



GETIJVOORTPLANTING
SCHELDE-RIJN VERBINDING

ONDERZOEKRAPPORT Nr. 11-85

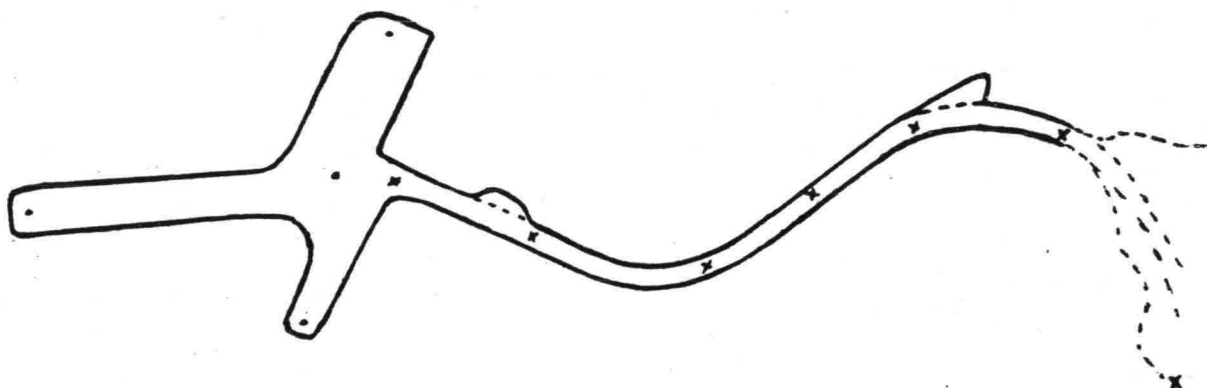
DEEL I

Projekt 10.84.02

GETIJVOORTPLANTING SCHELDE-RIJN VERBINDING

RAPPORT 11-85

DEEL I



TH DELFT AFD CIVIELE TECHNIEK
VAKGROEP VLOEISTOFMECHANICA

GETIJVOORTPLANTING SCHELDE-RIJN VERBINDING

onderzoeksrapport

nr 11-85

DEEL I

Samenwerking : RIJKSWATERSTAAT
Deltadienst
Hoofdafdeling Waterloopkunde
Afdeling Vloeistofmechanica

Aansluiting : Onderzoek betreffende bouwfasen bij de
aanleg van Philipsdam en Oesterdam

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT
Afdeling der Civiele Techniek
Vakgroep Vloeistofmechanica

Thema a
Project 10.84.02

ir. C. Verspuy

GETIJVOORTPLANTING SCHELDE RIJN - VERBINDING

inhoudsopgave	blz.
1. Inleiding en probleemstelling	1
2. Probleemaanpak	2
3. Meetresultaten M1000	3
3.1 Resultaten T 307	3
3.2 Overzicht schattingen	13
3.3 Uitgangspunten analyse	14
4. Berekeningen IMPLIC	15
4.1 Inleiding	15
4.2 Overzicht IMPLIC-berekeningen	15
4.3 Bespreking resultaten	17
5. Analytische benadering	20
5.1 Analytische oplossing	20
5.2 Interpretatie	24
6. Overzicht resultaten	27
7. Conclusies en suggesties	31
Referenties	33

bijlagen :

A1	Integratie D.V.n. naar x
A2	Schematisatie gegevens
A3	Resultaten $C = 60 \text{ m}^{\frac{1}{2}}\text{s}^{-1}$
A4	Resultaten $C = 70 \text{ m}^{\frac{1}{2}}\text{s}^{-1}$
A5	Analytische oplossing

inhoudsopgave Deel II

BIJLAGEN B1 t/m B10
 C1 en C2

B1 t/m B10 - Resultaten IMPLIC-berekeningen
C1 - Gemeten waterstanden M1000 - T307
C2 - Copie meetresultaten

De bijlagen B1 t/m B10 bestaan elk uit zes bladen; op elk blad is het verloop van vier functies weergegeven, overeenkomstig de IMPLIC-resultaten.

De volledige computer-uitvoer berust bij de Afd. Vloeistofmechanica van de Hoofdafdeling Waterloopkunde van de Deltadienst en tevens bij de Vakgroep Vloeistofmechanica, Afdeling der Civiele Techniek, Technische Hogeschool Delft.

1. Inleiding en probleemstelling

Het onderzoek betreffende de getijbeweging in het Oosterschelde-bekken is urgent en gezien de verschillende aspecten veelomvattend. Er wordt gebruik gemaakt van elkaar aanvullende model-methoden. Eén van de aspecten betreft de fasering bij de uitvoering van de zgn. compartimenteeringswerken. De uitvoering van de daarbij voorziene bouwfasen, waarin sprake zal zijn van een zandsluiting bij het aanleggen van de Oesterdam, dient te worden begeleid door betrouwbare voorspellingen t.a.v. de getijbeweging. De voorspellende berekeningen zullen worden uitgevoerd met het 1D-model IMPLIC (zie ref. [1]).

Ter voorbereiding van bovenbedoelde begeleidende berekeningen is onderzoek uitgevoerd, waarbij vooral de aandacht gericht is op een situatie met een (vrijwel) gesloten Oesterdam. Het getij dringt dan via de Krammer (zie: Situatie, Fig. 1) vanuit het Noorden het Schelde-Rijnkanaal (SRK) binnen. Deze situatie is, naast andere (zie Ref. [2]), onderzocht in het Model M1000 van het Waterloopkundig Laboratorium De Voorst.

In de Notitie DDWT 84-254 (zie Ref. [2]) en Nota DDWT 84-008 (zie Ref. [3]) is sprake van opmerkelijke verschillen tussen de model-resultaten van M1000 en de berekeningsresultaten van IMPLIC, vooral met betrekking tot de fasen van het vertikaal getij (zie ook Ref. [4]). Deze constatering vormde de aanleiding tot dit onderzoek, waarbij de probleemstelling in overleg met Rijkswaterstaat (RW) werd beperkt tot bovengenoemde situatie (Oesterdam dicht). Besloten is ook om voor het onderzoek slechts gegevens te verwerken die overeenkomen met de metingen T 307 in het model M1000. Uit resultaten van een aantal IMPLIC-berekeningen was gebleken dat het reproduceren van de faseverschuiving tussen Steenbergse Sas en de Kreekraksluizen niet mogelijk was (zie Ref. [2]). Het vinden van een mogelijke verklaring voor de geconstateerde verschillen vormde de eerste doelstelling van dit onderzoek. Daartoe werd gevraagd een analyse op te zetten betreffende de genoemde meetresultaten van M1000 en berekeningsresultaten van het model IMPLIC.

Bij een analyse van het beschouwde probleem kunnen veel verschillende aspecten worden onderkend, die door elkaar heen een meer of minder belangrijke rol spelen. Een bijkomende doelstelling was het verkrijgen van een overzicht m.b.v. een beperkt aantal berekeningen.

De probleemaanpak, die in hoofdstuk 2 wordt omschreven, werd grotendeels bepaald door de wens om hoofdzaken te isoleren t.b.v. het overzicht. De aan-

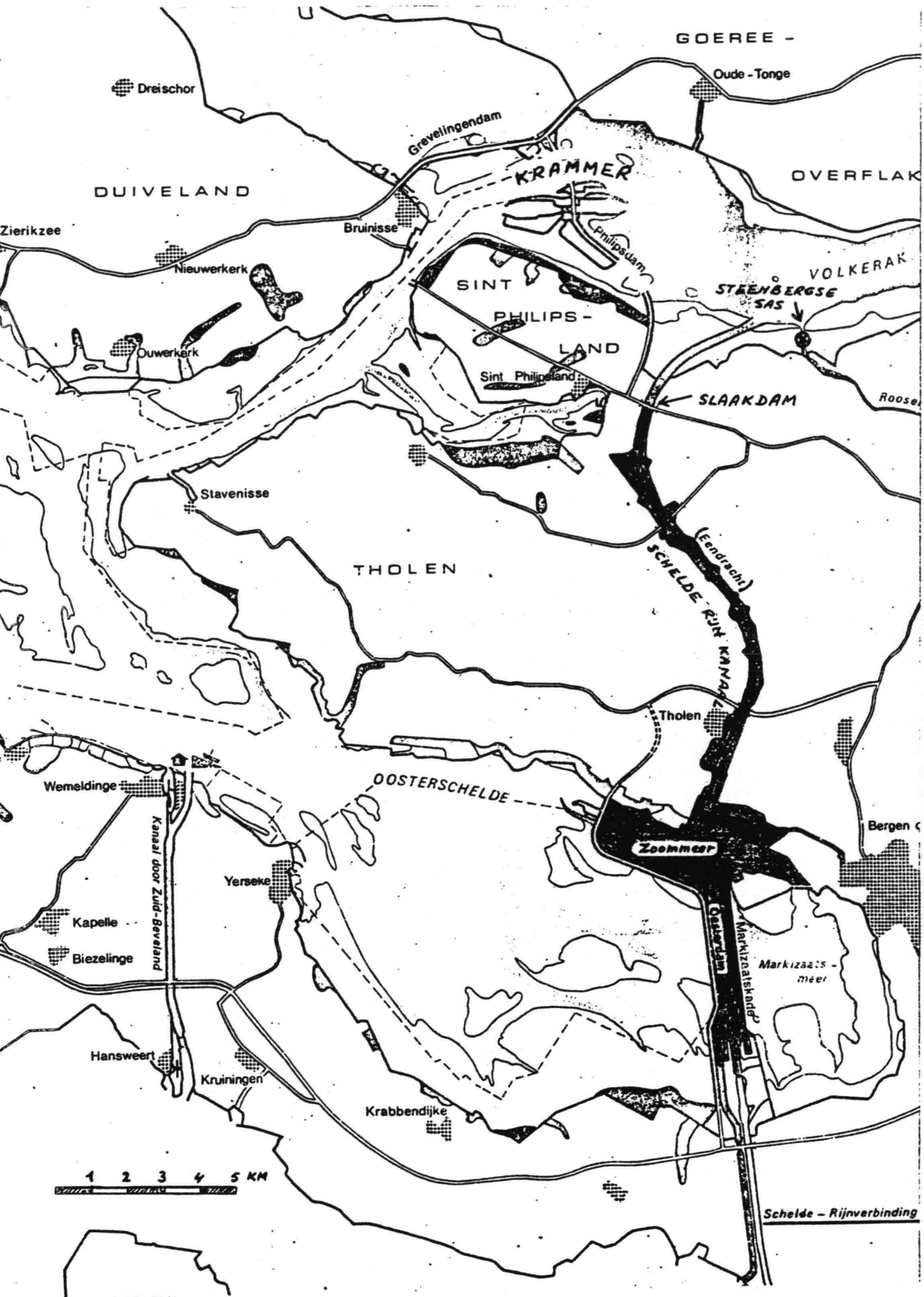


Fig. 1 - Situatie

dacht voor de getijvoortplanting is in dit onderzoek vooral gericht op de invloed die berging, weerstand en traagheid primair op de faseverschuiving in het SRK hebben.

2. Probleemaanpak

Na bestudering van de meetresultaten (zie Bijlagen C1 en C2) en na overleg met RW, is besloten het model M1000 zoveel mogelijk als uitgangspunt ("prototype") te beschouwen. Dit houdt bv. in dat voor de configuratie, met name voor de bodemhoogten en de bergende breedten, M1000 als maatgevend is beschouwd, d.w.z. dat niet tegelijkertijd recente peilingen etc. in de natuur in de beschouwingen zijn betrokken.

Alle door het Waterloopkundig Laboratorium De Voorst verstrekte gegevens zijn via RW verkregen en in onderling overleg gebruikt voor de in hoofdstuk 4 omschreven IMPLIC-berekeningen. Bij de uitvoering van deze berekeningen is gebruik gemaakt van de bij de Hoofdafdeling Waterloopkunde van de Deltadienst beschikbare faciliteiten. De uitvoering is in nauwe samenwerking met twee medewerkers van de Afd. Vloeistofmechanica tot stand gekomen, waarbij de gegevens op de gebruikelijke wijze zijn verwerkt.

Onder verwijzing naar Fig. 1 en 2 kan het te analyseren probleem als volgt kort worden omschreven.

In de beschouwde situatie (Oesterdam dicht) is er sprake van een afgesloten gebied ten zuiden van Tholen, dat als Zoommeer wordt aangeduid. Omdat de afmetingen van dit Zoommeer klein zijn t.o.v. de golflengte van de beschouwde getijgolf, kan het worden opgevat als kombergingsgebied. Er kan bij vele van de verdere beschouwingen (eenvoudigheidshalve) voor dat gebied met één representatieve waterstand worden gewerkt.

Het debiet ter plaatse van het meetpunt "Tholen", het punt 8 in het schema van Fig. 2, wordt bij goede benadering bepaald door het product van de momentane waarden van de kombergingsoppervlakte en de afgeleide naar de tijd (t) van de waterhoogte (h) in bv. punt 9. Dat debiet dat noodzakelijk is voor (gepaard gaat met) het variëren van de waterspiegel in het Zoommeer, speelt een belangrijke rol voor de debieten in het SRK.

De debieten als functie van de tijd in de verschillende raaien van het SRK zijn gekoppeld aan vervallen. De vervallen in het SRK zijn onder meer gekoppeld aan de faseverschuiving, waar het onderzoek met name op gericht is.

Omdat bij een analyse vele aspecten aan de orde (kunnen) komen (zie ook Ref. [2] en [4]), is een beperking daarvan gewenst. In de eerste fase van de probleemanalyse zijn de volgende zeven beperkingen ingevoerd :

- Er bestaan onzekerheden betreffende de gemeten waterstanden in Steenbergse Sas en betreffende de stromingscondities over het gedeelte Steenbergse Sas-Slaakdam (zie Fig. 1). Daarom zijn de in het model M1000 gemeten waterstanden in het punt Slaakdam als randvoorwaarde gekozen, en niet die bij Steenbergse Sas.
- De meetperiode in het model M1000 komt overeen met 13 uren. De randvoorwaarden in het model M1000 (kleppenrand) bleken periodiek met een periode 24.40 u. Deze periode is in een tweetal berekeningen aangehouden. Omdat de invloed van de (opgelegde) dagelijkse ongelijkheid (ca 0,20 m) beperkt is, is besloten de randvoorwaarde bij alle andere berekeningen een periode $\tau = 12.20$ u te geven (zie bv. Bijlage A3).
- Bij de analyse is voor wat betreft de weerstandsterm in de bewegingsvergelijking uitgegaan van turbulente stroming.

Bij het vaststellen van de schalen van het model M1000 is het criterium

$$Re = \frac{ua}{\nu} > 800 \text{ uiteraard getoetst.}$$

De schalen zijn : $n_L = 400$, $n_a = 100$, $n_u = n_a^{\frac{1}{2}} = 10$, $n_c = (n_L/n_a)^{\frac{1}{2}} = 2$, $n_t = n_L/n_u = 40$ en voor Re volgt : $n_{Re} = n_u n_a = \frac{a}{\nu}^{\frac{1}{2}} = 1000$.

De meetresultaten (zie Bijlage C1) zijn weergegeven op de schaal van het verschijnsel in de natuur. Voor de snelheden in het SRK blijken de maximale waarden minstens 1 m/s te bedragen.

Als men nu veronderstelt dat de snelheden die voor de wrijvingsweerstand van belang zijn minstens 0,2 m/s bedragen, dan blijkt bij een waterdiepte van minimaal 5 m en met $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$:

$$Re = \frac{0,2 * 5 * 10^6}{n_{Re}} = \frac{10^6}{10^3} = 1000$$

Daarom mag voor de metingen T 307 turbulente stroming worden verondersteld gedurende het gedeelte van de getijperiode waarin de weerstand van betekenis is.

- Het model M1000 is samengetrokken ($n_L/n_a = 4$), zodat dwarsprofielen niet geometrisch gelijkvormig zijn weergegeven. Aan de invloed van dit aspect

op de hydraulische straal wordt niet apart aandacht besteed. Bij het interpreteren van de model-resultaten is slechts de resulterende weerstand van belang, zodat het product C^2R in de noemer van de weerstandsterm (zie Bijlage A1) in zijn geheel kan worden beschouwd.

In het model is de ruwheid vergroot en wel nominaal volgens $n_c = 2$, door enig los grind aan te brengen. De invloed van de losse grindkorrels (als weerstand-elementen in de stroming) is sterk overheersend op de resulterende wrijving in het model.

- De gegevens betreffende de configuratie zijn ontleend aan het model M1000, met name aan de beschikbare bouwtekeningen, en vastgesteld in wederzijds overleg.
Variaties in de waarde van de hydraulische straal zijn in samenhang met de weerstandsfactor g/C^2 beschouwd. Hierbij wordt opgemerkt dat de grootheden die afhankelijk zijn van de waterstand, in IMPLIC variëren in de tijd over een periode.
- De afmetingen van het dwarsprofiel zijn voor elk vak constant verondersteld. Besloten is van de andere mogelijkheid in IMPLIC (verschillende dwarsprofielen op de vakgrenzen) bij deze analyse geen gebruik te maken. Een gevolg van dit besluit is dat de advectione term $\frac{\partial}{\partial x}(Qu)$ in de bewegingsvergelijking voor een gedeelte gelijk aan nul wordt gesteld (zie Bijlage A1).
- Besloten is eveneens de coëfficiënt C over een periode constant te houden.

Op de beide besluiten die in de twee laatste punten worden genoemd, wordt nader ingegaan in hoofdstuk 6.

Met bovenstaande beperkingen is het te analyseren probleem duidelijk minder gecompliceerd geworden. De aandacht is verder gericht op de invloed van de weerstand in het SRK op de getijdoordringing (damping en faseverschuiving, intern). In hoofdstuk 3 worden daartoe eerst uit de meetresultaten van M1000 schattingen gegeven van momentane waarden van de coëfficiënt van Chézy in twee gedeelten van het SRK. Dit geschiedt in samenhang met schattingen voor de hydraulische straal. Deze globale schattingen geven een eerste indruk van de weerstand in het SRK. De gevoeligheid van de met IMPLIC berekende getijvoortplanting in het SRK voor variaties van de ingevoerde weerstand wordt nagegaan in hoofdstuk 4, waarbij (behoudens een deel van de advectione term en de variatie van C) niet-lineaire invloeden zijn verdisconteerd. In hoofdstuk 5

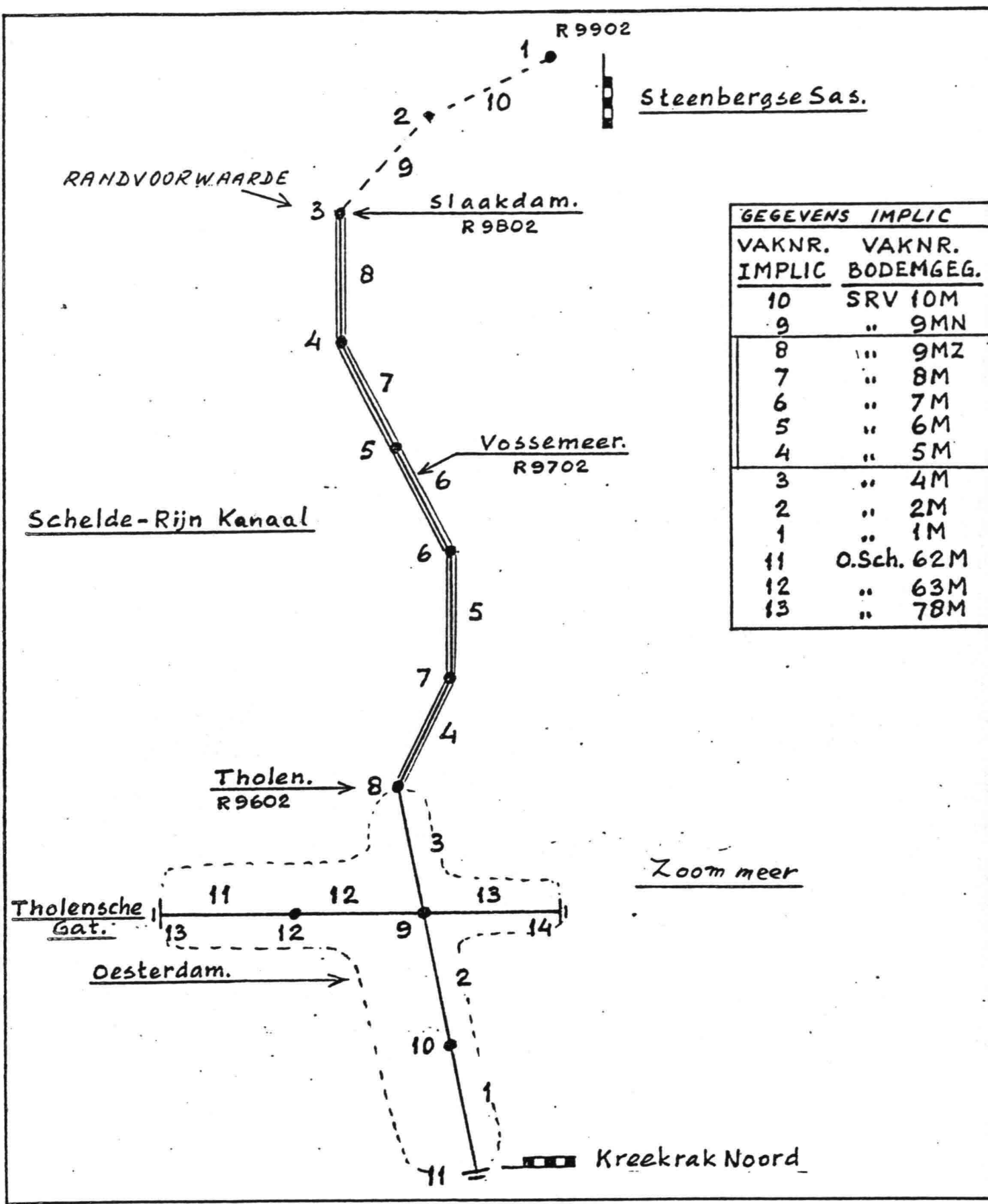


Fig. 2 - Schema probleem SRK - Zoommeer

daarentegen wordt een analytische oplossing besproken, waarbij onder meer wordt gelineariseerd en vervormingen dus geheel buiten beschouwing blijven. Een overzicht van alle resultaten wordt gegeven in hoofdstuk 6. Het rapport wordt besloten met conclusies en suggesties voor verder onderzoek in hoofdstuk 7.

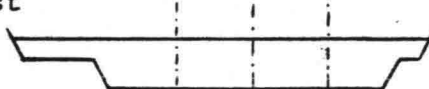
3. Meetresultaten M1000

3.1 Resultaten metingen T 307

De analyse is bewust beperkt tot de metingen T 307, waarvan de resultaten zijn opgenomen in de Bijlagen C1 en C2.

Langs het SRK zijn op drie verschillende plaatsen (01, 02 en 03) in het dwarsprofiel waarnemingen verricht. Zoals uit de waarden in de Bijlage C2 blijkt, zijn alle waarnemingen vertaald naar de schaal van het verschijnsel in de natuur. Het referentievlak is NAP. Enige resultaten zijn uitgezet op de Bijlage C1. Zoals ook op deze bijlage is aangegeven, is voor het te analyseren probleem het gemeten niveau van de waterspiegel $h_3(t)$ als randvoorwaarde gekozen (zie schema Fig. 2).

Hierna wordt eerst aandacht besteed aan de direct gemeten waarden betreffende het gedeelte van het SRK tussen Slaakdam en Tholen. Er zijn in drie raaien waarnemingen verricht; daarbij is de volgende code gebruikt :

Slaakdam	9801 , 9802 , 9803	West	03	02	01	Oost
Vossemeer	9701 , 9702 , 9703					
Tholen	9601 , 9602 , 9603					

In elke raai is in drie punten gemeten, die met 01, 02 en 03 worden onderscheiden.

Besloten is deze waarden direct te gebruiken om daaruit een indruk te verkrijgen betreffende de weerstand op het SRK.

Er zijn enkele tijdstippen gekozen waarop de stroomsnelheden de extreme waarden (max. vloed, min. eb) benaderen, zodat de traagheidsterm in de bewegingsvergelijking kan worden verwaarloosd ($\frac{\partial u}{\partial t} = 0$).

Over het gedeelte van het SRK van Slaakdam tot Vossemeer zijn eerst voor de plaatsen 01, 02 en 03 de gemiddelde waarden bepaald voor de opgegeven snelheid. Voorts is uit de opgegeven waterstanden een waarde voor het verval Δh over het beschouwde gedeelte van het SRK berekend. Tenslotte is op elk tijdstip de waterdiepte a bepaald in de vaargeul. Daarbij is het niveau van de horizontale bodem op NAP - 6.00 m aangehouden. De resultaten staan in Tabel 3.1.

In Tabel 3.2 is dezelfde informatie (direct uit de meetresultaten) verzameld voor het gedeelte Vossemeer - Tholen.

Tijdstip	plaats in dwars- profiel	Slaakdam 98		Vossemeer 97		u gem. over Δx	Δh  a
		h	u	h	u		
6.30 u	01	0,985	1,23	0,765	1,24	1,24	-0,23
	02	1,000	1,33	0,770	1,14	1,24	
	03	1,005	1,49	0,775	1,45	1,47	6,90
7.00 u	01	1,150	1,18	0,955	1,22	1,20	-0,20
	02	1,150	1,30	0,955	1,15	1,23	
	03	1,155	1,49	0,955	1,42	1,46	7,10
7.30 u	01	1,225	1,06	1,070	1,16	1,11	-0,16
	02	1,225	1,19	1,070	1,10	1,15	
	03	1,230	1,38	1,070	1,32	1,35	7,20
18.30 u	01	0,885	1,22	0,650	1,27	1,24	-0,24
	02	0,895	1,34	0,645	1,22	1,28	
	03	0,895	1,53	0,650	1,50	1,52	6,80
11.00 u	01	0,020	-1,27	0,345	-1,17	-1,22	0,32
	02	0,020	-1,35	0,330	-1,09	-1,22	
	03	0,020	-1,54	0,345	-1,15	-1,35	6,20
11.30 u	01	-0,200	-1,29	0,150	-1,17	-1,23	0,35
	02	-0,205	-1,40	0,140	-1,09	-1,25	
	03	-0,195	-1,51	0,165	-1,15	-1,33	6,00
12.00 u	01	-0,375	-1,26	-0,035	-1,16	-1,21	0,34
	02	-0,395	-1,37	-0,045	-1,06	-1,22	
	03	-0,375	-1,53	-0,035	-1,17	-1,35	5,80
12.30 u	01	-0,560	-1,23	-0,215	-1,16	-1,20	0,34
	02	-0,555	-1,33	-0,230	-1,05	-1,19	
	03	-0,550	-1,47	-0,190	-1,15	-1,31	5,60
Waterspiegel : h in m t.o.v. NAP ; verval : Δh in m Stroomsnelheid : u in m/s ; waterdiepte : a in m							

Tabel 3.1 - Resultaten metingen T307 gedeelte Slaakdam - Vossemeer
(lengte $\approx$ 5100 m)

Tijdstip	plaats in dwars- profiel	Vossemeer 97		Tholen 96		u gem. over x	Δh  a
		h	u	h	u		
6.30 u	01	0,765	1,24	0,395	0,95	1,10	-0,37
	02	0,770	1,14	0,395	1,00	1,07	
	03	0,775	1,45	0,405	0,96	1,20	6,60
7.00 u	01	0,955	1,22	0,600	0,99	1,10	-0,35
	02	0,955	1,15	0,600	0,98	1,07	
	03	0,955	1,42	0,615	0,95	1,18	6,80
7.30 u	01	1,070	1,16	0,785	0,94	1,05	-0,29
	02	1,070	1,10	0,785	0,98	1,04	
	03	1,070	1,32	0,785	0,92	1,12	6,90
18.30 u	01	0,650	1,27	0,255	0,94	1,10	-0,39
	02	0,645	1,22	0,260	1,04	1,13	
	03	0,650	1,50	0,260	0,99	1,25	6,50
11.00 u	01	0,345	1,17	0,640	0,65	0,91	0,31
	02	0,330	1,09	0,645	0,67	0,88	
	03	0,345	1,15	0,650	0,72	0,93	6,50
11.30 u	01	0,150	1,17	0,465	0,67	0,92	0,31
	02	0,140	1,09	0,460	0,72	0,91	
	03	0,165	1,15	0,465	0,73	0,94	6,30
12.00 u	01	-0,035	1,16	0,275	0,70	0,93	0,32
	02	-0,045	1,06	0,275	0,75	0,91	
	03	-0,035	1,17	0,280	0,71	0,94	6,10
12.30 u	01	-0,215	1,16	0,105	0,70	0,93	0,31
	02	-0,230	1,05	0,095	0,74	0,90	
	03	-0,190	1,15	0,105	0,71	0,93	5,90
Waterspiegel : h in m t.o.v. NAP ; verval : Δh in m stroomsnelheid : u in m/s ; waterdiepte : a in m							

Tabel 3.2 - Resultaten metingen T307 gedeelte Vossemeer - Tholen
(lengte $\approx$ 7100 m)

Omdat sprake is van samengestelde profielen, d.w.z. geulen met duidelijk verschillende diepten in elk dwarsprofiel, bestaat bij voldoende informatie de mogelijkheid om parallel verschillende geulen te onderscheiden. Besloten is om hierna met over het gehele dwarsprofiel gemiddelde waarden te werken. In par. 3.2 wordt voor het gehele dwarsprofiel gerekend met een gemiddelde waarde voor de snelheid u .

De invloed van de advectieve term in de bewegingsvergelijking (zie Bijlage A1) wordt geheel buiten beschouwing gelaten.

Voor de beschouwde tijdstippen geldt volgens de bewegingsvergelijking, geïntegreerd over een vak met lengte Δx (zie Fig. 3) :

$$\Delta h = h_2 - h_1 = - \frac{u|u|}{C^2 R} \Delta x \quad (3.1)$$

Hierin zijn u , C en R gemiddelde waarden over Δx .

Uit deze benadering volgt dat het verval als gevolg van de weerstandsterm evenredig is met $1/C^2$. Vaak wordt een dimensieloze weerstandsfactor g/C^2 gedefinieerd.

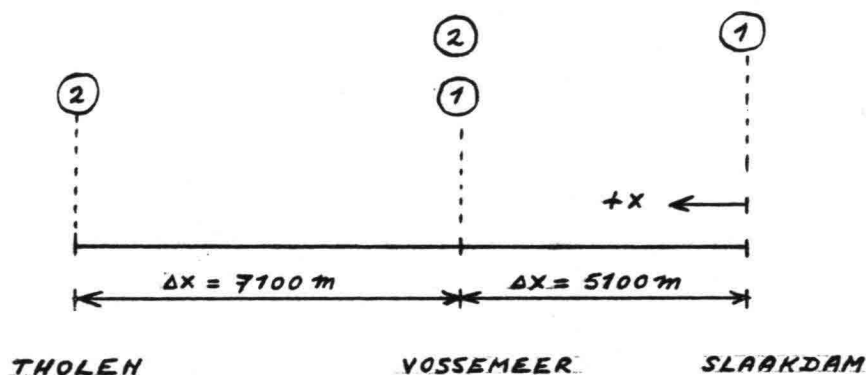


Fig. 3. Gedeelte Slaakdam - Tholen, twee vakken

Met de resultaten van Tabel 3.1 en Tabel 3.2 en m.b.v. verg. (3.1) kunnen nu schattingen voor de coëfficiënt C worden gemaakt.

Verg. (3.1) geeft aan dat, indien Δh en een gemiddelde stroomsnelheid u bekend zijn, $C^2 R$ kan worden berekend.

De waarde die voor de hydraulische straal R wordt ingevoerd is van invloed op de te berekenen waarde voor C .

Voor leidingen met een rechthoekig dwarsprofiel waarbij de breedte veel groter is dan de waterdiepte geldt :

$$R \approx a$$

De horizontale bodem van het diepste gedeelte van het dwarsprofiel (de vaargeul van het SRK in M1000) ligt op het niveau NAP - 6.00 m en heeft een breedte van 120 m.

De taluds onder water van de vaargeul hebben een helling 1:5. Indien een trapeziumvormig dwarsprofiel wordt verondersteld, dan wordt gevonden (zie Fig. 4) :

$$R = \frac{Ba + a^2 n}{B + 2a \sqrt{1 + n^2}}$$

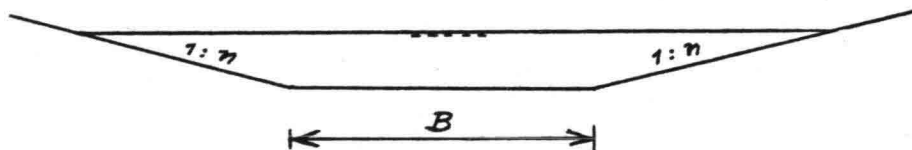


Fig. 4. Trapeziumvormig dwarsprofiel (samengetrokken)

Voor $n = 5$, $a = 6$ m en $B = 120$ m vindt men

$$R \approx 5/6 a \rightarrow R = 5 \text{ m}$$

Plaatselijk komen in het dwarsprofiel gedeelten (van de Eendracht) voor met een diepte van bv. 3 m i.p.v. 6 m. In Fig. 5 is over een breedte B de diepte a en over totaal dezelfde breedte een diepte $a/2$ verondersteld. In dit voorbeeld wordt gevonden :

$$R \approx 3/4 a \rightarrow R = 4,50 \text{ m}$$

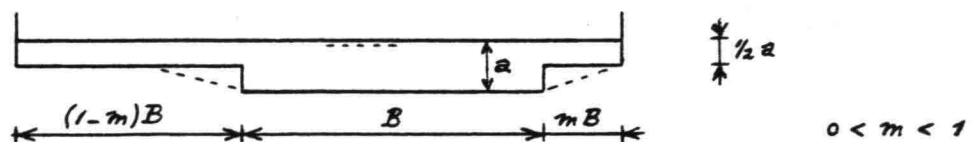


Fig. 5. Voorbeeld samengesteld dwarsprofiel

In de volgende paragraaf zijn op basis van bovenstaande voorbeelden drie verschillende waarden voor de hydraulische straal R geschat en wel :

$$R = a, R = a - 1 \text{ m resp. } R = a - 1,5 \text{ m.}$$

Daarbij is a de momentane waarde van de waterdiepte in het diepste gedeelte van het dwarsprofiel (de vaargeul van het SRK).

3.2 Overzicht schattingen

In de tabellen 3.1 en 3.2 zijn direct uit de metingen afgeleide waarden verzameld. Met deze informatie zijn, op basis van drie verschillende schattingen voor de hydraulische straal R, globale waarden voor de coëfficiënt C bepaald.

In Tabel 3.3 zijn voor de beide onderscheiden vakken en voor de beschouwde tijdstippen waarden aangegeven voor :

$$\Delta h_{\text{gem}}, u_{\text{gem}} \text{ en } a$$

Uit de tabel blijkt op welke wijze een schatting voor R gekoppeld is aan de schatting voor de C-waarde. In plaats van $C = 60 \text{ m}^{\frac{1}{2}}\text{s}^{-1}$ bij $R = 6 \text{ m}$, wordt bij een waarde $R = 5 \text{ m}$ gevonden :

$$C = \sqrt{\frac{6}{5}} * 60 \approx 66 \text{ m}^{\frac{1}{2}}\text{s}^{-1}$$

		tijdstip	Δh_{gem} [m]	u_{gem} [m/s]	$a_0=6.00 \text{ m}$ a [m]	$R \approx a$ C [m ^{1/2} /s]	R=a-1m C [m ^{1/2} /s]	R=a-1,5m C [m ^{1/2} /s]
Slaakdam-Vossemeer	vloed	6.30 u	- 0,23	1,32	6,90	75(72)	81	84
		7.00 u	- 0,20	1,29	7,10	77	83	87
		7.30 u	- 0,16	1,20	7,20	80	86	90
		18.30 u	- 0,24	1,35	6,80	75	82	85
	eb	11.00 u	0,32	-1,26	6,20	62(69)	68	71
		11.30 u	0,35	-1,27	6,00	61	67	70
		12.00 u	0,34	-1,26	5,80	62	68	72
		12.30 u	0,34	-1,23	5,60	64	70	74
Vossemeer-Tholen	vloed	6.30 u	- 0,37	1,13	6,60	61(57)	66	69
		7.00 u	- 0,35	1,12	7,00	60	65	68
		7.30 u	- 0,29	1,07	7,20	62	67	70
		18.30 u	- 0,39	1,16	6,80	60	65	68
	eb	11.00 u	0,31	-0,91	6,50	54(62)	59	62
		11.30 u	0,31	-0,93	6,30	56	61	64
		12.00 u	0,32	-0,93	6,10	58	64	67
		12.30 u	0,31	-0,92	5,90	53	58	61

Tabel 3.3 - Globale schattingen C-waarden.

De gegevens in bovenstaande tabel vormen een eerste interpretatie van de meetresultaten.

Een betere analyse is mogelijk indien de advection term (zie Bijlage A1) wel wordt meegenomen. Echter, dan gaan er meer gegevens betreffende debieten, dwarsprofielen, etc. een rol spelen en zou een kleinere vaklengte in dit geval de voorkeur verdienen. In de Tabel 3.3 zijn vier waarden tussen haakjes vermeld. Deze zijn gevonden door globaal rekening te houden met de volledige advection term, conform de methode aangegeven in Bijlage A1. Uit deze waarden blijkt dat in dit probleem de schatting voor de geschatte C-waarde bij vloed omlaag en bij eb omhoog gaat door het in rekening brengen van de advection termen.

3.3 Uitgangspunten analyse

Uit het overzicht van par. 3.2 ontstaat een beeld van relatief hoge C-waarden, d.w.z. een relatief geringe weerstandsfactor g/C^2 in het SRK. Daar staat tegenover dat de (eveneens in M1000 waargenomen) faseverschuiving en damping duidelijk in de richting van een niet geringe weerstand wijzen. (Op grond van de in M1000 gemeten resultaten is, tussen Slaakdam en Zoommeer, sprake van een dempingsfactor van $ca\ 1,70/2,10\ m = 0,81$ over een afstand van ruim 12 km. Er is over deze afstand sprake van een aanzienlijke faseverschuiving van ca 2 uren. (zie Bijlage C1).) Dit alles maakt de getijvoortplanting op het SRK tot een interessant probleem.

Teneinde meer inzicht te krijgen betreffende de getijvoortplanting in het beschouwde systeem SRV-Zoommeer zijn m.b.v. het model IMPLIC enkele gevallen doorgerekend en geanalyseerd (hoofdstuk 4). Ook is een analytische oplossing bepaald (hoofdstuk 5). Uitgangspunten daarbij zijn :

- a. Een gevoeligheidsonderzoek m.b.v. IMPLIC-berekeningen wordt gericht op de invloed van de weerstand;
- b. Het aantal berekeningen ad. a wordt beperkt door aansluiting te zoeken bij de analytische oplossing.

4. Berekeningen IMPLIC

4.1 Inleiding

Op grond van de in par. 3.2 weergegeven schattingen van de C-waarden is aanvankelijk besloten tot het uitvoeren van een tweetal berekeningen. Daarbij wordt als enig verschil een voor alle vakken constante waarde $C = 60 \text{ m}^{\frac{1}{2}}/\text{s}$ resp. $C = 70 \text{ m}^{\frac{1}{2}}/\text{s}$ ingevoerd.

Wat betreft de schematisatie werd zo volledig mogelijk aansluiting gezocht bij de gegevens van het model M1000 (bouwtekeningen). Voor de onderscheiden vakken (zie Fig. 2) zijn de gegevens, die op de gebruikelijke wijze zijn verwerkt, weergegeven in de Bijlage A2.

De resultaten van deze twee berekeningen zijn wat betreft de functies $h(t)$ op de vakgrenzen (de punten 3 ... 8) weergegeven op de Bijlagen A3 en A4. Vergelijkt men het verloop van deze functies onderling dan blijkt dat er sprake is van opvallend geringe verschillen. De faseverschuiving over de vakken van het SRK geeft bij de twee berekeningen nauwelijks verschil te zien.

Besloten is het onderzoek te richten op de relatie [berging, weerstand, traagheid] ↔ [faseverschuiving] en daarbij bewust beperkingen op te leggen. De beperkingen bestaan voornamelijk uit het buiten beschouwing laten van een aantal niet-lineaire aspecten, zoals b.v. een deel van de advection term (zie Bijlage A1).

De schematisatie van de vakken 4 ... 8 zal blijken belangrijk te zijn. Ten behoeve van de interpretatie van de resultaten (controle-berekeningen etc.) is besloten te werken met een vaste schematisatie en is over elk vak het dwarsprofiel constant verondersteld.

4.2 Overzicht IMPLIC-berekeningen

De uitgevoerde berekeningen kregen tijdens het onderzoek de code: V01, V02, ... V10. De belangrijkste resultaten zijn grafisch weergegeven en aan dit rapport toegevoegd in de Bijlagen B1 t/m B10.

In Tabel 4.1 wordt een overzicht van de berekeningen gegeven.

Bijlage	Code ber.	C [m ² s ⁻¹]	Tijdstap Δt [s]	Bijzonderheden
B1	V01	60	300	
B2	V04	70	300	
B3	V09	80	300	
B4	V10	90	300	
B5	V07	60	300	ΔF kleiner
B6	V08	70	300	ΔF kleiner
B7	V02	60	300	periode 24.40 uur
B8	V03	70	300	periode 24.40 uur
B9	V06	70	600	grotere Δt
B10	B05	70	300	kleinere vaklengte

Tabel 4.1 Overzicht berekeningen m.b.v. IMPLIC

- De Bijlagen B1 t/m B4 geven de resultaten van vier berekeningen waarbij alleen de C-waarde varieert.
- Er zijn twee berekeningen uitgevoerd (code V07 en V08) waarbij de kombergingsoppervlakte van het Zoommeer ΔF bewust 200 ha kleiner is gekozen. De resultaten zijn opgenomen in de Bijlagen B5 en B6.
- Voor de bespreking van de zes eerstgenoemde berekeningen wordt verder verwezen naar par. 4.3.
- De berekeningsresultaten, die volledigheidshalve in de Bijlagen B7 ... B10 zijn opgenomen, worden hierna kort beschreven.
- Er zijn onder de codes V02 en V03 twee berekeningen uitgevoerd teneinde een indruk te krijgen van de invloed van een dagelijkse ongelijkheid die voorkomt in de randvoorwaarden van de metingen T 307.
De invloed van een tijdelijke verhoging van ca. 0,20 m van de randvoorwaarde h in punt 3 op de resultaten blijkt beperkt te blijven tot een aanpassingsperiode van ongeveer 5 uren (zie bv. resultaten code V02 vergeleken met de resultaten code V01). Er is daarom besloten om bij de overige berekeningen te werken met een periodieke randvoorwaarde met een periode $T = 12.20$ uur (i.p.v. 24.40 u.).

- Bijlage B9 geeft de resultaten van de berekening met code V06. Bij deze berekening is (t.o.v. de berekening V04) de tijd-stap verdubbeld. De resultaten van V06 t.o.v. die van V04 vertonen geen verschillen zodat de tijdstap van de overige berekeningen zeker voldoet.
- De Bijlage B10 geeft resultaten van de berekening V05, waarbij op het SRK tussen knooppunt 3 en knooppunt 8 het aantal vakken is verdubbeld. De resultaten van V05 komen geheel overeen met die van V04, zodat er geen aanleiding is de vaklengte te verkleinen.

4.3 Bespreking resultaten

Van de uitgevoerde IMPLIC-berekeningen zijn voor het volgende in totaal zes berekeningen van belang (zie B1 t/m B4 en ook B5 en B6 in Tabel 4.1).

De resultaten van de berekeningen met de code V01, V04, V09 en V10 worden gezamenlijk geïnterpreteerd. Hierin werd slechts de C-waarde gevarieerd. Voorts kan een relatie worden gelegd met de berekeningen V07 en V08, waarbij voor het kombergingsoppervlak van het Zoommeer een lagere waarde is gebruikt.

In de Bijlagen B1 t/m B10 zijn voor elke berekening dezelfde resultaten grafisch weergegeven (zie onderstaande tabel). De vermelde knooppunten komen overeen met die in Fig. 2.

Blad 1	h in de knooppunten 3, 5, 6 en 7
" 2	h " " " 7, 8, 11 en 13
" 3	Q " " " 3, 5, 7 en 8
" 4	Q " 4-takken knooppunt 9
" 5	h in de knooppunten 3 en 5 Q in knooppunt 4
" 6	h in de knooppunten 5 en 7 Q in knooppunt 6

Tabel 4.2 Overzicht grafieken (Bijlagen B1 t/m B10)

Met deze in totaal 6 bladen (zie Tabel 4.2) is de oplossing voor elk van de beschouwde problemen grotendeels in beeld gebracht. Met deze beelden en de op Bijlage A2 weergegeven gegevens kunnen controle-berekeningen worden uitge-

voerd die lokaal en momentaan het gewenste inzicht geven (zie Bijlage A1). Daarnaast is t.b.v. de interpretatie van de resultaten nog inzicht in de samenhang gewenst.

In Fig. 6 op blz. 19 is betreffende de vier onderscheiden C-waarden vier maal het verloop van de functie $h(t)$ in het knooppunt 8 getekend. Bovendien is de bij dit onderzoek gehanteerde randvoorwaarde in het knooppunt 3 (Slaakdam) ingetekend.

Deze Fig. 6 geeft in één oogopslag aan wat kennelijk de consequenties zijn van de aangebrachte variaties ($g/C^2 = 1/360, 1/490, 1/640$ en $1/810$) :

- het getijverschil wordt sterk beïnvloed (van sterke naar minder sterke demping)
- de faseverschuiving wordt slechts in geringe mate beïnvloed.

Naast de vier genoemde berekeningen zijn twee berekeningen uitgevoerd waarbij de kombergingsoppervlakte van het Zoommeer met ca $2 \cdot 10^6 \text{ m}^2$ is verkleind.

Deze verkleining heeft een (goed interpreteerbare) afname van de demping en (in geringere mate van) de faseverschuiving tot gevolg

Opm. De resultaten van Ber.V07 komen nagenoeg overeen met de resultaten van Ber.V04.

Voor een nadere interpretatie van de zes berekeningen wordt in hoofdstuk 5 aansluiting gezocht bij een analytische oplossing.

Aansluitend bij de IMPLIC-resultaten worden enkele opmerkingen gemaakt.

Door de verschillende niet-lineaire effecten (waaronder de weerstand) dient men alle functies $h(t)$ en $Q(t)$ als niet-sinusvormige functies, d.w.z. als vervormende functies te beschouwen. Uitgaande van een reeds niet-sinusvormige randvoorwaarde kan men stellen dat de vervorming intern (meer of minder) toeneemt.

Een belangrijk voordeel van de in hoofdstuk 5 te bespreken analytische oplossing is dat daarbij voor de faseverschuiving en de demping analytische uitdrukkingen beschikbaar zijn, die een algemene interpretatie mogelijk maken. Door deze analytische oplossing concreet bij de analyse te betrekken kan de aandacht op de samenhang tussen enkele hoofdzaken worden gericht.

De resultaten van hoofdstuk 5 spelen een rol bij het vergelijken van de hierboven beschreven IMPLIC-resultaten en de resultaten van de metingen T 307.

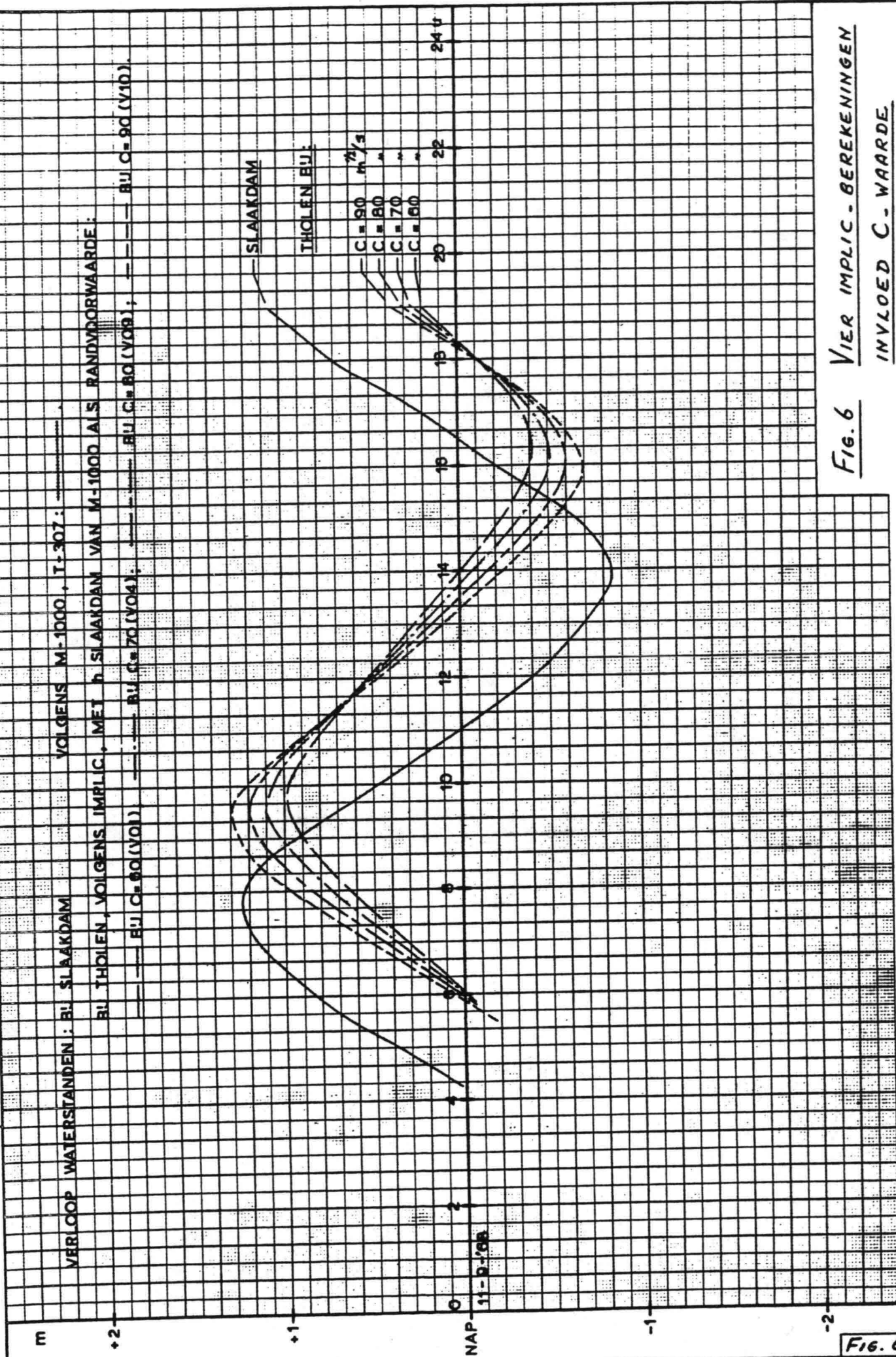


Fig. 6 VIER IMPLIC.-BEREKENINGEN
INVLOED C-WAARDE

5. Analytische benadering

5.1 Analytische oplossing

Bij de oplossing die hierna wordt gebruikt, zijn de differentiaalvergelijkingen gelineariseerd. Er is dan een analytische oplossing mogelijk, waarbij alle functies $h(x_N, t)$ en $Q(x_N, t)$ sinusvormig in de tijd verlopen. Voor de gemaakte vooronderstellingen en de achtergronden wordt verwezen naar de Bijlage A5.

Het karakter van de getijvoortplanting in het systeem dat gevormd wordt door het SRK en het Zoommeer (zie Fig. 7) ligt met deze oplossing vast.

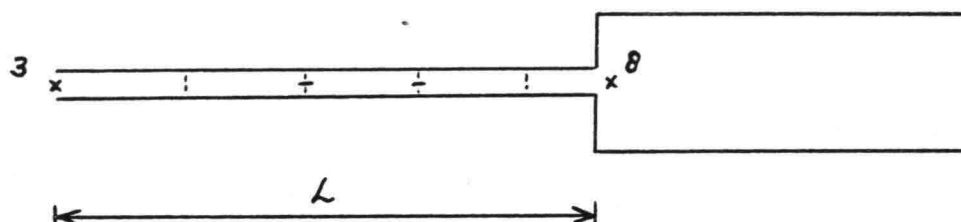


Fig. 7. Schema systeem SRK - Zoommeer

Zoals blijkt uit Bijlage A5 kunnen voor de amplitude intern en voor het faseverschil de volgende relaties worden afgeleid :

$$\hat{h}_8 = \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2 M \Delta F)^2 + \omega^2 K^2 \Delta F^2}} \hat{h}_3 \quad (5.1)$$

$$\Delta K = K_8 - K_3 = \arctan \frac{\omega K \Delta F}{1 - \omega^2 M \Delta F} \quad (5.2)$$

waarin :

$$K = \frac{0,85 L}{A_s^2 R} \frac{\hat{Q}}{C^2} \quad (5.3)$$

$$M = \frac{L}{g A_s} \quad (5.4)$$

De in te voeren grootheden kunnen voor het systeem worden vastgesteld.

- Voor de lengte L wordt de totale lengte van de vakken 8 ... 4 bepaald en afgerond tot $L = 12\ 000\text{ m}$.

- Voor de oppervlakte van het stroomvoerend dwarsprofiel is een gemiddelde waarde voor de vakken 5 en 6 op het niveau NAP + 0,30 m bepaald en afgerond tot $A_s = 1100 \text{ m}^2$.
- Voor M is steeds ingevoerd $M = L/gA_s = 12000/9,8 * 1100 = 1,1 [\text{s}^2/\text{m}^2]$.
- De kombergingsoppervlakte ΔF is bepaald door de kombergingsoppervlakte van de vakken 4 en 5 (zie Fig. 2) toe te voegen aan die van het Zoommeer ($12,5 * 10^6 \text{ m}^2$); dit geeft totaal $\Delta F = 14,5 * 10^6 \text{ m}^2$.
Opm.: In verband met de oorspronkelijke onzekerheden t.a.v. ΔF van het Zoommeer (zie Ref. [2] en [7]), is de invloed nagegaan van een vermindering met $2 * 10^6 \text{ m}^2$. In een tweetal gevallen is dus in totaal ingevoerd $\Delta F = 12,5 * 10^6 \text{ m}^2$.
- De waarde van ω is gebaseerd op een periode $\tau = 12.20 \text{ u}$, derhalve is ingevoerd : $\omega = 1,41 * 10^{-4} [\text{rad/s}]$.
- Voor de hydraulische straal is ingevoerd $R = 5 \text{ m}$ (zie ook par. 3.1).

Als gevolg van het lineariseren van de weerstand (zie Bijlage A5) dient voor elk geval een schatting voor $\hat{Q}$ te worden ingevoerd bij het bepalen van K (zie uitdrukking 5.3).

De gebruikte schattingen zijn vermeld in de Tabel 5.1 en bepaald m.b.v. de resultaten van de in par. 4.3 besproken berekeningen.

Als eerste schatting werd uitgegaan van de m.b.v. IMPLIC berekende vloed-debieten in knooppunt 6 (dat is de zuidelijke vakgrens van vak 6).

	maximale debieten in vak 6 en schatting $\hat{Q}$ in m ³ /s						berekend $\hat{Q} = \omega \Delta F \hat{h}_8$
	max. vloed		max. eb		1e	lagere	
	knp.5	knp.6	knp.5	knp.6	schatting	schatting	
V01	1450	1400	- 1180	- 1120	1400	1200	1417
V04	1658	1603	- 1183	- 1322	1600	1400	1632
V09	1853	1770	- 1573	- 1509	1800	1600	1803
V10	2033	1962	- 1769	- 1696	1950	1800	1997
V07	1414	1357	- 1179	- 1117	1350	1200	1375
V08	1598	1530	- 1370	- 1302	1530	1400	1540

Tabel 5.1 Schatting $\hat{Q}$ in de factor K.

Opm.:

- (i) Het blijkt dat de waarden van de debieten in knooppunt 6 volgens de IMPLIC-resultaten nagenoeg overeenkomen met de gemiddelde van de debieten in de knooppunten 3 en 8.
- (ii) De algemene procedure is dat een berekening met een geschatte $\hat{Q}$ -waarde wordt uitgevoerd, waarna op grond van de resultaten de berekening met een betere schatting wordt herhaald. Teneinde deze procedure en de invloed van de $\hat{Q}$ -schatting (op zichzelf) te illustreren, zijn berekeningen met een lagere $\hat{Q}$ -schatting uitgevoerd.

De waarden van K, M en ΔF , berekend op basis van bovengenoemde parameterwaarden, zijn verzameld in tabel 5.2. In deze tabel zijn de codes aangegeven van de IMPLIC-berekeningen, waarmee de zes onderscheiden gevallen overeenkomen :

V01, V04, V09, V10 en V07, V08.

Er zijn twee grootheden ingevoerd, waarvan de berekende waarden in Tabel 5.2 zijn vermeld :

$$\beta = \omega K \Delta F \quad (5.5)$$

$$\alpha = \omega^2 M \Delta F \quad (5.6)$$

Met deze twee rekengrootheden is eerst berekend :

$$\Delta\kappa = \arctg \frac{\beta}{1 - \alpha} \quad (5.7)$$

De met (5.7) berekende faseverschuiving tussen de functies $h_8(t)$ en $h_3(t)$ is in tabel 5.2 aangegeven in radialen, in graden ($360^\circ \hat{=} 2\pi$) en in minuten ($2\pi \hat{=} 740$ minuten of $1^\circ \hat{=} 2$ minuten).

In de tabel 5.2 wordt vervolgens

$$\sigma = (1 - \alpha)^2 + \beta^2$$

berekend, waarna $1/\sqrt{\sigma}$ de amplitude-verhouding volgens verg.(5.1) wordt bepaald.

Uit de berekende amplitude van de randvoorwaarde $\hat{h}_3$ kan met deze amplitude-factor een waarde voor $\hat{h}_8$ worden berekend. Met de berekende waarde voor $\hat{h}_8$

										faseverschuiving					
	ΔF	C	$\hat{Q}$	K	$\frac{\omega K \Delta F}{\beta}$	$\frac{\omega^2 M \Delta F}{\alpha}$	$1 - \alpha$	$\frac{\beta}{1 - \alpha}$	in rad	in °	in min	$\sigma = (1 - \alpha)^2 + \beta^2$	$\frac{1}{\sqrt{\sigma}}$	$\hat{Q}$ ber.	
code IMPLIC ber.	V01	14,5	60	1400	0,661	1,35	0,320	0,680	1,98	1,10	63	130	2,28	0,66	1410
	V04	14,5	70	1600	0,555	1,13	0,320	0,680	1,66	1,03	59	121	1,74	0,76	1630
	V09	14,5	80	1800	0,478	0,98	0,320	0,680	1,44	0,96	55	114	1,42	0,84	1800
	V10	14,5	90	1950	0,409	0,84	0,320	0,680	1,23	0,89	51	104	1,17	0,93	1995
	V07	12,5	60	1350	0,638	1,12	0,276	0,724	1,55	1,00	57	117	1,78	0,75	1375
	V08	12,5	70	1530	0,531	0,94	0,276	0,724	1,30	0,91	52	108	1,41	0,84	1540

dimensie		$\frac{m^2}{s10^6}$	$\frac{m^{\frac{1}{2}}}{s}$	$\frac{m^3}{s}$	$\frac{s}{m^2}10^{-3}$					rad	$^{\circ}$	min			$\frac{m^3}{s}$
		ΔF	C	$\hat{Q}$	K	$\frac{\omega K \Delta F}{\beta}$	$\frac{\omega^2 M \Delta F}{\alpha}$	1 - α	$\frac{\beta}{1 - \alpha}$				σ	$\sigma^{-\frac{1}{2}}$	$\hat{Q}$ ber.
code IMPLIC ber.	V01	14,5	60	1200	0,567	1,16	0,320	0,680	1,70	1,04	60	123	1,81	0,74	1590
	V04	14,5	70	1400	0,486	0,994	0,320	0,680	1,46	0,97	56	114	1,45	0,83	1780
	V09	14,5	80	1600	0,425	0,869	0,320	0,680	1,28	0,91	52	107	1,22	0,91	1955
	V10	14,5	90	1800	0,378	0,773	0,320	0,680	1,14	0,85	49	100	1,06	0,97	2085
	V07	12,5	60	1200	0,567	0,999	0,276	0,724	1,38	0,94	54	111	1,52	0,81	1485
	V08	12,5	70	1400	0,486	0,856	0,276	0,724	1,18	0,87	50	102	1,26	0,89	1630

lage schatting $\hat{Q}$

$\hat{Q}$ berekend m.b.v.
factor $\sigma^{-\frac{1}{2}}$

Tabel 5.2 - Analytische oplossingen

kan een waarde voor het debiet worden berekend met

$$\hat{Q}_{\text{ber}} = \omega \Delta F \hat{h}_s \quad (5.8)$$

In tabel 5.2 zijn de op deze wijze berekende waarden voor $\hat{Q}$ in de laatste kolom vermeld. Vergelijkt men de gevonden waarden met de gebruikte schattingen, dan kan het volgende worden opgemerkt :

- de bovengenoemde eerste schatting ligt steeds dicht bij de volgens verg. (5.8) berekende waarde;
- een lagere schatting geeft een zodanig hogere waarde via de uitkomsten, dat een duidelijke tendens in de richting van de eerste schatting zichtbaar wordt (zie opm. (ii) op blz. 22);
- de resultaten voor de verschillende $\hat{Q}$ -schattingen geven een goed beeld van de gevoeligheid van het systeem voor (variatiën in) de weerstand in het SRK.

Een nadere interpretatie betreffende het beschouwde probleem m.b.v. de analytische oplossing volgt hierna in par. 5.2.

De samenhang met de IMPLIC-resultaten komt verder in hoofdstuk 6 aan de orde.

5.2 Interpretatie

De in par. 5.1 besproken analytische benadering geeft behalve benaderende oplossingen ook een bruikbaar inzicht in het beschouwde verschijnsel. Bij de analytische oplossing wordt de getijvoortplanting grotendeels gekarakteriseerd door de twee grootheden :

- de faseverschuiving $\Delta\kappa$
- de amplitude factor ($\sigma^{-\frac{1}{2}}$)

In Fig. 8 op blz. 25 is de functie

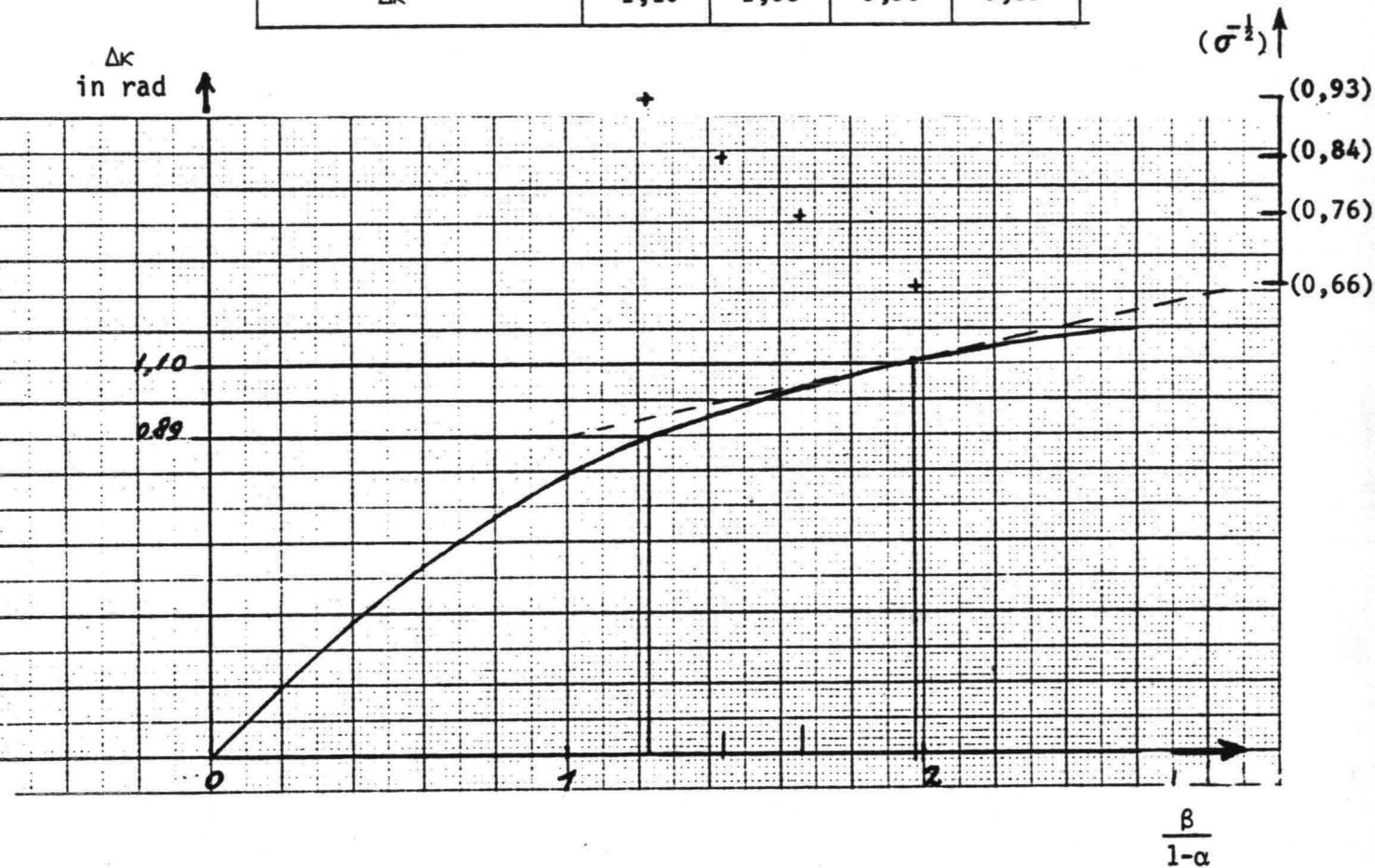
$$\Delta\kappa = \arctg \frac{\beta}{1 - \alpha}$$

uitgezet, waarbij de grootheid $\frac{\beta}{1 - \alpha}$ toeneemt van 0 tot ruim 2. Deze functie brengt het beschouwde faseverschil voor veel gevallen in beeld.

INTERPRETATIE RESULTATEN TABEL 5.2

- o $\Delta\kappa$ afhankelijk van $\omega K\Delta F (1 - \omega^2 M\Delta F)^{-1}$
- o resultaten voor $C = 60, 70, 80$ en $90 \text{ m}^{\frac{1}{2}}\text{s}^{-1}$ liggen binnen het aangegeven gebied :

$\omega K\Delta F (1 - \omega^2 M\Delta F)^{-1}$	1,98	1,66	1,44	1,23
$\Delta\kappa$	1,10	1,03	0,96	0,89



$$\Delta\kappa = \arctg \frac{\beta}{1-\alpha}$$

$$\alpha = \omega^2 M\Delta F$$

$$\beta = \omega K\Delta F$$

Fig. 8 - Interpretatie faseverschuiving

Beschouwd wordt nu eerst het geval met de code V01, waarvoor is berekend :

$$\frac{\beta}{1 - \alpha} = 1,98 \quad \text{en} \quad \Delta\kappa = 1,10 \text{ radialen}$$

In Fig. 8 is in dit punt een raaklijn aan de functie getekend (zie stippellijn).

Uitgaande van het geval V01 blijkt het geval V04 neer te komen op een verschuiving langs de horizontale as van Fig. 5.1 en wel van 1,98 naar 1,66. Door de relatief geringe helling van de raaklijn heeft deze verschuiving slechts een geringe afname van de faseverschuiving tot gevolg.

Uit Fig. 8 blijkt nu dat voor alle berekeningen die in het beeld samen het aangegeven gebied vormen, geldt dat de helling van de raaklijn relatief klein is ($\frac{1}{5}$ à $\frac{2}{5}$).

In par. 4.3 werden bij het variëren van de C-waarde geringe verschillen in de faseverschuivingesignaleerd. De Fig. 8 vormt een bruikbaar hulpmiddel bij de interpretatie hiervan (zie verder Hoofdstuk 6).

Uit de analytische oplossing volgt dat de waarde van de amplitude-factor (dempingsfactor) wordt bepaald door :

$$\sigma^{-\frac{1}{2}} = \{(1 - \alpha)^2 + \beta^2\}^{-\frac{1}{2}}$$

Voor de vier onderscheiden gevallen (V01, V04, V09 en V10) geldt $1 - \alpha = 0,68$. Met $\sigma = (1 - \alpha)^2 \left[1 + \left(\frac{\beta}{1 - \alpha} \right)^2 \right]$ kan de factor $\sigma^{-\frac{1}{2}}$ voor die gevallen worden uitgezet tegen $\frac{\beta}{1 - \alpha}$. In Fig. 8 zijn vier punten ter illustratie aangegeven, waarbij rechts de waarden van de amplitude-factor $\sigma^{-\frac{1}{2}}$ zijn vermeld.

Voor het geval met code V01 ($C = 60 \text{ m}^{\frac{1}{2}}/\text{s}$) is gevonden $h_8/h_3 = 0,66$.

Voor een toename tot $C = 90 \text{ m}^{\frac{1}{2}}/\text{s}$ stijgt deze factor tot 0,93.

Opmerking :

De waarde van β is met name afhankelijk van ΔF (mede via $\hat{Q}$, zie (5.3)).

Het kenmerkende van het beschouwde verschijnsel is de relatief grote waarde van ΔF (d.w.z. vergeleken met een min of meer prismatische open leiding).

6. Overzicht resultaten

Aansluitend aan hoofdstuk 5 wordt de aandacht eerst gericht op de getijdoordringing bij de verschillende C-waarden.

Uitgangspunt is het verloop van de waterstanden in knooppunt 3, die zijn gemeten in het model M1000 en als randvoorwaarden zijn opgelegd. Het verschil tussen de hoogste waterstand +1,24 m en de laagste waterstand -0,84 m t.o.v. NAP geeft een getijverschil van 2,08 m.

Uit de IMPLIC-resultaten kan voor elk van de onderscheiden gevallen het getijverschil op het Zoommeer, d.w.z. in de knooppunten 9, 11 of 13, worden bepaald. In tabel 6.1 zijn de hoogste waterstanden (HW) en de laagste waterstanden (LW) en de getijverschillen weergegeven.

Het getijverschil op het Zoommeer is met $2 * \hat{h}_9$ aangegeven, terwijl het getijverschil t.p.v. de randvoorwaarde $2 * \hat{h}_3$ is genoemd. Uit de IMPLIC-resultaten zijn op deze wijze waarden voor de amplitudefactor $\hat{h}_9/\hat{h}_3$ te bepalen. In tabel 6.1 zijn deze waarden aangegeven, terwijl tevens de amplitudefactoren volgens de analytische oplossingen zijn vermeld. Er is sprake van slechts opvallend geringe verschillen.

resultaten IMPLIC			V01	V04	V09	V10	V07	V08
		HW	+ 0,98	+ 1,10	+ 1,20	+ 1,30	+ 1,10	+ 1,20
		LW	- 0,42	- 0,52	- 0,60	- 0,70	- 0,52	- 0,62
	2 * h ₉ [m]	verschil	1,40	1,62	1,80	2,00	1,62	1,82
	2 * h ₃ [m]		2,08	2,08	2,08	2,08	2,08	2,08
	h ₉ /h ₃		0,67	0,77	0,87	0,96	0,78	0,88
anal. oplossing (zie Tabel 5.2)			0,66	0,76	0,84	0,93	0,75	0,84

Tabel 6.1 - Vergelijking getijverschil intern;
resultaten IMPLIC - anal. oplossingen

Voor het vergelijken van de faseverschuivingen worden de IMPLIC-resultaten die in Fig. 6 zijn ingetekend, gebruikt. Het betreft het vertikaal getij in knooppunt 3 (randvoorwaarde) en in knooppunt 8 (Tholen). Voor elk van de vier gevallen is het verschil in minuten tussen de tijdstippen van hoogwater (HW) in knooppunt 3 en knooppunt 8 zo goed mogelijk afgelezen (zie tabel 6.2). De verschillen tussen de tijdstippen van laagwater (LW), die eveneens zijn afgelezen en in tabel 6.2 zijn vermeld, blijken voor de vier gevallen ongeveer 20 minuten grotere waarden te geven. Het aflezen van de faseverschuiving op het niveau van de midden-stand wordt bemoeilijkt door de middenstandsverhoging van ca. 0,10 m. Als daarmee rekening wordt gehouden, dan kan op een niveau van resp. NAP + 0,20 m en NAP + 0,30 m worden afgelezen.

Opm.: De vervorming als gevolg van de niet-lineaire effecten komt tot uiting in de verschillende faseverschuivingen voor HW, middenstand en LW.

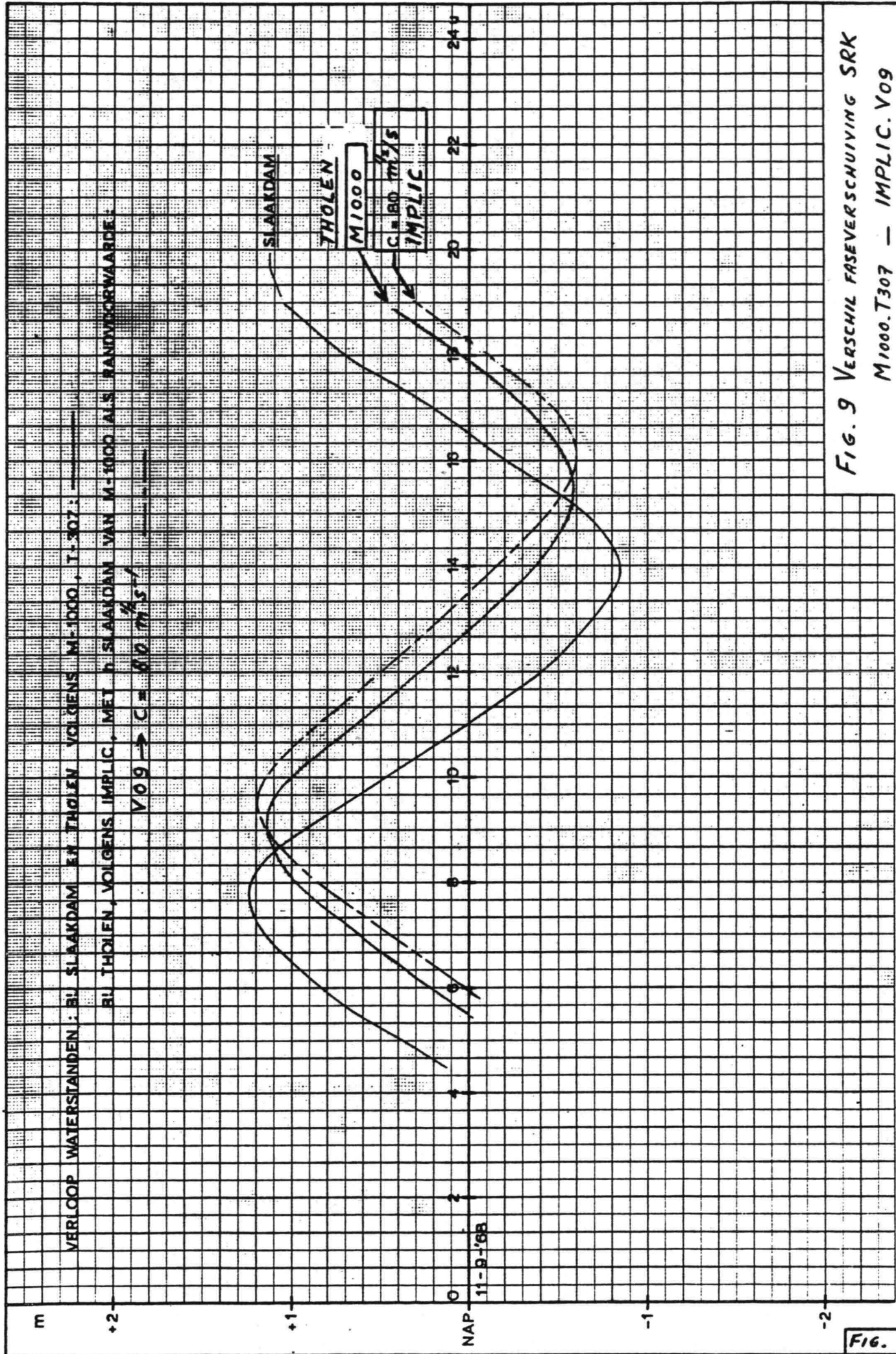
Onder de drie op bovenomschreven wijze afgelezen waarden zijn in tabel 6.2 de waarden ΔK volgens de analytische oplossing (zie tabel 5.2) vermeld.

faseverschil in minuten	V01	V04	V09	V10
HW top	122	112	104	100
afgelezen LW	144	136	128	120
middenstand	136	128	120	108
volgens anal. oplossing	130	121	114	104

Tabel 6.2 - Vergelijking faseverschuiving;
resultaten IMPLIC - anal. oplossing.

Bij het beoordelen van de cijfers in tabel 6.2 is het van belang op te merken dat bij de analytische benadering alle niet-lineaire effecten buiten beschouwing blijven. De gehanteerde analytische oplossing is een betrekkelijk grove benadering. Niettemin is de overeenstemming met de IMPLIC-resultaten ook wat betreft de faseverschuiving over het SRK niet slecht.

In Fig. 9 is, aansluitend bij Fig. 6, het verloop van de waterstand bij Tholen volgens de metingen T307 ingetekend. Deze gemeten kromme wordt vergeleken met $h_s(t)$ volgens berekening V09 (dus voor $C = 80 \text{ m}^{\frac{1}{2}}\text{s}^{-1}$). Op grond van het getijverschil kan worden gesteld dat deze C-waarde voldoet. Als op de faseverschuiving wordt gelet dan blijkt er nog een verschil van ca. 30 minuten te bestaan, dat door het verder verhogen van de C-waarde niet valt te overbruggen. Een nog grotere waarde voor C (of voor het product C^2R) zou een veel groter getijverschil in het Zoommeer opleveren. Daarbij kan het gemeten getijverschil van ca. 1,70 m als een relatief hard gegeven worden gezien.



VERLOOP WATERSTANDEN : BIJ SLAARDAM EN THOLEN VOLGENS M-1000, T-307:

BIJ THOLEN, VOLGENS IMPLIC, MET D. SLAARDAM VAN M-1000 ALS RANDVOORWAARDE:

V09 → C = 180 m/s

FIG. 9 VERSCHIL FASEVERSCUIVING SRK
M1000.T307 — IMPLIC.V09

7. Conclusies en suggesties

De belangrijkste resultaten van de drie modellen die in dit rapport worden vergeleken, geven tesamen duidelijk aan waarom de getijvoortplanting in het systeem SRK - Zoommeer extra aandacht verdient. Met name door de relatief grote kombergingsoppervlakte van het Zoommeer (Oesterdam dicht) zijn op het SRK berging en weerstand sterk overheersend. Met een analytische benadering wordt duidelijk dat de demping sterk en de faseverschuiving veel minder sterk varieert met de coëfficiënt C .

Uitgaande van de meetresultaten T307 van het model M1000 is bij een relatief hoge C -waarde (de weerstandsfactor is g/C^2) het getijverschil wél doch de faseverschuiving duidelijk niet te reproduceren. Het residuele faseverschil van ca. 30 minuten is niet door een nog geringere weerstandsfactor te compenseren omdat het getijverschil op het Zoommeer dan veel te groot wordt.

Het onderzoek is m.b.v. de gebruikelijke IMPLIC-faciliteiten opgezet, waarbij de gegevens betreffende M1000 (configuratie) uitgangspunt waren. Hoewel M1000 dus het prototype vormde, is het helaas niet gelukt de verschillen in faseverschuiving op te heffen resp. te verklaren. De algemene opmerking dat effecten een rol hebben gespeeld, die niet door de beschouwde D V n. worden beschreven, is niet bevredigend.

De IMPLIC-resultaten vertonen een goede overeenstemming met die van een aantal analytische oplossingen.

In het IMPLIC-model worden verschillende niet-lineaire invloeden verdisconteerd. De integrale invloed daarvan op de resultaten blijkt niet zo groot te zijn dat deze invloeden op de voorgrond moeten worden gesteld. Een analytische benadering, die steun geeft bij de interpretatie van de verschillende resultaten, maakt het mogelijk met vier IMPLIC-berekeningen een goed overzicht te verkrijgen. De analytische oplossing geeft de samenhang aan tussen onder meer de volgende grootheden :

- de interne kombergingsoppervlakte ΔF
- de afmetingen van het SRK
- het product $C^2 R$

In het verlengde van de resultaten van dit onderzoek worden t.a.v. twee punten suggesties gedaan.

- Als eerste wordt voorgesteld een zorgvuldige aanpassing van de schematisatie te richten op een analyse van het gedrag van (verschillende onderdelen van) de advection term $\frac{\partial(Qu)}{\partial x}$. In het onderhavige probleem speelt het onderdeel van de convectieve term dat verband houdt met dwarsprofiel-variatie in de plaats, blijkens schattingen een duidelijk herkenbare rol.

Met deze eerste stap kan een algemeen inzicht worden verkregen t.b.v. het schematiseren m.b.v. IMPLIC bij andere problemen (dwarsprofielen op de vakgrenzen).

- Aansluitend bij de hierboven voorgestelde gerichte analyse, kan aandacht worden besteed aan de invloed van variaties van de C-waarde in de tijd. Voorgesteld wordt te komen tot een forse variatie in de C-waarde, zodanig dat aansluitend bij de berekende gevallen een bruikbare interpretatie mogelijk wordt.

Ook dit voorstel is op een algemeen inzicht gericht; de invloed van het variëren van de C-waarde staat alom in de belangstelling.

De getijvoorspelling op het SRK vormt een cluster representatieve problemen met specifieke aspecten. Het is belangrijk de t.z.t. uit te voeren metingen met extra zorg voor te bereiden.

Delft, april 1985

C. Verspuy

Referenties :

- [1] IMPLIC - Gebruikershandleiding 1981

- [2] "Verschillen tussen IMPLIC en M1000 bij gesloten Oesterdam en open Krammer"
ir. A. Langerak,
Notitie DDWT 84-254 dd. 14-2-84.

- [3] "Vergelijking IMPLIC - M1000 voor enkele bouwfases van de compartimente-
ringsdammen",
ir. A.J.G.M. van Roermund,
Nota DDWT 84-008 dd. maart 1984

- [4] "Gevoeligheidsonderzoek met IMPLIC",
ir. A. Langerak,
Notitie DDWT 85-211 dd. 14-1-85.

- [5] "Onderzoek naar de fasering bij de aanleg van de Philipsdam en de Oester-
dam bij volledig getij",
Rapport M1437-7 WL-Delft, september 1977
Interim-verslag Getijmodel Oosterschelde.

- [6] "Onderzoek Philipsdam en Oesterdam",
Rapport M1437-27 WL-Delft, juli 1980

- [7] "Berging SRV - Zoommeer volgens IMPLIC, WWO en M1000"
N.J. Fransen
Notitie DDWT 84-223 dd. 2 februari 1984

Integreren DVn. naar x

De voortplanting van een lange golf in een open leiding wordt hier beschreven met de continuïteitsvergelijking en de bewegingsvergelijking in de gedaante :

$$B \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (\text{A1.1})$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A_s} \right) + g A_s \frac{\partial h}{\partial x} + g \frac{Q|Q|}{C^2 A_s R} = 0 \quad (\text{A1.2})$$

Met de gemiddelde snelheid in het stroomvoerend dwarsprofiel $u = Q/A_s$ kan voor Q^2/A_s worden gelezen Qu .

Beschouwd wordt nu een beperkt gedeelte van de open leiding van $x = x_1$ tot $x = x_2 = x_1 + \Delta x$. Op een bepaald tijdstip t_1 kunnen de beide differentiaalvergelijkingen naar x worden geïntegreerd over de vaklengte. Dit geeft de volgende uitdrukkingen :

$$\int_1^2 \frac{\partial Q}{\partial x} dx = \int_1^2 - B \frac{\partial h}{\partial t} dx$$

$$\int_1^2 \frac{\partial h}{\partial x} dx = \int_1^2 \frac{-1}{g A_s} \left[\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (Qu) \right] dx - \int_1^2 \frac{Q|Q|}{C^2 A_s^2 R} dx$$

Bij elk van de integraal-tekens zijn eenvoudigheidshalve de ondergrens $x = x_1$ en de bovengrens $x = x_1 + \Delta x = x_2$ aangegeven met 1 resp. 2.

De termen onder de integraal-tekens variëren met de tijd en met de plaats. Op elk tijdstip zullen de over de vaklengte gemiddelde waarden worden gebruikt, aangegeven als h_g etc.

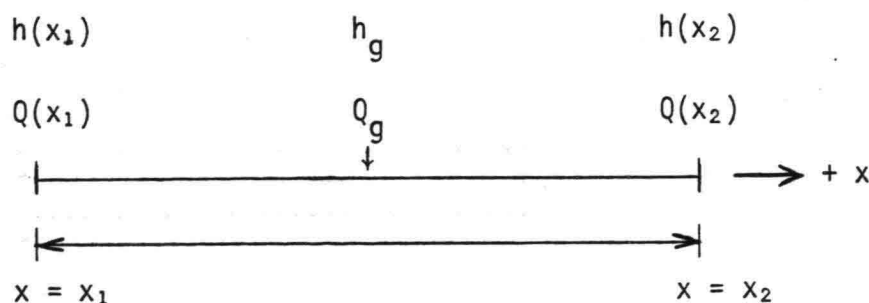


Fig. A1.1 - Een vak met beperkte vaklengte Δx

Het resultaat van het integreren naar x van de beide DVn wordt dan bij benadering :

$$Q(x_2) - Q(x_1) = - B_g \Delta x \frac{dh_g}{dt} = - \Delta F \frac{dh_g}{dt} \quad (A1.3)$$

$$h(x_2) - h(x_1) = - \frac{1}{g(A_s)_g} \left[\frac{dQ_g}{dt} \Delta x + Qu \Big|_{x_2} - Qu \Big|_{x_1} \right] - \frac{\Delta x}{(C^2 A_s^2 R)_g} Q_g |Q_g| \quad (A1.4)$$

In de verg. (A1.4) hebben de termen de dimensie van een verval.

In het nu volgende wordt ervan uitgegaan dat de functies $h(x_1, t)$, $Q(x_1, t)$, $h(x_2, t)$ en $Q(x_2, t)$ bekend zijn. De over de vaklengte gemiddelde waarde zal worden benaderd met $h_g = \frac{1}{2} [h(x_1) + h(x_2)]$, en idem voor Q .

Op basis van de gegevens betreffende het dwarsprofiel over het beschouwde leidinggedeelte, kunnen bij de momentane waarden van h_g waarden worden bepaald voor resp.:

$$\Delta F, \quad (A_s)_g, \quad (C)_g \quad \text{en} \quad (R)_g$$

- o De verg. (A1.3) maakt nu controle-berekeningen mogelijk betreffende het verschil in debiet over het beschouwde vak, dat gelijk is aan de interne berging in m /s.
- o Volgens verg. (A1.4) is het momentane verval over de vaklengte Δx gelijk aan de som van (drie bijdragen van resp.) :
 - de locale traagheidsterm;
 - de advectione traagheidsterm;
 - de weerstandsterm.

De advectione term vergt enige extra aandacht. De bijdrage van deze term in het rechter lid van verg. (A1.4) luidt :

$$- \frac{1}{g(A_s)_g} [Q_2 u_2 - Q_1 u_1] \quad (A1.5)$$

Voor een nadere beschouwing van deze term worden de volgende invloeden onderscheiden :

- a. verandering van het dwarsprofiel;
- b. debiet-variantie $(\frac{\partial Q}{\partial x} \Delta x)$ als gevolg van $\frac{dh_g}{dt}$

- ad a. Beschouwd wordt eerst een leidinggedeelte waarvan de oppervlakte van het stroomvoerend dwarsprofiel (A_s) toeneemt in de positieve x-richting (zie Fig. A1.2). Het debiet is positief als het water stroomt in de + x-richting.

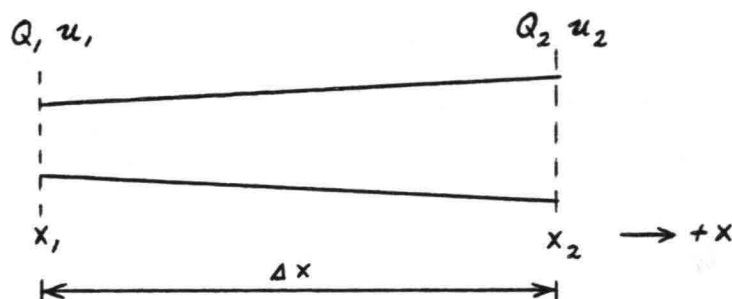


Fig. A1.2 - Toenemend dwarsprofiel

De invloed ad b. blijft bewust buiten beschouwing, met als gevolg dat over de vaklengte wordt gesteld $Q_2 = Q_1$.

- Op een tijdstip waarop het debiet positief is geldt dan :

$$Q_2 u_2 < Q_1 u_1 \quad (A1.6)$$

- Op een tijdstip waarop het debiet negatief is geldt, omdat Q en u tegelijk van teken wisselen, eveneens :

$$Q_2 u_2 < Q_1 u_1 \quad (A1.7)$$

De invloed ad a. geeft dus een bijdrage van de advection term, die voor beide stroomrichtingen hetzelfde teken heeft. De bijdrage aan het verval ($h_2 - h_1$) volgens (A1.5) is voor het voorbeeld met (A1.6) en (A1.7) dus steeds positief. (In de kleinste doorsnede (x_1) is bij eenzelfde debiet de snelheidshoogte groter dan in de grotere doorsnede (x_2), overeenkomend met een hogere waterstand in x_2 dan in x_1 .)

- N.B. Een variatie van A_s met x doet zich voor bij niet-prismatische leidingen en tevens als gevolg van het verval ($h_2 - h_1$) over de vaklengte. De laatstgenoemde invloed is echter meestal verwaarloosbaar omdat de vervallen zeer klein zijn t.o.v. de diepte (bv. 0,1 m t.o.v. 6 m).

ad b. Deze invloed kan geïsoleerd worden besproken als een prismatisch leiding-gedeelte wordt beschouwd, zodat geldt :

$$(A_S)_2 = (A_S)_1 \quad (A1.8)$$

In dat geval resteert er een bijdrage van de advectieve term als gevolg van het verschil in debiet volgens verg.(A1.3). Volgens verg. (A1.5) geldt voor

$$\begin{aligned} - \text{een positief teken van } \frac{dh_g}{dt} & : Q_2 < Q_1 \\ - \text{" negatief " " " " } & : Q_2 > Q_1 \end{aligned}$$

Beschouwd wordt als voorbeeld de getijbeweging in een gedeelte van een relatief kort bekken (zie Fig. A1.3) :

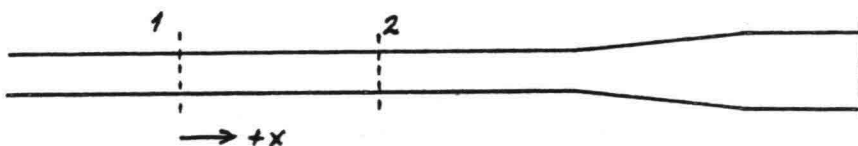


Fig. A1.3 - Prismatisch leiding-gedeelte

Het tijdstip van de kentering (tekenwisseling debiet) valt naarmate de bekkenlengte groter is een langere tijd na het tijdstip waarop $\frac{dh_g}{dt}$ van teken wisselt. Eenvoudigheidshalve wordt verondersteld dat deze tijdstippen precies samenvallen. Er is dan zekerheid dat bij een positieve waarde van $\frac{dh_g}{dt}$ het water in de vloedrichting stroomt. Het vloeddebiet is positief omdat de positieve x-richting in de vloedrichting is gekozen (zie Fig. A1.3).

Voor de gehele vloedperiode geldt dan volgens verg.(A1.3): $Q_2 < Q_1$ en vervolgens :

$$Q_2 u_2 < Q_1 u_1 \quad (A1.9)$$

Tijdens de gehele eb-periode is $\frac{dh_g}{dt}$ negatief en dus geldt volgens verg. (A1.3): $Q_2 > Q_1$, waarbij deze debieten negatief zijn.

Met $(A_S)_2 = (A_S)_1$ geldt vervolgens voor de negatieve snelheden $u_2 > u_1$. Voor het product Qu geldt voor de eb-periode ook :

$$Q_2 u_2 < Q_1 u_1 \quad (A1.10)$$

De hier besproken bijdrage van de advection term van het verval ($h_2 - h_1$) heeft voor eb en vloed (nagenoeg) steeds hetzelfde teken. De bijdrage volgens (A1.5) is voor dit voorbeeld met (A1.9) en (A1.10) steeds positief.

Vaak wordt de invloed van de advection term verwaarloosd t.o.v. die van de locale traagheidsterm en de weerstandsterm (achteraf controleerbaar). Bij praktijkproblemen kunnen dwarsprofiel-variaties in één vak voorkomen van bv. 30% of meer. In het algemeen is het belangrijk om de advection term op te nemen in een model en de relatieve invloed vast te stellen.

Enige schematisatiegegevens per vak, volgens schematisatie IB.SRV-1, d.i. vlgg. geg. M-1000. Tabel S1. VB309C02.

Vaknr. Schem.	Vaknr. Implic	Lengte , m	Opp. gem. str.v.d.w.pr. A in m ² bij m.t.o.v. NAP.				Gem. diepte a in m bij m.t.o.v. NAP. (T ₂)				Hydr. straal ar in m bij m.t.o.v. NAP.			
			-1	-0,5	NAP	+0,5	+1	+1,5	-1	-0,5	NAP	+0,5	+1	+1,5
10M	10	2670	838	935	1035	1137	1244	1395	4,34	4,72	5,10	5,41	5,27	3,65
9MN	9	1460	772	861	953	1047	1143	1243	4,36	4,73	5,12	5,48	5,83	5,92
9MZ	8	1240	757	846	938	1034	1139	1254	4,28	4,65	5,02	5,17	5,13	5,29
8M	7	3000	768	861	957	1057	1174	1317	4,17	4,53	4,88	5,01	4,46	4,19
7M	6	2520	756	848	948	1058	1177	1302	4,18	4,42	4,49	4,58	4,77	5,13
6M	5	2710	863	990	1120	1254	1391	1532	3,44	3,84	4,23	4,63	5,00	5,26
5M	4	2670	913	1015	1122	1232	1344	1458	4,54	4,81	5,15	5,55	5,92	6,28
4M	3	1560	1612	1879	2178	2512	2899	3315	3,20	3,31	3,45	3,52	3,51	4,00
2M	2	2700	1533	1835	2217	2640	3061	3483	2,84	2,68	2,66	3,14	3,63	4,12
1M	1	3000	1523	1816	2147	2500	2853	3209	2,77	2,91	3,07	3,55	4,02	4,49
62M	11	1260	4452	4815	5281	5848	6467	7092	7,17	5,77	5,09	4,83	5,19	5,65
63M	12	1900	4205	4662	5237	5878	6516	7156	5,21	4,48	4,14	4,62	5,09	5,58
78M	13	2300	5222	655	818	1015	1249	1500	2,19	2,20	2,29	2,35	2,51	2,99

zie ook de figuren : S1, S2, S3, S4 en S5.

Vaknr. Schem.	Vaknr. Implic	Kmr. vakgrenzen	Lengte m	Gem. str.v. breedte b in m bij m.t.o.v. NAP.				Gem. komb. breedte b in m bij m.t.o.v. NAP.				Komb. opp. bUNAP, ha				
				-1	-0,5	NAP	+0,5	+1	+1,5	-1	-0,5		NAP	+0,5	+1	+1,5
10M	10	1013.530 - 1016.200	2670	193	198	203	210	236	382	193	198	203	210	236	414	54,2
9MN	9	1016.200 - 1017.653	1460	177	182	186	191	196	210	177	182	186	191	196	210	27,2
9MZ	8	1017.653 - 1018.900	1240	177	182	187	200	222	237	177	182	189	211	238	242	23,4
8M	7	1018.900 - 1021.900	3000	184	190	196	211	263	314	251	284	317	358	410	468	95,1
7M	6	1021.900 - 1024.420	2520	181	192	211	231	247	254	187	209	235	259	278	292	59,2
6M	5	1024.420 - 1027.130	2710	251	258	265	271	278	291	261	270	279	290	303	319	75,6
5M	4	1027.130 - 1029.795	2670	201	211	218	222	227	232	390	400	409	432	452	461	109,2
4M	3	1029.795 - 1031.335	1560	503	568	631	714	826	828	648	900	1221	1385	1436	1439	190,5
2M	2	1031.335 - 1034.035	2700	540	685	833	841	844	846	683	780	833	841	844	846	224,9
1M	1	1034.035 - 1037.035	3000	550	625	700	705	710	715	612	730	890	961	978	985	267,0
62M	11		1260	621	895	1037	1212	1246	1255	757	1075	1300	1311	1317	1321	163,8
63M	12		1900	807	1040	1265	1273	1279	1283	1085	1203	1277	1291	1284	1287	242,6
78M	13		2300	238	298	357	432	497	502	389	525	701	809	846	851	161,2

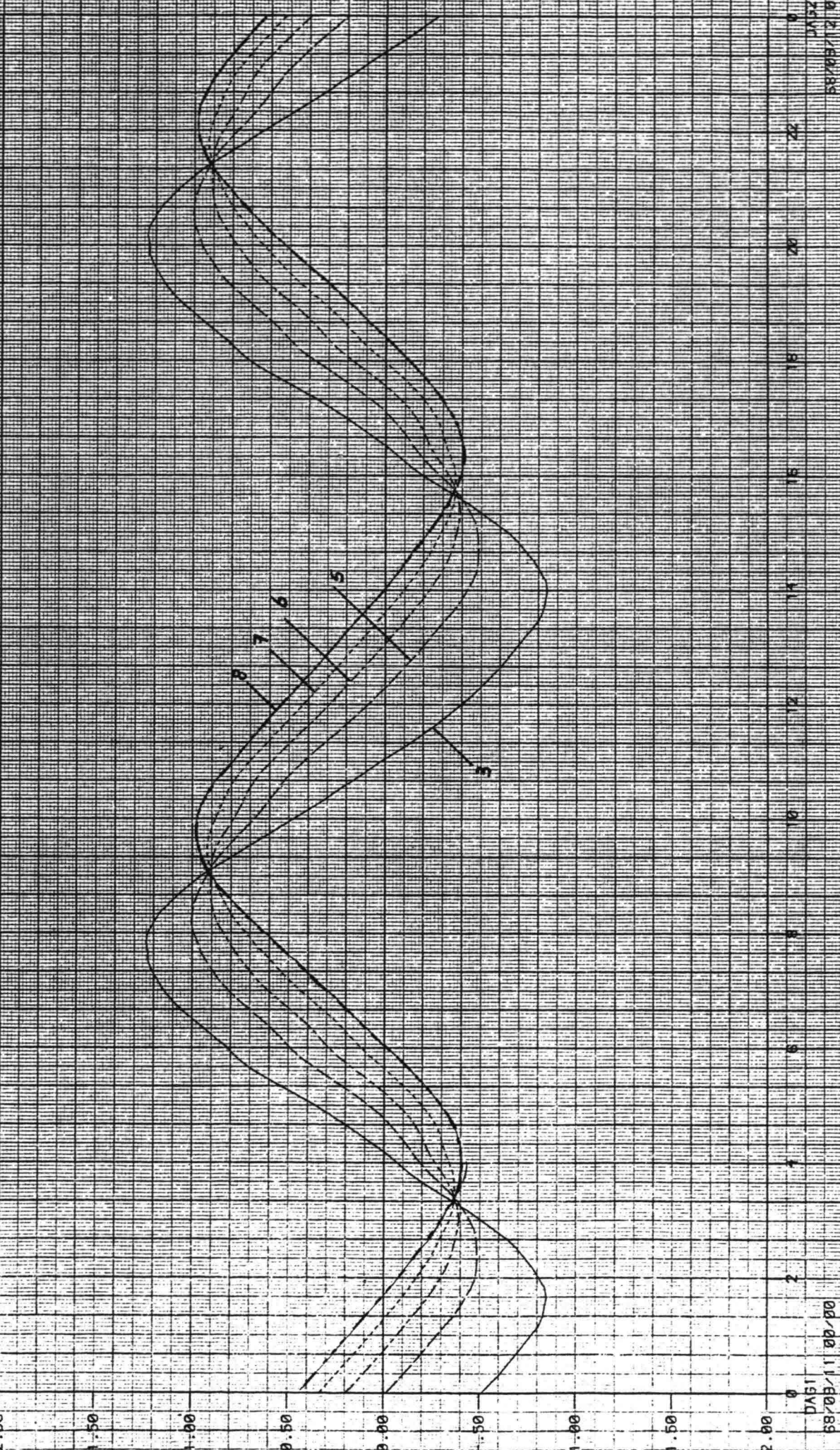
Totale komb. opp. bij NAP: 1693,9

Tot. lengte vakken 1 t/m 10: 23530 m.

Tot. lengte vakken l t/m 10 : 23.530 m.

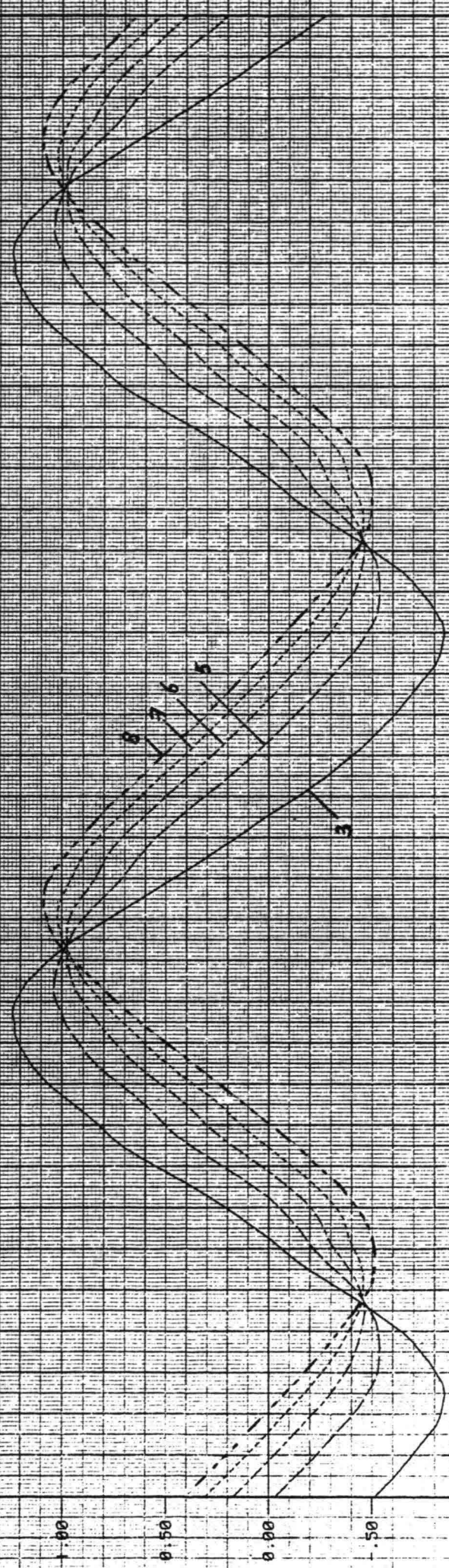
Totale komb. opp. bij NAP : 1693,9 ha

DPC	H'	IN M	MEET PUNT	KNOOP PUNT
V01 (1)	H'	IN M	8.1	3
V01 (1)	H'	IN M	7.2	3
V01 (1)	H'	IN M	6.2	6
H V01 (1)	H'	IN M	5.2	7



OPC	MEETPUNT	KNOOPPUNT
V04 (1)	8.1	3
V04 (1)	7.2	5
V04 (1)	5.2	6
H V04 (1)	5.2	7

6



58/09/12 00:00

PAGE 1
58/09/11 00:00

Analytische oplossing systeem SRK - Zoommeer

Indien zoals bij dit systeem sprake is van een smalle openleiding tussen twee reservoirs, kan worden nagegaan in hoeverre de interne berging in de leiding kan worden verwaarloosd. In deze bijlage wordt verondersteld dat de berging geconcentreerd is in het Zoommeer, waar bovendien geldt $h(t) = \text{constant} = h_8(t)$ (zie fig. A5.1).

De kombergingsoppervlakte wordt ΔF genoemd.

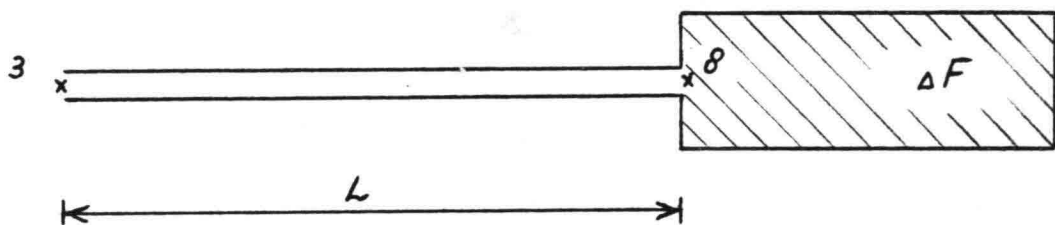


Fig. A5.1 Schema systeem SRK - Zoommeer

Het debiet in punt 8 wordt benaderd met :

$$Q_8(t) = \Delta F \frac{\partial h_8(t)}{\partial t} \quad (\text{A5.1})$$

Als met dit debiet ook in de leiding 3 ... 8 wordt gerekend, dan geeft de naar x geïntegreerde bewegingsvergelijking :

$$h_8(t) - h_3(t) = - \frac{L}{gA_s} \frac{\partial Q_8(t)}{\partial t} - \frac{L}{C^2 A_s^2 R} Q_8(t) |Q_8(t)| \quad (\text{A5.2})$$

De differentiaalvergelijkingen worden gelineariseerd, d.w.z. dat achter-eenvolgens eerst gesteld wordt :

$\Delta F = \text{constant}$ met $h_8(t)$ en dus in de tijd;

$A_s = \text{constant}$ met t , gesteld wordt $\frac{L}{gA_s} = M$;

$C^2 R = \text{constant}$ met t (en dus ook $\frac{L}{C^2 A_s^2 R}$).

De uitdrukking $Q_8(t)|Q_8(t)|$ wordt vervangen (volgens Lorentz) door $\frac{8}{3\pi} \hat{Q}_8 Q_8(t)$.

Nu wordt gesteld $\frac{8}{3\pi} \hat{Q}_8 \frac{L}{C^2 A_S^2 R} = K$.

Het gaat dan om een oplossing voor de volgende lineaire DV n :

$$Q_8(t) = \Delta F \frac{\partial h_8(t)}{\partial t} \quad (A5.3)$$

$$h_3(t) = h_8(t) + M \frac{\partial Q_8(t)}{\partial t} + K Q_8(t) \quad (A5.4)$$

Aan deze DV n. kan worden voldaan door functies $h(t)$ en $Q(t)$ die sinusvormig in de tijd verlopen. Indien $Q_8(t)$ met verg. (A5.3) wordt geëlimineerd, wordt voor verg. (A5.4) gevonden :

$$h_3(t) = h_8(t) + K\Delta F \frac{\partial h_8(t)}{\partial t} + M\Delta F \frac{\partial^2 h_8(t)}{\partial t^2} \quad (A5.5)$$

Een oplossing is gemakkelijk te vinden door te stellen :

$$\begin{aligned} h_3 &= \hat{h}_3 e^{i\omega t} && \text{als bekende functie} \\ \text{en} \\ h_8 &= \hat{h}_8 e^{i\omega t - i\gamma} && \text{als de onbekende functie.} \end{aligned}$$

Substitueert men deze beide functies in verg. (A5.5) dan geeft dit :

$$h_8(1 + i\omega K\Delta F - \omega^2 M\Delta F) = h_3 \quad (A5.6)$$

Uit verg. (A5.6) volgt :

$$\hat{h}_8 e^{-i\gamma} = \frac{1}{1 + i\omega K\Delta F - \omega^2 M\Delta F} \hat{h}_3 \quad (A5.7)$$

Uit de oplossing (A5.7), die direct volgt uit de door substitueren gevonden relatie (A5.6), kan worden bepaald : de amplitude $\hat{h}_8$ en de "naijl"-hoek γ ($\Delta\kappa = \kappa_8 - \kappa_3$). De amplitude van $h_3(t)$ is gegeven en de fasehoek van $h_3(t)$ (κ_3) is nul gesteld.

De amplitude-verhouding $\hat{h}_8/\hat{h}_3$ en de faseverschuiving $(-\gamma)$ worden beiden bepaald door de complexe factor in (A5.7), die als volgt wordt omgewerkt:

$$\frac{1}{1 - \omega^2 M \Delta F + i \omega K \Delta F} = \frac{1 - \omega^2 M \Delta F - i \omega K \Delta F}{(1 - \omega^2 M \Delta F)^2 + (\omega K \Delta F)^2} \quad (\text{A5.8})$$

Het faseverschil wordt bepaald door de verhouding tussen $-\omega K \Delta F$ en $1 - \omega^2 M \Delta F$ in de teller van deze factor :

$$\text{tg } (-\gamma) = \frac{-\omega K \Delta F}{1 - \omega^2 M \Delta F} \quad (\text{A5.9})$$

Uit (A5.9) volgt, als $-\gamma = \Delta\kappa$ ($= \kappa_8 - \kappa_3$) wordt gesteld :

$$\Delta\kappa = \text{arctg} \frac{\omega K \Delta F}{1 - \omega^2 M \Delta F} \quad (\text{A5.10})$$

De amplitude-verhouding volgt uit de absolute waarde van de complexe factor in (A5.7) :

$$\frac{\hat{h}_8}{\hat{h}_3} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2 M \Delta F)^2 + \omega^2 K^2 \Delta F^2}} \quad (\text{A5.11})$$

Uit (A5.10) en (A5.11) blijkt dat de demping en de faseverschuiving volgens dit model direct kunnen worden berekend. Daarbij komt de invloed van resp. L , A_s , ΔF en ω duidelijk naar voren. Een complicatie is dat door het lineariseren van de weerstand een goede schatting van $\hat{Q}_8$ moet worden gemaakt, teneinde de weerstandsfactor K te kunnen invoeren. Dit maakt een iteratie-proces nodig.

Opmerking :

Bij de toepassing in par. 5.1 is ΔF verhoogd met de kombergingsoppervlakte van een gedeelte van de leiding. (Zie Fig. A5.2 op blz. A5.4).

Het daarbij behorende debiet komt overeen met $Q_6(t)$ en dus met $\approx Q_{\text{gem}}$ in de leiding 3 ... 8.

De gevoeligheid is getoetst door ΔF met $2 \cdot 10^6 \text{ m}^2$ te verkleinen (in 2 gevallen).

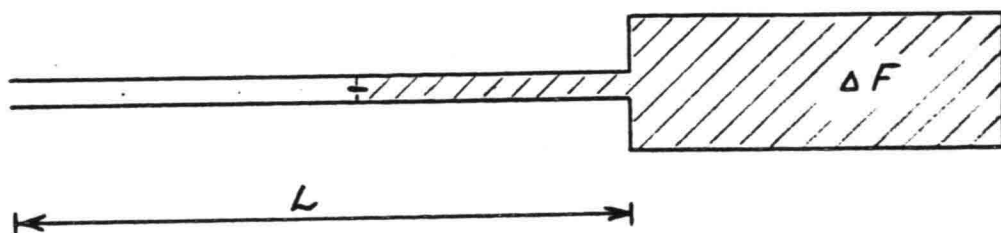


Fig. A5.2 - Aanpassing schema



