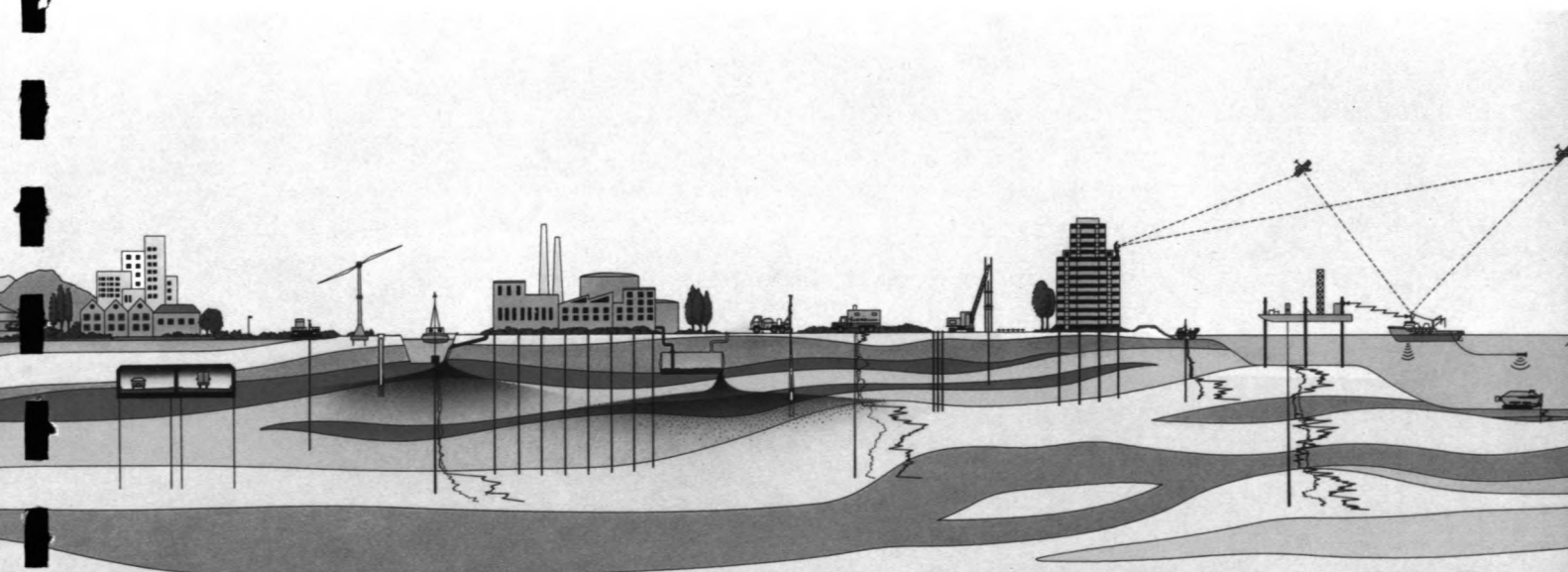


# Het heiproces als trillingsbron

## Tussenrapport

**M. Grootenboer**  
**Technische Universiteit Delft**  
**Faculteit der Civiele Techniek**  
**Fugro bv. Leidschendam**



## Het heiproces als trillingsbron

Uit : De Telegraaf 15-2-1994

...medan lijne... | ...voering van berich- | veiligheid... | ...in de ja...  
 ...den, | ...ten, | Shiley In

### ...met opgewassen tegen heien

**Van onze Rotterdamse redactie**

**ROTTERDAM, dinsdag**

Op de bouwplaats voor het nieuwe hoofdkantoor van Credit Lyonnais Bank mag overdag niet geheid worden, omdat dan bij 'buurman' Robeco de computers beschadigd raken.

Nadat zich enkele schadegevallen hadden voorgedaan aan de harde schijven van de kantoor-pc's, besloten Credit

Lyonnais en Robeco in gezamenlijk overleg, dat er voortaan uitsluitend 's avonds en op zaterdag geheid zal worden.

Als de pc's niet in gebruik zijn, kunnen de harde schijven worden vastgezet.

Het gaat met name om 30 palen, die zeer dicht tegen het Robeco-gebouw aan geheid moeten worden. Voor een groot aantal andere palen is alsnog gekozen voor de schroefmethode. De laatste 30 moeten per se worden geheid.

Op de vraag of deze ongebruikelijke heiu-uren voor Credit Lyonnais een kostenpost opleveren, zei een woordvoerder gisteren: „We vinden het veel belangrijker, dat het gebouw op tijd wordt opgeleverd. En die termijn loopt geen gevaar.”

De laatste paal zal naar verwachting eind februari de grond in gaan. Robeco wijst erop, dat haar grote computersystemen (mainframes) géén gevaar lopen.

## **Voorwoord**

In het kader van mijn afstuderen aan de Faculteit der Civiele Techniek aan de Technische Universiteit Delft heb ik, na een interessante stage bij Fugro-McClelland te Singapore, in overleg met professor Verruijt contact gezocht met Fugro BV. te Leidschendam.

Bij Fugro BV. ben ik betrokken bij het onderzoek naar het ontstaan van trillingen in de grond veroorzaakt door het heien van een paal. Belangrijk bij dit onderzoek is te omschrijven wat er nu eigenlijk vlakbij de paal gebeurt, aangezien hier weinig over bekend is.

Voor u ligt het tussenrapport waarin een samenvatting van de modellering wordt gegeven. In deze fase is gezocht naar een model dat het probleem van trillingen ontstaan door heien kan omschrijven. Door verificatie zal nog moeten blijken of dit model echt bruikbaar is. Wel moet gezegd worden dat het gevonden model zich voornamelijk toespitst op het gedrag van de grond vlak bij de paalpunt.

Mijn dank gaat in deze tweede fase ook weer uit naar Maarten Smits en professor Verruijt voor hun aanwijzingen en hulp. Verder wil ik Jeroen bedanken voor het continu beschikbaar hebben van koffie en Anneloes, afstudeerder bij Fugro Engineers, voor de morele ondersteuning en voor de gezelligheid.

## **Samenvatting**

Inhoudelijk is over het tussenrapport het volgende op te merken :

Allerst wordt een algemene beschrijving gegeven van het heiproces als trillingsbron. In deze beschrijving wordt de trillingsbron opgedeeld in een drietal delen, te weten :

- Module Paal
- Module Vervorming
- Module Trillingen

Voor de module paal is een oplossingstechniek gegeven aan de hand van een zogenaamd "Wave Equation Analysis Program". Door het uitvoeren van een golfanalyse kan een orde van de drukken onder en de verplaatsingen van de paal bepaald worden.

De module vervorming omschrijft een oplossingstechniek om de grootte van de elastische en/of plastische vervormingen rondom de paalpunt te beschrijven. Deze methode is gebaseerd op de zogenaamde "Cavity Expansion Theorie". Hierbij wordt uitgegaan van de uitbreiding van een bolvormige holte in een oneidig massief.

De voortplanting van de trillingen in de grond rondom de paal wordt via een empirische beschouwing beschreven in de module trillingen.

Ter afsluiting van dit rapport worden een aantal knelpunten genoemd, welke na afloop van de berekeningen geëvalueerd dienen te worden. Tevens is een aanpak voor de eindfase gegeven.

In de bijlagen worden een aantal te gebruiken of gebruikte zaken gegeven. Hier wordt in de tekst naar verwezen.

## **Inhoudsopgave**

Voorwoord . . . . .	1
Samenvatting . . . . .	2
Inhoudsopgave . . . . .	3
Hoofdstuk 1. Inleiding . . . . .	5
§ 1.1 Inleiding . . . . .	5
§ 1.2 Probleemstelling . . . . .	5
§ 1.3 Opdrachtformulering . . . . .	5
§ 1.4 Doelstelling . . . . .	6
§ 1.5 Randvoorwaarden en uitgangspunten . . . . .	6
§ 1.6 Conclusies literatuurstudie . . . . .	6
§ 1.7 Vervolgonderzoek . . . . .	7
Hoofdstuk 2. Geschematiseerd model . . . . .	8
§ 2.1 Inleiding . . . . .	8
§ 2.2 Algemene beschouwing van het heiproces als trillingsbron . . . . .	8
Hoofdstuk 3. Module Paal . . . . .	10
§ 3.1 Inleiding . . . . .	10
§ 3.2 Schematisatie paal . . . . .	10
§ 3.3 Schematisatie grond rondom de paal . . . . .	12
§ 3.4 Verdere aanpak golfanalyse . . . . .	13
Hoofdstuk 4. Module Vervorming . . . . .	14
§ 4.1 Inleiding . . . . .	14
§ 4.2 Schematisering van de verplaatsing van de paalpunt . . . . .	14
§ 4.3 Mogelijkheden voor berekening . . . . .	15
§ 4.3.1 Mogelijkheid 1 : Elasto-statische oplossing . . . . .	15
§ 4.3.2 Mogelijkheid 2 : Elasto-dynamische oplossing . . . . .	17
§ 4.3.3 Mogelijkheid 3 : Kleine verplaatsingen - Elasto-plastisch materiaal . . . . .	18
§ 4.3.4 Mogelijkheid 4 : Grote verplaatsingen - Elasto-plastisch materiaal . . . . .	18
§ 4.4 Opsomming belangrijkste aannamen . . . . .	19
§ 4.5 Keuze van parameters voor de Holte Expansie . . . . .	19
Hoofdstuk 5. Module Trillingen . . . . .	23
§ 5.1 Inleiding . . . . .	23
§ 5.2 Trillingen in de grond . . . . .	23

Hoofdstuk 6. Evaluatie . . . . .	25
§ 6.1 Inleiding . . . . .	25
§ 6.2 Energiebalans . . . . .	25
§ 6.3 Te controleren aspecten . . . . .	26
§ 6.4 Plan van aanpak . . . . .	26
 Gebruikte literatuur . . . . .	 27
 Bijlage A. Gebruikte symbolen . . . . .	 29
Romeinse karakters . . . . .	29
Griekse karakters . . . . .	30
Sub- en superscripten . . . . .	30
 Bijlage B. Heiformule van Sprenger-Potma . . . . .	 31
 Bijlage C. Standaard bodemprofielen . . . . .	 32
Profiel Rotterdam . . . . .	32
Profiel Amsterdam . . . . .	33
 Bijlage D. Theorie Cavity Expansion . . . . .	 34
§ D.1 Inleiding . . . . .	34
§ D.2 Theorie . . . . .	34
 Bijlage E. Aanknopingspunten andere modellen . . . . .	 41
§ E.1 Inleiding . . . . .	41
§ E.2 Compactie model : Massa behoud . . . . .	41
§ E.3 Compactie model : Chow (1992) . . . . .	43
§ E.4 Methode der karakteristieken : De Josselin de Jong (1956) . . . . .	45
§ E.5 Micro mechanisch model : Koenders (1992) . . . . .	45
 Bijlage F. Tijdwerkschema . . . . .	 47
 Bijlage G. Figuren en Tabellen . . . . .	 48

## **Hoofdstuk 1. Inleiding**

### **§ 1.1 Inleiding**

Als trillingsbron in een bebouwde omgeving kan bijvoorbeeld wegverkeer, een langszazende trein of het heien van een funderingspaal gezien worden. In de praktijk blijkt met name het heien van palen te kunnen leiden tot schade aan belendingen en hinder voor omwonenden. Om deze reden is door Fugro nader onderzoek gedaan naar trillingen bij het heien. Het resultaat van dit onderzoek is vastgelegd in Fugro rapport M-0100 [Lit-5] Genoemde verstoring kan worden gekoppeld aan de inmiddels door andere bedrijven in CUR verband opgestelde modellen voor de overdracht van trillingen door de bodem en belendend gebouw, [Lit-3, Lit-4].

### **§ 1.2 Probleemstelling**

De interactie tussen de dynamisch belaste paal tijdens het heien en de omringende grond is het meest complexe moduul in het prognose model. Om dit fysisch model geschikt te maken als moduul in het prognose model zijn er een aantal zaken die om nadere studie vragen :

- de te hanteren grond- en paalparameters
- de gebruikte parameters en hun relatie met de fysica
- samenhang met de andere modulen

Een betere predictie aangaande heitrillingen vereist verdere studie.

### **§ 1.3 Opdrachtformulering**

In het vervolg onderzoek zullen de grond- en paalparameters die werkelijk van belang zijn gevonden moeten worden. Ook zal er een nader verband tussen bestaande metingen en het empirisch model gezocht moeten worden. Eventuele nieuwe metingen kunnen worden uitgevoerd om meer inzicht te verkrijgen over wat er juist bij de paalpunt gebeurt. Zowel voor het empirisch als het fysisch model moet een gevoeligheidsanalyse uitgevoerd worden, mede met gebruik van de modulen bodem en gebouw. Alleen dan kan het verband tussen geproduceerde bronuitvoer, de meetwaarden aan of in een gebouw, en invoerparameters werkelijk geverifieerd worden. Ook zal een vereenvoudigd mechanica model moeten worden opgesteld om de zinnigheid van de andere modellen te omschrijven.

## § 1.4 Doelstelling

Het eindprodukt van het te verrichten onderzoek moet een nader uitgewerkt bronmoduul zijn gericht op het heiproces als bron. Het model zal geverifieerd worden aan de hand van bestaande en eventueel nieuw uitgevoerde metingen.

## § 1.5 Randvoorwaarden en uitgangspunten

De volgende punten zijn in dit kader van toepassing :

- Het heiproces wordt als trillingsbron beschouwd
- Voor de grond gelden Nederlandse omstandigheden
- Niet zozeer een uiterst nauwkeurig model maar een model dat praktisch toepasbaar is, eventueel door gebruik van meetgegevens, wordt beoogd
- De modulen bodem en gebouw blijven onveranderd
- Alleen het gebied vlakbij de paalpunt wordt nader beschouwd
- Het ingewikkelde proces van wrijving langs de paalschacht en de demping van trillingen in de paal zal niet verder uitgewerkt worden
- Het eindresultaat zal de het proces vanaf de klap van het heiblok tot de trillingen in de grond beschrijven

## § 1.6 Conclusies literatuurstudie

In de literatuurstudie [Lit-13] werd het volgende geconcludeerd :

Hoewel het lijkt alsof er reeds vrij veel bekend is op het gebied van trillingen ontstaan door het heien van een paal, is gebleken dat tot nog toe slechts onderdelen van dit proces beschouwd zijn. Met eindige elementen programma's kan de plastische vervorming goed worden geschematiseerd, maar zoals reeds gesteld, is het de bedoeling naar een praktische uitwerking toe te werken.

Duidelijk is gebleken dat parameters als  $\nu$ , G, E van belang zijn, maar ook plastische parameters dienen nader toegepast te worden.



In de verdere studie zullen drie aspecten verdiept worden :

- a - Opstellen 1-Dimensionaal model volgens 'Cavity expansion'
- b - Verifiëren en aanpassen model Koenders
- c - Aanpassen empirisch model

Dit zal gedaan worden door een duidelijke filtering van de te gebruiken parameters, waarvan er velen in [Lit-13] genoemd zijn. Ook een nader onderzoek naar de aanwezigheid van grondwater in de grond en de golfvoortplanting in de grond dient uitgevoerd te worden.

- ad a) Het te ontwikkelen model zal eenvoudig van aard zijn en zal geverifieerd worden aan de hand van meetgegevens.
- ad b) Het aanpassen en verifiëren van Koenders' model zal gebeuren aan de hand van oude en eventueel nieuwe meetgegevens. De huidige beschikbare metingen zijn voornamelijk op een relatief grote afstand van de paal genomen. Nieuwe metingen zullen dan ook in de directe omgeving van de paal gedaan worden. Tevens zal het huidige computer programma aangepast moeten worden. Makkelijker te verkrijgen variabelen waaruit andere berekend kunnen worden dienen te worden ingevoerd.
- ad c) Het nader uitwerken van de parameter  $\beta$  zal het nodige werk vergen. Ook dit zal aan de hand van metingen gebeuren.

### **§ 1.7 Vervolgonderzoek**

In het voorgaande alsook in [Lit-13] is een afbakening gemaakt van de studie. Randvoorwaarden, uitgangspunten en conclusies naar aanleiding van de literatuurstudie zijn in deze afbakening meegenomen. In [Lit-14] wordt voornamelijk gezocht naar een model dat het gedrag van de grond beschrijft juist bij de paalpunt. De paalpunt wordt hierbij beschouwd wanneer deze zich in een stijve laag bevindt, een zandlaag. Hier treden immers de grootste trillingsverschijnselen op en is het dus zaak deze situatie nader te beschouwen.

Een aantal zaken dienen uitgevoerd of onderzocht te worden te worden, alvorens te kunnen spreken van een werkend prognosemodel. In eerste instantie zal dan ook het zogenaamde "Cavity Expansion" model volledig uitgewerkt worden en worden zowel het empirische model [Lit-5] als het model van Koenders op dit moment als minder belangrijk beschouwd. Om die reden zal het vereenvoudigd fysische model nader opgesteld worden in dit rapport en wordt een plan van aanpak voor het afronden van de studie gegeven. Samenvattend, het model gebaseerd op de "Cavity expansion" heeft nu de hoogste prioriteit verkregen.

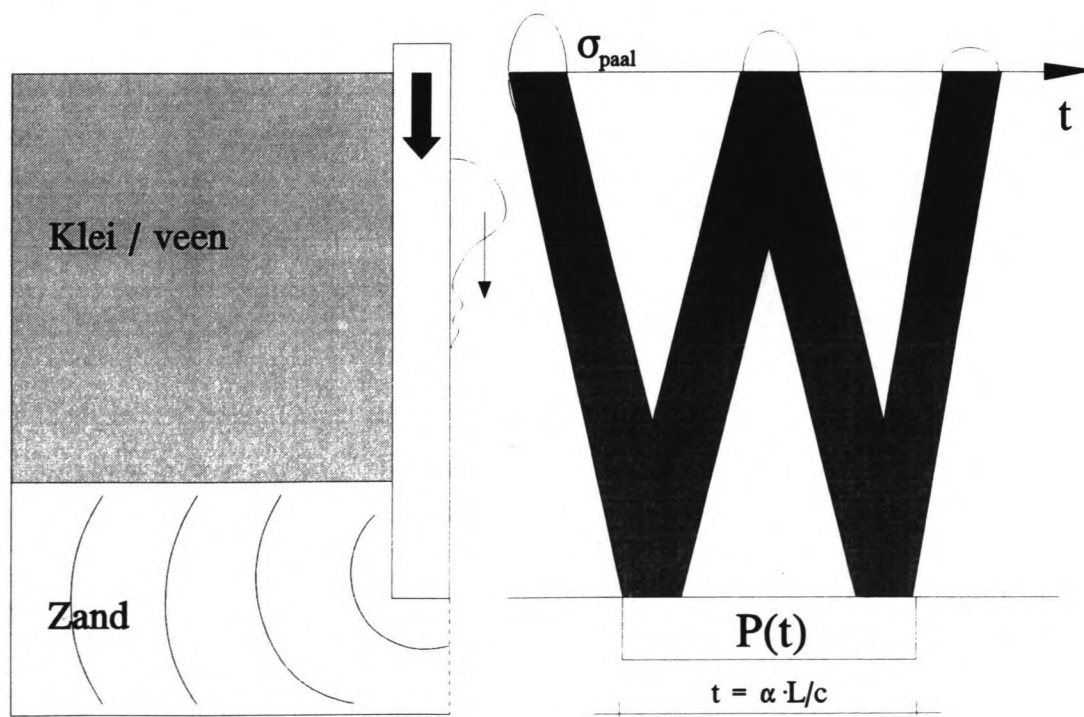
## Hoofdstuk 2. Geschematiseerd model

### § 2.1 Inleiding

Alvorens de studie naar "Het heiproces als trillingsbron" verder te kunnen afronden wordt een algemene beschouwing van het gehele probleem gegeven. In deze beschouwing wordt de trillingsbron in losse deel-modulen opgedeeld. Voor de verdere aanpak van deze wordt in dit hoofdstuk een korte inleiding gegeven. De modulen zelf zullen in de volgende hoofdstukken nader uitgewerkt worden.

### § 2.2 Algemene beschouwing van het heiproces als trillingsbron

In figuur 2.1 is een schematisatie gegeven van de voortplanting van de golven in de paal en naar de grond.



Figuur 2.1 Golven via paal in de grond

Om een prognose te kunnen doen over de orde van grootte van de trillingen in een punt op een afstand vanaf de paal, dient het gehele proces doorlopen te worden. In de voorgaande fasen van deze studie is voornamelijk het gedrag van de grond rondom de paalpunt beschouwd.

Uitgaande van een benaderde zakking van de paal als functie van de tijd werd een en ander nader uitgewerkt. Echter, een goede analyse van de krachten die de paal op de grond overbrengt is noodzakelijk. Wanneer immers hier reeds aannamen worden gemaakt, zal het resultaat van een prognose nooit vergeleken mogen worden met een reële meting. Om die reden is een nieuwe aanpak, gebaseerd op werk uit de vorige fasen, gemaakt. In deze aanpak worden een aantal delen nader onderzocht. Kort volgt de opsplitsing der delen :

- **Module Paal** De klap op de paal doet een golf door de paal lopen. Deze golf wordt voor een gedeelte onderaan de paal weerkaatst in de paal en voor een deel aan de grond doorgegeven. Op het scheidingsvlak vindt dus een actie-reactie plaats. De grootte van de actie bepaalt de zakking van de paal.
- **Module Vervorming** De vervorming rondom de paalpunt wordt onder andere bepaald door de zakking van de paal. Deze wordt, zoals reeds opgemerkt, weer bepaald door actie vanuit de paal op de ondergrond. Het verband hiertussen kan worden geschematiseerd tot een holte expansie.
- **Module Trillingen** De trillingen die onder de paal opgewekt worden zullen zich door de grond gaan voortbewegen. Deze trillingen kunnen tot hinder of schade aan constructies leiden. De grootte van de vervorming rondom de paalpunt bepaalt de grootte van de trillingen.

## Hoofdstuk 3. Module Paal

### § 3.1 Inleiding

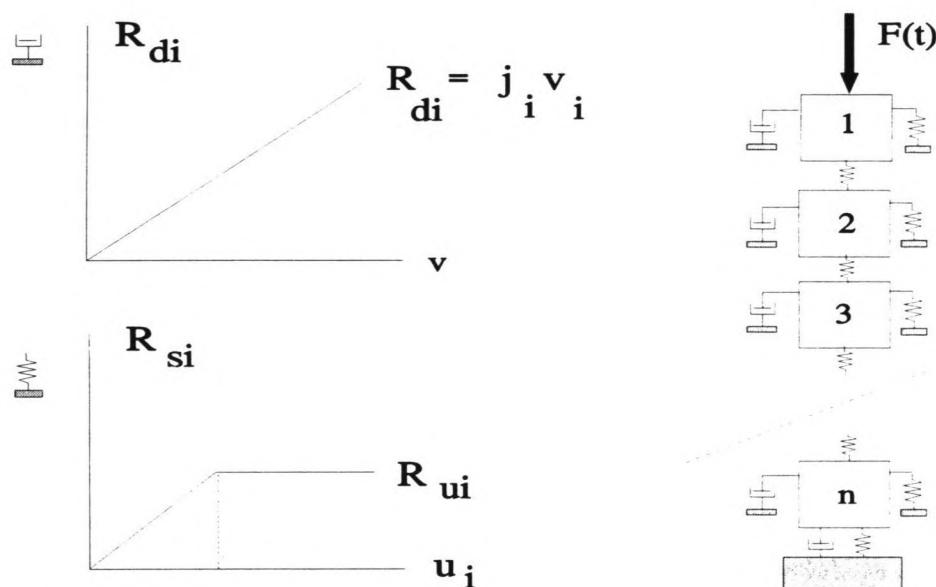
Iedere slag van het heiblok op de paal veroorzaakt een spanningsgolf in de paal. Deze spanningsgolf neutraliseert tijdelijk de grondweerstand langs de schacht (wrijving) en aan de punt (puntweerstand). Wanneer de spanningsgolf in de paal groter is dan de genoemde grondweerstand zal de paal zakken. Deze zakking bestaat uit een tijdelijke en een blijvende zakking. Afhankelijk van de grondgesteldheid en de paal cq. plank afmetingen wordt een geschikt blok gekozen. De begingrootte van deze golf is afhankelijk van het gebruikte heiblok, maar ook van de paalmuts en het heikussen. Deze dempen immers de veroorzaakte golf in allereerste instantie. In Bijlage C is de in Nederland algemeen gehanteerde heiformule van Sprenger-Potma weergegeven. Deze formule geeft het verband weer tussen de door het heiblok afgedragen energie en de zakking van de paal. Dit is een eerste richtlijn tussen het zakken van de paal en de uitgeoefende kracht hierop. Aangezien het van belang is het verloop van de spanningsgolf meer exact te bepalen om zodoende een uitspraak te kunnen doen over de grootte van de interactiekracht tussen paal en bodem, is in dit hoofdstuk een beschrijving van een oplossingstechniek opgenomen. De oplossingstechniek bestaat uit een paal analyse volgens CAPWAP (Case Pile Wave Analysis Program) of GRLWEAP (Goble Rausche & Likins Wave Equation Analysis Program).

### § 3.2 Schematisatie paal

De trillingen in de paal worden bepaald door een aantal zaken, welke in de analyse opgenomen worden :

- gewicht heiblok
- valhoogte heiblok
- doorgifte klap op paal (damping in de paalmuts)
- wrijving langs de paalwand
- veerstijfheid van de grond
- damping van de grond
- impedantie van de paal

De paal wordt geschematiseerd te bestaan uit een aantal  $n$  elementen. In figuur 3.1 is hier een voorbeeld voor gegeven. Dit model is gebaseerd op het model van Smith (1960), zie ook [Lit-13]. De paal is verdeeld in een aantal elementen. Voor de lengte van ieder element moet gelden dat de tijd, dat de spanningsgolf erover doet door het element heen te lopen, gelijk is met de andere elementen. Wanneer aangenomen wordt dat ieder element uit hetzelfde materiaal bestaat, zal de lengte van ieder element gelijk zijn.



Figuur 3.1 Paal model

Elk element wordt geacht uniform te zijn en lineair elastische eigenschappen te hebben. Om die reden geldt dat de grootte van een zich naar beneden voortplantende golf,  $F_{ij}$ , boven in het segment  $i$  op het tijdstip  $j$ , gelijk is aan de golf aan de onderkant van dat segment op een tijdstip  $j + 1$ . Voor elk tijdsincrement geldt dan :

$$dt = \frac{dL}{c} \quad [3.1]$$

Hierin is :

$dt$	tijdsincrement	[s]
$dL$	lengte van een element	[m]
$c$	golfvoortplantingssnelheid	[m/s]

Deze laatste factor wordt gegeven door :

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad [3.2]$$

De voortplantingssnelheid van een golf varieert 4000 m/s voor hout en beton tot 5200 m/s voor staal. De grootte en de tijdsduur van de golf door de paal hangen behalve gebruikte middelen, zoals gezegd, ook af van het paalmateriaal en de paaldoorsnede.

Deze samenhang wordt impedantie genoemd en gegeven door :

$$I = \frac{EA}{c} \quad [3.3]$$

Hierin is dan :

E	elasticiteitsmodulus	[kN/m <sup>2</sup> ]
A	doorsnede paalelement	[m <sup>2</sup> ]
I	impedantie	[kNs/m]

Voor palen met een variërende doorsnede betekent dit dat de impedantie niet overal gelijk is. Met andere woorden, op de overgangen van de diverse elementen met verschillende eigenschappen wordt de golf voor een deel gereflecteerd. Een voorbeeld hiervan kan bijvoorbeeld ook zijn het opsporen van scheuren in de paal. Een scheur of breuk is immers ook een inhomogeniteit en deze zal dan ook een niet verwachte eerdere reflectie veroorzaken. Ook de weerstandskrachten langs de paal en het paaleinde zorgen voor reflecties van de spanningsgolf. In de analyse worden zowel de zich opwaarts als de zich neerwaarts voortplantende golven gevolgd. Superpositie van deze twee golftypen kan gedaan worden volgens eenvoudige golfmechanica en snelheden in de onderste en/of bovenste begrenzing van het paalelement. De snelheid in element  $i$ ,  $v_i$ , geeft door integratie dan de verplaatsing van dat element,  $u_i$ .

### § 3.3 Schematisatie grond rondom de paal

De verplaatsing en de snelheid van een paalelement is de basis voor de berekening van de grondweerstandskrachten in het Smith model. De genoemde beweging is niet de relatieve beweging van de paal en de grond maar van het element op zich. Het grond model bestaat uit een elasto-plastische veer en een lineaire demper. Uit figuur 3.1 volgt dan dat op ieder paalsegment  $i$  een reactiekracht werkt veroorzaakt door de veer en de demper. Deze wordt dan ook per element bepaald door een drietal parameters, namelijk de maximale weerstand  $R_{ui}$ , de zakking  $q_i$  en de visceuze dempingsfactor  $j_i$ . Het verband hiertussen is af te leiden uit de grafieken in figuur 3.1. Op een element werkt dan een totale kracht, dynamisch plus statisch, van :

$$R_{ti} = R_{si} + R_{di} \quad [3.4]$$

Hierin is :

$R_{si}$	statische grondweerstand	[kN/m <sup>2</sup> ]
$R_{di}$	dynamische grondweerstand	[kN/m <sup>2</sup> ]

### **§ 3.4 Verdere aanpak golfanalyse**

Uitgaande van een aantal standaard bodemprofielen zal een golfanalyse worden uitgevoerd. Deze standaardprofielen zijn te vinden in Bijlage C. Met bepaalde paaleigenschappen wordt dan het verloop van de inter-actiekraft van de paal op de grond gevonden. Deze kraft zorgt voor de zakking van de paal, welke voor de volgende fase van de berekening van belang is. De druk  $p(t)$  die de paal dan op de ondergrond doorgeeft is dan te vinden uit het quotiënt van de berekende kraft als functie van de tijd en de oppervlakte van de paaldoorsnede ter plaatse van de interactie.

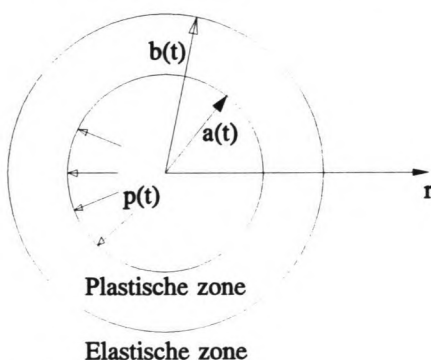
## Hoofdstuk 4. Module Vervorming

### § 4.1 Inleiding

De zakking van de paal, zoals besproken in hoofdstuk 3, zorgt voor een vervorming van de grond rondom de paalpunt. De kracht van de paal op de grond bepaalt de grootte van de zakking van de paal en dus van de vervorming van de grond. In dit hoofdstuk wordt de soort vervorming van de grond rondom de paalpunt in vier mogelijkheden onderscheiden. Verder worden een aantal aspecten belicht welke in het vervolg van deze studie verder dienen te worden overwogen of eventueel als beperkingen aan het model dienen te worden toegevoegd.

### § 4.2 Schematisering van de verplaatsing van de paalpunt

De theorie van de bolvormige holte expansie gaat uit van een schematisatie, zoals gegeven in figuur 4.1 :



Figuur 4.1 Schematisatie van een holte

Voor deze holte geldt het volgende :

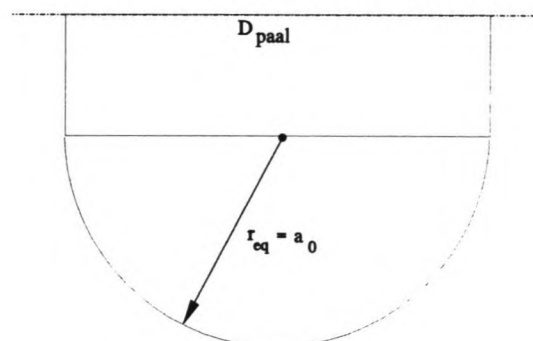
$r < a(t)$	holte
$r \geq b(t)$	elastisch gedefformeerd gebied
$a(t) \leq r \leq b(t)$	plastisch gedefformeerd gebied

Waarin :

$r$	polaire coördinaat, gemeten vanaf het middelpunt van de cirkel	[m]
$a(t)$	straal van de holte op tijdstip $t$	[m]
$b(t)$	straal van de plastisch-elastische grens	[m]



Om een zich uitbreidende holte in een homogeen oneindig materiaal te kunnen schematiseren in relatie tot de paalpunt, wordt uitgegaan van het volgende, zie figuur 4.2 :



Figuur 4.2 Paal-holte schematisatie

De straal van de begingrootte van de holte is dan gelijk genomen aan de (equivalente) diameter. Voor een vierkante paal dient het vierkante oppervlak van de paaldoorsnede dus verrekend te worden tot een cirkelvormig doorsnede. De holte wordt nu geacht een halve bol te zijn. Hier zal verder mee worden gewerkt. Eventueel kan de verdere berekening ook worden uitgevoerd voor een bolvormige holte. De antwoorden van deze berekeningen kunnen dan met elkaar vergeleken worden. Deze gedane aannamen dienen getoetst te worden aan de hand van de berekeningen.

#### § 4.3 Mogelijkheden voor berekening

Kort worden de belangrijkste vergelijkingen behorend bij de zogenaamde "Cavity expansion theory" gegeven. Voor een complete uitwerking hiervan wordt verwezen naar [Lit-1] en Bijlage D. Er zijn in totaal een viertal mogelijkheden in eerste instantie te onderscheiden, te weten een puur elasto-statische oplossing, een puur elasto-dynamische oplossing, een elasto-plastisch oplossing met kleine verplaatsingen en een elasto-plastisch oplossing met grote verplaatsingen. Deze zullen in de volgende paragrafen nader belicht worden.

##### § 4.3.1 Mogelijkheid 1 : Elasto-statische oplossing

Wanneer de drukken die uit de golfanalyse berekend kunnen worden geacht worden weinig te variëren, dan kan gesteld worden dat de spanningen altijd nagenoeg in evenwicht zijn. In dit geval kan de bewegingsvergelijking voor het statische geval beschouwd worden.

Statisch geldt voor de bewegingsvergelijking :

$$\frac{\delta \sigma_r}{\delta r} + \frac{2}{r}(\sigma_r - \sigma_t) = 0 \rightarrow \frac{\delta^2 u}{\delta r^2} + \frac{2}{r} \frac{\delta u}{\delta r} - \frac{2u}{r^2} = 0 \quad [4.1]$$

Hieruit volgt dan dat voor een deeltje op een afstand  $r$  vanaf het middelpunt de geldt dat de elastische verplaatsing wordt gegeven door :

$$u = \frac{1+\nu}{2E} \frac{pa^3}{r^2} \quad [4.2]$$

Voor de radiale en tangentiële spanningen geldt nu :

$$\sigma_r = -\frac{pa^3}{r^3}, \quad \sigma_t = \frac{pa^3}{2r^3} \quad [4.3]$$

Hierin is :

$\sigma_r$	radiale spanning	[kN/m <sup>2</sup> ]
$\sigma_t$	tangentiële spanning	[kN/m <sup>2</sup> ]
$p$	expansie druk	[kN/m <sup>2</sup> ]
$\nu$	dwarscontractiecoëfficiënt	[-]
$a$	holte straal	[m]
$r$	afstand vanaf punt tot midden holte	[m]
$Y$	vloeiwaarde	[kN/m <sup>2</sup> ]

Hieruit volgt dan dat vloeien aan de rand van de holte pas optreedt als  $p \geq 2/3 Y$ . Op het moment dat deze druk op de rand werkt geldt voor een deeltje op de rand dat deze nog net elastisch verplaatst volgens :

$$u = \frac{1}{3}(1 + \nu) \frac{Ya}{E}, \quad r = a \quad [4.4]$$

Concluderend, de verplaatsing is evenredig met  $1/r^2$  en de drukken met  $1/r^3$ .

Kort volgt een opsomming van gedane aannamen voor de elasto-statische benadering :

- druk varieert slechts weinig in de tijd
- het materiaal is homogeen elastisch
- "beweging" is statisch

### § 4.3.2 Mogelijkheid 2 : Elasto-dynamische oplossing

Voor de dynamische oplossing van de elastische uitzetting van een holte geldt een bewegingsvergelijking :

$$\frac{\delta \sigma_r}{\delta r} + \frac{2}{r}(\sigma_r - \sigma_t) = \frac{1}{c_e^2} \frac{\delta^2 u}{\delta t^2} \quad [4.5]$$

Hieruit kan een verplaatsingspotentiaal functie worden gevonden,  $\phi(\tau)$ . Voor  $\tau$  wordt dan gekozen dat geldt :  $\tau = t - (r-a)/c_e$ . Voor een oneindig lange puls wordt dan gevonden dat de verplaatsingspotentiaal is :

$$\Phi(\tau) = -\frac{a^3 p_0}{4\mu} \frac{1}{r} \left[ 1 - (2 - 2\nu)^{\frac{1}{2}} \cdot \exp\left[-\frac{1 - 2\nu}{1 - \nu} \frac{c_e \tau}{a}\right] \cdot \sin\left[\frac{(1 - 2\nu)^{\frac{1}{2}}}{1 - \nu} \frac{c_e \tau}{a} + \alpha\right] \right] \quad [4.6]$$

In deze vergelijking is, met verwijzing naar de vorige sub-paragraaf 4.3.1 :

$c_e$	voortplantingssnelheid elastische golf	[m/s]
$p_0$	holte druk op tijdstip $t = 0$	[kN/m <sup>2</sup> ]
$\mu$	glijdingsmodulus	[kN/m <sup>2</sup> ]

Hierin is de druk  $p(t)$  gegeven als een staps-functie. Door superpositie van de constante delen wordt een uitdrukking voor het algehele drukverloop gevonden. Op deze wijze kan ook de oplossing voor een eindig lange belastingsduur gevonden. Wanneer de dan gevonden oplossing gedifferentieerd wordt over  $r$  kan een uitdrukking voor  $u$  gevonden worden en zodoende ook weer voor de spanningen.

In dit geval wordt uitgegaan van :

- beweging is dynamisch
- het materiaal is homogeen elastisch
- druk is gegeven door een staps-functie
- elastische verplaatsing  $u$  gegeven door :

$$u = \frac{d\Phi}{dr} \quad [4.7]$$

- elastische golf plant zich voort met :

$$c_e = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad [4.8]$$

### § 4.3.3 Mogelijkheid 3 : Kleine verplaatsingen - Elasto-plastisch materiaal

Wanneer er plastische vervormingen optreden wordt de eenvoudigste oplossing gevonden als verondersteld wordt dat de drukken nagenoeg niet variëren. In dit geval wordt dan ook weer een statische oplossing gevonden. De verplaatsing op de holte wand wordt dan gegeven door :

$$\frac{E u_{r=a}}{a} = -(1 - 2\nu)p + (1 - \nu)Y \frac{b^3}{a^3} \quad [4.9]$$

In de plastische zone ,  $a \leq r \leq b$ , wordt dan voor de spanningen gevonden :

$$\sigma_r = 2Y \ln\left(\frac{r}{a}\right) - p \quad , \quad \sigma_t = 2Y \ln\left(\frac{r}{a}\right) + Y - p \quad [4.10]$$

Terwijl in de elastische zone,  $r \geq b$  voor bovenstaande grootheden wordt gevonden :

$$u = \frac{1 + \nu}{3} \frac{Y b^3}{E r^2} \quad , \quad \sigma_r = -\frac{2Y b^3}{3 r^3} \quad , \quad \sigma_t = \frac{Y b^3}{3 r^3} \quad [4.11]$$

In deze vergelijkingen is :

E	elasticiteitsmodulus	[kN/m <sup>2</sup> ]
Y	vloeiwaarde	[kN/m <sup>2</sup> ]
a	holte straal	[m]
b	grootte plastische zone	[m]
r	poolcoördinaat	[m]
p	druk op holte wand	[kN/m <sup>2</sup> ]
u	verplaatsing van een deeltje	[m]

In dit geval werden de volgende aannamen gemaakt :

- materiaal is elastisch-perfect plastisch
- "beweging" is statisch
- verplaatsingen zijn slechts klein  $a_0 / a \approx 1$

### § 4.3.4 Mogelijkheid 4 : Grote verplaatsingen - Elasto-plastisch materiaal

In dit geval zijn de verplaatsingen en de spanningen niet zo eenvoudig te vinden. De afleiding hiervoor wordt uitvoerig beschreven in bijlage D. Kort wordt op dit moment volstaan met de gemaakte aannamen :

- materiaal is elastisch-perfect plastisch
- beweging is dynamisch
- verplaatsing zijn groot  $a_0 / a \ll 1$
- massadichtheid blijft constant

#### § 4.4 Opsomming belangrijkste aannamen

In het algemeen kan nu gesteld worden dat het opgestelde model een aantal aannamen volgt :

Elastische beschouwing :

- het materiaal is homogeen elastisch
- de wet van Hooke is van toepassing

Elasto-plastische beschouwing :

- het materiaal is homogeen elastisch
- het materiaal reageert volkomen plastisch, met andere woorden er treedt geen verharding/verdichting van het materiaal op

Dynamische beschouwing :

- de massadichtheid blijft constant

Dynamisch en statische beschouwing :

- de beweging is bolvormig symmetrisch

#### § 4.5 Keuze van parameters voor de Holte Expansie

Voor de waarde van de elasticiteitsmodulus wordt een onderscheid gemaakt tussen de dynamische en de statische waarde. Hiervoor geldt ruwweg :  $E_{dyn} = 2 \cdot E_{stat}$ . Bekeken zal moeten worden wat de invloed is van deze waarde op de grootte van de verplaatsingen welke berekend kunnen worden met behulp van de holte expansie theorie. De waarde voor  $Y$ , de vloeiwaaarde, is echter afhankelijk van meerdere factoren. Er kan gesteld worden dat  $Y$  op twee manieren berekend kan worden. Algemeen geldt :

$$Y = \sigma_t - \sigma_r = 2 \cdot C_u \quad [4.12]$$

Onderscheiden wordt dan ook dat de ongedraineerde schuifsterkte berekend kan worden uit hetzij de cirkel van Mohr, hetzij de conusweerstand. Voor  $C_u$  wordt dan ook gevonden, volgens Mohr :

$$C_u = (c + \sigma_0 \tan \phi) \quad , \quad \sigma_0 = \gamma_k \cdot z \quad [4.13]$$

Volgens de conusweerstand :

$$C_u = \frac{q_c - s_q N_q q}{s_c N_c} \quad , \quad q = \gamma_k \cdot z \quad [4.14]$$

Waarin :

$$s_q = 1 + \sin\phi \quad , \quad N_q = \frac{1 + \sin\phi}{1 - \sin\phi} \cdot e^{\pi \tan\phi} \quad [4.15]$$

$$s_c = 1 \quad , \quad N_c = (N_q - 1) \cdot \cot\phi \quad [4.16]$$

Hierin is :

$\sigma_r$	radiale spanning	[kN/m <sup>2</sup> ]
$\sigma_t$	tangentiële spanning	[kN/m <sup>2</sup> ]
$\sigma_0$	initiële spanning	[kN/m <sup>2</sup> ]
$\gamma_k$	korrel dichtheid	[kN/m <sup>3</sup> ]
$\phi$	hoek van inwendige wrijving	[°]
$z$	diepte	[m]
$c$	cohesie	[kN/m <sup>2</sup> ]
$C_u$	ongedraineerde schuifsterkte	[kN/m <sup>2</sup> ]
$q_c$	conusweerstand	[kN/m <sup>2</sup> ]
$N_q, N_c, s_q, s_c$	Prandtl factoren	[-]

Duidelijk moge zijn dat voor beide wijzen om  $C_u$  te berekenen de grootte van de hoek van inwendige wrijving  $\phi$ , de diepte in het grondmassief  $z$  en de korrel dichtheid  $\gamma_k$  van belang zijn. Voor de variabel gestelde parameters gelden in het algemeen de volgende waarden voor zand (Tabel 4.1).

Grondsoort	$\gamma_{\text{droog}}$ (kN/m <sup>3</sup> )	$\gamma_{\text{nat}}$ (kN/m <sup>3</sup> )	$\phi$ (°)	Elasticiteitsmodulus E (kN/m <sup>2</sup> )
Los gepakt, rond	18	19	30	20.000 - 50.000
Los gepakt, scherp	18	20	32.5	40.000 - 80.000
Vast gepakt, scherp	19	21	35	80.000 - 150.000

Tabel 4.1. Enkele globale gegevens voor zand

Uit tabel 4.1 kan geconcludeerd worden dat zowel de pakkingsgraad van het zand als de vorm van het zand van belang is voor de stijfheid ervan. De pakkingsgraad is onder andere afhankelijk van de bovenbelasting.

In de volgende tabel (Tabel 4.2) is de samenhang van de hoek van inwendige wrijving, de korrel dichtheid en de diepte weergegeven.

$\phi$ groter	$\gamma_k$ gelijk	z gelijk	$C_{u,Mohr}$ groter	$C_{u,Conus}$ kleiner
$\phi$ kleiner	$\gamma_k$ gelijk	z gelijk	$C_{u,Mohr}$ kleiner	$C_{u,Conus}$ groter
$\phi$ gelijk	$\gamma_k$ groter	z gelijk	$C_{u,Mohr}$ groter	$C_{u,Conus}$ kleiner
$\phi$ gelijk	$\gamma_k$ kleiner	z gelijk	$C_{u,Mohr}$ kleiner	$C_{u,Conus}$ groter
$\phi$ gelijk	$\gamma_k$ gelijk	z groter	$C_{u,Mohr}$ groter	$C_{u,Conus}$ kleiner
$\phi$ gelijk	$\gamma_k$ gelijk	z kleiner	$C_{u,Mohr}$ kleiner	$C_{u,Conus}$ groter

Tabel 4.2. Samenhang parameters en vloeivaarden

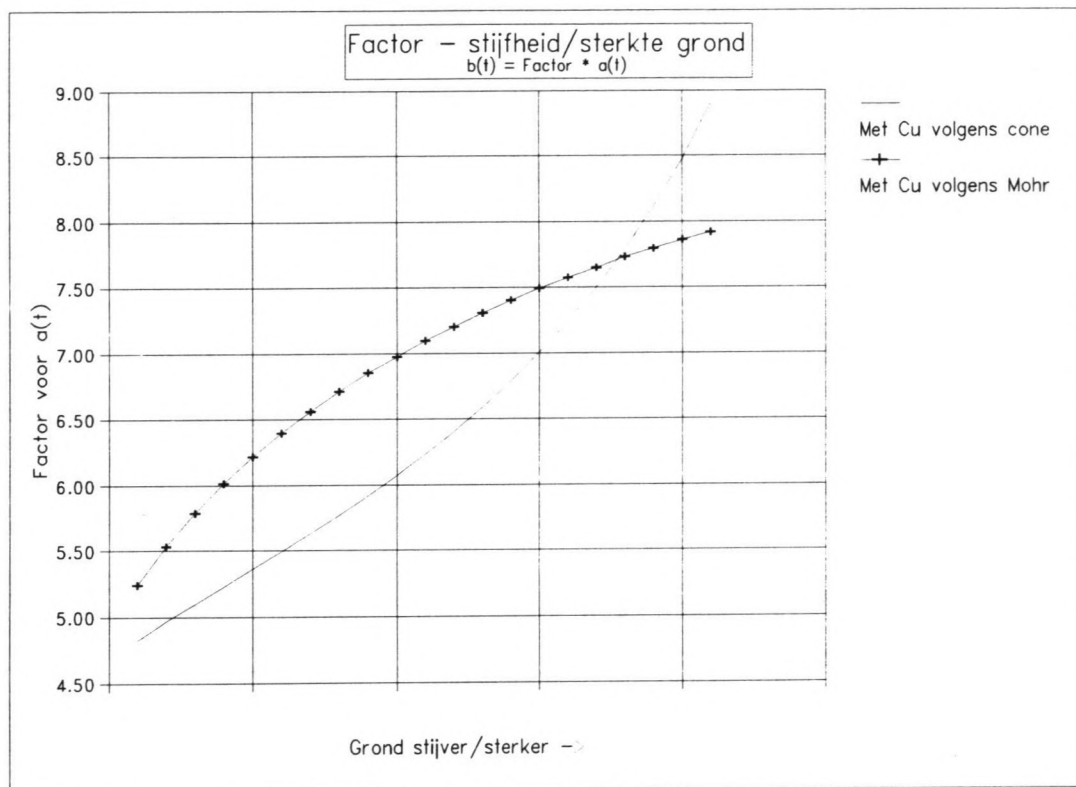
Hieruit kan worden opgemaakt dat betreffende de parameters  $\phi$ ,  $\gamma_k$  en z de waarden voor  $C_{u,Mohr}$  en  $C_{u,Conus}$  omgekeerd evenredig zijn. Wordt een van de parameters vergroot dan wordt de vloeivaarde volgens Mohr ook groter maar de vloeivaarde volgens de conusweerstand kleiner.

Uit § 4.3.3 en § 4.3.4 blijkt dat de grootte van de plastische zone afhankelijk is van zowel de Y als de E waarde. Dan blijkt dat wanneer bovenstaande parameters vergroot worden, de  $Y_{Mohr}$  ook groter wordt, dus de plastische zone relatief kleiner, en de  $Y_{Conus}$  kleiner wordt, dus plastische zone relatief groter. In praktijk betekent dit als  $\phi$ ,  $\gamma_k$  en z groter zijn dat dan ook de grond stijver wordt en dus volgens tabel 4.2 de elasticiteitsmodulus ook groter. Dan wordt duidelijk dat met een  $Y_{Mohr}$  de plastische zone ongeveer iets groter wordt en met een  $Y_{Conus}$  de plastische zone (veel) groter wordt. Kort samengevat in tabel 4.3:

Sterkte van het zand	$b_{Mohr}$	$b_{Conus}$
Stijver	groter	veel groter
Slapper	kleiner	kleiner, minimum afh. $q_c$

Tabel 4.3. Samenvatting grondsterkte

In figuur 4.3 op de volgende bladzijde wordt het verband hiertussen duidelijker. De plastische wordt nog wel groter, maar naarmate de grond stijver wordt is het verschil kleiner volgens de Mohr methode, terwijl volgens de conus methode de groei alleen maar toeneemt.



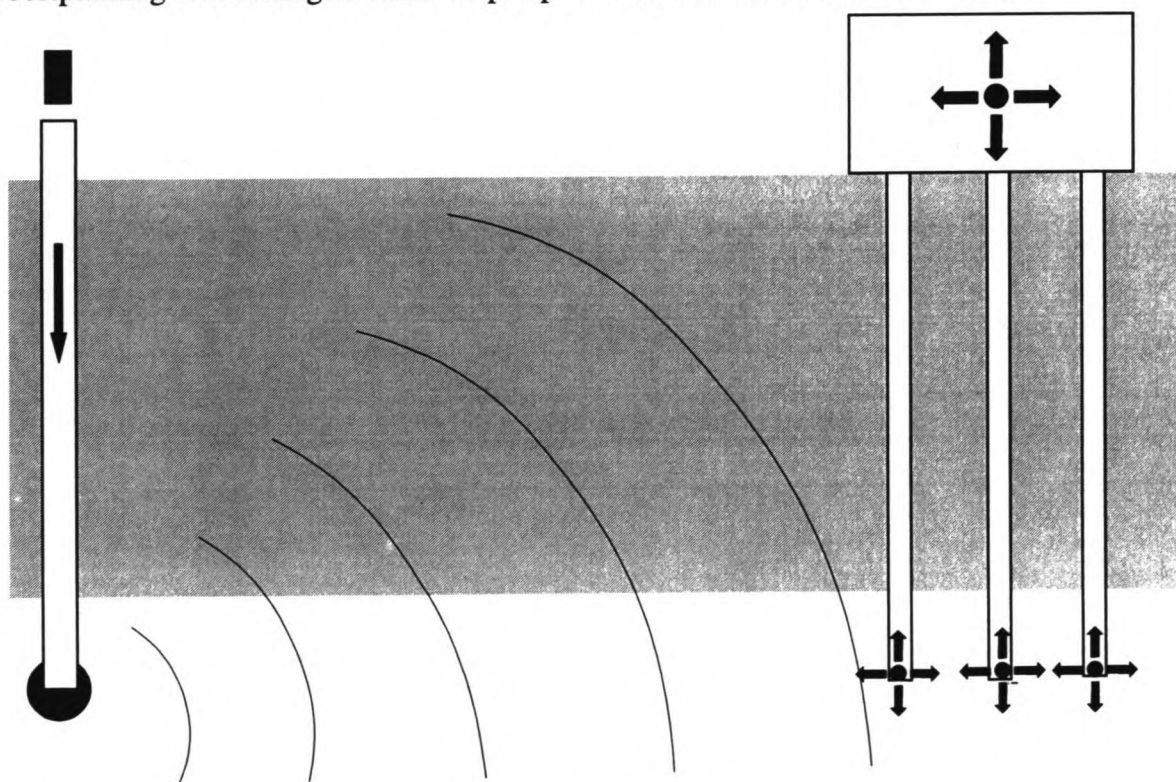
Figuur 4.3 Factor als functie van stijfheid/sterkte



## Hoofdstuk 5. Module Trillingen

### § 5.1 Inleiding

Alhoewel deze studie zich voornamelijk richt om te omschrijven wat er zich rondom de paalpunt afspeelt, is het zaak om ook de voortplanting van de trillingen in de ondergrond mee te nemen. Zonder dit te doen is het immers onmogelijk om het model aan gemeten trillingen te toetsen. In de volgende paragraaf zal om die reden een samenvatting gegeven worden, zie ook [Lit-13] en [Lit-5]. In figuur 5.1 is een schematisatie gegeven van de voortplanting van trillingen vanaf de paalpunt naar een belendende constructie.



Figuur 5.1 Voortplanting van trillingen door de grond

### § 5.2 Trillingen in de grond

Er wordt uitgegaan van empirie. Het is een studie op zich om de voortplanting van trillingen in de gelaagde bodem te omschrijven. Wanneer nu de elastische verplaatsing  $u$  op een straal  $r_0$  vanaf de paalpunt bekend is, dan geldt voor een punt op korte afstand, bijvoorbeeld  $r < 5$  meter dat de verplaatsingen worden gegeven door :

$$u(r) = \frac{r_0}{r} e^{-\alpha(r - r_0)} \quad [5.1]$$

Voor een punt op een grote afstand vanaf de paalpunt wordt nu gebruikt :

$$u(r) = \sqrt{\frac{r_0}{r}} e^{-\alpha(r - r_0)} \quad [5.2]$$

In deze formules is zowel de materiaal- als de geometrische demping verdisconteerd. De frequentie van de golven is verwerkt in de factor  $\alpha$ ; deze wordt gegeven door :

$$\alpha = \frac{2\pi f}{\xi} \quad [5.3]$$

De factor  $\xi$  (tabel 5.1) is een functie van de verhouding tussen het gewicht van het blok en van de paal.

$W_p/W_b$	0.50	0.70	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	10.0	20.0	$\infty$
$\xi_1$	0.65	0.75	0.86	1.08	1.20	1.27	1.32	1.42	1.52	$\frac{1}{2}\pi$

Tabel 5.1 Relatie  $\xi$  en verhouding paal- / blokgewicht

## Hoofdstuk 6. Evaluatie

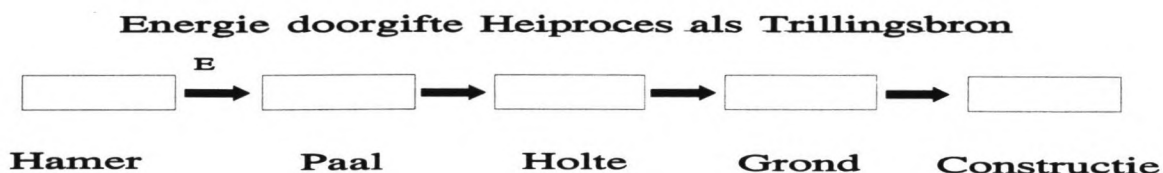
### § 6.1 Inleiding

Tot slot van dit rapport wordt al het eerdergenoemde geëvalueerd op een aantal beperkingen of aannamen. Tevens is in dit hoofdstuk de verdere aanpak van de studie opgenomen en worden een aantal aanknopingspunten aangegeven.

### § 6.2 Energiebalans

Eén van de belangrijkste randvoorwaarden van de verdere uitwerking is dat het behoud van energie voor de losse modulen van kracht is. Dit moet in de evaluatie van de te maken berekeningen opgenomen worden. De van belang zijnde energie balansen in de losse modulen zijn als volgt weer te geven :

-	$E_{\text{blok}}$	=	$E_{\text{gedempt in muts}}$	+	$E_{\text{naar paal}}$
-	$E_{\text{in paal}}$	=	$E_{\text{gedempt/weerkaast in paal}}$	+	$E_{\text{naar grond}}$
-	$E_{\text{in grond}}$	=	$E_{\text{voor plastische vervorming}}$	+	$E_{\text{voor trillingen}}$
-	$E_{\text{in constructie}}$	=	$E_{\text{voor trillingen}}$	-	$E_{\text{gedempt in grond}}$



Figuur 6.1 Energie schema

Hieruit blijkt de samenhang van de deelprocessen en dus de noodzaak deze nader te omschrijven.

### § 6.3 Te controleren aspecten

Een aantal zaken dienen onderzocht te worden. Aangezien het in dit stadium nog te vroeg is om over deze zaken een correcte uitspraak te doen, worden zij slechts aangestipt :

- geldigheid aanname van een krachtsgestuurd probleem
- overgang tussen module paal en module vervorming
- grootte van de trillingen die uit de complete berekening volgen
- keuze van de grootte van de initiële holte straal
- keuze van de vloeivaarde
- randvoorwaarden tussen de modules

### § 6.4 Plan van aanpak

De aanpak van het resterende gedeelte van deze studie zal nu puntsgewijs worden aangegeven. In bijlage F is het tijdwerkschema te vinden, waarin deze punten zijn uitgezet tegen de tijd. De volgende punten worden achtereenvolgens aangepakt :

- Golfanalyse standaardprofiel 1
- Golfanalyse standaardprofiel 2
- Volledig uitschrijven van alle benodigde verplaatsingsvergelijkingen
- Berekenen verplaatsingen volgens Cavity theorie
- Berekenen golfvoortplanting door de grond
- Evaluatie van berekeningen aan de hand van een praktijkvoorbeeld
- Trekken van conclusies en aangeven aanknopng voor een eventuele vervolgstudie
- Uitbrengen van een eindrapport

Tussentijds zal indien mogelijk getoetst worden aan de aannamen uit de vorige paragraaf.

## Gebruikte literatuur

- [Lit-1] H.G. Hopkins  
"Dynamic expansion of spherical cavities in metals"  
Progress in solid mechanics - volume 1  
North Holland Publishing Company - Amsterdam  
1960
- [Lit-2] P. Chadwick  
"The quasi-static expansion of a spherical cavity in metals and ideal soils"  
Quarterly Journal for Mechanics and Applied Mathematics, Vol. XII, Pt. 1  
1959
- [Lit-3] P. Hölscher  
"Ontwikkeling module bodem voor prognose model - voorstudie"  
Grondmechanica Delft, rapport CO-329530/22  
Mei 1992
- [Lit-4] Peutz & Associés  
"Trillingen van bodem naar gebouwelement"  
Rapportno. RA 683-1, Peutz & Associés BV. - Nijmegen  
1992
- [Lit-5] ir. M.Th.J.H. Smits  
"Rapport betreffende : studie naar het heiproces als trillingsbron"  
FUGRO BV. - Leidschendam  
Juli 1993
- [Lit-6] M.A. Koenders  
"Displacements associated with Pile Driving"  
Department of physics, Kingston University  
November 1992
- [Lit-7] ir. G. de Josselin de Jong  
"Wat gebeurt er in de grond tijdens het heien ?"  
De Ingenieur Bouw- en Waterkunde, no. 25  
Juni 1956
- [Lit-8] Prof.dr.ir. A. Verruijt  
"Soil dynamics"  
Department of Civil Engineering - Delft  
Januari 1993
- [Lit-9] A.S. Vesic'  
"Expansion of cavities in an infinite soil mass"  
Journal of the Soil Mechanics and Foundations division - ASCE  
Maart 1972
- [Lit-10] Y.K. Chow  
"Dynamic Compaction Analysis"  
Journal of Geotechnical Engineering, Volume 118, No. 8  
Augustus 1992

- [Lit-11] W.F. Chen and E. Mizuno  
"Non-linear analysis in soil mechnaics"  
Elsevier - Amsterdam  
1990
- [Lit-12] "Sondeer symposium - 15 jaar Fugro"  
Fugro BV. - Leidschendam  
Oktober 1977
- [Lit-13] M. Grootenboer  
"Het heiproces als trillingsbron - literatuurstudie"  
TU Delft / Fugro bv. - Delft / Leidschendam  
Januari 1994

## Bijlage A. Gebruikte symbolen

De volgende karakters zijn zowel in het voorgaande als in de bijlagen gebruikt :

### Romeinse karakters

a	Holte straal	[m]
A	Maximale verplaatsing	[m]
b	Straal van plastische zone	[m]
c	Golfvoortplantingssnelheid	[m/s]
c	Cohesie	[kN/m <sup>2</sup> ]
C	Schuifsterkte	[kN/m <sup>2</sup> ]
C	Dempingscoëfficiënt	[kNs/m]
D	Diameter	[m]
D	Dichtheid	[-]
e	Porie gehalte	[-]
E	Elasticiteitsmodulus	[kN/m <sup>2</sup> ]
G	Glijdingsmodulus	[kN/m <sup>2</sup> ]
K	Veerconstante	[kN/m]
L	Lengte paal	[m]
m	Massa	[kg]
M	Massa	[kg]
N	Factor (Prandtl)	[-]
p	Druk	[kN/m <sup>2</sup> ]
q	Zakking	[m]
r	Polaire coördinaat, afstand gemeten vanaf middelpunt	[m]
R	Reactiekracht	[kN]
s	Vormfactor (Prandtl)	[-]
t	Tijdstip t	[s]
u	Kleine elastische verplaatsing	[m]
u	Verplaatsing	[m]
v	Deeltjessnelheid	[m/s]
V	Volume	[m <sup>3</sup> ]
w	Zakking	[m]
x	Coördinaat	[m]
y	Coördinaat	[m]
Y	Vloeiwaarde	[kN/m <sup>2</sup> ]
z	Zakking	[m]

**Griekse karakters**

$\delta$	Verschil	[-]
$\epsilon$	Rek	[-]
$\phi$	Hoek van inwendige wrijving	[°]
$\gamma$	Soortelijk gewicht	[kN/m <sup>3</sup> ]
$\nu$	Dwarscontractiecoëfficiënt	[-]
$\pi$	Getal pi ( $\approx 3.14159$ )	[-]
$\rho$	Massadichtheid	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma$	Spanning	[kN/m <sup>2</sup> ]

**Sub- en superscripten**

c	Conus
d	Dynamisch
e	Elastisch
eq	Equivalent
f	Breuk, bezwijken
g	Grond
i	Element nummer (index)
j	Tijdsip berekening (index)
k	Korrel
max	Maximaal
min	Minimaal
p	Plastisch
p	Porie
paal	Paal betreffend
r	Radiaal
r	Relatief
s	Zand (sand)
s	Statisch
t	Tangentiaal
u	Ongedraineerd
u	Maximaal (Ultimate)
'	Eerste afgeleide naar t
''	Tweede afgeleide naar t
0	Initieel
1	Eerste
2	Tweede



## Bijlage B. Heiformule van Sprenger-Potma

De heiformule van Sprenger-Potma wordt gegeven door :

$$E_h = [Qz + Q^2 \cdot \frac{1}{\alpha EA}] \cdot C \cdot \xi \quad [B.1]$$

Hierin is :

$E_h$	benodigde energie van het blok	[kNm]
$\alpha$	energieverlies factor (2)	[-]
$h$	valhoogte	[m]
$\xi$	efficiency coëfficiënt	[-]
$n$	veerkrachtscoëfficiënt	[-]
$Q$	weerstand (dynamisch grensdragvermogen) van paal	[kN]
$l$	lengte van de paal	[m]
$A$	doorsnede van de paal	[m <sup>2</sup> ]
$E$	elasticiteitsmodulus van de paal	[kN/m <sup>2</sup> ]
$z$	zakking per slag	[m]

Verder is C gegeven door :

$$C = \frac{W_h + W_p}{W_h + m^2 \cdot W_p} \quad [B.2]$$

Met voor :

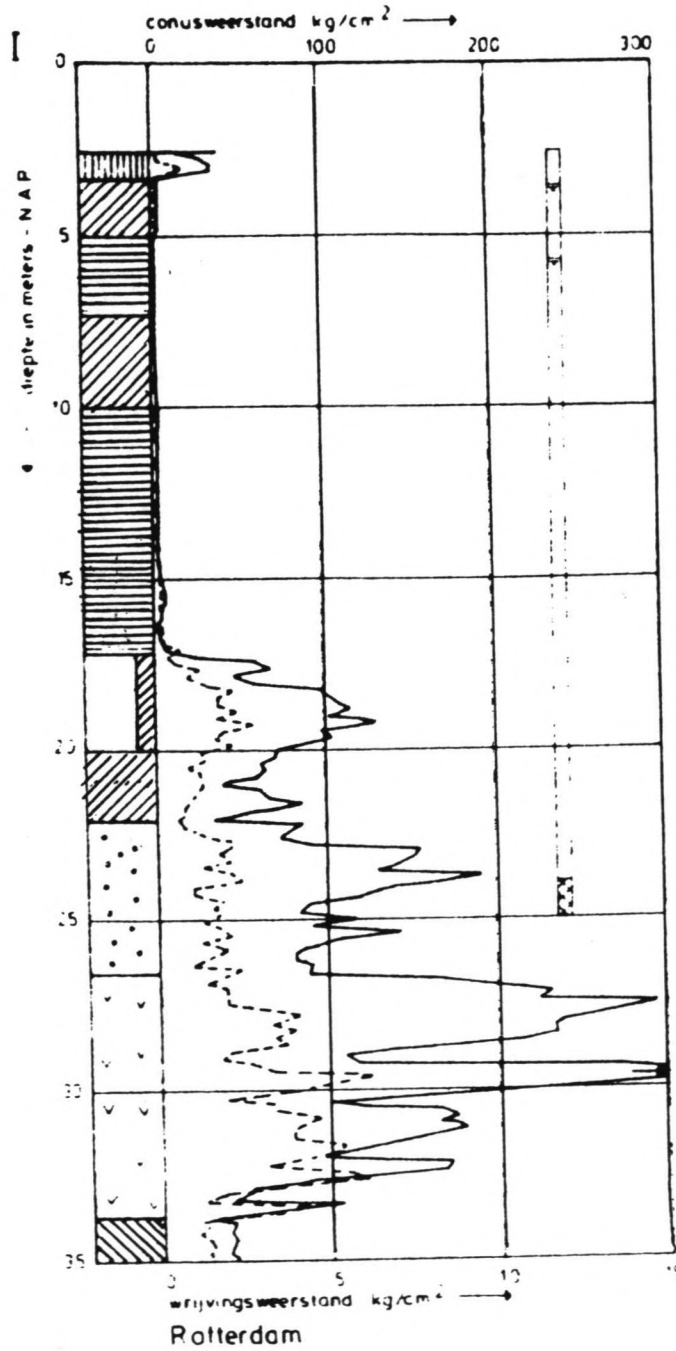
$W_h$	gewicht heiblok	[kN]
$W_p$	gewicht van de paal	[kN]

Voor m, die evenals eerdergenoemde n het energie verlies aangeeft, gelden de volgende waarden :

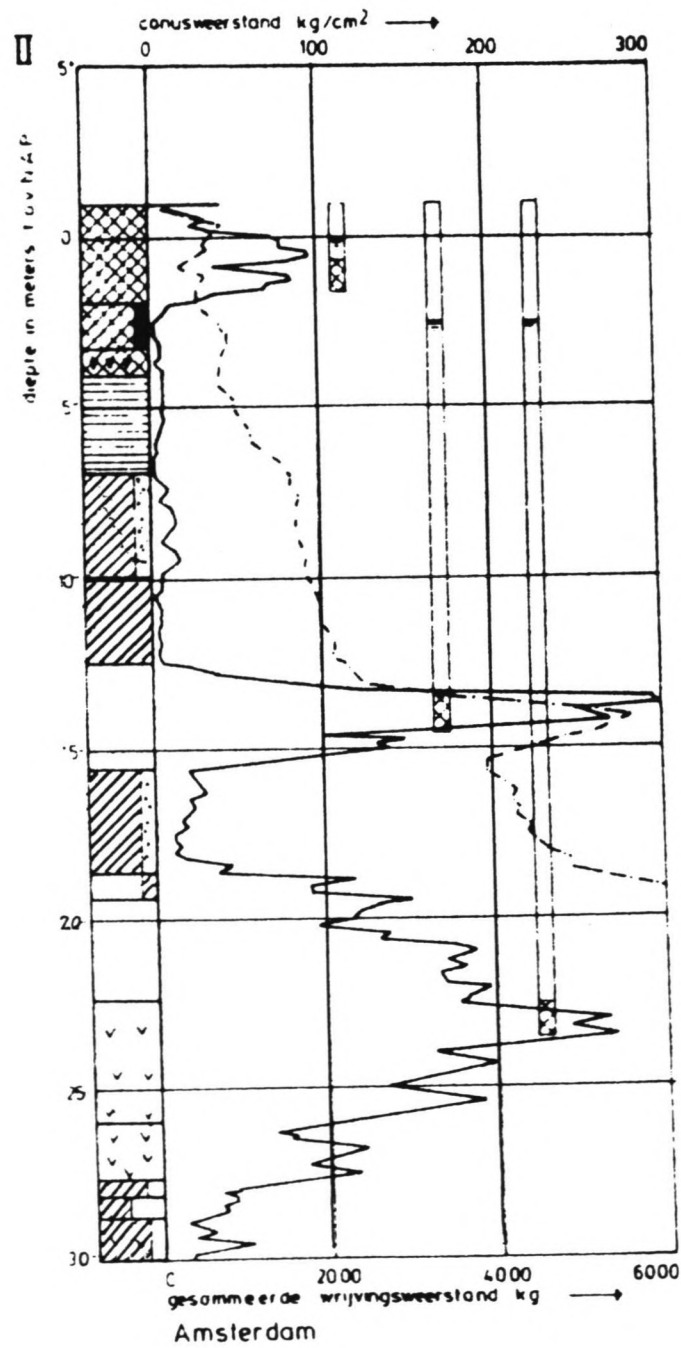
m	=	0.3	betonpalen
m	=	0.5	houten palen
m	=	0.8	stalen palen

Bijlage C. Standaard bodemprofielen

Profiel Rotterdam



### Profiel Amsterdam



## Bijlage D. Theorie Cavity Expansion

### § D.1 Inleiding

De bolvormige holte expansie theorie (Spherical cavity expansion theory) gaat uit van een bolvormige holte met een bepaalde grootte, die onder invloed van een inwendige drukbelasting uitzet. Deze uitzetting verloopt geheel geometrisch in radiale richting. Hopkins [Lit-1] schreef deze theorie uit voor de uitzetting van een holte in een homogeen materiaal. In dit hoofdstuk zal deze theorie toegepast worden op grond, mede aan de hand van [Lit-2].

### § D.2 Theorie

Volgens de wet van Hooke hangen de elastische rekken samen met de spanningen als :

$$E\varepsilon'_r = \sigma'_r - 2\nu\sigma'_t \quad , \quad E\varepsilon'_t = (1-\nu)\sigma'_t - \nu\sigma'_r \quad [D.1]$$

Hierin stellen de subscripten r en t de radiale en tangentiële richtingen voor. Vervolgens worden de totale plastische rekken gegeven als :

$$\varepsilon_r^p = \varepsilon_r - \varepsilon_r^e \quad , \quad \varepsilon_t^p = \varepsilon_t - \varepsilon_t^e \quad [D.2]$$

Hierin [D.1] en [D.2] is :

E	elasticiteitsmodulus	[kN/m <sup>2</sup> ]
ε	rekincrement	[-]
ν	dwarscontractiecoëfficiënt	[-]
σ	spanningsincrement	[kN/m <sup>2</sup> ]

Alvorens een analytische oplossing te kunnen vinden dienen een aantal aannamen te worden gemaakt. Vanwege de complexiteit van een dynamische beweging wordt het materiaal elastisch-voorkomen plastisch geacht. Verder wordt het materiaal in de plastische zone onsamendrukbaar geacht. Dat komt er op neer dat de elastische samendrukbaarheid in deze zone verwaarloosd wordt. Hoewel dit fysisch onmogelijk is heeft het als voordeel dat de oplossing eenvoudiger wordt gevonden, terwijl de essentiële fysische betrekkingen in stand worden gehouden. Aan de hand van het Mohr-Coulomb vloeicriterium kan een exacte analytische oplossing gevonden worden.

Allereerst wordt een uitdrukking voor de volumerek gevonden, geschreven in een radiale en een tangentiële rek :

$$e_{\text{vol}} = \varepsilon_r + 2 \cdot \varepsilon_t \quad [\text{D.3}]$$

Volgens de wet van Hooke geldt voor de radiale en tangentiële spanningen :

$$\sigma_r = \lambda e + 2\mu \varepsilon_r \quad [\text{D.4}]$$

$$\sigma_t = \lambda e + 2\mu \varepsilon_t \quad [\text{D.5}]$$

Hierin zijn  $\lambda$  en  $\mu$  de zogenaamde Lamé constanten; deze zijn afhankelijk van de elasticiteitsmodulus en de dwarscontractiecoëfficiënt.

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad [\text{D.6}]$$

De radiale en tangentiële rekken zijn afhankelijk van de elastische verplaatsing  $u$  in radiale richting en de afstand tot het middelpunt van de cirkel  $r$ , volgens :

$$\varepsilon_r = \frac{\delta u_r}{\delta r} \quad \varepsilon_t = \frac{u_r}{r} \quad [\text{D.7}]$$

De uitdrukking in [D.3] gaat dan over :

$$e_{\text{vol}} = \frac{\delta u_r}{\delta r} + 2 \frac{u_r}{r} \quad [\text{D.8}]$$

Aangezien de volumerek ook gelijk is aan het quotiënt van het verschil tussen het uiteindelijke volume en het initiële volume en het initiële volume ( $e = (V_1 - V_0)/V_0$ ) kan onder aanname van massabehoud worden geschreven dat  $e = d\rho/\rho$ . Wanneer de massa dus constant blijft, zal gelden dat bij een vergroting van het volume de massadichtheid afneemt. Dit betekent dan dat  $e = -d\rho/\rho$ . Substitutie hiervan in [D.8] geeft dan :

$$e_{\text{vol}} = \frac{\delta \rho}{\rho} = -\frac{\delta u_r}{\delta r} - 2 \frac{u_r}{r} \quad [\text{D.9}]$$

De vergelijking waarmee massabehoud kan worden geschreven is afhankelijk van de bewegingsvergelijking.

De dynamische bewegingsvergelijking wordt dan ook gegeven door :

$$\frac{\delta \sigma_r}{\delta r} + \frac{2}{r}(\sigma_r - \sigma_t) = \rho \frac{\delta^2 u_r}{\delta t^2} \quad [D.10]$$

Uit deze vergelijking blijkt dan dat het geheel eenvoudig analytisch oplosbaar is wanneer  $\rho$  constant wordt geacht. Nu worden een aantal expressies anders geschreven. Voor de deeltjessnelheid wordt aangenomen dat geldt :

$$v = \frac{\frac{\delta u_r}{\delta t}}{1 - \frac{\delta u_r}{\delta r}} \quad [D.11]$$

Ook kan dan worden gesteld dat :

$$\frac{\delta^2 u_r}{\delta t^2} = \frac{\delta v}{\delta t} + v \frac{\delta v}{\delta r} \quad [D.12]$$

Substitutie van [D.9] en [D.12] in de bewegingsvergelijking [D.10] levert dan :

$$\frac{\delta^2 u_r}{\delta r^2} + \frac{2}{r} \left( \frac{\delta u_r}{\delta r} - \frac{u_r}{r} \right) = \rho \left( \frac{\delta v}{\delta t} + v \frac{\delta v}{\delta r} \right) \quad [D.13]$$

Uiteindelijk levert de vergelijking voor het behoud van massa dan op :

$$\frac{\rho}{r^2} \frac{\delta}{\delta r} (r^2 v) + \frac{\delta \rho}{\delta t} + v \frac{\delta \rho}{\delta r} = 0 \quad [D.14]$$

welke onder aanname van  $\rho = \text{constant}$  over gaat in :

$$\delta \rho = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\delta}{\delta r} (r^2 v) = 0 \quad [D.15]$$

Er wordt uitgegaan van de situatie als in figuur 4.1. Hierin is de grootte van de straal van de holte gegeven door  $a(t)$ . Voor de snelheden en versnellingen kan dan worden gevonden:

$$a'(t) = \frac{da(t)}{dt} \quad , \quad a''(t) = \frac{d^2a(t)}{dt^2} \quad [D.16]$$

Voor de deeltjessnelheid (zie ook [D.9]) wordt dan geschreven :

$$v(t) = \frac{a(t)^2}{r^2} \cdot a'(t) \quad [D.17]$$

Noemen we  $a(t)$ ,  $a'(t)$  en  $a''(t)$  nu simpelweg  $a$ ,  $a'$  en  $a''$  dan wordt voor de laatste termen in de bewegingsvergelijking gevonden :

$$\frac{\delta v}{\delta t} = \frac{\delta \frac{a^2 a'}{r^2}}{\delta t} = \frac{a^2 a''}{r^2} + \frac{2aa'^2}{r^2} \quad [D.18]$$

en :

$$\frac{\delta v}{\delta r} = \frac{\delta \frac{a^2 a'}{r^2}}{\delta r} = -2 \frac{a^2 a'}{r^3} \quad [D.19]$$

Wanneer [D.18] en [D.19] nu op hun beurt weer gesubstitueerd worden in [D.10] dan wordt de vergelijking gekregen waar in het eerdergenoemde rapport van uit is gegaan :

$$\frac{\delta \sigma_r}{\delta r} + \frac{2}{r}(\sigma_r - \sigma_t) = \rho \left( \frac{a^2 a''}{r^2} + \frac{2aa'^2}{r^2} - 2 \frac{a^4 a'^2}{r^5} \right) \quad [D.20]$$

De rekincrementen worden dan geschreven als :

$$\epsilon_r' = -2 \frac{a^2 a'}{r^3} \quad \epsilon_t' = \frac{a^2 a'}{r^3} \quad [D.21]$$

In deze vergelijkingen is gegeven :

$a$	holte straal op tijdstip $t$	[m]
$a'$	snelheid holte uitbreiding op tijdstip $t$	[m]
$a''$	versnelling holte uitbreiding op tijdstip $t$	[m]
$\sigma_r$	radiale spanning	[kN/m <sup>2</sup> ]

$\sigma_t$	tangentiële spanning	[kN/m <sup>2</sup> ]
$\rho$	massa dichtheid	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\nu$	deeltjessnelheid	[m/s]

Om tot een oplossing van de bewegingsvergelijking voor zowel elastische als plastische vervormingen te komen zal nu eerst naar een elastische oplossing gezocht worden.

Voor de elastische uitwerking kan gebruik gemaakt worden van elastische vergelijkingen voor kleine vervormingen. De kleine elastische verplaatsing wordt dan ook gegeven door:

$$u = \frac{a^3 - a_0^3}{3r^2} \quad [D.22]$$

Hierin is :

$u$	verplaatsing van een deeltje	[m]
$a_0$	begin straal van de holte	[m]

De bijbehorende rekken zijn als volgt gegeven :

$$\epsilon_r = -2\frac{u}{r} \quad , \quad \epsilon_t = \frac{u}{r} \quad [D.23]$$

waarvoor de oplossing zowel direct als door middel van een benaderende integraal kan worden gevonden. De elastische spanning-rek relaties, met  $\nu = 1/2$ , geven dan :

$$E \frac{\delta u}{\delta r} = \sigma_r - \sigma_t \quad , \quad E \frac{u}{r} = \frac{1}{2} (\sigma_t - \sigma_r) \quad [D.24]$$

Door substitutie van [D.22] en [D.23] in [D.24] wordt dan gevonden :

$$\sigma_t - \sigma_r = 2E \frac{a^3 - a_0^3}{3r^3} \quad [D.25]$$

Door substitutie van [D.24] in [D.21] en door integratie hiervan wordt gevonden, onder aanname dat  $\sigma_r(\infty) = 0$ ,

$$\sigma_r = -\frac{4}{9}E \frac{a^3 - a_0^3}{3r^3} - \rho \left[ \frac{a^2 a''}{r} + \frac{2aa'^2}{r} - \frac{a^4 a'^2}{2r^4} \right] \quad [D.26]$$



Hieruit volgt de druk op de wand van de holte :

$$p = \frac{4}{9}E \left(1 - \frac{a_0^3}{a^3}\right) + \rho(aa'' + \frac{3}{2}a'^2) \quad [D.27]$$

De vloeivoorwaarde  $Y$  wordt gegeven door  $\sigma_t - \sigma_r = Y$ . Vloeien gebeurt dus aan de rand van de holte wanneer de holte een straal  $a_1$  heeft, oftewel :

$$\frac{a_1}{a_0} = 1 + \frac{Y}{2E} \quad , \quad a_1' = \sqrt{\frac{Y}{\rho E} \left(p_0 - \frac{1}{3}Y\right)} \quad , \quad p_0 > \frac{1}{3}Y \quad [D.28]$$

In deze vergelijking is :

$$p_0 \quad \text{begindruk van het drukverloop} \quad [kN/m^2]$$

Nu is de staat van beweging aan het eind van de eerste expansie fase bepaald. Hoewel de verplaatsingen nog zeer klein kunnen zijn, kan de snelheid groot zijn. Om nu de tweede fase te omschrijven wordt allereerst de voortplanting van de grens tussen plastisch en elastisch gebied beschouwd, op  $r = b$ . Deze grens plant zich radiaal voort vanaf de holte wand. In het plastische gebied wordt voldaan aan de vloeivoorwaarde, immers geen plastische vervormingen zonder vloeien, dus kan de bewegingsvergelijking als volgt omschreven worden :

$$\frac{\delta \sigma_r}{\delta r} - \frac{2Y}{r} = \rho \left[ \frac{a^2 a'' + 2aa'^2}{r^2} - \frac{2a^4 a'^2}{r^5} \right] \quad [D.29]$$

Aangezien op  $r = a$  geldt dat  $\sigma_r = -p$  volgt uit integratie van [D.29] :

$$\sigma_r = -p + 2Y \ln \frac{a}{r} - \rho \left[ \frac{a^2 a'' + 2aa'^2}{r} - \frac{a^4 a'^2}{2r^4} - aa'' - \frac{3}{2}a'^2 \right] \quad [D.30]$$

voor  $a \leq r \leq b$ .

Wanneer er rekening mee wordt gehouden dat op de plastisch-elastische rand het materiaal juist vloeit, kan gesteld worden :

$$\sigma_r = -\frac{2}{3}Y \frac{b^3}{r^3} - \rho \left[ \frac{a^2 a'' + 2aa'^2}{r} - \frac{a^4 a'^2}{2r^4} \right] \quad , \quad r > b \quad [D.31]$$

De voorwaarde dat het materiaal onsamendrukbaar is in de plastisch vervormde zone, levert een aansluitingsvoorwaarde voor  $\sigma_r$  in  $r = b$ , dus

$$p = \frac{2}{3}Y + 2Y \ln \frac{b}{a} + \rho [aa'' + \frac{3}{2}a'^2] \quad [D.32]$$

De laatste term in [D.31] is het dynamische gedeelte van de oplossing, de eerste twee termen komen overeen met een quasi-statische oplossing, die in dit kader niet verder uitgewerkt wordt.

Uit de reeds eerder genoemde eis van incompressibiliteit volgt dat :

$$\frac{a^3 - a_0^3}{b^3} = \frac{3Y}{2E} \quad [D.33]$$

Hieruit kan direct de grootte van de plastische zone ( $b$ ) bepaald worden. Er blijkt dus, net als in § 4.5 dat de grootte van de plastische zone materiaalafhankelijk is.

De energieën die in de diverse stadia verloren gaan of benodigd zijn, worden gevonden door integratie van de druk over het oppervlak van de holte.

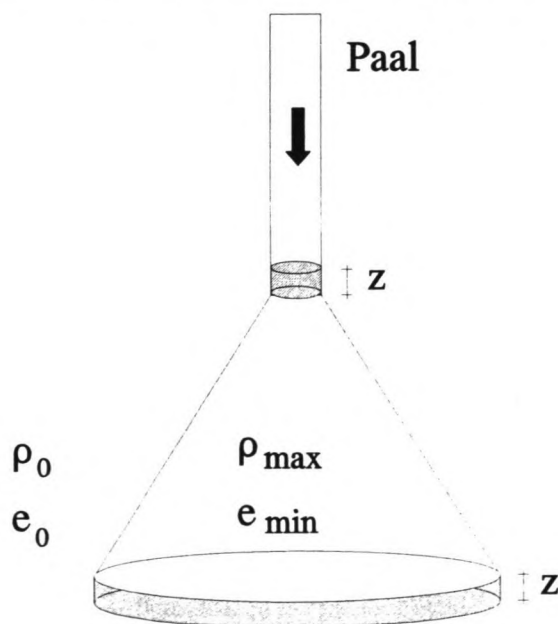
## Bijlage E. Aanknopingspunten andere modellen

### § E.1 Inleiding

In bijlage D is een beschrijving van een model gegeven dat geënt is op de theorie van de bolvormige holte expansie. Aangezien de te hanteren parameters eenvoudig van aard zijn, het model praktisch eenvoudig bruikbaar is en het model een dynamische beschrijving van het geheel geeft, biedt dit model het meeste perspectief. Echter, een aantal andere vereenvoudigingen of modellen, welke gestoeld zijn op compactie of karakteristieken, zijn voor de volledigheid onderzocht. In dit hoofdstuk zullen deze aanknopingspunten behandeld worden. De in de paragrafen E.4 en E.5 behandelde modellen zijn ook in de literatuurstudie reeds aan de orde geweest. Voor de volledigheid van dit rapport zijn zij ook nu weer opgenomen. Deze aanknopingspunten kunnen in een eventuele vervolgstudie gebruikt worden, als mocht blijken dat het opgestelde model volgens de holte expansie niet toereikbaar is.

### § E.2 Compactie model : Massa behoud

De compactie van de grond onder de paal wordt als volgt geschematiseerd (figuur E.1) :



Figuur E.1 Schematisatie compactie bij paalpunt

Voor een bepaald gebied onder de paalpunt geldt dus dat daar de maximale dichtheid bereikt is.

Deze maximale dichtheid is aanwezig als het poriëngehalte minimaal is. Door een klap op de paal wordt de massa van de verdrongen grond, met volume  $z \cdot A_{\text{paal}}$ , porie gehalte  $e_{\text{min}}$  en massadichtheid  $\rho_{\text{max}}$ , geborgen in een gebied met diameter  $D$ , hoogte  $z$  en porie gehalte  $e_0$ . De dichtheid van dit gebied gaat dan ook over naar de maximale dichtheid.

Algemeen geldt voor het poriëngehalte :

$$e = \frac{V_p}{V_k} \quad , \quad V_g = V_p + V_k \quad \rightarrow \quad e = \frac{V_g}{V_k} - 1 \quad [\text{E.1}]$$

Juist onder de paalpunt geldt dan volgens [E.1] :

$$e_{\text{min}} = \frac{V_{g1}}{V_{k1}} - 1 \quad \rightarrow \quad V_{k1} = \frac{\Delta z \cdot A_{\text{paal}}}{e_{\text{min}} + 1} \quad [\text{E.2}]$$

De massa van dit volume bedraagt dan  $M_1 = \rho_{\text{max}} \cdot V_{k1}$ . Volgens de wet van behoud van massa moet gelden dat al deze massa geborgen wordt, oftewel de massa van het gebied onder de paal met diameter  $D$  moet gelijk zijn aan de som van de oorspronkelijke massa en de bijkomende massa. In het kegelvormig gebied tussen de beschouwde volumens wordt geen massa geborgen, aangezien ook hier geldt dat  $\rho = \rho_{\text{max}}$  en  $e = e_{\text{min}}$ . Er volgt dan:

$$M_2^* = M_1 + M_2 \quad \rightarrow \quad M_2^* = \rho_{k,\text{max}} \cdot (V_{k1} + V_{k2}) \quad [\text{E.4}]$$

Gesteld kan dan worden :

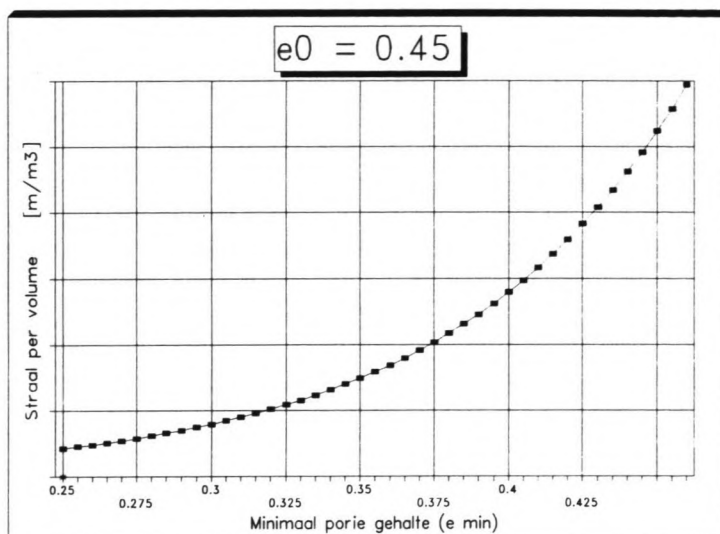
$$V_{k2} = \frac{V_2}{e_0 + 1} \quad \rightarrow \quad V_{k2}^* = \frac{V_1}{e_{\text{min}} + 1} + \frac{V_2}{e_0 + 1} \quad [\text{E.5}]$$

Uit bovenstaande volgt dan ook :

$$V_2 = \Delta z \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D^2 = \frac{V_1}{1 - \frac{e_{\text{min}} + 1}{e_0 + 1}} \quad \rightarrow \quad D = \sqrt{\frac{4}{\pi \Delta z} \cdot V_2} \quad [\text{E.6}]$$

De waarden voor  $e$  kunnen variëren van 0.25 tot 0.45. Voor  $\rho$  variëren de waarden van  $1800 \text{ kg/m}^3$  voor losgepakt zand tot zo'n  $2400 \text{ kg/m}^3$  zeer dicht gepakt zand.

In figuur E.2 is het verband weergegeven tussen de grootte van de straal als functie van de inhoud van het cirkelvormig gebied juist onder de paal en het minimale porie gehalte  $e_{\text{min}}$ , bij een bepaalde waarde van  $e_0$ .



Figuur E.2 Verband tussen grootte straal en  $e_{min}$

Hieruit wordt duidelijk dat naarmate het verschil tussen  $e_{min}$  en  $e_0$  kleiner wordt, het volume van het gebied dat beïnvloed is steeds groter wordt. In bijlage C wordt hier een voorbeeld van gegeven.

### § E.3 Compactie model : Chow (1992)

Het compactie model van Chow [Lit-10] berekent voor een kolom grond die van bovenaf gecompacteerd wordt de zakking, dichtheid, rek en  $\phi$  per compactieslag. Hiertoe wordt de kolom grond geschematiseerd tot een systeem van veren en dempers. Door het laten vallen van een blok op deze kolom gaat er een golf lopen. De bewegingsvergelijking voor dit systeem luidt :

$$m \frac{\delta^2 w}{\delta t^2} + C \frac{\delta w}{\delta t} + Kw = 0 \quad [E.7]$$

Hierin is :

$$K = \frac{4G_s r_{eq}}{1 - v_s}, \quad C = \frac{3.4 r_{eq}^2 \sqrt{\rho_s G_s}}{1 - v_s}, \quad G_s = \frac{E(1 - 2v_s)}{(1 - 2v_s \frac{\sigma_h}{\sigma_v})(2(1 - v_s))}$$

Verder wordt gegeven :

$$\phi = 29^\circ + 2.5 \sqrt{q_c} = 28^\circ + 15^\circ D_r \quad [E.8]$$

en :

$$D_r = \frac{\rho_{\max}(r_s - \rho_{\min})}{\rho_s(\rho_{\max} - \rho_{\min})}, \quad \frac{D_r - D_{r0}}{D_{r*} - D_{r0}} = \frac{\epsilon_r - \epsilon_0}{\epsilon_* - \epsilon_0} \quad [E.9]$$

Voor de genoemde parameters wordt genomen :

m	elementmassa	[kg]
C	dempingscoëfficiënt van element	[kNs/m]
K	veerconstante van element	[kN/m]
$G_s$	glijdingsmodulus van zand	[kN/m <sup>2</sup> ]
E	elasticiteitsmodulus	[kN/m <sup>2</sup> ]
$\nu_s$	dwaarscontractiecoëfficiënt van zand (0.25 à 0.45)	[-]
$\rho_s$	massadichtheid van zand	[kg/m <sup>3</sup> ]
$r_{eq}$	equivalente straal	[m]
D	relatieve dichtheid	[-]
$\epsilon$	rek (0.4 à 0.5)	

Een prognose kan verkregen worden door een stap-voor-stap methode :

- 1 - Discretizeer het valgewicht en de grondkolom in één-dimensionale elementen.
- 2 - Bepaal de invoer parameters voor :
  - A : valgewicht E en  $\rho$
  - B : grond elementen  $\epsilon_*$  en  $\rho_s$
  - C : veren en dempers  $G_s$ ,  $\rho_s$ ,  $\nu_s$ ,  $\phi$  en K
- 3 - Per val van het blok in de cyclus, doe :
  - A Voer een wave-equation analyse uit, bijvoorbeeld met GRLWEAP, met gebruik van een schatting van de valsnelheid. Dit geeft de penetratie van het gewicht en de blijvende axiale spanningen en rekken in de kolomelementen.
  - B Verander de oorspronkelijke waarden in de nieuwe, berekende waarden.
- 4 - Aan het einde van de cyclus geeft dit de cumulatieve penetratie, de relatieve dichtheid en de wrijvingshoek van de verbeterde grond.

Wanneer de paal als valgewicht, de valsnelheid als de snelheid van de paal en de grond onder de paal gediscrèteerd wordt, kan deze methode de dynamische compactie onder de paal beschrijven.

#### § E.4 Methode der karakteristieken : De Josselin de Jong (1956)

Uitgaande van de voortplanting van drukgolven in een elastische staaf ([Lit-13], hoofdstuk 3) concludeert De Josseling de Jong in [Lit-7] dat een mathematische analyse voor de grond onder de paal niet meer te gebruiken is, vanwege de niet-lineaire, irreversibele spanningsdeformatie eigenschappen van de grond. Hij stelt dan ook dat er slechts een oplossing te verkrijgen is met behulp van de methode der karakteristieken.

Uitgaande van deze snelheden is een snelheidsdiagram te tekenen, waarvan bovenstaande formule de karakteristieke richting aangeeft. Door toepassing van een energiebalans is ook het energietransport met behulp van de methode te tekenen. Aansluitend kan voor de zandcilinder onder de paal hetzelfde gedaan worden.

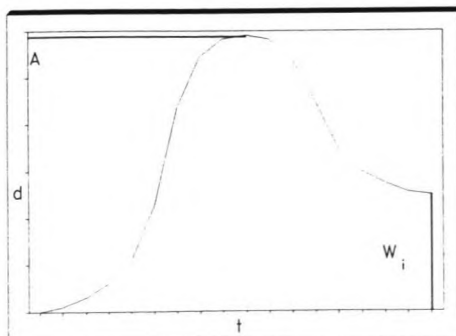
Als meest interessante schematiseert de auteur het effect van de geometrische spreiding van een stoot rondom een paalpunt. Hiertoe beschouwt hij de paalpunt als een bol.

De Josseling de Jong stelt de volgende conclusies :

- Een belasting van korte duur heeft een beperkte indringingsdiepte voor zover het korrel skelet van een zandmassief er irreversibel door wordt gedeformeerd.
- In waterverzadigd zand ontstaat geen verdichtingsdeformatie bij kortstondige belasting, omdat het water alle druk opneemt.
- De paalpunt, geschematiseerd tot een bol, ondervindt meer weerstand van de omringende grond naarmate de frequentie van belasten hoger is.

#### § E.5 Micro mechanisch model : Koenders (1992)

In opdracht van Fugro bv. ontwikkelde Koenders [Lit-6] een oplossing om de grootte van het plastisch vervormde gebied bij de paalpunt te bepalen. De door hem ontwikkelde methode is gebaseerd op de micromechanica.



Figuur E.3 Verplaatsing volgens model Koenders

Belangrijk is te bepalen hoe de plastische zone rond de paal zich voortplant. Veel van de energie gaat hier namelijk verloren wegens de plastische vervorming. Aangezien de verstoring de dominante factor is, zijn alle spanningseffecten een gevolg hiervan. Koenders stelt de rekenkundige golfvergelijking, afgeleid van de constitutieve betrekkingen van een elementje grond als volgt op :

$$\rho \frac{\delta^2 u_i}{\delta t^2} = \frac{1}{2} \frac{\delta}{\delta x_j} (E_{ijkl} (\frac{\delta u_k}{\delta x_l} + \frac{\delta u_l}{\delta x_k})) \quad [E.10]$$

De verplaatsing nabij de voet van de paal is wordt als het ware aan de grond opgedrongen. Deze verplaatsing kan als volgt uitgedrukt worden :

$$u(t) = A e^{-\frac{(t-t_1)^2}{l^2}} + W_i(t) \quad [E.11]$$

Hierin is A de amplitude en  $W_i$  de restterm, die langzaam in de tijd toeneemt. Door de bewegingssnelheid van de verplaatsing in te voeren in [E.11] wordt [E.12] gevonden :

$$u_i(x,t) = A_i e^{-\frac{[(x-y) \underline{n}]^2}{w^2}} + W_i \quad [E.12]$$

Voor een verdere uitwerking van deze differentiaalvergelijking wordt verwezen naar [Lit-5] en [Lit-6].

Concluderend stelt Koenders :

- Bij het voortplanten van de golven door het plastische gebied neemt de amplitude af. Dit komt enerzijds door het breder worden van de puls en anderzijds doordat de blijvende vervorming  $W_i$  zich opbouwt.

Een aantal invoerparameters kunnen onderscheiden worden in het computerprogramma dat Koenders schreef om de differentiaalvergelijkingen op te lossen :

$\underline{n}$	vector die de richting van de te berekenen verplaatsing aangeeft
$R_f$	de verhouding van de hoofdspansingen bij bezwijken
K	stijfheidsparameter, afhankelijk van de dichtheid van de grond en de isotrope spanning
$\phi_\mu$	inwendige wrijvingshoek, sterk afhankelijk van de dilatantie van het materiaal





## **Bijlage F. Tijdwerkschema**

## **Bijlage G. Figuren en Tabellen**

### **Figuren**

- 2.1 Golven via paal in de grond
- 3.1 Paal model
- 4.1 Schematisatie van een holte
- 4.2 Paal-holte schema
- 4.3 Factor als functie van stijfheid/sterkte
- 5.1 Voortplanting van trillingen door de grond
- 6.1 Energie schema

### **Tabel**

- 4.1 Enkele globale gegevens voor zand
- 4.2 Samenhang parameters en vloeewaarden
- 4.3 Samenvatting grondsterkte
- 5.1 Relatie  $\xi$  en verhouding paal-/blokgewicht

