

Dr. Ir. J. G. Lekkerkerker

DE VEELZIJDIGHEID DER TECHNISCHE MECHANICA



UITGEVERIJ WALTMAN - HIPPOLYTUSBUURT 4 - DELFT

DE VEELZIJDIGHEID DER TECHNISCHE MECHANICA

REDE

UITGESPROKEN BIJ DE AANVAARDING
VAN HET AMBT VAN GEWOON HOOG-
LERAAR IN DE TECHNISCHE MECHANICA
AAN DE TECHNISCHE HOGESCHOOL TE
DELFT, OP WOENSDAG 1 DECEMBER 1965

DOOR

Dr. Ir. J. G. Lekkerkerker



UITGEVERIJ WALTMAN - HIPPOLYTUSBUURT 4 - DELFT

*Mijne Heren Curatoren,
Mijne Heren Leden van de Senaat,
Dames en Heren Lectors, Docenten en Leden van de
Wetenschappelijke Staf,
Dames en Heren Studenten en voorts Gij allen die mij
door Uw aanwezigheid vereert en verheugt,*

Zeer gewaardeerde Toehoorders,

De tijd dat één man het totale gebied van de natuurwetenschappen beheerste, of althans overzag, ligt ver achter ons. Met de uitbreiding van het kennen en het weten is noodzakelijkerwijs gepaard gegaan een onderverdeling in vakgebieden en specialismen. Deze situatie brengt tal van problemen met zich mede en wij weten maar al te zeer dat deze nog onvoldoende onderkend zijn. In onze huidige maatschappij leven mensen naast elkaar, die elkaar niet kennen, die over en weer beschuldigen dat de ander verwaarloost dat wat van wezenlijk belang is. Maar het zijn mensen, die zelfs elkaars taal niet meer spreken. Clifford Truesdell vergeleek eens de wetenschapsbeoefening van vandaag met de regering van een land of met het werken in de grote zakenwereld. De beoefenaren der wetenschap zijn specialisten, niet alleen op een enkel gebied, maar zelfs in een enkel probleem. Elk van hen is een hooggeplaatst functionaris, beducht voor inmenging in zijn zaken door anderen wier activiteiten even geïsoleerd plaatsvinden als de zijne. Het is moeilijk mensen te vinden die een geheel gebied overzien, taken kunnen coördineren, leiding geven. Velen worden trouwens leidinggevend genoemd zonder dat men in staat is volgelingen aan te wijzen.

Wanneer ik thans Uw aandacht vraag voor een van deze specialistische vakgebieden, en wel dat der Technische Mechanica, doe ik dat uiteraard als vertegenwoordiger van deze tak van wetenschap. Eventuele verwijten en verontschuldigungen in mijn betoog zullen dus niet als volkomen objectief aangemerkt kunnen worden. In dit opzicht voldoet het aan de zojuist ge-

geven algemene kenschets van de onderlinge verhouding tussen vertegenwoordigers van verschillende specialismen.

Ik wil beginnen met een poging, het terrein van de Technische Mechanica voor U te omschrijven, af te bakenen. En het is wellicht het meest voor de hand liggend dit te doen door uit te gaan van de taak waarvoor de Technische Mechanica is gesteld.

Vooraf dient evenwel opgemerkt te worden dat daardoor ongewild het accent wordt gelegd op de directe toepassingen, en zodoende de door velen vaak ten onrechte gestelde vraag naar het directe doel, naar het al of niet steriel zijn van een onderzoek, wordt ondersteund. Deze vraag werkt vaak alleen maar remmend op de ontwikkeling van een vakgebied. Er zouden tal van voorbeelden te noemen zijn van onderzoekingen, die onvruchtbaar genoemd werden, maar waarvan het toepassingsgebied soms eeuwen later toch werd ontsloten.

Het directe doel van de Technische Mechanica is, na te gaan of optredende krachten en bewegingen in en van lichamen, die als onderdeel van een groter geheel een bepaalde taak hebben te vervullen, in overeenstemming zijn met de gestelde eisen. Deze lichamen, in casu constructiedelen, hebben in het algemeen een ondersteunende of verbindende functie. De gestelde eisen betreffen het niet bezwijken onder een gegeven belasting, en het niet optreden van bewegingen en verplaatsingen die ontoelaatbaar veel verschillen van wat in een geïdealiseerd schema is voorgeschreven.

Bij het formuleren van deze eisen en het beschrijven van de begeleidende fysische verschijnselen spelen, behalve de geometrie van de constructie en de evenwichtsvergelijkingen zoals die gelden in de mechanica van de stoffelijke punten en in de mechanica van starre lichamen, voornamelijk twee aspecten een belangrijke rol.

In de eerste plaats is er het feit dat wij niet te maken hebben met discrete massapunten, zo ge wilt lichamen, maar met een continuum, een ruimte gevuld met een stof, die bepaalde mechanische eigenschappen heeft, waarvan bijvoorbeeld de massa per volumeëenheid een reeds uit de mechanica van starre lichamen bekende grootte is. Dit continuum vertoont een samenhang, zich aldus manifesterend dat een deel ervan op elk ander aangrenzend deel via het oppervlak dat deze delen gemeen hebben een kracht kan uitoefenen.

In elk punt van het continuum brengt elk van de door dit punt gaande oppervlakte-elementen, gekarakteriseerd door de eenheidsvector volgens de normaal, een kracht per eenheid van oppervlak over, aangeduid als spanning en eveneens vastgelegd door een vector. Deze laatste vector is echter in het algemeen *niet* gericht volgens de normaal. Een zeer pregnante beschrijving van de grondbegrippen der Technische Mechanica wordt nu mogelijk gemaakt door het gebruik van tensoren. De zogenaamde spanningstoestand in een punt van het continuum is bepaald door een tensor van de tweede orde, de spanningstensor. Deze is zodanig gedefinieerd dat inwendige vermenigvuldiging met een eenheidsvector, gericht volgens de normaal op enig vlakke-element, de zojuist beschreven spanning oplevert. Wanneer wij afzien van volumekrachten dan kunnen wij eisen dat de totale kracht, uitgeoefend op ieder gesloten oppervlak, dus het oppervlak dat een willekeurig deel van het continuum omsluit, gelijk is aan nul. Deze eis van evenwicht levert de vectorvergelijking op dat in elk punt van het drie-dimensionale continuum de divergentie van de spanningstensor nul is. Dit is dus in feite een stelsel van drie differentiaalvergelijkingen voor de 9 componenten van de spanningstensor. De eis dat ook het resulterend moment nul is levert het resultaat dat de spanningstensor symmetrisch is, zodat er 6 verschillende componenten overblijven. Er zijn dus 3 vergelijkingen te weinig, en de evenwichtsvergelijkingen alleen stellen ons niet in staat de spanningstoestand in elk punt van het continuum te bepalen.

In de tweede plaats is er het fysische verschijnsel dat materialen onder invloed van er op werkende krachten een vervorming ondergaan. En het is dit feit dat ons in staat stelt de ontbrekende vergelijkingen te vinden. Wij zullen aan de spanningen immers nog de eis moeten stellen, dat de ermede gepaard gaande vervormingen zodanig zijn dat een blijvende samenhang van de stof mogelijk is.

Op grond daarvan blijkt het noodzakelijk naast de spanningen ook te beschouwen de verplaatsing die elk punt van het continuum ondergaat, en welke is vastgelegd door een vector. Van belang is de tensor welks componenten de afgeleiden zijn van de verplaatsingscomponenten in een aangenomen assenkruis. Inwendige vermenigvuldiging met de differentiaal van de plaatsvector geeft de differentiaal van de verplaatsingsvector.

Deze tensor is te splitsen in een symmetrisch deel, de vervormingstensor genoemd, en waarvan de componenten de vervormingsgrootheden aangeven, te weten specifieke verlengingen of veranderingen van oorspronkelijk rechte hoeken, en een keersymmetrisch deel, de verdraaiingstensor, waarvan de componenten de hoekverdraaiingen ten opzichte van een vast referentieassenkruis in de ruimte aangeven.

De verdraaiing van het continuüm als star geheel behoeft nauwelijks toelichting. De *afgeleiden* van de hoekverdraaiingen hangen ten nauwste samen met de vervormingsgrootheden. Uit de eis dat de differentiaal van de verplaatsingsvector een totale vectordifferentiaal vormt volgt namelijk, als *noodzakelijke* voorwaarde, dat deze afgeleiden een tensor vormen, die gelijk is aan de rotatie van de vervormingstensor.

In het bovenstaande heb ik stilzwijgend verondersteld dat de afgeleiden van de verplaatsingen zeer klein zijn, zodat kwadratische termen en produkten zonder grote fout te verwaarlozen zijn ten opzichte van lineaire termen.

Om nu tot een gesloten stelsel van vergelijkingen te komen waarmee de spanningsverdeling is te bepalen, dient nog het verband tussen de spanningstensor en de vervormingstensor te worden vastgelegd. Dit is van fysische aard en wordt steeds langs experimentele weg bepaald. Het is gebleken dat binnen zekere grenzen voor vele materialen met zeer goede benadering kan worden uitgegaan van de eigenschap dat zowel de eerste invarianten als de deviatoren van beide tensoren evenredig zijn. De twee evenredigheidsconstanten zijn materiaalconstanten, die meestal worden uitgedrukt in de experimenteel gemakkelijk te bepalen elasticiteitsmodulus en de constante van Poisson. Deze beschrijving van het gedrag van een materiaal impliceert dat het isotroop is. Wanneer bovendien nog aangenomen wordt dat de stof homogeen is, dus dat de materiaalconstanten in elk punt van het beschouwde continuüm dezelfde zijn, dan is hiermede het meest eenvoudige verband tussen spanningen en vervormingen gegeven. De materialen die aan deze beschrijving beantwoorden zijn, wanneer ook de genoemde linearisering van de vervormingstensor wordt aanvaard, het onderwerp van de lineaire – ook wel genoemd de klassieke – elasticiteitstheorie.

Hoewel geen enkele stof de genoemde eigenschappen exact bezit, kan gezegd worden dat vele zeer goede en belangrijke

resultaten bereikt zijn. In het bijzonder bij vraagstukken betreffende trillingen en instabiliteit wordt vaak voldoende inzicht verkregen wanneer men uitgaat van het aldus beschreven fysische gedrag van het materiaal. Dat vraagstukken betreffende het bezwijken van een constructie op deze wijze in feite slechts dilettantisch kunnen worden aangevat doet aan deze waardering niets af.

Hoe gecompliceerd het fysische gedrag van materialen *kan* zijn, kan worden geïllustreerd door te vermelden, dat bij volledige anisotropie, waarbij echter nog evenredigheid tussen spanningen en vervormingen is, er niet minder dan 21 materiaalconstanten een rol spelen. Bij vele materialen is er bovendien zelfs niet een direct verband tussen momentane spanningen en vervormingen. De meest algemene constitutieve vergelijking spreekt uit dat de spanningstoestand een functionaal is van de vervormingsgeschiedenis.

Het blijkt dat na het mede in de beschouwing betrekken van de vervormingen een gesloten stelsel van vergelijkingen kan worden verkregen. Deze kunnen bijvoorbeeld in het geval van de lineaire elasticiteitstheorie worden teruggebracht tot de vectorvergelijking die uitdrukt dat de gradient van de divergentie van de verplaatsingsvector evenredig is met de divergentie van de gradient van deze vector. Aan het oppervlak van het beschouwde elastische lichaam zijn spanningen of verplaatsingen voorgeschreven. Men zal dus die oplossingen van de zojuist geformuleerde drie differentiaalvergelijkingen voor de drie verplaatsingscomponenten dienen te bepalen welke de randvoorwaarden bevredigen.

De beoefenaar van de Technische Mechanica ziet zich nu geplaatst voor de taak de aldus beschreven theorie toe te passen op in de praktijk voorkomende gevallen. Hij krijgt te maken met continua die begrensd zijn door oppervlakken van zo ingewikkelde vorm dat zelfs hun geometrische beschrijving niet goed mogelijk is, en wordt dan geleid tot benaderingsmethoden. Van de zijde der beoefenaren der wiskunde, vooral van hen die daaraan nog het epitheton „zuivere” toevoegen, treft hem uit dien hoofde vaak kritiek. En zelfs afgezien van deze benaderingsmethoden wordt hem verweten een niet zuivere wetenschap te beoefenen, bijvoorbeeld omdat hij een fysisch begrip als kracht

hanteert. Men zou zich echter kunnen afvragen waarom geometrische begrippen als punt, afstand, evenwijdigheid, zuiverwiskundige begrippen zouden zijn en het begrip kracht niet. Wellicht is het feit dat de genoemde geometrische begrippen reeds zo lange tijd geleden zijn geabstraheerd niet vreemd aan bestaande opvattingen. De axiomatisering der geometrie is wel als voltooid te beschouwen. De mechanica, die niet anders dan als een uitbreiding der geometrie kan worden beschouwd, zal na axiomatisering even zuiver zijn als de geometrie. Deze axiomatisering, een der zes opdrachten van Hilbert aan de mathematen der twintigste eeuw, is de laatste jaren onderwerp van veler onderzoek.

De mechanicaspecialist komt echter niet alleen met puriteinse wiskundigen in aanraking. Hij ontmoet ook ingenieurs, waarbij ik thans meer de geestesinstelling dan de door de wet beschermde titel op het oog heb. De praktische ingenieur, gedwongen en gewend snel beslissingen te nemen, wil – terecht – bij de behandeling van problemen ad hoc overtuigd worden van de noodzaak van fundamenteel onderzoek. Hij is geneigd het uitvoeren van tijdrovend theoretisch speurwerk, weliswaar met bewondering maar toch altijd nog kritisch en zelfs enigmatische wantrouwend te beoordelen. Het is een belangrijk en lang niet altijd gemakkelijk deel van de taak, de resultaten van dergelijk speurwerk begrijpelijk en geschikt voor praktische toepassingen te presenteren.

Ik mag stellen, dat de beoefenaar van de Technische Mechanica iemand is, die zich allerminst in een ivoren toren heeft opgesloten, en wellicht daardoor blootgesteld is aan kritiek van verschillende zijden. In hem zijn verenigd een mathemaaat, dikwijls onbetreden paden der wiskunde bewandelend, een fysicus vertrouwd met moderne meettechnieken, een ingenieur van wie geëist wordt dat hij inzicht bezit zowel in het ontwerpen als de technologie van bijvoorbeeld werktuigkundige constructies. De veelzijdigheid van zijn vakgebied moge ik thans voor U illustreren door enkele facetten ervan wat nader te belichten. Het is een vrij willekeurige greep uit een abundantie van onderwerpen.

Een reeds klassiek hulpmiddel bij het vinden van oplossingen van de evenwichtsvergelijkingen in een continuum wordt ge-

vormd door de spanningsfuncties. Wanneer een bepaald voorschrift, meestal bestaande uit het maken van algebraïsche combinaties van afgeleiden van min of meer willekeurige functies, oplossingen geeft van de evenwichtsvergelijkingen, dan worden deze functies spanningsfuncties genoemd. Zij zijn nooit geheel willekeurig. Ze behoren tot een bepaalde groep; zo voldoen zij bijvoorbeeld aan de potentiaalvergelijking of aan de bipotentiaalvergelijking.

Bekend zijn de oplossingen van Maxwell (1870) en Morera (1892), die beiden oplossingen van de evenwichtsvergelijkingen opstelden, die elk een drietal spanningsfuncties bevatten. Tevens in 1892 merkte Beltrami op, dat beide oplossingen een bijzonder geval waren van een algemene oplossing, gebaseerd op een matrix van spanningsfuncties. De groep waartoe deze functies behoren is al bijzonder ruim. Zij behoeven slechts vier maal continu differentieerbaar te zijn. Door nu maar willekeurige stelsels van deze functies te kiezen, kunnen wij elk gewenst aantal exacte oplossingen vinden. Dat wil echter niet zeggen dat gemakkelijk aan gegeven randvoorwaarden is te voldoen. Een moeilijke vraag is voorts of de spanningsfuncties een volledig stelsel vormen, met andere woorden of bij iedere spanningsverdeling die aan de evenwichtsvergelijkingen voldoet zulk een stelsel functies is te vinden. De volledigheid van de spanningsfuncties van Beltrami is vaak en op uiteenlopend wijzen bewezen, maar tot 1960 hadden deze bewijzen uitsluitend betrekking op een gebied omsloten door een enkelvoudig samenhangend oppervlak. Rieder toonde aan dat de spanningsfuncties van Beltrami onvolledig waren en zeker niet zouden omvatten de gevallen waarbij op enig gesloten oppervlak binnen het continuüm een totale resulterende kracht of moment wordt uitgeoefend. Dit laatste kan zich uiteraard voordoen als de begrenzing van het gebied bestaat uit meer dan één gesloten oppervlak. Eerst in 1963 bewees Gurtin de volledigheid ook voor deze zogenaamde perifractische gebieden wanneer de gevallen dat er resulterende holtebelastingen zijn tenminste zijn uitgesloten.

De tot dusverre genoemde spanningsfuncties zijn algemeen en hebben betrekking op alle continue media, onafhankelijk van de constitutieve vergelijkingen. Een tweede groep van spanningsfuncties heeft een meer beperkte geldigheid. Zij gelden

voor bijzondere evenwichtsvergelijkingen, zoals die van de lineaire elasticiteitstheorie of, om een voorbeeld te nemen dat buiten het eigenlijke gebied van de Technische Mechanica valt, de klassieke vloeistofmechanica.

Ik noemde U reeds de drie vergelijkingen voor de drie verplaatsingscomponenten in de lineaire elasticiteitstheorie, in feite een vectorvergelijking voor de verplaatsingsvector. De meest algemene vorm is die, waarbij aan deze vergelijking termen zijn toegevoegd die betrekking hebben op de volumekrachten waarvan nog is af te splitsen de volumekracht afkomstig van versnellingen op grond van het beginsel van d'Alembert. Oplossingen gebruik makend van spanningsfuncties (hoewel hier de benaming verplaatsingsfuncties misschien meer op zijn plaats is) zijn gegeven door Lamé en Somigliana. Door de tijdsafhankelijkheid buiten de beschouwing te laten, dus door in plaats van de dynamische de statische vergelijkingen te beschouwen, gaat de oplossing van Somigliana, verkregen in 1892, over in de oplossing van Galerkin, gepubliceerd in 1930. Bij deze laatste oplossing wordt de verplaatsingsvector gevormd door tweede afgeleiden van een vectorfunctie, die daaraan moet voldoen dat, wanneer de operator van Laplace tweemaal wordt toegepast, een vector wordt verkregen die evenredig is met de volumekracht, en die dus een biharmonische functie is wanneer de volumekracht ontbreekt.

Gemakkelijker hanteerbaar dan de oplossing van Galerkin is de oplossing van Papkowitsj-Neuber, het eerst door Papkowitsj in 1932 verkregen. De verplaatsingsvector wordt daarbij gevormd (ik beperk mij nu even tot het geval dat volumekrachten ontbreken) met behulp van een harmonische vector en een harmonische scalaire functie. Het voordeel ten opzichte van de oplossing van Galerkin is dat de spanningsfuncties thans niet aan een differentiaalvergelijking van de vierde orde, maar slechts van de tweede orde zijn onderworpen. Er bestaat overigens wel een zekere samenhang tussen de beide oplossingen.

Ik keer nog eenmaal terug naar de spanningsfuncties van Beltrami. Er zijn daarvoor bijzondere vormen aan te geven voor bepaalde gevallen van symmetrie. Gevallen van rotatorische symmetrie zijn aangegeven door Love en Voigt, die respectievelijk het torsieloze geval en het torsiegeval behandelen. Het gebruik van spanningsfuncties voor twee-dimensionale

vraagstukken werd reeds in 1863 door Airy aangegeven. De airyfunctie is sindsdien wellicht de meest toegepaste en zeker de meest bekende spanningsfunctie. Toen 29 jaar later Beltrami zijn algemene oplossing in de vorm van een matrix van spanningsfuncties gaf, zou blijken dat de oplossing van Airy niets anders was dan het bijzondere geval dat de functies van Beltrami op één na gelijk aan nul waren. Onderworpen aan de constitutieve vergelijkingen van de lineaire elasticiteitstheorie, moet de airyfunctie voldoen aan de bipotentiaalvergelijking.

Het zou bepaald een omissie zijn, indien niet melding gemaakt werd van de opzienbarende resultaten van wat de Russische school kan worden genoemd. Daarbij gaat men uit van het feit dat de airyfunctie een bipotentiaalfunctie is. Bijgevolg is de functie die verkregen wordt door op de airyfunctie de operator van Laplace toe te passen een potentiaalfunctie en kan gelijkgesteld worden aan het reële of het imaginaire deel van een analytische complexe functie. Op deze wijze hebben Kolosow en Moeschelischwili aangetoond hoe met willekeurige analytische complexe functies oplossingen van twee-dimensionale vraagstukken uit de lineaire elasticiteitstheorie zijn te verkrijgen. Zij hebben daardoor grote mogelijkheden geopend voor de behandeling van plaatproblemen. Bij een gecompliceerde geometrie wordt daarbij gebruik gemaakt van conforme afbeelding, waardoor een eenmaal bekende oplossing voor een eenvoudige geometrie, bijvoorbeeld de spanningsverdeling rond een cirkelvormig gat, kan worden getransformeerd. Het is tot nu toe niet gelukt een analoge behandeling met complexe functies te vinden voor het geval van rotatorische symmetrie.

In hetgeen ik tot nu toe heb besproken is de indruk wel gevestigd dat de Technische Mechanica een theoretisch mathematisch vak is. Aan de reeds genoemde onderwerpen uit de wiskunde waarvan gebruik gemaakt wordt, zoals complexe-functietheorie, vector- en tensorrekening, zou ik bovendien nog tal van andere kunnen toevoegen, waaronder laplace- en fouriertransformaties en variatierrekening een belangrijke plaats innemen.

De beoefenaar der Technische Mechanica dient evenwel ook geheel andere paden te betreden. Dit zal blijken uit het volgende facet van het vakgebied waaraan ik enige beschouwingen zal wijden, te weten het experimentele onderzoek. Bij een rondlei-

ding op dit terrein kan ik teruggrijpen naar een drietal aspecten, tot uiting gekomen in mijn voorgaande betoog.

Ik noemde U de constitutieve vergelijkingen, die de mechanisch-fysische eigenschappen van een materiaal vastleggen. Deze eigenschappen worden door middel van proeven bepaald. Van het materiaal wordt daartoe een proefstuk vervaardigd van een vorm die gemakkelijk voor berekening toegankelijk is en dit wordt onderworpen aan een eenvoudige belasting. Meestal is het een staaf met cirkelvormige doorsnede die belast wordt door een trekkracht, een buigend moment of een wringend moment. Het verband tussen de grootte van de belasting en de optredende vervormingen die zeer nauwkeurig worden gemeten legt de mechanische eigenschappen vast.

Ik heb er voorts op gewezen, dat theoretische onderzoeken veelal betrekking hebben op geïdealiseerde materialen. In werkelijkheid zijn materialen bijvoorbeeld niet homogeen en isotoop, maar bij de berekening wordt er vaak wel van uitgegaan. Met het oog hierop zal de onderzoeker zijn theoretische resultaten dikwijls door experimenten willen verifiëren.

In de derde plaats is tot uiting gekomen, dat exacte oplossingen slechts in een aantal gevallen, betrekking hebbend op een eenvoudige geometrie, kunnen worden verkregen. Typerend voor de Technische Mechanica is dan ook het toepassen van sterk vereenvoudigde theorieën. Ondersteuning van deze benaderende theorieën door experimenten is vaak onmisbaar.

Tenslotte kan het zelfs voorkomen dat de geometrie van een constructie zo ingewikkeld is, dat uitsluitend langs experimentele weg het spanningsverloop kan worden bepaald. De komst van de elektronische rekenmachine is hieraan echter allerm minst onopgemerkt voorbijgegaan. Vele constructies, waarvan de geometrie tot voor enige jaren een analytisch spanningsonderzoek in de weg stond, kunnen thans langs numerieke weg worden berekend. En het berekenen is vrijwel altijd goedkoper dan het meten. Met de ontwikkeling van de mogelijkheden der moderne rekentuigen wordt het rekenen bovendien relatief steeds goedkoper.

Meten en rekenen hebben gemeen dat beide onderzoekingsmethoden in het algemeen betrekking hebben op één bepaald geval. Voortzetting van het analytisch onderzoek, zo ver als dat mogelijk is, is een dwingende eis om het inzicht te verdiepen

en bovendien om het numeriek en experimenteel onderzoek zo efficiënt en dus zo beknopt mogelijk te doen zijn. De moderne beproevings- en rekenapparaten vormen hier een reëel gevaar. Als dit gevaar onderkend is staat echter niets hun toepassing in de weg en zal hun grote waarde moeten worden erkend.

Het belangrijkste hulpmiddel bij het meten van optredende rekken is het weerstandsrekstrookje. Het bestaat uit een drager, meestal vervaardigd van een kunststof, waarin een zeer dunne stroomgeleider is aangebracht. Het rekstrookje wordt op het te onderzoeken materiaal geplakt en de genoemde stroomgeleider zal een optredende rek volgen en dientengevolge een weerstandsverandering ondergaan welke kan worden gemeten. Hoewel het principe eenvoudig is, de uitvoering vereist grote zorg. De te meten weerstandsverandering is zeer klein, en parasitaire weerstandsveranderingen, bijvoorbeeld tengevolge van temperatuurverschillen in de toevoerdraden, of overgangsweerstand van sleepingen als op bewegende machineonderdelen wordt gemeten, dienen geëlimineerd te worden. Daartoe zijn geschikte schakelingen ontworpen. Meestal wordt het rekstrookje ondergebracht in een brug van Wheatstone. Met behulp van een potentiometer wordt de brug in evenwicht gebracht, en de uitslag van de potentiometer is een maat voor de optredende rek. Een nadeel van deze zogenaamde nulmethode is dat een meting enige tijd kost, vooral wanneer er vele meetpunten zijn. Methoden waarbij in zeer korte tijd vele meetpunten kunnen worden afgetast berusten op een uitslagmethode, dat wil zeggen de brug wordt niet in evenwicht gebracht, maar de uitslag van de galvanometer in de middentak van de brug geldt als maat voor de te meten rek. Hierbij is het gevaar voor verstoring van de meetresultaten door de parasitaire weerstanden evenwel groot. De ontwikkeling is echter nog in volle gang. Wellicht voert een combinatie van de beide methoden tot een mogelijke verbetering.

De laatste stap bij het experiment bestaat in het registreren en verwerken van het meetresultaat. Uit de gemeten rekken kunnen door toepassing van elementaire formules uit de lineaire elasticiteitstheorie de spanningen worden bepaald. Ter bepaling van de spanningstoestand in een punt aan het oppervlak van een lichaam dienen in drie richtingen de rekken te worden gemeten. Voor de verwerking van grote aantallen meetresultaten

wordt thans met groot succes gebruik gemaakt van registratie op ponsband. Hierdoor kunnen dan met behulp van een elektronische rekenmachine snel de gewenste uitkomsten worden verkregen.

Dynamische verschijnselen kunnen door middel van penschrijvers of elektronenoscillografen en een filmcamera worden geregistreerd.

Een andere belangrijke methode om spanningen experimenteel te bepalen is langs optische weg. In elk doorzichtig materiaal kan het effect van de optische dubbelbreking tijdelijk worden opgewekt door het aanbrengen van inwendige spanningen. Gebruik makend van gepolariseerd licht kan men van een vlak model afbeeldingen verkrijgen waaruit de spanningstoestand in elk punt af te leiden is. Drie-dimensionale gevallen worden onderzocht door een model te vervaardigen van twee-fasekunst-harsen zoals araldiet. De belasting wordt bij een temperatuur van 150 °C aangebracht en het model wordt onder belasting afgekoeld tot kamertemperatuur. De spanningstoestand is dan als het ware ingevroren. Uit het model kunnen nu in elke gewenste richting plakjes worden gesneden die dan in een optische bank kunnen worden onderzocht. Bij dit onderzoek van ruimtelijke spanningstoestanen kan doorstraling onder verschillende hoeken, de oblique incidence method, volledige informatie over de spanningstoestand verschaffen.

Een moderne methode bestaat in het aanbrengen van een dunne foto-elastische laag op een te onderzoeken constructie. Wordt deze laatste belast dan vertoont de opgebrachte laag eveneens het effect van de optische dubbelbreking.

In dit overzicht dat niet volledig kan zijn, noem ik nog de door de Nederlander Ligtenberg ontwikkelde Moiré-methode. Oorspronkelijk paste Ligtenberg deze methode toe ter bepaling van de optredende kromming in door buigende momenten belaste vlakke platen. Door een door het plaatoppervlak weer-spiegeld streepjesmotief te fotograferen en wel eerst in onbelaste toestand en daarna met dezelfde negatieffilm in belaste toestand worden interferentiepatronen verkregen, gelijkend op Moiré-zijde. De verkregen afbeeldingen stellen in staat, gebruik makend van een zekere wetmatigheid, de vervorming van de plaat vast te leggen. Zeer recent is de toepassing bij het onderzoek van thermische spanningen. Het streepjesmotief wordt hierbij

door een etsprocédé op het materiaal zelf aangebracht.

Kennis van vele fysische verschijnselen, vooral een vertrouwd zijn met de elektronica zijn bij het experimenteel spanningsonderzoek onontbeerlijk. Voor een verdere ontwikkeling van de onderzoekingsmogelijkheden is speciaal het contact met de elektronicaspecialisten en niet in de laatste plaats het zoveel mogelijk gebruik maken van de mogelijkheden die de moderne schakeltechniek biedt, uiterst belangrijk.

Er is nog één belangrijk facet van de Technische Mechanica dat ik wil onderstrepen. Het werk van de onderzoeker is vrijwel nooit routinewerk, zoals het oplossen van differentiaalvergelijkingen of het invullen van gegevens in bekende formules. Voordat dit stadium is bereikt, voordat de mathemaat of de fysicus in hem aan het woord komt, is hij ingenieur, moet zijn intuïtie hem helpen, moet hij een in werkelijkheid voorkomende constructie schematiseren tot een hanteerbaar model en is zijn vak niet een wetenschap maar een kunst. Om dit aan de hand van een concreet geval te kunnen illustreren, zal ik een korte schets geven van de gang van zaken bij het onderzoek van sloopstrillingen.

Door een aantal oorzaken kan het verblijven op een schip bijzonder veronaangenaamd worden door het optreden van trillingen. Gelukkig zijn deze trillingen zelden gevaarlijk, bijvoorbeeld in die zin dat zij breuk van het schip of beschadiging van belangrijke onderdelen ten gevolge hebben. De gevaarlijkste trillingen in dit verband, namelijk van de schroefas en de krukas van de hoofdmotor of, in het geval van aandrijving door stoomturbines, van turbinewielen en schoepen, worden vrijwel altijd met succes voorkomen dankzij een gedegen onderzoek van de ontwerper van de voortstuwingsinstallatie. Het zijn ofwel problemen die zich voordoen bij elke verbrandingsmotor of stoomturbine, ofwel vraagstukken betreffende het bepalen van de eigenfrequenties van het betrekkelijk eenvoudige systeem stuwblok-schroefas-schroef. De grootste onzekerheid in dit systeem is thans nog de elasticiteit van het stuwblok tijdens de vaart, moeilijk te berekenen en tot nu toe niet door meting te bepalen. Zeer belangrijk maar vaak onvoldoende is ook het inzicht in het verschil tussen de situatie die zich voordoet op de proefstand in de machinefabriek en de bedrijfsomstandigheden

in het varende schip. Onder invloed van de zeegang zal de ondersteuning van de hoofdmotor en de asleiding bijvoorbeeld vervormingen ondergaan, die de oorzaak kunnen zijn van storingen.

Minder gevaarlijk maar wel soms zeer onaangenaam zijn de trillingen die het gehele schip als elastisch systeem uitvoert tengevolge van erop werkende periodieke krachten. Deze krachten zijn hoofdzakelijk afkomstig van de schroef en van de hoofdmotor, indien deze vrije krachten oplevert zoals het geval is bij een dieselmotor.

De schroefexcitatie ontstaat doordat het eindige aantal schroefbladen een periodiek verloop van de druk van het water op de huid van het schip veroorzaakt. Er is hierbij sprake van exciterende krachten, maar ook van exciterende momenten, zoals een moment waarvan de vector in de langsricting van het schip valt, een moment dat de scheepsromp dus op torsie belast.

De excitatie door de motor ontstaat door de primaire en de secundaire krachten van het kruk-drijfstangmechanisme. De frequentie van deze krachten komt overeen met het toerental van de motor respectievelijk met het dubbele toerental. Deze krachten kunnen worden beïnvloed door balancerings.

Teneinde in het ontwerpstadium reeds enig inzicht te verkrijgen in het trillingsgedrag van een schip is het noodzakelijk van het schip als geheel, eventueel inclusief de lading, de eigenfrequenties en de bijbehorende trillingsvormen te bepalen. Men zal dan veelal trachten de eigenfrequenties en de frequenties der exciterende krachten gescheiden te houden, of, als dat niet lukt, door een juiste balancerings trillingshinder te vermijden.

Voor een exacte behandeling van dit probleem is een schip een te gecompliceerde constructie. Wie alle dekken, wanden, schotten en verstijvingen in rekening wil brengen, ziet zich voor een hopeloze opgave gesteld. Men is hier gedwongen met een reusachtige pennestreek vereenvoudigingen aan te brengen, wil een berekening uitvoerbaar zijn. De klassieke aanpak gaat hierin wel zeer ver. Het schip wordt daarbij geschematiseerd tot een één-dimensionale balk. De mechanische eigenschappen worden teruggebracht tot massa, buigstijfheid, schuifstijfheid en torsiestijfheid als functie van de langscoördinaat. Deze stijfheden worden voor een doorsnede in principe aldus bepaald dat

de overeenkomstige stijfheden van een prismatische balk met dezelfde doorsnede volgens de elementaire balkentheorie worden uitgerekend. Alle punten van een doorsnede van het schip, vanaf de dubbele bodem tot het stuurhuis worden verondersteld dezelfde verplaatsing te ondergaan, of, in het geval van torsie-trillingen, de doorsnede wordt verondersteld als onvervormbare doorsnede een hoekverdraaiing te ondergaan.

De trillingen die dit balkmodel uitvoert kunnen worden onderscheiden in buigtrillingen, waarbij overigens ook afschuiving optreedt, in verticale richting enerzijds en onafhankelijk daarvan buigtrillingen in horizontale richting gekoppeld met torsie-trillingen. Wanneer wij de verticale buigtrillingen in het oog vatten dan zal het balkmodel theoretisch oneindig vele eigenfrequenties bezitten. De laagste behoort bij een trillingsvorm die zodanig is dat twee punten van de balk geen verplaatsing ondergaan. Het zijn de knopen van de trillingsvorm en men spreekt van de tweeknoops trilling. Van een 10.000-tons vrachtschip, waarvan de lengte 150 meter bedraagt, de holte tot het hoofddek 12 meter en de breedte 20 meter, zal deze tweeknoops trilling een trillingsgetal hebben van ongeveer 100 per minuut, en dit ligt dan iets beneden het toerental van de motor.

De op één na laagste eigenfrequentie behoort bij een trillingsvorm met drie knopen, daarna komt de vierknoops trilling, enzovoorts. De trillingsgetallen behorende bij het genoemde voorbeeld van het 10.000-tons vrachtschip zijn voor de drie- en vierknoops trilling respectievelijk ongeveer 180 en 250.

Bij de vierknoops trilling is de afstand tussen twee knopen ten naaste bij even groot als de breedte van de scheepsdoorsnede. Het mag op grond daarvan nauwelijks verwacht worden dat de berekening van deze trilling uitgaande van het balkmodel betekenis heeft. Metingen met verplaatsingsopnemers aan boord van schepen tijdens de technische proefvaart wijzen dan ook steeds uit dat de berekening van de hogere trillingsvormen slechte resultaten oplevert. In het bijzonder kan gezegd worden dat de berekende eigenfrequenties steeds te hoog zijn. Voor de vierknoops trilling bedraagt de afwijking niet minder dan 10 à 15 %.

Er worden thans pogingen in het werk gesteld een betere schematisering van de scheepsromp te vinden. Wijzigingen in het beschreven balkmodel worden aangebracht daar waar het

evident is dat de aan de elementaire balkentheorie ten grondslag liggende hypothese van Bernoulli niet houdbaar is. Deze hypothese spreekt uit dat doorsneden vlak en loodrecht op de balkas blijven. Het is betrekkelijk eenvoudig, bij het rekenen aan schepstrillingen deze hypothese te amenderen op grond van optredende schuifspanningen. Voorts worden pogingen in het werk gesteld door middel van berekeningen en tevens door het uitvoeren van verplaatsingsmetingen aan boord meer inzicht te verkrijgen in de verplaatsingen die delen van de dubbele bodem ondergaan ten opzichte van de rest van de scheepsromp. Deze verplaatsingen lijken niet zonder belang te zijn. Een groot deel van de massa van de lading is via de bodem verend opgehangen aan de romp van het schip en ondergaat dus niet a priori de verplaatsing die de doorsnede ondergaat, zoals bij het balkmodel is verondersteld. Bovendien ondervindt vooral deze bodem de hydrodynamische krachtswerking van het omringende water.

Ik heb U hiermede een korte schets gegeven van de problematiek op dit tijdstip. Het onderwerp schepstrillingen is een typisch voorbeeld van een terrein waar de onderzoeker door ervaring, inzicht en intuïtie moet bepalen welke verschijnselen belangrijk zijn en welke details ongestraft kunnen worden uitgezift. Hij moet zodoende komen tot een hanteerbaar model, waarin de belangrijkste fouten van het geschetste balkmodel zijn ondervangen. De moderne rekentuigen kunnen in elk geval veel meer dan het doorrekenen van dit balkmodel, waarvan de numerieke behandeling geen enkele moeilijkheid meer biedt en slechts een onbeduidende fractie vraagt van de tijd en de moeite, nodig om tot dit balkmodel te geraken. Verdere verbetering van deze numerieke behandeling kan dus moeilijk beschouwd worden als een bijdrage tot het gestelde probleem, het bepalen van eigenfrequenties en trillingsvormen van schepen. Neen, het is de mechanicaspecialist aan wie in het huidige stadium het woord is. Het is verheugend te bemerken, dat velen in de Nederlandse scheepsbouwwereld, zelfs nu in deze voor hen moeilijke tijden, het belang van dit fundamentele onderzoek, waarvan de vruchten eerst op de duur zullen kunnen worden geplukt, inzien.

Dames en Heren,

Bij de aanvaarding van mijn ambt betuig ik mijn eerbiedige

dank aan Hare Majesteit Koningin Juliana voor mijn benoeming tot gewoon hoogleraar aan de Technische Rijkshogeschool te Delft.

Mijne Heren Curatoren,

Voor Uw medewerking tot mijn benoeming zeg ik U dank. Na in januari 1951 als student-assistent voor halve dagen de onderste sport van de ladder van het wetenschappelijke-rangensstelsel te hebben betreden, ben ik met een onderbreking van een jaar, steeds in dienst van deze hogeschool geweest. Psychologen zouden wellicht kunnen uitmaken of dit van mijn kant een verdienste is en een aanbeveling inhoudt of niet. Liever dan aan de hand van een dergelijk ietwat absoluut en moeilijk aan te vallen oordeel, hoop ik dat door mijn aandeel in de verdere opbouw en bloei van onze hogeschool zal blijken dat ik niet ten onrechte een moeilijke taak op me genomen heb.

Mijne Heren Leden van de Senaat,

Uit Uw midden zijn vele eminente geleerden van wereld-formaat voortgekomen. De Delftse Hogeschool heeft tot ver over onze grenzen een zeer goede naam. Op mij rust een zware verplichting. Ik beschouw het als een grote eer, mij in Uw midden opgenomen te weten.

Mijne Heren Hoogleraren van de Afdeling der Werktuigbouwkunde,

Nadat Gij mij tweemaal hebt voorgedragen voor een onderwijsopdracht, is door U het initiatief genomen tot deze vastere verbintenis. Ik kan U zeggen, dat ik met grote vreugde mijn benoeming heb aanvaard. De wijze waarop U mij in Uw midden hebt opgenomen, heeft deze vreugde nog versterkt. Ik zal trachten voor U een goed collega te zijn.

Hooggeleerde Koiter, Hooggeachte Promotor,

Het heeft mij altijd met trots vervuld, U mijn leermeester te mogen noemen. Het is in elk contact met vakgenoten, zowel op nationaal als op internationaal niveau, een aanbeveling, die met respect wordt beschouwd. Hoezeer hetgeen U op het vakgebied der Technische Mechanica hebt verricht alom

wordt gewaardeerd kan gemakkelijk worden aangetoond. Uw plaats in de International Union of Theoretical and Applied Mechanics, Uw lidmaatschap van de Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen en de aan U onlangs uitgereikte Von Kármán-medaille voor Uw verdiensten op het gebied der plasticiteitstheorie zijn enige voorbeelden, die met tal van andere zouden kunnen worden aangevuld. Uw kwaliteiten als hoogleraar zou ik willen illustreren door te memoreren, dat Uw promovendi zonder uitzondering eveneens tot het hoogleraarsambt werden geroepen. Mij thans Uw collega te mogen noemen, betekent voor mij een groot voorrecht, niet in de laatste plaats door de wijze waarop het persoonlijke contact plaats heeft. Wanneer ik uiting geef aan mijn gevoelens van dank, dat U er aan hebt willen medewerken, dat ik werd opgenomen in wat wel genoemd wordt de groep der Technische Mechanica, dan moge ik daarin ook betrekken U, *Hooggeleerde de Pater* en U, *Hooggeleerde Besseling*. Mijn werk in overeenstemming te doen zijn met het hoge wetenschappelijke niveau, dat U weet te handhaven is een moeilijke opgave, door de vele hulp die ik van U steeds ontvang en het ontbreken van elke zelfzuchtige competitie echter veelmeer een schone taak.

Hooggeleerde Biezeno,

Wanneer ik mijn gevoelens ten opzichte van U onder woorden zou brengen, zou ik vele dingen moeten herhalen, die door vele anderen vóór mij gezegd zijn. Groot is dan ook het aantal oraties waarin Gij genoemd zijt. Ik moge zonder te kort te doen aan Uw grote verdienste op het wetenschappelijke terrein, op organisatorisch gebied in binnen- en buitenland, op educatief gebied niet in de allerlaatste plaats, verdiensten, die beter dan ik ze in woorden zou kunnen waarderen, onder andere door niet minder dan drie eredoctoraten zijn gehonoreerd, mij beperken tot één facet van Uw belangrijke werk, een facet waarvoor ik persoonlijk grote dankbaarheid jegens U gevoel. De kleine gemeenschap gevormd door de beoefenaren der Technische Mechanica in Nederland is een hechte, prettige gemeenschap waarin het goed werken is. Deze gemeenschap heeft haar bestaan aan U te danken, haar hoedanigheid aan Uw autoriteit, is trots op U, haar nestor, en hoopt U nog vele jaren in haar midden te hebben.

Hooggeleerde Koch,

Groot is de invloed, die U op mijn ontwikkeling hebt gehad. In mijn voorafgaand betoog was ik tal van malen in de verleiding Uw naam te noemen. De ontwikkeling van de rekstrookmeettechniek in Nederland en het onderzoek en de bestrijding van scheepstrillingen zijn onderwerpen waaraan ieder die er bij betrokken is Uw naam associeert. Vooral het feit, dat U mijn belangstelling voor een zo boeiend en onontgonnen terrein als dat der scheepstrillingen hebt gewekt vervult mij met dankbaarheid. Ik noemde als een belangrijk aspect van de Technische Mechanica het feit, dat zij niet alleen een wetenschap maar ook een kunst is. Het is deze kunst, die ik nog steeds tracht van U af te zien, en behalve deze kunst ook een andere, Uw benijdenswaardige „art-de-vivre”. Dat ik mij Uw opvolger mag noemen, beschouw ik bepaald als een onderscheiding.

Hooggeachte Legger,

Uw college Inleiding Mechanica, was mijn eerste kennismaking met het vakgebied waarop ik thans werkzaam ben. Ik ben U nog steeds dankbaar, dat U mij destijds niet hebt ontmoet, maar in positieve zin mede bepalend zijt geweest voor de door mij gekozen studierichting.

Mijne Heren Hoogleraren van de Afdelingen der Elektrotechniek en der Mijnbouwkunde,

Tot nu toe ben ik bij het onderwijs aan deze Hogeschool meer in Uw afdelingen dan in die der Werktuigbouwkunde werkzaam geweest. De waardering van Uw afdelingen, onder andere op zeer duidelijke wijze tot uitdrukking gebracht bij mijn promotie is voor mij van grote betekenis. Uw studenten te doordringen van het belang en van de schoonheid van mijn vakgebied is een taak die mij na aan het hart ligt.

Mijnheer de Bedrijfsingenieur-Conservator, Heren Instructeurs en Assistenten van het Laboratorium voor Technische Mechanica,

Bij de vervulling van mijn taak prijs ik mij gelukkig mij verzekerd te weten van Uw medewerking. Weest U er van over-

tuigd dat Uw aanwezigheid voor mij altijd van grote waarde is, zowel door het enthousiasme en de kundigheid waarmede Gij Uw taak bij het onderzoek en het onderwijs verricht, als door de vriendschap die ik van U allen ontvang.

Dames en Heren Studenten,

De Technische Mechanica kenmerkt zich reeds bij een eerste kennismaking als een moeilijk vakgebied. Wellicht betekent dit voor velen van U een uitdaging. De schoonheid en de veelzijdigheid alsmede de talrijke toepassingsmogelijkheden staan er borg voor dat het aannemen van deze uitdaging U niet zal teleurstellen.

Zeer gewaardeerde Toehoorders,

Het is mij een behoefte uiting te geven aan mijn diepe leedwezen dat mijn hoogbejaarde moeder door ziekte niet in staat is bewust te ervaren, dat thans drie Harer zoons het ambt van hoogleraar aan een Nederlandse instelling voor hoger onderwijs bekleden. Moge Zij in zoverre herstellen, dat althans dit Haar nog eenmaal gegeven zal zijn.

Ik heb gezegd.