

TRILLINGEN VAN BETONNEN VOETGANGERSBRUGGEN

Master thesis: Structural Engineering

F.N. Beers

14 april 2014

TRILLINGEN VAN BETONNEN VOETGANGERSBRUGGEN

Master thesis
F.N. Beers

Naam: F.N. Beers
Studentnummer: 1532960
Datum: 14 april 2014

Afstudeercommissie:

- prof. dr. ir. D.A. Hordijk, Technische Universiteit Delft
- dr. ir. C. van der Veen, Technische Universiteit Delft
- dr. ir. C.B.M. Blom, Technische Universiteit Delft
- dr. ir. K.N. van Dalen, Technische Universiteit Delft
- ing. W.D. Schutte, Stadsontwikkeling Rotterdam

VOORWOORD

Het laatste deel van mijn opleiding aan de technische universiteit van Delft, richting Civiele Techniek met als specialisatie Betonnen Constructies, heb ik toegewijd aan het afstuderen. Hierbij heb ik de optredende trilling van betonnen voetgangersbruggen onderzocht. Als een brugdek namelijk zeer slank wordt ontworpen is het mogelijk dat er discomfort optreedt wanneer hier personen overheen lopen of rennen. De (versnelling van de) trilling van het brugdek heb ik in kaart gebracht en gekoppeld aan een minimaal benodigde hoogte van het brugdek. Het doel hiervan was om een zo slank mogelijk brugdek te ontwerpen, gebaseerd op de eisen die worden gesteld aan comfort. In het rapport is de oude richtlijn behandeld die in Nederland werd gehanteerd, evenals de richtlijn die momenteel wordt gehanteerd. Vervolgens zijn ook de richtlijnen uit Amerika en Frankrijk getoetst. Het laat zien hoe comfort van gebruikers van de brug in rekening wordt gebracht en wat voor invloed dit heeft op het bepalen van de minimaal benodigde hoogte van het brugdek volgens een bepaalde rekenmethode. Het rapport kan nuttig zijn voor ingenieurs die meer te weten willen komen over dynamische verschijnselen van systemen en de aanpak hiervan.

Vanaf het moment dat ik op de TU van Delft door Kees Blom over dit onderwerp ben geïnformeerd had dit mijn interesse. Kees Blom wil ik bedanken voor de mogelijkheid die hij mij heeft geboden om dit onderzoek te verrichten. Doordat Kees ook werkzaam is bij Gemeente Rotterdam heeft hij mij daar van een werkplek voorzien waar ik veel tijd op de afdeling Engineering heb doorgebracht. Hier kwam ik ook onder begeleiding van William Schutte die ik in het bijzonder wil bedanken voor zijn goede visie op het onderwerp. Het heeft mij geholpen om het totaalplaatje goed te begrijpen en de knelpunten in kaart te brengen. Door zijn goede gebruik van de juiste woorden is hij zeer waardevol voor mij geweest.

Toen de resultaten van de richtlijnen in kaart waren gebracht en de verschillen duidelijk waren, is in het vervolgonderzoek de focus gelegd op de richtlijn die momenteel in Nederland wordt gehanteerd. Hieruit kwam namelijk naar voren dat de zogenaamde joggers, die volgens de Eurocode in rekening moeten worden gebracht, in veel gevallen voor een zeer grote optredende versnelling van het brugdek zorgen die maatgevend is voor de bepaling van de hoogte van het brugdek als comfort wordt beschouwd. Het doel was om de optredende versnelling ten gevolge van de joggers te reduceren door hier een nauwkeurigere beschouwing van te maken. Voor de hulp die ik heb gekregen om dit probleem te benaderen en op te lossen wil ik Karel van Dalen in het bijzonder bedanken. De kennis die hij mij heeft bijgebracht op het gebied van dynamica, om dit probleem niet alleen volgens een computerberekening op te lossen maar óók op de analytische manier, ben ik hem zeer dankbaar voor. Het begrijpen en toepassen van dynamische verschijnselen op dit niveau was nieuw voor mij, maar erg interessant en leerzaam. De commissieleden Dick Hordijk en Cor van der Veen wil ik ook bedanken voor hun kritische bijdrage bij de totstandkoming van dit rapport.

Daarnaast wil ik mijn ouders hartstikke bedanken op wie ik altijd kon rekenen, en die mij hebben gesteund in de keuzes die ik heb genomen.

Delft, 14 april 2014

Frank Beers

SAMENVATTING

Tegenwoordig worden er steeds slankere betonnen voetgangersbruggen ontworpen. Voetgangersbruggen worden slanker ontworpen om de esthetische waarde ervan te vergroten, evenals het implementeren van duurzaamheid en het reduceren van bouwkosten. Echter door het slanker ontwerpen van de brug kan deze een eigenfrequentie krijgen die zodanig laag wordt dat deze in het frequentiegebied terecht komt die vatbaar is voor trillingen die door personen worden opgewekt die zich over de brug voortbewegen. In het geval dat de eigenfrequentie van de brug nagenoeg hetzelfde is als de stapfrequentie van een persoon die zich over het brugdek voortbeweegt kan dit leiden tot zeer grote verplaatsingen.

In het rapport wordt onderzocht of het beschouwen van comfort van korte betonnen voetgangersbruggen een belemmering vormt voor het kunnen toepassen van een kleine hoogte van het brugdek, waarbij de eisen ten behoeve van sterkte en bruikbaarheid buiten beschouwing zijn gelaten.

Om te voorkomen dat discomfort van gebruikers optreedt zijn er comforteisen voor voetgangersbruggen opgesteld. In dit rapport is een vergelijking gemaakt tussen:

- Vervallen norm per april 2012: 'NEN 6723: Voorschriften beton – Bruggen – Constructieve eisen en rekenmethoden'
- Nationale Bijlage Eurocode Nederland: 'EUR 23984 EN – Design of Lightweight Footbridges for Human Induced Vibrations'
 - Single Degree of Freedom Method (SDOFM)
 - Response Spectra Method (RSM)
- Nationale Bijlage Eurocode Frankrijk: 'SETRA Guide – Footbridges – Assessment of Vibrational Behaviour of Footbridges Under Pedestrian Loading'
- Richtlijn Verenigde Staten van Amerika: 'AASHTO – LRFD Guide Specifications for the Design of Pedestrian Bridges'

Uit de vergelijking van de richtlijnen is gebleken dat de berekening van comfort volgens de NEN 6723 en de AASHTO zijn gebaseerd op een relatie tussen de eigenfrequentie- en een minimaal benodigde massa van het systeem, waarbij de NEN 6723 is gebaseerd op het materiaal beton, terwijl de AASHTO onafhankelijk is van het toegepaste materiaal. De comforteis uit NEN 6723 moet worden gebruikt als de eigenfrequentie van de voetgangersbrug kleiner is dan 5 Hz. Verder stelt de NEN 6723 als extra eis dat er geen grotere doorbuiging mag optreden dan 0.25 mm als er een puntlast van 1.5 kN wordt toegepast op het brugdek, terwijl de AASHTO een eis stelt aan de eigenfrequentie van het systeem die minimaal 3 Hz moet zijn.

De Eurocode stelt voor dat een beschouwing ten behoeve van comfort moet worden uitgevoerd als de eigenfrequentie kleiner is dan 5 Hz, waarbij comfort is gebaseerd op een maximaal toelaatbare versnelling van het brugdek, ongeacht materiaal. In het rapport is enkel de verticale richting beschouwd, omdat overige richtingen niet leiden tot een zodanig lage eigenfrequentie dat discomfort kan optreden.

Voor de bepaling van de optredende versnelling volgens de Nationale Bijlage van Nederland wordt aanbevolen de EUR 23984 EN te gebruiken en moet er rekening worden gehouden met een bepaalde voetgangersintensiteit die op de brug aanwezig is, evenals de aanwezigheid van zogenaamde joggers (rennende personen). In de richtlijn wordt de rekenmethode SDOFM en de RSM behandeld, echter is het verschil dat de SDOFM de responsie van het brugdek zowel ten gevolge van voetgangers als joggers beschouwt, terwijl de RSM enkel voetgangers behandelt. De SDOFM is gebaseerd op het één-massa-veer-systeem die comfort beschouwt als (een van) de eigenfrequentie(s) tussen de 1.25 Hz en 4.6 Hz ligt, in tegenstelling tot de RSM die de optredende versnelling met een empirische formule bepaalt in geval dat (een van) de eigenfrequentie(s) in het gebied van 0 Hz t/m 5 Hz ligt (zoals de Eurocode voorschrijft).

De SETRA is eerder uitgebracht dan de EUR 23984 EN en baseert haar berekeningen ook op de SDOFM, waarbij een berekening op comfort wordt uitgevoerd als (een van) de eigenfrequentie(s) van het systeem tussen

de 1 Hz en 5 Hz ligt. Er worden in de SETRA enkel voetgangers in acht genomen en geen joggers. Dit is gebaseerd op de veronderstelling dat de tijdsduur dat joggers op de brug aanwezig zijn niet zal leiden tot discomfort van andere gebruikers, evenals dat de tijd die nodig is om voor joggers de brug te laten resoneren niet genoeg is.

De hierboven genoemde richtlijnen zijn toegepast op een bestaand ontwerp de Hoevebrug. De Hoevebrug is een ingeklemde plaatbrug en is uitgevoerd in betonklasse B65. De resultaten zijn samengevat in de tabel hieronder.

Rekenmethode	Slankheid [-]	Percentage [%]
NEN 6723	1 op 44.2	100
EUR 23984 EN – SDOFM – Voetgangers	1 op 90.3	204.3
EUR 23984 EN – SDOFM – Voetgangers en Joggers	1 op 61.4	138.9
EUR 23984 EN – RSM	1 op 42.1	95.2
SETRA	1 op 84.2	190.5
AASHTO	1 op 70.2	158.8

Vervolgens is een parameterstudie uitgevoerd met behulp van de SDOFM uit de EUR 23984 EN waarin korte voetgangersbruggen zijn behandeld, die een lengte hebben tussen de 10- en 30 meter. Hierin is gekeken naar wat voor invloed verandering van soortelijk gewicht, elasticiteitsmodulus, lengte, oplegging, en hoogte afzonderlijk op de responsie van het systeem hebben. De aanwezige verkeersintensiteit is 0.5 personen/m² zoals in de Eurocode is voorgeschreven.

Hieruit volgt dat de tweede harmonische stapfrequentie van voetgangers (in de EUR 23984 EN omschreven als het gebied 2.3 Hz t/m 4.6 Hz) niet tot nauwelijks leidt tot discomfort vanwege de lage belasting die wordt gegenereerd door de voetganger. Zodoende kan worden gesteld dat deze geen belemmering vormt in de bepaling van de hoogte van het brugdek. Joggers daarentegen leiden in alle gevallen tot een versnelling van het brugdek die zeer groot is, omdat wordt gesteld dat de joggers op de locatie van het brugdek worden geplaatst waar verwacht wordt dat de responsie het grootst is.

Om te controleren of de responsie van het brugdek ten gevolge van de jogger kan worden gereduceerd is deze nauwkeuriger beschouwd. De jogger is gemodelleerd als een voortbewegende harmoniserende puntlast in verloop van tijd op een scharnierend opgelegd systeem, waar de differentiaalvergelijking van het continue systeem is opgesteld en opgelost. Hierbij is gebruik gemaakt van de relatie tussen stapfrequentie, snelheid, en belasting van de jogger. Zodoende is de werkelijkheid van de responsie van het brugdek meer nauwkeurig benaderd. Vervolgens zijn meerdere situaties in beeld gebracht waarin joggers zich tegelijkertijd over het brugdek kunnen voortbewegen, waaruit blijkt dat in veel gevallen de responsie niet of nauwelijks in de buurt komt vergeleken met het resultaat verkregen volgens de SDOFM.

De belangrijkste conclusie is dat de responsie van het systeem ten gevolge van de rekenmethode van de voortbewegende harmoniserende puntlast enkel zeer groot is als de stapfrequentie bijna gelijk is aan de eigenfrequentie van het systeem. Voorwaarden aan deze conclusie is dat alle joggers in dezelfde stapfrequentie rennen en dat de (eventueel aanwezige) onderlinge tijdsintervallen tussen de joggers gelijk zijn aan de periode van de stapfrequentie die de joggers hebben.

Daarnaast is het proces van een optredende versnelling in verticale richting in geval dat personen zich over een voetgangersbrug voortbewegen 'self-limiting'. Hiermee wordt bedoeld dat een persoon zich niet meer kan voortbewegen wanneer de optredende versnelling in verticale richting te groot is. Omdat de persoon zich niet meer voortbeweegt wordt er geen dynamische belasting meer gegenereerd waardoor de constructie uitdempt.

SUMMARY

Nowadays more and more slender concrete footbridges are designed. Footbridges are designed thinner to increase esthetic value, as well as incorporate sustainability and to reduce building costs, with a consequence that the eigenfrequency of the bridge can drop so low that it may fall into a range of frequencies that is susceptible to vibrations caused by human beings who move along the bridge. When the eigenfrequency of the bridge is nearly the same as the stepfrequency of a person who moves along the deck this may lead to large displacements of the bridge.

In this report the consideration of comfort of short-length concrete footbridges is investigated and checked whether this forms a decisive criteria for the determination of the slenderness of the bridge. Requirements of strength and usage are not taken into account.

In order to prevent discomfort of users there are demands for comfort compiled for footbridges. The guidelines being compared in this report are:

- Expired standard since April 2012: ‘NEN 6723: Guidelines Concrete – Bridges – Constructive Demands and Designmethods’
- National Attachment Eurocode The Netherlands: ‘EUR 23984 EN – Design of Lightweight Footbridges for Human Induced Vibrations’
 - Single Degree of Freedom Method (SDOFM)
 - Response Spectra Method (RSM)
- National Attachment Eurocode France: ‘SETRA Guide – Footbridges – Assessment of Vibrational Behaviour of Footbridges Under Pedestrian Loading’
- United States Guideline: ‘AASHTO – LRFD Guide Specifications for the Design of Pedestrian Bridges’

In this comparison it is found that the design calculations according to NEN 6723 and AASHTO are based upon the relation between the eigenfrequency- and a minimum prescribed weight of the bridge, in which the NEN 6723 is based on the concrete material while the AASHTO is independent of the material being used. The requirement for comfort in standard NEN 6723 must be used when the eigenfrequency of the footbridge is below 5 Hz. Besides the rule mentioned, there must also be a load taken into consideration of 1.5 kN, which is not allowed to cause a deformation of 0.25 mm of the deck. Contrary to the AASHTO which additionally requires that the eigenfrequency of the system is at least 3 Hz.

The Eurocode proposes to check comfort when the eigenfrequency of the system is below 5 Hz. Where allowable bridge deck acceleration limits are the basis for design criteria, and the calculation method is independent of the material being used. In this report only the vertical direction is considered, because the other directions do not lead to low frequencies that may cause discomfort.

The National Attachment of The Netherlands recommends EUR 23984 EN guideline that determines the occurring bridge deck acceleration based upon the amount of pedestrians and also so-called joggers (running persons) present on the deck. The design calculations in EUR 23984 EN are the SDOFM and the RSM, where the SDOFM takes both pedestrians and joggers into account, while the RSM only takes pedestrians into account. The SDOFM is based upon the usage of a mass-spring system and states comfort has to be checked when one of the eigenfrequencies falls into the critical range, which is between 1.25 Hz and 4.6 Hz. In contrary, the RSM calculates the occurring acceleration with an empirical formula in case one of the eigenfrequencies is below 5 Hz (as prescribed in the Eurocode).

The guideline SETRA was released earlier than the EUR 23984 EN and also uses the SDOFM. Comfort has to be checked when one of the eigenfrequencies falls in between 1 Hz and 5 Hz, in which case only pedestrians are being taken into account. No joggers are considered because of the assumption that joggers will be present on the

bridge for only a short amount of time, which does not lead to discomfort of other users, and the crossing time of a jogger is less than the time required to resonate the bridge.

The guidelines mentioned above are applied to the case study Hoevebrug which is an existing bridge. The Hoevebrug is a clamped slab bridge constructed in concrete class B65. The results are summarized in the table below.

Guideline	Slenderness [-]	Percentage [%]
NEN 6723	1 op 44.2	100
EUR 23984 EN – SDOFM – Pedestrians	1 op 90.3	204.3
EUR 23984 EN – SDOFM – Pedestrians and Joggers	1 op 61.4	138.9
EUR 23984 EN – RSM	1 op 42.1	95.2
SETRA	1 op 84.2	190.5
AASHTO	1 op 70.2	158.8

Subsequently a separate study of parameters is conducted for short footbridges with the aid of the SDOFM of guideline EUR 23984 EN. The lengths considered vary between 10- and 30 meters. The influence and response of the bridge are considered with parameters of density, Young’s modulus, length, imposition, and height, where the quantity of pedestrians present on the deck is taken to be 0.5 persons/m² as the Eurocode prescribes. It is found that the second harmonic of pedestrians (the EUR 23984 EN describes this as the stepfrequency between 2.3 Hz and 4.6 Hz) does not lead to discomfort because of the small load being excited by the pedestrian. So it can be stated the second harmonic of pedestrians is not a criteria for the determination of the height of the deck. Joggers however lead in all cases to extremely high values of acceleration of the deck, because the joggers may be assumed to be placed on the deck where the displacement is expected to be the largest.

To check whether the response due to joggers can be reduced, a more detailed calculation is considered. The jogger is modeled as a moving harmonic load in time on a deck that is hinged on both sides. Next the differential equation of the continuous system is established and solved. Hereby creating a relation between stepfrequency, velocity, and load of the jogger. Allowing for a more accurate estimation of bridge response, multiple situations of joggers moving along the bridge as a group are then considered and in many cases show the response of the deck is not very similar to the result obtained from SDOFM.

In the case of the calculation method of the moving harmonic, the response of the deck will only be significant when the stepfrequency almost equals the eigenfrequency of the system. The conclusion requires that joggers satisfy the condition that every jogger must run with the same frequency across the deck, as well as the interval between the joggers (if present) is equal to the period of the stepfrequency.

Besides this the process of an occurring acceleration in vertical direction in case of a person moving along the bridge is ‘self-limiting’. This means that a person is not able to move along the bridge when the occurring acceleration in vertical direction is too large. Because the person stops moving there will no longer be a dynamic load excited any more so that the construction will damp out.

INHOUDSOPGAVE

VOORWOORD	3
SAMENVATTING	4
SUMMARY	6
1 OPBOUW	11
2 SYMBOLENLIJST	12
3 PLAN VAN AANPAK	14
3.1 AANLEIDING	14
3.1.1 INLEIDING	14
3.1.2 ACHTERGROND	14
3.2 DOEL	15
3.3 RELEVANTIE	16
3.4 METHODE	16
3.5 AFBAKENING	16
4 HOEVEBRUG	18
4.1 INLEIDING	18
4.2 VOORONTWERP	18
5 BEPALING SLANKHEID MET VERSCHILLENDE NORMEN	19
5.1 COMFORTEISEN NEN 6723	19
5.1.1 INLEIDING	19
5.1.2 TOETSING	19
5.1.2.1 VOORBEELD HOEVEBRUG – NEN 6723	21
5.2 COMFORTEISEN EUROCODE – NATIONALE BIJLAGE NEDERLAND	26
5.2.1 INLEIDING	26
5.2.2 EUR 23984 EN: DESIGN OF LIGHTWEIGHT FOOTBRIDGES FOR HUMAN INDUCED VIBRATIONS.....	26
5.2.2.1 ALGEMENE TOELICHTING	30
5.2.3 LONGITUDINALE RICHTING – EIGENFREQUENTIE	33
5.2.4 LATERALE RICHTING – EIGENFREQUENTIE	33
5.2.5 TOETSING – SINGLE DEGREE OF FREEDOM METHOD.....	35
5.2.5.1 VOORBEELD HOEVEBRUG – SINGLE DEGREE OF FREEDOM METHOD.....	39
5.2.6 TOETSING – RESPONSE SPECTRA METHOD	47
5.2.6.1 VOORBEELD HOEVEBRUG – RESPONS SPECTRA METHOD	48
5.3 COMFORTEIS EUROCODE – NATIONALE BIJLAGE FRANKRIJK	51
5.3.1 TOETSING	51
5.3.1.1 VOORBEELD HOEVEBRUG – SETRA.....	52

5.4	COMFORTEISEN VERENIGDE STATEN VAN AMERIKA	53
5.4.1	INLEIDING	53
5.4.2	TOETSING	53
5.4.2.1	VOORBEELD HOEVEBRUG – AASHTO LRFD GUIDE SPECIFICATIONS FOR THE DESIGN OF PEDESTRIAN BRIDGES	53
5.5	RESULTATEN	55
6	BEVINDINGEN VERGELIJKEN VAN NORMEN.....	56
6.1	NEN 6723.....	56
6.1.1	COMFORTEIS.....	56
6.1.2	EIGENFREQUENTIE	56
6.2	COMFORTEISEN EUROCODE – NATIONALE BIJLAGE NEDERLAND	57
6.2.1	VERSCHIL IN RESPONSIË DOOR OPLEGGING SYSTEEM MET BEHULP VAN SINGLE DEGREE OF FREEDOM METHOD	57
6.2.2	VERSCHIL SINGLE DEGREE OF FREEDOM METHOD EN RESPONSE SPECTRA METHOD	58
6.3	COMFORTEISEN VERENIGDE STATEN AMERIKA.....	60
7	PARAMETERSTUDIE	61
7.1	INLEIDING	61
7.2	INGEKLEMD SYSTEEM	62
7.2.1	BREEDTE.....	62
7.2.2	DICHTHEID	64
7.2.3	ELASTICITEITSMODULUS.....	65
7.2.4	HOOGTE	67
7.3	SCHARNIEREND SYSTEEM	68
7.3.1	BREEDTE.....	69
7.3.2	DICHTHEID	71
7.3.3	ELASTICITEITSMODULUS.....	72
7.3.4	HOOGTE	74
7.4	RESULTATEN PARAMETERSTUDIE	75
7.4.1	OPLEGGING.....	75
7.4.2	VOETGANGERS	76
7.4.3	JOGGERS	76
8	COMFORTBESCHOUWING TEN GEVOLGE VAN JOGGERS	77
8.1	INLEIDING	77
8.2	METHODE	77
8.3	MODELLERING JOGGER.....	77
8.4	ANALYTISCHE BEREKENING.....	79
8.5	OVERIGE GEGEVENS	80
8.5.1	BELASTINGSFUNCTIE JOGGER	80
8.5.2	RELATIE STAPFREQUENTIE, SNELHEID, EN BELASTING	82
8.5.3	LOCATIE OPTREDENDE VERSNELLING	83
8.5.4	STAPFREQUENTIE JOGGER	84

8.5.5	EIGENHOEKFREQUENTIE BRUG	84
8.5.6	HOEVEELHEID JOGGERS.....	85
8.5.7	FYSISCHE DEMPING	85
8.5.8	VERSNELLINGSLIMIET	86
8.6	VOORBEELDBEREKENING GEBASEERD OP HOEVEBRUG – ANALYTISCH	86
8.7	COMPUTERBEREKENING	87
8.7.1	AANPAK EN OPLOSSING	87
8.7.1.1	MODALE MASSA	88
8.7.1.2	MODALE STIJFHEID.....	88
8.7.1.3	MODALE DEMPING.....	88
8.8	VOORBEELDBEREKENING GEBASEERD OP HOEVEBRUG – COMPUTER.....	88
8.9	JOGGERBESCHOUWING	89
8.10	VOORBEELDEN	90
8.10.1	VOORBEELD 1: KORTE BRUG	90
8.10.2	VOORBEELD 2: HOEVEBRUG AANGEPAST.....	90
8.10.3	VOORBEELD 3: PRAKTIJKVOORBEELD	90
8.11	RESULTATEN VOORBEELDEN.....	97
8.11.1	VOORBEELD 1: KORTE BRUG	97
8.11.2	VOORBEELD 2: HOEVEBRUG AANGEPAST.....	97
8.11.3	VOORBEELD 3: PRAKTIJKVOORBEELD.....	98
9	BEVINDINGEN COMFORTBESCHOUWING TEN BEHOEVE VAN JOGGERS	99
9.1	CONCLUSIES	99
9.1.1	SAMENVATTING ONDERZOEKSVRAGEN VOORONDERZOEK.....	99
9.1.2	KLEINE LENGTES.....	99
9.1.3	GROTE RESPONSIE IN UITZONDERLIJK GEVAL.....	100
9.1.4	STAPFREQUENTIE JOGGERS	100
9.2	AANBEVELINGEN	101
9.2.1	TOELAATBARE VERSNELLING VERSCHILLENDE LANDEN.....	101
9.2.2	PRAKTIJKONDERZOEK.....	102
9.2.3	FORMULEVORM.....	102
9.2.4	DEMPINGSVERHOUDING BETON.....	103
9.2.5	GEVANCEERDERE MODELLERING.....	103
9.2.6	PARAMETERSTUDIE VOORTBEWEGENDE HARMONISERENDE PUNTLAST	103
9.2.7	TWEDE HARMONISCHE STAPFREQUENTIE VOETGANGERS.....	104
10	EIGEN VISIE	105
11	BIBLIOGRAFIE.....	106
12	BIJLAGEN	108

1 OPBOUW

Allereerst zullen in hoofdstuk 2 de gebruikte symbolen die in het rapport voorkomen worden verklaard. In hoofdstuk 3 is het plan van aanpak uitgeschreven waar onder andere het doel, de achtergrond, de relevantie, en de methode zal worden besproken. Ook is hier de afbakening gegeven waar de parameterstudie op is gebaseerd. Hoofdstuk 4 zal toelichten dat het voorontwerp van de betonnen voetgangersbrug 'de Hoevebrug' met bijbehorende gegevens als rode draad en referentie door het gehele rapport heen wordt gebruikt. Vervolgens zal aan de hand van de Hoevebrug in hoofdstuk 5 de verschillen worden bekeken tussen de norm die voorheen in Nederland werd gehanteerd voor comfort, ten opzichte van de richtlijn waar momenteel in Nederland naar wordt verwezen. Ook zal ter vergelijking de huidige comforteisen worden bekeken die momenteel in Frankrijk en Amerika gelden. Daarna zullen hier de resultaten van worden gegeven. De belangrijkste verschillen tussen de richtlijnen die worden gehanteerd zullen in hoofdstuk 6 worden gegeven. In hoofdstuk 7 zal een parameterstudie worden verricht waar met behulp van de 'parameter variatie' wordt gekeken naar wat voor invloed elke parameter afzonderlijk heeft op de responsie van de betonnen voetgangersbrug. De variatie van parameters zal zijn gebaseerd op de afbakening van het onderzoek. Aan de hand van de verkregen informatie van de parameterstudie zal in hoofdstuk 8 dieper worden ingegaan op de modellering van de jogger om zo de optredende versnelling van het brugdek ten gevolge van de jogger nader te onderzoeken. Uiteindelijk zullen in hoofdstuk 9 de bevindingen van de responsie van het brugdek ten gevolge van joggers worden gegeven, waarna in hoofdstuk 10 een eigen visie wordt gegeven op het onderwerp comfort in geval van korte betonnen voetgangersbruggen.

De bijlagen van dit rapport zijn achteraan ingevoegd, waar in hoofdstuk 12 een overzicht van is gegeven. De belangrijkste hiervan zijn toegevoegd aan het rapport, oftewel Bijlage 1 en Bijlage 27.

2 SYMBOLENLIJST

De symbolen die in dit rapport worden gebruikt zijn hieronder weergegeven. Sommigen hebben een dubbele betekenis, waarbij het symbool meerdere malen is vermeld. In dit rapport worden dezelfde eenheden gehanteerd zoals achter elk symbool genoteerd.

A	<i>Oppervlakte doorsnede [m²]</i>
A	<i>Randvoorwaarde, afhankelijk van oplegging systeem [-]</i>
C	<i>Constante die het maximum omschrijft van het belastingspectrum [-]</i>
E'_b	<i>Elasticiteitsmodulus beton [N/mm²]</i>
E_{cm}	<i>Elasticiteitsmodulus beton [N/mm²]</i>
EI	<i>Buigstijfheid ligger [Nm²]</i>
$F(t)$	<i>Belasting die wordt uitgeoefend op het systeem in verloop van tijd [N]</i>
$H(t)$	<i>Heaviside-functie [m]</i>
I	<i>Oppervlaktetraagheidsmoment doorsnede [m⁴]</i>
L	<i>Lengte van de overspanning [m]</i>
N_L	<i>Hoeveelheid benodigde mensen om het verschijnsel 'lock-in' te genereren [-]</i>
P	<i>Verticale belastingcomponent afkomstig van een enkele voetganger die met een stapfrequentie f_s loopt [N]</i>
S	<i>Oppervlakte van het brugdek dat wordt belast [m²]</i>
VI	<i>Verkeersintensiteit [personen/m²]</i>
W	<i>Totale gewicht van het brugdek [kip]</i>
$Y_n(x)$	<i>Plaatsafhankelijke functie per eigentrilvorm [-]</i>
a_1, a_2, a_3	<i>Constanten [-]</i>
a	<i>Optredende versnelling van het brugdek [m/s²]</i>
b	<i>Breedte brugdek [m]</i>
b_1, b_2, b_3	<i>Constanten [-]</i>
c	<i>Damping [Ns/m]</i>
h	<i>Hoogte brugdek [m]</i>
e	<i>Integer ($e = 1, 2, 3, \dots$) [-]</i>
f_0	<i>Gemiddelde statische belasting van een jogger [N]</i>
f	<i>Eigenfrequentie van het systeem [Hz]</i>
f'	<i>Beschouwde eigenfrequentie in geval van $\alpha = 1.05$ [1/s]</i>
f'_{ck}	<i>Karakteristieke kubusdruksterkte beton [N/mm²]</i>
f_{cm}	<i>Gemiddelde waarde van de cilinderdruksterkte van beton [N/mm²]</i>
$f_{La;n}$	<i>Eigenfrequentie in laterale richting [Hz]</i>
$f_{Lo;n}$	<i>Eigenfrequentie in longitudinale richting [Hz]</i>
f_e	<i>Eigenfrequentie behorend bij een beschouwde eigentrilvorm [Hz]</i>
f_s	<i>Stapfrequentie, waarbij is aangenomen dat deze gelijk is aan de eigenfrequentie van het brugdek</i>
$f(t)$	<i>Belasting als functie van tijd die zich voortbeweegt over de ligger [N]</i>
h	<i>Hoogte van het brugdek [m]</i>
$k_{a;d}$	<i>Piekwaarde [-]</i>
k_1	$= a_1 \cdot f^2 + a_2 \cdot f + a_3$ [-]
k_2	$= b_1 \cdot f^2 + b_2 \cdot f + b_3$ [-]
k_F	<i>Constante [kN²]</i>
k	<i>Stijfheid [N/m]</i>
k^*	<i>Modale stijfheid van het systeem [N/m]</i>
m	<i>Massa [kg]</i>
m^*	<i>Modale massa van het systeem [kg]</i>
n	<i>Integer ($n = 1, 2, 3, \dots$) [-]</i>

n	Aantal voetgangers op het brugdek [-]
n'	Equivalent aantal voetgangers op het belaste oppervlakte S , die bijdragen aan een perfect geharmoniseerde belasting in het geschematiseerde 1-MVS [$1/m^2$]
$p(t)$	Gelijkmatig verdeelde harmonische belasting op het brugdek ten gevolge van het equivalent aantal voetgangers die bijdragen aan een perfect geharmoniseerde belasting [N/m^2]
$p(x)$	Gelijkmatig verdeelde belasting per strekkende meter [N/m]
$p(x; t)$	Functie van de belasting afhankelijk van plaats en tijd [N/m]
p^*	Modale belasting [N]
q	Massa per eenheid van lengte brugdek [kN/m]
$q_n(t)$	Verplaatsing, die is geschreven als functie van tijd [m]
stysteemwaarde	Waarde, afhankelijk van oplegging systeem [-]
t	Tijd [s]
v	Continue snelheid van de belastingsfunctie $f(t)$ [m/s]
$w(x; t)$	Verplaatsing van de ligger als functie van plaats en tijd [m]
$\dot{w}(x; t)$	Eerste afgeleide van de verplaatsing, die is geschreven als functie van plaats en tijd, naar tijd, oftewel de snelheid [m/s]
$\ddot{w}(x; t)$	Tweede afgeleide van de verplaatsing, die is geschreven als functie van plaats en tijd, naar tijd, oftewel de versnelling [m/s^2]
$w''''(x; t)$	Vierde afgeleide van de functie van de verplaatsing, die is geschreven als functie van plaats en tijd, naar plaats [m^{-3}]
x	Plaatsafhankelijke coördinaat [m]
z	Waarde van het systeem, afhankelijk van de oplegging [kN]
$\Phi(x)$	Eigentrilvorm, geschreven als functie van de lengte van het brugdek [-]
Ψ	Reductiefactor die de kans in rekening brengt dat de stapfrequentie van de voetganger het kritieke gebied van de eigenfrequentie nadert [-]
Ω	Stapfrequentie van de jogger [rad/s]
α	Invloedsfactor van de bijdrage van de massa voetgangers op het brugdek [-]
α_n	Fouriercoëfficiënt voor de bepaling van de dynamische belasting afhankelijk van de eigenfrequentie (f_n) [N]
δ_{stat}	Elastische doorbuiging door de permanente belasting, exclusief het effect van de aanwezige voorspanning [m] (afhankelijk van de oplegging)
$\delta_{stat;extra}$	Elastische doorbuiging door de puntlast [mm]
$\delta(x - vt)$	Het toepassen van de belasting $f(t)$ op plaats $0 < x < L$ in verloop van tijd, die wordt gekenmerkt door toepassing van de Dirac delta-functie, waarin v gelijk staat aan de snelheid van de voortbewegende functie $f(t)$, en t de tijd [$1/m$]
η	Factor voor de bepaling van de gedempte eigenhoekfrequentie [-]
θ_n	Fasehoek die hoort bij de harmonische stapbelasting n [rad]
λ	Slankheid, de verhouding tussen hoogte- en lengte van het brugdek [-]
λ	Snijpunt met de x -as, afhankelijk van de formule $\cosh(x) \cdot \cos(x) = 1$ [-]
μ	Massa per strekkende meter [kg/m]
μ_b	Massa van het brugdek per strekkende meter [kg/m]
μ_m	Massa van de voetgangers op het brugdek per strekkende meter [kg/m]
ζ	Dempingsverhouding [-]
ρ	Dichtheid beton [kN/m^3] of [kg/m^3]
σ_a	Standaarddeviatie van de versnelling [m/s^2]
σ_a^2	Variantie van de versnelling van het brugdek [m^2/s^4]
σ_F^2	Variantie van de belasting die door de voetgangers wordt gegenereerd [N]
τ	Integratievariabele [s]
ω_n	Eigenhoekfrequentie van de beschouwde eigentrilvorm [rad/s]

3 PLAN VAN AANPAK

3.1 AANLEIDING

3.1.1 INLEIDING

Bruggen zijn niet meer weg te denken uit het beeld van de mensheid. Of het nu om bruggen gaat die geschikt zijn voor autoverkeer, of de kleinere bruggen in woonwijken voor fietsers en voetgangers; allen hebben de functie om een overspanning te creëren waardoor de reistijd wordt verkort.

Een brug gelegen in een woonwijk of in een park, zoals een fiets-/voetgangersbrug, zal voornamelijk worden ontworpen vanuit esthetisch oogpunt. Hierdoor komt men al gauw tot de conclusie dat de slankheid (de verhouding tussen hoogte- en lengte van het brugdek) een belangrijke rol speelt in de ontwerpfase, omdat naarmate men slanker construeert bruggen vatbaarder worden voor trillingen als deze wordt belast, die door de gebruikers als hinderlijk en soms onveilig kunnen worden ervaren. Tijdens de ontwerpfase zal dus getracht worden een zo slank mogelijk ontwerp te maken volgens esthetica, waarbij geen hinderlijke trillingen optreden tijdens ingebruikname, maar verder wel voldoet aan voldoende draagvermogen en stabiliteit.

3.1.2 ACHTERGROND

Reeds gebouwde betonnen voetgangersbruggen voldoen wat betreft trillingen aan de gestelde eisen zoals omschreven in de norm 'NEN 6723: Voorschriften beton – Bruggen – Constructieve eisen en rekenmethoden' (inmiddels verouderd; per 1 april 2012 is de Eurocode van kracht). Hierin staat dat het dek van de brug een minimale massa per eenheid van lengte moet hebben, die gerelateerd is aan de eigenfrequentie van het onbelaste systeem. Wanneer het ontwerp volgens NEN 6723 werd gemaakt behaalde men vaak slankheden in de orde van grootte van 1:25 à 1:30.

Nu is recentelijk (augustus 2012) door het ingenieursbureau van Stadsontwikkeling Rotterdam een betonnen voetgangersbrug ontworpen en gerealiseerd met een slankheid van 1:42.2. Dit is de Hoevebrug over de Spooringsel in de Provenierswijk (Rotterdam), die de Hoevestraat met de Jacob Loisstraat verbindt, zie Figuur 1.



Figuur 1: Hoevebrug

Deze brug is óók ontworpen aan de hand van norm NEN 6723 (de bouwvergunning is vóór 1 april 2012 verleend, en is zodoende nog met oude normen ontworpen), maar uit het voorontwerp van de Hoevebrug [1] bleek dat alleen aan de comfortcriteria werden voldaan, rekening houdend met de eis van de architect dat de maximale hoogte van het dek 450 mm zou zijn, als de Hoevebrug werd ontworpen als een ingeklemd systeem. Overige eisen, zoals sterkte (UGT) en bruikbaarheid (BGT), voldeden ook, echter het criterium voor comfort was maatgevend voor de bepaling van de hoogte van het brugdek.

De voetgangersbrug over de Roer in Prins Alexander te Rotterdam (voor 1 april 2012 vergund, dus ook berekend aan de hand van de Technische Grondslagen voor Bouwconstructies (TGB)), die de Gaasp met de Roer verbindt, is een composietbrug (glasvezelversterkt polyester), zie Figuur 2 hieronder. Bij het ontwerp van composietbruggen zijn stijfheidseisen maatgevend ten opzichte van sterkte. Maar omdat in Nederland nog geen specifieke normen of richtlijnen bestaan voor composietbruggen werd traditioneel teruggevallen op 'NEN 6702:

Technische grondslagen voor bouwconstructies – TGB 1990 – Belastingen en vervormingen’ [2], die stijfheidseisen omschrijft ongeacht het materiaalsoort. Echter, onderzoek in de TGB-reeks, heeft uitgewezen dat deze stijfheidseisen alleen voor vloeren en daken geldig zijn, waar de brug niet onder valt. Zodoende is de doorbuigingseis in de berekening voor de composietbrug over de Roer achterwege gelaten, en is de stijfheid van de composietbrug gebaseerd op de richtlijn ‘EUR 23984 EN: Design of Lightweight Footbridges for Human Induced Vibrations’, uitgegeven door het Europese Joint Research Centre (JRC), die als doel hebben om klantgerichte wetenschappelijke- en technische ondersteuning uit te stippelen, te ontwikkelen, en uit te voeren volgens het EU-beleid. Deze richtlijn is in aanloop naar de invoering van de Eurocodes uitgebracht ten behoeve van analyse van het dynamisch gedrag van lichtgewicht voetgangersbruggen. Hierin staan eisen betreffende comfort van de gebruikers van de brug, waarbij de comforteisen maximaal toelaatbare acceleraties van trillingen van het brugdek zijn. Het achterwege laten van de eis voor doorbuiging en de toepassing van EUR 23984 EN heeft geresulteerd in een 25-40% slankere brug dan de traditionele composietbruggen. De brug voldoet nog steeds aan de gestelde eisen van sterkte en bruikbaarheid conform ‘NEN 6700: Technische grondslagen voor bouwconstructies – TGB 1990 – Algemene basiseisen’ en NEN 6702.



Figuur 2: Gaasp

Inmiddels is de Eurocode ingevoerd, waarvan de ‘Eurocode 1990: Grondslagen van het constructief ontwerp’ (NEN-EN 1990) voor de stijfheid van voetgangersbruggen enkel naar de richtlijn EUR 23984 EN verwijst. Echter is de invloed die deze richtlijn heeft op het ontwerpen van betonnen voetgangersbruggen nog niet duidelijk in kaart gebracht.

3.2 DOEL

Het doel van het vooronderzoek is om te achterhalen hoe slank een betonnen voetgangersbrug kan worden ontworpen volgens de gestelde comforteisen in de oude norm NEN 6723 en de nieuwe norm Eurocode.

Om dit doel te bereiken zijn de volgende deelvragen opgesteld:

- Welke rekenmodellen worden er gehanteerd?
- Welke belastingmodellen wordt gebruikt voor de bepaling van comfort?
 - Wat zijn de gestelde eisen aan deze belastingen?
 - Wat zijn de gestelde eisen aan de toetsing?
- Welke ontwerpkeuzes spelen een belangrijke rol in het dynamisch gedrag?
 - Wat voor invloed hebben de afmetingen van het dek?
 - Lengte
 - Breedte
 - Hoogte
 - Wat voor invloed heeft de soort oplegging van het dek?

- Scharnieroplegging
- Inklemming
 - Wat voor invloed heeft de dichtheid van het beton?
 - Wat voor invloed heeft de elasticiteitsmodulus van het beton?
 - Wat voor invloed heeft het in rekening brengen van interne demping?
- Wat zijn de comforteisen die zijn gesteld in de landen Frankrijk en Amerika?

3.3 RELEVANTIE

Vanuit het oogpunt dat de Hoevebrug, met een lengte van 19 m en een hoogte van 450 mm, een slanke constructie zou zijn (slankheid 1:42.2), werd gedacht om de brug te ontwerpen in (ultra) hogesterktebeton ((U)HSB). Uiteindelijk is de brug doorgerekend op het gebied van sterkte en bruikbaarheid, waaruit bleek dat zelfs met normaal beton kon worden geconstrueerd in plaats van UHSB, omdat deze eisen niet maatgevend waren voor de hoogte van het brugdek. Dit bleek comfort te zijn. En om aan de eis van de architect te voldoen, die een maximale dekhoogte van 450 mm stelde (deze hoogte werd overigens ook nagestreefd), was het noodzakelijk om de brug ingeklemd te ontwerpen, waardoor de voetgangersbrug een eigenfrequentie kreeg die zodanig hoog werd (4.7 Hz), dat aan de eis van comfort werd voldaan.

Toen dus later de composietbrug aan de Gaasp werd ontworpen op comfort aan de hand van EUR 23984 EN, dat leidde tot een grotere slankheid dan de traditioneel ontworpen composietbrug, werd de vraag gesteld of betonnen voetgangersbruggen óók niet slanker konden worden ontworpen aan de hand van deze richtlijn. Daarom zal worden gekeken naar wat voor beperkingen en/of belemmeringen gaandeweg optreden als de EUR 23984 EN in beschouwing wordt genomen voor het controleren van de betonnen voetgangersbrug op comfort, waarbij de Hoevebrug als uitgangspunt wordt genomen.

Daarnaast is het ook van belang om te beseffen dat een afname van gebruik van materialen duurzaamheid ten goede komt. Door deze reductie van materialen zal het milieu minder worden belast, evenals dat dit doorwerkt in de bouwkosten, waarbij de uitvoering minder arbeidsintensief is. Hierbij kan worden gedacht aan de toepassing van het gebruik van andere opleggingen (scharnierend in plaats van ingeklemd), evenals de toepassing van een lagere betonklasse.

3.4 METHODE

De recent geconstrueerde betonnen voetgangersbrug de Hoevebrug, die ontworpen is conform de NEN, zal worden herzien, waarbij het voorontwerp als uitgangspunt wordt genomen. Dit voorontwerp is gekozen omdat de vergelijkingen die worden gemaakt tussen de verschillende normen op deze manier aan iets tastbaars kunnen worden gerelateerd. Het betreft een solide, rechthoekige doorsnede, waar in hoofdstuk 4 meer over wordt verteld. De maximaal haalbare slankheid van de brug wordt bepaald aan de hand van de gestelde comforteisen in de NEN 6723, en zal worden vergeleken met de comforteisen omschreven in de Eurocode, die momenteel wordt gehanteerd. In dit geval zullen de bruikbaarheidsgrenstoestand en de uiterste grenstoestand buiten beschouwing worden gelaten. Ter vergelijking zullen ook de gebruikte richtlijnen betreffende comforteisen uit Frankrijk en Amerika worden toegelicht. Hier is geen specifieke argumentatie voor de keuze van de landen. De uiteindelijk maximaal haalbare slankheden van de ontwerpen van de hiervoor genoemde normen en richtlijnen zullen worden weergegeven in een tabel. Vervolgens zal er aan de hand van een parameterstudie worden uitgelicht welke parameters wát voor invloed hebben op het comfort van de voetgangers, waarbij het één-massa-veer-systeem uit de EUR 23984 EN als rekenmethode wordt gebruikt. De verkregen informatie uit de parameterstudie zal worden gebruikt voor nader onderzoek naar optredende trillingen en bijbehorende acceleraties van het brugdek van betonnen voetgangersbruggen, waarover in hoofdstuk 8 meer over wordt verteld.

3.5 AFBAKENING

De afbakening van het onderzoek is als volgt:

- Er wordt gezocht naar de minimaal benodigde hoogte van het brugdek per richtlijn, gebaseerd op de afmetingen en materiaalgegevens die zijn gebruikt in het voorontwerp van de Hoevebrug, zie hoofdstuk 4.

- Er zal een ongescheurde betonnen doorsnede worden bekeken, waardoor een constante elasticiteitsmodulus wordt gebruikt.
- Externe demping is buiten beschouwing gelaten.
- Trillingen die optreden ten gevolge van wind (zoals ‘galloping’ en ‘flutter’) zijn buiten beschouwing gelaten vanwege de geringe afmetingen van de voetgangersbrug.
- In het rapport zal geen beschouwing ten behoeve van sterkte en bruikbaarheid worden gemaakt.
- Vermoeing is buiten beschouwing gelaten.
- De parameterstudie is gemaakt aan de hand van de volgende gegevens:
 - Systeem: Tweezijdig ingeklemd en scharnierend opgelegd
 - Breedte brugdek: 1.5 meter tot en met 4.5 meter, met tussenstappen van 0.5 meter
 - Dichtheid beton: 15 kN/m^3 tot en met 25 kN/m^3 , met tussenstappen van 2.5 kN/m^3
 - Elasticiteitsmodulus beton: 10000 N/mm^2 tot en met 50000 N/mm^2 , met tussenstappen van 5000 N/mm^2
 - Hoogte brugdek: 0.2 meter tot en met 1.0 meter, met tussenstappen van 0.05 meter
 - Lengte brugdek: 10 meter tot en met 30 meter, variabel

4 HOEVEBRUG

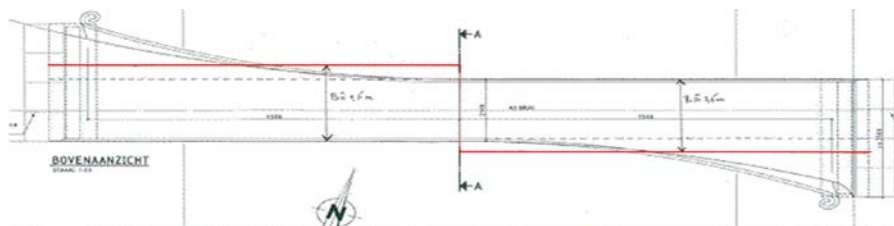
4.1 INLEIDING

De vraag naar dit onderzoek is afkomstig door het recent ontwerpen van de betonnen voetgangersbrug 'Hoevebrug' op slankheid. De resultaten die zijn verkregen uit het voorontwerp [1] in combinatie met het definitieve rapport [3] hebben geleid tot het construeren van de brug in werkelijkheid. Vanwege het feit dat de Hoevebrug een bestaand ontwerp is wordt deze in dit rapport als uitgangspunt gebruikt. Er zal met behulp van verschillende normen en richtlijnen elke keer de vergelijking worden gemaakt met dit bestaande ontwerp. Op deze manier kunnen verkregen resultaten gemakkelijker worden geanalyseerd, omdat de Hoevebrug een tastbaar ontwerp is.

In dit hoofdstuk wordt een korte inleiding gegeven over het ontwerp van de Hoevebrug en waarom bij het voorontwerp eerst werd begonnen met de controle op comfort. De vergelijking met andere normen en richtlijnen, waar dit voorontwerp bij zal worden gebruikt, zal in hoofdstuk 5 aan de orde komen.

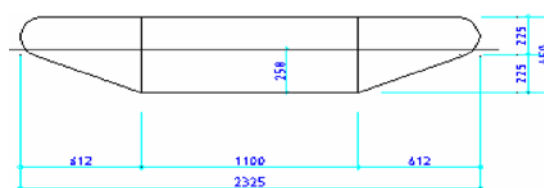
4.2 VOORONTWERP

De verouderde houten voetgangersbrug zou worden vervangen door een nieuwe brug die door de architect was ontworpen, met de vraag of deze een maximale hoogte van 450 mm kon hebben. De (reeds geconstrueerde) Hoevebrug is 19 meter lang, waar het bovenaanzicht van is gegeven in Figuur 3 hieronder.



Figuur 3: Ontwerp Hoevebrug door architect

Hier valt op te merken dat de breedte van het brugdek in verloop van de lengte verschillend is. Echter is in het voorontwerp een gemiddelde breedte aangenomen, die is aangegeven met rode lijnen in Figuur 3. De dwarsdoorsnede ter hoogte van het midden van het brugdek is gegeven in Figuur 4.



Figuur 4: Dwarsdoorsnede A-A

De verjonging aan beide zijkanten zijn in het voorontwerp verwerkt, waardoor de dwarsdoorsnede is vereenvoudigd tot een rechthoekige, solide doorsnede, met gemiddelde afmetingen $2600 \times 450 \text{ mm}^2$ (breedte x hoogte).

Vanwege de maximaal opgelegde hoogte van 450 mm (die ook is nagestreefd), wat slank is voor een overspanning van 19 meter (zoals vermeld in paragraaf 3.1.2 is de slankheid 1:42.2), is begonnen met de toetsing van de gestelde comforteis voor betonnen voetgangersbruggen omschreven in NEN 6723. Uit verdere berekeningen, waar sterkte en stabiliteit ook werden beschouwd, bleek dat comfort maatgevend was voor de hoogte van het brugdek. De enige voorwaarde zou zijn dat de Hoevebrug moest worden ingeklemd om zodoende aan de comfortcriteria te voldoen. Hierbij was het mogelijk om normaal beton (C53/65) toe te passen.

Een uitgebreidere beschouwing betreffende comforteisen volgens NEN 6723 is gegeven in paragraaf 5.1.

5 BEPALING SLANKHEID MET VERSCHILLENDE NORMEN

Landen wereldwijd hanteren normen en richtlijnen voor het ontwerpen van constructies. Veel van deze normen stellen verschillende eisen aan de comfort van mensen wanneer het gaat om optredende trillingen van het brugdek van voetgangersbruggen. Zo werden voorheen de rekenregels in Nederland uit de ‘NEN 6723 – Voorschriften beton – Bruggen – Constructieve eisen en rekenmethoden’ gehanteerd, maar sinds de invoering van de Eurocodes per 1 april 2012 is er in Europa (en enkele landen daarbuiten), voor de landen die hierbij zijn aangesloten [4], uniformiteit betreffende de eis voor comfort. Deze comforteis is uitgedrukt in een aanbevolen maximaal toelaatbare versnelling van het brugdek. Elk land mag echter zelf de gebruikte rekenmethode bepalen die in de Nationale Bijlage van de Eurocode wordt omschreven. Merk dus op dat ieder land zijn eigen Nationale Bijlage heeft en de rekenmethode dus per land kan verschillen! Zo wordt er momenteel in Nederland voor comforteisen van lichtgewicht constructies in de Nationale Bijlage verwezen naar het document ‘EUR 23984 EN: Design of Lightweight Footbridges for Human Induced Vibrations’, die is opgesteld door de JRC (Joint Research Center).

In Frankrijk daarentegen heeft men ervoor gekozen om gebruik te maken van een eigen opgestelde richtlijn: de ‘Sétra Guide Footbridges: Assessment of Vibrational Behaviour of Footbridges Under Pedestrian Loading’.

In dit hoofdstuk worden de hierboven genoemde richtlijnen met elkaar vergeleken, waarbij ook wordt gekeken naar de richtlijn die wordt gehanteerd in de Verenigde Staten van Amerika. Hieruit zal blijken wat de (verschillende) resultaten zijn betreffende de gestelde eisen aan comfort, die worden gehanteerd in verschillende landen. In alle verkregen resultaten zal de aanbevolen maximaal toelaatbare versnelling uit de Eurocode worden gehanteerd, die in verticale richting op 0.7 m/s^2 is gesteld.

Opmerking: De verkregen resultaten in dit hoofdstuk zijn gebaseerd op de Hoevebrug, waarvan de gegevens uit hoofdstuk 4 komen. Dit betekent dat de afmetingen, de manier van construeren (type oplegging), en de materiaalgegevens van het voorontwerp van de Hoevebrug zijn gebruikt. Op deze manier is steeds gekeken wat de maximale slankheid per rekenmethode is.

Aan het einde van elke paragraaf, waarin een rekenmethode afzonderlijk wordt beschouwd, zal een rekenvoorbeeld worden gegeven die betrekking heeft op de Hoevebrug. Vervolgens zal hiervan een overzicht worden weergegeven in hoofdstuk 6.

5.1 COMFORTEISEN NEN 6723

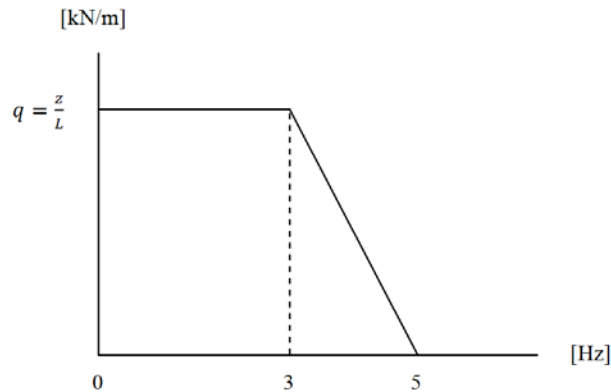
5.1.1 INLEIDING

Zoals eerder vermeld waren de gebruikte rekenregels vóór de invoering van de Eurocode gerelateerd aan de TGB-reeks. De eis die werd gesteld aan comfort betreffende voetgangers op een betonnen voetgangersbrug staat vermeld in ‘NEN 6723 – Voorschriften beton – Bruggen – Constructieve eisen en rekenmethoden’, zie Bijlage 2.

Hieronder is de rekenmethode uitgelegd waarmee vervolgens de kleinste hoogte van het brugdek is bepaald in paragraaf 5.1.2.1.

5.1.2 TOETSING

In de NEN 6723 is de comforteis gebaseerd op de koppeling tussen de eigenfrequentie van het systeem en de permanente massa per eenheid van lengte brugdek. Aan de hand van de *aanwezige* permanente massa per eenheid van lengte brugdek (oppervlakte van de doorsnede vermenigvuldigd met het soortelijk gewicht van beton en daarbij opgeteld eventueel overige permanente massa) wordt de eigenfrequentie bepaald. Vervolgens wordt met behulp van de eigenfrequentie gecontroleerd of aan de *minimaal benodigde* permanente massa per eenheid van lengte brugdek wordt voldaan, zoals in Figuur 5 hieronder:



Figuur 5: Minimaal benodigde permanente massa per eenheid van lengte brugdek versus eigenfrequentie van het systeem

De eis voor de *minimaal benodigde* permanente massa per eenheid van lengte brugdek, wanneer de eigenfrequentie van het systeem tussen de 0 en 3 Hz ligt, wordt berekend met

$$q = \frac{z}{L}$$

Vergelijking 1: Bepaling van de minimaal benodigde massa per eenheid van lengte brugdek

q	Permanente massa per eenheid van lengte brugdek [kN/m]
z	Waarde van het systeem, afhankelijk van de oplegging [kN]
L	Lengte van de overspanning [m]

In het vervolg van de uitleg van de NEN 6723 zullen de termen ‘*minimaal benodigde* massa’ en ‘*aanwezige* massa’ worden gebruikt, waarbij de lezer dan in acht moet nemen dat met ‘massa’ de ‘permanente massa per eenheid van lengte brugdek’ wordt bedoeld. Zo zal ook de ‘eigenfrequentie van het systeem’ worden verwoord als ‘eigenfrequentie’.

Zoals hierboven vermeld is in Figuur 5 te zien dat wanneer de eigenfrequentie tussen de 0 en 3 Hz ligt de *minimaal benodigde* massa gelijk is aan $q = z/L$. Het andere geval is dat er geen eis aan de *minimaal benodigde* massa wordt gesteld als de berekende eigenfrequentie groter is dan 5 Hz. Is de eigenfrequentie tussen de 3 en 5 Hz, dan moet er lineair worden geïnterpoleerd om zo de *minimaal benodigde* massa te bepalen.

De eis in NEN 6723 stelt dat er geen controle op comfort hoeft te worden uitgevoerd voor eigenfrequenties groter dan 5 Hz, omdat deze niet (of nauwelijks) door voetgangers kunnen worden geproduceerd.

Het berekenen van de eigenfrequentie gebeurt met de formule uit Vergelijking 2.

$$f_e = \frac{0.5}{\sqrt{\delta_{stat}}}$$

Vergelijking 2: Bepaling van de eigenfrequentie met behulp van NEN 6723

f_e	Eigenfrequentie van het systeem in Hz [1/s]
δ_{stat}	Elastische doorbuiging door de permanente belasting, exclusief het effect van de aanwezige voorspanning [m] (afhankelijk van de oplegging)

De elastische doorbuiging (δ_{stat}) door een gelijkmatig verdeelde last, die in Vergelijking 2 moet worden ingevoerd, kan worden bepaald aan de hand van het vergeet-mij-nietje uit de mechanica

$$\delta_{stat} = A_q \frac{q_{aanw} L^4}{EI}$$

Vergelijking 3: Statische elastische doorbuiging van het systeem

δ_{stat}	Elastische doorbuiging door de permanente belasting, exclusief het effect van de aanwezige voorspanning [m] (afhankelijk van de oplegging)
A_q	Randvoorwaarde, afhankelijk van oplegging systeem [-]
q_{aanw}	Permanent aanwezige belasting per eenheid van lengte brugdek [kN/m]
L	Lengte van de overspanning [m]
E	Elasticiteitsmodulus beton [kN/m ²]
I	Oppervlaktetraagheidsmoment doorsnede [m ⁴]

Zodoende kan met behulp van de berekende eigenfrequentie vervolgens in Figuur 5 worden afgelezen of de aanwezige massa voldoet aan de *minimaal benodigde* massa.

De afleiding van de bepaling van de eigenfrequentie met behulp van NEN 6723 uit Vergelijking 2 kan worden gevonden in Bijlage 3.

Behalve dat het brugdek moet voldoen aan een *minimaal benodigde* massa heeft NEN 6723 een extra stijfheidseis gesteld aan de doorbuiging van het brugdek. Deze mag namelijk niet groter zijn dan 0.25 mm wanneer een puntlast van 1.5 kN halverwege de ligger wordt aangebracht.

In paragraaf 5.1.2.1 hieronder is een rekenvoorbeeld gegeven betreffende de Hoevebrug, die met behulp van de methode NEN 6723 is bepaald.

5.1.2.1 VOORBEELD HOEVEBRUG – NEN 6723

Er wordt op zoek gegaan naar de kleinste hoogte van de doorsnede, zodoende dat er wordt voldaan aan de gestelde comforteis in de NEN 6723. Vervolgens kan de slankheid worden bepaald.

Er zijn met behulp van deze rekenmethode twee ‘curves’ te plotten, namelijk de curve van de *minimaal benodigde* massa en de *aanwezige* massa. De kleinste hoogte van de doorsnede kan worden gevonden door de intersectie tussen deze twee curves te bepalen.

Wanneer de eigenfrequentie tussen de 0 en 3 Hz ligt is de *minimaal benodigde* massa (q) alleen afhankelijk van hoe het systeem is opgelegd (z) en de lengte van het brugdek (L). Voor een ingeklemd systeem geldt dat $z = 1300$ (zie Bijlage 2) en al eerder in hoofdstuk 4 is ter sprake gekomen dat de Hoevebrug een lengte heeft van 19 meter. Dit invullen in Vergelijking 1 geeft

$$q = \frac{z}{L} = \frac{1300}{19} = 68.42 \text{ [kN/m]}$$

Vergelijking 4

Vervolgens zal moeten worden bepaald op welke hoogte de *minimaal benodigde* massa lineair mag worden gereduceerd (hoogte die samenvalt met 3 Hz) totdat er geen eis meer nodig is voor de *minimaal benodigde* massa (hoogte die samenvalt met 5 Hz). Daarvoor zal eerst de eigenfrequentie als functie van de hoogte van het brugdek moeten worden uitgezet en de snijpunten met 3 en 5 Hz moeten worden bepaald.

De eigenfrequentie geschreven als functie van de hoogte van het brugdek is afhankelijk van de *aanwezige* massa van het systeem en kan worden afgeleid door allereerst de statische elastische doorbuiging te bepalen. De doorbuiging kan worden gevonden door Vergelijking 3 in te vullen aan de hand van de gegevens van de Hoevebrug.

$$\delta_{stat} = A_q \frac{q_{aanw} L^4}{EI} = \frac{1}{384} \frac{(\rho b h) L^4}{E \left(\frac{1}{12} b h^3 \right)} = \frac{1}{384} \cdot \frac{(25 \cdot 2.6 \cdot h) \cdot 19^4}{38500000 \cdot \left(\frac{1}{12} \cdot 2.6 \cdot h^3 \right)} = \frac{0.0026}{h^2} \text{ [m]}$$

Vergelijking 5

ρ	Dichtheid beton [kN/m ³]
b	Breedte brugdek [m]
h	Hoogte brugdek [m]
E	Elasticiteitsmodulus beton [kN/m ²]

De elasticiteitsmodulus is berekend met behulp van [5], waarbij de karakteristieke kubusdruksterkte 65 N/mm² (B65) is

$$E'_b = 22250 + 250 \cdot f'_{ck} = 22250 + 250 \cdot 65 = 38500 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

Vergelijking 6: Bepaling elasticiteitsmodulus met behulp van NEN 6723

E'_b	Elasticiteitsmodulus beton [N/mm ²]
f'_{ck}	Karakteristieke kubusdruksterkte beton [N/mm ²]

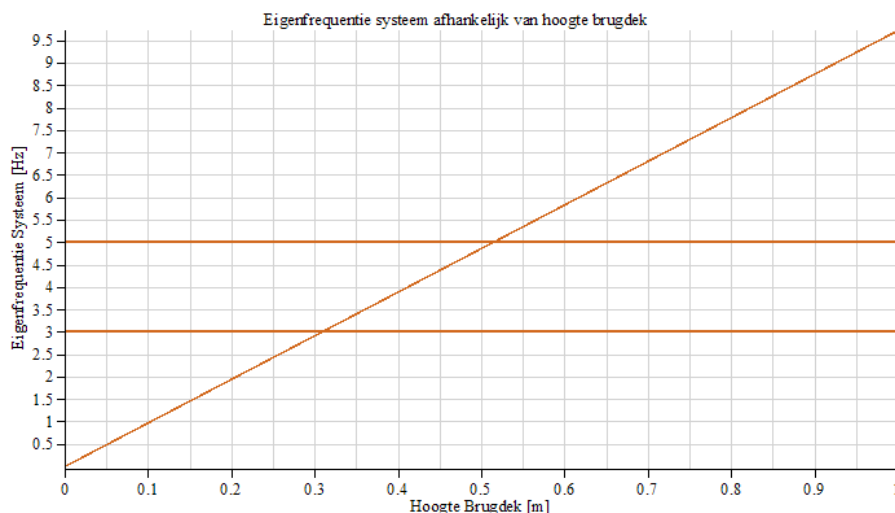
De statische elastische doorbuiging invullen in de bepaling van de eigenfrequentie uit Vergelijking 2 geeft

$$f_e = \frac{0.5}{\sqrt{\frac{0.0026}{h^2}}} = 9.7230 \cdot h \text{ [1/s]}$$

Vergelijking 7

f_e	Eigenfrequentie van het systeem in Hz [1/s]
h	Hoogte brugdek [m]

De formule uit Vergelijking 7 is hieronder afgebeeld (Figuur 6), waar uit kan worden opgemaakt wat de snijpunten zijn tussen de frequenties 3 en 5 Hz en de bijbehorende hoogte. Op deze manier is het mogelijk om het verdere verloop van de *minimaal benodigde* massa te bepalen.



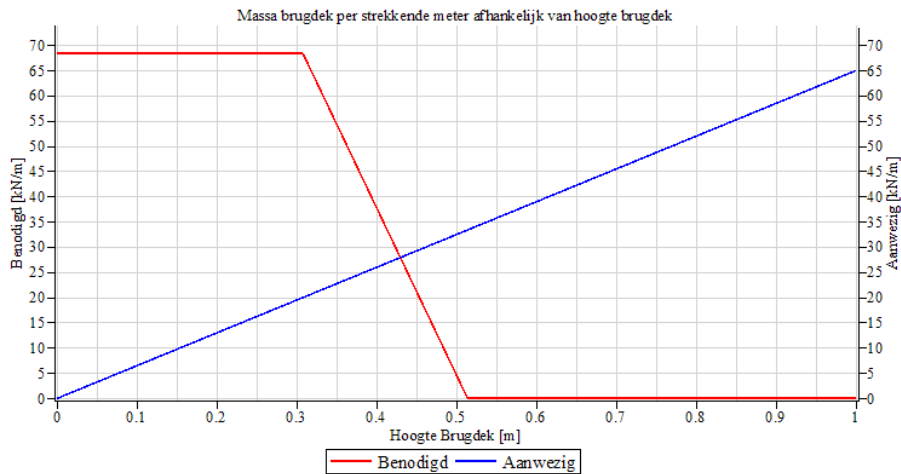
Figuur 6: Eigenfrequentie systeem afhankelijk van hoogte brugdek

Na de bepaling van de snijpunten kan de curve van de *minimaal benodigde* massa worden geplot tezamen met de curve van de *aanwezige* massa, zoals in Figuur 7 is gegeven. Hierin is de *aanwezige* massa gelijk aan

$$q_{aanw} = \rho A = \rho b h = 25 \cdot 2.6 \cdot h = 65 \cdot h \text{ [kN/m]}$$

Vergelijking 8

- ρ Dichtheid beton [kN/m³]
- b Breedte brugdek [m]
- h Hoogte brugdek [m]



Figuur 7: Massa brugdek per meter afhankelijk van hoogte brugdek

Beide curves zijn uitgezet ten opzichte van de hoogte van het brugdek. Het snijpunt tussen de *minimaal benodigde* massa en de *aanwezige* massa ligt op *hoogte* = 0.4302 m.

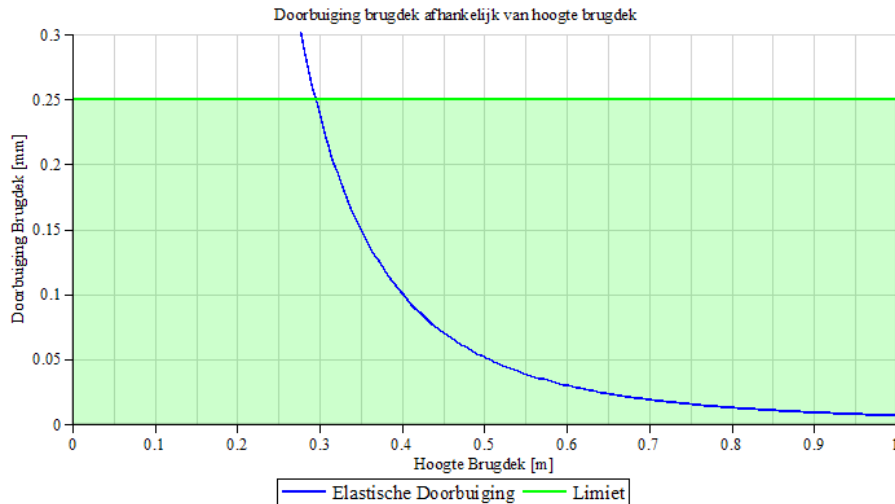
Vervolgens wordt naar de extra stijfheidseis gekeken waarbij een puntlast van 1.5 kN (F) halverwege de overspanning wordt geplaatst. De bijbehorende doorbuiging kan worden berekend met het volgende vergeet-mij-nietje, geschreven als functie van de hoogte van het brugdek:

$$\delta_{stat;extra} = A_F \frac{FL^3}{EI} = \frac{1}{192} \cdot \frac{FL^3}{E \left(\frac{1}{12} b h^3 \right)} = \frac{1}{192} \cdot \frac{1.5 \cdot 19^3}{38500000 \cdot \left(\frac{1}{12} \cdot 2.6 \cdot h^3 \right)} = \frac{0.0064}{h^3} \text{ [mm]}$$

Vergelijking 9

- $\delta_{stat;extra}$ Elastische doorbuiging door de puntlast [mm]
- A_F Randvoorwaarde, afhankelijk van oplegging systeem [-]

In Figuur 8 hieronder is de doorbuiging te zien die is geschreven als functie van de hoogte van het brugdek.



Figuur 8: Doorbuiging brugdek afhankelijk van hoogte brugdek

Als hier de waarde die hoort bij $hoogte = 0.45$ m wordt afgelezen wordt een doorbuiging van 0.07 mm gevonden. De doorbuiging valt hiermee binnen de limiet van 0.25 mm, en zodoende kan worden vastgesteld dat 0.4302 meter de kleinste hoogte is die door de NEN 6723 wordt toegelaten met behulp van de comforteis.

De eigenfrequentie van het systeem kan worden bepaald door Vergelijking 7 in te vullen

$$f_e = 9.7230 \cdot h = 9.7230 \cdot 0.4302 = 4.18 [1/s]$$

Vergelijking 10

De bijbehorende slankheid is

$$\lambda = \frac{h}{L} = \frac{0.4302}{19} = \frac{1}{44.2} [-]$$

Vergelijking 11

- λ Slankheid, de verhouding tussen hoogte- en lengte van het brugdek [-]
- h Hoogte van het brugdek [m]
- L Lengte van de overspanning [m]

Er kan worden opgemerkt dat deze slankheid iets afwijkt van de geconstrueerde Hoevebrug, die een slankheid van 1:42.2 heeft, omdat bij de Hoevebrug een hoogte van 450 mm is nagestreefd die door de architect werd voorgelegd.

Voor een volledige berekening betreffende de comforteis van NEN 6723 wordt verwezen naar Bijlage 4.

Opmerking: In geval van de comforteis volgens de NEN 6723 bestaat er een combinatie tussen de afmeting van de doorsnede en de lengte van het brugdek dat een ‘optimale’ (een zeer grote) slankheid oplevert. Wanneer namelijk de lengte van het brugdek 35.88 meter is, kan de bijbehorende doorbuiging worden berekend volgens

$$\delta_{stat} = A_q \frac{q_{aanw} L^4}{EI} = \frac{1}{384} \cdot \frac{(\rho b h) L^4}{E \left(\frac{1}{12} b h^3 \right)} = \frac{1}{384} \cdot \frac{(25 \cdot 2.6 \cdot h) \cdot 35.88^4}{38500000 \cdot \left(\frac{1}{12} \cdot 2.6 \cdot h^3 \right)} = \frac{0.0336}{h^2} [m]$$

Vergelijking 12

Hieruit volgt dat de eigenfrequentie gelijk is aan

$$f_e = \frac{0.5}{\sqrt{\frac{0.0336}{h^2}}} = 2.7265 \cdot h \text{ [1/s]}$$

Vergelijking 13

De hoogte van het brugdek, vanaf waar de *minimaal benodigde* massa lineair tot 0 mag worden gereduceerd (vanaf $f_e = 3$ Hz), ligt op *hoogte* = 1.1003 m. De *minimaal benodigde* massa op het interval van 0 en 3 Hz is gelijk aan

$$q = \frac{z}{L} = \frac{1300}{35.88} = 36.23 \text{ [kN/m]}$$

Vergelijking 14

Het snijpunt tussen de *minimaal benodigde* massa (zie Vergelijking 14) en de *aanwezige* massa (zie Vergelijking 8) ligt op *hoogte* = 0.5574 m.

Er zal ook moeten worden gecontroleerd of de hoogte, die is verkregen door de hierboven gestelde eis van de *minimaal benodigde* massa, voldoet aan de extra stijfheidseis. Hierbij geldt dat de doorbuiging van de ligger in geval van de puntlast van 1.5 kN, ter plaatse van het midden van de overspanning, geen grotere doorbuiging mag opleveren dan 0.25 mm. Invullen van de extra stijfheidseis, die is geschreven als functie van de hoogte, geeft

$$\delta_{stat,extra} = A_F \frac{FL^3}{EI} = \frac{1}{192} \cdot \frac{FL^3}{E \left(\frac{1}{12} bh^3 \right)} = \frac{1}{192} \cdot \frac{1.5 \cdot 35.88^3}{38500000 \cdot \left(\frac{1}{12} \cdot 2.6 \cdot h^3 \right)} = \frac{0.0433}{h^3} \text{ [mm]}$$

Vergelijking 15

Door de extra stijfheidseis gelijk te stellen aan de maximale doorbuiging die mag optreden, oftewel 0.25 mm, volgt hieruit een minimale hoogte van het brugdek van 0.5574 meter.

De eigenfrequentie van het systeem kan worden bepaald door Vergelijking 13 in te vullen

$$f_e = 2.7265 \cdot h = 2.7265 \cdot 0.5574 = 1.52 \text{ [1/s]}$$

Vergelijking 16

Zodoende levert deze uitzonderlijke situatie een slankheid op van

$$\lambda = \frac{h}{L} = \frac{0.5574}{35.88} = \frac{1}{64.4} \text{ [-]}$$

Vergelijking 17

Merk dus op dat deze grote slankheid enkel kan worden gevonden door ‘terug te rekenen’ naar een bijbehorende lengte, waarbij de breedte, elasticiteitsmodulus, en dichtheid als vaste waarden zijn aangenomen. In praktijk zal echter juist de lengte van de overspanning het gegeven zijn waarmee moet worden gewerkt, waarna de overige afmetingen zodanig kunnen worden afgestemd dat deze een grote slankheid opleveren. Een belangrijke parameter voor het verkrijgen van een zo slank mogelijk brugdek zal de breedte van het brugdek zijn, waardoor massa aan het systeem wordt toegevoegd. Is bijvoorbeeld de lengte van de overspanning van het ontwerp 25 meter, dan zal voor het berekenen van een ‘optimale’ slankheid een breedte nodig zijn van 7.69 meter. Alleen op deze manier is de hoogte volgens het bepalen van de eerste eis (een *minimaal benodigde massa* in combinatie met een eigenfrequentie) gelijk aan de extra eis die wordt gesteld (een maximaal toelaatbare doorbuiging van 0.25 mm door de puntlast van 1.5 kN). De bijbehorende hoogte is op deze manier 0.2705 meter. De slankheid is dan 1 op 92.4. Echter is het verkregen resultaat niet praktisch, omdat er geen dek met een breedte van 7.69 zal worden toegepast voor een lengte van 25 meter. Daarnaast zal er ook rekening moeten worden gehouden met de meewerkende breedte van de brug, waardoor de breedte die in rekening mag worden gebracht wordt gereduceerd. Als er bijvoorbeeld een breedte van 4.5 meter is toegepast, die iets reëler is als maximale breedte, zal de benodigde hoogte 0.4622 meter zijn. Dit leidt tot een slankheid van 1 op 54.1.

5.2 COMFORTEISEN EUROCODE – NATIONALE BIJLAGE NEDERLAND

5.2.1 INLEIDING

Sinds de invoering van de Eurocode is de comforteis van voetgangersbruggen uitgedrukt in een toelaatbare versnelling van het brugdek waar een maximum aan is gesteld. Deze maximale waarden staan omschreven in Eurocode 1990 [6] waarvan de bladzijde betreffende de comforteis in Bijlage 5 staat vermeld. De beschouwde richtingen van comfort voor voetgangers zijn verticaal, longitudinaal, en lateraal waarbij voor elke richting een andere maximale toelaatbare versnelling van het brugdek is gegeven. De bijbehorende Nationale Bijlage van Eurocode 1990 [7] omschrijft deze versnelling per richting iets uitgebreider (zie voor deze bladzijde Bijlage 6), waarin ook staat uitgelegd dat deze waarden zijn ontleend aan het document dat is uitgebracht door de JRC: de 'EUR 23984 EN: Design of Lightweight Footbridges for Human Induced Vibrations' [8].

Naast de maximumwaarden die gesteld zijn aan de versnelling van het brugdek wordt in de Nationale Bijlage van 1991-2 [9] een belastingseis gesteld voor voetgangersbruggen. Het gaat hier om een bepaalde verkeersintensiteit waarmee moet worden gerekend (hoeveelheid personen per vierkante meter op de brug), evenals het in beschouwing nemen van een hoeveelheid zogenaamde 'joggers' die tegelijkertijd over de brug rennen, afhankelijk van de lengte van het brugdek. De gestelde eis is te vinden in Bijlage 7, waarin de verwijzing naar Bijlage A van Eurocode 1991-2 hetzelfde is als het document EUR 23984 EN.

Meer uitleg over de rekenmethode volgens de EUR 23984 EN die in Nederland wordt gehanteerd is hieronder gegeven.

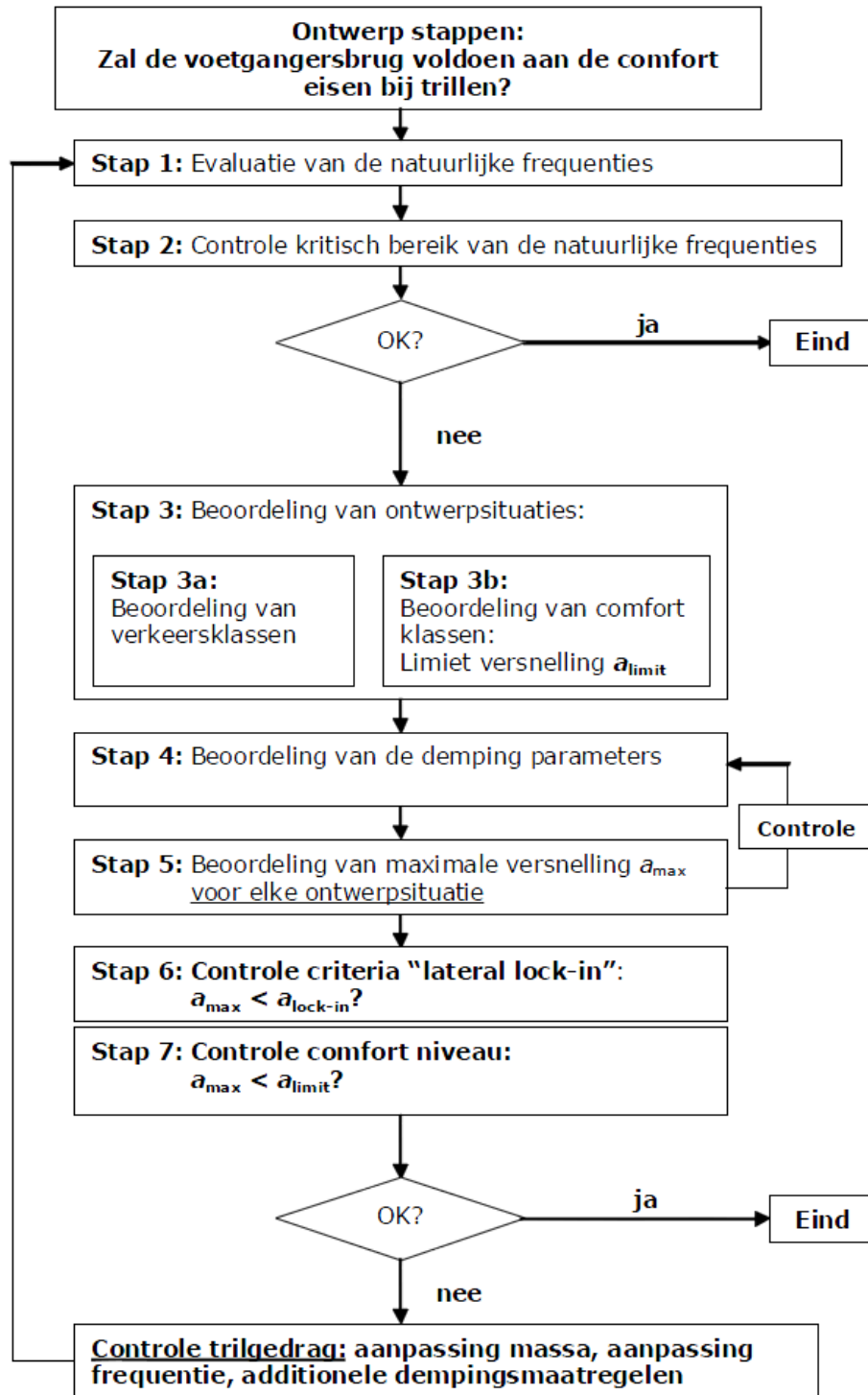
Opmerking: De comforteis in dit rapport wordt net als in de Eurocode omschreven als een 'luxe-eis' waarbij in praktijk de opdrachtgever en het ingenieursbureau tot een akkoord komen betreffende comfort van de voetgangers. Het wordt niet gezien als een bruikbaarheidsgrenstoestand, omdat deze in de Eurocode niet wordt beschouwd als een grondbeginsel waar verplicht aan moet worden voldoen (aan de eis ontbreekt de zogenaamde 'principle' (P)).

5.2.2 EUR 23984 EN: DESIGN OF LIGHTWEIGHT FOOTBRIDGES FOR HUMAN INDUCED VIBRATIONS

De voorloper van de EUR 23984 EN is het document 'Human Induced Vibrations of Steel Structures' (HIVOSS) [10][11]. De methode die in de HIVOSS was gegeven had betrekking op comfort voor voetgangers op stalen bruggen waarbij comfort was uitgedrukt in een maximumwaarde voor de versnelling van het brugdek. Al gauw werd duidelijk dat deze methode kon worden gegeneraliseerd en zodoende kon worden toegepast op lichtgewicht bruggen van allerlei verschillende soorten materialen.

De EUR 23984 EN is een richtlijn waarin wordt vermeld dat de opdrachtgever en haar adviseur verschillende verkeersklassen (verkeersintensiteit van voetgangers per vierkante meter brugdek) in combinatie met verschillende niveaus van comfort (comfortklassen) opstellen die acceptabel worden geacht. Merk op dat er meerdere ontwerpsituaties (combinaties tussen verkeersklassen en comfortklassen) mogelijk zijn! Vervolgens zal het ingenieursbureau ontwerpen aanbieden waarbij aan de gestelde eisen worden voldaan.

Hieronder is de methode kort uitgelegd met behulp van een stroomschema.



Figuur 9: Stroomschema voor comfort volgens EUR 23984 EN

De EUR 23984 EN benadrukt dat er een beschouwing van comfort moet worden uitgevoerd wanneer de eigenfrequentie (f_e ; waarin $e = 1, 2, 3, \dots$, immers er zijn in theorie oneindig veel eigenfrequenties van het systeem) van het ontworpen systeem in een bepaald frequentiegebied valt waarin voetgangers vaak lopen, ook wel het 'kritische gebied' genoemd. Wanneer namelijk de frequentie van de belasting die wordt uitgeoefend op het systeem hetzelfde is als de eigenfrequentie zal de brug gaan resoneren, wat te allen tijde moet worden voorkomen omdat de verplaatsingen van het brugdek dan 'oneindig' groot worden. Zie voor meer uitleg en informatie over de eigenfrequentie van het systeem Bijlage 1.

Het kritische gebied in EUR 23984 EN voor de eerste harmonische stapfrequentie in verticale- en longitudinale richting is gegeven als $1.25 \text{ Hz} \leq f_e \leq 2.3 \text{ Hz}$. Echter wanneer een voetganger loopt met een bepaalde stapfrequentie zal dit een belasting uitoefenen op het systeem in verloop van tijd, waarbij de belasting is opgebouwd uit veelvouden van de (harmonische) stapfrequentie. Zodoende geldt dat veelvouden van het eerste kritische gebied waarin voetgangers vaak lopen ook kritische gebieden zijn, en dus geldt dat het tweede kritische gebied gelijk is aan $2.5 \text{ Hz} \leq f_e \leq 4.6 \text{ Hz}$. Zo bestaan er oneindig veel kritische gebieden, die kunnen worden geschreven in een vorm van een Fourierreeks waarover in paragraaf 8.5.1 meer over wordt verteld. In de EUR 23984 EN zijn echter enkel de eerste twee harmonische stapbelastingen van voetgangers beschouwd, omdat de geleverde belastingen die afkomstig zijn van de derde harmonische stapfrequentie (en hoger) te verwaarlozen zijn. Volgens EUR 23984 EN is er zelfs geen literatuur aanwezig van het in beweging krijgen van het brugdek door middel van de tweede harmonische stapfrequentie van een voetganger, maar wordt deze wel meegenomen in de beschouwing. Dus het kritische frequentiegebied voor verticale- en longitudinale trillingen kan worden geschreven als

$$1.25 \text{ Hz} \leq f_e \leq 4.6 \text{ Hz}$$

Het kritische gebied in laterale richting is


$$0.5 \text{ Hz} \leq f_e \leq 1.2 \text{ Hz}$$



Voor de laterale richting geldt dat er geen veelvouden van deze (harmonische) stapfrequentie in rekening hoeven worden genomen, omdat de uitgeoefende belasting van al deze termen verwaarloosbaar klein is.

Opmerking: In dit rapport zal alleen de comfort in verticale richting worden beschouwd, omdat in geval van een betonnen brugdek de eigenfrequentie in longitudinale- en laterale richting in geen enkel geval in het kritische gebied valt! Dit is gebaseerd op de bepaling van de eigenfrequentie met behulp van de overeengekomen afmetingen en materiaaleigenschappen (zie de afbakening in paragraaf 3.5) die in de parameterstudie worden toegepast (zie hoofdstuk 7). Uitleg over de eigenfrequentie in longitudinale- en laterale richting is gegeven in paragraaf 5.2.3 en 5.2.4.

In het vervolg zal dan ook met ‘eigenfrequentie’ de ‘eigenfrequentie in verticale richting’ worden bedoeld. Wanneer het over longitudinale- en/of laterale eigenfrequenties gaat zal het specifiek worden vermeld.

Na het vaststellen van de eigenfrequentie(s) kunnen de ontwerpsituaties worden bepaald (combinatie tussen verkeersklasse en comfortklasse). De vijf verschillende verkeersklassen van voetgangers zijn hieronder gegeven.

Verkeers-klasse (VK)	Verkeersintensiteit (VI) [personen/m ²]	Omschrijving	Kenmerken
VK 1	Groep van 15 personen Dichtheid = 15 / B L	Zeer weinig verkeer	B = Breedte brugdek L = Lengte brugdek
VK 2	VI = 0.2	Weinig verkeer 	Comfortabel en vrij lopen Inhalen is mogelijk Individuele voetgangers kiezen zelf eigen tempo
VK 3	VI = 0.5	Dicht bevolkt verkeer	Vrij lopen is nog onbelemmerd Inhalen is soms nog mogelijk

			
VK 4	VI = 1.0	<p>Zeer dicht bevolkt verkeer</p> 	<p>Beperkte bewegingsvrijheid Eigen loopspas wordt vaak verhinderd Inhalen is niet mogelijk</p>
VK 5	VI = 1.5	<p>Uitzonderlijk zwaar verkeer</p>	<p>Lopen is onaangenaam Eigen loopspas kan niet zelf worden gekozen</p>

Tabel 1: Verkeersklassen voetgangers

Elke hierboven genoemde verkeersklasse kan worden gekoppeld aan een van de vier gegeven comfortklasse uit Tabel 2 hieronder.

Comfortklasse (CK)	Graad van comfort	Verticaal a_{limiet} [m/s^2]	Horizontaal a_{limiet} [m/s^2]
CK 1	Maximum	< 0.50	< 0.10
CK 2	Medium	0.50 – 1.00	0.10 – 0.30
CK 3	Minimum	1.00 – 2.50	0.30 – 0.80
CK 4	Onacceptabele hinder	> 2.50	> 0.80

Tabel 2: Comfortklassen voetgangers

De combinatie tussen verkeersklasse en comfortklasse is afhankelijk van de locatie van de brug, de gebruikersintensiteit, de hoogte van de brug boven het oppervlak, de tijdsduur, etc.

Er kan nu per ontwerpsituatie worden gecontroleerd of aan de comforteis wordt voldaan ($a_{max} < a_{limiet}$). Dit is afhankelijk van de gebruikte rekenmethode, waar er in EUR 23984 EN drie van worden gegeven:

- Single Degree of Freedom Method
- Response Spectra Method
- Finite Element Method

De eerste twee rekenmethoden zijn gebaseerd op het maken van een handberekening, waarbij de ‘Single Degree of Freedom Method’ (SDOFM) de beschouwing is van een één-massa-veer-systeem (1-MVS), en de ‘Response Spectra Method’ (RSM) een rekenmethode is waarbij factoren worden gebruikt die afkomstig zijn van het uitvoeren van simulaties met behulp van de simulatiemethode Monte Carlo. De derde methode van het bepalen van de optredende versnelling van het brugdek is met de ‘Finite Element Method’ (FEM), ook bekend als de ‘Eindige Elementen Methode’ (EEM), waarbij een model van de brug in een computer wordt ingevoerd. Echter is in dit rapport de EEM niet behandeld, omdat in het hoofdonderzoek de versnelling van het brugdek middels een andere rekenmethode analytisch zal worden bepaald, en dus geen gebruik zal worden gemaakt van de EEM.

Meer informatie over de toetsing per methode is gegeven in paragraaf 5.2.5 (SDOFM) en 5.2.6 (RSM). Allereerst wordt in de volgende paragraaf een algemene toelichting gegeven over verschillende onderwerpen die ter sprake zullen komen bij beide rekenmethoden.

5.2.2.1 ALGEMENE TOELICHTING

De werkwijze volgens de EUR 23984 EN is hierboven kort weergegeven, evenals de beschikbare rekenmethoden. Echter zullen de volgende onderwerpen, die allen ter sprake komen in EUR 23984 EN voor de rekenmethoden SDOFM en RSM, nader worden toegelicht:

- Eigenfrequentie
- Verkeersklasse
- Modale massa
- Dempingsverhouding
- Versnellingslimiet

EIGENFREQUENTIE

De eigenfrequentie van het systeem wordt bepaald met behulp van de formule [12]

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \text{stysteemwaarde} \cdot \sqrt{\frac{EI}{\rho AL^4}}$$

Vergelijking 18

<i>f</i>	<i>Eigenfrequentie [1/s]</i>
<i>stysteemwaarde</i>	<i>Waarde, afhankelijk van oplegging systeem [-]</i>
<i>E</i>	<i>Elasticiteitsmodulus beton [N/m²]</i>
<i>I</i>	<i>Oppervlaktetraagheidsmoment doorsnede [m⁴]</i>
<i>ρ</i>	<i>Dichtheid beton [kg/m³]</i>
<i>A</i>	<i>Oppervlakte doorsnede [m²]</i>
<i>L</i>	<i>Lengte van de overspanning [m]</i>

Afhankelijk van de uitkomst van de eigenfrequentie kan worden gesteld of deze in het kritische gebied valt waardoor een berekening betreffende comfort moet worden uitgevoerd.

VERKEERSKLASSE

In de Nationale Bijlage van Eurocode 1990 staat dat voor ‘normaal gebruik’ van voetgangersbruggen er rekening moet worden gehouden met verkeersklasse 3 (zie Tabel 1). In dit rapport is deze verkeersintensiteit van 0.5 personen per vierkante meter dan ook aangehouden als uitgangspunt. Verderop in het rapport zullen alle verkeersklassen worden beschouwd, waarbij het verschil in rekenmethode (SDOFM versus RSM) wordt beschreven (zie paragraaf 6.2.2).

MODALE MASSA

De modale massa die meespeelt in het bepalen van de eigenfrequentie is een combinatie tussen de massa van het brugdek en de massa van de voetgangers die hierop aanwezig zijn (afhankelijk van de verkeersklasse). Vanwege het feit dat voetgangers verhoudingsgewijs niet veel massa toevoegen aan de totale massa, die nodig is voor het bepalen van de modale massa, is gesteld dat voetgangers alleen worden meegenomen in de berekening van de totale massa als deze een bijdrage leveren die 5% of meer is dan de massa van het brugdek. Dit valt binnen de nauwkeurigheid met de eigenfrequentie die in werkelijkheid wordt gemeten. In formulevorm kan dit worden geschreven als

$$\alpha = \frac{\mu_b + \mu_m}{\mu_b}$$

Vergelijking 19

<i>α</i>	<i>Invloedsfactor van de bijdrage van de massa voetgangers op het brugdek [-]</i>
<i>μ_b</i>	<i>Massa van het brugdek per strekkende meter [kg/m]</i>
<i>μ_m</i>	<i>Massa van de voetgangers op het brugdek per strekkende meter [kg/m]</i>

Wanneer de uitkomst van α hiervan 5% is kan de eigenfrequentie worden bepaald met

$$f'(\alpha = 1.05) = \sqrt{\frac{k^*}{\alpha m^*}} = \sqrt{\frac{k^*}{1.05 \cdot m^*}} = 0.976 \cdot f$$

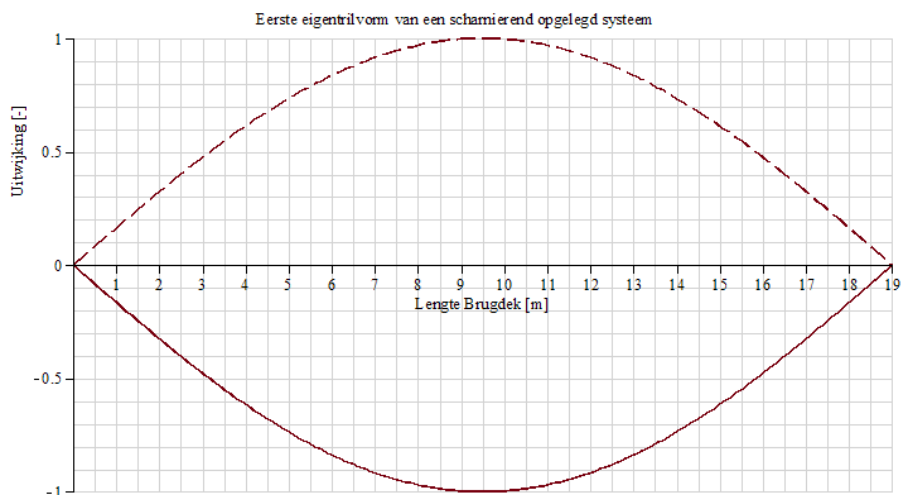
Vergelijking 20

- f Beschouwde eigenfrequentie in geval van $\alpha = 1.05$ [1/s]
- k^* Modale stijfheid van het systeem [N/m]
- m^* Modale massa van het systeem [kg]

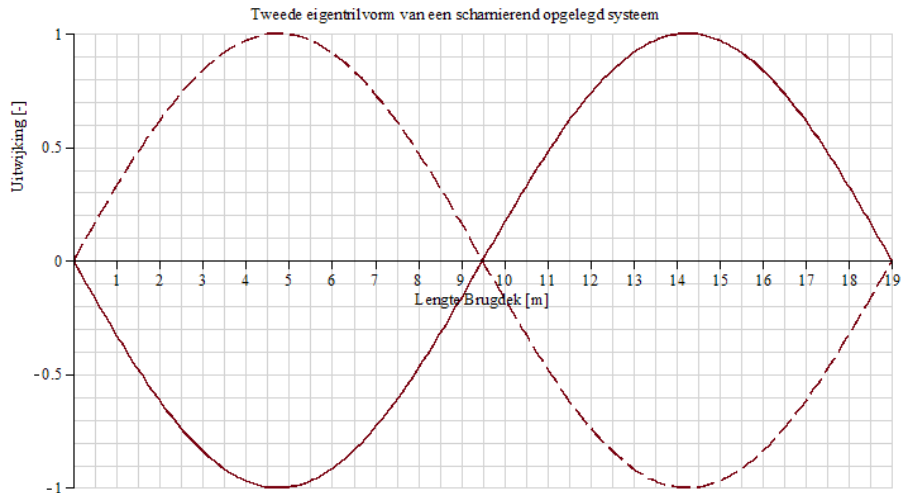
Er kan dus worden opgemerkt dat bij een toename tot 5% van de totale massa (afkomstig door het in rekening brengen van de massa voetgangers aanwezig op het brugdek), de eigenfrequentie binnen een marge van 2.5% valt. Dit wordt als voldoende nauwkeurig beschouwd. Echter wanneer de massa voetgangers een bijdrage levert die groter is dan 5% van de totale massa zal dit in rekening worden gebracht voor de bepaling van de eigenfrequentie.

Vervolgens kan aan de hand van de totale massa de modale massa van het systeem worden bepaald, die een percentage is van de totale massa, afhankelijk van de eigentrilvorm die de constructie aanneemt. Merk op dat de eigentrilvorm in theorie analytisch kan worden benaderd en om deze reden iets kan afwijken met de werkelijkheid. Elke eigentrilvorm waarin een constructie beweegt komt overeen met een bijbehorende eigenfrequentie.

Zo kan bijvoorbeeld van een scharnierend opgelegd systeem de eerste eigenfrequentie worden gekoppeld aan de eerste eigentrilvorm: wetende dat een scharnierend opgelegd systeem vrij kan roteren ter plaatse van de oplegging, kan de benadering worden uitgedrukt in bijvoorbeeld een sinusterm, namelijk een halve sinus over de lengte van de overspanning komt overeen met de eerste eigentrilvorm. Zo geldt voor de tweede eigentrilvorm dat een hele sinusvorm zal optreden over de lengte van de overspanning van het systeem. Dit is verduidelijkt in Figuur 10 en Figuur 11 hieronder.



Figuur 10: Eerste eigentrilvorm van een scharnierend opgelegd systeem



Figuur 11: Tweede eigentrilvorm van een scharnierend opgelegd systeem

Op deze manier kunnen de eigentrilvormen van een scharnierend opgelegd systeem worden benaderd door middel van de uitdrukking in een sinusterm [13]

$$\Phi(x)_n = \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

Vergelijking 21: Eigentrilvorm van een scharnierend opgelegd systeem, afhankelijk van integer 'n'

- $\Phi(x)_n$ Eigentrilvorm, geschreven als functie van de lengte van het brugdek [-]
- n Integer ($n = 1, 2, 3, \dots$) [-]
- x Plaatsafhankelijke coördinaat [m]
- L Lengte van de overspanning [m]

Merk op dat er meerdere mogelijkheden zijn waarin eigentrilvormen kunnen worden genoteerd! Een goede benadering van de eerste eigentrilvorm van een scharnierend opgelegd systeem kan ook worden geschreven als [14]:

$$\Phi(x) = \frac{4x^2}{L^2} - \frac{4x}{L}$$

Vergelijking 22: Eerste eigentrilvorm van een scharnierend opgelegd systeem

- $\Phi(x)$ Fundamentele eigentrilvorm, geschreven als functie van de lengte van het brugdek [-]
- x Plaatsafhankelijke coördinaat [m]
- L Lengte van de overspanning [m]

DAMPINGSVERHOUDING

Voor het in rekening brengen van de demping van een constructie wordt de dempingsverhouding (ζ) gebruikt. Deze is per materiaal verschillend, waarvan er enkelen ter vergelijking in Tabel 3 hieronder zijn gegeven.

Constructietype	Minimum ξ	Gemiddeld ξ
Gewapend beton	0.8%	1.3%
Voorgespannen beton	0.5%	1.0%
Composiet staal-beton	0.3%	0.6%
Staal	0.2%	0.4%
Hout	1.0%	1.5%
Kettingbrug	0.7%	1.0%

Tabel 3: Dempingsverhouding voor verschillende materialen

Wanneer de constructie grote amplitudes zal vertonen, bijvoorbeeld in geval van aardbevingen, zal de dempingsverhouding groter worden (ten gevolge van grotere frictie) waarbij voor gewapend beton 5.0% en voor voorgespannen beton 2.0% in rekening mag worden gebracht [8].

VERSNELLINGSLIMIET

De versnellingslimiet die aan het brugdek is gesteld mag niet worden overschreden. Volgens de Eurocode [7] is de limiet in verticale richting 0.7 m/s^2 , die is gebaseerd op het gemiddelde van comfortklasse 2 (zie Tabel 2) in combinatie met verkeerklasse 3 (zie Tabel 1).

In de volgende paragrafen zal allereerst worden aangetoond waarom de longitudinale- en laterale richting voor het berekenen van comfort van een betonnen voetgangersbrug kunnen worden verwaarloosd. Daarna zal de bepaling van de verticale eigenfrequentie kort worden behandeld, waarna vervolgens de toetsingen met behulp van de SDOFM en de RSM worden uitgelegd. Hierbij zal aan het einde van elke paragraaf, waarin de SDOFM en de RSM afzonderlijk worden beschouwd, een rekenvoorbeeld worden gegeven die betrekking heeft op de Hoevebrug waarbij de versnelling van het brugdek voor een variabele hoogte wordt berekend.

5.2.3 LONGITUDINALE RICHTING – EIGENFREQUENTIE

Om te kijken of voetgangers hinder ondervinden op een voetgangersbrug doordat er in lengterichting van het brugdek trillinggolven optreden, wordt de laagst mogelijke eigenfrequentie berekend. Al eerder werd in paragraaf 5.2.2 vermeld dat het kritische gebied voor longitudinale frequenties hetzelfde is als die van verticale frequenties, oftewel $1.25 \text{ Hz} \leq f_e \leq 4.6 \text{ Hz}$. De formule hiervoor luidt [15]

$$f_{Lo;n} = \frac{1}{2\pi} n\pi \sqrt{\frac{E}{\rho}} \frac{1}{L}$$

Vergelijking 23: Formule eigenfrequentie longitudinale richting

$f_{Lo;n}$	Eigenfrequentie in longitudinale richting [Hz]
n	Integer ($n = 1, 2, 3, \dots$) [-]
E	Elasticiteitsmodulus beton [N/m^2]
ρ	Dichtheid beton [kg/m^3]
L	Lengte van de overspanning [m]

De laagst mogelijk haalbare eigenfrequentie in longitudinale richting kan worden verkregen door de afmetingen en materiaaleigenschappen uit de afbakening (zie paragraaf 3.5) zo ongunstig mogelijk te kiezen, oftewel:

- $n = 1$ De fundamentele longitudinale eigenfrequentie wordt bekeken
- $E = 10 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$ Een zo laag mogelijke elasticiteitsmodulus wordt genomen
- $\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$ Een zo hoog mogelijke dichtheid wordt genomen
- $L = 30 \text{ m}$ Een zo groot mogelijke lengte wordt genomen

Op deze manier is de verkregen fundamentele eigenfrequentie in longitudinale richting gelijk aan 33.33 Hz, waaruit kan worden geconcludeerd dat deze niet in het kritische gebied valt. Om deze reden is de longitudinale versnelling van het brugdek buiten beschouwing gelaten.

Voor een uitgebreidere uitleg over de bepaling van de fundamentele eigenfrequentie in longitudinale richting wordt verwezen naar Bijlage 8.

5.2.4 LATERALE RICHTING – EIGENFREQUENTIE

Om te kijken of voetgangers hinder ondervinden op een voetgangersbrug doordat er in laterale richting van het brugdek trilling optreedt, wordt de laagst mogelijke eigenfrequentie berekend van een scharnierend opgelegd systeem. Al eerder werd in paragraaf 5.2.2 vermeld dat het kritische gebied voor laterale frequenties gelijk is aan $0.5 \text{ Hz} \leq f_e \leq 1.2 \text{ Hz}$. De formule hiervoor luidt [15]

$$f_{La;n} = \frac{1}{2\pi} (n\pi)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho AL^4}}$$

Vergelijking 24: Formule eigenfrequentie laterale richting

$f_{La;n}$	Eigenfrequentie in laterale richting [Hz]
n	Integer ($n = 1, 2, 3, \dots$) [-]
E	Elasticiteitsmodulus beton [N/m^2]
I	Oppervlaktetraagheidsmoment doorsnede in laterale richting [m^4]
ρ	Dichtheid beton [kg/m^3]
A	Oppervlakte doorsnede [m^2]
L	Lengte van de overspanning [m]

Wanneer de laterale eigenfrequentie van de constructie wordt berekend, speelt de hoogte van het brugdek geen rol van betekenis, immers $I = \frac{1}{12}hb^3$ en $A = bh$, waarin b de breedte- en h de hoogte van het brugdek is, waaruit kan worden opgemerkt dat de hoogte uit Vergelijking 24 kan worden weg gedeeld.

De laagst mogelijk haalbare eigenfrequentie in laterale richting kan worden verkregen door de afmetingen en materiaaleigenschappen uit de afbakening (zie paragraaf 3.5) zo ongunstig mogelijk te kiezen, oftewel:

- $n = 1$ De fundamentele eigenfrequentie wordt bekeken
- $E = 10 \cdot 10^9 N/m^2$ Een zo laag mogelijke elasticiteitsmodulus wordt genomen
- $b = 1.5 m$ Een zo klein mogelijke breedte wordt genomen
- $\rho = 2500 kg/m^3$ Een zo hoog mogelijke dichtheid wordt genomen
- $L = 30 m$ Een zo groot mogelijke lengte wordt genomen

Op deze manier is de verkregen fundamentele eigenfrequentie in laterale richting gelijk aan 1.51 Hz, waaruit kan worden geconcludeerd dat deze niet in het kritische gebied valt volgens de EUR 23984 EN, echter stelt de Eurocode voor om een toetsing ten behoeve van comfort in laterale richting uit te voeren als deze kleiner is dan 2.5 Hz (zie Bijlage 5). Er wordt daarom gekeken naar het optreden van eventuele 'lock-in' [8]. Dit is een verschijnsel waarbij alle voetgangers uiteindelijk synchroon gaan lopen op een brug zodra een laterale beweging voelbaar is. Deze laterale beweging zal vervolgens worden versterkt doordat meerdere voetgangers gedwongen worden hierin mee te bewegen als deze lopen. De formule voor de bepaling van de hoeveelheid mensen die nodig zijn om het verschijnsel 'lock-in' te veroorzaken is

$$N_L = \frac{8\pi\xi m^* f}{k}$$

Vergelijking 25: Formule voor de bepaling van de benodigde hoeveelheid mensen waardoor lock-in kan optreden

N_L	Hoeveelheid benodigde mensen om het verschijnsel 'lock-in' te genereren [-]
ξ	Dempingsverhouding [-]
m^*	Modale massa van het systeem [kg]
f	Eigenfrequentie van het systeem [Hz]
k	Constante = ± 300 [kg/s]

Invullen van de hierboven genoemde formule leidt tot

$$N_L = \frac{8\pi \cdot 0.013 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 2500 \cdot (1.5 \cdot 0.3 \cdot 30)\right) \cdot 1.51}{300} = 27.75 \approx 28 \text{ personen}$$

Vergelijking 26

In de bepaling van het aantal mensen is een (kleine) hoogte van 0.3 meter aangenomen, daar de Hovebrug 0.45 meter is. Volgens de Eurocode dient er rekening te worden gehouden met verkeersklasse 3 (0.5 personen/ m^2),

waardoor het aantal personen die aanwezig zijn op het brugdek gelijk is aan $22.5 \approx 23$. Zodoende leidt dit niet tot het verschijnsel 'lock-in'.

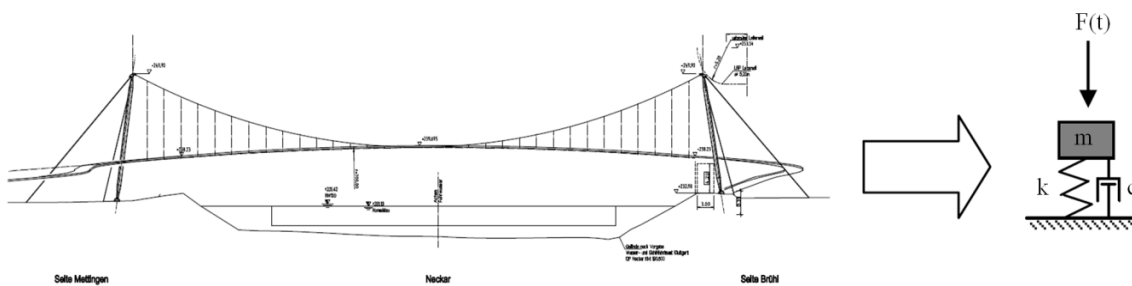
Daarnaast fungeren de opleggingen in laterale richting niet exact als scharnieren, maar zijn deze stijver. Ook zal de elasticiteitsmodulus van beton in veel situaties groter zijn dan 10000 N/m^2 . Hierdoor zal de werkelijke eigenfrequentie in laterale richting groter zijn dan 1.51 Hz.

Om deze redenen is de beschouwing van de laterale versnelling buiten beschouwing gelaten.

Voor een uitgebreidere uitleg over de bepaling van de fundamentele eigenfrequentie in laterale richting wordt verwezen naar Bijlage 9.

5.2.5 TOETSING – SINGLE DEGREE OF FREEDOM METHOD

Doel van de Single Degree of Freedom Method (SDOFM) is om de versnelling van het brugdek te berekenen in geval dat de berekende verticale eigenfrequentie kleiner is dan 5 Hz [6], echter neemt de SDOFM alleen stapfrequenties in acht die liggen in het gebied $1.25 \text{ Hz} \leq f_e \leq 4.6 \text{ Hz}$, zoals verderop uitgelegd. Hierbij wordt gebruik gemaakt van een toegepaste verkeersintensiteit aan voetgangers (in dit geval verkeersklasse 3, zie paragraaf 5.2.2.1) die op het brugdek aanwezig zijn en deze vervolgens om te rekenen naar een puntlast (de modale belasting), waarbij de massa van het brugdek als een geconcentreerde massa wordt beschouwd (de modale massa). Zodoende kan de situatie in zijn geheel worden geschematiseerd als een één-massa-veer-systeem (1-MVS) waarin ook de stijfheid en de demping wordt meegenomen, zie Figuur 12 hieronder.

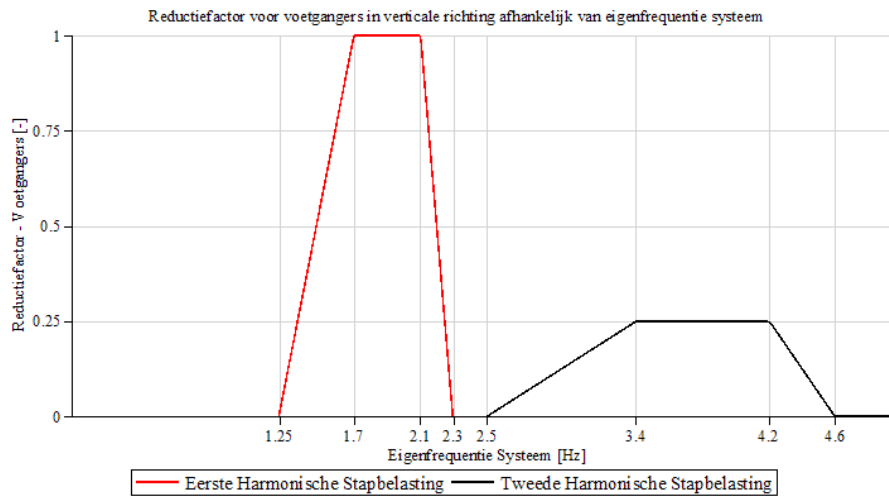


Figuur 12: Schematiseren van een 1-MVS

$F(t)$	Belasting die wordt uitgeoefend op het systeem in verloop van tijd [N]
m	Massa [kg]
k	Stijfheid [N/m]
c	Demping [Ns/m]

Dezelfde methode wordt toegepast op joggers (dit zijn personen die zich rennend voortbewegen), waarbij de hoeveelheid joggers die in rekening moeten worden gebracht afhankelijk is van de lengte van de brug.

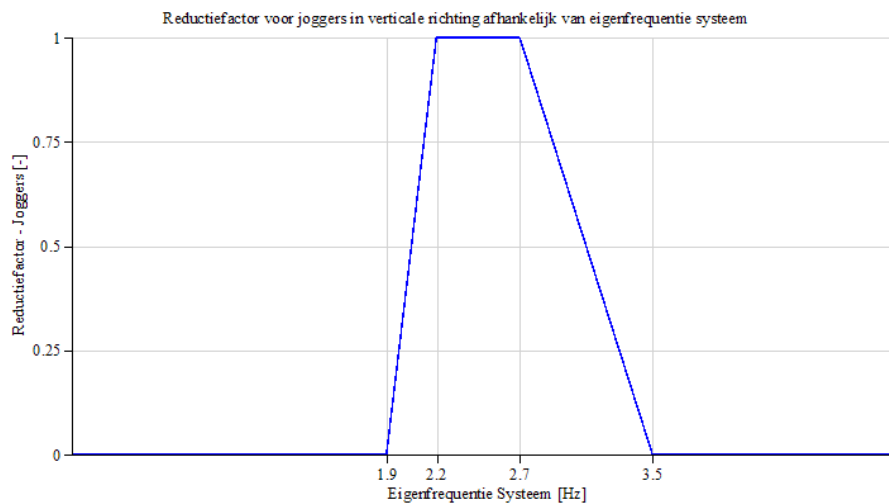
Zoals eerder vermeld is een kritisch gebied in verticale richting volgens de EUR 23984 EN aangehouden als $1.25 \text{ Hz} \leq f_e \leq 4.6 \text{ Hz}$. Dit houdt in dat voor elke berekende eigenfrequentie (f_e) van het systeem, die valt in dit kritische gebied, een comfortberekening moet worden gemaakt. Echter omdat de gemiddelde stapfrequentie van voetgangers het vaakst tussen de 1.7 Hz en 2.1 Hz voorkomen (zie ook [16]), en in veel mindere mate 1.25 Hz of 4.6 Hz, is er verschil in hoe zwaar de trilling (en daarmee dus ook de versnelling) van het brugdek in rekening wordt gebracht, zoals hieronder in Figuur 13 weergegeven.



Figuur 13: Kritisch gebied voor voetgangers van de eerste- en de tweede harmonische stapfrequentie

Te zien is dat de berekende versnelling van het brugdek bij een stapfrequentie tussen 1.7 Hz en 2.1 Hz niet wordt gereduceerd, immers de reductiefactor (Ψ) is hier gelijk aan 1.0. Ook is op te merken dat de tweede harmonische stapbelasting in rekening wordt gebracht, maar dat deze een kleinere invloed heeft op de responsie van het systeem, daar de reductiefactor een waarde van maximaal 0.25 aanneemt (in het gebied $3.4 \text{ Hz} \leq f_e \leq 4.2 \text{ Hz}$).

Voor joggers geldt een kritisch stapfrequentiegebied van $1.9 \text{ Hz} \leq f_e \leq 3.5 \text{ Hz}$ (zie Figuur 14 hieronder), en ook hier geldt dat niet alle stapfrequenties even zwaar in rekening worden gebracht voor de bepaling van de optredende versnelling van het brugdek.



Figuur 14: Kritisch gebied voor joggers uitgedrukt in frequenties

Te zien is dat er maar één kritisch gebied is gegeven voor joggers, en dus geen veelvouden van stapfrequenties, zoals wel het geval is bij voetgangers.

In geval van voetgangers wordt in de SDOFM uit gegaan van een hoeveelheid voetgangers (n) die over het belast oppervlak van de brug (S) lopen, waarbij het aantal dat daadwerkelijk bijdraagt aan een perfect geharmoniseerde belasting in het geschematiseerde 1-MVS het equivalent aantal voetgangers (n') is. Er is aangenomen dat het gehele oppervlak van de brug wordt belast. Voor de bepaling van het equivalent aantal voetgangers, die afhankelijk is van de verkeersklasse, geldt

$$n' = \frac{10.8\sqrt{\xi n}}{S} \quad \text{voor VK 1 t/m VK 3} \quad (VI < 1.0 \text{ personen/m}^2)$$

$$n' = \frac{1.85\sqrt{n}}{S} \quad \text{voor VK 4 en VK 5} \quad (VI \geq 1.0 \text{ personen/m}^2)$$

Vergelijking 27

n'	Equivalent aantal voetgangers op het belaste oppervlakte S , die bijdragen aan een perfect geharmoniseerde belasting in het geschematiseerde 1-MVS [$1/m^2$]
ξ	Dempingsverhouding (zie Tabel 3) [-]
n	Aantal voetgangers op het brugdek ($n = S \cdot VI$) [-]
VI	Verkeersintensiteit, zie Tabel 1 [personen/m^2]
S	Oppervlakte van het brugdek dat wordt belast ($S = L \cdot b$) [m^2]
L	Lengte van de overspanning [m]
b	Breedte van het brugdek [m]

Vervolgens kan de gelijkmatig verdeelde harmonische belasting die op het brugdek aanwezig is worden berekend met behulp van

$$p(t) = P \cos(2\pi f_s t) n'$$

Vergelijking 28

$p(t)$	Gelijkmatig verdeelde harmonische belasting op het brugdek ten gevolge van het equivalent aantal voetgangers die bijdragen aan een perfect geharmoniseerde belasting [N/m^2]
P	Verticale belastingcomponent afkomstig van een enkele voetganger die met een stapfrequentie f_s loopt [N]
f_s	Stapfrequentie, waarbij is aangenomen dat deze gelijk is aan de eigenfrequentie van het brugdek [$1/s$]
t	Tijd [s]
S	Oppervlakte van het brugdek dat wordt belast [m^2] ($S = L \cdot b$)
L	Lengte van de overspanning [m]
b	Breedte van het brugdek [m]
n'	Equivalent aantal voetgangers op het belaste oppervlakte S , die bijdragen aan een perfect geharmoniseerde belasting in het geschematiseerde 1-MVS [$1/m^2$]

Voor de verticale belastingcomponent (P) van een enkele voetganger geldt dat deze gelijk is aan 280 N.

In geval van de SDOFM is het noodzakelijk om de gelijkmatig verdeelde harmonische belasting op het brugdek ($p(t)$) om te rekenen naar een gelijkmatig verdeelde belasting per strekkende meter ($p(x)$), zodat vervolgens de modale belasting (p^*) kan worden bepaald. De modale belasting is een puntlast die eenzelfde uitbuiging van de constructie genereert als dat de gelijkmatig verdeelde belasting per strekkende meter $p(x)$ zou genereren. De modale belasting kan worden geschreven in de vorm

$$p^* = \int_0^L (p(x)\Phi(x))dx$$

Vergelijking 29: Formule modale belasting

p^*	Modale belasting [N]
L	Lengte van de overspanning [m]
$p(x)$	Gelijkmatig verdeelde belasting per strekkende meter [N/m]
$\Phi(x)$	Eigenrilmform, geschreven als functie van de lengte van het brugdek [-]

Een voorbeeld van een formule die de eigentrilvorm in geval van een scharnierende oplegging benadert is reeds gegeven in Vergelijking 21 en Vergelijking 22 in paragraaf 5.2.2.1.

Behalve dat de formule voor de benadering van de beschouwde eigentrilvorm van belang is voor de bepaling van de modale belasting, is deze ook van belang voor de bepaling van de modale massa die in rekening moet worden gebracht, zoals hieronder gegeven

$$m^* = \int_0^L \mu(\Phi(x))^2 dx$$

Vergelijking 30: Formule modale massa

m^*	Modale massa [kg]
L	Lengte van de overspanning [m]
μ	Permanente massa per strekkende meter [kg/m]
$\Phi(x)$	Eigentrilvorm, geschreven als functie van de lengte van het brugdek [-]

In deze rekenmethode wordt uitgegaan van een equivalent aantal voetgangers, die een perfect harmoniserende belasting uitoefenen, waarvan de optredende versnelling van het systeem uit de constante fase ('steady state') wordt gekozen (zie voor meer informatie hierover Bijlage 1). Zodoende kan met behulp van de dempingsverhouding van het materiaal, tezamen met de hierboven genoemde modale belasting, de modale massa, en de reductiefactor, de versnelling worden uitgedrukt zoals omschreven in Vergelijking 31 hieronder

$$a_{max} = \frac{p^*}{m^*} \frac{1}{2\xi} \Psi$$

Vergelijking 31: Formule optredende versnelling brugdek

a_{max}	Optredende versnelling van het brugdek [m/s^2]
p^*	Modale belasting [N]
m^*	Modale massa [kg]
ξ	Dempingsverhouding [-]
Ψ	Reductiefactor die de kans in rekening brengt dat de stapfrequentie van de voetganger het kritieke gebied van de eigenfrequentie nadert [-]

In de Nationale Bijlage van Eurocode 1991-2[9] staat ook dat een belasting door joggers in rekening moet worden genomen, waarbij het aantal joggers afhankelijk is van de lengte van de overspanning. Bij een overspanningslengte van het brugdek kleiner dan of gelijk aan 20 meter is het aantal joggers 5. Wanneer de overspanning groter is dan 20 meter zal uit moeten worden gegaan van 10 joggers.

Ook wordt vermeld dat de jogger een verticale belastingcomponent (P) van 1250 N heeft, die met een snelheid groter dan 3 m/s rent. Echter mag worden beschouwd dat elke jogger zich op de maatgevende locatie van het brugdek bevindt (daar waar de grootste responsie van het systeem wordt verwacht) en dat deze zich niet verplaatst. Volgens EUR 23984 EN geeft het resultaat hiervan een redelijk nauwkeurige benadering in geval dat alle joggers perfect gesynchroniseerd over de brug rennen in een stapfrequentie die gelijk is aan de eigenfrequentie.

Voor de bepaling van de optredende versnelling van het brugdek kan de dempingsverhouding uit Tabel 3 worden gehaald en de reductiefactor voor voetgangers en/of joggers uit Figuur 13 en Figuur 14.

Voor meer uitleg over de totstandkoming van de gegeven formule voor het berekenen van de versnelling van het brugdek, wordt verwezen naar Bijlage 1.

De berekende optredende versnelling van het brugdek (a_{max}) mag de versnellingslimiet (a_{lim}) van $0.7 m/s^2$ niet overschrijden (zie paragraaf 5.2.2.1).

In paragraaf 5.2.5.1 hieronder is een rekenvoorbeeld gegeven betreffende de Hoevebrug, die met behulp van de SDOFM is bepaald.

5.2.5.1 VOORBEELD HOEVEBRUG – SINGLE DEGREE OF FREEDOM METHOD

Er wordt op zoek gegaan naar de kleinste hoogte van de doorsnede met behulp van de rekenmethode SDOFM. Vervolgens kan de slankheid worden bepaald.

Voor het berekenen van de modale massa (m^*) moet rekening worden gehouden met de aanwezige verkeersintensiteit op de brug. Zoals eerder vermeld moet de in acht genomen verkeersintensiteit verkeersklasse 3 zijn (0.5 personen per vierkante meter), en hoeven de voetgangers niet in rekening worden gebracht wanneer deze een massa hebben die minder is dan 5% van de massa van het brugdek. De modale massa kan worden berekend aan de hand van de eigentrilvorm die de constructie aanneemt.

Voor een tweezijdig ingeklemd systeem geldt dat de fundamentele trilvorm waarin de constructie beweegt kan worden benaderd met behulp van [13]

$$\Phi(x) = \cosh\left(\frac{\lambda x}{L}\right) - \cos\left(\frac{\lambda x}{L}\right) - \left(\frac{\cosh(\lambda) - \cos(\lambda)}{\sinh(\lambda) - \sin(\lambda)}\right) \left(\sinh\left(\frac{\lambda x}{L}\right) - \sin\left(\frac{\lambda x}{L}\right)\right)$$

Vergelijking 32: Eigentrilvorm tweezijdig ingeklemd systeem

$\Phi(x)$	Eigentrilvorm, geschreven als functie van de lengte van het brugdek [-]
λ	Snijpunt met de x-as, afhankelijk van de formule $\cosh(x) \cdot \cos(x) = 1$ [-]
L	Lengte van de overspanning [m]

Voor de fundamentele trilvorm geldt dat $\lambda = 4.7300$ (zie Figuur 15 hieronder). Wanneer deze waarde in de eigentrilvorm wordt ingevuld in Vergelijking 32 kan vervolgens de gegeneraliseerde modale massa in geval van voetgangers worden berekend met behulp van

$$m^* = \int_0^L \mu(\Phi(x))^2 dx$$

Vergelijking 33

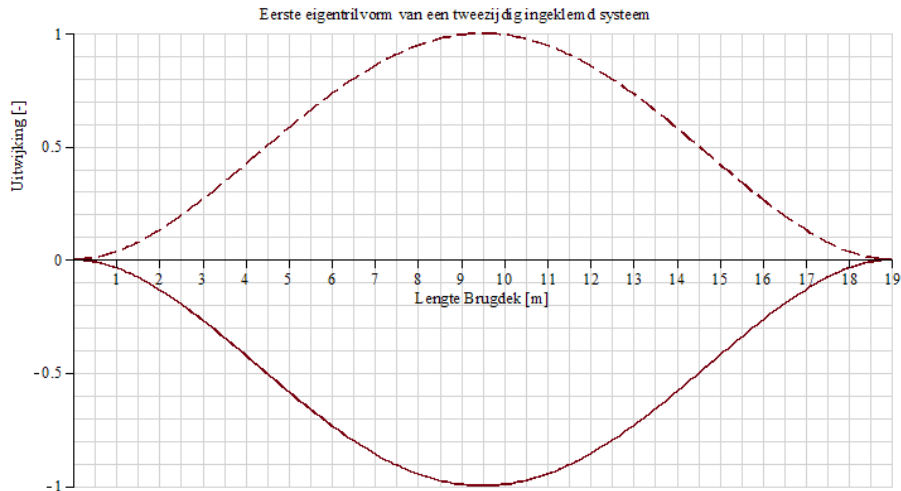
m^*	Modale massa [kg]
μ	Permanente massa per strekkende meter [kg/m]
L	Lengte van de overspanning [m]

Na invullen, simplificeren en generaliseren geldt voor de modale massa

$$m^* = 0.396 \cdot \mu L$$

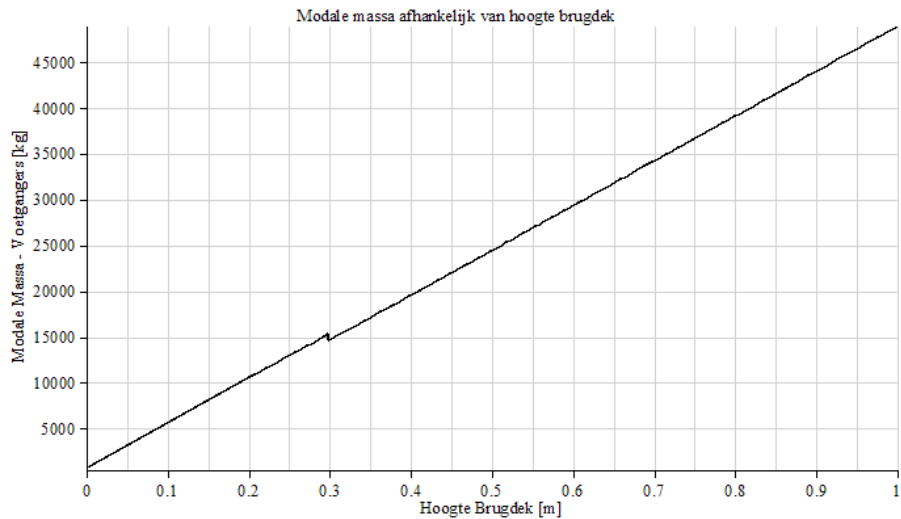
Vergelijking 34: Modale massa van de eerste eigentrilvorm van een tweezijdig ingeklemd systeem

Dit betekent dat 39.6% van de totale beschouwde massa (in [kg]) in rekening moet worden gebracht voor de modale massa van een tweezijdig ingeklemd systeem wanneer deze beweegt in zijn fundamentele trilvorm.



Figuur 15: Eerste eigentrievorm van een tweezijdig ingeklemd systeem

De overgang tussen het wel of niet meenemen van de massa van de voetgangers op het brugdek kan worden afgelezen in Figuur 16 hieronder.



Figuur 16: Modale massa afhankelijk van hoogte brugdek

Er kan worden opgemerkt dat de massa ten behoeve van de voetgangers op het brugdek niet meer in rekening hoeft worden gebracht, voor de bepaling van de modale massa, wanneer de hoogte van het brugdek (ongeveer) 0.3 meter is.

Voor een uitgebreidere omschrijving van de bepaling van de gegeneraliseerde modale massa wordt verwezen naar Bijlage 10.

De eigenfrequentie van het systeem kan worden uitgedrukt in de hoogte, waarvoor geldt

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \text{stroomwaarde} \cdot \sqrt{\frac{EI}{\rho AL^4}} = \frac{\text{stroomwaarde}}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot \frac{1}{12} bh^3}{\rho \cdot (bh)L^4}} = \frac{22.4}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{37846 \cdot 10^3 \cdot \frac{1}{12} \cdot 2.6 \cdot h^3}{2500 \cdot (2.6 \cdot h) \cdot 19^4}}$$

$$= 11.092 \cdot h [1/s]$$

Vergelijking 35

f Eigenfrequentie van het systeem [Hz]
 stroomwaarde Waarde, afkomstig van een tweezijdig ingeklemd systeem [-]

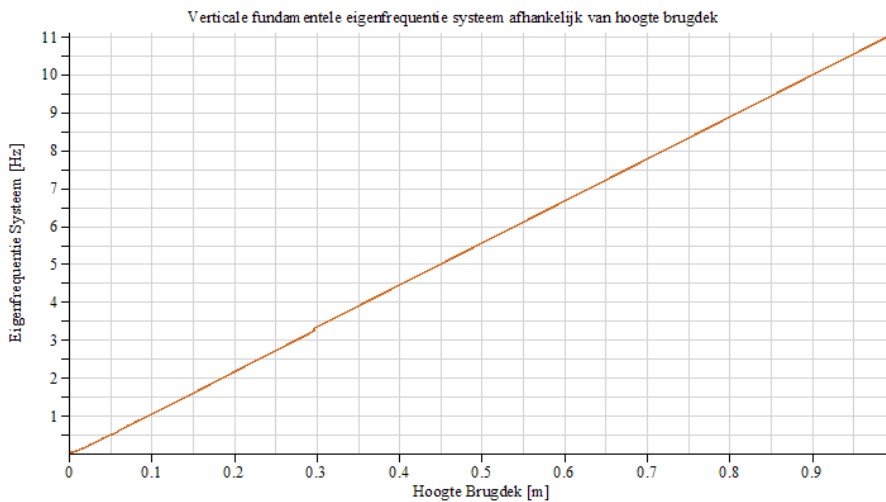
E	Elasticiteitsmodulus beton [N/m^2]
I	Oppervlaktetraagheidsmoment doorsnede [m^4]
ρ	Dichtheid beton [kg/m^3]
A	Oppervlakte doorsnede [m^2]
L	Lengte van de overspanning [m]
b	Breedte brugdek [m]
h	Hoogte brugdek [m]

De elasticiteitsmodulus is berekend met behulp van [17], waarbij de gemiddelde waarde van de cilinderdruksterkte $53 N/mm^2$ is (C53):

$$E_{cm} = 22000 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0.3} = 22000 \left(\frac{53}{10} \right)^{0.3} = 37846 [N/mm^2]$$

Vergelijking 36: Bepaling elasticiteitsmodulus met behulp van NEN 6723

E_{cm}	Elasticiteitsmodulus beton [N/mm^2]
f_{cm}	Gemiddelde waarde van de cilinderdruksterkte van beton [N/mm^2]



Figuur 17: Eigenfrequentie afhankelijk van hoogte brugdek

In Figuur 17 kan worden opgemaakt dat de eigenfrequentie verspringt wanneer de hoogte van het brugdek ongeveer 0.3 meter is. Deze verspringing is afkomstig door de voetgangers die vanaf een hoogte van 0.3 meter niet meer worden meegenomen in de bepaling van de modale massa. Dit heeft vervolgens (in dit geval een minimale) invloed op de eigenfrequentie van het systeem.

Wordt als voorbeeld de eigenfrequentie berekend door de hoogte van de gerealiseerde Hoevebrug ($h = 0.45 m$) in te voeren, waarbij de voetgangers een massa hebben die minder is dan 5% van de massa van de brug, dan is de deze gelijk aan

$$f = 11.092 \cdot h = 11.092 \cdot 0.45 = 4.99 [1/s]$$

Vergelijking 37

Als in dit voorbeeld naar de toepassing van de reductiefactor voor voetgangers en joggers wordt gekeken (zie Figuur 13 en Figuur 14), dan is op te merken dat de hoogste (stap)frequentie die binnen het kritische gebied valt 4.6 Hz is. Dit betekent dat er volgens de rekenmethode van de EUR 23984 EN geen optredende versnelling van het brugdek optreedt die leidt tot hinder van voetgangers op de brug. Zie hiervoor ook Bijlage 11.

De modale belasting kan óók met behulp van de eigentrilvorm uit Vergelijking 32 (met $\lambda = 4.7300$) worden afgeleid. Hiervoor geldt de formule

$$p^* = \int_0^L (p(x)\Phi(x))dx$$

Vergelijking 38: Formule modale belasting

p^*	Modale belasting [N]
L	Lengte van de overspanning [m]
$p(x)$	Gelijkmatig verdeelde belasting per strekkende meter [N/m]
$\Phi(x)$	Eigentrilvorm, geschreven als functie van de lengte van het brugdek [-]

Na invullen van de eigentrilvorm, simplificeren, en generaliseren van de formule, geldt

$$p^* = 0.523 \cdot p(x)L$$

Vergelijking 39: Modale belasting van de fundamentele trilvorm van een tweezijdig ingeklemd systeem

Dit betekent dat 52.3% van de totale belasting (in [N]) in rekening moet worden gebracht voor de modale belasting in geval dat de fundamentele trilvorm wordt beschouwd.

Voor verkeersklasse 3, met een verkeersintensiteit van 0.5 personen per vierkante meter, geldt dat het aantal perfect gesynchroniseerde voetgangers op het belaste oppervlak gelijk is aan

$$n' = \frac{10.8\sqrt{\xi n}}{S} = \frac{10.8\sqrt{\xi(S \cdot VI)}}{S} = \frac{10.8\sqrt{\xi((Lb) \cdot VI)}}{Lb} = \frac{10.8\sqrt{0.013 \cdot ((19 \cdot 2.6) \cdot 0.5)}}{19 \cdot 2.6} = 0.1239 \text{ [1/m}^2\text{]}$$

Vergelijking 40

Hierin is de dempingsverhouding gerelateerd aan beton ($\xi = 0.013$) en het belaste oppervlak van het brugdek (S) is gelijk aan de lengte- (L) vermenigvuldigd met de breedte (b) van het brugdek.

De gelijkmatig verdeelde belasting op het brugdek per oppervlakte is

$$p(t) = P \cos(2\pi f_s t) n'$$

Vergelijking 41

Zoals reeds vermeld is de grootte van de belasting uitgeoefend door de voetganger in verticale richting (P) 280 N. Invullen hiervan, en vervolgens vermenigvuldigen met de breedte van het brugdek (b), levert $p(x)$. De tijdsfunctie is zodanig gekozen dat een maximale belasting wordt gegenereerd (oftewel de term tussen haakjes is 0 of een veelvoud van 2π). Zodoende geldt

$$p(x) = Pn'b = 280 \cdot 0.1239 \cdot 2.6 = 90.19 \text{ [N/m]}$$

Vergelijking 42

De uiteindelijke modale belasting die in beschouwing moet worden genomen in het 1-MVS is gelijk aan p^* hieronder gegeven

$$p^* = 0.523 \cdot p(x)L = 0.523 \cdot 90.19 \cdot 19 = 896.20 \text{ [N]}$$

Vergelijking 43

Voor een uitgebreidere omschrijving van de bepaling van de modale belasting wordt verwezen naar Bijlage 10.

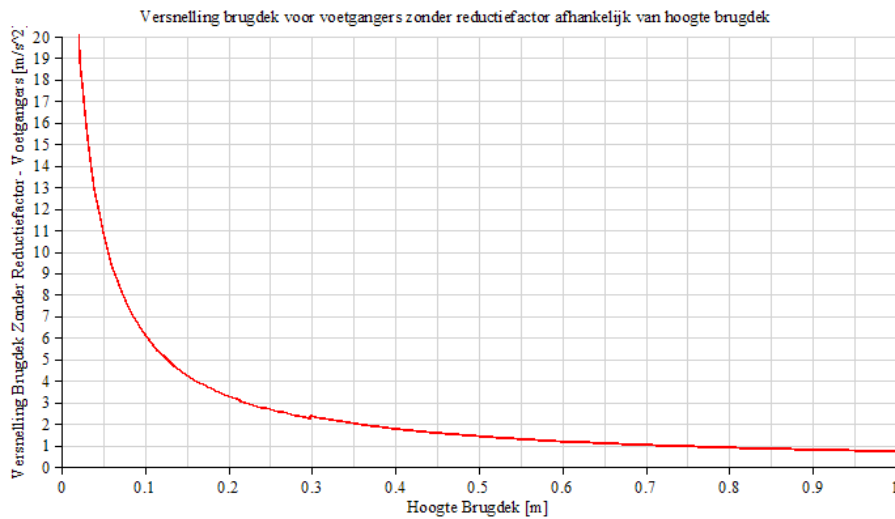
Vervolgens kan de maximaal optredende versnelling in geval van voetgangers op het brugdek worden berekend met behulp van

$$a_{max} = \frac{p^*}{m^*} \frac{1}{2\xi} \Psi \text{ [m/s}^2\text{]}$$

Vergelijking 44: Formule optredende versnelling brugdek

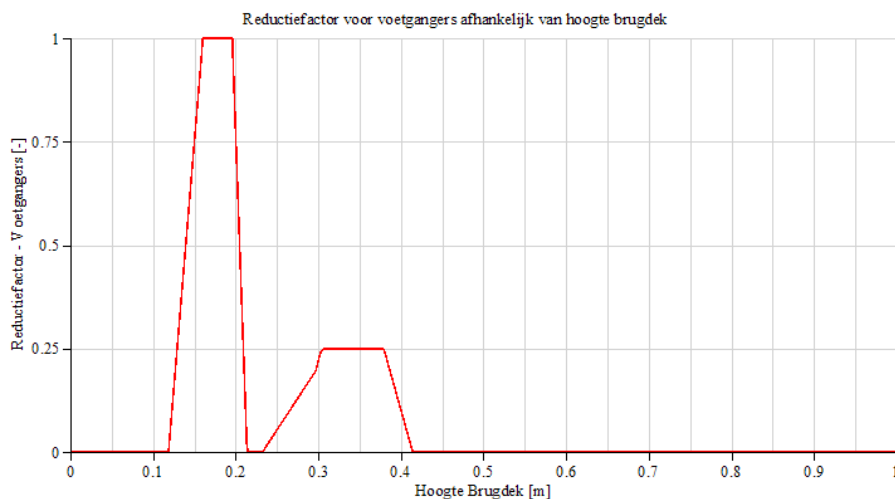
a_{max}	Optredende versnelling van het brugdek [m/s^2]
p^*	Modale belasting [N]
m^*	Modale massa [kg]
ζ	Dempingsverhouding [-]
Ψ	Reductiefactor die de kans in rekening brengt dat de stapfrequentie van de voetganger het kritieke gebied van de eigenfrequentie nadert [-]

De formule uit Vergelijking 44, voor het bepalen van de optredende versnelling van het brugdek door voetgangers, is uitgedrukt in de hoogte van het brugdek en weergegeven in Figuur 18 hieronder. Hierin is de reductiefactor nog niet toegepast, om te laten zien wat het verloop van de versnelling is bij een oplopende hoogte.



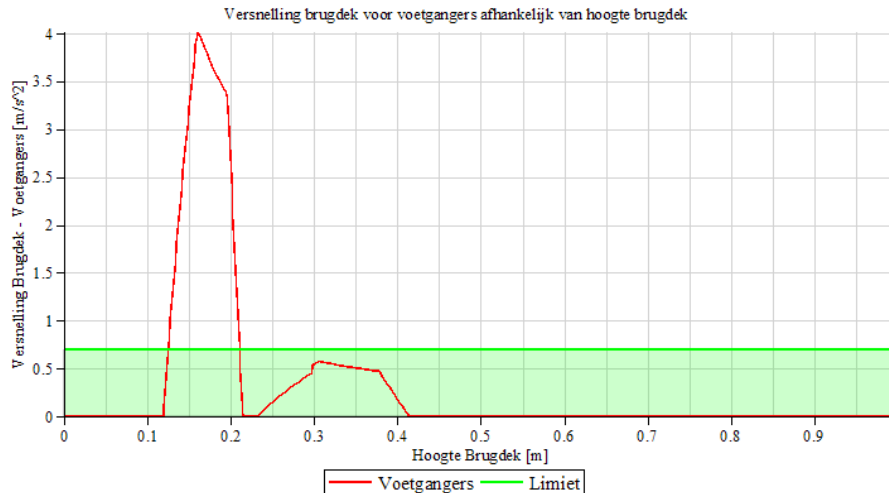
Figuur 18: Versnelling brugdek voor voetgangers zonder reductiefactor en afhankelijk van hoogte brugdek

De reductiefactor die moet worden toegepast in de kritische gebieden voor voetgangers ($1.25 \text{ Hz} \leq f_e \leq 4.6 \text{ Hz}$) kan worden uitgedrukt als functie van de hoogte van het brugdek, omdat de lengte en de breedte bekend is. Dit resulteert in



Figuur 19: Kritisch gebied voor voetgangers van eerste- en tweede stapfrequentie afhankelijk van hoogte brugdek

Wanneer de twee figuren hierboven worden gecombineerd (Figuur 18 en Figuur 19) kan worden afgelezen wat de optredende versnelling van het brugdek is in geval van voetgangers, zie hieronder.



Figuur 20: Versnelling brugdek voor voetgangers afhankelijk van hoogte brugdek

Voor de versnelling van het brugdek met een bepaalde hoogte, die optreedt in het groene gebied, geldt $a_{max} < a_{lim}$. Hieruit kan dan worden geconcludeerd dat die gekozen hoogte (in combinatie met de overig gekozen ontwerpparameters van de brug) zal voldoen aan de comfortcriteria.

In geval van verkeersklasse 3 is te zien dat het tweede kritische gebied van voetgangers geen rol van betekenis speelt, omdat deze in zijn geheel in het groene gebied ligt. Het eerste kritische gebied overschrijdt in sommige gevallen de limiet van de optredende versnelling. De snijpunten hiervan zijn op $hoogte = 0.1252$ m en $hoogte = 0.2104$ m.

Wanneer de bovengrens van de hoogte wordt aangehouden voor het berekenen van de slankheid van het brugdek in geval van alleen voetgangers geldt

$$\lambda = \frac{h}{L} = \frac{0.2104}{19} = \frac{1}{90.3} [-]$$

Vergelijking 45

- λ Slankheid, de verhouding tussen hoogte- en lengte van het brugdek [-]
- h Hoogte van het brugdek [m]
- L Lengte van de overspanning [m]

Het aantal joggers dat is voorgeschreven door de Eurocode bedraagt 5, omdat de lengte van het brugdek kleiner is dan 20 meter. Over de berekening van de modale massa in combinatie met joggers wordt niets vermeld in de EUR 23984 EN (zie de '5%-regel' ter vergelijking betreffende de in rekening te brengen modale massa van het brugdek in combinatie met voetgangers in paragraaf 5.2.2.1). Zodoende kan de modale massa, geschreven als functie van de hoogte, worden berekend met behulp van

$$m^* = 0.396 \cdot \mu L = 0.396 \cdot (2500 \cdot 2.6 \cdot h) \cdot 19 = 48906 \cdot h \text{ [kg]}$$

Vergelijking 46

De modale belasting in geval van joggers, waarbij voor elk een grootte van 1250 N moet worden aangehouden (P_{mov}), kan worden berekend door middel van

$$p^* = 0.523 \cdot P_{mov} = 0.523 \cdot (5 \cdot 1250) = 3268.8 \text{ [N]}$$

Vergelijking 47

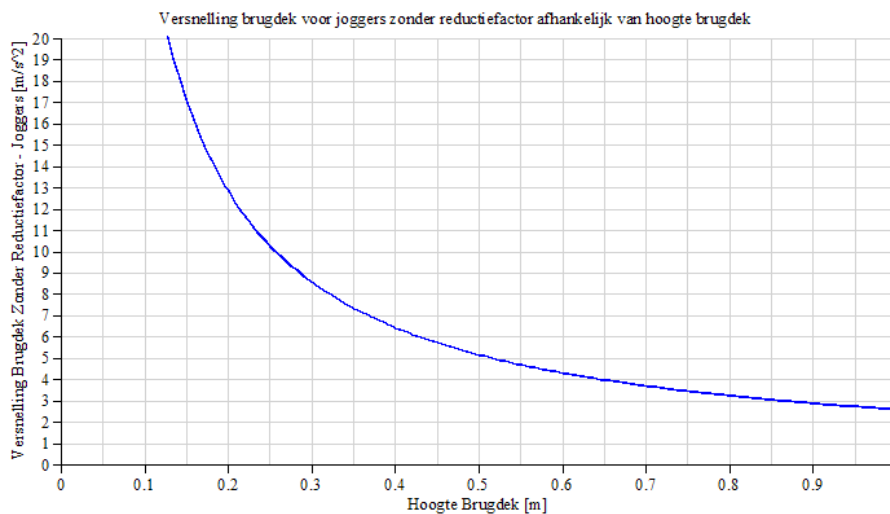
De formule van de modale belasting wijkt iets af van die is toegepast voor voetgangers, omdat de joggers op de plaats van het brugdek in rekening zijn gebracht daar waar de grootste responsie van het systeem wordt verwacht (zie de uitleg betreffende de joggerbelasting in paragraaf 5.2.5).

De modale massa en de modale belasting, tezamen met de dempingsverhouding en de reductiefactor voor joggers, kunnen worden ingevuld in de formule voor de bepaling van de versnelling van het brugdek, die is gegeven als

$$a_{max} = \frac{p^*}{m^*} \frac{1}{2\xi} \psi \text{ [m/s}^2\text{]}$$

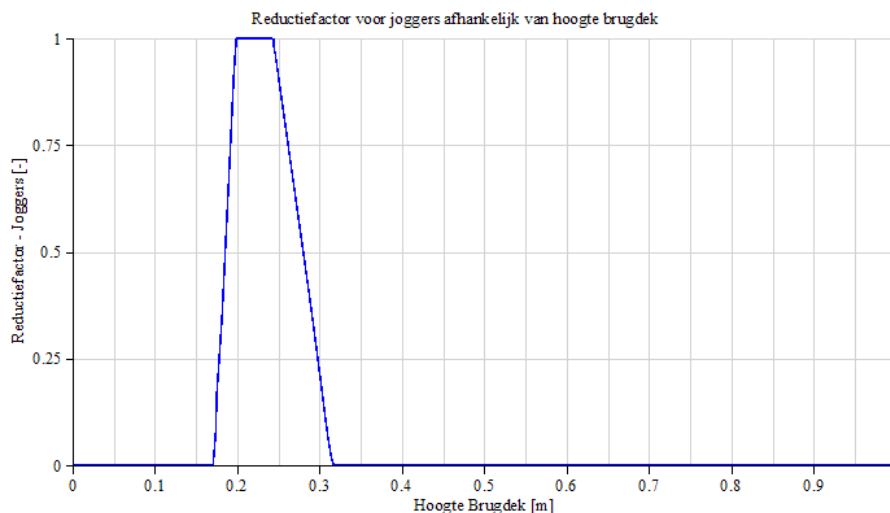
Vergelijking 48: Formule optredende versnelling brugdek

De formule uit Vergelijking 48, voor het bepalen van de optredende versnelling van het brugdek door joggers, is uitgedrukt in de hoogte van het brugdek en weergegeven in Figuur 21 hieronder. Hierin is de reductiefactor nog niet toegepast, om te laten zien wat het verloop van de versnelling is bij een oplopende hoogte.



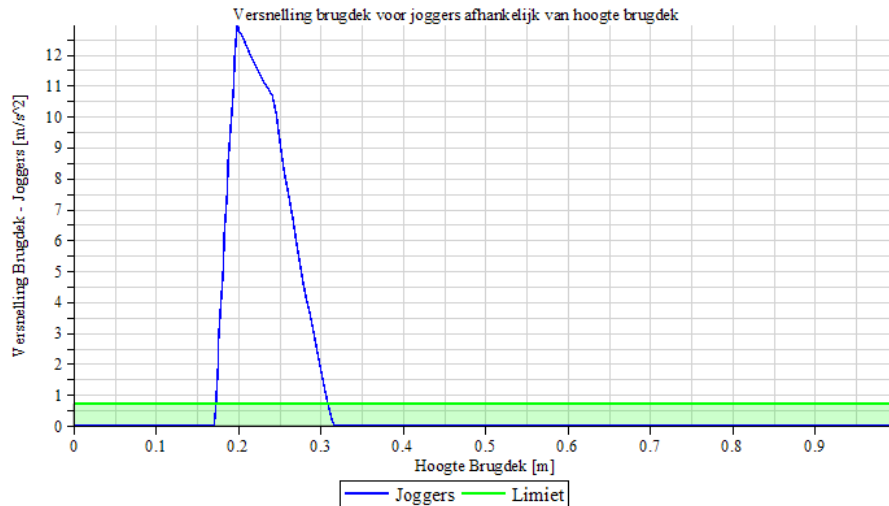
Figuur 21: Versnelling brugdek voor joggers zonder reductiefactor afhankelijk van hoogte brugdek

Ook de reductiefactor die moet worden toegepast in de kritische gebieden voor joggers ($1.9 \text{ Hz} \leq f_e \leq 3.5 \text{ Hz}$) kan worden uitgedrukt als functie van de hoogte van het brugdek, omdat de lengte en de breedte bekend is. Dit resulteert in



Figuur 22: Kritisch gebied voor joggers afhankelijk van hoogte brugdek

Wanneer de twee figuren hierboven worden gecombineerd (Figuur 21 en Figuur 22) kan worden afgelezen wat de optredende versnelling van het brugdek is in geval van joggers, zie hieronder.

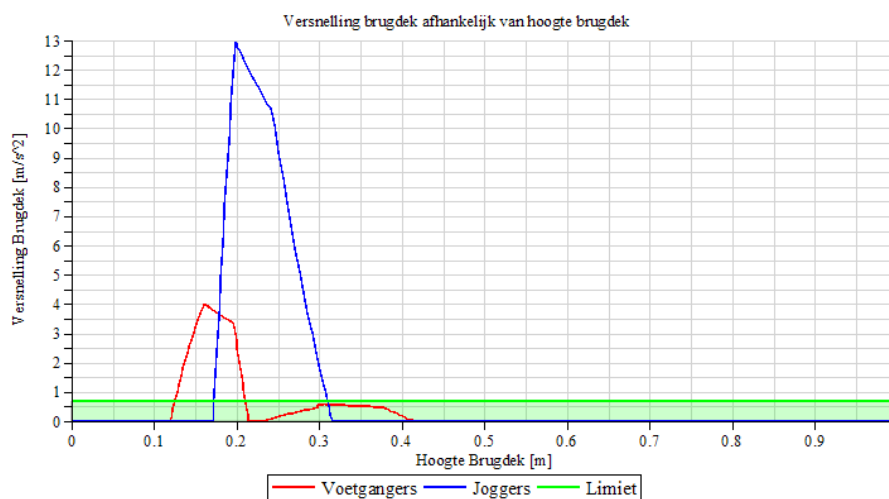


Figuur 23: Versnelling brugdek voor joggers afhankelijk van hoogte brugdek

Voor de versnelling van het brugdek met een bepaalde hoogte, die optreedt in het groene gebied, geldt $a_{max} < a_{lim}$. Hieruit kan worden geconcludeerd dat deze gekozen hoogte (in combinatie met de overig gekozen ontwerpparameters) zal voldoen aan de comfortcriteria.

In dit geval is te zien dat de snijpunten met het kritische gebied van joggers liggen op $hoogte = 0.1726$ m en $hoogte = 0.3095$ m.

De voetgangers en joggers in een grafiek tezamen weergegeven is te zien in Figuur 24 hieronder.



Figuur 24: Versnelling brugdek voor voetgangers en joggers afhankelijk van hoogte brugdek

Zowel de versnelling van het brugdek gegenereerd door de voetgangers als door de joggers mag de limiet van 0.7 m/s^2 niet overschrijden.

Wanneer de kritische gebieden van de voetgangers en het kritische gebied van de joggers wordt gecombineerd in een grafiek, liggen de maatgevende snijpunten met de hoogte van het brugdek op $hoogte = 0.1252$ m en $hoogte = 0.3095$ m.

Wanneer de bovengrens van de hoogte wordt aangehouden voor het berekenen van de slankheid van het brugdek in geval van een combinatie tussen voetgangers en joggers geldt

$$\lambda = \frac{h}{L} = \frac{0.3095}{19} = \frac{1}{61.4} [-]$$

Vergelijking 49

λ	Slankheid, de verhouding tussen hoogte- en lengte van het brugdek [-]
h	Hoogte van het brugdek [m]
L	Lengte van de overspanning [m]

Voor een volledige berekening betreffende de comforteis volgens de SDOFM wordt verwezen naar Bijlage 12.

5.2.6 TOETSING – RESPONSE SPECTRA METHOD

Het doel van de Response Spectra Method (RSM) is om stochastische belastingen te omschrijven en de bijbehorende versnelling van het brugdek met een bepaald niveau van betrouwbaarheid te benaderen. Deze toetsing kan worden gebruikt om te controleren of aan de eisen van de comfortcriteria wordt voldaan wanneer de berekende verticale eigenfrequentie kleiner is dan 5 Hz [6]. De voorgeschreven verkeersintensiteit volgens de Eurocode is verkeersklasse 3 (zie paragraaf 5.2.2.1).

Hierbij zijn de volgende aannamen gemaakt

- De gemiddelde stapfrequentie van de voetgangersstroom is gelijk aan de eigenfrequentie van de brug
- De massa van de brug is gelijkmatig verdeeld
- De eigentrilvormen zijn sinusoiden
- Er is geen sprake van koppeling tussen eigentrilvormen
- Het systeem gedraagt zich lineair-elastisch

De rekenmethode is gebaseerd op een groot aantal experimenten uitgevoerd met de simulatiemethode Monte Carlo waarbij verschillende afmetingen van het brugdek- en verkeersintensiteiten zijn gebruikt. Het resultaat is een empirische formule voor de bepaling van de variantie van de versnelling van het brugdek, gegeven in Vergelijking 50 hieronder

$$\sigma_a^2 = k_1 \zeta^{k_2} \frac{C \sigma_F^2}{m^{*2}}$$

Vergelijking 50

σ_a^2	Variantie van de versnelling van het brugdek [m^2/s^4]
k_1	$= a_1 \cdot f^2 + a_2 \cdot f + a_3$ [-]
k_2	$= b_1 \cdot f^2 + b_2 \cdot f + b_3$ [-]
a_1, a_2, a_3	Constanten (zie Tabel 4) [-]
b_1, b_2, b_3	Constanten (zie Tabel 4) [-]
f	Fundamentele eigenfrequentie van het systeem [Hz]
ζ	Dempingsverhouding (zie Tabel 3) [-]
C	Constante die het maximum omschrijft van het belastingspectrum (zie Tabel 4) [-]
σ_F^2	Variantie van de belasting die door de voetgangers wordt gegenereerd [N] ($\sigma_F^2 = k_F \cdot n$)
k_F	Constante (zie Tabel 4) [kN^2]
n	$= VI \cdot L \cdot b$
VI	Verkeersintensiteit (zie Tabel 1) [personen/ m^2]
L	Lengte van de overspanning [m]
b	Breedte van het brugdek [m]
m^*	Modale massa van de beschouwde eigentrilvorm [kg]

Met behulp van de empirische formule uit Vergelijking 50 kan vervolgens het 95^e percentiel van de versnelling van het brugdek in gebruikstoestand worden berekend.

$$a_{max} = k_{a;d} \sigma_a$$

Vergelijking 51

a_{max}	Optredende versnelling van het brugdek [m/s^2]
$k_{a;d}$	Piekwaarde [-]

σ_a *Standaarddeviatie van de versnelling [m/s²]*

Merk op dat er in geval van de RSM geen gebruik wordt gemaakt van de reductiefactor (Ψ), zoals wel het geval is bij de SDOFM (zie paragraaf 5.2.5).

De constanten die worden gebruikt in Vergelijking 50 zijn afhankelijk van de verkeersklasse, oftewel de verkeersintensiteit, zoals gegeven in Tabel 4 hieronder.

VI [pers.m ²]	k _F [kN ²]	C [-]	a ₁ [-]	a ₂ [-]	a ₃ [-]	b ₁ [-]	b ₂ [-]	b ₃ [-]	k _{a,95%} [-]
≤ 0.5	1.2 · 10 ⁻²	2.95	-0.07	0.60	0.075	0.003	-0.040	-1.00	3.92
1.0	7.0 · 10 ⁻³	3.70	-0.07	0.56	0.084	0.004	-0.045	-1.00	3.80
1.5	3.34 · 10 ⁻³	5.10	-0.08	0.50	0.085	0.005	-0.060	-1.005	3.74

Tabel 4: Factoren benodigd voor de bepaling van de versnelling van het brugdek volgens RSM

Opmerking: De rekenmethode RSM is alleen te gebruiken wanneer op het brugdek voetgangers worden beschouwd. Er zijn geen simulaties gemaakt ten behoeve van rennende personen (joggers).

De modale massa die in acht moet worden genomen kan worden berekend aan de hand van de beschouwde eigentrilvorm, zoals omschreven in Vergelijking 52 hieronder.

$$m^* = \int_0^L \mu(\Phi(x))^2 dx$$

Vergelijking 52: Formule modale massa

- m^* *Modale massa [kg]*
- L *Lengte van de overspanning [m]*
- μ *Permanente massa per strekkende meter [kg/m]*
- $\Phi(x)$ *Eigentrilvorm, geschreven als functie van de lengte van het brugdek [-]*

Een voorbeeld van een formule die de eigentrilvorm in geval van een scharnierende oplegging benadert is reeds gegeven in Vergelijking 21 en Vergelijking 22 in paragraaf 5.2.2.1.

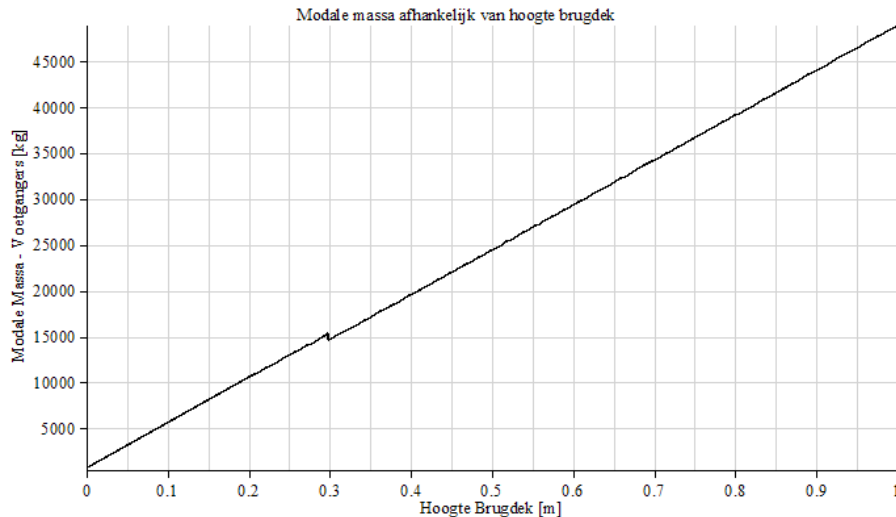
De berekende optredende versnelling van het brugdek (a_{max}) mag de versnellingslimiet (a_{lim}) van 0.7 m/s² niet overschrijden (zie paragraaf 5.2.2.1).

In paragraaf 5.2.6.1 hieronder is een rekenvoorbeeld gegeven betreffende de Hoevebrug, die met behulp van de RSM is bepaald.

5.2.6.1 VOORBEELD HOEVEBRUG – RESPONS SPECTRA METHOD

Er wordt op zoek gegaan naar de kleinste hoogte van de doorsnede met behulp van de rekenmethode RSM. Vervolgens kan de slankheid worden bepaald.

De modale massa van een ingeklemd systeem kan worden bepaald volgens paragraaf 5.2.5.1 (zie Vergelijking 32 tot en met Vergelijking 34), waarbij rekening moet worden gehouden met de aanwezige verkeersintensiteit op de brug. Zoals eerder vermeld moet de in acht genomen verkeersintensiteit verkeersklasse 3 zijn (0.5 personen per vierkante meter), en hoeven de voetgangers niet in rekening worden gebracht wanneer deze een massa hebben die minder is dan 5% van de massa van het brugdek. De modale massa kan worden berekend aan de hand van de eigentrilvorm die de constructie aanneemt, afhankelijk van de oplegging van het systeem (zie Figuur 15 voor een ingeklemd systeem). Zodoende kan worden afgelezen wanneer de voetgangers op het brugdek wel of niet in rekening zijn gebracht voor het bepalen van de modale massa, te zien in Figuur 25 hieronder.



Figuur 25: Modale massa afhankelijk van hoogte brugdek

Er kan worden opgemerkt dat de massa ten behoeve van de voetgangers op het brugdek niet meer in rekening hoeft worden gebracht voor de bepaling van de modale massa wanneer de hoogte van het brugdek (ongeveer) 0.3 meter is.

Voor een uitgebreidere omschrijving van de bepaling van de gegeneraliseerde modale massa wordt verwezen naar Bijlage 10.

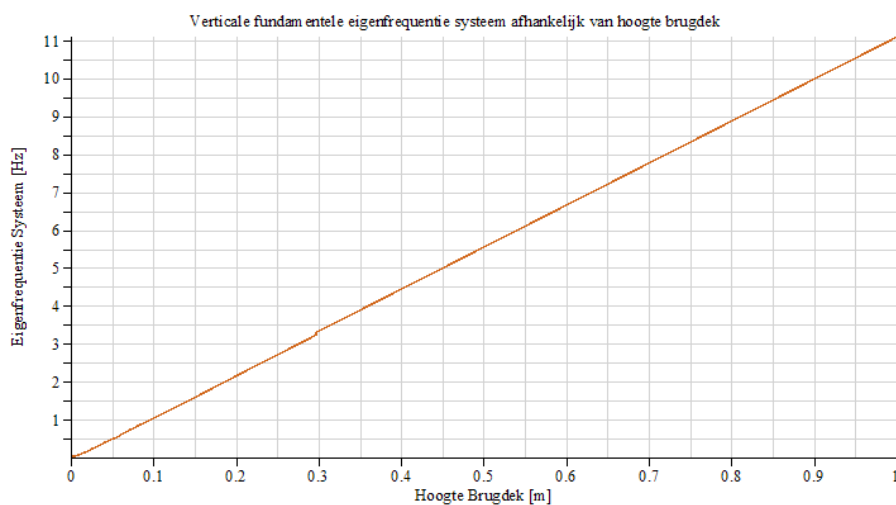
De eigenfrequentie van het systeem kan worden bepaald op dezelfde manier zoals is gedaan in Vergelijking 35 uit paragraaf 5.2.5.1. Dit resulteert in een eigenfrequentie, uitgedrukt in de hoogte van het brugdek, zoals hieronder omschreven

$$f = 11.092 \cdot h \text{ [1/s]}$$

Vergelijking 53

f Eigenfrequentie van het systeem [Hz]

h Hoogte brugdek [m]



Figuur 26: Eigenfrequentie afhankelijk van hoogte brugdek

Ook hier dient rekening te worden gehouden met het verschil van de in rekening gebrachte modale massa, afkomstig door het wel of niet meenemen van de voetgangers, die invloed hebben op het verloop van de bepaling van de eigenfrequentie (zie de (kleine) verspringsing ter hoogte van 0.3 meter).

Gebruikmakend van verkeersklasse 3 kunnen de volgende waarden worden afgeleid met behulp van Tabel 4.
 Waarde k_1 :

$$k_1 = a_1 \cdot f^2 + a_2 \cdot f + a_3 = -0.07 \cdot (11.092 \cdot h)^2 + 0.60 \cdot (11.092 \cdot h) + 0.075$$

$$= -8.6123 \cdot h^2 + 6.6552 \cdot h + 0.0750 [-]$$

Waarde k_2 :

$$k_2 = b_1 \cdot f^2 + b_2 \cdot f + b_3 = 0.003 \cdot (11.092 \cdot h)^2 - 0.040 \cdot (11.092 \cdot h) - 1.00$$

$$= 0.3691 \cdot h^2 - 0.4437 \cdot h - 1.00 [-]$$

Waarde σ_F^2 :

$$\sigma_F^2 = k_F \cdot n = k_F \cdot (VI \cdot L \cdot b) = 1.2 \cdot 10^{-3} \cdot (0.5 \cdot 19 \cdot 2.6) = 0.2964 [\text{kN}^2] = 2.964 \cdot 10^5 [\text{N}^2]$$

Er geldt volgens Tabel 4 dat $C = 2.95$ en de gebruikte dempingsverhouding is $\zeta = 0.013$. Vervolgens kan de variantie van de versnelling van het brugdek worden berekend, uitgedrukt in de hoogte van het brugdek, met behulp van

$$\sigma_a^2 = k_1 \zeta^{k_2} \frac{C \sigma_F^2}{m^{*2}} [\text{m}^2/\text{s}^4]$$

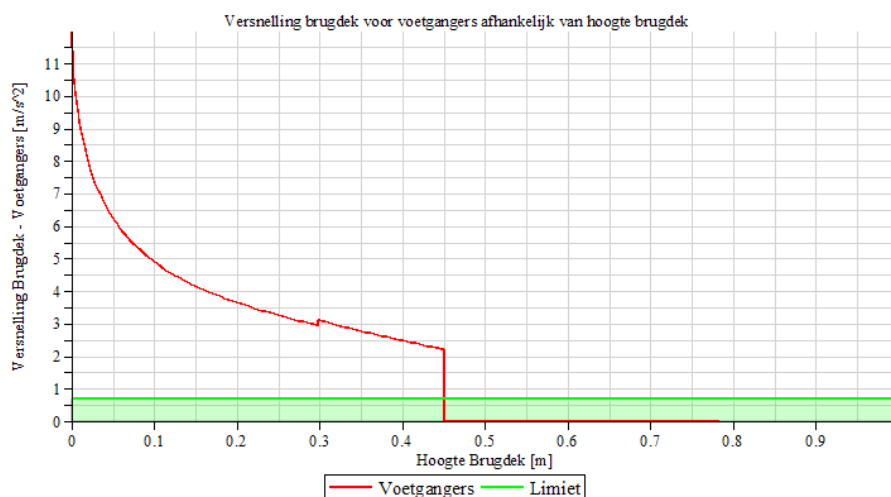
Vergelijking 54

Hiermee is het vervolgens mogelijk om het 95^e percentiel van de versnelling van het brugdek in gebruikstoestand te berekenen, waarin $k_{a,95\%} = 3.92$, geschreven als

$$a_{max} = k_{a,d} \sigma_a [\text{m}/\text{s}^2]$$

Vergelijking 55

De formule uit Vergelijking 55, voor het bepalen van de optredende versnelling van het brugdek door voetgangers, is uitgedrukt in de hoogte van het brugdek en weergegeven in Figuur 27 hieronder.



Figuur 27: Versnelling brugdek voor voetgangers afhankelijk van hoogte brugdek

Voor de versnelling van het brugdek met een bepaalde hoogte, die optreedt in het groene gebied, geldt $a_{max} < a_{lim}$. Hieruit kan dan worden geconcludeerd dat die gekozen hoogte (in combinatie met de overig gekozen ontwerpparameters van de brug) zal voldoen aan de comfortcriteria. Echter is er geen enkele hoogte van het

brugdek dat zal voldoen aan de gestelde limiet van 0.7 m/s^2 . Dit is enkel het geval wanneer de eigenfrequentie van het brugdek groter dan of gelijk is aan 5 Hz, waardoor er voor voetgangersbruggen geen berekening ten behoeve van comfort meer hoeft worden gemaakt. Dit geldt voor $hoogte = 0.4508$ meter.

Zodoende geldt voor de slankheid van de brug volgens de RSM

$$\lambda = \frac{h}{L} = \frac{0.4508}{19} = \frac{1}{42.1} \text{ [-]}$$

Vergelijking 56

Zoals eerder omschreven worden joggers in deze rekenmethode niet behandeld voor het bepalen van comfort.

Voor een volledige berekening betreffende de comforteis volgens de RSM wordt verwezen naar Bijlage 13.

5.3 COMFORTEIS EUROCODE – NATIONALE BIJLAGE FRANKRIJK

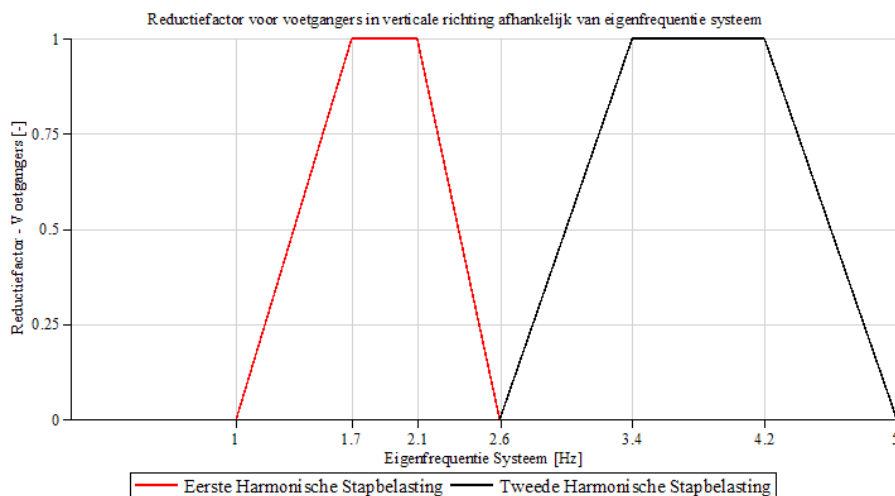
Ongeveer gelijktijdig met het probleem dat zich voordeed bij de Millenniumbrug in Londen (Engeland), waar hinder op het brugdek optrad in laterale richting, was er in Parijs (Frankrijk) een soortgelijke situatie bij de voetgangersbrug Solférino. Er werd besloten door de werkgroep 'Association Française de Génie Civil' (AFGC) binnen de Franse autoriteiten van de civiele techniek voor transport, wegen en voorzieningen (de 'Service d'Études techniques des routes et autoroutes' (SETRA)), dit fenomeen te onderzoeken. Hieruit volgde het rapport 'Footbridges – Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading' [18]. Momenteel wordt in Frankrijk deze richtlijn gebruikt voor het ontwerpen van voetgangersbruggen.

Uit nader onderzoek is gebleken dat de 'single degree of freedom method' (SDOFM) uit de EUR 23984 EN (2009), die in Nederland wordt gebruikt, is afgeleid van de methode die wordt gebruikt in de opgestelde richtlijn door de SETRA/AFGC in Frankrijk (2006). Om deze reden zullen alleen de meest opvallende verschillen tussen de Franse richtlijn en de EUR 23984 EN worden genoteerd (zie paragraaf 5.3.1 hieronder), waarbij voor een uitgebreide uitleg van de SDOFM wordt verwezen naar paragraaf 5.2.5.

5.3.1 TOETSING

REDUCTIEFACTOR

In de SETRA wordt voor voetgangers het kritische gebied van de eerste harmonische stapfrequentie in verticale richting gegeven als $1.0 \text{ Hz} \leq f_e \leq 2.6 \text{ Hz}$. De stapfrequenties in het tweede kritische gebied zijn $2.6 \text{ Hz} \leq f_e \leq 5.0 \text{ Hz}$. Het verloop van de reductiefactor kan worden afgelezen in Figuur 28 hieronder.



Figuur 28: Kritisch gebied voor voetgangers van de eerste- en tweede harmonische stapfrequentie

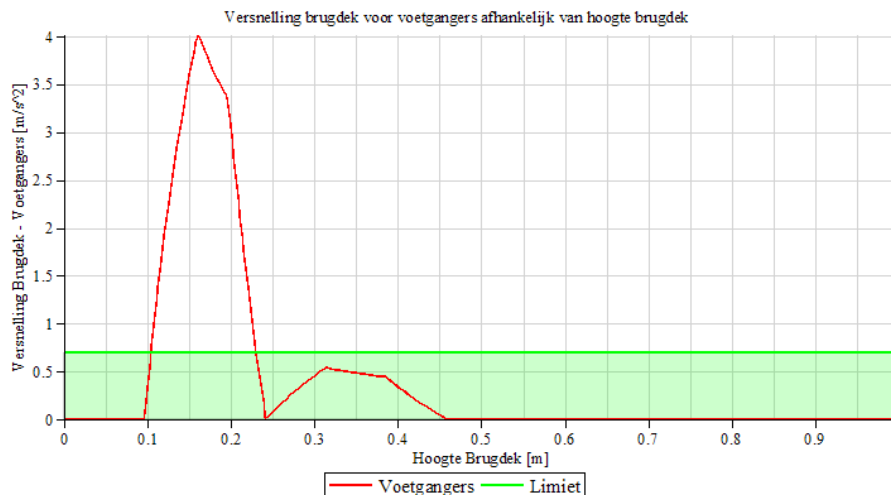
Te zien is dat de berekende versnelling van het brugdek bij een stapfrequentie tussen 1.7 Hz en 2.1 Hz niet wordt gereduceerd, immers de reductiefactor (Ψ) is hier gelijk aan 1.0. De grootte van de belasting in verticale richting van een enkele voetganger in de eerste (harmonische) stapfrequentie is 280 N, gelijk aan de waarde die wordt aangehouden in de EUR 23984 EN. Ook is op te merken dat de tweede harmonische stapbelasting in rekening wordt gebracht, waar de reductiefactor ook maximaal waarde 1.0 aanneemt in het gebied $3.4 \text{ Hz} \leq f_e \leq 4.2 \text{ Hz}$. Echter is de grootte van de belasting van een enkele voetganger in het tweede kritische gebied gelijk genomen aan 70 N, waardoor dit overeenkomt met de EUR 23984 EN. Daar wordt namelijk een reductiefactor van 0.25 in het tweede kritische gebied toegepast in combinatie met een grootte van de belasting van een enkele voetganger die gelijk is aan 280 N. Zodoende resulteert dit voor de tweede harmonische stapfrequentie van voetgangers ook in een grootte van de belasting van 70 N.

JOGGERBELASTING

Een beschouwing van de responsie van het brugdek ten gevolge van joggers zal enkel worden gemaakt als hier een specifieke reden voor is, zoals wanneer hierover een marathon wordt gehouden. In de eerste fase van het ontwerp zal deze achterwege worden gelaten. De belasting op het brugdek die wordt uitgeoefend door joggers wordt in de SETRA namelijk als niet-belangrijk beschouwd, omdat de tijdsduur van de optredende hinder hiervan voor andere gebruikers, die gelijktijdig op de brug aanwezig zijn, relatief kort is. Daarnaast is de tijd die nodig is om de brug te laten resoneren niet voldoende [18].

5.3.1.1 VOORBEELD HOEVEBRUG – SETRA

Zoals vermeld is de rekenmethode van de SETRA gelijk aan de SDOFM uit de EUR 23984 EN, waardoor enkel de grafiek van de optredende versnelling van het brugdek in Figuur 29 hieronder. De responsie van het systeem is uitgedrukt in de hoogte van het brugdek.



Figuur 29: Versnelling brugdek voor voetgangers afhankelijk van hoogte brugdek

Voor de versnelling van het brugdek met een bepaalde hoogte, die optreedt in het groene gebied, geldt $a_{max} < a_{lim}$. Hieruit kan dan worden geconcludeerd dat die gekozen hoogte (in combinatie met de overig gekozen ontwerpparameters van de brug) zal voldoen aan de comfortcriteria.

In geval van verkeersklasse 3, die als uitgangspunt in de SETRA wordt gehanteerd (net als in Nederland), is te zien dat het tweede kritische gebied van voetgangers geen rol van betekenis speelt, omdat deze in zijn geheel in het groene gebied ligt. Het eerste kritische gebied overschrijdt in sommige gevallen de limiet van de optredende versnelling. De snijpunten hiervan zijn op $hoogte = 0.1044 \text{ m}$ en $hoogte = 0.2305 \text{ m}$.

Wanneer de bovengrens van de hoogte wordt aangehouden voor het berekenen van de slankheid van het brugdek in geval van alleen voetgangers geldt

$$\lambda = \frac{h}{L} = \frac{0.2305}{19} = \frac{1}{82.4} \quad [-]$$

Vergelijking 57

λ	<i>Slankheid, de verhouding tussen hoogte- en lengte van het brugdek [-]</i>
h	<i>Hoogte van het brugdek [m]</i>
L	<i>Lengte van de overspanning [m]</i>

Voor een volledige berekening betreffende de comforteis volgens de SETRA wordt verwezen naar Bijlage 15.

5.4 COMFORTEISEN VERENIGDE STATEN VAN AMERIKA

5.4.1 INLEIDING

Ondanks dat Amerika op de hoogte is van de grote hoeveelheid informatie en ontwikkelingen in Europa betreffende rekenmethodes om trillingsproblemen van voetgangersbruggen aan te pakken, is zij er nog niet van overtuigd dat er sprake is van convergentie richting een algemene aanpak van dit probleem waarin alle thema's betreffende trillingen worden gedekt. Hierdoor wordt nog steeds gebruik gemaakt van een oude rekenmethode, die als groot voordeel heeft dat deze eenvoudig is toe te passen [19]. De berekeningsmethode is gegeven in Bijlage 16.

5.4.2 TOETSING

Het doel is om een ontwerp van een voetgangersbrug te maken, ongeacht materiaal, waarbij de fundamentele eigenfrequentie van het onbelaste systeem in verticale richting minimaal 3 Hz is. De eis waaraan moet worden voldaan kan worden geschreven in formulevorm als

$$f \geq 2.86 \ln\left(\frac{180}{W}\right)$$

Vergelijking 58

f	<i>Eigenfrequentie van het onbelaste systeem [Hz]</i>
W	<i>Totale gewicht van het brugdek [kip] (1 kip = 4.448 kN)</i>

De formule kan ook worden uitgedrukt in het totale gewicht van de constructie waarvoor kan worden geschreven

$$W \geq 180e^{(-0.35f)}$$

Vergelijking 59

In paragraaf 5.4.2.1 hieronder is een rekenvoorbeeld gegeven betreffende de Hoevebrug, die met behulp van de methode volgens de AASHTO is bepaald.

5.4.2.1 VOORBEELD HOEVEBRUG – AASHTO LRFD GUIDE SPECIFICATIONS FOR THE DESIGN OF PEDESTRIAN BRIDGES

Er wordt op zoek gegaan naar de kleinste hoogte van de doorsnede met behulp van de rekenmethode die wordt gehanteerd in Amerika. Vervolgens kan de slankheid worden bepaald.

De eigenfrequentie van het systeem kan worden bepaald op dezelfde manier zoals is gedaan in Vergelijking 35 uit paragraaf 5.2.5.1. Dit resulteert in een eigenfrequentie, uitgedrukt in de hoogte van het brugdek, zoals hieronder omschreven

$$f = 11.092 \cdot h \quad [1/s]$$

Vergelijking 60

f	<i>Eigenfrequentie van het onbelaste systeem [Hz]</i>
h	<i>Hoogte brugdek [m]</i>

De massa van het onbelaste brugdek dat in rekening moet worden gebracht kan worden uitgedrukt in de hoogte van het brugdek, zoals hieronder gegeven.

$$W = \rho AL = \rho(bh)L = 25 \cdot (2.6 \cdot h) \cdot 19 = 1235 \cdot h \text{ [kN]} = 277.6529 \cdot h \text{ [kip]}$$

Vergelijking 61

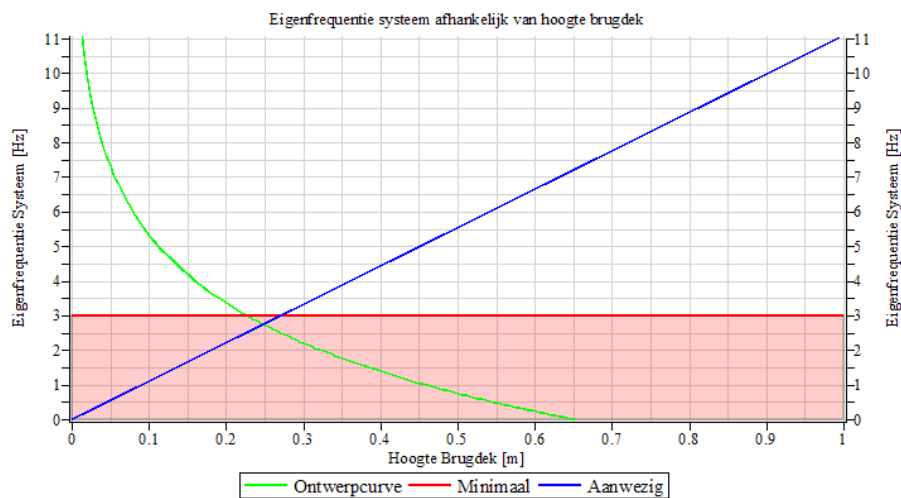
W	<i>Totale gewicht van het brugdek [kip] (1 kip = 4.448 kN)</i>
ρ	<i>Dichtheid beton [kN/m³]</i>
A	<i>Oppervlakte doorsnede [m²]</i>
L	<i>Lengte van de overspanning [m]</i>
b	<i>Breedte brugdek [m]</i>
h	<i>Hoogte brugdek [m]</i>

Door vervolgens W te substitueren in Vergelijking 58 kan de ontwerpcurve, gerelateerd aan de frequentie, worden geschreven als

$$f \geq 2.86 \ln\left(\frac{180}{W}\right) = 2.86 \ln\left(\frac{180}{277.6529 \cdot h}\right) = 2.86 \ln\left(\frac{0.6483}{h}\right)$$

Vergelijking 62

Door deze ontwerpcurve te plotten, rekening houdend met de minimale eigenfrequentie van het onbelaste systeem van 3 Hz, kan worden afgelezen wat de minimale hoogte van het brugdek moet zijn zodat wordt voldaan aan de gestelde comfortcriteria. Dit is weergegeven in Figuur 30 hieronder.



Figuur 30: Ontwerpcurve (groen), tezamen met minimaal benodigde- (rood) en aanwezige eigenfrequentie (blauw)

Volgens de richtlijn voldoet het ontwerp aan comfort wanneer de aanwezige eigenfrequentie (blauwe lijn) groter is dan zowel de gegeven minimale eigenfrequentie door de ontwerpcurve (groene lijn) als de minimale eigenfrequentie van 3 Hz (rode lijn).

In dit geval moet worden gezocht naar het snijpunt tussen de blauwe en de rode lijn, die gevonden wordt op $hoogte = 0.2705 \text{ m}$.

De bijbehorende slankheid is

$$\lambda = \frac{h}{L} = \frac{0.2705}{19} = \frac{1}{70.2} \text{ [-]}$$

Vergelijking 63

λ	<i>Slankheid, de verhouding tussen hoogte- en lengte van het brugdek [-]</i>
h	<i>Hoogte van het brugdek [m]</i>
L	<i>Lengte van de overspanning [m]</i>

Voor een volledige berekening betreffende de comforteis van de AASHTO wordt verwezen naar Bijlage 17.

5.5 RESULTATEN

De slankheden die zijn berekend met behulp van de hierboven genoemde rekenmethoden zijn vermeld in Tabel 5. In geval van de SDOFM uit de EUR 23984 EN is de situatie bekeken waarin alleen de voetgangers zijn meegenomen, evenals de situatie waarin zowel voetgangers als joggers zijn meegenomen. Dit is om te laten zien wat voor effect dit heeft op de slankheid. De slankheid behaald met de NEN 6723 is hierbij op 100% gesteld.

Rekenmethode	Slankheid [-]	Percentage [%]
NEN 6723 (paragraaf 5.1.2.1)	1 op 44.2	100
EUR 23984 EN – SDOFM – Voetgangers (paragraaf 5.2.5.1)	1 op 90.3	204.3
EUR 23984 EN – SDOFM – Voetgangers en Joggers (paragraaf 5.2.5.1)	1 op 61.4	138.9
EUR 23984 EN – RSM (paragraaf 5.2.6.1)	1 op 42.1	95.2
SETRA (paragraaf 5.3.1.1)	1 op 84.2	190.5
AASHTO (paragraaf 5.4.2.1)	1 op 70.2	158.8

Tabel 5: Slankheid per rekenmethode gebaseerd op comfort met als uitgangspunt de Hoevebrug

In geval van de bepaling van de slankheid betreffende de SDOFM uit de EUR 23984 EN en de SETRA is gerekend met de bovengrens van de gevonden hoogte. Uit Figuur 24 (rekenmethode SDOFM volgens EUR 23984 EN in geval van voetgangers en joggers) kan namelijk worden opgemaakt dat wanneer de eigenfrequentie van het systeem lager is dan de eerste stapfrequentie (oftewel: een (zeer) kleine hoogte) ook wordt voldaan aan de comforteis. Echter zou er dan wel, logischerwijs, moeten worden gekeken naar de tweede eigenfrequentie (of hoger) van het systeem in verticale richting om te controleren of die in het kritische gebied valt en vervolgens of hier dan aan de comforteis wordt voldaan. Ditzelfde geldt voor de berekening volgens de SETRA, zie Figuur 29. Ook kan logischerwijs de vraag worden gesteld of er bij een nóg kleinere hoogte dan de ondergrens van 0.1252 meter, gerekend volgens de rekenmethode SDOFM (dus een ontwerp dat een eigenfrequentie heeft dat kleiner is dan 1.25 Hz), wel wordt voldaan aan overige eisen van het ontwerp, zoals uiterste grenstoestand en bruikbaarheidsgrenstoestand.

6 BEVINDINGEN VERGELIJKEN VAN NORMEN

Hieronder zullen opmerkingen worden vermeld betreffende de beschouwde richtlijnen uit hoofdstuk 5.

6.1 NEN 6723

6.1.1 COMFORTEIS

De comforteis schrijft voor dat zowel aan de eis van de minimaal benodigde permanente massa per eenheid van lengte brugdek, als aan de doorbuiging van de overspanning moet worden voldaan. Het komt niet ter sprake dat er (eventueel) de mogelijkheid is om een betonnen voetgangersbrug in zijn tweede eigenfrequentie te exciteren.

6.1.2 EIGENFREQUENTIE

De methode die wordt gehanteerd om de verticale fundamentele eigenfrequentie te berekenen is afhankelijk van de doorbuiging en de valversnelling ten gevolge van de zwaartekracht (a). Zie hiervoor ook Bijlage 3. Hieronder wordt als voorbeeld de eigenfrequentie van een ingeklemd systeem berekend en vervolgens vergeleken met de methode die wordt gehanteerd in de Eurocode.

$$f_e = \frac{0.5}{\sqrt{\delta_{stat}}} = f_e = \frac{0.5}{\sqrt{A_q \frac{q_{aanw} L^4}{EI}}} = \frac{0.5}{\sqrt{A_q \frac{a \rho A L^4}{EI}}} = \frac{0.5}{\sqrt{9.81 \cdot \frac{\rho A L^4}{EI}}} = \frac{0.5}{\sqrt{384}} \sqrt{\frac{EI}{\rho A L^4}} = 3.128 \sqrt{\frac{EI}{\rho A L^4}} \text{ [1/s]}$$

Vergelijking 64: Berekening eigenfrequentie volgens NEN 6723

f_e	Eigenfrequentie van het systeem in Hz [1/s]
δ_{stat}	Elastische doorbuiging door de permanente belasting, exclusief het effect van de aanwezige voorspanning [m] (afhankelijk van de oplegging)
A_q	Randvoorwaarde, afhankelijk van oplegging systeem [-]
q_{aanw}	Permanent aanwezige belasting per eenheid van lengte brugdek [kN/m]
L	Lengte van de overspanning [m]
E	Elasticiteitsmodulus beton [kN/m ²]
I	Oppervlaktetraagheidsmoment doorsnede [m ⁴]
a	Valversnelling ten gevolge van de zwaartekracht [m/s ²]
ρ	Dichtheid beton [kg/m ³]
A	Oppervlakte doorsnede [m ²]

De Eurocode berekent de verticale fundamentele eigenfrequentie op de volgende manier [12]

$$f = \frac{\text{stysteemwaarde}}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{\rho A L^4}} = \frac{22.4}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{\rho A L^4}} = 3.565 \sqrt{\frac{EI}{\rho A L^4}} \text{ [1/s]}$$

Vergelijking 65: Berekening eigenfrequentie volgens Eurocode

f	Eigenfrequentie van het systeem [Hz]
stysteemwaarde	Waarde, afhankelijk van oplegging systeem [-]
E	Elasticiteitsmodulus beton [N/m ²]
I	Oppervlaktetraagheidsmoment doorsnede [m ⁴]
ρ	Dichtheid beton [kg/m ³]
A	Oppervlakte doorsnede [m ²]
L	Lengte van de overspanning [m]

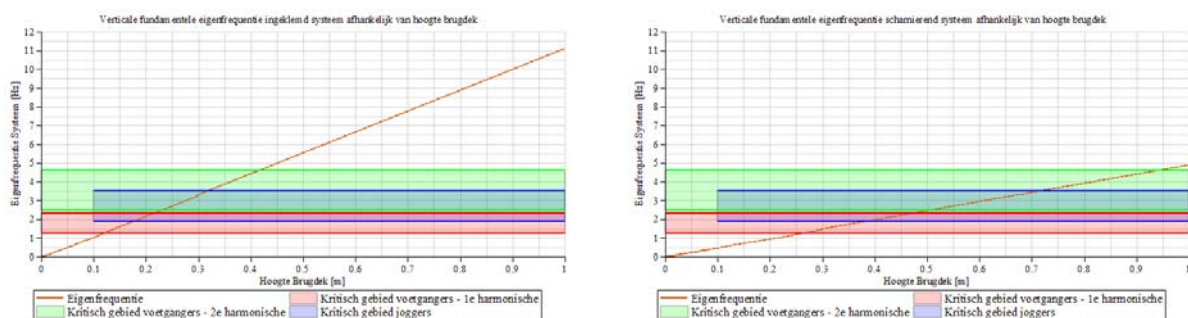
Het verschil tussen de twee methoden om de eerste eigenfrequentie te berekenen is een factor 1.14. Wanneer de hoogte van het brugdek wordt bepaald op basis van comfort in geval van de NEN 6723, en de eigenfrequentie wordt berekend op de manier volgens de Eurocode, dan is de minimaal benodigde hoogte 11% kleiner ($hoogte = 0.3849$ m in plaats van $hoogte = 0.4302$ m). De slankheid is hierdoor 1 op 49.4 in plaats van 1 op 44.2.

6.2 COMFORTEISEN EUROCODE – NATIONALE BIJLAGE NEDERLAND

6.2.1 VERSCHIL IN RESPONSIE DOOR OPLEGGING SYSTEEM MET BEHULP VAN SINGLE DEGREE OF FREEDOM METHOD

Om in het kort aan te geven waar het verschil in responsie tussen de twee verschillende ontwerpen (ingeklemd en scharnierend opgelegd) vandaan komt, zijn hieronder van beide situaties de figuren geplot van de eigenfrequentie van het systeem, de bijbehorende modale massa, en als laatste de optredende versnelling.

Als de eigenfrequentie wordt uitgedrukt in de hoogte, kan worden opgemerkt dat enkel de systeemwaarde tussen het ingeklemd systeem (= 22.4) en het scharnierend opgelegde systeem (= 9.87) verschillend is, zie Vergelijking 65 hierboven. Beide situaties leiden tot een lineaire lijn voor de bepaling van de eigenfrequentie, waarbij de eigenfrequentie van de ingeklemd situatie (zie Figuur 31, links) een steiler verloop heeft vergeleken met de scharnierend opgelegde situatie (zie Figuur 31, rechts).



Figuur 31: Verschil in eigenfrequentie, afhankelijk van de hoogte van het brugdek, tussen een ingeklemd systeem (links) en een scharnierend opgelegd systeem (rechts)

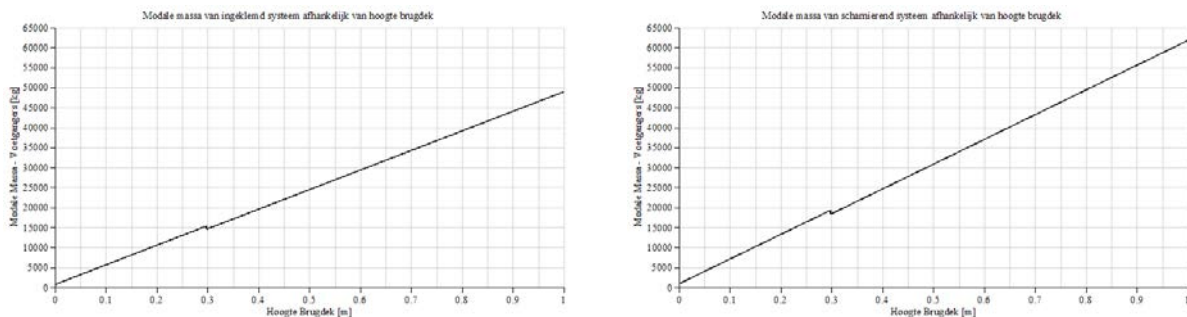
Hieruit kan worden opgemaakt dat bij een ingeklemd systeem de eigenfrequentie bij een willekeurig gekozen hoogte groter is vergeleken met diezelfde hoogte bij een scharnierend opgelegd systeem.

Daarbij zijn ook de kritische gebieden aangegeven van de voetgangers (de eerste en de tweede harmonische stapfrequentie, respectievelijk rood en groen), evenals het kritische gebied van joggers (blauw). Hieruit kan worden afgeleid dat de kritische stapgebieden van zowel voetgangers als joggers bij een ingeklemd systeem eerder wordt doorkruist dan bij een scharnierend opgelegd systeem.

Aan elke eigenfrequentie die is berekend kan afzonderlijk een modale massa worden gekoppeld, die hoort bij het ingeklemd systeem (zie Figuur 32, links) en het scharnierend opgelegde systeem (zie Figuur 32, rechts). Hier is te zien dat het scharnierend opgelegde systeem (modale belastingsfactor 0.5) een grotere aanwezige massa heeft dan het ingeklemd systeem (modale belastingsfactor 0.396).

$$m^* = \text{belastingsfactor} \cdot \mu L$$

Vergelijking 66: Formule aanwezige modale massa



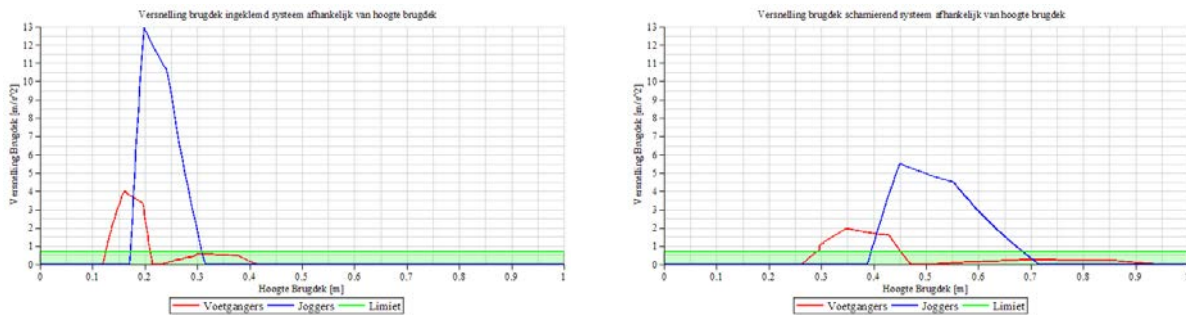
Figuur 32: Verschil in modale massa, afhankelijk van de hoogte van het brugdek, tussen een ingeklemd systeem (links) en een scharnierend opgelegd systeem (rechts)

De versnelling volgens de SDOFM wordt bepaald volgens

$$a_{max} = \frac{p^*}{m^*} \frac{1}{2\xi} \Psi \text{ [m/s}^2\text{]}$$

Vergelijking 67: Formule optredende versnelling brugdek

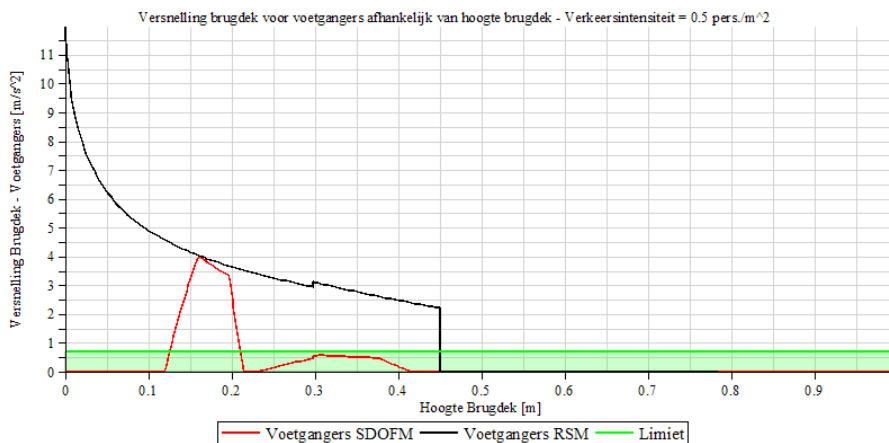
Toepassing van de formule voor het bepalen van de versnelling volgens de SDOFM (zie Vergelijking 67), leidt dan ook tot de logische conclusie dat de versnelling van het brugdek in geval van een ingeklemd systeem hoger zal zijn dan die van een scharnierend opgelegd systeem wanneer deze in het kritische gebied van zowel voetgangers als joggers komt, zoals uit Figuur 33 (links) kan worden opgemerkt. Dit komt door de lager in rekening gebrachte modale massa (onder de voorwaarde dat de belasting in beide gevallen hetzelfde is). Echter kan er uit Figuur 33 ook worden opgemaakt dat het ontwerp van een ingeklemd systeem met een aanzienlijk kleinere hoogte volstaat dan wanneer een scharnierend opgelegd systeem (rechts) wordt toegepast.



Figuur 33: Verschil in versnelling, afhankelijk van de hoogte van het brugdek, tussen een ingeklemd systeem (links) en een scharnierend opgelegd systeem (rechts)

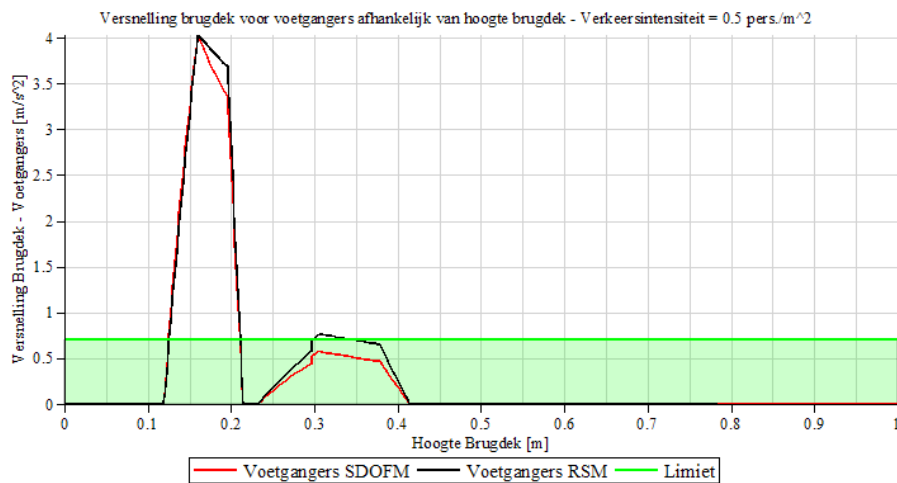
6.2.2 VERSCHIL SINGLE DEGREE OF FREEDOM METHOD EN RESPONSE SPECTRA METHOD

Waar de SDOFM gebaseerd is op een rekenmethode die is afgeleid van het 1-MVS, is de RSM gebaseerd op computersimulaties waarmee verschillende situaties in beschouwing zijn genomen (bijvoorbeeld doorsnede- en lengte van het brugdek, en de verkeersintensiteit). In geval dat de verkeersintensiteit 0.5 personen per vierkante meter bedraagt (verkeersklasse 3) kan worden opgemerkt uit Figuur 34 hieronder dat het verschil tussen de optredende versnelling van de twee rekenmethoden zeer groot is, echter is er wel een kleine overeenkomst te zien waar de twee lijnen elkaar (bijna) raken. Zie voor een uitgebreidere uitleg Bijlage 14.



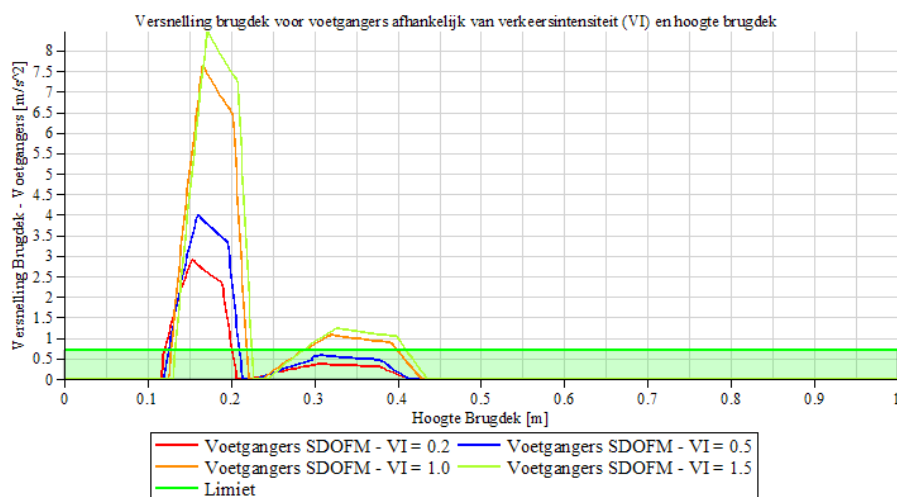
Figuur 34: SDOFM en RSM tezamen bij verkeersintensiteit van 0.5 pers/m²

De RSM neemt, zoals eerder vermeld, geen reductiefactor (Ψ) mee in de berekening van de optredende versnelling, daar waar de SDOFM dit wel doet. Wordt er ter vergelijking bij de rekenmethode volgens de RSM echter wél reductiefactoren toegepast, zoals is gedaan bij de SDOFM (zie Figuur 13), dan zijn de overeenkomsten zeer groot, zoals te zien in Figuur 35 hieronder.



Figuur 35: SDOFM en RSM tezamen bij verkeersintensiteit van 0.5 per/m², waarbij de RSM ook is vermenigvuldigd met reductiefactoren

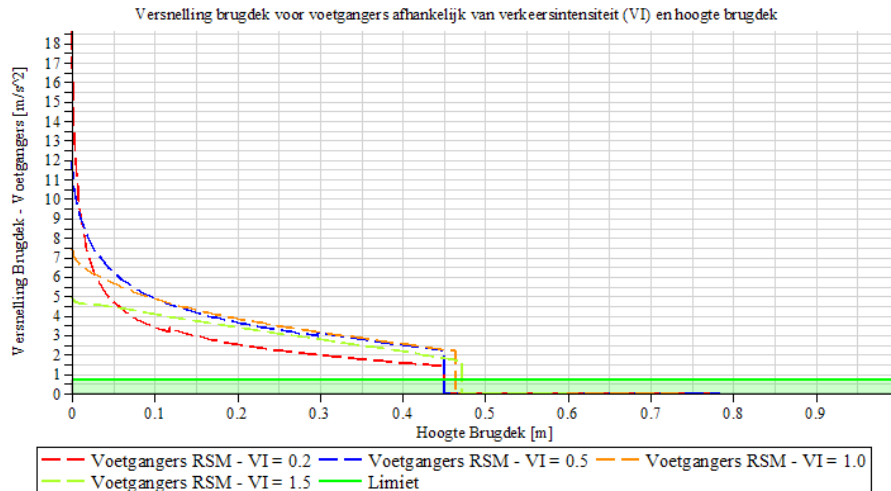
Ook als de verkeersintensiteit wordt gewijzigd in 0.2-, 1.0-, of 1.5 personen per vierkante meter, is er tussen de rekenmethoden een verschil waarneembaar in de optredende versnelling van het brugdek.



Figuur 36: Versnelling van het brugdek berekend voor verschillende verkeersintensiteiten volgens de SDOFM

In Figuur 36 hierboven is de rekenmethode van de SDOFM gebruikt om te laten zien dat naarmate de verkeersintensiteit toeneemt, ook het equivalent aantal voetgangers dat meewerkt aan de perfect geharmoniseerde belasting toeneemt (zie Vergelijking 27), waardoor de uiteindelijk optredende versnelling ook toeneemt. Door het in acht nemen van verschillende verkeersintensiteiten van voetgangers, voor het bepalen van de modale massa, is op te merken dat de eigenfrequentie van het systeem verandert, waardoor het kritische gebied steeds verschuift.

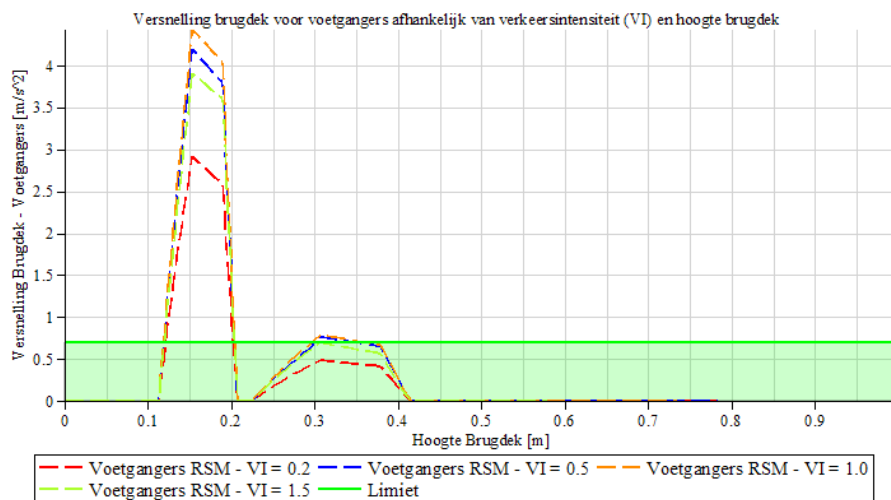
In geval van de RSM, zie Figuur 37 hieronder, blijkt dat de optredende versnelling afneemt wanneer de verkeersintensiteit zeer groot is (verkeersklasse 5, zie Tabel 1).



Figuur 37: Versnelling van het brugdek berekend voor verschillende verkeersintensiteiten volgens de RSM

Zo is te zien dat het verschil tussen 0.5-, 1.0-, en 1.5 personen per vierkante meter op het brugdek geen groot verschil in de resulterende versnelling van het brugdek oplevert. Ook hier is op te merken dat de eigenfrequentie van het systeem verandert door verschillende verkeersintensiteiten in acht te nemen, echter is het verschil in resultaat niet zeer groot.

Wordt de optredende versnelling volgens de RSM wederom vermenigvuldigd met de reductiefactor, ter vergelijking met de SDOFM waar deze wel worden gehanteerd, dan resulteert de grafiek van de optredende versnelling van het brugdek in geval van verschillende verkeersintensiteiten in



Figuur 38: Versnelling van het brugdek berekend voor verschillende verkeersintensiteiten volgens de RSM waarbij vermenigvuldigd is met de reductiefactor zoals toegepast in de SDOFM

Voor een uitgebreidere omschrijving van de toepassing van de verschillende verkeersintensiteiten per rekenmethode wordt verwezen naar Bijlage 14.

6.3 COMFORTEISEN VERENIGDE STATEN AMERIKA

In principe is de comfoteis in de AASHTO op eenzelfde manier opgesteld als die van de NEN 6723, echter waar de NEN 6723 een extra eis aan de maximale doorbuiging stelt (0.25 mm door een puntlast van 1.5 kN op de plaats waar de grootste doorbuiging van het systeem wordt verwacht), geeft de AASHTO als ‘extra eis’ dat het systeem te allen tijde een minimale eigenfrequentie van 3 Hz moet hebben.

7 PARAMETERSTUDIE

7.1 INLEIDING

Nu duidelijk is wat de verschillen zijn tussen de comforteisen uit verschillende landen (zie hoofdstuk 5) zal een parameterstudie worden uitgevoerd die betrekking heeft op de EUR 23984 EN, waar in de Nationale Bijlage van Eurocode 1990 naar wordt verwezen. Er zal hier worden gekeken naar wat de invloed is op de optredende versnelling van het systeem van elke parameter afzonderlijk (de zogenaamde ‘parameter variatie’), waarbij de Hoevebrug als uitgangspunt (referentie) wordt gebruikt. Zodoende kan in kaart worden gebracht welke parameter in welke mate invloed heeft op de verandering van de optredende versnelling van het brugdek. De rekenmethode uit de EUR 23984 EN die wordt gebruikt in de parameterstudie is de Single Degree of Freedom Method (SDOFM) vanwege de traceerbaarheid van de rekenmethode, evenals dat de SDOFM de joggers in de berekening betreffende comfort beschouwd (de Response Spectra Method (RSM) heeft geen simulaties uitgevoerd van joggers).

Hierbij worden de regels uit de Eurocode gehanteerd, die ook zijn terug te vinden in paragraaf 5.2.2.1 en 5.2.5:

- In geval van voetgangers wordt verkeersklasse 3 gehanteerd (een verkeersintensiteit van 0.5 personen per vierkante meter)
- Het aantal joggers is afhankelijk van de lengte van de brug. Als de lengte van de overspanning kleiner is dan of gelijk is aan 20 meter, dan is het aantal joggers dat in rekening moet worden gebracht 5. Wanneer de lengte van de overspanning groter is dan 20 meter dan is het aantal joggers 10. Er wordt aangenomen dat de joggers zich op de maatgevende locatie bevinden (daar waar de grootste responsie van het systeem wordt verwacht) en dat deze zich niet verplaatsen.

Verder wordt ook de massa van de voetgangers in acht genomen betreffende de bepaling van de modale massa wanneer deze groter is dan 5% van de massa van het brugdek. Als de massa mensen kleiner is dan 5% van de massa van het brugdek wordt de massa ten gevolge van de voetgangers niet meegenomen in de berekening van de modale massa. Dit wordt ook doorberekend in de bepaling van de eigenfrequentie van het systeem (zie wederom paragraaf 5.2.2.1).

De volgende parameters voor het bepalen van de eigenfrequentie en de optredende versnelling van het brugdek worden beschouwd (zie ook de afbakening in paragraaf 3.5):

- Systeem: Tweezijdig ingeklemd en scharnierend opgelegd
- Breedte brugdek: 1.5 meter tot en met 4.5 meter, met tussenstappen van 0.5 meter
- Dichtheid beton: 15 kN/m^3 tot en met 25 kN/m^3 , met tussenstappen van 2.5 kN/m^3
- Elasticiteitsmodulus beton: 10000 N/mm^2 tot en met 50000 N/mm^2 , met tussenstappen van 5000 N/mm^2
- Hoogte brugdek: 0.2 meter tot en met 1.0 meter, met tussenstappen van 0.05 meter
- Lengte brugdek: 10 meter tot en met 30 meter, variabel

Wordt dus bijvoorbeeld in de parameterstudie de parameter ‘dichtheid’ beschouwd, dan zullen de overige parameters gerelateerd zijn aan het uitgangspunt Hoevebrug, oftewel de elasticiteitsmodulus zal afhankelijk zijn van betonklasse C53, de breedte van het brugdek is 2.6 meter, en de hoogte is 0.45 meter.

In de paragrafen hieronder (7.2 en 7.3) worden het ingeklemd systeem en het scharnierende systeem afzonderlijk beschouwd. De optredende versnelling (verticale as) zal alleen worden bekeken voor overspanningen die tussen de 10 en 30 meter liggen (horizontale as). De beschouwde parameter zal met de gegeven tussenstappen worden geplot in een grafiek als een ‘familie van lijnen’, zodat een tendens kan worden ontdekt in het variëren van waarde van de desbetreffende parameter.

Ter herinnering wordt vermeld dat volgens de EUR 23984 EN geldt dat het kritische frequentiegebied van voetgangers gelijk is aan $1.25 \text{ Hz} \leq f_e \leq 2.3 \text{ Hz}$ (eerste harmonische stapfrequentie) en $2.5 \text{ Hz} \leq f_e \leq 4.6 \text{ Hz}$ (tweede harmonische stapfrequentie). Voor joggers geldt dat het kritische frequentiegebied gelijk is aan $1.9 \text{ Hz} \leq f_e \leq 3.5 \text{ Hz}$.

7.2 INGEKLEMD SYSTEEM

7.2.1 BREEDTE

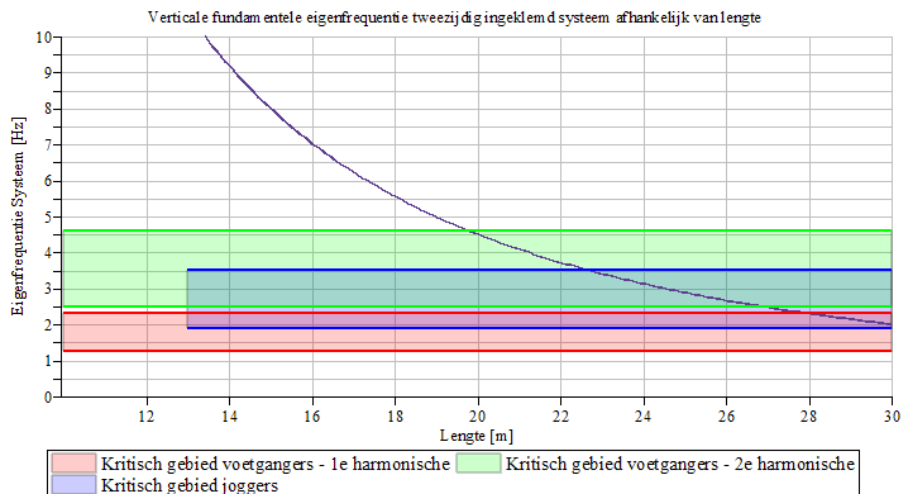
Zoals al eerder vermeld is de formule voor de bepaling van de fundamentele eigenfrequentie in verticale richting gelijk aan

$$f = \frac{1}{2\pi} \text{stysteemwaarde} \sqrt{\frac{EI}{\rho AL^4}} = \frac{\text{stysteemwaarde}}{2\pi} \sqrt{\frac{E \frac{1}{12} bh^3}{\rho (bh)L^4}} = \frac{\text{stysteemwaarde}}{2\pi} \sqrt{\frac{E \cdot \frac{1}{12} h^2}{\rho L^4}}$$

Vergelijking 68

f	Eigenfrequentie van het systeem [Hz]
stysteemwaarde	Waarde, afkomstig van een tweezijdig ingeklemd systeem [-]
E	Elasticiteitsmodulus beton [N/m ²]
I	Oppervlaktetraagheidsmoment doorsnede [m ⁴]
ρ	Dichtheid beton [kg/m ³]
A	Oppervlakte doorsnede [m ²]
L	Lengte van de overspanning [m]
b	Breedte brugdek [m]
h	Hoogte brugdek [m]

Uit Vergelijking 68 kan worden opgemaakt dat de breedte geen invloed heeft op de bepaling van de eigenfrequentie van het systeem, immers deze kan worden weg gedeeld uit de vergelijking. Om deze reden zal het niet uitmaken wat voor breedte er voor de overspanning wordt aangenomen. Het kritische gebied, die uitgedrukt is in de lengte van het brugdek, zal voor elke breedte hetzelfde interval bestrijken (zie Figuur 39 hieronder). Dit kan worden vergeleken met Figuur 19 waar de eigenfrequentie van het systeem is uitgedrukt in de hoogte van het brugdek. Ook daar is het interval van het kritische gebied onafhankelijk van de breedte van het brugdek.



Figuur 39: Fundamentele eigenfrequentie tweezijdig ingeklemd systeem afhankelijk van breedte en lengte

Dit heeft als gevolg dat enkel de versnelling in grootte zal veranderen wanneer de breedte in grootte verandert, immers deze zit verwerkt in de formule

$$a_{max} = \frac{p^*}{m^*} \frac{1}{2\xi} \psi$$

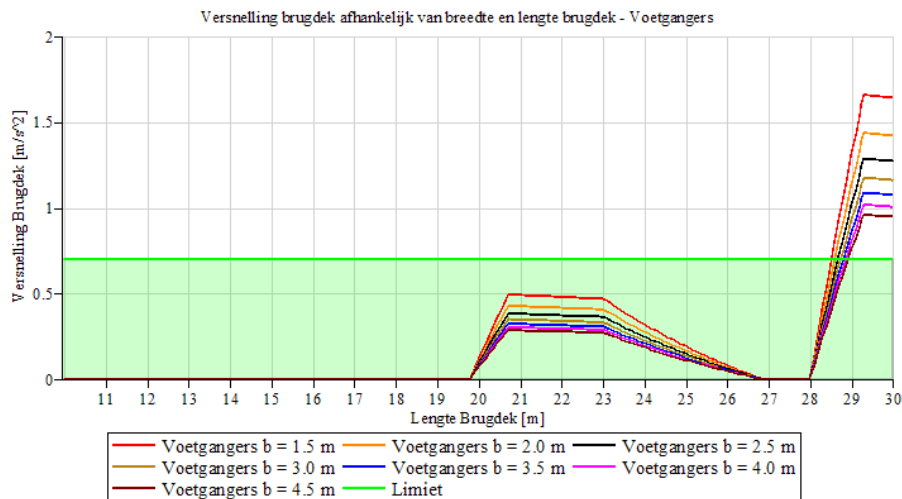
Vergelijking 69: Formule optredende versnelling brugdek

a_{max} Optredende versnelling van het brugdek [m/s²]

p^*	Modale belasting [N]
m^*	Modale massa [kg]
ζ	Dempingsverhouding [-]
Ψ	Reductiefactor die de kans in rekening brengt dat de stapfrequentie van de voetganger het kritieke gebied van de eigenfrequentie nadert [-]

Maar merk dus op dat de versnelling altijd op hetzelfde interval van de lengte van de brug zal optreden. Dit is in Figuur 40 hieronder weergegeven. Ook kan worden opgemerkt dat de optredende versnelling in het kritische gebied van de tweede harmonische stapbelasting geen rol van betekenis speelt bij verkeersklasse 3, omdat deze kleiner is dan de gestelde limiet van 0.7 m/s^2 .

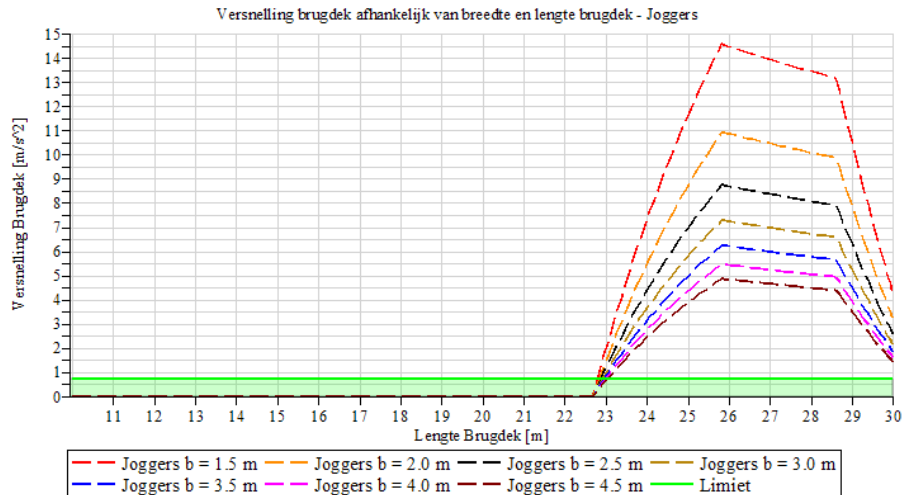
Ook kan uit Figuur 40 worden opgemerkt dat de kritische gebieden van de eigenfrequenties zijn gespiegeld ten opzichte van de verticale as (wat in alle volgende situaties ook het geval zal zijn). Immers wanneer de figuur van de eigenfrequentie, afhankelijk van de lengte (zie Figuur 39), wordt bekeken is te zien dat de curve van de eigenfrequentie afneemt naarmate de lengte van de brug toeneemt. Zodoende zal de curve eerst het kritische gebied van de tweede harmonische stapfrequentie van voetgangers bestrijken ($2.5 \text{ Hz} \leq f_e \leq 4.6 \text{ Hz}$) en pas later het kritische gebied van de eerste harmonische stapfrequentie van voetgangers ($1.25 \text{ Hz} \leq f_e \leq 2.3 \text{ Hz}$).



Figuur 40: Versnelling brugdek in geval van voetgangers en afhankelijk van breedte en lengte brugdek

De optredende versnelling in geval dat de breedte van het brugdek 1.5 meter bedraagt neemt ongeveer met 45% af wanneer de breedte van het brugdek 4.5 meter is. Echter zal deze oplossing in werkelijkheid niet altijd toepasbaar zijn (wanneer de aansluitende wegen op de brug bijvoorbeeld 2 meter breed zijn zal dit vanuit esthetisch oogpunt gezien een vreemd aanzicht opleveren).

Het kritische gebied voor joggers bestrijkt door variëren van de breedte, evenals in geval van de voetgangers, eenzelfde interval wanneer dit wordt uitgedrukt in de lengte van het brugdek (zie Figuur 41 hieronder). Omdat het interval van het kritische gebied van de joggers zich op een lengte van de overspanning bevindt die groter is dan 20 meter, is het aantal toegepaste joggers in alle gevallen 10. Onder andere door de toename in joggers is de optredende versnelling zeer groot (vergelijk met de optredende versnelling ten gevolge van voetgangers, zie Figuur 40 hierboven). Door de breedte van 1.5 meter te vergroten naar 4.5 meter zal de optredende versnelling reduceren met ongeveer 70%, echter kan deze dan nog steeds als (zeer) groot worden beschouwd.

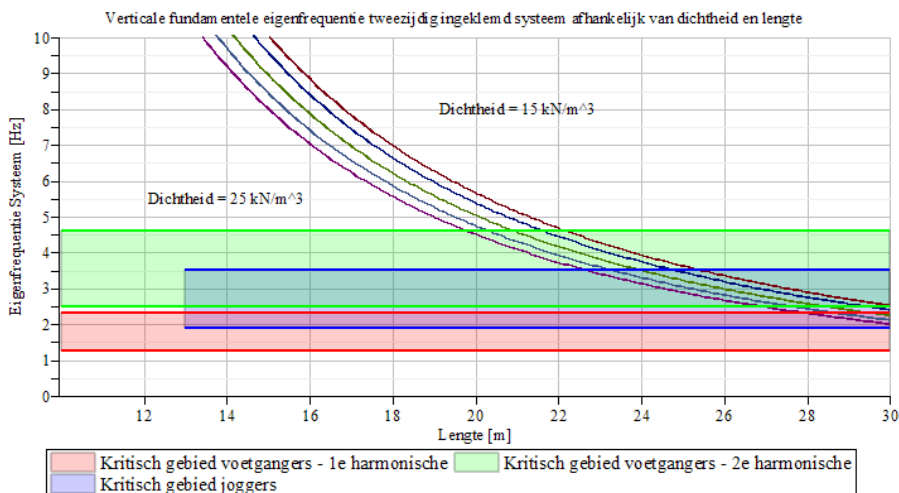


Figuur 41: Versnelling brugdek in geval van joggers en afhankelijk van breedte en lengte brugdek

Voor een uitgebreidere omschrijving van de parameterstudie betreffende een tweezijdig ingeklemd systeem en een variërende breedte wordt verwezen naar Bijlage 18.

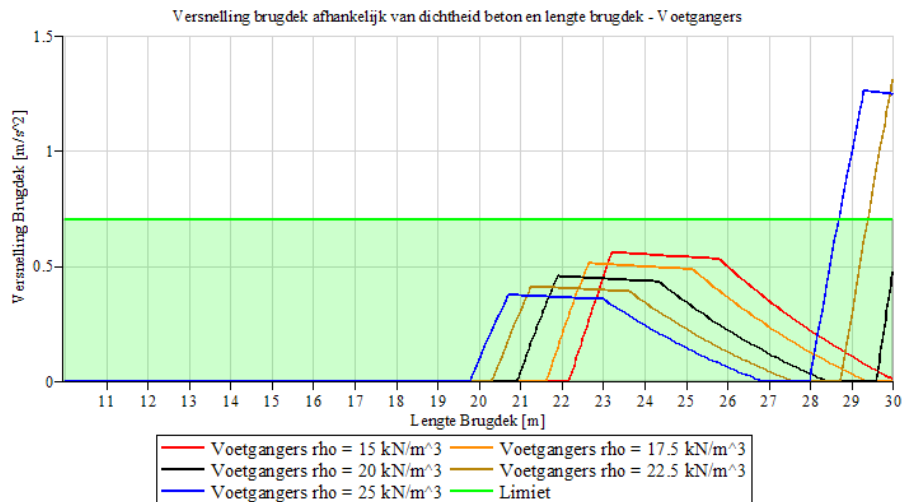
7.2.2 DICHTHEID

Door de dichtheid te variëren kan worden opgemerkt dat een lage(re) dichtheid ervoor zorgt dat een grotere slankheid zou kunnen worden verkregen, zie Figuur 42 hieronder. Dit betekent dat de kritische gebieden die worden doorkruist, van zowel voetgangers en joggers, zich over de horizontale as naar rechts verplaatsen wanneer de dichtheid afneemt (zie ook de formule voor de bepaling van de eigenfrequentie in Vergelijking 68).



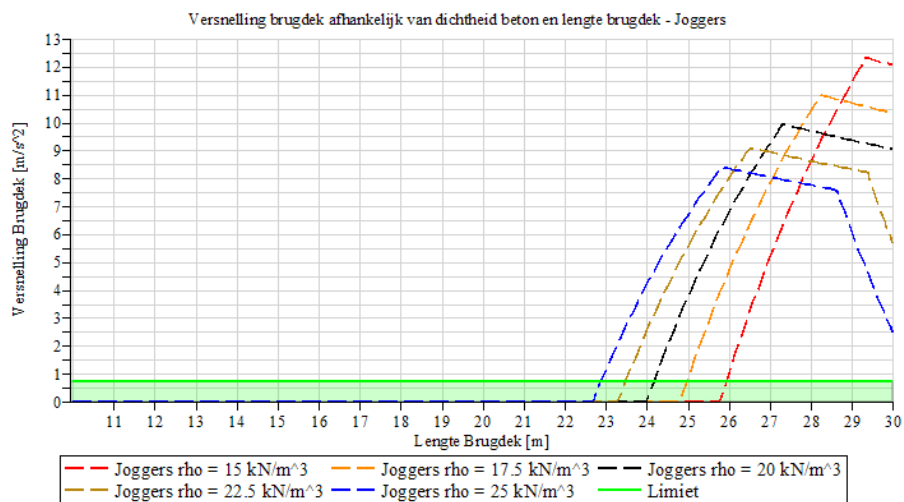
Figuur 42: Fundamentele eigenfrequentie tweezijdig ingeklemd systeem afhankelijk van dichtheid en lengte

Hoewel op deze manier een grotere slankheid kan worden verkregen, zal de optredende versnelling van het brugdek echter groter zijn wanneer de curve van de eigenfrequentie zich daadwerkelijk in het kritische gebied bevindt, zie Figuur 43 hieronder. In geval dat de overspanning tussen de 10 en 30 meter ligt is de invloed van de dichtheid van het beton gematigd in zowel de optredende versnelling als het verkrijgen van een grotere slankheid. Het kritische gebied van de tweede harmonische stapbelasting speelt wederom geen rol van betekenis bij het verlagen of verhogen van de dichtheid in geval van verkeersklasse 3. Deze is in alle beschouwde gevallen kleiner dan 0.7 m/s^2 .



Figuur 43: Versnelling brugdek in geval van voetangers en afhankelijk van dichtheid en lengte brugdek

In geval van joggers zal de optredende versnelling ongeveer met 30% afnemen wanneer een dichtheid van 25 kN/m³ wordt toegepast in plaats van 15 kN/m³, echter hier geldt ook dat de slankheid zal afnemen. Overigens is de optredende versnelling van het brugdek dan nog steeds aanzienlijk groot. Het aantal toegepaste joggers is in alle gevallen 10, omdat het interval van het kritische gebied voor elke beschouwde dichtheid een lengte bestrijkt die groter is dan 20 meter.

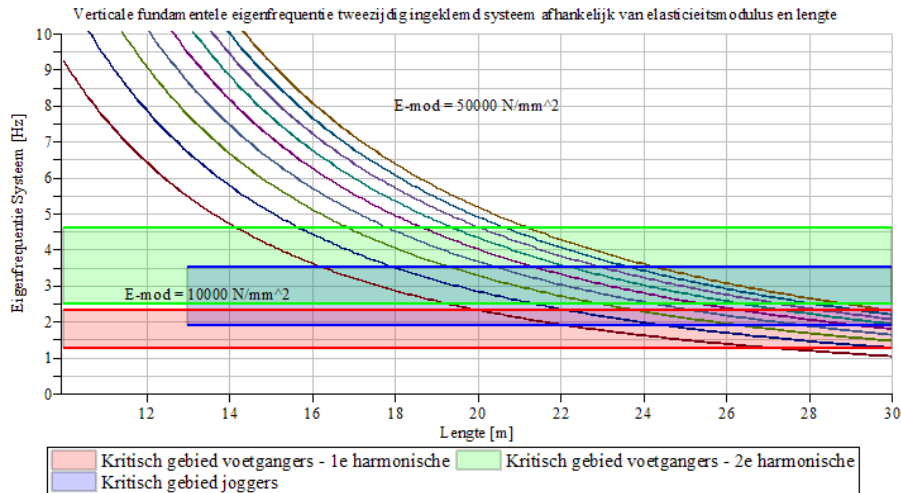


Figuur 44: Versnelling brugdek in geval van joggers en afhankelijk van dichtheid en lengte brugdek

Voor een uitgebreidere omschrijving van de parameterstudie betreffende een tweezijdig ingeklemd systeem en een variërende dichtheid wordt verwezen naar Bijlage 19.

7.2.3 ELASTICITEITSMODULUS

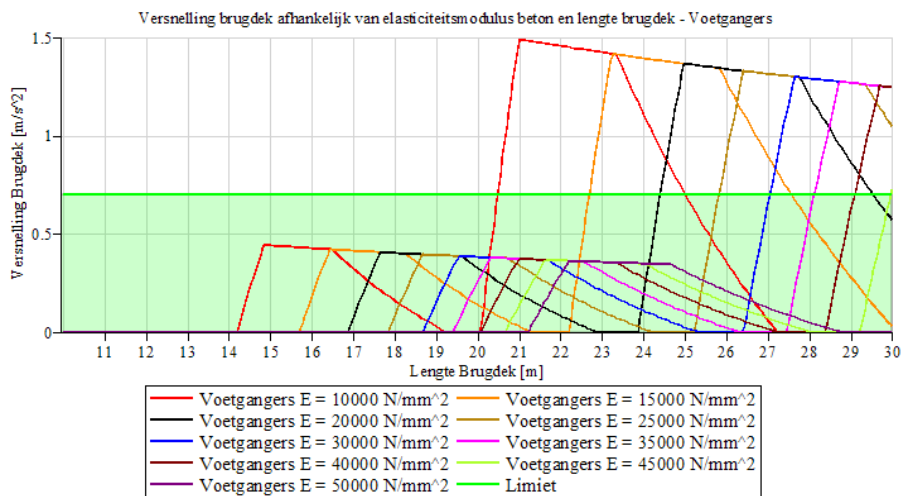
Door het wijzigen van de elasticiteitsmodulus verschuift wederom de curve van de eigenfrequentie over de horizontale as, waardoor bij elke verschillende waarde van de elasticiteitsmodulus de kritische gebieden op een andere lengte worden doorkruist. Hieruit kan worden opgemerkt dat bij een lage(re) waarde de kritische gebieden van voetangers en joggers eerder worden doorkruist dan dat deze groter is.



Figuur 45: Fundamentele eigenfrequentie tweezijdig ingeklemd systeem afhankelijk van elasticiteitsmodulus en lengte

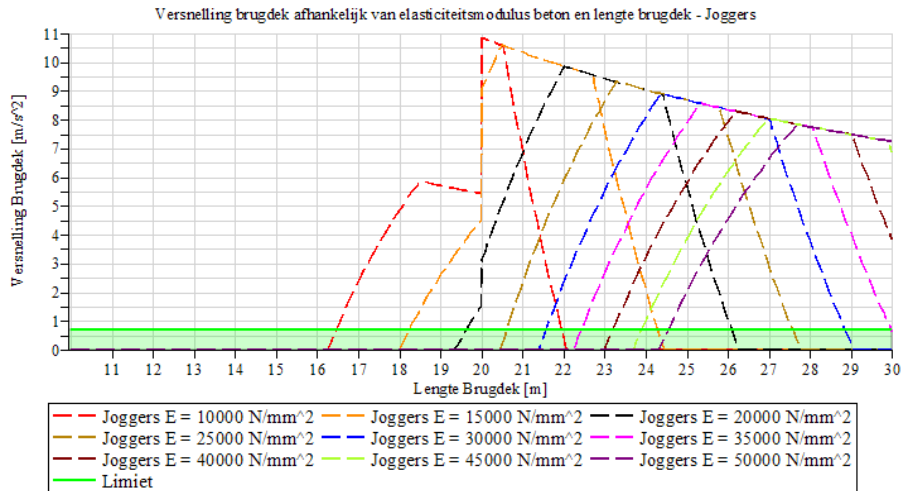
Omdat de elasticiteitsmodulus geen directe invloed heeft op de optredende versnelling van het systeem (zie Vergelijking 69), kan worden opgemerkt uit Figuur 46 dat het veranderen van de elasticiteitsmodulus een tendens laat zien, en dat wanneer de elasticiteitsmodulus een waarde aanneemt een deel van deze lijn (de tendens) wordt bestreken, waarbij overlappings plaatsvinden.

Er is een geringe afname van de optredende versnelling merkbaar naarmate de elasticiteitsmodulus toeneemt, en ook is te zien dat de tweede harmonische stapbelasting van de voetgangers geen rol van betekenis speelt in geval van verkeersklasse 3, omdat deze voldoen aan de gestelde comfortcriteria. Echter treedt er wel een redelijke toename in slankheid op in geval van een grotere waarde van de elasticiteitsmodulus.



Figuur 46: Versnelling brugdek in geval van voetgangers en afhankelijk van elasticiteitsmodulus en lengte brugdek

Ook in geval van joggers geldt dat verandering in waarde van de elasticiteitsmodulus geen directe invloed heeft op de versnelling van het brugdek, aangezien dezelfde rekenmethode wordt gehanteerd (zie Vergelijking 69). Uit Figuur 47 hieronder kan worden opgemaakt dat de curves van de eigenfrequenties, voor verschillende waarden van de elasticiteitsmodulus de kritische gebieden doorkruisen, waar intervallen met lengtes voorkomen die de lengte van 20 meter overlappen. Hierdoor is het verschil in toe te passen joggers waarneembaar.

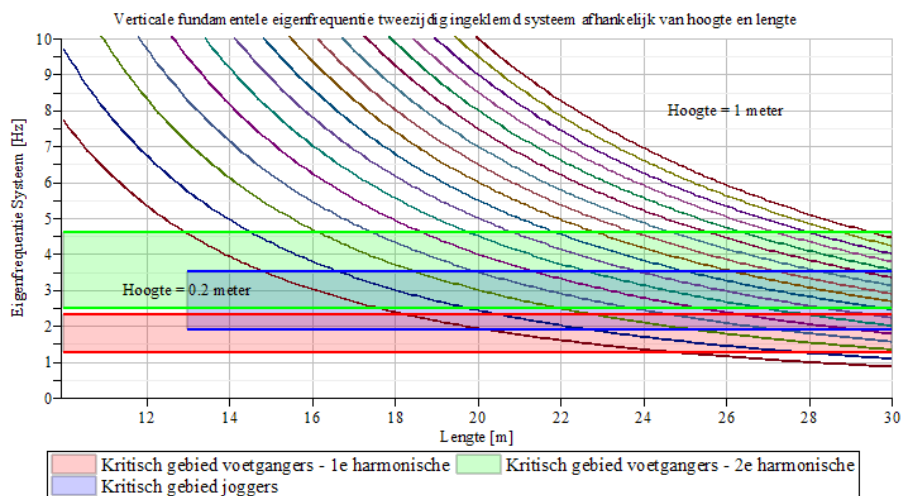


Figuur 47: Vernalling brugdek in geval van joggers en afhankelijk van elasticiteitsmodulus en lengte brugdek

Voor een uitgebreidere omschrijving van de parameterstudie betreffende een tweezijdig ingeklemd systeem en een variërende elasticiteitsmodulus wordt verwezen naar Bijlage 20.

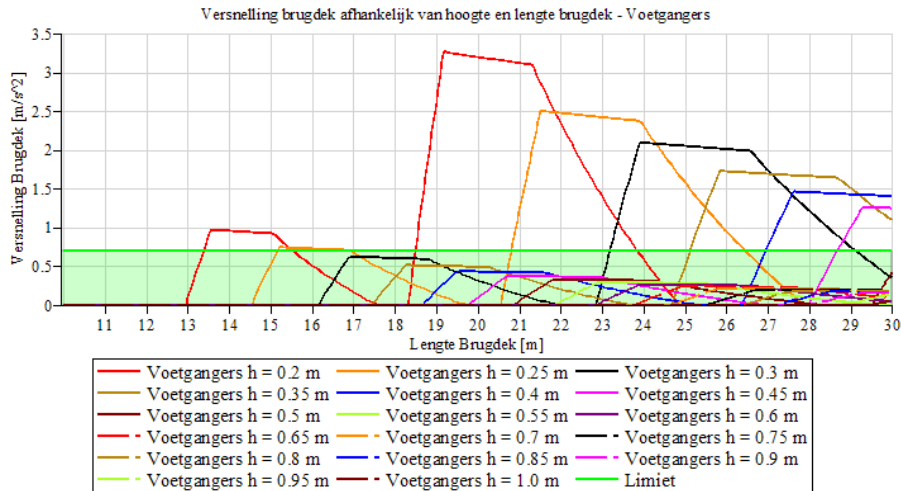
7.2.4 HOOGTE

Door de hoogte van het brugdek te variëren zal het kritische gebied van de voetgangers en joggers zich over de horizontale as verschuiven, zie Figuur 48 (aan de hand van Vergelijking 68). Echter betekent dit niet dat om deze reden ook een grote(re) slankheid zal worden verkregen. In tegendeel, de slankheid neemt af naarmate de curve van de eigenfrequentie over de horizontale as naar rechts verschuift.



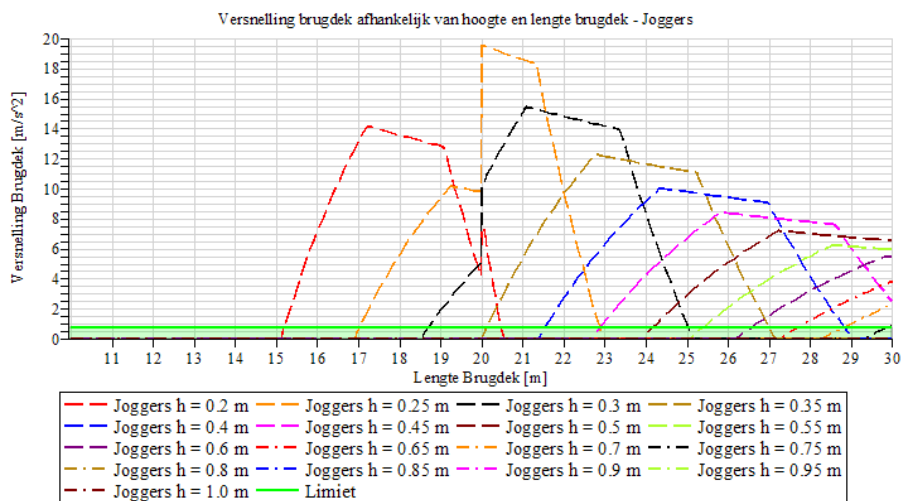
Figuur 48: Fundamentele eigenfrequentie tweezijdig ingeklemd systeem afhankelijk van hoogte en lengte

Enkel in geval van een kleine hoogte (grote slankheid) overschrijdt de optredende versnelling in het kritische gebied van de tweede harmonische stapfrequentie van voetgangers de versnellingslimiet van 0.7 m/s^2 . Ook is waarneembaar dat de hoogte van het brugdek in het algemeen een grote rol speelt in de optredende versnelling van het brugdek.



Figuur 49: Versnelling brugdek in geval van voetgangers en afhankelijk van hoogte en lengte brugdek

In geval van joggers in combinatie met een kleine hoogte van het brugdek is de optredende versnelling van het brugdek zeer groot, met name wanneer het interval van de eigenfrequentie de lengte van 20 meter overschrijdt, waardoor het aantal joggers toeneemt van 5 naar 10, zie Figuur 50 hieronder.



Figuur 50: Versnelling brugdek in geval van joggers en afhankelijk van hoogte en lengte brugdek

Voor een uitgebreidere omschrijving van de parameterstudie betreffende een tweezijdig ingeklemd systeem en een variërende hoogte wordt verwezen naar Bijlage 21.

7.3 SCHARNIEREND SYSTEEM

In geval van een tweezijdig scharnierend systeem geldt dat de modale massa en de modale belasting verandert, immers is de eigentrilvorm anders dan die van een tweezijdig ingeklemd systeem. Zo is de aangenomen eigentrilvorm van een scharnierend opgelegd systeem gelijk aan Vergelijking 21, die hieronder is herhaald

$$\Phi(x)_n = \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

Vergelijking 70: Eigentrilvorm tweezijdig scharnierend systeem

- $\Phi(x)_n$ Eigentrilvorm, geschreven als functie van de lengte van het brugdek [-]
- n Integer ($n = 1, 2, 3, \dots$) [-]
- x Plaatsafhankelijke coördinaat [m]
- L Lengte van de overspanning [m]

De fundamentele trilvorm kan worden gevonden door $n = 1$ in te voeren en deze vervolgens in te vullen in

$$m^* = \int_0^L \mu(\Phi(x))^2 dx$$

Vergelijking 71

m^*	Modale massa [kg]
L	Lengte van de overspanning [m]
μ	Permanente massa per strekkende meter [kg/m]
$\Phi(x)$	Eigentrilvorm, geschreven als functie van de lengte van het brugdek [-]

Hieruit volgt dat de modale massa voor een scharnierend opgelegd systeem na simplificeren en generaliseren gelijk is aan

$$m^* = 0.5 \cdot \mu L$$

Vergelijking 72: Modale massa van de fundamentele trilvorm van een tweezijdig scharnierend systeem

Dit betekent dat 50% van de totale beschouwde massa (in [kg]) in rekening moet worden gebracht voor de modale massa van een tweezijdig scharnierend systeem wanneer deze beweegt in zijn fundamentele trilvorm.

De modale belasting kan óók met behulp van de eigentrilvorm uit Vergelijking 70 worden afgeleid. Hiervoor geldt de formule

$$p^* = \int_0^L (p(x)\Phi(x)) dx$$

Vergelijking 73

p^*	Modale belasting [N]
L	Lengte van de overspanning [m]
$p(x)$	Gelijkmatig verdeelde belasting per strekkende meter [N/m]
$\Phi(x)$	Eigentrilvorm, geschreven als functie van de lengte van het brugdek [-]

Na invullen van de trilvorm, simplificeren, en generaliseren van de formule, geldt

$$p^* = 0.637 \cdot p(x)L$$

Vergelijking 74: Modale belasting van de fundamentele trilvorm van een tweezijdig scharnierend systeem

Dit betekent dat 63.7% van de totale belasting (in [N]) in rekening moet worden gebracht voor de modale belasting in geval dat de fundamentele trilvorm wordt beschouwd.

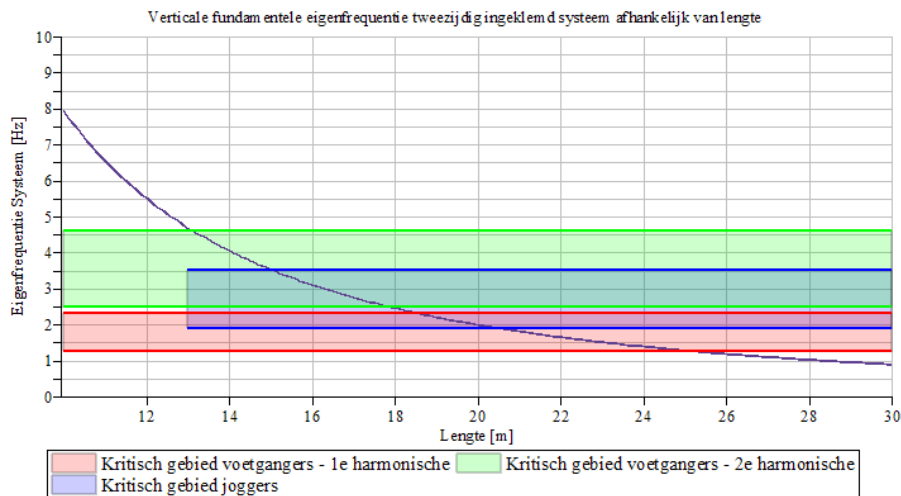
Verder is de systeemwaarde, voor de bepaling van de fundamentele eigenfrequentie, voor een tweezijdig scharnierend systeem gelijk aan 9.87 (voor een tweezijdig ingeklemd systeem is deze gelijk aan 22.4), zie Vergelijking 68.

Voor een uitgebreidere omschrijving van de bepaling van de gegeneraliseerde modale massa en modale belasting voor een scharnierend systeem wordt verwezen naar Bijlage 22.

7.3.1 BREEDTE

Omdat voor de bepaling van de eigenfrequentie in verticale richting (zie Vergelijking 68) enkel de systeemwaarde is veranderd ten opzichte van het ingeklemd systeem (deze is lager geworden), kan worden opgemerkt uit Figuur 51 dat de eigenfrequentie een ander verloop heeft op het interval waar de lengte tussen de 10 en 30 meter ligt. Hierdoor zal de curve eerder de kritische gebieden van voetgangers en joggers doorkruisen, waardoor een kleinere slankheid wordt verkregen (de kritische gebieden van zowel de voetgangers en joggers verschuiven naar links over de horizontale as).

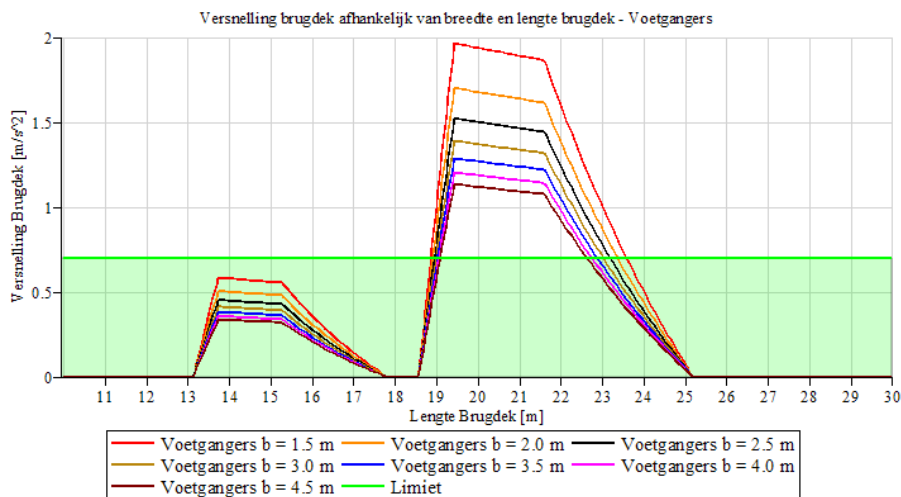
Wederom heeft de breedte geen invloed op de bepaling van de eigenfrequentie van het systeem in verticale richting (zie Vergelijking 68).



Figuur 51: Fundamentele eigenfrequentie tweezijdig scharnierend systeem afhankelijk van breedte en lengte

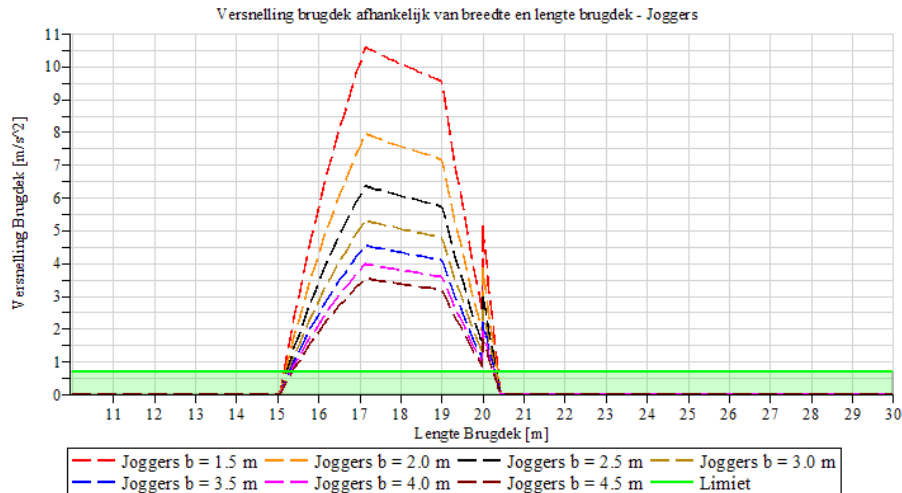
De vergroting van zowel de modale massa als de modale belasting is bijna evenredig, waardoor de optredende versnelling van het brugdek in geval van voetgangers nagenoeg hetzelfde is aan die van het ingeklemde systeem, echter kan er worden opgemerkt dat de intervallen van de kritische gebieden kleiner zijn. Ook hier geldt dat het tweede kritische gebied van de voetgangers geen rol van betekenis speelt, omdat aan de eisen van de gestelde comfortcriteria wordt voldaan (versnellingslimiet van 0.7 m/s^2 wordt niet overschreden).

Wanneer de breedte van het systeem van 1.5 meter wordt vergroot naar 4.5 meter neemt de optredende versnelling ongeveer met 40% af.



Figuur 52: Versnelling brugdek in geval van voetgangers en afhankelijk van breedte en lengte brugdek

Ook het kritische gebied dat de joggers bestrijkt (zie Figuur 53) is kleiner in grootte vergeleken met een ingeklemde systeem, evenals dat deze op de horizontale as naar links verschoven waardoor een kleinere slankheid wordt behaald. De lengte die het interval bestrijkt ligt tussen ongeveer de 15 en 20.5 meter, waardoor dit interval de lengte van de overspanning van 20 meter overlapt. Hier is dan ook de toename van de joggers (van 5 naar 10) merkbaar, wat een verspringing in de grafiek vertoont.

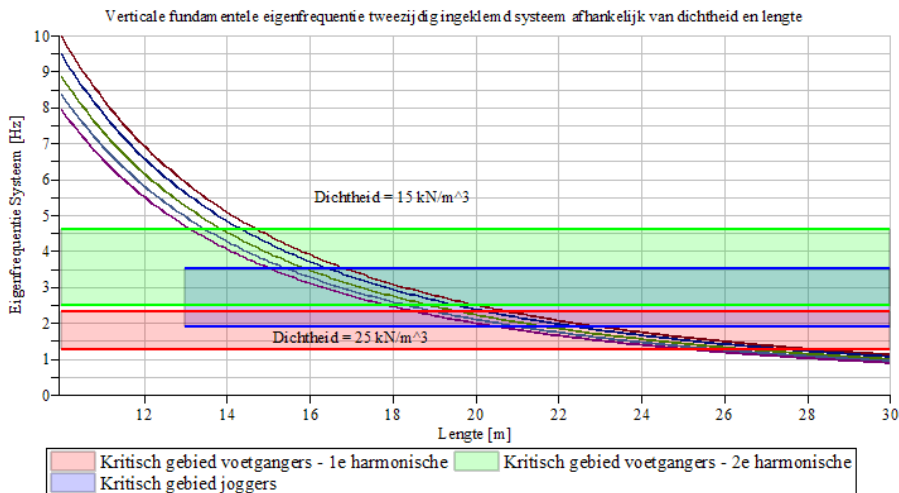


Figuur 53: Versnelling brugdek in geval van joggers en afhankelijk van breedte en lengte brugdek

Voor een uitgebreidere omschrijving van de parameterstudie betreffende een tweezijdig scharnierend systeem en een variërende breedte wordt verwezen naar Bijlage 23.

7.3.2 DICHTHEID

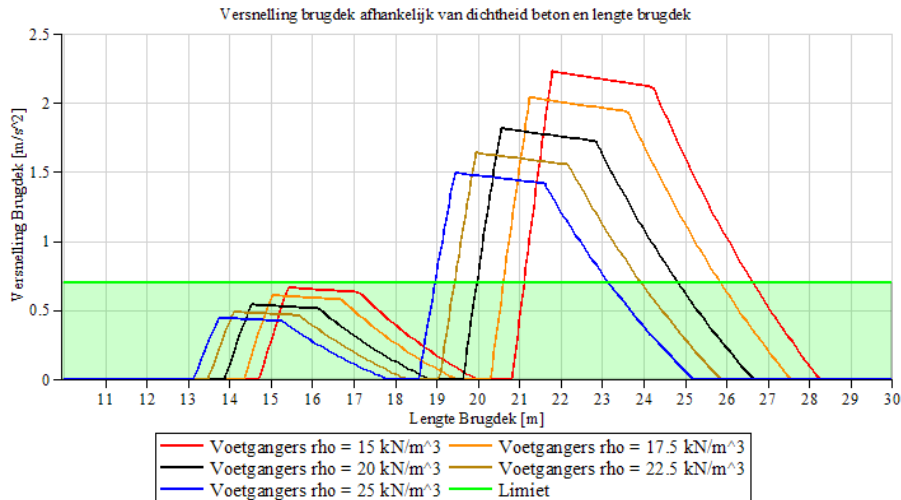
Ook de curves van de eigenfrequenties in geval van een scharnierend systeem doorkruisen de kritische gebieden van voetgangers en joggers eerder dan het ingeklemde systeem wanneer de dichtheid als variërende parameter wordt beschouwd, zoals in Figuur 54 is te zien. Hierdoor zal een kleinere slankheid worden behaald.



Figuur 54: Fundamentele eigenfrequentie tweezijdig scharnierend systeem afhankelijk van dichtheid en lengte

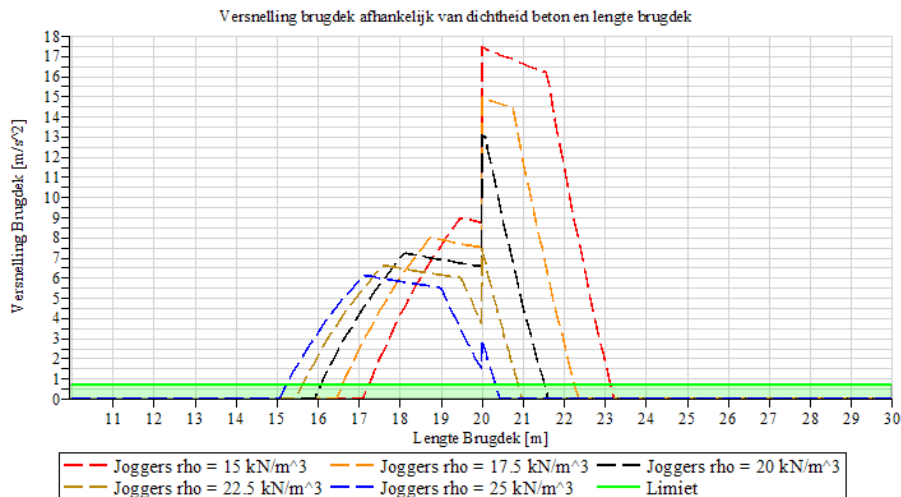
Wederom geldt dat een grotere slankheid kan worden verkregen wanneer de dichtheid wordt verlaagd (zie Figuur 55), echter zal de optredende versnelling van het brugdek groter zijn als de eigenfrequentie zich daadwerkelijk in het kritische gebied bevindt (vergeleken met een grotere dichtheid).

Ook hier speelt de tweede harmonische stapfrequentie van voetgangers geen rol van betekenis wanneer naar de optredende versnelling wordt gekeken.



Figuur 55: Vernelling brugdek in geval van voetgangers en afhankelijk van dichtheid en lengte brugdek

In geval van joggers is ook het verschil in het aantal joggers waarneembaar (de grens van het toepassen van 5 of 10 joggers ligt op een lengte van de overspanning van 20 meter). Ook kan worden opgemerkt dat het kritische gebied van joggers kleiner is als een scharnierend systeem wordt toegepast, vergeleken met een tweezijdig ingeklemd systeem (vergelijk Figuur 56 met Figuur 44).



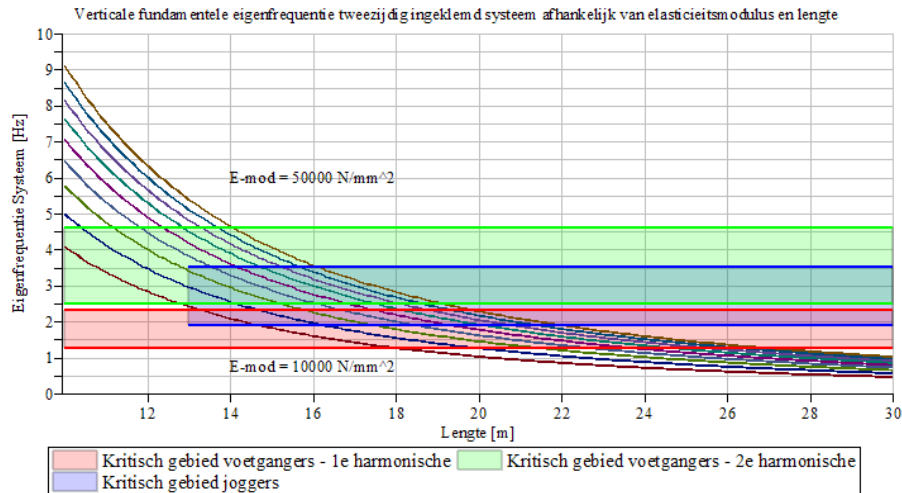
Figuur 56: Vernelling brugdek in geval van joggers en afhankelijk van dichtheid en lengte brugdek

Voor een uitgebreidere omschrijving van de parameterstudie betreffende een tweezijdig scharnierend systeem en een variërende dichtheid wordt verwezen naar Bijlage 24.

7.3.3 ELASTICITEITSMODULUS

In geval van het variëren van de elasticiteitsmodulus kan worden opgemerkt dat met een grotere waarde hiervan een grotere slankheid kan worden behaald, zie Figuur 57 hieronder.

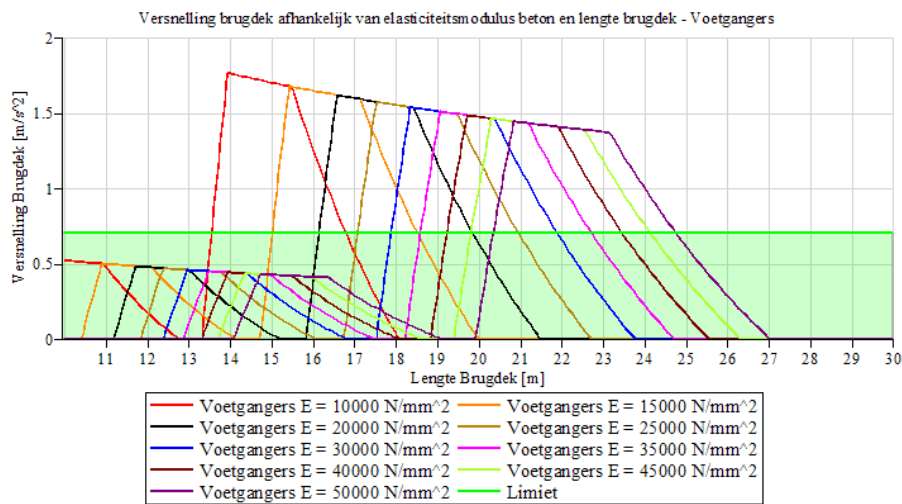
Vergeleken met een tweezijdig ingeklemd systeem is de grootte van het interval kleiner. Hierdoor zal de optredende versnelling, die gekoppeld is aan de kritische gebieden van de voetgangers en de joggers, ook over een kleiner interval optreden.



Figuur 57: Fundamentele eigenfrequentie tweezijdig scharnierend systeem afhankelijk van elasticiteitsmodulus en lengte

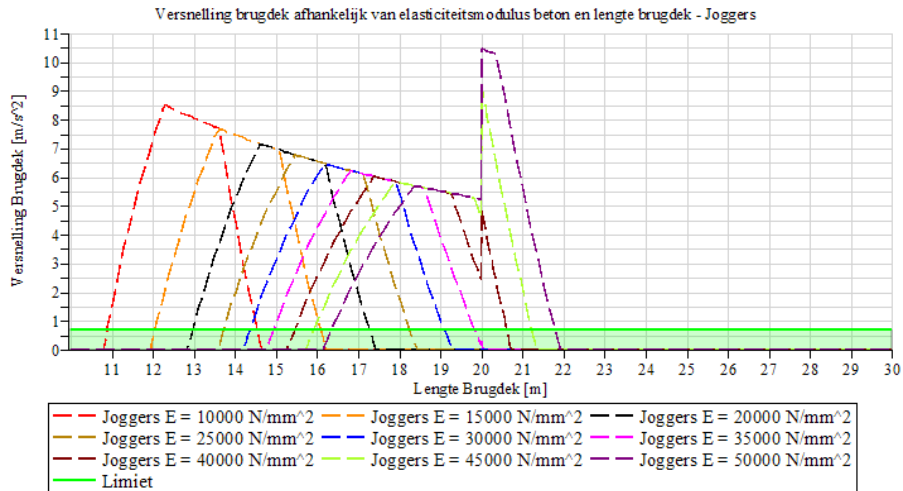
Wederom geldt dat de elasticiteitsmodulus geen directe invloed heeft op de optredende versnelling van het brugdek, omdat de formule hier niet direct afhankelijk van is (zie Vergelijking 69). Zodoende zal de verhouding tussen de modale belasting en de modale massa hetzelfde blijven naarmate de lengte verandert, echter zal vanwege het variëren van de elasticiteitsmodulus het kritische gebied worden doorkruist op verschillende lengtes waardoor steeds een ander interval ontstaat. Hierbij is in Figuur 58 te zien dat er soms overlapping van de curve van de optredende versnelling plaatsvindt door variatie van de elasticiteitsmodulus.

Wanneer wordt gekeken naar de tweede harmonische stapfrequentie van voetgangers is waarneembaar dat deze geen rol van betekenis speelt in geval van variatie van de elasticiteitsmodulus.



Figuur 58: Versnelling brugdek in geval van voetgangers en afhankelijk van elasticiteitsmodulus en lengte brugdek

In geval van joggers is de situatie hetzelfde vergeleken met voetgangers, qua berekening van het verloop van de optredende versnelling van het brugdek (zie Figuur 59). Ook is de toename in het aantal joggers waarneembaar wanneer een interval de lengte van de overspanning van 20 meter overlapt.

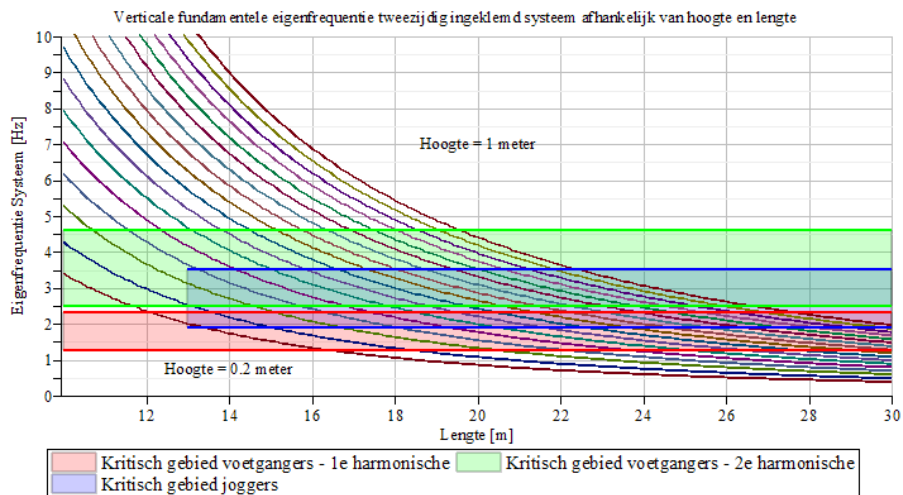


Figuur 59: Versnelling brugdek in geval van joggers en afhankelijk van elasticiteitsmodulus en lengte brugdek

Voor een uitgebreidere omschrijving van de parameterstudie betreffende een tweezijdig scharnierend systeem en een variërende elasticiteitsmodulus wordt verwezen naar Bijlage 25.

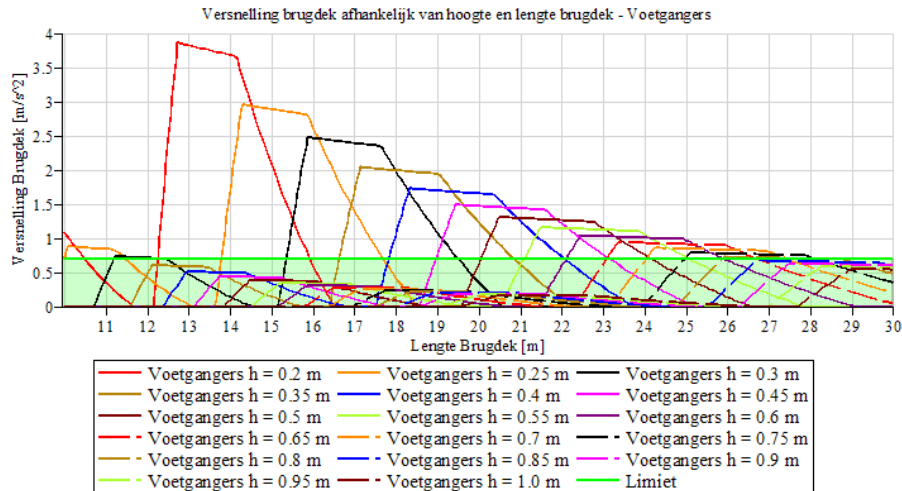
7.3.4 HOOGTE

Door de variatie in hoogte zal het kritische gebied verschuiven over de horizontale as, zie Figuur 60. Echter wanneer de hoogte zal toenemen, waardoor het kritische gebied van de eigenfrequentie wordt doorkruist op een interval waar de lengtes groter zijn dan bij een kleine hoogte, zal de slankheid afnemen.



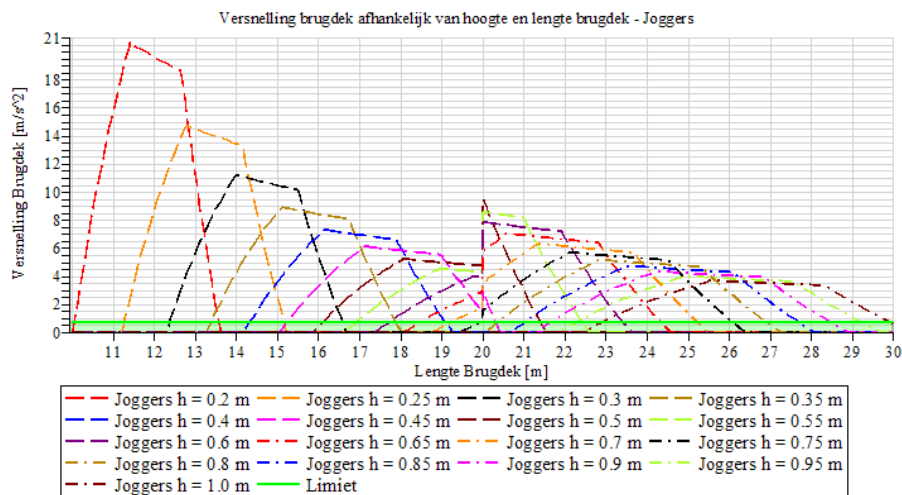
Figuur 60: Fundamentele eigenfrequentie tweezijdig scharnierend systeem afhankelijk van hoogte en lengte

Wanneer het systeem scharnierend is opgelegd zal de versnelling van het brugdek aanzienlijk afnemen naarmate de hoogte toeneemt, zie Figuur 61. Alleen in geval van een (zeer) kleine hoogte zal de optredende versnelling, die afkomstig is van de tweede harmonische stapfrequentie, de versnellingslimiet van 0.7 m/s^2 overschrijden.



Figuur 61: Versnelling brugdek in geval van voetgangers en afhankelijk van hoogte en lengte brugdek

Wanneer de rekenmethode wordt toegepast voor de beschouwing van joggers is in Figuur 62 waarneembaar dat de optredende versnelling van het brugdek bij een hoogte van 1 meter nog steeds zeer groot is. Dit is mede door de toename van het aantal joggers wanneer de lengte van de overspanning groter is dan 20 meter.



Figuur 62: Versnelling brugdek in geval van joggers en afhankelijk van hoogte en lengte brugdek

Voor een uitgebreidere omschrijving van de parameterstudie betreffende een tweezijdig scharnierend systeem en een variërende hoogte wordt verwezen naar Bijlage 26.

7.4 RESULTATEN PARAMETERSTUDIE

De voorgeschreven rekenmethode Single Degree of Freedom Method (SDOFM) uit de richtlijn EUR 23984 EN is hierboven in de paragrafen 7.2 en 7.3 voor zowel een ingeklemd- als voor een scharnierend systeem toegepast op de parameterstudie. Hierbij is gekeken naar wat voor invloed elke parameter afzonderlijk heeft op de curve van de eigenfrequentie van het systeem en de bijbehorende optredende versnelling van het brugdek. Er zijn in de parameterstudie behalve de minimum- en maximumwaarde van elke parameter ook tussenliggende waarden beschouwd zodat een ‘familie van lijnen’ is weergegeven, waardoor uit de verkregen resultaten een tendens kan worden afgeleid en wat de grootte van de invloed van elke parameter is.

7.4.1 OPLEGGING

Het verschil tussen de gebruikte oplegging is te merken aan de grootte van het kritische gebied, evenals dat deze verschoven zijn ten opzichte van elkaar. Voor een ingeklemd systeem geldt dat deze stijver is waardoor het kritische gebied zich op de horizontale as naar rechts verschuift en zodoende, afhankelijk van de beschouwde

parameter die wordt gevarieerd, een grotere slankheid oplevert. Echter bestrijkt het kritische gebied een groter interval dan dat van een scharnierend systeem.

7.4.2 VOETGANGERS

De grootte van de optredende versnelling van het brugdek ten gevolge van voetgangers kan nagenoeg als onafhankelijk van de oplegging (ingeklemd of scharnierend) worden beschouwd. In alle gevallen is de optredende versnelling namelijk bijna hetzelfde. Ook is op te merken dat de tweede harmonische stapfrequentie in veel gevallen (alleen niet wanneer de hoogte van het brugdek (zeer) klein is) voldoet aan de versnellingslimiet van 0.7 m/s^2 .

De optredende versnelling van het brugdek door de variatie van elke parameter afzonderlijk, ten gevolge van de eerste harmonische stapfrequentie van voetgangers voor een ingeklemd- en een scharnierend systeem, is hieronder in Tabel 6 weergegeven. Hierbij is gekeken naar de lengte tussen 10 en 30 meter.

Parameter	Ingeklemd		Scharnierend	
	Versnelling [m/s ²]	Interval van de parameter [afhankelijk per parameter]	Versnelling [m/s ²]	Interval van de parameter [afhankelijk per parameter]
Breedte	0.95 – 1.65	4.5 m – 1.5 m	1.15 – 1.95	4.5 m – 1.5 m
Dichtheid	1.25 – 1.3	17.5 kN/m ³ – 15 kN/m ³	1.5 – 2.25	25 kN/m ³ – 15 kN/m ³
E-mod	1.25 – 1.5	40000 N/mm ² – 10000 N/mm ²	1.35 – 1.75	50000 N/mm ² – 10000 N/mm ²
Hoogte	1.25 – 3.25	0.45 m – 0.2 m	0.55 – 3.85	1.0 m – 0.2 m

Tabel 6: Grootte van de optredende versnelling van het brugdek per parameter ten gevolge van voetgangers

7.4.3 JOGGERS

Bij joggers blijkt dat in alle gevallen, wanneer een parameter afzonderlijk wordt gevarieerd, de optredende versnelling van het brugdek zeer groot is, ongeacht of er 5 of 10 joggers worden toegepast. Hierbij maakt het ook niet uit of het systeem is ingeklemd of scharnierend is opgelegd, evenals dat het niet uitmaakt wat de lengte van het brugdek is dat het kritische gebied van de joggers bestrijkt. In principe zal niet aan de comforteis worden voldaan wanneer de eigenfrequentie van het systeem zich in het kritische gebied van de joggers bevindt ($1.9 \text{ Hz} \leq f_e \leq 3.5 \text{ Hz}$). De uiteindelijk optredende versnelling in het geval dat er geen reductiefactor wordt toegepast ($\Psi = 1$) is zodanig groot, dat de lijn om van $\Psi = 0$ ($f_e = 1.9 \text{ Hz}$ of $f_e = 3.5 \text{ Hz}$) naar $\Psi = 1$ ($f_e = 2.2 \text{ Hz}$ of $f_e = 2.7 \text{ Hz}$) te komen zeer steil is, waardoor het niet uitmaakt of de eigenfrequentie van het systeem bijvoorbeeld 2 Hz, 2.5 Hz, 2.9 Hz, of 3.4 Hz is (zie Figuur 14). Zodra de eigenfrequentie in het kritische gebied valt zal niet meer worden voldaan aan de comforteis (zie bijvoorbeeld Figuur 41, Figuur 44, Figuur 47, of Figuur 50).

De optredende versnelling van het brugdek door de variatie van elke parameter afzonderlijk, ten gevolge van de joggers voor een ingeklemd- en een scharnierend systeem, is hieronder in Tabel 7 weergegeven. Hierbij is gekeken naar de lengte tussen 10 en 30 meter.

Parameter	Ingeklemd		Scharnierend	
	Versnelling [m/s ²]	Interval van de parameter [afhankelijk per parameter]	Versnelling [m/s ²]	Interval van de parameter [afhankelijk per parameter]
Breedte	4.75 – 14.5	4.5 m – 1.5 m	3.5- 10.6	4.5 m – 1.5 m
Dichtheid	8.4 – 12.3	25 kN/m ³ – 15 kN/m ³	6.1 – 9.0	25 kN/m ³ – 15 kN/m ³
E-mod	7.8 – 10.9	50000 N/mm ² – 10000 N/mm ²	5.7 – 8.5	50000 N/mm ² – 10000 N/mm ²
Hoogte	6.2 – 19.5	0.55 m – 0.2 m	3.7 – 20.6	1.0 m – 0.2 m

Tabel 7: Grootte van de optredende versnelling van het brugdek per parameter ten gevolge van joggers

Merk op dat alleen de optredende versnelling van het brugdek is gegeven in geval van 5 joggers. Wanneer de lengte van de overspanning 20 meter is en in het interval ligt van het kritische gebied van de variërende parameter, zoals het geval is bij de variërende parameters dichtheid en de elasticiteitsmodulus (zie Figuur 56 en Figuur 59), dan is de toename van 5 naar 10 joggers waarneembaar en zal de optredende versnelling verdubbelen.

8 COMFORTBESCHOUWING TEN GEVOLGE VAN JOGGERS

8.1 INLEIDING

Uit de gemaakte parameterstudie is naar voren gekomen dat de joggers maatgevend zijn voor de bepaling van de slankheid van de brug wanneer comfort wordt beschouwd (eisen betreffende bruikbaarheidsgrenstoestand en uiterste grenstoestand niet in beschouwing genomen). In alle gevallen (het variëren van de verschillende parameters) is de optredende versnelling door joggers volgens de rekenmethode van het 1-MVS namelijk zeer groot (zie Tabel 7). Hierin is de responsie door de tweede harmonische stapfrequentie van voetgangers als verwaarloosbaar klein beschouwd en zodanig als niet-relevant. Dit blijkt ook uit [20], die stelt dat de hogere harmonische stapfrequenties geen significante bijdragen leveren aan de responsie van het systeem door de grote aanwezige stijfheid (eigenfrequenties groter dan 2.4 Hz), evenals dat de hogere harmonische stapfrequenties een lagere belasting genereren. De reden van de grote optredende versnelling door joggers is dat deze op het brugdek als stilstaande harmoniserende puntlast worden gemodelleerd, op de locatie waar de responsie van het brugdek het grootst wordt verondersteld. Vervolgens wordt de waarde van de versnelling uit de steady state genomen (zie voor de afleiding hiervan Bijlage 1), die maatgevend is voor de berekening van comfort. Volgens EUR 23984 EN is het op deze manier gevonden resultaat van de optredende versnelling een redelijk nauwkeurige benadering van joggers die allen tegelijk met een snelheid van 3 m/s over de brug heen rennen en die allen in een stapfrequentie rennen die gelijk is aan de eigenfrequentie van de brug [8].

Echter kan er de vraag worden gesteld of deze rekenmethode voor het bepalen van de optredende versnelling ten gevolge van joggers ook geldt voor 'korte' betonnen voetgangersbruggen, zoals omschreven in de afbakening (zie paragraaf 3.5), waar een lengte tussen de 10- en 30 meter wordt beschouwd.

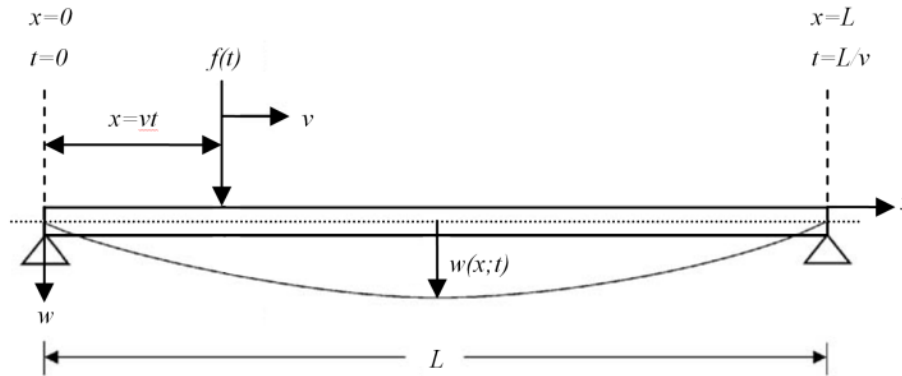
Zodoende zal er vanaf dit moment de focus worden gelegd op de berekening van comfort van betonnen voetgangersbruggen ten gevolge van joggers, waarin de jogger gedetailleerder wordt behandeld.

8.2 METHODE

De jogger zal op de ligger als een belastingsfunctie worden gemodelleerd, die zich voortbeweegt in tijd, waarbij wordt gekeken naar de optredende versnelling van het brugdek halverwege de overspanning. Het model wordt analytisch opgelost en vervolgens gecontroleerd aan de hand van een berekening in het computerprogramma Maple. Daarna wordt gekeken naar de relatie tussen de stapfrequentie van de jogger, de bijbehorende snelheid die de jogger heeft, en de belasting die de jogger genereert. Om te kijken wat voor invloed joggers hebben op de responsie van het model zullen meerdere situaties, waarin joggers zich voortbewegen, worden behandeld. Vervolgens worden deze situaties toegepast op een drietal voorbeelden van betonnen voetgangersbruggen met verschillende afmetingen, waarvan één voorbeeld een praktijkvoorbeeld is. Als laatst zullen de resultaten van de voorbeelden worden behandeld, evenals dat er conclusies en aanbevelingen worden gegeven.

8.3 MODELLERING JOGGER

De situatie van de jogger die over de brug rent kan worden geschreven als een belastingsfunctie die zich voortbeweegt over een ligger, zoals weergegeven in Figuur 63 hieronder. De situatie die wordt behandeld betreft een ligger die tweezijdig scharnierend is opgelegd en als een continu systeem wordt beschouwd.



Figuur 63: Schematisatie van een jogger die over een brug rent

$w(x;t)$	Verplaatsing van de ligger als functie van plaats en tijd [m]
x	Plaats op de ligger [m]
t	Tijd [s]
$f(t)$	Belasting als functie van tijd die zich voortbeweegt over de ligger [N]
v	Continue snelheid van de belastingsfunctie $f(t)$ [m/s]
L	Lengte van de ligger [m]

De bewegingsvergelijking die hoort bij dit continue systeem kan worden geschreven als een differentiaalvergelijking [15]

$$\rho A \ddot{w}(x; t) + c \dot{w}(x; t) + EI w''''(x; t) = p(x; t)$$

Vergelijking 75: Differentiaalvergelijking die het continue systeem beschrijft

ρ	Dichtheid beton [kg/m ³]
A	Oppervlakte doorsnede [m ²]
$\ddot{w}(x; t)$	Tweede afgeleide van de verplaatsing, die is geschreven als functie van plaats en tijd, naar tijd, oftewel de versnelling [m/s ²]
c	Gelijkmatig verdeelde demping [(kg/s)/m]
$\dot{w}(x; t)$	Eerste afgeleide van de verplaatsing, die is geschreven als functie van plaats en tijd, naar tijd, oftewel de snelheid [m/s]
E	Elasticiteitsmodulus beton [N/m ²]
I	Oppervlaktetraagheidsmoment doorsnede [m ⁴]
$w''''(x; t)$	Vierde afgeleide van de functie van de verplaatsing, die is geschreven als functie van plaats en tijd, naar plaats [m ⁻³]
$p(x; t)$	Functie van de belasting afhankelijk van plaats en tijd [N/m]

De linkerzijde van de differentiaalvergelijking kan worden gezien als de eigenschappen die de ligger bezit, terwijl $p(x;t)$ aan de rechterzijde van de differentiaalvergelijking de belastingsterm is. In dit geval is de belastingsterm de rennende jogger, die kan worden genoteerd als

$$p(x; t) = f(t) \delta(x - vt) [H(t) - H(t - L/v)]$$

Vergelijking 76: Beschouwde belastingsterm in de differentiaalvergelijking van het continue systeem

$f(t)$	De belasting geschreven als functie van tijd [N]
$\delta(x - vt)$	Het toepassen van de belasting $f(t)$ op plaats $0 < x < L$ in verloop van tijd, die wordt gekenmerkt door toepassing van de Dirac delta-functie, waarin v gelijk staat aan de snelheid van de voortbewegende functie $f(t)$, en t de tijd [1/m]
$[H(t) - H(t - L/v)]$	Het tijdsinterval dat in rekening moet worden gebracht, die de jogger nodig heeft om de brug over te steken [-]

8.4 ANALYTISCHE BEREKENING

De bovenstaande differentiaalvergelijking wordt opgelost door de methode van scheiden van variabelen, waarbij de oplossing hiervan is aangenomen als een tijdsafhankelijke functie ($q_n(t)$) die wordt vermenigvuldigd met de bijbehorende eigentrilvorm ($Y_n(x)$), en vervolgens zijn al deze uitkomsten gesommeerd voor meerdere termen ($n = 1, 2, 3, \dots$). Oftewel er zijn meerdere eigentrilvormen die elk een eigen bijdrage leveren aan de verplaatsing van de ligger. Hierdoor kan een uitdrukking in de totale verplaatsing van het systeem ($w(x;t)$) worden gevonden. Dit wordt ook wel de modale analyse genoemd. Dit kan worden geschreven als

$$w(x; t) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t) Y_n(x)$$

Vergelijking 77: Aangenomen oplossing voor de differentiaalvergelijking van het continue systeem

De term $q_n(t)$ is de onbekende tijdsafhankelijke functie, die kan worden beschouwd als een wegingsfactor, en $Y_n(x)$ is de plaatsafhankelijke functie. Deze plaatsafhankelijke functie moet voldoen aan de differentiaalvergelijking na toepassen van de methode van scheiden van variabelen, en ook aan de randvoorwaarden van het systeem. Zo geldt voor een scharnierend systeem dat er ter plaatse van de opleggingen geen verplaatsing optreedt, evenals dat er geen momenten optreden. Dit kan worden geschreven als

$$\begin{aligned} w(0; t) = w(L; t) &= 0 \\ w''(0; t) = w''(L; t) &= 0 \end{aligned}$$

Vergelijking 78: Randvoorwaarden afhankelijk van opleggingen

De aangenomen functie die voldoet aan de optredende eigentrilvormen in combinatie met de gestelde randvoorwaarden is een sinusterm, die kan worden uitgedrukt als

$$Y_n(x) = \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) = \sin(\beta_n x)$$

Vergelijking 79: Functie die voldoet aan optredende eigentrilvormen en opgelegde randvoorwaarden

De gebruikte beginvoorwaarden in de beschouwde situatie zijn dat de brug zich in rust bevindt op tijdstip $t = 0$, oftewel op dit tijdstip is er geen verplaatsing van de ligger ($w(x;0)$) aanwezig, evenals dat er geen aanwezige beginsnelheid van de ligger ($\dot{w}(x;0)$) aanwezig is. Dit kan worden uitgedrukt in formulevorm als

$$w(x; 0) = \dot{w}(x; 0) = 0$$

Vergelijking 80: Beginvoorwaarden van de ligger

Door de corresponderende tijdsafhankelijke- en plaatsafhankelijke functies met elkaar te vermenigvuldigen, en vervolgens bij elkaar op te tellen ($n = 1, 2, 3, \dots$), zal de oplossing nauwkeuriger worden benaderd. Deze beschouwde rekenmethode kan worden toegepast op systemen die zich lineair elastisch gedragen, waarbij wordt aangenomen dat de optredende amplitudes klein zijn.

De differentiaalvergelijking uit Vergelijking 75 in combinatie met de belastingsterm uit Vergelijking 76 wordt naar het Laplace-domein getransformeerd. Vervolgens worden de aangenomen oplossing (Vergelijking 77) en de begin- en randvoorwaarden (Vergelijking 79 en Vergelijking 80) gesubstitueerd in de differentiaalvergelijking in het Laplace-domein. De gevonden oplossing in het Laplace-domein wordt terug getransformeerd naar het tijdsdomein met behulp van de inverse-Laplace. Dit betekent dat de convolutie-integraal moet worden toegepast om zo de onbekende tijdsfunctie ($q_n(t)$) te vinden. Als laatst wordt vermenigvuldigd met de plaatsafhankelijke functie ($Y_n(x)$) en kan de verplaatsing van de ligger worden geschreven voor twee verschillende tijdsintervallen. Gedurende de tijd dat de jogger op de brug aanwezig is, kan de verplaatsing van de ligger worden geschreven als

$$w(x; t) = \frac{2}{\rho AL} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Y_n(x)}{\omega_n \eta} \int_0^t P \sin(\Omega \tau) Y_n(v\tau) e^{-\frac{b}{2}(t-\tau)} \sin(\omega_n \eta(t-\tau)) d\tau \quad \text{voor } 0 < t \leq L/v$$

Vergelijking 81: Uitdrukking van de verplaatsing van de ligger voor $0 < t \leq L/v$

In het geval dat de jogger de brug is gepasseerd, en de belasting dus niet meer aanwezig is op de brug, zal de brug uitdempen. Zodoende kan de verplaatsing van de ligger worden geschreven als

$$w(x; t) = \frac{2}{\rho A L} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Y_n(x)}{\omega_n \eta} \int_0^{L/v} P \sin(\Omega \tau) Y_n(v\tau) e^{-\frac{b}{2}(t-\tau)} \sin(\omega_n \eta (t - \tau)) d\tau \quad \text{voor } t > L/v$$

Vergelijking 82: Uitdrukking van de verplaatsing van de ligger voor $t > L/v$

$w(x;t)$	Verplaatsing van de ligger als functie van plaats en tijd [m]
ρ	Dichtheid beton [kg/m ³]
A	Oppervlakte doorsnede [m ²]
L	Lengte van de ligger [m]
$Y_n(x)$	Plaatsafhankelijke functie [-] (zie paragraaf 8.5.3)
ω_n	Eigenhoekfrequentie van de beschouwde eigentrilvorm [rad/s] (zie paragraaf 8.5.5)
η	$= \sqrt{1 - \frac{b^2}{4\omega_n^2}}$ = Factor voor de bepaling van de gedempte eigenhoekfrequentie [-]
b	$= \frac{c}{\rho A}$ = Vereenvoudiging van de notatie van de differentiaalvergelijking [1/s]
c	Gelijkmatig verdeelde demping [(kg/s)/m] (zie paragraaf 8.5.7)
P	Grootte van de joggerbelasting [N] (zie paragraaf 8.5.1 en 8.5.2)
Ω	Stapfrequentie van de jogger [rad/s] (zie paragraaf 8.5.4 en 8.5.5)
τ	Integratievariabele [s]
$Y_n(v\tau)$	Plaatsafhankelijke functie uitgedrukt in snelheid en integratievariabele [-]
v	Snelheid van de jogger [m/s]
t	Tijd [s]

Zie voor meer uitleg en informatie over de totstandkoming van de formule van de verplaatsing van de ligger in geval van een voortbewegende harmoniserende puntlast Bijlage 27.

Nu de formule van de verplaatsing van de ligger is gegeven, afhankelijk van of de jogger wel of niet aanwezig is op de ligger (zie Vergelijking 81 en Vergelijking 82), kunnen alle waarden en functies één voor één worden afgeleid. Dit zal in de volgende paragrafen worden verduidelijkt.

Een uitwerking van een voorbeeld volgens de analytische rekenmethode, betreffende de bepaling van de verplaatsing van de ligger ten gevolge van een voortbewegende harmoniserende puntlast, zal worden behandeld in paragraaf 8.6.

8.5 OVERIGE GEGEVENS

8.5.1 BELASTINGSFUNCTIE JOGGER

Als een jogger zich voortbeweegt exciteert deze een veel grotere belasting dan een voetganger, omdat de jogger los komt van de grond. Dit in tegenstelling tot een voetganger, die contact blijft houden met de ondergrond. De joggerbelasting kan worden benaderd met een Fourierreeks (overigens kan dit ook worden gedaan met de voetgangersbelasting), die kan worden geschreven als

$$f(t) = f_0 \cdot \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \cdot \sin(2\pi \cdot n \cdot f_s \cdot t - \theta_n) \right]$$

Vergelijking 83: Belasting van een jogger geschreven als een Fourierreeks

$f(t)$	Belasting die wordt uitgeoefend op het systeem in verloop van tijd [N]
f_0	Gemiddelde statische belasting van een jogger [N]
α_n	Fouriercoëfficiënt voor de bepaling van de dynamische belasting afhankelijk van de eigenfrequentie (f_n) [N]

- n Harmonische stapbelasting ($n = 1, 2, 3, \dots$) [-]
- f_s Stapfrequentie van de jogger [Hz]
- t Tijd [s]
- θ_n Fasehoek die hoort bij de harmonische stapbelasting n [rad]

Enkele voorbeelden van benaderingen van de joggerbelasting in verloop van tijd zijn hieronder gegeven in Tabel 8. Voor de benadering van de voetgangersbelasting kan ook gebruik worden gemaakt van de Fourierreeks, echter dienen hiervoor dan andere coëfficiënten te worden gebruikt.

Bron	f_0 [N]	α_1 [-]	α_2 [-]	α_3 [-]	f_s [Hz]	θ_1 [-]	θ_2 [-]	θ_3 [-]
SETRA – 3 Harmonische Termen [18]	700	1.6	0.7	0.2	3	-	-	-
Bachmann [21]	700	1.6	0.7	0.3	2 – 3	-	$\pi/2$	$\pi/2$
SETRA – Benadering [18]	1250	1	-	-	3	-	-	-

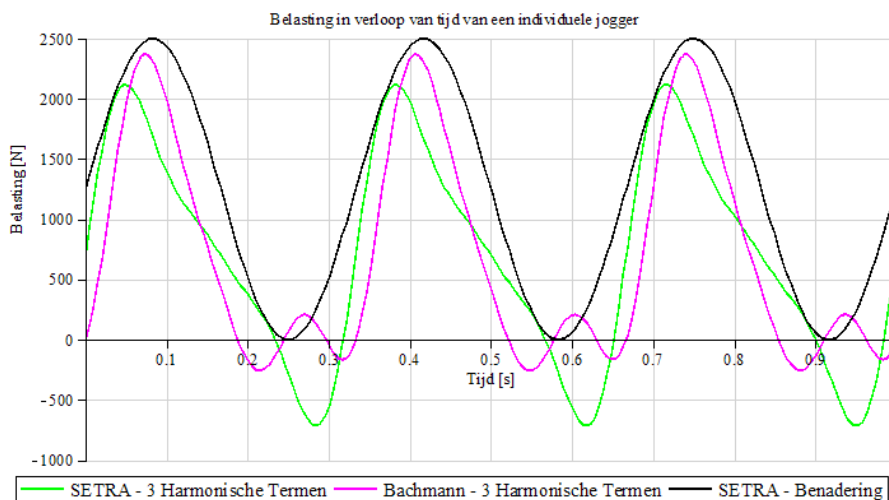
Tabel 8: Fouriercoëfficiënten waarmee de joggerbelasting kan worden benaderd

Door bijvoorbeeld de coëfficiënten van Bachmann uit Tabel 8 in de Fourierreeks uit Vergelijking 83 in te vullen, leidt dit tot een formule die mag worden gebruikt voor de stapbelasting van joggers waar de stapfrequentie ligt tussen 2 en 3 Hz

$$\begin{aligned}
 f(t) &= f_0 \cdot \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \cdot \sin(2\pi \cdot n \cdot f_s \cdot t - \theta_n) \right] \\
 &= 700 \\
 &\quad \cdot \left(1 + \left(1.6 \cdot \sin(2\pi \cdot 1 \cdot 3 \cdot t) + 0.7 \cdot \sin\left(2\pi \cdot 2 \cdot 3 \cdot t - \frac{\pi}{2}\right) + 0.3 \cdot \sin\left(2\pi \cdot 3 \cdot 3 \cdot t - \frac{\pi}{2}\right) \right) \right) \\
 &= 700 \cdot \left(1 + \left(1.6 \sin(6\pi t) + 0.7 \sin\left(12\pi t - \frac{\pi}{2}\right) + 0.3 \sin\left(18\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \right) \right)
 \end{aligned}$$

Vergelijking 84: Voorbeeld Fourierreeks met behulp van coëfficiënten van Bachmann [21]

Als de drie joggerbelastingen uit Tabel 8 worden geplott in een grafiek kan worden gezien wat de belastingsfunctie is in verloop van tijd. Deze is gegeven in Figuur 64.



Figuur 64: Joggerbelasting volgens verschillende bronnen

Volgens de SETRA kan de joggerbelasting worden benaderd door middel van een statische belasting van 1250 N en een dynamische belasting van 1250 N in geval dat de jogger een stapfrequentie van 3 Hz heeft, oftewel

$$f(t) = 1250 + 1250 \sin(\Omega t)$$

Vergelijking 85: Benadering joggerbelasting volgens SETRA

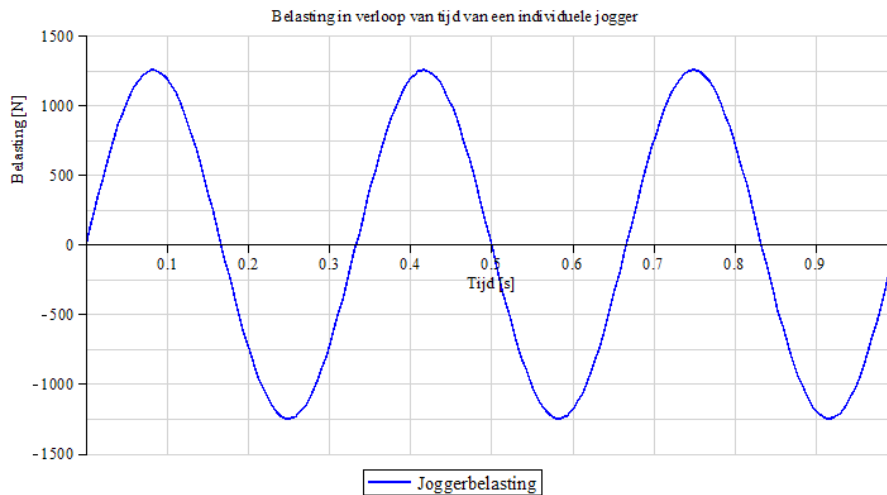
Deze belastingsfunctie kan worden geïnterpreteerd als een belasting die bestaat uit twee componenten: een statische puntlast, en een verticaal harmoniserende puntlast in verloop van tijd. Echter wanneer deze belastingsfunctie $f(t)$ zicht voortbeweegt in verloop van tijd is de invloed die de voortbewegende statische puntlast heeft op de versnelling van het systeem zeer klein, omdat deze enkel een eenmalige doorbuiging van de ligger in verloop van tijd veroorzaakt die niet snel optreedt. Hierdoor kan deze worden verwaarloosd. Om deze reden kan de belastingsfunctie $f(t)$ worden geschreven als

$$f(t) = 1250 \sin(\Omega t)$$

Vergelijking 86: Functie van de harmoniserende puntlast in verloop van tijd

Deze benadering van de grootte van de harmoniserende belasting treedt op bij een stapfrequentie van 3 Hz.

De belastingsfunctie $f(t)$ uit Vergelijking 86 hierboven, die wordt gebruikt in het model, ziet er uit als



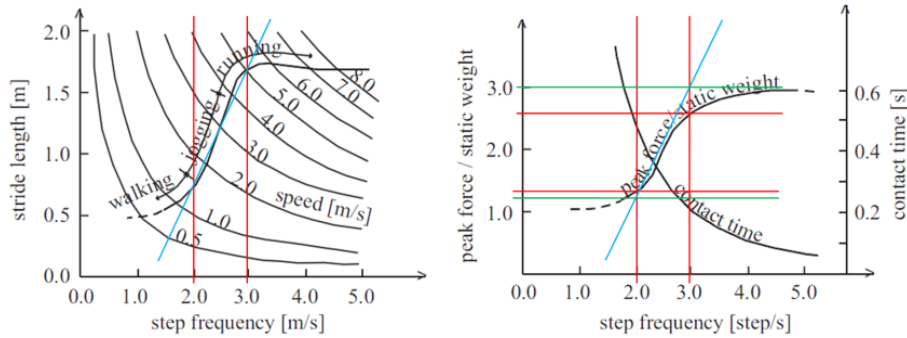
Vergelijking 87: Belastingsfunctie $f(t)$ die wordt gebruikt in het beschouwde model

Voor een volledige berekening betreffende het verwaarlozen van de statische puntlast in de belastingsfunctie $f(t)$ uit Vergelijking 85 wordt verwezen naar Bijlage 28.

Een voorbeeld van de toepassing van de Fouriercoëfficiënten volgens Bachmann (zie Tabel 8) is gegeven in Bijlage 29. Er kan worden opgemerkt uit deze responsie dat van de dynamische belastingen uit de Fourierreeks de eerste term veruit de belangrijkste, omdat deze gelijk is gesteld aan de eerste eigenfrequentie van het systeem. En omdat de veelvoudigen van stapfrequenties uit de overige dynamische belastingen niet overeenkomen met andere eigenfrequenties van de brug zullen deze amper tot niet een grote invloed hebben. Zodoende is van de Fourierreeks voor joggers door Bachmann een benadering gemaakt door middel van een enkele statische- en een enkele dynamische belasting, echter kan die ook worden gesimplificeerd tot een enkele dynamische term, wat leidt tot Vergelijking 86 hierboven.

8.5.2 RELATIE STAPFREQUENTIE, SNELHEID, EN BELASTING

Er wordt gekeken naar de samenhang tussen de stapfrequentie van de jogger, de bijbehorende snelheid van de jogger, en de grootte van de uitgeoefende belasting door de jogger. Deze relatie is gegeven in Figuur 65 hieronder [22].



Figuur 65: Relatie tussen stapfrequentie van de jogger, snelheid, en grootte van de belasting

Een persoon die zich voortbeweegt met een bepaalde stapfrequentie kan dit doen door te lopen, evenals te rennen. Zo is al eerder gegeven dat een voetganger over het algemeen een stapfrequentie heeft die rond de 2 Hz ligt (zie paragraaf 5.2.5), echter kan bij deze stapfrequentie de persoon zich ook rennend voortbewegen, zoals te zien in de linker figuur van Figuur 65. Dit wordt het zogenaamde ‘slow jogging’ (= langzaam rennen) genoemd. Er kan worden afgelezen dat de snelheid van de jogger bij een stapfrequentie van 2 Hz rond de 1.5 m/s ligt. Gekeken naar de bijbehorende belasting in de rechterfiguur van Figuur 65 kan worden opgemaakt dat dit ongeveer gelijk is aan de statische belasting van de persoon.

In Figuur 65 is met een blauwe lijn op het interval 2 en 3 Hz de gebruikte relatie weergegeven tussen stapfrequentie en snelheid (links), en stapfrequentie en belasting (rechts).

In het toegepaste model is de relatie tussen de stapfrequentie (f_s) en de snelheid (v) van de jogger benaderd als

$$\begin{aligned}
 f_s < 2 \text{ Hz} & \quad v = 1.5 & \quad [m/s] \\
 2 \text{ Hz} \leq f_s \leq 3 \text{ Hz} & \quad v = 1.5 + \frac{5-1.5}{3-2} (f_s - 2) & \quad [m/s] \\
 f_s > 3 \text{ Hz} & \quad v = 5 & \quad [m/s]
 \end{aligned}$$

In het toegepaste model is de relatie tussen de stapfrequentie en de belasting (P) van de jogger benaderd als

$$\begin{aligned}
 f_s < 2 \text{ Hz} & \quad P = \frac{1250}{3} & \quad [N] \\
 2 \text{ Hz} \leq f_s \leq 3 \text{ Hz} & \quad P = \frac{1250}{3} + \frac{1250 - \frac{1250}{3}}{3-2} (f_s - 2) & \quad [N] \\
 f_s > 3 \text{ Hz} & \quad P = 1250 & \quad [N]
 \end{aligned}$$

Merk op dat de stapbelasting van 1250 een conservatieve belasting is op het moment dat de stapfrequentie gelijk is aan 3 Hz. De harmoniserende puntlast van 1250 N representeert een stapbelasting van 2500 N (zie Figuur 64), terwijl de rode lijn in Figuur 65 een dynamische amplificatiefactor (DAF) van ongeveer 2.6 aangeeft wanneer de stapfrequentie 3 Hz is. Wordt een gemiddelde statische belasting (gewicht) van een persoon van 744 N aangehouden [8], dan is de stapbelasting, gerekend met de bijbehorende DAF van 2.6, gelijk aan 1934 N.

8.5.3 LOCATIE OPTREDENDE VERSNELLING

Gebaseerd op het onderzoek dat is verricht naar de optredende versnelling van betonnen voetgangersbruggen uit de parameterstudie, werd gevonden dat de grootste responsie optreedt halverwege de overspanning. Dit komt omdat enkel de eerste eigentrilvorm van belang is in geval van betonnen voetgangersbruggen met kleine overspanningen. Zodoende zal ook de responsie van het systeem in het geval van de voortbewegende harmoniserende puntlast over de brug in het midden van de ligger worden bepaald, oftewel op $x = L/2$, waarin L de lengte van de overspanning is.

De differentiaalvergelijking van het continue systeem (zie Vergelijking 75) wordt opgelost met behulp van de methode van scheiden van variabelen (zie Vergelijking 77), waarin de plaatsafhankelijke functie kan worden geschreven als Vergelijking 79, die hieronder is herhaald

$$Y_n(x) = \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) = \sin(\beta_n x)$$

Vergelijking 88: Functie die voldoet aan optredende eigentrilvormen en opgelegde randvoorwaarden

De responsie van het systeem wordt, zoals reeds vermeld, bekeken op $x = L/2$. Als dit wordt ingevuld in de plaatsafhankelijke functie uit Vergelijking 88 hierboven leidt dit tot

$$Y_n\left(\frac{L}{2}\right) = \sin\left(\frac{n\pi L}{L} \frac{L}{2}\right) = \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$$

Vergelijking 89: Plaatsafhankelijke functie op $x = L/2$

Invullen van meerdere termen van n ($n = 1, 2, 3, \dots$) leveren de bijbehorende bijdrage per eigentrilvorm op. Deze zijn gegeven in Tabel 9 hieronder.

Eigentrilvorm [-]	$Y_n(x)$ [-]
$n = 1, 5, 9, \dots$	1
$n = 2, 4, 6, \dots$	0
$n = 3, 7, 11, \dots$	-1

Tabel 9: Factor afkomstig van $Y_n(L/2)$

In de aangenomen oplossing wordt de tijdsafhankelijke functie ($q_n(t)$) vermenigvuldigd met de plaatsafhankelijke functie ($Y_n(x)$), die vervolgens allen worden gesommeerd. Er kan hieruit worden geconcludeerd dat alle even-genummerde eigentrilvormen geen bijdrage leveren in de bepaling van de responsie van het systeem volgens de modale analyse. Daarnaast leveren niet alle oneven-genummerde eigentrilvormen zowel positieve- als negatieve bijdragen aan de totaal optredende verplaatsing.

8.5.4 STAPFREQUENTIE JOGGER

Gedurende de tijd dat de jogger aanwezig is op de brug zal deze een constante stapfrequentie (Ω in [rad/s]) hebben. Dit betekent dat hier een snelheid en een belasting aan is gekoppeld die óók constant is. Deze samenhang is bepaald in paragraaf 8.5.2.

In het geval dat er in het model meerdere joggers achter elkaar over de brug rennen, die allen een willekeurige stapfrequentie hebben, dan zal de stapfrequentie per jogger worden bepaald aan de hand van een aangenomen standaarddeviatie van 0.10 Hz ten opzichte van de eigenfrequentie van de brug. Iedere jogger, met dus ieder een afzonderlijke stapfrequentie, zal een bijbehorende snelheid en belasting hebben die is gebaseerd op de genoemde relatie tussen stapfrequentie, snelheid, en belasting uit paragraaf 8.5.2. Door deze kleine standaarddeviatie van 0.10 Hz toe te passen kan worden aangetoond wat voor invloed dit heeft op de responsie van het systeem.

Om een indicatie te geven als de stapfrequentie tussen twee joggers afwijkt, waarbij het verschil gelijk is aan de aangenomen standaarddeviatie, oftewel 0.10 Hz, wordt als voorbeeld een lengte van 30 meter beschouwd. Een jogger met een stapfrequentie van 3 Hz heeft een snelheid van 5 m/s, en doet er 6 seconden over om de brug te passeren. Het aantal benodigde stappen is 18. Een jogger die daarentegen 2.9 Hz als stapfrequentie heeft rent met een snelheid van 4.65 m/s en doet er 6.45 seconden over. Het aantal stappen van deze jogger is $18.7 \approx 19$.

8.5.5 EIGENHOEFREQUENTIE BRUG

De berekening van de eigenhoekfrequentie per eigentrilvorm van een scharnierend opgelegd systeem volgt uit de formule

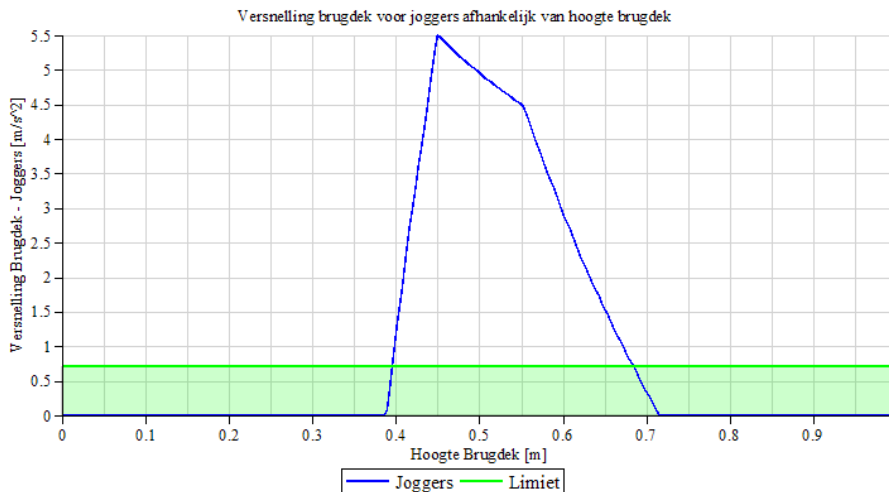
$$\omega_n = (n\pi)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho AL^4}}$$

Vergelijking 90: Formule voor bepaling verticale eigenfrequenties voor verschillende eigentrilvormen

ω_n	Eigenfrequentie per eigentrilvorm [1/s]
n	Integer ($n = 1, 2, 3, \dots$) [-]
E	Elasticiteitsmodulus beton [N/m^2]
I	Oppervlaktetraagheidsmoment doorsnede [m^4]
ρ	Dichtheid beton [kg/m^3]
A	Oppervlakte doorsnede [m^2]
L	Lengte van de overspanning [m]

Dit betekent dat er tussen de eerste- en de tweede eigenhoekfrequentie van een scharnierend opgelegd systeem een factor 4 verschil zit (zie n^2). Uit realistisch oogpunt zal er voor worden gekozen om de brug een eerste eigenfrequentie (f_n) te geven die in het kritische stapfrequentiegebied ligt waarin joggers zich over het algemeen voortbewegen (Let op: $f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}$). Gekeken naar bijvoorbeeld EUR 23984 EN dan ligt dit gebied op het interval $1.9 \text{ Hz} \leq f_e \leq 3.5 \text{ Hz}$ (zie ook Figuur 14). Aan de hand van dit gebied wordt de grootte van de reductiefactor (Ψ) bepaald.

Als bijvoorbeeld de Hoevebrug scharnierend wordt opgelegd en vervolgens aan de hand van het 1-MVS de optredende versnelling wordt bepaald ziet de grafiek eruit als Figuur 66 hieronder. Daar is de optredende versnelling uitgezet tegen de hoogte van het brugdek uitgezet. Zie Bijlage 30 voor een uitgebreidere uitleg.



Figuur 66: Optredende versnelling Hoevebrug die scharnierend is opgelegd aan de hand van rekenmethode 1-MVS

8.5.6 HOEVEELHEID JOGGERS

De hoeveelheid joggers die in de berekening zijn meegenomen is gebaseerd op de Eurocode [9], waarin staat omschreven dat er 5 joggers in rekening moeten worden gebracht als de brug kleiner dan of gelijk is aan 20 meter, en 10 joggers in rekening moeten worden gebracht als de brug groter is dan 20 meter.

8.5.7 FYSISCH DEMPING

De aanwezige fysisch gelijkmatige demping (c) is afgeleid volgens de formule

$$c = \frac{\xi \cdot 2\sqrt{k_1 m_1}}{\left(\frac{L}{2}\right)}$$

Vergelijking 91: Formule voor de fysisch aanwezige demping

Voor de bepaling van de fysische demping (c) is een constante dempingsverhouding (ξ) aangehouden op basis van metingen uit de praktijk, die is gebaseerd op de eerste eigentrilvorm, en dus afhankelijk is van de bijbehorende stijfheid (k_1) en modale massa (m_1) van die eigentrilvorm. Naarmate de eigentrilvormen toenemen zal de dempingsverhouding ook toenemen en kunnen deze worden benaderd met behulp van de methode van Rayleigh [23]. Echter vanwege het ontbreken van gegevens van hogere eigentrilvormen (die in praktijk zullen moeten worden gemeten), is eenzelfde waarde van de dempingsverhouding aangehouden ($\xi = 0.013$), oftewel die van de eerste eigentrilvorm. Door deze ook toe te passen op de hogere eigentrilvormen wordt een conservatieve beschouwing gemaakt van de optredende responsie van het systeem [24].

Voor een uitgebreidere omschrijving van de bepaling van de formule van de modale demping wordt verwezen naar Bijlage 27.

8.5.8 VERSNELLINGSLIMIET

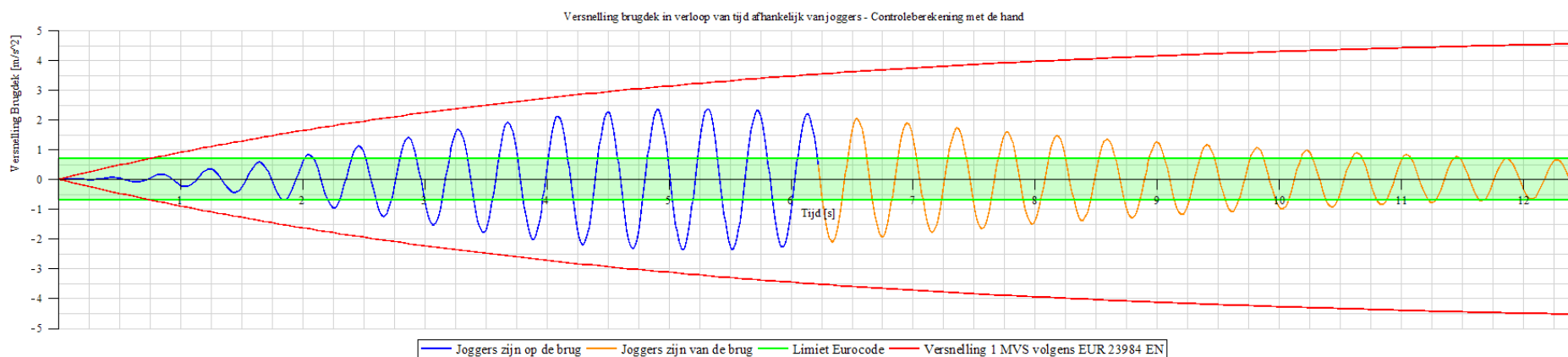
De versnellingslimiet die aan het brugdek is gesteld mag niet worden overschreden. Volgens de Eurocode [7] is de limiet in verticale richting 0.7 m/s^2 .

8.6 VOORBEELDBEREKENING GEBASEERD OP HOEVEBRUG – ANALYTISCH

Aan de hand van de informatie in de hierboven genoemde paragrafen wordt een voorbeeld beschouwd, die is gebaseerd op de Hoevebrug. Echter is het systeem nu tweezijdig scharnierend opgelegd (in plaats van tweezijdig ingeklemd), en is de hoogte van het brugdek vergroot naar 0.5 meter. Door deze veranderingen voldoet het ontwerp aan de schematisatie uit Figuur 63, evenals dat de fundamentele eigenfrequentie ($f_1 = 2.44 \text{ Hz}$) van het systeem in het kritische stapfrequentiegebied van joggers ligt ($\Psi = 1$). Zie hiervoor ook Figuur 66.

In de berekening zijn 5 joggers meegenomen, die allen tegelijkertijd over de brug rennen, waarbij elke jogger een stapfrequentie heeft die gelijk is aan de eigenfrequentie van de brug. In principe zou dus kunnen worden gesteld dat er één harmonische belasting zich over de brug voortbeweegt die 5 joggers representeert.

De optredende versnelling in verloop van tijd is halverwege het brugdek beschouwd. Dit is te zien in Figuur 67 hieronder.



Figuur 67: Optredende versnelling berekend halverwege de overspanning volgens de analytische methode

De blauwe lijn geeft het verloop van de optredende versnelling aan wanneer de joggers zich op het brugdek bevinden (zie Vergelijking 81). Zodra de joggers van het brugdek af zijn zal de constructie uitdempen, wat is weergegeven met de oranje lijn (zie Vergelijking 82). De rode lijn geeft het verloop van de optredende versnelling aan volgens de rekenmethode SDOFM (zie hiervoor ook Figuur 66), waar het maximum van moet worden genomen, oftewel wanneer de tijd naar oneindig gaat (de ‘steady state’). Dit geeft

$$a_{max} = \frac{p^*}{m^*} \frac{1}{2\xi} \Psi = \frac{0.637 \cdot (5 \cdot 1250)}{0.5 \cdot (2500 \cdot 2.6 \cdot 0.5 \cdot 19)} \cdot \frac{1}{2 \cdot 0.013} \cdot 1 = 4.96 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

Vergelijking 92: Optredende versnelling volgens SDOFM uit EUR 23984 EN

Voor een volledige berekening betreffende de analytische beschouwing van een voortbewegende harmoniserende puntlast over een ligger wordt verwezen naar Bijlage 31.

Nu volgens de analytische methode is aangetoond wat de responsie van de ligger is, zal de responsie ook worden bepaald met behulp van het computerprogramma Maple.

8.7 COMPUTERBEREKENING

8.7.1 AANPAK EN OPLOSSING

Er wordt wederom gebruik gemaakt van de methode van scheiden van variabelen (zie Vergelijking 77). Door toepassing van een functie die voldoet aan de gestelde randvoorwaarden van de ligger en de eigentrilvormen (zie Vergelijking 78), in combinatie met de beginvoorwaarden (brug is in rust op $t = 0$) uit Vergelijking 80, kan de differentiaalvergelijking uit Vergelijking 75 en Vergelijking 76 worden ingevuld, wat resulteert in de vorm

$$m_n \ddot{q}_n(t) + c_n \dot{q}_n(t) + k_n q_n(t) = \left(P \sin(\Omega t) \sin\left(\frac{n\pi}{L} vt\right) \right) [H(t) - H(t - L/v)]$$

Vergelijking 93: Formule ingevoerd in Maple

m_n	Modale massa per eigentrilvorm [kg] (zie paragraaf 8.7.1.1)
$\ddot{q}_n(t)$	Tweede afgeleide van de verplaatsing, die is geschreven als functie van tijd, naar tijd, oftewel de versnelling [m/s^2]
c_n	Modale demping per eigentrilvorm [kg/s] (zie paragraaf 8.7.1.3)
$\dot{q}_n(t)$	Eerste afgeleide van de verplaatsing, die is geschreven als functie van tijd, naar tijd, oftewel de snelheid [m/s]
k_n	Modale stijfheid per eigentrilvorm [N/m] (zie paragraaf 8.7.1.2)
$q_n(t)$	Verplaatsing, die is geschreven als functie van tijd [m]
P	Grootte van de joggerbelasting [N] (zie paragraaf 8.5.1 en 8.5.2)
Ω	Stapfrequentie van de jogger [rad/s] (zie paragraaf 8.5.5 en 8.5.4)
t	Tijd [s]
n	Integer ($n = 1, 2, 3, \dots$)
L	Lengte van de ligger [m]
v	Snelheid van de jogger [m/s]
$H(t)$	Heaviside-functie [-]

De oplossing van de differentiaalvergelijking, die Maple genereert, is de tijdsafhankelijke functie $q_n(t)$. Deze dient vervolgens te worden gesubstitueerd in de aangenomen oplossing

$$w(x; t) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t) Y_n(x)$$

Vergelijking 94: Aangenomen oplossing voor de differentiaalvergelijking van het continue systeem

Uit paragraaf 8.5.3 is duidelijk geworden dat de plaatsafhankelijke functie $Y_n(x)$ op locatie $x = L/2$ enkel een factor per eigentrilvorm oplevert in de volgorde van 1, 0, -1, 0, 1, etc. (zie Tabel 9).

Door de tijdsafhankelijke functie te vermenigvuldigen met de bijbehorende eigentrilvorm, en vervolgens voor meerdere termen ($n = 1, 2, 3, \dots$) te sommeren, kan de verplaatsing van de ligger nauwkeuriger worden benaderd.

Zie voor meer uitleg en informatie over de totstandkoming van de formule van de verplaatsing van de ligger in geval van een voortbewegende harmoniserende puntlast Bijlage 27.

8.7.1.1 MODALE MASSA

Voor het bepalen van $q_n(t)$ in de modale analyse is de modale massa van het brugdek per eigentrilvorm

$$m_n = \rho A \frac{L}{2}$$

Vergelijking 95: Modale massa per eigentrilvorm

m_n	Modale massa per eigentrilvorm ($n = 1, 2, 3, \dots$) [kg]
ρ	Dichtheid beton [kg/m^3]
A	Oppervlakte doorsnede [m^2]
L	Lengte van de overspanning [m]

Voor een uitgebreidere omschrijving van de bepaling van de formule van de modale massa wordt verwezen naar Bijlage 27.

8.7.1.2 MODALE STIJFHEID

Voor het bepalen van $q_n(t)$ in de modale analyse is de modale stijfheid van het brugdek per eigentrilvorm

$$k_n = EI \frac{n^4 \pi^4}{2L^3}$$

Vergelijking 96: Modale stijfheid per eigentrilvorm

k_n	Modale stijfheid per eigentrilvorm ($n = 1, 2, 3, \dots$) [N/m]
EI	Buigstijfheid ligger [Nm^2]
n	Integer ($n = 1, 2, 3, \dots$) [-]
L	Lengte van de overspanning [m]

Voor een uitgebreidere omschrijving van de bepaling van de formule van de modale stijfheid wordt verwezen naar Bijlage 27.

8.7.1.3 MODALE DEMPING

Voor het bepalen van $q_n(t)$ in de modale analyse is de modale demping van het brugdek per eigentrilvorm

$$c_n = \xi \cdot 2\sqrt{k_1 m_1}$$

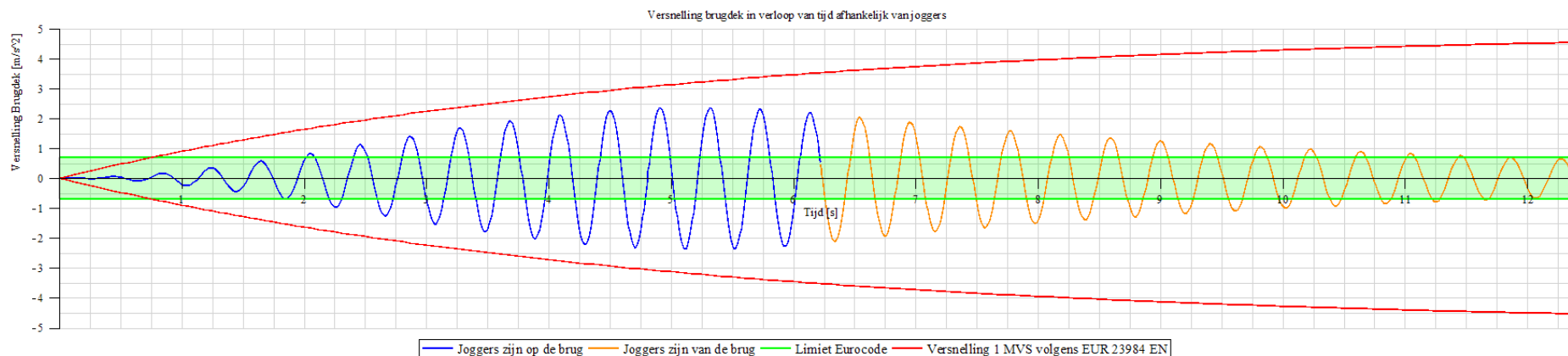
Vergelijking 97: Modale demping per eigentrilvorm

c_n	Modale demping per eigentrilvorm ($n = 1, 2, 3, \dots$) [kg/s]
ξ	Dempingsverhouding [-]
k_1	Modale stijfheid van de eerste eigentrilvorm [N/m]
m_1	Modale massa van de eerste eigentrilvorm [kg]

Voor een uitgebreidere omschrijving van de bepaling van de formule van de modale demping wordt verwezen naar Bijlage 27.

8.8 VOORBEELDBEREKENING GEBASEERD OP HOEVEBRUG – COMPUTER

Ter vergelijking zal hetzelfde voorbeeld uit paragraaf 8.6 worden , waar de gegevens van de Hoevebrug worden gebruikt, maar de constructie nu scharnierend is opgelegd, evenals dat de hoogte van het brugdek is vergroot naar 0.5 meter. Zodoende is de eigenfrequentie van de brug 2.44 Hz. Van de joggers wordt gesteld dat zij zich allen tegelijkertijd over de brug voortbewegen, evenals dat zij met een stapfrequentie rennen die gelijk is aan de eigenfrequentie van de brug. Dit resulteert in een optredende versnelling van het brugdek zoals gegeven in Figuur 68 hieronder.



Figuur 68: Optredende versnelling berekend halverwege de overspanning volgens computerberekening

Als deze figuur wordt vergeleken met het resultaat volgens de analytische rekenmethode (zie Figuur 67), kan worden opgemerkt dat deze hetzelfde is. Zodoende kan worden gesteld dat de invoer in Maple correct is. Alle overige berekeningen zullen met behulp van Maple worden gemaakt.

Voor een volledige berekening betreffende een voortbewegende harmoniserende puntlast over een ligger met behulp van de computer wordt verwezen naar Bijlage 32.

8.9 JOGGERBESCHOUWING

Het eerder gevonden resultaat betreffende de optredende versnelling, halverwege het brugdek, komt voort uit het voortbewegen van één harmoniserende puntlast die 5 joggers representeert, oftewel alle joggers rennen tegelijkertijd over de brug en allemaal rennen zij met een stapfrequentie die gelijk is aan de eigenfrequentie van de brug. In de volgende paragrafen zullen voorbeelden worden behandeld van brugdekken met verschillende afmetingen. De joggers die hier vervolgens overheen rennen zullen op meerdere manieren worden gemodelleerd, waarin bijvoorbeeld de stapfrequenties onderling worden gevarieerd, evenals dat de tijdsintervallen tussen opvolgende joggers worden gevarieerd. In elk voorbeeld dat wordt behandeld zijn de beschouwde situaties als hieronder gegeven:

	Stapfrequentie joggers	Tijdsinterval tussen joggers
Situatie 1	Eigenfrequentie	-
Situatie 2	Eigenfrequentie	Eigenperiode (veelvoud)
Situatie 3	Eigenfrequentie	Willekeurig
Situatie 4	Willekeurig	Willekeurig

Tabel 10: Beschouwde situaties van joggers die over de brug rennen

In geval dat het tijdsinterval gelijk is aan de eigenperiode van de brug zal een veelvoud van de eigenperiode worden gekozen, zodanig dat het totale tijdsinterval ongeveer 0.7 à 0.8 seconden is. Hiermee kan de invloed van een tijdsinterval tussen de opvolgende joggers op de responsie van het systeem laten zien. Alle joggers brengen de belasting dus in fase aan, echter met een tussenliggend tijdsinterval die gelijk is aan een veelvoud van de eigenperiode van de brug.

In de situatie dat de stapfrequentie per jogger willekeurig is gekozen, is de stapfrequentie gebaseerd op een standaarddeviatie van 0.10 Hz ten opzichte van de eigenfrequentie van de brug. Het gaat hier niet specifiek om de juistheid van de gekozen standaarddeviatie, maar enkel om de invloed die de afwijkende stapfrequentie heeft, ten opzichte van de eigenfrequentie, op de optredende versnelling. Zie hiervoor ook de uitleg in paragraaf 8.5.4.

Naast de genoemde situaties zullen er ook zogenaamde gevoeligheidsanalyses worden gemaakt. Hierbij zullen de joggers een stapfrequentie hebben die een waarde van 0.90-, 0.95, 1.05-, en 1.10x de eigenfrequentie hebben, waarbij het tijdsinterval tussen de joggers een veelvoud van stapperiodes zijn. Zodoende kan de invloed worden laten zien van de responsie als alle joggers niet exact in de eigenfrequentie lopen, echter wel eenzelfde tijdsinterval hebben die afhankelijk is van de stapfrequentie (en dus niet gelijk is aan de eigenperiode van de brug).

8.10 VOORBEELDEN

De voorbeelden die worden behandeld staan omschreven in onderstaande paragrafen. Alle figuren van de voorbeelden zullen op de bladzijden daarna volgen op A3 formaat in verband met leesbaarheid. Let op dat de grafieken niet allemaal dezelfde verdeling op de x- en y-as hebben. Deze verschillen per situatie.

8.10.1 VOORBEELD 1: KORTE BRUG

Het eerste voorbeeld is een korte brug met een lengte van 10 meter en een breedte van 2.6 meter, waar de hoogte van het brugdek 0.14 meter is. Hierdoor is de eigenfrequentie gelijk aan 2.47 Hz (of 15.52 rad/s). De gebruikte elasticiteitsmodulus is gebaseerd op betonklasse C53, oftewel 37846 N/mm². Door de kleine hoogte van het brugdek is het gewicht 910 kg per strekkende meter. Volgens de Eurocode zouden er vanwege deze lengte (≤ 20 meter) 5 joggers in rekening moeten worden gebracht. De dempingsverhouding die is gebruikt is 1.3%. Er is hier niet gerekend aan eisen betreffende sterkte en bruikbaarheid. Van belang is om aan te tonen wat de invloed is van de verschillende situaties van joggers die worden beschouwd.

8.10.2 VOORBEELD 2: HOEVEBRUG AANGEPAST

Door de Hoevebrug scharnierend op te leggen en de hoogte te vergroten naar 0.5 meter is de eigenfrequentie van het systeem 2.44 Hz (of 15.35 rad/s). De lengte is nog steeds 19 meter, evenals de breedte 2.6 meter. De gebruikte betonklasse is C53, waardoor de elasticiteitsmodulus 37846 N/mm² is. Het gewicht is 3250 kg per strekkende meter, en er zijn 5 joggers in rekening gebracht. De gebruikte dempingsverhouding is 1.3%. Er wordt verondersteld dat de constructie nog steeds aan de eisen van sterkte en bruikbaarheid voldoet, en anders is er nog de mogelijkheid om de constructie voor te spannen, evenals het bijleggen van wapening ten behoeve van controle op scheurwijdte.

8.10.3 VOORBEELD 3: PRAKTIJKVOORBEELD

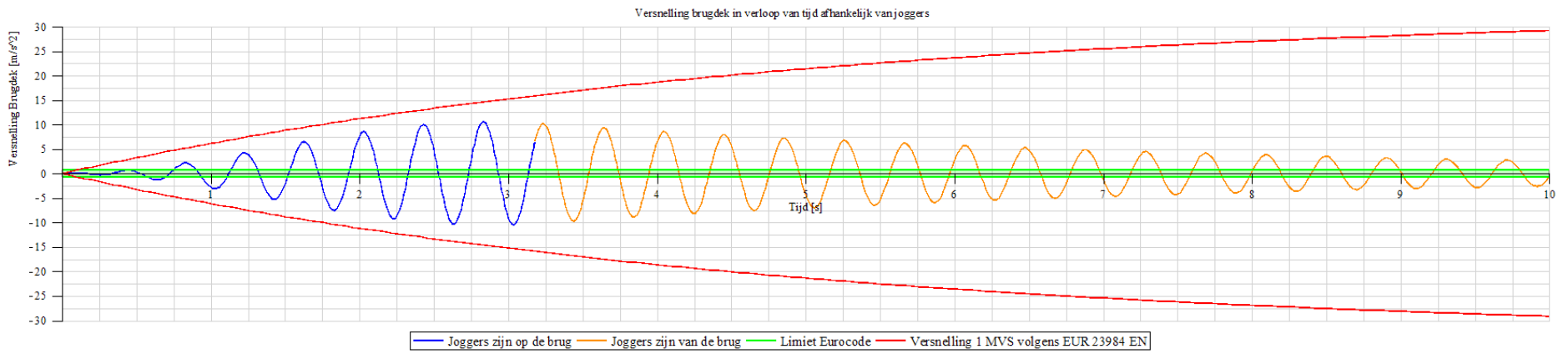
Het gaat hier om een ontwerp uit de praktijk dat voldoet aan sterkte en bruikbaarheid. Het ontwerp betreft een brugdek met een overspanningslengte van 26 meter, bestaande uit 4 samengestelde T-liggers, met elk een breedte van 1.2 meter (totale breedte is 4.8 meter). De breedte van het lijf van elke T-ligger is 0.35 meter, en de hoogte is 1 meter. Bovenop de T-ligger is een druklaag toegepast van 0.2 meter waardoor de totale hoogte van het brugdek 1.2 meter is. De in rekening gebrachte elasticiteitsmodulus van de samengestelde T-ligger is 34300 N/mm². Het gewicht van het brugdek is 7400 kg per strekkende meter, en de eigenfrequentie is 2.89 Hz (of 18.16 rad/s). Voor de dempingsverhouding is 1.3% is rekening gebracht. Doordat de lengte van het brugdek groter is dan 20 meter moeten er volgens de Eurocode 10 joggers worden beschouwd.

VOORBEELD 1: KORTE BRUG

Lengte = 10 [m]; Breedte = 2.6 [m]; Hoogte = 0.14 [m]; Elasticiteitsmodulus = 37846 [N/mm²]; Gewicht = 910 [kg/m]; Eigenfrequentie = 2.47 [Hz]; Aantal joggers = 5.

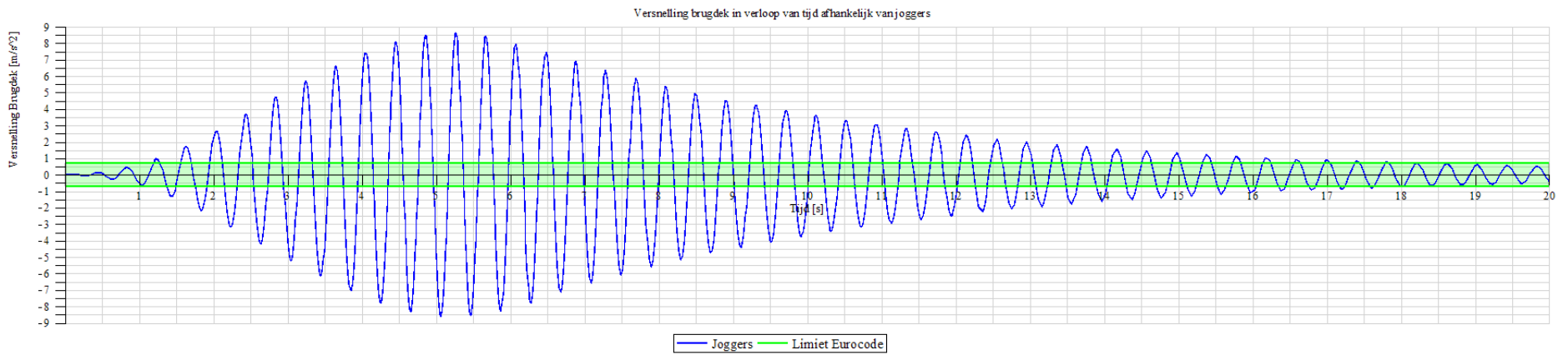
Voor een uitgebreidere omschrijving van de bepaling van de optredende versnelling van voorbeeld 1 wordt verwezen naar Bijlage 33 tot en met Bijlage 40.

Situatie 1: De joggers rennen allemaal tegelijkertijd over de brug met een stapfrequentie gelijk aan de eigenfrequentie van de brug. Hierdoor kan er één voortbewegende harmoniserende puntlast in rekening worden gebracht.



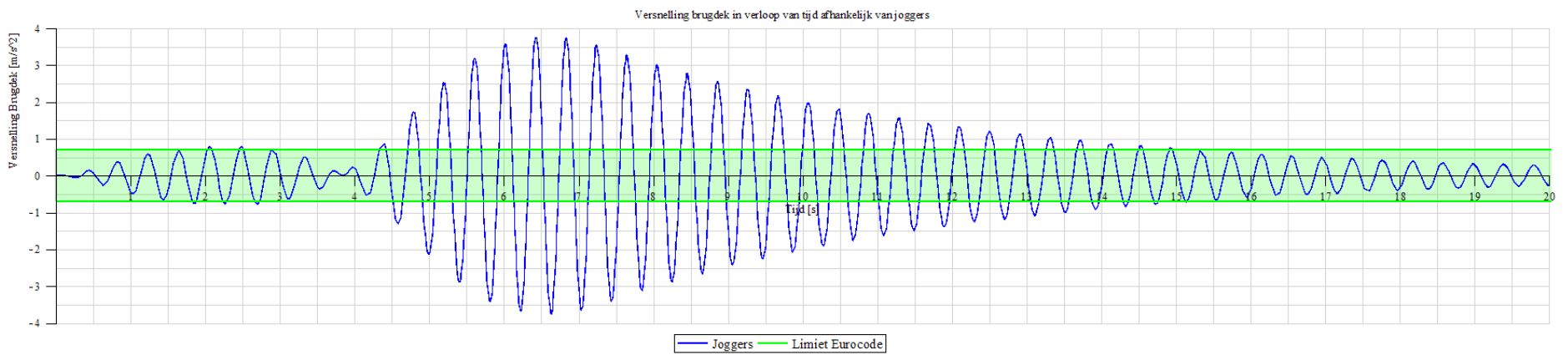
Figuur 69: Voorbeeld 1, situatie 1

Situatie 2: De joggers rennen met een stapfrequentie die gelijk is aan de eigenfrequentie van de brug. Tussen elke jogger is een tijdsinterval aanwezig die gelijk is aan een veelvoud van de eigenperiode van de brug.



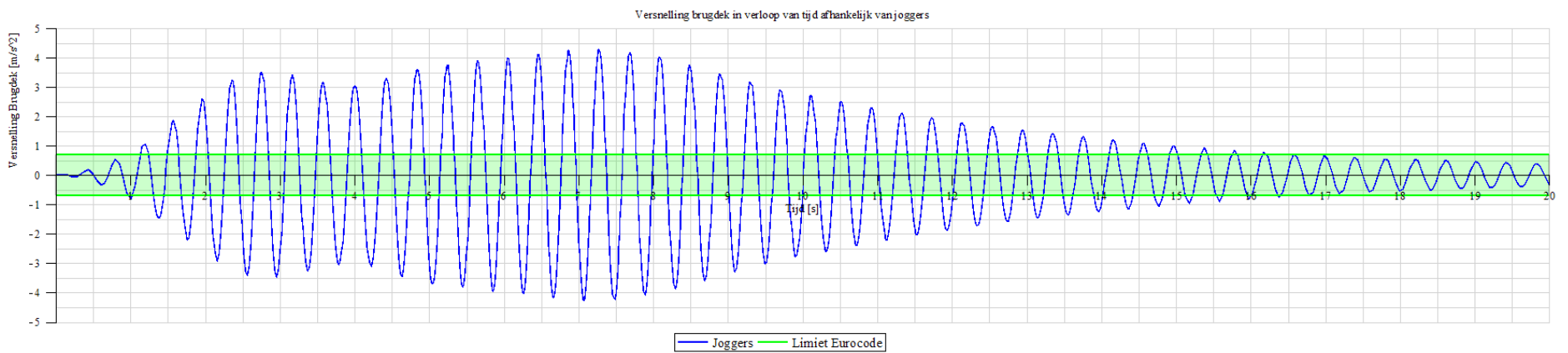
Figuur 70: Voorbeeld 1, situatie 2

Situatie 3: De joggers rennen met een stapfrequentie die gelijk is aan de eigenfrequentie van de brug. Tussen elke jogger is een willekeurig genomen tijdsinterval aanwezig van een seconde, met een standaarddeviatie van 0.5 seconden.



Figuur 71: Voorbeeld 1, situatie 3

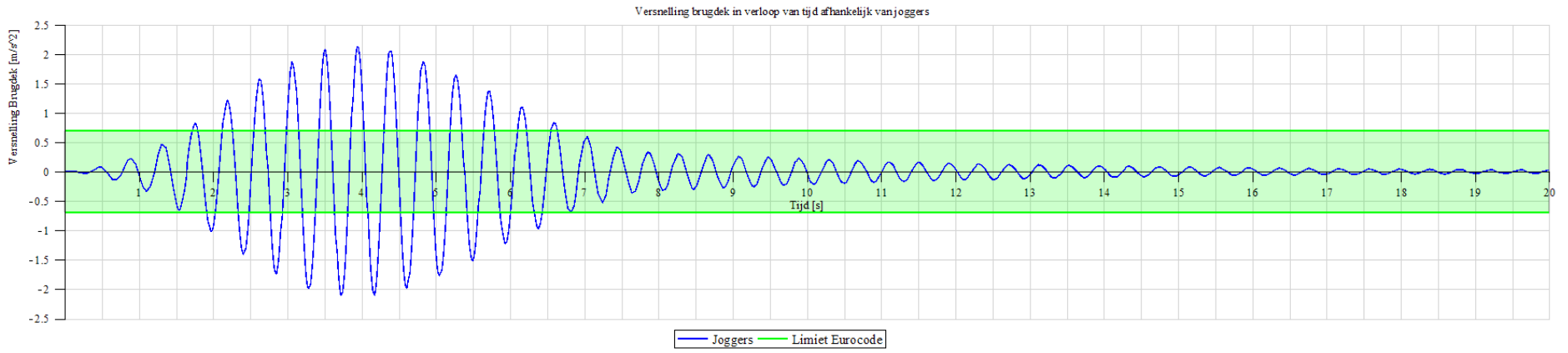
Situatie 4: De joggers rennen elk met een willekeurige stapfrequentie, die bepaald is door een standaarddeviatie van 0.10 Hz toe te passen op de eigenfrequentie van de brug. De tijdsintervallen zijn ook willekeurig gekozen, die elk een seconde zijn en een standaarddeviatie van 0.5 seconden hebben.



Figuur 72: Voorbeeld 1, situatie 4

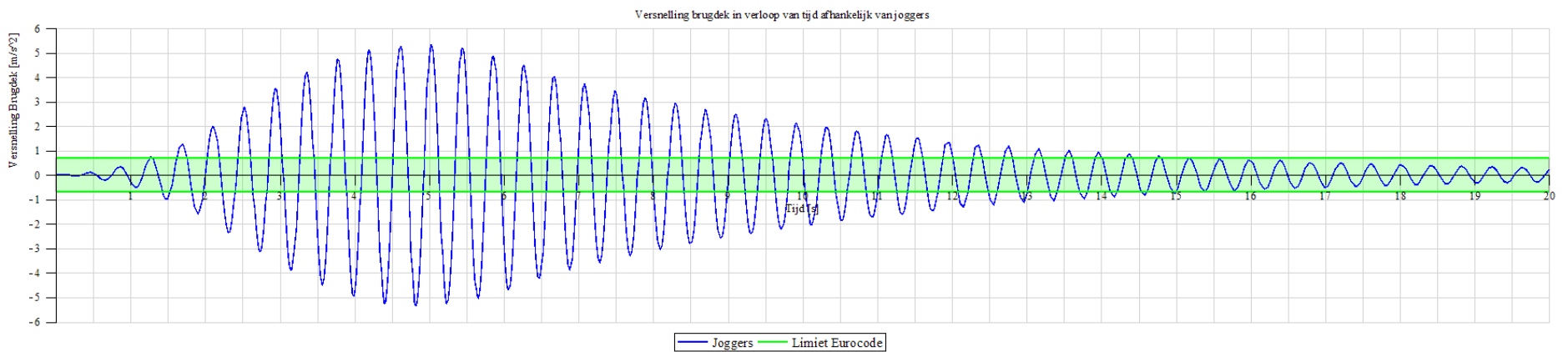
Hieronder is een gevoeligheidsanalyse gemaakt.

De joggers hebben een stapfrequentie die gelijk is aan 0.90x de eigenfrequentie van de brug. Tussen elke jogger is een tijdsinterval aanwezig die gelijk is aan een veelvoud van de periode van de stapfrequentie.



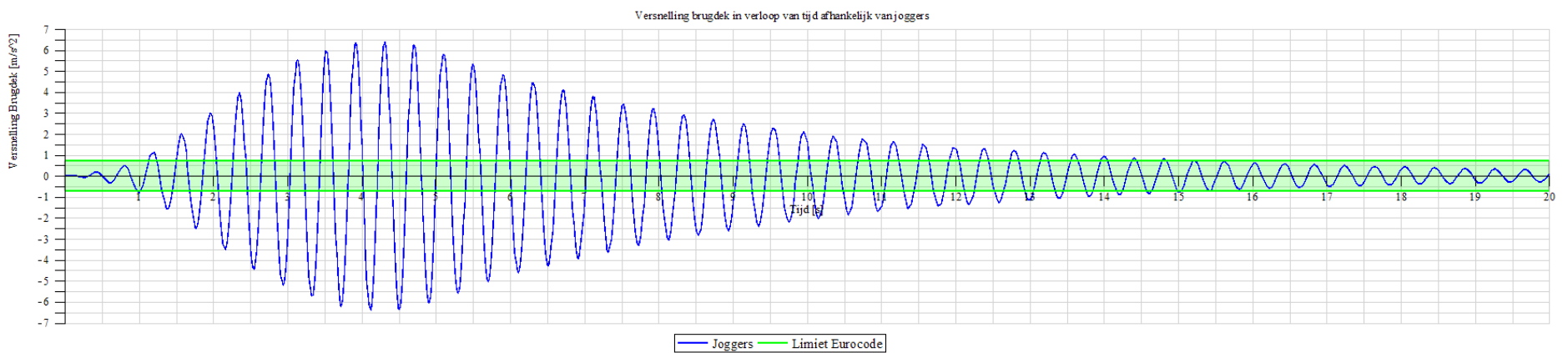
Figuur 73: Voorbeeld 1, stapfrequentie is 0.90x eigenfrequentie

De joggers hebben een stapfrequentie die gelijk is aan 0.95x de eigenfrequentie van de brug. Tussen elke jogger is een tijdsinterval aanwezig die gelijk is aan een veelvoud van de periode van de stapfrequentie.



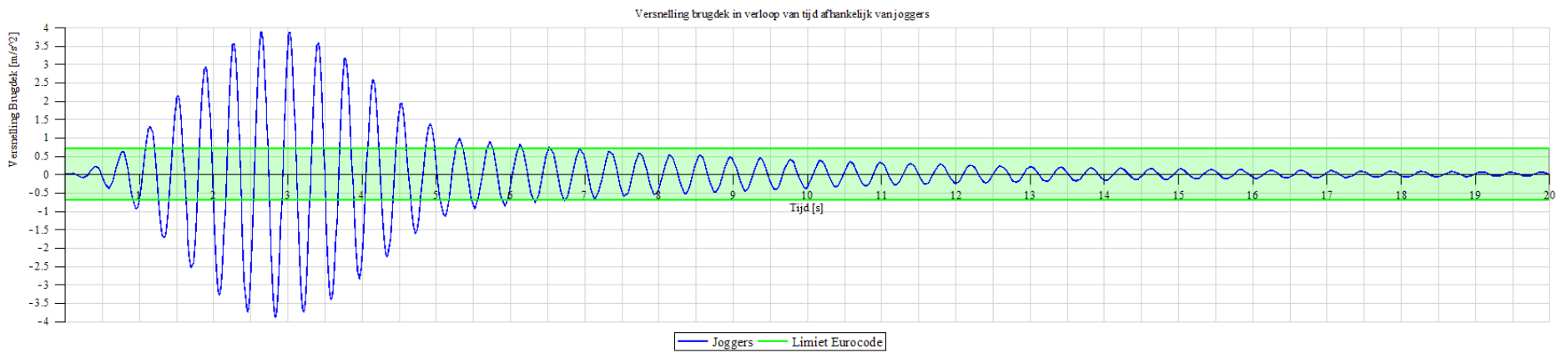
Figuur 74: Voorbeeld 1, stapfrequentie is 0.95x eigenfrequentie

De joggers hebben een stapfrequentie die gelijk is aan 1.05x de eigenfrequentie van de brug. Tussen elke jogger is een tijdsinterval aanwezig die gelijk is aan een veelvoud van de periode van de stapfrequentie.



Figuur 75: Voorbeeld 1, stapfrequentie is 1.05x eigenfrequentie

De joggers hebben een stapfrequentie die gelijk is aan 1.10x de eigenfrequentie van de brug. Tussen elke jogger is een tijdsinterval aanwezig die gelijk is aan een veelvoud van de periode van de stapfrequentie.



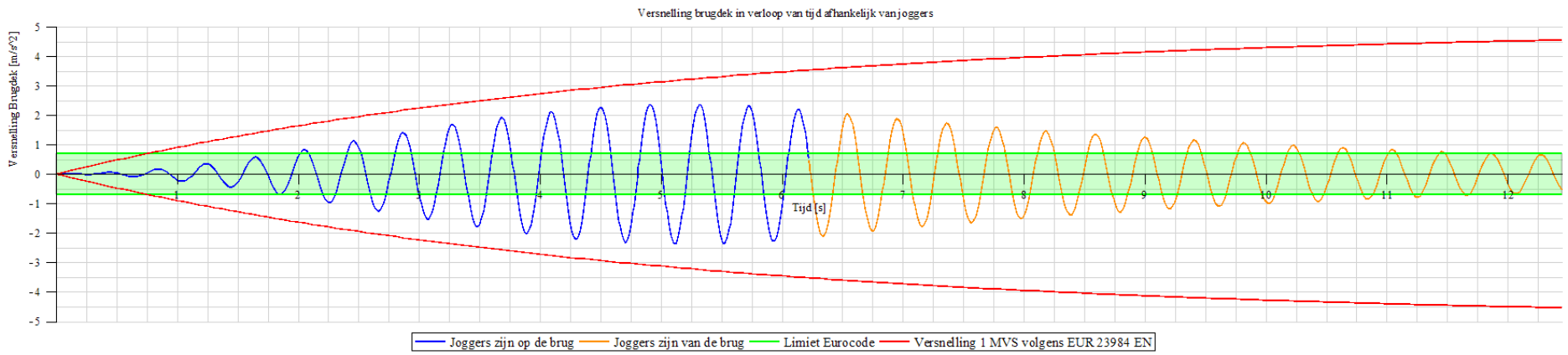
Figuur 76: Voorbeeld 1, stapfrequentie is 1.10x eigenfrequentie

VOORBEELD 2: HOEVEBRUG AANGEPAST

Lengte = 19 [m]; Breedte = 2.6 [m]; Hoogte = 0.5 [m]; Elasticiteitsmodulus = 37846 [N/mm²]; Gewicht = 3250 [kg/m]; Eigenfrequentie = 2.44 [Hz]; Aantal joggers = 5.

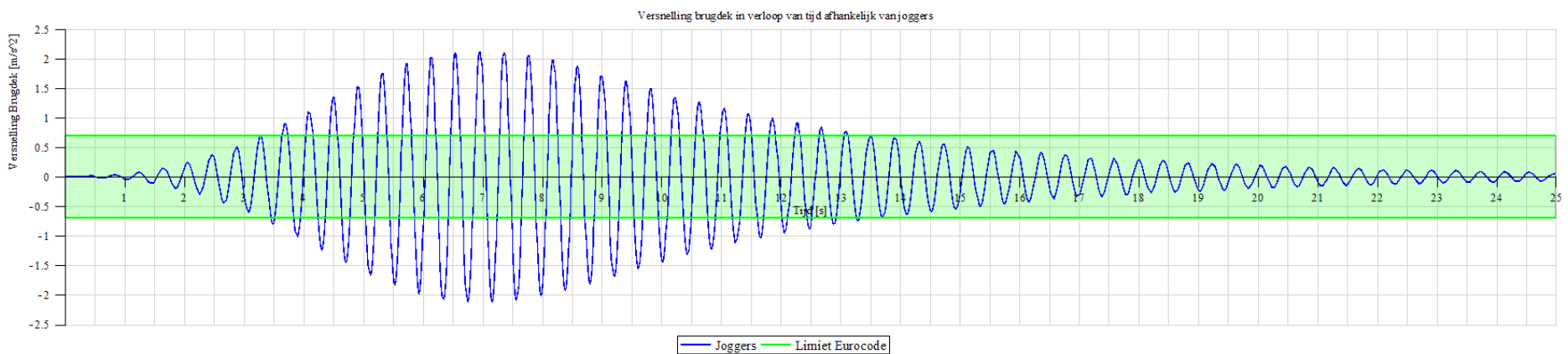
Voor een uitgebreidere omschrijving van de bepaling van de optredende versnelling van voorbeeld 1 wordt verwezen naar Bijlage 32 en Bijlage 41 tot en met Bijlage 47.

Situatie 1: De joggers rennen allemaal tegelijkertijd over de brug met een stapfrequentie gelijk aan de eigenfrequentie van de brug. Hierdoor kan er één voortbewegende harmoniserende puntlast in rekening worden gebracht.



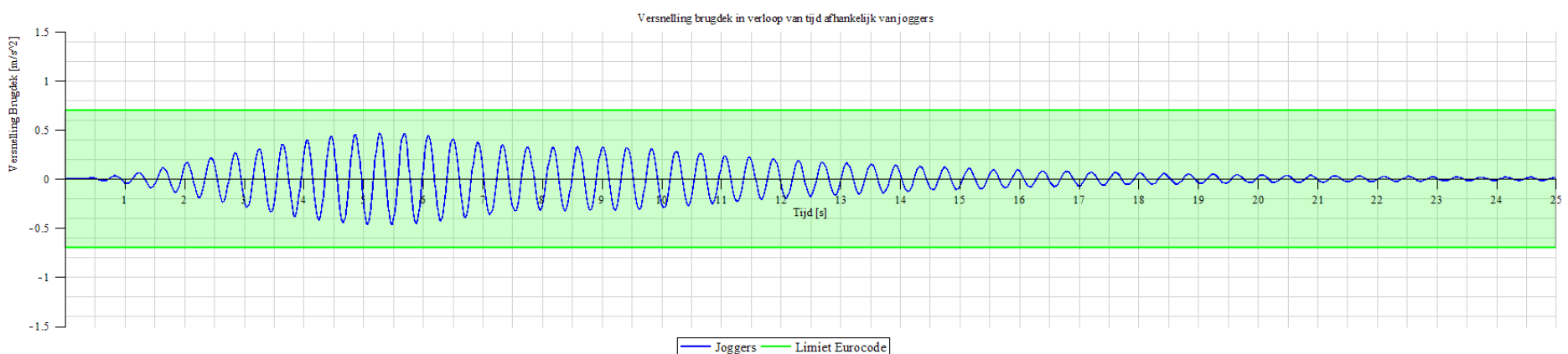
Figuur 77: Voorbeeld 2, situatie 1

Situatie 2: De joggers rennen met een stapfrequentie die gelijk is aan de eigenfrequentie van de brug. Tussen elke jogger is een tijdsinterval aanwezig die gelijk is aan een veelvoud van de eigenperiode van de brug.



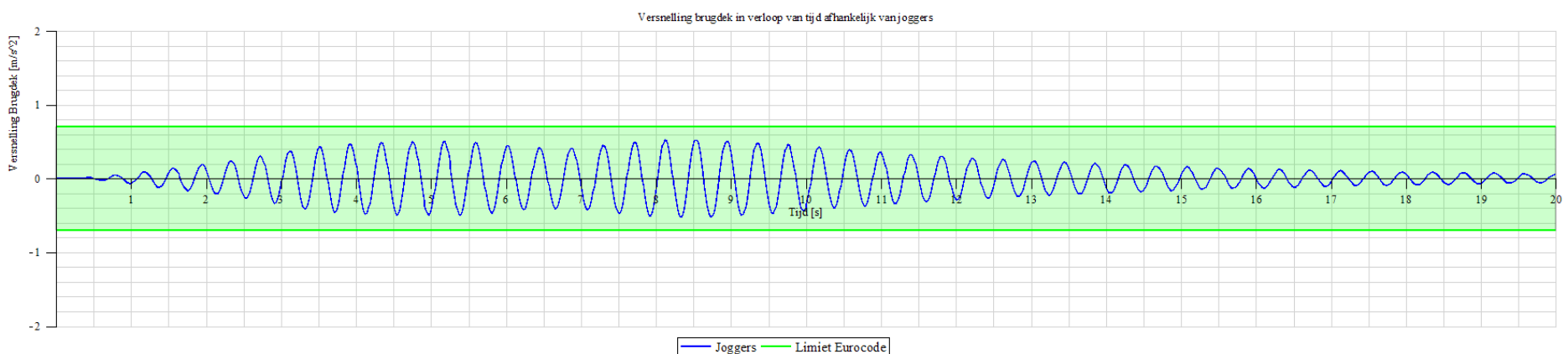
Figuur 78: Voorbeeld 2, situatie 2

Situatie 3: De joggers rennen met een stapfrequentie die gelijk is aan de eigenfrequentie van de brug. Tussen elke jogger is een willekeurig genomen tijdsinterval aanwezig van een seconde, met een standaarddeviatie van 0.5 seconden.



Figuur 79: Voorbeeld 2, situatie 3

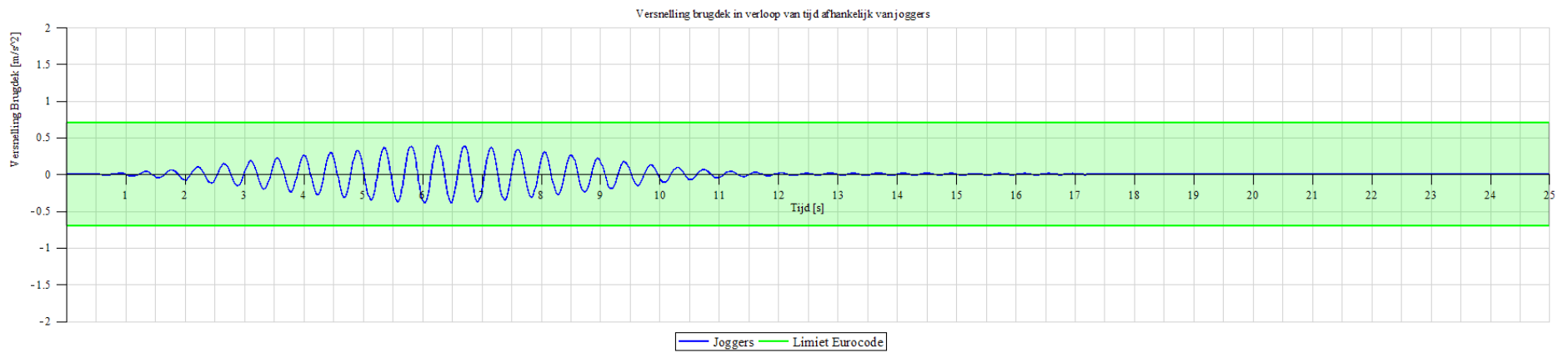
Situatie 4: De joggers rennen elk met een willekeurige stapfrequentie, die bepaald is door een standaarddeviatie van 0.10 Hz toe te passen op de eigenfrequentie van de brug. De tijdsintervallen zijn ook willekeurig gekozen, die elk een seconde zijn en een standaarddeviatie van 0.5 seconden hebben.



Figuur 80: Voorbeeld 2, situatie 4

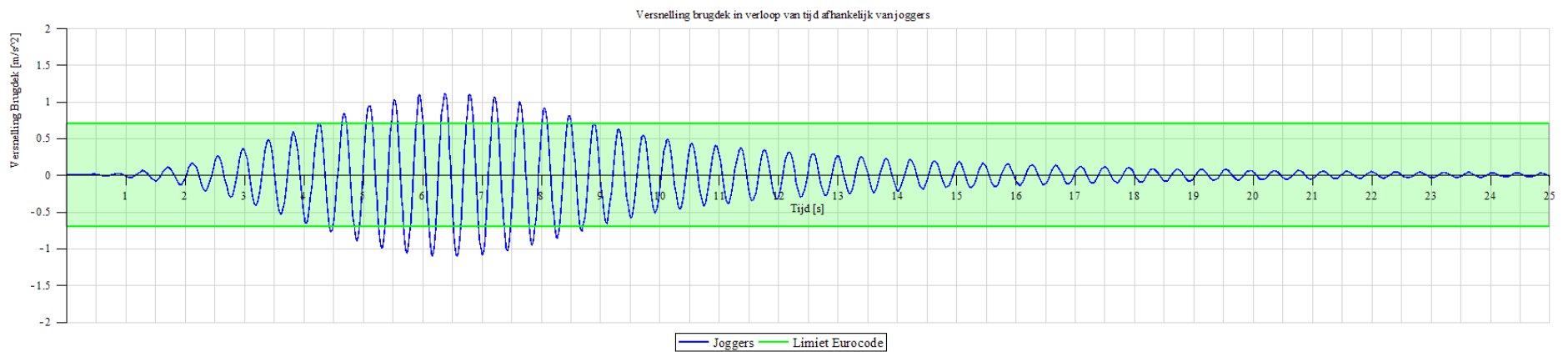
Hieronder is een gevoeligheidsanalyse gemaakt.

De joggers hebben een stapfrequentie die gelijk is aan 0.90x de eigenfrequentie van de brug. Tussen elke jogger is een tijdsinterval aanwezig die gelijk is aan een veelvoud van de periode van de stapfrequentie.



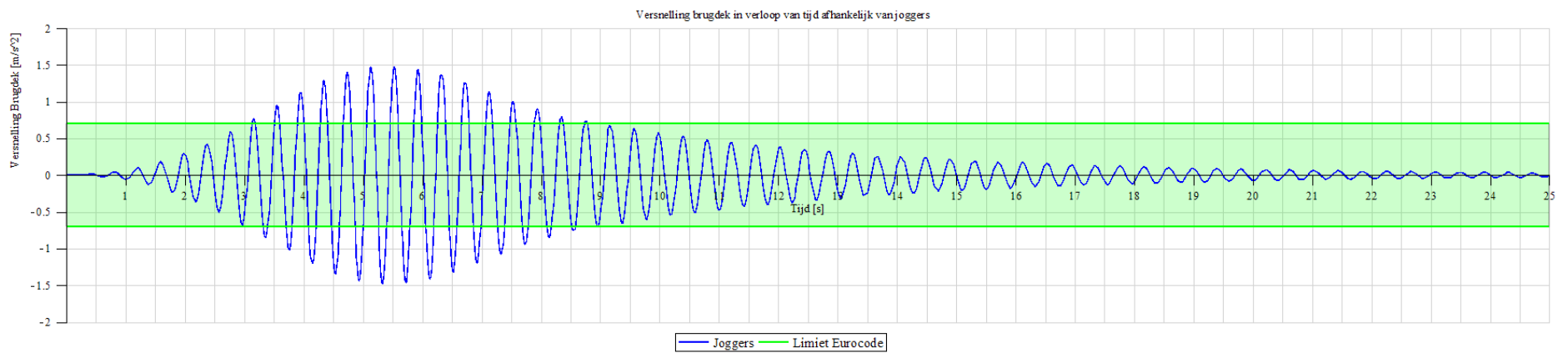
Figuur 81: Voorbeeld 2, stapfrequentie is 0.90x eigenfrequentie

De joggers hebben een stapfrequentie die gelijk is aan 0.95x de eigenfrequentie van de brug. Tussen elke jogger is een tijdsinterval aanwezig die gelijk is aan een veelvoud van de periode van de stapfrequentie.



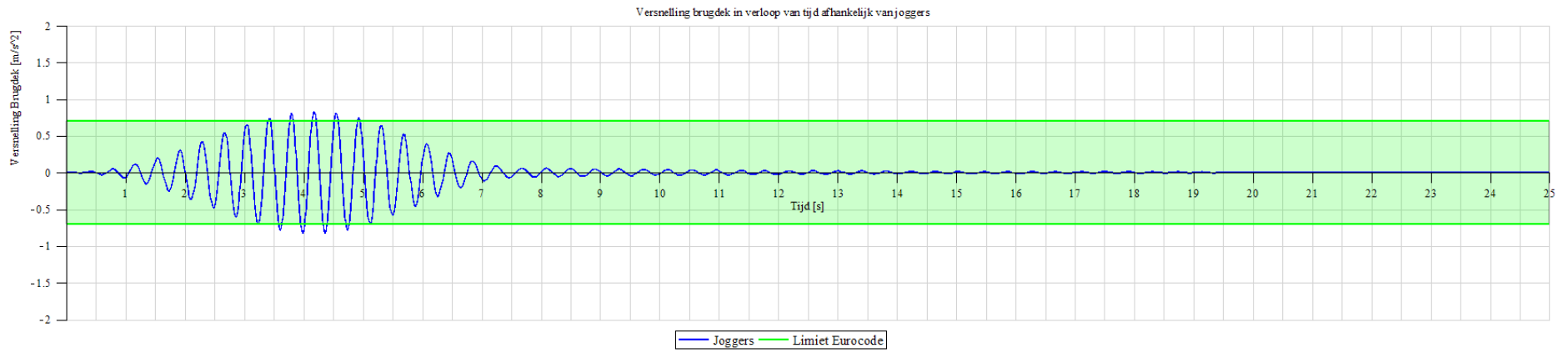
Figuur 82: Voorbeeld 2, stapfrequentie is 0.95x eigenfrequentie

De joggers hebben een stapfrequentie die gelijk is aan 1.05x de eigenfrequentie van de brug. Tussen elke jogger is een tijdsinterval aanwezig die gelijk is aan een veelvoud van de periode van de stapfrequentie.



Figuur 83: Voorbeeld 2, stapfrequentie is 1.05x eigenfrequentie

De joggers hebben een stapfrequentie die gelijk is aan 1.10x de eigenfrequentie van de brug. Tussen elke jogger is een tijdsinterval aanwezig die gelijk is aan een veelvoud van de periode van de stapfrequentie.



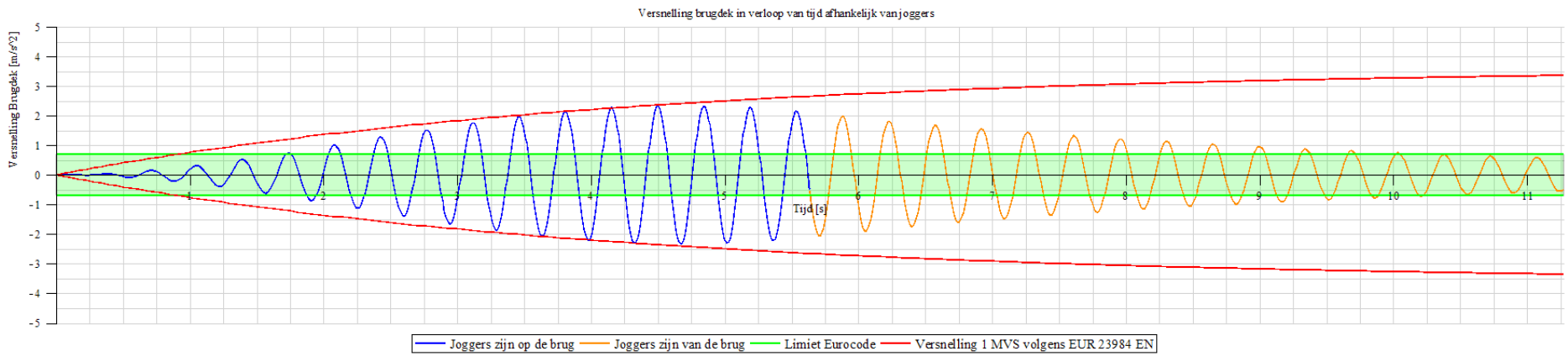
Figuur 84: Voorbeeld 2, stapfrequentie is 1.10x eigenfrequentie

VOORBEELD 3: PRAKTIJKVOORBEELD

Lengte = 26 [m]; Breedte = 4.8[m]; Hoogte = 1.2[m]; Elasticiteitsmodulus = 34300 [N/mm²]; Gewicht = 7400 [kg/m]; Eigenfrequentie = 2.89 [Hz]; Aantal joggers = 10.

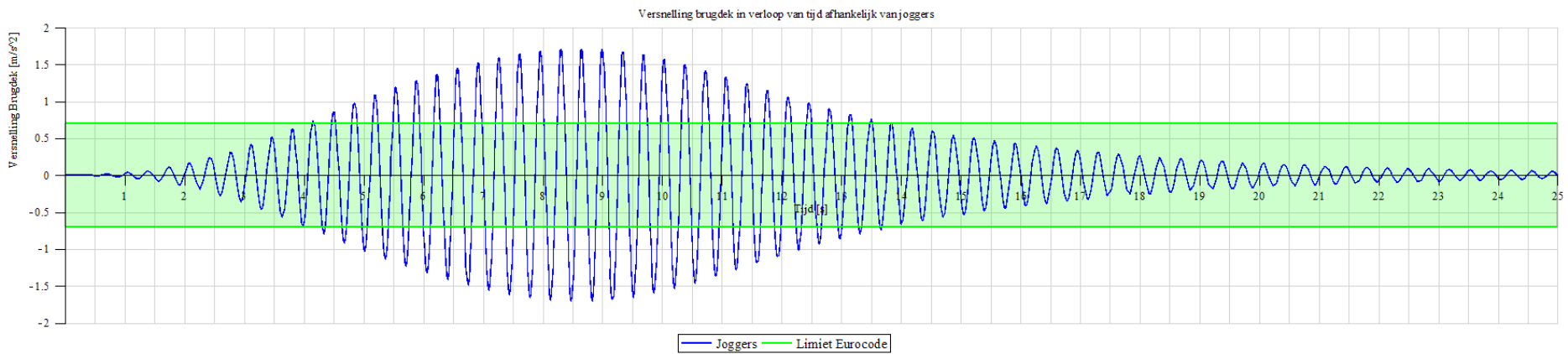
Voor een uitgebreidere omschrijving van de bepaling van de optredende versnelling van voorbeeld 1 wordt verwezen naar Bijlage 48 tot en met Bijlage 55.

Situatie 1: De joggers rennen allemaal tegelijkertijd over de brug met een stapfrequentie gelijk aan de eigenfrequentie van de brug. Hierdoor kan er één voortbewegende harmoniserende puntlast in rekening worden gebracht.



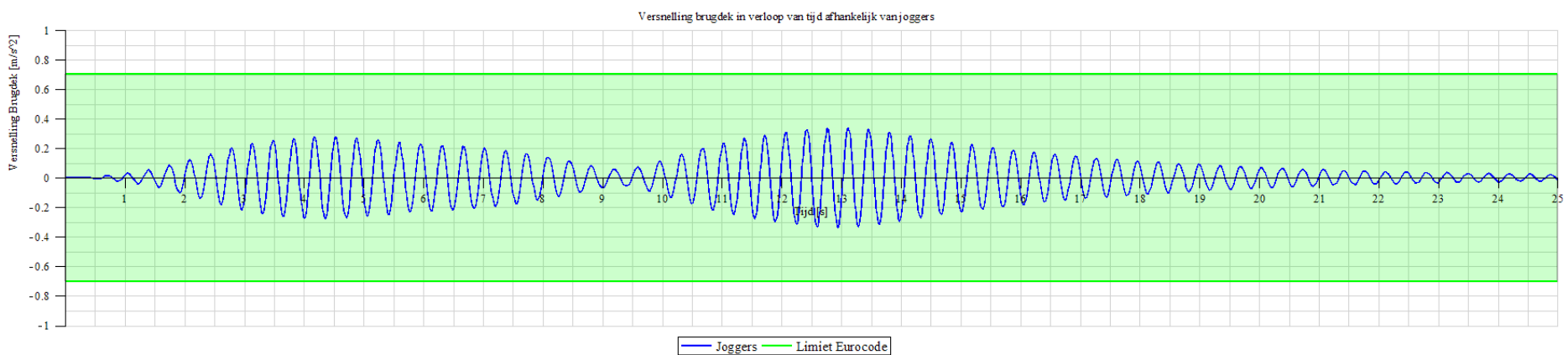
Figuur 85: Voorbeeld 3, situatie 1

Situatie 2: De joggers rennen met een stapfrequentie die gelijk is aan de eigenfrequentie van de brug. Tussen elke jogger is een tijdsinterval aanwezig die gelijk is aan een veelvoud van de eigenperiode van de brug.



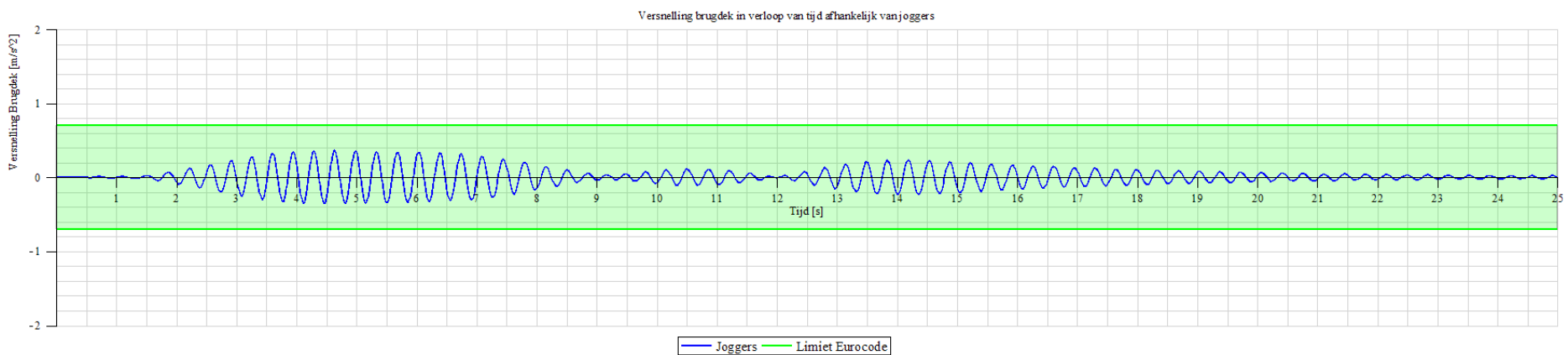
Figuur 86: Voorbeeld 3, situatie 2

Situatie 3: De joggers rennen met een stapfrequentie die gelijk is aan de eigenfrequentie van de brug. Tussen elke jogger is een willekeurig genomen tijdsinterval aanwezig van een seconde, met een standaarddeviatie van 0.5 seconden.



Figuur 87: Voorbeeld 3, situatie 3

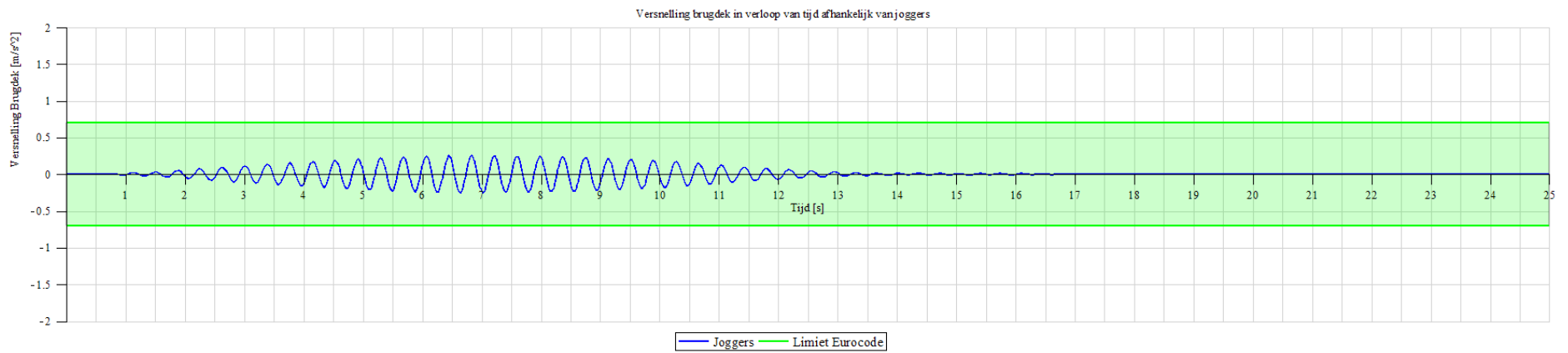
Situatie 4: De joggers rennen elk met een willekeurige stapfrequentie, die bepaald is door een standaarddeviatie van 0.10 Hz toe te passen op de eigenfrequentie van de brug. De tijdsintervallen zijn ook willekeurig gekozen, die elk een seconde zijn en een standaarddeviatie van 0.5 seconden hebben.



Figuur 88: Voorbeeld 3, situatie 4

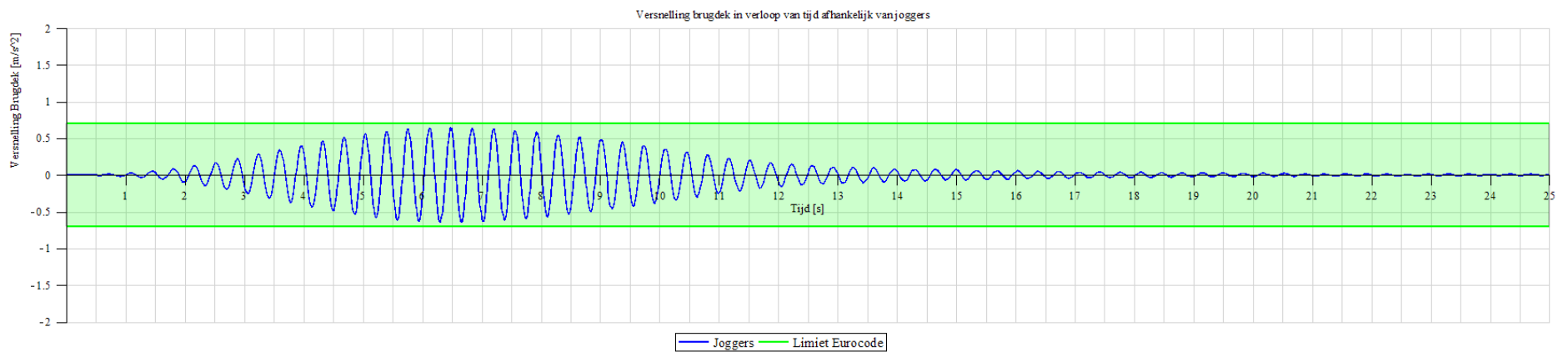
Hieronder is een gevoeligheidsanalyse gemaakt.

De joggers hebben een stapfrequentie die gelijk is aan 0.90x de eigenfrequentie van de brug. Tussen elke jogger is een tijdsinterval aanwezig die gelijk is aan een veelvoud van de periode van de stapfrequentie.



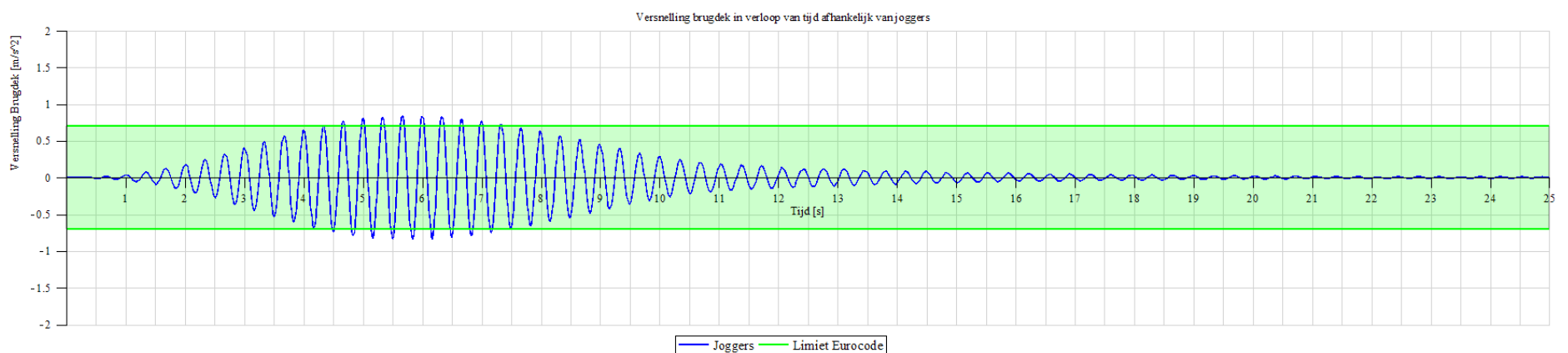
Figuur 89: Voorbeeld 3, stapfrequentie is 0.90x eigenfrequentie

De joggers hebben een stapfrequentie die gelijk is aan 0.95x de eigenfrequentie van de brug. Tussen elke jogger is een tijdsinterval aanwezig die gelijk is aan een veelvoud van de periode van de stapfrequentie.



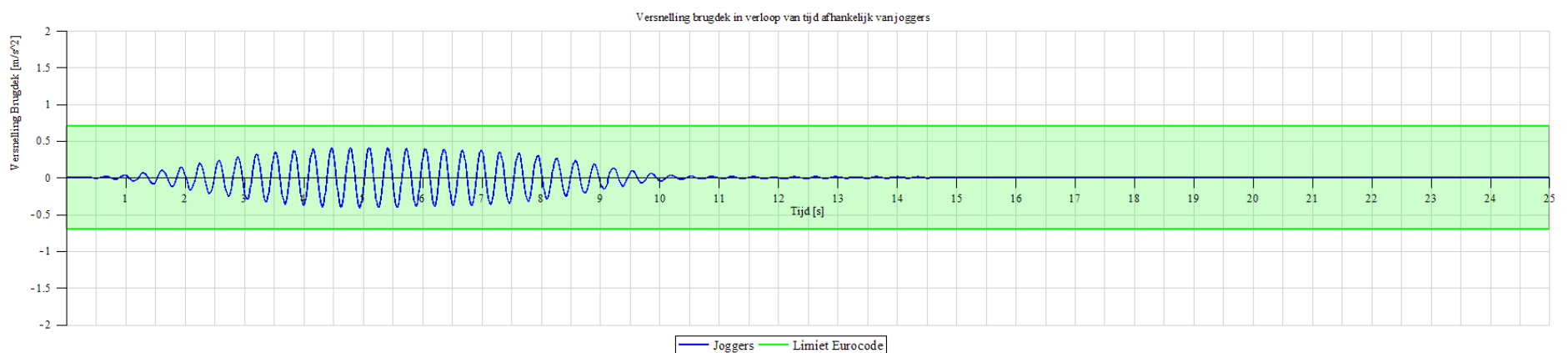
Figuur 90: Voorbeeld 3, stapfrequentie is 0.95x eigenfrequentie

De joggers hebben een stapfrequentie die gelijk is aan 1.05x de eigenfrequentie van de brug. Tussen elke jogger is een tijdsinterval aanwezig die gelijk is aan een veelvoud van de periode van de stapfrequentie.



Figuur 91: Voorbeeld 3, stapfrequentie is 1.05x eigenfrequentie

De joggers hebben een stapfrequentie die gelijk is aan 1.10x de eigenfrequentie van de brug. Tussen elke jogger is een tijdsinterval aanwezig die gelijk is aan een veelvoud van de periode van de stapfrequentie.



Figuur 92: Voorbeeld 3, stapfrequentie is 1.10x eigenfrequentie

8.11 RESULTATEN VOORBEELDEN

Het is van belang om te begrijpen dat de responsie van het systeem varieert in geval dat er gebruik wordt gemaakt van een willekeurige stapfrequentie per jogger. Er kan worden opgemerkt dat er een zeer conservatief rekenmodel is, oftewel de SDOFM, evenals dat er gevallen zijn dat de optredende versnelling amper een rol van betekenis speelt, door bijvoorbeeld de joggers een willekeurige stapfrequentie te geven en een willekeurig onderling tijdsinterval. Echter moet hier rekening worden gehouden met het toekennen van willekeurige stapfrequenties aan joggers in combinatie met een willekeurig onderling tijdsinterval, omdat deze in het genereren van een nieuwe uitkomst (door de simulatie nog eens door te rekenen) een ander resultaat kan geven. Zo kan het bijvoorbeeld voorkomen dat er opeens een zeer grote versnelling als resultaat uitkomt, omdat de simulatie zowat gelijk is aan situatie 1 (alle joggers rennen tegelijkertijd over de brug met een stapfrequentie die gelijk is aan de eigenfrequentie) of situatie 2 (alle joggers rennen over de brug met een stapfrequentie die gelijk is aan de eigenfrequentie, met een onderling tijdsinterval dat gelijk is aan een veelvoud van de eigenperiode).

8.11.1 VOORBEELD 1: KORTE BRUG

Om te beginnen zal uit situatie 1 de rode lijn worden bekeken, die het verloop van de steady state beschouwd, waarvan de maximaal optredende versnelling kan worden berekend volgens

$$a_{max} = \frac{p^*}{m^*} \frac{1}{2\xi} \psi = \frac{0.637 \cdot (5 \cdot 1250)}{0.5 \cdot (910 \cdot 10)} \cdot \frac{1}{2 \cdot 0.013} \cdot 1 = 33.65 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

Vergelijking 98: Optredende versnelling Voorbeeld 1 ten gevolge van rekenmethode SDOFM uit EUR 23984 EN

Door het laten voortbewegen van de harmoniserende puntlast, met inachtneming van de gestelde eisen aan de joggerbelasting, zoals de relatie tussen stapfrequentie, snelheid, en belasting (zie paragraaf 8.5.2), wordt de optredende versnelling teruggebracht naar een maximum van ongeveer 11 m/s².

Als de joggers vervolgens een tijdsinterval krijgen toegekend die exact gelijk is aan een veelvoud van de eigenperiode van de brug (situatie 2) zal de versnelling nog iets afnemen tot ongeveer 8.5 m/s². Als daarna de stapfrequenties en de tijdsintervallen willekeurig worden gekozen kan dit nog steeds leiden tot een optredende versnelling die groter is dan 4 à 5 m/s².

Ter informatie is ook een gevoeligheidsanalyse gemaakt om aan te tonen wat de responsie van het systeem is als alle joggers een gelijke stapfrequentie hebben, maar die niet gelijk is aan de eigenfrequentie. Er is een onderling tijdsinterval gebruikt die gelijk is aan een veelvoud van de periode van de stapfrequentie. In dit geval is te zien dat de responsie in alle gevallen zeer groot is, ook al is de stapfrequentie niet gelijk aan de eigenfrequentie.

8.11.2 VOORBEELD 2: HOEVEBRUG AANGEPAST

In het geval dat de Hoevebrug scharnierend wordt opgelegd en de hoogte van het brugdek wordt vergroot tot 0.5 meter, is de optredende versnelling volgens de rekenmethode SDOFM 4.96 m/s² (zie ook paragraaf 8.6). Echter wanneer de harmoniserende puntlast zich voortbeweegt over de constructie reduceert de optredende versnelling tot een maximum van ongeveer 2.4 m/s², wat nauwelijks scheelt met de uitkomst van joggers uit situatie 2 (maximum van ongeveer 2.1 m/s²). In geval dat de joggers een stapfrequentie hebben die gelijk is aan de eigenfrequentie en onderling een willekeurig tijdsinterval hebben (situatie 3), wordt duidelijk dat het kan gebeuren dat de responsie niet meer relevant is, net als dat het geval is als de stapfrequentie willekeurig is gekozen in combinatie met een willekeurig tijdsinterval (situatie 4).

Als de gevoeligheidsanalyse wordt beschouwd wordt duidelijk dat een kleine afwijking van de stapfrequentie, ten opzichte van de eigenfrequentie, al leidt tot een responsie die behoorlijk veel lager is dan wanneer de stapfrequentie gelijk is aan de eigenfrequentie, in combinatie met een aangenomen tijdsinterval gelijk aan een veelvoud van de eigenperiode van de brug (situatie 2). In het beschouwde voorbeeld is de eigenfrequentie 2.44 Hz. Een stapfrequentie kleiner dan 2.32 Hz (0.95x de eigenfrequentie) of groter dan 2.56 Hz (1.05x de eigenfrequentie) zal leiden tot een graad van comfort dat 'minimaal' is (zie Comfortklasse 3 in Tabel 2), dat staat voor een toelaatbare versnelling van 1.00 – 2.50 m/s².

Merk op dat de responsie groter is in geval dat de stapfrequentie groter is dan de eigenfrequentie, vergeleken met een stapfrequentie die kleiner is dan de eigenfrequentie van de brug. Dit komt door toepassing van de relatie tussen de stapfrequentie, snelheid, en belasting van de jogger.

8.11.3 VOORBEELD 3: PRAKTIJKVOORBEELD

De optredende versnelling volgens de SDOFM uit de EUR 23984 EN leidt tot

$$a_{max} = \frac{p^*}{m^*} \frac{1}{2\xi} \Psi = \frac{0.637 \cdot (10 \cdot 1250)}{0.5 \cdot (7400 \cdot 26)} \cdot \frac{1}{2 \cdot 0.00875} \cdot 0.76 = 3.61 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

Vergelijking 99: Optredende versnelling Voorbeeld 3 ten gevolge van rekenmethode SDOFM uit EUR 23984 EN

In deze berekening is gebruik gemaakt van een dempingsverhouding die is afgeleid uit de Eurocode [12], waardoor de versnelling hoger uitkomt dan dat een gemiddelde dempingsverhouding van 1.3% is aangenomen ($a_{max} = 2.42 \text{ m/s}^2$). In het praktijkvoorbeeld is deze namelijk ook toegepast. Door de harmoniserende puntlast voort te laten bewegen is de maximaal optredende versnelling gereduceerd tot ongeveer 2.5 m/s^2 . Let op dat de versnelling van de SDOFM op sommige tijdstippen lager kan zijn dan de versnelling die volgt uit de voortbewegende harmoniserende puntlast. Dit is vanwege de factoren die worden gehanteerd bij de rekenmethode SDOFM, zoals de waarde '0.637', die afkomstig is door het omrekenen van de belasting naar de modale belasting, en de waarde '0.76', die de kans representeert dat de stapfrequentie van de jogger het kritische gebied van de eigenfrequentie nadert (Ψ). In situatie 2 hebben de joggers onderling een tijdsinterval gelijk aan een veelvoud van de eigenperiode (situatie 2) waardoor de optredende versnelling wederom iets afneemt, in dit geval tot ongeveer 1.7 m/s^2 . Als vervolgens de tijdsintervallen willekeurig worden gekozen (situatie 3), en daarna ook de stapfrequenties een kleine afwijking krijgen ten opzichte van de eigenfrequentie (situatie 4), kan worden opgemerkt dat het mogelijk is dat de versnelling van het brugdek kleiner is dan de maximum aanbevolen versnelling van 0.7 m/s^2 uit de Eurocode.

De eigenfrequentie van de brug uit het praktijkvoorbeeld is 2.89 Hz. Als de gevoeligheidsanalyse wordt beschouwd, dan leidt een stapfrequentie kleiner dan 2.75 Hz (0.95x eigenfrequentie) en een stapfrequentie groter dan 3.03 Hz (1.05x eigenfrequentie) al tot een optredende versnelling die (bijna) kleiner is dan 0.7 m/s^2 . Hierbij is gerekend met joggers die zich in eenzelfde stapfrequentie voortbewegen in combinatie met een tijdsinterval die gelijk is aan de periode van de stapfrequentie, oftewel een vrij conservatieve beschouwing van het voortbewegen van de joggers (vergelijkbaar met situatie 2).

Opmerking: Het praktijkvoorbeeld is een ingediend ontwerp die in Nijverdal moest komen te liggen. Het ontwerp voldeed aan alle eisen betreffende sterkte en gebruikstoestand, echter leidde de berekening op comfort van joggers volgens de SDOFM tot een overschrijding van de maximum aanbevolen versnelling van 0.7 m/s^2 . En omdat na overleg met de opdrachtgever deze niet wenste af te wijken van de gestelde eisen in de Eurocode is het ontwerp afgekeurd op basis van comfort. Zodoende moest er een nieuw ontwerp worden ingediend. In het nieuwe ontwerp is de overspanning verkleind door twee extra steunpunten te plaatsen! Wanneer de berekening volgens de NEN 6723 zou zijn gemaakt, waar alle ontwerpen voor comfort vóór april 2012 op zijn gebaseerd (zie paragraaf 5.1.2), zou het brugdek een minimale massa per strekkende meter nodig hebben gehad van

$$q = \frac{z}{L} = \frac{1000}{26} = 38.46 \text{ [kN/m]}$$

Vergelijking 100

Wanneer volgens de NEN 6723 namelijk de eigenfrequentie tussen de 0 en 3 Hz ligt is de *minimaal benodigde* massa (q) alleen afhankelijk van hoe het systeem is opgelegd (z) en de lengte van het brugdek (L). Voor een scharnierend opgelegd systeem geldt dat $z = 1000$ (zie Bijlage 2). Nu de Eurocode is ingevoerd en gebruik wordt gemaakt van de EUR 23984 EN voldoet het ontwerp niet meer, echter is de aanwezige massa per strekkende meter gelijk aan 74 kN/m , dat bijna het tweevoudige is van de gestelde eis in de NEN 6723.

9 BEVINDINGEN COMFORTBESCHOUWING TEN BEHOEVE VAN JOGGERS

9.1 CONCLUSIES

9.1.1 SAMENVATTING ONDERZOEKSVRAGEN VOORONDERZOEK

Het gebruikte rekenmodel in de NEN 6723 (paragraaf 5.1.2), de SDOFM (paragraaf 5.2.5) en de RSM (paragraaf 5.2.6) uit de EUR 23984 EN, de Franse richtlijn SETRA (paragraaf 5.3.1), en de richtlijn uit de Verenigde Staten van Amerika (paragraaf 5.4.2) hebben in geval van het uitgangspunt Hoevebrug geleid tot een groot verschil in het kunnen toepassen van een slankheid gebaseerd op comfort, zoals hieronder gegeven in Tabel 11

Rekenmethode	Slankheid [-]	Percentage [%]
NEN 6723	1 op 44.2	100
EUR 23984 EN – SDOFM – Voetgangers	1 op 90.3	204.3
EUR 23984 EN – SDOFM – Voetgangers en Joggers	1 op 61.4	138.9
EUR 23984 EN – RSM	1 op 42.1	95.2
SETRA	1 op 84.2	190.5
AASHTO	1 op 70.2	158.8

Tabel 11: Slankheid per rekenmethode gebaseerd op comfort met als uitgangspunt de Hoevebrug

Waar de NEN 6723 en de AASHTO onafhankelijk zijn van de gegenereerde belasting en enkel van de eigenfrequentie van het onbelaste brugdek in combinatie met een minimaal aanwezige massa, zijn de richtlijnen EUR 23984 EN en de SETRA gerelateerd aan de belasting die wordt uitgeoefend op het brugdek door de personen die zich over de brug voortbewegen.

Nader onderzoek aan de hand van de EUR 23984 EN heeft geleid tot een parameterstudie die is gebaseerd op de Hoevebrug (zie hoofdstuk 7). Hierin is duidelijk geworden dat het variëren van elke parameter afzonderlijk, die invloed heeft op de responsie van de optredende versnelling, in geval van de tweede harmonische stapfrequentie in zeer weinig gevallen tot discomfort leidt. Dit is enkel in geval van kleine lengtes van het brugdek rond de 10 à 15 meter, in combinatie met een laag eigen gewicht (zie ook paragraaf 9.1.2 en 9.2.7) en een eigenfrequentie die in het gebied tussen de 1.25 Hz en 4.6 Hz ligt, oftewel het kritische gebied.

Het verschil in oplegging heeft als gevolg dat de modale belasting en de modale massa verandert (zie paragraaf 6.2.1). Bij een ingeklemde situatie zal een grotere belasting, ten gevolge van de aanwezige personen op het brugdek, in rekening worden gebracht. Echter zal de massa die in rekening wordt gebracht kleiner zijn. Hierdoor is de optredende versnelling van het brugdek zeer groot, mits de eigenfrequentie in het kritische gebied tussen de 1.25 Hz en 4.6 Hz ligt. Daarentegen neemt de eigenfrequentie van een ingeklemd systeem sneller toe dan wanneer een scharnierend systeem wordt beschouwd. Dit heeft als gevolg dat er bij een kleinere aanwezige hoogte geen beschouwing ten behoeve van comfort meer hoeft te worden gemaakt, waar gebruik van kan worden gemaakt in geval van korte bruggen (zie paragraaf 9.1.2).

9.1.2 KLEINE LENGTES

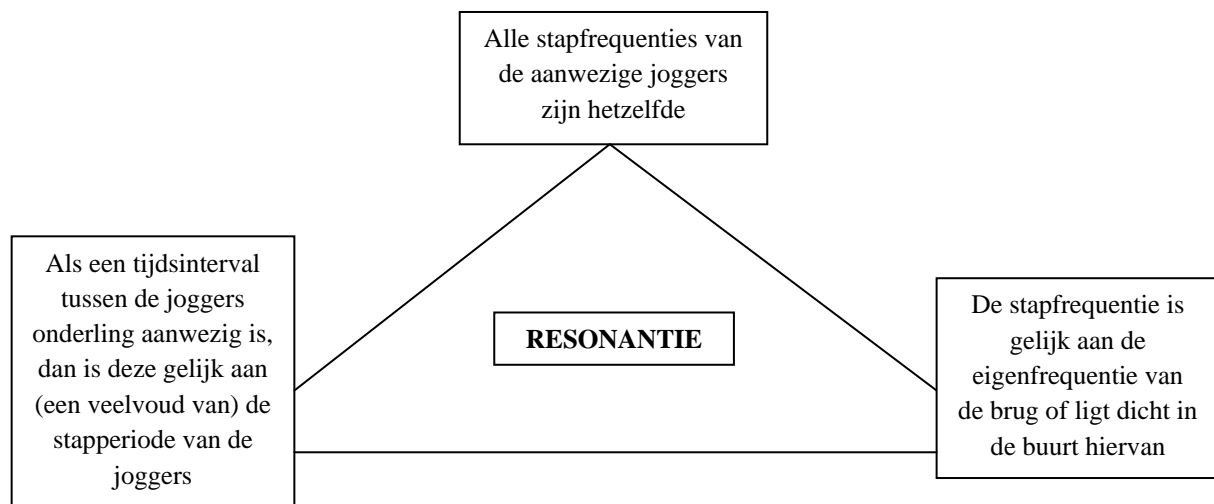
Uit paragraaf 8.10.1 en 8.11.1 kan worden opgemaakt dat de optredende versnelling in geval van voetgangersbruggen met een kleine lengte nog steeds leidt tot een grote optredende versnelling. In het voorbeeld is een eigenfrequentie van de brug gekozen die valt in het kritische gebied van de jogger (eigenfrequentie is 2.47 Hz). De manier om deze te verkrijgen is om een bijbehorende hoogte te kiezen die (zeer) klein is, oftewel 0.14 meter. De constructie heeft hierdoor een laag aanwezig gewicht per strekkende meter (910 kg/m^1), waardoor de optredende versnelling zelfs in geval dat de jogger als een voortbewegende harmoniserende puntlast wordt gemodelleerd groot is.

Ook speelt de tweede harmonische stapfrequentie volgens de EUR 23984 EN in geval van bruggen met een kleine lengte een rol van betekenis. De optredende versnelling hiervan is in veel gevallen groter dan de gestelde versnellingslimiet van 0.7 m/s^2 . Wordt bijvoorbeeld een eigenfrequentie aangehouden die groter is dan 4.6 Hz

(gebaseerd op het kritische gebied van de tweede harmonische stapfrequentie van de voetganger) dan kan een scharnierend opgelegde constructie met een lengte van 10 meter op basis van comfort een slankheid van ongeveer 1 op 30 hebben, evenals dat volgens de NEN 6723 het geval is. Het verschil in het bepalen van de slankheid van bruggen met een kleine lengte volgens beide rekenmethoden levert amper een verschil op. Ook in geval dat de constructie is ingeklemd geldt dat de slankheden tussen de EUR 23984 EN en de NEN 6723 niet veel van elkaar schelen, echter ligt de te behalen slankheid gebaseerd op comfort dan rond de 1 op 80.

9.1.3 GROTE RESPONIE IN UITZONDERLIJK GEVAL

Uit de resultaten van de voorbeelden in paragraaf 8.10 kan worden opgemaakt dat het mogelijk is om een brug te laten resoneren, echter zal dat enkel het geval zijn als aan alle volgende voorwaarden wordt voldaan:



Figuur 93: Resonantie door meerdere joggers treedt op als aan alle voorwaarden wordt voldaan

Als aan één van de hierboven genoemde voorwaarden niet wordt voldaan zal de responsie van het brugdek aanzienlijk lager zijn. Het is uiteraard ook mogelijk om een brug te laten resoneren door één jogger, echter zal de aangebrachte belasting niet groot genoeg zijn om een versnelling te creëren die tot discomfort leidt. Hier kan dus de vraag worden gesteld of het beschouwen van joggers die zich allen tegelijkertijd over de brug voortbewegen met een stapfrequentie die gelijk is aan de eigenfrequentie van de brug, en de optredende versnelling hiervan wordt vervolgens bepaald met behulp van de rekenmethode SDOFM uit de EUR 23984 EN, wel een realistisch beeld van de werkelijkheid weergeeft.

9.1.4 STAPFREQUENTIE JOGGERS

Het is aannemelijk dat de kans dat joggers over een brug rennen, aan de hand van de gestelde voorwaarden waardoor resonantie optreedt (zie hierboven), klein is. Hieruit volgt dat de responsie dus nooit hetzelfde zal zijn, oftewel het geval dat joggers tegelijkertijd over een brug rennen met een stapfrequentie die gelijk is aan de eigenfrequentie (situatie 1), of met een onderling tijdsinterval die gelijk is aan (een veelvoud van) de periode van de stapfrequentie, waarbij de stapfrequentie gelijk is aan de eigenfrequentie of in de buurt ligt van de eigenfrequentie van de brug (situatie 2, of gevoeligheidsanalyse), niet vaak zal voorkomen. Als namelijk wordt gekeken vanuit het oogpunt ‘samen rennen’, waarbij meerdere joggers als een groep de brug betreden, dan kan allereerst worden gesteld dat deze groep samen rent mits aan de voorwaarde wordt voldaan dat zij dezelfde snelheid hebben. Dus als de snelheid van de groep joggers hetzelfde is, dan kan vervolgens worden gekeken naar de stapfrequentie die elke jogger heeft. Deze is onder andere afhankelijk van het geslacht, gewicht, en heuphoogte van de persoon. Hieruit blijkt dat deze vaak niet hetzelfde is, waardoor kan worden gesteld dat de onderlinge stapfrequentie niet gelijk is [25] [26]. Volgens [25] geldt voor testpersonen die rennen met een opgelegde snelheid, dat deze de volgende stapfrequentie met bijbehorende standaarddeviatie hebben

	Snelheid [m/s]		
	3.5	4.5	5.5
Stapfrequentie [Hz]	2.64	2.73	2.85
Standaarddeviatie [Hz]	0.18	0.21	0.14

Tabel 12: Stapfrequentie en standaarddeviatie afhankelijk van snelheid

Ter vergelijking: de stapfrequentie van de joggers in het model zijn gebaseerd op een standaarddeviatie van 0.10 Hz ten opzichte van de eigenfrequentie van de brug.

Echter blijft het voor de hand liggen om te zeggen dat de beschouwde situatie ten behoeve van joggers, wanneer deze allemaal in dezelfde stapfrequentie rennen, al dan niet in de buurt van de eigenfrequentie, of met een tijdsinterval die gelijk is aan de periode van de stapfrequentie (of een veelvoud daarvan), een te conservatieve benadering is voor het bepalen van de resonsie van het systeem.

9.2 AANBEVELINGEN

9.2.1 TOELAATBARE VERSNELLING VERSCHILLENDE LANDEN

Om een kleine indruk te geven waar de waarneming van een vibratie op is gebaseerd is hieronder een kleine opsomming gemaakt [21].

Het waarnemen van de versnelling die optreedt is afhankelijk van verschillende factoren, zoals

- Positie van het lichaam (staan, zitten, liggen)
- Invalsrichting ten opzichte van de ruggengraat
- Persoonlijke bezigheid (stilstaan, lopen, rennen)
- Gedeelde ervaring (individueel, of in groepsverband)
- Leeftijd en geslacht
- Hoe vaak de vibraties voorkomen, evenals het moment van de dag
- Karakter van de afname van de vibraties

De intensiteit van vatbaarheid/voelbaarheid is afhankelijk van

- Grootte van de verplaatsing, snelheid, en versnelling
- Duur van de blootstelling van de vibraties
- Frequentie van de vibraties

Het is lastig om dit in te delen in zogenaamde ‘comfortklassen’, zoals de EUR 23984 EN heeft gedaan (zie Tabel 2), omdat de waarneming van vibraties subjectief is. Er zijn wereldwijd veel richtlijnen opgesteld die elk hun eigen limiet stellen [27]. Van enkele richtlijnen is een overzicht gegeven in Tabel 13, waarin f_1 de eerste eigenfrequentie van het systeem is.

Richtlijn	Limiet [m/s^2]	Voorbeeld $f_1 = 3$ Hz [m/s^2]
ISO 2631	$1.9 \cdot \sqrt{f_1}$	3.29
AISC Guide 11	0.5	0.50
SBA	0.39	0.39
BS 5400	$0.5 \cdot \sqrt{f_1}$	0.87
Ontario Bridge Code ONT83	$1.9 \cdot f_1^{0.78}$	4.22
Eurocode 5 (ENV 1995-2)	0.7	0.70
Bachmann	0.5 – 1.0	0.50 – 1.00
Japanese Footbridge Design Code (1979)	1.0	1.00

Tabel 13: Limiet verticale versnelling volgens verschillende richtlijnen

Aanbevolen wordt om de maximum aanbevolen waarde van de toelaatbare versnelling in verticale richting van $0.7 m/s^2$ volgens de Eurocode [6] anders te formuleren wanneer willekeurige stapfrequenties en/of willekeurige

tijdsintervallen worden gebruikt. Er bestaat namelijk de mogelijkheid dat de optredende versnelling van het brugdek voor 70 à 80% van de tijd voldoet aan de maximum aanbevolen versnelling van 0.7 m/s^2 als de jogger op het brugdek aanwezig is, en dat de overige tijd de versnellingslimiet zal worden overschreden. Dus afhankelijk van de hoeveelheid tijd dat deze wordt overschreden moet worden bepaald of het ontwerp wel of niet voldoet. Zo is volgens de EUR 23984 EN comfortklasse 3 de minimum graad van comfort ($1.00 - 2.50 \text{ m/s}^2$), maar nog steeds een geaccepteerde waarde van de optredende versnelling, dus dit zou bij het ontwerp van de brug kunnen worden betrokken. Echter is het aan te raden niet een versnelling toe te laten die groter is dan 1.5 m/s^2 , omdat is gebleken dat dit de versnelling is waar voetgangers maximaal mee kunnen synchroniseren [28].

9.2.2 PRAKTIJKONDERZOEK

Sommige voorbeelden die zijn behandeld in paragraaf 8.10, met daarin een bepaalde situatie waarin joggers over de brug rennen, geven als responsie een zeer grote versnelling. Soms zijn deze zodanig groot (bijvoorbeeld groter dan 3 of 4 m/s^2), waar dan van kan worden gesteld of het voor de jogger nog wel mogelijk is om zich onder deze omstandigheden voort te bewegen.

Er is onderzoek geweest naar de optredende versnelling van een brugdek wanneer een testpersoon hier met een metronoom overheen liep. De metronoom was hierbij afgesteld op eigenfrequentie van de brug. Toen de testpersoon de brug na verloop van tijd goed aan het resoneren kreeg trad er een moment op waar de testpersoon 'uit de pas' raakte (rond de 0.7 m/s^2). Hiermee wordt bedoeld dat het brugdek zodanig snel heel en weer trilde dat de testpersoon als het ware geen grond meer onder de voeten voelde, en zodoende geen correcte pas meer kon zetten die in fase was met de aanwezige trilling van de brug. Hierdoor was de opvolgende aangebrachte stapbelasting niet in fase, met als gevolg dat de responsie 'self-limiting' was. De constructie dempte vervolgens uit waardoor een grote versnelling van het brugdek achterwege bleef. Dit is van meerdere voetgangersbruggen getest [29]. Echter stelt [28] dat een individu kan synchroniseren met een verticale beweging die een maximale versnelling heeft van 1.5 m/s^2 .

Als er wordt aangenomen dat de versnelling van de synchronisatie van een voetganger met het brugdek werkelijk maximaal 1.5 m/s^2 is, dan is nog niet duidelijk of de jogger hier ook mee kan synchroniseren, omdat deze persoon zich anders voortbeweegt dan een voetganger. Een jogger komt namelijk los van de grond tijdens het voortbewegen, terwijl de voetganger contact blijft houden met de ondergrond. Door te onderzoeken tot welke verticale versnelling een jogger maximaal kan synchroniseren (kleiner of groter dan 1.5 m/s^2), kan een voorwaarde aan de berekening van de optredende versnelling worden gesteld. Zodoende kan de minimale waarde hiervan, waarbij synchronisatie door zowel de voetganger als de jogger mogelijk is en niet leidt tot discomfort, worden toegepast in het ontwerp.

Raken bijvoorbeeld zowel voetganger als jogger bij een verticale versnelling van 1.5 m/s^2 'uit de pas' dan kan er worden gesteld dat de maximaal optredende versnelling in het ontwerp niet groter mag zijn dan deze waarde. Oftewel als er voor een bepaalde tijdseenheid dat de jogger op de brug aanwezig is een versnelling wordt toegelaten die groter is dan de aanbevolen versnelling van 0.7 m/s^2 uit de Eurocode (zie paragraaf 9.2.1), dan mag deze versnelling maximaal 1.5 m/s^2 zijn.

9.2.3 FORMULEVORM

In geval van korte betonnen voetgangersbruggen is de modale analyse uitgevoerd voor $n = 10$ tijdsafhankelijke functies met bijbehorende plaatsafhankelijke functies, waarbij elk corresponderende functie een bijdrage levert aan de optredende versnelling. Het in rekening brengen van meerdere corresponderende functies leidt tot een nauwkeuriger antwoord. Echter in geval dat de voortbewegende harmoniserende puntlast kan worden benaderd door een enkele sinusterm, zoals $f(t) = P \sin(\Omega t)$, kan de optredende versnelling redelijk nauwkeurig worden benaderd door in de modale analyse maar één tijdsafhankelijke functie met bijbehorende plaatsafhankelijke functie te beschouwen. In Tabel 14 hieronder is te zien wat de invloed is van de sommatie van 5 corresponderende termen. Hierin spelen de even correspondenties geen rol van betekenis, omdat deze in de rekenmethode van de modale analyse als resultaat 0 opleveren. De situatie die is beschouwd is het voortbewegen van een enkele harmoniserende puntlast over de ligger die 5 joggers representeert van voorbeeld 2, op tijdstip $t = 5.3$ seconden (maximale responsie).

Eigentrilvormen [-]	Versnelling [m/s ²]
1	2.375011
1, 3	2.375212
1, 3, 5	2.375197

Tabel 14: Nauwkeurigheid optredende versnelling afhankelijk van aantal beschouwde eigentrilvormen

Hieruit kan worden opgemerkt dat de nauwkeurigheid van de optredende versnelling amper wordt beïnvloed door inachtneming van meerdere corresponderende termen, omdat het verschil tussen de aangebrachte stapfrequentie en de eigenfrequenties van hogere eigentrilvormen, van een term groter dan of gelijk aan 3 ($n \geq 3$), te groot is. Hierdoor worden deze hogere eigentrilvormen niet geëxciteerd. Zodoende kan alleen de plaatsafhankelijke functie van de eerste eigentrilvorm op $x = L/2$ worden gebruikt voor het bepalen van de optredende versnelling. Hierdoor kan de differentiaalvergelijking van een enkele jogger ook worden genoteerd die enkel afhankelijk is van tijd, zoals

$$m\ddot{q}(t) + c\dot{q}(t) + kq(t) = \left(P \sin(\Omega t) \sin\left(\frac{\pi}{L} vt\right) \right) [H(t) - H(t - L/v)]$$

Vergelijking 101: Differentiaalvergelijking die het continue systeem beschrijft inclusief belastingsterm in geval $n = 1$

Voor een uitgebreidere omschrijving van de bepaling van de nauwkeurigheid van de optredende versnelling van het brugdek wordt verwezen naar Bijlage 56.

9.2.4 DEMPINGSVERHOUDING BETON

In de berekening is altijd gebruik gemaakt van een dempingsverhouding van het beton van 1.3% ($\zeta = 0.013$). Deze waarde is afkomstig van de gebruikstoestand uit de EUR 23984 EN, waar ook wordt verwezen naar dempingsverhoudingen voor gewapend beton van 5% die in rekening mogen worden gebracht als de optredende verplaatsingen van het brugdek groot zijn, evenals dat er zelfs 7% mag worden toegepast in geval van aardbevingen. Door te weten wanneer welke dempingsverhouding mag worden toegepast (dus bij welke verplaatsing geldt welke dempingsverhouding), zou deze in het model lineair (of niet-lineair) kunnen worden verwerkt, zodat een afname van de responsie van het systeem kan worden waargenomen wanneer de optredende verplaatsing groter wordt. Zo geldt bijvoorbeeld voor een ingeklemd systeem dat de ligger zich bij grote(re) amplitudes in de eerste eigentrilvorm gaat gedragen als een scharnierend opgelegd systeem, waarbij de demping en de modale massa van het systeem toenemen, echter neemt de stijfheid daarentegen af [30]. Om te achterhalen wat voor effect grote(re) amplitudes bij een scharnierend opgelegd systeem op de demping heeft is het een aanbeveling om tests uit te voeren door het brugdek te exciteren in zijn eerste eigentrilvorm.

9.2.5 GEVANCEERDERE MODELLERING

Nu de voortbeweging van de harmoniserende puntlast, die de jogger representeert, in rekening is gebracht, tezamen met de relatie tussen de stapfrequentie, snelheid, en belasting, kan er vervolgens nog de demping en de stijfheid van de jogger worden meegenomen in het rekenmodel. Op deze manier zal de schematisatie bestaan uit een ligger die wordt belast door een voortbewegend, harmoniserend, gedempt 1-MVS, zoals is gedaan voor een voetganger in [31]. Op deze manier kan worden onderzocht of deze wijziging van het model een grote of kleine invloed heeft op de responsie van het systeem.

9.2.6 PARAMETERSTUDIE VOORTBEWEGENDE HARMONISERENDE PUNTLAST

In paragraaf 8.10 zijn enkele voorbeelden behandeld van voetgangersbruggen waar joggers overheen rennen. De resultaten hiervan zijn in paragraaf 8.11 gegeven. Er kan worden opgemaakt dat de optredende versnelling geen rol van betekenis speelt als er willekeurige stapfrequenties en willekeurige tijdsintervallen in rekening worden gebracht, mits de aanwezige massa per strekkende meter groot genoeg is.

Zo geldt voor het aangepaste ontwerp van de Hoevebrug (zie paragraaf 8.10.2 en 8.11.2), die scharnierend is opgelegd, dat óók een hoogte van 0.45 meter aan de versnellingslimiet van 0.7 m/s² voldoet. Dit komt voort uit meerdere simulaties van het gemaakte ontwerp van de voortbewegende harmoniserende puntlast. De bijbehorende massa is 2925 kg/m¹. In dit geval zijn de afmetingen en grootheden van het aangepaste ontwerp

exact gelijk aan de Hoevebrug, echter kan er dus een scharnierende oplegging worden toegepast in plaats van een inklemming. In de toekomst zou de EUR 23984 EN, in combinatie met de modellering van de jogger als een voortbewegende harmoniserende puntlast, kunnen leiden tot een reductie van de bouwkosten.

Ter vergelijking kan worden gesteld dat volgens de NEN 6723 voor een scharnierend opgelegd systeem een minimaal benodigde massa van 4793 kg/m^1 is vereist. De bijbehorende eigenfrequentie volgens de rekenmethode uit de NEN 6723 geeft namelijk een waarde van 3.18 Hz aan, waardoor Vergelijking 100 niet kan worden gebruikt.

In geval van het praktijkvoorbeeld (zie paragraaf 8.10.3 en 8.11.3) is de aanwezige massa 7400 kg/m^1 , terwijl de NEN 6723 een benodigde massa voorschrijft van minimaal 3846 kg/m^1 . Echter zelfs in geval dat de breedte van het brug wordt gehalveerd, en er dus twee T-profielen worden gebruikt, zal in veel simulaties nog steeds worden voldaan aan de maximum aanbevolen versnelling van 0.7 m/s^2 . Ook zal worden voldaan aan de optredende versnelling ten gevolge van de tweede harmonische stapfrequentie van voetgangers.

Door toepassing van de joggers, waarbij de optredende versnelling is bepaald met behulp van de rekenmethode SDOFM, heeft het praktijkvoorbeeld tot kapitaalvernietiging geleid.

In beide gevallen hierboven is het duidelijk dat de modellering van de jogger als een voortbewegende harmoniserende puntlast aantoont dat de optredende versnelling van het brugdek sterk kan worden gereduceerd vergeleken met de NEN 6723 en de toepassing van de SDOFM op de jogger. Dit is reden genoeg om te kijken naar de optredende versnelling in geval van een lengte- in combinatie met een massa van het brugdek.

Aanbevolen wordt om een grote hoeveelheid data te genereren, waarbij verschillende parameters worden gevarieerd. De toe te passen belasting van de joggers zou een willekeurige stapfrequentie in combinatie met een willekeurig tijdsinterval kunnen zijn, waarna een betrouwbaarheidsinterval van de optredende versnelling kan worden opgesteld. Op basis van de gemeten hoeveelheid tijd dat de optredende versnelling kleiner is dan de versnellingslimiet kan een ontwerp worden (goed)gekeurd, zie ook paragraaf 9.2.1 en 9.2.2.

9.2.7 TWEDE HARMONISCHE STAPFREQUENTIE VOETGANGERS

Gebaseerd op het voorbeeld uit paragraaf 8.10.1 en 8.11.1, die een scharnierend opgelegde brug beschouwd met een lengte van 10 meter, blijkt dat ten gevolge van voetgangers (van zowel de eerste- als de tweede harmonische stapfrequentie) en joggers, een versnelling optreedt die de versnellingslimiet overschrijdt. Als een scharnierend opgelegde betonnen voetgangersbrug met een (kleine) lengte, variërend tussen de 10 à 15 meter, slank zal worden ontworpen dan zal er meer onderzoek moeten worden verricht naar de methode waarop dit kan worden gedaan. Door de jogger als een voortbewegende harmoniserende puntlast te beschouwen is aangetoond dat de optredende versnelling van het brugdek ten gevolge van de jogger kan worden gereduceerd, echter is deze nog steeds (veel) groter dan de versnellingslimiet. Aanbevolen wordt om te controleren of de tweede harmonische stapfrequentie van voetgangers daadwerkelijk leidt tot een optredende versnelling die groter is dan de versnellingslimiet. Als namelijk kan worden aangetoond dat deze als niet-relevant kan worden beschouwd, betekent het dat een scharnierend opgelegde brug met een kleine lengte kan worden ontworpen op een eigenfrequentie van minimaal 3.5 Hz (als voorbeeld het kritische gebied volgens de EUR 23984 EN aangehouden). Hierbij kan gebruik worden gemaakt van de rekenmethode waar een stroom voetgangers wordt beschouwd als voortbewegende puntlasten, die is gebaseerd op de modale analyse waarin de stapbelasting van de voetganger is benaderd met de Fourierreeks [32]. Er wordt namelijk gesteld dat de invloed van hogere harmonische stapfrequenties geen significante bijdragen leveren aan de responsie van het systeem door de grote aanwezige stijfheid van de brug (eigenfrequenties groter dan 2.4 Hz), evenals dat de harmonische stapfrequenties een lagere belasting genereren [20].

10 EIGEN VISIE

Gekeken naar de responsie van betonnen voetgangersbruggen ten gevolge van de EUR 23984 EN is gebleken dat het volgen van deze richtlijn niet per sé hoeft te leiden tot het slanker kunnen ontwerpen van een brugdek als dit wordt vergeleken met andere richtlijnen. Zo blijkt bijvoorbeeld dat de beschouwing van joggers volgens de rekenmethode SDOFM zeer conservatief is. Door de jogger daadwerkelijk te beschouwen als iemand die over de brug rent, dan geeft de modellering van een voortbewegende harmoniserende belasting in verloop van tijd, in combinatie met de relatie stapfrequentie, snelheid, en belasting, een reëler beeld van de werkelijkheid. Hieruit blijkt dat een betonnen voetgangersbrug nog veel potentie biedt op het gebied van dynamica en comfort. Daarbij zou het een mooi streven zijn om betonnen voetgangersbruggen weer te moeten ontwerpen op sterkte, waarbij comfort niet maatgevend mag zijn.

11 BIBLIOGRAFIE

- [1] W.D. Schutte, C.B.M. Blom, M. Said, „Voorontwerp Hoevebrug,” Ingenieursbureau Gemeentewerken Rotterdam, Rotterdam, 2010.
- [2] NEN, „NEN 6702: Technische grondslagen voor bouwconstructies - TGB 1990 - Belastingen en vervormingen,” Delft, Nederlands normalisatie-instituut, 2007.
- [3] W.D. Schutte, C.B.M. Blom, M. Said, „Definitief Ontwerp Proveniersingelbrug,” Ingenieursbureau Gemeentewerken Rotterdam, Rotterdam, 2012.
- [4] CEN, „www.cen.eu,” 2009. [Online]. Available: <http://www.cen.eu/cen/Members/Pages/default.aspx>. [Geopend 6 augustus 2013].
- [5] NEN, „Voorschriften Beton - Constructieve eisen en rekenmethoden (VBC 1995),” Nederlands normalisatie-instituut, Delft, 1995.
- [6] NEN, „Eurocode 0: Grondslagen van het constructies ontwerp,” Delft, Nederlands normalisatie-instituut, 2011, p. 76.
- [7] NEN, „Nationale Bijlage Eurocode 0: Grondslagen van het constructief ontwerp,” Delft, Nederlands normalisatie-instituut, 2011, p. 31.
- [8] Joint Research Centre, „EUR 23984 EN: Design of Lightweights Footbridges for Human Induced Vibrations,” Office for Official Publications of the European Communities, Luxembourg, 2009.
- [9] NEN, „Nationale Bijlage Eurocode 1: Belastingen op constructies - Deel 2: Verkeersbelasting op bruggen,” Delft, Nederlands normalisatie-instituut, 2011, pp. 23-24.
- [10] Research Fund for Coal and Steel (RFCS), „Human Induced Vibrations of Steel Structures: Ontwerp van Voetgangersbruggen - Richtlijn,” 2008.
- [11] Research Fund for Coal and Steel (RFCS), „Human Induced Vibrations of Steel Structures: Ontwerp van Voetgangersbruggen - Achtergrondinformatie,” 2008.
- [12] NEN, „Eurocode 1: Belastingen op constructies - Deel 1-4: Algemene belastingen - Windbelasting,” Delft, Nederlands normalisatie-instituut, 2011.
- [13] Robert D. Blevins, *Formulas for Natural Frequency and Mode Shape*, Florida: Krieger Publishing Company, 1993.
- [14] Evan Lapointe, Qi Ye, Erich Baumgartner, „Performance-based Vibration Design Methodology for Pedestrian Bridges,” *Structures Congress 2012 - Proceedings of the 2012 Structures Congress*, pp. 448-459, 2012.
- [15] K. F. Graff, *Wave Motion in Elastic Solids*, New York: Dover Publications, 1991.
- [16] Lars Pedersen, Christian Frier, „Sensitivity of Footbridge Vibrations to Stochastic Walking Parameters,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 329, 2010.
- [17] NEN, „Eurocode 2: Ontwerp en berekening van betonconstructies - Deel 1-1: Algemene regels en regels voor gebouwen,” Delft, Nederlands normalisatie-instituut, 2011.
- [18] Sétra/AFGC, „Footbridges - Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading,” Ministry of Transport and Infrastructure, Paris, 2006.
- [19] AASHTO, „Load resistance factor design guide specifications for the design of pedestrian bridges,” American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington DC, 2009.
- [20] C. Petersen, *Dynamiek der Baukonstruktion*, Verlag: Vieweg, 1996.
- [21] H. Bachmann, *Vibration Problems in Structures - Practical Guidelines*, Basel: Birkhäuser, 1991.
- [22] J.E. Wheeler, „Prediction and Control of Pedestrian-Induced Vibration in Footbridges,” *ASCE Journal of the Structural Division*, vol. 108, pp. 2045-2065, 1982.
- [23] I. Chowdhury, S.P. Dasgupta, „Computation of Rayleigh Damping Coefficients for Large Systems,” *The Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, vol. 8C, 2003.

- [24] J.M.J. Spijkers, A.W.C.M. Vrouwenvelder, E.C. Klaver, in *Dynamics of Structures - Part 1: Vibration of Structures*, Delft, Faculty of Civil Engineering and Geosciences, December 2006, p. 188.
- [25] Brigit de Wit, Dirk de Clerq, Peter Aerts, „Biochemical Analysis of the Stance Phase During Barefoot and Shod Running,” *Journal of Biomechanics*, vol. 33, pp. 269-278, 2000.
- [26] John E.A. Bertram, Andy Ruina, „Multiple Walking Speed-Frequency Relations are Predicted by Constrained Optimization,” *Journal of Theoretical Biology*, vol. 209, nr. Elsevier, pp. 445-453, 2001.
- [27] Task Group 1.2, „FIB Bulletin 32 - Guidelines for the Design of Footbridges,” Sprint-Digital-Druck, Stuttgart, 2005.
- [28] M. Schneider, „Ein Beitrag zu Fussgängerinduzierten Brückenschwingungen,” Technische Universität München, 1991.
- [29] S. Zivanovic et al., „Human-Structure Dynamic Interaction in Footbridges,” *Bridge Engineering*, vol. 158 Issue BE4, 2005.
- [30] M.M. Bennouna, R.G White, „The Effects of Large Vibration Amplitudes on the Fundamental Mode Shape of a Clamped-Clamped Uniform Beam,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 96(3), pp. 309-311, 1984.
- [31] J.W. Qin, et al., „Pedestrian-Bridge Dynamic Interaction, Including Human Participation,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 332 Issue 4, pp. 1107-1124, 2012.
- [32] M.P Buur, „Dynamic Behaviour of Steel Footbridges with Long Spans,” Delft, 2014.

12 BIJLAGEN

Hieronder is een lijst van alle bijlagen weergegeven.

Bijlage 1: Achtergrondinformatie één-massa-veer-systeem

Bijlage 2: NEN 6723 – Bladzijde 27

Bijlage 3: Afleiding Eigenfrequentie – NEN 6723

Bijlage 4: Berekening Comforteis – NEN 6723

Bijlage 5: Eurocode 1990 – Bladzijde 76

Bijlage 6: Eurocode 1990 – Nationale Bijlage – Bladzijde 31

Bijlage 7: Eurocode 1991-2 – Nationale Bijlage – Bladzijde 23 en 24

Bijlage 8: Berekening Comforteis – EUR 23984 EN – Longitudinaal

Bijlage 9: Berekening Comforteis – EUR 23984 EN – Lateraal

Bijlage 10: Modale Massa en Modale Belasting – Ingeklemd Systeem

Bijlage 11: Berekening Eigenfrequentie – EUR 23984 EN – Verticaal – Functie ‘Explore’

Bijlage 12: Berekening Comforteis – EUR 23984 EN – Verticaal – Single Degree of Freedom Method

Bijlage 13: Berekening Comforteis – EUR 23984 EN – Verticaal – Response Spectra Method

Bijlage 14: Berekening Comforteis – EUR 23984 EN – Verticaal – Single Degree of Freedom Method vs Response Spectra Method Tezamen

Bijlage 15: Berekening Comforteis - SETRA

Bijlage 16: AASHTO LRFD Guide Specifications for the Design of Pedestrian Bridges - Bladzijde 7

Bijlage 17: Berekening Comforteis – AASHTO LRFD Guide Specifications for the Design of Pedestrian Bridges

Bijlage 18: Berekening Parameterstudie – Ingeklemd – Breedte Variërend

Bijlage 19: Berekening Parameterstudie – Ingeklemd – Dichtheid Variërend

Bijlage 20: Berekening Parameterstudie – Ingeklemd – Elasticiteitsmodulus Variërend

Bijlage 21: Berekening Parameterstudie – Ingeklemd – Hoogte Variërend

Bijlage 22: Modale Massa en Modale Belasting – Scharnierend Systeem

Bijlage 23: Berekening Parameterstudie – Scharnierend – Breedte Variërend

Bijlage 24: Berekening Parameterstudie – Scharnierend – Dichtheid Variërend

Bijlage 25: Berekening Parameterstudie – Scharnierend – Elasticiteitsmodulus Variërend

Bijlage 26: Berekening Parameterstudie – Scharnierend – Hoogte Variërend

Bijlage 27: Achtergrondinformatie Continu Systeem

Bijlage 28: Berekening Joggers – Responsie Inclusief Statische Belasting

Bijlage 29: Berekening Joggers – Responsie volgens Fourierreeks Bachmann

- Bijlage 30: Responsie 1-MVS – Hoevebrug Aangepast – Kritisch Gebied Joggers**
- Bijlage 31: Berekening Joggers – Analytische Berekening**
- Bijlage 32: Berekening Joggers – Computerberekening**
- Bijlage 33: Berekening Joggers – Voorbeeld 1 – Situatie 1**
- Bijlage 34: Berekening Joggers – Voorbeeld 1 – Situatie 2**
- Bijlage 35: Berekening Joggers – Voorbeeld 1 – Situatie 3**
- Bijlage 36: Berekening Joggers – Voorbeeld 1 – Situatie 4**
- Bijlage 37: Berekening Joggers – Voorbeeld 1 – Stapfrequentie is 0.90x Eigenfrequentie**
- Bijlage 38: Berekening Joggers – Voorbeeld 1 – Stapfrequentie is 0.95x Eigenfrequentie**
- Bijlage 39: Berekening Joggers – Voorbeeld 1 – Stapfrequentie is 1.05x Eigenfrequentie**
- Bijlage 40: Berekening Joggers – Voorbeeld 1 – Stapfrequentie is 1.10x Eigenfrequentie**
- Bijlage 41: Berekening Joggers – Voorbeeld 2 – Situatie 2**
- Bijlage 42: Berekening Joggers – Voorbeeld 2 – Situatie 3**
- Bijlage 43: Berekening Joggers – Voorbeeld 2 – Situatie 4**
- Bijlage 44: Berekening Joggers – Voorbeeld 2 – Stapfrequentie is 0.90x Eigenfrequentie**
- Bijlage 45: Berekening Joggers – Voorbeeld 2 – Stapfrequentie is 0.95x Eigenfrequentie**
- Bijlage 46: Berekening Joggers – Voorbeeld 2 – Stapfrequentie is 1.05x Eigenfrequentie**
- Bijlage 47: Berekening Joggers – Voorbeeld 2 – Stapfrequentie is 1.10x Eigenfrequentie**
- Bijlage 48: Berekening Joggers – Voorbeeld 3 – Situatie 1**
- Bijlage 49: Berekening Joggers – Voorbeeld 3 – Situatie 2**
- Bijlage 50: Berekening Joggers – Voorbeeld 3 – Situatie 3**
- Bijlage 51: Berekening Joggers – Voorbeeld 3 – Situatie 4**
- Bijlage 52: Berekening Joggers – Voorbeeld 3 – Stapfrequentie is 0.90x Eigenfrequentie**
- Bijlage 53: Berekening Joggers – Voorbeeld 3 – Stapfrequentie is 0.95x Eigenfrequentie**
- Bijlage 54: Berekening Joggers – Voorbeeld 3 – Stapfrequentie is 1.05x Eigenfrequentie**
- Bijlage 55: Berekening Joggers – Voorbeeld 3 – Stapfrequentie is 1.10x Eigenfrequentie**
- Bijlage 56: Berekening Joggers – Invloed Aantal Tijdsafhankelijke Functies**