

22a

Archief exemplaar

Laboratorium voor
PHYSISCHE TECHNOLOGIE
der Technische Hogeschool
Pr. Bernhardlaan 6 - DELFT

Afstudeerverslag No. 352

door

22^u

.....C.J.Hoogendoorn.....1953.

Laboratorium voor
PHYSISCHE TECHNOLOGIE
der Technische Hogeschool
Pr. Bernhardlaan 6 - DELFT

H

Archief

22A

Metingen bij lage luchtsnelheden.

ingenieursverslag van C.J. Hoogendoorn.

Verslag van werkzaamheden verricht in
het laboratorium voor Aero- en Hydrodynamica
in de periode van 1 September 1951- 1 Juni 1953
mogelijk gemaakt door een subsidie van het
Delfts Hogeschoolfonds.

Metingen bij lage luchtsnelheden.

Korte samenvatting: Het werk, dat in dit verslag behandeld wordt, werd gedaan aan een draaiende arm in het laboratorium voor Aëro- en Hydrodynamica met een subsidie van het Delfts Hogeschoolfonds. Het onderwerp daarbij was, de eigenschappen van anemometers bij lage luchtsnelheden te onderzoeken.

Bij het in gebruik nemen van de arm bleek, dat de kwiksloten, die dienen voor de overbrenging van elektrische en druk contacten, niet voldeden en deze moesten daarom gewijzigd worden. Ook bleek de door het draaien van de arm geïnduceerde wervel sterk te slingeren en het was daarom nodig deze te onderdrukken door een constructieve verandering in de arm, het slingerpercentage kon daarbij van 9% op 3% van de omwentelingssnelheid terug gebracht worden. Verder werden de eigenschappen van de wervel uitvoerig onderzocht.

In de arm werden Pitotbuis ijkingen gedaan in het gebied van 4-10 m/s, deze zijn dan te vergelijken met metingen in een windtunnel, binnen de nauwkeurigheid van 1% stemden deze metingen overeen.

Ontwikkeld werd een anemometer voor luchtsnelheden van 0,20-3 m/s, die voldoende stevigheid heeft voor praktische metingen. Gebruik werd gemaakt van een thermistor, d.i. een weerstands-materiaal met grote negatieve temperatuur coëfficiënt. Deze werd gebruikt volgens het gloeidraadprincipe met indirecte verhitting, hierbij is de warmteoverdracht aan de stromende lucht een maat voor de snelheid. Er werd met behulp van optische methoden onderzocht in hoeverre bij zeer lage luchtsnelheden de vrije convectie de gloeidraad metingen beïnvloedt. Met normale gloeidraden werden ook metingen gedaan, daar deze in bepaalde gevallen onvervangbaar zijn.

Tenslotte werd theoretisch uit de stromings en convectie vergelijkingen van de gedwongen convectie van warmte in een laminaire stroming om een cylinder een methode ontwikkeld om de temperatuur verdeling om de cylinder en de warmteoverdracht numeriek te berekenen. Dit werd uitgevoerd voor het geval dat $Re=0,25$ bij een luchtstroming.

* * * * *

Inhoud.

paragraaf:	pagina:
1. Inleiding.	3
2. Constructieve wijzigingen.	5
3. De wervel.	6
4. Pitotbuis ijkings.	9
5. Thermistor-anemometer.	12
6. De invloed van de vrije convectie.	16
7. Gloeidraden.	19
8. Numerieke methode voor de berekening van de warmteoverdracht van een cylinder aan een laminaire stroming.	23
9. Berekening van het snelheid en temperatuur veld om de cylinder bij $Re=0,25$.	26

* * * * *

1. Inleiding.

Het werk, dat in dit verslag behandeld wordt, werd gedaan aan een zogenaamde draaiende arm, die destijds door van Dam (1*) in het laboratorium voor Aero- en Hydrodynamica werd ontworpen.

Dit apparaat dient speciaal voor het doen van metingen en bij lage luchtsnelheden. Onder lage luchtsnelheden verstaat men in het algemeen snelheden onder 3 m/s. Deze vormen daarom een apart gebied, omdat ze in tegenstelling tot de hogere snelheden niet met een Pitot-buis te meten zijn, het verschil tussen stuw- en statische druk is bijv. bij een snelheid van 4 m/s. pas 1 mm. waterkolom. Men gebruikt daarom in dat gebied andere anemometers, die dan echter niet in een windtunnel met een standaard Pitot-buis geijkt kunnen worden. Om deze anemometers te ijken dient nu de draaiende arm.

Het te ijken instrument wordt hierin aan het uiteinde van een arm bevestigd (zie fig. 1.). Deze arm kan om een as draaien en de anemometer doorloopt dan een cirkelbaan met een omtrek van in dit geval 6,30 m. De snelheid t.o.v. de lucht wordt dan in eerste instantie gegeven door de omwentelingssnelheid v_0 . Om tocht tegen te gaan is het geheel in een doos aangebracht. Dan moet men echter nog rekening houden met door de beweging van de arm meegesleurde lucht, die een wervelsnelheid w geeft in de richting van v_0 . Deze w wordt met een stilstaande anemometer vlak boven de baan van de bewegende anemometer gemeten. De anemometer voor de wervel kan in de arm zelf gijkt zijn, daar bij zeer lage snelheden $< 0,25$ m/s. de omwentelingstijd zo klein is, dat eer de anemometer terug is op een punt van de baan de wervel van de vorige keer uitgestorven is. In het algemeen wordt echter de werkelijke snelheid t.o.v. de lucht gegeven door :

$$V = v_0 - w. \quad .1.$$

* Getallen tussen () verwijzen naar de literatuurlijst aan het einde van het verslag.

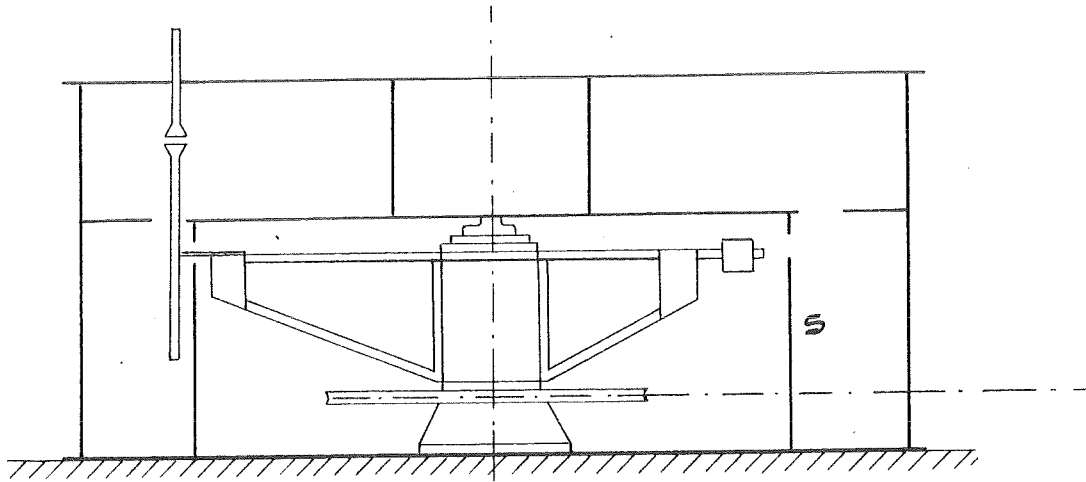


FIG. 1 SCHETS DRAAIENDE ARM

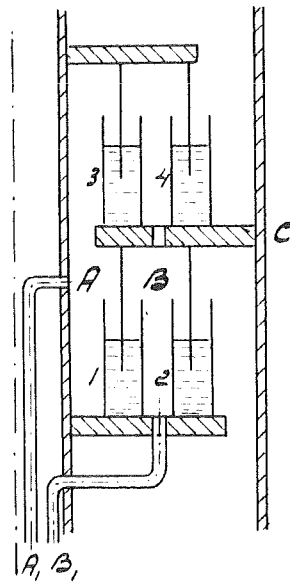


FIG. 2 SCHETS VAN DE KWIKSLOTEN

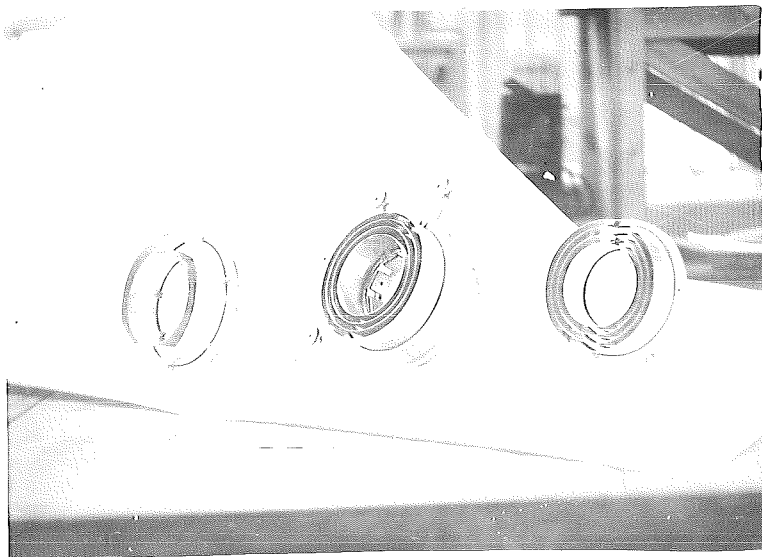


PHOTO 1 NIKKELEN BAKKEN VAN DE KWIKSLOTEN

Door het toerental van de aandrijving van de arm te variëren is een snelheidsgebied van 0,02 - 11 m/s. te bestrijken. Het gebied tussen 4 en 11 m/s. is overlappend met wat in een windtunnel te bereiken valt en dit maakt het mogelijk de resultaten in de arm met die in de windtunnel te vergelijken.

* * *

2. Constuctieve wijzigingen in de arm.

a) Kwiksloten. Voor het overbrengen van 4 elektrische contacten en 2 luchtdrukken van het draaiende naar het stilstaande gedeelte van de arm, zijn om de as 4 kwiksloten aangebracht. De oude uitvoering hiervan bleek te lekken en er werd overgegaan op een geheel nieuwe uitvoering. Deze is geschetst in fig.2. Er zijn 4 cilindrische nikkelbakken 1,2,3,4 op perspex platen en gevuld met kwik. Hierin hangt bij iedere bak een nikkelrand, zodanig dat hetzij de rand, bij 1 en 2, hetzij de bakken, bij 3 en 4, aan het draaiende gedeelte bevestigd zijn en respectievelijk de bijbehorende bak of rand aan het stilstaande, zie ook photo 1. Zodoende wordt door het kwik een elektrisch contact verkregen, dat zeer laagohmig is, de weerstand van een elektrische aansluiting in de arm tot de bijbehorende buiten is ongeveer 0,01 ohm. De ruimten A en B zijn door het kwik gescheiden en dienen voor het overbrengen van de luchtdrukken. Door doorboringen in de perspex schijf C, die aan het draaiende gedeelte vastzit, worden de ruimten A en B verbonden met de drukaansluitingen op de arm, terwijl 2 pijpjes A' en B' zorgen voor de verbinding door de stilstaande as naar buiten.

b) Toerentalvariatie. Dit werd tot nu toe verkregen met behulp van de regelfactor 20 van de gelijkstroomshuntmotor en met een tussendrijfwerkje met vertraging 20, dat af- en aangezet kon worden. Een Arter variator, die een continue toerentalvariatie geeft van 1600 - 0 omw./min. is nu juist aangekomen, maar moet nog opgesteld worden.

c) Onderdrukking van de wervel. Bij metingen behandeld in par.3. bleek dat de wervel sterk slingerde en dat het

nodig was deze te onderdrukken. Daarom werd in de arm een vertikaal schot, S in fig.1, aangebracht, dat de ruimte waarin het vakwerk van de arm draait scheidt van het gedeelte waarin de anemometer zich bevindt, op een nauwe spleet van 1,5 cm. na, waar de instrumentenhouder en de elektrische en druk contacten door kunnen draaien.

* * *

3. De wervel.

Bij de bepaling van V uit .1. speelt de grootte w van de wervel een belangrijke rol, daarom werd deze uitvoerig onderzocht.

Het bleek daarbij, dat de wervel sterke slingeringen vertoonde, die nauwkeurige meting van V onmogelijk maakten. Deze slingeringen werden gemeten met een gloeidraad van diameter van 15μ , die opgenomen was in een tak van een brug van Wheatstone. Door de variaties in V komt uit de brug een daarmee wisselend signaal, dat door een gelijkspanningsversterker versterkt met een Hughes pen-schrijver geregistreerd werd, zie fig.3. Daar met een gelijkspanningsversterker gewerkt werd, was het mogelijk een gelijkspanningssignaal te registreren, dat ontstaat door een verandering van de gemiddelde snelheid V. Op deze wijze is dan de uitslag van de pen-schrijver te vergelijken met een bekende snelheidsvariatie. Het bleek daaruit dat bij snelheden boven 0,50 m/s. slingeringen met maximale amplitude van 8-10% in V voorkwamen. Daar de wervel verder in hoofdzaak door de arm werd verwekt, werd tot de in par.2c. behandelde afscheiding besloten. De resultaten hiermede bereikt geven nu een grote verbetering. De slingeringen in V zijn nu maximaal 3%, hiervan geeft fig.4. een beeld ditmaal opgenomen met een Brush pen-schrijver.

De grootte van de wervel wordt nu alleen door het te ijken instrument en de omwentelingsnelheid bepaald. Voor een bepaald instrument is de wervel uitgedrukt in % van V nagenoeg constant, zie graf.1. hierin geeft I het verband voor een gloeidraadanemometer en II voor een grote Pitotbuis, de gestreepte lijnen I' en II' zijn opgenomen voor-

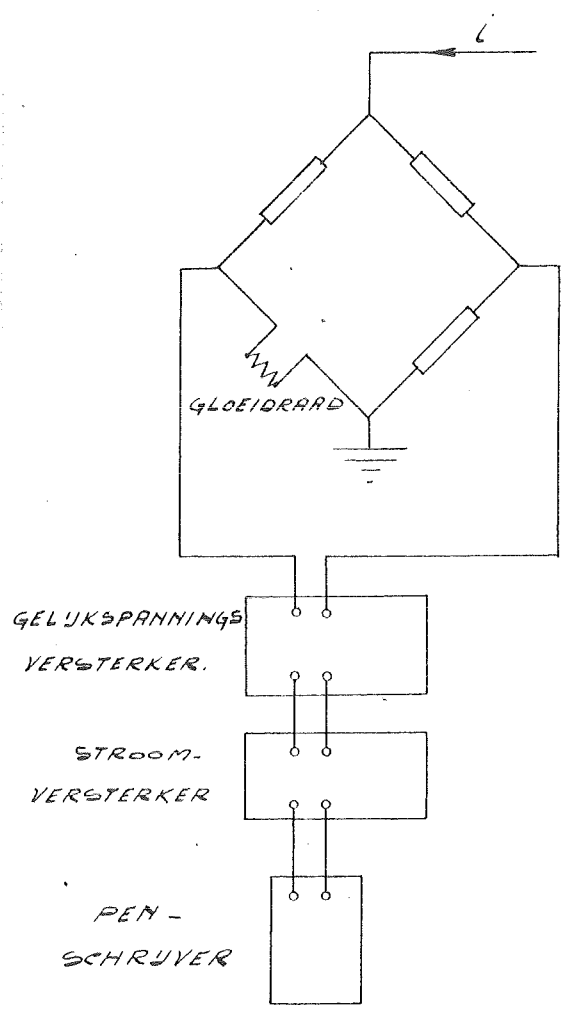
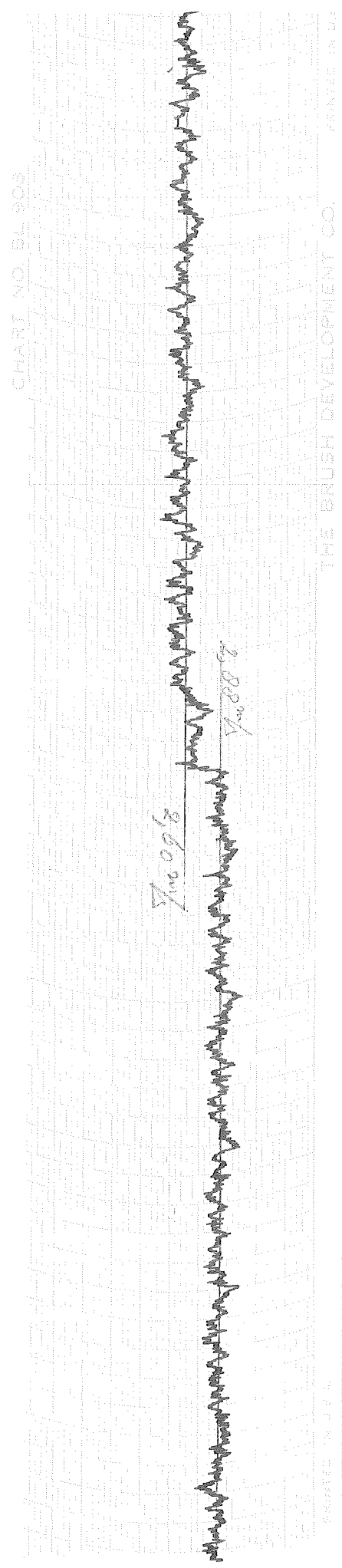
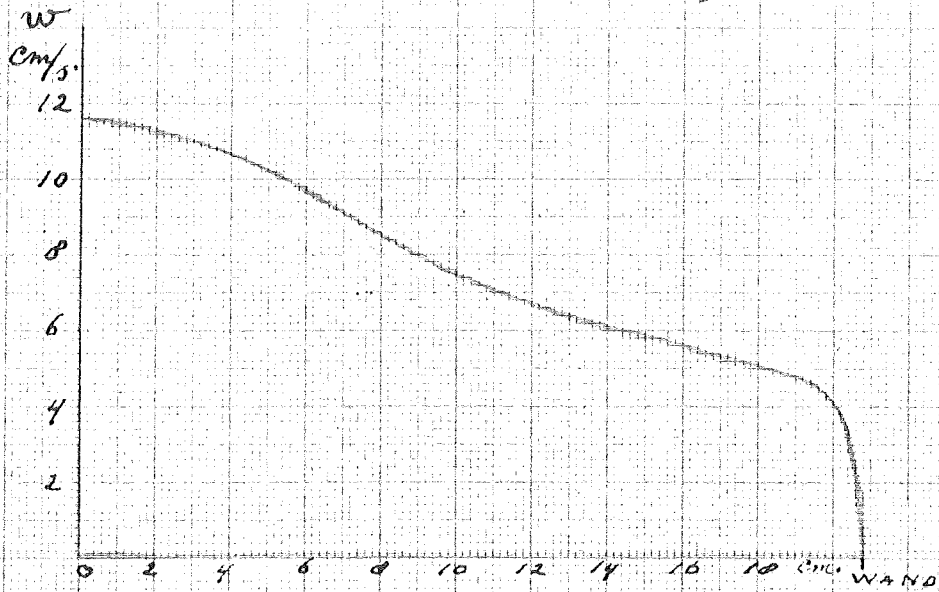


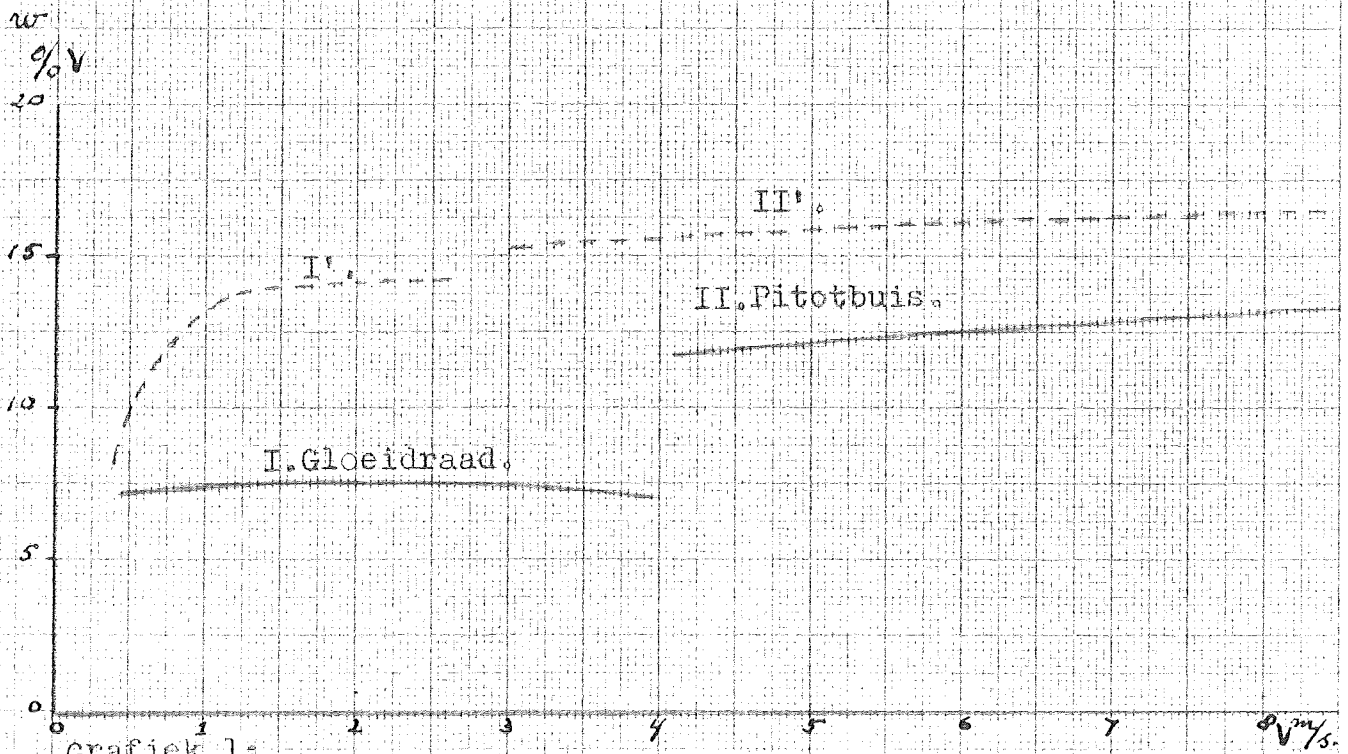
FIG. 3
MEETSCHAKELING
VOOR
SLINGERINGEN
WERVEL.

FIG. 4 SLINGERINGEN IN DE WERVEL.





Grafiek 2. Wervel profiel boven de gloeidraad bij $V = 1,50$ m/s.



Grafiek 1: De wervel in % van V als functie van V.

dat het schot in de arm was aangebracht, de wervel is dus vooral in het belangrijke gebied van 0,50-3 m/s. voor gloeidraadinstrumenten e.d. aanzienlijk kleiner geworden.

De constante procentuele waarde van de wervel valt te verklaren uit het feit dat de weerstand, die de arm ondervindt, gegeven wordt door:

$$W = (c_w) \cdot \frac{1}{2} \rho (v_0 - w)^2 \quad .2.$$

0.2. W = c_w \cdot \frac{1}{2} \rho (v_0 - w)^2
 dus is ook het door de arm op de lucht uitgeoefende moment evenredig met $(v_0 - w)^2$, terwijl het door de wand door wrijving uitgeoefende moment evenredig is met w^2 en daar deze elkaar in de stationnaire toestand in evenwicht moeten houden is dus te verwachten, dat in benadering w evenredig is met $(v_0 - w)$ en met v_0 .

De wervel proberen nog verder weg te werken door schotten in de ruimte, waarin de ampunt met anemometer draait, te plaatsen heeft bezwaren, daar deze dan dicht bij de baan van het te ijken instrument moeten komen, waardoor dit niet meer in een stromingsveld zonder wandeffecten beweegt. Terwijl volgens ervaringen van het N.P.L. (2) dit toch weinig ertoe doet voor de wervel op de baan van het instrument zelf.

De richting van de wervel is nagegaan met rook en met de richtingsgevoeligheid van gloeidraadanemometers. Daaruit volgde dat de stroming overal in de richting van v_0 was, dus een horizontale circulatie om de as van de arm.

Ook is gemeten het snelheidsprofiel van de wervel boven de gloeidraad, zie graf.2., deze is opgenomen bij $V=1,50$ m/s. Het blijkt hieruit dat het wervelprofiel op 0,5cm. boven de gloeidraad vlak genoeg is voor betrouwbare meting van w .

* * *

4. Pitotbuis ijkingen.

Door de kwiksloten is het mogelijk ook Pitotbuizen in de draaiende arm te ijken en wel tot snelheden van 10m/s. Deze kunnen ook afzonderlijk in een windtunnel geijkt worden en deze resultaten kunnen vergeleken worden. Wel is het verschil tussen stuw- en statische druk klein onge-

veer 5 mm. waterkolom en daardoor niet nauwkeurig te meten.
 Voor dit drukverschil geldt:

$$p_t - p_s = \alpha \frac{1}{2} \rho V^2 \quad .3.$$

waarin α een correctiefactor is, die zijn oorzaak vindt in het feit, dat de statische druk bij de statische drukopeningen niet precies die uit de ongestoorde stroming is. En wel is deze druk hoger door de opstuwung van de steel van de Pitotbuis en lager, doordat de gaatjes op eindige afstand van de kop zitten. Doordat deze effecten elkaar meer of minder tegenwerken is door gunstige waarden voor de maten van de buis te kiezen α dicht bij 1 en onafhankelijk van de snelheid te krijgen, althans bij snelheden groter dan 6m/s. Op grond van gegevens hierover van het N.P.L. (2), N.L.L.(3) en N.A.F.M.(4) werd voor metingen in de draaiende arm een normaal-Pitotbuis gemaakt volgens bijgaande tekening, zie fig.5. Hiervoor is daan een waarde voor α van 1,003 te verwachten. Door vergelijking met een standaard-Pitotbuis van het N.P.L., die op het laboratorium aanwezig was en waarvoor opgegeven is, dat $\alpha = 1,003$, bleek dat er geen meetbaar verschil tussen beide buizen was.

Deze Pitotbuis werd ook in de draaiende arm geijkt en het bleek daarbij, dat de snelheid gevonden uit $V = v_0 - w$ en uit .3. binnen 1% overeenstemden. Dit is echter juist de meetnauwkeurigheid. Doordat de te meten drukken zo laag waren, was de bepaling van V uit .3. nauwkeurig op 3 900. De grootste fout zit echter in w , die zoals gezegd nogal slingert en daardoor de fout in V van ongeveer 5 0/100 veroorzaakt.

Metingen met een traag instrument (bv. de in par.5. behandelde thermistor-anemometer), die dus de slingeringen zou middelen, gaf waarden voor de wervel die te hoog waren. Dit valt daaruit te verklaren, dat dit instrument ook de luchtstroom van de voorbijdraaiende Pitotbuis mee middelt, hetgeen natuurlijk niet moet.

* * * * *

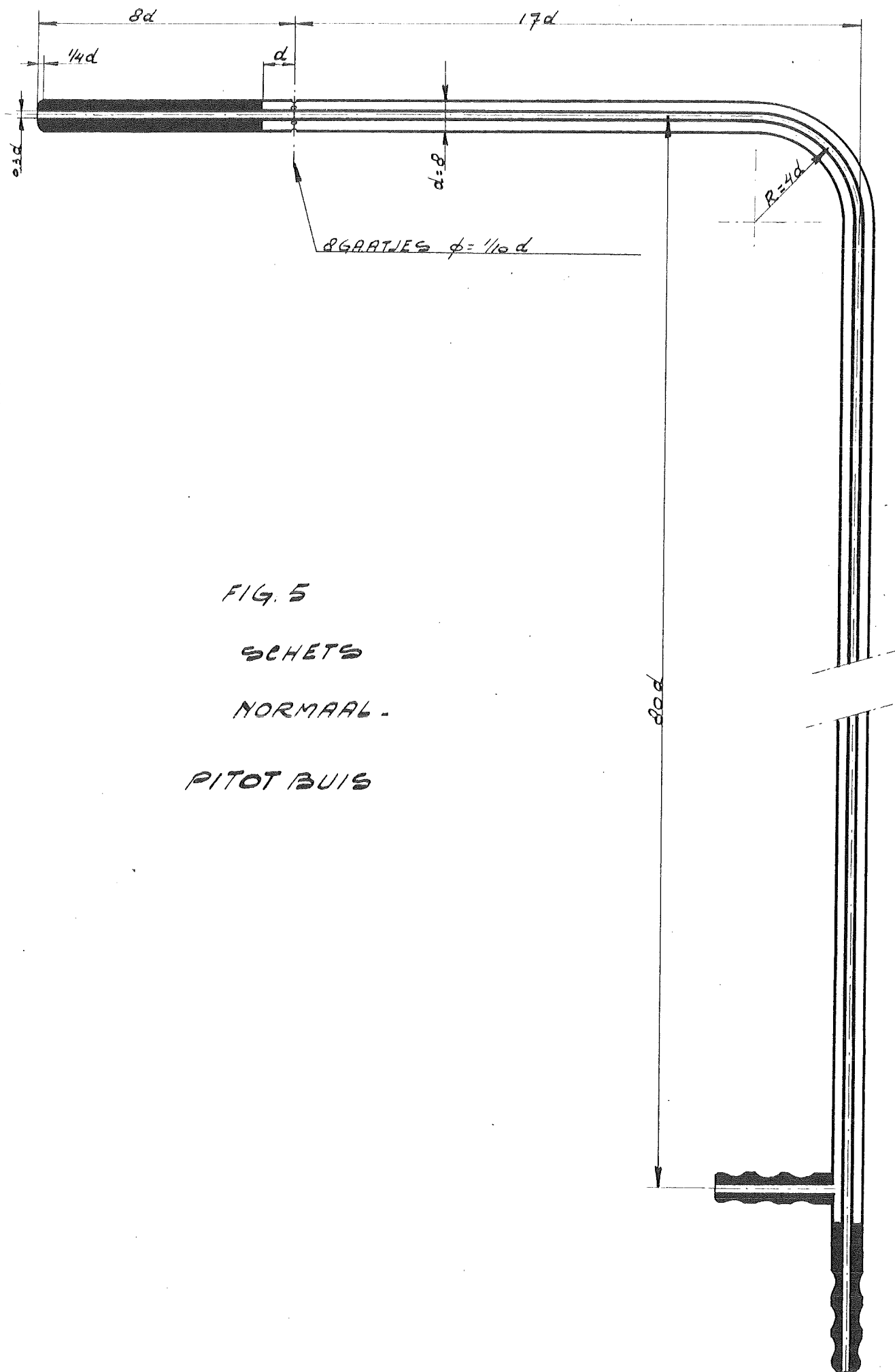


FIG. 5

SCHETS

NORMAAL.

PITOT BUIS

5. Thermistor-anemometer.

Voor het meten van lage luchtsnelheden worden meestal gloeidraden gebruikt. Dit is een metaaldraadje, dat warm gestookt wordt en waarvan de warmteoverdracht aan de stromende lucht afhangt van de luchtsnelheid en daarvoor dus een maat is. De in laboratoria gebruikte gloeidraden met diameters van 0,1 mm. en kleiner hebben voor de praktijk nogal bezwaren door hun kwetsbaarheid en het verlopen van de ijkcurve door stof en veroudering. Daarom werd een ander instrument ontwikkeld, dat deze bezwaren niet heeft.

Hiervoor wordt toch weer gebruik gemaakt van het gloëidraad principe. Echter wordt nu een thermco-weerstand (ook wel thermistor of N.T.C. weerstand genoemd) gebruikt. Dit weerstandsmateriaal is een halfgeleider bestaande uit bepaalde metaaloxiden, waarvan de weerstand R_T samenhangt met de temperatuur volgens:

$$R_T = R_C \cdot e^{a/T} \quad .4.$$

hierin zijn R_C en a constanten. Dit komt bij kleine temperatuurverschillen neer op een temp.coëfficiënt van ongeveer 4%, dat is 10 keer groter dan bij normale gloeidraden.

Als uitvoering is genomen een door Philips geproduceerde thermistor, waarbij het materiaal in een glazen buisje is aangebracht met diameter van ongeveer 2 mm. en lengte van ongeveer 10mm. Dit werd van buiten omwikkeld met Ni-Cr. draad, dat er met Araldit aan vastgekit werd.

Voor de uitvoering zie photo 2., de 2 buitenste toevoerdraden zijn de contactdraden voor de thermistor, terwijl de 2 binnenste van het Ni-Cr. draad zijn.

Door het Ni-Cr. draad wordt het element van buiten warm gestookt en de afkoeling en de temperatuur en weerstand van de thermistor hangen van de luchtsnelheid af. Dat hierbij van indirecte verhitting i.p.v. directe

door de thermistor zelf gebruik gemaakt moet worden, is

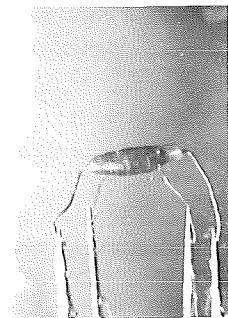


Photo 2. Thermistor-anemometer. (1,5x vergr.)

duidelijk, daar bij directe verwarming de meeste warmte door de toevoerdraden van de thermistor en weinig door de isolerende lucht en glas lagen zou gaan, waardoor de wandtemperatuur laag zou zijn en het element weinig gevoelig.

Indien met constante stroom door het Ni-Cr. draad gewerkt wordt, dan is de weerstand R van de thermistor dus afhankelijk van de luchtsnelheid V en de omgevings-temperatuur T_0 , deze laatste komt erin doordat $(T-T_0)$ van V afhangt, dus:

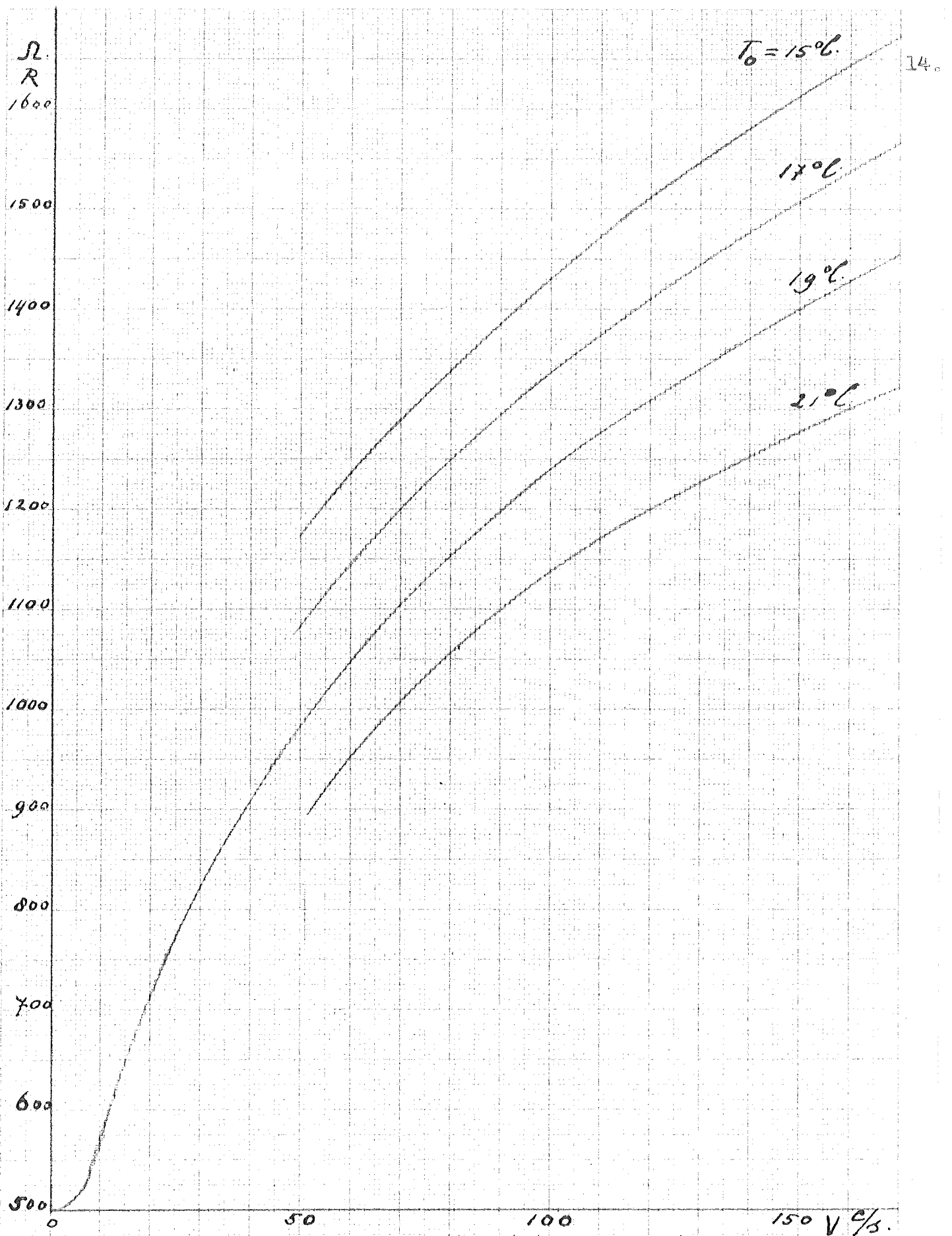
$$R = F(V, T_0)_{i=\text{const.}} \quad .5a.$$

Dit verband is bij allerlei waarden voor het stookvermogen opgenomen en het bleek het beste i.v.m de gevoeligheid een vermogen van 0,1 - 0,3 watt. te ontwikkelen (de weerstand van de stookdraad is ongeveer 10 ohm genomen). De temperatuur van het element is dan tussen 60 en 150 °C.

De grafieken 3 en 5 geven voorbeelden van dergelijke ijk-krommen. Zoals blijkt zijn de weerstandsverschillen groot en makkelijk te meten. Wel is er een grote afhankelijkheid van de luchttemperatuur T_0 , die dus afzonderlijk gemeten moet worden. Dit kan echter met het element zelf gebeuren door het niet warm te stoken, dan is de weerstand van de thermistor een maat voor T_0 die gevonden kan worden uit een ijkgrafiek als in graf.4. gegeven, dit is bij een klein temperatuurgebied praktisch een rechte.

De metingen van R moeten in een brug van Wheatstone gebeuren met een lage stroom (bv. $50 \mu A.$) door de thermistor, zodat de energie ontwikkeling daarin te verwaarlozen is, of men moet zorgen, dat deze stroom steeds ongeveer dezelfde waarde heeft als bij de ijking. Dit hoeft niet erg nauwkeurig bij kleine stromen, wel echter moet de stroom door de Ni-Cr. draad op een 0,5% constant zijn.

In plaats van meting van T_0 is het ook mogelijk een brug van Wheatstone te gebruiken met een compenserend element voor T_0 . Bij benadering geldt namelijk zoals uit de ijk-kromme (graf.3.) blijkt:



Grafiek 3. Ijkkrommen van een thermistor-anemometer.
 Stookvermogen: 0,25 Watt. Experimentele formule krommen
 tussen 50-200 c/s.:

$$R = R_V(1 + 0,0395(T_0 - 18)).$$

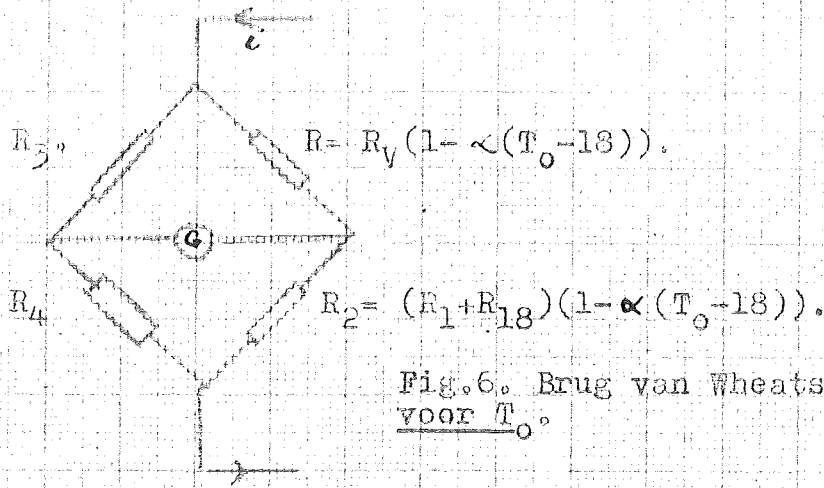
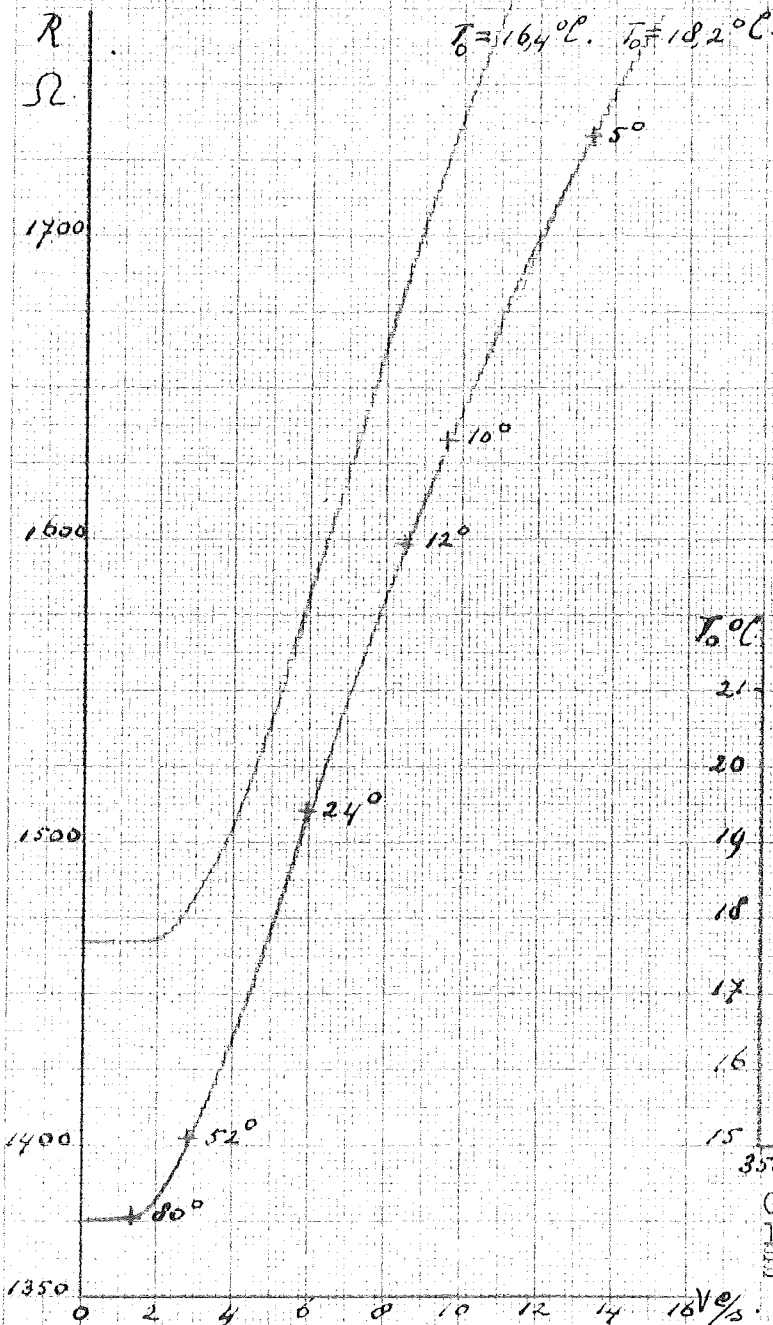
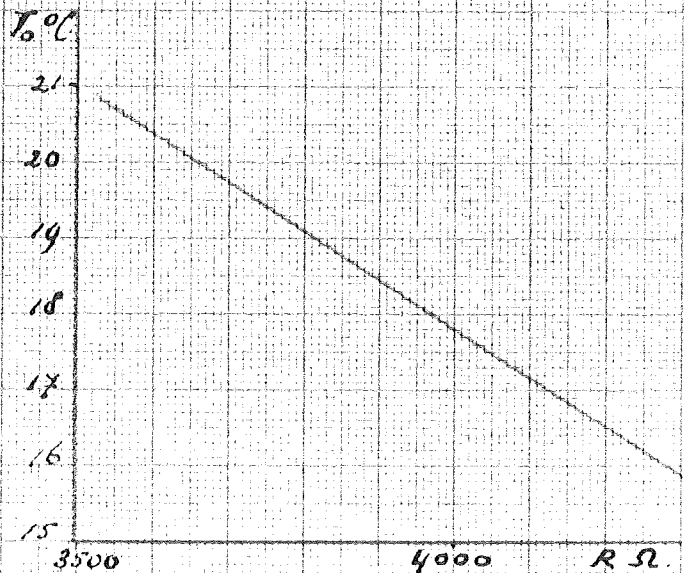


Fig. 6. Brug van Wheatstone met compensatie voor T_0 .



Grafiek 5. Ijkkrommen bij zeer lage snelheden. De getallen bij de + geven de hoek α_H met de horizontaal van de stroming door de vrije convectie.



Grafiek 4. Temperatuur afhankelijkheid van een niet warm gestockte thermistor.

$$R = R_v(1 - \alpha(T_0 - 18)). \quad .5b.$$

indien T_0 dicht bij 18°C ligt, R_v hangt nu alleen van V af en wordt gevonden uit de ijkgrafiek voor 18°C .

Neemt men nu in een andere tak van de brug van Wheatstone (zie fig.6.) een element op, waarvan de temperatuurscoëf. ook α is, dan is door dit ook in de luchtstroom te plaatsen compensatie van T_0 mogelijk. Hiervoor kan een andere thermistor genomen worden, die niet warm gestookt wordt, met een constante niet temperatuur afhankelijke weerstand ermee in serie. Immers bij benadering geldt voor de weerstand van de thermistor:

$$R_t = R_{18} \cdot (1 - \beta(T_0 - 18)). \quad .6.$$

en door de constante weerstand R_1 nu zo te kiezen dat:

$$R_1 + R_{18} = \frac{\beta}{\alpha} R_{18}. \quad .7.$$

wordt voldaan aan:

$$\begin{aligned} R_1 + R_t &= R_1 + R_{18} - \beta R_{18}(T_0 - 18) \\ &= R_1 + R_{18} - \alpha(R_1 + R_{18})(T_0 - 18) \\ &= (R_1 + R_{18})(1 - \alpha(T_0 - 18)). \end{aligned}$$

Op deze wijze is het mogelijk bij gunstige ijkcurven binnen een gebied van ongeveer 5°C een nauwkeurigheid van enige procenten te bereiken.

De traagheid van het element is ongeveer 1,5 min, en het is daardoor alleen bruikbaar voor het meten van gemiddelde snelheden. Bij instationnaire stromingen, zoals bv. in het in de vorige par. behandelde geval, kan dit een bezwaar zijn en moet men overgaan op dunne gloeidraden met geringe thermische traagheid.

* * * * *

6. De invloed van de vrije convectie.

Zoals uit de ijkcurven blijkt (vooral in graf.5.) is de thermistor tot ongeveer 0,03 m/s. ongevoelig. Dit wordt veroorzaakt door de vrije convectie. Immers door de overtemperatuur van de anemometer wordt de lucht eromheen warm en stijgt op. Dit geeft reeds bij een snelheid $V=0$ een warmte convectie. Tot 0,03 m/s. blijkt deze dus overheersend

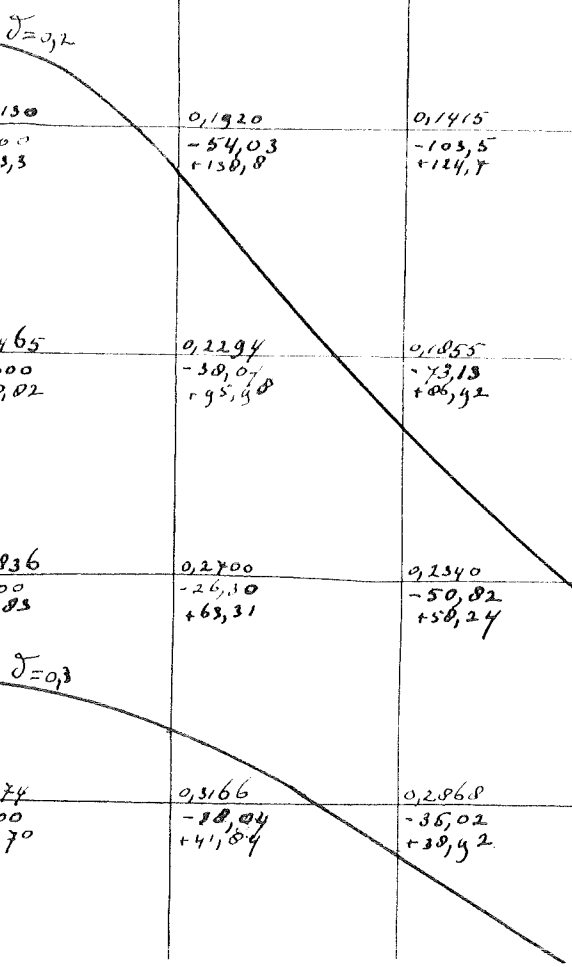
te zijn en de gedwongen convectie doet er dan niet veel toe. Bij hogere snelheden krijgt echter de gedwongen convectie de overhand. Bij snelheden in de orde van grootte van 0,1 m/s. zal echter een in een horizontale baan geijkte thermistor niet bruikbaar zijn voor het meten van verticale luchtsnelheden door de vrije convectie, daar in het 1^e geval de 2 effecten loodrecht op elkaar staan en in het 2^e in dezelfde richting werken.

Om na te gaan tot welke snelheden dit van belang is, werd een schlieren methode toegepast, zoals in het afstudeerverslag van Mans uitvoerig beschreven wordt. Op deze wijze is nml. een stroming met dichtheidsverschillen, hier door de warme lucht van de thermistor veroorzaakt, zichtbaar te maken. In de draaiende arm beschrijft de thermistor een horizontale baan, terwijl de vrije convectie een opwaartse beweging aan de lucht geeft, zodoende maakt de gemiddelde luchtstroming een hoek met de horizontaal, afhankelijk van de relatieve invloed van de vrije convectie. De photo's 3-14 geven hiervan duidelijke voorbeelden. Er zijn 2 series opgenomen, een met een vrij warme thermistor, $\pm 150^{\circ}\text{C}$ (3-8) en een met lage temperatuur, $\pm 60^{\circ}\text{C}$, (9-14). Hieruit blijkt, vooral bij de photo's 4 en 10, 6 en 13, dat het effect het grootst is bij de warme thermistor. Het verdient daarom aanbeveling om voor het meten van zeer lage luchtsnelheden het stookvermogen klein te houden (0,1 watt en lager). Bij hogere snelheden worden deze anemometers dan ongevoelig en moet men met groter stookvermogen werken. Een methode, zoals bij gloeidraden in gebruik, waarbij met constante temperatuur van het element gewerkt wordt is i.v.m. de traagheid van de thermistor-anemometer daarbij niet bruikbaar.

Uit de photo's blijkt ten slotte, dat bij snelheden groter dan 0,2 m/s. de stroming horizontaal is en de invloed van de gedwongen convectie dus overheersend. Dit geeft dus de indruk, dat met redelijke nauwkeurigheid het instrument ook voor verticale snelheden boven de 0,3 m/s. te gebruiken is.

* * * * *

2,3	0,0476 0,000 +4272	0,0000 -2539 +3762	0 -4109 +1303	0 -4109 +1349	0 -2539 -3480	0,0000 -4320	1375,1 ↑					
2,1	0,0648 0,000 +2268	0,0001 -1352 +1047	0,0000 -1189 +732,4	0 -2190 -686,6	0 -1352 -1066	0 -432,8 -2324						
1,9	0,0889 0,000 +1173	0,0032 -720,9 +962,4	0,0000 -1168 +352,8	0 -1169 -348,8	0 -723,7 -979,2	0 -432,8 -1227	39,2					
1,7	0,1187 0,000 +601,82	0,0211 -383,0 +587,4	0,0002 -621,5 +193,8	0,0000 -621,6 -173,3	0 -386,4 +515,2	0 -432,8 -652,6	208,7					
1,5	0,1784 0,000 +300,1	0,130 -105,6 +288,5	0,0636 -201,4 +253,8	0,022 -388,4 +195,2	0,0055 -328,9 +117,5	0,0010 -547,8 +21,7	0,0003 -332,6 -81,63	0,0000 -284,3 -102,5	0,0000 -207,4 -267,5	0,0000 -109,3 -325,4	0,0000 -432,8 -844,4	111,32
1,4	0,1849 0,000 +208,6	0,1580 -75,80 +201,2	0,1030 -145,0 +178,7	0,0510 -200,9 +140,5	0,0200 -238,2 +86,81	0,0070 -252,8 +20,00	0,0025 -243,7 -34,47	0,0010 -208,1 -128,14	0,0003 -182,2 -191,1	0,0002 -80,35 -253,6	0,0001 -432,8 -248,6	81,28
1,3	0,2130 0,000 +143,3	0,1920 -54,03 +138,8	0,1415 -103,5 +124,7	0,0865 -144,0 +93,85	0,0463 -171,7 +65,76	0,0218 -183,2 +17,42	0,0110 -176,8 -35,58	0,0058 -152,4 -89,08	0,0030 -111,8 -135,4	0,0016 -57,17 -167,0	0,0010 -432,8 -178,2	59,39
1,2	0,2465 0,000 +98,82	0,2294 -38,07 +95,98	0,1855 -73,13 +86,92	0,1330 -102,3 +70,58	0,0867 -122,8 +46,13	0,0535 -132,0 +13,95	0,0335 -128,3 -23,56	0,0202 -111,2 -61,97	0,0132 -81,99 -95,54	0,0110 -43,52 -118,5	0,0093 -432,8 -126,7	43,38
1,1	0,2836 0,000 +64,83	0,2700 -26,10 +63,31	0,2340 -50,82 +58,24	0,1864 -71,65 +48,50	0,1385 -86,76 +32,99	0,1002 -64,16 +11,59	0,0706 -92,54 -14,24	0,0506 -80,69 -41,33	0,0385 -59,85 -65,41	0,0318 -31,89 -82,07	0,0298 -432,8 -87,02	31,68
1,0	0,3274 0,000 +42,70	0,3166 -88,04 +41,84	0,2868 -36,02 +38,92	0,2460 -49,72 +32,96	0,2016 -60,08 +23,01	0,1611 -66,41 +8,787	0,1273 -65,63 -8,792	0,1022 -57,73 -27,53	0,0841 -43,03 -42,35	0,0732 -22,99 -56,05	0,0706 -432,8 -60,25	23,14



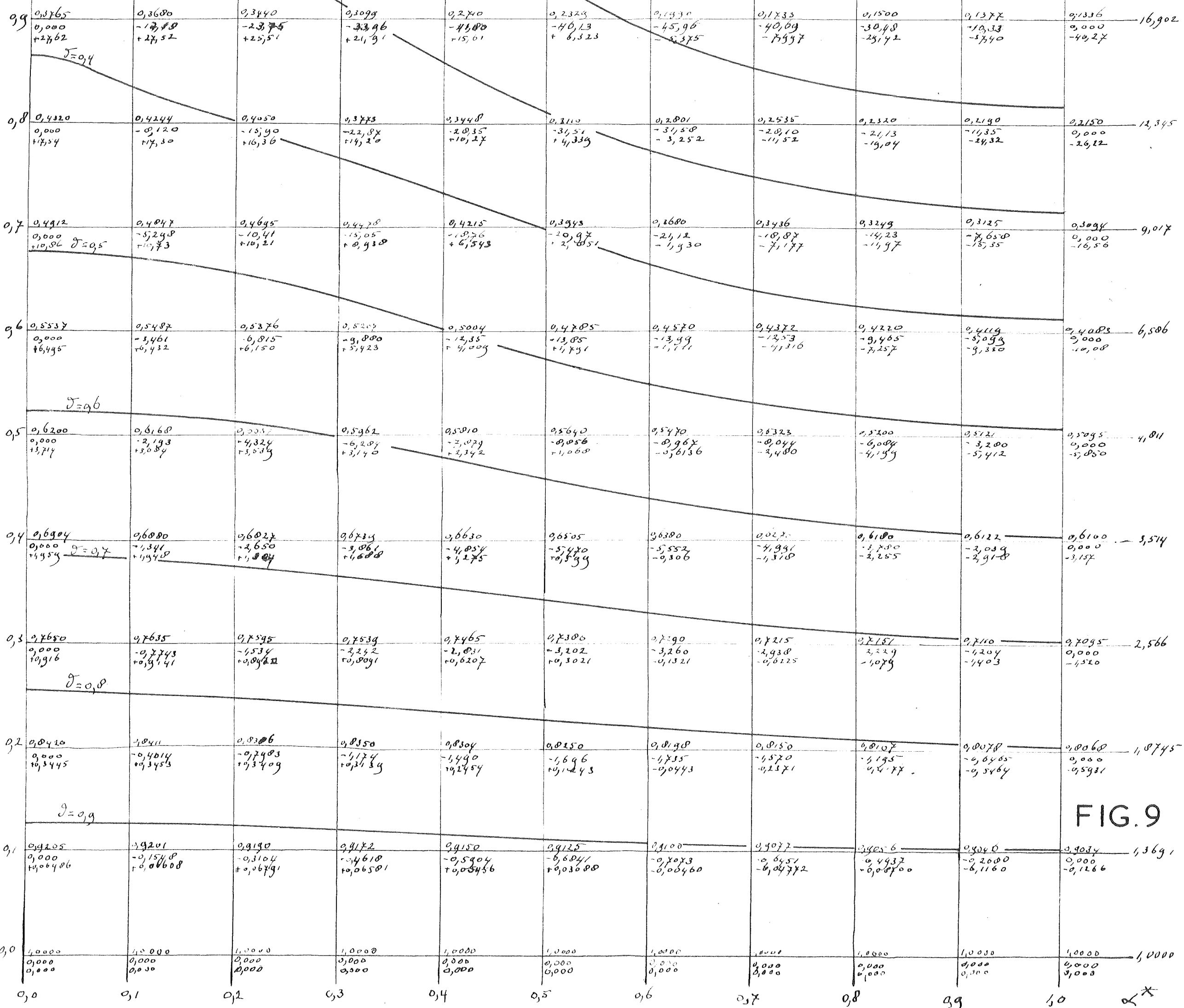
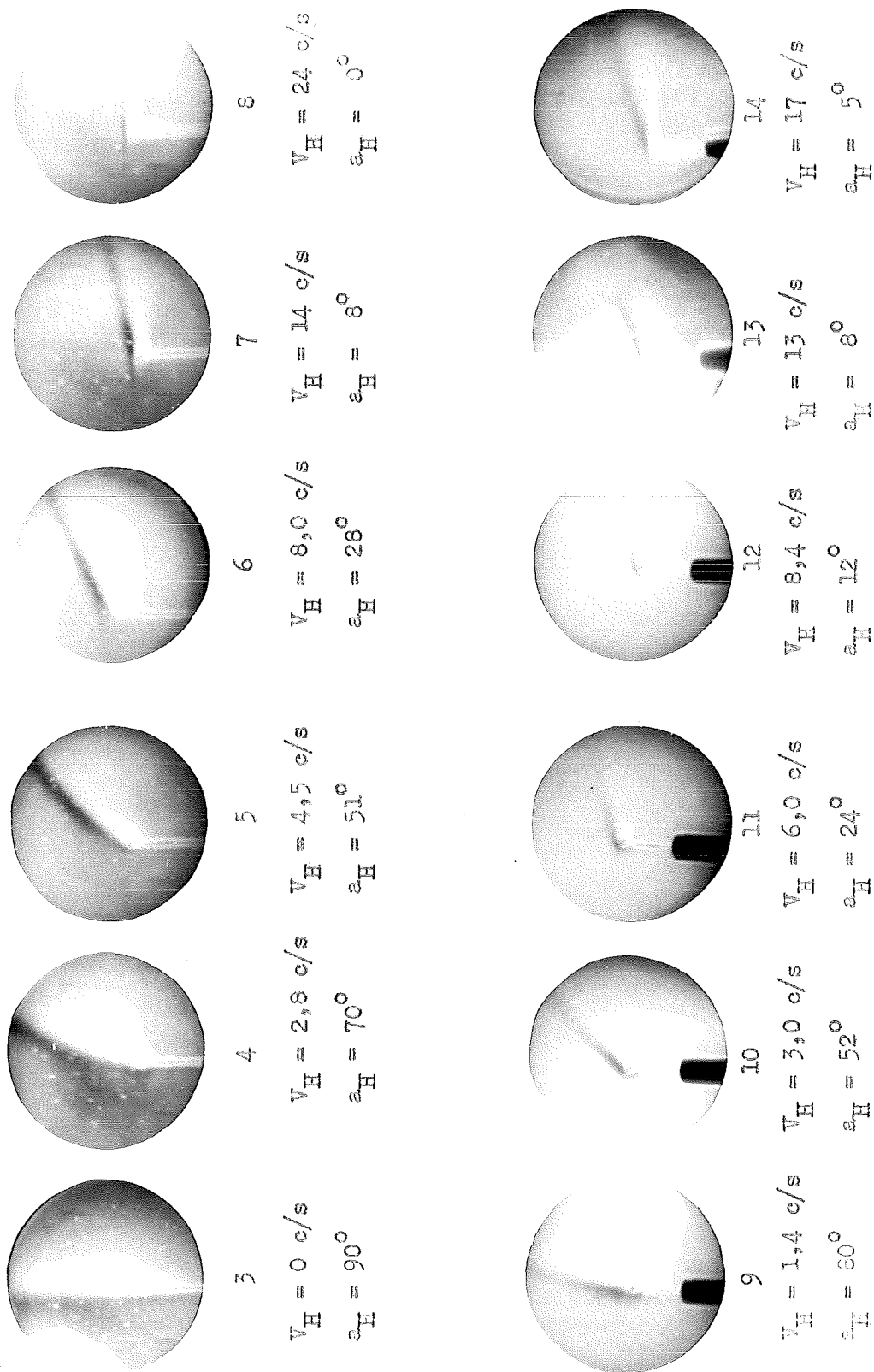


FIG. 9



Photo's 3 - 14 Schlierenopnamen thermistors.

Photo's 3-8 Schlierenopnamen van een warme thermistor (150°C)
 9-14 ,, ,, ,, ,, minder warme ,, (60°C).
 V_H is de horizontale luchtsnelheid en α_H de hoek, die de stroming met de horizontaal maakt.

7. Gloeidraden.

Aangezien de traagheid van de thermistor-anemometer bij sommige metingen dit instrument onbruikbaar maakt, moet men in die gevallen van gloeidraden gebruik maken. Daarom werden ook gloeidraden geijkt. De moeilijkheden bij gloeidraden worden meestal veroorzaakt door:

- 1) Kwetsbaarheid. Deze is minder bij dikke draden.
- 2) Stof. Door de stof in de lucht vervuult de draad, dit heeft minder invloed bij dikke draden, terwijl die bovendien door hun grotere stevigheid makkelijker te reinigen zijn.
- 3) Verouderen. Dit is het minste bij een zuiver metaal en bij niet te warm opstoken. Bij hoge temperaturen zet het draadje zoveel uit, dat de spanningsverandering erin verouderingsverschijnselen kan geven.
- 4) Oxyderen. Dit is bij lage temperaturen en bij Pt. draad niet het geval.

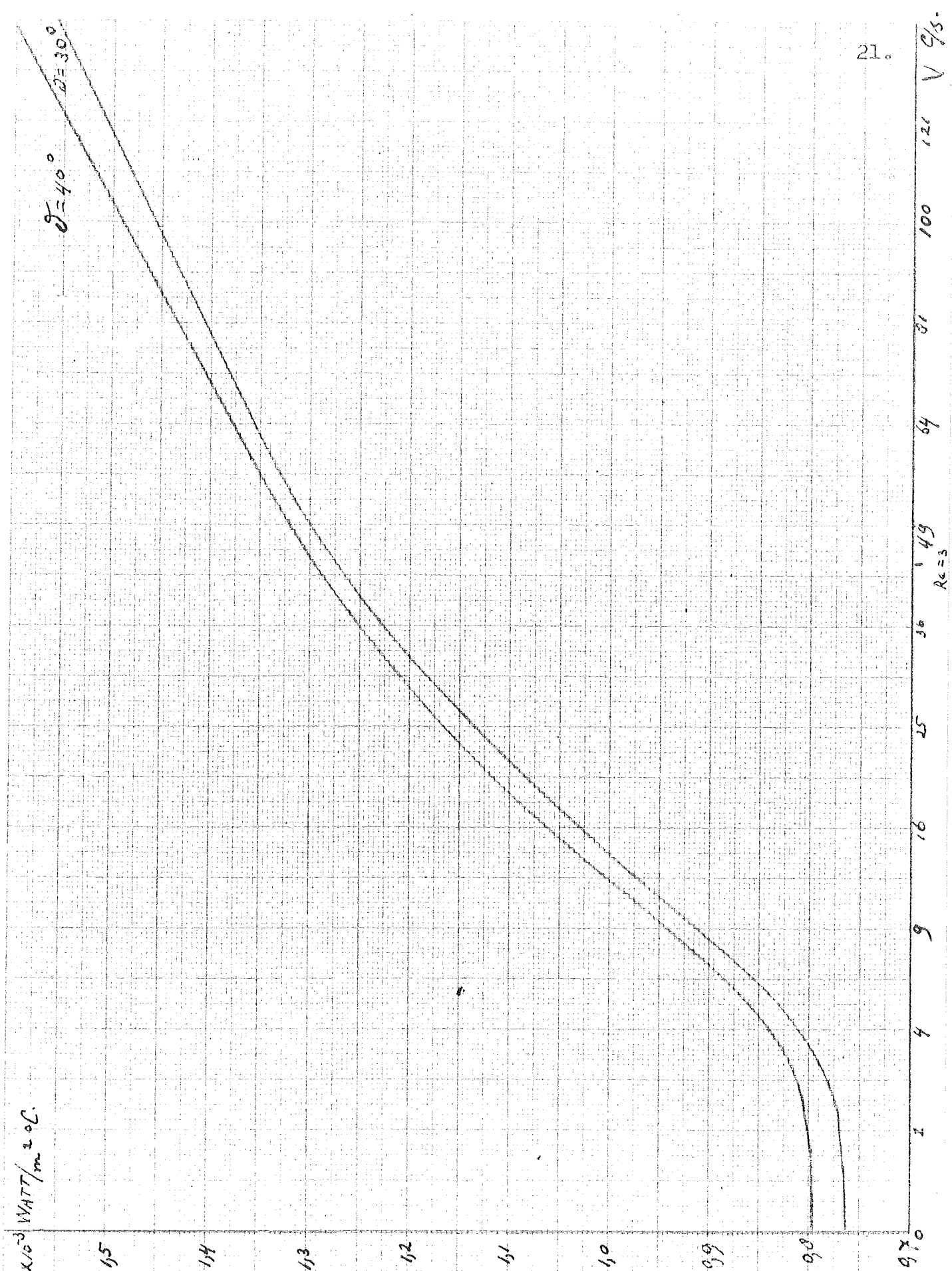
Op grond van deze punten werd voor de gloeidraadane-mometer een Pt-draadje met diameter van 0,1 mm. genomen, dat tot maximaal 100 °C werd opgestookt. Nadelen hieraan zijn nu, dat de weerstand van een dergelijke dikke draad laag is en daarom met een compensator gemeten moest worden, hiermede is echter meteen ook de stroom door de draad nauwkeurig te meten. Verder is door de kleine overtemperatuur ook de luchttemperatuur T_0 van belang, die dus afzonderlijk gemeten moet worden. Terwijl ten slotte bij deze dikke draad de invloed van de uiteinden groot is, tenzij men een lange draad neemt. Dit was voor ons doel bezwaarlijk en er werd daarom slechts een draadlengte van 3,5 mm. gebruikt, waarbij dus veel warmte door de uiteinden afvloeit. Daar de naalden, waar de draad tussen gespannen is, nu ook niet veel groter dan de gloeidraad diameter zijn, is de naaldtemperatuur ook niet gelijk aan die van de lucht te stellen en is een berekening op grond hiervan van het warmteverlies door de uiteinden tot mislukken gedoemd (zoals ook bleek). Bij anemometers, die in de draaiende arm geijkt worden doet

het er echter niet toe, dat deze waarde niet te berekenen is. Wel is het belangrijk, indien men de warmteoverdracht aan de lucht wil weten, dus $Nu = f(Re)$, hierin is $Nu = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda}$ en $Re = \frac{V \cdot d}{\nu}$, α is de warmteoverdrachtscoëf. van de draad aan de stromende lucht, d de diameter, λ de warmtegeleidingscoëf. en ν de kinematische viscositeit van de lucht bij de gemiddelde temperatuur tussen draad en lucht. Kent men dit verband, dan is het in principe mogelijk ook metingen te doen met een in de arm geijkte gloeidraad in gassen onder andere omstandigheden dan in de arm, bv. dus bij hogere temperaturen. Het verband tussen Nu en Re wordt overigens in de literatuur gegeven, zie R.Hilpert (5) en M.Jakob (6). Het zou echter interessant zijn deze metingen in de arm te herhalen en tot nog lagere getallen van Re te komen. Hiervoor moet dan een dunner en langer draadje gebruikt worden, dan in het in deze par. besproken geval gebruikt werd.

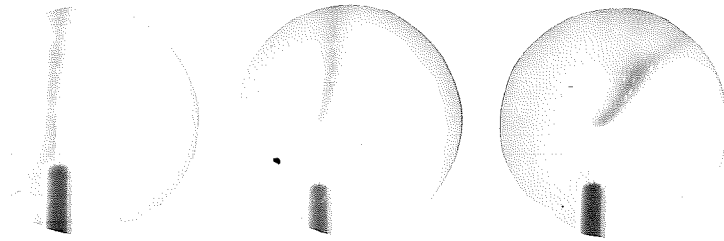
De gloeidraadanemometer, waaraan metingen gedaan werden, werd gespannen tussen 4 naalden, 2 voor de stroomtoevoer en de middelste voor spannings-metingen, met de compensator. Allereerst werd het verband tussen weerstand en temperatuur opgenomen in een paraffine bad. Dit gaf voor deze Pt. draad een soortelijke weerstand bij 20 °C van $1,222 \cdot 10^{-7}$ ohm.m. en een temperatuurscoëf. $\alpha = 3,40 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ en $\beta = -1,37 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-2}$

Bij de ijkings in de arm werd $\frac{i^2 \cdot R}{T_d - T_0}$ bepaald als functie van de luchtsnelheid. Grafiek 6 geeft ijk-krommen bij verschillende $T_d - T_0$. Bij lage snelheden is weer duidelijk zichtbaar de invloed van de vrije convectie, hiervan zijn ook schlieren opnamen gemaakt, photo's 15-21, daaruit blijkt dat bij $V = 0,16 \text{ m/s}$. de gedwongen convectie overheerst. Bij hogere snelheden $Re \geq 3$ is de convectie evenredig met $V^{1/2}$, in het gebied tussen 17 en 45 cm/s is dit niet het geval, maar is de exponent lager, dat dit niet door de vrije convectie veroorzaakt kan worden, is plausibel uit de photo's en uit het feit, dat de afwijking van de kromme juist in de andere zin is dan door de vrije convectie veroorzaakt.

Reeds enige maanden treden in de zo gevonden ijk-kromme geen afwijkingen op, hetgeen wijst op bevredigende resultaten met gloeidraadanemometers te verkrijgen, indien men de punten 1-4 in het oog houdt.



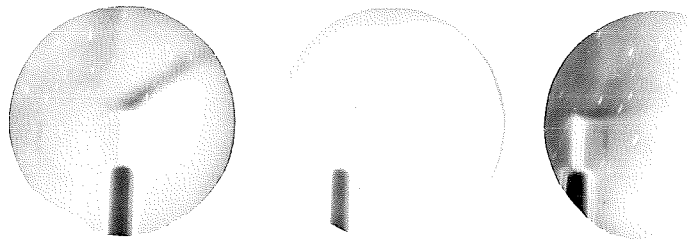
Grafiek 6. Ijkkromme gloeidraden. Uitgezet is de energie ontwikkeling in de draad gedeeld door het buitenoppervlak en de gemiddelde overtemperatuur tegen de wortel uit V.



15
 $V_H = 0$ c/s.
 $Re = 0$
 $a_H = 85^\circ$

16
 $V_H = 2,8$ c/s.
 $Re = 0,19$
 $a_H = 75^\circ$

17
 $V_H = 5,7$ c/s.
 $Re = 0,38$
 $a_H = 48^\circ$



18
 $V_H = 7,5$ c/s
 $Re = 0,5$
 $a_H = 44^\circ$

19
 $V_H = 11,6$ c/s
 $Re = 0,78$
 $a_H = 15^\circ$

20
 $V_H = 16,2$ c/s
 $Re = 1,09$
 $a_H = 0^\circ$

Photo's 15-20. Schlierenopnamen van een gloeidraad.
 V_H is de horizontale lichtsnelheid, Re is hierop
 betrokken, a_H is de hoek, die de stroming met de
 horizontaal maakt. De overtemperatuur \mathcal{J} is in alle
 gevallen 50° en het getal van Grasshof is $0,57 \cdot 10^{-2}$.

8. Numerieke methode voor de berekening van de gedwongen convectie bij een laminaire stroming om een cylinder met as loodrecht op de stromingsrichting.

Zoals in de vorige paragraaf gezegd, is het in de draaiende arm mogelijk de gedwongen convectie bij gloeidraden te meten tot bij lage getallen van R_e (< 1). Om een indruk hiervan te geven, bij een snelheid van 1 m/s. en een gloeidraad-diameter van 10μ is R_e ongeveer 0,6 en met een Wo. draadje van 3μ , zoals bij turbulentie metingen gebruikt wordt, is $R_e=1$ bij $V=5$ m/s.

De stroming om de cylinder bij dergelijke lage getallen van R_e is laminair en uit de vergelijkingen van Navier-Stokes op te lossen door deze te lineariseren volgens een door Oseen gegeven methode. Hiermede is dan bijvoorbeeld de stromingsweerstand van een cylinder te berekenen en dit geeft resultaten, die tot $R_e=3$ goed met de experimenten overeenstemmen, zie bv. artikelen van S. Tomotika en T. Aoi (7) en (8). Daarom werd gezocht deze oplossing ook ten nutte te maken voor de gedwongen convectie van een of andere scalaire grootte, in dit geval de warmte, van een cylinder in een dergelijke laminaire stroming, zonder dat die stroming door die grootte beïnvloed wordt.

De vergelijkingen voor dit probleem zijn bij warmteconvectie:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \Delta u \quad .8.$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \Delta v \quad .9.$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad .10.$$

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = \rho c \cdot \left(u \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad .11a.$$

met randvoorwaarden:

$u=0$ en $v=0$ voor $r'=r'_c$, d.i. op de cylinderwand,

$u=U$ en $v=0$ voor $r'=\infty$

$T=T_c$ voor $r'=r'_c$ en $T=T_0$ voor $r'=\infty$

De symbolen stellen resp. voor:

u en v snelheidscomponenten in de x en y richting, in het vlak loodrecht op de cylinder-as ($r' = \sqrt{x^2 + y^2}$), ρ de soort. massa van het medium, μ de viscositeit, λ de warmtegel. coef. c de soort. warmte, p de druk en T de temperatuur.

Verondersteld is, dat ρ en μ constant zijn en er dus ook geen vrije convectie is. Terwijl ook termen, die de wrijvingswarmte geven, in .11a. verwaarloosd zijn.

De oplossing van .8., .9., en .10. is dan onafhankelijk van .11a. en na linearisatie te vinden, zie (7). In cylindercoördinaten en dimensieloos gemaakt door de snelheden door U te delen en met $r = \frac{r'}{r_c}$, $Re = \frac{2r_c U}{\mu}$ en α als hoekcoördinaat vindt men:

$$v_r = \left(1 - \frac{1}{r^2}\right) \cos \alpha + \frac{1}{4} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_m \cdot \left(\Phi_{mn} \left(\frac{1}{2} Re\right) - \Phi_{mn} \left(\frac{1}{2} Re \cdot r\right) \cdot r^{n+1} \right) \frac{\cos n \alpha}{r^{n+1}} \quad .12.$$

$$v_\alpha = -\left(1 - \frac{1}{r^2}\right) \sin \alpha + \frac{1}{4} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_m \cdot \left(\Psi_{mn} \left(\frac{1}{2} Re\right) - \Psi_{mn} \left(\frac{1}{2} Re \cdot r\right) \cdot r^{n+1} \right) \frac{\sin n \alpha}{r^{n+1}} \quad .13.$$

$$\text{met: } \Phi_{mn} = (K_{m+1} + K_{m-1}) (I_{m-n} + I_{m+n}) + K_m (I_{m-n-1} + I_{m-n+1} + I_{m+n-1} + I_{m+n+1})$$

$$\text{en: } \Psi_{mn} = (K_{m+1} - K_{m-1}) (I_{m-n} - I_{m+n}) + K_m (I_{m-n-1} - I_{m-n+1} - I_{m+n-1} + I_{m+n+1})$$

$$\text{en } B_m \text{ volgt uit: } \sum_{m=0}^{\infty} B_m \lambda_{mn} \left(\frac{1}{2} Re\right) = \begin{cases} 4 & \text{voor } n=1 \\ 0 & \text{voor } n=2, 3, 4, \text{ enzv.} \end{cases}$$

$$\text{met } \lambda_{mn} = I_{m-n} K_{m-1} + I_{m+n} K_{m+1} + I_{m-n+1} K_m + I_{m+n-1} K_m \quad .14.$$

waarin I_n en K_m resp. de Bessel functies J_n met imaginair argument en de Hankel functie H_n^1 met imaginair argument voorstellen, op een factor na, zie Watson (9).

In cylindercoördinaten en dimensieloos gemaakt met $\mathcal{J} = \frac{T - T_0}{T_c - T_0}$ en $Pe = Re \cdot \frac{\mu}{\lambda / \rho c}$ wordt .11a.:

$$\frac{\partial^2 \mathcal{J}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathcal{J}}{\partial \alpha^2} = \frac{1}{2} \cdot Pe \left(v_r \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot v_\alpha \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \alpha} \right) \quad .11b.$$

waarin nu uit 12 en 13 v_r en v_α bekend zijn.

Neemt men in 12 en 13 alleen de termen $v_r = \cos \alpha$ en $v_\alpha = -\sin \alpha$ mee, dan is het probleem op te vatten als een warmtebron in een ongestoorde parallelstroming en is de oplossing:

$$\mathcal{J} = \exp. \frac{1}{2} Pe (r-1) \cos \alpha \cdot \frac{K_0 \left(\frac{1}{2} Pe \cdot r\right)}{K_0 \left(\frac{1}{2} Pe\right)} \quad .15.$$

Neemt men in v_r ook nog $\frac{1}{r} 2 \cdot \cos \alpha$ mee, dan geeft dit de potentiaalstroming om de cylinder en hiervoor is het probleem door King bekeken, hij geeft, zie(10):

$$\mathcal{J}(X, Y) = \int_{-2}^{+2} h(\xi) \cdot \exp. \frac{1}{2} Pe' (X-\xi) \cdot K_0 \left| \frac{1}{2} Pe' \sqrt{Y^2 + (X-\xi)^2} \right| d\xi. \quad .16$$

waarin $h(\xi)$ volgt uit de integraalvergelijking:

$$1 = \int_{-2}^{+2} h(\xi) \exp. \frac{1}{2} Pe' (X-\xi) \cdot K_0 \left| \frac{1}{2} Pe' (X-\xi) \right| d\xi. \quad .17$$

voor X tussen -2 en $+2$ en waarbij X en Y de coördinaten na de conforme transformatie van de cirkel in een vlakke plaat voorstellen ($X=x^2-y^2$ en $Y=x \cdot y$).

Er is geen analytische oplossing van 11b. bekend met de volledige uitdrukkingen 12. en 13. Met behulp van de relaxatie methode is het echter mogelijk het temperatuurveld numeriek te berekenen.

Voer daarvoor in de coördinaten:

$$\pi \beta^* = \ln. r. \quad \text{en} \quad \pi \alpha^* = \alpha$$

dan wordt 11b:

$$\frac{\partial^2 \mathcal{J}}{\partial \alpha^{*2}} + \frac{\partial^2 \mathcal{J}}{\partial \beta^{*2}} = A \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \alpha^*} + B \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \beta^*} \quad .11c$$

waarin $A = \frac{1}{2} Pe' \pi \exp. \pi \beta^* \cdot v_r$ en:

$$B = \frac{1}{2} Pe' \pi \exp. \pi \beta^* \cdot v_r.$$

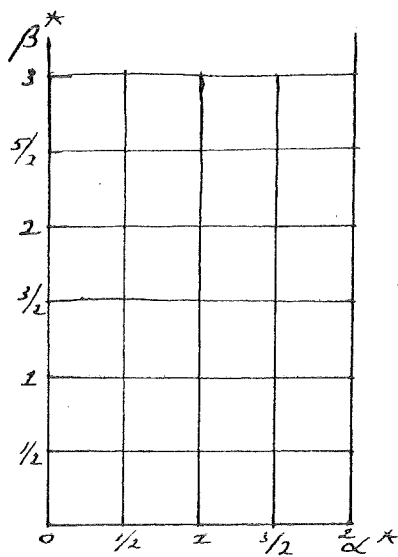


Fig. 7.

Het veld wordt nu een halve on-eindige strook in het $\alpha^* \beta^*$ vlak, zie fig. 7., waarbij langs de α^* -as $\mathcal{J} = 1$ en voor $\beta^* = \infty, \mathcal{J} = 0$. Verder is het temperatuurveld om de lijnen $\alpha^* = 0$ en $\alpha^* = 1$ symmetrisch.

Over dit veld legt men nu een netwerk van vierkanten met zijde a en men vervangt 11c. door een differentie-vergelijking voor de hoekpunten.

Deze wordt:

$$\frac{1}{a^2} (\mathcal{J}_1 + \mathcal{J}_2 + \mathcal{J}_3 + \mathcal{J}_4 - 4\mathcal{J}_0) - A \frac{1}{2a} (\mathcal{J}_1 - \mathcal{J}_3) - B \frac{1}{2a} (\mathcal{J}_2 - \mathcal{J}_4) = 0$$

Fig. 8.

hierin zijn A en B in elk punt bekend (voor de indices zie fig.8).

Als eerste oplossing kan men bij de punten invullen de waarden verkregen uit .15. bij de parallelstroming. In het algemeen zal dan het rechterlid van .11d. voor de diverse punten niet 0 zijn, maar een waarde R hebben. Door steeds daar, waar R groot is, \mathcal{J}_0 zo te veranderen, dat R klein wordt, kan men deze voor alle punten van het veld klein maken en is een oplossing van de differentie vergelijking tot op de gewenste nauwkeurigheid te vinden.

Aangezien men dit proces niet tot $\beta^* \rightarrow \infty$ kan uitvoeren, moet men voor een eindige waarde van β^* als randvoorwaarde nemen $\mathcal{J} = 0$. Hiervoor kan men een waarde nemen voor β^* , waarvoor \mathcal{J} volgens .15. voor alle α^* zeer klein is.

* * * * *

9. Berekening van het temperatuur en snelheidsveld voor een luchtstroming om een cylinder met $R_e = 0,25$.

Volgens de hierboven ontwikkelde methode werd begonnen het probleem door te rekenen voor een luchtstroming met $R_e = 0,25$. Daarvoor werden de waarden van v_r en v_α berekend in punten op afstand $a = 0,05$, dus bv. $\alpha = 0, = 0,05\pi, = 0,1\pi$, etc. Bij deze lage waarde van R_e blijkt dat B_m snel afneemt voor toenemende m , daarom is alleen $m=0$ en $m=1$ meegenomen, daar ook Φ_{mn} en Ψ_{mn} bij toenemende m afnemen. Verder zijn voor n alleen de waarden 1 en 2 meegenomen, hogere waarden hebben niet veel invloed, zie (7) en maken het rekenwerk gecompliceerder.

Berekening van B_0 en B_1 uit .14. geven dan:

$$B_0 = 0,5940 \quad \text{en} \quad B_1 = -0,0073.$$

v_r en v worden gegeven door:

$$v_r = \left[\left(1 - \frac{1}{r^2} \right) + 0,1485 \left\{ \frac{\Phi_{01}(0,0625)}{r^2} - \Phi_{01}(0,0625.r) \right\} - 0,001821x \right. \\ \left. \times \left\{ \frac{\Phi_{11}(0,0625)}{r^2} - \Phi_{11}(0,0625.r) \right\} \right] \cos \alpha + \left[0,1485 \left\{ \frac{\Phi_{02}(0,0625)}{r^3} - \Phi_{02}(0,0625.r) \right\} - 0,001821 \left\{ \frac{\Phi_{12}(0,0625)}{r^3} - \Phi_{12}(0,0625.r) \right\} \right] \cos 2\alpha.$$

$$v_{\alpha} = \left[-\left(1 - \frac{1}{r^2}\right) + 0,1485 \left\{ \frac{\Psi_{01}(0,0625)}{r^2} - \Psi_{01}(0,0625.r) \right\} - 0,00182 \times \right. \\ \left. \times \left\{ \frac{\Psi_{11}(0,0625)}{r^2} - \Psi_{11}(0,0625.r) \right\} \right] \sin.\alpha + \left[0,1485 \left\{ \frac{\Psi_{02}(0,0625)}{r^3} - \right. \right. \\ \left. \left. - \Psi_{02}(0,0625.r) \right\} - 0,00182 \left\{ \frac{\Psi_{12}(0,0625)}{r^3} - \Psi_{12}(0,0625.r) \right\} \right] \sin.2\alpha$$

De voor de berekening van Φ_{01} , etc. benodigde Bessel functies K_0 , K_1 , K_2 , I_0 , I_1 , I_2 , I_3 , en I_4 zijn gedeeltelijk getabelleerd te vinden in Jahnke & Emde (11) en in Watson (9). Voor kleine waarden van het argument zijn de reeksontwikkelingen goed bruikbaar, voor grote de asymptotische ontwikkelingen en de recurrentie betrekkingen.

Met de op deze wijze gevonden v_{α} en v_z werd de differentie vergelijking aangepakt voor het geval van een luchtstroming met $Re=0,25$ en $Pr=0,710$, deze laatste waarde in de N.B.S.-N.A.C.A. tables (12) opgegeven voor normale lucht bij kamertemperatuur. De eerste benadering van de temperatuurverdeling volgens .15. gaf, dat bij $\beta^*=2,3$ \mathcal{J} klein was, daarom werd gerelaxeerd tot $\beta^*=2,3$, alleen voor $\alpha^*=0$ was \mathcal{J} nog niet zeer klein, de daar gevonden waarde werd voorlopig aangehouden, daar het bleek, dat dit geen invloed heeft op de temperatuurverdeling bij de cylinder ($\beta^*=2,3$ komt overeen met een $r=1375,1$!). Er werden tot nu toe 2 stappen gedaan een met $a=0,2$ en de volgende met $a=0,1$. Deze laatste stap gaf echter geen ander resultaat voor de temperatuurverdeling dicht bij de cylinderwand, dan de eerste stap, verdere stappen zullen hier waarschijnlijk ook geen verandering meer in brengen.

Het resultaat is in de bijgevoegde figuur 9. gegeven. Bij de diverse hoekpunten staat rechts boven de temperatuur, deze is bij de cylinderwand nauwkeurig op ongeveer 3 eenheden van de laatste decimaal, verderop ongeveer 5 eenheden. Rechts onder staan de waarden van resp. $\pi r v_{\alpha}$ en $\pi r v_z$ voor $Re=0,25$. De stromingsrichting is in de fig. van rechts naar links, daar de hoekcoördinaat tegen de wijzers van het uurwerk in wordt gerekend. In de figuur zijn ook de isothermen $\mathcal{J}=0,9$, $0,8$ etc. getekend.

Uit het temperatuur verloop vlak langs de cylinderwand is $\left(\frac{d\mathcal{J}}{dr}\right)_{r=1}$ te bepalen en dus de waarde van Nu.

Het blijkt, dat voor kleine $\ln.r.$ geldt:

$$\mathcal{J} = 1 - A \ln.r.$$

en dus is $\left(\frac{d\mathcal{J}}{dr}\right)_{r=1} = -A$

waarbij A nog van α^* afhangt.

Voor Nu is de diameter van de cylinder als karakteristieke lengte genomen, in dit geval was dat de straal, daarom wordt de locale $Nu(\alpha^*)$ gegeven door:

$$Nu(\alpha^*) = -2 \left(\frac{d\mathcal{J}}{dr}\right)_{r=1} = 2A.$$

Terwijl de totale Nu wordt gevonden door middelen over α van 0 tot 2π .

De verdeling van de locale Nu is gegeven in fig.10. , nu is de stromingsrichting van links naar rechts.

Door middelen wordt voor dit geval met $Re=0,25$ en $Pr=0,710$ een $Nu=0,558$ gevonden.

In de literatuur wordt (zie (6)) volgens de door Ulsamer opgegeven

waarden gevonden $Nu=0,573$ en de waarden van Hilpert geëxtrapoleerd tot $Re=0,25$ geven $Nu=0,564$. Het hier gevonden resultaat is dus in uitstekende overeenstemming met de experimentele waardeⁿ, waarvan men aanneemt, dat ze iets te hoog zijn.

* * * * *

Delft, 17 Juni 1953.

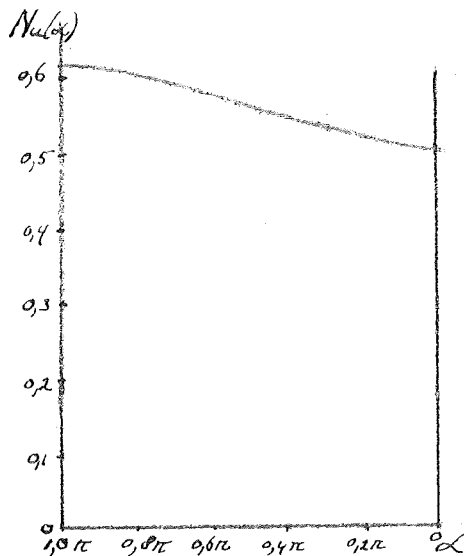


Fig.10. Verdeling van de warmte-overdracht langs het cylinderoppervlak.

Literatuurlijst.

1. J.van Dam Azn. Afstudeerverslag 1951.
2. E.Ower en F.C.Johnson. Techn.Rep. of the Aeron.Res.Com. R&M 1437, 1931.
3. Nationaal luchtvaart lab. Rap.A783, intern.
4. Nat. Ass. of Fan Makers. Bull.110, 1950.
5. R.Hilpert. Forschung a.d. geb. des Ing. wes. 4,1933, 215.
6. M.Jakob. Heat transfer, 1949.
7. S.Tomotika en T.Aoi. Quart. journ. Mech. & Appl. Math. III, 1950, 141.
8. S.Tomotika en T.Aoi. Memoir of the College of Science, university of Kyoto. A XXVI, 1950, 183.
9. G.N.Watson. Theory of Bessel functions, 1922.
10. L.V.King. Phil. Trans. A214, 1914, 373.
11. Jahnke& Emde. Funktionentafeln.
12. N.B.S.-N.A.C.A. tables of thermal properties of gases.