

662



SCHEMATISATIES  
BIJ  
KUSTLIJNBEREKENINGEN

TECHNISCHE HOGESCHOOL DELFT  
AFDELING DER CIVIELE TECHNIEK  
VAKGROEP WATERBOUWKUNDE

SCHEMATISATIES BIJ KUSTLIJNBEREKENINGEN.

- SCHEMATISATIE VAN DE KUSTLIJNBEREKENINGEN.
- SCHEMATISATIE VAN HET GOLFKLIMAAT T.B.V.  
KUSTLIJNBEREKENINGEN.

Afstudeerverslag: Vakgroep Waterbouwkunde  
Hoogleraar: Prof. dr. ir. E.W. Bijker  
Begeleider: Ir. J. van de Graaff

R.A.M. Schinagl

Delft, mei 1986

## INHOUD

| Hoofdstuk   | bladzijde |
|---|-----------|
| 1. INLEIDING  | 3         |
| 1.1 Algemeen  | 3         |
| 1.2 Symbolen  | 5         |
| DEEL 1: SCHEMATISATIE KUSTLIJNBEREKENING                    | 7         |
| 2. DE VERGELIJKINGEN  | 8         |
| 2.1 De continuïteitsvergelijking                            | 8         |
| 2.2 De bewegingsvergelijking                                | 9         |
| 2.3 De kustvergelijking                                     | 11        |
| 2.4 Bepaling golfrichting bij breken                        | 12        |
| 3. DE NUMERIEKE OPLOSSING VAN DE NIET LINEAIRE VERGELIJKING | 14        |
| 4. DE RANDVOORWAARDEN                                       | 18        |
| 4.1 De randvoorwaarde op $x = 0$                            | 18        |
| 4.1 De randvoorwaarde op $x = \infty$                       | 19        |
| 5. SCHEMATISATIES IN DE KUSTVERGELIJKING                    | 20        |
| 5.1 De schematisatie $A_1 = dy/dx$                          | 20        |
| 5.2 De schematisatie $Q = \text{constant}$                  | 22        |
| 5.3 Pelnard Considère                                       | 23        |
| 6. PROGRAMMAS EN CONTROLE                                   | 24        |
| 7. NUMERIEKE EFFECTEN                                       | 28        |
| 7.1 Getrapte kustlijn                                       | 28        |
| 7.2 Rechte beginkustlijn                                    | 31        |
| 8. EFFECTEN VAN SCHEMATISATIES                              | 34        |
| 8.1 De schematisatie $A_1 = dy/dx$                          | 34        |
| 8.2 Verantwoording massabehoud bij $A_1 = dy/dx$            | 42        |
| 8.3 De schematisatie $Q = \text{constant}$                  | 43        |
| 8.4 De volledige schematisatie                              | 47        |

## INHOUD (vervolg)

| Hoofdstuk   | bladzijde |
|---|-----------|
| 9. CONCLUSIE DEEL 1.  | 52        |
| DEEL 2: SCHEMATISATIE GOLFKLIMAAT   | 55        |
| 10. BEPALING VAN DE OMSTANDIGHEDEN  | 56        |
| 10.1 Het golfklimaat  | 56        |
| 10.2 De diepte  | 60        |
| 11. SCHEMATISATIE VAN HET GOLFKLIMAAT                                     | 62        |
| 11.1 Basisschematisatie   | 64        |
| 11.1.1 Bepaling golfrichting in schematisatieperiode                      | 68        |
| 11.1.2 Bepaling golfperiode in schematisatieperiode                       | 73        |
| 11.1.3 De duur van de schematisatieperiode                                | 77        |
| 11.2 Verdere schematisatie  | 82        |
| 11.3 Overzicht van de schematisaties                                      | 93        |
| 12. NADERE BESCHOUWING BEPALING GOLFRICHTING IN SCHEMATISATIE-<br>PERIODE | 96        |
| 13. CONCLUSIE DEEL 2. EN AANBEVELINGEN                                    | 104       |
| 13.1 Conclusie deel 2   | 104       |
| 13.2 Aanbevelingen  | 105       |
| 14. LITERATUURLIJST   | 106       |

## 1. INLEIDING

### 1.1 Algemeen

Overal waar de mens activiteiten aan een kust ontplooit, zal hij willen weten hoe deze kust zich gedraagt in het verloop van de tijd. Wanneer het gedrag van de kust bekend is, kan de mens zijn activiteiten daarop afstemmen. Wanneer het gedrag van een kust een beperking vormt voor het uitvoeren van bepaalde activiteiten, zal de mens in sommige gevallen zelfs besluiten tot ingrijpen in het natuurlijk gedrag van die kust. In die gevallen zal hij willen weten wat de effecten van bepaalde ingrepen zijn.

Een belangrijk hulpmiddel bij de bepaling van het gedrag van een kust zijn kustlijnberekeningen. Dergelijke kustlijnberekeningen hebben vooral door de opkomst van de computer een belangrijke plaats ingenomen in studies van het gedrag van kusten.

Met een kustlijnberekening wordt de verandering van de ligging van een kustlijn berekend, uitgaande van een bepaalde beginkustlijn onder invloed van factoren zoals golven en stroming.

In dit verslag zal uitsluitend aandacht worden besteed aan het effect van golven. Wil men de verandering van een kustlijn onder invloed van golven in een bepaalde periode bepalen, dan dient het golfklimaat in deze periode bekend te zijn. Te denken valt aan gegevens als golfhoogte, golfperiode en golfrichting. Wanneer deze gegevens bekend zijn, kunnen ze in de kustlijnberekening ingevoerd worden. Stel dat men golfgegevens geregistreerd heeft met een frequentie van een maal per dag, dan zouden deze gegevens stuk voor stuk in de kustlijnberekening ingevoerd kunnen worden. De ligging van de kustlijn wordt dan telkens bepaald aan het einde van de dag waarvoor de gegevens golden.

Deze methode is nogal omslachtig en tijdrovend. Dit brengt automatisch veel kosten met zich mee.

Liever zou men de bekende gegevens zodanig willen schematiseren dat het doorrekenen van de gegevens in de kustlijnberekening veel minder frequent hoeft plaats te vinden. Hierbij valt bijvoorbeeld te denken aan het middelen van de golfgegevens over een bepaalde periode.

Wanneer de golfgegevens met grote tijdstappen in de berekening kunnen worden ingevoerd dan is het wellicht mogelijk om de kustlijnberekening zelf ook met grote tijdstappen te doorlopen. Dit kan dan uiteindelijk leiden tot een aanzienlijke tijdsbesparing en een daaruit voortvloeiende kostenbesparing.

In mei 1984 presenteerde dhr. D. J. Kevelam [2] zijn afstudeerrapport getiteld: "Schematisatie van het golfklimaat t.b.v. kustlijnberekeningen" met als subtitel "invloed variërende golfrichtingen". De belangrijkste conclusie uit dit rapport was:

De uiteindelijke ligging van een kustlijn wordt sterk bepaald door het gedrag van het golfklimaat in het verleden. Dientengevolge kan niet altijd worden volstaan met een kustlijnberekening met een over de tijd gemiddelde golfrichting.

De kustlijnberekeningen van Kevelam zijn uitgevoerd met een geschematiseerde kustvergelijking en voor golfrichtingen  $< 25^\circ$  t.o.v. de begin-kustlijn.

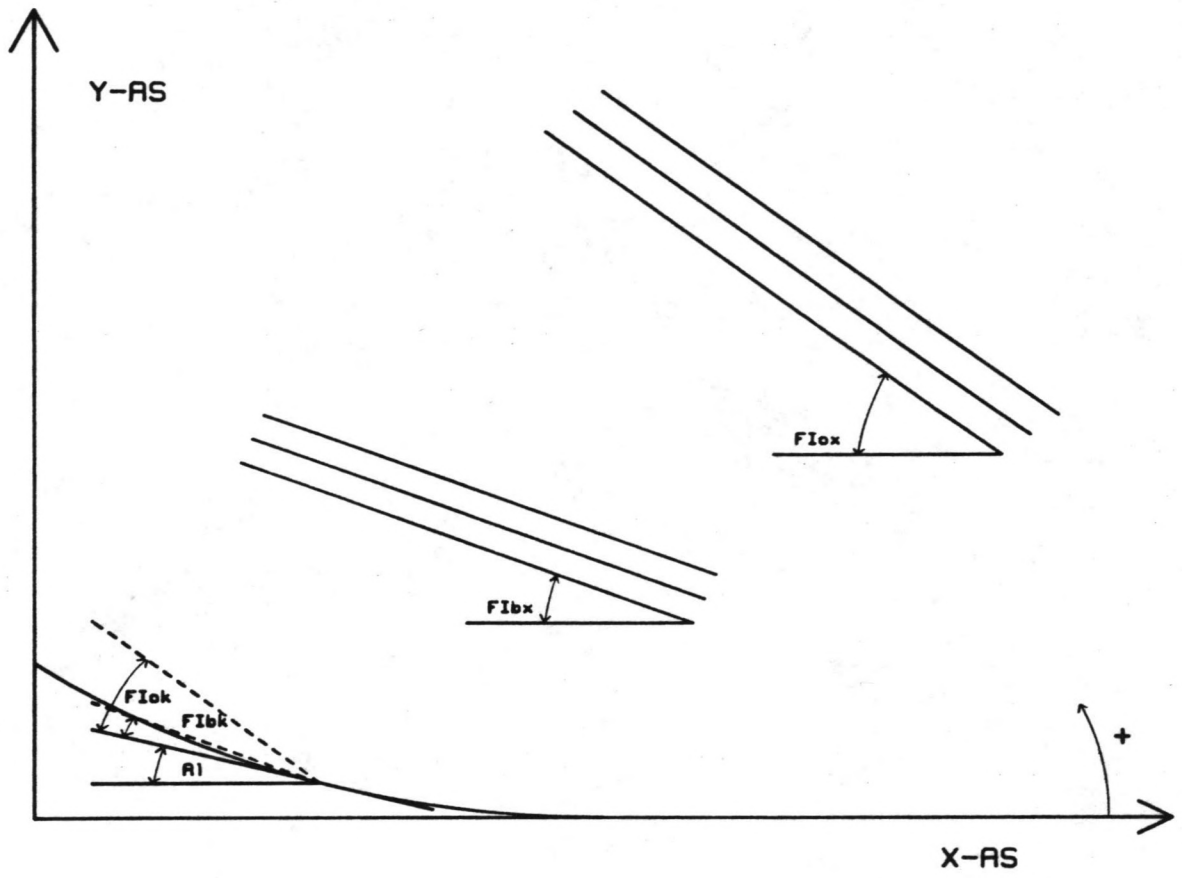
In het voorliggende rapport zal in het eerste deel onderzocht worden wat de effecten van het schematiseren van de kustvergelijking zelf zijn op de resultaten van een kustlijnberekening.

In het tweede deel wordt onderzocht hoe een gegeven golfklimaat geschematiseerd kan worden zodanig dat de rekentijd van de kustlijn-berekening zoveel mogelijk wordt verkleind met behoud van nauwkeurige resultaten.

## 1.2 Symbolen

In dit gehele rapport zal gebruik gemaakt worden van de onderstaande symbolen. In figuur 1.1 is de betekenis van enkele symbolen verduidelijkt.

- Al : Hoek van de kustlijn met de x-as.
- Co : Voortplantingssnelheid van de golven op diep water.
- D : Diepte waarover het materiaal verspreid wordt.
- F :  $F = 0.020 * H_o^2 * C_o$
- F<sub>Ibk</sub> : Hoek van de golven in de brekerzone met de kust.
- F<sub>Ibx</sub> : Hoek van de golven in de brekerzone met de x-as.
- F<sub>Iok</sub> : Hoek van de golven op diep water met de kust.
- F<sub>Iox</sub> : Hoek van de golven op diep water met de x-as.
- H<sub>b</sub> : Significante golfhoogte in de brekerzone.
- H<sub>o</sub> : Significante golfhoogte op diep water.
- L<sub>b</sub> : Golflengte in de brekerzone.
- L<sub>o</sub> : Golflengte op diep water.
- Q :  $Q = dS/dF_{Iok}$
- S : Zandtransport in de x-richting.



figuur 1.1: Verduidelijking symbolen.

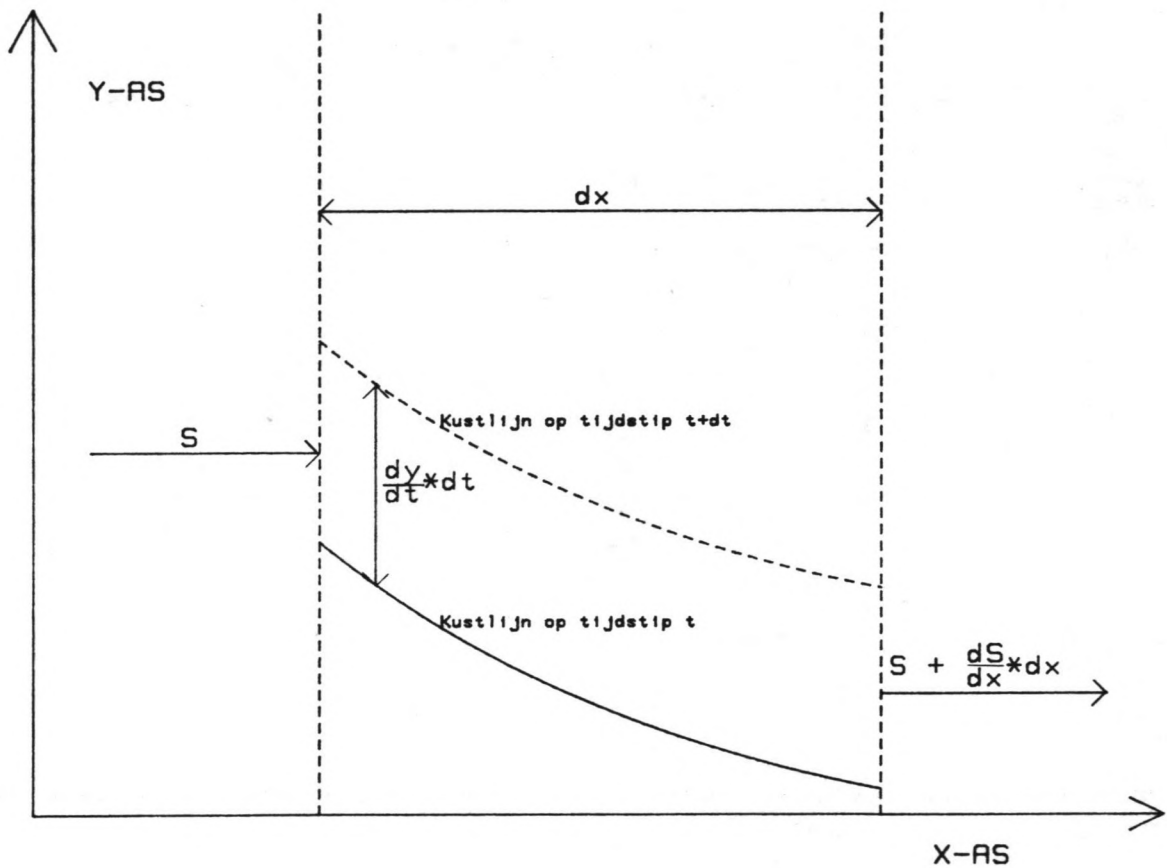


**DEEL 1: SCHEMATISATIE KUSTLIJNBEREKENING**

## 2. DE VERGELIJKINGEN

### 2.1 De continuïteitsvergelijking

Beschouwd wordt een elementje zoals hieronder in figuur 2.1 is aangegeven.



figuur 2.1: Balansgebied.

Dit is dus een gedeelte van de kustlijn in plattegrond gezien. Indien wordt uitgegaan van een verschuiving  $dy$  over de hele lengte  $dx$ , dus een evenwijdige verschuiving van de kustlijn, dan geldt:

De continuïteitsvergelijking:

$$s \cdot dt - \left[ s + \frac{ds}{dx} \cdot dx \right] \cdot dt = \left[ \frac{dy}{dt} \right] \cdot dt \cdot dx \cdot D \quad 2.1.1$$

$$- \frac{ds}{dx} \cdot dx = \frac{dy}{dt} \cdot dx \cdot D \quad 2.1.2$$

$$\frac{ds}{dx} + D \cdot \frac{dy}{dt} = 0 \quad 2.1.3$$

- Hierin is:
- S: Zandtransport in x-richting in m<sup>3</sup>/sec.
  - D: De diepte waarover het materiaal verspreid wordt in m.
  - x: De afstand langs de x-as in m.
  - y: De afstand langs de y-as in m.
  - t: De tijd in sec.

## 2.2 De bewegingsvergelijking:

Als bewegingsvergelijking wordt de CERC formule genomen.

$$S = 0.020 \cdot H_o^2 \cdot C_o \cdot \cos(FIok) \cdot \sin(FIbk) \quad 2.2.1$$

Hierin is: H<sub>o</sub>: H<sub>sign</sub> op diep water.

C<sub>o</sub>: Voortplantingssnelheid op diep water

FI<sub>ok</sub>: Golfrichting t.o.v. kust op diep water

FI<sub>bk</sub>: Golfrichting t.o.v. kust in brekerzone

$$\text{Stel} \quad F = 0.020 \cdot H_o^2 \cdot C_o \quad 2.2.2$$

$$\text{Dan} \quad S = F \cdot \cos(FIok) \cdot \sin(FIbk) \quad 2.2.3$$

$$\text{En met} \quad \left[ \frac{dS}{dx} \right] = \left[ \frac{dS}{dAl} \right] * \left[ \frac{dAl}{dx} \right] \quad 2.2.4$$

Wordt dit:

$$\left[ \frac{dS}{dx} \right] = F * \left[ -\sin(FIok) * \sin(FIbk) * \left[ \frac{dFIok}{dAl} \right] + \cos(FIok) * \cos(FIbk) * \left[ \frac{dFIbk}{dAl} \right] \right] * \left[ \frac{dAl}{dx} \right] \quad 2.2.5$$

$$\text{Omdat} \quad FIok = FIox - Al \quad \text{geldt:} \quad \left[ \frac{dFIok}{dAl} \right] = \left[ \frac{dFIox}{dAl} \right] - \left[ \frac{dAl}{dAl} \right] = -1 \quad 2.2.6$$

$$FIbk = f(FIok) \quad \text{dus:} \quad \left[ \frac{dFIbk}{dAl} \right] = \left[ \frac{dFIbk}{dFIok} \right] * \left[ \frac{dFIok}{dAl} \right] = -1 * \left[ \frac{dFIbk}{dFIok} \right] \quad 2.2.7$$

Met de formules 2.2.6 en 2.2.7 wordt formule 2.2.5 :

$$\left[ \frac{dS}{dx} \right] = F * \left[ \sin(FIok) * \sin(FIbk) - \cos(FIok) * \cos(FIbk) * \left[ \frac{dFIbk}{dFIok} \right] \right] * \left[ \frac{dAl}{dx} \right] \quad 2.2.8$$

$$\text{Stel} \quad Q = -F * \left[ \sin(FIok) * \sin(FIbk) - \cos(FIok) * \cos(FIbk) * \left[ \frac{dFIbk}{dFIok} \right] \right] \quad 2.2.9$$

$$\text{Dan} \quad \left[ \frac{dS}{dx} \right] = -Q * \left[ \frac{dAl}{dx} \right] \quad 2.2.10$$

Soortgelijke formules als in deze paragraaf afgeleid zijn ook terug te vinden in het werk van Le Mehaute en Soldate (1980) [4].

### 2.3 De kustvergelijking

Door invullen van de bewegingsvergelijking (2.1.3) in de continuïteitsvergelijking (2.2.10) wordt de kustvergelijking gevonden:

$$\left[ \frac{dy}{dt} \right] = \frac{Q}{D} * \left[ \frac{dA1}{dx} \right] \quad 2.3.1$$

$$\text{Met } Q = -F * \left[ \begin{array}{l} \text{SIN}(FIok) * \text{SIN}(FIbk) - \text{COS}(FIok) * \text{COS}(FIbk) * \left[ \frac{dFIbk}{dFIok} \right] \end{array} \right] \quad \begin{array}{l} 2.3.2 \\ 2.2.9 \end{array}$$

$$\text{En } F = 0.020 * Ho^2 * Co \quad \begin{array}{l} 2.3.3 \\ (2.2.2) \end{array}$$

## 2.4 Bepaling golfrichting bij breken

Een belangrijk aspect van formule 2.3.1 is om de functie  $F_{Ibk}=f(F_{Iok})$  en daarmee  $dF_{Ibk}/dF_{Iok}$  te kennen. Voorlopig is gekozen voor de uitdrukking van Le Mehaute en Koh (1967) [3]:

$$F_{Ibk} = F_{Iok} * 0.25 + 5.50 * \left[ \frac{H_o}{L_o} \right] \quad 2.4.1$$

Hierin is:  $F_{Ibk}$ : Golfrichting t.o.v. de kustlijn bij breken.

$F_{Iok}$ : Golfrichting t.o.v. de kustlijn op diep water.

$H_o$ : Golfhoogte op diep water.

$L_o$ : Golflengte op diep water.

Dit geldt voor hoeken  $F_{Iok} < 0.873$  rad. ( $50^\circ$ ).

$$\text{waardoor } \left[ \frac{dF_{Ibk}}{dF_{Iok}} \right] = 0.25 + 5.50 * \left[ \frac{H_o}{L_o} \right] \quad 2.4.2$$

Het door Le Mehaute en Koh gebruikte brekingscriterium is:

$$\left[ \frac{H_b}{L_b} \right] = 0.14 * \text{TANH} \left[ \frac{2 * \pi * D_b}{L_b} \right] \quad 2.4.3$$

Hierin is:  $H_b$ : Golfhoogte bij breken.

$L_b$ : Golflengte bij breken.

$D_b$ : Waterdiepte bij breken.

Voor het breken van golven op een strand is een brekingscriterium van de vorm  $H_b/D_b = \gamma$  meer geschikt. Een formule die gebruikt maakt van een dergelijk brekingscriterium ( $H_b/D_b = 0.7$ ) is:

$$F_{Ibk} = F_{Iok}^{0.894} * 2.125 * \left[ \frac{H_o}{L_o} \right]^{0.344} \quad 2.4.4$$

voor  $F_{Iok} < 45^\circ$

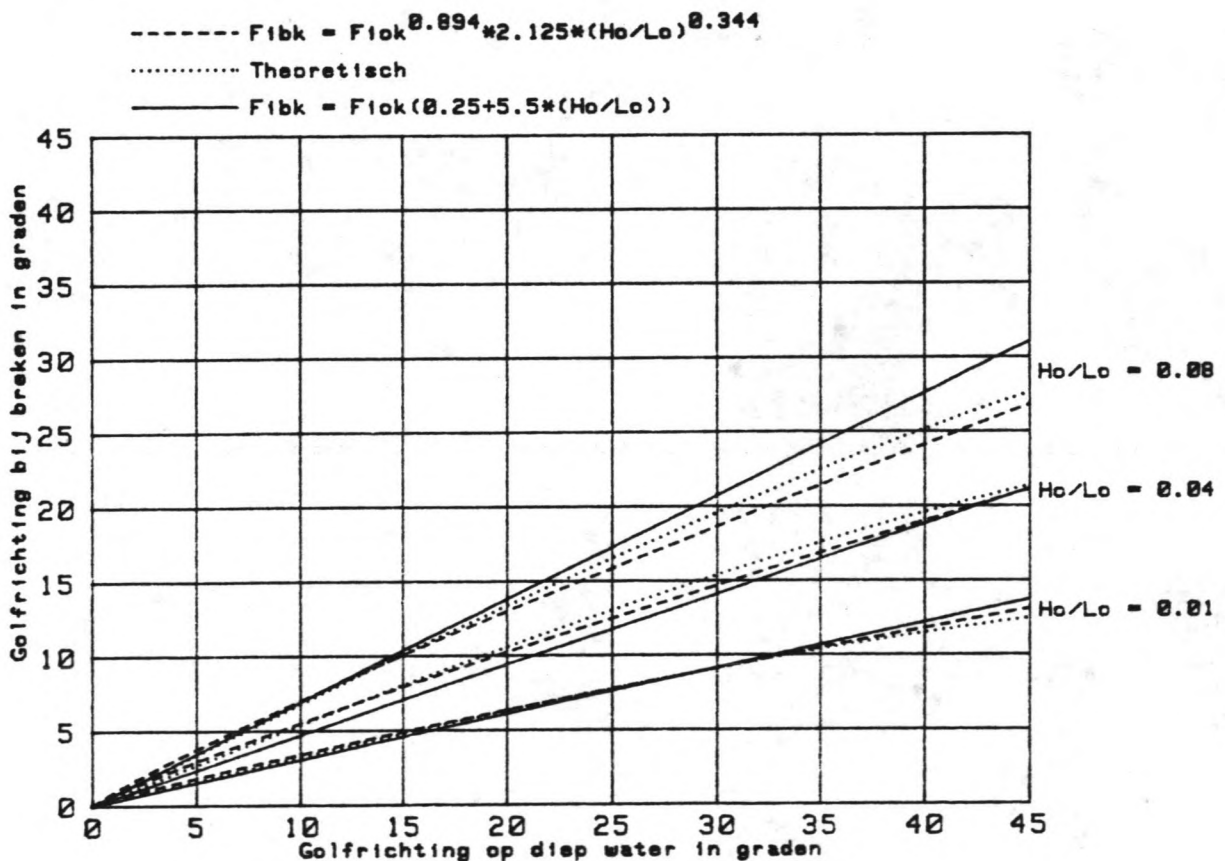
(Kevelam 1984 [2] )

Voor  $\left[ \frac{dF_{Ibk}}{dF_{Iok}} \right]$  wordt dan gevonden:

$$\left[ \frac{dF_{Ibk}}{dF_{Iok}} \right] = 0.894 * F_{Iok}^{-0.116} * 2.125 * \left[ \frac{H_o}{L_o} \right]^{0.344} \quad 2.4.5$$

Het probleem van deze uitdrukking is dat de waarde ervan naar oneindig loopt als  $F_{Iok}$  naar 0 loopt. Daarom is voorlopig de uitdrukking van Le Mehaute en Koh gebruikt.

Het verschil tussen deze twee uitdrukkingen is in figuur 2.4.1 aangegeven. Tevens is hier het theoretische verband tussen  $F_{Ibk}$  en  $F_{Iok}$  aangegeven voor een refractieberekening met  $\gamma = 0.7$



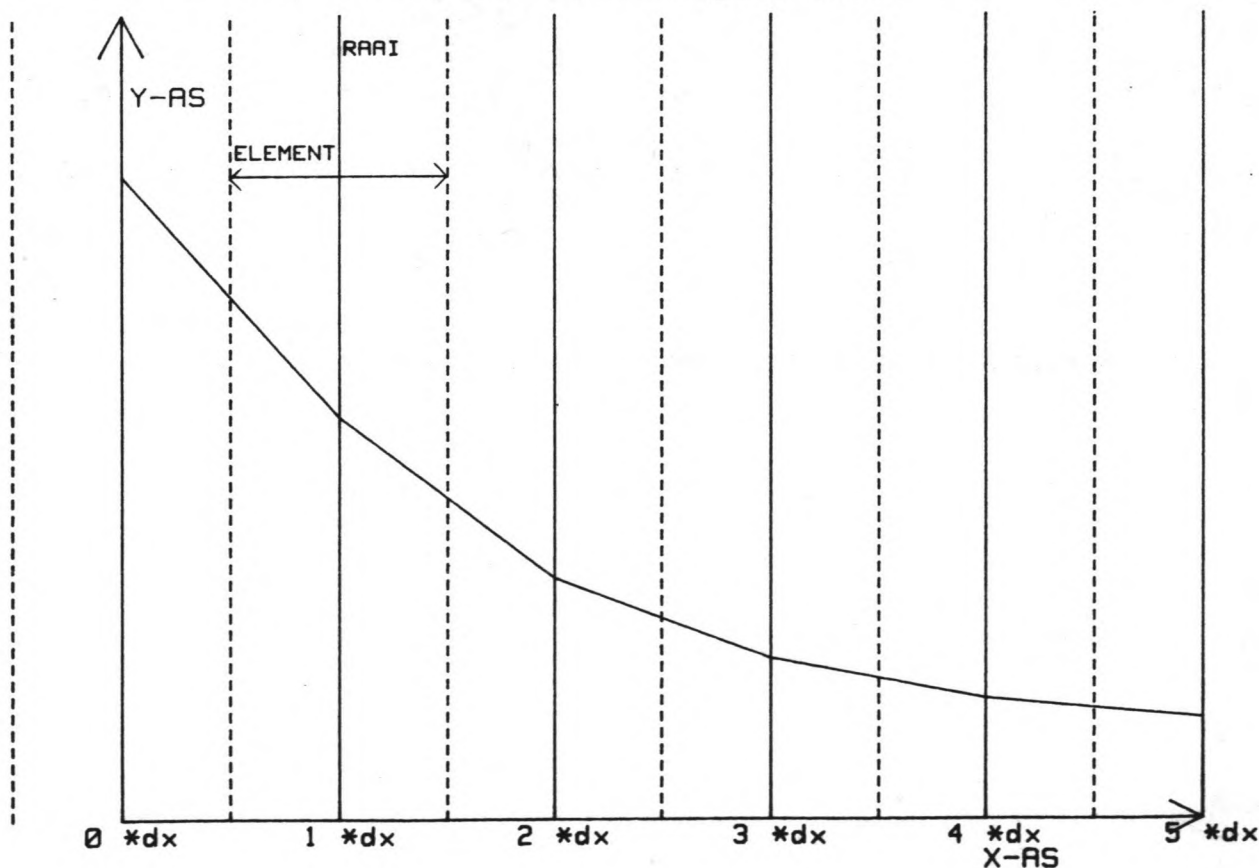
figuur 2.4.1: Vergelijking van twee methodes om golfrichting bij breken te bepalen.

### 3. DE NUMERIEKE OPLOSSING VAN DE NIET LINEAIRE VERGELIJKING

De kustvergelijking wordt opgelost met een FTCS schema (Forward Time, Central Space).

Er zal gewerkt worden met een rooster dat over het  $x,y$  vlak is gelegd. Op ieder punt  $n \cdot dx$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) is een raai gedacht. Ter plaatse van zo'n raai wordt dan op verschillende tijdstappen de ligging van de kust bepaald.  $y$  is dus  $f(x,t)$ . Voor de berekening zijn op iedere raai  $dy/dx$  (waaruit  $A_1$  bepaald wordt) en  $d^2y/dx^2$  benodigd. De waarden hiervan gelden voor het hele interval  $[n \cdot dx - 0.5 \cdot dx, n \cdot dx + 0.5 \cdot dx]$ .

Pas t.p.v. de volgende raai wordt er een nieuwe berekening uitgevoerd. De vooruitgang  $dy$  geldt dus voor een heel elementje ter lengte  $dx$ . Een elementje is hier dus gedefinieerd als het gebied tussen de lijnen  $x = n \cdot dx - 0.5 \cdot dx$  en  $x = n \cdot dx + 0.5 \cdot dx$  zie figuur 3.1.



figuur 3.1: verdeling kustlijn in raaien.



De kustvergelijking is:

$$\left[ \frac{dy}{dt} \right] = \frac{Q}{D} * \left[ \frac{dA1}{dx} \right] \quad \begin{array}{l} 3.1 \\ (2.3.1) \end{array}$$

waarin:

$$Q = -F * \left[ \begin{array}{l} \text{SIN}(FIok) * \text{SIN}(Fibk) - \text{COS}(FIok) * \text{COS}(Fibk) * \left[ \frac{dFibk}{dFIok} \right] \end{array} \right] \quad \begin{array}{l} 3.2 \\ (2.3.2) \end{array}$$

$$F = 0.020 * Ho^2 * Co \quad \begin{array}{l} 3.3 \\ (2.3.3) \end{array}$$

$$FIok = FIox - A1 \quad (\text{Zie figuur (1.1)}) \quad 3.4$$

$$Fibk = FIok * 0.25 + 5.50 * \left[ \frac{Ho}{Lo} \right] \quad \begin{array}{l} 3.5 \\ (2.4.1) \end{array}$$

In de numerieke berekeningen wordt gewerkt met:

$$A1 = \text{ATAN} \left[ \frac{dy}{dx} \right] \quad 3.6$$

$$\left[ \frac{dA1}{dx} \right] = \left[ \frac{1}{1 + \left[ \frac{dy}{dx} \right]^2} \right] * \left[ \frac{d^2y}{dx^2} \right] \quad 3.7$$

$$\left[ \frac{dy}{dt} \right] = \left[ \frac{y(n, t+1) - y(n, t)}{dt} \right] \quad 3.8$$

$$\left[ \frac{dy}{dx} \right] = \left[ \frac{y(n+1, t) - y(n-1, t)}{2 * dx} \right] \quad 3.9$$

$$\left[ \frac{d^2y}{dx^2} \right] = \left[ \frac{y(n+1, t) - 2 * y(n, t) + y(n-1, t)}{dx^2} \right] \quad 3.10$$

Stel 
$$C = \frac{Q}{D} * \left[ \frac{dt}{dx^2} \right] * \left[ \frac{1}{1 + \left[ \frac{dy}{dx} \right]^2} \right]$$
 3.11

dan geldt:

$$y(n,t+1) = C*y(n+1,t) + (1-2*C)*y(n,t) + C*y(n-1,t)$$
 3.12

$$\left[ \frac{dA1}{dx} \right] = \left[ \frac{1}{1 + \left[ \frac{dy}{dx} \right]^2} \right] * \left[ \frac{d^2y}{dx^2} \right]$$
 3.7

Dat wordt hier dus:

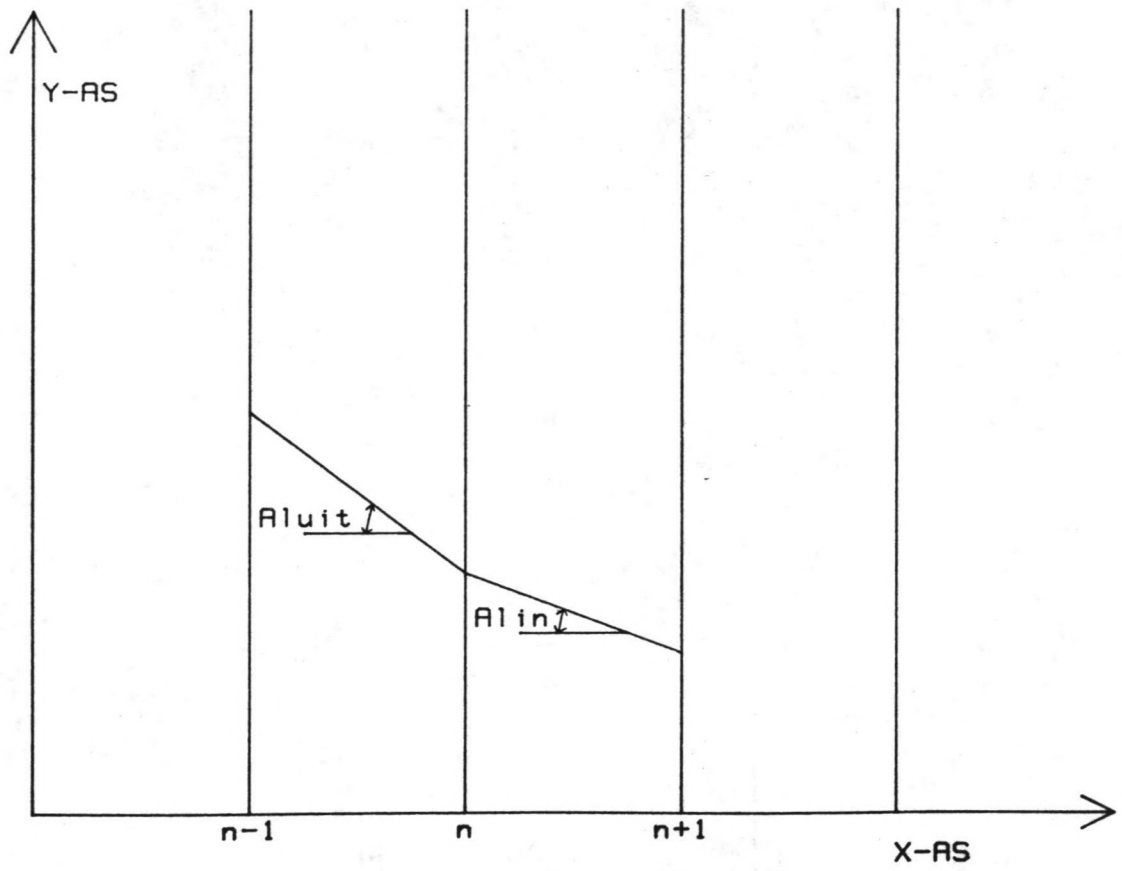
$$\left[ \frac{dA1}{dx} \right] = \left[ \frac{1}{1 + \left[ \frac{y(n+1,t) - y(n-1,t)}{2*dx} \right]^2} \right] * \left[ \frac{y(n+1,t) - 2*y(n,t) + y(n-1,t)}{dx^2} \right]$$
 3.13

Dit geeft dezelfde resultaten als het berekenen van  $dA1/dx$  met:

$$\left[ \frac{dA1}{dx} \right] = \frac{ATAN \left[ \frac{y(n+1,t) - y(n,t)}{dx} \right] - ATAN \left[ \frac{y(n,t) - y(n-1,t)}{dx} \right]}{dx}$$
 3.14

dus 
$$\left[ \frac{dA1}{dx} \right] = \left[ \frac{A1in - A1uit}{dx} \right]$$
 3.15

Dit kan men zich als volgt voorstellen (zie figuur 3.2):



$$\left[ \frac{dAl}{dx} \right] = \left[ \frac{Al_{in} - Al_{uit}}{dx} \right]$$

figuur 3.2: verduidelijking  $dAl/dx$

#### 4. DE RANDVOORWAARDEN.

Er wordt uitgegaan van het standaardprobleem met een rechte beginkustlijn waarop loodrecht een ondoorlatende golfbreker of havendam wordt gebouwd.

##### 4.1 De randvoorwaarde op $x = 0$

Ter plaatse van de golfbreker, dus op  $x=0$  moet het zandtransport  $S = 0$  zijn. Dus in het laatste elementje voor de golfbreker moet de hoek  $FIok$  zodanig veranderen dat er geen uitgaand transport optreedt. De transportvergelijking is:

$$S = F \cdot \cos(FIok) \cdot \sin(FIbk) \quad \begin{array}{l} 4.1.1 \\ (2.2.3) \end{array}$$

Dit transport is 0 indien  $FIbk = 0$ .

Ook geldt: 
$$FIbk = FIok \cdot 0.25 + 5.50 \cdot \left[ \frac{Ho}{Lo} \right] \quad \begin{array}{l} 4.1.2 \\ (2.4.1) \end{array}$$

Wil  $FIbk$  nu gelijk zijn aan 0 dan moet ook  $FIok$  gelijk zijn aan 0

Omdat  $FIok = FIox - Al$  moet dus  $Al$  gelijk zijn aan  $FIox$ .

$$Aluit = \text{ATAN} \left[ \frac{y(0) - y(-1)}{dx} \right] = FIox \quad \begin{array}{l} 4.1.3 \\ \text{(zie figuur 3.2)} \end{array}$$

$$\text{en dus: } y(-1) = y(0) - \text{TAN}(FIox) \cdot dx \quad 4.1.4$$

Met deze randvoorwaarde is het transport t.p.v. de golfbreker altijd gelijk aan 0.  $Aluit$  is gelijk aan  $FIox$  gesteld. Dit betekent dat in het eerste element niet automatisch geldt dat ook  $Al = FIox$  omdat in

het eerste element  $Al$  gedefinieerd is als  $Al = \text{ATAN} \left[ \frac{y(-1) - y(1)}{2 \cdot dx} \right]$

zoals te zien is in figuur 4.1.1 (zie ook formule 3.6 en 3.10). Op deze manier is wel behoud van massa gegarandeerd.

#### 4.2 De randvoorwaarde op $x = \infty$

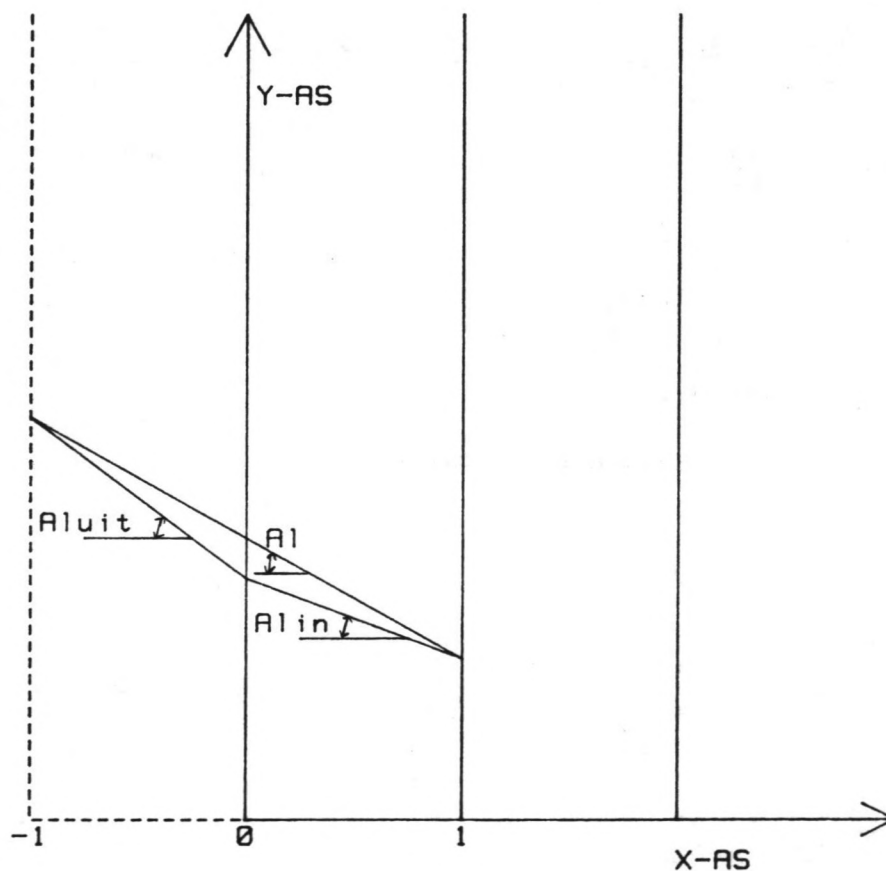
Op  $x$  is oneindig moet gelden  $S = S(FIox)$ .

Dus moet  $A1 = 0$ . Om dit te bereiken dient de berekening ver genoeg langs de  $x$ -as voortgezet te worden.

Ver genoeg kan benaderd worden met de formule:

$$x = 5 \cdot \sqrt{a \cdot t} \quad 4.2.1$$

$$\text{met } a = \frac{Q}{D} \quad 4.2.2$$



figuur 4.1.1: Definitie hoeken op  $x = 0$

## 5. SCHEMATISATIES IN DE KUSTVERGELIJKING

Ter vereenvoudiging van de vrij complexe kustvergelijking:

$$\left[ \frac{dy}{dt} \right] = \frac{Q}{D} * \left[ \frac{dAl}{dx} \right]$$

Waarin:

$$Q = F * \left[ -\text{SIN}(FIok) * \text{SIN}(FIbk) + \text{COS}(FIok) * \text{COS}(FIbk) \right] * \left[ \frac{dFIbk}{dFIok} \right]$$

5.1  
(2.3.1)

5.2  
(2.3.2)

en:

$$F = 0.020 * Ho^2 * Co$$

5.3  
(2.3.3)

en:

Ho: Hsign op diep water.

Co: Voortplantingssnelheid op diep water.

D: De diepte waarover het materiaal verspreid wordt.

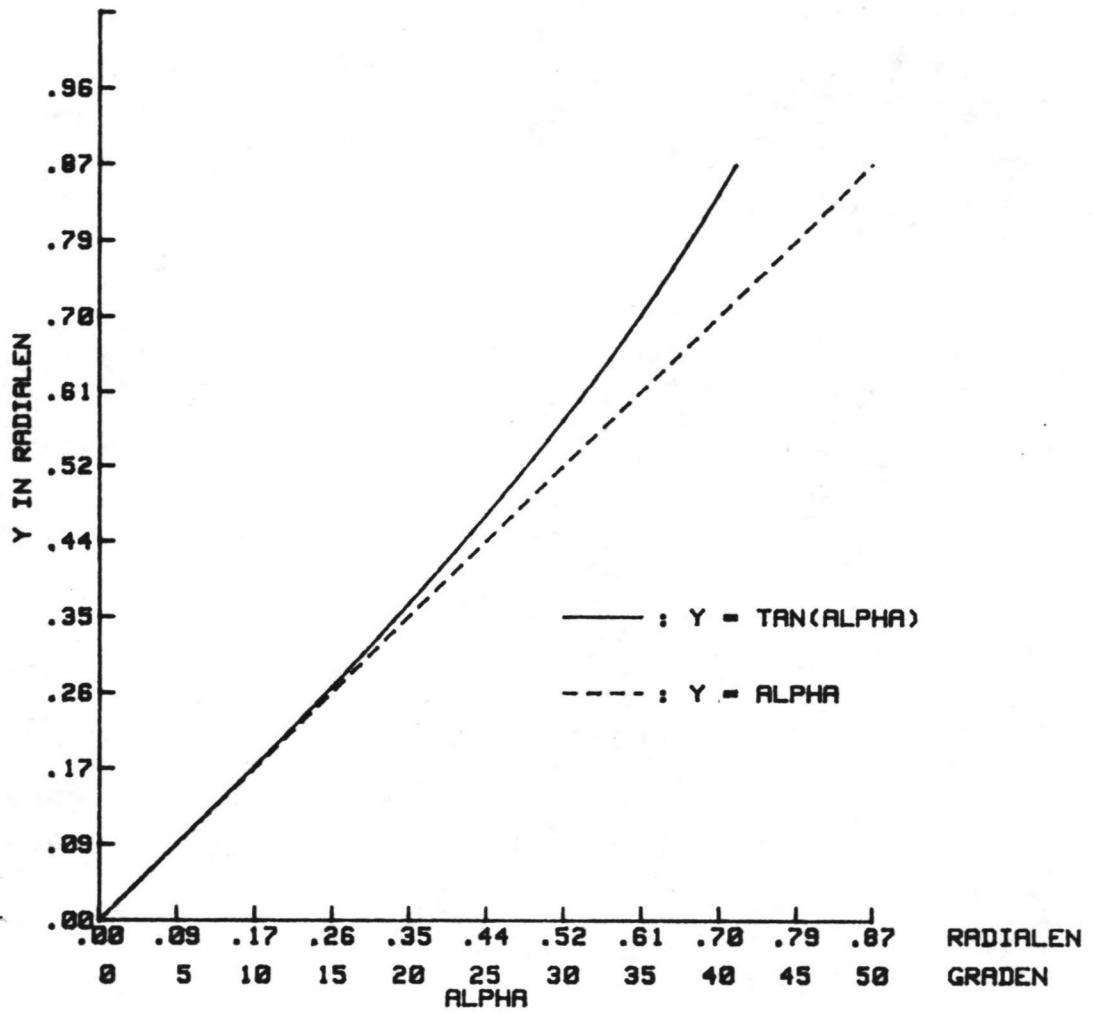
FIok: Golfrichting t.o.v. kust op diep water.

FIbk: Golfrichting t.o.v. kust in brekerzone.

kunnen in deze vergelijking een aantal schematisaties aangebracht worden.

### 5.1 De schematisatie $Al = dy/dx$ .

Op de eerste plaats kan gesteld worden  $Al = dy/dx$ . Dit in plaats van  $Al = \text{ATAN}(dy/dx)$ . Dit betekent dan tevens dat voor  $dAl/dx$  gewerkt wordt met  $dAl/dx = d^2y/dx^2$ . Dit is een schematisatie die alleen toege-  
staan is voor kleine hoeken zoals te zien is in figuur 5.1.



figuur 5.1: Vergelijking  $y = \alpha$  en  $y = \tan(\alpha)$ .

## 5.2 De schematisatie $Q = \text{constant}$ .

Een andere belangrijke schematisatie is de linearisatie. Dit houdt in dat gesteld wordt  $dS/d\alpha = Q = \text{constant}$ . Dit betekent dus een lineair verband tussen het transport  $S$  en  $F_{I\alpha}$  of  $\alpha$ . Namelijk:

$$S(F_{I\alpha}) = S(0) + F_{I\alpha} * Q \quad 5.2.1$$

$$S(\alpha) = S(F_{I\alpha}) - \alpha * Q \quad 5.2.2$$

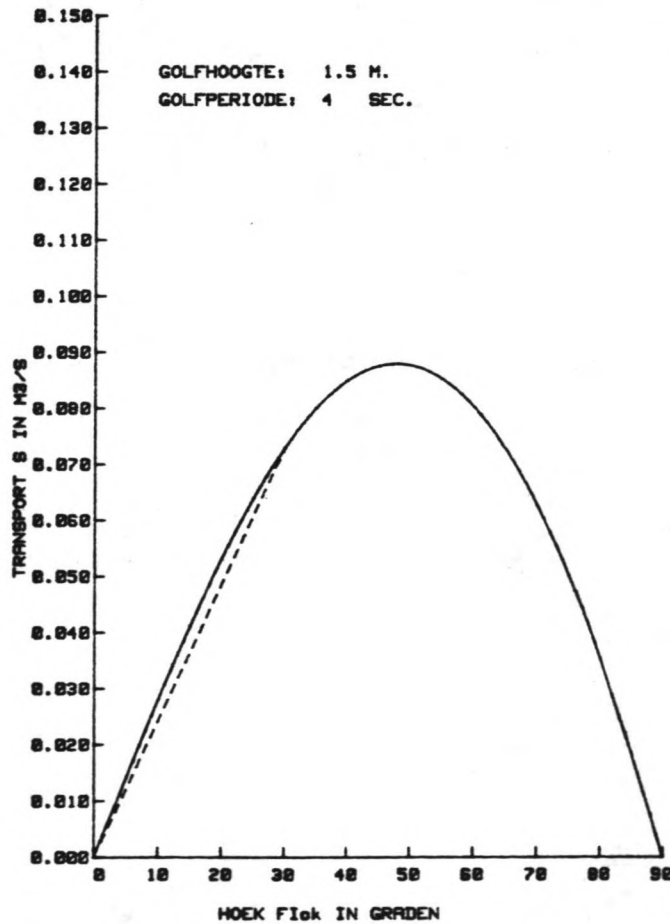
De kromme die het verband aangeeft tussen  $S$  en  $F_{I\alpha}$  wordt dus geschematiseerd tot een rechte lijn (zie figuur 5.2).

Uit de randvoorwaarde op  $x = \text{oneindig}$  nl.  $S = S(F_{I\alpha})$  volgt:

$$S(F_{I\alpha} = F_{I\alpha}) = S(0) + F_{I\alpha} * Q \quad 5.2.3$$

$$S(F_{I\alpha}) = 0 + F_{I\alpha} * Q \quad 5.2.4$$

$$Q = \frac{S(F_{I\alpha})}{F_{I\alpha}} \quad 5.2.5$$



figuur 5.2: Zandtransport als functie van golfrichting.



### 5.3 Pelnard Considère.

De niet lineaire kustvergelijking verandert met de twee schematisaties uit 5.1 en 5.2 in de kustvergelijking van Pelnard Considère:

$$\text{kustvergelijking: } \left[ \frac{dy}{dt} \right] = \frac{Q}{D} * \left[ \frac{dAl}{dx} \right] \quad Q = \text{variabel} \quad \begin{array}{l} 5.3.1 \\ (2.3.1) \end{array}$$

schematisatie uit 5.1:  $Al = dy/dx$  en dus  $dAl/dx = d^2y/dx^2$ .

schematisatie uit 5.2:  $Q = \text{constant}$

$$\text{Pelnard Considère: } \left[ \frac{dy}{dt} \right] = \frac{Q}{D} * \left[ \frac{d^2y}{dx^2} \right] \quad Q = \text{constant} \quad 5.3.2$$

## 6. PROGRAMMA'S EN CONTROLE

Om de effecten van de verschillende schematisaties te onderzoeken zijn een viertal programma's geschreven. De basis voor deze programma's is de volledig ongeschematiseerde (niet-lineaire) berekening.

Deze programma's zijn.

1. Volledig ongeschematiseerde berekening, dus met  $Q$  is variabel en met  $A1 = \text{ATAN}(dy/dx)$
2. Volledig geschematiseerde berekening, dus met  $Q$  is constant en met  $A1 = (dy/dx)$
3. Gedeeltelijk geschematiseerde berekening, met  $Q$  is constant en met met  $A1 = \text{ATAN}(dy/dx)$
4. Gedeeltelijk geschematiseerde berekening, met  $Q$  is variabel en met  $A1 = (dy/dx)$

Ter controle van de programma's zijn de resultaten van de volledig geschematiseerde en de volledig ongeschematiseerde berekening vergeleken met de resultaten van de analytische oplossing.

De vooruitgang van de kustlijn t.p.v. de golfbreker kan nl. berekend worden met de formule

$$y(0,t) = F10x * \left[ \frac{4*a*t}{\pi} \right] \quad 6.1 \quad \text{waarin } a = \frac{Q}{D} \quad 6.2$$

Deze analytische oplossing heeft als uitgangspunt de schematisaties:

$$Q = \text{constant} = \left[ \frac{S(F10x)}{F10x} \right] \quad 6.3$$

$$A1 = \left[ \frac{dy}{dx} \right] \quad 6.4$$

Als we nu de resultaten van de analytische berekening vergelijken met de resultaten van het lineaire programma en het niet lineaire programma, dan vinden we de resultaten uit tabel 6.1.

Als basisgegevens zijn in heel deel 1 de basisgegevens gebruikt die Kevelam in 1984 ook gebruikte. In deel 2 worden deze basisgegevens nader beschouwd.

|                |                          |             |       |
|----------------|--------------------------|-------------|-------|
| Basisgegevens: | De diepte                | $D = 3$     | m.    |
|                | X-stapgrootte            | $dx = 50$   | m.    |
|                | Aantal punten langs x-as | $= 30$      |       |
|                | Tijdstapgrootte          | $dt = 0.1$  | dag   |
|                | Totale tijdsduur         | $= 10$      | dagen |
|                | De golfhoogte            | $H_0 = 1.5$ | m.    |
|                | De golfperiode           | $T = 4$     | sec.  |

Tabel 6.1: Resultaten van verschillende berekeningswijzen.

| Hoek van de golven met de x-as in graden | Resultaten van de lineaire berekening $x=0$ in m. | Resultaten van de niet lineaire berekening $x=0$ in m. | Resultaten van analytische berekening $x=0$ in m. |
|--|---|--|---|
| -5                                       | 21.25   | 21.28  | 21.28   |
| -10                                      | 42.23   | 42.50  | 42.24   |
| -15                                      | 62.66   | 63.59  | 62.75   |
| -20                                      | 82.27   | 84.48  | 82.41   |
| -25                                      | 100.79  | 105.14   | 100.97  |
| -30                                      | 117.92  | 125.51   | 118.16  |
| -35                                      | 133.39  | 145.58   | 133.70  |
| -40                                      | 146.90  | 165.33   | 147.28  |
| -45                                      | 158.13  | 184.75   | 158.61  |

Ter controle van de massabalans is bij de berekeningen het transport bepaald uit de toename van het volume. Dit transport is vergeleken met het transport uit de CERC formule zie tabel 6.2. Dezelfde basisgegevens als op blz 25 zijn gebruikt nl:

|                |                          |            |       |
|----------------|--------------------------|------------|-------|
| Basisgegevens: | De diepte                | $D = 3$    | m.    |
|                | X-stapgrootte            | $dx = 50$  | m.    |
|                | Aantal punten langs x-as | $= 30$     |       |
|                | Tijdstapgrootte          | $dt = 0.1$ | dag   |
|                | Totale tijdsduur         | $= 10$     | dagen |
|                | De golfhoogte            | $Ho = 1.5$ | m.    |
|                | De golfperiode           | $T = 4$    | sec.  |

Tabel 6.2: Resultaten van verschillende berekeningswijzen.

| Hoek van de golven met x-as in graden | Zandtransport uit toename volume lineair in m <sup>3</sup> /sec. | Zandtransport uit toename volume niet-lineair in m <sup>3</sup> /s | Zandtransport uit CERC formule in m <sup>3</sup> /sec. |
|---------------------------------------|--|--|--|
| -5                                    | -0.0142  | -0.0142  | -0.0142  |
| -10                                   | -0.0280  | -0.0280  | -0.0280  |
| -15                                   | -0.0411  | -0.0411  | -0.0411  |
| -20                                   | -0.0531  | -0.0532  | -0.0531  |
| -25                                   | -0.0638  | -0.0640  | -0.0638  |
| -30                                   | -0.0728  | -0.0731  | -0.0728  |
| -35                                   | -0.0800  | -0.0803  | -0.0800  |
| -40                                   | -0.0848  | -0.0855  | -0.0848  |
| -45                                   | -0.0875  | -0.0884  | -0.0875  |

Uit de in tabel 6.1 en 6.2 gepresenteerde berekeningsresultaten is op te maken dat het volledig ongeschematiseerde en het volledig geschematiseerde (lineaire) programma correct zijn. Het lineaire programma geeft n.l. bijna exact dezelfde resultaten als de analytische berekening. Omdat bij de lineaire berekening dezelfde schematisaties gebruikt worden als bij de analytische berekening was een goede overeenkomst tussen lineaire en analytische berekening de voorwaarde om te kunnen concluderen dat het lineaire programma goed werkt.

De resultaten van de niet-lineaire berekening stemmen bij kleine hoeken van de golven met de kust erg goed overeen met de beide eerder genoemde berekeningswijzen. Dit betekent dat ook dit programma in orde is want bij kleine hoeken spelen de schematisaties nog nauwelijks een rol en moeten de resultaten identiek zijn aan die van de analytische berekening.

Er kan nu verantwoord worden aangenomen dat de programma's 3 en 4 ook correct zijn. Deze zijn n.l. overgangsprogramma's tussen de programma's 1 en 2. Als dus de programma's 1 en 2 correct zijn dan zullen de programma's 3 en 4 dat ook zijn.

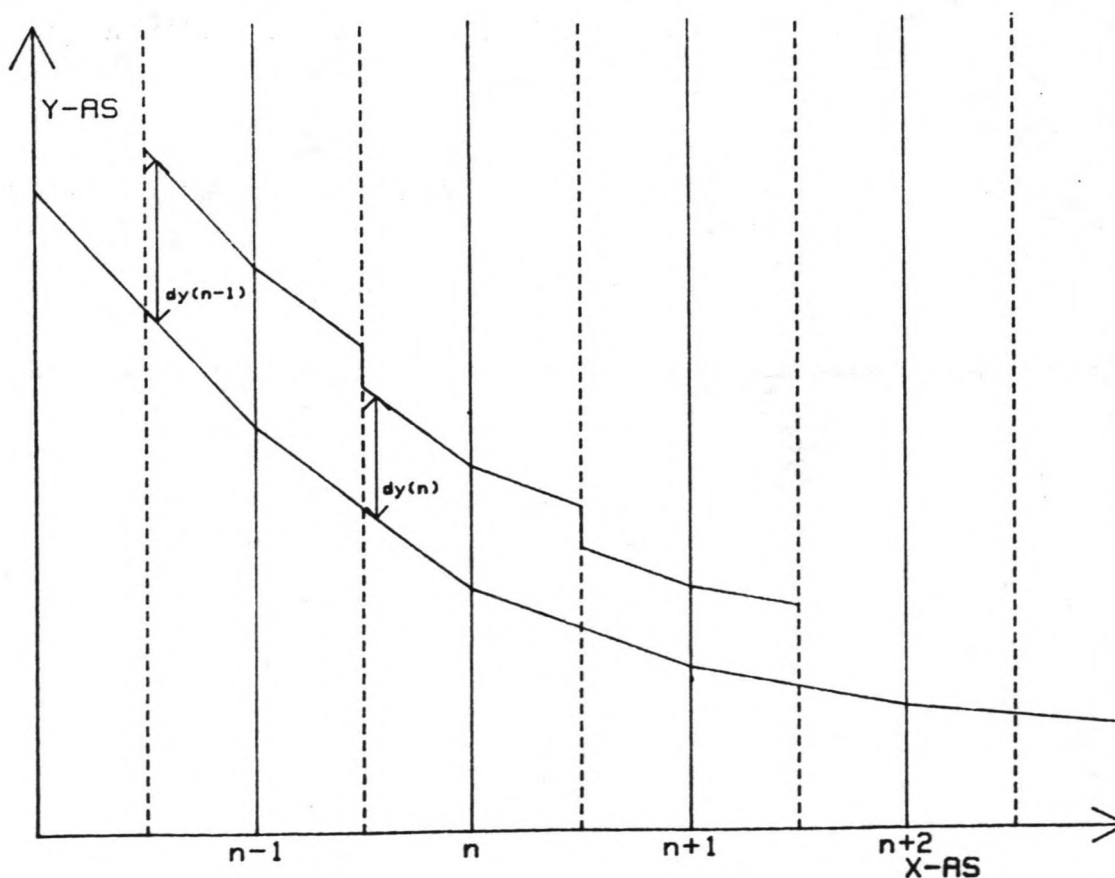
Uit de resultaten in tabel 6.2 blijkt enige onnauwkeurigheid in de ongeschematiseerde berekening wat betreft massabehoud. Hier zal in het volgende hoofdstuk nader op in worden gegaan.

## 7. NUMERIEKE EFFECTEN

### 7.1 getrapte kustlijn

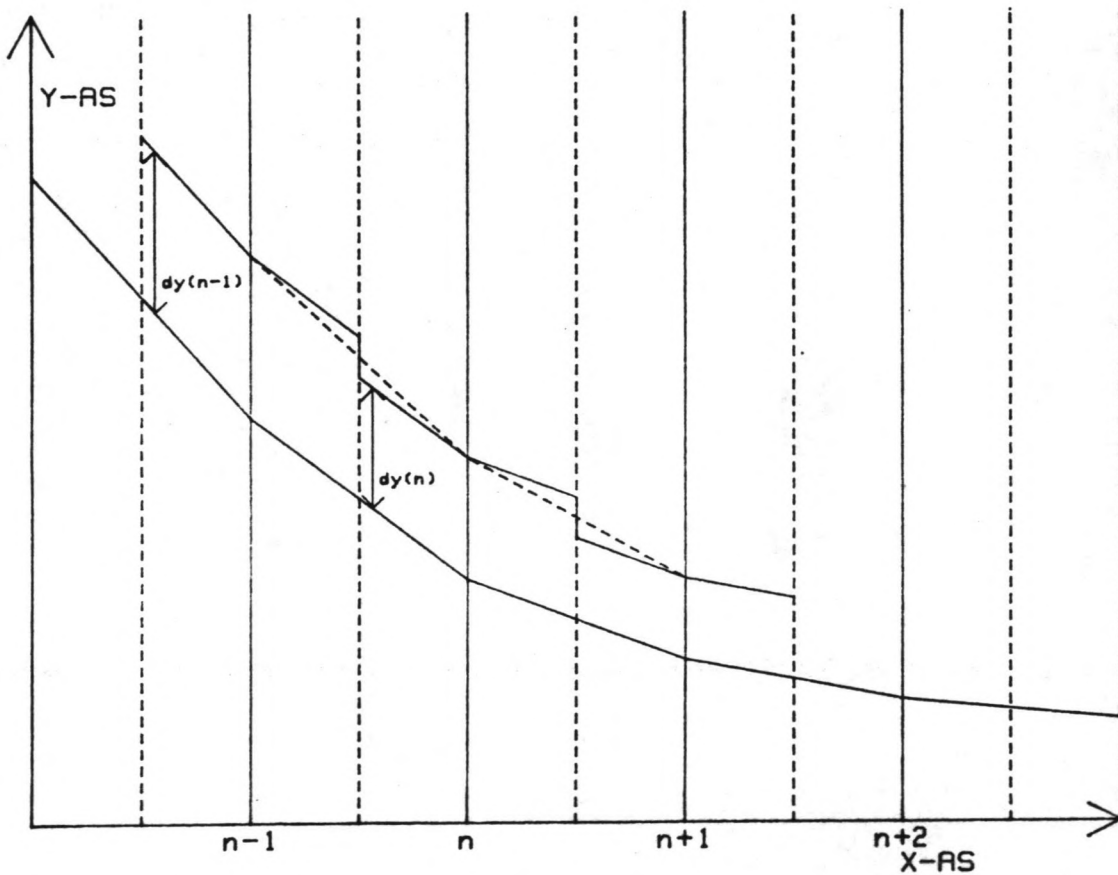
Er wordt dus telkens de verandering van de kust berekend voor een punt  $y(n,t)$ . Voor dit punt worden  $dA/dx$  en  $Q$  berekend. Pas in een punt op een afstand  $dx$  wordt er gewerkt met een andere  $dA/dx$  en een andere  $Q$ . Dit betekent dus dat een bepaalde  $dA/dx$  en  $Q$  gelden voor het hele element ter lengte  $dx$ .

Volgens het uitgangspunt van evenwijdige verschuiving zou de hele kustlijn binnen het elementje over een afstand  $dy$  moeten verschuiven. Dit zou betekenen dat na verloop van tijd een getrapte kustlijn ontstaat zoals aangegeven in figuur 7.1.1



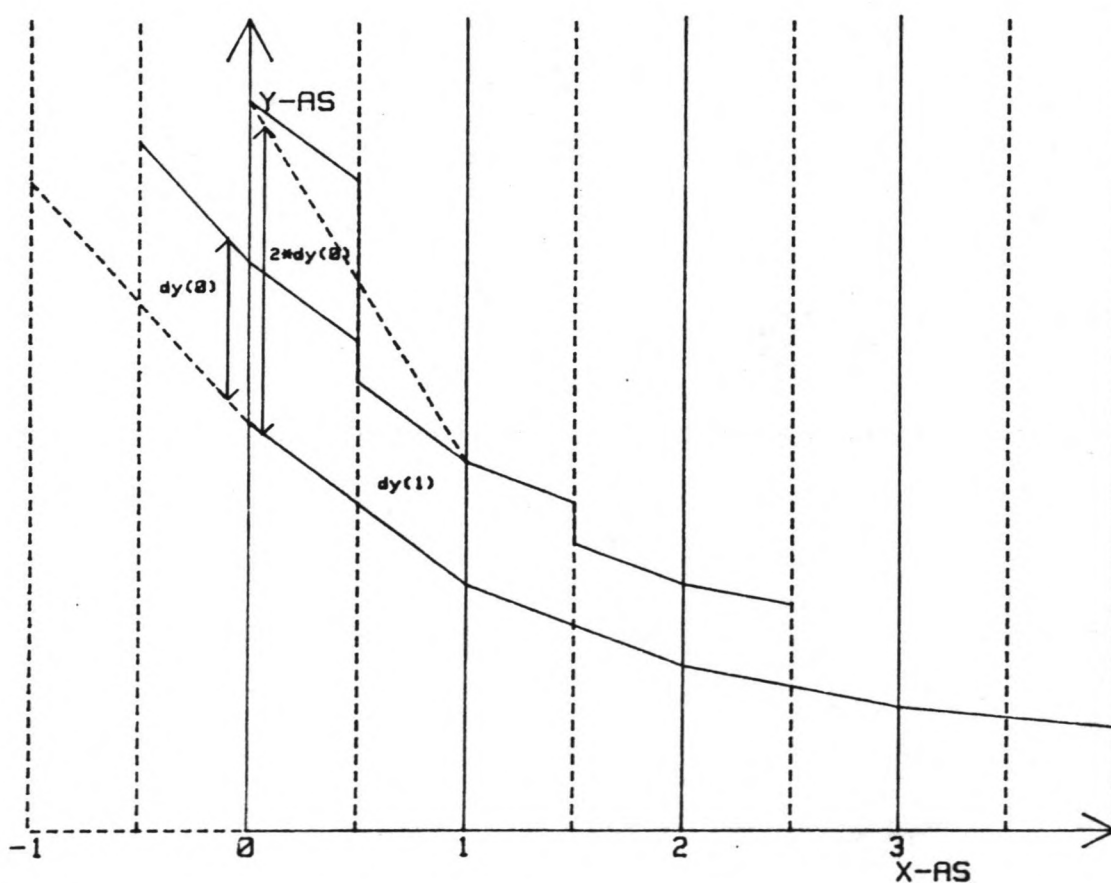
figuur 7.1.1: getrapte kustlijn.

Deze trapvorm is eenvoudig weg te werken door de punten op de raaien met elkaar te verbinden. Uit een meetkundige beschouwing is dan af te leiden dat dit geen invloed heeft op de totale oppervlakte van het aanzandingsgebied. Dit geldt althans voor de raaien  $n \cdot dx$  met  $n \neq 0$ . Zie figuur 7.1.2



figuur 7.1.2: Correctie getrapte kustlijn op  $x \neq 0$ .

Voor de raai  $x = 0$  is de situatie iets ingewikkelder. Met de r.v.w. wordt telkens een waarde voor het fictieve punt  $y(-1 \cdot dx, t)$  gevonden. Dan kan weer de verandering  $dy$  op  $x = 0$  berekend worden. Deze vooruitgang zou dan moeten gelden voor het hele interval  $[-0.5 \cdot dx, 0.5 \cdot dx]$ . Echter het gedeelte links van de golfbreker is fictief en daar kan dus in het geheel geen kustlijnverschuiving plaatsvinden. Dit is op te lossen door i.p.v. een verschuiving  $dx$  over het hele interval  $[-0.5 \cdot dx, 0.5 \cdot dx]$  te laten plaatsvinden, een verschuiving  $2 \cdot dy$  over het interval  $[0, 0.5 \cdot dx]$  op te laten treden. Deze situatie is weergegeven in figuur 7.1.3.



figuur 7.1.3: Correctie getrapte kustlijn op  $x = 0$ .



Nu kunnen de punten  $y(0,t+1)$  en  $y(1,t+1)$  met elkaar verbonden worden.

In de berekening van het punt  $y(0,t+1)$  is  $y(-1,t)$  benodigd.

Hiervoor geldt:

$$y(-1,t) = y(0,t) - \text{TAN}(F_{Iox}) * dx \quad \begin{array}{l} 7.1 \\ (4.1.4) \end{array}$$

Voor  $y(0,t+1)$  zou gelden:

$$y(0,t+1) = y(0,t) + C * [y(1,t) - 2 * y(0,t) + y(-1,t)] \quad \begin{array}{l} 7.2 \\ (\text{zie } 3.12) \end{array}$$

De waarde van  $dy$  dient echter verdubbeld te worden waardoor volgt:

$$y(0,t+1) = y(0,t) + 2 * C * [y(1,t) - 2 * y(0,t) + y(-1,t)] \quad 7.3$$

en dus

$$y(0,t+1) = 2 * C * y(1,t) + (1 - 4 * C) * y(0,t) + 2 * C * y(-1,t) \quad 7.4$$

## 7.2 Rechte beginkustlijn.

In het vorige hoofdstuk was reeds de fout in de massabalans bij de niet lineaire berekeningswijze geconstateerd. Dit komt door de rechte beginkustlijn. In de eerste stap wordt  $dS/dx$  als volgt berekend:

|                |                             |                       |      |
|----------------|-----------------------------|-----------------------|------|
| Basisgegevens: | De diepte                   | $D = 3$               | m.   |
|                | X-stapgrootte               | $dx = 50$             | m.   |
|                | Aantal punten langs de x-as | $= 30$                |      |
|                | Tijdstapgrootte             | $dt = 0.1$            | dag  |
|                | De golfhoogte               | $H_o = 1.5$           | m.   |
|                | De golfperiode              | $T = 4$               | sec. |
|                | De golfrichting             | $F_{Iox} = -30^\circ$ |      |

$$\begin{bmatrix} \frac{dS}{dx} \end{bmatrix} = F * \begin{bmatrix} \text{SIN}(FIok) * \text{SIN}(FIbk) - \text{COS}(FIok) * \text{COS}(FIbk) * \begin{bmatrix} \frac{dFIbk}{dFIok} \end{bmatrix} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \frac{dA1}{dx} \end{bmatrix}$$

$$F = 0.020 * Ho^2 * Co = 0.2810 \text{ m}^2/\text{s} \quad \text{zie formule 2.2.2}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{dFIbk}{dFIok} \end{bmatrix} = 0.25 + 5.50 * \begin{bmatrix} \frac{Ho}{Lo} \end{bmatrix} = 0.58 \quad \text{zie formule 2.4.2}$$

$$y(-1) = y(0) + dx * \text{TAN}(FIox) = 28.87 \text{ m} \quad \text{zie formule 4.1.4}$$

$$y(0) = 0 \text{ m}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{dy}{dx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{y(1) - y(-1)}{dx} \end{bmatrix} = -0.2887 \quad \text{zie formule 3.10}$$

$$A1 = \text{ATAN} \begin{bmatrix} \frac{dy}{dx} \end{bmatrix} = -16.10 = -0.28 \text{ rad.} \quad \text{zie formule 2.6}$$

$$FIok = -13.90 = -0.24 \text{ rad.} \quad \text{zie formule 3.4}$$

$$FIbk = -8.06 = -0.14 \text{ rad.} \quad \text{zie formule 3.5}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{dA1}{dx} \end{bmatrix} = 0.01047 \text{ rad/m} \quad \text{zie formule 3.7}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{dS}{dx} \end{bmatrix} = -1.5410E-03 \text{ m}^2/\text{s} \quad \text{zie formule 7.5}$$

Hieruit volgt dan dat  $dS = -0.0770 \text{ m}^3/\text{s}$

Echter het transport verandert van het transport bij  $-30^\circ$  op  $x = \infty$  tot het transport bij  $0$  op  $x = 0$ .  $dS$  zou dus moeten zijn:

$$dS = -0.0728 \text{ m}^3/\text{s}$$

Dit is een aanzienlijk verschil. Dit verschil geldt echter voor het eerste element in de eerste stap. Naarmate de berekening vordert en dus het verschil tussen de golfrichting en de richting van de kustlijn steeds minder wordt, zal deze fout ook steeds minder worden. Bovendien

neemt de totale hoeveelheid getransporteerd zand dan ook steeds toe zodat de fout die in het begin is gemaakt relatief steeds minder sterk merkbaar zal zijn. Bijvoorbeeld: Bij een berekening van 10 dagen bij een hoek van de golven met de x-as van  $-45^{\circ}$ , is de afwijking nog slechts 1%.

Men zou deze fout kunnen verminderen door te beginnen met een gebogen kustlijn.

## 8.EFFECTEN VAN DE SCHEMATISATIES

Nu wordt bekeken wat de effecten van de verschillende schematisaties op de ligging van de kustlijn zijn. Er zijn dus vier mogelijke numerieke berekeningswijzen waarbij al dan niet geschematiseerd wordt nl.:

1.  $A_l = \text{ATAN}(dy/dx)$  en  $Q$  is variabel (ongeschematiseerd)
2.  $A_l = dy/dx$  en  $Q$  is constant (volledig geschematiseerd)
3.  $A_l = \text{ATAN}(dy/dx)$  en  $Q$  is constant (gedeeltelijk geschematiseerd)
4.  $A_l = (dy/dx)$  en  $Q$  is variabel (gedeeltelijk geschematiseerd)

### 8.1 De schematisatie $A_l = dy/dx$

Wanneer  $A_l$  wordt geschematiseerd tot  $A_l = dy/dx$  dan brengt dit automatisch met zich mee dat:

$$dA_l/dx = d^2y/dx^2 \qquad 8.1.1$$

Om het effect van deze schematisatie te bepalen zijn twee vergelijkingen van berekeningsresultaten uitgevoerd nl.

vergelijking van  $A_l = dy/dx$  met  $A_l = \text{ATAN}(dy/dx)$  bij constante  $Q$

Dit zijn de berekeningen 2 en 3.

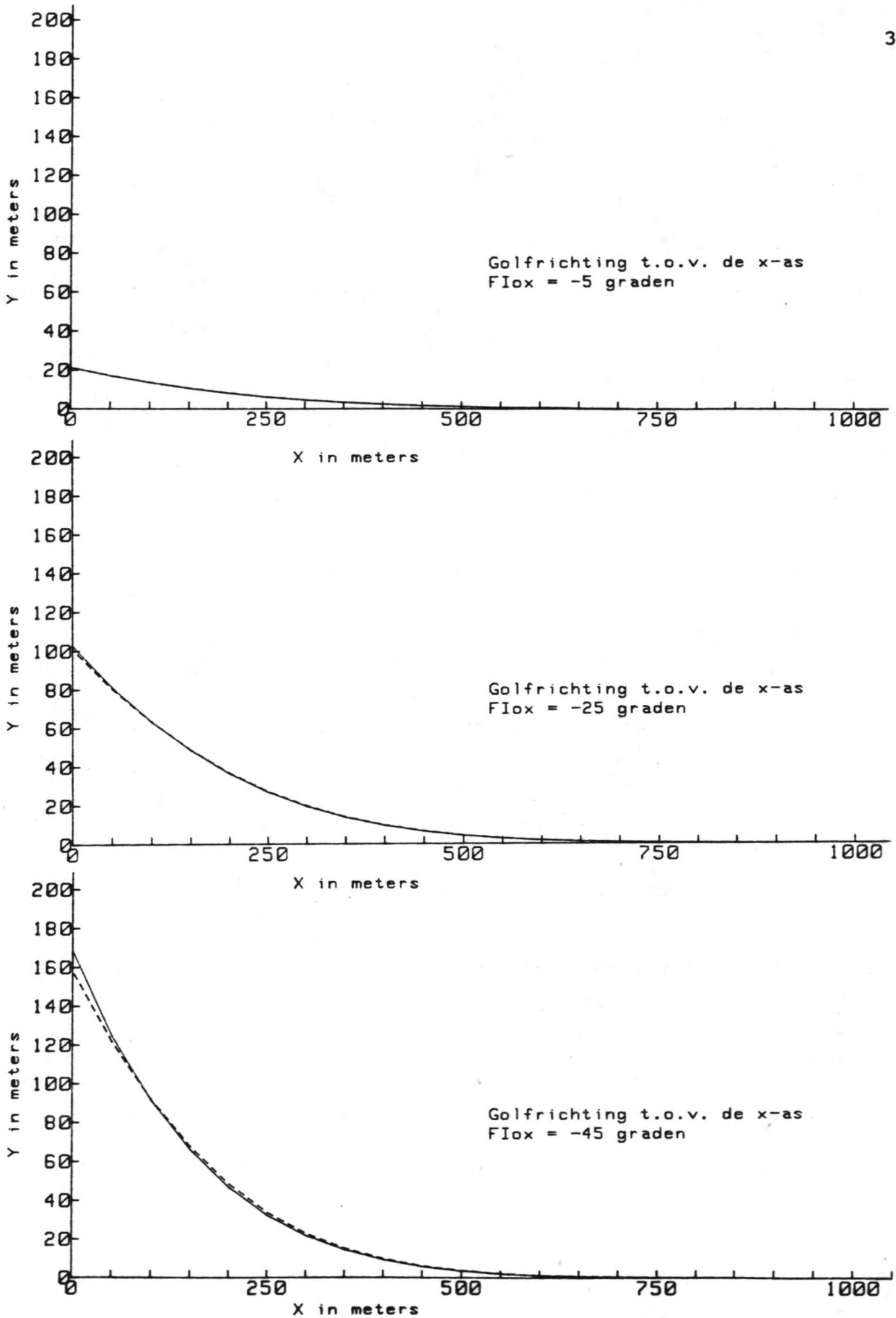
vergelijking van  $A_l = dy/dx$  met  $A_l = \text{ATAN}(dy/dx)$  bij variabele  $Q$

Dit zijn de berekeningen 1 en 4.

Eerst is de vergelijking uitgevoerd bij constante  $Q$ .

Basisgegevens:    De diepte                     $D = 3$     m.  
                         X-stapgrootte                     $dx = 50$     m.  
                         Aantal punten langs x-as = 30  
                         Tijdstapgrootte                     $dt = 0.1$  dag  
                         Totale tijdsduur                    = 10    dagen  
                         De golfhoogte                     $H_0 = 1.5$  m.  
                         De golfperiode                     $T = 4$     sec.

De geschematiseerde berekeningsresultaten worden in figuur 8.1 met een gestippelde lijn weergegeven.



figuur 8.1: Verschil tussen de berekeningen met  $AI = dy/dx$  en met  $AI = ATAN(dy/dx)$  (getrokken lijn) bij constante  $Q$

Het volgende kan worden geconstateerd:

Bij golven met een kleine hoek van inval is er nauwelijks enig verschil waar te nemen. Maar bij de grotere hoeken komen de onderstaande afwijkingen steeds duidelijker naar voren.

- De schematisatie  $A_1 = dy/dx$  levert kleinere waarden voor de vooruitgang van de kustlijn ter plaatse van de golfbreker en grotere waarden op enige afstand van de golfbreker vergeleken met  $A_1 = \text{ATAN}(dy/dx)$

Hoe is dat te verklaren?

Er wordt nu eens uitgegaan van de kustlijn zoals deze is berekend na 10 dagen met een golfrichting van  $-30$  graden met de niet lineaire berekeningswijze zie tabel 8.1.

tabel 8.1: Kustlijn na niet-lineaire berekening.

| Kustlijn     | Niet lineair |
|--------------|--------------|
| Y( 0, 10)=   | 125.51       |
| Y( 50, 10)=  | 98.84        |
| Y( 100, 10)= | 76.27        |
| Y( 150, 10)= | 57.48        |
| Y( 200, 10)= | 42.14        |
| Y( 250, 10)= | 29.91        |
| Y( 300, 10)= | 20.46        |
| Y( 350, 10)= | 13.43        |
| Y( 400, 10)= | 8.43         |
| Y( 450, 10)= | 5.05         |
| Y( 500, 10)= | 2.88         |
| Y( 550, 10)= | 1.57         |
| Y( 600, 10)= | .32          |
| Y( 650, 10)= | .41          |
| Y( 700, 10)= | .20          |
| Y( 750, 10)= | .09          |
| Y( 800, 10)= | .04          |
| Y( 850, 10)= | .02          |
| Y( 900, 10)= | .01          |
| Y( 950, 10)= | .00          |
| Y(1000, 10)= | .00          |
| Y(1050, 10)= | .00          |
| Y(1100, 10)= | .00          |
| Y(1150, 10)= | .00          |
| Y(1200, 10)= | .00          |
| Y(1250, 10)= | .00          |
| Y(1300, 10)= | .00          |
| Y(1350, 10)= | .00          |
| Y(1400, 10)= | .00          |
| Y(1450, 10)= | .00          |
| Y(1500, 10)= | .00          |
| Y(1550, 10)= | 0.00         |

Wat gebeurt er t.p.v. de golfbreker bij het uitvoeren van nog een berekeningsstap?

Met de schematisatie:

$$y(-1,100) = y(0,100) + dx * F_{Iox} \text{ m.}$$

$$y(-1,100) = 125.51 + 50 * 0.5236 \text{ m.}$$

$$y(-1,100) = 125.51 + 26.18 \text{ m.}$$

$$y(-1,100) = 151.69 \text{ m.}$$

$$\left[ \frac{dA_1}{dx} \right] = \left[ \frac{d^2y}{dx^2} \right] = \left[ \frac{y(-1,100) - 2*y(0,100) + y(1,100)}{dx} \right] \quad \begin{array}{l} \text{zie formule 3.9} \\ \text{en 8.1.1} \end{array}$$

$$\left[ \frac{dA_1}{dx} \right] = \left[ \frac{d^2y}{dx^2} \right] = \left[ \frac{151.69 - 2*125.51 + 98.84}{dx} \right]$$

$$\left[ \frac{dA_1}{dx} \right] = \left[ \frac{d^2y}{dx^2} \right] = -1.96E-04 \text{ rad/m.}$$

Met de niet geschematiseerde berekening:

$$y(-1,100) = y(0,100) + dx * \text{TAN}(F_{Iox}) \text{ m.} \quad \text{zie formule 4.1.4}$$

$$y(-1,100) = 125.51 + 50 * 0.5774 \text{ m.}$$

$$y(-1,100) = 125.51 + 28.87 \text{ m.}$$

$$y(-1,100) = 154.38 \text{ m.}$$

$$\left[ \frac{dy}{dx} \right] = \left[ \frac{y(1,100) - y(-1,100)}{2*dx} \right] = \left[ \frac{98.84 - 154.38}{2*50} \right] = -0.555 \quad \text{zie formule 3.8}$$

$$\left[ \frac{d^2y}{dx^2} \right] = \left[ \frac{y(-1,100) - 2*y(0,100) + y(1,100)}{dx^2} \right] = \left[ \frac{154.38 - 2*125.51 + 98.84}{2500} \right] \quad \text{zie formule 3.9}$$

$$\left[ \frac{d^2y}{dx^2} \right] = 8.8E-04$$



$$\left[ \frac{dA_1}{dx} \right] = \left[ \frac{1}{1 + \left[ \frac{dy}{dx} \right]^2} \right] * \left[ \frac{d^2 y}{dx^2} \right] = \left[ \frac{1}{1 + (-0.555)^2} \right] * 8.8E-04 = 4.884E-04 \text{ rad/m}$$

zie formule 3.7

Deze uitkomsten wijzen dus op een te kleine waarde van  $dA_1/dx$  op  $x = 0$  bij schematisatie. In dit geval is de waarde zelfs negatief.

Omdat geldt  $\left[ \frac{dy}{dt} \right] = \frac{Q}{D} * \left[ \frac{dA_1}{dx} \right]$  en voor beide berekeningen  $Q$  constant

is, betekent een te kleine waarde van  $dA_1/dx$  dus een te kleine waarde van  $dy/dt$  en dus een te geringe vooruitgang van de kust.

In alle andere punten ( $x=0$ ) speelt uitsluitend het verschil tussen

$$\left[ \frac{dA_1}{dx} \right] = \left[ \frac{d^2 y}{dx^2} \right] \quad \text{en} \quad \left[ \frac{dA_1}{dx} \right] = \left[ \frac{1}{1 + \left[ \frac{dy}{dx} \right]^2} \right] * \left[ \frac{d^2 y}{dx^2} \right] \quad \text{zie formule 8.1.1 en 3.7}$$

Het enige verschil tussen deze twee uitdrukkingen is de factor

$$\left[ \frac{1}{1 + \left[ \frac{dy}{dx} \right]^2} \right]$$

Deze factor is altijd groter dan 0 en kleiner dan 1.

Wanneer deze factor wordt weggelaten (bij de schematisatie) dan wordt de waarde van  $dA_1/dx$  te groot weergegeven en dus ook  $dy/dt$  zie formule 2.3.1. De benadering  $dA_1/dx = d y/dx$  geeft dus consequent te grote waarden van  $dy/dt$  op de punten  $x=0$ .

Resumerend levert deze schematisatie dus een te geringe vooruitgang op  $x=0$  en een te grote vooruitgang op  $x=0$ . Deze afwijkingen beïnvloeden elkaar nog enigzins waardoor de geschematiseerde berekening ook op enige afstand van de golfbreker nog een te geringe vooruitgang oplevert.

Het effect van deze schematisatie kan ook onderzocht worden door het vergelijken van de berekeningen 1 en 4. Beiden werken met variabele Q. Berekening 1 werkt echter met  $Al = \text{ATAN}(dy/dx)$  en berekening 4 met  $AL = dy/dx$ .

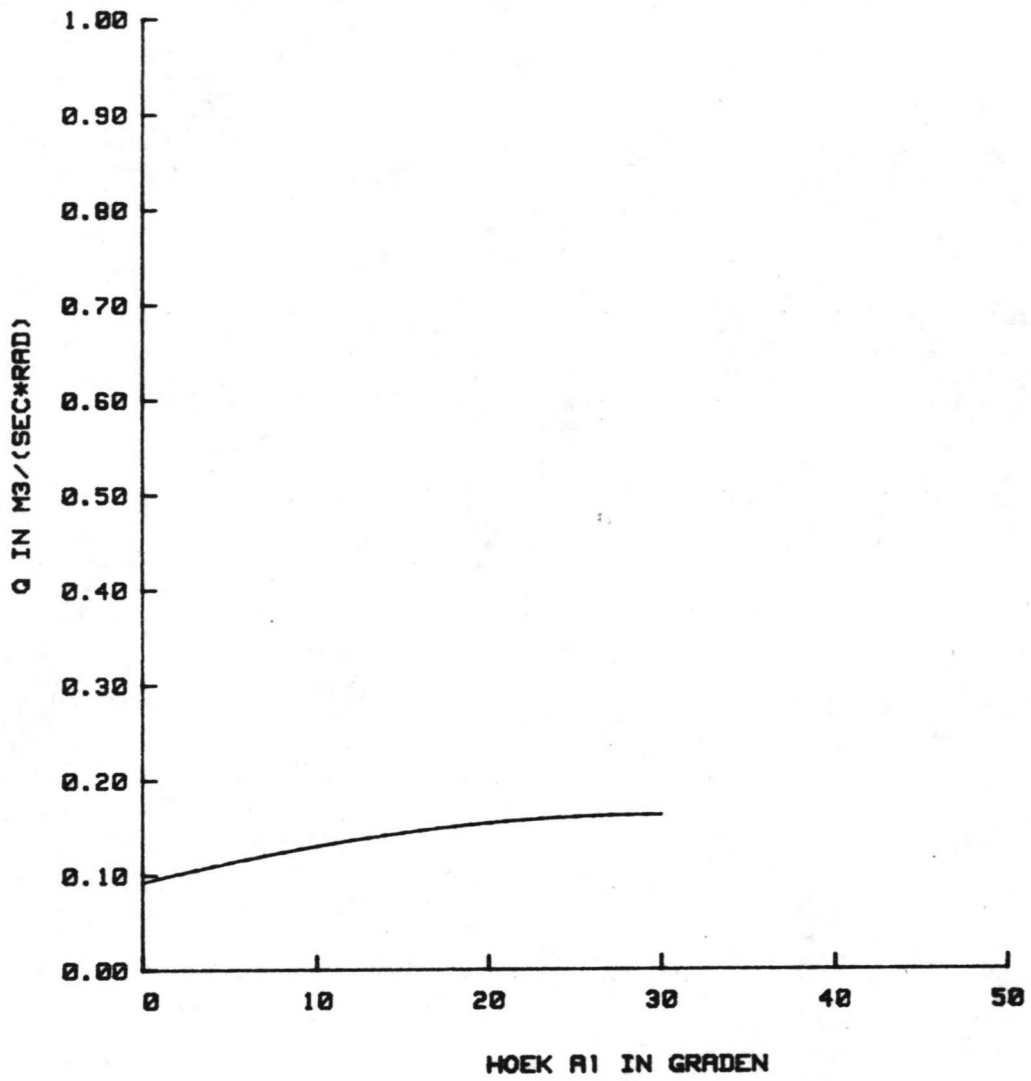
Voor deze berekeningen zijn dezelfde basisgegevens gebruikt als voor de twee voorgaande.

Er worden ook weer dezelfde afwijkingen gevonden. De verklaringen hiervoor zijn ook weer hetzelfde. Er speelt nu echter nog iets anders mee. Omdat Q in deze berekeningen afhankelijk is van Al zal een afwijking in Al ook een afwijking in Q betekenen. De grafiek van  $Q=f(Al)$  voor  $FIOx = -30$  is weergegeven in figuur 8.2. Hierin is te zien dat een te grote waarde van Al ook een te grote waarde van Q betekent.

Nu is het weer zo dat in alle punten  $x \neq 0$  Al te groot is en dus ook Q

In de vergelijking  $\left[ \frac{dy}{dt} \right] = \frac{Q}{D} * \left[ \frac{dAl}{dx} \right]$  zijn dus zowel Q als  $dAl/dx$  te groot.

Op  $x=0$  geldt juist dat door gebruik van  $y(-1) = y(0)+dx*FIOx$  i.p.v.  $y(-1) = y(0)+dx*\text{TAN}(FIOx)$  de waarde van  $y(-1)$  te klein wordt. Daardoor wordt ook Al te klein en dus ook Q.



figuur 8.2:  $Q$  als functie van  $A_1$  bij  $F_{Iox} = -30^\circ$ .

## 8.2 Verantwoording massabehoud bij $A_1 = dy/dx$

In de voorgaande beschouwingen is gebleken dat de volledig lineaire berekeningswijze in alle punten  $x \neq 0$  werkt met  $dA_1/dx = d^2y/dx^2$  zonder de reductiefactor. Dit betekent telkens een te grote verandering  $dy$ . Toch wordt aan de massabalans voldaan. De verklaring hiervoor is als volgt:

Op de eerste raai wordt gesteld:  $y(-1) = y(0) + dx * F_{Iox}$  i.p.v.

$y(-1) = y(0) + dx * TAN(F_{Iox})$ . Als nu de totale verandering  $dA_{totaal}$  over de hele kustlijn berekend wordt dan is dit afgezien van een factor  $1/dx$ :

$$\begin{array}{r}
 y(-1) - 2*y(0) + y(1) \qquad \text{zie formule 8.1.1 en 3.10} \\
 y(0) - 2*y(1) + y(2) \\
 y(1) - 2*y(2) + y(3) \\
 \dots\dots\dots
 \end{array}$$

De termen voor hoge  $n$  zijn te verwaarlozen zodat overblijft:

$$dA_1 = \left[ \frac{y(-1) - y(0)}{dx} \right] \qquad 8.2.1$$

en met  $y(-1) = y(0) + dx * F_{Iox}$  volgt  $dA_1 \text{ totaal} = F_{Iox}$

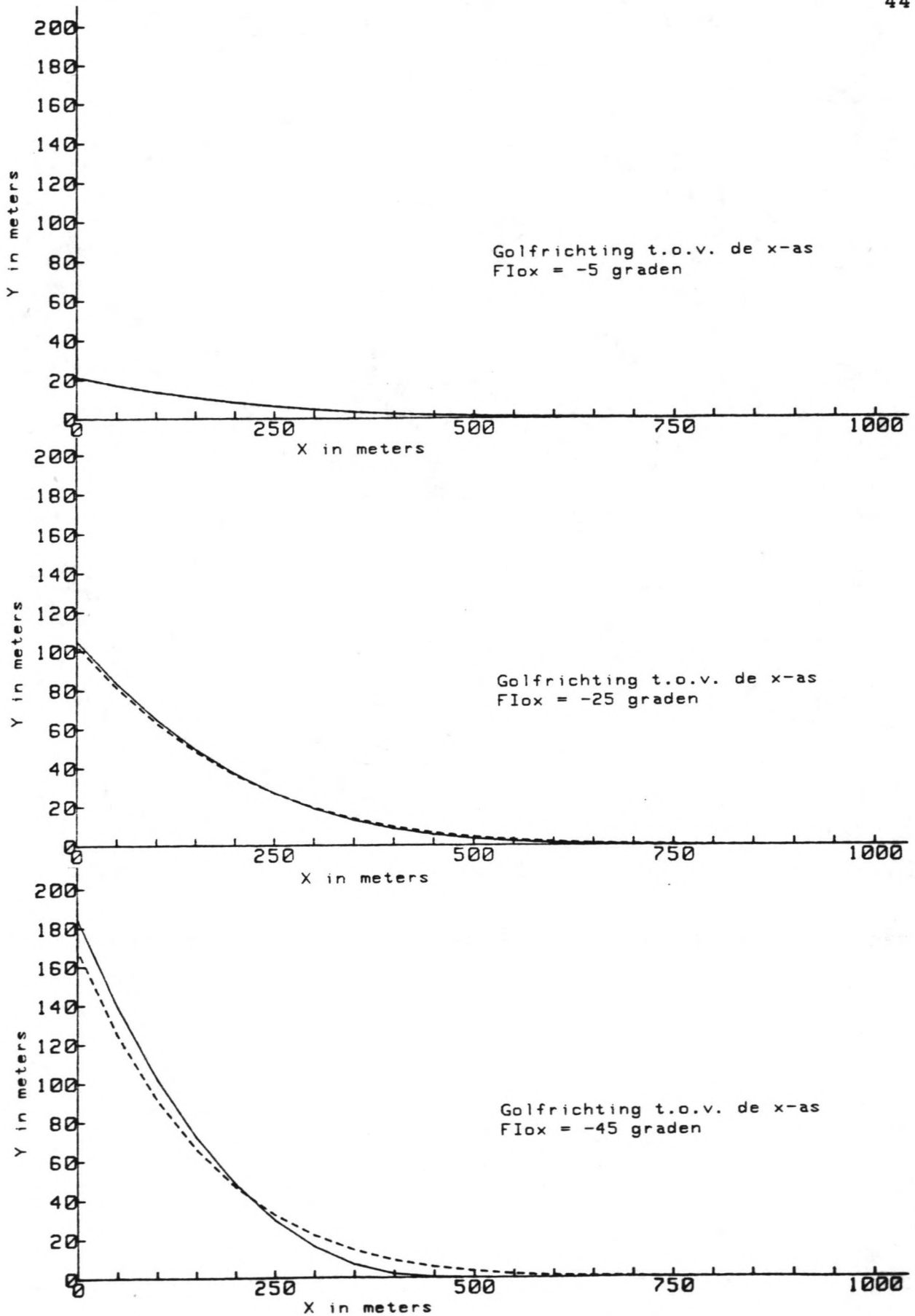
Voor ieder element geldt:  $S = S(0) + dA_1 * Q$  met  $Q = S(F_{Iox}) / F_{Iox}$

Omdat  $dA_1 \text{ totaal} = F_{Iox}$  geldt  $S_{totaal} = F_{Iox} * S(F_{Iox}) / F_{Iox} = S(F_{Iox})$

Dus behoud van massa is gegarandeerd.

### 8.3 De schematisatie $Q = \text{constant}$

Het effect van de schematisatie  $Q = \text{constant}$  kan ook weer op twee manieren bekeken worden. Bij  $AL = dy/dx$  of bij  $Al = \text{ATAN}(dy/dx)$ . Eerst bij  $Al = \text{ATAN}(dy/dx)$ . Dit zijn de berekeningswijzen 1 en 3 (zie bladzijde 34). Uitgaande van weer dezelfde basisgegevens zie blz. 35 worden de volgende resultaten bij verschillende golfrichtingen gevonden zie figuur 8.3. De geschematiseerde berekening is weer met een gestippelde lijn weergegeven.



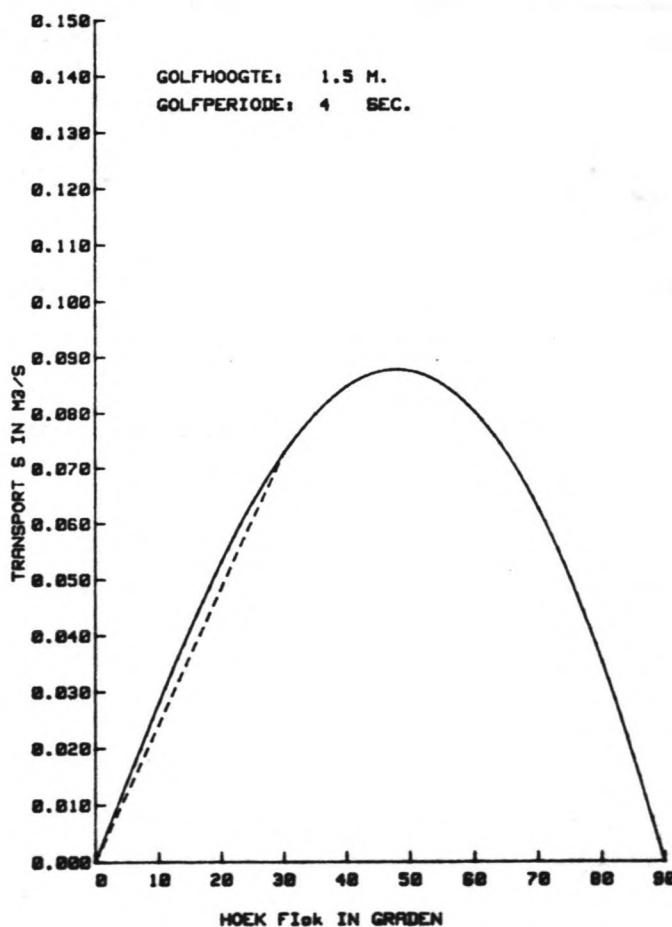
figuur 8.3: Verschil tussen de berekeningen met  $Q$  is constant en  $Q$  is variabel (getrokken lijn) bij  $A_1 = \text{ATAN}(dy/dx)$ .

Uit deze resultaten komt naar voren dat de schematisatie  $Q = \text{constant}$  (linearisatie) ter plaatse van de golfbreker de vooruitgang van de kustlijn onderschat terwijl verder van de golfbreker de vooruitgang juist wordt overschat. Deze effecten worden sterker bij toenemende hoek van inval van de golven.

Hoe is dit te verklaren?

In figuur 8.4 staat  $S$  als functie van  $FI_{ok}$  uitgezet bij  $H_o = 1.5$  m. en bij  $T = 4$  sec. De waarde van  $Q$  is in deze grafiek de helling van de raaklijn aan de kromme. Bij linearisatie wordt de kromme vervangen door een rechte lijn  $S = Q \cdot FI_{ok}$  waarbij  $Q = \text{constant} = S/FI_{ox}$ .

Deze linearisatie is in de figuur aangegeven met een gestippelde lijn voor  $FI_{ox} = -30^\circ$ . In figuur 8.5 is de helling van de raaklijn uitgezet.



figuur 8.4: Linearisatie van  $S$  als functie van  $FI_{ok}$  bij  $FI_{ox} = 30^\circ$

Uit deze figuren komt nu naar voren:

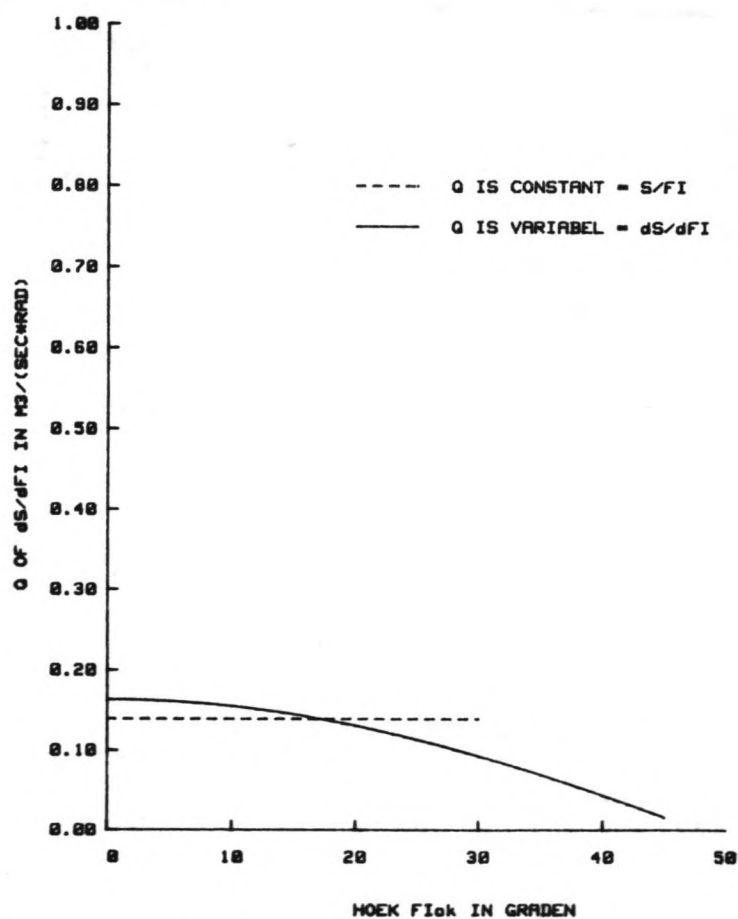
Voor kleine waarden van  $F_{Iok}$  geeft linearisatie een te kleine waarde voor  $Q$ . Voor grote waarden van  $F_{Iok}$  geeft linearisatie een te grote waarde voor  $Q$ .

Omdat geldt:  $\left[ \frac{dy}{dt} \right] = \frac{Q}{d} * \left[ \frac{dA_1}{dx} \right]$  en omdat  $dA_1/dx$  in beide gevallen ge-

lijk is, betekent een te grote waarde van  $Q$  een te grote waarde van  $dy/dt$  en dus een te grote vooruitgang. Hiermee zijn de berekeningsresultaten verklaard.

Het effect van de schematisatie  $Q = \text{constant}$  kan ook bepaald worden uit berekeningen met  $A_1 = dy/dx$ . Dit zijn de berekeningen 2 en 4.

Ook nu zijn weer dezelfde afwijkende patronen te ontdekken waarvoor dezelfde verklaringen gelden.



figuur 8.5: Vergelijking  $Q = \text{constant}$  en  $Q = \text{variabel}$ .

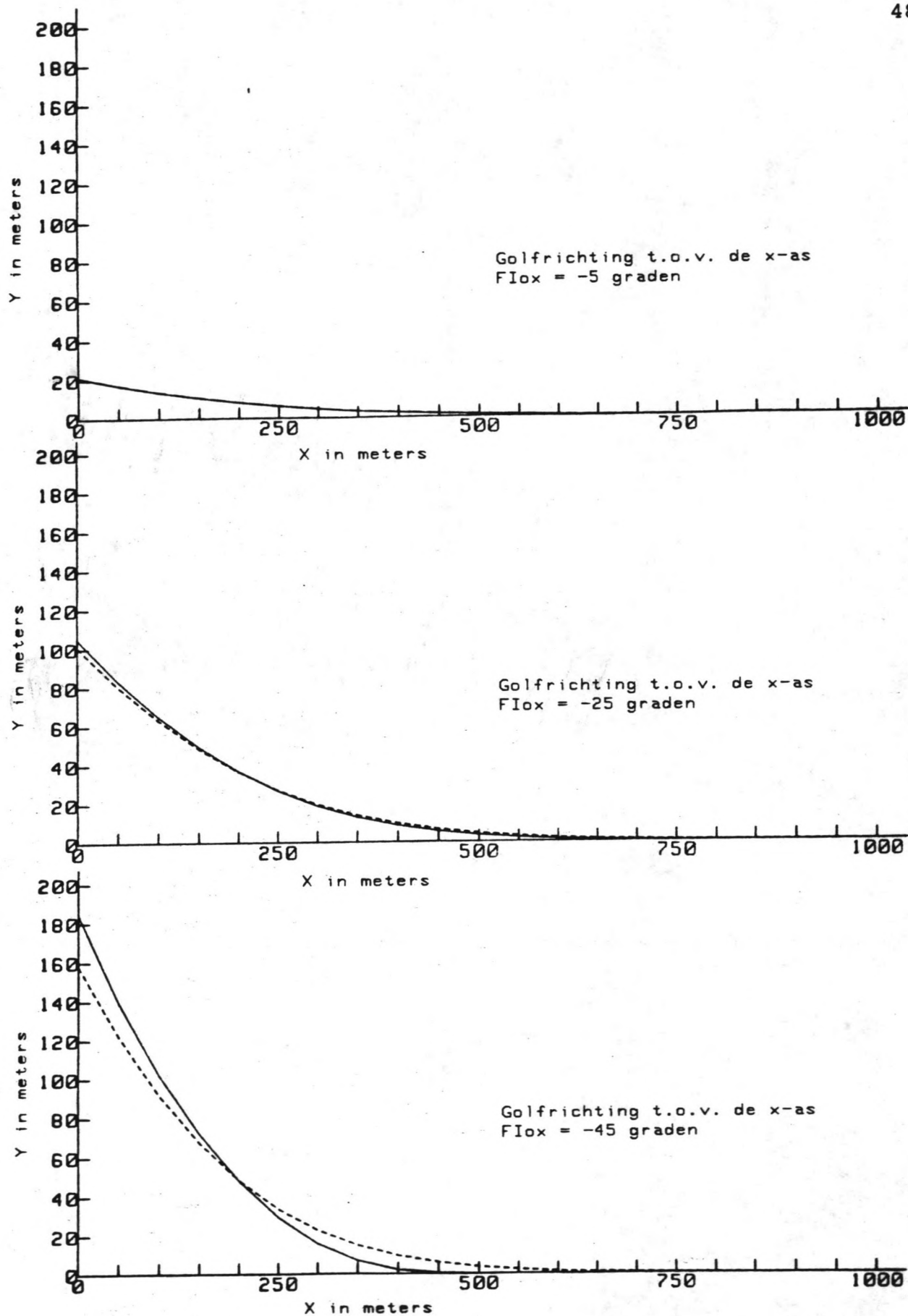


#### 8.4 De volledige schematisatie

Nu kunnen nog de resultaten van de berekeningen 1 en 2 vergeleken worden. Dit betekent dat de volledig ongeschematiseerde berekening vergeleken wordt met de volledig geschematiseerde berekening.

De resultaten zijn weergegeven in figuur 8.6.

In de paragrafen 8.1 en 8.3 zijn reeds de effecten van de afzonderlijke schematisaties aangegeven deze gaven beide dezelfde afwijkingspatronen aan. In de berekening waarbij de beide schematisaties gecombineerd zijn is dus een versterkte vorm van deze afwijkingen te verwachten. Uit de resultaten blijkt dat inderdaad deze versterkte afwijking optreedt.



figuur 8.6: Verschil tussen de volledig geschematiseerde berekening en de volledig ongeschematiseerde ber. (getrokken lijn).

Tot nu toe zijn slechts berekeningen uitgevoerd met een constante hoek van inval  $F_{Iox}$ . Om te zien of de geconstateerde afwijkingen door schematisatie ook optreden bij variërende golfrichtingen zijn zowel uitgaande van een volledig geschematiseerde berekening als van een volledig ongeschematiseerde berekening nog een aantal berekeningen uitgevoerd.

1. Toenemende golfrichting van  $-5^\circ$  tot  $-45^\circ$

De golfrichting is in de 10 dagen achtereenvolgens:

$-5^\circ$ ,  $-10^\circ$ ,  $-15^\circ$ ,  $-20^\circ$ ,  $-25^\circ$ ,  $-25^\circ$ ,  $-30^\circ$ ,  $-35^\circ$ ,  $-40^\circ$  en  $-45^\circ$

2. Afnemende golfrichting van  $-45^\circ$  tot  $-5^\circ$

De golfrichting is in de 10 dagen achtereenvolgens:

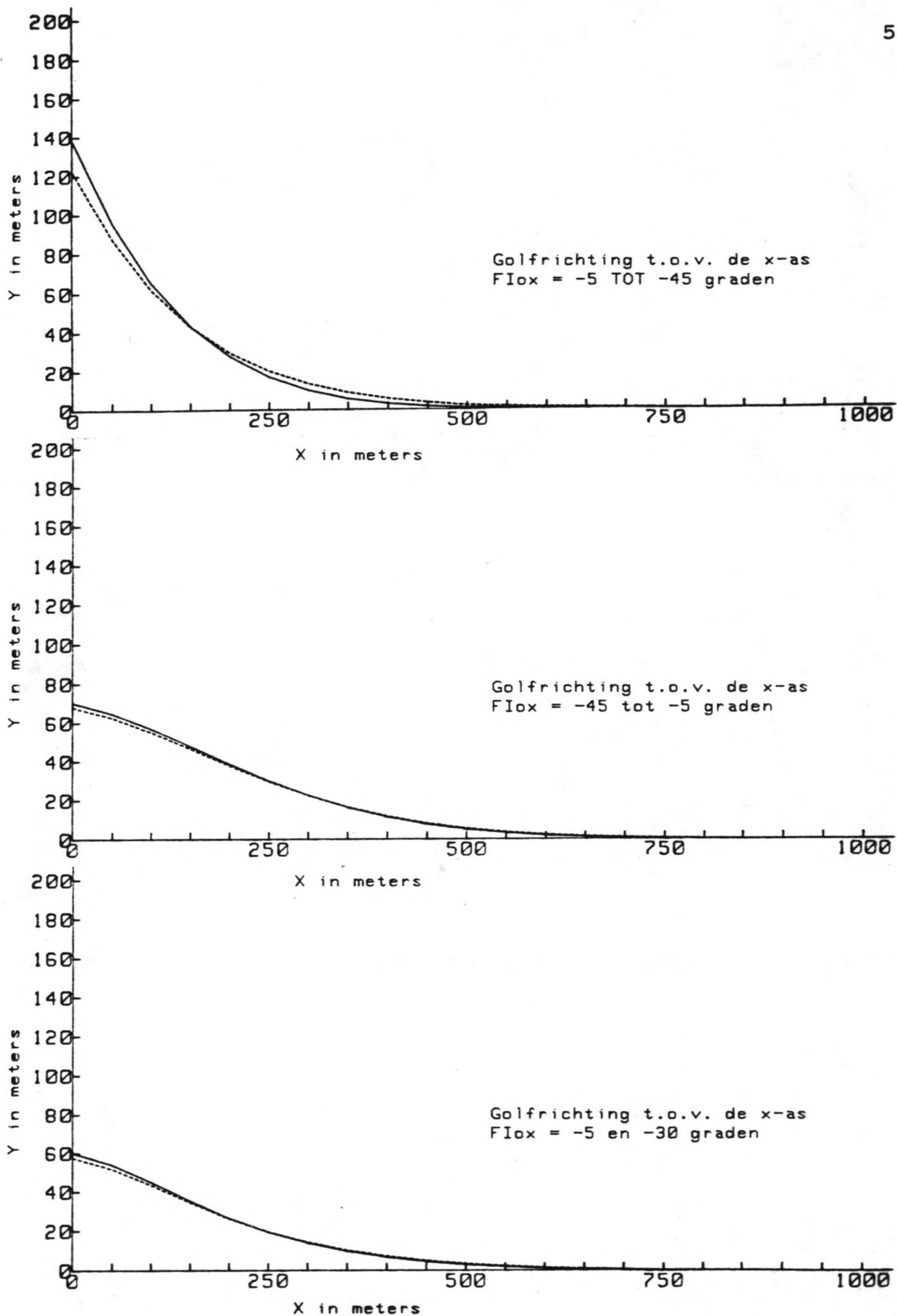
$-45^\circ$ ,  $-40^\circ$ ,  $-35^\circ$ ,  $-30^\circ$ ,  $-25^\circ$ ,  $-25^\circ$ ,  $-20^\circ$ ,  $-15^\circ$ ,  $-10^\circ$  en  $-5^\circ$

3. Afwisselende golfrichting van  $-30^\circ$  en  $-5^\circ$

De golfrichting is in de 10 dagen achtereenvolgens:

$-30^\circ$ ,  $-5^\circ$ ,  $-30^\circ$ ,  $-5^\circ$ ,  $-30^\circ$ ,  $-5^\circ$ ,  $-30^\circ$ ,  $-5^\circ$ ,  $-30^\circ$  en  $-5^\circ$

Dit gaf de resultaten die in figuur 8.7 zijn weergegeven. De resultaten van de geschematiseerde berekening zijn met een gestippelde lijn weergegeven:



figuur 8.7: Verschil tussen de volledig geschematiseerde berekening en de volledig ongeschematiseerde ber. (getrokken lijn).

Ook nu weer dezelfde resultaten: Door schematisatie een onderschatting van de vooruitgang nabij de golfbreker en een overschatting op enige afstand van de golfbreker.

9. CONCLUSIE DEEL 1.

In onderstaande tabel 9.1 zijn de berekeningsresultaten van de verschillende berekeningen nog eens weergegeven

tabel 9.1: Vergelijking van lineaire en niet-lineaire berekening.

| FioK<br>graden | niet lineaire berekening |                 |        |        | lineaire berekening |                 |        |        |
|----------------|--------------------------|-----------------|--------|--------|---------------------|-----------------|--------|--------|
|                | y(0)                     | y(250)<br>in m. | y(500) | y(750) | y(0)                | y(250)<br>in m. | y(500) | y(750) |
| - 5            | 21.28                    | 6.19            | 1.12   | 0.12   | 21.25               | 6.19            | 1.13   | 0.12   |
| -10            | 42.50                    | 12.17           | 2.12   | 0.21   | 42.23               | 12.18           | 2.19   | 0.23   |
| -15            | 63.59                    | 17.76           | 2.89   | 0.25   | 62.66               | 17.79           | 3.11   | 0.31   |
| -20            | 84.48                    | 22.73           | 3.33   | 0.24   | 82.27               | 22.83           | 3.84   | 0.36   |
| -25            | 105.14                   | 26.86           | 3.34   | 0.17   | 100.79              | 27.11           | 4.32   | 0.38   |
| -30            | 125.51                   | 29.91           | 2.88   | 0.09   | 117.92              | 30.48           | 4.54   | 0.36   |
| -35            | 145.58                   | 31.36           | 1.98   | 0.03   | 133.39              | 32.77           | 4.47   | 0.31   |
| -40            | 165.33                   | 31.61           | 0.84   | 0.00   | 146.90              | 33.86           | 4.14   | 0.25   |
| -45            | 184.75                   | 29.49           | 0.05   | 0.00   | 158.13              | 33.65           | 3.57   | 0.17   |
| -5-45          | 138.17                   | 16.95           | 0.80   | 0.02   | 122.20              | 19.98           | 2.14   | 0.13   |
| -45-5          | 70.30                    | 29.92           | 5.01   | 0.34   | 68.02               | 29.55           | 5.56   | 0.52   |
| -5/-30         | 60.10                    | 19.43           | 2.87   | 0.31   | 57.58               | 19.59           | 3.40   | 0.34   |

In onderstaande tabel 9.2 zijn de verschillen procentueel uitgezet volgens de formule:

$$\text{verschil} = \left[ \frac{y(\text{niet lineair}) - y(\text{lineair})}{y(\text{niet lineair})} \right] * 100\%$$

tabel 9.2: Procentuele vergelijking lineair en niet-lineair.

| FIok<br>graden | y(0)  | y(250)<br>in % | y(500) | y(750) |
|----------------|-------|----------------|--------|--------|
| - 5            | 0.14  | 0.00           | -0.89  | 0.00   |
| -10            | 0.64  | -0.08          | -3.30  | -9.52  |
| -15            | 1.46  | -0.17          | -7.61  | -24.00 |
| -20            | 2.62  | -0.44          | -15.32 | -50.00 |
| -25            | 4.14  | -0.93          | -29.34 | *      |
| -30            | 6.05  | -1.91          | -57.64 | *      |
| -35            | 8.37  | -4.50          | *      | *      |
| -40            | 11.15 | -7.12          | *      | *      |
| -45            | 14.41 | -14.11         | *      | *      |
| -5-45          | 11.56 | -17.88         | *      | *      |
| -45-5          | 3.24  | 1.24           | -10.98 | -52.64 |
| -5/-30         | 4.19  | -0.82          | -18.47 | -61.90 |

In deze tabel duidt een \* op een verschil van meer dan 100%

Vaak zal men geïnteresseerd zijn in de ligging van de kustlijn t.p.v. de golfbreker. Als de verschillen die hier optreden tussen de lineaire en de niet lineaire berekening wat nader beschouwd worden dan vallen meteen de grote verschillen bij de grotere golfrichtingen op. Dit kan oplopen tot zo'n 15%. Ook als er zowel grote als kleine golfhoeken in het spel zijn, blijven de verschillen aanzienlijk. Wanneer werkelijk betrouwbare resultaten verlangd worden zal men dus niet lineair moeten rekenen. Dan dient echter wel bedacht te worden dat de rekentijd van een niet lineaire berekening veel groter is dan van een lineaire berekening. De verhouding was hier ongeveer 7:1.



## DEEL 2: SCHEMATISATIE GOLFKLIMAAT

Nadat in deel 1 is gebleken dat een berekening volgens de lineaire methode bij grote hoeken onbetrouwbaar is, is besloten om niet lineair te rekenen. Dit brengt echter wel een grote rekentijd met zich mee. Getracht zal nu worden om de rekentijd terug te dringen met behoud van nauwkeurigheid.

## 10. BEPALING VAN DE OMSTANDIGHEDEN

### 10.1 Het golfklimaat.

Gekozen is voor:

Een golfhoogte variërend van 0.5 tot en met 3.0 m  
in stappen van 0.5 m.

Een golfperiode variërend van 4 tot en met 9 sec.  
in stappen van 1 sec.

Een golfrichting variërend van  $-5^\circ$  tot en met  $-45^\circ$   
in stappen van  $-5^\circ$ .

De kansverdeling van ieder van de drie golfparameters is uniform.

Voor de berekening van de golfrichting in de brekerzone wordt gebruik gemaakt van de formule:

$$F_{Ibk} = F_{Iok} * 0.25 + 5.5 * \left[ \frac{H_o}{L_o} \right] \quad 10.1.1$$

met  $F_{Iok} < 50^\circ$  (le Méhaute en Koh, 1967, [3] )

In deze formule bestaat het gevaar dat  $H_o/L_o$  zo groot wordt dat  $F_{Ibk} > F_{Iok}$ . Met een maximale waarde van  $H_o$  van 3 m. en een minimale waarde van  $T$  van 4 sec. is de maximale waarde van  $H_o/L_o = 0.12$  dan geldt:  $F_{Ibk} = 0.91 * F_{Iok}$

Uitgaande van een uniforme kansdichtheidsfunctie voor de drie golfparameters: golfhoogte, golfperiode en golfrichting, is een golfklimaat gegenereerd door telkens een aselechte trekking van elk van deze drie parameters te doen. Dit betekent dat de kansverdeling van deze parameters in het gegenereerde golfklimaat niet automatisch weer uniform is.

De golfgegevens voor de eerste 100 periodes zijn in tabel 10.1.1. weergegeven met daarbij tevens het zandtransport in elke periode en het gemiddelde transport tot en met een bepaalde periode.

Tabel 10.1.1: Golfklimaat

| VOLG NR. | GOLF PERIODE IN SEC. | GOLF HOOGTE IN M. | GOLF RICHTING IN GRAD. | ZAND TRANSPORT IN M3/SEC | GEMIDDELDE TRANSPORT IN M3/SEC |
|----------|----------------------|-------------------|------------------------|--------------------------|--------------------------------|
| 1        | T= 9                 | Ho= .50           | Fi=-15                 | S=-.004824               | Sg=-.004824                    |
| 2        | T= 4                 | Ho= .50           | Fi=-10                 | S=-.001931               | Sg=-.003378                    |
| 3        | T= 5                 | Ho= 2.00          | Fi= -5                 | S=-.028863               | Sg=-.011873                    |
| 4        | T= 8                 | Ho= 2.50          | Fi=-35                 | S=-.300000               | Sg=-.083905                    |
| 5        | T= 5                 | Ho= 3.00          | Fi=-10                 | S=-.162105               | Sg=-.099545                    |
| 6        | T= 9                 | Ho= 1.50          | Fi=-25                 | S=-.078578               | Sg=-.096050                    |
| 7        | T= 4                 | Ho= 1.00          | Fi=-25                 | S=-.023061               | Sg=-.085623                    |
| 8        | T= 7                 | Ho= 2.00          | Fi=-15                 | S=-.086911               | Sg=-.085784                    |
| 9        | T= 8                 | Ho= 2.00          | Fi=-20                 | S=-.117712               | Sg=-.089332                    |
| 10       | T= 5                 | Ho= 2.50          | Fi= -5                 | S=-.051068               | Sg=-.085505                    |
| 11       | T= 8                 | Ho= 1.50          | Fi=-10                 | S=-.032111               | Sg=-.080651                    |
| 12       | T= 4                 | Ho= 1.50          | Fi=-20                 | S=-.053125               | Sg=-.078357                    |
| 13       | T= 4                 | Ho= 2.00          | Fi=-15                 | S=-.086745               | Sg=-.079003                    |
| 14       | T= 7                 | Ho= .50           | Fi=-40                 | S=-.008301               | Sg=-.073952                    |
| 15       | T= 4                 | Ho= 1.00          | Fi=-40                 | S=-.030846               | Sg=-.071079                    |
| 16       | T= 8                 | Ho= .50           | Fi=-40                 | S=-.009211               | Sg=-.067212                    |
| 17       | T= 7                 | Ho= 3.00          | Fi=-25                 | S=-.359783               | Sg=-.084422                    |
| 18       | T= 7                 | Ho= 2.50          | Fi=-20                 | S=-.191846               | Sg=-.090390                    |
| 19       | T= 5                 | Ho= 2.50          | Fi= -5                 | S=-.051068               | Sg=-.088320                    |
| 20       | T= 7                 | Ho= 2.00          | Fi=-45                 | S=-.188175               | Sg=-.093313                    |
| 21       | T= 9                 | Ho= 3.00          | Fi=-25                 | S=-.378808               | Sg=-.106908                    |
| 22       | T= 5                 | Ho= 3.00          | Fi=-30                 | S=-.419834               | Sg=-.121132                    |
| 23       | T= 6                 | Ho= 1.00          | Fi=-10                 | S=-.011195               | Sg=-.116352                    |
| 24       | T= 9                 | Ho= 2.00          | Fi=-45                 | S=-.207930               | Sg=-.120168                    |
| 25       | T= 9                 | Ho= 1.50          | Fi=-35                 | S=-.099129               | Sg=-.119326                    |
| 26       | T= 5                 | Ho= 3.00          | Fi=-15                 | S=-.237811               | Sg=-.123883                    |
| 27       | T= 8                 | Ho= 1.50          | Fi=-20                 | S=-.061176               | Sg=-.121561                    |
| 28       | T= 6                 | Ho= 2.00          | Fi=-35                 | S=-.165085               | Sg=-.123115                    |
| 29       | T= 9                 | Ho= 1.50          | Fi=-45                 | S=-.109573               | Sg=-.122648                    |
| 30       | T= 9                 | Ho= 2.00          | Fi=-20                 | S=-.123969               | Sg=-.122692                    |
| 31       | T= 5                 | Ho= 2.00          | Fi= -5                 | S=-.028863               | Sg=-.119666                    |
| 32       | T= 5                 | Ho= 1.50          | Fi= -5                 | S=-.014086               | Sg=-.116366                    |
| 33       | T= 9                 | Ho= 3.00          | Fi=-45                 | S=-.526520               | Sg=-.128795                    |
| 34       | T= 8                 | Ho= 2.50          | Fi=-45                 | S=-.330920               | Sg=-.134740                    |
| 35       | T= 9                 | Ho= .50           | Fi=-25                 | S=-.007532               | Sg=-.131106                    |
| 36       | T= 5                 | Ho= 3.00          | Fi=-40                 | S=-.487162               | Sg=-.140996                    |
| 37       | T= 8                 | Ho= 3.00          | Fi=-40                 | S=-.492180               | Sg=-.150487                    |
| 38       | T= 8                 | Ho= 1.00          | Fi=-35                 | S=-.037911               | Sg=-.147525                    |
| 39       | T= 7                 | Ho= .50           | Fi=-20                 | S=-.005117               | Sg=-.143873                    |
| 40       | T= 7                 | Ho= 1.00          | Fi=-30                 | S=-.031754               | Sg=-.141070                    |
| 41       | T= 9                 | Ho= 1.50          | Fi=-30                 | S=-.089977               | Sg=-.139824                    |
| 42       | T= 6                 | Ho= 1.00          | Fi=-10                 | S=-.011195               | Sg=-.136762                    |
| 43       | T= 6                 | Ho= 1.00          | Fi=-25                 | S=-.025674               | Sg=-.134178                    |
| 44       | T= 6                 | Ho= 1.50          | Fi= -5                 | S=-.014538               | Sg=-.131459                    |
| 45       | T= 9                 | Ho= 3.00          | Fi=-45                 | S=-.526520               | Sg=-.140238                    |
| 46       | T= 4                 | Ho= 3.00          | Fi=-40                 | S=-.511261               | Sg=-.148304                    |
| 47       | T= 4                 | Ho= 3.00          | Fi=-20                 | S=-.330110               | Sg=-.152172                    |
| 48       | T= 7                 | Ho= 2.50          | Fi=-15                 | S=-.148145               | Sg=-.152088                    |
| 49       | T= 4                 | Ho= 3.00          | Fi=-25                 | S=-.394194               | Sg=-.157029                    |
| 50       | T= 4                 | Ho= 2.50          | Fi=-20                 | S=-.202304               | Sg=-.157935                    |
| 51       | T= 6                 | Ho= 2.50          | Fi=-20                 | S=-.189044               | Sg=-.158545                    |
| 52       | T= 4                 | Ho= 2.50          | Fi=-10                 | S=-.107051               | Sg=-.157554                    |
| 53       | T= 8                 | Ho= 2.00          | Fi=-15                 | S=-.090853               | Sg=-.156296                    |
| 54       | T= 7                 | Ho= 3.00          | Fi=-40                 | S=-.481343               | Sg=-.162315                    |
| 55       | T= 6                 | Ho= 2.50          | Fi=-25                 | S=-.227272               | Sg=-.163496                    |
| 56       | T= 6                 | Ho= 1.50          | Fi= -5                 | S=-.014538               | Sg=-.160836                    |

(vervolg) Tabel 10.1.1: Golfklimaat

| VOLG NR. | GOLF PERIODE IN SEC. | GOLF HOOGTE IN M. | GOLF RICHTING IN GRAD. | ZAND TRANSPORT IN M3/SEC | GEMIDDELDE TRANSPORT IN M3/SEC |
|----------|----------------------|-------------------|------------------------|--------------------------|--------------------------------|
| 57       | T= 7                 | Ho= 1.50          | Fi=-20                 | S=-.057577               | Sg=-.159025                    |
| 58       | T= 7                 | Ho= 2.50          | Fi=-45                 | S=-.319881               | Sg=-.161798                    |
| 59       | T= 6                 | Ho= 2.50          | Fi=-40                 | S=-.303638               | Sg=-.164202                    |
| 60       | T= 4                 | Ho= 1.00          | Fi=-25                 | S=-.023061               | Sg=-.161850                    |
| 61       | T= 4                 | Ho= 2.00          | Fi=-25                 | S=-.134340               | Sg=-.161399                    |
| 62       | T= 4                 | Ho= 1.50          | Fi=-45                 | S=-.087461               | Sg=-.160206                    |
| 63       | T= 5                 | Ho= 1.00          | Fi=-35                 | S=-.030251               | Sg=-.158144                    |
| 64       | T= 6                 | Ho= 1.50          | Fi=-35                 | S=-.082880               | Sg=-.156968                    |
| 65       | T= 6                 | Ho= 2.00          | Fi=-10                 | S=-.057354               | Sg=-.155435                    |
| 66       | T= 8                 | Ho= 2.50          | Fi=-40                 | S=-.319709               | Sg=-.157924                    |
| 67       | T= 5                 | Ho= 2.50          | Fi=-20                 | S=-.191358               | Sg=-.158423                    |
| 68       | T= 7                 | Ho= 1.00          | Fi=-40                 | S=-.037312               | Sg=-.156642                    |
| 69       | T= 9                 | Ho= 2.50          | Fi=-20                 | S=-.206138               | Sg=-.157359                    |
| 70       | T= 5                 | Ho= 1.50          | Fi=-10                 | S=-.027827               | Sg=-.155509                    |
| 71       | T= 4                 | Ho= .50           | Fi=-45                 | S=-.006162               | Sg=-.153405                    |
| 72       | T= 5                 | Ho= 3.00          | Fi=-10                 | S=-.162105               | Sg=-.153526                    |
| 73       | T= 8                 | Ho= 1.00          | Fi=-20                 | S=-.024948               | Sg=-.151765                    |
| 74       | T= 6                 | Ho= 2.50          | Fi=-45                 | S=-.313636               | Sg=-.153952                    |
| 75       | T= 8                 | Ho= 2.50          | Fi=-20                 | S=-.197899               | Sg=-.154538                    |
| 76       | T= 8                 | Ho= 1.00          | Fi=-25                 | S=-.030045               | Sg=-.152900                    |
| 77       | T= 6                 | Ho= 2.50          | Fi= -5                 | S=-.050337               | Sg=-.151568                    |
| 78       | T= 9                 | Ho= 2.00          | Fi= -5                 | S=-.032927               | Sg=-.150047                    |
| 79       | T= 8                 | Ho= 2.50          | Fi=-45                 | S=-.330920               | Sg=-.152337                    |
| 80       | T= 5                 | Ho= 1.50          | Fi=-30                 | S=-.072779               | Sg=-.151342                    |
| 81       | T= 5                 | Ho= .50           | Fi=-20                 | S=-.004094               | Sg=-.149524                    |
| 82       | T= 4                 | Ho= 1.50          | Fi=-10                 | S=-.027981               | Sg=-.148042                    |
| 83       | T= 7                 | Ho= 1.50          | Fi=-15                 | S=-.044439               | Sg=-.146794                    |
| 84       | T= 5                 | Ho= .50           | Fi=-30                 | S=-.005645               | Sg=-.145114                    |
| 85       | T= 5                 | Ho= 1.50          | Fi=-25                 | S=-.063660               | Sg=-.144155                    |
| 86       | T= 8                 | Ho= 1.00          | Fi=-40                 | S=-.040445               | Sg=-.142949                    |
| 87       | T= 8                 | Ho= 3.00          | Fi=-45                 | S=-.509193               | Sg=-.147159                    |
| 88       | T= 9                 | Ho= 1.00          | Fi=-10                 | S=-.014171               | Sg=-.145648                    |
| 89       | T= 5                 | Ho= 2.00          | Fi=-10                 | S=-.057005               | Sg=-.144652                    |
| 90       | T= 6                 | Ho= 2.50          | Fi=-40                 | S=-.303638               | Sg=-.146418                    |
| 91       | T= 5                 | Ho= .50           | Fi=-25                 | S=-.004930               | Sg=-.144864                    |
| 92       | T= 7                 | Ho= 3.00          | Fi=-35                 | S=-.452249               | Sg=-.148205                    |
| 93       | T= 8                 | Ho= 2.00          | Fi=-40                 | S=-.190405               | Sg=-.148658                    |
| 94       | T= 8                 | Ho= 2.50          | Fi=-45                 | S=-.330920               | Sg=-.150597                    |
| 95       | T= 8                 | Ho= .50           | Fi=-30                 | S=-.007831               | Sg=-.149095                    |
| 96       | T= 7                 | Ho= 1.50          | Fi=-25                 | S=-.069312               | Sg=-.148264                    |
| 97       | T= 7                 | Ho= 1.00          | Fi=-15                 | S=-.017771               | Sg=-.146918                    |
| 98       | T= 5                 | Ho= .50           | Fi=-20                 | S=-.004094               | Sg=-.145461                    |
| 99       | T= 8                 | Ho= 1.00          | Fi=-30                 | S=-.034407               | Sg=-.144339                    |
| 100      | T= 5                 | Ho= 2.00          | Fi= -5                 | S=-.028863               | Sg=-.143184                    |

## 10.2 De diepte

Er zal ook een gefundeerde waarde voor de diepte D gekozen moeten worden. Deze diepte D is de diepte waarover de vooruitgang van de kustlijn optreedt.

Hallermeier 1977, [3] stelt:

$$D = 2.28 * H^{1-4.78} * \left[ \frac{H_o}{L_o} \right] \quad 10.2.1$$

Er wordt gewerkt met de grafiek van Hallermeier 1977, [3] zie figuur 10.2.1. De extreme golfhoogte van de gebruikte golfgegevens is 3 m. de extreme periode is 9 sec.

$$\text{Dan } \left[ \frac{H_o}{L_o} \right] = \left[ \frac{3}{126.47} \right] = 0.024$$

$$\text{Aflezen uit de grafiek geeft } \left[ \frac{2 * \pi * D}{L} \right] = 0.6$$

$$\text{Dus } D = 0.6 * \left[ \frac{L}{2 * \pi} \right]$$

$$\text{Met: } L = L_o * \text{TANH} \left[ \frac{2 * \pi * D}{L} \right]$$

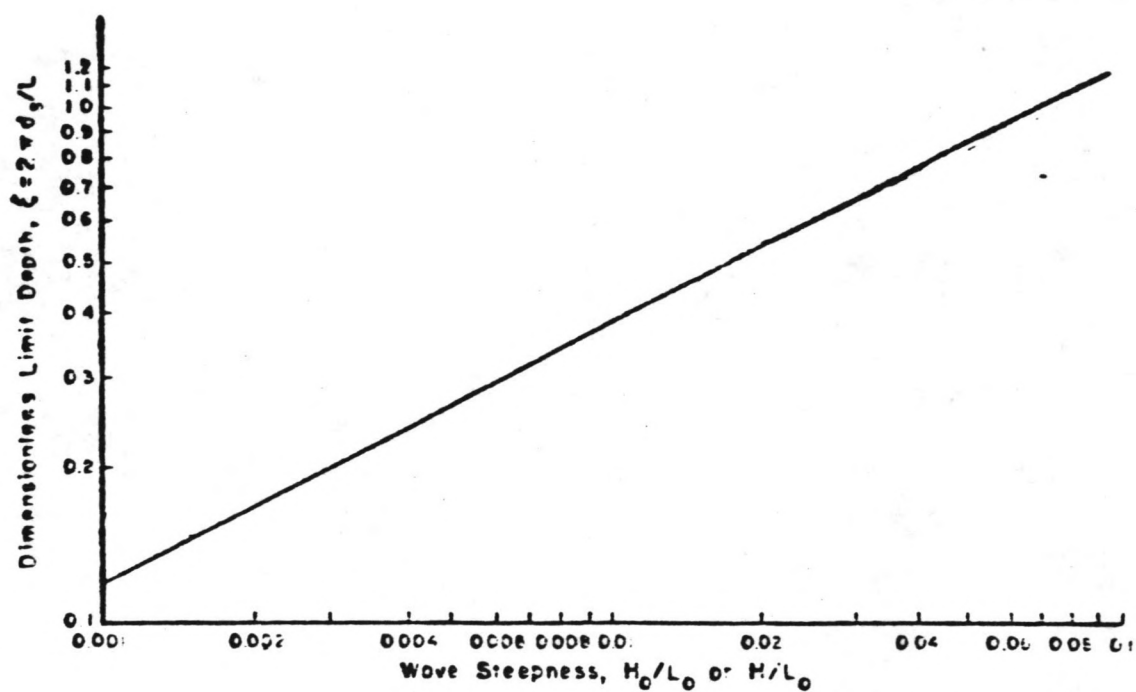
$$L_o = 1.56 * T^2 = 126.47$$

$$\text{TANH} \left[ \frac{2 * \pi * D}{L} \right] = \text{TANH}(0.6) = 0.54$$

$$\text{Geldt dan: } D = 0.6 * \left[ \frac{126.47 * 0.54}{2 * \pi} \right] = 6.52 \text{ m.}$$

Dit is uitsluitend de diepte bij MSL echter hier komt nog de golfloop bij. Als hiervoor de halve maximale golfhoogte genomen wordt, dan wordt de diepte  $D$  die meespeelt in het zandtransport.

$$D = 8 \text{ m.}$$



figuur 10.2.1: Grafiek van Hallermeier [3]

## 11. SCHEMATISATIE VAN HET GOLFKLIMAAT

Wanneer van een kustlijn de exacte ligging na een bepaalde tijd gevraagd wordt dan dient het golfklimaat in deze periode bekend te zijn. Als het golfklimaat niet bekend is dan kan uitgaande van de kansverdeling van deze golfgegevens slechts een verwachte kustlijn met bijbehorende betrouwbaarheidsintervallen gegeven worden.

Er zal nu onderzocht worden hoe een bekende reeks golfgegevens geschematiseerd kan worden.

Bekend is (o.a. uit het werk van Kevelam [5]) dat de golfrichting die heerst in de laatste periode van de kustontwikkeling, sterk bepalend is voor de uiteindelijke ligging van de kustlijn. Indien men geïnteresseerd is in de uiteindelijke ligging van de kustlijn dan dient dus deze laatste periode veel aandacht te krijgen.

Schematisatie waarbij de golfrichtingen over een aantal periodes gemiddeld worden en waarbij deze middeling ook uitgevoerd wordt voor de laatste periodes van de kustontwikkeling, zullen nooit erg nauwkeurige resultaten opleveren. Dit omdat de kustlijn zich sterk aanpast aan de golfrichting in de laatste periode, zoals reeds eerder vermeld. Ook de volgorde van de golfrichtingen is erg belangrijk voor de bepaling van de uiteindelijke ligging van de kustlijn. Bij een middelingsprocedure gaat meestal de informatie over de volgorde verloren en kan de ligging van de kustlijn dus nooit erg nauwkeurig bepaald worden.

Er schuilt nog een ander gevaar in het eenvoudigweg middelen van golfgegevens zoals golfrichting. Het zandtransport is nl. afhankelijk van meerdere variabelen en bovendien niet-lineair afhankelijk van deze variabelen. Wanneer gemiddeld wordt over een van de parameters zonder rekening te houden met de waarde van de andere parameters, dan zal



waarschijnlijk het zandtransport dat berekend wordt met de gemiddelde parameter niet meer gelijk zijn aan het oorspronkelijke zandtransport. Gezien de bovenvermelde punten zullen het soort schematisaties waarbij middelingsprocedures tot het einde van de totale tijdsduur van een kustlijnberekening doorgezet worden, in dit rapport niet bekeken worden.

### 11.1 Basisschematisatie

De benadering zal nu zijn om de golfgegevens in een bepaald gedeelte van de berekeningsduur te schematiseren maar in het laatste gedeelte van de berekeningsduur te werken met de werkelijk opgetreden golfomstandigheden.

De schematisatie over een bepaalde periode geschiedt met het transport in die periode als uitgangspunt. Voor de schematisatieperiode worden de golfrichting en de golfperiode gekozen. De golfhoogte kan nu door iteratie bepaald worden zodanig dat het gemiddelde transport over deze periode correct wordt weergegeven. Welke golfperiode en golfrichting dienen dan gekozen te worden?

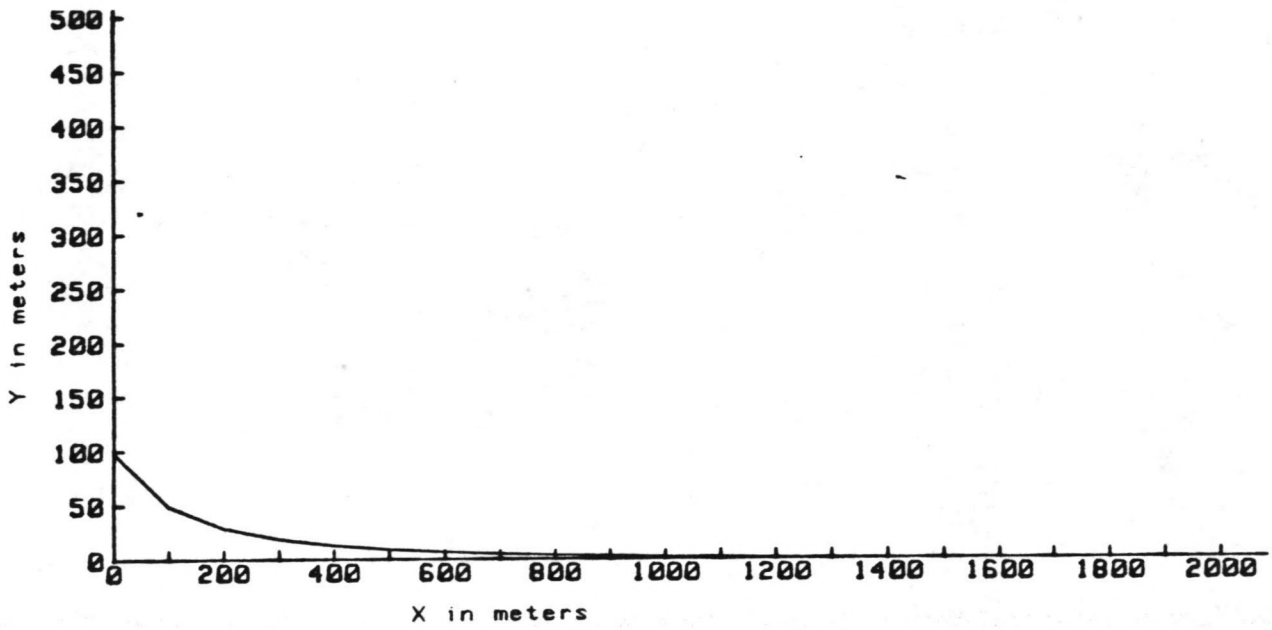
De te gebruiken golfperiode (waarbij dan via de iteratie automatisch een golfhoogte gevonden wordt) en de golfrichting zijn aan de hand van een aantal berekeningen bepaald.

Om de onnauwkeurigheid, veroorzaakt door de grote  $dA/dx$  bij beginnen met een rechte kustlijn (zie paragraaf 7.2) zoveel mogelijk te elimineren is begonnen met een gebogen kustlijn van de vorm:

$$y = \left[ \frac{2500}{5 + \left[ \frac{x}{50} \right]^2} \right]^2 \quad \text{voor } x < 1500 \text{ m.} \quad 11.1.1$$

$$y = 0 \quad \text{voor } x > 1500 \text{ m.}$$

Deze beginkustlijn is weergegeven in figuur 11.1.1. waarbij om de 100 meter de ligging van de kustlijn bepaald is.

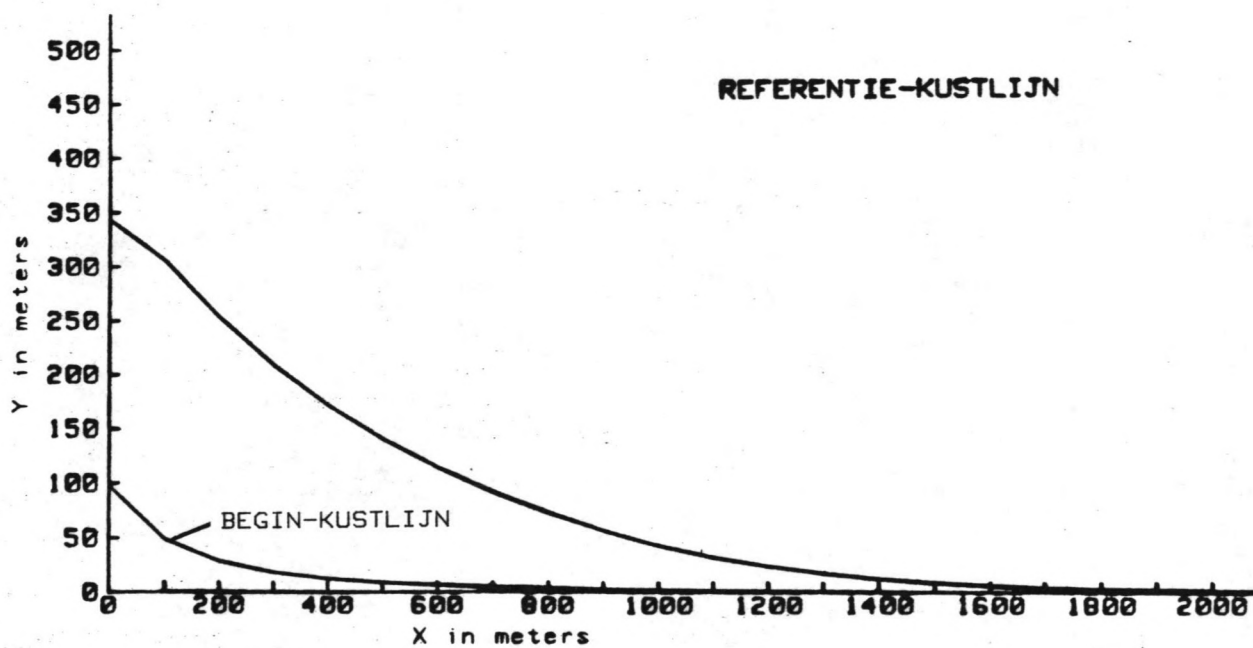


figuur 11.1.1: Gebogen beginkustlijn.

Om de resultaten van de berekeningen te kunnen vergelijken is een referentiekustlijn bepaald. Deze referentiekustlijn is berekend volgens de niet lineaire methode zonder een enkele schematisatie. Het resultaat van deze berekening is weergegeven in figuur 11.1.2.

Bij deze berekening zijn de volgende basisgegevens gebruikt:

|   |   |           |
|---|---|-----------|
| De diepte   | = | 8.0 m     |
| X-stapgrootte                                     | = | 100.0 m   |
| Aantal punten langs<br>de x-as                    | = | 30        |
| Tijdstapgrootte                                   | = | 0.1 dag   |
| Totale tijdsduur                                  | = | 100 dagen |
| Nieuwe golfgegevens<br>om de                      | = | 1.0 dag   |
| Golfklimaat volgens tabel 10.1.1 op<br>blz 58-59. |   |           |



figuur 11.1.2: Referentie-kustlijn bij gebogen beginkustlijn

### 11.1.1 Bepaling golfrichting in schematisatie periode.

Nu zijn, uitgaande van de gebogen beginkustlijn een aantal berekeningen uitgevoerd ter bepaling van de te gebruiken golfrichting in de schematisatieperiode. Bij deze berekeningen is de duur van de schematisatieperiode 90 dagen terwijl de totale duur 100 dagen is. Op de keuze van deze verdeling wordt later nog ingegaan. Tevens wordt gewerkt met een periode van 7 sec. Deze keuze wordt in paragraaf 11.1.2 toegelicht. Er zijn berekeningen uitgevoerd met in de schematisatieperiode golfrichtingen van  $-10^{\circ}$ ,  $-15^{\circ}$ ,  $-20^{\circ}$ ,  $-25^{\circ}$ ,  $-30^{\circ}$ ,  $-35^{\circ}$  en  $-40^{\circ}$ . De voor deze berekeningen gebruikte basisgegevens zijn hieronder opgesomd.

#### Basisgegevens.

Gebogen beginkustlijn

|                             |        |       |
|-----------------------------|--------|-------|
| De diepte is                | 8.0    | m.    |
| Aantal punten langs de x-as | 30     |       |
| Totale tijdsduur            | 100.00 | dagen |

Schematisatieperiode:

|                           |                     |       |
|---------------------------|---------------------|-------|
| Duur schematisatieperiode | 90.00               | dagen |
| X-stapgrootte             | 100.00              | m.    |
| Tijdstapgrootte           | 0.1                 | dag   |
| Golfperiode               | 7.0                 | sec.  |
| Golfhoogte                | zie figuur 11.1.1.1 |       |
| Golfrichting              | zie figuur 11.1.1.1 |       |

## Basisgegevens (vervolg).

## Ongeschematiseerde periode:

|                       |                                    |       |
|-----------------------|------------------------------------|-------|
| Duur ongesch. periode | 10.00                              | dagen |
| X-stapgrootte         | 100.00                             | m.    |
| Tijdstapgrootte       | 0.1                                | dag   |
| Golfperiode           | werkelijk verloop zoals aangegeven |       |
| Golfhoogte            | in golfklimaat in tabel 10.1.1 op  |       |
| Golfrichting          | blz 58-59.                         |       |

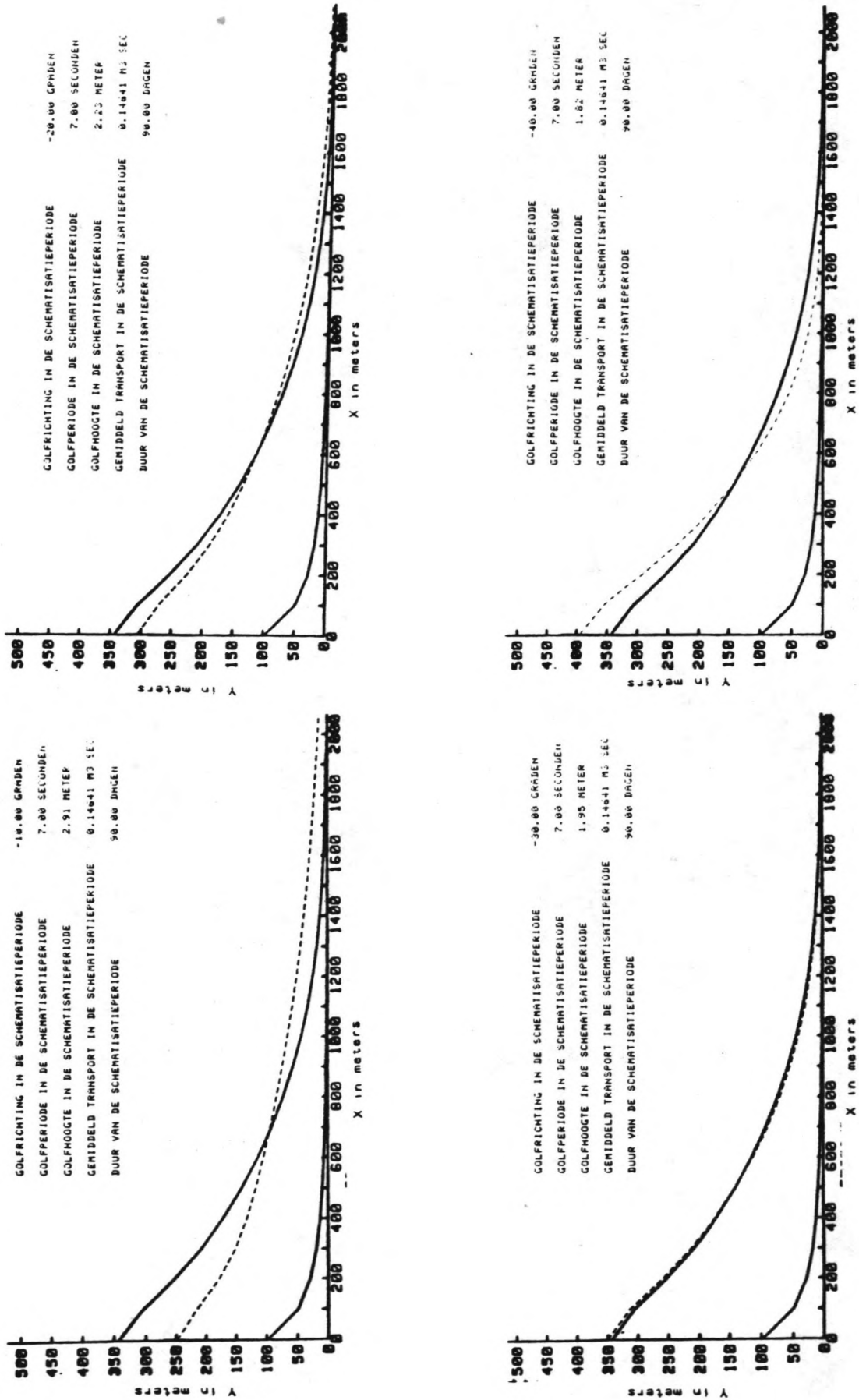
De resultaten van deze berekeningen zijn weergegeven in figuur 11.1.1.1  
De verschillen t.o.v. de referentiekustlijn zijn uitgedrukt in de  
totale kwadratische fout. Deze fout is berekend met de formule:

$$\text{De totale kwadratische fout} = \sum_{n=0}^{30} (\text{yref}(n) - \text{y}(n))^2 \quad 11.1.1.1$$

Deze totale kwadratische fout is voor de verschillende golfrichtingen  
weergegeven in tabel 11.1.1.1 en in figuur 11.1.1.2.

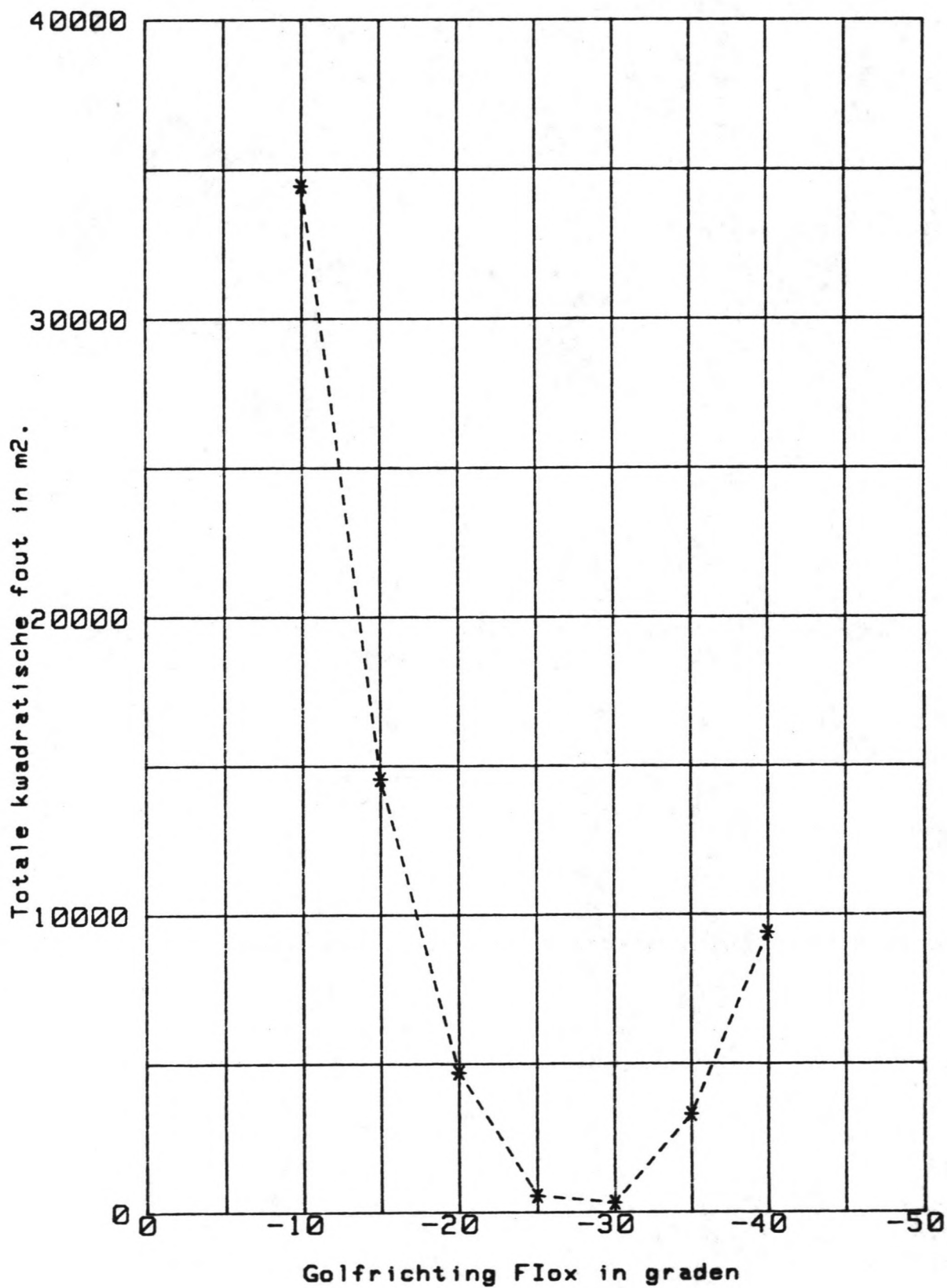
Tabel 11.1.1.1: kwadratische fout bij verschillende golfrichtingen

| Golfrichting in de<br>schematisatieperiode<br>in graden. | Totale kwadratische<br>fout in m2. |
|--|------------------------------------|
| -10  | 34.438,85                          |
| -15  | 14.547,77                          |
| -20  | 4.695,22                           |
| -25  | 555,58                             |
| -30  | 323,22                             |
| -35  | 3.292,61                           |
| -40  | 9.402,42                           |



figuur 11.1.1.1: resultaten van schematisaties met verschillende golfrichtingen in de schematisatieperiode.





figuur 11.1.1.2: kwadratische fout bij schematisaties met verschillende golfrichtingen in de schematisatieperiode.

Uit deze berekeningen komt duidelijk naar voren dat een berekening met een golfrichting van  $-30$  de meeste overeenkomst met de referentiekustlijn vertoont. Daarom wordt voor de basisschematisatie gekozen voor een golfrichting van  $-30$  graden in de schematisatieperiode.

### 11.1.2 Bepaling van golfperiode in schematisatieperiode.

Net zoals in de vorige paragraaf voor verschillende golfrichtingen is gebeurd wordt in deze paragraaf onderzocht welke golfperiode gebruikt moet worden in de basisschematisatie.

Daartoe zijn uitgaande van een golfrichting van  $-30$  in de schematisatieperiode (zie paragraaf 11.1.1) en een duur van de schematisatieperiode van 90 dagen (dit wordt in paragraaf 11.1.3 nader belicht) een aantal berekeningen uitgevoerd met verschillende golfperiodes in de schematisatieperiode. Onderstaande basisgegevens werden gebruikt:

#### Basisgegevens.

Gebogen beginkustlijn

De diepte is 8.0 m.

Aantal punten langs de x-as 30

Totale tijdsduur 100.00 dagen

Schematisatieperiode:

Duur schematisatieperiode 90.00 dagen

X-stapgrootte 100.00 m.

Tijdstapgrootte 0.1 dag

Golfperiode 4,5,6,7,8 of 9 sec

Golfhoogte wordt gevonden door iteratie zie blz. 64

Golfrichting -30.00 graden

## Basisgegevens (vervolg).

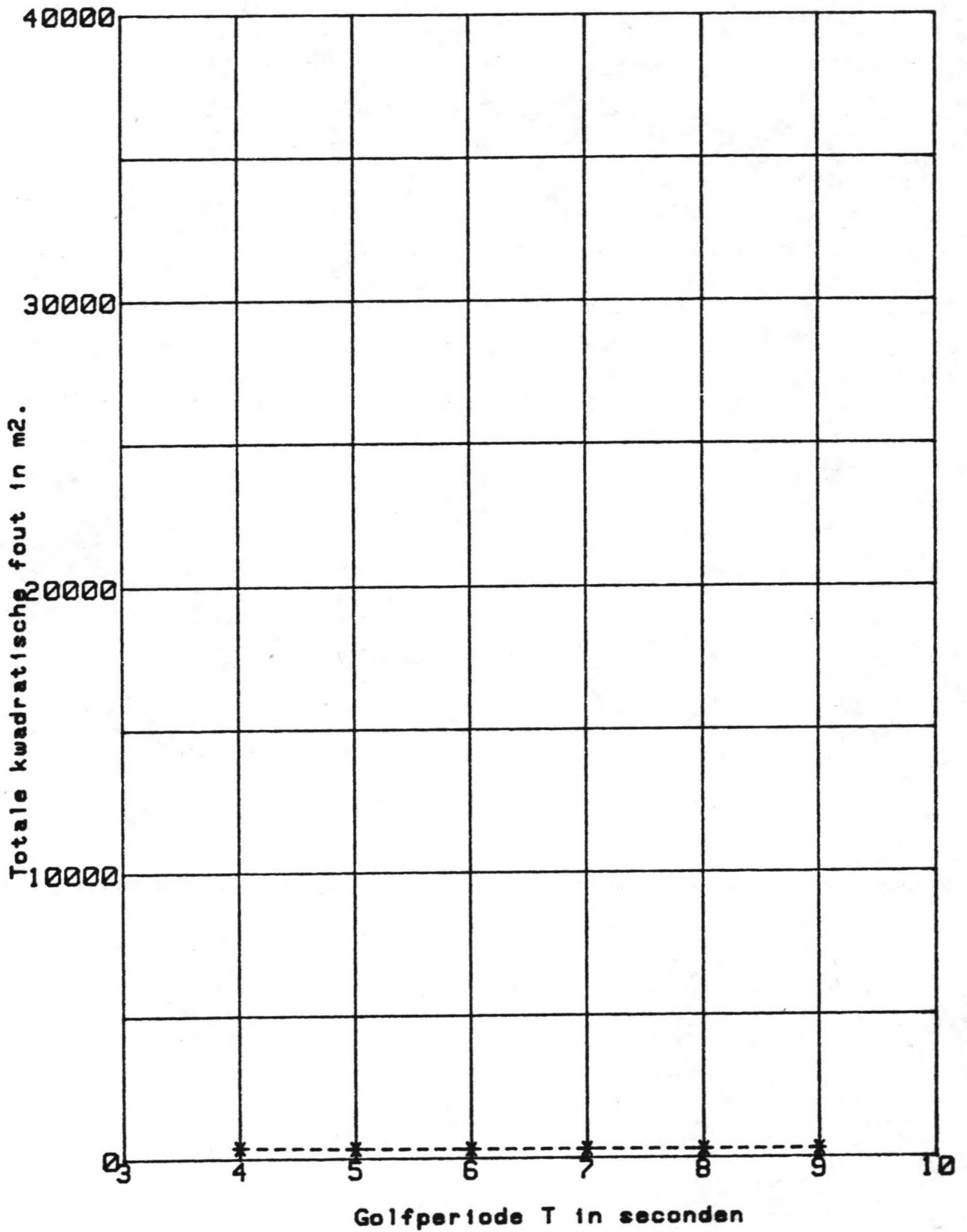
## Ongeschematiseerde periode:

|                       |                                    |       |
|-----------------------|------------------------------------|-------|
| Duur ongesch. periode | 10.00                              | dagen |
| X-stapgrootte         | 100.00                             | m.    |
| Tijdstapgrootte       | 0.1                                | dag   |
| Golfperiode           | werkelijk verloop zoals aangegeven |       |
| Golfhoogte            | in golfklimaat in tabel 10.1.1 op  |       |
| Golfrichting          | blz 58-59.                         |       |

De resultaten van deze berekeningen zijn weergegeven in tabel 11.1.2.1 en in figuur 11.1.2.1. De resultaten zijn niet grafisch weergegeven omdat nauwelijks verschil te zien is tussen referentie en schematisatie.

Tabel 11.1.2.1: kwadratische fout bij verschillende golfperiodes

| Golfperiode in de<br>schematisatieperiode<br>in seconden | Totale kwadratische<br>fout in m <sup>2</sup> . |
|--|---|
| 4  | 399,45  |
| 5  | 353,25  |
| 6  | 333,42  |
| 7  | 323,20  |
| 8  | 317,30  |
| 9  | 313,60  |



figuur 11.1.2.1: kwadratische fout bij schematisaties met verschillende golfperiodes in de schematisatieperiode.

Hoe gering de verschillen zijn die veroorzaakt worden door het gebruik van verschillende golfperiodes in de schematisatieperiode is af te leiden uit een vergelijking van de figuren 11.1.1.2 en 11.1.2.1. Hierin is nl. de schaal waarop de kwadratische fout is weergegeven gelijk gehouden. De fouten veroorzaakt door gebruik van "onjuiste" golfrichtingen in de schematisatieperiode zijn veel groter dan de fouten veroorzaakt door gebruik van "onjuiste" golfperiodes in de schematisatieperiode. De keuze van de golfperiode is blijkbaar niet zo belangrijk. Gekozen is voor een golfperiode van  $T = 7$  seconden in de schematisatieperiode.

### 11.1.3 De duur van de schematisatieperiode.

Ook is bekeken wat de invloed is van de duur van de schematisatieperiode. Dit dan bij een golfrichting van  $-30$  en een golfperiode van 7 sec. in de schematisatieperiode (zie de paragrafen 11.1.1 en 11.1.2).

De duur van de schematisatieperiode is in de verschillende berekeningen 70, 80, 90 en 100 dagen. De basisgegevens zijn hieronder aangegeven.

#### Basisgegevens.

##### Gebogen beginkustlijn

|                             |        |       |
|-----------------------------|--------|-------|
| De diepte is                | 8.0    | m.    |
| Aantal punten langs de x-as | 30     |       |
| Totale tijdsduur            | 100.00 | dagen |

##### Schematisatieperiode:

|                           |                                |        |
|---------------------------|--------------------------------|--------|
| Duur schematisatieperiode | zie figuur                     |        |
| X-stapgrootte             | 100.00                         | m.     |
| Tijdstapgrootte           | 0.1                            | dag    |
| Golfperiode               | 7.0                            | sec.   |
| Golfhoogte                | volgt uit iteratie zie blz. 64 |        |
| Golfrichting              | -30.00                         | graden |

##### Ongeschematiseerde periode:

|                       |                                    |     |
|-----------------------|------------------------------------|-----|
| Duur ongesch. periode | zie figuur                         |     |
| X-stapgrootte         | 100.00                             | m.  |
| Tijdstapgrootte       | 0.1                                | dag |
| Golfperiode           | werkelijk verloop zoals aangegeven |     |
| Golfhoogte            | in golfklimaat in tabel 10.1.1 op  |     |
| Golfrichting          | blz 58-59.                         |     |

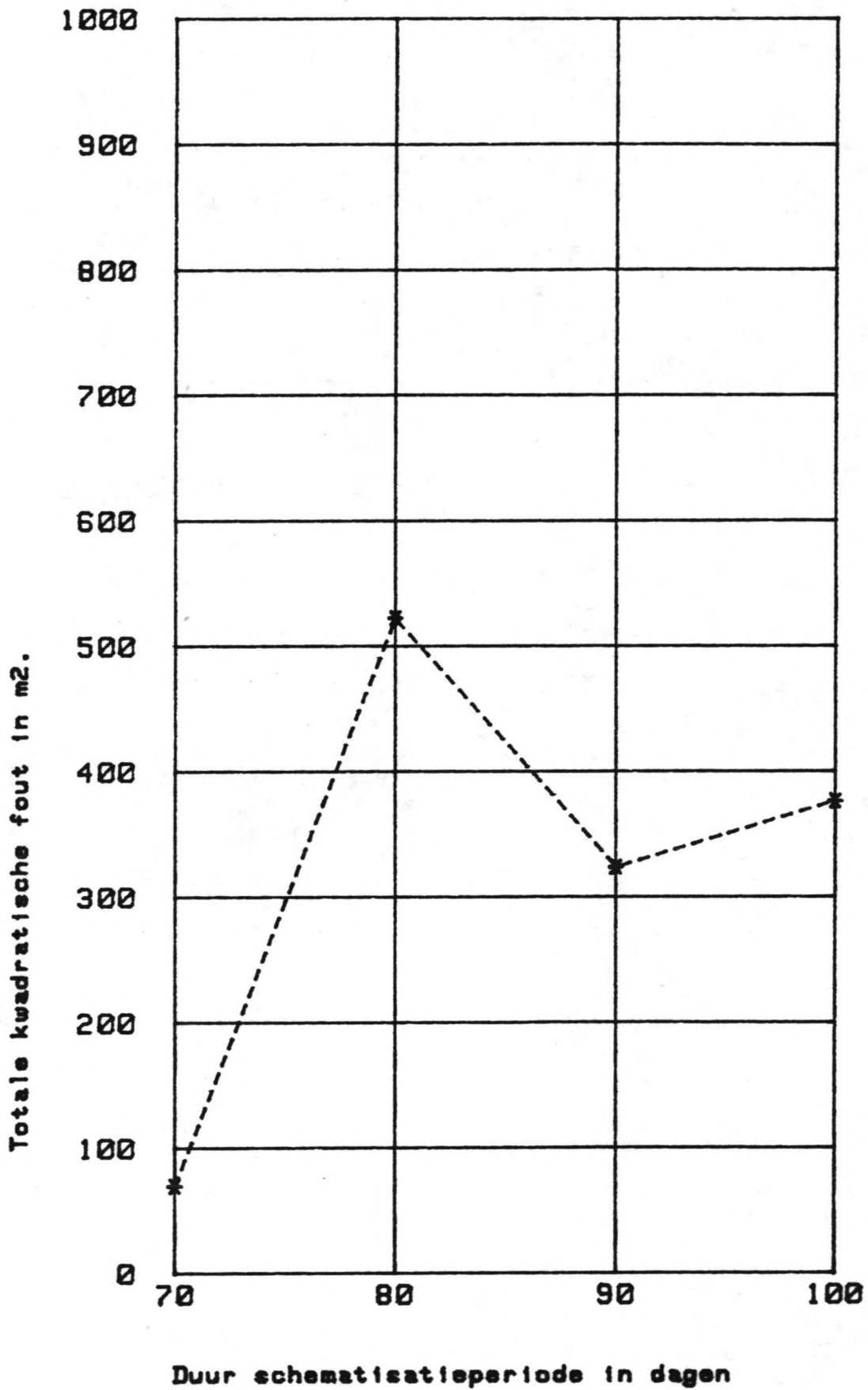
De resultaten zijn weer vergeleken met de referentiekustlijn zoals te zien is in tabel 11.1.3.1 en in figuur 11.1.3.1.

Tabel 11.1.3.1: kwadratische fout bij verschillende lengtes van de schematisatieperiode.

| Duur schematisatieperiode<br>in dagen | Totale kwadratische fout<br>in m <sup>2</sup> . |
|---------------------------------------|---|
| 70                                    | 69,61   |
| 80                                    | 522,31  |
| 90                                    | 323,22  |
| 100                                   | 376,04  |

Hier zijn conclusies moeilijker te trekken. Er zit namelijk geen duidelijk patroon in de resultaten. Verwacht kan worden dat hoe korter de schematisatieperiode duurt hoe beter de kustlijn op de referentiekustlijn lijkt. Echter de berekening waarbij gedurende 80 dagen geschematiseerd wordt wijkt meer af dan de berekening waarbij gedurende 90 dagen geschematiseerd wordt. Gezien de geringe verschillen tussen de schematisaties met duur van de schematisatieperiode van 70 en 90 dagen, lijkt het verantwoord om gedurende 90 dagen te schematiseren. Misschien zelfs ook gedurende 100 dagen maar gezien het in de inleiding van hoofdstuk 11 gestelde over het voortzetten van middelingsprocedures over de gehele periode is gekozen voor een duur van 90 dagen van de schematisatieperiode.





figuur 11.1.3.1: kwadratische fout bij schematisaties met verschillende lengtes van de schematisatieperiode.

Een schematisatie met een schematisatieperiode van 90 dagen een golfrichting in de schematisatieperiode van -30 graden en een golfperiode van 7 seconden wordt de basisschematisatie genoemd. Dus:

**Basisschematisatie:**

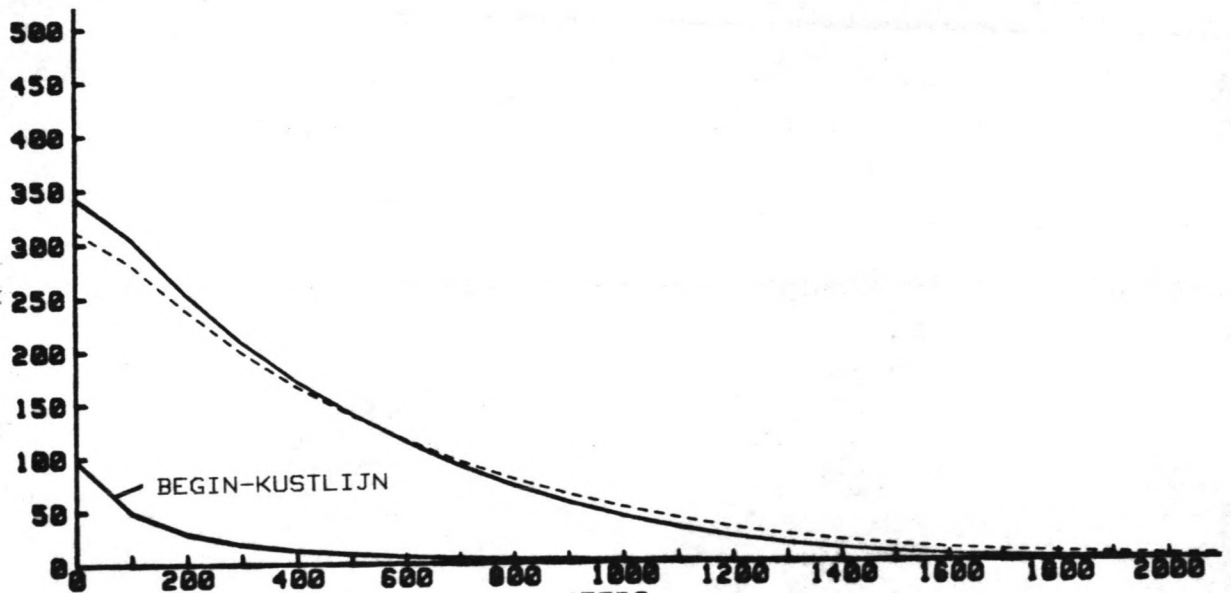
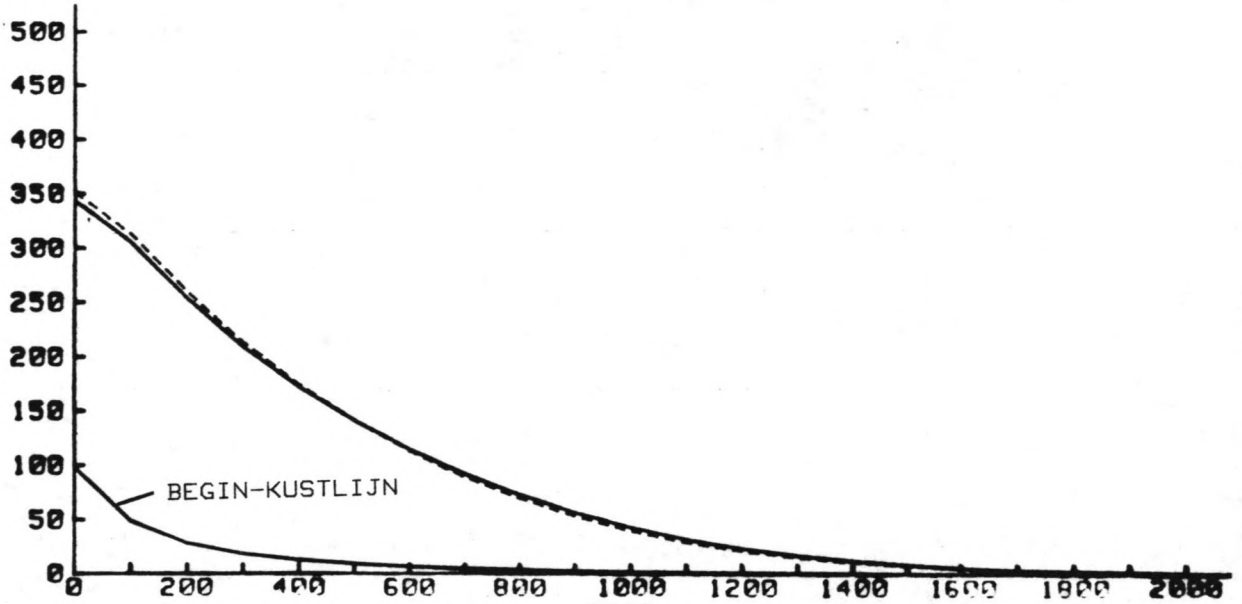
Duur schematisatieperiode: 90 dagen  
 Golfrichting in schematisatieperiode: -30 graden  
 Golfperiode in schematisatieperiode: 7 seconden  
 Golfhoogte in schematisatieperiode volgt uit iteratie  
 Duur ongeschematiseerde periode: 10 dagen  
 Golfgevens in ongeschematiseerde periode zoals  
 werkelijk optredend in golfklimaat.

Deze basisschematisatie heeft nog geen invloed op de rekentijd. Dit omdat de berekeningswijze nog niet veranderd wordt en de x- en de tijdstappen ook nog niet veranderen.

Ter vergelijking is ook een berekening gemaakt volgens de lineaire methode. De resultaten van de basisschematisatie en de lineaire berekening beiden met een gebogen beginkustlijn, zijn aangegeven met de gestippelde lijnen in figuur 11.1.3.2. Bovendien zijn in tabel 11.1.3.2 tevens de rekentijden aangegeven. Deze rekentijden gelden voor een HP 9835 personal computer.

Tabel 11.1.3.2: Vergelijking basisschematisatie met lineaire berekening

| Berekening | Fout t.o.v. referentie<br>in m <sup>2</sup> . | rekentijd<br>in sec. |
|------------|---|----------------------|
| Referentie | -   | 4160                 |
| Basissch.  | 323,22  | 4160                 |
| Lineair    | 2462,53                                       | 617                  |



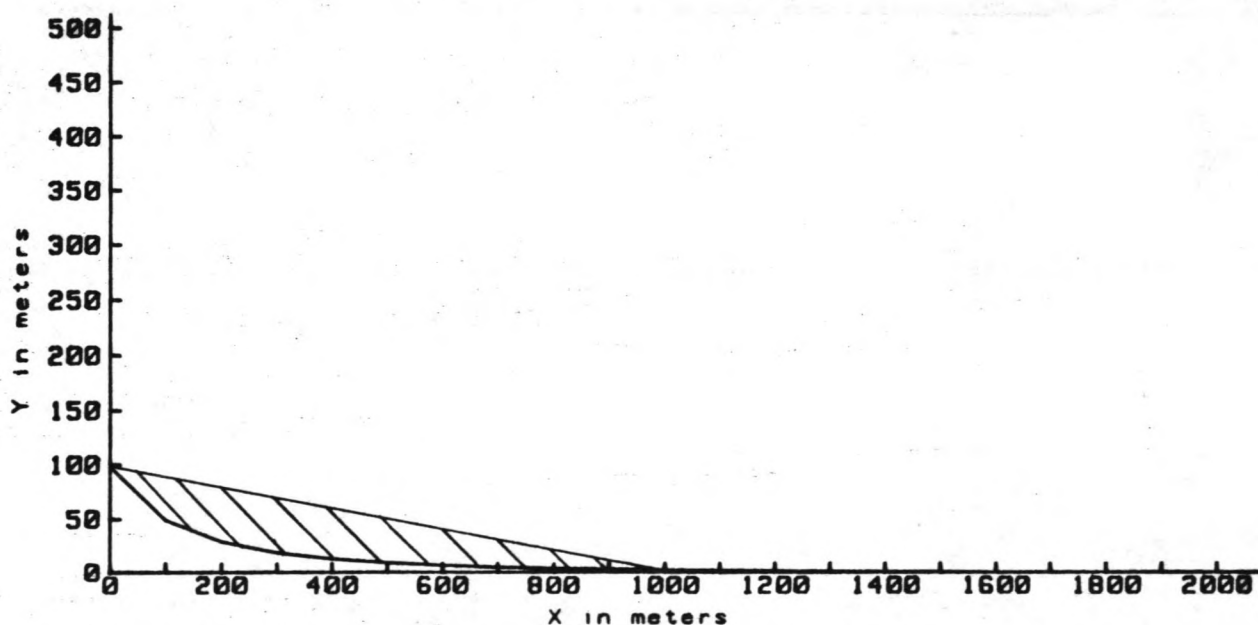
figuur 11.1.3.2: Vergelijking tussen referentie (getrokken lijn) en basisschematisatie (boven) en tussen referentie en lineaire berekening (onder). Gebogen beginkustlijn

## 11.2 Verdere schematisatie

Tot nu toe zijn dan wel verschillende schematisaties bekeken, rekestijdwinst is nog niet geboekt. dit komt doordat de tijdstap en de x-stap nog niet veranderd zijn. Hiertoe wordt nu overgegaan.

Bij het rekenen met een grotere x-stap ontstaan er problemen met het massabehoud. Dit is een gevolg van de gebogen vorm van de beginkustlijn. En dat terwijl de gebogen beginkustlijn juist genomen was met het oog op een beter voldoen aan het massabehoud!

Wanneer gewerkt wordt met een grote waarde van  $dx$ , dan wordt begonnen met een grotere oppervlakte van de beginkustlijn zoals te zien is in figuur 11.2.1.



figuur 11.2.1: Fout in massabalans door groter  $dx$ .

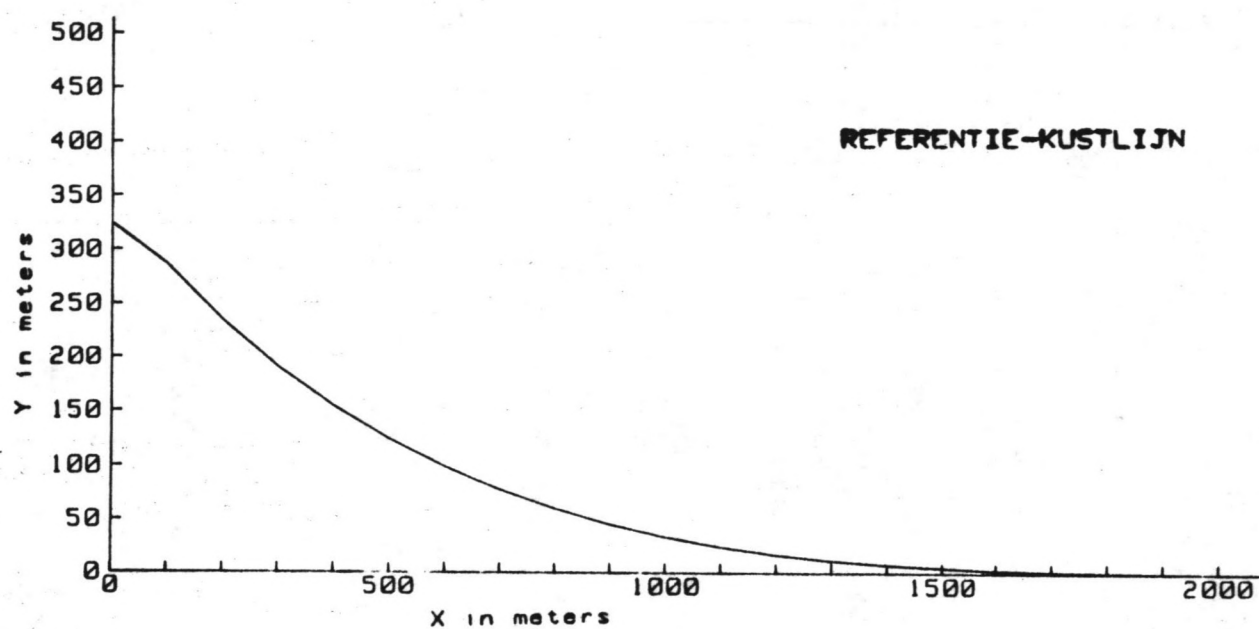
In de eerste tijdstap ontstaat dus al een toename van oppervlakte die niets te maken heeft met zandtransport. Om dit probleem te omzeilen is de gebogen beginkustlijn losgelaten en wordt bij iedere berekening begonnen met de rechte beginkustlijn.

Hierdoor is de berekening van een nieuwe referentiekustlijn noodzakelijk geworden. De resultaten van een nieuwe referentieberekening met een rechte beginkustlijn zijn weergegeven in figuur 11.2.2.

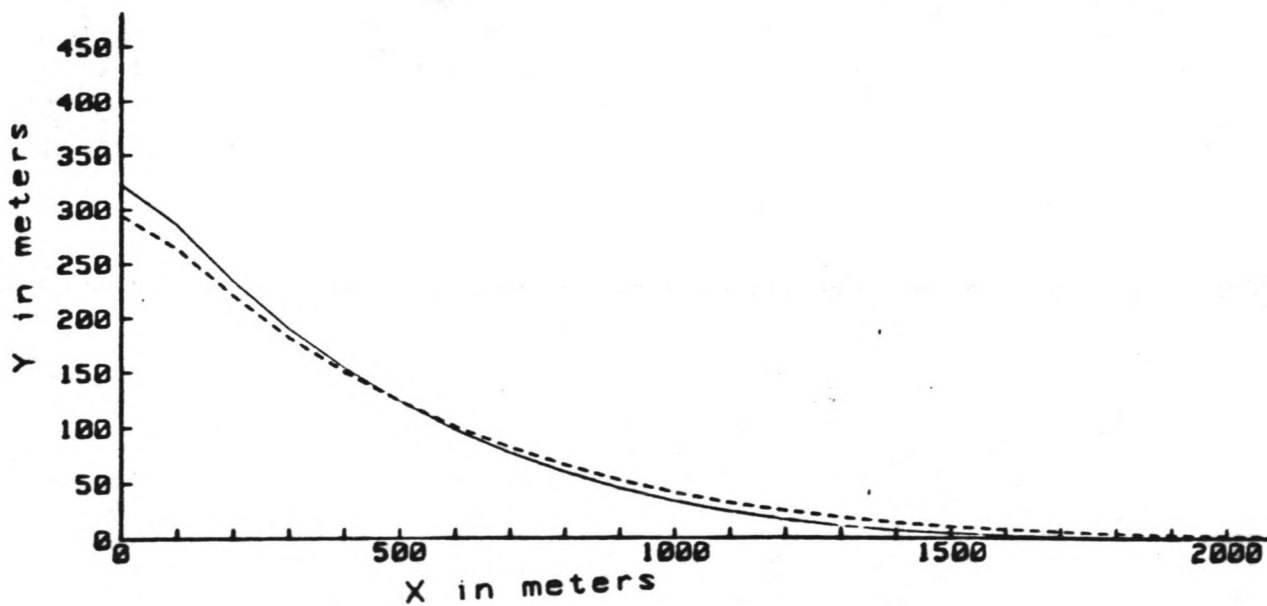
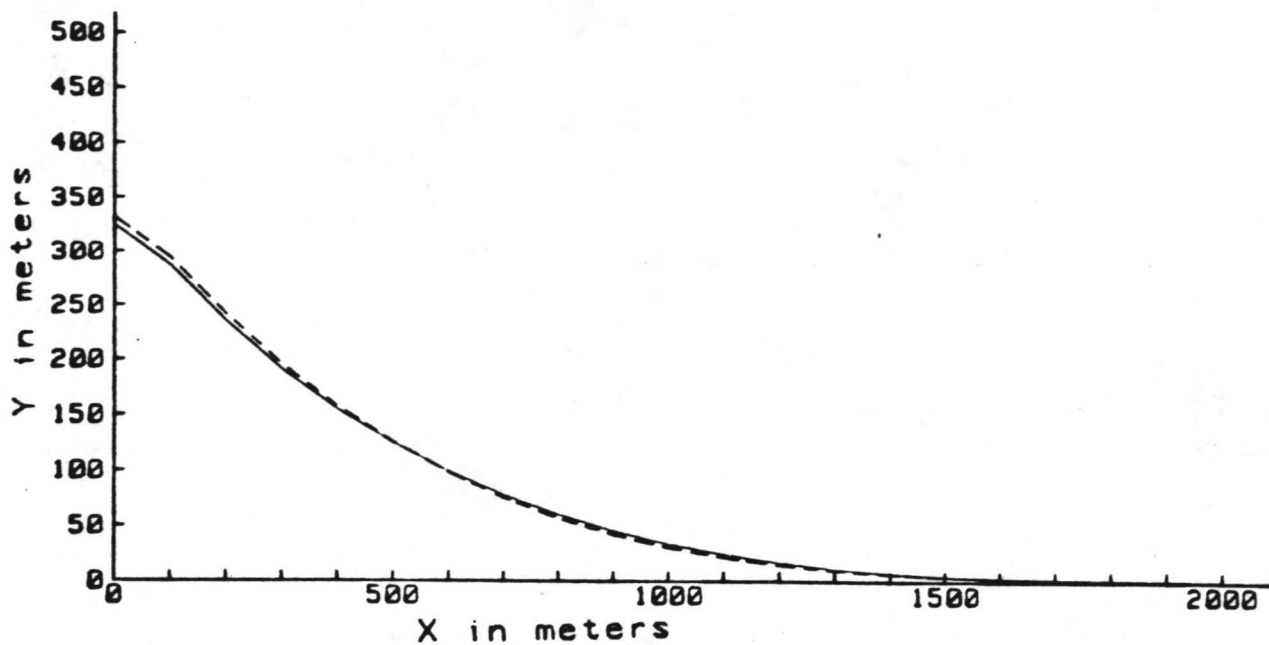
Ook zijn weer een nieuwe berekening met de basisschematisaties en een een volledig lineaire berekening uitgevoerd waarvan de resultaten ook in figuur 11.2.3 en in tabel 11.2.1 te zien zijn.

Tabel 11.2.1: Verschillen met referentiekustlijn

| Berekening | Fout t.o.v. referentie<br>in m <sup>2</sup> | rekening<br>in sec. |
|------------|---|---------------------|
| Referentie | -   | 4160                |
| Basissch.  | 244,37                                      | 4160                |
| Lineair    | 2225,22                                     | 617                 |



figuur 11.2.2: Referentie-kustlijn bij rechte beginkustlijn



figuur 11.2.3: Vergelijking tussen referentie (getrokken lijn) en basisschematisatie (boven) en tussen referentie en lineaire berekening (onder). Rechte beginkustlijn

Uitgaande van een rechte beginkustlijn is het mogelijk geworden om de waarden van de tijdstap en de x-stap te variëren. De volgende basisgegevens zijn op deze berekeningen van toepassing:

**Basisgegevens.**

**Rechte beginkustlijn**

|                             |        |       |
|-----------------------------|--------|-------|
| De diepte is                | 8.0    | m.    |
| Aantal punten langs de x-as | 30     |       |
| Totale tijdsduur            | 100.00 | dagen |

**Schematisatieperiode:**

|                           |        |        |
|---------------------------|--------|--------|
| Duur schematisatieperiode | 90.00  | dagen  |
| Golfperiode               | 7.0    | sec.   |
| Golfhoogte                | 1.95   | m.     |
| Golfrichting              | -30.00 | graden |

**Ongeschematiseerde periode:**

|                       |                                    |       |
|-----------------------|------------------------------------|-------|
| Duur ongesch. periode | 10.00                              | dagen |
| X-stapgrootte         | 100.00                             | m.    |
| Tijdstapgrootte       | 0.1                                | dag   |
| Golfperiode           | werkelijk verloop zoals aangegeven |       |
| Golfhoogte            | in golfklimaat in tabel 10.1.1 op  |       |
| Golfrichting          | blz 58-59.                         |       |



In figuur 11.2.4 zijn de resultaten weergegeven van berekeningen met in de schematisatieperiode de volgende tijd- en x-stappen:

$$dx = 200 \text{ m.} \quad dt = 0.2 \text{ dag}$$

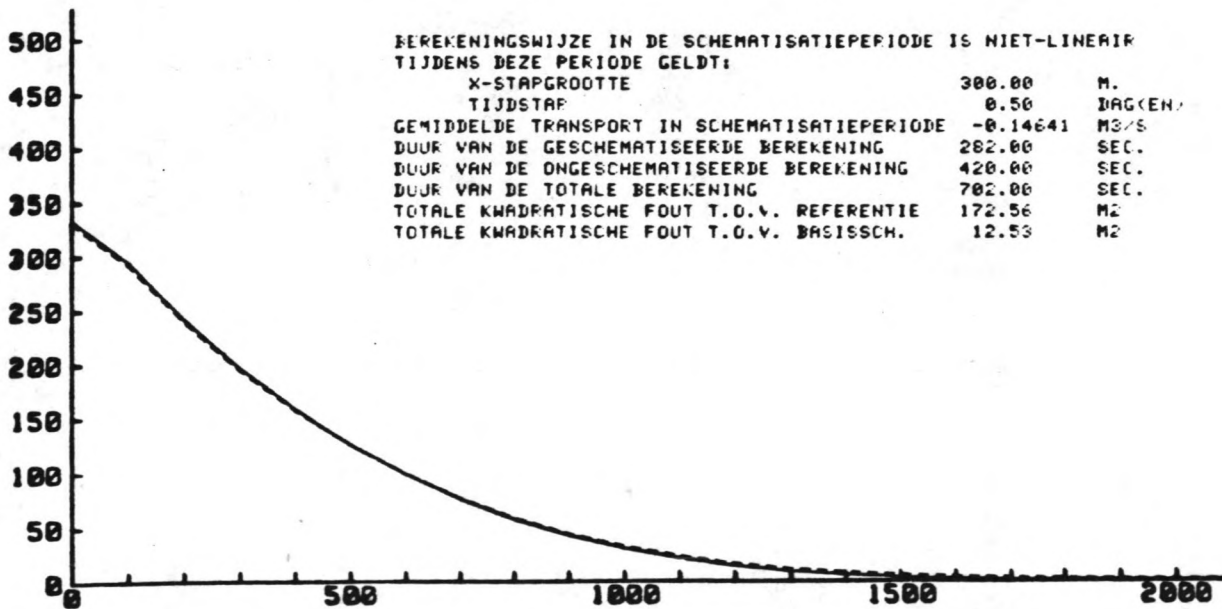
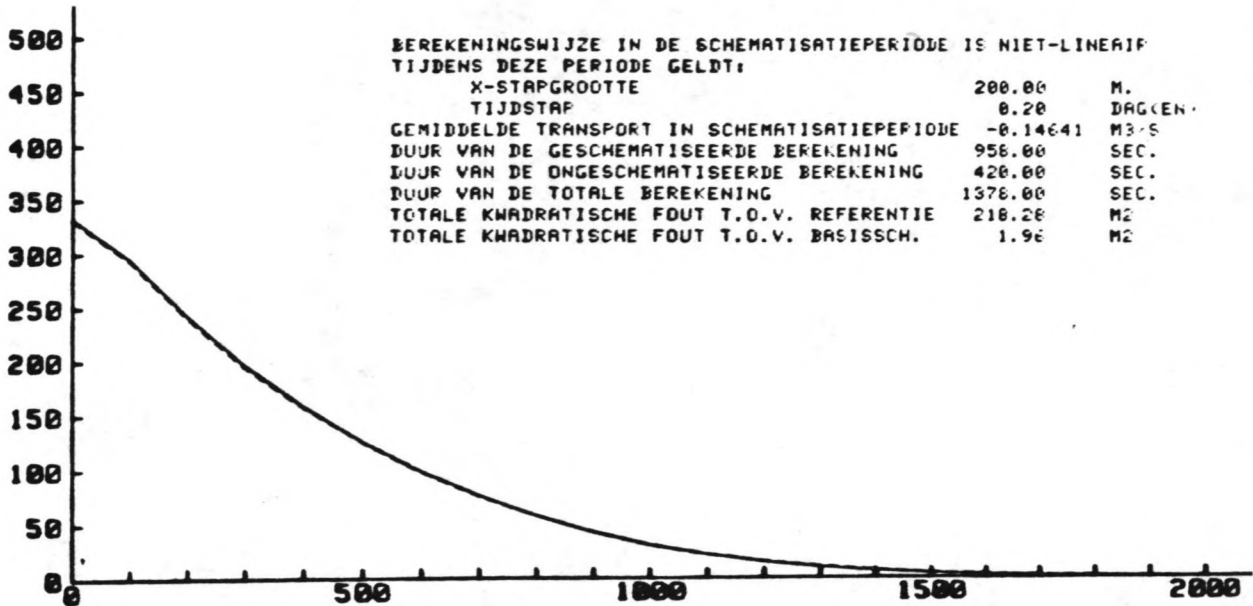
$$dx = 300 \text{ m.} \quad dt = 0.5 \text{ dag}$$

$$dx = 500 \text{ m.} \quad dt = 1.0 \text{ dag}$$

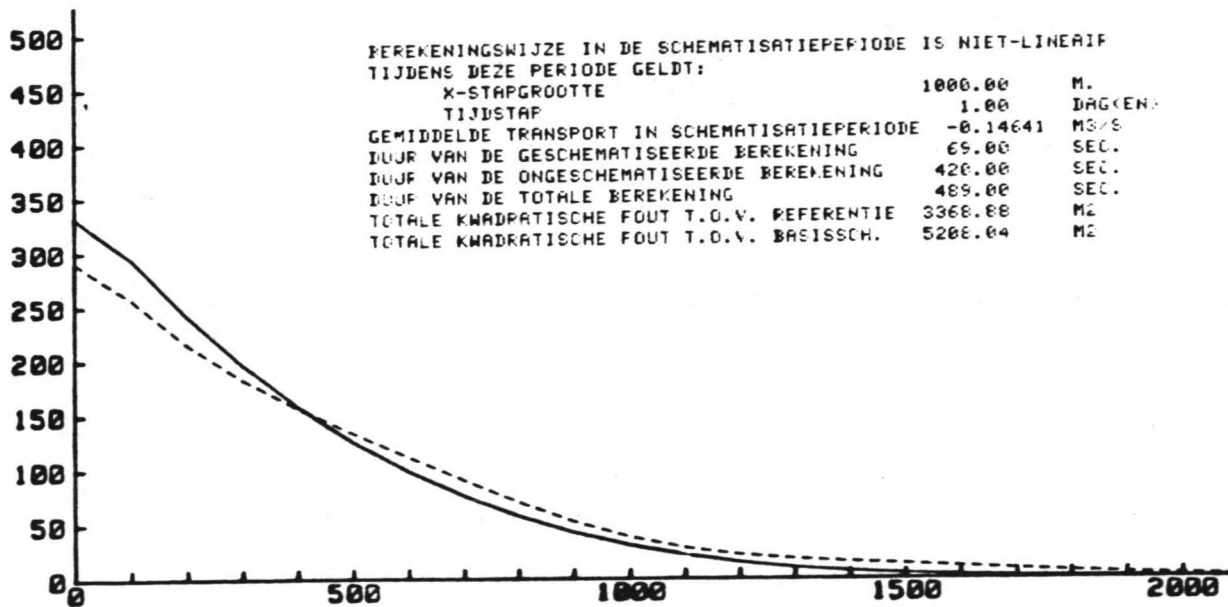
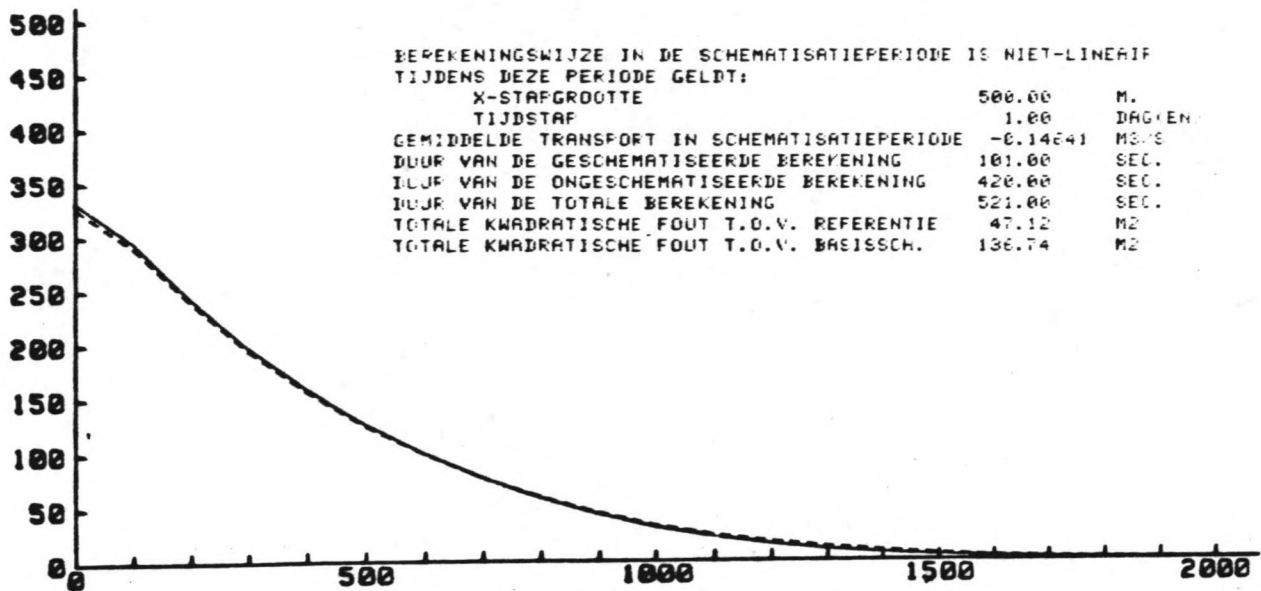
$$dx = 1000 \text{ m.} \quad dt = 1.0 \text{ dag}$$

De kustlijnen die het resultaat zijn van deze berekeningen zijn met de gestippelde lijnen weergegeven.

De basisschematisatie geeft een bepaalde afwijking t.o.v. de referentieberekening (zie figuur 11.2.3 en tabel 11.2.1). De verdere schematisatie geeft op haar beurt weer een afwijking t.o.v. de basisschematisatie. Deze afwijking t.o.v. de basisschematisatie brengt de verdere schematisatie in eerste instantie weer dicht bij de referentie-kustlijn en zal daarom een kleinere kwadratische fout t.o.v. de referentie-kustlijn geven. Het is echter niet te garanderen dat bij andere kustlijnberekeningen (anders wat betreft randvoorwaarden en golfklimaat) ditzelfde verschijnsel optreedt. Om de nauwkeurigheid van de verdere schematisaties te onderzoeken kan dan ook het beste gekeken worden naar de afwijking van de verdere schematisaties t.o.v. de basisschematisatie de kustlijn die het resultaat is van de basisschematisatie is met een getrokken lijn weergegeven.



figuur 11.2.4.a: Vergelijking van een verdere schematisatie met de basisschematisatie (getrokken lijn).



figuur 11.2.4.b: Vergelijking van een verdere schematisatie met de basisschematisatie (getrokken lijn).

Een schematisatie die nog verder gaat werkt met een lineaire berekening in de schematisatieperiode. In de ongeschematiseerde periode wordt weer niet-lineair gerekend met  $dx = 100$  m. en  $dt = 0.1$  dag.

De resultaten van deze berekeningswijze met

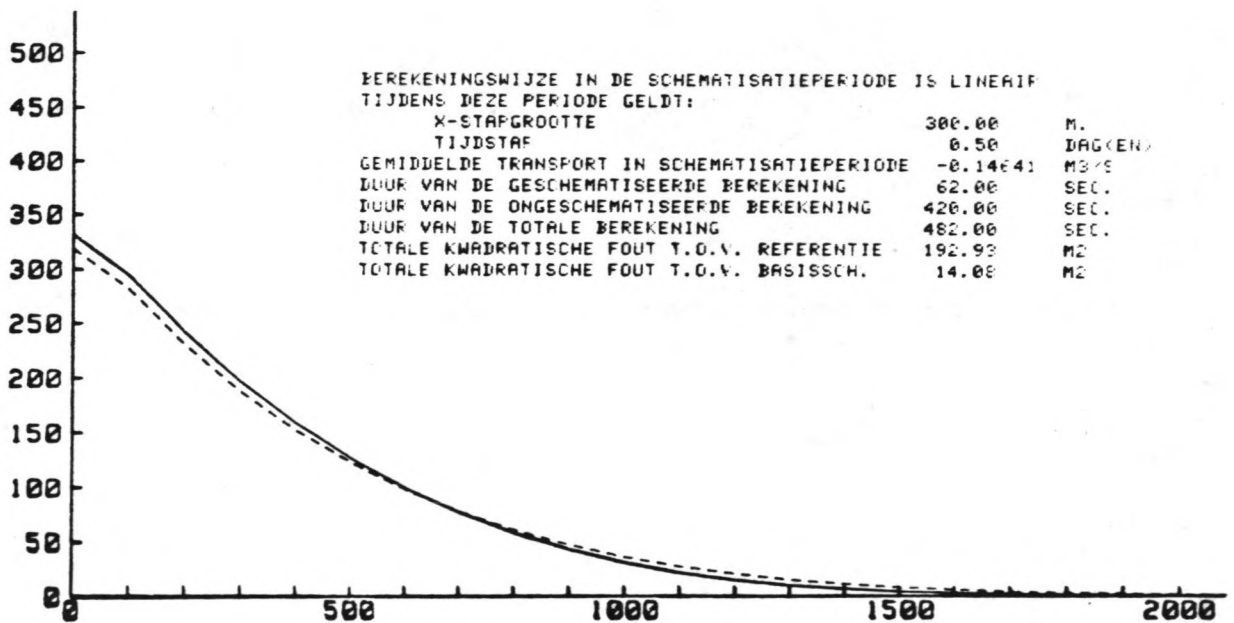
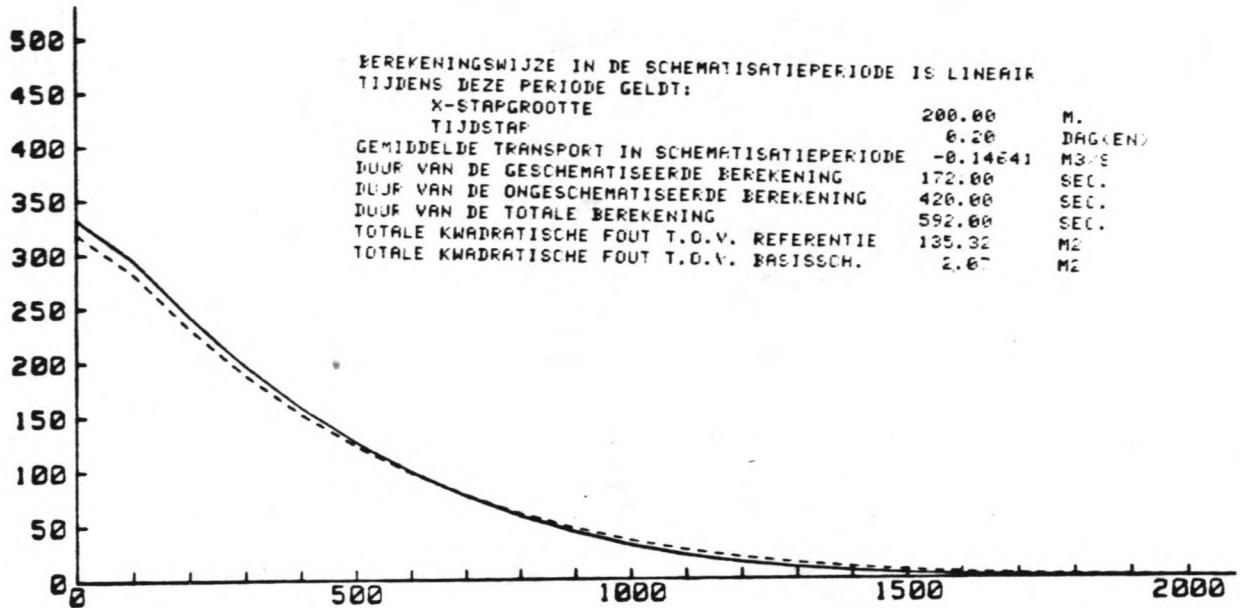
$$dx = 200 \text{ m.} \quad dt = 0.2 \text{ dag}$$

$$dx = 300 \text{ m.} \quad dt = 0.5 \text{ dag}$$

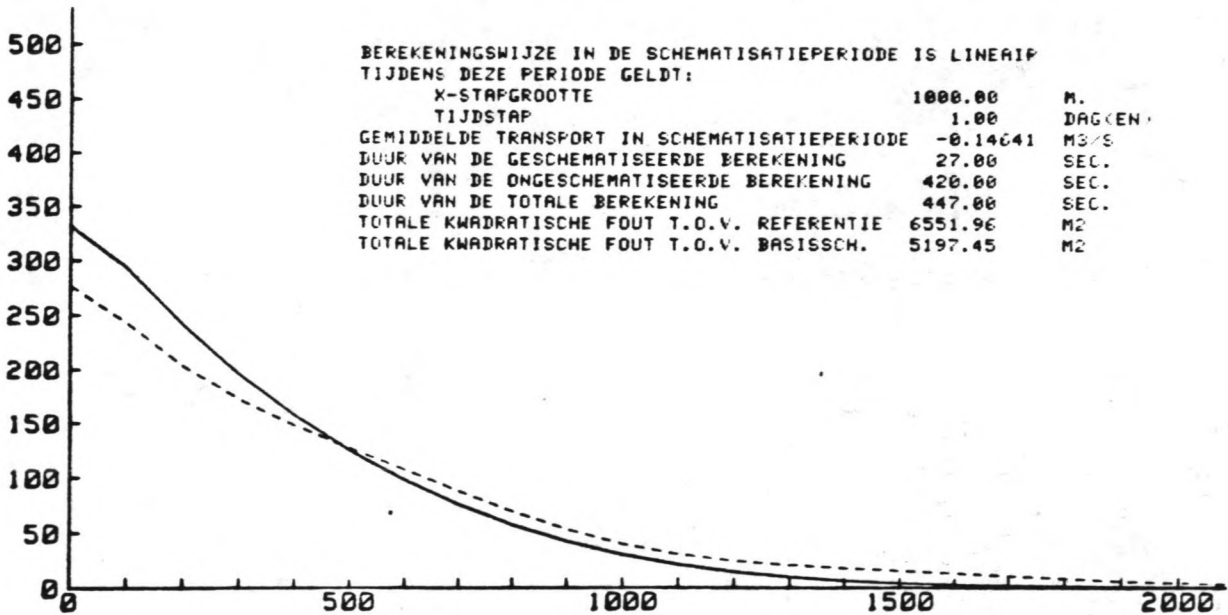
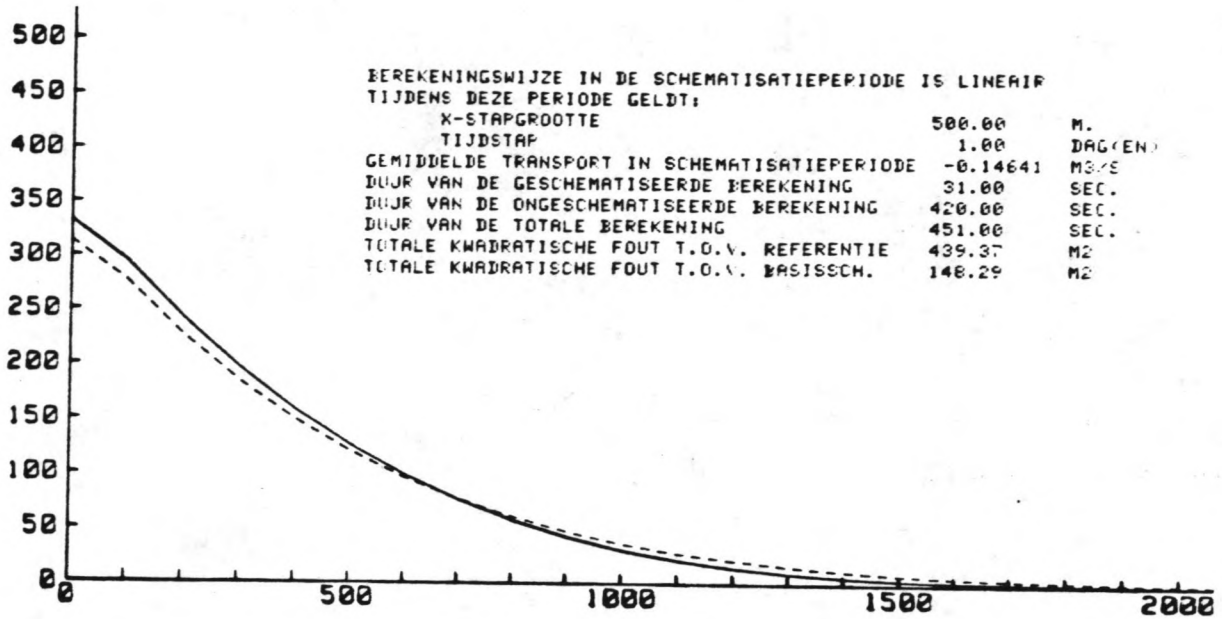
$$dx = 500 \text{ m.} \quad dt = 1.0 \text{ dag}$$

$$dx = 1000 \text{ m.} \quad dt = 1.0 \text{ dag}$$

zijn weergegeven in figuur 11.2.5.



figuur 11.2.5.a: Vergelijking van een verdere schematisatie met de basisschematisatie (getrokken lijn).



figuur 11.2.5.b: Vergelijking van een verdere schematisatie met de basisschematisatie (getrokken lijn).

### 11.3 Overzicht van de schematisaties

De ontwikkeling van de verschillende schematisaties wordt nog eens op een rijtje gezet:

Uitgaand van een volledig niet-lineaire referentieberekening, is eerst een basisschematisatie ontwikkeld. Deze basisschematisatie werkt net als de referentieberekening met een niet-lineaire berekeningswijze. Aangezien bij deze basisschematisatie dezelfde tijd- en x-stapgrootte gebruikt worden als bij de referentieberekening, wordt hier geen rekestijdwinst geboekt.

Om deze tijdwinst te kunnen realiseren is verder geschematiseerd door nu ook de tijd- en x-stapgrootte te vergroten. In eerste instantie nog steeds met een niet-lineaire berekeningswijze in de schematisatieperiode.

De basisschematisatie geeft een bepaalde afwijking t.o.v. de referentieberekening (zie figuur 11.2.2 en tabel 11.2.1). De verdere schematisatie geeft op haar beurt weer een afwijking t.o.v. de basisschematisatie (zie figuur 11.2.4). Deze afwijking t.o.v. de basisschematisatie brengt de verdere schematisatie in eerste instantie weer dichterbij de referentie-kustlijn en zal daarom een kleinere kwadratische fout t.o.v. de referentie-kustlijn geven. Het is echter niet te garanderen dat bij andere kustlijnberekeningen (anders wat betreft randvoorwaarden en golfklimaat) ditzelfde verschijnsel optreedt. Om de nauwkeurigheid van de verdere schematisaties te onderzoeken kan dan ook het beste gekeken worden naar de afwijking van de verdere schematisaties t.o.v. de basisschematisatie. Dan blijkt (zie tabel 11.3.1) dat de rekentijd met een factor 8 te verkleinen is met behoud van goede resultaten. De rekentijd is dan minder dan de rekentijd bij een lineaire berekening. En dat terwijl de resultaten veel nauwkeuriger zijn. Wil men de rekentijd nog verder terug brengen,

dan ontstaan met dit type schematisatie grote afwijkingen.

Een schematisatie die nog verder gaat werkt ook met een variabele tijden  $x$ -stapgrootte. Bovendien met een lineaire berekeningswijze in de schematisatieperiode. Deze manier van schematiseren levert al meteen een grote rekentijdbesparing op. Echter de afwijking t.o.v. de basis-schematisatie is al meteen aanzienlijk. Om eenzelfde rekentijd te krijgen als bij de eerst genoemde verdere schematisatie dient een grotere onnauwkeurigheid geaccepteerd te worden. De laatste schematisatie is dus niet verantwoord.

De resultaten van alle schematisaties staan in tabel 11.3.1



Tabel 11.3.1: Resultaten van de verdergaande schematisaties.

| Soort<br>schematisatie                        | Rechte beginkustlijn |   | Rekentijd<br>in sec. |
|---|----------------------|---|----------------------|
|   | Referentie<br>in m2. | Fout t.o.v.<br>Basisschematisatie<br>in m2. |                      |
| In schematisatie-<br>periode niet-<br>lineair |                      |   |                      |
| basis   |                      |   |                      |
| dx=100 dt=0.1                                 | 244,37               | -   | 4160                 |
| verdergaand                                   |                      |   |                      |
| dx=200 dt=0.2                                 | 218,28               | 1,96  | 1378                 |
| dx=300 dt=0.5                                 | 172,56               | 12,53                                       | 702                  |
| dx=500 dt=1.0                                 | 47,12                | 136,74                                      | 521                  |
| dx=1000 dt=1.0                                | 3368,88              | 5208,04                                     | 489                  |
| In schematisatie-<br>periode lineair          |                      |   |                      |
| dx=100 dt=0.1                                 | 104,88               | 603,06                                      | 974                  |
| dx=200 dt=0.2                                 | 135,32               | 672,54                                      | 592                  |
| dx=300 dt=0.5                                 | 192,93               | 793,98                                      | 482                  |
| dx=500 dt=1.0                                 | 493,37               | 1333,84                                     | 451                  |
| dx=1000 dt=1.0                                | 6551,96              | 9118,14                                     | 447                  |
| volledig lineair                              | 2225,22              | -   | 617                  |

## 12. NADERE BESCHOUWING BEPALING GOLFRICHTING IN SCHEMATISATIEPERIODE

In paragraaf 11.1.1 is bepaald welke golfrichting gebruikt moet worden in de schematisatieperiode. Dit is gebeurd door een aantal berekeningen uit te voeren waarbij in de schematisatieperiode telkens een andere golfrichting gebruikt werd. Voor al deze verschillende berekeningen werd de afwijking t.o.v. de referentiekustlijn bepaald m.b.v. de totale kwadratische fout. De golfrichting die de kleinste kwadratische fout opleverde, is gekozen. Dat was hier  $-30^{\circ}$  zie ook figuur 11.1.1.4 en tabel 11.1.1.1

Deze keuze is dus gebaseerd op een schematisatie van een bepaalde reeks van 100 golfgegevens. Deze reeks is eerder aangegeven in tabel 10.1.1. Interessant is om te weten welke golfrichting gekozen zou zijn bij een berekening met een andere serie van 100 golfgegevens. Om dit te bepalen zijn opnieuw een aantal reeksen van 100 golfgegevens gegenereerd met dezelfde uitgangspunten als in paragraaf 10.1 (uniforme kansverdeling en hieruit een aselechte trekking).

Voor deze nieuwe series van gegevens zijn eerst weer referentiekustlijnen bepaald met een volledig ongeschematiseerde berekening. Daarna zijn voor een aantal verschillende golfrichtingen in de schematisatieperiode de kwadratische fouten t.o.v. de van toepassing zijnde referentiekustlijn bepaald. De basisgegevens voor deze berekeningen zijn hieronder vermeld.

## Basisgegevens.

Gebogen beginkustlijn

De diepte is 8.0 m.

Aantal punten langs de x-as 30

Totale tijdsduur 100.00 dagen

Schematisatieperiode:

Duur schematisatieperiode 90.00 dagen

X-stapgrootte 100.00 m.

Tijdstapgrootte 0.1 dag

Golfperiode 7.0 sec.

Golfhoogte volgt uit iteratie zie blz. 64

Golfrichting -10,-15,-20,-25,-30,-35 of -40 graden

Ongeschematiseerde periode:

Duur ongesch. periode 10.00 dagen

X-stapgrootte 100.00 m.

Tijdstapgrootte 0.1 dag

Golfperiode zoals in golfklimaat

Golfhoogte zoals in golfklimaat

Golfrichting zoals in golfklimaat

De resultaten van deze berekeningen zijn weergegeven in tabel 12.1 en figuur 12.1.

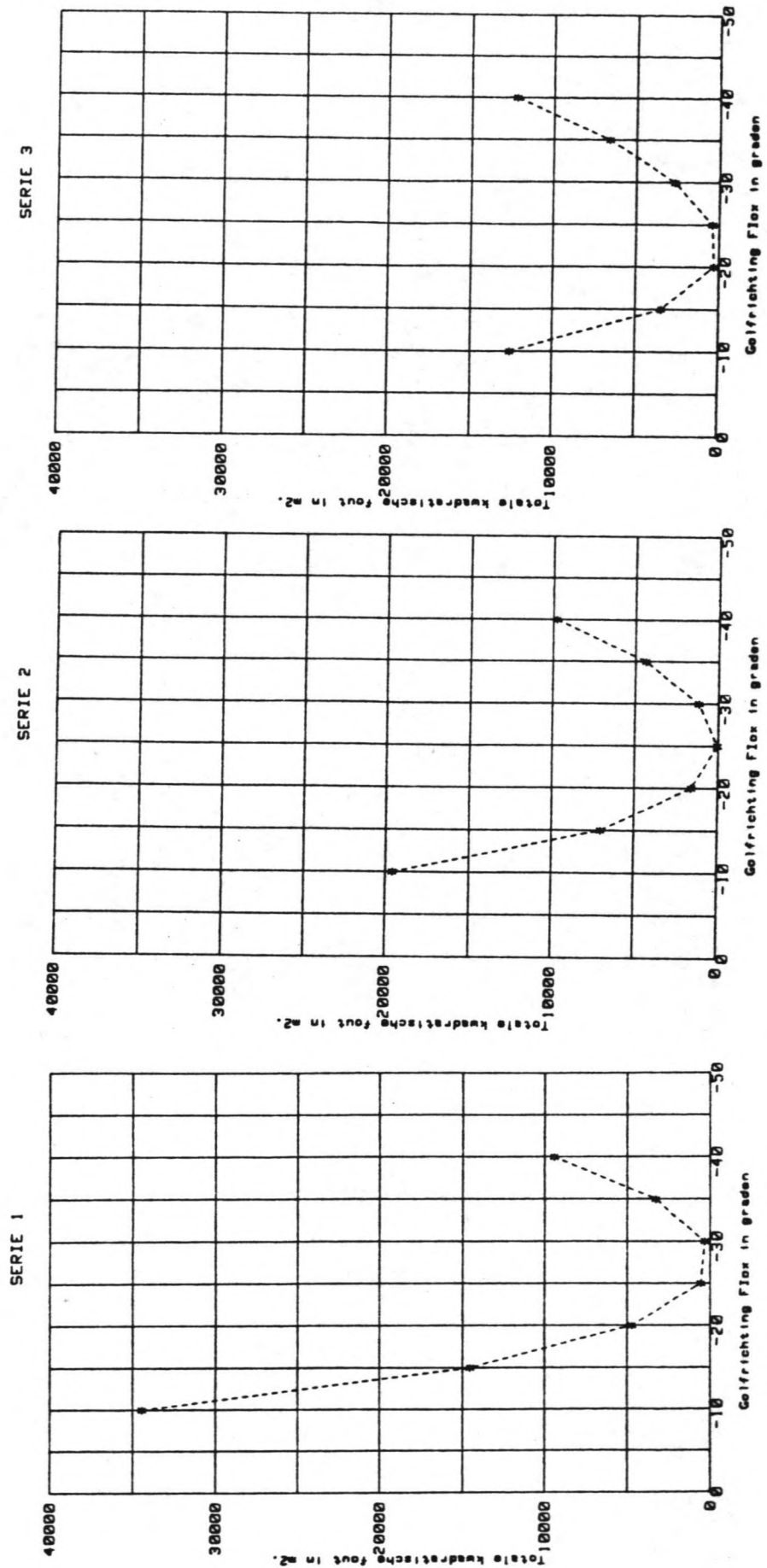
Uit figuur 12.1 en tabel 12.1 blijkt dat de minimale kwadratische fout niet elke keer bij  $-30^\circ$  voorkomt maar ook bij  $-20^\circ$  en  $-25^\circ$ .

In figuur 12.2 is het resultaat aangegeven van middeling van de kwadratische fout over de 6 series voor de verschillende golfrichtingen.

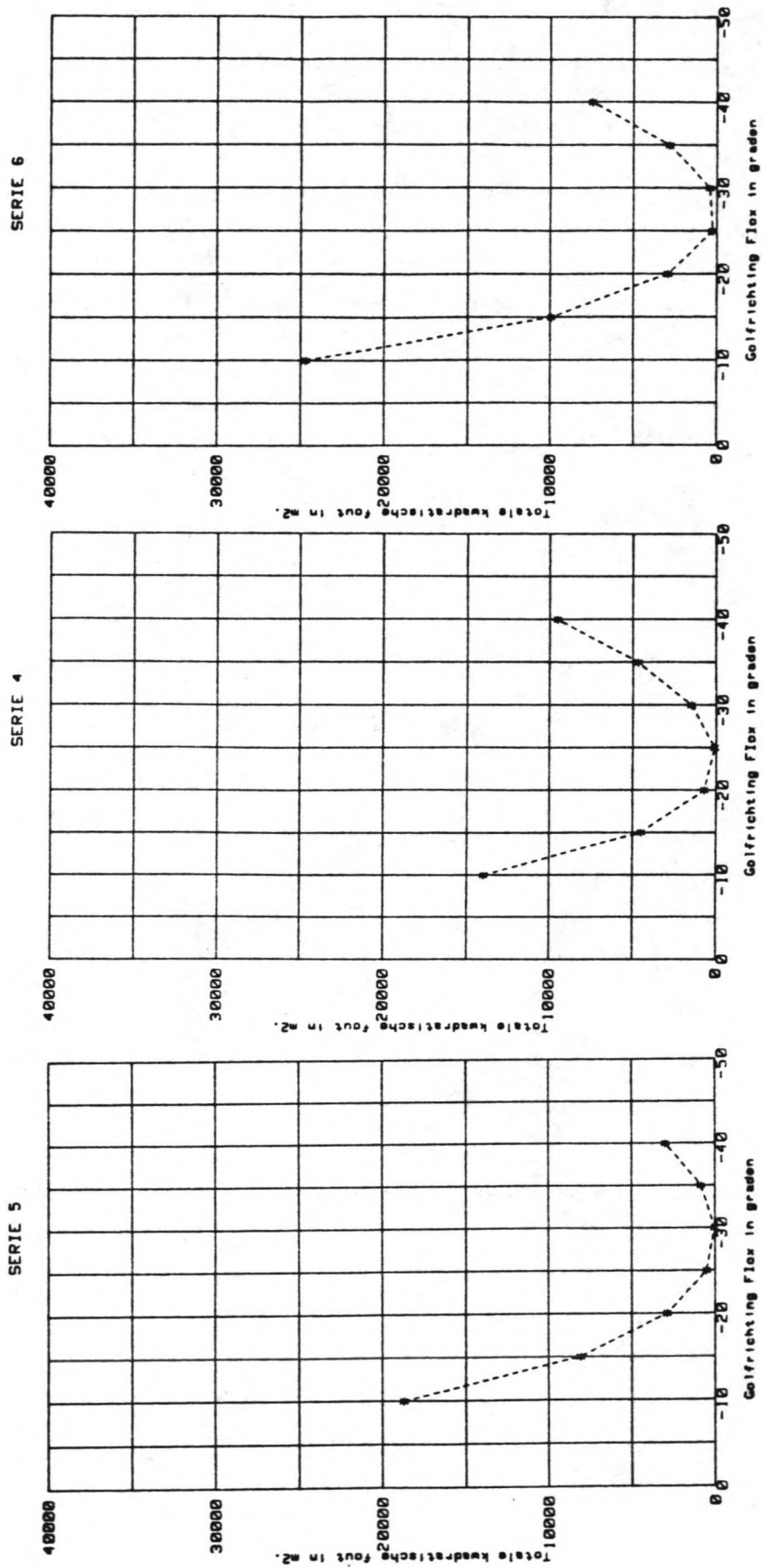
Op grond van deze resultaten lijkt het aan te bevelen om voor een golfrichting van 25 in de schematisatieperiode te kiezen. Bovendien is dit het gemiddelde van de uniforme kansverdeling van de golfrichtingen.

Tabel 12.1: Kwadratische fout in m2 voor de verschillende series

| golfrichting<br>in graden | serie 1 | serie 2 | serie 3 | serie 4 | serie 5 | serie 6 |
|---------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| -10                       | 34.439  | 19.588  | 12.590  | 13.987  | 18.718  | 24.697  |
| -15                       | 14.548  | 7.001   | 3.399   | 4.478   | 8.067   | 9.909   |
| -20                       | 4.695   | 1.558   | 280     | 722     | 2.865   | 2.926   |
| -25                       | 555     | 35      | 392     | 83      | 535     | 242     |
| -30                       | 323     | 1.141   | 2.630   | 1.524   | 20      | 410     |
| -35                       | 3.293   | 4.393   | 6.590   | 4.672   | 876     | 2.838   |
| -40                       | 9.402   | 9.768   | 12.258  | 9.525   | 2.982   | 7.435   |

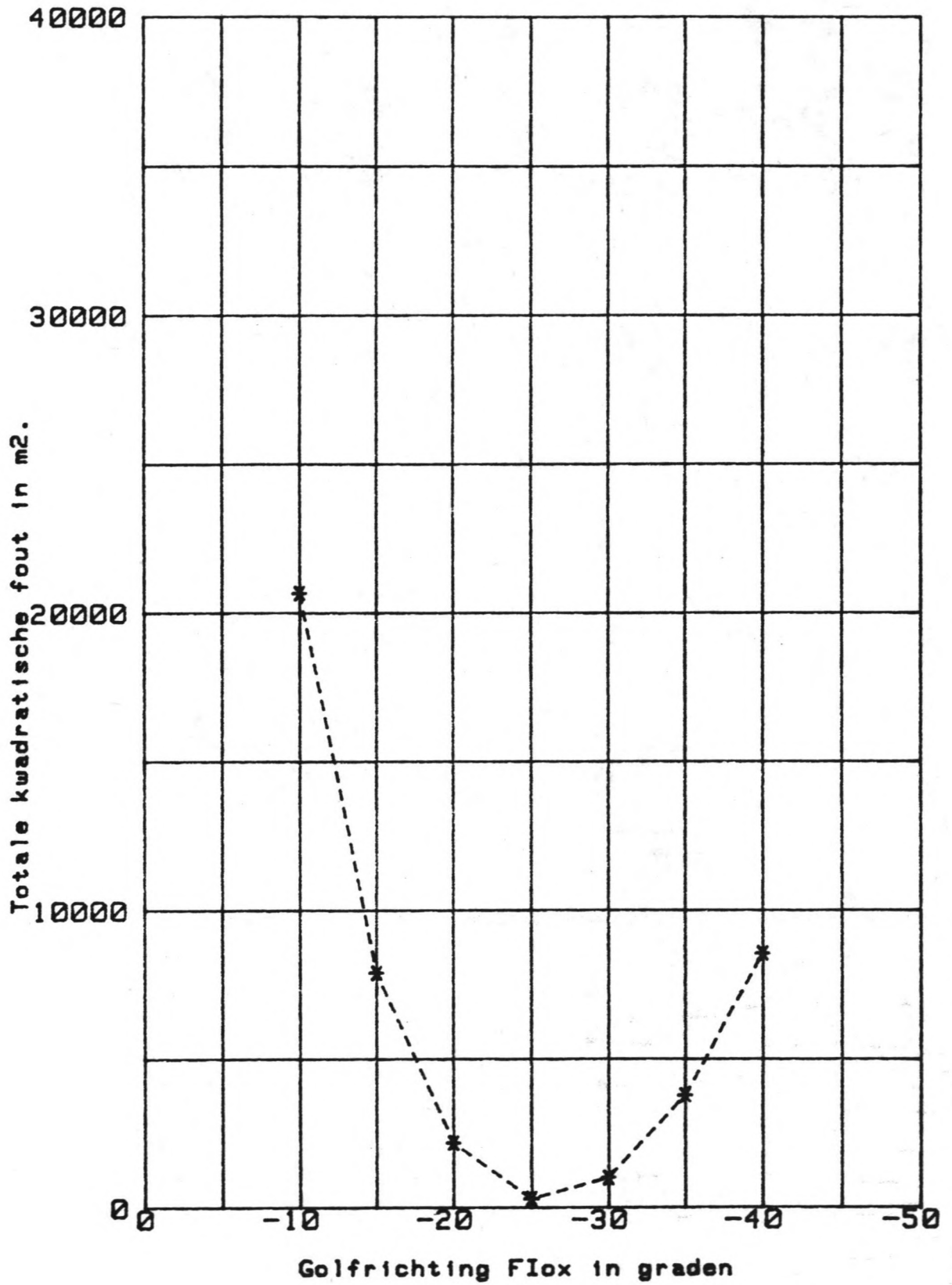


figuur 12.1.a: Kwadratische fout voor serie 1 tot en met 3 t.o.v. de van toepassing zijnde referentiekustlijn



figuur 12.1.b: Kwadratische fout voor serie 4 tot en met 6 t.o.v. de van toepassing zijnde referentiekustlijn

## GEMIDDELDE OVER DE 6 SERIES



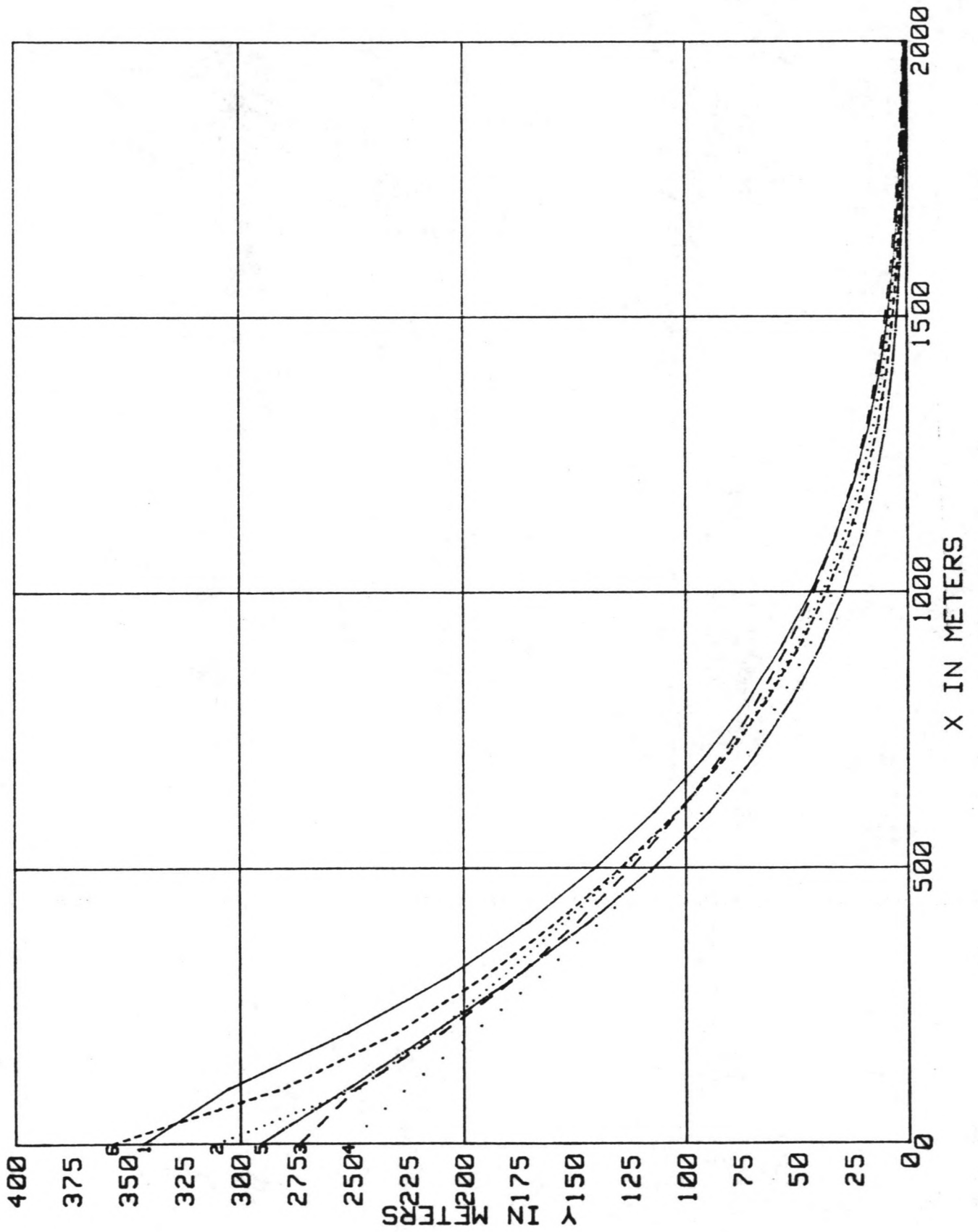
figuur 12.2: Gemiddelde kwadratische fout over 6 series

De verschillende referentiekustlijnen zijn in figuur 12.3 met elkaar vergeleken. Uit deze figuur blijkt dat er een aanzienlijk verschil in ligging van referentiekustlijn op kan treden. Dit verschil wordt niet uitsluitend veroorzaakt door verschillende golfrichtingen maar ook door de verschillen in het totale transport die bij de zes series optreden. Deze transporten zijn in tabel 12.2 aangegeven

Tabel 12.2: Totaal gemiddeld transport per serie

| serie nr. | gemiddeld transport<br>in m <sup>3</sup> /sec. |
|-----------|--|
| 1         | -0.1432  |
| 2         | -0.1228  |
| 3         | -0.1227  |
| 4         | -0.1075  |
| 5         | -0.1109  |
| 6         | -0.1293  |





figuur 12.3: Vergelijking van de verschillende referentiekustlijnen

## 13. CONCLUSIES DEEL 2. EN AANBEVELINGEN

### 13.1 Conclusies deel 2

Schematisatie van het golfklimaat en de berekeningswijze is mogelijk zodat aan de ene kant een aanzienlijke rekentijdsbesparing optreedt en aan de andere kant de resultaten nog wel nauwkeurig blijven.

Niet lineaire berekening is echter wel een voorwaarde.

De hoofdgedachte achter deze schematisatie is de opsplitsing van de totale berekeningsduur in twee periodes: Een schematisatieperiode en een periode met werkelijke golfgevens.

De rekentijdwinst wordt behaald in de schematisatieperiode en de nauwkeurigheid wordt bereikt door de periode met de werkelijke golfgevens.

De rekentijdsbesparing is zodanig dat de berekening sneller uitgevoerd wordt dan een lineaire berekening. De resultaten zijn echter veel nauwkeuriger.

### 13.2 Aanbevelingen

De in dit rapport weergegeven resultaten bieden aanknopingspunten voor verder onderzoek.

Ter verkorting van de rekentijd is in een aantal berekeningen gewerkt met een grotere stapgrootte wat betreft de x-as en de tijd. Er is geen numerieke beschouwing uitgevoerd ter bepaling van de toegestane grootte van deze stappen. Dit lijkt wel gewenst.

Verder zijn de berekeningen in dit rapport slechts uitgevoerd voor een type golfklimaat (met een uniforme verdeling). Voor dit golfklimaat zijn de te gebruiken parameters tijdens de zgn. basisschematisatie bepaald (zie paragraaf 11.1) waarna ertoe overgegaan kon worden om de x- en tijdstapgrootte te vergroten. Interessant om te weten is nu, welke parameters gebruikt moeten worden bij golfklimaten met een andere verdeling van de parameters.

Verder zijn de berekeningen uitsluitend uitgevoerd voor een standaardprobleem van een golfbreker loodrecht op de kust. De geldigheid van deze methode voor andere problemen is nog niet getest.

Uiteindelijk zal men aan de hand van golfgegevens uit het verleden, de ontwikkeling van een kust in de toekomst willen voorspellen. De mogelijke rol hierin van deze methode is nog niet onderzocht.

14. LITERATUURLIJST

1. R.J. Hallermeier "Calculating a Yearly Limit Depth To The Active Beach Profile"  
Technical Paper no. 77-9, september 1977  
U. S. Army, Corps of Engineers  
Coastal Engeneering Research Center
2. D.J. Kevelam "Schematisatie van het golfklimaat t.b.v. kustlijnberoeeningen"  
Afstudeerverslag, mei 1984  
T. H. Delft, Afdeling der Civiele Techniek  
Vakgroep Kustwaterbouwkunde
3. B. Le Méhauté  
R. C. Koh "On the breaking of waves arriving at an angle to the shore"  
Journal of Hydraulic Research  
Vol 5 no. 1, 1967 p.p. 67-88
4. B. Le Méhauté  
M. Soldate "A numerical model for predicting shoreline changes"  
Miscellaneous Report 80-6, 1980  
U. S. Army, Corps of Engineers  
Coastal Engeneering Research Center

