \quad (4.24)
\end{aligned}$$

waarin : $\varphi_c = \pi e^{-kz} \cos \theta \cos(kr \sin \theta)$

$$\begin{aligned}
\varphi_s = - \int_0^{\infty} & \frac{e^{-\beta r \sin \theta}}{k^2 + \beta^2} \{ \beta \cos(\beta r \cos \theta) - k \sin(\beta r \cos \theta) \} d\beta + \\
& + \pi e^{-kr \cos \theta} \sin(kr \sin \theta).
\end{aligned}$$

De poolcoördinaten r en θ zijn als volgt gedefinieerd (zie Figuur 4.6).



figuur 4.6

De coëfficiënten p_{2m} en q_{2m} van de multipool potentialen worden zodanig bepaald dat aan de randvoorwaarden op de cylinder wordt voldaan.

De methode van Ursell is uitgebreid en thans toepasbaar voor andere dan cirkelvormige doorsneden. Daarbij wordt gebruik gemaakt van de conforme transformatie

$$w_b = a \left[\zeta_b + \sum_{n=0}^N a_{2n+1} \zeta_b^{-(2n+1)} \right] \quad (4.25)$$

waarin : $w_b = y_b + jz_b$ een punt is van de beschouwde dwarsdoorsnede en $\zeta_b = \xi_b + j\eta_b$ het overeenkomstige punt van de corresponderende cirkel in het referentie vlak.

Als $N=1$ volgt de zogenaamde Lewis transformatie :

$$w_b = a [\zeta_b + a_1 \zeta_b^{-1} + a_3 \zeta_b^{-3}] \quad (4.26)$$

waarin a een schaalfactor is.

De Lewis transformatie is voor normale spantvormen vaak voldoende. Voor extreme vormen zoals bulbvormige dwarsdoorsneden moeten meer termen meegenomen worden.

Door het Laboratorium voor Scheepsbouwkunde is een rekenprogramma ontwikkeld waarmee uit (4.17) (4.24) en (4.25) de dempingscoefficient N' en de hydrodynamische massa m' van 2 dimensionale spantvormige dwarsdoorsneden als functie van de cirkelfrequentie bepaald kunnen worden.

Een analoge methode kan gevolgd worden als de cylinder verzet- of slingerbewegingen uitvoert. Voor slingeren en verzetten is er keer-symmetrie :

$$\varphi(y, z) = -\varphi(-y, z) \quad (4.27)$$

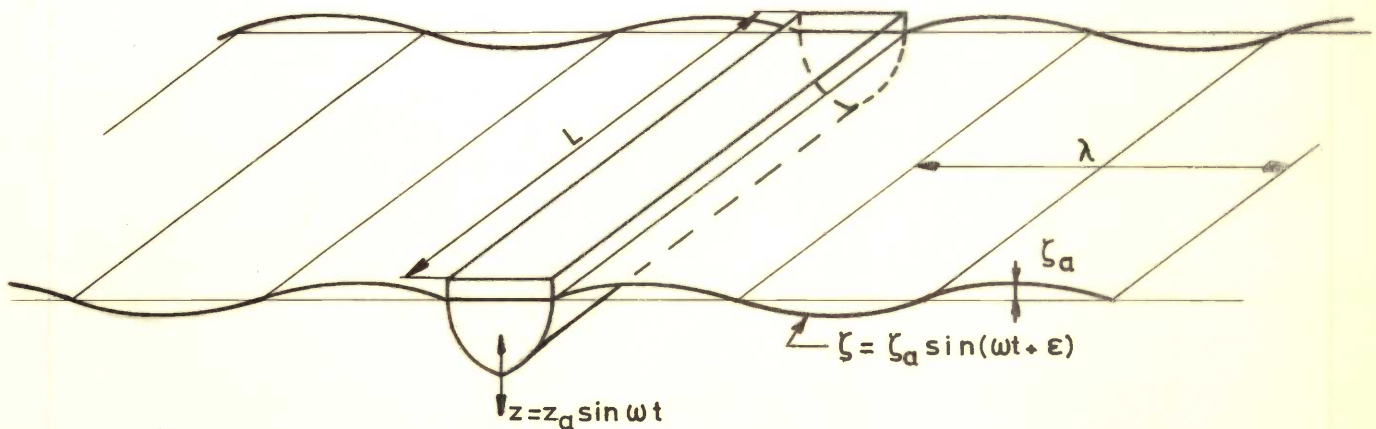
De randvoorwaarde op het oppervlak, zoals die in (4.21) gegeven is voor dompen, moet aangepast worden aan de beschouwde beweging. De bron potentiaal moet vervangen worden door een dipool en de multipool potentialen hebben ook een andere vorm dan in het geval van dompen.

Voor details van deze methode wordt verwezen naar :

dr. B. de Jong : Computation of the hydrodynamic coefficients of oscillating cylinders. Report 174A Delft Shipbuilding Laboratory 1969;
TNO Report 145-S 1973.

4.1.2 Het verband tussen dempingscoefficient en de amplitude van de dempingsgolf

Beschouw een cylinder die een verticale harmonische oscillatie uitvoert, zie Figuur 4.7.



figuur 4.7

De arbeid verricht door de dempingskracht $N_{zz} \dot{z}$ is per tijdseenheid gelijk aan de energie die door de dempingsgolf per tijdseenheid van de cylinder wordt afgevoerd.

Dus :

$$\frac{1}{T} \int_0^T N_{zz} \dot{z} \dot{z} dt = 2 \cdot \frac{1}{2} \rho g \zeta_a^2 \cdot \frac{c}{2} L \quad (4.28)$$

waarin $T=2\pi/\omega$, c = fase snelheid van de golf

$$\text{of : } \frac{1}{2} N_{zz} z_a^2 \omega^2 = \frac{\rho g^2 \zeta_a^2 L}{2\omega}$$

want : $c=g/\omega$

$$\text{Hieruit volgt : } N'_{zz} = \frac{\rho g^2 \bar{A}_{zz}^2}{\omega^3} \quad (4.29)$$

waarin : $N'_{zz} = N_{zz}/L$ de 2 dimensionale dempingscoefficient voorstelt, en

$\bar{A}_{zz} = \zeta_a / z_a$ de zogenaamde amplitude verhouding.

De totale kracht die op de cylinder uitgeoefend moet worden is :

$$Z = M_{ZZ} \ddot{z} + N_{ZZ} \dot{z} + B_{ZZ} z \quad (4.30)$$

Het is gemakkelijk in te zien dat alléén de snelheidsafhankelijke term $N_{ZZ} \dot{z}$ energie dissipeert.

Immers :

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \int_0^T M_{ZZ} \ddot{z} \cdot \dot{z} \, dt &= \frac{-z^2 M_{ZZ} \omega^3}{T} \int_0^T \sin \omega t \cos \omega t \, dt = 0 \\ \frac{1}{T} \int_0^T N_{ZZ} \dot{z} \cdot \dot{z} \, dt &= \frac{z^2 N_{ZZ} \omega^2}{T} \int_0^T \cos^2 \omega t \, dt = \frac{1}{2} N_{ZZ} \omega^2 z_a^2 \\ \frac{1}{T} \int_0^T B_{ZZ} z \cdot \dot{z} \, dt &= \frac{z^2 B_{ZZ} \omega}{T} \int_0^T \sin \omega t \cos \omega t \, dt = 0. \end{aligned}$$

4.1.3 Berekening van de dempingscoëfficiënt en de hydrodynamische massa van een schip voor dompen

De totale dempingscoëfficiënt en de hydrodynamische massa van een schip kunnen in de meeste gevallen berekend worden met behulp van de striptheorie dat wil zeggen: men integreert de 2-dimensionale waarden van N en m , zonder rekening te houden met interactie effecten tussen de doorsneden, over de lengte van het schip :

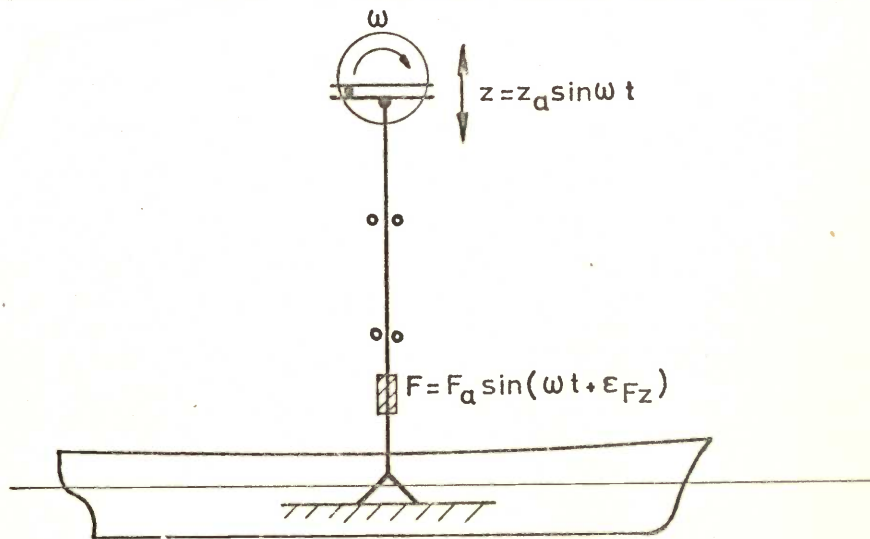
$$\begin{aligned} N_{ZZ} &= \int_0^L N'_{ZZ} dx_b \\ m_{ZZ} &= \int_0^L m'_{ZZ} dx_b \end{aligned} \quad (4.31)$$

Experimenten hebben de toepasbaarheid van deze methode in vele gevallen bevestigd.

4.1.4 Experimentele bepaling van de demping en de hydrodynamische massa

Met behulp van de uitdempingskromme en het logaritmisch decrement is de demping te bepalen, bijvoorbeeld met behulp van een schaalmodel. Aan deze methode is het nadeel verbonden dat slechts één frequentie, namelijk de eigenfrequentie, beschouwd wordt.

Dit bezwaar wordt ondervangen door gebruik te maken van de zo genaamde oscillatie techniek. Daarbij wordt aan het model een gedwongen harmonische beweging opgelegd en de daarvoor benodigde kracht wordt gemeten, zie Figuur 4.8.



figuur 4.8

De gedwongen beweging $z = z_a \sin \omega t$ vereist een kracht $F = F_a \sin(\omega t + \epsilon_{Fz})$.

Nu geldt :

$$a\ddot{z} + b\dot{z} + cz = F_a \sin(\omega t + \epsilon_{Fz}) \quad (4.32)$$

Substitutie van $\dot{z} = z_a \omega \cos \omega t$

$$\ddot{z} = -z_a \omega^2 \sin \omega t \quad \text{geeft :}$$

$$-z_a \omega^2 \sin \omega t + z_a b \omega \cos \omega t + z_a c \sin \omega t = F_a \sin \omega t \cos \epsilon_{Fz} + F_a \cos \omega t \sin \epsilon_{Fz}$$

waaruit volgt :

$$-z_a \omega^2 a + z_a c = F_a \cos \epsilon_{Fz} \quad (\text{de in-fase component})$$

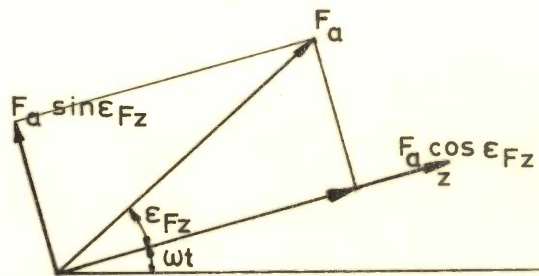
$$z_a \omega b = F_a \sin \epsilon_{Fz} \quad (\text{de } 90^\circ \text{ uit-fase component})$$

en :

$$a = \frac{\frac{F_a}{z_a} \cos \epsilon_{Fz}}{\omega^2} = \rho \nabla + m_{zz} \quad (4.33)$$

$$b = \frac{\frac{F_a}{z_a} \sin \epsilon_{Fz}}{\omega}$$

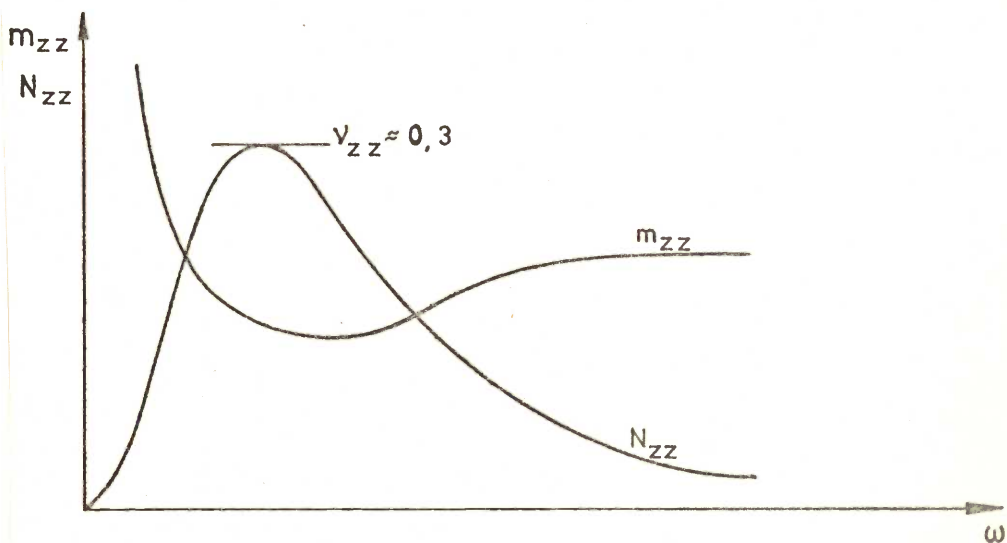
Zie Figuur 4.9.



figuur 4.9

Uit experimenten blijkt dat de gemeten amplitude F_a van de kracht over een vrij groot gebied lineair met de bewegingsamplitude z_a varieert, vandaar de notatie in vergelijking 4.33.

De frequentie afhankelijkheid is zeer duidelijk aanwezig. Voor zeer lage en zeer hoge frequenties is de demping gering. De hydrodynamische massa wordt voor hoge frequenties constant : dit is het gebied van de scheepstrillingen. Voor lage frequenties neemt m_{zz} toe, na een minimum gepasseerd te zijn. Zie Figuur 4.10.



figuur 4.10

Op dit gebied is een groot aantal metingen in het Laboratorium voor Scheepsbouwkunde uitgevoerd.

4.1.5 Schatting van de eigen dompperiode

De eigen dompperiode is van belang in verband met resonantie verschijnselen. Omdat v_{zz} relatief klein is (≈ 0.3) kan gesteld worden $\omega_z = \omega_{oz}$.

Er volgt :

$$T_z = 2\pi \sqrt{\frac{a}{c}} = 2\pi \sqrt{\frac{\rho V + m_{zz}}{\rho g A_w}} \quad (4.34)$$

Nu is : $\rho V + m_{zz} = \rho L B T C_B \left(1 + \frac{m_{zz}}{\rho V}\right)$

en $\rho g A_w = \rho g L B C_w$

dus $T_z = 2\pi \sqrt{\frac{T}{g} C_{VP} \left(1 + \frac{m_{zz}}{\rho V}\right)}$, (4.35)

waarin $C_{VP} = \frac{C_B}{C_w}$ de verticale prismatische coëfficiënt voorstelt.

Als T_z in seconden en g in m/sec^2 dan kan gesteld worden $\pi^2/g=1$, zodat

(4.35) wordt :

$$T_z = 2\sqrt{TC_{VP} \left(1 + \frac{m_{zz}}{\rho V}\right)} \quad (4.36)$$

$$TC_{VP} = \frac{V}{A_w T} \cdot T = \frac{V}{A_w}$$

Dit is te beschouwen als een gemiddelde diepgang van het schip.

Voor een vrachtschip met $L/B=7$, $C_B=0.7$ $C_{PV}=0.9$ zal $m_{zz}/\rho V$ ongeveer 1 zijn, zodat :

$$T_z = 2,7\sqrt{T} \quad (4.37)$$

waarin T_z in seconden en T in meters.

4.2. Het stampen in vlak water

Een geheel analoge behandeling geldt voor de zuivere stampbeweging. Het stampen is per definitie een oscillerende rotatie om een dwarsas door G. Er geldt :

$$I_{yy} \ddot{\theta} = M \quad (4.38)$$

waarin M de som van de op het schip werkende momenten voorstelt.

We vinden:

$$I_{yy} \ddot{\theta} = -GM_L \rho g \nabla \theta - N_{\theta\theta} \dot{\theta} - m_{\theta\theta} \ddot{\theta} \quad (4.39)$$

of óók :

$$(k_{yy}^2 \rho \nabla + m_{\theta\theta}) \ddot{\theta} + N_{\theta\theta} \dot{\theta} + GM_L \rho g \nabla \theta = 0 \quad (4.40)$$

Als benadering wordt gesteld :

$GM_L = \frac{I_y}{\nabla}$, waar I_y het langstraagheidsmoment van de waterlijn t.o.v. een dwarsas door G .

We schrijven :

$$a\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + c\theta = 0 \quad (4.41)$$

waarin : $a = k_{yy}^2 \rho \nabla + m_{\theta\theta}$, $b = N_{\theta\theta}$

$$c = \rho g I_y$$

Er geldt verder :

$$\left. \begin{aligned} \omega_{o\theta} &= \sqrt{\frac{\rho g I_y}{k_{yy}^2 \rho \nabla + m_{\theta\theta}}} \\ T_{o\theta} &= 2\pi \sqrt{\frac{k_{yy}^2 \rho \nabla + m_{\theta\theta}}{\rho g I_y}} \end{aligned} \right\} (4.42)$$

Zodat de eigenstampperiode, T_θ die weinig afwijkt van $T_{0\theta}$, geschat kan worden als de langstraagheidsstraal k_{yy} en het hydrodynamisch massa traagheidsmoment $m_{\theta\theta}$ bekend zijn. I_y volgt uit de geometrie van het schip.

Voor een ruwe schatting kan men volstaan met de volgende aannamen:

$$k_{yy} = 0.24L \quad , \quad m_{\theta\theta} = (0.18L)^2 \rho \nabla$$

en $\frac{I_y}{\nabla} = L$, zodat :

$$T_\theta \sim 2\pi \sqrt{\frac{\{(0.25)^2 + (0.18)^2\} \rho \nabla L^2}{\rho g L \nabla}}$$

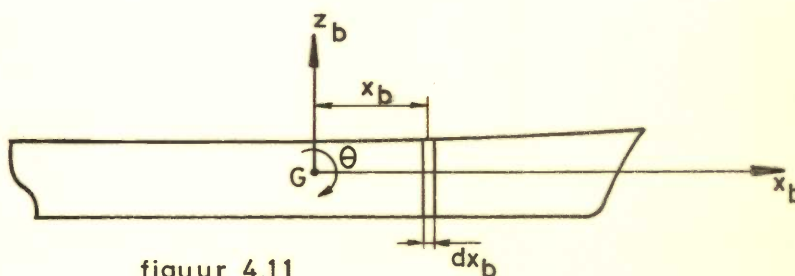
Als : T_θ in seconden, g in m^2/sec en L in meters dan vinden we :

$$T_\theta \sim 0.6\sqrt{L} \quad (4.43)$$

4.2.1 Berekening van de dempingscoefficient en de hydrodynamische massa van een schip voor stampen

Ook voor de stampbeweging geldt in vele gevallen met voldoende nauwkeurigheid dat de striptheorie toegepast mag worden.

De dempingscoefficient van de stampbeweging vindt men als volgt (zie Figuur 4.11)



figuur 4.11

De verticale snelheid van een strip op afstand x_b van de oorsprong G is : $x_b \dot{\theta}$.

De daaruit resulterende dempingskracht is : $N'_{zz} x_b \dot{\theta}$ en het dempend moment :

$$N'_{zz} x_b^2 \dot{\theta}$$

Voor de totale dempingscoefficient vinden we dus :

$$N_{\theta\theta} = \int_0^L N'_{zz} x_b^2 dx_b \quad (4.44)$$

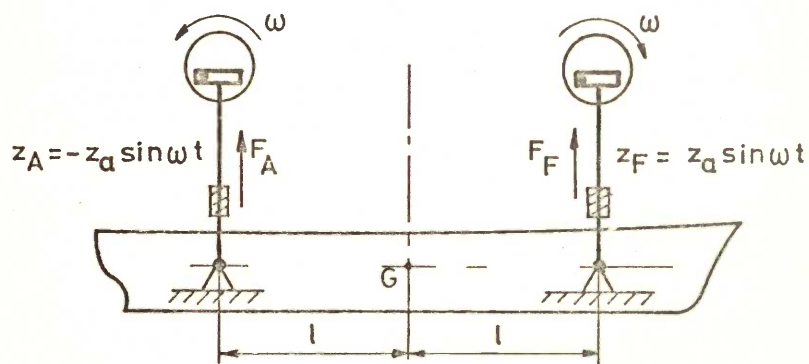
Evenzo voor het hydrodynamisch massa traagheidsmoment :

$$m_{\theta\theta} = \int_0^L m'_{zz} x_b^2 dx_b \quad (4.45)$$

Er wordt op gewezen dat interactie effecten tussen de stripjes of schijven buiten beschouwing worden gelaten.

4.2.2 Experimentele bepaling van de demping bij stampen

Evenals bij het dompen kan de stampdemping met modelproeven experimenteel bepaald worden en wel door middel van een uitdempingsproef (met het reeds vermelde bezwaar dat dan slechts één frequentie beschouwd wordt) of door middel van een gedwongen oscillatie proef. Deze laatste wordt als volgt uitgevoerd, zie Figuur 4.12.



figuur 4.12

$$\theta = \frac{z_F - z_A}{2l} = \frac{z_a}{l} \sin \omega t = \theta_a \sin \omega t \quad (4.46)$$

$$M_{\theta} = F_F l - F_A l$$

$$F_F = F_{Fa} \sin(\omega t + \epsilon_{F\theta}) \quad , \quad F_A = F_{Aa} \sin(\omega t + \epsilon_{F\theta})$$

$$M_{\theta} = l \{ F_{Fa} \sin(\omega t + \epsilon_{F\theta}) - F_{Aa} \sin(\omega t + \epsilon_{F\theta}) \}$$

$$\text{of} \quad M_{\theta} = M_{\theta a} \sin(\omega t + \epsilon_{M\theta}) \quad (4.47)$$

De bewegingsvergelijking van het oscillerende schip luidt :

$$a\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + c\theta = M_{\theta a} \sin(\omega t + \epsilon_{M\theta}) \quad (4.48)$$

waaruit met 4.46 volgt :

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{c - \frac{M_{\theta a}}{\theta} \cos \epsilon_{M\theta}}{\omega^2} = k_{yy}^2 \rho \nabla + m_{\theta\theta} \\ b &= \frac{M_{\theta a}}{\theta} \frac{\sin \epsilon_{M\theta}}{\omega} \end{aligned} \right\} (4.49)$$

De gedaante van $m_{\theta\theta}$ en $N_{\theta\theta}$ als functie van de frequentie is ongeveer dezelfde als voor dompen. De dimensieloze dempingscoëfficiënt heeft ongeveer dezelfde grootte, als bij het dompen.

Zuiver stampen komt slechts voor als een rotatie om een dwarsas door G geen verticale kracht oplevert. Het zwaartepunt van de waterlijn moet dus op de verticaal door G liggen en verder moet gelden dat :

$$2\theta \int_0^L y_w x_b dx_b + \dot{\theta} \int_0^L N'_{zz} x_b dx_b + \ddot{\theta} \int_0^L m'_{zz} x_b dx_b = 0 \quad (4.50)$$

Aan deze voorwaarde wordt voldaan als het schip symmetrisch is ten opzichte van de dwarsdoorsnede door G en als tevens de voorwaartse snelheid van het schip nul is.

4.3. Het slingeren in vlak water

Er is in de lineaire behandeling alléén koppeling met gieren en verzetten, maar niet met het dompen. De koppeling wordt voorlopig nul gesteld en het schip heeft géén voorwaartse snelheid.

De bewegingsvergelijking luidt naar analogie met het stampen :

$$\left(k_{xx}^2 \rho \nabla + m_{\phi\phi} \right) \ddot{\phi} + N_{\phi\phi} \dot{\phi} + \rho g \nabla G M \phi = 0 \quad \left. \right\} (4.51)$$

of $a\ddot{\phi} + b\dot{\phi} + c\phi = 0$

Met $\phi = \phi_a$ en $\dot{\phi} = 0$ voor $t=0$ vinden we de uitslingering :

$$\phi = \phi_a e^{-\frac{b}{2a} t} \left\{ \cos \omega_\phi t + \frac{b}{2a\omega_\phi} \sin \omega_\phi t \right\} \quad (4.52)$$

Het logarithmisch decrement is :

$$\frac{N_{\phi\phi} T_\phi}{2(k_{xx}^2 \rho \nabla + m_{\phi\phi})} = \pi \nu_{\phi\phi} \quad (4.53)$$

De uitdempingskromme is voor de slingerbeweging belangrijk. In sommige gevallen is het namelijk mogelijk een schip op zee aan het slingeren te brengen b.v. d.m.v. de stabilizers, door excitatie met het roer of door het heen en weer lopen van personen. Dit in tegenstelling tot de domp- en stampbewegingen die niet op ware grootte in vlak water opgewekt kunnen worden, tenzij men zeer kleine schepen beschouwt.

Om de dempingscoëfficiënt uit (4.53) te kunnen bepalen moeten $k_{xx}^2 \rho \nabla + m_{\phi\phi}$ en T_ϕ bekend zijn. De slingerperiode is te bepalen als de uitdempingskromme op tijdsbasis geregistreerd wordt.

Uit :

$$T_\phi = 2\pi \sqrt{(k_{xx}^2 \rho \nabla + m_{\phi\phi}) / \rho g \nabla GM} \quad (4.54)$$

kan $k_{xx}^2 \rho \nabla + m_{\phi\phi}$ bepaald worden als GM bekend is. GM kan bepaald worden met een hellingproef.

Het is niet mogelijk om aan de hand van de gewichtsverdeling van het schip de dwarstraagheidsstraal k_{xx} te bepalen.

Men werkt daarom met een totale dwarstraagheidsstraal $k_{\phi\phi}$ die als volgt gedefinieerd is :

$$k_{\phi\phi}^2 \rho \nabla = k_{xx}^2 \rho \nabla + m_{\phi\phi}$$

Voor vracht en passagiersschepen is $k_{\phi\phi} = 0.35 - 0.45 B$

voor pontons $k_{\phi\phi} = 0.45 - 0.55 B$

voor zeiljachten $k_{\phi\phi} = 0.55 - 0.65 B$

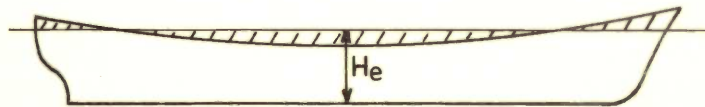
(zie Thode, Hansa 102, 1965).

Deze waarden zijn empirisch op boven aangegeven wijze bepaald.

Volgens Kato :

$$k_{\phi\phi}/B = \sqrt{0.125 \left[C_B C_{WD} + 1,1 C_{WD} (1 - C_B) \left(\frac{H_e}{T} - 2.2 \right) + \frac{H_e^2}{B^2} \right]} \quad (4.55)$$

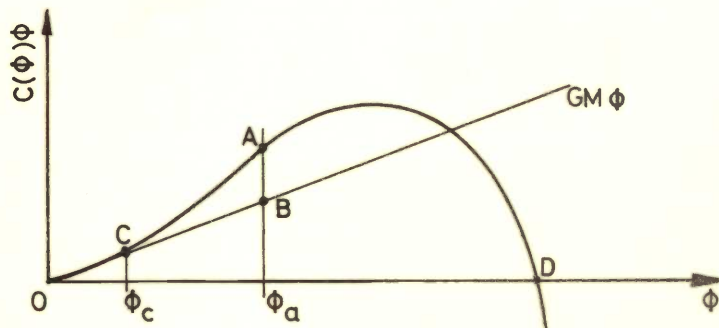
waarin : C_{WD} = oppervlakte coefficient van het bovenste doorlopende dek
 H_e = de effectieve holte (zie Figuur 4.13).



figuur 4.13

4.3.1 Niet-lineaire effecten

De lineaire benadering gaat niet op voor grotere hellingshoeken. Zie Figuur 4.14.



figuur 4.14

Over het deel OC is de linearisatie te verdedigen. Over CD is dat niet het geval. Ook de demping is voor grote amplituden niet met de lineaire theorie te berekenen of eenvoudig uit experimenten af te leiden.

In het algemeen luidt de bewegingsvergelijking :

$$a\ddot{\phi} + b(\phi)\dot{\phi} + c(\phi)\phi = 0 \quad (4.56)$$

Voor grote hoeken is in het getekende geval het herstellend moment groter dan in het lineaire geval. Dan is T_ϕ kleiner dan uit (4.54) zou volgen.

Als de stabiliteitskromme geheel onder de lijn $GM\phi$ ligt dan zal T_{ϕ}^{**} groter zijn dan volgt uit de lineaire theorie.

Voor een Scribanti schip met loodrechte zijwanden is af te leiden :

$$T_{\phi}^{**} = \frac{T_{\phi}}{1 + \frac{3}{8} \frac{BM}{GM} \phi_a^2} \quad \} \quad (4.57)$$

waarbij : $c(\phi)\phi = \rho g V (GM + \frac{1}{2} BM t g^2 \phi) \sin \phi$.

Blijkbaar is nu de slingertijd T_{ϕ}^{**} óók een functie van de slingeramplitude ϕ_a .

Voor een willekeurig gegeven kromme van armen kan de slingertijd T_{ϕ}^{**} numeriek berekend worden. Men kan daarbij de demping nul stellen.

Er geldt dan :

$$a\ddot{\phi} + c(\phi)\phi = 0 \quad (4.58)$$

Stel nu $c(\phi)\phi = P \cdot h(\phi)$, (4.59)

waarin P het scheepsgewicht en $h(\phi)$ de arm van statische stabiliteit voorstelt.

Verder is :

$$\ddot{\phi} = \frac{d\dot{\phi}}{dt} = \frac{d\dot{\phi}}{d\phi} \cdot \frac{d\phi}{dt} = \dot{\phi} \frac{d\dot{\phi}}{d\phi} \quad (4.60)$$

We vinden dus :

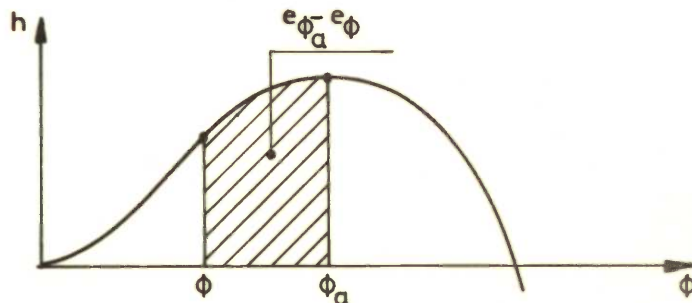
$$a\dot{\phi} \frac{d\dot{\phi}}{d\phi} = -P \cdot h(\phi) \quad , \text{ of :}$$

$$\dot{\phi} d\dot{\phi} = - \frac{P}{a} h(\phi) d\phi \quad (4.61)$$

en :

$$\int_{\phi=\phi_a}^{\phi=\phi} \dot{\phi} d\dot{\phi} = - \frac{P}{a} \int_{\phi_a}^{\phi} h(\phi) d\phi \quad , \quad (4.62)$$

zie Figuur 4.15.



figuur 4.15

Voor $t=0$, $\dot{\phi}=0$ en $\phi=\phi_a$ vinden we :

$$\frac{\dot{\phi}^2}{2} = \frac{-P}{a} \int_{\phi_a}^{\phi} h(\phi) d\phi \quad (4.63)$$

$$\text{en : } \dot{\phi}^2 = \frac{2P}{a} \int_{\phi}^{\phi_a} h(\phi) d\phi = \frac{2P}{a} \left[\int_0^{\phi_a} h(\phi) d\phi - \int_0^{\phi} h(\phi) d\phi \right] \quad (4.64)$$

$$\text{of : } \dot{\phi} = \frac{d\phi}{dt} = \sqrt{\frac{2P}{a}} \cdot \sqrt{e_{\phi_a} - e_{\phi}} \quad (4.65)$$

$$\text{en : } t = \sqrt{\frac{a}{2P}} \cdot \int_{\phi}^{\phi_a} \frac{d\phi}{\sqrt{e_{\phi_a} - e_{\phi}}} \quad (4.66)$$

Men vindt voor de slingertijd :

$$T_{\phi}^{\times} = 4 \sqrt{\frac{a}{2P}} \int_0^{\phi_a} \frac{d\phi}{\sqrt{e_{\phi_a} - e_{\phi}}} \quad (4.67)$$

Controle voor $h(\phi) = GM\phi$, het lineaire geval :

$$T_{\phi}^{\times} = T_{\phi} = 4 \sqrt{\frac{a}{2P}} \int_0^{\phi_a} \frac{d\phi}{\sqrt{\frac{1}{2}GM\phi_a^2 - \frac{1}{2}GM\phi^2}} \quad (4.68)$$

Om deze integraal op te lossen stelt men $\phi = \phi_a \sin x$, met grenzen $x=0$ en $x=\frac{\pi}{2}$.

Er volgt dan :

$$T_{\phi}^* = T_{\phi} = 2\pi \sqrt{\frac{a}{P \cdot GM}} = 2\pi \sqrt{\frac{(k_{xx}^2 \rho \nabla + m_{\phi\phi})}{\rho g \nabla GM}}$$

hetgeen in overeenstemming is met (4.54).

N.B. Als T_{ϕ} in sec, GM in meters, g in m/sec² dan geldt als benadering :

$$T_{\phi} = \frac{2k_{\phi\phi}}{\sqrt{GM}} \quad (4.69)$$

Voor een niet lineaire kromme van armen $h(\phi)$ is de numerieke oplossing van 4.67 wat gecompliceerder omdat de noemer nul wordt voor $\phi = \phi_a$. Wij zullen hier niet verder op ingaan omdat het praktische nut van deze berekeningen gering is.

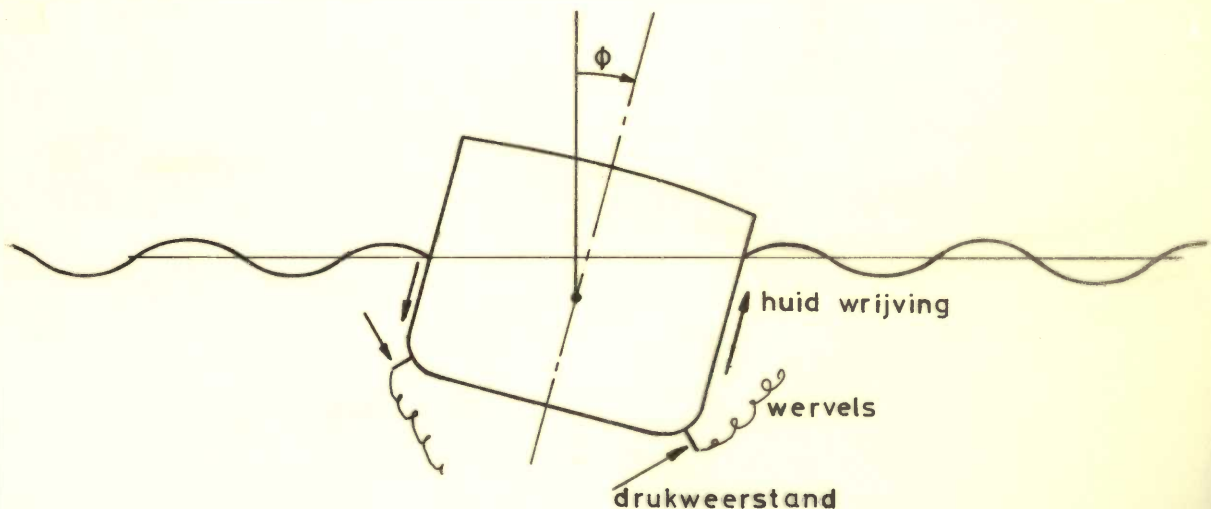
4.3.2. Energie dissipatie bij het slingeren

Ook bij de slingerbeweging is de enige term die energie dissipeert de dempings-term.

De slingerdemping is relatief gering en bestaat uit twee delen :

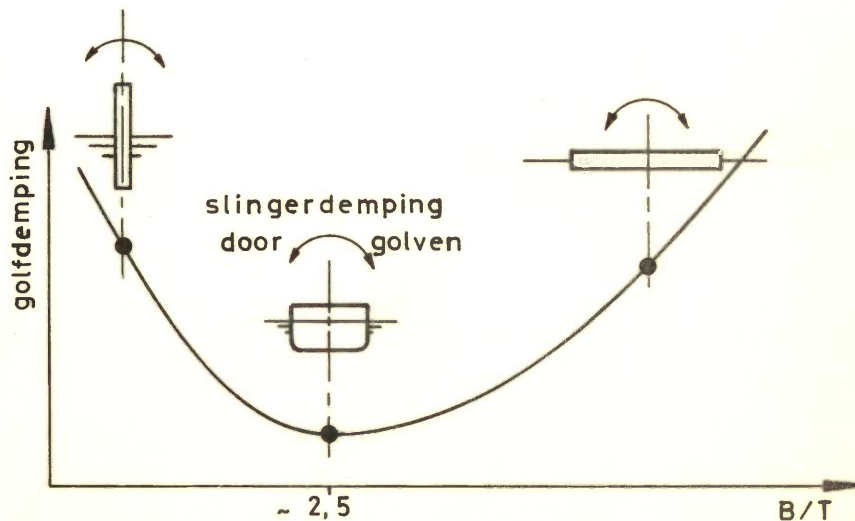
1. golfdemping
2. visceuze demping

De visceuze demping is te splitsen in demping door huidwrijving en een demping die het gevolg is van loslatingsverschijnselen, waardoor wervels en drukweerstand optreden, zie Figuur 4.16.



figuur 4.16

Een zeer kleine en een zeer grote diepgangsverhouding geven een relatief grote golfdemping. Als die verhouding 2 à 3 is dan is de golfdemping zeer gering, zie Figuur 4.17.



figuur 4.17

Voor normale schepen is het visceuze deel belangrijk en vooral kimkielen doen de demping aanzienlijk toenemen. In verband met het grote visceuze deel moet men bedacht zijn op schaal effect bij modelproeven.

Men splitst de demping in verband met het bovenstaande wel in een lineair en een kwadratisch deel :

$$N^{(1)} \dot{\phi} + N^{(2)} \dot{\phi} |\dot{\phi}| \quad (4.70)$$

De notatie met de absoluut strepen is gekozen omdat de kwadratische term dan steeds het teken van $\dot{\phi}$ heeft. Dat is nodig omdat het dempend moment de beweging altijd tegenwerkt.

De uitdrukking (4.70) kan gelineariseerd worden door de voorwaarde te stellen dat de equivalente lineaire dempingsterm evenveel energie dissipeert als de beide anderen, dus :

$$\int_0^T N \dot{\phi} \dot{\phi} dt = \int_0^T N^{(1)} \dot{\phi} \dot{\phi} dt + \int_0^T N^{(2)} \dot{\phi} |\dot{\phi}| \dot{\phi} dt \quad (4.71)$$

Met : $\phi = \phi_a \sin \omega t$
 $\dot{\phi} = \phi_a \omega \cos \omega t$
 $\ddot{\phi} = -\phi_a \omega^2 \sin \omega t$

en : $\cos^3 \omega t = \frac{3}{4} \cos \omega t + \frac{1}{4} \cos 3\omega t$ vinden we de equivalente dempingscoefficient $N_{\phi\phi}$:

$$N_{\phi\phi} = N_{\phi\phi}^{(1)} + \frac{8}{3\pi} \phi_a \omega N_{\phi\phi}^{(2)} \quad (4.72)$$

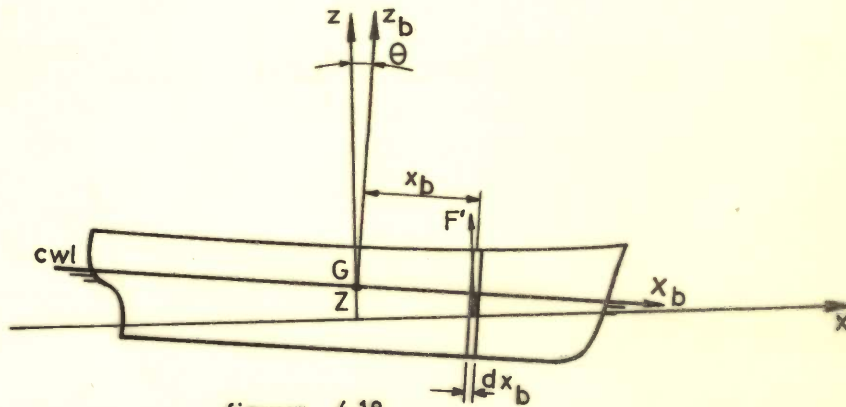
- N.B. : 1. De integratie wordt uitgevoerd over $\frac{1}{4}$ periode
 2. Als gevolg van de niet lineaire term is de uitdrukking 4.72 afhankelijk van de slingeramplitude

Met behulp van de potentiaal theorie is $N_{\phi\phi}^{(1)}$ te bepalen. De berekeningen worden vaak uitgevoerd voor het geval dat G in de waterlijn ligt. Als dat niet het geval is dan zijn correcties nodig in verband met de koppeling slingeren-verzetten.

4.4 Koppeling tussen verschillende bewegingscomponenten

4.4.1 Stampen-dampen-schrikken

Deze symmetrische bewegingen zijn gekoppeld. Echter blijkt dat schrikken de beide andere bewegingen nauwelijks beïnvloedt, behalve wellicht bij lange achteroplopende golven. Over het algemeen mag daarom de koppeling met het schrikken verwaarloosd worden. Wij zullen de koppeling van dompen en stampen als voorbeeld behandelen. De voorwaartse snelheid wordt gelijk aan nul gesteld, zie Figuur 4.18.



figuur 4.18

De stamphoek θ wordt zo klein verondersteld dat linearisatie toegestaan is :

$$\sin \theta \sim \theta \quad \text{en} \quad \cos \theta \sim 1$$

De verplaatsing, verticale snelheid en versnelling van een schijf op afstand x_b van G is respectievelijk :

$$z - x_b \theta, \quad \dot{z} - x_b \dot{\theta}, \quad \ddot{z} - x_b \ddot{\theta}$$

Voor de beweging in verticale richting geldt :

$$\rho \nabla \ddot{z} = \int_L F' dx_b - P + \rho g \nabla \quad (4.73)$$

waarin : $F' = F'_1 + F'_2 + F'_3$, $P = \rho g \nabla$,

en : $F'_1 = -2\rho g y_w (z - x_b \theta)$

$$F'_2 = -N'_{zz} (\dot{z} - x_b \dot{\theta})$$

$$F'_3 = -m'_{zz} (\ddot{z} - x_b \ddot{\theta})$$

Verondersteld is dus een Scribanti scheepsvorm.

F' is de hydromechanische kracht op een 2-dimensionale doorsnede.

We vinden dus :

$$\begin{aligned} \rho \nabla \ddot{z} &= \int_L (F'_1 + F'_2 + F'_3) dx_b \\ &= -2\rho g z \int_L y_w dx_b + 2\rho g \theta \int_L y_w x_b dx_b + \\ &\quad - \dot{z} \int_L N'_{zz} dx_b + \dot{\theta} \int_L N'_{zz} x_b dx_b + \\ &\quad - \ddot{z} \int_L m'_{zz} dx_b + \ddot{\theta} \int_L m'_{zz} x_b dx_b \end{aligned} \quad (4.74)$$

of : $(\rho \nabla + m'_{zz}) \ddot{z} + N'_{zz} \dot{z} + \rho g A_w z - \rho g S_w \theta - \dot{\theta} \int_L N'_{zz} x_b dx_b - \ddot{\theta} \int_L m'_{zz} x_b dx_b = 0$ (4.75)

$$\begin{aligned} \text{waarin : } m_{zz} &= \int_L m'_{zz} dx_b \\ N_{zz} &= \int_L N'_{zz} dx_b \\ A_w &= 2 \int_L y_w dx_b \\ S_w &= 2 \int_L y_w x_b dx_b \end{aligned}$$

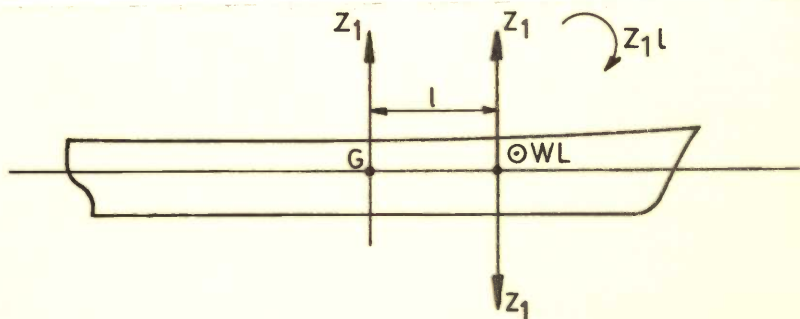
Kortheidshalve wordt wel geschreven :

$$a_{zz} \ddot{z} + b_{zz} \dot{z} + c_{zz} z - d_{z\theta} \ddot{\theta} - e_{z\theta} \dot{\theta} - g_{z\theta} \theta = 0 \quad (4.76)$$

In het vervolg zullen we de coëfficiënten van de bewegingsvergelijkingen voorzien van indices die de bewegingscomponent definiëren.

Blijkbaar zijn de laatste drie termen zogenaamde koppeltermen die ontstaan door de asymmetrie van de hydromechanische krachten. De tweede index geeft aan met welke beweging de koppeling bestaat.

Voor de hydrostatische kracht is gemakkelijk in te zien dat de koppeling ontstaat door geometrische asymmetrie, zie Figuur 4.19.



figuur 4.19

Stel dat een verticale kracht F_1 aangrijpend in G op het schip werkt. Door de kracht F_1 verplaatst G zich over een afstand :

$$z_1 = \frac{F_1}{\rho g A_w} \quad (4.77)$$

Er ontstaat een moment $F_1 l$ waardoor een hoekverdraaiing θ ontstaat om een dwarsas door het zwaartepunt van de waterlijn :

$$\theta = \frac{F_1 l}{\rho g I_L}$$

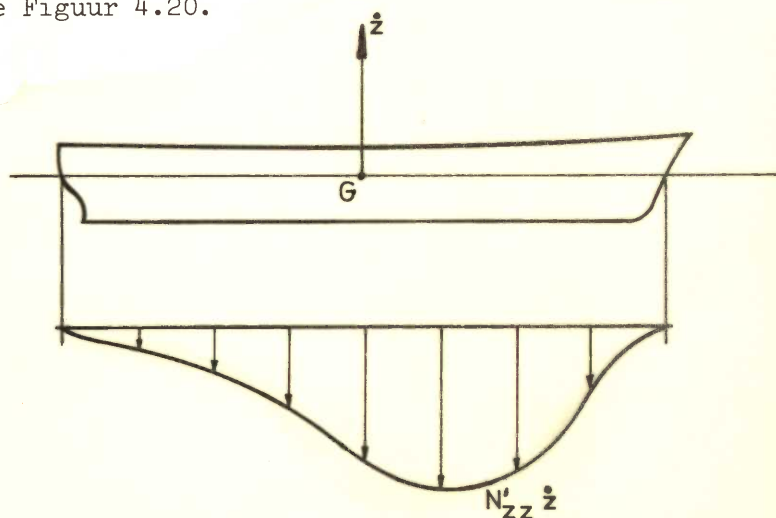
Hierdoor stijgt G over $z_2 = l\theta = \frac{F_1 l^2}{\rho g I_L}$ (4.78)

De totale verplaatsing van G is dus :

$$z = \frac{F_1}{\rho g A_w} + \frac{F_1 l^2}{\rho g I_L} \quad (4.79)$$

De 2e term is het gevolg van de asymmetrie.

De asymmetrie veroorzaakt tevens koppelingen ten gevolge van de hydrodynamische krachten zie Figuur 4.20.



figuur 4.20

Voor de dempingskrachten geldt :

$$F'_2 = -\dot{z} \int_0^L N'_{ZZ} dx_b \quad (4.80)$$

Het bijbehorende moment is :

$$\int_0^L N'_{ZZ} x_b dx_b \quad (4.81)$$

Evenzo is er een massa koppeling

$$\int_0^L m' x_b dx_b \quad (4.82)$$

N.B. De reële massaverdeling heeft G als zwaartepunt. Hierdoor ontstaan dus geen koppelingen in het beschouwde geval.

De momentvergelijking voor stampen luidt nu :

$$I_{yy} \ddot{\theta} = - \int_0^L (F'_1 + F'_2 + F'_3) x_b dx_b \quad (4.83)$$

Waaruit :

$$(I_{yy} + m_{yy}) \ddot{\theta} + N_{\theta\theta} \dot{\theta} + \rho g I_y \theta - \ddot{z} \int_0^L m'_{zz} x_b dx_b - \dot{z} \int_0^L N'_{zz} x_b dx_b - z \rho g S_w = 0 \quad (4.84)$$

waarin : $I_y = 2 \int_0^L y_w x_b^2 dx_b$, $S_w = 2 \int_0^L y_w x_b dx_b$

Dit wordt geschreven als :

$$a_{\theta\theta} \ddot{\theta} + b_{\theta\theta} \dot{\theta} + c_{\theta\theta} \theta - d_{\theta z} \ddot{z} - e_{\theta z} \dot{z} - g_{\theta z} z = 0 \quad (4.85)$$

De damp- en stampperioden die uit de gekoppelde bewegingen zijn te bepalen, liggen vlak bij die van de ongekoppelde bewegingen.

4.4.1.1 Damp- en stampperiode van de gekoppelde beweging

We verwaarlozen de demping en tevens de massakoppeling.

De bewegingsvergelijkingen luiden dan :

$$a_{zz} \ddot{z} + c_{zz} z - g_{z\theta} \theta = 0 \quad \left. \right\} (4.86)$$

$$a_{\theta\theta} \ddot{\theta} + c_{\theta\theta} \theta - g_{\theta z} z = 0$$

Beschouw de beweging lange tijd na een initiële verstoring, zodat het inschakel verschijnsel is uitgedempt :

$$z = z_i e^{\sigma_i t} , \quad \theta = \theta_i e^{\sigma_i t} \quad (4.87)$$

zodat : $z_i (a_{zz} \sigma_i^2 + c_{zz}) - \theta_i (g_{z\theta}) = 0$

$$- z_i (g_{\theta z}) + \theta_i (a_{\theta\theta} \sigma_i^2 + c_{\theta\theta}) = 0 \quad (4.88)$$

Deze homogene vergelijkingen in z_i en θ_i hebben slechts dan een oplossing als de determinant van het stelsel nul is.

dus :

$$\sigma^4 (a_{zz} a_{\theta\theta}) + \sigma^2 (a_{zz} c_{\theta\theta} + c_{zz} a_{\theta\theta}) + c_{zz} c_{\theta\theta} - g_{z\theta} g_{\theta z} = 0$$

$$\text{of : } \sigma^4 + \sigma^2 \left(\frac{c_{\theta\theta}}{a_{\theta\theta}} + \frac{c_{zz}}{a_{zz}} \right) + \frac{c_{zz}}{a_{zz}} \cdot \frac{c_{\theta\theta}}{a_{\theta\theta}} - \frac{g_{z\theta} \cdot g_{\theta z}}{a_{zz} \cdot a_{\theta\theta}} = 0$$

$$\sigma^4 + \sigma^2 (\omega_{\theta\theta}^2 + \omega_{oz}^2) + \omega_{oz}^2 \cdot \omega_{\theta\theta}^2 - \frac{c_{zz}}{a_{zz}} \cdot \frac{g_{z\theta}}{c_{zz}} \cdot \frac{c_{\theta\theta}}{a_{\theta\theta}} \cdot \frac{g_{\theta z}}{c_{\theta\theta}} = 0$$

$$\sigma^4 + \sigma^2 (\omega_{\theta\theta}^2 + \omega_{oz}^2) + \omega_{oz}^2 \cdot \omega_{\theta\theta}^2 - \omega_{oz}^2 \cdot \omega_{\theta\theta}^2 \left(1 - \frac{S_w^2}{A_w I_x} \right) = 0$$

Uit een schatting van de laatste term blijkt het volgende :

$$S_w = \epsilon L A_w, \quad I_x = C L^2 A_w, \quad \text{dus } \frac{S_w^2}{A_w I_x} \sim \frac{\epsilon^2}{C}$$

Voor een rechthoek is $C = \frac{1}{12}$; voor schepen is C wat kleiner. Echter $\epsilon \sim 0.02$ zodat ϵ^2/C ten opzichte van 1 verwaarloosd mag worden.

Dus :

$$\sigma^4 + \sigma^2 (\omega_{\theta\theta}^2 + \omega_{oz}^2) + \omega_{oz}^2 \omega_{\theta\theta}^2 = 0 \quad (4.89)$$

$$\sigma^2 = -\frac{\omega_{\theta\theta}^2 + \omega_{oz}^2}{2} \pm \sqrt{\frac{(\omega_{\theta\theta}^2 + \omega_{oz}^2)^2}{4} - \omega_{\theta\theta}^2 \omega_{oz}^2}$$

$$\sigma_{1,2,3,4}^2 = -\frac{\omega_{\theta\theta}^2 + \omega_{oz}^2}{2} \pm \frac{\omega_{\theta\theta}^2 - \omega_{oz}^2}{2}$$

$$\text{en } \sigma_{1,2}^2 = -\omega_{oz}^2, \quad \sigma_{3,4}^2 = -\omega_{\theta\theta}^2$$

$$\text{waaruit : } \sigma_{1,2} = \pm i\omega_{oz}, \quad \sigma_{3,4} = \pm i\omega_{\theta\theta} \quad (4.90)$$

De beweging wordt dus :

$$z = z_1 e^{i\omega_{oz} t} + z_2 e^{-i\omega_{oz} t} + z_3 e^{i\omega_{\theta\theta} t} + z_4 e^{-i\omega_{\theta\theta} t}$$

$$\theta = \theta_1 e^{i\omega_{\theta\theta} t} + \theta_2 e^{-i\omega_{\theta\theta} t} + \theta_3 e^{i\omega_{oz} t} + \theta_4 e^{-i\omega_{oz} t}$$

of :

$$z = z_1^* \cos \omega_{oz} t + z_2^* \sin \omega_{oz} t + z_3^* \cos \omega_{\theta\theta} t + z_4^* \sin \omega_{\theta\theta} t$$

$$\theta = \theta_1^* \cos \omega_{O\theta} t + \theta_2^* \sin \omega_{O\theta} t + \theta_3^* \cos \omega_{Oz} t + \theta_4^* \sin \omega_{Oz} t \quad (4.91)$$

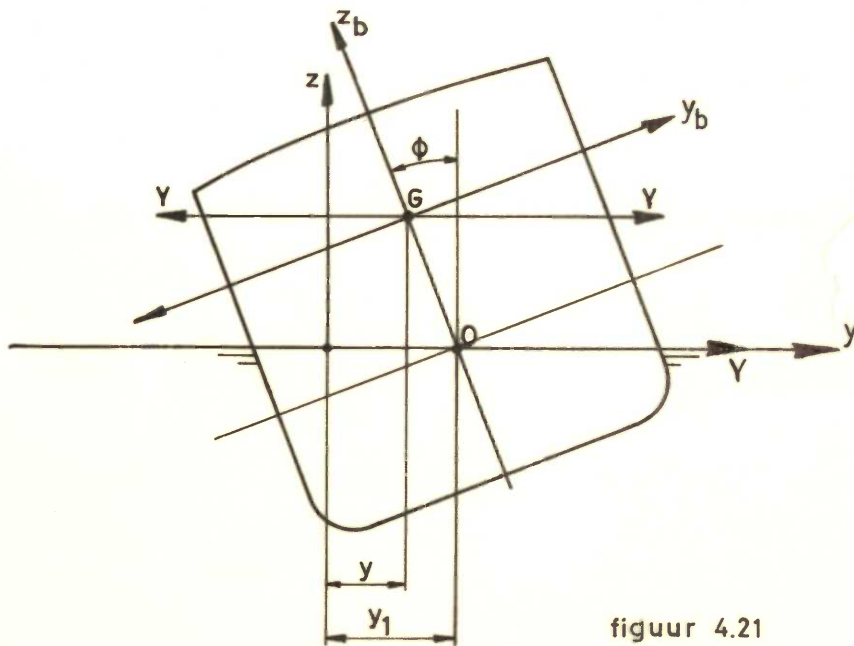
Het dompen en stampen zijn dus elk samengesteld uit de superpositie van twee harmonische oscillaties. De frequentie van de ene is vrijwel gelijk aan die van het dompen en de frequentie van de ander is vrijwel gelijk aan de frequentie van het zuiver stampen. De uitdrukking "vrijwel" wordt gebruikt in verband met onze verwaarlozingen.

4.4.2 Slingeren, verzetten en gieren

Deze keer-symmetrische bewegingen zijn gekoppeld. De koppeling met gieren is bij kleine bewegingsamplituden gering en wordt voorlopig verwaarloosd. Bij zuiver verzetten ontstaan hydrodynamische reactie krachten waarvan de resultante in het algemeen niet door G gaat. Dit geeft aanleiding tot een hydrodynamisch moment, dat op de reeds besproken wijze gesplitst kan worden in een deel dat evenredig is met de bewegingssnelheid en een deel dat evenredig is met de versnelling van de beweging. Over het algemeen ligt G niet in het vlak van de waterlijn. Bij dompen en stampen is de veronderstelling dat Z_G verwaarloosbaar klein is aanvaardbaar, maar bij het slingeren en verzetten is die verwaarlozing in het algemeen niet aanvaardbaar.

Uit hydrodynamisch oogpunt is de hoogteligging van G van minder belang, zodat de hydrodynamische krachten en momenten over het algemeen bepaald worden voor beweging van O en om O. De resultaten worden later herleid tot beweging van G en om G.

We beschouwen nu het slingeren en het verzetten, zie Figuur 4.21.



figuur 4.21

Er geldt : $y = y_1 - OG \phi$, waarin y_1 de ordinaat van O en y de ordinaat van G voorstelt ten opzichte van het xyz stelsel.

De bewegingsvergelijking voor het verzetten is :

$$\rho \nabla \ddot{y}_1 = -m_{y_1 y_1} \ddot{y}_1 - N_{y_1 y_1} \dot{y}_1 - m_{y_1 \phi} \ddot{\phi} - N_{y_1 \phi} \dot{\phi}$$

of:
$$\rho \nabla (\ddot{y} + OG \ddot{\phi}) = -m_{y_1 y_1} (\ddot{y} + OG \ddot{\phi}) - N_{y_1 y_1} (\dot{y} + OG \dot{\phi}) - m_{y_1 \phi} \ddot{\phi} - N_{y_1 \phi} \dot{\phi}$$

waaruit :

$$(\rho \nabla + m_{y_1 y_1}) \ddot{y} + N_{y_1 y_1} \dot{y} + (m_{y_1 \phi} + m_{y_1 y_1} OG - \rho \nabla OG) \ddot{\phi} + (N_{y_1 \phi} + N_{y_1 y_1} OG) \dot{\phi} = 0 \quad (4.92)$$

Voor het slingeren om G geldt de volgende vergelijking :

$$I_{xx} \ddot{\phi} = K$$

Nu is het moment om G gelijk aan het moment om O + Y.OG. Verder zijn kleine hoeken ϕ verondersteld zodat $\cos \phi \approx 1$.

Er volgt :

$$\begin{aligned}
 I_{xx} \ddot{\phi} = & -m_{\phi\phi} \ddot{\phi} - N_{\phi\phi} \dot{\phi} - \rho g \nabla GM \phi - \rho g \nabla OG \phi - m_{\phi y_1} \ddot{y}_1 + \\
 & -N_{\phi y_1} \dot{y}_1 + OG(-m_{y_1 y_1} \ddot{y}_1 - N_{y_1 y_1} \dot{y}_1 - m_{y_1 \phi} \ddot{\phi} - N_{y_1 \phi} \dot{\phi})
 \end{aligned} \tag{4.93}$$

Na substitutie van $y_1 = y + OG \cdot \phi$:

$$\begin{aligned}
 & (I_{xx} + m_{\phi\phi} + m_{y_1 \phi} OG + m_{\phi y_1} OG + m_{y_1 y_1} OG^2) \ddot{\phi} + \\
 & + (N_{\phi\phi} + N_{\phi y_1} OG + N_{y_1 \phi} OG + N_{y_1 y_1} OG^2) \dot{\phi} + \\
 & + (\rho g \nabla GM + \rho g \nabla OG) \phi + \\
 & + (m_{\phi y_1} + m_{y_1 y_1} OG) \ddot{y} + (N_{\phi y_1} + N_{y_1 y_1} OG) \dot{y} = 0
 \end{aligned} \tag{4.94}$$

Op grond van potentiaal theoretische beschouwingen kan aangetoond worden dat

$$N_{\phi y_1} = N_{y_1 \phi} \quad \text{en} \quad m_{\phi y_1} = m_{y_1 \phi}.$$

We vinden dus voor het slingeren en verzetten twee gekoppelde differentiaal vergelijkingen :

$$\begin{aligned}
 a_{\phi\phi} \ddot{\phi} + b_{\phi\phi} \dot{\phi} + c_{\phi\phi} \phi + d_{\phi y} \ddot{y} + e_{\phi y} \dot{y} &= 0 & (\text{slingeren}) \\
 a_{yy} \ddot{y} + b_{yy} \dot{y} + d_{y\phi} \ddot{\phi} + d_{y\phi} \dot{\phi} &= 0 & (\text{verzetten})
 \end{aligned} \tag{4.95}$$

4.4.3 Gieren, verzetten en schrikken

Het gieren, verzetten en schrikken zijn in zuivere vorm voor te stellen door de volgende vergelijkingen :

$$\begin{aligned}
 a_{\psi\psi} \ddot{\psi} + b_{\psi\psi} \dot{\psi} &= 0 & (\text{gieren}) \\
 a_{yy} \ddot{y} + b_{yy} \dot{y} &= 0 & (\text{verzetten}) \\
 a_{xx} \ddot{x} + b_{xx} \dot{x} &= 0 & (\text{schrikken})
 \end{aligned} \tag{4.96}$$

Deze vergelijkingen worden gekenmerkt door het feit dat er geen "herstellende" of "veer" term is. In geen van de drie gevallen is de beweging periodiek. De oplossing voor het verzetten, als voorbeeld, is :

$$y = Ce^{\alpha t}, \text{ waaruit volgt :}$$

$$y = Ce^{-b_{yy}/a_{yy} t} \tag{4.97}$$

Als : $y = y_a$ voor $t = 0$ dan is $C = y_a$.

4.5. Invloed van de voorwaartse snelheid

Door de snelheid van het schip wordt de verdeling van de hydrodynamische krachten over de lengte van het schip beïnvloed. Dat heeft invloed op de koppeling tussen de diverse bewegingscomponenten. De invloed van de voorwaartse snelheid zal besproken worden in het hoofdstuk "scheepsbewegingen in golven".

5. SCHEEPSBEWEGINGEN IN GOLVEN

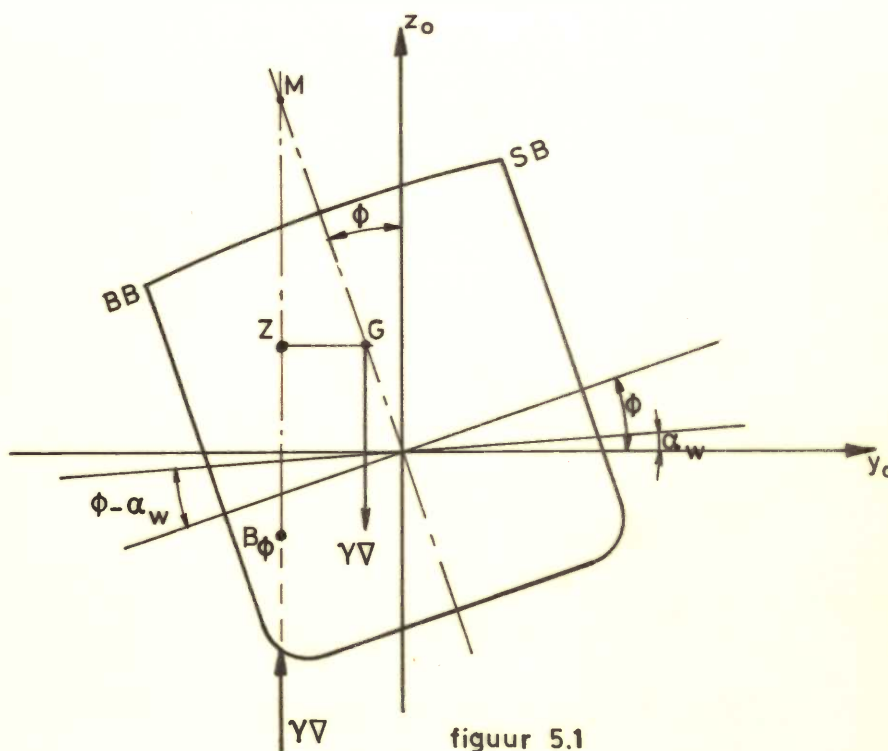
Als voorbeeld zal een vereenvoudigde berekening gegeven worden voor de slingerbeweging in dwarsscheepse golven, waarbij de koppeling met het verzetten wordt verwaarloosd en een eveneens vereenvoudigde berekening voor de gekoppelde domp- en stampbeweging in enkelvoudige kopgolven.

5.1. Slingeren in dwarsscheepse enkelvoudige golven

Het schip ligt in dwarscheepse langkammige enkelvoudige golven. De scheepsbreedte wordt klein verondersteld ten opzichte van de golflengte λ .

5.1.1. De bewegingsvergelijking

Zie Figuur 5.1.



figuur 5.1

Het golfoppervlak wordt voorgesteld door :

$$\zeta = \zeta_a \cos(ky_0 - \omega t) \quad (5.1)$$

Aan het oppervlak heerst de constante atmosferische druk.

Op een gemiddelde diepte z_0 onder het wateroppervlak is het oppervlak van constante druk :

$$\zeta_{z_0} = \zeta_a e^{kz_0} \cos(ky_0 - \omega t) \quad (5.2)$$

De amplitude van dit golvend vlak van gelijke druk is kleiner dan aan het oppervlak door de exponentiële afname van de orbitaalbeweging van de waterdeeltjes. Het schip reageert als het ware op een effectieve golfhelling, als resultaat van de integratie van de drukkrachten over de scheepshuid. Neem nu aan dat het resultaat van de integratie oplevert : $z_0 = -\Gamma^*$, waarin Γ^* bijvoorbeeld ongeveer de halve diepgang van het schip zou kunnen zijn.

Dan is :

$$\zeta = \zeta_a e^{-k\Gamma^*} \cos(ky_0 - \omega t) \quad (5.3)$$

De effectieve golfhelling is dan :

$$\frac{\partial \zeta}{\partial y_0} = -k \zeta_a e^{-k\Gamma^*} \sin(ky_0 - \omega t) \quad (5.4)$$

Voor : $y_0 = 0$ is de effectieve golfhelling dus :

$$\alpha_w = k \zeta_a e^{-k\Gamma^*} \sin \omega t \quad (5.5)$$

Deze golfhelling wordt nu gebruikt bij het opstellen van de bewegingsvergelijking, waarbij wordt verondersteld dat α_w zó klein is dat de opdrijvende kracht in de golf verticaal gericht is.

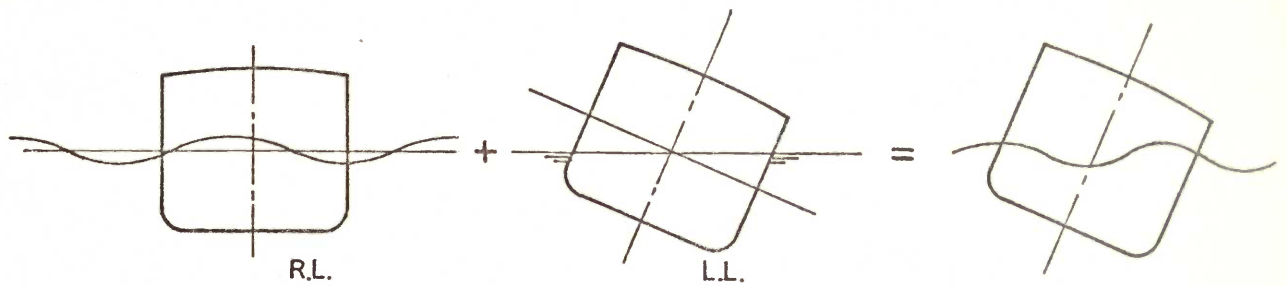
Er geldt :

$$I_{xx} \ddot{\phi} = -\rho g GM V (\phi - \alpha_w) - N_{\phi\phi} (\dot{\phi} - \dot{\alpha}_w) - m_{\phi\phi} (\ddot{\phi} - \ddot{\alpha}_w)$$

en :

$$(I_{xx} + m_{\phi\phi}) \ddot{\phi} + N_{\phi\phi} \dot{\phi} + \rho g \nabla GM \phi = \rho g \nabla GM \alpha_w + N_{\phi\phi} \dot{\alpha}_w + m_{\phi\phi} \ddot{\alpha}_w \quad (5.6)$$

Het linkerlid van deze vergelijking is gelijk aan de bewegingsvergelijking van het schip in vlak water. Het rechterlid geeft het zogenaamde opwekkende moment, dat evenredig is met de effectieve golfhelling α_w en zijn afgeleiden. Zie Figuur 5.2.



figuur 5.2

ORIGINEEL IN K16 / 1982

Nu is :

$$\alpha_w = \zeta_a k e^{-k\Gamma^*} \sin \omega t$$

$$\dot{\alpha}_w = \zeta_a k \omega e^{-k\Gamma^*} \cos \omega t$$

$$\ddot{\alpha}_w = -\zeta_a k \omega^2 e^{-k\Gamma^*} \sin \omega t$$

Het rechterlid van 5.6 kan hiermee als volgt geschreven worden :

$$RL = \zeta_a k e^{-k\Gamma^*} \{ (\rho g VGM - m_{\phi\phi} \omega^2) \sin \omega t + N_{\phi\phi} \omega \cos \omega t \}$$

of :

$$RL = F_{\phi a} \cos(\omega t + \epsilon_{F\zeta}) \quad (5.7)$$

waarin :

$$F_{\phi a} \cos \epsilon_{F\zeta} = \zeta_a k e^{-k\Gamma^*} \cdot N_{\phi\phi} \omega$$

$$F_{\phi a} \sin \epsilon_{F\zeta} = -\zeta_a k e^{-k\Gamma^*} (\rho g VGM - m_{\phi\phi} \omega^2)$$

$$\text{tg} \epsilon_{F\zeta} = \frac{m_{\phi\phi} \omega^2 - \rho g VGM}{N_{\phi\phi} \omega}$$

5.1.2. Oplossing van de bewegingsvergelijking

We nemen aan dat het inschakelverschijnsel is verdwenen en bepalen de particuliere integraal van de vergelijking :

$$a_{\phi\phi} \ddot{\phi} + b_{\phi\phi} \dot{\phi} + c_{\phi\phi} \phi = F_{\phi a} e^{i(\omega t + \epsilon_{F\zeta})} = \bar{F}_{\phi a} e^{i\omega t} \quad (5.8)$$

waarin dus : $a_{\phi\phi} = I_{xx} + m_{\phi\phi}$

$$b_{\phi\phi} = N_{\phi\phi}$$

$$c_{\phi\phi} = \rho g \nabla GM$$

$$\bar{F}_{\phi a} = F_{\phi a} e^{i\epsilon_{F\zeta}}$$

Stel de oplossing : $\phi = \phi_a e^{i(\omega t + \epsilon_{\phi\zeta})} = \bar{\phi}_a e^{i\omega t}$,

$$\text{waarin : } \bar{\phi}_a = \phi_a e^{i\epsilon_{\phi\zeta}} \quad (5.9)$$

Ter vereenvoudiging van de notatie zullen we voor dit geval de indices ϕ weglaten bij de coëfficiënten a , b , c en F_a .

Substitutie van de oplossing in de bewegingsvergelijking geeft ons :

$$(-a\omega^2 + ib\omega + c)\bar{\phi}_a = \bar{F}_a$$

$$\text{dus : } \bar{\phi}_a = \frac{\bar{F}_a}{-a\omega^2 + ib\omega + c} \quad (5.10)$$

Hieruit volgt met (5.8) en (5.9) :

$$\phi_a = \frac{F_a}{\sqrt{(-a\omega^2 + c)^2 + b^2\omega^2}} \quad (5.11)$$

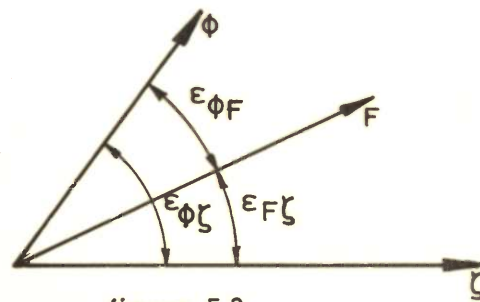
$$\text{tg}\epsilon_{\phi\zeta} = \frac{(-a\omega^2 + c)\text{sin}\epsilon_{F\zeta} - b\omega\text{cos}\epsilon_{F\zeta}}{(-a\omega^2 + c)\text{cos}\epsilon_{F\zeta} + b\omega\text{sin}\epsilon_{F\zeta}} \quad (5.12)$$

De fasehoek $\epsilon_{\phi\zeta}$ is hier gerelateerd aan de golf $\zeta(t)$. Men kan óók geïnteresseerd zijn in de fase ten opzichte van de kracht F_{ϕ} . Daartoe schrijven we :

$$\text{tg}\epsilon_{\phi\zeta} = \text{tg}(\epsilon_{F\zeta} + \epsilon_{\phi F}) = \frac{\text{tg}\epsilon_{F\zeta} - \frac{b\omega}{(-a\omega^2 + c)}}{1 + \frac{b\omega}{(-a\omega^2 + c)}\text{tg}\epsilon_{F\zeta}} \quad (5.13)$$

$$\text{Blijkbaar is : } \text{tge}_{\phi_F} = \frac{-b\omega}{(-a\omega^2+c)} \quad (5.14)$$

De samenhang tussen deze fasehoeken wordt verduidelijkt in Figuur 5.3.



figuur 5.3

De formules 5.11 en 5.14 kunnen nog als volgt geschreven worden :

$$\phi_a = \frac{c}{\sqrt{(-a\omega^2+c)^2 + b^2\omega^2}} \cdot \frac{F_a}{c}$$

of :

$$\frac{\phi_a}{\phi_{st}} = f = \frac{c}{\sqrt{(-a\omega^2+c)^2 + b^2\omega^2}} \quad (5.15)$$

Men noemt f de vergrotingsfactor.

Met $\omega_\phi^2 = \frac{c}{a}$, $v = \frac{b}{\sqrt{ac}}$, $\Lambda = \frac{\omega}{\omega_\phi}$, de resonantiefactor,

vinden we :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\phi_a}{\phi_{st}} = f &= \frac{1}{\sqrt{(1-\Lambda^2)^2 + v^2\Lambda^2}} \\ \text{tge}_{\phi_F} &= \frac{-v\Lambda}{1-\Lambda^2} \end{aligned} \right\} (5.16)$$

Men noemt ϕ_a de amplitude-karakteristiek en ϵ_{ϕ_F} de fasekarakteristiek. Tesamen vormen ze de frequentiekarakteristiek Y, waarbij indices de beschouwde bewegingscomponent aanduiden.

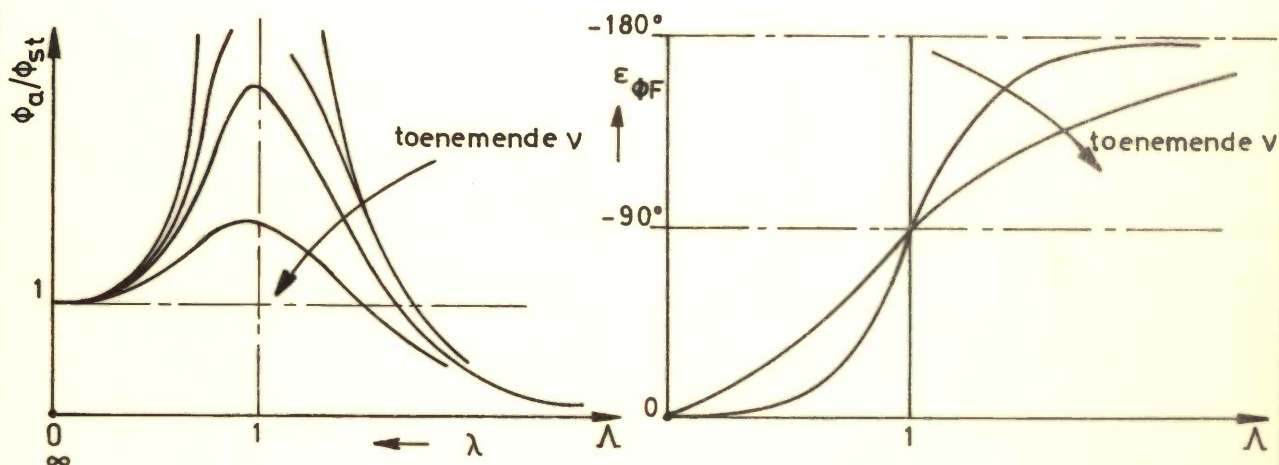
Voor het slingeren bijvoorbeeld :

$$Y_{\phi\zeta} = \phi_a(\omega) e^{i\varepsilon_{\phi\zeta}(\omega)} \quad (5.17)$$

of:
$$Y_{\phi F} = \phi_a(\omega) e^{i\varepsilon_{\phi F}(\omega)} \quad (5.18)$$

In deze laatste vorm komt $Y_{\phi\zeta}$ blijkbaar overeen met $\bar{\phi}_a$ in formule (5.10). De modulus van Y is de amplitude-karakteristiek en het argument is de fase-karakteristiek.

De frequentiekarakteristiek volgens (5.16) ziet er als volgt uit, zie Figuur 5.4.



figuur 5.4

Bij resonantie is $\Lambda=1$ en $f = \frac{1}{\nu}$; voor $\Lambda \rightarrow \infty$ gaat $f \rightarrow 0$ en voor $\Lambda=0$ is $\phi_a = \phi_{st}$.

Nu was (5.7) :

$$RL = \zeta_a k e^{-kT^*} \{ (\rho g VGM - m_{\phi\phi} \omega^2) \sin \omega t + N_{\phi\phi} \omega \cos \omega t \}$$

en :
$$\alpha_w = \zeta_a k e^{-kT^*} \sin \omega t = \alpha_{wa} \sin \omega t$$

dus voor $\Lambda=0$:

$$F_{\phi a} = \alpha_{wa} \cdot \rho g VGM \quad (5.19)$$

Met (5.15) is dus $\phi_{st} = \frac{F_{\phi a}}{c} = \alpha_{wa}$, (5.20)

α_{wa} is de maximum golfhelling.

Bij de slingerbeweging is de vergrotingsfactor aanzienlijk omdat de demping v gering is (orde van grootte $v \approx 0.1$). Dat is ook de reden dat slingerdempende middelen, zoals kimkielen en stabilisatievinnen worden toegepast.

5.1.3. Voorbeeld

Een schip heeft de volgende hoofdafmetingen :

$$L = 50 \text{ m}$$

$$B = 8 \text{ m}$$

$$T = 3 \text{ m}$$

$$GM = 1 \text{ m}$$

Schatting van de eigenslingerperiode :

$$k_{\phi\phi} = 0.4 B$$

$$T_{\phi} = 2\pi \sqrt{\frac{k_{\phi\phi} \rho \nabla}{\rho g \nabla GM}}$$

Als T_{ϕ} in sec, $k_{\phi\phi}$ in m en g in m/sec^2 dan is :

$$T_{\phi\phi} \approx \frac{0.8 B}{\sqrt{GM}} = 6.4 \text{ sec.}$$

Als het schip in dwarsinkomende golven ligt dan ontstaat resonantie als $T_{\phi} = 0.8\sqrt{\lambda}$, dus als : $\lambda = T_{\phi}^2 / 0.64 = 64 \text{ m.}$

Stel nu dat de steilheid van de golf $\frac{1}{50}$ bedraagt, dus $2\zeta_a / \lambda = \frac{1}{50}$, dan is $2\zeta_a = \zeta_w = 64/50 = 1.28 \text{ m.}$

De maximale golfhelling is dan $k\zeta_a$ radialen = $\frac{\pi}{50}$ radialen = 3.6° .

Als $v = 0.1$ dan zal volgens (5.16) en (5.20) :

$$\phi_a = 10\phi_{st} = 36^\circ$$

In dit geval is de effectieve golfhelling gelijk gesteld aan de helling van het golfoppervlak; er is dus geen rekening gehouden met de rotatie van de vloeistof deeltjes in de golf.

Bij de gekozen afmetingen van het schip en de daarbij horende metacenterhoogte is de invloed van de diepgang gering. Stel bijvoorbeeld $T^* = 1\text{m}$ dan is de maximale effectieve helling :

$$\frac{\pi}{50} \cdot e^{-k} = \frac{\pi}{50} e^{-2\pi/64} = 3.2^\circ,$$

hetgeen weinig verschilt van de maximale helling aan het oppervlak.

De invloed van de resonantiefactor blijkt uit het volgende voorbeeld. Stel

$$\lambda = 144\text{m}, \text{ dan is } T = 0.8\sqrt{144} = 9.6 \text{ sec.}$$

De resonantie factor is dan $\frac{6.4}{9.6} = \frac{2}{3}$ en met $\nu = 0.1$ vinden we :

$$\phi_a = \frac{\phi_{st}}{\sqrt{(1-\Lambda^2)^2 + \nu^2 \Lambda^2}} = \frac{9}{5}$$

Bij dezelfde maximale golfhelling is de slingeramplitude $\phi_a = \frac{9}{5} \times 3.6^\circ = 6.3^\circ$, hetgeen dus veel minder is dan de waarde bij resonantie.

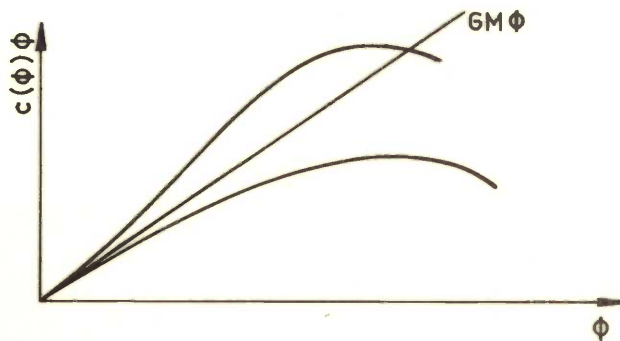
5.1.4. Niet-lineaire effecten bij het slingeren

Als het herstellend moment niet lineair van de hellingshoek van het schip afhangt dan kan bij het varen in zegang het verschijnsel "Kaaiers" zich voordoen. Kaaiers zijn plotseling optredende zeer grote slingerbewegingen in zegang. Zij worden wel als volgt verklaard.

Stel de bewegingsvergelijking voor het niet lineaire geval :

$$a\ddot{\phi} + b(\phi)\dot{\phi} + c(\phi)\phi = \bar{F}_a e^{i\omega t} \quad (5.21)$$

waarbij de indices $\phi\phi$ gemakshalve zijn weggelaten. Figuur 5.5. geeft verschillende mogelijke niet lineaire herstellende momenten :



figuur 5.5

We verwaarlozen nu de demping $b(\phi)$ en vereenvoudigen het R.L. van (5.21) tot $F_a \cos \omega t$. Stel als oplossing van (5.21) :

$$\phi = \phi_a \cos \omega t \quad , \quad (5.22)$$

waarbij gevraagd wordt ϕ_a als functie van ω te bepalen.

Substitutie van de oplossing in (5.21) geeft :

$$-a\phi_a \omega^2 + c(\phi)\phi_a = F_a$$

of :

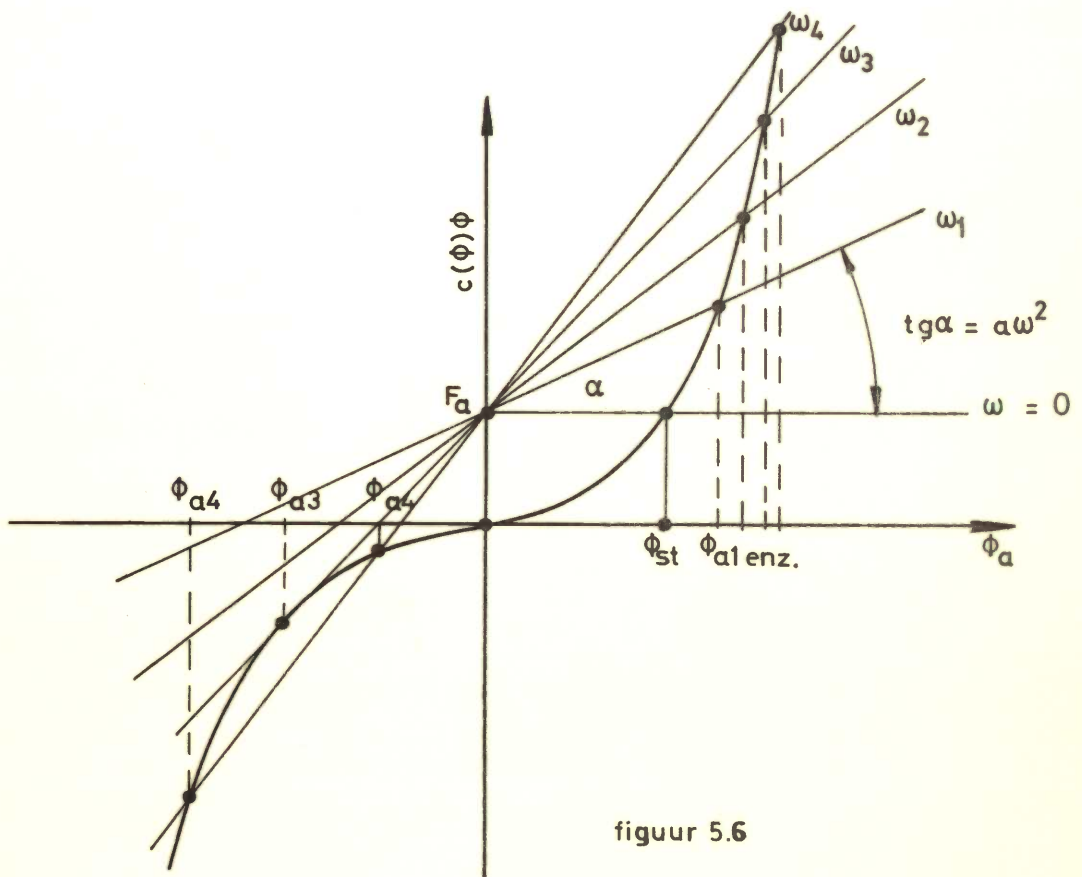
$$c(\phi)\phi_a = F_a + a\phi_a \omega^2 \quad (5.23)$$

Het verband tussen ω en ϕ_a is grafisch te bepalen zie Figuur 5.6.

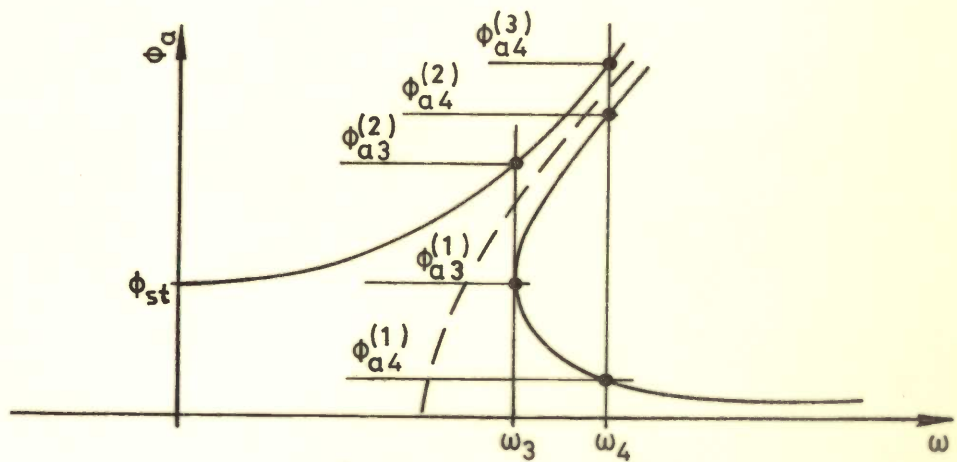
De grafische methode werkt als volgt :

als ω constant is dan is het rechterlid van (5.23) een rechte lijn op basis ϕ_a . De richtingscoëfficiënt van die lijn is $a\omega^2$ en de lijn snijdt de verticale as in F_a .

De snijpunten van de lijnen $F_a + a\phi_a \omega^2$ met de statische stabiliteitskromme $c(\phi)\phi$ geven bij elkaar behorende waarden van ϕ_a en ω , zie Figuur 5.7.



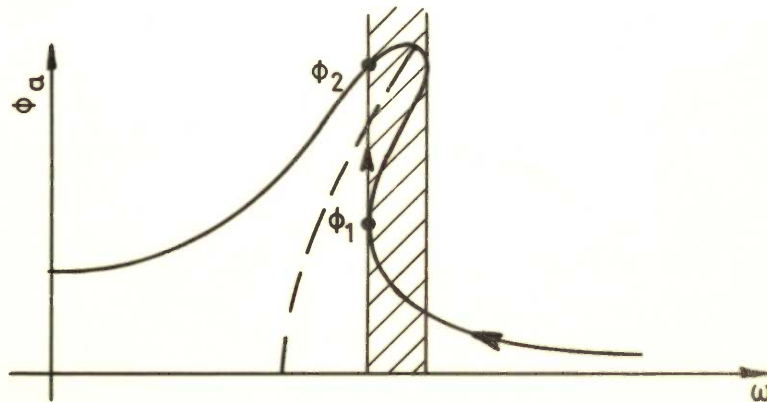
figuur 5.6



figuur 5.7

Afhankelijk van de waarde van ω vindt men voor de beschouwde $c(\phi)\phi$ kromme 1, 2 of 3 waarden voor ϕ_a .

Met demping wordt een gesloten kromme gevonden, naar analogie met het lineaire geval, zie Figuur 5.8.

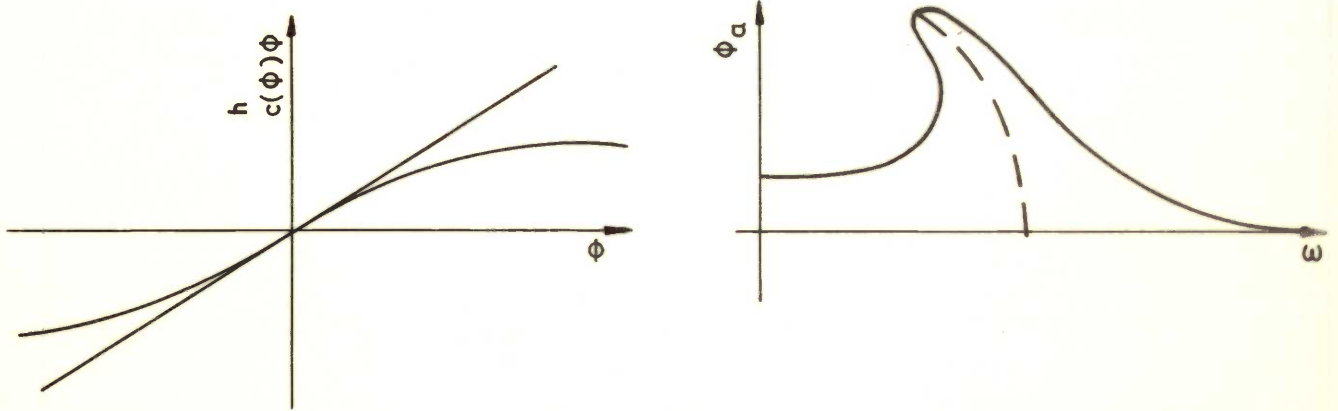


figuur 5.8

In het gearceerde gebied treden instabiliteiten op. Als de frequentie afneemt vanaf een relatief hoge waarde dan kan in het getekende geval de slingerbeweging eerst stabiel zijn en later instabiel worden, waarbij de slingeramplitude plotseling sterk toeneemt, bijvoorbeeld van ϕ_1 tot ϕ_2 . Een en ander komt goed overeen met de waarneming van dergelijke verschijnselen op zee.

De vorm van de "resonantie" kromme in Fig. 5.8 behoort bij een "kromme van armen" als getekend in Figuur 5.6, waarbij de stabiliteit bij grote hoeken "meer" is dan $GM\phi$.

Een ander geval is getekend in Figuur 5.9.



figuur 5.9

Een kromme van armen met buigpunten geeft een meer gecompliceerde resonantie-kromme.

5.2. Stampen en dompen in langsscheepse golven

5.2.1. Stampen en dompen in golven die lang zijn ten opzichte van de lengte van het schip

De voorwaartse snelheid wordt verwaarloosbaar klein verondersteld.

Voor de druk in een enkelvoudige golf met lengte λ vindt men in het punt x_0 , z_0 :

$$p = \rho g \zeta_a e^{kz_0} \cos(kx_0 + \omega t) - \rho g z_0 \quad (5.24)$$

Nu is :

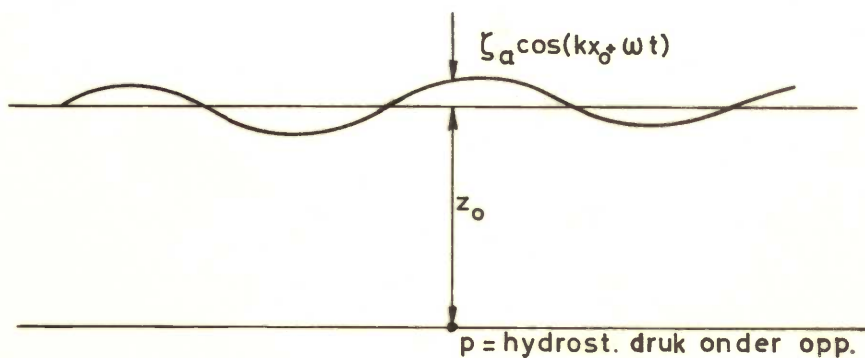
$$e^{kz_0} = e^{2\pi z_0 / \lambda}$$

Voor het schip is $z_0 \leq -T$, waarin T de diepgang van het schip voorstelt.

Voor zéér lange golven is $2\pi T / \lambda \ll 1$ zodat :

$$p = \rho g \{ \zeta_a \cos(kx_0 + \omega t) - z_0 \} \quad (5.25)$$

De druk p in de vloeistof is in dit geval de hydrostatische druk, zie Figuur 5.10.

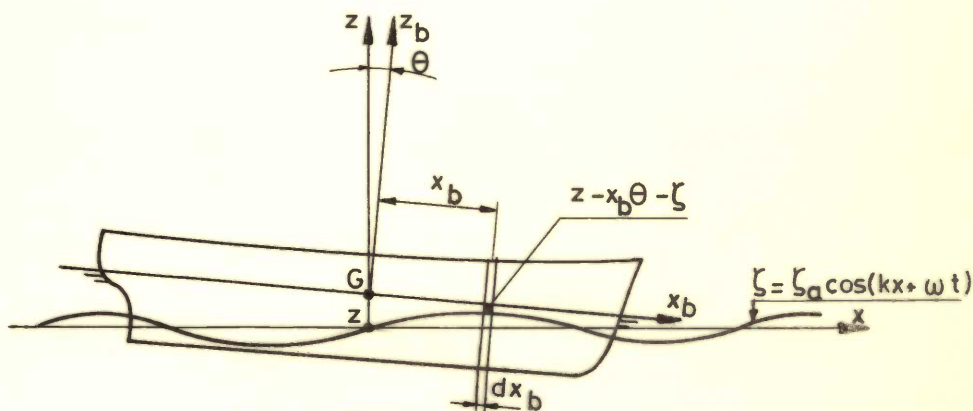


figuur 5.10

De bewegingsvergelijking voor het dompen en stampen worden nu als volgt opgesteld :

$$\left. \begin{aligned} \rho \nabla^2 \zeta &= \int_L (F'_1 + F'_2 + F'_3) dx_b && \text{(dompen)} \\ I_{yy} \ddot{\theta} &= - \int_L (F'_1 + F'_2 + F'_3) x_b dx_b && \text{(stampen)} \end{aligned} \right\} (5.26)$$

Hierin zijn F'_1 , F'_2 , F'_3 de hydromechanische krachten op een dwarsdoorsnede als gevolg van de verticale relatieve verplaatsing, de relatieve verticale snelheid en de relatieve verticale versnelling van de beschouwde dwarsdoorsnede ten opzichte van het water, zie Figuur 5.11.



figuur 5.11

In het beschouwde geval geldt :

$$\begin{aligned}
 F'_1 &= -2\rho g y_w (z - x_b \theta - \zeta) \\
 F'_2 &= -N' (\dot{z} - x_b \dot{\theta} - \dot{\zeta}) \\
 F'_3 &= -m' (\ddot{z} - x_b \ddot{\theta} - \ddot{\zeta}) \\
 \zeta &= \zeta_a \cos(kx_b + \omega t) \\
 \dot{\zeta} &= -\zeta_a \omega \sin(kx_b + \omega t) \\
 \ddot{\zeta} &= -\zeta_a \omega^2 \cos(kx_b + \omega t)
 \end{aligned}
 \tag{5.27}$$

Uit de damp-vergelijking :

$$\rho V \ddot{z} = \int_L (F'_1 + F'_2 + F'_3) dx_b \tag{5.26}$$

volgt dan :

$$a_{zz} \ddot{z} + b_{zz} \dot{z} + c_{zz} z - d_{z\theta} \ddot{\theta} - e_{z\theta} \dot{\theta} - g_{z\theta} \theta = F_{za} \cos(\omega t + \varepsilon_{F\zeta}) \tag{5.28}$$

waarin :

$$\begin{aligned}
 a_{zz} &= \rho V + \int_L m'_{zz} dx_b & d_{z\theta} &= \int_L m'_{zz} x_b dx_b \\
 b_{zz} &= \int_L N'_{zz} dx_b & e_{z\theta} &= \int_L N'_{zz} x_b dx_b \\
 c_{zz} &= 2\rho g \int_L y_w dx_b & g_{z\theta} &= 2\rho g \int_L y_w x_b dx_b
 \end{aligned}$$

en :

$$\begin{aligned}
 F_{za} \cos \varepsilon_{F\zeta} &= 2\rho g \zeta_a \int_L y_w \cos kx_b dx_b - \zeta_a \omega^2 \int_L m' \cos kx_b dx_b \\
 F_{za} \sin \varepsilon_{F\zeta} &= 2\rho g \zeta_a \int_L y_w \sin kx_b dx_b + \zeta_a \omega^2 \int_L N' \cos kx_b dx_b - \zeta_a \omega^2 \int_L m' \sin kx_b dx_b
 \end{aligned}$$

Voor de stampvergelijking vinden we op dezelfde wijze :

$$a_{\theta\theta}\ddot{\theta} + b_{\theta\theta}\dot{\theta} + c_{\theta\theta}\theta - d_{\theta z}\ddot{z} - e_{\theta z}\dot{z} - g_{\theta z}z = M_{\theta a} \cos(\omega t + \epsilon_{M\zeta}) \quad (5.29)$$

waarin :

$$\begin{aligned} a_{\theta\theta} &= k_{yy}^2 \rho V + \int_L m'_{zz} x_b^2 dx_b & d_{\theta z} &= \int_L m'_{zz} x_b dx_b \\ b_{\theta\theta} &= \int_L N'_{zz} x_b^2 dx_b & e_{\theta z} &= \int_L N'_{zz} x_b dx_b \\ c_{\theta\theta} &= 2\rho g \int_L y_w x_b^2 dx_b & g_{\theta z} &= 2\rho g \int_L y_w x_b dx_b \end{aligned}$$

en :

$$\begin{aligned} M_{\theta a} \cos \epsilon_{M\zeta} &= -2\rho g \zeta_a \int_L y_w x_b \cos kx_b dx_b + \zeta_a \omega \int_L N'_{zz} x_b \sin kx_b dx_b + \zeta_a \omega^2 \int_L m'_{zz} x_b \cos kx_b dx_b \\ M_{\theta a} \sin \epsilon_{M\zeta} &= -2\rho g \zeta_a \int_L y_w x_b \sin kx_b dx_b - \zeta_a \omega \int_L N'_{zz} x_b \cos kx_b dx_b + \zeta_a \omega^2 \int_L m'_{zz} x_b \sin kx_b dx_b \end{aligned}$$

Uit (5.28) en (5.29) blijkt dat stampen en dompen beschreven kunnen worden door twee lineaire differentiaal vergelijkingen van de 2e orde, althans zover de linearisatie mag worden toegepast. De lineariteit blijkt bijvoorbeeld óók uit het feit dat de rechterleden (de opwekkende krachten en momenten) evenredig zijn met de golfamplitude. De vergelijkingen hebben frequentie afhankelijke coëfficiënten en gelden in feite slechts voor harmonische bewegingen waarbij voor elke beschouwde frequentie de coëfficiënten een bepaalde waarde hebben.

Met name wordt gewezen op het feit dat de coëfficiënten van de bewegingsvergelijkingen slechts voor het geval $V=0$ gelden. Later zal blijken dat er een belangrijke snelheidsinvloed aanwezig is.

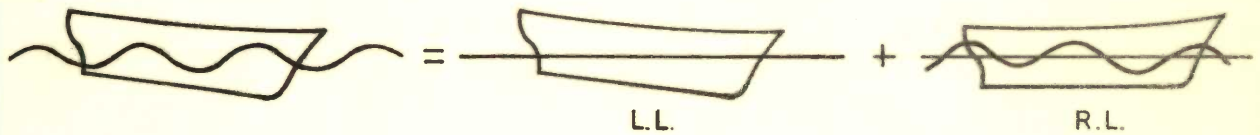
Voor $V=0$ blijkt :

$$d_{z\theta} = d_{\theta z}, \quad e_{z\theta} = e_{\theta z}, \quad g_{z\theta} = g_{\theta z}.$$

Voor een symmetrisch schip zijn deze koppeltermen gelijk aan nul, zoals reeds werd opgemerkt.

De berekening van de coëfficiënten kan met een numerieke integratie, bijvoorbeeld de regel van Simpson, uitgevoerd worden als de twee-dimensionale waarden van m' en N' bekend zijn.

Bij deze berekening is in eerste instantie uitgegaan van de veronderstelling dat de druk p in de golf niet verandert door de aanwezigheid van het schip. Dat is de zogenaamde Froude-Kriloff hypothese (zie TRINA 1896-1898). Echter kan men de tweede en derde termen van de rechterleden van de bewegingsvergelijkingen (5.28) en (5.29) opvatten als hydrodynamische correcties van deze hypothese : door de relatieve beweging van het schip ten opzichte van het water ontstaan verstoringen van de inkomende golven die bestaan uit een snelheids- en een versnellingsafhankelijk deel. De bruikbaarheid van de relatieve snelheid conceptie is gebleken uit vergelijking van berekening en experiment. Het L.L. van de vergelijkingen bevat termen die ontstaan bij oscillatie van het schip in vlak water. Het R.L. bevat termen die ontstaan als het schip vastgehouden wordt in enkelvoudige golven, zie Figuur 5.12.



figuur 5.12

5.2.1.1 Oplissing van de gekoppelde domp- en stampbeweging

De bewegingsvergelijkingen zijn :

$$a_{\theta\theta}\ddot{\theta} + b_{\theta\theta}\dot{\theta} + c_{\theta\theta}\theta - d_{\theta z}\ddot{z} - e_{\theta z}\dot{z} - g_{\theta z}z = \bar{M}_a e^{i\omega t}$$

$$a_{zz}\ddot{z} + b_{zz}\dot{z} + c_{zz}z - d_{z\theta}\ddot{\theta} - e_{z\theta}\dot{\theta} - g_{z\theta}\theta = \bar{F}_a e^{i\omega t}$$

waarin :

$$\bar{F}_a = F_a e^{i\epsilon_F \zeta}, \quad \bar{M}_a = M_a e^{i\epsilon_M \zeta}$$

Als oplossing wordt gesteld :

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \bar{\theta}_a e^{i(\omega t + \epsilon_{\theta\zeta})} = \bar{\theta}_a e^{i\omega t} \\ z &= \bar{z}_a e^{i(\omega t + \epsilon_{z\zeta})} = \bar{z}_a e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} (5.30)$$

waarin : $\bar{\theta}_a = \theta_a e^{i\epsilon_{\theta\zeta}}$ en $\bar{z}_a = z_a e^{i\epsilon_{z\zeta}}$

Substitutie van deze particulier oplossing geeft :

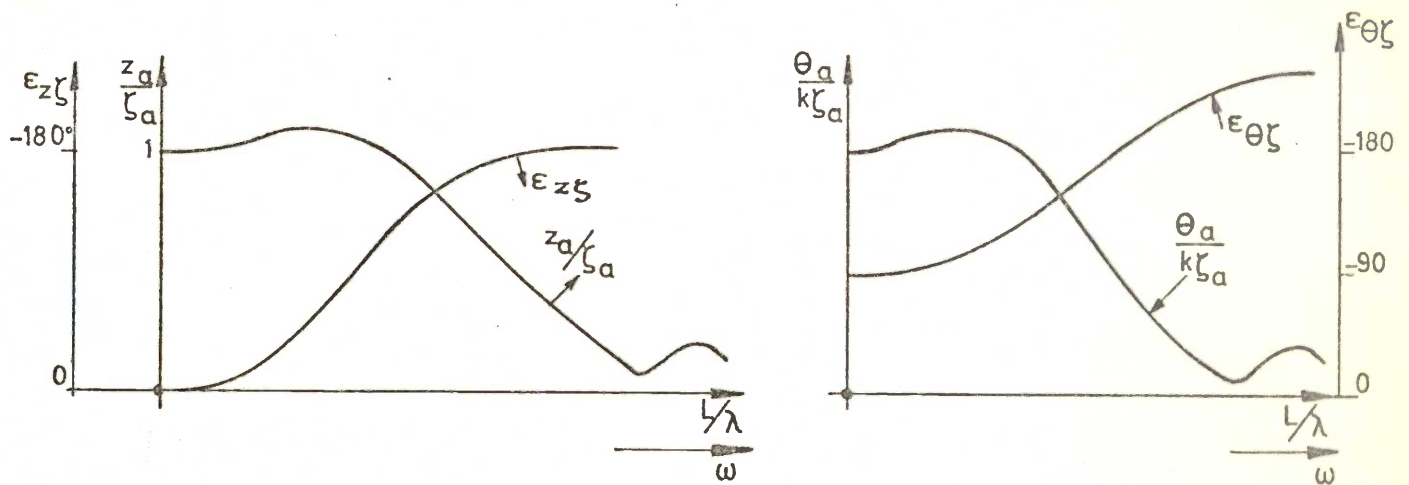
$$\begin{aligned} \bar{z}_a (-\omega^2 a_{zz} + ib_{zz}\omega + c_{zz}) - \bar{\theta}_a (-\omega^2 d_{z\theta} + ie_{z\theta}\omega + g_{z\theta}) &= \bar{F}_a \\ -\bar{z}_a (-\omega^2 d_{\theta z} + ie_{\theta z}\omega + g_{\theta z}) + \bar{\theta}_a (-\omega^2 a_{\theta\theta} + ib_{\theta\theta}\omega + c_{\theta\theta}) &= \bar{M}_a \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{of : } P\bar{z}_a - Q\bar{\theta}_a &= \bar{F}_a \\ -R\bar{z}_a + S\bar{\theta}_a &= \bar{M}_a \end{aligned} \right\} (5.31)$$

Hieruit volgt :

$$\left. \begin{aligned} \bar{z}_a &= \begin{vmatrix} \bar{F}_a & Q \\ \bar{M}_a & S \end{vmatrix} \begin{vmatrix} P & Q \\ PS-QR \end{vmatrix} = \frac{\bar{F}_a S - \bar{M}_a Q}{PS-QR} = z_a \cos \epsilon_{z\zeta} + iz_a \sin \epsilon_{z\zeta} \\ \bar{\theta}_a &= \begin{vmatrix} P & \bar{F}_a \\ R & \bar{M}_a \end{vmatrix} \begin{vmatrix} P & Q \\ PS-QR \end{vmatrix} = \frac{\bar{M}_a P - \bar{F}_a R}{PS-QR} = \theta_a \cos \epsilon_{\theta\zeta} + i\theta_a \sin \epsilon_{\theta\zeta} \end{aligned} \right\} (5.32)$$

Door de reële delen de imaginaire delen links en rechts aan elkaar gelijk te stellen vindt men de amplituden en fase-hoeken van de damp- en stampbewegingen. De resultaten van een dergelijke berekening worden vaak in dimensioneloze vorm gepresenteerd; waarbij de damp-amplitude wordt gedeeld door de golfamplitude en de stamp-amplitude door de maximumgolfhelling $k\zeta_a$, zie Figuur 5.13.



figuur 5.13 ORIGINEL IN 1166 / 1972

Voor $\lambda \rightarrow \infty$ is de damp-amplitude gelijk aan de golfamplitude. De stamp-amplitude is dan gelijk aan de maximale golfhelling. Tevens is dan $\epsilon_{F\zeta} = 0$ en $\epsilon_{M\zeta} = -90^\circ$, zodat :

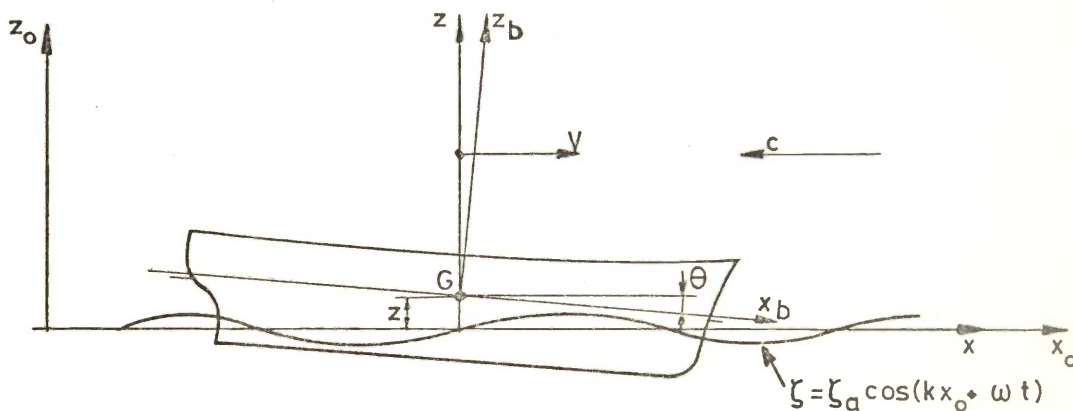
$$\left. \begin{aligned} F_{za} &= 2\rho g \zeta_a \int_L y_w dx_b = \rho g \zeta_a A_w \\ M_{\theta a} &= 2\rho g k \zeta_a \int_L y_w x_b^2 dx_b = \rho g \zeta_a k I_y \end{aligned} \right\} (5.33)$$

5.2.2 Stampen en dompen in enkelvoudige golven met voorwaartse snelheid

In deze behandeling wordt niet verondersteld dat $\lambda \gg L$ hetgeen invloed heeft op de hydrodynamische druk die bij het hanteren van de Froude-Kriloff hypothese wordt gebruikt. De introductie van de voorwaartse snelheid heeft twee belangrijke gevolgen. In de eerste plaats is de ontmoetingsfrequentie van de golven bij voorwaartse snelheid tegen de golven in groter dan de golfrequentie. In de tweede plaats blijkt de voorwaartse snelheid de coëfficiënten van de bewegingsvergelijkingen te beïnvloeden.

5.2.2.1 De ontmoetingsfrequentie

Zie Figuur 5.14.



figuur 5.14

ORIGINEEL IN K16/1982

In het ruimte vaste assenstelsel is de vergelijking van het golfoppervlak :

$$\zeta = \zeta_a \cos(kx_0 + \omega t)$$

Verondersteld wordt dat θ zo klein is dat $\cos\theta = 1$ gesteld mag worden. De vergelijking van de golf ten opzichte van het bewegende xyz stelsel is :

$$\zeta = \zeta_a \cos\{k(x + Vt) + \omega t\}$$

of:
$$\zeta = \zeta_a \cos(kx + \omega_e t) \quad (5.34)$$

waarin : $\omega_e = \omega + kV = \omega + \frac{\omega^2}{g} V$, de ontmoetingsfrequentie voorstelt.

Verder geldt algemeen :

$$T_e = \frac{\lambda}{V+c} \quad (5.35)$$

Voor $x=0$ is de vergelijking van de golf :

$$\zeta = \zeta_a \cos \omega_e t \quad (5.36)$$

De bewegingen van het schip worden ten aanzien van hun fase ten opzichte van deze definitie van de golf bepaald.

Bij het berekenen van de golfkrachten en de golfmomenten moet met de ontmoetingsfrequentie rekening gehouden worden :

$$\zeta = \zeta_a \cos(kx_b + \omega_e t) \quad (5.37)$$

Er geldt nu verder :

$$\dot{\zeta} = -\zeta_a \sin(kx_b + \omega_e t) \cdot \frac{d}{dt} (\omega_e t + kx_b) \quad (5.38)$$

We beschouwen bij het berekenen van de krachten de druk in een, in de ruimte vaststaand, dwarsscheeps vlak op afstand $x_o = Vt + x_b$ van de oorsprong.

Dan is : $\frac{dx_b}{dt} = -V$, en (5.38) wordt dan :

$$\dot{\zeta} = -\zeta_a \sin(kx_b + \omega_e t) \cdot (\omega_e - kV)$$

of:
$$\dot{\zeta} = -\zeta_a \omega \sin(kx_b + \omega_e t) \quad (5.39)$$

Evenzo geldt :
$$\ddot{\zeta} = -\zeta_a \omega^2 \cos(kx_b + \omega_e t) \quad (5.40)$$

Dit resultaat is gemakkelijk te onthouden als we bedenken dat de verticale versnelling van de waterdeeltjes in de golf niet beïnvloed wordt door de voorwaartse snelheid van het schip. De ontmoetingsperiode ten opzichte van het bewegende assenstelsel x_b, y_b, z_b wordt wel door de snelheid beïnvloed.

De uitdrukkingen (5.37), (5.39) en (5.40) moeten dus in de vergelijking 5.27 ingevoerd worden als $V \neq 0$.

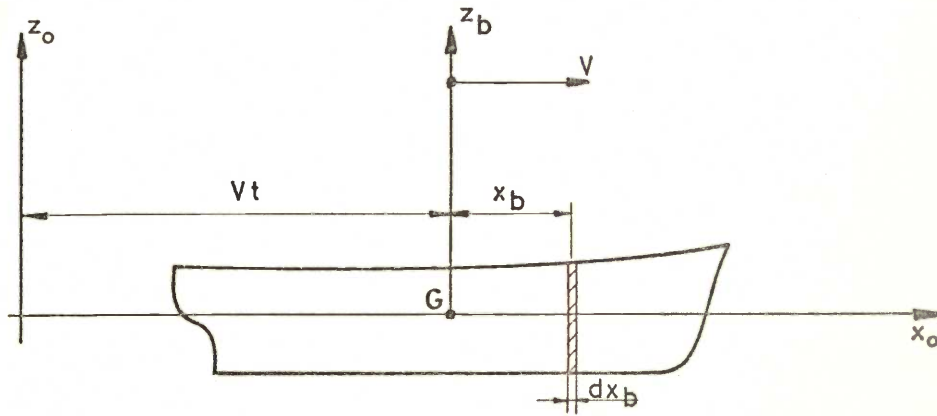
5.2.2.2 Berekening van de hydromechanische krachten op een doorsnede

Beschouw een schijf ter plaatse van x_b met dikte dx_b . De druk in het punt x_b, z_b wordt gegeven door :

$$p = \rho g \zeta_a e^{kz_b} \cos(kx_b + \omega_e t) - \rho g z_b, \quad (5.41)$$

Als aangenomen wordt dat de verplaatsing van het schip ten opzichte van zijn evenwichtsstand als zeer klein is te beschouwen.

Zie Figuur 5.15.

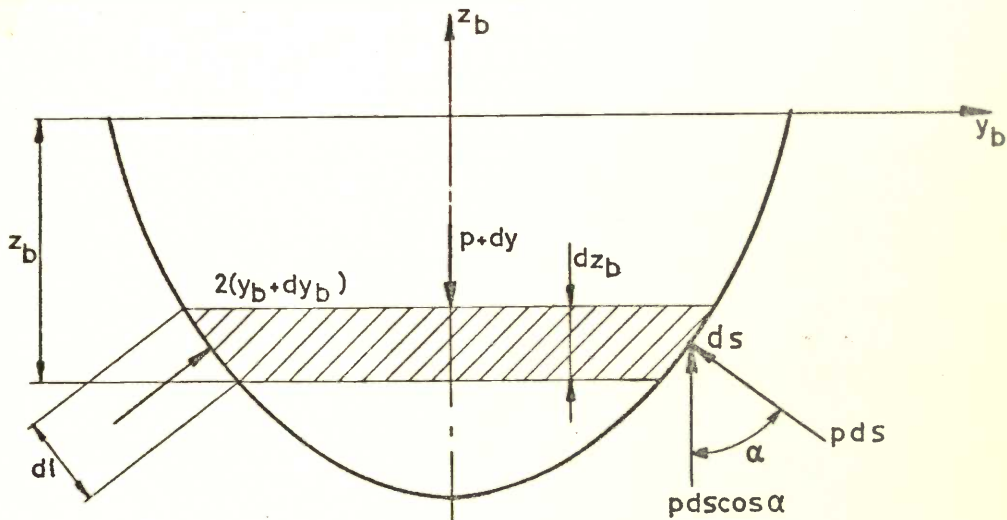


figuur 5.15 *ORGINERZ IN K16 / 1982*

Voor(5.41)kan men schrijven :

$$p = \rho g \zeta e^{kz_b} - \rho g z_b \quad (5.42)$$

De kracht op een doorsnede door de druk p wordt als volgt berekend, zie Figuur 5.16.



figuur 5.16 *ORGINERZ IN K16 / 1982*

De totale verticale kracht op de schijf is :

$$F'_1 = - \int_1 p ds \cos(n, z_b) \quad (5.43)$$

Het is gemakkelijk om in dit geval met een oppervlakte integraal te werken in plaats van met de contour-integraal.

Volgens de stelling van Gauss is nu :

$$\int p ds \cos(n, z_b) = \int_A \frac{\partial p}{\partial z_b} dA \quad (5.44)$$

A=doorsnede oppervlak.

We vinden dan als totale oprijvende kracht :

$$F'_1 = - \int_A \frac{\partial p}{\partial z_b} dA = -2 \int y_b \frac{\partial p}{\partial z_b} dz_b \quad (5.45)$$

Met (5.42) volgt nu :

$$\frac{\partial p}{\partial z_b} = \rho g k \zeta e^{kz_b} - \rho g \quad (5.46)$$

en :

$$F'_1 = -2 \int_{-T}^{+\zeta} (\rho g k \zeta e^{kz_b} - \rho g) y_b dz_b \quad (5.47)$$

Deze integraal is in twee delen te splitsen :

$\int_{-T}^{+\zeta} = \int_{-T}^0 + \int_0^{\zeta}$, waarbij te bedenken is dat ζ en k kleine getallen zijn, zodat de integralen $k \int_0^{\zeta}$ ten opzichte van de andere integralen te verwaarlozen klein zijn.

We vinden :

$$\begin{aligned} F'_1 &= -2\rho g k \zeta \int_{-T}^0 y_b e^{kz_b} dz_b + 2\rho g \int_{-T}^0 y_b dz_b + 2\rho g \int_0^{\zeta} y_b dz_b \\ &= -2\rho g k \zeta \int_{-T}^0 y_b e^{kz_b} dz_b + \rho g A_x + 2\rho g y_w \zeta \\ &= 2\rho g \zeta (y_w - k \int_{-T}^0 y_b e^{kz_b} dz_b) + \rho g A_x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 2\rho g y_w \zeta \left(1 - \frac{k}{y_w} \int_{-T}^0 y_b e^{kz_b} dz_b \right) + \rho g A_x \\
&= 2\rho g y_w \zeta^* + \rho g A_x
\end{aligned} \tag{5.48}$$

waarin : A_x is het oppervlak van de doorsnede.

$$\zeta^* = \zeta \left(1 - \frac{k}{y_w} \int_{-T}^0 y_b e^{kz_b} dz_b \right) \tag{5.49}$$

$$\text{en : } \zeta^* = \zeta e^{-kT^*} \tag{5.50}$$

$$\text{met : } T^* = -\frac{1}{k} \ln \left(1 - \frac{k}{y_w} \int_{-T}^0 y_b e^{kz_b} dz_b \right) \tag{5.51}$$

De ζ^* is in feite een gereduceerde golfhoogte die de rotatie van de waterdeeltjes of het zogenaamde Smith-effect in rekening brengt.

In verband met de berekening van de hydrodynamische krachten op een doorsnede zijn de uitdrukkingen $\dot{\zeta}^*$ en $\ddot{\zeta}^*$ van belang (zie overeenkomstige formules (5.39) en (5.40)).

Er geldt :

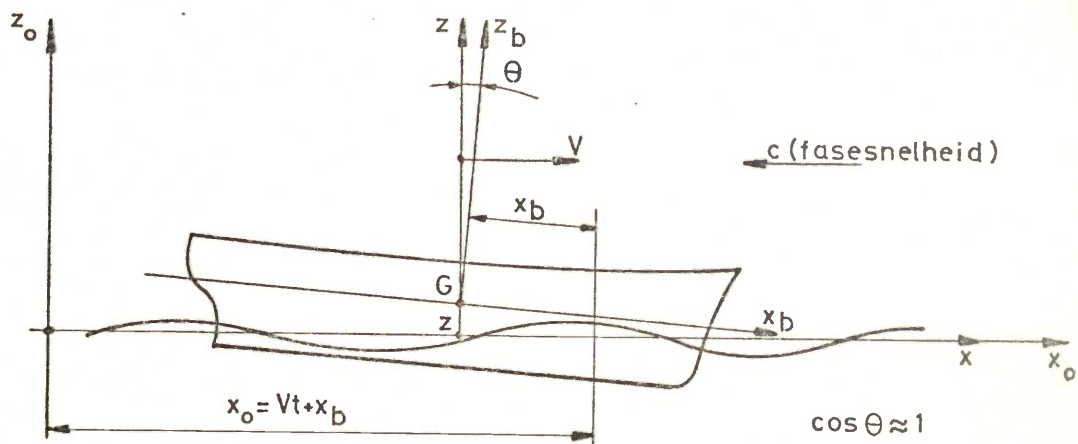
$$\dot{\zeta}^* = \frac{d}{dt} (\zeta e^{-kT^*}) = -\zeta_a \omega e^{-kT^*} \sin(kx_b + \omega_e t) \tag{5.52}$$

en :

$$\ddot{\zeta}^* = -\omega^2 \zeta_a e^{-kT^*} \cos(kx_b + \omega_e t) \tag{5.53}$$

5.2.2.3 De invloed van de voorwaartse snelheid op de coëfficiënten van de bewegingsvergelijkingen

We zullen in principe de methode van Korvin Kroukovsky volgen (SNAME-1957). Deze methode is theoretisch enigszins aanvechtbaar doch leidt tot praktisch zeer bruikbare resultaten. Een met kleine bewegingsamplituden dompend en stampend schip penetreert een verticaal vlak loodrecht op de bewegingsrichting, dat zich op een afstand x_0 van de oorsprong bevindt. Zie figuur 5.17.



figuur 5.17

ORIGINEEL INK16 / 1982

Blijkbaar geldt : $x_b = x_o - Vt$

en : $\dot{x}_b = -V$ (5.54)

De doorsnede van het schip, die zich in dat vlak bevindt heeft een verticale relatieve snelheid v_z ten opzichte van de golf. Nu is de relatieve verplaatsing daar ter plaatse : $s_z = z - x_b \theta - \zeta^*$, waarbij ζ^* de effectieve plaatselijke golf volgens (5.50) voorstelt.

Dan is :

$$v_z = \frac{d}{dt} (z - x_b \theta - \zeta^*) = \dot{z} - x_b \dot{\theta} + V\theta - \dot{\zeta}^* \quad \left. \vphantom{\frac{d}{dt}} \right\} (5.55)$$

en : $\dot{v}_z = \frac{dv_z}{dt} = \ddot{z} - x_b \ddot{\theta} + 2V\dot{\theta} - \ddot{\zeta}^*$

De hydromechanische kracht op de doorsnede wordt dan :

$$F'_H = - \frac{d}{dt} (m' v_z) - N' v_z - 2\rho g y_w s_z \quad (5.56)$$

waarin : m' en N' respectievelijk de twee dimensionale waarden van de hydrodynamische massa en de dempingscoëfficiënt van de doorsnede voorstellen.

Nu is : $\frac{dm'}{dt} = \frac{dm'}{dx_b} \cdot \frac{dx_b}{dt} = -V \frac{dm'}{dx_b}$ (5.57)

en :
$$F' = -m' \dot{v}_z - (N' - V \frac{dm'}{dx_b}) v_z - 2\rho g y_w s_z \quad (5.58)$$

De bewegingsvergelijkingen van het dompend en stampend schip met snelheid V in langsscheepse van voreninkomende golven worden nu :

$$\left. \begin{aligned} \rho V \ddot{z} &= \int_L (F'_1 + F'_2 + F'_3) dx_b \\ I_{yy} \ddot{\theta} &= - \int_L (F'_1 + F'_2 + F'_3) x_b dx_b \end{aligned} \right\} (5.59)$$

waarin :

$$F'_1 = -2\rho g y_w (z - x_b \theta - \zeta^*)$$

$$F'_2 = -N' (\dot{z} - x_b \dot{\theta} + V\theta - \dot{\zeta}^*)$$

$$\begin{aligned} F'_3 &= - \frac{d}{dt} \{ m' (\dot{z} - x_b \dot{\theta} + V\theta - \dot{\zeta}^*) \} \\ &= -m' (\ddot{z} - x_b \ddot{\theta} + 2V\dot{\theta} - \dot{\zeta}^{*\prime}) + V \frac{dm'}{dx_b} (\dot{z} - x_b \dot{\theta} + V\theta - \dot{\zeta}^*) \end{aligned}$$

en
$$\zeta^* = \zeta e^{-k\Gamma^*} = \zeta_a e^{-k\Gamma^*} \cos(kx_b + \omega_e t) \quad (5.50)$$

$$\dot{\zeta}^* = -\zeta_a \omega_e e^{-k\Gamma^*} \sin(kx_b + \omega_e t) \quad (5.52)$$

$$\ddot{\zeta}^* = -\zeta_a \omega_e^2 e^{-k\Gamma^*} \cos(kx_b + \omega_e t) \quad (5.53)$$

Integratie van de waarden van F' over de lengte van het schip leidt tot de volgende bewegingsvergelijkingen :

$$a_{zz} \ddot{z} + b_{zz} \dot{z} + c_{zz} z - d_{z\theta} \ddot{\theta} - e_{z\theta} \dot{\theta} - g_{z\theta} \theta = F'_{za} \cos(\omega_e t + \epsilon_{Fz}) \quad (5.60)$$

$$a_{\theta\theta} \ddot{\theta} + b_{\theta\theta} \dot{\theta} + c_{\theta\theta} \theta - d_{\theta z} \ddot{z} - e_{\theta z} \dot{z} - g_{\theta z} z = M_{\theta a} \cos(\omega_e t + \epsilon_{Mz})$$

waarin :

$$\begin{aligned} a_{zz} &= \rho V + \int_L m' dx_b & d_{z\theta} &= \int_L m' x_b dx_b \\ b_{zz} &= \int_L (N' - V \frac{dm'}{dx_b}) dx_b & e_{z\theta} &= \int_L (N' x_b - 2m' V - V x_b \frac{dm'}{dx_b}) dx_b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{zz} &= 2\rho g \int_L y_w dx_b & g_{z\theta} &= 2\rho g \int_L y_w x_b dx_b - V b_{zz} \\
a_{\theta\theta} &= I_{yy} + \int_L m' x_b^2 dx_b \\
b_{\theta\theta} &= \int_L (N' x_b^2 - 2V m' x_b - V x_b \frac{dm'}{dx_b}) dx_b \\
c_{\theta\theta} &= 2\rho g \int_L y_w x_b^2 dx_b - V e_{\theta z} \\
d_{\theta z} &= \int_L m' x_b dx_b \\
e_{\theta z} &= \int_L (N' x_b - V x_b \frac{dm'}{dx_b}) dx_b \\
g_{\theta z} &= 2\rho g \int_L y_w x_b dx_b
\end{aligned} \tag{5.62}$$

en :

$$\begin{aligned}
\frac{F}{\zeta_a} \frac{\cos \epsilon_{F\zeta}}{\sin \epsilon_{F\zeta}} &= 2\rho g \int_L y_w e^{-k\Gamma^*} \frac{\cos kx_b}{\sin kx_b} dx_b + \\
&+ \omega \int_L (N' - V \frac{dm'}{dx_b}) e^{-k\Gamma^*} \frac{\sin kx_b}{\cos kx_b} dx_b + \\
&- \omega^2 \int_L m' e^{-k\Gamma^*} \frac{\cos kx_b}{\sin kx_b} dx_b
\end{aligned} \tag{5.63}$$

$$\begin{aligned}
\frac{M}{\zeta_a} \frac{\cos \epsilon_{M\zeta}}{\sin \epsilon_{M\zeta}} &= -2\rho g \int_L y_w x_b e^{-k\Gamma^*} \frac{\cos kx_b}{\sin kx_b} dx_b + \\
&+ \omega \int_L (N' - V \frac{dm'}{dx_b}) x_b e^{-k\Gamma^*} \frac{\sin kx_b}{\cos kx_b} dx_b + \\
&+ \omega^2 \int_L m' x_b e^{-k\Gamma^*} \frac{\cos kx_b}{\sin kx_b} dx_b
\end{aligned} \tag{5.64}$$

Voor schepen waarbij $m'(\frac{1}{2}L) = m'(-\frac{1}{2}L) = 0$ krijgt een aantal van de coëfficiënten in vergelijking 5.62 een eenvoudiger vorm, immers :

$$\int_L \frac{dm'}{dx_b} dx_b = \int_L dm' = m' \Big|_{-\frac{1}{2}L}^{+\frac{1}{2}L} = 0$$

$$\int_L x_b \frac{dm'}{dx_b} dx_b = \int_L x_b dm' = x_b m' \Big|_{-\frac{1}{2}L}^{+\frac{1}{2}L} - \int_L m' dx_b = -mV$$

$$\int_L x_b^2 \frac{dm'}{dx_b} dx_b = \int_L x_b^2 dm' = x_b^2 m' \Big|_{-\frac{1}{2}L}^{+\frac{1}{2}L} - 2 \int_L m' x_b dx_b = -2 \int_L m' x_b dx_b$$

zodat :

$$\left. \begin{aligned} b_{zz} &= \int_L N' dx_b & e_{z\theta} &= \int_L N' x_b dx_b - mV \\ b_{\theta\theta} &= \int_L N' x_b^2 dx_b & e_{\theta z} &= \int_L N' x_b dx_b + mV \end{aligned} \right\} (5.65)$$

Voor een schip dat symmetrisch is ten opzichte van een dwarsdoorsnede door G geldt blijkbaar $e_{z\theta} = -e_{\theta z}$ als $V \neq 0$.

Deze relatie is experimenteel bevestigd door middel van oscillatieproeven, zie Figuur 5.18.

Door partiële integratie van de termen in F_z en M_θ die $\frac{dm'}{dx_b}$ bevatten, en door de termen te verwaarlozen die de kleine factor $k \frac{d\Gamma^*}{dx_b}$ bevatten kunnen de uitdrukkingen (5.63) en (5.64) nog als volgt geschreven worden :

$$\begin{aligned} \frac{F_z}{\zeta_a} \cos \epsilon_{F\zeta} &= 2\rho g \int_L y_w e^{-k\Gamma^*} \frac{\cos kx_b}{\sin kx_b} dx_b + \\ &- \omega \omega_e \int_L m' e^{-k\Gamma^*} \frac{\cos kx_b}{\sin kx_b} dx_b + \\ &+ \omega \int_L N' e^{-k\Gamma^*} \frac{\sin kx_b}{\cos kx_b} dx_b \end{aligned} \quad (5.66)$$

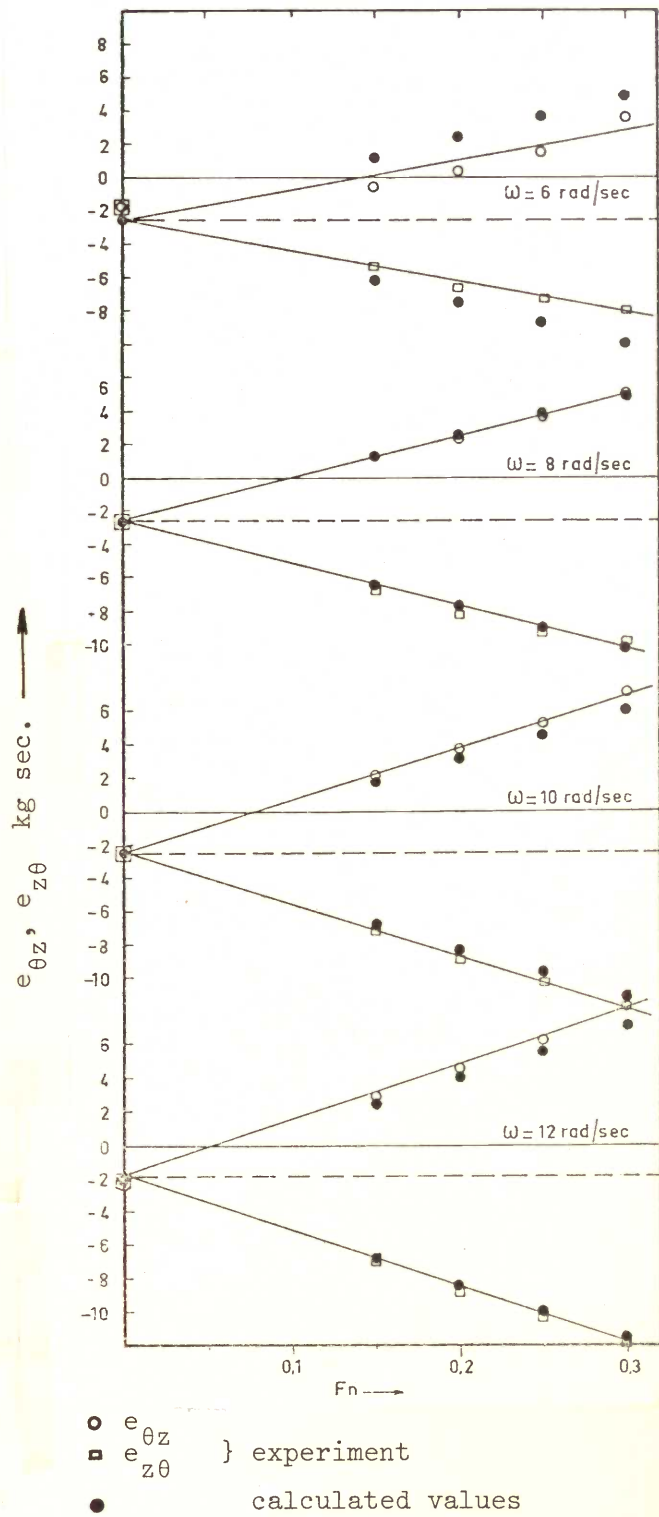


Figure 5.18

Damping cross-coupling coefficient as a function of forward speed

$$\begin{aligned}
\frac{M_{\theta a}}{\zeta_a} \frac{\cos}{\sin} \epsilon_{M\zeta} = & -2\rho g \int_L y_w x_b e^{-kT^*} \frac{\cos}{\sin} kx_b dx_b + \\
& + \omega \omega_e \int_L m' x_b e^{-kT^*} \frac{\cos}{\sin} kx_b dx_b + \\
& + \omega \int_L N' x_b e^{-kT^*} \frac{\sin}{\cos} kx_b dx_b + \\
& + \omega V \int_L m' e^{-kT^*} \frac{\sin}{\cos} kx_b dx_b
\end{aligned} \tag{5.67}$$

We merken verder op, dat voor harmonische bewegingen :

$$\ddot{\theta} = -\omega_e^2 \theta.$$

$$\text{Daarom is : } -V b_{zz} \theta = \frac{V}{\omega_e^2} b_{zz} \ddot{\theta} \tag{5.68}$$

$$\text{en : } -V e_{\theta z} \theta = \frac{V}{\omega_e^2} e_{\theta z} \ddot{\theta}$$

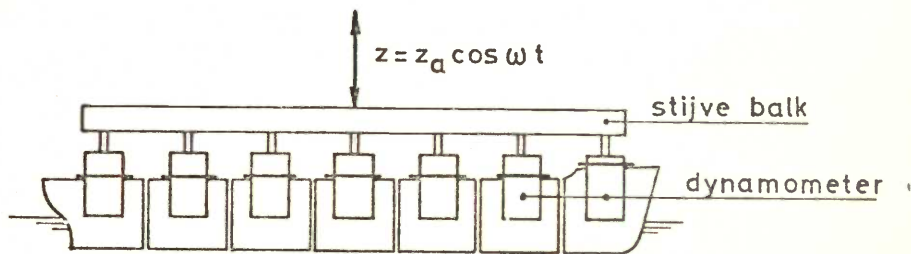
zodat de coëfficiënten van de bewegingsvergelijkingen tenslotte luiden :

(als $m'(-\frac{1}{2}L) = m'(+\frac{1}{2}L) = 0$:

$$\begin{aligned}
a_{zz} &= \rho \nabla + \int_L m' dx_b & a_{\theta\theta} &= \int_L m' x_b^2 dx_b + \frac{V e_{\theta z}}{\omega_e^2} \\
b_{zz} &= \int_L N' dx_b & b_{\theta\theta} &= \int_L N' x_b^2 dx_b \\
c_{zz} &= 2\rho g \int_L y_w dx_b & c_{\theta\theta} &= 2\rho g \int_L y_w x_b^2 dx_b \\
d_{z\theta} &= \int_L m' x_b dx_b + \frac{V b_{zz}}{\omega_e^2} & d_{\theta z} &= \int_L m' x_b dx_b \\
e_{z\theta} &= \int_L N' x_b dx_b - mV & e_{\theta z} &= \int_L N' x_b dx_b + mV \\
g_{z\theta} &= 2\rho g \int_L y_w x_b dx_b & g_{\theta z} &= 2\rho g \int_L y_w x_b dx_b
\end{aligned} \tag{5.69}$$

In deze afleiding komt wèl de symmetrie van het snelheidsafhankelijke deel van de koppelterm e tot zijn recht, maar niet een analoge betrekking voor de massakoppelterm d . In het college k29 wordt een afleiding gegeven waarbij aan de symmetrie eis wel wordt voldaan, hoewel het uiteindelijke resultaat van de berekeningen : de beweging van het schip daardoor niet verbetert. Enkele voorbeelden van een vergelijking tussen berekening en experiment worden gegeven in de Figuren 5.19, 5.20 en 5.21.

In de vergelijkingen(5.60) en (5.61) zijn de coëfficiënten van de bewegingsvergelijkingen berekend door integratie van de twee dimensionale waarden. Met behulp van een uit zeven delen bestaand model zijn de verdelingen van de hydrodynamische krachten van een gedwongen oscillerend model in vlak water gemeten. De meetopstelling is geschetst in Figuur 5.22.



figuur 5.22

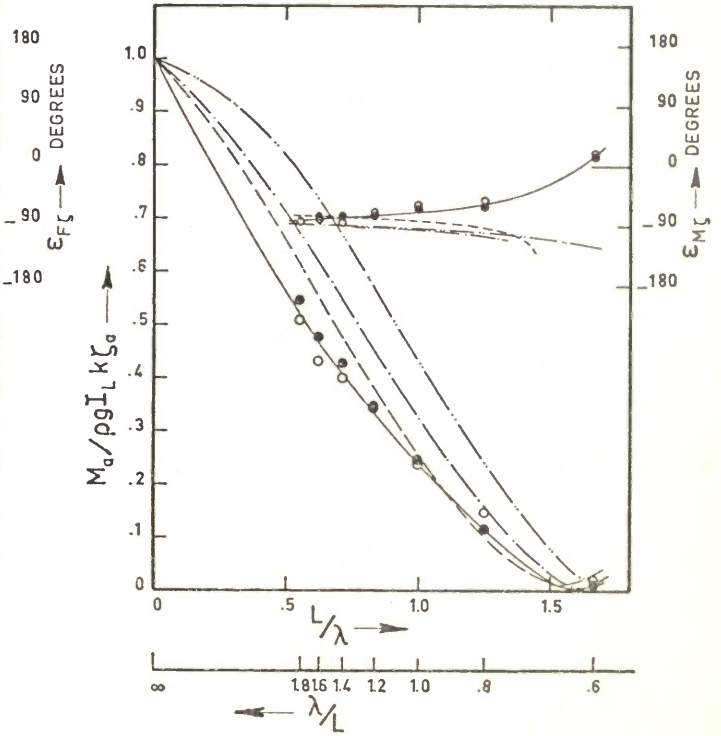
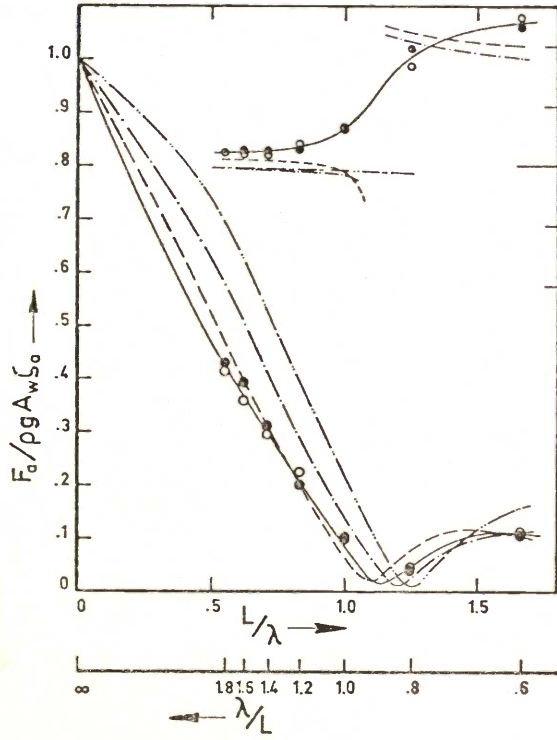
ORIGINEEL IN K16/1982

In Figuur 5.23 zijn de waarden van a' , b' , d' en e' vergeleken met de berekende waarden. Uit de Figuur blijkt dat de overeenstemming redelijk goed is. De invloed van de voorwaartse snelheid op de verdeling van b' is als volgt uit de formules (5.60) af te leiden :

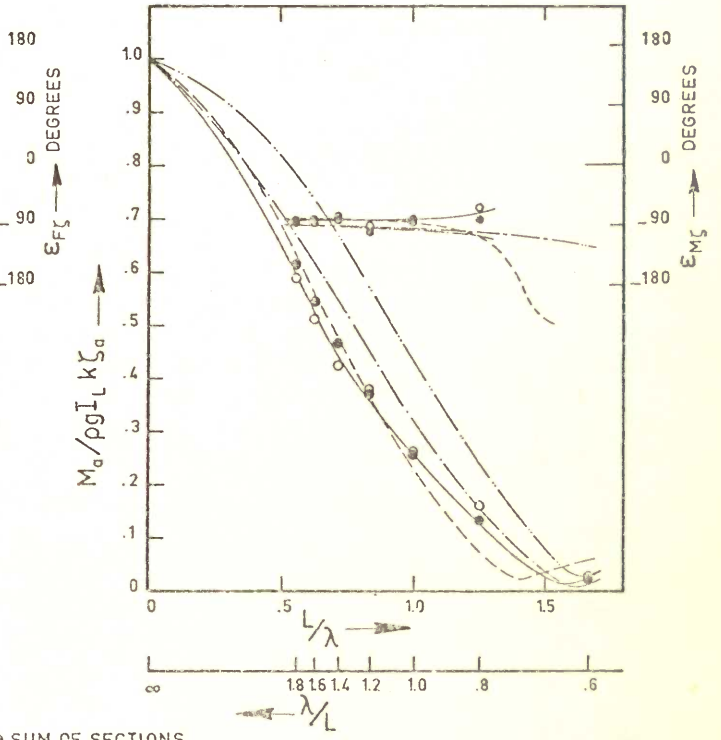
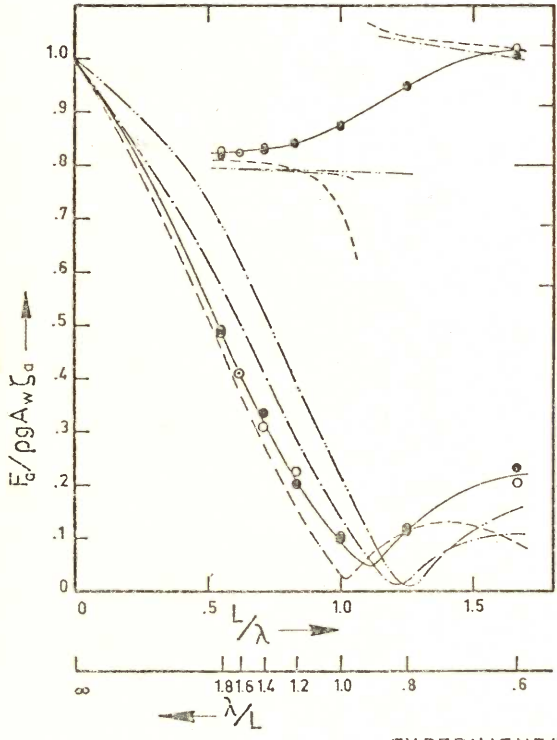
$$b' = N' - V \frac{dm'}{dx_b}$$

Hierin is $\frac{dm'}{dx_b}$ de helling van de verdeling van m' , zie Figuur 5.24

Fn = .15



Fn = .30



- EXPERIMENT (SUM OF SECTIONS TO WHOLE MODEL)
- CALCULATIONS
- · - · - CALCULATIONS WITHOUT DYNAMIC EFFECTS
- CALCULATIONS WITHOUT DYNAMIC EFFECTS AND SMITH EFFECT

Figur 5.19 Total wave force and moment on the restrained shipmodel

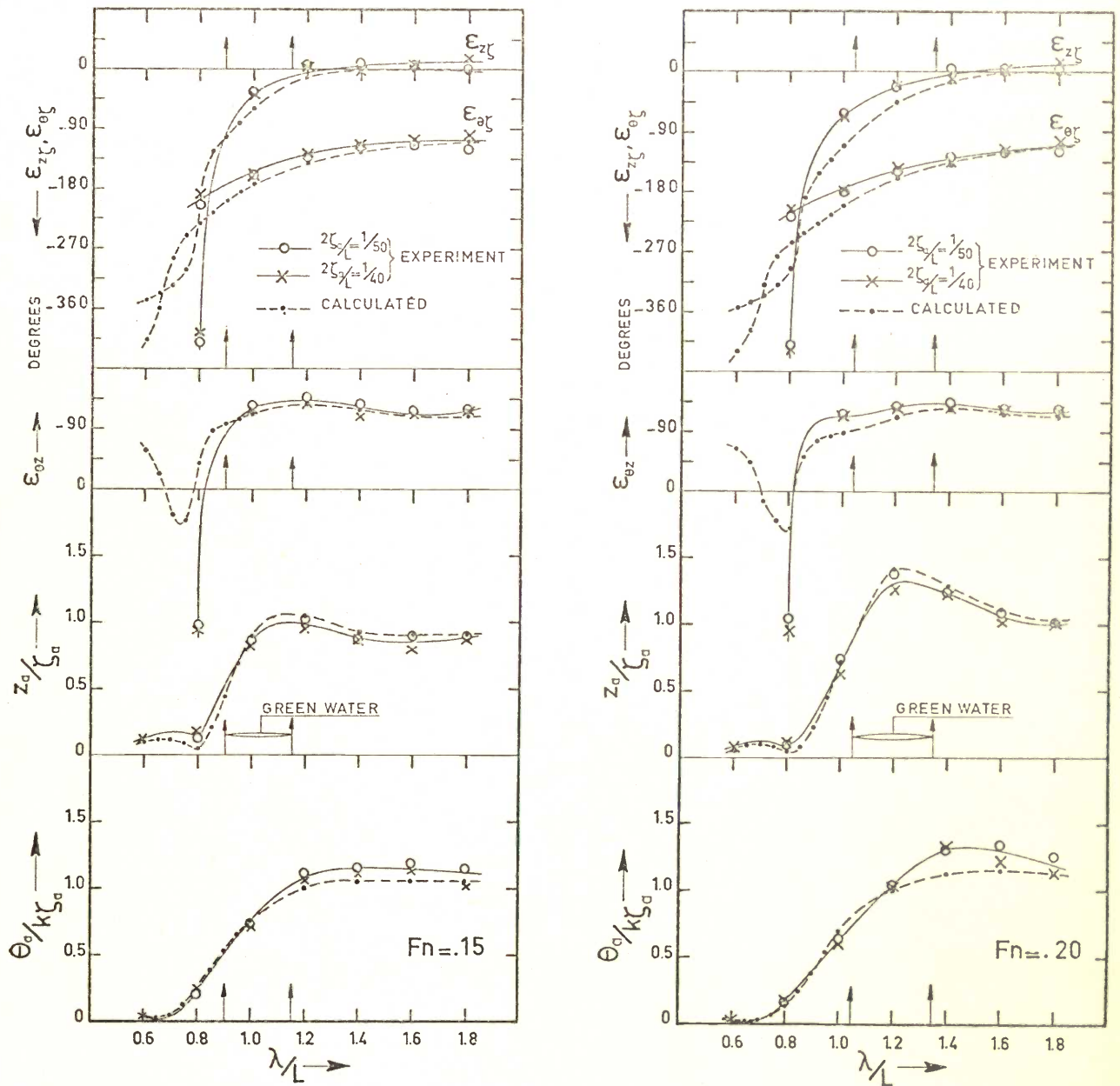


Figure 5.20

Calculated and measured amplitude- and phase characteristics for heave and pitch.
Sixty series $C_B = .70$, $F_n = .15$ and $F_n = .20$

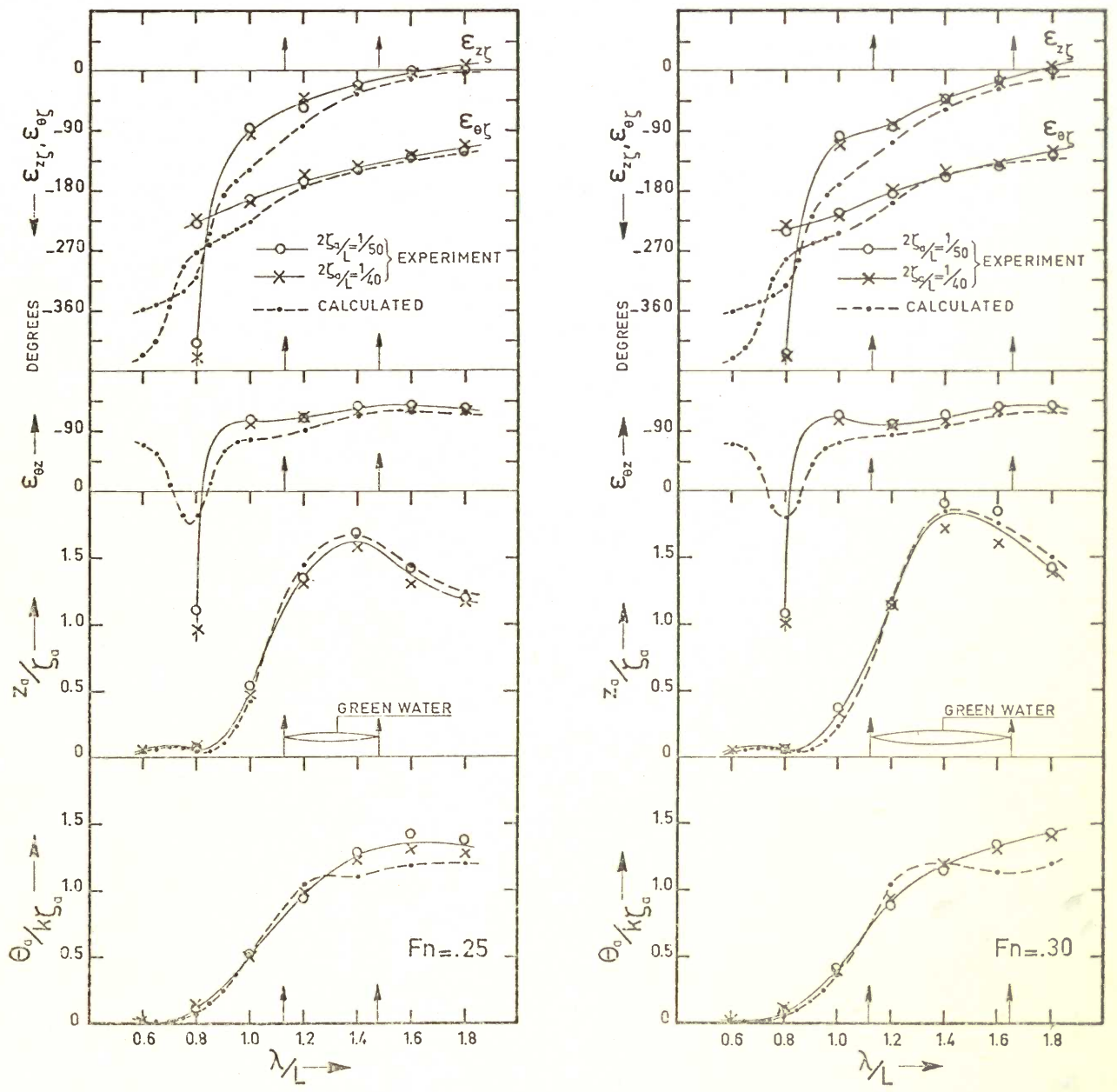


Figure 5.21 Calculated and measured amplitude- and phase characteristics for heave and pitch.
 Sixty series $C_B = .70$, $F_n = .25$ and $F_n = .30$

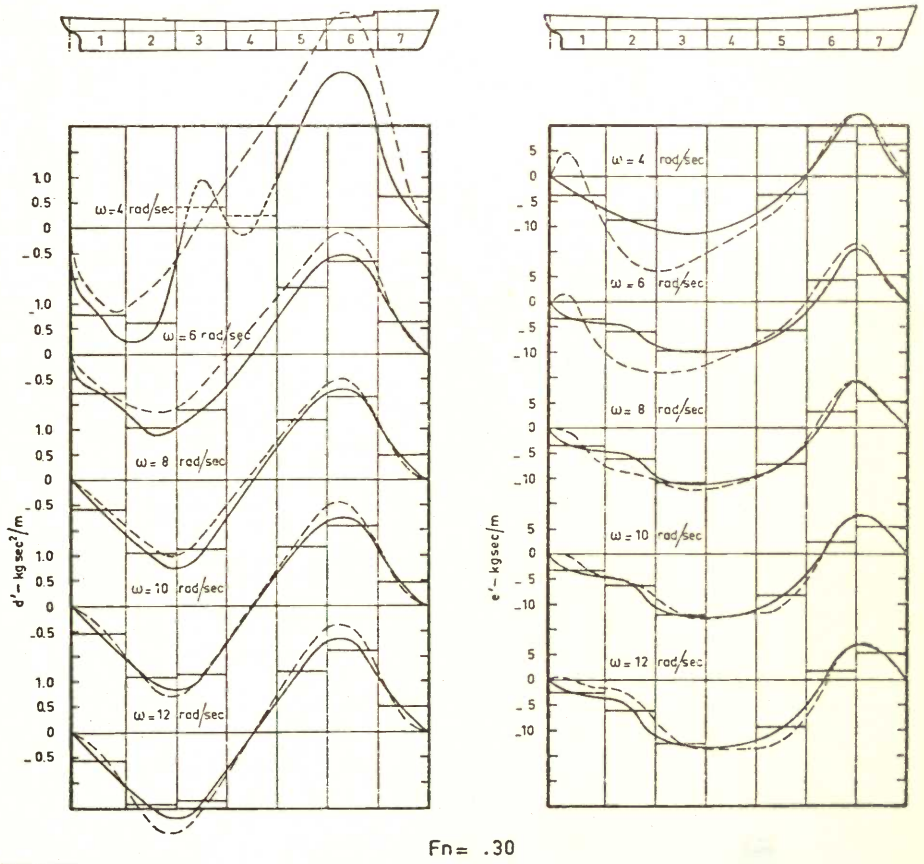
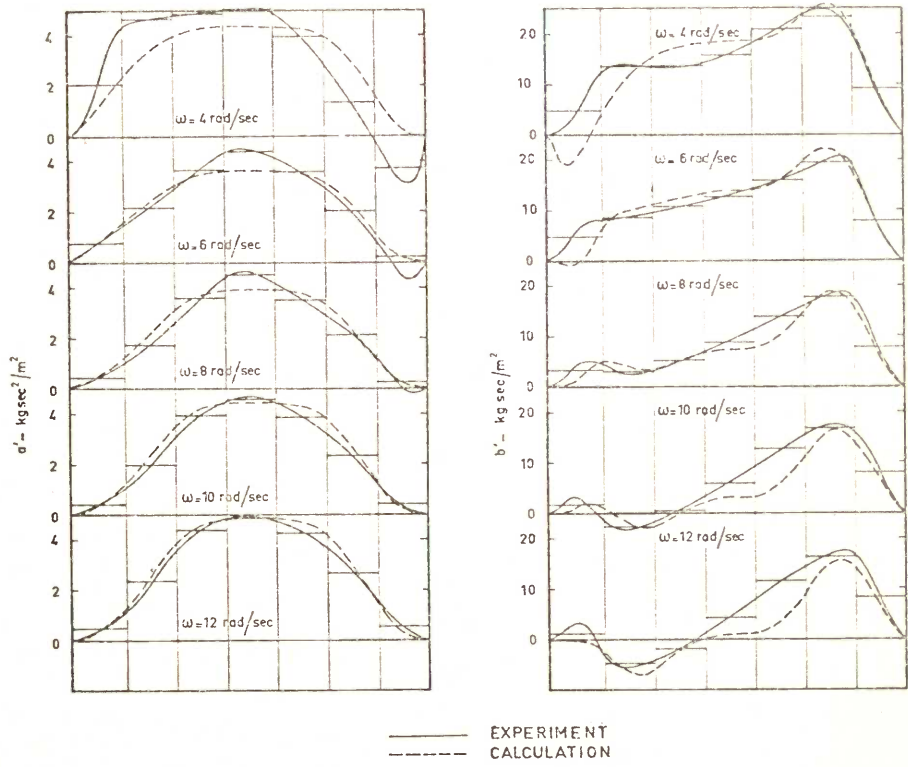
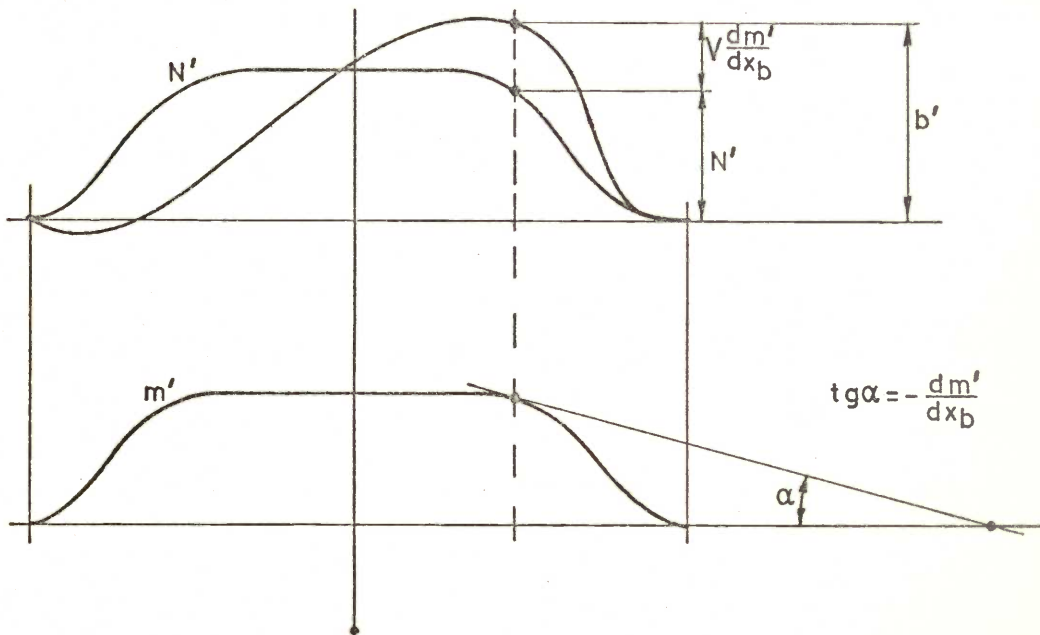


Figure 5.23 Distribution of a , b , d and ϵ over the length of the ship model



figuur 5.24

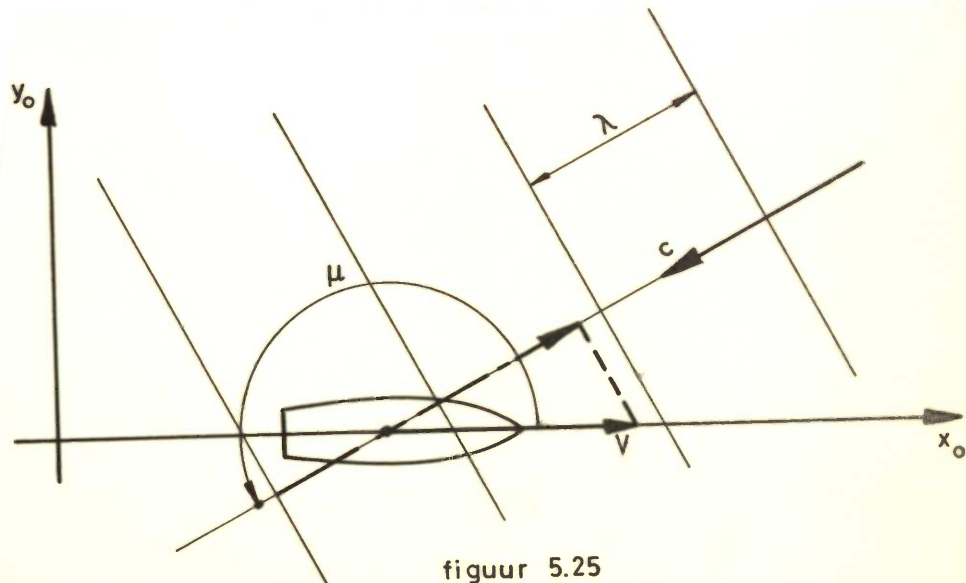
ORIGINEEL IN K16/1982

Omdat $\frac{dm'}{dx_b}$ in het voorschip < 0 neemt de plaatselijke dempingscoëfficiënt b' in het voorschip toe met de voorwaartse snelheid V van het schip.

In het achterschip is $\frac{dm'}{dx_b} > 0$ zodat daar de plaatselijke demping afneemt ten opzichte van het geval $V=0$. Er kunnen zelfs negatieve waarden van b' optreden zoals het experiment heeft bevestigd.

5.3. Scheepsbewegingen in schuin inkomende golven

5.3.1. De ontmoetingsperiode



figuur 5.25

De ontmoetingsperiode T_e wordt gegeven door :

$$T_e = \frac{\lambda}{V \cos(180 - \mu) + c} = \frac{\lambda}{c - V \cos \mu} \quad (5.70)$$

en :

$$\omega_e = \frac{2\pi}{T_e} = \frac{2\pi(c - V \cos \mu)}{\lambda} = k \left(\frac{g}{\omega} - V \cos \mu \right)$$

of:

$$\omega_e = \omega - \frac{\omega^2 V}{g} \cos \mu, \text{ of óók } \omega_e = \omega - k V \cos \mu \quad (5.71)$$

Voor golven op de kop is $\mu = 180^\circ$ en :

$$\omega_e = \omega + \frac{\omega^2 V}{g} \quad (5.72)$$

waarbij : $\omega_e > \omega$.

Als $\cos \mu < 0$ dan is steeds $\omega_e > \omega$; de voortplantingsrichting van de golven voldoet dan aan de betrekking :

$$90 < \mu < 270,$$

Dat wil zeggen : de golven komen voorlijker dan dwars in.

Als de golven achterlijker dan dwars inkomen dan is :

$$\omega_e < \omega \quad \text{en} \quad \begin{array}{l} 0^\circ < \mu < 90^\circ \\ 360^\circ \geq \mu > 270^\circ \end{array}$$

In golven achterlijker dan dwars kan het voorkomen dat $\omega_e < 0$, n.l. als:
(zie vergelijking (5.71)) :

$$\omega \leftarrow \frac{\omega^2 V}{g} \cos \mu, \quad \text{of omdat } c = \frac{g}{\omega}$$
$$\frac{V \cos \mu}{c} > 1 \quad (5.73)$$

Samenvattend kunnen we zeggen :

- a. $\frac{V \cos \mu}{c} < 0$: de golven komen voorlijker dan dwars in
 $\omega_e > \omega$
- b. $0 < \frac{V \cos \mu}{c} \leq 1$: de golven komen achterlijker dan dwars in
 $\omega_e < \omega$
- c. $\frac{V \cos \mu}{c} > 1$: het schip loopt sneller dan de golven die achterlijker dan
 $\omega_e < 0$ dwars inkomen, maar schijnbaar voorlijker dan dwars inkomen.

5.3.2. Het verband tussen golffrequentie en ontmoetingsfrequentie

Als de ontmoetingsfrequentie ω_e als positief getal gegeven is, kan hieruit de golffrequentie bepaald worden.

Evenals in het vorige hoofdstuk kunnen drie gevallen onderscheiden worden n.l.

- a. De golven komen voorlijker dan dwars in :

$$\frac{V \cos \mu}{c} < 0$$

Uit vergelijking (5.71) kan ω als algemene uitdrukking gegeven worden :

$$\omega = \frac{g}{2V \cos \mu} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4V}{g} \cos \mu \cdot \omega_e} \right) \quad (5.74)$$

Uitgaande van reële oplossingen komt alleen het min-teken voor de discriminant voor dit geval in aanmerking, omdat $\cos \mu < 0$.

Voor kopgolven ($\mu = 180^\circ$) leidt vergelijking (5.74) tot :

$$\omega = \frac{-g}{2V} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{4V}{g} \omega_e} \right) \quad (5.75)$$

b. De golven komen achterlijker dan dwars in, terwijl :

$$0 < \frac{V \cos \mu}{c} \leq 1$$

De algemene formules (5.74) blijft voor dit geval gelden. Voor zuiver achterinkomende golven ($\mu = 0^\circ$) geldt dan :

$$\omega = \frac{g}{2V} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4V}{g} \omega_e} \right) \quad (5.76)$$

c. De golven komen achterlijker dan dwars in, terwijl :

$$\frac{V \cos \mu}{c} > 1,$$

dan zal als ω_e positief gewaardeerd wordt vergelijking (5.71) in teken om-draaien :

$$\omega_e = \frac{\omega^2 V}{g} \cos \mu - \omega \quad (5.77)$$

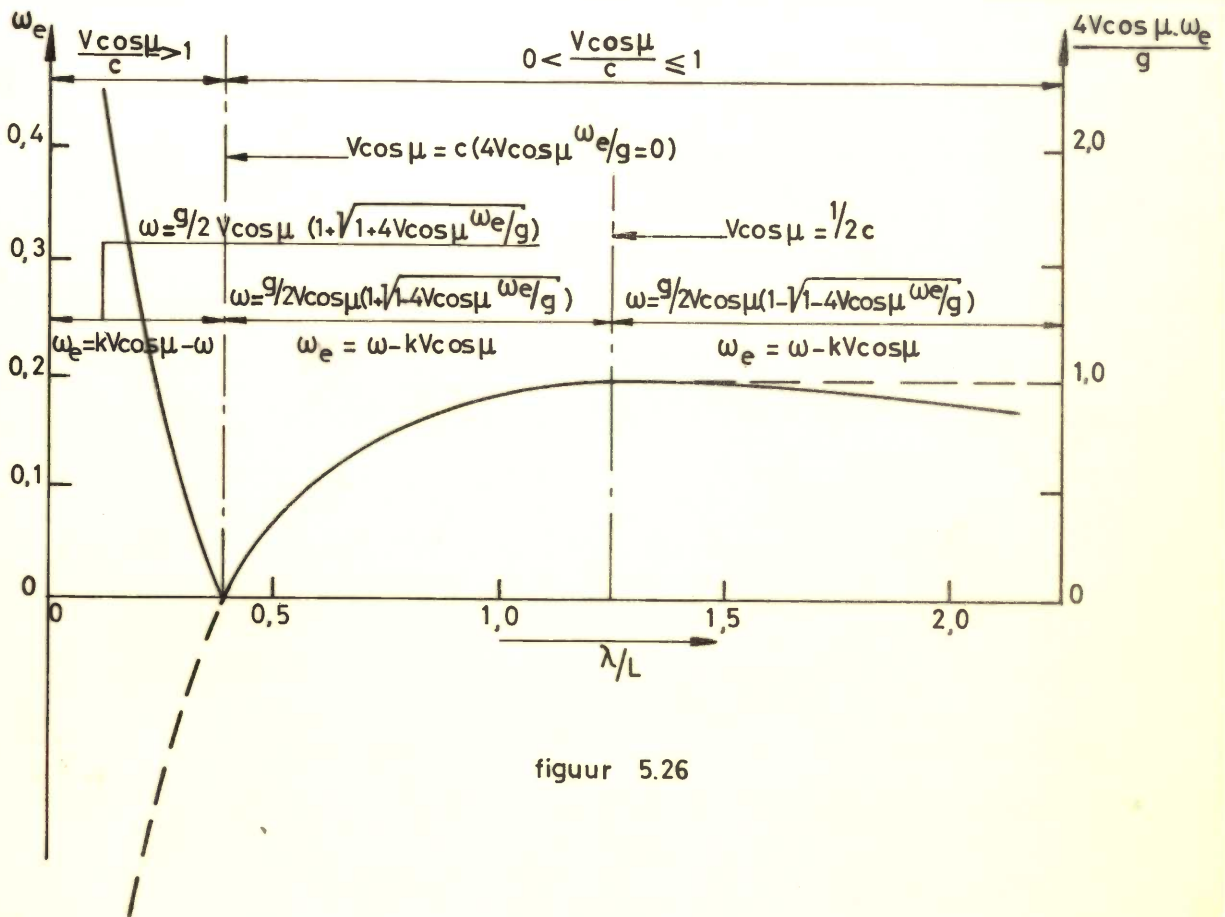
waaruit af te leiden is :

$$\omega = \frac{g}{2V \cos \mu} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4V}{g} \cos \mu \cdot \omega_e} \right) \quad (5.78)$$

Voor zuiver achterinkomende golven, wordt de golffrequentie :

$$\omega = \frac{g}{2V} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4V}{g} \omega_e} \right) \quad (5.79)$$

Een overzicht van de relaties tussen golflengte en ontmoetingsfrequentie voor achterinkomende golven is gegeven in fig.5.26



In deze figuur zijn twee markante punten te onderscheiden n.l. :

a. $\frac{4V \cos \mu \cdot \omega_e}{g} = 0$ en $\frac{V \cos \mu}{c} > 1$:

De golffrequentie volgt uit vergelijking (5.78) voor dit geval :

$$\omega = \frac{g}{V \cos \mu}$$

en hieruit de golfsnelheid :

$$c = g/\omega = V \cos \mu \tag{5.80}$$

De scheepssnelheid V is gelijk aan de golfsnelheid in de richting van de scheepssnelheid $c/\cos\mu$.

$$b. \frac{4V\cos\mu \cdot \omega_e}{g} = 1 \quad \text{en} \quad 0 < \frac{V\cos\mu}{c} \leq 1$$

De golffrequentie volgt uit vergelijking (5.74) en bedraagt :

$$\omega = \frac{g}{2V\cos\mu}$$

met als golfsnelheid

$$c = 2V\cos\mu \quad (5.81)$$

De scheepssnelheid V is gelijk aan de groepssnelheid van de golven in de richting van de scheepssnelheid : $\frac{c}{2\cos\mu}$.

5.3.3. Bewegingsvergelijkingen voor stampen en dompen

Voor de bewegingsvergelijkingen van stampen en dompen kan in het geval van schuin inkomende golven gesteld worden, dat de termen in het linker-lid van (5.28) en (5.29) alleen afhankelijk zijn van de ontmoetingsfrequentie ω_e . Schuin inkomende golven hebben op de hydrodynamische coëfficiënten alleen invloed via de ontmoetingsfrequentie ω_e . Voor het rechterlid van vergelijking (5.28) en (5.29) is dit anders, omdat deze termen evenredig zijn met de effectieve golfuitwijking ζ^* . De golfuitwijking voor schuininkomende golven kan voor het ruimtevast assenstelsel $x_0 y_0 z_0$ als volgt geschreven worden :

$$\zeta^* = \zeta_a e^{-k\Gamma^*} \cos \{k(x_0 \cos\mu + y_0 \sin\mu) - \omega t\}$$

Als $y_0 \ll \lambda$, dan kan hiervoor geschreven worden :

$$\zeta^* = \zeta_a e^{-k\Gamma^*} \cos(kx \cos\mu - \omega t) \quad (5.82)$$

Voor het meebewegend assenstelsel geldt nu met $\frac{dx_b}{dt} = -V$:

$$\zeta^* = \zeta_a e^{-k\Gamma^*} \cos\{k \cos\mu x_b + (kV\cos\mu - \omega)t\} \quad (5.83)$$

Substitutie in vergelijking (5.59) levert de algemene uitdrukking op voor de golfkrachten en momenten :

$$\begin{aligned}
\frac{F}{\zeta_a} \frac{z_a \cos \epsilon_{F\zeta}}{\sin \epsilon_{F\zeta}} = & +2\rho g \int_L y_w e^{-kT^*} \frac{\cos kx_b \cos \mu dx_b}{\sin} + \\
& + \omega \int_L \left(N' - V \frac{dm'}{dx_b} \right) e^{-kT^*} \frac{\sin kx_b \cos \mu dx_b}{\cos} + \\
& + \omega^2 \int_L m' e^{-kT^*} \frac{\cos kx_b \cos \mu dx_b}{\sin} \quad (5.84)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{M}{\zeta_a} \frac{\theta_a \cos \epsilon_{M\zeta}}{\sin \epsilon_{M\zeta}} = & +2\rho g \int_L y_w x_b e^{-kT^*} \frac{\cos kx_b \cos \mu dx_b}{\sin} + \\
& - \omega \int_L \left(N' - V \frac{dm'}{dx_b} \right) x_b e^{-kT^*} \frac{\sin kx_b \cos \mu dx_b}{\cos} + \\
& + \omega^2 \int_L m' x_b e^{-kT^*} \frac{\cos kx_b \cos \mu dx_b}{\sin} \quad (5.85)
\end{aligned}$$

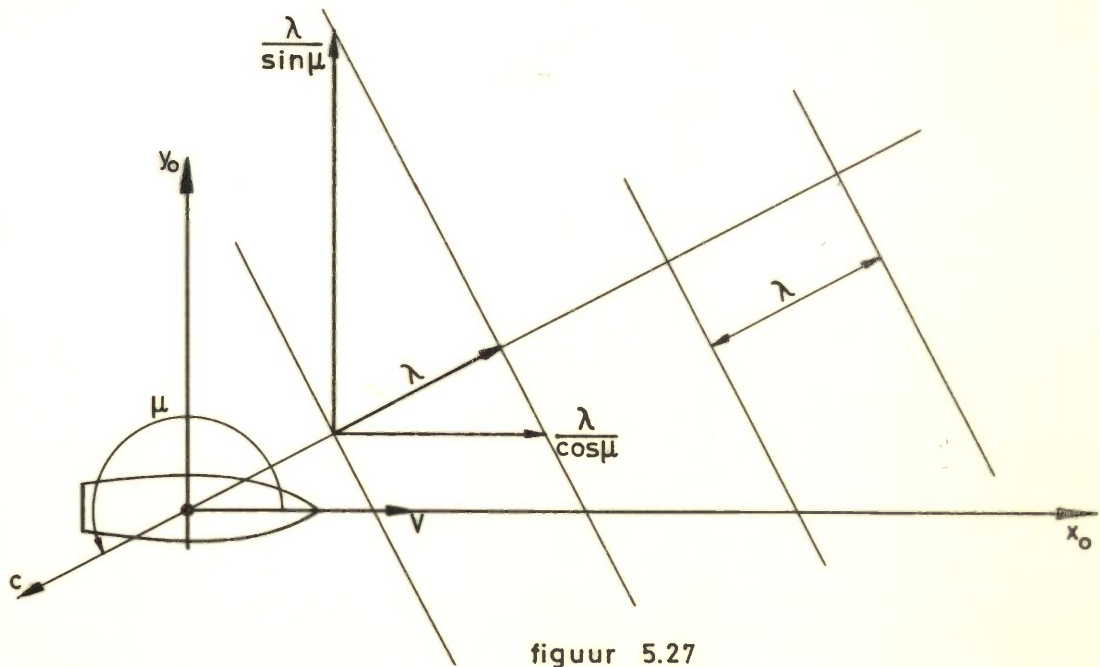
Voor het geval van golven op de kop ($\mu=180^\circ$) leveren deze vergelijkingen respectievelijk vergelijking (5.63) en (5.64) op.

Indien voor golven, die achterlijker dan dwars inkomen geldt : $\frac{V \cos \mu}{c} > 1$ (geval 3 van 5.3.1), moeten alle uit-fase termen (termen gelijk aan respectievelijk $\frac{F}{\zeta_a} \frac{z_a \sin \epsilon_{F\zeta}}{\cos}$ en $\frac{M}{\zeta_a} \frac{\theta_a \sin \epsilon_{M\zeta}}{\cos}$) van teken omgedraaid worden als ω_e positief gewaardeerd is.

Bij deze afleiding is verondersteld dat de stamp- en dompbeweging in schuin inkomende golven niet beïnvloed worden door koppeling met andere bewegingscomponenten.

5.3.4. Slingeren in schuin inkomende golven

We beschouwen alléén de ongekoppelde slingerbeweging van een schip dat in enkelvoudige golven vaart die onder een hoek μ inkomen, zie Figuur 5.27.



Voor de ontmoetingsfrequentie werd reeds gevonden :

$$\omega_e = \omega - \frac{\omega^2 V}{g} \cos \mu \quad (5.71)$$

Als maximale effectieve golfhelling wordt nu genomen :

$$\alpha_{wa} = \zeta_a k \sin \mu e^{-kT} \quad (5.86)$$

omdat de effectieve lengte van de golf, dwarsscheeps gemeten gelijk is aan $\frac{\lambda}{\sin \mu}$, en $k \sin \mu = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \mu$.

De bewegingsvergelijkingen worden dan naar analogie van de vergelijkingen (5.6.) en (5.7) :

$$(I_{xx} + m_{\phi\phi}) \ddot{\phi} + N_{\phi\phi} \dot{\phi} + \rho g \nabla GM \phi = F_{\phi a} \cos(\omega_e t + \epsilon_{F\zeta}) \quad (5.87)$$

waarin :

$$F_{\phi a} \cos \epsilon_{F\zeta} = \zeta_a k \sin \mu e^{-kT} N_{\phi\phi} \omega_e$$

$$F_{\phi a} \sin \epsilon_{F\zeta} = \zeta_a k \sin \mu e^{-kT} (\rho g \nabla GM - m_{\phi\phi} \omega_e^2)$$

$$\operatorname{tg} \epsilon_{F\zeta} = \frac{\rho g \nabla GM - m_{\phi\phi} \omega_e^2}{N_{\phi\phi} \omega_e}$$

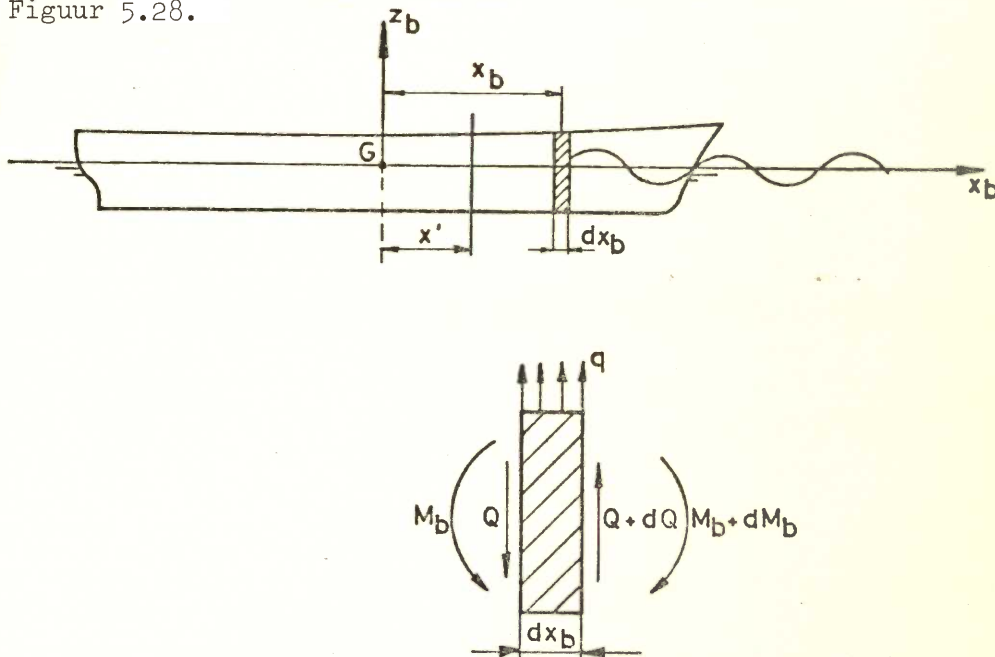
De grootheden $N_{\phi\phi}$ en $m_{\phi\phi}$ moeten bepaald worden voor de frequentie ω_e .

De volledige behandeling van de bewegingen van een schip in schuin inkomende golven, waarbij de koppelingen tussen de diverse bewegingscomponenten niet verwaarloosd worden, wordt in dit college niet gegeven.

Bestaande vergelijkingen tussen berekening en meting tonen voor dit geval aan dat de correlatie voor de verticale bewegingen (stampen en dompen) vaak beter is dan voor de horizontale bewegingen (verzetten, gieren).

5.4. Dwarskrachten en buigende momenten in zeegang

Als gevolg van de bewegingen van een schip in zeegang ontstaan traagheidskrachten en hydrodynamische krachten die de scheepsconstructie belasten. We zullen de dwarskrachten en de buigende momenten berekenen in een willekeurige doorsnede als het schip in langsscheepse enkelvoudige golven vaart en we beschouwen daartoe het evenwicht van een schijf van het schip met lengte dx_b , zie Figuur 5.28.



figuur 5.28

ORIGINEEL IN K16/1982

en :

$$M_b(x') = \int_{x_1}^{VLL} Q(x_b) dx_b$$

Deze laatste integraal is nog als volgt te schrijven :
(zie Figuur 5.29)

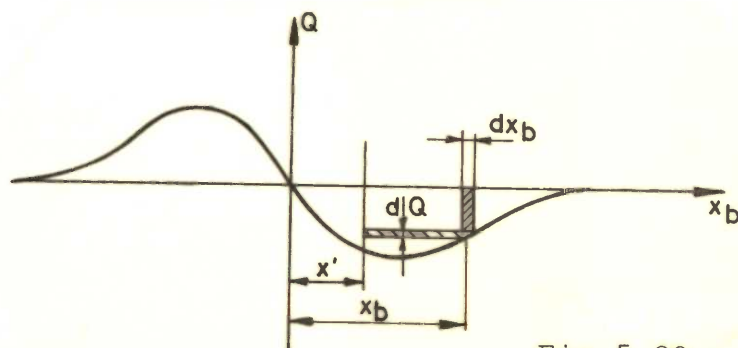


Fig. 5.29

$$M_b(x') = \int_{x_1}^{VLL} Q(x_b) dx_b = \int_Q dQ(x_b - x') = - \int_{x_1}^{VLL} q(x_b)(x_b - x') dx_b \quad (5.90)$$

In :

$$q(x_b) = - \frac{w'}{g} (\ddot{z} - x_b \ddot{\theta}) + F' + \rho g A_w - w' \quad (5.89)$$

veroorzaken de laatste twee termen het stil-water buigend moment. Deze kunnen geheel apart van het golfbuigend moment berekend worden. Wij zullen nu slechts het dynamische deel van de hydromechanische belasting beschouwen :

$$q_d(x_b) = - \frac{w'}{g} (\ddot{z} - x_b \ddot{\theta}) + F' \quad (5.91)$$

De daarmee corresponderende dwarskracht en het buigend moment volgen uit :

$$\left. \begin{aligned} Q(x') &= \int_{x'VLL}^{VLL} \left\{ \frac{w'}{g} (\ddot{z} - x_b \ddot{\theta}) - F' \right\} dx_b \\ M_b(x') &= \int_{x'} \left\{ \frac{w'}{g} (\ddot{z} - x_b \ddot{\theta}) - F' \right\} (x_b - x') dx_b \end{aligned} \right\} \quad (5.92)$$

De dwarskracht en het buigend moment kunnen nu als volgt geschreven worden :

We rekenen de belasting q in z richting en het hogging of opbuigend moment positief.

Blijkbaar geldt :

$$\left. \begin{aligned} q dx_b &= -dQ \longrightarrow q = \frac{dQ}{dx_b} \\ Q &= \frac{dM_b}{dx_b} \end{aligned} \right\} (5.88)$$

De verticale belasting van de schijf per eenheid van lengte is het verschil tussen de traagheidskrachten enerzijds en anderzijds de som van de hydrodynamische krachten en het gewicht van de schijf. Dat volgt uit de vergelijking van Newton voor de "losgemaakte" schijf :

$$\frac{w'}{g} (\ddot{z} - x_b \ddot{\theta}) dx_b = (F' + \rho g A_x - w') dx_b + dQ$$

of:
$$q(x_b) = -\frac{w'}{g} (\ddot{z} - x_b \ddot{\theta}) + F' + \rho g A_x - w' \quad (5.89)$$

Hierin is w' het gewicht van een schijf per eenheid van lengte.

Er geldt nu dat $\int_L q(x_b) dx_b = 0$ want :

$$\rho g \int_L A_x dx_b = \int_L w' dx_b = \rho g V.$$

en : $\int_L w' x_b dx_b = 0$, omdat de oorsprong van het assenstelsel in G ligt.

Voor het evenwicht van de verticale krachten voor het gehele schip geldt :

$$\ddot{z} \int_L \frac{w'}{g} dx_b = \int_L F' dx_b, \text{ zodat inderdaad } \int_L q(x_b) dx_b = 0.$$

Uit : $q = \frac{dQ}{dx_b}$ en (5.88) volgt :

$$Q(x') = - \int_{x_1}^{VLL} q(x_b) dx_b$$

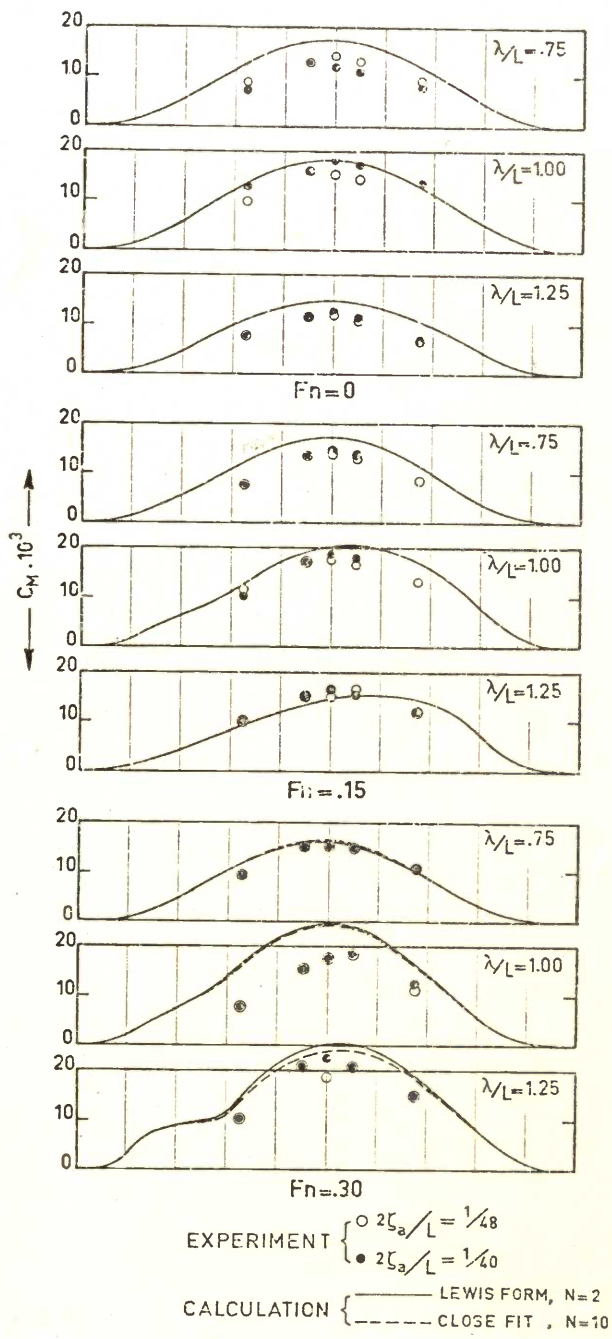
$$\left. \begin{aligned} Q(x') &= \bar{Q}_a e^{i\omega t} \\ M_b(x') &= \bar{M}_{ba} e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} (5.93)$$

waarin : $\bar{Q}_a = Q_a e^{i\epsilon_{Q\zeta}}$

en : $\bar{M}_{ba} = M_{ba} e^{i\epsilon_{M_b\zeta}}$

De uitdrukkingen voor \bar{Q}_a en \bar{M}_{ba} kunnen gemakkelijk gevonden worden met (5.92) als de beweging van het schip $z = \bar{z}_a e^{i\omega t}$ en $\theta = \bar{\theta}_a e^{i\omega t}$, bekend zijn uit de berekening die in het voorgaande werd gegeven. In het algemeen zijn de fasehoeken $\epsilon_{Q\zeta}$ en $\epsilon_{M_b\zeta}$ van de dwarskracht niet belangrijk als in langsscheepse golven wordt gevaren. In schuine golven treden combinatie van belastingen op, zoals horizontale buigende momenten, verticale buigende momenten en torsie. In zo'n geval speelt de fase in verband met de superpositie van de golfbelastingen wèl een rol.

De toepasbaarheid van de methode is getoetst met modelproefmetingen, waarbij buigende momenten op drie plaatsen, verdeeld over de lengte van de romp, gemeten werden in enkelvoudige golven. De vergelijking met de berekening is gegeven in Figuur 5.30.



Distribution of wave bending moment amplitudes

FIGUUR : 5.30

5.5. Gedrag van het schip in onregelmatige golven

5.5.1. Scheepsbewegingen in onregelmatige langsscheepse golven

De scheepsbewegingen in onregelmatige golven kunnen met het superpositie-principe berekend worden als de frequentie-karakteristieken van het schip en het spectrum van de golven bekend zijn. De zeegang wordt opgebouwd gedacht uit zeer veel enkelvoudige golfcomponenten (in de limiet : een oneindig aantal), elk met hun eigen amplitude, frequentie en voortplantingsrichting. De fase van de componenten is willekeurig verdeeld. De verdeling van de energie per oppervlakte-eenheid over de frequentie en de voortplantingsrichting, wordt bepaald door het spectrum van de zeegang. Eenvoudigheidshalve wordt hier slechts de zogenaamde één-dimensionale onregelmatigheid besproken, waarbij de voortplantingsrichting van elk van de golfcomponenten dezelfde is. De verticale beweging van het golfoppervlak in een bepaald punt kan voorgesteld worden door de tijdreeks :

$$\zeta(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \zeta_{an} \cos(\omega_n t + \epsilon_n) \quad (5.94)$$

waarin ζ_{an} , ω_n en ϵ_n respectievelijk amplitude, de frequentie en de fase van de component n voorstellen. De fasehoek is willekeurig verdeeld in het gebied $0-2\pi$ hetgeen als volgt wordt geformuleerd :

$$P [0 \leq \epsilon_n \leq 2\pi\alpha] = \alpha, \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (5.95)$$

De zeegang wordt beschouwd als een stationair stochastisch proces. Uit praktijkmetingen blijkt dat de gemiddelde energie per oppervlakte-eenheid in vele gevallen slechts langzaam met de tijd varieert. Mede op grond hiervan kan een registratie van de zeegang beschouwd worden als een stationair proces. Het gemiddelde kwadraat van $\zeta(t)$ over lange tijd is :

$$\overline{\zeta^2} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \zeta_{an}^2 \quad (5.96)$$

Deze uitdrukking is onafhankelijk van de fase ϵ_n . De verdeling van ζ_a^2 als functie van de frequentie ω wordt gegeven door het spectrum $S_{\zeta\zeta}(\omega)$ waarvoor geldt :

$$S_{\zeta\zeta}(\omega)\Delta\omega = \frac{1}{2}\zeta_a^2$$

of in limietvorm : $S_{\zeta\zeta}(\omega)d\omega = \frac{1}{2}\zeta_a^2 \quad (5.97)$

Het spectrum $S(\omega)$ kan uit een registratie $\zeta(t)$ berekend worden. In statistische zin kan omgekeerd uit het spectrum de golfbeweging als functie van de tijd geconstrueerd worden. Immers voor de n^e component geldt :

$$\zeta_{an} = \sqrt{2S_{\zeta\zeta}(\omega_n \Delta)\omega}$$

dus :

$$\zeta(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2S_{\zeta\zeta}(\omega_n \Delta)\omega} \cos(\omega_n t + \varepsilon_n) \quad (5.98)$$

waarbij weer geldt dat ε_n willekeurig verdeeld is (zie Figuur 5.31). Deze uitdrukking wordt ook wel in de continue vorm geschreven :

$$\zeta(t) = \int_0^{\infty} \cos(\omega t + \varepsilon) \sqrt{2S_{\zeta\zeta}(\omega)\omega} d\omega \quad (5.99)$$

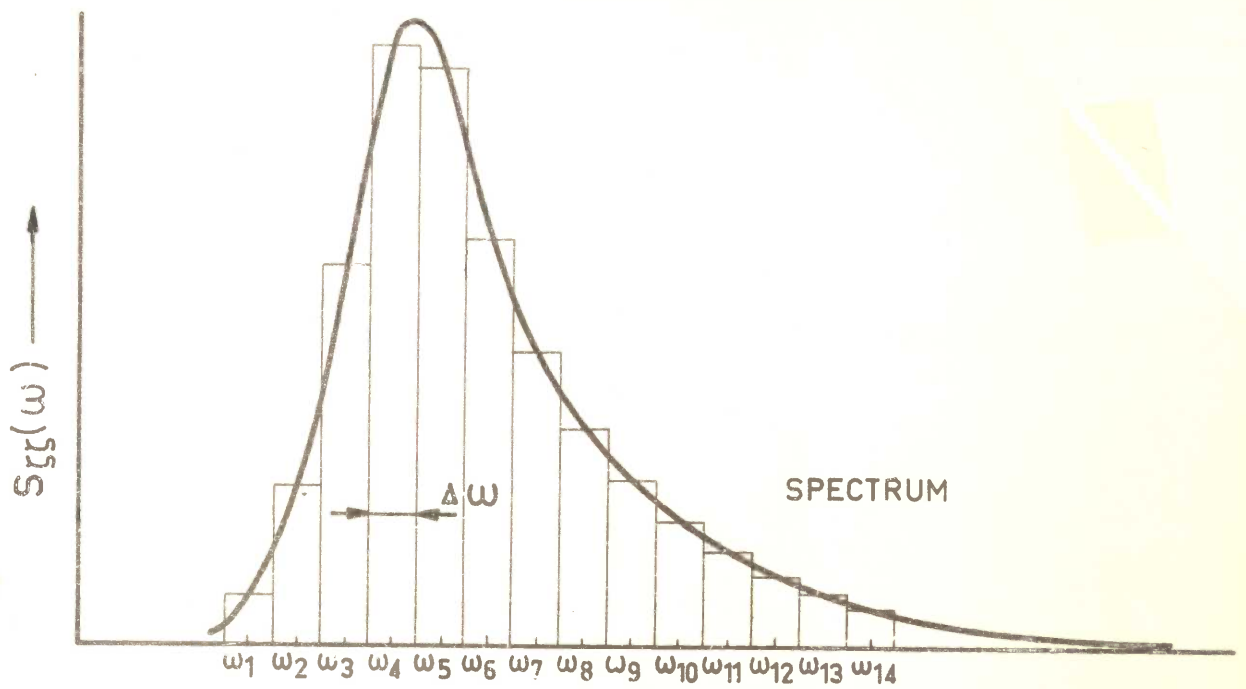
Gezien de willekeurige verdeling van de fasehoek ε , welke niet van de frequentie ω afhangt, lijkt deze presentatie wat vreemd, maar hij wordt gebruikt om aan te tonen dat $\zeta(t)$ ontstaat uit een continue spectrum. Als $\Delta\omega$ steeds kleiner wordt dan nadert $\zeta(t)$ tot de tijdreeks die hoort bij het continue spectrum $S_{\zeta\zeta}(\omega)$. Zeegangsspectra zijn in figuur 5.32 gegeven als functie van de windsnelheid. Opgemerkt wordt echter dat de oceanografen het onderling niet eens zijn over de vorm van het spectrum en de mate waarin het spectrum afhangt van de windsterkte. De spectra in figuur 5.32 zijn gebaseerd op een formule die Neumann voorstelde; de coëfficiënten in deze formule zijn aangepast aan praktijkgegevens.

De beweging van het schip in de onregelmatige zee wordt nu bepaald door de responsies van het schip op elk van de golfcomponenten lineair te superponeren. Als voorbeeld beschouwen wij de dompbeweging waarvan de amplitude- en de fasekarakteristieken respectievelijk gegeven zijn :

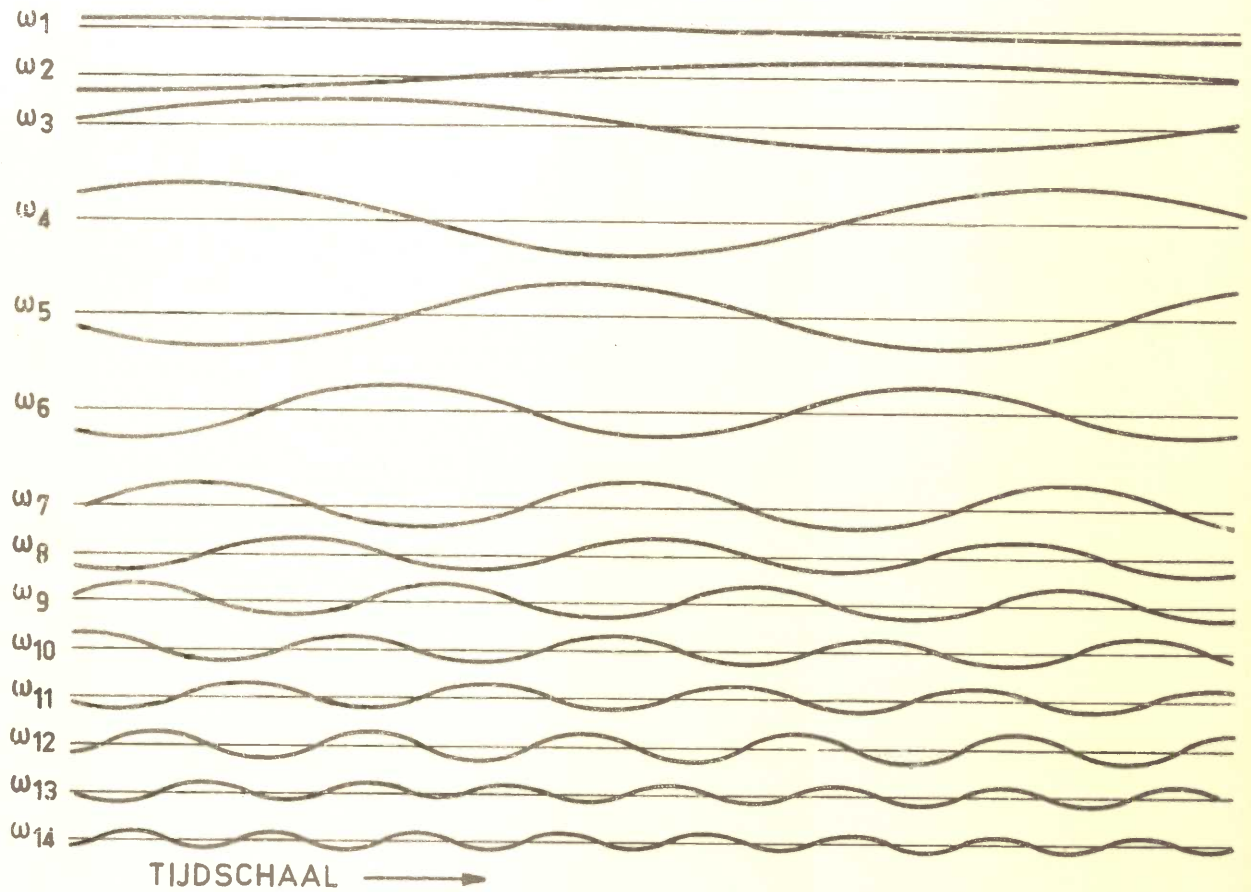
$$|Y_{z\zeta}(\omega_e)| = \frac{z_a}{\zeta_a}(\omega_e), \quad \varepsilon_{z\zeta}(\omega_e) \quad (5.100)$$

De responsie op een enkelvoudige component :

$$\zeta_a \cos(\omega_e t + \varepsilon) \text{ is :}$$



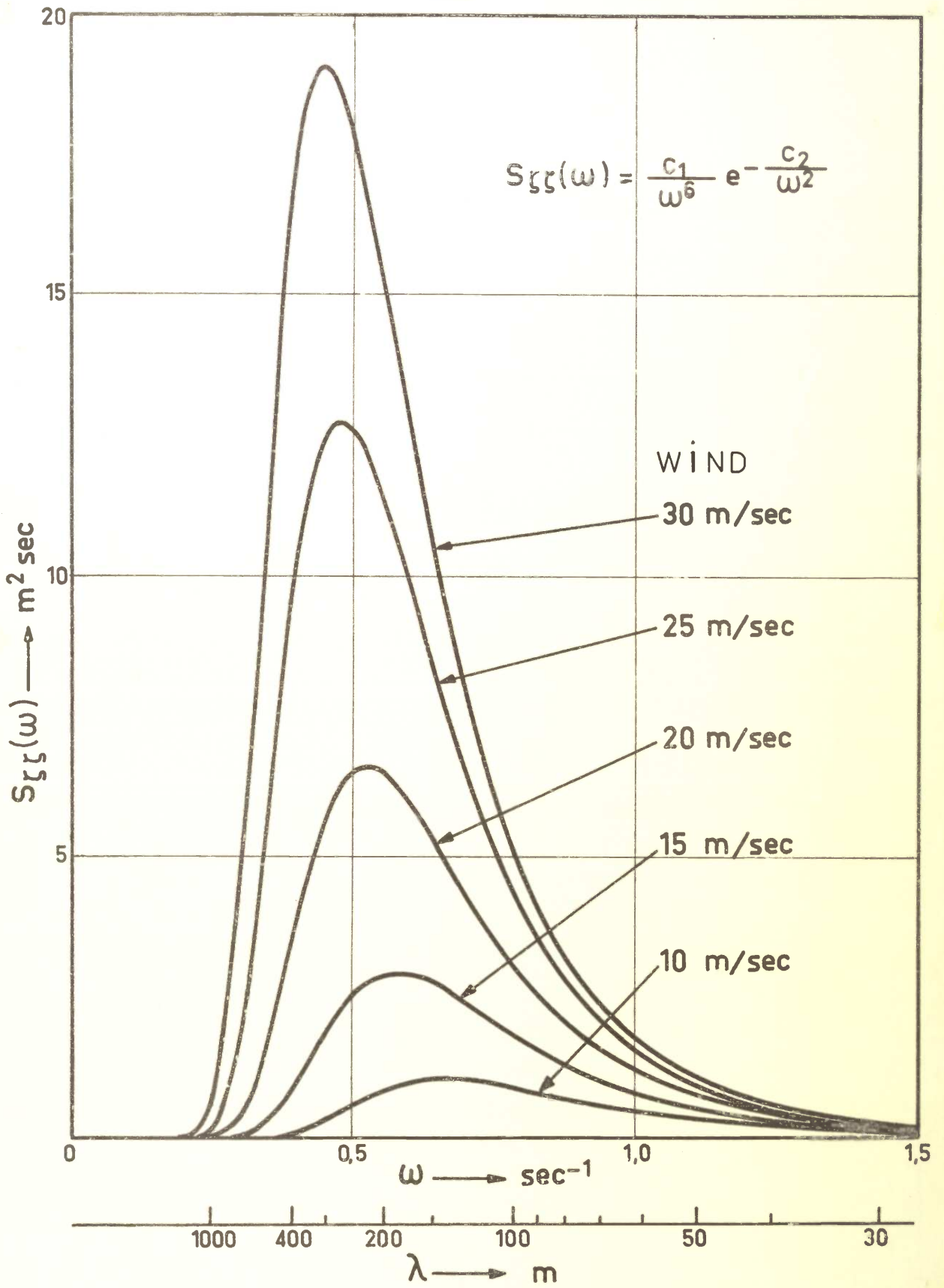
SAMENSTELLENDEN COMPONENTEN



$$\zeta(t) = \sum_1^{\infty} \cos(\omega_n t + \epsilon_n) \sqrt{2S_{\zeta\zeta}(\omega_n) \Delta\omega}$$

$$P[0 < \epsilon_n < 2\pi\alpha] = \alpha$$

FIGUUR : 5.31



FIGUUR : 5.32

$$|Y_{z\zeta}(\omega_e)| \zeta_a \cos(\omega_e t + \epsilon + \epsilon_{z\zeta}),$$

zodat :

$$z(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \{ |Y_{z\zeta}(\omega_e)| \zeta_a \cos(\omega_e t + \epsilon + \epsilon_{z\zeta}) \}_n \quad (5.101)$$

In analogie met de definitie van het golvenspectrum stellen wij voor het spectrum van de dompbeweging :

$$S_{zz}(\omega_e) d\omega_e = \frac{1}{2} |Y_{z\zeta}(\omega_e)|^2 \zeta_a^2 (\omega_e) \quad (5.102)$$

Nu was :

$$S_{\zeta\zeta}(\omega_e) d\omega_e = \frac{1}{2} \zeta_a^2 (\omega_e)$$

zodat :

$$S_{zz}(\omega_e) = |Y_{z\zeta}(\omega_e)|^2 S_{\zeta\zeta}(\omega_e) \quad (5.103)$$

De berekening van het dompspectrum wordt geïllustreerd in figuur 5.33. Het experimentele bewijs van de geldigheid van deze uitdrukking wordt in figuur 5.34 gedemonstreerd, waarbij de amplitudekarakteristiek, bepaald met spectrale analyse, vergeleken wordt met een meting in enkelvoudige golven. De dompbeweging wordt dus :

$$z(t) = \int_0^{\infty} \cos(\omega_e t + \epsilon + \epsilon_{z\zeta}) \sqrt{2S_{zz}(\omega_e) d\omega_e} \quad (5.104)$$

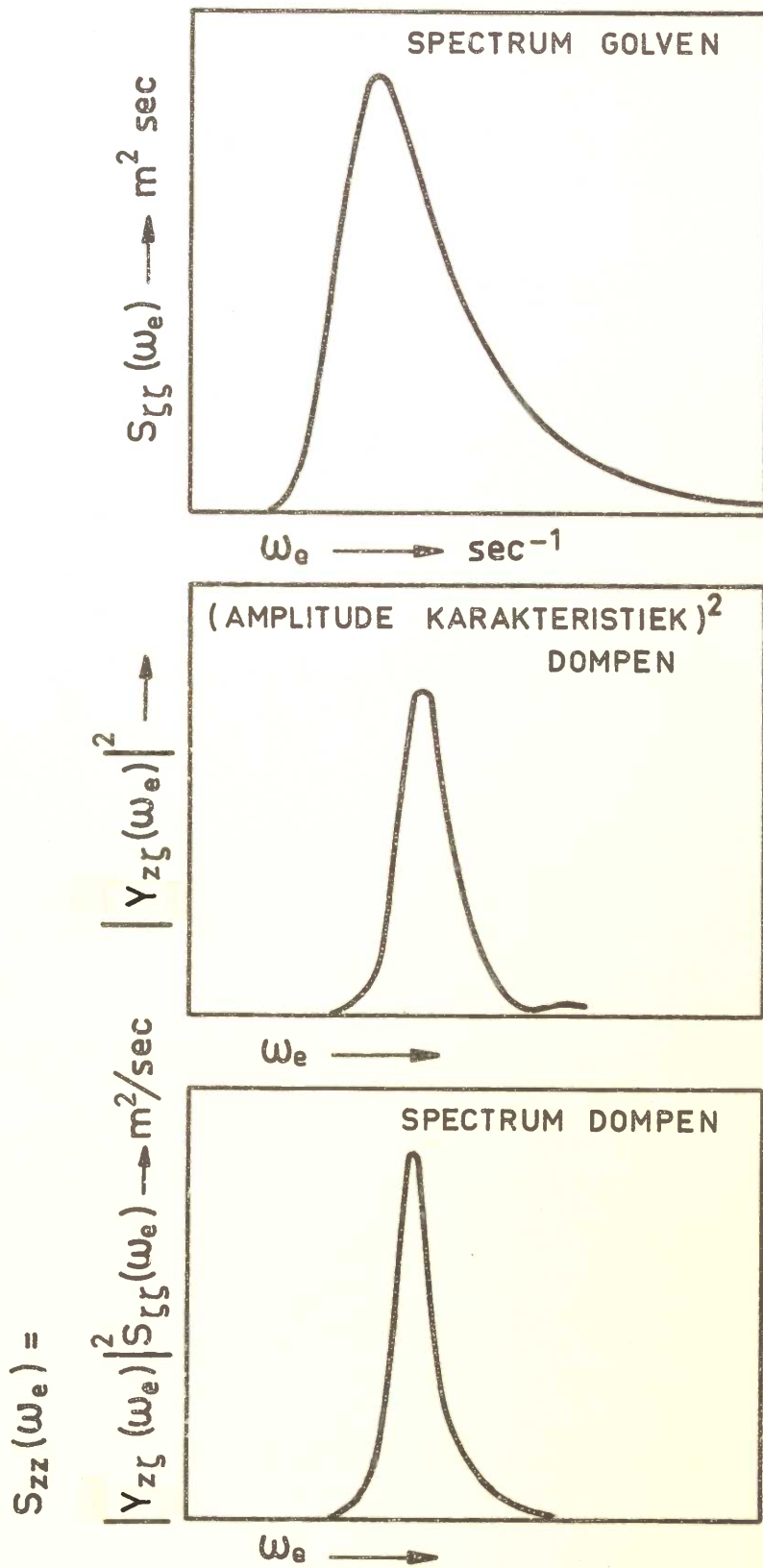
waarin ook hier geldt :

$$P[0 \leq \epsilon \leq 2\pi\alpha] = \alpha, \quad 0 \leq \alpha \leq 1.$$

Voor de stampbeweging geldt een analoge redenering.

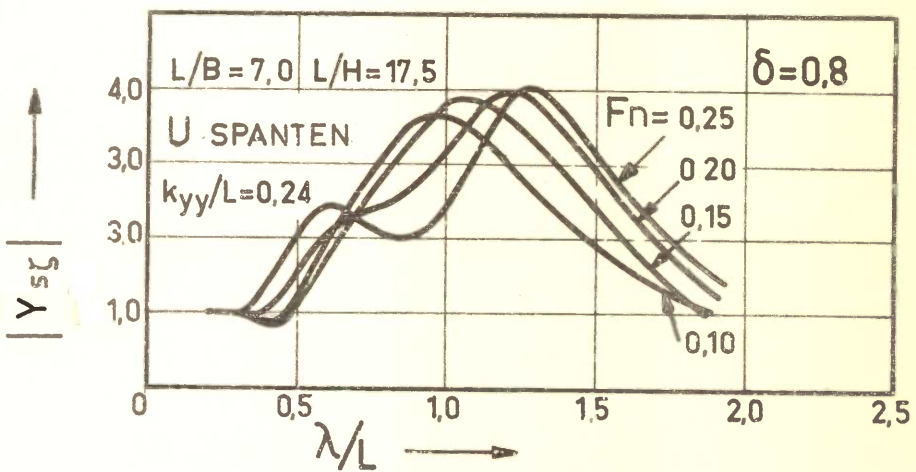
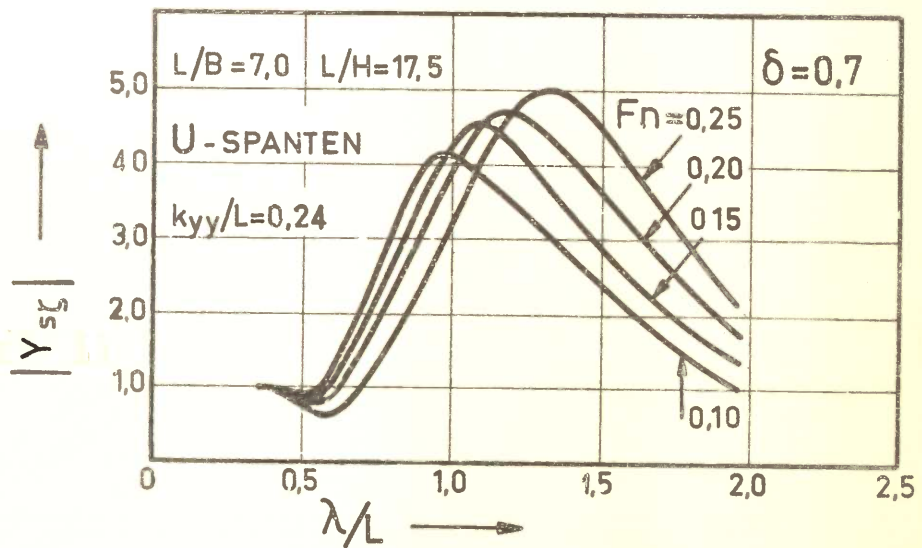
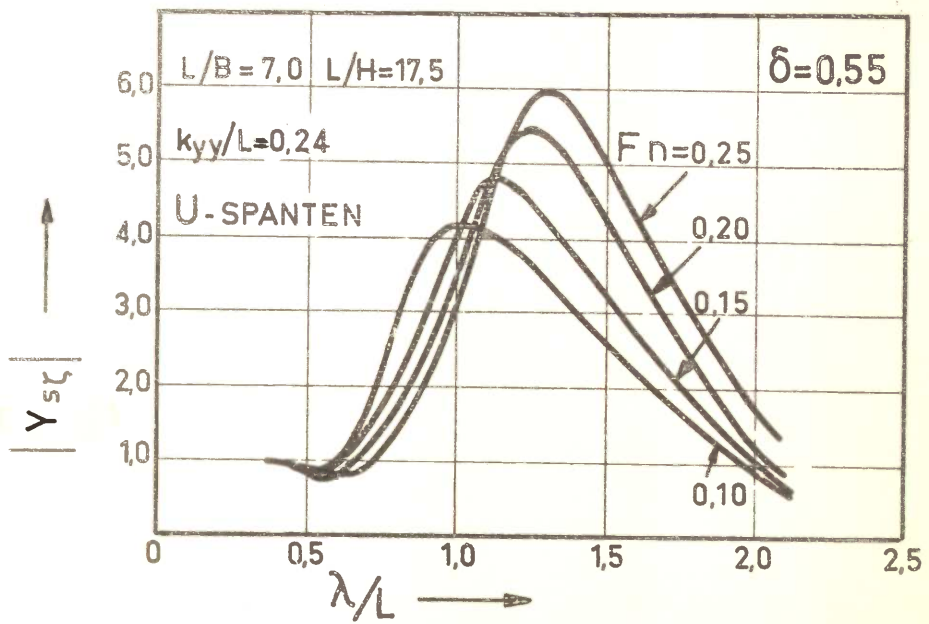
In verband met de beoordeling van de bewegingen van het schip en van de zee-gang is de kans dat een bepaalde amplitude wordt overschreden van belang. De verdelingsdichtheid van de maxima en minima wordt bij een niet te breed spectrum (en de meeste spectra kunnen in ons geval als zodanig beschouwd worden) gegeven door de formule van Rayleigh :

$$p(x) = \frac{x}{m_0} e^{-\frac{x^2}{2m_0}} \quad \text{waarin } m_0 = \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega \quad (5.105)$$



$$m_{0z} = \int_0^{\infty} |Y_{z\zeta}(\omega_e)|^2 S_{\zeta\zeta}(\omega_e) d\omega_e = \int_0^{\infty} S_{zz}(\omega_e) d\omega_e$$

FIGUUR : 5.33



FIGUUR : 5.34

De kans P dat bijvoorbeeld de stampamplitude $\tilde{\theta}_a$ een waarde a overschrijdt wordt gegeven door :

$$P[\tilde{\theta}_a \geq a] = \frac{1}{m_{o\theta}} \int_a^{\infty} x e^{-\frac{x^2}{2m_{o\theta}}} dx = e^{-\frac{a^2}{2m_{o\theta}}} \quad (5.106)$$

Uit de verdelingsdichtheid kan de gemiddelde waarde van het hoogste 1/3 deel of het hoogste 1/10 deel van de amplitudes berekend worden. Men vindt :

$$\tilde{\theta}_{a1/3} = 2\sqrt{m_{o\theta}} \quad \text{en} \quad \tilde{\theta}_{a1/10} = 2.55\sqrt{m_{o\theta}} \quad (5.107)$$

De gemiddelde waarde van het hoogste 1/3 deel wordt wel de significante waarde genoemd.

Ook voor de andere bewegingen en voor de golven gelden deze betrekkingen, mits het spectrum smal is. Indien dus het oppervlak van het spectrum bekend is (het gemiddelde kwadraat) dan is de kans dat een bepaalde amplitude wordt overschreden eenvoudig te berekenen. Experimenten in onregelmatige golven hebben de bruikbaarheid van dergelijke berekeningen aangetoond.

5.5.2. Toepassingen van het superpositie-principe

Het superpositie-principe stelt ons in staat door berekening het gedrag van onderling verschillende scheepsvormen in zeegang te vergelijken. Zoals uit het voorgaande bleek, moeten in dat geval de frequentie-karakteristieken bekend zijn, hetzij als resultaat van modelproeven, hetzij door berekening. Als voorbeeld van mogelijke toepassingen van het superpositie-principe worden nu enkele aspecten van het waterovernemen en van het paaltjes pikken behandeld.

5.5.3. De kans op het overnemen van water

De indompeling van het voorschip in de golven is een belangrijk gegeven voor het berekenen van de kans dat waterovernemen zal plaatsvinden. Als de indompeling groter is dan het vrijboord ter plaatse, dan komt er water aan dek. In verband met een kritische studie van de geldende vrijboordvoorschriften wordt thans in West-Duitsland door de overheid het zeegangsonderzoek gesteund voor zover het op deze verschijnselen betrekking heeft.

Als de verstoring van de golf door het schip verwaarloosd wordt, dan is de relatieve indompeling van het voorschip ter plaatse van de voorloodlijn :

$$S = \zeta_B - z + \frac{L}{2} \theta \quad (5.108)$$

Hierin is :

ζ_B : de verticale verplaatsing van het golfoppervlak ter plaatse van de voorloodlijn,

$$\zeta_B = \zeta_a \cos\left(\omega_e t + \frac{kL}{2}\right) = \zeta_a \cos\left(\omega_e t + \frac{\pi L}{\lambda}\right)$$

Voor het bepalen van de frequentie-karakteristiek van de indompeling van het voorschip wordt met voordeel gebruik gemaakt van de complexe schrijfwijze, namelijk :

$$\left. \begin{aligned} \frac{z}{\zeta_a} &= \frac{z_a}{\zeta_a} \cos(\omega_e t + \epsilon_{z\zeta}) = |Y_{z\zeta}| e^{i\epsilon_{z\zeta}} \cdot e^{i\omega_e t} = Y_{z\zeta} e^{i\omega_e t} \\ \frac{\theta}{\zeta_a k} &= \frac{\theta_a}{\zeta_a k} \cos(\omega_e t + \epsilon_{\theta\zeta}) = |Y_{\theta\zeta}| e^{i\epsilon_{\theta\zeta}} \cdot e^{i\omega_e t} = Y_{\theta\zeta} e^{i\omega_e t} \\ \frac{\zeta_B}{\zeta_a} &= \frac{\zeta_a}{\zeta_a} \cos\left(\omega_e t + \frac{\pi L}{\lambda}\right) = e^{i\frac{\pi L}{\lambda}} \cdot e^{i\omega_e t} = Y_{\zeta\zeta} e^{i\omega_e t} \end{aligned} \right\} (5.109)$$

Wij vinden dus dat :

$$S = \zeta_a \left(Y_{\zeta\zeta} - Y_{z\zeta} + \frac{\pi L}{\lambda} Y_{\theta\zeta} \right) e^{i\omega_e t}$$

of :

$$S = \zeta_a Y_{s\zeta} e^{i\omega_e t} = \zeta_a |Y_{s\zeta}| e^{i\epsilon_{s\zeta}} \cdot e^{i\omega_e t} \quad (5.110)$$

waarin :

$$Y_{s\zeta} = Y_{\zeta\zeta} - Y_{z\zeta} + \frac{\pi L}{\lambda} Y_{\theta\zeta}$$

de complexe amplitude van de indompeling van het voorschip voorstelt.

Uitgaande van de gemeten frequentie-karakteristieken van de Series 60 is voor een aantal gevallen de indompeling van het voorschip in de golf berekend. Als voorbeeld geeft figuur 5.34 de invloed van de blokkoefficient en van de scheepssnelheid op de amplitude van de indompeling. Men beschouwt nu een zeegang waarvan het spectrum $S_{\zeta\zeta}(\omega_e)$ is gegeven. Het spectrum is gedefinieerd ten opzichte van het X, Y, Z assenkruis, dat met de snelheid V van het schip verplaatst. Het gemiddelde kwadraat van de indompeling ter plaatse van de voorloodlijn is dan te berekenen :

$$m_{os} = \int_0^{\infty} |Y_{s\zeta}(\omega_e)|^2 S_{\zeta\zeta}(\omega_e) d\omega_e \quad (5.111)$$

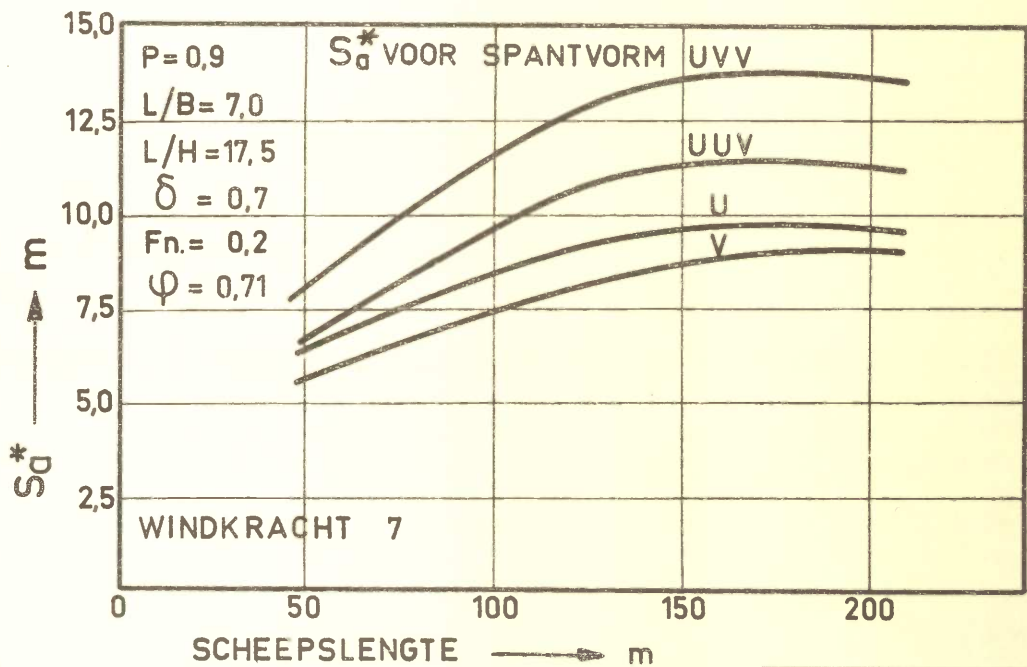
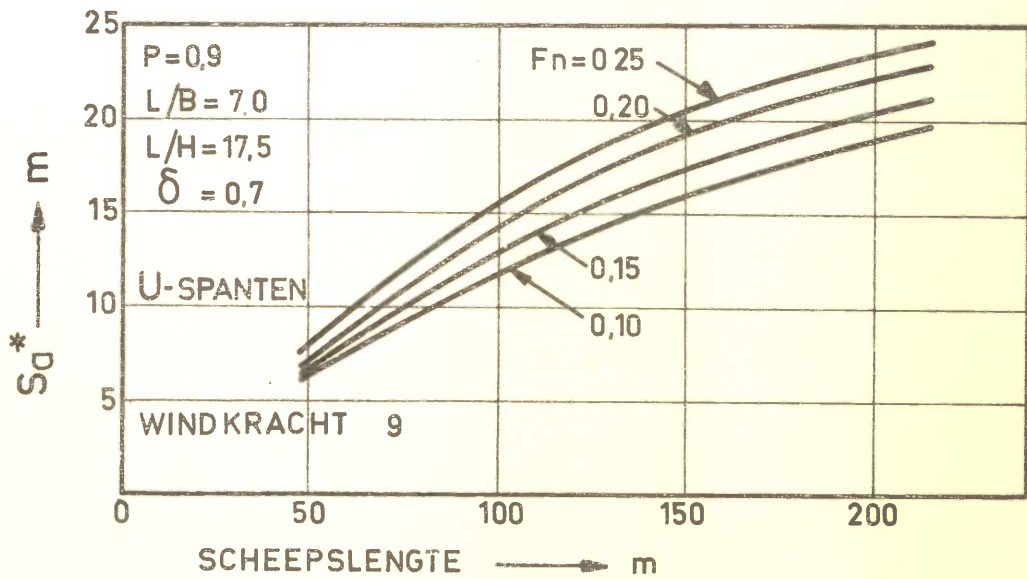
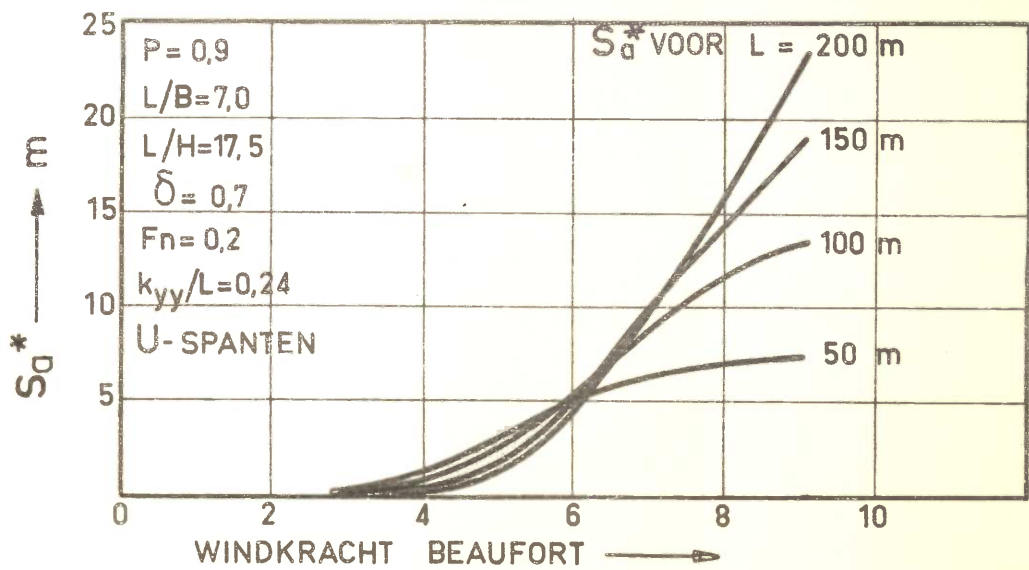
Met behulp van de Rayleigh-verdeling kan nu berekend worden hoe groot de kans is dat een indompelingsamplitude kleiner is dan een bepaalde waarde S_a^* . Men vindt bijvoorbeeld dat 90% van de indompelingsamplitudes kleiner of gelijk is aan : $S_a^* = 2.15\sqrt{m_{os}}$. Gebruikmakend van Neumann-spectra zijn lijnen van gelijke indompelingskans in onregelmatige golven geconstrueerd. Deze lijnen zijn gegeven in figuur 5.35 als functie van de scheepssnelheid, de spantvormen van het voorschip (U, V, UUV, en VVU) en de lengte van het schip. De indompelingsamplitudes welke corresponderen met de lijnen in deze figuur zullen in 90% van de oscillaties niet overschreden worden. Bij deze berekeningen is geen rekening gehouden met de verstoring die het schip op de golven teweegbrengt. Deze veroorzaakt verschillen tussen de gemeten en de berekende indompelingsamplitudes. Indien het overnemen van water bestudeerd wordt, dan is bovendien het effectieve vrijboord f_e van belang. Door de potentiaalinvloed en de boeggolf is het effectieve vrijboord kleiner dan het geometrische vrijboord f. Met behulp van modelproeven heeft Tasaki empirisch gevonden dat :

$$f - f_e = \frac{3}{4} \cdot \frac{BL}{L_E} F_n^2 \quad (5.112)$$

waarin L_E de lengte van de intree van de constructie waterlijn en :

$$F_n = \frac{V}{\sqrt{gL}}$$

het getal van Froude is.



FIGUUR : 5.35

Een dynamische invloed vergroot de amplitude van de indompeling : als het voorschip indompelt dan wordt het wateroppervlak omhoog gedrukt en bij het uit het water komen van het voorschip wordt water naar beneden gezogen. Tasaki geeft als benadering voor de amplitude S_{ad} , na correctie voor deze dynamische invloeden :

$$S_{ad} = S_a \{1 + 1/3(\delta - 0.45) \omega_e \sqrt{L/g}\} \quad (5.113)$$

De formule is geldig voor :

$$0.16 < F_n < 0.29$$

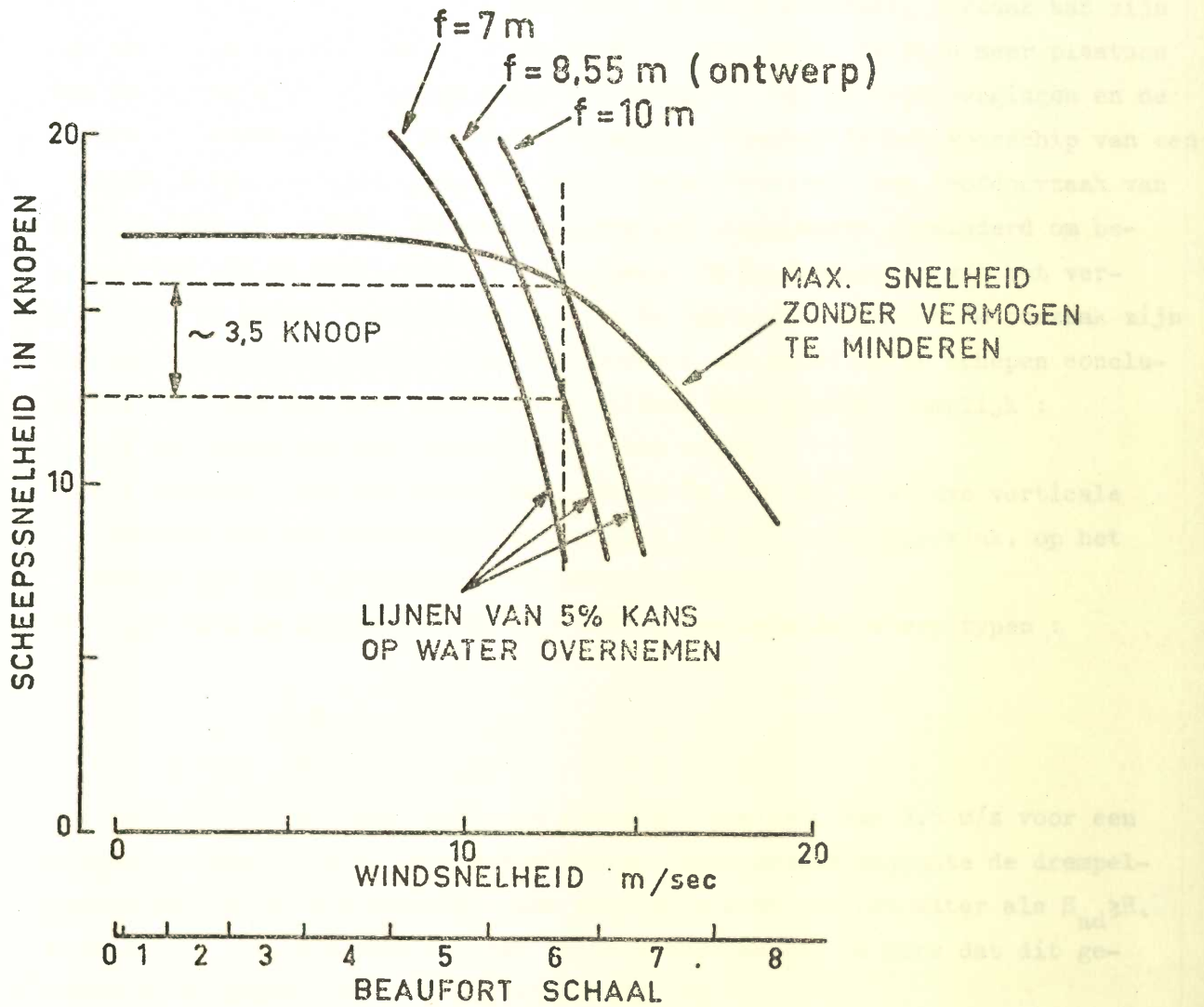
$$1.6 < \frac{\omega_e^2 L}{g} < 2.6$$

Het overnemen van water over het voorschip vindt plaats als :

$$S_{ad} > f_e$$

5.5.4. Vaartverlies door water overnemen

Een schatting van het vaartverlies, veroorzaakt door het overnemen van water, wordt verkregen als men bijvoorbeeld aanneemt dat vermogen geminderd wordt bij een kans van 5% op water overnemen. Deze aanname is uiteraard arbitrair en kan zonodig aangepast worden aan praktijkervaringen. Het is dan mogelijk om in een gegeven golfspectrum de maximumsnelheid te bepalen waarbij slechts in 5% van de oscillaties de indompelingsamplitude groter is dan het vrijboord ter plaatse van de voorloodlijn. Tasaki berekende op deze wijze de snelheid van een tanker (190,5 bij 27.2 bij 11.1 m) in zeegang met een spectrum volgens Neumann. De resultaten van de berekening zijn in figuur 5.36 gegeven voor drie verschillende grootten van het vrijboord ter plaatse van de voorloodlijn. Als water overnemen ($P=0.05$) de oorzaak is van vermogen minderen, dan kan in het beschouwde geval de maximumsnelheid in zeegang drie à vier knopen hoger zijn als het vrijboord met anderhalve meter vergroot wordt. Bij deze analyse is het paaltjes pikken buiten beschouwing gelaten.



FIGUUR : 5.36

5.5.5. De kans op paaltjes pikken

Als gevolg van de relatieve snelheid van het water ten opzichte van het schip kunnen plaatselijk grote drukken optreden in een zeer kort tijdsbestek. Deze stootvormige belasting komt veel voor op de bodem van het voorschip en wordt paaltjes pikken genoemd. Er kan hierdoor bodemschade ontstaan terwijl de tweeknoops verticale trilling, die vaak door de stoot ontstaat, oorzaak kan zijn van een extra buigend moment in de romp van het schip. Er zijn meer plaatsen aan te wijzen waar stoten optreden als gevolg van de scheepsbewegingen en de golven, bijvoorbeeld bij de sterk uitwaaiende spanten in het voorschip van een vliegdekschip. Paaltjes pikken is naast water overnemen een hoofdoorzaak van vaartverlies in zeevang. De snelheid van het schip wordt verminderd om beschadiging van de constructie te voorkomen. Om de frequentie van het verschijnsel te kunnen voorspellen, moeten de omstandigheden die de oorzaak zijn van paaltjes pikken bekend zijn. Uit proeven met modellen en schepen concludeerde Ochi dat aan twee voorwaarden voldaan moet worden, namelijk :

- a. het vrijkomen van het voorschip uit het water,
- b. het overschrijden van een drempelwaarde \dot{S}_* voor de relatieve verticale snelheid van het voorschip ten opzichte van het wateroppervlak, op het moment dat het voorschip het water weer raakt :

Ochi gaf voor de drempelwaarde voor zeer uiteenlopende scheepstypen :

$$\frac{\dot{S}_*}{\sqrt{gL}} = 0.09$$

Dit komt overeen met een verticale relatieve snelheid van 3.5 m/s voor een schip met lengte 150 m. De stootbelasting wordt groter naarmate de drempelwaarde meer wordt overschreden. Het voorschip komt uit het water als $S_{ad} > H$, waarin H de diepgang vóór van het schip symboliseert. De kans dat dit gebeurt wordt gegeven door de Rayleighverdeling :

$$P[S_{ad} > H] = \frac{1}{m_{os}} \int_H^{\infty} x e^{-\frac{x^2}{2m_{os}}} dx = e^{-\frac{H^2}{2m_{os}}} \quad (5.114)$$

Uit het spectrum van de indompeling van de voorsteven is het spectrum van de relatieve verticale snelheid eenvoudig af te leiden door de spectrale dichtheid te vermenigvuldigen met ω^2 .

Het gemiddelde kwadraat van de verticale relatieve snelheid, m_{os} is dus eveneens gemakkelijk te bepalen, evenals de kans dat de minimumsnelheid \dot{S}_* wordt overschreden :

$$P[\dot{S}_a \geq \dot{S}_*] = e^{-\frac{\dot{S}_*^2}{2m_{os}}} \quad (5.115)$$

Er kan bewezen worden dat het overschrijden van elk van de beide genoemde grenzen, statistisch onafhankelijke gebeurtenissen zijn. De kans dat een paaltje gepikt wordt is dan gelijk aan het produkt van beide kansen dus :

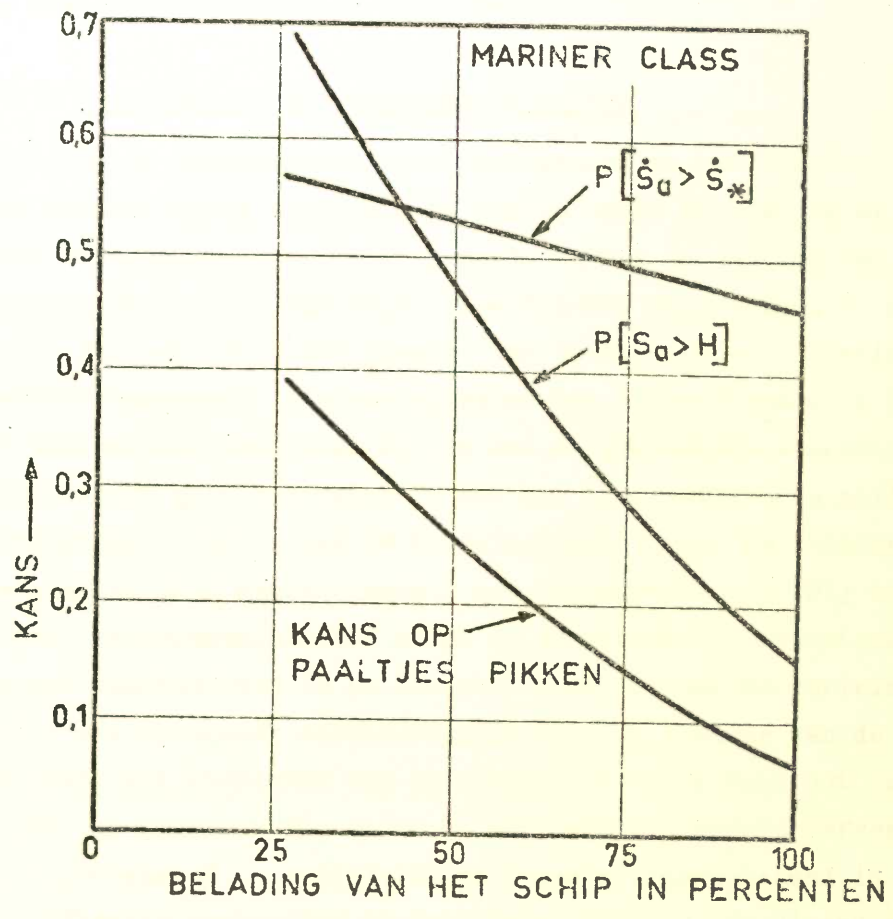
$$P[\text{paaltje}] = e^{-\left(\frac{H^2}{2m_{os}} + \frac{\dot{S}_*^2}{2m_{os}}\right)} \quad (5.116)$$

In figuur 5.37 zijn door Ochi berekende waarschijnlijkheden voor het optreden van uit het water komen van het voorschip, het overschrijden van de drempelwaarde van de snelheid en van het paaltjes pikken weergegeven. Uit deze figuur blijkt dat het overschrijden van de relatieve minimumsnelheid in het beschouwde geval een hoge waarschijnlijkheid heeft. Paaltjes pikken treedt echter pas op als tevens aan de tweede voorwaarde voldaan is, waaruit een veel lagere waarschijnlijkheid voor het optreden van een paaltje resulteert. Het in deze figuur beschouwde geval heeft betrekking op een Mariner schip bij een scheepssnelheid van 10 knopen in zeegang 7. Het experiment heeft Ochi's berekeningen bevestigd, zoals bijvoorbeeld blijkt uit tabel 1 waarin de gemeten en de berekende waarschijnlijkheid van het optreden van paaltjes pikken is vergeleken voor het beschouwde geval.

Tabel 1 Vergelijking van de berekende kans op paaltjes pikken met de resultaten van een experiment.

		Scheepstype : Mariner				
		Scheepssnelheid : 10 knopen				
Voorspelling	} kans	0.13	0.31	0.16	0.07	0.39
Experiment		0.14	0.33	0.20	0.08	0.41
Windsnelheid (m/s)		17.5	19.5	19.5	19.5	20.5
Significante golfhoogte (m)		7.0	9.4	9.4	9.4	10.5
Diepgang op 10% van VLL(m)		5.1	5.1	7.1	8.9	5.1
Belading		40%	40%	70%	100%	40%

uit 502K
 ontwerpt de kollegetekst
 schepenbeweging 1982 (1016)



FIGUUR : 5.37

Ook in dit geval kan de maximumsnelheid bepaald worden waarbij een zekere kans bestaat op het paaltjes pikken. In combinatie met de snelheidsbeperking door water overnemen is het in principe mogelijk de behouden snelheid van een schip in zeegang te bepalen. Dan moet tevens de weerstandstoename en de daarmee corresponderende vermogenstoename als gevolg van de golven, bekend zijn. Immers, de toegenomen weerstand zal bij een gegeven beschikbaar vermogen óók een snelheidsvermindering veroorzaken.

5.5.6. Weerstand en voortstuwing in golven

Zeegolven en scheepsbewegingen veroorzaken in het algemeen een weerstandstoename van het schip ten opzichte van de vaart in vlak water. Door de oscillerende bewegingen van het schip wordt tevens de werking van de voortstuw-er beïnvloed. De schroef kan bijvoorbeeld boven water slaan en er kan door de beweging van het schip ter plaatse van de schroef een relatief grote verticale snelheidscomponent ontstaan waardoor het schroefrendement daalt.

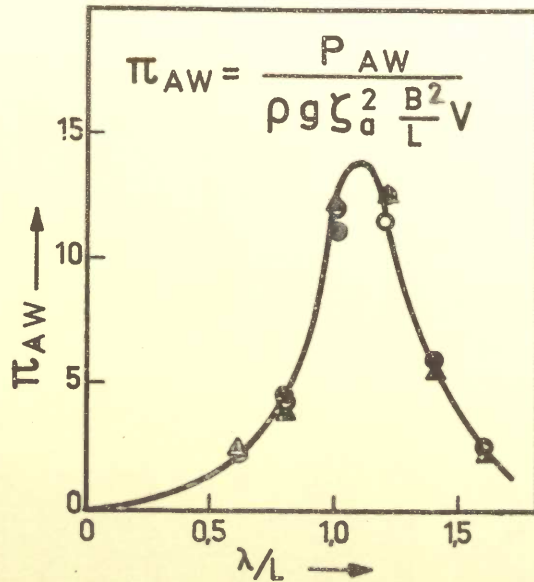
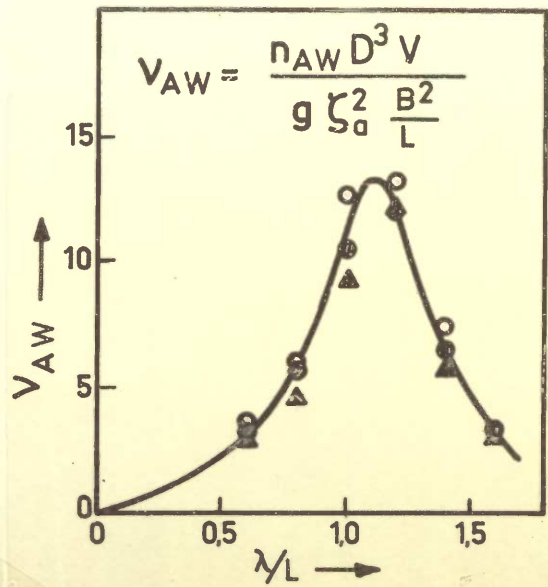
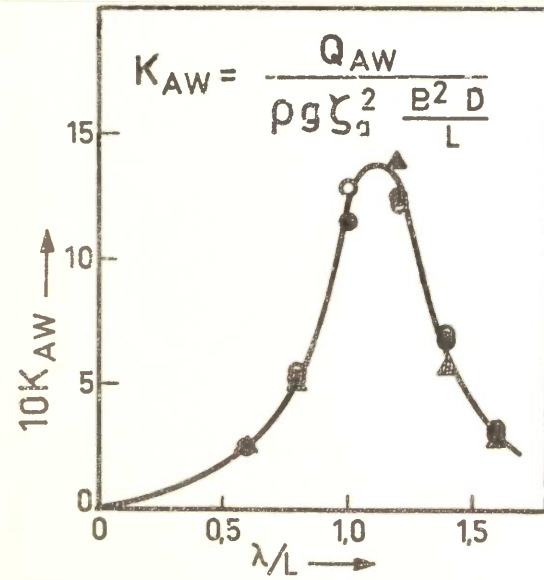
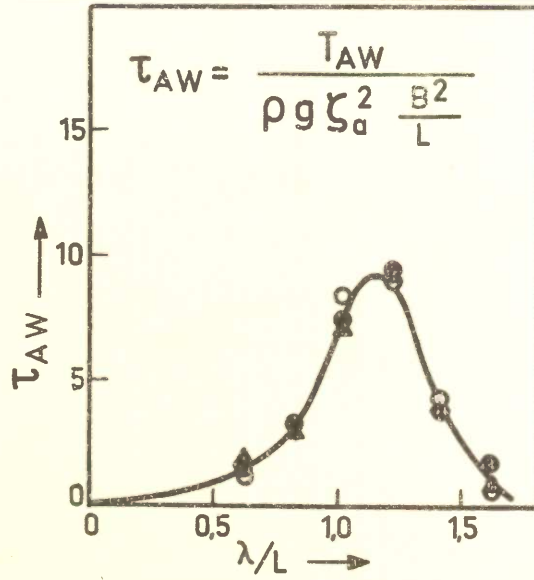
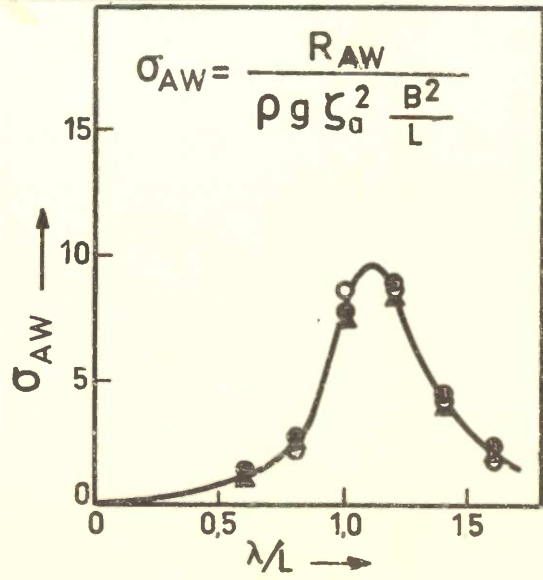
Uit theoretisch onderzoek blijkt dat de gemiddelde weerstandstoename in een enkelvoudige golf evenredig is met het kwadraat van de golfhoogte en met een tweedegraads functie van de bewegingsamplitudes. De faseverschillen tussen beweging en golf spelen daarbij een belangrijke rol. Bij een constante golf- lengte, sloopssnelheid en koers is de gemiddelde weerstandstoename evenredig met het kwadraat van de golfhoogte. Voor praktische doeleinden geldt het- zelfde met voldoende nauwkeurigheid voor de toename van de stuwkracht, het askoppel, het toerental van de schroef en zelfs voor het vermogen, zoals blijkt uit figuur 5.38, welke is afgeleid uit modelproefresultaten. Stel nu dat bijvoorbeeld de gemiddelde weerstandstoename bekend is als functie van de golflengte verhouding en de sloopssnelheid. De dimensieloze weerstands- toename-karakteristiek σ_{AW} , wordt gegeven door :

$$\sigma_{AW} = \frac{R_{AW}}{\rho g \zeta_a^2 \frac{B}{L}}, \quad (5.117)$$

waarin R_{AW} de gemiddelde weerstandstoename is in een enkelvoudige golf.

In een gegeven golfspectrum $S_{\zeta\zeta}$ is de gemiddelde weerstandstoename dan te berekenen volgens :

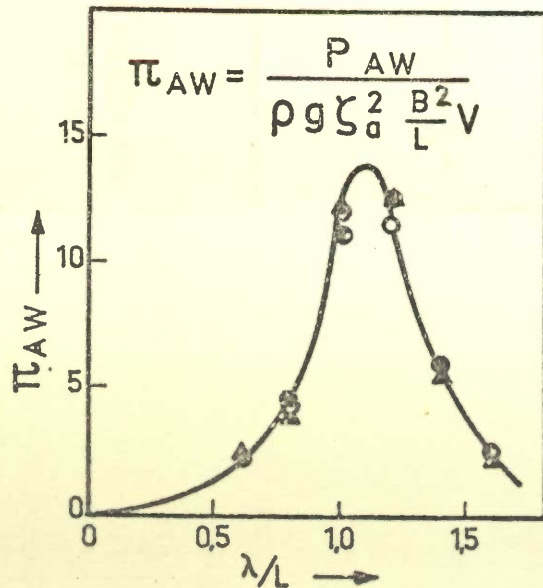
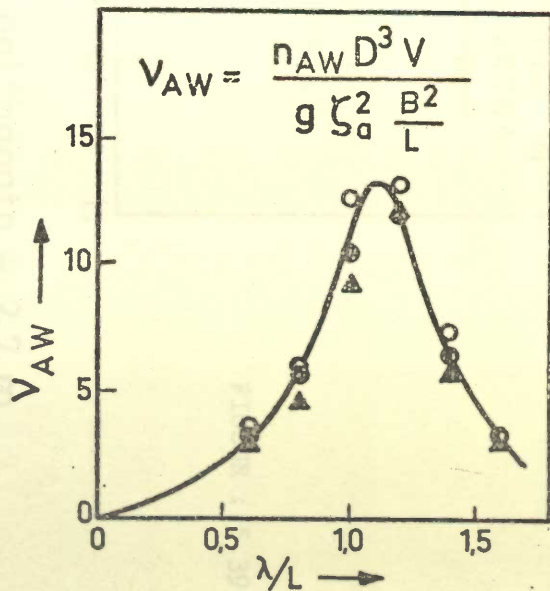
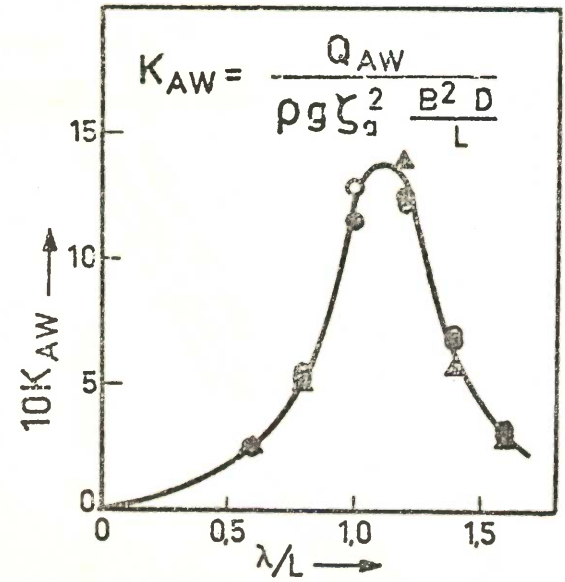
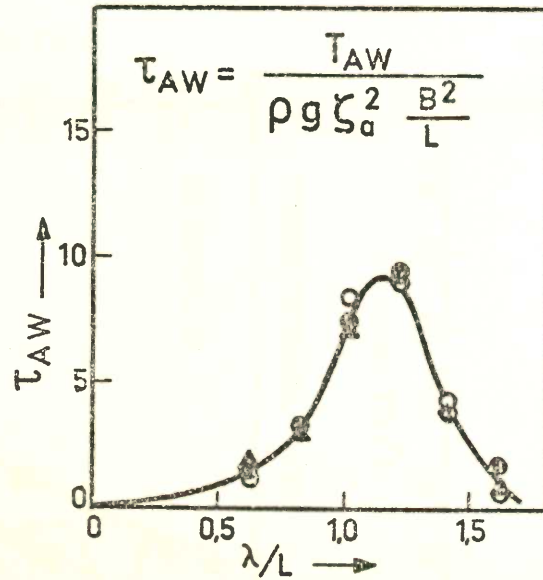
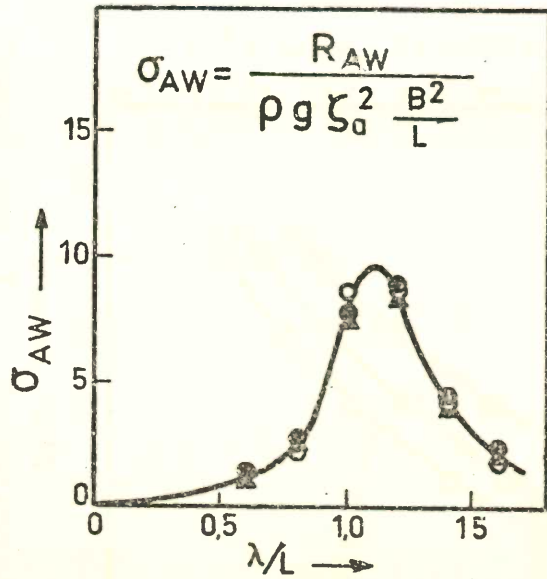
160 mm



- $\frac{2\zeta_a}{L} = \frac{1}{50}$
- $= \frac{1}{40}$
- ▲ $= \frac{1}{30}$

$Fn = 0.214$

Fig. 8.17



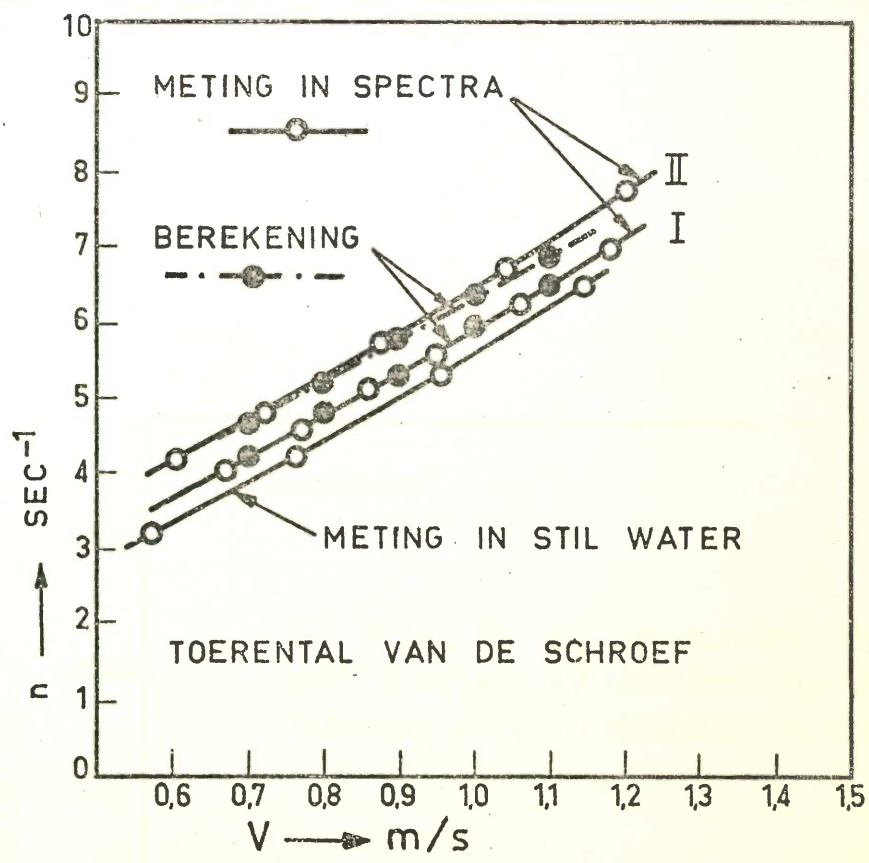
- $\frac{2\zeta_a}{L} = \frac{1}{50}$
- $= \frac{1}{40}$
- ▲ $= \frac{1}{30}$

$$Fn = 0.214$$

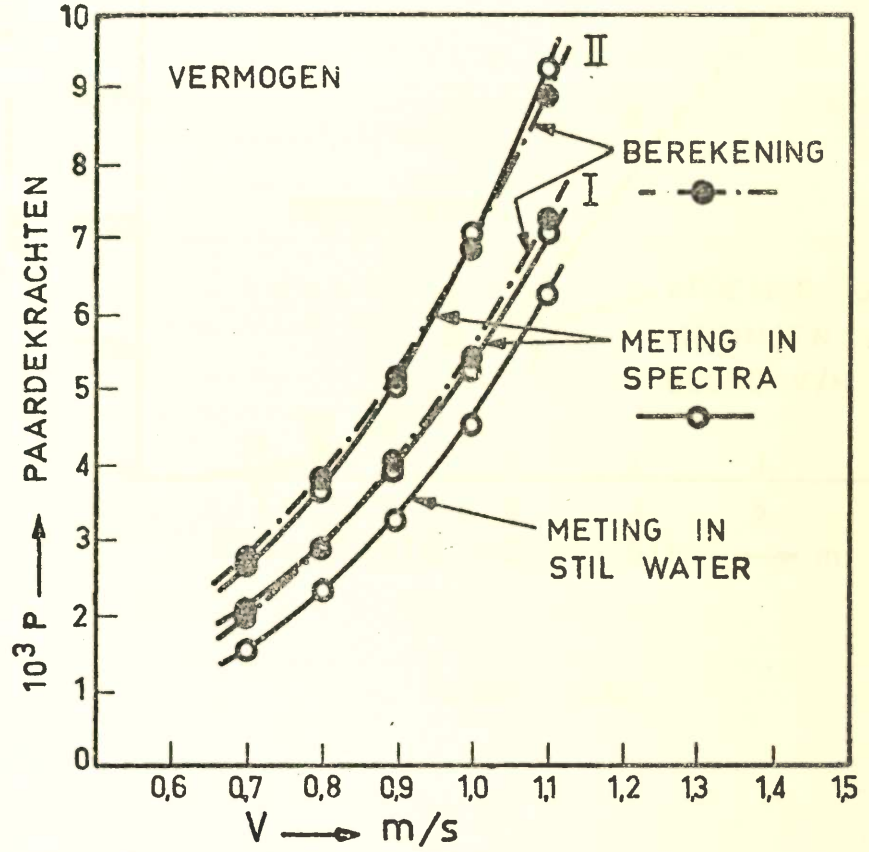
FIGUUR : 5.38

uit rapport 502 K
 opgave in Keulemanschrift vervoerhaverijug 1982 (166)

uit 502 K
 ontworpen in kallesiditeit & schepbeweging
 1982 (k16)



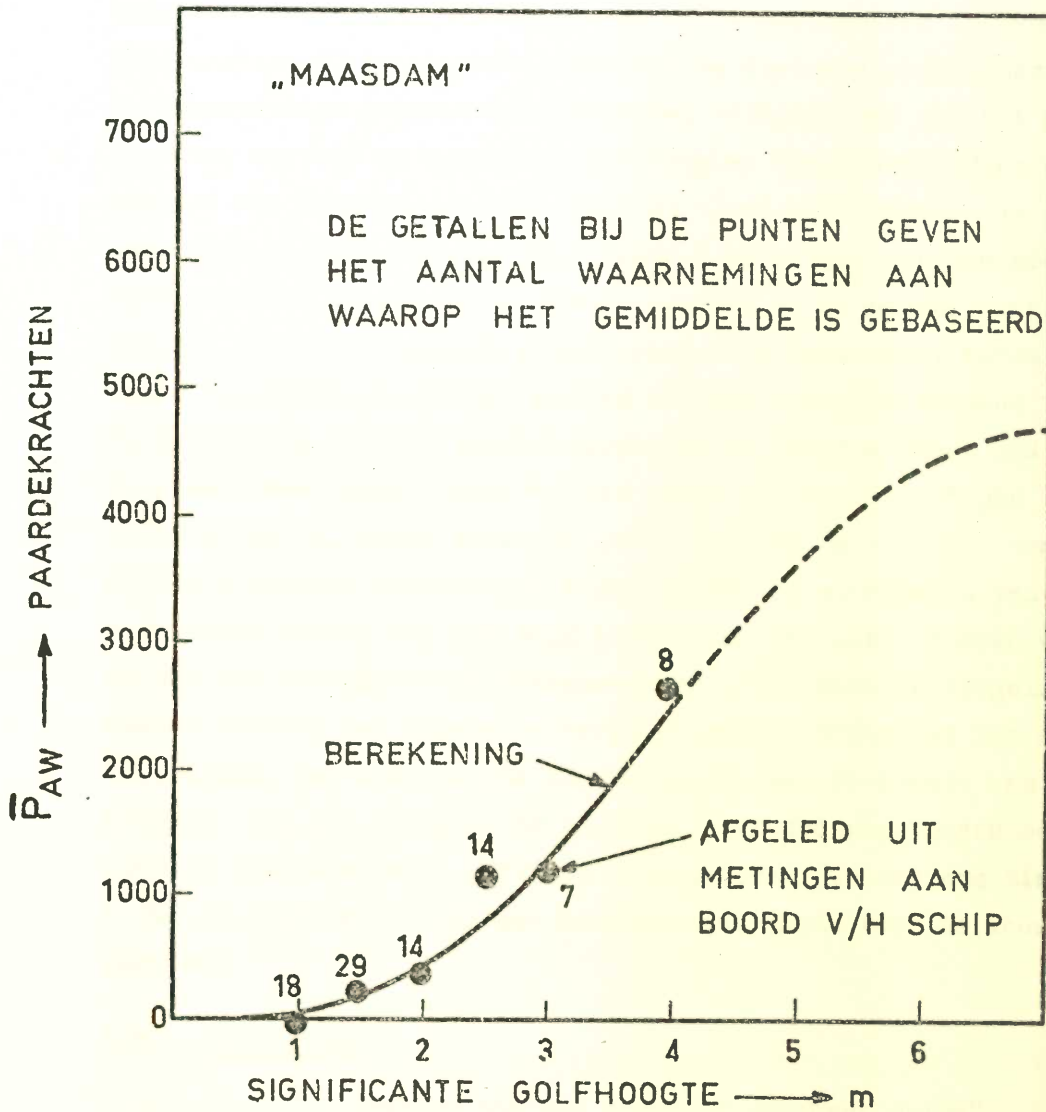
MODELSCHAAL 1:65



FIGUUR : 5.39

Spectrum I Significante golfhoogte ÷ 2,7 m
 Spectrum II Significante golfhoogte ÷ 4,1 m

uit rapport 502 K
engineer in kolloiditeit conceptbeweijng
1982 (1/16)



FIGUUR : 5.40

$$\bar{R}_{AW} = 2\rho g \frac{B^2}{L} \int_0^{\infty} \sigma_{AW}(\omega_e) S_{\zeta\zeta}(\omega_e) d\omega_e \quad (5.118)$$

Een analoge procedure is geldig voor de toenamen van de stuwkracht, het toerental, het askoppel en het vermogen. Een experimenteel bewijs van deze methode werd gegeven. Figuur 5.39 geeft een vergelijking van gemeten en berekende gemiddelde vermogens- en toerentaltoenamen in twee specifieke golfspectra. De karakteristieken van de toenamen zijn experimenteel bepaald in enkelvoudige golven. Uitgaande van reisgegevens van het passagiersschip de Maasdam, waarbij de geschatte golfhoogten beschouwd werden als de significante waarden van Neumann-spectra, zijn de vermogenstoename van dit schip op de besproken wijze berekend. Uit figuur 5.40 blijkt dat een goede overeenstemming werd gevonden tussen de berekende waarden en de praktijkmetingen. De voorbeelden die in het voorgaande schematisch zijn besproken, tonen aan dat een redelijke voorspelling van het gedrag van het schip in zeegang thans mogelijk is. De berekening van het snelheidsverlies in zeegang voert ons terug naar Fig.2.1. De praktijkmetingen, verricht aan boord van Victoryschepen die in deze figuur zijn verzameld, tonen voor het geval "golven op de kop" eenzelfde tendens als de berekende waarden van figuur 5.36. De uitkomsten van dergelijke berekeningen zouden dus met enig vertrouwen gebruikt kunnen worden om ontwerpen van verschillende scheepsvormen met elkaar te vergelijken. Uiteraard kunnen daarbij ook andere criteria gebruikt worden dan het snelheidsverlies in zeegang, dat slechts als voorbeeld diende. De kennis van de zeegangseigenschappen van het schip is de laatste jaren zodanig toegenomen dat een systematisch onderzoek naar optimale scheepsvormen in zeegang zinvol is. In het college k29 wordt een berekeningsmethode voor de weerstand in golven gegeven.

5.5.7. Literatuur

- E.V. Lewis, "Increasing the sea speed of merchant ships" Metropolitan Section, Society of Naval Architects and Marine Engineers, 1959
- G. Aertssen, "Sea trials on a 9500 ton deadweight motor cargo liner". Transactions Institution of Naval Architects, 1955.
- G. Aertssen, "Sea trials on a passenger cargo liner with block coefficient 0.672 and a large tanker with block coefficient 0.770, North-East Coast Institution, 1959.

- G. Aertssen, "Service performance and seakeeping trails on m.v. Lukuga". Transactions Royal Institution of Naval Architects, 1963.
- M.St.-Denis and W.J. Pierson, "On the motions of ships in confused seas". Transactions of the Society of Naval Architects and Marine Engineers, 1953
- A. Kriloff, "A new theory of the pitching motion of ships on waves". "A general theory of the oscillations of a ship on waves". Transactions Institution of Naval Architects, 1896-1898
- J. Gerritsma, "Shipmotions in longitudinal waves". International Shipbuilding Progress, 1960.
- O. Grim, "A method for a more precise computation of heaving and pitching motions, both in smooth water and in waves". Third Symposium of Naval Hydrodynamics, Scheveningen 1960.
- F. Tasai, a. "On the damping force and added mass of ships heaving and pitching", b. "Measurements of the wave height produced by the forced heaving of the cylinders", c. "On the free heaving of a cylinder floating on the surface of a fluid". Reports of Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University Japan, Vol. VIII 1960.
- W.R. Porter, "Pressure distribution, added mass and damping coefficients for cylinders oscillating in a free surface. University of California, Institute of Engineering Research, 1960
- J. Gerritsma and W. Beukelman, "The distribution of the hydrodynamic forces on a heaving and pitching shipmodel in still water". International Shipbuilding Progress, 1964.
- J. Fukuda, "On the midship bending moments of a ship in regular waves". Journal of Zosen Kiokai, Japan 1961
- J.W. Tukey, "The sampling theory of power spectrum estimates", Symposium on applications of auto correlation analysis to physical problems, Woods Hole, Massachusetts 1949.
- J. Fukuda, "On the bow emergence of a bulk-carrier in irregular head seas". 2nd International Ship Structures Congress, Delft 1964.
- G.Vossers, W.A. Swaan and H. Rijken, "Experiments with Series 60 models in waves". Society of Naval Architects and Marine Engineers, 1960.
- J. Bakenhus, "Die Eintauchung von Schiffen in unregelmässige Seegang". Hansa 1964.

- R. Tasaki, "On shipment of water in head waves". 10th International Towing Tank Conference, London 1963.
- M.K. Ochi, "Prediction of occurrence and severity of ship slamming at sea" 5th Symposium on Naval Hydrodynamics, Bergen Norway 1964.
- J. Gerritsma, J.J. van den Bosch and W. Beukelman, "Propulsion in regular and irregular waves". International Shipbuilding Progress, 1961.