

Golfklappen



Serie: Speurwerk "Invloed lucht op golfklappen"

Notitie 1
juli 1981
10 bladzijden

Notitie 1: Maximale golfdrukken volgens het stromingsmodel, het schokgolfmodel en het waterpistonmodel

2 tabellen
bijlagen:
appendix B en C

door: dr.ir. P.A. Kolkman

Bijlagen: Appendix B "Afleiding theorie voor schokgolfdrukken"

Appendix C "Afleiding van de maximale golfdruk volgens het water-pistonmodel"

1. Inleiding

In deze notitie worden berekeningen getoond van maximale golfklappen berekend volgens verschillende aannamen ("modellen") voor wat betreft maatgevende grootheden die de druk bepalen. Tevens wordt nagegaan of er bepaalde kenmerken zijn die bepalen welk model geldig is.

Deze notitie is tot stand gekomen in het kader van het onderzoek "Invloed lucht op golfklappen" uitgevoerd binnen de vakgroep Waterbouwkunde van de afdeling Civiele Techniek van de TH Delft.

De opgenomen bijlagen B en C zijn onderdeel van een later uit te brengen verslag.

De berekeningen van appendix B en C zijn in eerste instantie opgezet door ir. W. Meermans.

2. Aanleiding tot het onderzoek

Hoewel in eerste instantie steeds wordt geprobeerd constructies zodanig te ontwerpen dat golfklappen niet of nauwelijks voorkomen, blijkt in de praktijk dat deze niet altijd zijn te vermijden (brekende golf tegen een wand, golven die van onderop tegen een brugligger of tegen een verstijvingsligger van een schuif komen, dijktafsluitingen) en het blijkt niet goed mogelijk te zijn de golfdrukken af te schatten. Ook via hydraulisch modelonderzoek zijn van de piekdrukken geen eenduidige resultaten te verwachten. Wel kan aannemelijk worden gemaakt dat de inhoud van de impuls, die de aankomende hoeveelheid van beweging van het water moet afremmen, in een hydraulisch model juist wordt weergegeven. In vele gevallen is de impulsinhoud maatgevend voor de constructie en niet de piekwaarde van de klap (de constructie zelf werkt als filter), maar dit geldt niet voor lokale constructiedelen.

Het meest recente voorbeeld waar dit probleem heeft gespeeld zijn de schuiven van de stormvloedkering in de Oosterschelde, waar de meest ongunstige extrapolatie via de diverse "modellen" bij de plaatliggerschuif tot niet

acceptabele krachten leidde. In een vrij laat stadium in de ontwerpfase is toen besloten de horizontale plaatliggers te vervangen door een open vakwerkconstructie.

Tabel 2 geeft aan welke verschillen kunnen ontstaan in de extrapolatie volgens de diverse modellen.

3. Beschrijving van de "modellen" die in het onderzoek zijn betrokken

Als het water aankomt met een golf front parallel aan de constructie, zou dit theoretisch oneindig snel afgeremd moeten worden, hetgeen ook tot oneindig grote drukken zou leiden. Omdat dit fysisch niet mogelijk is zijn een aantal golfklapmodellen ontwikkeld waarbij het afremmen van het water niet plotseling gebeurt. Een overzicht hiervan is reeds in 1969 gegeven door Lundgren (1).

Te onderscheiden zijn:

- a. Het stromingsdrukmodel (inclusief het geleidelijk afremmen van de waterkolom), door Lundgren genoemd "Ventilated shock", waarbij wordt aangenomen dat het water wel zijdelings afstroomt doordat het golf front niet geheel parallel aan de wand aankomt.
- b. Het schokgolfmodel (Lundgren: Hammershock) waarbij, analoog als bij waterslag een schokgolf in het water ontstaat.
- c. Het schokgolfmodel met luchtinvloed, dit is analoog aan b, maar het betreft hier een lucht/watermengsel.
- d. Het waterpistonmodel (Lundgren: Compression shock) waarbij een kolom water van beperkte lengte (te bepalen via een zogenaamde toegevoegde watermassabeschoouwing) een ingesloten luchtkussen doet inveren.

In werkelijkheid zijn uiteraard mengvormen mogelijk en zelfs niet onwaarschijnlijk.

Elk van de modellen leidt tot een andere schatting van de piekdruk van de golfklap en tot een andere extrapolatie van gemeten klapdrukken in een hydraulisch model. Om nu na te gaan welk model geldt, is het volgende mogelijk:

1. afschatten van de fysische waarschijnlijkheid
2. vergelijken orde van grootte van berekende en gemeten klapgrootten
3. hydraulisch (model-)onderzoek met parameter variatie (incl. schaalvariatie).

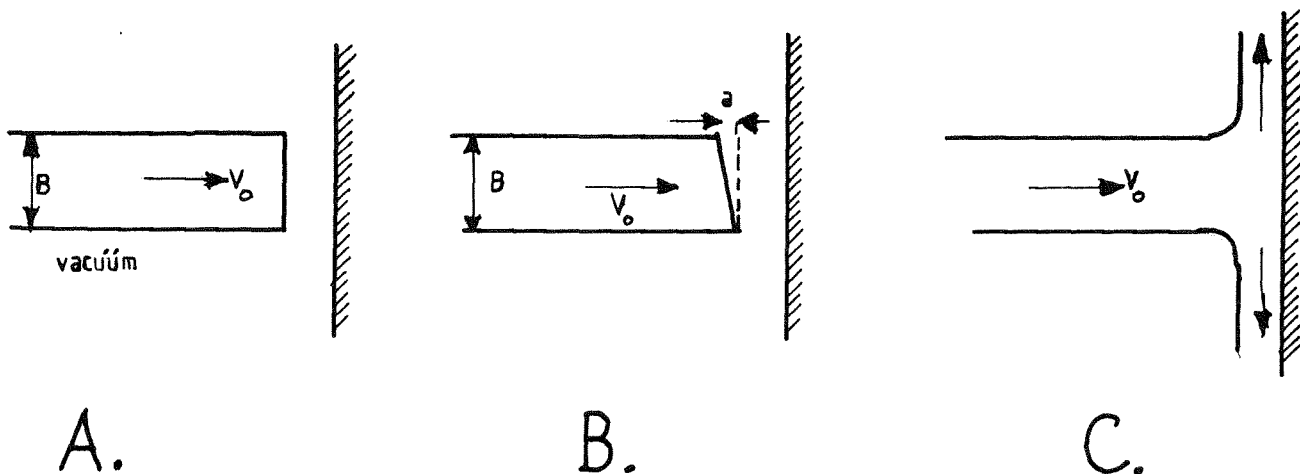
ad 2

In principe zou bij de klap naast de klapgrootte ook het tijdsverloop kunnen worden berekend en worden vergeleken met metingen (de impulsinhoud ligt min of meer vast doordat gegeven is dat een bepaalde watermassa, die volgt uit een toegevoegde watermassabeschuwing, van de beginsnelheid v_0 moet worden afgeremd tot een snelheid $v = 0$). Het verloop kan echter door kleine factoren sterk worden beïnvloed en is vaak, door de korte duur en de lokale variatie, meettechnisch niet zo nauwkeurig te bepalen.

In de volgende paragrafen wordt daarom alleen op de maximale klapdruk nader ingegaan.

4. Het stromingsdrukmodel (a)

Beschouwd wordt, ter vergelijking met de situatie die bij golfklappen voorkomt, een straal water die tegen een wand komt volgens het schema A of B.



A.

B.

C.

Uiteindelijk leidt de botsing van de straal tot stromingssituatie C.

De waterdrukken worden volgens de Navier-Stokes vergelijking veroorzaakt door twee termen

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \frac{\partial v}{\partial t} \quad (1)$$

en:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho v_x \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v_y \frac{\partial v}{\partial y} + \rho v_z \frac{\partial v}{\partial z} \quad (2)$$

In geval A moet het water zeer snel worden afgeremd en domineert (1).

In de eindsituatie ontstaat een permanentie en geldt alleen (2), waarbij, omdat $v_y = v_z = 0$ via integratie naar x geldt

$$p = \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (3)$$

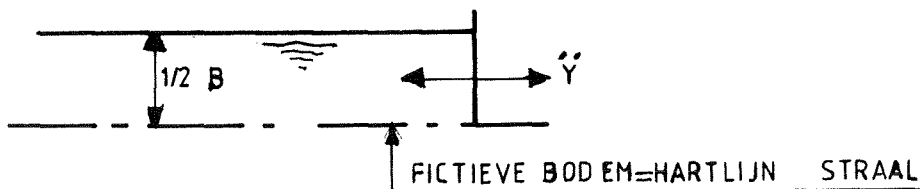
Tijdens de botsing blijkt dat (1) ook is te schrijven als

$$\text{kracht} = \int_0^B p \, dy = -\rho L B \frac{\partial v}{\partial t} \quad (4)$$

ofwel:

$$\bar{p} = -\rho L \frac{\partial v}{\partial t} \quad (5)$$

De term L ontstaat door integratie van $\frac{\partial p}{\partial x}$ in de x-richting. L volgt uit een toegevoegde watermassabeschoouwing van het volgende geval:



De waterbegrenzing versnelt met \ddot{y} in horizontale richting. De waarde L is bv. te vinden in lit. (2), fig. II, 17 en blijkt te zijn

$$0,54 \left(\frac{1}{2} B\right) = 0,27 B.$$

De term $\frac{\partial v}{\partial t}$ is te vervangen door $\frac{\Delta v}{\Delta t}$.

Nemen we nu voor $\Delta v = v_0$ en voor Δt de tijd om v_0 af te remmen tot $v = 0$ dan vinden we, met name als \bar{p} over de botstijd constant zou zijn

$$\bar{p} = -0,27 \rho B v_0 / \Delta t \quad (6)$$

In geval B is het aannemelijk dat Δt gekoppeld is aan a/v_0 , zodat uit (6) volgt

$$\bar{p} = -C_p (B/a) \rho v_0^2 \quad (7)$$

Hieruit volgt dat de stromingsdruk uit (3) en de druk tengevolge van de lokale versnelling (7) gekoppeld zijn via een constante factor n, die afhankelijk is van de geometrie van het waterfront en van de constructie, en er geldt

$$p_{\max} = n \cdot \left(\frac{1}{2} \rho v^2\right) \quad (8)$$

Hoe steiler de helling is van het golffront (B : a), hoe groter de n wordt. Omdat p_{\max} :: stromingsdruk, noemen we dit het stromingsdrukmodel. In geval A zou n oneindig zijn, maar dan verliest deze beschouwing zijn geldigheid en is de vloeistof niet meer als incompressibel te beschouwen; er ontstaat een schokgolf (zie par. 5).

Het stromingsdrukmodel is alleen geldig zolang de berekende druk p_{\max} klein is ten opzichte van de druk berekend volgens het schokgolfmodel.

In tabel I is een rekenvoorbeeld gegeven. Voor v_0 is een waarde ingevoerd die in orde van grootte gelijk is aan de voortplantingssnelheid van een wind- of deiningsgolf.

In tabel II is nagegaan hoe de resultaten van een hydraulisch model "opgeschaald" moeten worden. Omdat bij een dergelijk model de Froudeschaal geldt (drukken tengevolge van zwaartekracht $\rho g z$ en stromingsdrukken ρv^2 zijn aan elkaar gekoppeld) volgt uit (8) dat de drukken volgens de lengteschaal worden vertaald. Hiervan is gebruik gemaakt om de modelwaarde in tabel I alswel de opgeschaalde waarde in tabel II te bepalen van de drukken volgens het stromingsdrukmodel.

5. Het schokgolfmodel (zie ook appendix B) (b)

Eenvoudigheidshalve wordt hier alleen ingegaan op het geval dat de wand volledig star is.

In het geval de waterkolom recht op de wand afkomt en niet of niet voldoende snel zijdelings weg kan dan wordt het water gecomprimeerd en loopt er in het water een schokgolf van de wand af. Tussen het golffront van de schokgolf en de wand is het water in rust gekomen.

De druk die ontstaat is (zie vgl. 4 in app. B)

$$p = \rho c v_0 \quad (9)$$

(waarin c = loopsnelheid golf, in water ca. 1400 m/s)

of (vgl. 5 in app. B)

$$p = v_0 \sqrt{\rho K} \quad (10)$$

K = kompressiemodulus van het water (ca. $2 \cdot 10^9$ N/m²).

De berekende druk in tabel I is met (9) uitgevoerd. Voor de berekening van de modelwaarde in deze tabel is verondersteld dat tot vlak voor de klap de Froudeschaal geldig is, d.w.z. dat de v_0 in het model $\sqrt{n_L}$ (met n_L = lengteschaalfactor) kleiner is.

Evenzo is in tabel II gesteld dat v_0 in prototype $\sqrt{n_L}$ groter is.

Voor wat betreft de waarschijnlijkheid van voorkomen van dit type klap moet worden gesteld dat de kans dat het watervlak volledig vlak is en precies evenwijdig aan de constructie aankomt klein is. In een hydraulisch model zijn de maximaal gemeten drukken een paar meter waterkolom en er zijn nooit waarden gemeten die liggen in de orde van 200 m wk zoals berekend in tabel I; ook de prototypewaarden liggen zo hoog dat bv.

de toelaatbare druksterkte van beton wordt overschreden (max. gemeten waarden zijn tot tientallen meters waterkolom). Om deze redenen valt dit model feitelijk af.

6. Het schokgolfmodel met een water/luchtmengsel (appendix B)(c)

Dit model is in principe gelijk aan het voorgaande, waarbij blijkt (zie app. B) dat bij benadering kan worden gesteld dat de compressibiliteit van het mengsel geheel door de lucht, en de massa geheel door het water wordt bepaald. Zodoende geldt vgl. (9) weer.

De compressibiliteit van lucht volgt uit de druk, waarbij mag worden gesteld dat de warmte die bij compressie ontstaat bij kleine bellen direkt door het water wordt afgevoerd (isotherme compressie, in fig. B2 de lijn $\gamma = 1$). Bij geringe indrukking geldt dat $K_{\text{lucht}} = p_0$ en voor het mengsel met een luchtgehalte α wordt dit

$$K_{\text{mengsel}} = p_0 / \alpha \quad (11)$$

In fig. B2 is ook de niet-lineariteit bij grotere indrukking meegenomen. Verder geldt

$$\rho_{\text{mengsel}} = (1 - \alpha) \rho_{\text{water}} \quad (12)$$

Ook hier geldt dat de niet-lineariteit die ontstaat bij sterke compressie (de α gaat variëren) in fig. B1 is meegenomen.

De klapgrootte is nu in fig. B1 af te lezen als wordt ingevoerd dat de initiële beldruk gelijk is aan de omgevingsdruk. In werkelijkheid zal de oppervlaktetenspanning bij de bel een hogere gasdruk in de bel veroorzaken. Bij de berekening van tabel I wordt de term $\rho_w v_0^2 (1 - \alpha) / p_0 \alpha$ berekend waarna in fig. B2 de waarde p_1 / p_0 wordt afgelezen. Omdat p_0 (= atmosferische druk) bekend is volgt hieruit de maximale druk p_1 . Bij de berekening van tabel II wordt de waarde p_1 / p_0 die in het model wordt gevonden via fig. B2 vertaald naar de waarde $\rho_w v_0^2 (1 - \alpha) / p_0 \alpha$. Nu is bekend dat in prototype v_0^2 op lengteschaal vergroot, en we nemen voor de factoren luchtgehalte (α) en omgevingsdruk (p_0) dezelfde waarde. Dus de term $\rho_w v_0^2 (1 - \alpha) / p_0 \alpha$ vergroot volgens de lengteschaal. Nu is p_1 / p_0 weer direkt af te lezen.

De berekeningen van de klapdrukken in tabel I en II zijn behulp van fig. B2 uitgevoerd.

Ook hier is bij de vertaling van hydraulisch model naar prototype aangenomen dat de snelheid vlak voor de klap volgens $\sqrt{n_L}$ is geschaald.

Ook voor de schokgolfklap met een lucht/watermengsel geldt dat hij alleen voorkomt bij een vlak golffront evenwijdig aan de wand. Omdat de piekdruk veel kleiner is dan bij het vorige geval van par. 5 en de impulsinhoud gelijk is, is de tijdsduur van de klap groter. Daarom is de eis van gladheid en evenwijdigheid wel een orde minder stringent.

De klapdruk in tabel I is in het hydraulische model nog aan de grote kant ten opzichte van gemeten waarden, maar aangezien de klap daar bij bendadering evenredig is met v_0^2/α , en beide waarden slechts geschat zijn is het voorkomen van dit "schokgolfmodel" niet meer uiterst onwaarschijnlijk.

Voor α is 2% ingevoerd, terwijl een paar o/oo tot 1% in geklutst water maximaal is, maar het zou kunnen dat het brekende golffront lokaal meer bellen bezit. In een hydraulisch model is het luchtgehalte lager dan in prototype, dit komt door de in verhouding grote bellenstijgsnelheid.

7. Het waterpistonmodel (zie ook appendic C) (d)

Op de berekening van de maximale klapdruk wordt hier niet nader ingegaan, deze is uitgevoerd in appendix C en de resultaten zijn te vinden in fig. C1. Omdat de klap kort duurt en de ingesloten luchtbel veel groter is dan de bellen bij het schokgolfmodel van par. 6 moet hier worden gerekend met opwarming van de lucht bij compressie. Daarom is bij de berekening van de drukken in tabel I en II gerekend met de lijn $\gamma = 1,4$ (adiabatische compressie) in fig. C1.

Voor kleine indrukking van de lucht (gelineariseerd gebied) blijkt er een grote overeenkomst te zijn tussen de drukken berekend volgens het schokgolfmodel (fig. B2) en volgens het waterpistonmodel (fig. C1), als we het luchtgehalte vervangen door de verhouding luchtkussendikte/lengte waterkolom en als we in acht nemen dat bij het schokgolfmodel de isotherme en bij het waterpistonmodel de adiabatische compressie geldt waardoor de stijfheid evenredig met γ toeneemt.

Bij de berekening van de waterkolomlengte $K = \frac{1}{2} H_{\text{golf}}$ is gebruik gemaakt van de toegevoegde watermassaberekeningen van Schoemaker, lit. (3).

De kans van voorkomen van luchtinsluiting is aanwezig bij brekende golven, bij golven op een talud en als de golf onder tegen een brug of tegen een horizontale schuifligger komt. Speciaal in de hoek, onder een ligger, die de ligger maakt met een verticale wand kan veel lucht worden ingesloten. Uit de waarden voor een hydraulisch model in tabel I blijkt dat de berekende drukken in de buurt kunnen komen van in model gemeten waar-

den, speciaal als het luchtkussen vrij dik is ten opzichte van de lengte van de waterkolom.

Het waterpistonmodel zal nooit alleen voorkomen, want voordat een luchtbel is ingesloten zal ook het stromingsdrukmodel gelden voor dat water dat de luchtbel zal opsluiten.

8. Extrapolatie van model naar prototype

Uit tabel II volgt dat de extrapolatie volgens het stromingsdrukmodel leidt tot de grootste prototypewaarde. De verhoudingen met schokgolfmodel water-lucht of het waterpistonmodel zijn tot maximaal een factor vier (het schokgolfmodelwater wordt hierbij niet meer beschouwd, zie par. 5), dus belangrijk genoeg om na te gaan welk model geldig is.

Gesteld kan worden dat het stromingsmodel veilig is (dit is feitelijk de normale Froudeschaalextrapolatie met $n_p = n_L$).

Ook volgt uit de vergelijking tussen berekende drukken en in hydraulische modellen gemeten drukken, dat het schokgolfmodel en het waterpistonmodel alleen tot de goede waarden leidt als er vrij veel lucht wordt ingesloten. Omdat het luchtgehalte in water vermoedelijk beperkt is tot een paar procent, blijft feitelijk alleen het waterpistonmodel over.

Dit leidt tot de conclusie dat het voor die gevallen waarbij het aannemelijk is dat er veel lucht wordt ingesloten loont om na te gaan of de extrapolatie naar prototype volgens het waterpistonmodel gaat in plaats van volgens de Froudeschaal.

Hoe dit kan worden nagegaan wordt in de volgende paragraaf behandeld.

9. Mogelijkheid om extrapolatie naar prototype te verbeteren

Zoals reeds eerder vermeld kan het van belang zijn een nauwkeuriger extrapolatie te maken dan volgens $n_p = n_L$, waarbij in de praktijk n_p tussen $\sqrt{n_L}$ en n_L in zal komen te liggen (fig. C1). Voor een speciale configuratie is in het vooronderzoek aan de Oosterschelde schuif gebruik gemaakt van een techniek waarbij de grootte van de onder de brugligger ingesloten luchtbel is bepaald uit de oscillatiefrequentie van de bel na de klap. Deze frequentie kon eenvoudig worden bepaald doordat de oscillatie automatisch door elke klap werd aangestoten. De kompressibiliteit van de lucht is bekend (het lineaire model geeft $K = \gamma p_0$) en de toegevoegde watermassa kon worden berekend. Hieruit volgt, tezamen met de oscillatiefrequentie, de belinhoud. Doordat de klapgrootte in model was gemeten

kon (fig. C1) de aankomende watersnelheid v_o worden bepaald. Met fig. C1 is nu, aannemende dat de snelheid in prototype $\sqrt{n_L}$ groter is, de klappdruk in prototype af te lezen. Aanname hierbij is wel dat voor het totale klagebeuren het waterpistonmodel geldt.

Een andere methode zou zijn om bv. schaalproeven te doen. Gaan we er vanuit dat, bij een schaalvariatie van drie, ook de v_o^2 een factor drie varieert dan kan (zie fig. C1) worden nagegaan of de druklijn volgens de helling 1 : 2 varieert zoals de grafiek aangeeft of volgens 1 : 1 zoals zou volgen uit de Froudeschaal. Wordt een helling gevonden die er tussenin ligt dan kan zelfs worden geconcludeerd tot een klapdeel dat volgens 1 : 1 en een ander deel volgens 1 : 2 waarbij deze delen kunnen worden opgesplitst (uiteraard beseffend dat ook dit niet geheel de werkelijkheid is).

Veel effectiever dan schaalproeven is het om in één model de omgevingsdruk te verlagen; een variatie van p_o van een factor 20 is in een vacuümgoet zeker mogelijk, hetgeen in fig. C1 een verschuiving geeft van de x-as die al aardig richting prototype gaat. Verdere voordelen ten opzichte van schaalproeven zijn:

- geen risico dat de opgewekte golf in het ene model sterk afwijkt van het andere
- geen bouw van een extra model.

Omdat een vacuüminstallatie rondom een grote golfgoot kostbaar is kan aan de volgende aanpak worden gedacht:

Het normale modelonderzoek gebeurt op een schaal die zo dicht mogelijk bij het prototype ligt en vindt plaats bij atmosferische druk.

Aan een geschematiseerde constructie op een kleinere schaal wordt in een vacuümgoet bij verschillende drukken een principe-onderzoek verricht om vast te stellen of het stromingsdruk- of het waterpistonmodel geldig is. Het verdient dus aanbeveling om bij golfklaponderzoek aan constructies een vacuümgoet met golfschot beschikbaar te hebben voor het vaststellen van het "model" dat bij extrapolatie van toepassing is.

Literatuur

- (1) Lundgren, H.: "Wave Shock Forces: an analysis of deformations and forces in the wave and in the foundation"
Symp. Research on Wave Action, Delft Hydraulics Laboratory, 1969, paper 4

- (2) Kolkman, P.A.: "Flow-Induced Gate Vibrations"
Thesis Delft University of Technology, 1976, also Delft Hydraulics
Laboratory, publ. 164
- (3) Schoemaker, H.J.: "Visuele massa bij golfklappen en daarop volgende trillingen in een constructie".
In: Delft Hydraul. Lab. "Manuscripten van H.J. Schoemaker in de periode 1946-1971", paper G6

Tabel I

Afschatting van golfdrukken bij verschillende "modellen".

Uitgangspunten:

ρ water	1000 kg/m ³
v_0 = loopsnelheid golf	10 m/s
Golfhoogte H	4 m
Waterpistonmodel (lengte piston = $\frac{1}{2}$ H (lengte luchtkussen	2 m 0,1 m en 0,5 m
p_0 = atm. druk	10 ⁵ pascal
Schokgolfmodel: luchtgehalte	2%*

Golfdrukken	prototype		model 1 : 40
	pascal	m. waterkol.	m. waterkol.
a. Stromingsdrukmodel	$n^{**} \times (5 \cdot 10^4)$	5 n^{**}	0,125 ^{**}
b. Schokgolfmod. water	$1,4 \cdot 10^7$	1400	220
c. Schokgolfmod. water/ lucht	$5 \cdot 10^6$	500	19
d. Waterpistonmodel			
luchtkolom 0,1 m	$3,2 \cdot 10^7$	3200	15
luchtkolom 0,5 m	$1,4 \cdot 10^6$	140	4,5

* Voor de hoeveelheid lucht die vrij in water in de vorm van kleine bellen voorkomt na een verstoring is 1% al een grote waarde.

** n hangt af van de helling tussen waterfront en het vlak van de constructie, en kan elke waarde aannemen.

Tabel II

Extrapolatie vanuit modelwaarden (schaal 1 : 40) als in model een bepaalde golfdruk is gemeten (bij atmosferische druk).

- ad a. opschaling volgens n_L
- ad b. opschaling volgens n_L
- ad c. opschaling volgens fig. B2
- ad d. opschaling volgens fig. C1

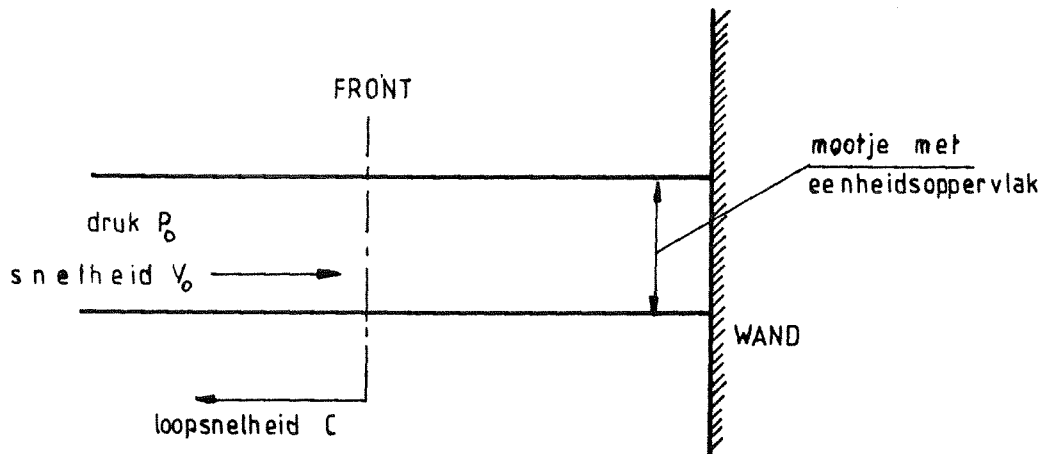
model	extrapolatie naar prototype			
	gemeten model-waarde	stromings-druk (a)	schokgolf water (b)	schokgolf water/lucht (c)*
1 m wk	40 m	6,3 m	8,4	9 m
2 m wk	80 m	12,6 m	20	28
5 m wk	200 m	32 m	80	178

* Dit is berekend onder aanname dat in prototype het luchtgehalte hetzelfde is als in het model. Het is goed denkbaar dat dit in prototype hoger is, dan nemen klapgrootten af.

Afleiding theorie voor schokgolfdrukken

1. Lineair schokgolfmodel1.A. Starre wand waartegen water botst

Komt een steil golffront tegen een starre wand en het water kan niet zijdelings afvloeien, dan zal een schokgolf ontstaan die van de wand af in het water wegloopt. Voor de schokgolf geldt dat vóór het front het water aankomt met snelheid v_0 , terwijl achter het front het water in rust is gekomen.



bezien we dezelfde watermassa op tijd $t = t_0$ en een tijdje dt later dan is de zône waarin de snelheid v_0 heerst afgenomen met $(v_0 + c)dt$. Uit de impulswet volgt onder aanname dat ρ onafhankelijk van p is:

$$\Delta p = \rho_0 (c + v_0) v_0 \quad (1)$$

(ρ_0 is de dichtheid van het water)

terwijl uit de continuïteit volgt:

$$v_0 = c \Delta p / K \quad (2)$$

K is hierbij de compressiemodulus en $(\Delta p / K)$ maal een lengte is de "lengteverandering" die de waterkolom ondergaat.

De lineaire benadering is mogelijk zolang $v_0 \ll c$ en zolang K en ρ als een constante zijn te beschouwen. Uit (1) en (2) volgt door eliminatie van v_0 :

$$c = \sqrt{K / \rho_0} \quad (3)$$

en (1) gaat over in de bekende waterslagformule

$$\Delta p = \rho c \Delta v = \rho c v_0 \quad (4)$$

Hieruit is tevens te berekenen:

$$\Delta p = v_0 \sqrt{K \rho_0} \quad (5)$$

Om een grootte-orde te bepalen bij $v_0 = 10 \text{ m/s}$ en

$$K_w = 2,05 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$$

$$\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\Delta p = 1,43 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 = 1430 \text{ m waterkolom}$$

Deze orde-grootte van drukken is groter dan wat ooit is gemeten.

I.B. Starre wand waartegen een lucht/watermengsel botst

We introduceren nu een homogeen water/luchtmengsel met $\alpha =$ luchtgehalte en $(\alpha - 1) =$ watergehalte.

Nu geldt per definitie:

$$\frac{\Delta \text{Volume}}{\text{Volume}} = \frac{\Delta p}{K} \quad (6)$$

Nu ontstaat ΔVolume door verandering van het luchtvolume én die van het watervolume en dus geldt:

$$\frac{\Delta p}{K_{\text{mengsel}}} = \frac{\Delta p \alpha}{K_l} + \frac{\Delta p (1 - \alpha)}{K_w}$$

ofwel:

$$\frac{1}{K_m} = \frac{\alpha}{K_l} + \frac{1 - \alpha}{K_w} = \frac{\alpha K_w + (1 - \alpha) K_l}{K_l K_w} \quad (7)$$

Voor ρ_{mengsel} geldt:

$$\rho_m = (1 - \alpha) \rho_w + \alpha \rho_l \quad (8)$$

Nu volgt dus uit (3), (7) en (8)

$$c_m = \sqrt{\frac{K_l K_w}{\{K_l (1 - \alpha) + \alpha K_w\} \times \{\rho_w (1 - \alpha) + \rho_l \alpha\}}} \quad (9)$$

Voor K_w is in te voeren $2,045 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$

Voor ρ_w is in te voeren 1000 kg/m^3

Voor ρ_1 geldt dat dit $1,293 \text{ kg/m}^3$ is bij atmosferische druk van 15°C . Verder is af te leiden (uit Boyle-Gay Lussac) dat ρ_1 proportioneel is met de druk en omgekeerd evenredig met de absolute temperatuur.

$$\rho_1 = \frac{p}{p_a} \frac{15^\circ + 273,15}{T + 273,15} \quad 1,293 \text{ kg/m}^3 \quad (10)$$

$$(p_a = \text{atm. druk} = 1,014 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2, \quad T = \text{temp. in } ^\circ\text{C})$$

Voor K_1 geldt dat deze is te berekenen met de adiabatistische gasconstante

$$p \cdot \text{Vol}^\gamma = \text{constant} \quad (11)$$

ofwel na differentiëren

$$dp (\text{Vol})^\gamma + d (\text{Vol}) p (\text{Vol})^{\gamma-1} = 0$$

ofwel

$$K_1 = \frac{-dp}{d (\text{Vol})} = \gamma p = \gamma p_0 \quad (12)$$

p_0 is de begindruk voordat de schokgolf ontstaat (atmosferische druk).

We hebben nu impliciet de aanname gedaan dat de oppervlaktespanning geen rol speelt en dat dus geldt $p_{\text{lucht}} = p_{\text{water}}$.

Nu is de adiabatistische gasconstante γ groter dan één omdat bij samendrukken van de lucht een temperatuurverhoging ontstaat die een drukverhoging geeft vergeleken bij een isotherme compressie.

Voor alleen lucht geldt dat $\gamma = c_p/c_v = 1,405$, waarin c_p de soortelijke warmte is van lucht als de druk constant blijft en c_v de soortelijke warmte bij gelijkblijvend volume.

Voor een lucht/watermengsel met luchtgehalte α geldt (dit is overgenomen in lit. (B1)):

$$\gamma_{\text{mengsel}} = \frac{\alpha \rho_l c_p + (1 - \alpha) \rho_w c_w}{\alpha \rho_l c_v + (1 - \alpha) \rho_w c_w} \quad (13)$$

Dit betekent dat bij $\alpha = 1$ (alleen lucht) voor $\gamma = c_p/c_v$ wordt gevonden en bij $\alpha = 0$ (alleen water) $\gamma = 1$.

ρ_1 volgt weer uit (10)

$$c_p = 0,237 \text{ kcal/kg/}^\circ\text{C}$$

$$c_v = 0,168 \text{ kcal/kg/}^\circ\text{C}$$

$$c_w = 1 \text{ kcal/kg/}^\circ\text{C}$$

Deze γ_m wordt daarna weer toegepast op de lucht.

Fysisch kan als volgt worden verklaard, dat γ tot 1 nadert als er water bij komt. Omdat ρ_{water} groot is ten opzichte van ρ_{lucht} gaat de meeste warmte bij opwarmen in het water zitten, zodat de luchttemperatuur veel minder stijgt dan het geval is bij $\alpha = 1$. Allersma vermeldt in lit. (B1) dat bij 1% watergehalte de γ nog maar 1,01 is.

De loopsnelheid van de golf is nu te berekenen met (9), (12) en (13), en dit is uitgewerkt in fig. B1.

Het blijkt dat voor bijna het hele α gebied de waarde van $\alpha K_w (= \alpha \cdot 2,045 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2)$ groot is ten opzichte van $(1 - \alpha) K_1 = (1 - \alpha) \gamma p$ (waarbij $\gamma = 1$ à 1,405 en $p = 10^5 \text{ N/m}^2$). Dit betekent dat in (9) de term $K_1 (1 - \alpha)$ die in de noemer staat wegvalt. Evenzeer is $\rho_1 \alpha$ weer klein ten opzichte van $(1 - \alpha) \rho_w$ zodat bij benadering de loopsnelheid van een compressiegolf is te schrijven als

$$c_m = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\alpha (1 - \alpha) \rho_w}} \quad (14)$$

waarbij weer bij benadering $\gamma = 1$ is te stellen.

Met behulp van (4), (8) en (14) is Δp van de schokgolf te bepalen, waarbij weer in plaats van (8) ter vereenvoudiging kan worden ingevoerd dat $\rho_m = (1 - \alpha) \rho_w$.

Dit resulteert in

$$\Delta p = v_0 \sqrt{\frac{\gamma p_0 (1 - \alpha) \rho_w}{\alpha}} \quad (15)$$

Dit was ook direkt uit (5) te bepalen geweest als we bedenken dat de compressibiliteit van lucht bij een kleine indrukking volgens (12) gelijk aan γp_0 is, dat bij een beperkte luchthoeveelheid de stijfheid met α^{-1} toeneemt en de dichtheid van het mengsel $\rho_w (1 - \alpha)$ is.

1.C. Wand compressibel

Is de wand niet oneindig stijf dan zal de wand na de botsing een snelheid krijgen ϵv_0 zodanig dat de snelheidsverandering in het water van $(1 - \epsilon)v_0$ en de snelheid van de wand ϵv_0 twee compressiegolven opwekken die op het aanrakingsvlak een gelijke druk geven.

$$\Delta p = \rho_w c_w (1 - \epsilon) v_0 - \rho_k c_k \epsilon v_0 \quad (16)$$

dus

$$\rho_w c_w = \epsilon (\rho_k c_k + \rho_w c_w) \quad (17)$$

en

$$\Delta p = \rho_k c_k v_0 \frac{\rho_w c_w}{\rho_w c_w + \rho_k c_k} \quad (18)$$

De index k (= konstruktie) heeft met de wandeigenschappen te maken. Zodra er lucht in het water is, is in het algemeen ook de compressibiliteit van een wand te verwaarlozen. Als de wand een buigend plaatveld is dan zijn de afgeleide relaties niet geldig.

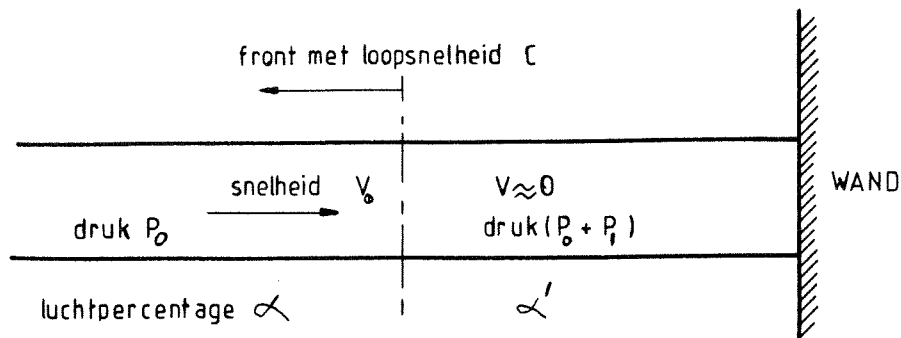
2. Niet-lineair schokgolfmodel

Indien de klapdruk niet meer klein is ten opzichte van de begindruk p_0 dan ontstaat er weer een schokgolf maar nu kunnen niet meer de vereenvoudigingen in de vergelijkingen worden toegepast.

In het deel van het water achter het golffront waar een hogere druk heerst neemt de schokgolfsnelheid toe doordat de lucht comprimeert en stijver wordt zonder dat de massa evenredig hiermee toeneemt. Hierdoor wordt de golf steeds steiler. Dit is een soortgelijk verschijnsel als bij water met een vrije spiegel optreedt; een positieve golf wordt steeds steiler tot er een bore ontstaat. Met de impulsievergelijkingen is de golfdruk en eventueel ook de golfsnelheid weer te berekenen.

In de volgende afleiding wordt ervan uitgegaan dat alle compressibiliteit zich in de lucht afspeelt en alle traagheid in het water zit (dit geldt dus niet als α naar nul of één nadert). Hoewel in de vorige paragraaf is afgeleid dat γ bij een lucht/watermengsel gelijk 1 is te stellen wordt in de berekening toch $\gamma = 1,405$ meegenomen. Dit is gedaan voor het inzicht in de invloed van γ , en om ook het geval van grote luchtbellens mee te nemen die bij een snelle klap niet direkt alle warmte aan het water kunnen overdragen.

Stel een kolom water/luchtmengsel komt tegen een vaste wand, en er ontstaat een schokgolf met voortplantingssnelheid c . Rechts van het golffront geldt nu weer dat het mengsel stil staat waarbij het gaspercentage is gereduceerd door de compressie, links is het oorspronkelijke mengsel met snelheid v_0 en met een dichtheid $(1 - \alpha)\rho_w$.



In de bellen geldt weer (zie (11)):

$$p_0 v_0^{\gamma} = (p_0 + p_1) v_1^{\gamma} \quad (19)$$

met $\gamma = 1$ bij isotherme toestand en maximaal

$\gamma = c_p/c_v = 1,405$ bij adiabatische toestand

$$v_1 = \left(\frac{p_0}{p_0 + p_1}\right)^{1/\gamma} \quad v_0 = (1 + p_1/p_0)^{-1/\gamma} v_0 \quad (20)$$

Het volume lucht van α reduceert tot een volume $\alpha (1 + p_1/p_0)^{-1/\gamma}$

en het totale lucht plus watervolume wordt $(1 - \alpha) + \alpha (1 + p_1/p_0)^{-1/\gamma}$,
zodat we als nieuw luchtgehalte verkrijgen

$$\alpha^1 = \frac{\alpha (1 + p_1/p_0)^{-1/\gamma}}{1 - \alpha + \alpha (1 + p_1/p_0)^{-1/\gamma}} \quad (21)$$

Nu kan weer een massabalans en een impulsiebalans worden opgesteld.

De ρ van het mengsel is vóór samendrukking:

$$\rho_m = \rho_w (1 - \alpha) \quad (22)$$

en na samendrukking:

$$\rho_m^1 = \rho_w (1 - \alpha^1) = \rho_w \frac{1 - \alpha^1}{1 - \alpha + \alpha (1 + p_1/p_0)^{-1/\gamma}} \quad (23)$$

De toestromende massa is per tijdseenheid $\rho_m v_0$.

De massatoename is per tijdseenheid $c (\rho_m^1 - \rho_m)$, zodat geldt

$$v_o \rho_w (1 - \alpha) = c \rho_w \frac{1 - \alpha}{1 - \alpha + \alpha (1 + p_1/p_o)^{-1/\gamma}} - (1 - \alpha)$$

ofwel

$$v_o = \alpha c \frac{1 - (1 + p_1/p_o)^{-1/\gamma}}{1 - \alpha \{1 - (1 + p_1/p_o)^{-1/\gamma}\}} \quad (24)$$

De impulsiebalans geeft aan dat de hoeveelheid van beweging afneemt tengevolge van de druksprong

$$p_1 = (c + v_o) \rho_m v_o \quad (25)$$

ofwel met (22):

$$p_1 = (c + v_o) (1 - \alpha) \rho_w v_o \quad (26)$$

Dit is te schrijven als

$$c = (p_1 / ((1 - \alpha) \rho_w v_o)) - v_o \quad (27)$$

Invullen in (24) levert

$$v_o = \alpha \left[\frac{p_1}{(1 - \alpha) \rho_w v_o} - v_o \right] \left[\frac{1 - (1 + p_1/p_o)^{-1/\gamma}}{1 - \alpha \{1 - (1 + p_1/p_o)^{-1/\gamma}\}} \right]$$

ofwel

$$v_o \left[1 + \frac{\alpha \{1 - (1 + p_1/p_o)^{-1/\gamma}\}}{1 - \alpha \{1 - (1 + p_1/p_o)^{-1/\gamma}\}} \right] = \left[\frac{\alpha p_1}{(1 - \alpha) \rho_w v_o} \right] \left[\frac{1 - (..)^{-1/\gamma}}{1 - \alpha \{1 - (..)^{-1/\gamma}\}} \right]$$

ofwel

$$v_o \frac{1}{1 - \alpha \{1 - (1 + p_1/p_o)^{-1/\gamma}\}} = \frac{\alpha p_1}{(1 - \alpha) \rho_w v_o} \frac{1 - (..)^{-1/\gamma}}{1 - \alpha \{1 - (..)^{-1/\gamma}\}}$$

ofwel

$$\frac{(1 - \alpha) \rho_w v_o^2}{\alpha p_o} = p_1/p_o \{1 - (1 + p_1/p_o)^{-1/\gamma}\} \quad (28)$$

Dit is uitgezet in fig. B2

Voor kleine waarden van p_1/p_0 is weer linearisering mogelijk door in te voeren

$$(1 + p_1/p_0)^{-1/\gamma} = 1 - \frac{1}{\gamma} p_1/p_0 \quad (29)$$

Dus gaat (28) over in:

$$(1 - \alpha) \rho_w v_0^2 / \alpha p_0 = p_1^2 / \gamma p_0^2$$

ofwel:

$$p_1 = v_0 \sqrt{\gamma p_0 \rho_w (1 - \alpha) / \alpha} \quad (30)$$

Dit klopt met (15), d.w.z. met de gelineariseerde benadering.

3. Beschouwing over schaalears

Bij het gebruik van hydraulische modellen op Froudeschaal wordt in eerste instantie de druk opgeschaald op lengteschaal, die weer gelijk is aan de schaal van $[\rho_w v_0^2]$.

Bezien we fig. B2, dan zou dit, zolang prototype en model dezelfde (atmosferische) p_0 hebben, leiden tot een vergroting van p_1 en van $\rho_w v_0^2$ met deze schaalfactor. De lijn volgens het schokgolfdrukmodel loopt minder steil dan 1 : 1 zodat extrapolatie volgens Froudeschaal veilig, maar wellicht duur is. De grafiek is, als de conceptie van de schokgolfdruk geldig is, als volgt te gebruiken. Gemeten in model p_1/p_0 . Nu is af te lezen $\rho_w v_0^2 (1 - \alpha) / p_0 \alpha$, en in prototype vergroot de $\rho_w v_0^2$ volgens lengteschaal, zodat nu de nieuwe p_1/p_0 is af te lezen als we α dezelfde waarde laten behouden. Is er reden om aan te nemen dat in prototype groter is dan daalt $\rho_w v_0^2 (1 - \alpha) / p_0 \alpha$ en daalt de klapdruk p_1 .

Door proeven te doen met een op lengteschaal verlaagde omgevingsdruk p_0 komen model en prototype op hetzelfde punt in de grafiek uit. Dit betekent dat als we aannemen dat er een serie klappen is met sterk variërende α en v_0 dit in model en prototype tot een gelijke statistische verdeling van de klapdruk leidt. Bovendien behoudt de stromingsdruk (evenredig aan $\rho_w v_0^2$) dezelfde relatie tot de piekdruk van de klap zodat het hele verloop van de waterdruk op de wand met de tijd goed wordt gereproduceerd.

Dit betekent ook dat als er een interactie is tussen de stromingsdruk en de schokgolfdruk een drukverlaging in een model volgens de lengteschaal zelfs noodzakelijk is. Ook dan kunnen er trouwens nog afwijkingen voorkomen doordat de α niet goed wordt gereproduceerd.

Literatuur

(B1) Allersma, E., "The velocity at which sound travels in a mixture of air and water"

Delft Hydraulics Laboratory Information Sheet X 7a, July 1961



Fig. B 1

Voortplantingsnelheid schokgolf
in een lucht-watermengsel

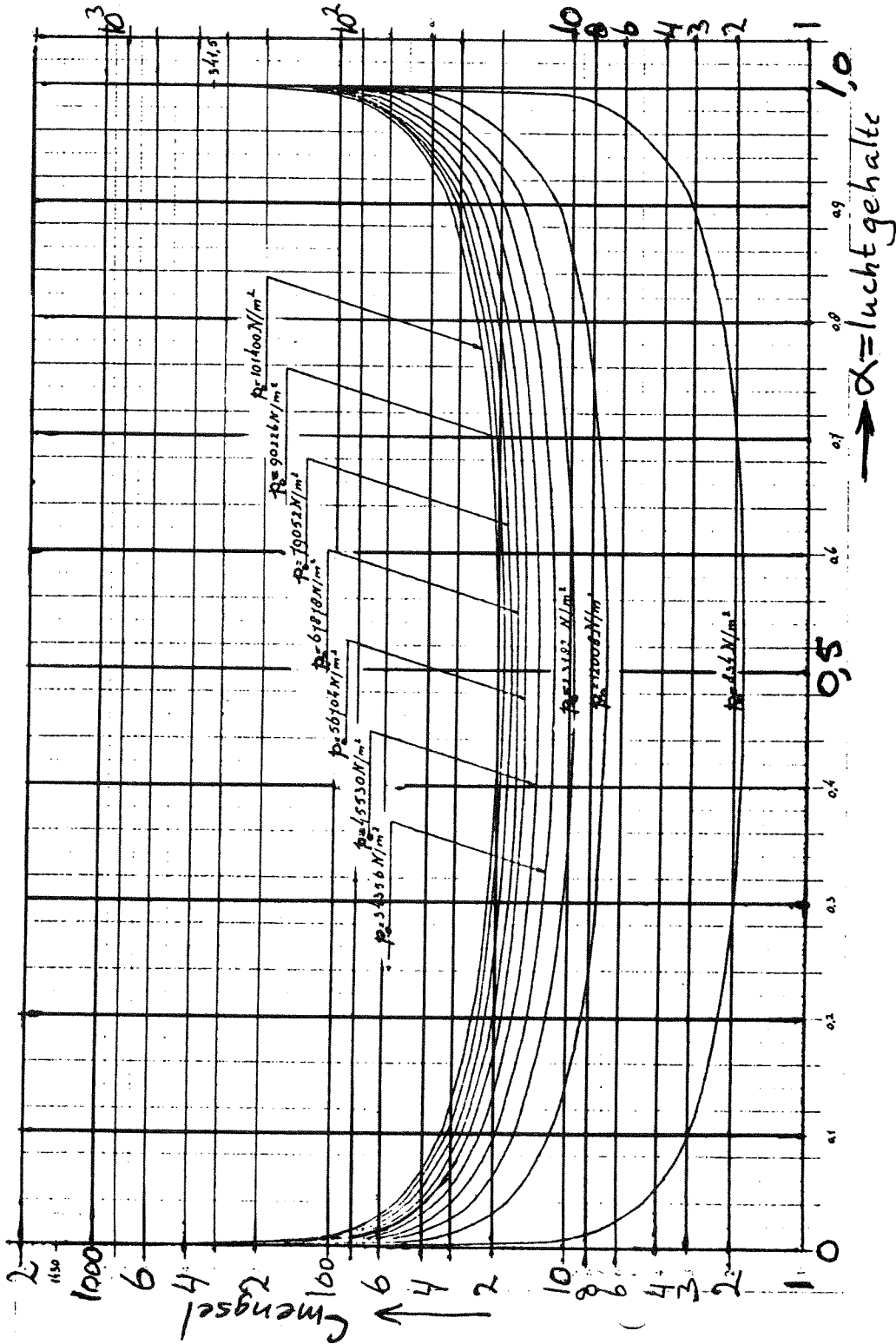
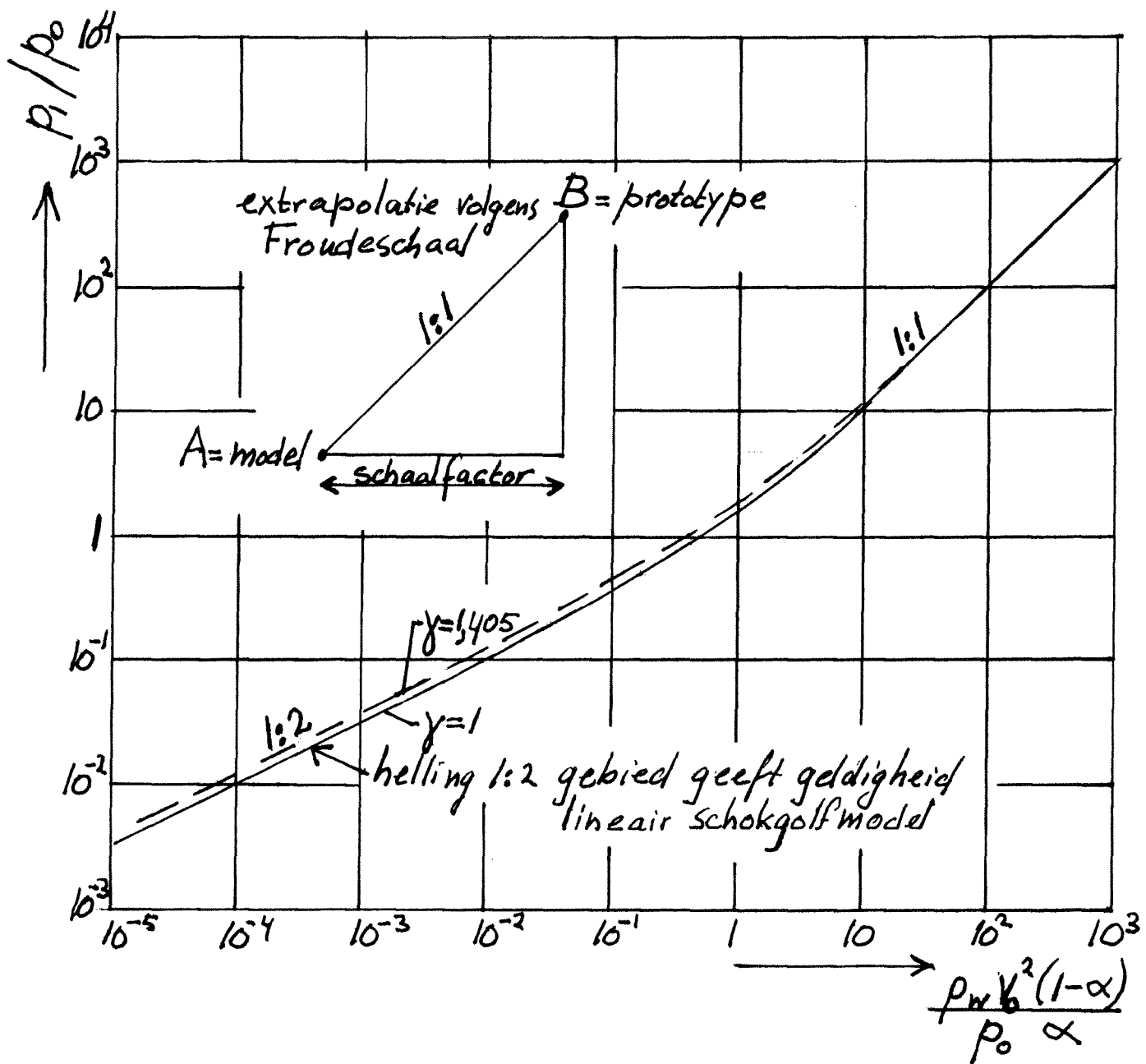


Fig. B2

Schokgolfdruk bij luchtwatermengsel

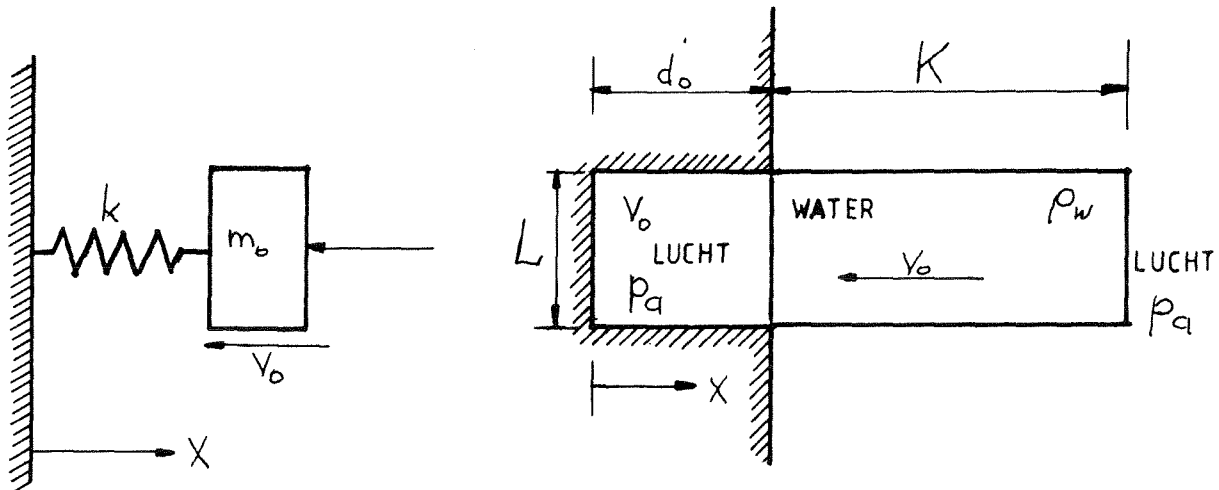
water incompressibel

$\gamma=1$ en $1,405$ waarbij, behalve voor $\alpha \rightarrow 1$
 voor een homogeen mengsel steeds $\gamma=1$ geldt.



Afleiding van de maximale golfdruk volgens het "water-piston" model

Het mechanisme van een golfklap waarbij lucht wordt gecomprimeerd kan geschematiseerd worden tot een massa-veersysteem. Een "zuiger" van water wordt in een afgesloten cylinder, gevuld met lucht gedreven. Het "water-pistonmodel" werd geïntroduceerd door Bagnold, lit. (1).



Vergelijking van het waterpistonmodel met een massa-veersysteem

I. Het gelineariseerde waterpistonmodel

Indien kleine trillingen van de "waterzuiger" worden verondersteld, gelden voor dit model de volgende vergelijkingen:

Bewegingsvergelijking voor het waterpiston:

$$\rho_w K L \ddot{x} = (p - p_a) L \quad (1)$$

Compressie van de lucht:

$$p V^\gamma = \text{constant} \quad (2)$$

(voor een nadere beschouwing van γ zie appendix B)

$$\text{met als beginvoorwaarden: } p_{t=0} = p_0 \quad (3)$$

$$V_{t=0} = d_0 L \quad (4)$$

$$\dot{x} = -v_0 \quad (5)$$

terwijl de voorwaarden van "kleine trillingen" inhoudt:

$$d_0 - x \ll d_0 \quad (6)$$

$$\text{en } (p - p_a)/p_a \ll 1 \quad (7)$$

Daarom kan afgeleid worden door differentiëren van (2)

$$p x^\gamma = p_o d_o = \text{constant} \quad (8)$$

$$dp x^\gamma + \gamma p x^{\gamma-1} dx = 0 \quad (9)$$

$$\frac{dp}{dx} = - \frac{\gamma p}{x} \approx - \frac{\gamma p_o}{d_o} \quad (10)$$

Deze laatste aanname geldt alleen bij kleine indrukking.

Nu blijkt dat (per eenheid van oppervlak) de veerconstante van de lucht in de cilinder gelijk is aan $-\gamma p_o/d_o$ en de massa van de zuiger $\rho_w K$ is.

De oplossing van (1) luidt:

$$x = d_o - \frac{(p_o - p_a) d_o}{p_a} \cos \left(\sqrt{\frac{\gamma p_a}{d_o \rho_w K}} t \right) - v_o \sqrt{\frac{d_o \rho_w K}{\gamma p_a}} \sin \left(\sqrt{\frac{\gamma p_a}{d_o \rho_w K}} t \right) \quad (11)$$

Dit is analoog aan de oplossing van een massa-veersysteem:

$$x = \frac{F_o}{k} - \frac{F_{ko}}{k} \cos \left(\sqrt{\frac{k}{m}} t \right) - v_o \sqrt{\frac{m}{k}} \sin \left(\sqrt{\frac{k}{m}} t \right) \quad (12)$$

(hierin bepaalt F_o/k de evenwichtspositie en F_{ko} is de kracht in de veer op een willekeurig gekozen tijdstip $t = 0$).

Kiezen we nu het tijdstip $t = 0$ zodanig dat p_a nog p_o was dan volgt uit (11)

$$\hat{p} = p - p_o = (x - d_o) \gamma p_o = v_o \sqrt{\frac{\gamma p_a \rho_w K}{d_o}} \sin \left(\sqrt{\frac{\gamma p_a}{d_o \rho_w K}} t \right) \quad (13)$$

Volgens dit rekenmodel vinden we dat, als $v_o \sqrt{\gamma \rho_w K/d_o}$ gegeven is, de maximale druk evenredig met $\sqrt{p_a}$ toeneemt.

II. Het niet-gelineariseerde waterpistonmodel

Dit is het waterpistonmodel volgens Bagnold (C1).

Uitgaande van dezelfde schematisatie geldt (met $p_a = p_o$):

$$\text{Bewegingsvergelijking:} \quad \rho_w K \ddot{x} = (p - p_a) \quad (14)$$

$$\text{Compressie van de lucht:} \quad p = p_a (d_o/x)^\gamma \quad (15)$$

$$\text{met als beginvoorwaarden: } x_{t=0} = d_o \quad (16)$$

$$\dot{x}_{t=0} = -v_o \quad (17)$$

De analytische integratie naar t is nu niet uit te voeren.

Integratie naar x geeft:

$$\begin{aligned} \rho_w K (\dot{x})^2 + \frac{2 p_a d_o \gamma}{\gamma - 1} x^{1-\gamma} + 2 p_a x - \rho_w K v_o^2 - \\ - \frac{2 p_a d_o \gamma}{\gamma - 1} d_o^{1-\gamma} - 2 p_a d_o = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

waaruit volgt:

$$t = \frac{\rho_w K}{p_a} \int \frac{dx}{\sqrt{\frac{\rho_w K}{p_a} v_o^2 - \frac{2 d_o \gamma}{\gamma - 1} \left\{ \left(\frac{1}{x}\right)^{\gamma-1} - \left(\frac{1}{d_o}\right)^{\gamma-1} \right\} + 2 (d_o - x)}} \quad (19)$$

Door numerieke integratie is t bij iedere x te berekenen. Dit brengt ons echter niet veel verder, daar op deze wijze geen directe relatie wordt verkregen met de (over)druk t.g.v. de compressie van de lucht.

Geëigend is een energiebeschouwing toe te passen op het waterpistonmodel.

Voor een adiabatisch proces geldt:

$$p V^\gamma = \text{constant} \quad (20)$$

$$\text{of:} \quad (21)$$

$$V = V_o \left(\frac{p}{p_a}\right)^{-1/\gamma}$$

Door differentiëren naar p volgt hieruit:

$$dV = -\frac{V_o}{p_a \gamma} \left(\frac{p}{p_a}\right)^{-\left(\frac{1}{\gamma} + 1\right)} dp \quad (22)$$

De pneumatische energie die in het luchtvolume V wordt geborgen is

$$E_{pn} = - \int_{p_a}^{p_{\max} + p_a} (p - p_a) dV \quad (23)$$

(22) gesubstitueerd in (23) en integratie naar p geeft:

$$E_{pn} = \frac{V_o p_a}{\gamma - 1} \left\{ \left(\frac{p_{max}}{p_a} \right)^{-\left(\frac{1}{\gamma} - 1\right)} + (\gamma - 1) \left(\frac{p_{max}}{p_a} \right)^{-\frac{1}{\gamma} - \gamma} \right\} \quad (24)$$

of, met $V_o = L d_o$ per breedteëenheid:

$$E_{pn} = \frac{L d_o p_a}{\gamma - 1} \left\{ \left(\frac{p_{max}}{p_a} \right)^{1 - \frac{1}{\gamma}} + (\gamma - 1) \left(\frac{p_{max}}{p_a} \right)^{-\frac{1}{\gamma} - \gamma} \right\} \quad (25)$$

De kinetische energie van de watermassa ten tijde $t = 0$ is:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v_o^2 \quad \text{met } m = \rho_w L K \quad \text{per breedteëenheid} \quad (26)$$

Gelijkstelling van initiële kinetische energie en opgenomen pneumatische energie bij maximale compressie geeft:

$$\frac{1}{2} \rho_w K v_o^2 = \frac{d_o p_a}{\gamma - 1} \left\{ \left(\frac{p_{max}}{p_a} \right)^{1 - \frac{1}{\gamma}} + (\gamma - 1) \left(\frac{p_{max}}{p_a} \right)^{-\frac{1}{\gamma} - \gamma} \right\} \quad (27)$$

of, met $\hat{p}_{max} = p_{max} - p_a$:

$$v_o = \sqrt{\frac{2 d_o p_a}{\rho_w K (\gamma - 1)} \left\{ \left(\frac{\hat{p}_{max}}{p_a} + 1 \right)^{1 - \frac{1}{\gamma}} + (\gamma + 1) \left(\frac{\hat{p}_{max}}{p_a} + 1 \right)^{-\frac{1}{\gamma} - \gamma} \right\}} \quad (28)$$

In dimensieloze vorm:

$$\frac{v_o}{\sqrt{\frac{d_o p_a}{\rho_w K}}} = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left\{ \left(\frac{\hat{p}_{max}}{p_a} + 1 \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} + (\gamma - 1) \left(\frac{\hat{p}_{max}}{p_a} + 1 \right)^{-\frac{1}{\gamma} - \gamma} \right\}} \quad (29)$$

Deze vergelijking is op twee manieren uitgewerkt; in fig. C1 is dit gedaan in de dimensieloze vorm. In fig. C2 zijn de grootheden zodanig uitgezet dat bij een bepaalde p_a waarde, als $v_o \sqrt{\rho_w K / d_o}$ gegeven is, direct \hat{p}_{max} kan worden afgelezen.

Is in een model \hat{p}_{max} gemeten, bij een bepaalde p_a , dan kan onder aanname dat $v_o \sqrt{\rho_w K / d_o}$ niet wijzigt, en het waterpiston geldigheid bezit, de \hat{p}_{max} voor het prototype worden afgelezen.

Geldt het Froudemodel, d.w.z. dat de golfdruk in wezen een stromingsmodel is, dan is \hat{p}_{max} niet afhankelijk van p_o . In fig. 1 is aangegeven hoe dan de extrapolatie is. In fig. 2 betekent dit dat de druklijn \hat{p}_{max}

horizontaal verloopt.

Naast bovenstaande beschouwingen zijn er in de literatuur nog een aantal te vinden. Mitsuyasu (C2) berekent het tijdsverloop van de druk door van het hyperbolisch verband van vergelijking (21) een quasi parabolisch verband te maken.

$$(p = p_a + \alpha v + \beta v^2)$$

Ook introduceert hij nog een totaal ander model waarbij de ingesloten lucht wegebt. Daarop wordt in deze appendix niet nader ingegaan.

Beschouwing over schaaleffecten

Evenals in appendix B is geformuleerd kunnen we stellen dat bij toepassing van een model op Froudeschaal men er impliciet vanuit is gegaan dat de stromingsdruk (evenredig aan $\rho_w v^2$) en de druk tengevolge van waterspiegelvariaties (evenredig aan $\rho g L$) in prototype en model dezelfde relatie tot elkaar hebben.

Bezien we fig. C1 dan blijkt ruwweg dat, zolang de modelwaarde \hat{p}_{\max} kleiner is dan p_0 (1 atmosfeer), de Froude-extrapolatie veilig is (model-schaal 1 : 20 à 1 : 40) maar wellicht te duur.

Door proeven te doen met een verlaagde omgevingsdruk (reproductie van $p_a / \rho v^2$) blijven de relatie \hat{p}_{\max} gerelateerd aan de stromingsdruk en die gerelateerd aan het waterpistonmodel zich tot dezelfde manier verhouden (prototype en model bevinden zich op hetzelfde punt van de lijn van fig. C1).

Indien er een interactie is tussen beide verschijnselen dan is het doen van proeven met verlaagde omgevingsdruk noodzakelijk. Indien dit niet het geval is dan geeft het onderzoek bij verlaagde druk het voordeel dat het gehele drukverloop met de tijd gelijkvormig blijft en dat ook een statistische verwerking van de golfdrukken bij een groot aantal klappen direkt overdraagbaar blijft.

Literatuur:

- (1) Bagnold, R.A., "Interim report on Wave Pressure Research"
Journ. Inst. of Civ. Eng. Nov. 1940, p. 27
- (2) Mitsuyasu, H., "Shock Pressure of Breaking Wave"
10th Conf. on Coastal Eng., Tokyo, Sept. 1966, paper 2.2. (a)



fig. C 1

Maximale drukken (dimensievolgens Water-piston-model loos)

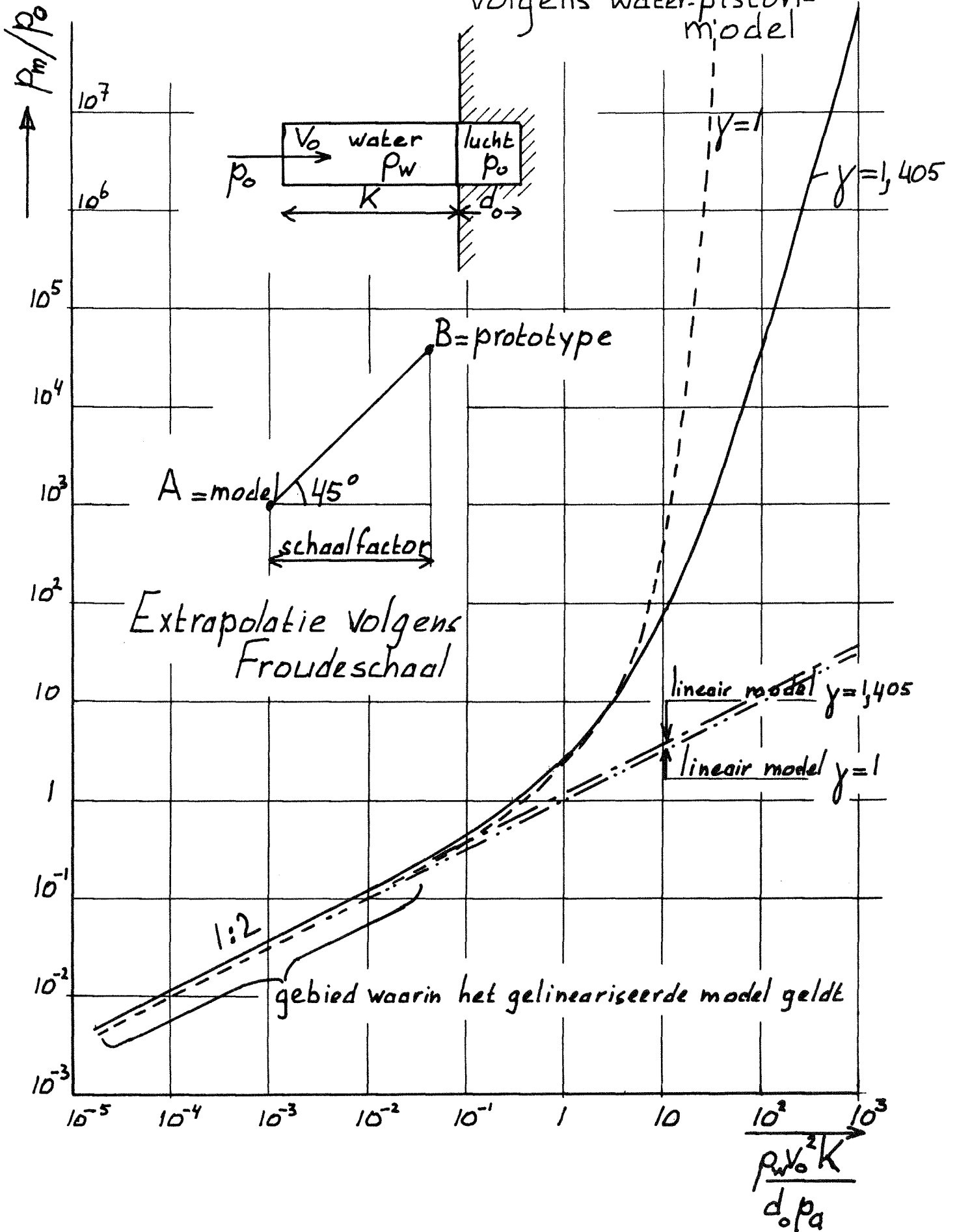


Fig. C2

Maximale drukken volgens het Water-pistonmodel
(niet-dimensieloos)

