

HET NUMERIEK BEREKENEN VAN
DE GETIJ-BEWEGING IN EEN
BEKKEN MET SLUITGAT MET
BEHULP VAN EEN COMPUTER

DEEL II

R. J. de Jong

DEEL II

COMPUTERPROGRAMMA VOOR PROBLEMEN MET
VARIABELE KOMBERGINGSOPPERVLAKTE EN
WILLEKEURIGE GETIJRANDVOORWAARDE.

Dit deelontwerp werd in opdracht van
prof. ir. W.C. Bischoff van Heemskerck
uitgevoerd door R.J. de Jong.

In het eerste deel van dit deelontwerp werd met behulp van het programma dat het eerst klaar kwam verder gewerkt aan de uitbreiding van de ontwerpgrafiek.

Nu bleek het gebruikte programma niet in alle gevallen stabiel te blijven. Daarom is een andere werkwijze gevolgd, en is nu niet de binnenwaterstand, maar de snelheid op de drempel als eerste te benaderen onbekende genomen.

Het programma bleek nu wel stabiel in de buurt van de kenteringen. Tevens worden nu een in de tijd wisselend kombergingsoppervlak, en een willekeurig getij als randvoorwaarden ingevoerd.

Aangezien dit nieuwe programma ook door anderen zal worden gebruikt, is dit verslag zodanig geschreven dat het onafhankelijk van deel I kan worden gelezen. Dat daarbij, vooral in het begin, enkele herhalingen van in deel I voorkomende tekst optreden, is niet kunnen worden voorkomen.

De programma's zijn onder leiding van
ir.N.Booy tot stand gekomen.

Inhoud.

Inleiding	blz. 2
Hoofdstuk I	
Algemeen over kombergings- berekening	blz. 4
Hoofdstuk II	
Principe van de oplossing	
par. 1 Algemene beschouwing	blz. 7
par. 2 Iteratiemethode	blz. 11
Hoofdstuk III	
Gegevens	blz. 13
Hoofdstuk IV	
Toepassing iteratiemethode	blz. 17
Hoofdstuk V	
Stabiliteit	blz. 20
Hoofdstuk VI	
Foutberekening	
par. 1 Inleiding	blz. 23
par. 2 Verband	blz. 25
par. 3 De fout β_1	blz. 27
par. 4 De fout β_2	blz. 30
par. 5 De fout β_3	blz. 32
Hoofdstuk VII	
Evenwicht	blz. 36
Hoofdstuk VIII	
Verklaring programma	blz. 38
Hoofdstuk IX	
Programma - gebruiker	blz. 45

Inleiding

Het afsluiten van een getijgebied geeft bij het voortschrijden der bouw problemen van vloeistofmechanische aard.

De opening in de afsluitdam, waardoor het getij kan toetreden wordt steeds kleiner.

Als gevolg daarvan blijft het getij het af te sluiten gebied meer en meer achter op het buitengetij.

Hierdoor nemen de snelheden, en daarmee de moeilijkheden tijdens de bouw, toe.

Deze snelheden en waterstanden nu, kunnen onder andere langs grafische weg worden berekend met bijvoorbeeld de kombergingsmethode, als de lengte van het af te sluiten gebied klein is ten opzichte van de lengte van de getijgolf.

In dit deelontwerp wordt hiervoor een computerprogramma gemaakt.

Via een iteratieproces wordt daarin een der grootheden (snelheden of waterstanden) benaderd.

Eerst is een vereenvoudigd programma opgesteld.

de komoppervlakte werd constant verondersteld

het getij werd sinusvormig aangenomen.

Daarna is een begin gemaakt met een algemeen programma.

In dit programma was de waterstand de te benaderen onbekende.

Nadat enkele gevallen doorgerekend werden, bleek dat ten tijde van de kenteringen, de benadering niet erg snel verliep.

Daarom werd een nieuw programma geschreven, waarbij nu de

snelheid als te benaderen onbekende werd genomen.

Het programma was, zoals door de stabiliteitsberekening ook wel bleek, wat stabiel.

Met het vereenvoudigde programma als uitgangspunt is een programma geschreven waarin de kombergingsoppervlakte gevarieerd kan worden en een willekeurig getij kan worden ingevoerd.

Dit laatste programma wordt in dit verslag beschreven, terwijl het programma voor constante berging en V als te benaderen onbekende werd bijgeleverd.

Het eerste programma voor constante berging (en de waterstand als te benaderen onbekende) wordt in deel II van dit deelontwerp besproken.

Naast de bespreking van het programma wordt in dit verslag nader ingegaan op

de foutberekening, en afhankelijk daarvan de te kiezen

tijdstap grootte

de stabiliteit

het aantal te berekenen perioden

Bovendien wordt een handleiding voor de gebruiker, met daarbij een voorbeeld, bijgevoegd.

HOOFDSTUK I

Algemeen over kombergingsberekening.

Bij afsluiting van kleine, min of meer vierkante gebieden, of bij kleine havenbekkens en dergelijke, welke in verbinding staan met de open zee, zodat getijinvloeden in het betreffende gebied kunnen doordringen, is het vaak nodig de snelheden op de grens van het gebied en de waterstanden in het gebied te weten.

Het getij kan men typeren als een langzame of lange golfbeweging.

Er is dus sprake van een lange golf, die in een gebied binnendringt. In het algemeen kan men in de vloeistofmechanica twee vergelijkingen opschrijven waarmee een probleem tot een oplossing gebracht kan worden.

1) Bewegingsvergelijking.

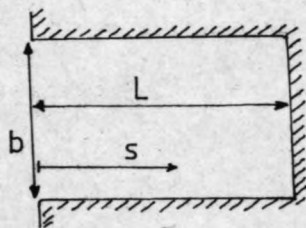
$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial s} = -g \frac{\partial h}{\partial s} - g - g \frac{V/V}{C^2 R} + \frac{b - bs}{A} (V-U) \frac{\partial h}{\partial t} \dots\dots (1)$$

- V is de gemiddelde snelheid van het water,
- t is de onafhankelijke variabele tijd,
- S is de onafhankelijk variabele coördinaat in de stroomrichting,
- g is de zwaarte-kracht versnelling,
- h is de piëzometrische niveau,
- I is de bodemverhang,
- C is de coëfficiënt van Chezy,
- R is de hydraulische straal,
- b is de bergende breedte,
- bs is de stroomvoerende breedte,
- U is de component van de snelheid van het water naast de stroomvoerende breedte in de stroomrichting.

Pas nu bovenstaande formule op een klein gebied toe, en stel dat de snelheid $V \approx 0$ en de wrijving $\approx 0 \rightarrow C^2 R = 0$ en verder, dat $b - bs = 0$, en de $I = 0$

Overblijft nu $\frac{\partial h}{\partial s} = 0 \dots\dots (2)$ wat een golf met uitsluitend berging-

karakter voorstelt: de eigenschappen worden in hoofdzaak bepaald door de mogelijke berging.



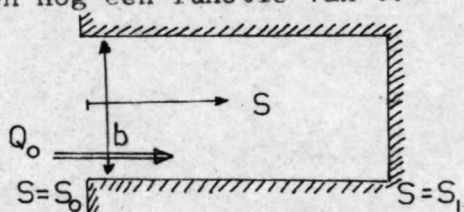
De verwaarlozingen gelden slechts dan indien de golflengte veel groter is dan de lengte van het gebied. Alleen dan kan men stellen dat in het gehele gebied de snelheden te verwaarlozen zijn, en de waterstand in het gehele gebied zo goed als gelijktijdig, en overal evenveel omhoog of omlaag gaat.

2) Continuïteitsvergelijking.

$$\frac{\partial Q}{\partial s} = -b \frac{\partial h}{\partial t} \dots\dots\dots (3)$$

Q is het debiet.

Aangezien h in het gehele gebied evenveel bedraagt en dus $\frac{\partial h}{\partial s} = 0$, is h alleen nog een functie van t.



In tegereeren we nu de continuïteits vergelijking over het gehele gebied, en houden we de tijd daarbij constant

$$\int_{S_0}^{S_1} \frac{\partial Q}{\partial s} \cdot ds + b \cdot \frac{dh}{dt} \cdot \int_{S_0}^{S_1} ds = 0$$

$$Q_1 - Q_0 + b \frac{dh}{dt} (S_1 - S_0) = 0 \text{ of}$$

$$Q_0 = B \frac{dh}{dt} \dots\dots (4)$$

Waarin B de oppervlakte van het gebied is.

Uit deze vergelijking alleen kan de Q en de h niet opgelost worden. Een tweede vergelijking kan men vinden in de snelheid aan de rand

Hoofdstuk II

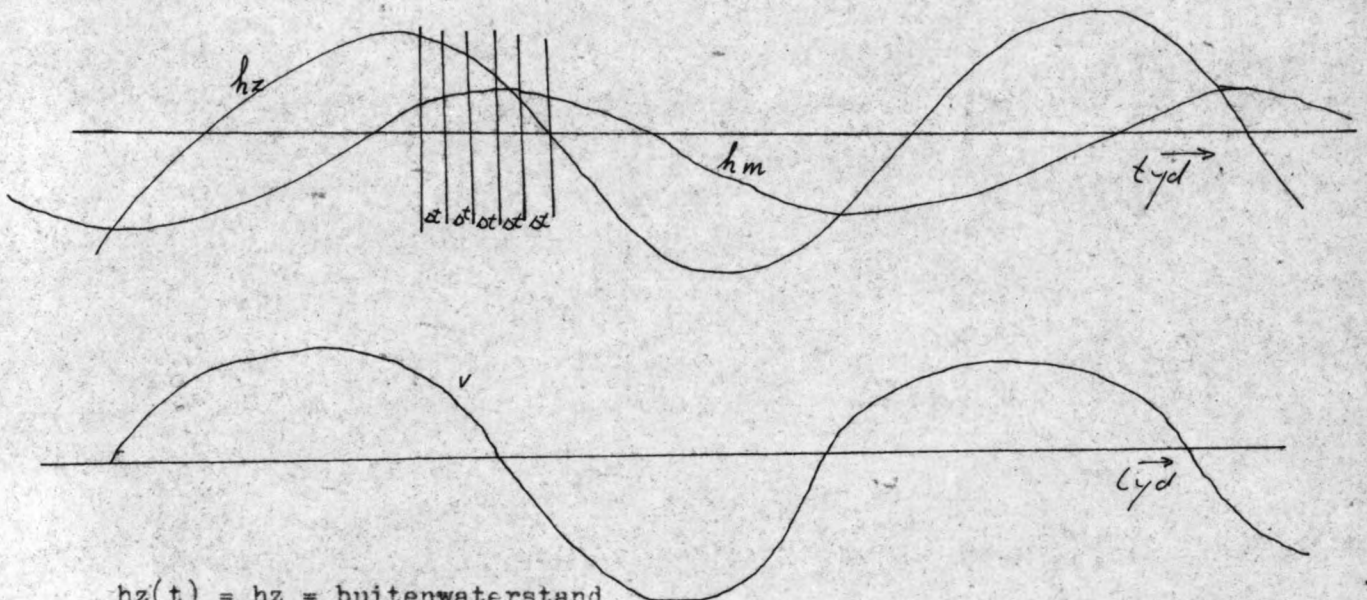
Principe van de oplossing.

Paragraaf 1 Algemene beschouwing.

Het probleem kan nu met een numerieke methode worden opgelost, als van dt overgegaan wordt op Δt .

Hierbij zal een fout ontstaan. Op deze fout wordt later teruggekomen.

Gegeven : het buitenwaterstandverloop
de komberging
de sluitgatafmetingen

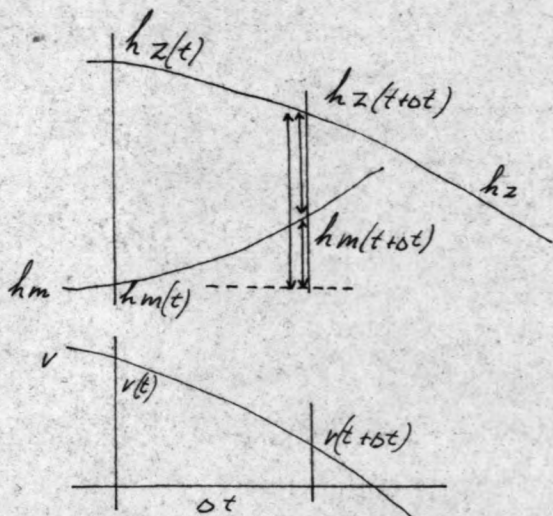


$hz(t) = h_z =$ buitenwaterstand

$hm(t) = h_m =$ binnenwaterstand

$v(t) = v =$ snelheid

Verdeel de tijd in tijdjes t . Een van die tijdstapjes wordt nu nader bekeken.



Stel bekend zijn :

- $h_z (t)$
- $h_z (t + \Delta t)$
- $h_m (t)$
- $v (t)$

De nieuwe te berekenen waarden zijn :

- $h_m (t + \Delta t)$
- $v (t + \Delta t)$

Uit het vorige bleken ons twee formules ter beschikking te staan.

1) kombergingsvergelijking

$$Q = B \frac{\Delta h_m}{\Delta t}, \text{ waarmee}$$

een verandering van de binnenwaterstand berekend kan worden, als de Q en daarmee de V bekend is (of andersom).

2) een van de overlaatformules, waarmee de snelheid berekend kan worden; indien de waterstanden gegeven zijn (of andersom).

De vraag is nu : welke snelheden en waterstanden?

==== Voor de kombergingsformule blijkt dit als de tijdstap niet te groot is, met de snelheden en waterhoogten die bij het gemiddelde tijdstapje $(t + \frac{\Delta t}{2})$ behoren de $V(t + \Delta t)$ af $hm(t + \Delta t)$ goed kan worden berekend.

Stel dat $V(t + \Delta t)$ hiermee berekend moet worden, en dat $hm(t + \Delta t)$ op een zekere manier gekozen is.



De grootheid V_t kan in het algemeen als een reeks van Taylor opgeschreven worden.

Doet men dit voor $V_{t+\Delta t}$ ook, en trekt men deze reeksen van elkaar af, dan ontstaat een vergelijking van de vorm.

$$V_{t+\Delta t} - V_t - 2G(t) + \diamond = 0$$

Het eerste deel hiervan levert de $V_{t+\Delta t}$

\diamond is dan de fout welke ontstaat doordat zoals eerder gezegd, van dt overgegaan wordt op Δt , en doordat $V_{t+\Delta t}$ met gemiddelde grootheden over het tijdstapje wordt berekend.

==== De tijd die bij de overlaatformules genomen wordt is $t + \Delta t$. Hiermee wordt de andere grootheid, dus $hm(t + \Delta t)$, als $V(t + \Delta t)$ met de kombergvergelijking wordt berekend, uitgerekend.

Met dit verkregen resultaat wordt weer een nieuwe gemiddelde binnenwaterstand uitgerekend, welke over het algemeen anders zal zijn, dan de eerste gemiddelde binnenwaterstand.

Men kan nu met deze nieuwe waterstand hetzelfde proces herhalen, maar dat blijkt niet goed te verlopen: de berekening wordt instabiel.

Daarom wordt een numerieke methode toegepast welke met behulp van de vorige benaderingen voor $V_{(t+\Delta t)}$ een betere benadering hiervoor geeft.

Het proces blijkt dan stabiel te blijven.

De voorwaarde voor het afbreken van het proces is dat voor $(t + \Delta t)$ de buitenwaterstand - binnenwaterstand + snelheidshoogte = 0 moet zijn.

Deze voorwaarde luidt dan bijvoorbeeld voor het geval instromend onvolkomen overlaat:

$$-\frac{V^2_{(t+\Delta t)}}{2g} + h^2_{(t+\Delta t)} - hm(t) - \frac{Q \cdot b}{B} = 0$$

Deze formule wordt in het iteratieproces gebracht als $f(V)$ (zie later).

Wil men nu eerst de $hm(t+\Delta t)$ oplossen, dan dient een iets andere vergelijking te worden opgesteld. In deel II van dit deelontwerp is dit gedaan.

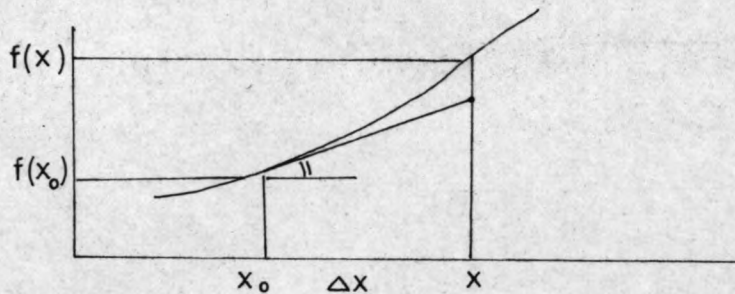
Eerst aanvankelijk voor dit deel ook, maar om enkele redenen is er vanaf gezien.

Het bleek dat vooral bij kleine gebieden en grote sluitgatopeningen het programma, waarin de waterstand als eerste benaderd werd een instabiel gedrag vertoonde. In deel II blijkt dat ook uit de stabiliteitsberekening. Het nieuwe programma vertoont dit gedrag niet. Een ander voordeel is, dat de foutberekening sterk vereenvoudigd werd.

Paragraaf 2

Iteratiemethode.

In de meeste iteratiemethoden, wordt een eerste benadering $z [0]$ van de verlangde reële wortel verkregen door een ruwe grafische schatting of zo iets. Deze eerste benadering wordt in een zodanige relatie gestopt, dat deze relatie een betere benadering $z [1]$ geeft, welke wéér in deze relatie wordt gestopt. De voorwaarden voor het voldoende nauwkeurig benaderen van de wortel, is het convergeren van de rij $z [0]$, $z [1]$, $z [2]$, $z [3]$ tot de gevraagde wortel V .



Voor een benadering van $f(x)$ waarvan x op een afstand x van x_0 gelegen is, geldt: $f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x =$

$f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$. zie bovenstaand figuur.
 $f'(x_0)$ is $df(x_0)/dx$

Andersom: wil men weten voor welke waarde van x een bepaalde waarde $f(x)$ bereikt wordt, dan kan men dezelfde vergelijking gebruiken, en voor $f(x)$ de bedoelde waarde invullen.

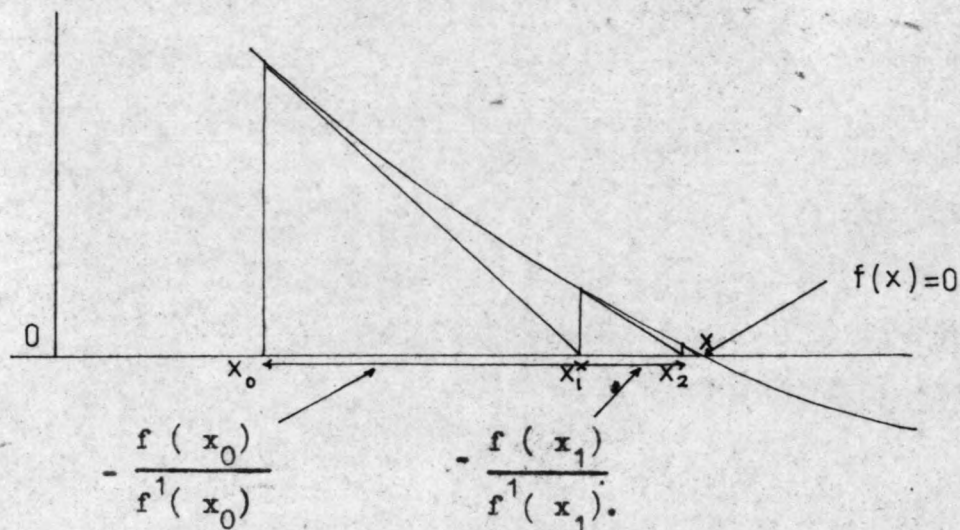
Bijvoorbeeld: $f(x) = 0 \rightarrow$ nu kan men de wortels van de vergelijking met de formule benaderen.

$$x = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}.$$

Men zal in het algemeen niet onmiddellijk hiermee x kunnen berekenen, maar zal toch indien deze iteratie convergeert een betere benadering x_1 van x worden gevonden dus:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \dots \dots (8).$$

Zetten we dit nu in een figuur.



Nu kan x_1 weer in de formule gestopt worden, om een nog betere benadering x_2 te verkrijgen enz.

Met de iteratie kan gestopt als $f(x_n)$ voldoende klein is, of ≈ 0 , terwijl $f(x_n)/f'(x_n)$ ook voldoende klein moet zijn, zodat x_{n+1} weinig van x_n afwijkt, en x_{n+1} ook wel dicht in de buurt van x zal liggen.

De gevolgen van de keuze van het getal waar beneden $f(x_n)$ en $f(x_n)/f'(x_n)$ dienen te liggen, voor de foutbepaling wordt besproken op bladzijde 23 e.v.

Bovenstaande iteratie methode wordt de Newton Raphson methode genoemd.

HOOFDSTUK III

Gegevens

De gegevens nodig voor de kombergingsberekening, zullen nu eerst worden besproken. Zoveel mogelijk is dezelfde notatie aangehouden, als in het programma toegepast. Waar dit voor de duidelijkheid anders is gedaan wordt dat vermeld. Gebruikt is het kg - m - s stelsel hoewel men elk stelsel in het programma kan gebruiken.

- o Allereerst dient de buiten waterstand in grootte en tijd bekend te zijn, ten opzichte van het 0-vlak.
notatie $h_z [t]$.

t duidt de tijd aan. In het programma wordt hiervoor i gebruikt. De buiten waterstand dient in Fourier - reeks - termen bekend te zijn: Het aantal termen kan willekeurig zijn.

$$h_z [t] : = \sum_s \hat{h} [s] * \sin (W [s] * t - Q [s] .)$$

De positive richting in het assenstelsel naar boven genomen.

- $\hat{h} [s]$ amplitude,
- $W [s]$ hoeksnelheid in radialen per minuut,
- $\phi [s]$ fase verdraaiing in radialen,
- t tijd in minuten

- o De breedte van het sluitgat.
notatie b . In het programma is dit k .
- o Gemiddelde buiten waterstand-hoogte boven de drempel, of beter: hoogte 0-vlak van de buitenwaterstand tot kruin hoogte overlaat. De positieve asrichting in het assenstelsel wordt naar beneden genomen.
notatie p .

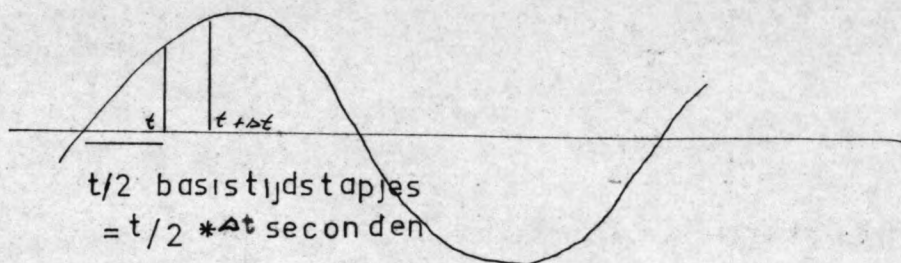
• tijdstapje

notatie Δt

De gehele getijkromme wordt in een aantal basis tijdstapjes t onderverdeeld.

De aanduiding t (in het programma i) geeft de tijd aan vanaf het begin, en komt overeen met $t/2$ basis tijdstapjes;

l is het getal waarmee t verhoogd wordt bij elk nieuw tijdstapje. Dit kan 2 zijn, bij een basistijdstapje, of ook bijvoorbeeld 10, indien 5 basistijdstapjes tegelijk gekozen worden.



dus

$$t = t \longleftrightarrow t/2 * \Delta t \text{ sec.}$$

$$t + \Delta t \longleftrightarrow t+1 \longleftrightarrow (t+1)/2 * \Delta t \text{ sec.}$$

$$\Delta t \longleftrightarrow 1 \longleftrightarrow \frac{1}{2} * \Delta t \text{ sec.}$$

indien voor x het aantal seconden, behorende bij het basistijdstapje genomen wordt.

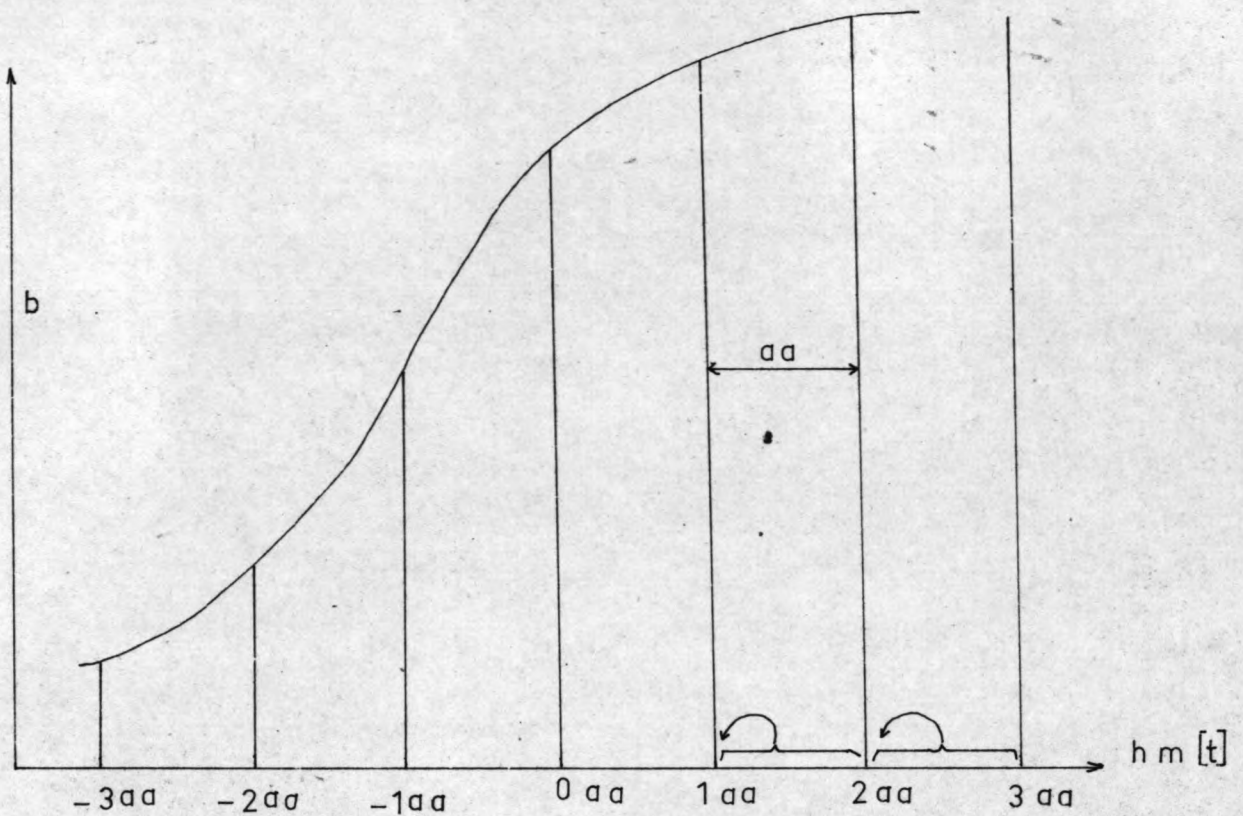
• μ is de afvoer-coëfficiënt.

In het programma wordt μ^2 gebruikt ($\frac{v^2}{2g\mu} = h$)

en aangeduid met mu .

• De komoppervlakte.

Afhankelijk van de binnenwaterstand zal over het algemeen de komoppervlakte van grootte veranderen.



notatie: B in het programma is dit b.

Omdat, zoals op bladzijde besproken wordt, steeds met gemiddelde snelheden en hoogten in het tijdje Δt wordt gewerkt, is het wenselijk dan ook de B, behorende bij de gemiddelde binnenwaterstand te nemen.

We willen nu de kombergingsoppervlakte weten bij $(hm [t] + hm [t+1]) / 2 = y$. De waterstandstapjes, waarbij dus de B varieert, zie figuur, worden gelijk van grootte gekozen.

Om nu op eenvoudige wijze de B, behorend bij y te bepalen, dient er voor gezorgd te worden, dat als y in een bepaald vakje ligt (bijvoorbeeld tussen 2aa en 3aa) aan dat vakje op een e nduidige manier een nummer U wordt gegeven.

Dit gaat als volgt:

$$U(\text{in het programma: } =t) = (y - aa/2) / aa$$

U wordt naar een geheel getal afgerond:

$$U - 0,5 < U < U + 0,5.$$

Elk punt in een bepaald vakje heeft dan het nummer van de onderste grens. Dus indien y ligt tussen 2aa en 3aa, dan is U=2.

Dit kan in het programma door U "integer" te verklaren.

In het programma kan men nu aan dit nummer ook een komoppervlakte toekennen (door middel van een "array")
Noem deze bijbehorende komberging dan

$$bb [U]$$

Noem de waterstand die hierbij behoort.

$$mi [U]$$

De komoppervlakte bij de waarde y is dan:

$$B := ((y - mi [U]) / aa) * (bb [U+1] - bb [U]) + bb [U].$$

Aldus wordt een lineaire interpolatie van de komoppervlakte verkregen.

Nu is voor de iteratiemethode de afgeleide van b naar de te kiezen onbekende ($hm [t]$ of $v [t]$) nog nodig. (zie later)

Alleen in de y is deze onbekende aanwezig.

$$B' = (bb [U+1] - bb [U]) * y'.$$

$$y = (hm [t] + hm [t+1]) / 2, \text{ zodat}$$

$$y' = \frac{1}{2} (hm [i+1])'.$$

Noem nu $ee = (hm [i+1])'$.

Deze ee staat nu in het programma bij ieder geval (zie later) vermeld).

Andere belangrijke grootheden, welke in het programma voorkomen.

- De binnenwaterstand ten opzichte van p .
notatie $hm [t]$.
- De snelheid op de drempel

$$v [t]$$

Hoofdstuk IV

Toepassing iteratiemethode.

Voor de benadering van $v(t + \Delta t)$ wordt de grootheid $z(j)$ ingevoerd, zodat ook $f(x) = f(z_j)$ wordt

Om het probleem op te lossen is het nodig de verschillende stromings-toestanden te onderscheiden:

- a) instromend; onvolkomen overlaat
- b) instromend; volkomen overlaat
- c) uitstromend; onvolkomen overlaat
- d) uitstromend; volkomen overlaat

A Zie ook bijlage A

Als betrekkingen gelden $\Delta h = v^2/2g \dots\dots(10)$ en $Q + B \frac{dh}{dt} \dots\dots(11)$.

Vergelijking (10) levert, indien Δh naar rechts wordt gebracht, de vergelijking $f(z [j]) = 0$. Zie ook vergelijking (8).

Vergelijking (11) wordt daarin in de h verwerkt.

Op bijlage A is ook de afgeleide van $f(z [j])$ vermeld. Deze is nodig bij de Newton - Raphson methode.

Reeds eerder (blz. 16) is het een en ander vermeld over de komoppervlakte. Daarbij moet de afgeleide van $hm [t+1]$ naar $z [j]$ worden berekend. Echter toen was er nog niets gezegd over de keuze van $z [j]$, maar nu dat wel zo is, kan ook de afgeleide van $hm [t+1]$ worden berekend. Deze wordt genoemd en wordt bepaald met behulp van vergelijking $\dots\dots(12)$. Zie bijlage A.

B Zie ook bijlage B.

Instromend volkomen overlaat.

Deze toestand treedt op als de hoogte van de buiten waterstand boven de drempel, die van de binnen waterstand, ook t.o.v. bovenkant der drempel, minstens 1,5 x overtreft.

De formules welke deze situatie weergeven zijn

$$\frac{v^2}{2g\mu^2} = \frac{v^2}{2g} \mu = 1/3 (p + hz).$$

$$Q = B \frac{dh}{dt}$$

De snelheid en debiet is onafhankelijk van de binnen waterstand, dus ook van het kombergings oppervlak.

C Uitstromend onvolkomen overlaat. Zie ook bijlage C

Vergelijkingen: $Q = B \frac{dh}{dt}$

$$\Delta h = v^2 / 2g\mu^2$$

De benadering van de snelheid vindt weer plaats met $z [j]$, terwijl Δh weer bepaald wordt uit:

$$hz [t + 1]$$

$$hm [t] \text{ en de verandering van de binnenwaterstand,}$$

berekend met gemiddelde snelheden en waterstanden in het tijdje Δt .

D Uitstromend volkomen overlaat. Zie ook bijlage D

Deze toestand treedt op als de hoogte van de binnenwaterstand, die van de binnenwaterstand minstens 1,5 maal overtreft, of indien de buitenwaterstand een lager peil heeft als de hoogte van de overlaat.

De situatie kan worden beschreven met de formules

$$\frac{v^2}{2g\mu^2} = 1/3 (p + hm) \dots\dots(14)$$

$$Q = B \frac{dh}{dt}$$

De uitwerking is op de bijlage te vinden. De moeilijkheid bij dit geval was, dat met $hm [i + 1]$ gerekend moet worden, terwijl deze echter nog niet bekend is. Met behulp van bovenstaand vergelijkingen werd

$hm[i + 1]$ berekend als vorige hoogte + gemiddelde snelheid * breedte
sluitgat * tijdje * gemiddelde hoogte boven de drempel (of gemid-
deld doorstroom profiel / m^1) / komberging.

Voor het gemiddelde stroom profiel is weer $hm[t + 1]$ nodig: deze
werd nu alleen uit vergelijking (14) berekend. (Zie ook bijlage).

HOOFDSTUK V

Stabiliteit.

Het iteratie-proces berust in principe op het vinden van de wortel ξ van de vergelijking $f(x)=0$, door middel van het steeds opnieuw uitrekenen van de voorwaarde $F(x)=x$, waarbij de uitkomst van de vorige berekening gebruikt wordt voor de nieuwe berekening, of algebraïsch

$$x_{j+1} = F(x_j) \dots\dots (20).$$

j is een rangnummer.

Indien nu deze herhaalde berekening leidt tot een convergentie naar de wortel van $f(x)$, ($x = \xi$), dan kan gesteld worden dat de fout bij iedere iteratie kleiner wordt.

Deze fout kan men als volgt opschrijven:

$$\mathcal{E}_j = \xi - x_j \dots\dots (21).$$

Stel nu dat $F(x)$ in de buurt van $x = \xi$ in een reeks van Taylor ontwikkeld kan worden:

$$F(x) = F(\xi) + \frac{x - \xi}{1!} F'(\xi) + \frac{(x - \xi)^2}{2!} F''(\xi) + \dots\dots (22).$$

Hierin is $F(\xi) = \xi$, is de werkelijke wortel in de vergelijking $f(x)=0$ (terwijl dus (20) $F(x_j) = x_{j+1}$.)

We kunnen ook schrijven:

$$(20, 21, 22) \rightarrow x_{j+1} = \xi - \mathcal{E}_{j+1} = F(\xi - \mathcal{E}_j) = F(\xi) - \frac{\mathcal{E}_j}{1!} F'(\xi) + \frac{\mathcal{E}_j^2}{2!} F''(\xi) + \dots\dots$$

$$\text{of } \mathcal{E}_{j+1} = \mathcal{E}_j F'(\xi) - \frac{1}{2} \mathcal{E}_j^2 F''(\xi) \dots\dots (23).$$

Voor het Newton Raphon proces geldt de betrekking

$$x_{j+1} = x_j - f(x_j) / f'(x_j)$$

zodat (20 \rightarrow) $F(x_j) = x_j - f(x_j) / f'(x_j) \dots\dots (24)$ en dus

$$(24 \rightarrow) \quad F'(x_j) = \frac{f(x_j) f''(x_j)}{(f'(x_j))^2} - \dots \dots (25)$$

Voor $x_j = \xi$, zal indien $f'(\xi) \neq 0$, $F'(x_j) = 0$ worden, immers dan is $f(\xi) = 0$.

Voor kleine waarden

van $F'(x_j)$ geldt dan $(23 \rightarrow) \mathcal{E}_{j+1} \approx -\frac{1}{2} \mathcal{E}_j^2 F''(\xi) \dots \dots (26)$.

Nu convergeert het proces indien $|\mathcal{E}_{j+1}| < |\mathcal{E}_j| \dots \dots (27)$, of ook indien $(26, 27 \rightarrow)$

$$|\frac{1}{2} \mathcal{E}_j F''(\xi)| < 1.$$

Gaan we dit nu voor deze berekening na.:

$$F(x_j) = x_j - \frac{f(x_j)}{f'(x_j)}$$

Voor $f(x_j)$ worden eenvoudige formules genomen (in de vorige beschouwingen was dit $f(z(j))$): geen gemiddelde snelheden of door stroom profielen.

Genomen worden de formules voor het geval uitstromend onvolkomen. Andere gevallen gaan eender, doch worden niet behandeld, omdat dit ongeveer hetzelfde resultaat zal geven.

$$f(x_j) = \frac{x_j^2}{2g} + hz(t + \Delta t) - hm(t) - \frac{b \times \Delta t}{B} \times x_j \times (p + hz(t + \Delta t))$$

$$F'(x_j) = 1 - \frac{(f'(x_j))^2 - (f(x_j)) \times (f''(x_j))}{(f'(x_j))^2} = \frac{f(x_j) \times f''(x_j)}{(f'(x_j))^2}$$

$$F''(x_j) = \frac{\{(f'(x_j))^2 \times (f'(x_j) \times f''(x_j) + f(x_j) \times f'''(x_j)) - 2 \times f(x_j) \times f''(x_j) \times f'(x_j)\}}{(f'(x_j))^4}$$

$$F''(x_j) =$$

$$\frac{(f'(x_j)) * ((f'(x_j)) * (f''(x_j)) + (f(x_j)) * (f'''(x_j))) - 2(f(x_j)) * (f''(x_j))^2}{(f'(x_j))^3}$$

$$f'(x_j) = \frac{x_j}{g} - \frac{b * \Delta t}{B} (p + hz(t + \Delta t))$$

$$f''(x_j) = \frac{1}{g}$$

$$f'''(x_j) = 0 \text{ noem } p + hz = d$$

Nu mocht $F''(x_j)$ niet = ∞ worden

daartoe moet $(f'(x_j))^3$ niet = 0 worden

of $f'(x_j) \neq 0$

$$\frac{x_j}{g} - \frac{\Delta t \cdot b}{B} (p + hz(t + \Delta t)) \neq 0$$

Dit was het geval uitstromend, dus x_j is negatief, daarmee zal de hele term altijd negatief : en dus $\neq 0$ zijn.

Ook voor de andere gevallen blijkt dit goed te gaan.

Zodat voor voldoende kleine \mathcal{E}_j , $\left| \frac{1}{2} \mathcal{E}_j F(x_j) \right|$ kleiner dan 1 kan zijn.

In de praktijk blijken zich dan ook geen moeilijkheden voor te doen, hoewel soms bij kenteringen een enkele maal meer itereren nodig is.

Van belang uit dit hoofdstuk is nog vergelijking (26)

Hieruit blijkt dat indien $\mathcal{E}_j = 10^{-r}$, dat dan $\mathcal{E}_{j+1} \approx 10^{-2r}, \dots (28)$

zodat de fout ongeveer kwadratisch afneemt.

HOOFDSTUK VI

Iets over de fout, waarmee men rekening dient te houden.

Het verband tussen de geeiste nauwkeurigheid en de gekozen tijdstap.

Paragraaf 1.

Fouten (kleine fouten) waardoor afwijkingen van de juiste uitkomst ontstaan, kunnen op verschillende manieren optreden.

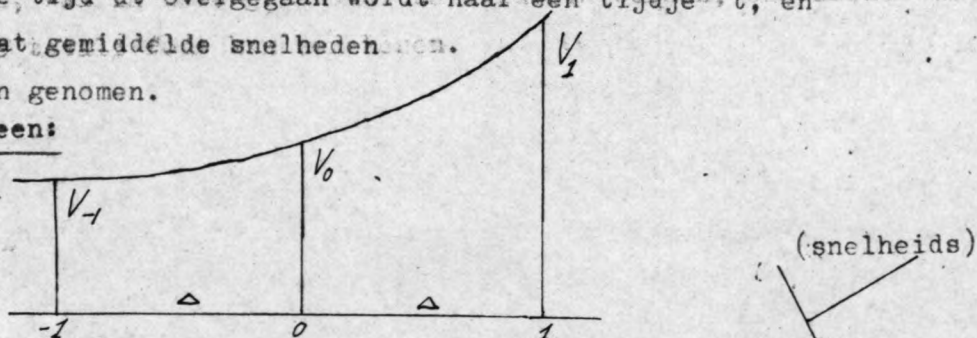
In het algemeen kan men onderscheiden:

- Afwijkingen ten gevolge van inherente fouten
- Afwijkingen ten gevolge van afrondingsfouten
- Afwijkingen ten gevolge van proces fouten.

Inherente fouten, zijn fouten in de gegevens, waarvan men uitgaat. Afrondingsfouten zijn fouten die ontstaan doordat getallen niet met een voldoende aantal decimalen verwerkt (kunnen) worden. Procesfouten worden veroorzaakt doordat verschillende analytische formules door benaderingsformules worden vervangen.

Allereerst de fout die ontstaat, doordat van een oneindig kleine tijd Δt overgegaan wordt naar een tijdje t , en doordat gemiddelde snelheden v worden genomen.

Algemeen:



v_{-1} is het vorige door iteratie gevonden punt van de kromme.
 v_1 is het volgende te itereren punt
(2Δ komt in ons geval overeen met Δt).

Men kan nu de waarden v_{-1} en v_1 als reeksen van Taylor met v_0 als basis opschrijven. Door aftrekking ont staat een betrekking voor

het snelheidsverschil tussen de twee tijdstippen.

$$V_1 = V_0 + V_0' \cdot \Delta + \frac{V_0'' \cdot \Delta^2}{2} + \frac{V_0''' \cdot \Delta^3}{6} + \frac{V_0'''' \cdot \Delta^4}{24} + \frac{V_0''''' \cdot \Delta^5}{120} \dots$$

$$V_{-1} = V_0 - V_0' \cdot \Delta + \frac{V_0'' \cdot \Delta^2}{2} - \frac{V_0''' \cdot \Delta^3}{6} + \frac{V_0'''' \cdot \Delta^4}{24} - \frac{V_0''''' \cdot \Delta^5}{120} \dots$$

$$V_1 - V_{-1} = 2 \cdot V_0' \cdot \Delta + \frac{V_0''' \cdot \Delta^3}{3} + \frac{V_0''''' \cdot \Delta^5}{60} \dots$$

Indien nu V_0' bekend is in de vorm $G(V_0, t)$, waarin voor

V_0 desnoods $\frac{V_{-1} + V_1}{2}$ of iets dergelijks mag staan, dan geldt:

$$V_1 - V_{-1} - 2 \frac{G(V_1 + V_{-1}, t)}{2} - \frac{\Delta^3}{3} G'''(\frac{V_1 + V_{-1}}{2}, t) - \dots = 0 \dots (29).$$

$$\text{en } V_1 - V_{-1} - 2 \frac{G(V_1 + V_{-1}, t)}{2} + \beta_1 = 0.$$

β_1 is dan de fout die we maken door niet vergelijking $29=0$ te stellen, maar alleen de eerste 3 termen te nemen, en dit = 0 te stellen.

($G(V_0, t)$ kan met ^{de} vergelijking ^{voor} $f(z(j))$ bepaald worden). (zie later)

Echter in de praktijk worden deze drie eerste termen bij elkaar niet = 0 gesteld, maar kleiner of gelijk een bepaalde kleine waarde genomen; hierdoor ontstaat een fout β_2 (zie ook bladzijde 30)

Voorts ontstaan fouten doordat, als de eerste drie termen wél samen = 0 genomen zouden worden, de benaderde waarde toch niet goed is, doordat in de basis gegevens en de formules een onnauwkeurigheid ten opzichte van de werkelijkheid schuilt. Noem de fout hier door β_3 . Dit is dus afgezien van het vorige.

dus
$$\beta_1 = \frac{\Delta^3}{3} G'''(\frac{V_1 + V_{-1}}{2}, t) \text{ (procesfout).}$$

β_2 = de maximale fout, doordat $V_1 - V_{-1} - 2\Delta G \neq 0$ (procesfout).

$$\beta_3 = \frac{V_1 - V_{-1} - 2G \left(\frac{V_1 + V_{-1}}{2}, t \right)}{3}, \text{ waarin nu alleen de fouten}$$

in de verschillende grootheden dienen te worden ingevuld (inherente en afrondingsfouten).

De totale fout β , is dan: $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3$.

Paragraaf 2.

Voordat op de foutberekening door wordt gegaan, wordt eerst het verband duidelijk gemaakt tussen:

G , V en Δ zoals die in bovenstaande formules voorkomen, en de grootheden die gebruikt worden bij dit probleem.

V_{-1} - komt overeen met de snelheid $v(t)$

V_{+1} - komt overeen met de te benaderen nieuwe snelheid $v(t+1)$

V_0 - is een gemiddelde van deze twee snelheden.

Δ - is een half tijdstapje.

G is een functie welke de verandering van de snelheid per tijd-eenheid aangeeft, dus $= \frac{\Delta v}{\Delta t}$ of $\frac{dv}{dt}$.

Voor het benaderen van een oplossing van de vergelijking $f(z(j)) = 0$ werd de formule van Newton Raphson gebruikt.

$$v(t+1) = \frac{z(j) - f(z(j))}{f'(z(j))}$$

indien $f/f' <$ bepaalde waarde.

Hierin is $f(z(j))$ een functie waarin de voorwaarden, nodig voor het oplossen van het probleem zijn verwerkt. Deze $f(z(j))$ nadert tot 0 bij iteratie en is exact = 0, indien de iteratie oneindig lang door gevoerd zou worden.

Stel nu $f(z(j)) = 0$

Door differentieren kan hieruit nu een $\frac{dv}{dt}$ bepaald worden.

Genomen wordt het geval onvolkomen - uitstromend

Hierbij wordt ter vereenvoudiging $\mu = 1$ gesteld, en de berging constant gehouden.

$$f(z(j)) = \frac{(v_1)^2}{2 \cdot g} + hz_1 - hm_{-1} - \frac{b \cdot \Delta t}{B} \left(\frac{v_1 + v_{-1}}{2} \right) \cdot (p + hz_0) = 0$$

differentieren naar t levert:

$$\frac{2 \cdot v_1}{2 \cdot g} \cdot \frac{dv_1}{dt} + \frac{dhz_1}{dt} - \frac{dhm_{-1}}{dt} - \frac{b \cdot \Delta t}{B} \left(\frac{dv_1 + dv_{-1}}{2 dt} \cdot (p + hz_0) + \frac{v_1 + v_{-1}}{2} \cdot \left(\frac{dhz_0}{dt} \right) \right) = 0$$

Nu zal $\frac{dv_1}{dt}$ van $\frac{dv_{-1}}{dt}$ over het algemeen slechts weining afwijken, vooral omdat de tijdstap over het algemeen vrij klein zal blijken te zijn, zo ook $\frac{dhz_1}{dt} = \frac{dhz_0}{dt}$

dan

$$\frac{v}{g} \cdot \frac{dv}{dt} + \frac{dhz}{dt} - \frac{dhm}{dt} - \frac{b \cdot \Delta t}{B} \left(\frac{dv}{dt} \cdot (p + hz) + \frac{v_1 + v_{-1}}{2} \cdot \left(\frac{dhz}{dt} \right) \right) = 0, \text{ of}$$

$$\frac{dv}{dt} \cdot \left(\frac{v}{g} - \frac{b \cdot \Delta t}{B} \cdot (p + hz) - \left(\frac{v_1 + v_{-1}}{2} - 1 \right) \cdot \frac{dhz}{dt} - \frac{dhm}{dt} \right) = 0$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\frac{dhm}{dt} + \left(\frac{v_1 + v_{-1}}{2} - 1 \right) \cdot \frac{dhz}{dt}}{\left(\frac{v}{g} - \frac{b \cdot \Delta t}{B} \cdot (p + hz) \right)}$$

Het gaat hier nu niet om een exacte formule, maar om een formule, waarin alle mogelijke fouten ingestopt kunnen worden. Het is hierbij dan niet ernstig indien enkele dingen verwaarloosd of benaderd worden.

Zo is bijvoorbeeld $\frac{dhm}{dt}$ moeilijk te bepalen, en wordt daarom vervangen door $\frac{1}{2} \frac{dhz}{dt}$ hetgeen slechts een geringe fout zal zijn.

Verder wordt v_1 en v_{-1} aan elkaar gelijk gesteld.

$$\text{dan: } \frac{dv}{dt} = \frac{\left(\frac{1}{2} - v\right) \cdot \frac{dhz}{dt}}{\left(\frac{v}{g} - \frac{b \cdot \Delta t}{B} \cdot (p+hz)\right)}$$

$$hz = A \cdot \cos(Wt - \zeta)$$

$$\frac{dhz}{dt} = -A \cdot W \cdot \sin(Wt - \zeta)$$

$$\text{dan: } \frac{dv}{dt} = \frac{\left(\frac{1}{2} - v\right) \cdot A \cdot W \cdot \sin(Wt - \zeta)}{\left(\frac{v}{g} - \frac{b \cdot \Delta t}{B} \cdot (p + A \cos(Wt - \zeta))\right)} \dots\dots(30).$$

Paragraaf 3

De fout β_1 .

$$\beta_1 = \frac{\Delta^3 \cdot G''(\dots)}{3}$$

waarin $\Delta = \frac{1}{2}$ tijdstapje, dus $\frac{1}{2} \Delta t$, in seconden.

Vergelijkingen (30) moet nu nog twee maal naar t worden gedifferentieerd.

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\left(\frac{1}{2} - v\right) \cdot A \cdot W \cdot \sin(Wt - \zeta)}{\left(\frac{v}{g} - \frac{b \cdot \Delta t}{B} \cdot (p + A \cdot \cos(Wt - \zeta))\right)}$$

$\frac{d^2 v}{dt^2}$ en $\frac{d^3 v}{dt^3}$ staat op bijlage E uitgeschreven.

Zoals reeds eerder gezegd, gaat het niet om een exacte berekening, maar om een globale bepaling van de max. fout. Ook zijn de formules te lastig, om de invloeden van de verschillende grootheden duidelijk te zien.

Stel daarom een aantal waarden:

- A = 1 meter.
- v = 1 m/sec.

$$\begin{aligned}
 g &= 10 \\
 b &= 1000 \\
 p &= 5 \\
 B &= 50 \cdot 10^6 \\
 \Delta t &= 300 \text{ sec.} \\
 W &= \text{rad./sec} = \frac{2\pi}{(12 \times 60 \times 25) \times 60} = 0,00015 \text{ rad/sec.}
 \end{aligned}$$

Stel dat de hz juist maximaal is, dan is de afgeleide van hz naar de tijd juist = 0 enz.

De formules worden dan heel eenvoudig (zie bijlage F)

$$\text{Dan is } \frac{dv}{dt} = 0 \quad (\text{zie bijlage G})$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 0,0000002.$$

$$\frac{d^2v}{dt^2} = 0,00000000075.$$

Dan is de fout dus:

$$\frac{\left(\frac{\Delta t}{2}\right)^3 \cdot 0,750 \cdot 10^{-9}}{3} = \frac{10^6 \cdot (1,5)^3}{3} \cdot 0,750 \cdot 10^{-9} = 10^{-3} \text{ m/sec.} = 1 \text{ mm/sec.}$$

Voor een groter kombergings gebied zal deze fout kleiner zijn doch bij groter tijdstapjes zal de fout groter worden.

Nu een tijdstap van 900 sec.

(Zie bijlage G)

$$\frac{dv_1}{dt} = 0$$

$$\frac{d^2v}{dt^2} = 0,0000025$$

$$\frac{d^3v}{dt^3} = 0,5 \cdot 10^{-6}$$

De fout = abnormaal groot

Het blijkt dus volgens deze berekening dat 15 min. te groot is.

Een stapgrootte van 10 min. zal nog wel gaan.: de fout wordt dan enkele cm's/sec. (Zie bijlageH)

$$\frac{dv}{dt} = 0$$

$$\frac{d^2v}{dt^2} = 10^{-6}$$

$$\frac{d^3v}{dt^3} = 15 \cdot 10^{-9} \quad \text{fout} \quad 5 \text{ cm/sec.}$$

Een groter kombergings gebied echter zal deze fout sterk doen afnemen.

Voorbeeld: 2 x zo groot gebied:

$$\text{Dan is } \frac{dv}{dt} = 0$$

$$\frac{d^2v}{dt^2} = + 0.000.0002$$

$$\frac{d^3v}{dt^3} = - 0.75 \cdot 10^{-9}$$

Dezelfde uitkomsten als bij het eerste geval.

Het blijkt dus dat bij evenredige vergroting zowel van het tijdstapje als van de oppervlakte van het gebied de fout ongeveer hetzelfde blijft.

Bij een fout van 1mm/sec. geldt dus dat:

$$\Delta t = 300 \cdot n$$

$$B = 50 \cdot 10^6 \cdot n$$

$$\text{terwijl } A = 1.$$

$$b = 1000$$

$$p = 5.$$

Paragraaf 4.

De fout. β_2

doordat $v_1 - v_{-1} = -2\Delta G \neq 0$

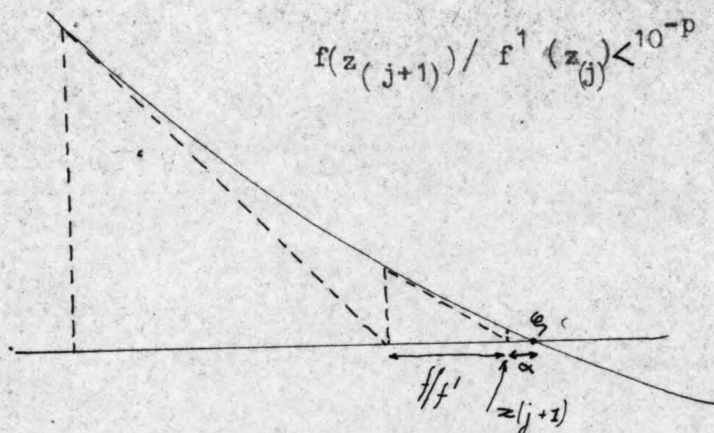
Dit komt doordat: de snelheid (=v) berekend wordt door de vergelijking

$z(j+1) = z(j) - c/d$ te itereren totdat c/d en δ beide kleiner zijn dan een bepaalde waarde 10^{-p}

De snelheid $v(t + \Delta t)$ zal dan niet helemaal berekend zijn, doch een waarde α met de werkelijke $v(=v)$ schelen.

De grootte van α wordt in onderstaande beschouwing nagegaan.

Wat betekent dus de voorwaarde.



Het voldoen aan deze voorwaarde doet het iteratieproces ophouden.

De vraag is nu, hoever $z_{(j+1)}$ dan verwijderd is van ξ

Stel dat dit α is. Dan is z_j dus $\alpha + f/f'$ verwijderd van ξ

Noem nu $\alpha + f(z_j)/f'(z_j) = \epsilon_j$

Verder geldt nog (zie blz vgl) dat $\epsilon_{j+1} \approx -\frac{1}{2} 10^{-2} * \epsilon_j$

en dus $\alpha = -\frac{1}{2} * 10^{-2} (\alpha + f(z_j)/f'(z_j))$

De fout bij elke oplossing van een nieuw punt van de v-kromme door middel van deze iteratie is dus :

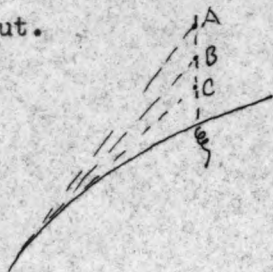
$$-\frac{1}{2} * 10^{-2} * (\alpha + f(z_j)/f'(z_j)) = -\frac{1}{2} * 10^{-2} * (\alpha + 10^{-p})$$

$$\alpha = -1/2 \cdot 10^{-2} (\alpha + 10^{-p}), \text{ dus}$$

$$\alpha = -1/2 \cdot 10^{-(p+2)}.$$

voor $p = 3$, is $\alpha = -1/2 \cdot 10^{-5}$ eenheden. (1 m/sec).

Indien nu benadering van het punt op de v - kromme steeds van één kant plaats vindt, kan nog iets gezegd worden over een cumulative fout.



Indien nu A de eerste benadering is, en B de tweede en z, tot bijvoorbeeld F de laatste, dan zal de fout zijn $F - \xi$, en deze fout zal een positief teken hebben.

Zo zal in het gehele concave gebied de fout een positief teken hebben, terwijl in het gehele convexe gebied dit juist andersom zal zijn.

Het is zeer de vraag of nu alle fouten bij elkaar opgeteld mogen worden, maar stel nu dat dit, voor het ongunstige geval, zeker mogelijk is.

Deze totale fout is dan afhankelijk van het aantal tijdstapjes, waarmee een concaaf, respectievelijk convex gebied genomen wordt. Bij grotere tijdstappen, dus minder tijdstapjes, zou deze fout dan afnemen.

Het wel of niet benaderen van de wortel van één kant hangt van het teken van $F^1(x)$.

Als $0 < F^1(x) < 1$, dan zal de benadering van één kant plaats vinden, en anders als $1 < F^1(x) < \infty$ zal de benadering slingerend van beide zijden plaats vinden. (zie literatuur).

Aangezien hier $F^1(x)$ over het algemeen $= 0$ (zie blz 21) is de manier van benaderen niet duidelijk.

Hierom, en om twijfel omtrent het cumulative gedrag is er slechts weinig over deze fout te zeggen, behalve dan, dat ze zeer klein is als $p \gg 3$: bij cumulative benadering van één kant, $p = 3$, en bij een tijdstapje van 5 min, voor het M-2 getij bedraagt de fout ca 0.5 mm/sec.

Paragraaf 5.

De fout.

β_3

Deze fout is het gevolg van onnauwkeurigheid in de toegediende gegevens, als bijvoorbeeld

de fout in h_z , doordat een beperkt aantal componenten opgegeven worden.

de fout in h_m , doordat zich in het af te sluiten gebied in werkelijkheid een verhang instelt, zodat de waterhoogte niet overal evenveel bedraagt.

De fout in de breedte van het sluitgat, doordat deze breedte wisselt, al naar gelang het getij.

De fout in het kombergingsoppervlak.

Ook door wervelstraten op de drempel ontstaan afwijkingen. Echter deze fouten kan men eigenlijk niet als gevolg van de berekening zien : berekend wordt een geval volgens opgegeven gegevens.

Zijn deze gegevens nu niet juist dan berekent men een ander geval of is de kombergingsberekening niet geschikt (vooral grote gebieden).

Toch kan men de invloed van eventuele fouten wel nagaan.

De fout berekening wordt beperkt tot de fouten in bovenstaande grootheden, en respectievelijk $\gamma, \rho, \lambda, \nu$ genoemd.

De afgeleide vergelijking voor $V_1 - V_{-1} = 2 \Delta G \left(\frac{V_1 + V_{-1}}{2}, t \right)$.
waarin voor G genomen is:

$$\frac{dh_m}{dt} + (1-\nu) * A.w.\sin(\omega t - \xi)$$
$$\nu/g = \frac{b * \Delta t * (p+A \cos(\omega t - \xi))}{B}$$

De invloed van bovenstaande fouten op de snelheid V_1 dient nu te worden nagegaan.

Zie daarvoor het ^{ook} diktaat Technisch Rekenen D.J.A. Zaat.

Stel dat V_{+1} de nieuwe snelheid is, in het geval waarbij de in het voorafgaande besproken afwijkingen niet gelden, en dat V_{+1}^* de nieuwe snelheid is, als bovengenoemde afwijkingen aanwezig zijn.

$$\text{dan: } V_{+1} - V_{-1} - 2 \Delta G\left(\frac{V_{+1} + V_{-1}}{2}, t\right) = 0$$

$$V_{+1}^* - V_{-1} - 2 \Delta G^*\left(\frac{V_{+1}^* + V_{-1}}{2}, t\right) = 0$$

Veronderstel dat V_{-1} in beide gevallen dezelfde is, dan geeft onderlinge aftrekking van de twee uitdrukkingen:

$$V_{+1}^* - V_{+1} + 2 \Delta G(V_{+1} - G^*(V_{+1}^*)) = 0$$

$$\text{waarin } G(V_{+1}) = G\left(\frac{V_{+1} + V_{-1}}{2}, t\right)$$

$$\text{en } G^*(V_{+1}^*) = G^*\left(\frac{V_{+1}^* + V_{-1}}{2}, t\right)$$

Ook kan men schrijven:

$$V_{+1}^* - V_{+1} + 2 \Delta \frac{G(V_{+1}) - G(V_{+1}^*)}{V_{+1} - V_{+1}^*} + \frac{G(V_{+1}^*) - G^*(V_{+1}^*)}{V_{+1} - V_{+1}^*} = 1$$

De onderstreepte termen kunnen met behulp van een reeks van Taylor worden geschreven als:

$$\frac{dG}{dV_{+1}} (V_{+1}^* - V_{+1})$$

Stel dat de onderstippelde termen geschreven kunnen worden als

$G(a, V_{+1}^*) - G(a^*, V_{+1}^*)$, want de verandering in de G kan alleen het gevolg zijn van een fout in de verschillende andere grootheden. Deze grootheden zijn gegroepeerd tot a . ($a^* = a + \Delta a$) Met behulp van een reeks van Taylor, welke men afkapt na de eerste term kan men schrijven

$$\frac{dG}{da} \Delta a$$

De gehele uitdrukking wordt dan

$$V_{+1}^* - V_{+1} + 2 \Delta \frac{dG}{dV_{+1}} (V_{+1}^* - V_{+1}) + 2 \Delta \frac{dG}{da} \Delta a = 0$$

$$\text{of } V_{+1}^* - V_{+1} = - \frac{2 \Delta \frac{dG}{da} \Delta a}{1 + 2 \Delta \frac{dG}{dV_{+1}}}$$

a is een verzameling van grootheden. De term $\frac{dG}{da} \Delta a$ is de verandering van de functie G ten gevolge van de fouten in de verschillende grootheden. Deze fouten zijn onafhankelijk van elkaar.

De verandering in de G kan men dan berekenen als de wortel uit de som van de kwadraten der veranderingen van G tengevolge van de afzonderlijke fouten.

Algemeen

$$\begin{aligned} \text{functies } & f(x, y, z) \\ & f(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z) \end{aligned}$$

Het verschil tussen de twee functies is dan

$$f = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \Delta x \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \Delta y \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \Delta z \right)^2$$

Toepassing

$$G(hz, hm, b, B)$$

$$G(hz + \Delta z, hm + \Delta hm, b + \Delta b, B + \Delta B)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial hz} &= (1-V) \cdot A \cdot w^2 \cos(wt - \phi) \left(\frac{V}{g} - \frac{b \cdot \Delta t}{B} \cdot (p + A \cos(wt - \phi)) \right) - \frac{b \cdot \Delta t}{B} \\ &\quad \cdot A \cdot w \cdot \sin(wt - \phi) \left(\frac{dhm}{dt} + (1-V) \cdot A \cdot w \cdot \sin(wt - \phi) \right) \\ &\quad \left(\frac{V}{g} - \frac{b \cdot \Delta t}{B} \cdot (p + A \cos(wt - \phi)) \right)^2 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial G}{\partial hm} = \frac{d^2 hm}{dt^2}$$

$$\text{Neem nu voor } hm: C \cos(wt - \phi)$$

$$\text{dan is } dhm/dt = -C w \cdot \sin(wt - \phi)$$

$$\text{en } d^2 hm/dt^2 = -C w^2 \cdot \cos(wt - \phi)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial b} &= \left(\frac{dhm}{dt} + (1-V) \cdot A \cdot w \cdot \sin(wt - \phi) \right) \cdot \frac{\Delta t}{B} (p + A \cos(wt - \phi)) \\ &\quad \left(\frac{V}{g} - \frac{b \cdot \Delta t}{B} \cdot (p + A \cos(wt - \phi)) \right)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial B} &= - \left(\frac{dhm}{dt} + (1-V) \cdot A \cdot w \cdot \sin(wt - \phi) \right) \cdot \left(\frac{b \cdot \Delta t}{B} (p + A \cos(wt - \phi)) \right) \\ &\quad B^2 \cdot \left(\frac{V}{g} - \frac{b \cdot \Delta t}{B} \cdot (p + A \cos(wt - \phi)) \right)^2 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial G}{\partial V} = -A \cdot w \cdot \sin(wt - \varphi) \left(\frac{V}{g} - \frac{b \cdot \Delta t}{B} (p + A \cos(wt - \varphi)) \right)$$

$$- \frac{1}{g} \left(\frac{dhm}{dt} + (1-V) \cdot A \cdot w \cdot \sin(wt - \varphi) \right)$$

$$\left(\frac{V}{g} - \frac{b \cdot \Delta t}{B} (p + A \cos(wt - \varphi)) \right)^2$$

Voorbeeld:

$$\cos wt = 0; \sin wt = 1; A = 1 \text{ m}; C = 0,5 \text{ m}; b = 1000 \text{ m}; B = 10^8 \text{ m}^2$$

$$w = 0,00015 \text{ rad/sec}; V = 2 \text{ m/sec}; \Delta t = 300 \text{ sec, dus } = 150 \text{ sec}; p = 5 \text{ m}$$

De fout in hz is de fout in A is $\gamma = 0,01 \text{ m}$

De fout in hm is de fout in C is $\eta = 0,01 \text{ m}$

De fout in de breedte van het sluitgat b is $\chi = 10 \text{ m}$

De fout in het kombergingsoppervlak B is $\nu = 10^4 \text{ m}^2$

$$\frac{\partial G}{\partial hz} = 0,0000000084$$

$$\frac{\partial G}{\partial hm} = 0$$

$$\frac{\partial G}{\partial b} = 0,000000028$$

$$\frac{\partial G}{\partial B} = 0,00000000000028$$

$$\frac{\partial G}{\partial V} = 0,00056$$

dan is $\Delta f = 0,00000028$

$$\text{en } v_{+1}^* - v_{+1} = \frac{-2 \cdot 150 \cdot 28 \cdot 10^{-8}}{1 + 2 \cdot 150 \cdot 0,00056} = 0,7 \cdot 10^{-4} \text{ m/sec}$$

Dit is weinig, en daarom is deze fout over het algemeen ook niet belangrijk.

Het blijkt dat de grootte van het tijdstapje in hoofdzaak bepaald wordt door de berekening van β_2 .

Hoofdstuk VII

Het bereiken van het evenwicht.

Doordat de berekening begint met een eerste aanname voor de binnenwaterstand, zal hierdoor een begin fout worden gemaakt. Deze fout echter verdwijnt vanzelf nadat een paar perioden van de buitenwaterstand wordt doorgerekend:

Is de binnenwaterstand te hoog, dan zal er minder stromen, en meer uitstromen, en omgekeerd: is de aangenomen binnenwaterstand te laag, dan zal er meer instromen en minder uitstromen (bij vloed of eb). Dit gaat net zo lang door tot er bij eb evenveel uitstroomt, als dat er bij vloed instroomt.

In dit geval zal dan de evenwicht situatie bereikt worden.

Nu is dit bereiken van de evenwichtstand afhankelijk van de begin fout, het kombergingsoppervlak, de doorstroom opening (breedte en diepte) en de getij-emplutude.

Voor de uitbreiding van een ontwerpgrafiek voor sluitgaten van gebieden met een constant bergingsoppervlak nu, zijn meer dan vierhonderd gevallen doorgerekend worden. Dit bood tevens de gelegenheid om een goede indruk te verkrijgen van het aantal malen dat een periode doorlopen moest worden, voordat er van evenwicht in een bepaald geval gesproken kan worden.

Op bijlage is het gebied; waarin gerekend werd, aangegeven.

Tevens zijn hierop lijnen getekend welke het aantal perioden dat gerekend moet worden aangegeven.

Deze lijnen zijn proberender wijs gevonden:

Een geval dat bijvoorbeeld met vier perioden berekend werd, en waarbij een vermoeden bestond, dat het verkregen resultaat nog niet helemaal juist was, werd overgerekend met meer perioden.

Dit werd voor ongeveer zestig gevallen gedaan, waardoor aan dit onderdeel ca tien minuten rekentijd is besteed.

Niet alle lijnen zijn door bovenstaande methoden gevonden:

de lijnen 4, -5, 6-7, 7-8, -9-10, werden geïnterpolleerd, terwijl de lijnen 12-15, 15-20 geschat werden.

Het tijdstapje, wat bij de berekeningen gebruikt werd, is vijf minuten.

Een ander tijdstapje zal op de snelheid waarmee het evenwicht bereikt wordt niet veel invloed hebben, althans als het tijdstapje zo klein is dat de te benaderen snelheid voldoende nauwkeurig berekend wordt.

Het naar het evenwicht toe bewegen is immers een fysisch proces.

Hoofdstuk VIII

Verklaring van het computerprogramma.

In dit hoofdstuk wordt aan de hand van het protocol het computerprogramma verklaard.

Om dat te vergemakkelijken, worden de regels op het protocol genummerd en wel als volgt: van het begin af: begin 0
begin 1 enz.
tot aan de eerste label: nu begint de nummering bij de label met 0, 1, 2 enz. tot de volgende label.

Zie ook de bijlage waarop zich een stroomschema bevindt. Achter in dit hoofdstuk vindt u een verklaring van alle gebruikte grootheden.

begin (0-2) begin van het programma;
real en integer verklaringen.

begin (3) enkele grootheden, nodig voor de array verklaringen worden van de getallenband gelezen; het maximaal aantal halve basistijdstapjes wordt berekend door het aantal perioden (mn) te vermenigvuldigen met het aantal stapjes in één periode.

begin (4-5) real array verklaringen.

begin (6-20) procedureverklaring, en procedurebody drukken:
Naar dit deel van het programma wordt steeds gestuurd, indien de nieuwe snelheid is berekend en de laatste periode is bereikt.

Afgedrukt worden: het nummer van de tijdstap.

de tijd in minuten vanaf het begin

de buitenwaterstand

de binnenwaterstand

de snelheid

het debiet per seconde

het aantal malen dat een benadering heeft plaats gevonden

het totale debiet vanaf het begin van de laatste periode (dan = 0)

het komoppervlak

de informatie over het al dan niet volkomen overlaat zijn.

Op regel 20 en 21 wordt de "kop" van de uitvoer verzorgd.

begin (22,23) hier wordt het over grote deel van de andere gegevens ingelezen, terwijl de basistijdstap in seconden wordt berekend.

begin (24-31) waarin de buitenwaterstand in het geheugen van de computer wordt gebracht.

negen -0 De breedte van het sluitgat, en de diepte der drempel worden ingelezen. Deze constructie maakt het mogelijk meerdere gevallen van een zelfde komberggebied in een programma berekenen. (bij dezelfde getijkromme).

negen 1-2 Enkele grootheden worden afgedrukt.

negen 3-9 De eerste benaderingen (startwaarden) voor $hm(0)$ en $hm(2)$ worden berekend.

negen 10 De eerste benaderingen (startwaarden) voor de snelheden $v(0)$ en $v(2)$.

negen 11 Mocht ondanks het voorgaande de binnenwaterstand toch nog lager zijn dan de drempelhoogte, dan wordt dat dit stukje programma in orde gemaakt.

negen 12 De startwaarde voor de afgeleide van de hm naar de z_j .

negen - 14 Het getal waarmee het nummer van het tijdstapje verhoogd gaat worden wordt voorlopig op twee gesteld. Verder staat op deze regel het begin van de "lus", waarin het eigenlijke programma bevat is.

negen - 15 De benadering voor de snelheid (z) en de binnenwaterstand worden een voorlopige waarde toegekend (gebaseerd op een rechte lijnige extrapolatie van de vorige twee berekende waarden.

negen - 17 De werkelijke tijdstap wordt met het basistijdstapje berekend; UU krijgt de waarde van de eerste benadering van v. UU is nodig voor de keuze instromend of uitstromend.

negen - 20 Het begin van de "lus" waarin de snelheid in het nieuwe tijdstapje benaderd wordt.

negen-21-30 Achtereenvolgens:

de gemiddelde binnenwaterstand in het nieuwe tijdstapje

de bepaling van t: het nummer wat aangeeft in welk vakje de kombergingsoppervlakte

gezocht moet worden (zie ook beschrijving van het kombergingsgegeven).

Het kombergingsoppervlak

de afgeleide hiervan naar de nieuwe snelheid (z).

negen 31-40 Hierin wordt het geval wat van toepassing is gekozen

instromend onvolkomen

instromend volkomen

uitstromend volkomen

uitstromend onvolkomen

een 0-5 Het programmastukje voor het geval.
volkomen instromend

twee 0-10 Het programmastukje voor het geval.
onvolkomen instromend

drie 0-11 Het programmastukje voor het geval.
onvolkomen uitstromend

vier 0-11 Het programmastukje voor het geval.
volkomen uitstromend

vijf 0-2 De Newton Raphson voorwaarde.
Wordt er aan voldaan dan wordt doorgestuurd naar zeven.
Wordt er niet aan voldaan en is al vele malen benaderd,
dan wordt doorgestuurd naar zes.
Anders (op vijf 3) wordt de "lus" opnieuw doorlopen.

zes Indien deze regel door de computer gebruikt wordt,
betekent het dat er iets mis is: de benadering gaat niet.

zeven 0-1 De nieuwe snelheid wordt gelijk gesteld aan de laatste
benadering.
Als verder nog de laatste te berekenen periode is
bereikt, wordt tot afdrucken overgegaan.

zeven 2-15 Hierin wordt bekeken of het niet mogelijk is naar
een grotere tijdstap over te gaan.

Dit is niet zonder speciale voorzieningen in verband
met de eerste ruwe grafische benaderingen voor v en hm
mogelijk. Deze voorzieningen zijn afhankelijk van wat
bij de overgang naar een nieuwe tijdstap de vorige
tijdstap was. $2 \rightarrow 6$

of $6 \rightarrow 2$

Het is de bedoeling, dat in de buurt van de kenteringen een kleinere tijdstap wordt gekozen (= basistijdstapje).

zeven -16 Het einde van de buitenste "lus". Er wordt teruggegaan naar het begin van de string om de volgende snelheid te gaan benaderen.

zeven 17 Als een volledig geval is afgewerkt wordt teruggegaan naar label negen, al waar nieuwe waarden voor de sluitgat afmetingen worden ingelezen.

Dit gaat zólang door tot er geen getallen meer op de getalband staan.

Het programma breekt dan met een foutmelding af.

Gebruikte grootheden.

a gemiddelde snelheid in een tijdstapje

b kombergingsoppervlak

c $f(z_j)$ in de Newton-Raphson-formule

d $f'(z_j)$ in de Newton-Raphson-formule

e de afgeleid van b naar z_j

g de zwaartekrachtversnelling

k de drempelbreedte

p de diepte van de drempel ten opzichte van het nulvlak van het getij (positief naar beneden)

ij gemiddelde binnenwaterstand in een tijdstapje

q het debiet per seconde

aa waterstandstapje (zie kombergings-gegeven beschrijving)

aaa deel van $f(z_j)$

som grootheid, welke gebruikt wordt bij de berekening van de hz

mu = contractie coëfficiënt in het kwadraat

pi = π

sss grootheid welke gebruikt wordt bij de berekening van de hz
hh doorstroomhoogte boven de drempel
ee afgeleide van hm naar zj
uu wordt gelijk gesteld van zj+1, en dient als hulp voor de
keuze van het stroomgeval

contr grootheid welke gebruikt wordt om de totale q in een
periode te berekenen (bij evenwicht is deze aan het einde
van de periode ca=0)

i nummer van het tijdstapje
j nummer van de benadering
l aantal waarmee i vermeerderd wordt
n totaal aantal tijdstapjes
r basistijdstapje in minuten
s array nummer van de Fouriercomponenten van de buitenwater-
stand
t nummer van op te geven kombergingsoppervlak gegevens
x tijdstapje in seconden

no grootheid welke dient om in geval van een ander eenheid-
stelsel de Newton-Raphson voorwaarde voldoende klein te kiezen

ss bovengrens van s
tt ondergrens t
ttt bovengrens t

nnn aantal halve basistijdstapjes in een periode (van de grootste
Fouriercomponenten)

nn aantal perioden
hz buitenwaterstand
hm binnenwaterstand
v snelheid

z benadering
phi phase verdraaiing
h omplitude
w hoeksnelheid
mi binnenwaterstand waarbij een kombergingsoppervlak gegeven is
bb kombergingsoppervlakken

Hoofdstuk IX

Programma---Gebruiker

Dit programma kan algemeen gebruikt worden, dit wil zeggen:

- 1) elke soort sluiting kan ermee berekend worden (geleidelijk of met behulp van caissons)
- 2) elk wisselend kombergingsoppervlak kan in rekening gebracht worden.
- 3) men kan zoveel getijcomponenten invoeren als men nodig acht.
- 4) elk eenhedenstelsel kan gekozen worden, hoewel het kg-m-s-stelsel wel het eenvoudigste is.
- 5) elke tijdstap kan genomen worden. De tijdstap is echter van invloed op de mogelijke fout. Om deze klein te houden, moet de tijdstap voldoende klein zijn. (zie later)

De nodige gegevens.

Deze zullen in dezelfde volgorde, als waarop deze op de getalband voorkomen worden behandeld.

- 1) nnn = het aantal halve basistijdstapjes waarin de periode, die men wil laten printen (vaak de grootste getijcomponent) opgedeeld kan worden. Voor de grootte van een basistijdstapje, zie later. nnn mag slechts een geheel getal zijn. Indien de opdeling niet helemaal gaat, mag een getal worden opgegeven wat daar ongeveer mee overeenkomt. Bijvoorbeeld: 999 minuten / 5 minuten = $199 \frac{4}{5}$, wordt = 200

- 2) nn = het aantal perioden dat men wil rekenen. Men kan over het algemeen niet volstaan met slechts één periode, omdat bij de berekening een beginfout wordt gemaakt, welke pas na een aantal perioden uit het proces is verdwenen.

Voor het aantal perioden welke men dient te kiezen is op een bijlage een overzicht gegeven van praktisch alle voorkomende gevallen, met daarop aangegeven hoeveel perioden ongeveer nodig zijn. In het algemeen zal dan de evenwichtssituatie bereikt zijn.

3) ss Geeft het aantal Fouriercomponenten aan. Dit dienen er minstens twee te zijn.

- a) de middenstand
- b) de grootste getijcomponent

Voor ss dient dan 1 ingevuld te worden, omdat ss begint te tellen vanaf 0 (0,1,2,3 enz.)

4) tt Het laagste nummer van de grootheid t welke aan het kombergingsoppervlak gekoppeld is.

5) ttt Het hoogste nummer van de grootheid t welke aan het kombergingsoppervlak gekoppeld is.

6) no Is een getal waardoor de voorwaarde voor het voldoende nauwkeurig benaderd zijn van het Newton-Raphson proces gedeeld kan worden, indien men een grotere respectievelijk kleinere waarde wenst. In het algemeen is de voorwaarde nauwkeurig genoeg, zodat voor no = 1 ingevuld kan worden.

7) r Is het basistijdstapje in minuten. Dit mag slechts een geheel getal zijn.

Voor de keuze van r zie men de foutberekening, waar men, afhankelijk van elk geval, de grootte van r kan bepalen.

Aangeraden wordt deze tijdstap niet te groot te kiezen: vijf minuten is over het algemeen wel aan te bevelen; Men dient er voorts rekening mee te houden dat het tijdstapje in het programma verdrievoudigd kan worden: Men rekent dan niet met vijf minuten, maar met vijftien minuten, terwijl vijftien minuten, volgens de foutberekening in vele gevallen al te groot is.

Voorbeeld:

$$\begin{aligned}\text{gebied} &= \text{gemiddeld } 50 \cdot 10^6 \text{ m}^2 \\ \bar{h} &= 1 \text{ m (= amplitude)} \\ p &= 5 \text{ (= drempeldiepte } \div \text{ N.A.P.)} \\ \text{tijdstep} &= 4 \text{ minuten}\end{aligned}$$

Een gemiddelde twee maal zo groot gebied blijkt met een twee twee maal zo grote tijdstep berekend te kunnen worden, indien \bar{h} en p dezelfde blijven.

De nauwkeurigheid blijft dus ongeveer dezelfde als de verhouding gebied ook hetzelfde blijft.

tijdstep. Voor andere gevallen, zie de foutberekening op blz 23

Daarbij is alleen de fout β , van belang.

8)h De amplitude's van de Fouriercomponenten.

Minstens twee dienen er opgegeven te worden.

a) de middenstand ten opzichte van het gebruikte basisvlak (veelal N.A.P.)

b) ss-1 amplituden der sinusvormige componenten

De volgorde waarin de amplituden opgegeven worden is willekeurig.

9)w De hoeksnelheid van iedere component.

Niet de hoeksnelheid zelf maar de verhouding met de hoeksnelheid die behoort bij het M_2 getij moet opgegeven worden.

De hoeksnelheid van het M_2 getij is 2π radialen
12 h 25 min.

Indien de hoeksnelheid, welke bij een bepaalde component behoort = 4π radialen, dan dient 2 opgegeven te worden.
12 h 25 min.

De verschillende getallen dienen in dezelfde volgorde te worden opgegeven als onder 8.

Denkt u er vooral om, dat ook de hoeksnelheid van de middenstand opgegeven wordt ($= 0$).

10) $q = \text{phi}$ De phase verdraaiingen, weer in dezelfde volgorde als onder 8.

De phase verdraaiing in graden opgeven.

In het programma staat $h \cdot \cos(\omega t - \text{phi})$.

Heeft men nu, bijvoorbeeld door middel van een computerprogramma een aantal Fourier componenten van een getijkromme bepaald, en zijn deze componenten als volgt gegeven:

$h \cos(\omega t + \text{phi})$, dan moeten de phi's vermenigvuldigd worden met - 1.

De phase verdraaiing voor de middenstand = 0.

Voor het programma voor de Fourier componenten kan men contact opnemen met de Vloeistofmechanica - staf.

11) aa Het waterstapje van de binnenwaterstand.

men moet zich voorstellen dat de binnenwaterstand, afhankelijk van het getij zich op en neer beweegt. Nu zal bij elke hoogte van die binnenwaterstand een ander kombergingsoppervlak horen.

Dit programma is nu zó gebouwd, dat indien men de binnenwaterstand ten opzichte van het gekozen vergelijkingsvlak (NAP bijvoorbeeld) gaat opdelen in een aantal waterstapjes aa, men een aantal nummers overhoudt: bijvoorbeeld

stel dat het getij zich beweegt van -1.80 tot +1.80 m NAP
en aa = 0.10 m

Stel nu voor dat de binnenwaterstand zich beweegt tussen -2.00 en +2.00 NAP.

Dit is natuurlijk niet zo, maar enige overhoogte is voor het programma nodig.

De nummers (t) die men overhoudt na opdelen door aa, verlopen van -20 tot +20.

Deze uitersten zijn tevens tt en ttt.

Bij elk nummer hoort dus een bepaalde waterstand:

Deze waterstanden nu worden onder (12) opgegeven.

Dus:

- 12)mi De grenswaterstanden
- 13)aa Het waterstandstapje
- 14)mu De afvoercoëfficiënt $\frac{2}{\mu}$
- 15)bb De kombergingsoppervlakken, welke bij de verschillende t's behoren, beginnend bij bb(tt), en eindigend bij bb(ttt).
- 16)g de zwaartekrachtversnelling ($= 9.81 \text{ m/sec}^2$).

17)k,p Een reeks van sluitgatbreedte - drempeldiepte combinaties.
p wordt naar beneden positief genomen (ten opzichte van
basisvlak).

Deze reeks kan men willekeurig lang maken.

Men moet de rekentijd en de te verwachten uitvoer hier wel
op afstemmen.

De rekentijd voor één combinatie is 1 tot 1.5 minuut.

De te verwachten uitvoer is ongeveer $\frac{nnn}{10} + 10$, doch het is
aan te raden deze wat ruimer op te geven.

Deze getallen moeten met het totaal aantal combinaties vermenig-
vuldigd worden. Rekentijd en uitvoer worden als gehele getallen
aan het begin van de getallenband opgegeven.

Uitvoer.

Deze ziet er als volgt uit.

blz. 1 uw draainummer, en naam, de datum
bladzijde aanduiding, uitvoer en rekentijd.

blz. 2 hetzelfde als op blz. 1 behalve uitvoer
en rekentijd.

Een aantal kolommen getallen met boven elke kolom de
verklaring.

Tussen de verklaring en kolommen nog een regel met gegevens.
en enige regels ruimte. Allereerst de verklaring boven de kolommen:

I nummer van de tijdstap
TIJD de tijd in minuten sinds het begin.
HZ(I) buitenwaterstand in meters
HM(I) binnenwaterstand in meters
Q debiet in m³/sec
J aantal benaderingen voordat de benadering voldoende
precies was.

Q totaal totale debiet sinds het begin van de af te drukken
periode in m^3 .
Aan het einde van de periode moet deze weer 0 zijn,
of vrij klein.
Is dit zo, dan is het fysische proces in evenwicht.
Anders dient de berekening herhaald te worden met
meerdere perioden.

Oppervlak in m^2 .

Volkomen of niet VO = volkomen overlaat
NVO = onvolkomen overlaat

- Tussenregel
- 1) de sluitgatbreedte
 - 2) de drempeldiepte $\dot{}$ N.A.P.
 - 3) no : het verhoudingscijfer bij gebruik van een ander
eenhedenstelsel (bij het kg-m-s-stelsel is no=1)
 - 4) de basistijdstap in minuten
 - 5) mu = μ^2 = vaak 1
 - 6) het waterstand stapje (aa)
 - 7) de zwaartekracht - versnelling

Kolommen van getallen

Men dient deze horizontaal te lezen, en vindt dan
de grootheden, behorend bij elk nummer.

Op ogenschijnlijk willekeurig plaatsen, verspringt
het verschil tussen de nummers van 2 naar 6 of anders om
(ook van de tijd). Deze plaatsen zijn met een blanke regel aangegeven.
Bij het in de tekening brengen van verschillende
grootheden, moet men hierop letten.

blz. 3 nummer, naam, datum en bladzijde
getal kolommen.

blz. 4 en volgende idem

Op een willekeurige bladzijde wordt enige ruimte overgeslagen en een nieuwe tussen-regel afgedrukt;

Hierin staat een nieuwe sluitgatbreedte - drempeldiepte combinatie.

De uitvoer hiervan volgt na deze regel, enzovoort.

Op de laatste bladzijde wordt aan het eind van de kolommen afgedrukt. BP READ FEHLER 142

De vertaal en rekentijd in seconden

Een voorbeeld te illustratie.

Hierna volgt op conceptformulier een getalband.

Op dezelfde wijze dient u uw eigen getalband te maken.

Ter verduidelijking is een bijlage dezelfde getalband geschreven, waarbij elk soort nieuw gegeven op een nieuwe regel staat, met daar achter de verklaring.

De geponste getalband en de bijbehorende uitvoer is bijgeleverd.

In te leveren bij de ponsband-administratie:

1. concept voor jobbandje (zie voorbeeld)
2. programmaband
3. concept voor getalband (zie voorbeeld).
4. recept-formulier, waarop naam en draainummer vermeldt staan.
Verder staat hier de volgorde op vermeldt waarin de drie banden ingelezen moeten worden (zie voorbeeld).

