

# Fusee Ceramique daken, IOI Loders Croklaan, Wormerveer

Analyse van de scheurvorming in de fusedaken van de fabriekshal en de dozenhal van  
IOI Loders Croklaan in Wormerveer

d.d. 03-07-2014

ir. M.W.Kamerling

TU Delft, Delft University of Technology  
Faculty of Architecture and the Built Environment  
Department of AE +T



## Inhoudopgave

|  |    |
|--|----|
| Inleiding  | 3  |
| Werkbezoek   | 4  |
| Aanbevelingen  | 5  |
| Constructieve onderbouwing   | 5  |
| Reconstructie van de oorspronkelijke berekening                            | 5  |
| Herberekening uiterste grenstoestand                                       | 11 |
| Effect van de krimp en kruip op de interne krachtsafdracht                 | 15 |
| Berekening van het breukmoment   | 20 |
| Berekening van de stijfheid, van de gescheurde constructie met de VBC 1990 | 22 |
| Berekening van de stijfheid, uiterste grenstoestand                        | 23 |
| Tweede orde effect inclusief hangstaven                                    | 27 |
| Conclusies krachtsafdracht constructie                                     | 28 |
| Literatuur   | 29 |



*Figuur 1. Fusee, afkomstig uit de in 2012 gesloopte hal Q op het defensie terrein te Woerden*

## **Inleiding**

In 1956 werden te Wormerveer twee bedrijfshallen gemaakt met cilindervormige overkappingen, de fabriekshal en de dozenhal, met keramische (Fusee Ceramique) elementen. Dit systeem werd in de tweede wereldoorlog uitgevonden en gepatenteerd door de Franse architect Jaques Couëlle. In de wederopbouwperiode na de tweede wereldoorlog werd het systeem veelvuldig toegepast voor hoofdzakelijk utiliteitbouw, hetgeen ook uit de literatuur blijkt. Zo verscheen in 1949 een artikel in Bouw [Lan] waarin de oprichting van een fabriek te Echt in Limburg werd aangekondigd ter vervaardiging van de fusee elementen. In 1954 werd in het vakblad Cement de berekening van een Fusee Ceramique dak beschreven [Eck]. De auteur Vriend beschreef het systeem ook in 1955 in het boek Bouwen [Vri] blz. 136-137.

### Fusee's

Een fusee is een cilindervormige keramische fles met een diameter van  $\varnothing 80$  mm, een wanddikte van 10 mm en een lengte van ca. 350 mm die in de betonconstructie werd geplaatst om te besparen op gewicht en cement. Gebruikelijk was een hart op hart afstand van 90 mm, de ruimte tussen de fusee's is dan 10 mm. Om opdrijven te voorkomen werd in twee lagen gestort. Eerst werd een laag van ca 2,5 cm gestort, in deze laag werden de fusee's met een draaiende beweging gelegd. Vervolgens werd de tweede laag gestort. Om een goede aanhechting tussen het beton en fusee's te verkrijgen moest het storten en verdichten zorgvuldig worden uitgevoerd.

### Scheurvorming

In eerste instantie zijn de cilinderschalen zo ontworpen dat door gelijkmatig verdeelde symmetrische belastingen alleen drukspanningen in de gewelven ontstaan. Door asymmetrische belastingen ontstaan echter ook momenten in de doorsneden. De constructie wordt excentrisch belast, de druklijn valt niet samen met de systeemlijn. Door de excentrisch aangrijpende belasting kunnen trekspanningen in de doorsneden ontstaan die kunnen leiden tot scheurvorming. Scheurvorming kan ook ontstaan door temperatuurwisselingen, krimp en kruip. De krimp en kruip van een betonconstructie is groter dan de krimp en kruip van keramische elementen, zodat in de loop van de tijd een herverdeling van de belasting optreedt. De drukspanning in de fusee's neemt toe ten koste van de drukspanningen in het beton. Door de herverdeling van de krachten in de samengestelde doorsneden kunnen in de betondoorsneden trekkrachten ontstaan, zodat deze kunnen en de stijfheid van de constructie zal afnemen. In een constructie belast met een normaal drukkracht leidt een afname van de stijfheid tot een toename van het tweede orde effect, met als gevolg dat de vervormingen, momenten en de scheurvorming toenemen. In een extreme situatie kan de constructie door de vermindering van de stijfheid bezwijken.

### Constructieve onderbouwing

Om het ontwerp te beoordelen is in eerste instantie in de onderbouwing een reconstructie van de oorspronkelijke berekening voor de dozenhal gemaakt, als toen gebruikelijk was. Vervolgens is deze constructie berekend volgens de huidige methoden en het breukmoment, het scheurmoment, het vloeimoment, de stijfheid en het tweede orde effect bepaald.

In het verleden werd de stijfheid vaak te gunstig ingeschat. Door krimp en kruip ontstaan in het beton trekspanningen die de stijfheid verminderen, met als gevolg dat het tweede orde effect groter is dan werd verondersteld in de berekening. In de uiterste grenstoestand leidt de afname van de stijfheid tot een onaanvaardbare toename van het tweede orde effect.

Bijvoorbeeld worden de constructie verstijfd, bijvoorbeeld door de doorsneden te vergroten met gewapend spuitbeton.

Uit de onderbouwing blijkt dat de hangstaven een gunstig effect op de tweede orde berekening kunnen hebben, indien het aantal stijlen vermeerderd wordt, de hangstijlen voorgespannen en de horizontale trekstaven gelijktijdig opgebogen worden, zodat de hangstijlen niet op druk worden belast, zie figuur 10.

### Gegevens

De Fuseedaken zijn toegepast in de fabriekshal en in de dozenhal. Uit werktekening nummer 1384 800-01-19 zijn de volgende gegevens afgeleid. De fabriekshal heeft een dagmaat van 10,75 m. De pijlmaat van trekstang tot onderkant dak is 1,34 m. Het dak wordt ondersteund met balken 400 \* 450 mm<sup>2</sup>. De dozenhal heeft een dagmaat van 14,25 m. De lengte van hanger halverwege de overspanning tussen trekstang en de onderkant van het dak is 1,78 m. Het dak wordt ondersteund met balken 400 \* 400 mm<sup>2</sup> en kolommen 400 \* 400 mm<sup>2</sup> met een hart op hart afstand gelijk aan 3,283 m. In beide daken zijn om de 5,0 m krimpvoegen gemaakt. De dikte van de schalen is 110 mm. De daken zijn gewapend met een onder en boven wapening Ø6 – 180 parallel aan de overspanning. Er is geen verdeelwapening aangebracht.

De uitvoering van fuseedaken vergde ervaring en expertise. Om opdrijven van de fusees in de specie te voorkomen werd de constructie in twee lagen gestort. De ruimte tussen de fusees was slechts 1 cm zodat het verdichten niet eenvoudig was. Daar alleen wapening evenwijdig aan de boog en geen verdeelwapening werd toegepast kan de dekking op de wapening variëren. Het is aan te bevelen de constructie te inspecteren ten aanzien van de dekking op de wapening, scheurwijdten, betonkwaliteit en eventuele aantasting door in de loop der tijd aangebrachte voorzieningen als ophangstaven, afvoeren enz.

### **Werkbezoek**

Op maandag 16 juni zijn de fuseedaken beschouwd. Uit deze visuele inspectie bleek dat de constructie een aantal gebreken kent. Daar op de daken bedekt een waterkerende laag is aangebracht was het niet mogelijk ook de bovenzijde van de daken te bekijken.

Vermoedelijk is onder de dakbedekking geen isolatielaag aangebracht. Ook de ondersteunende balken en kolommen die in de gevels staan zijn niet geïsoleerd en onbeschermd tegen de weersinvloeden. In deze daken en ondersteunende balken en kolommen zullen temperatuurspanningen ontstaan.

In de constructie zijn gaten geboord voor het ophangen van leidingen en installaties. De draagkracht van ingeboord ankers is vermoedelijk beperkt, zeker als deze in een fusee zijn verankerd.

De aansluitingen van de trekstaven in de balken zijn plaatselijk door corrosie aangetast.

Aan de randen van de daken, ter plaatse van goten en doorvoeren zijn lekkages opgetreden.

In de daken zijn scheuren loodrecht op de overspanning van de boog opgetreden. Een boog constructie wordt in principe op druk belast, In de constructie ontstaan dan geen scheuren. Door wind en sneeuwbelasting werden de schaaldaken vermoedelijk asymmetrisch belast waardoor momenten in deze daken ontstonden. In de onderbouw wordt getoond dat door asymmetrische belastingen momenten in de dakconstructies ontstaan die tot trekspanningen in de doorsneden leiden. In de constructie, samengesteld uit beton, fusees en wapening, ontstaan ook trekspanningen door krimp en kruip. Door de scheurvorming vermindert de stijfheid en neemt het tweede orde effect toe. Uit de verkenning blijkt dat de fuseedaken de aangenomen ontwerpbelastingen kunnen afvoeren naar de ondersteunende constructies.

In de daken zijn ook scheuren evenwijdig aan op de overspanning van de boog opgetreden. Deze scheuren bevinden zich in de krimpstroken die hart op hart 5,0 m in de constructie zijn aangebracht om de krimpspanningen te beperken. Het zachtboard in de krimpstroken is vermoedelijk deels vergaan. De krimpnaden kunnen bij voorkeur worden gedicht met een flexibel materiaal. Een niet flexibele verbinding zal op termijn tot nieuwe scheurvorming in de afwerking, bijvoorbeeld een verflaag of stukwerk, leiden.

De schaaldaken rusten op balken en kolommen die voor een deel tevens de afscheiding tussen de binnen en buiten constructie vormen. In de balken en kolommen zijn scheuren opgetreden. In de westkant zijn deze scheuren aanmerkelijk groter dan in de oostkant. Plaatselijk is de wapening

gecorrodeerd en is de buitenschil afgedrukt, zodat de wapening onbeschermd is en nog sneller wordt aangetast.

### Aanbevelingen

De fuseedaken zijn een mooi voorbeeld van de utiliteitbouw uit de wederopbouwperiode. De constructie heeft een lange tijd goed gefunctioneerd. Uit de reconstructie blijkt dat de constructie werd ontworpen volgens de voorschriften en normen van die tijd. Helaas leidde die berekeningen tot een te hoge inschatting van de stijfheid. Volgens de huidige normen is de stijfheid van de constructie van de dozenhal te laag en is het tweede orde effect te groot. De stijfheid van dit fuseedak kan worden vergroot door de doorsneden te vergroten, bijvoorbeeld met gewapend spuitbeton. Het tweede orde effect kan ook worden verminderd door het aantal hangstijlen te vergroten en deze voor te spannen, zie figuur 10, blz 28, of diagonaalsgewijs extra trekstangen toe te voegen tussen de nok en de opleggingen.

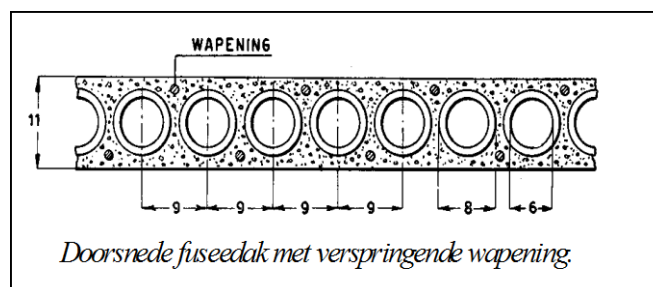
Uiteraard heeft de tijd sporen nagelaten. Voor een goed functioneren van de constructie is het van belang om de gehele constructie, met inbegrip van de ondersteunende balken, kolommen en funderingen te inspecteren en de gebreken te repareren. In het verleden werden gebouwen nauwelijks geïsoleerd. Momenteel verdient het aanbeveling om de daken en de ondersteunende balken en kolommen te isoleren, enerzijds om te voldoen aan de huidige normen anderzijds om de constructie te beschermen tegen de weersinvloeden en tevens de temperatuurwisselingen en temperatuurspanningen te verminderen. Het isoleren en vervangen van de dakbedekking biedt tevens gelegenheid de bovenzijde van de daken te inspecteren. Daar 50 jaar geleden constructies eenvoudiger werden ontworpen dan nu en de inzichten zijn voortgeschreden, is het aan te bevelen om gehele constructie inclusief ondersteunende balken, kolommen en fundering, te berekenen volgens de huidige voorschriften en de momenteel voorgeschreven belastingen.

### Constructieve onderbouwing

Daar de beide daken op dezelfde wijze geconstrueerd zijn en alleen verschillen in overspanning, wordt, alleen de constructie met de grootste overspanning, de dozenhal, berekend. De spanningen in de fabriekshal zullen door de kleinere overspanning veel kleiner zijn dan de spanningen in de dozenhal.

#### Gegevens dozenhal

De dagmaat van de dakconstructie is 12,25 m. De hart op hart afstand van de balken die het dak van de dozenhal ondersteunen is  $14,2 - 0,4 = 14,65$  m. De balken rusten op kolommen  $400 * 400 \text{ mm}^2$  met een hart op hart afstand gelijk aan 3,283 m. in de berekeningen wordt verondersteld dat de schalen scharnierend opgelegd zijn op de ondersteunende balken. De doorsnede van de betonnen cilinderschalen bestaat uit een toplaag van circa 15 mm, ceramische elementen  $\text{Ø}80$  mm en een onderste laag van 15 mm. De voorschriften van 1950 schreven voor dat voor een constructie met een dikte van 120 mm of meer minimaal een dikte van 15 mm op de wapening moest worden toegepast. Daar de dikte slechts 110 mm is, is de vereiste dekking op de wapening 10 mm. Momenteel is de vereiste dekking minimaal 15 mm. In de praktijk werd de wapening aangebracht na het storten van de eerste laag, de dekking is dan vermoedelijk ca 25 mm. Voor de dozenhal is de verhouding van dikte versus de overspanning gelijk aan  $t/l = 110/14650 = 1/133$ .



Figuur 2: Doorsnede fuseedak [Vri]

**Reconstructie oorspronkelijke berekening**

Uit de literatuur blijkt dat destijds de volgende gegevens werden aangehouden voor de spanning en de elasticiteitsmodulus van het staal, het beton en de fusees:

$$\begin{aligned} \text{staal: } \sigma_s &= 140 \text{ N/mm}^2, & E_s &= 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2 \\ \text{beton: } \sigma_c &= 6 \text{ N/mm}^2, & E_c &= 2,1 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2 \\ \text{fusee's:} & & E_f &= 1,7 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

Uitgaande van de lineaire elasticiteitstheorie wordt de stijfheid bepaald met:

$$EA = E_c \cdot (A_c + n_f \cdot A_f + n_s \cdot A_s) \quad (1)$$

$$EI = E_c \cdot (I_c + n_f \cdot I_f + n_s \cdot I_s) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{Verhoudinggetallen: } n_f &= E_f/E_s = 1,7 \cdot 10^4 / (2,1 \cdot 10^4) = 0,81 \\ n_s &= E_s/E_c = 2,1 \cdot 10^5 / (2,1 \cdot 10^4) = 10 \end{aligned}$$

*Tabel 1. Oppervlakte en kwadratisch oppervlaktemoment voor een doorsnede met breedte  $b = 1,0 \text{ m}$ .*

| Oppervlak       |  |                                |
|-----------------|--|--------------------------------|
| Fusées          | $A_f = 11 \cdot \pi \cdot (80^2 - 60^2)/4 =$                   | $24,2 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$ |
| Beton:          | $A_c = 110 \cdot 1000 - 11 \cdot \frac{1}{4} \pi \cdot 80^2 =$ | $54,7 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$ |
| Wapening boven: | $A_s = \frac{1}{4} \pi \cdot 6^2 \cdot 1000/180 =$             | $157 \text{ mm}^2$             |
| Wapening onder: | $A_s = \frac{1}{4} \pi \cdot 6^2 \cdot 1000/180 =$             | $157 \text{ mm}^2$             |
| Fusée's:        | $I_f = 11 \cdot \pi \cdot (80^4 - 60^4)/64 =$                  | $15,1 \cdot 10^6$              |
| Beton:          | $I_c = 1000 \cdot 110^3/12 - 11 \cdot \pi \cdot 80^4/64 =$     | $88,8 \cdot 10^6$              |
| Wapening:       | $I_s = 2 \cdot 157 \cdot (110/2 - 28)^2 =$                     | $0,22 \cdot 10^6$              |

Substitutie van de oppervlakten en stijfheden geeft:

$$EA = 2,1 \cdot 10^4 \cdot (54,7 \cdot 10^3 + 0,81 \cdot 24,2 \cdot 10^3 + 10 \cdot 2 \cdot 157) = 1,63 \cdot 10^9 \text{ Nmm}^2$$

$$EI = 2,1 \cdot 10^4 \cdot (88,8 \cdot 10^6 + 0,81 \cdot 15,1 \cdot 10^6 + 10 \cdot 0,22 \cdot 10^6) = 2,16 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

**Belastingen**

$$\begin{aligned} \text{eigengewicht: } p_g &= 0,0547 \cdot 24 + 0,0242 \cdot 18 = & 1,75 & \text{ kN/m}^2 \\ \text{dakbedekking, wapening:} & & \underline{0,25} & \text{ kN/m}^2 \\ \text{permanente belasting:} & & 2,0 & \text{ kN/m}^2 \\ \text{veranderlijke belasting}^1 & & 0,5 & \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

**Vorm en kromming**

De constructie volgt een kettinglijn. De verhouding van de pijlmaat tot de overspanning is:  $f/l = 1/8$ . De vergelijking van een kettinglijn met oorsprong in de top en een pijlmaat  $f = l/8$  luidt:

$$y/l = [\cosh(x/l) - 1]$$

De functie  $\cosh(x/l)$  kan worden geschreven als een reeks:

$$\cosh(y/l) = 1 + (x/l)^2/2! + (x/l)^4/4! + \dots$$

Voor een lage boog zijn de termen met een hoge orde klein. De kettinglijn kan worden benaderd met een parabool:

<sup>1</sup> volgens de TGB 1955

$$y/l = (x/l)^2 / 2! + (x/l)^4 / 4! \dots \rightarrow y/l = \frac{1}{2} (x/l)^2 \quad (3)$$

De coördinaten van de boog zijn in tabel 2 berekend met (3) uitgaande van een overspanning gelijk aan de hart op hart afstand van de balken zijnde 14,65 m een pijlmaat gelijk aan:

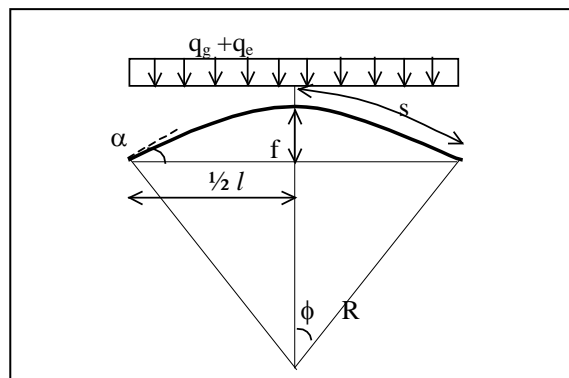
$$f = 1,78 + 0,11/2 = 1,835 \text{ m.}$$

Tabel 2. coördinaten

| $x/l =$ | $y/l = \frac{1}{2} (x/l)^2$ | $y =$ |
|---------|-----------------------------|-------|
| 0,05    | 0,013                       | 0,018 |
| 0,10    | 0,005                       | 0,073 |
| 0,15    | 0,011                       | 0,165 |
| 0,20    | 0,02                        | 0,293 |
| 0,25    | 0,031                       | 0,458 |
| 0,3     | 0,045                       | 0,659 |
| 0,35    | 0,061                       | 0,897 |
| 0,4     | 0,080                       | 1,172 |
| 0,45    | 0,101                       | 1,480 |
| 0,5     | 0,125                       | 1,831 |

### Ontwerpberekening

Met een globale ontwerpberekening worden de krachten en de spanningen als volgt bepaald met de lineaire elasticiteitstheorie. De constructie werd geschematiseerd als een boog ondersteund met twee scharnierende opleggingen. De overspanning is 14,65 m en de pijlmaat is 1,835 m. De vervorming van de trekstangen werd verwaarloosd en de berekening werd gemaakt voor een breedte van 1,0 m.



Figuur 3. Schema van de constructie belast met de symmetrisch aangrijpende permanente belasting.

### Symmetrische belastingen

Permanente belasting  $q_g = 2,0 \text{ kN/m}$ , veranderlijke belasting  $q = 0,5 \text{ kN/m}$ .

De verticale and horizontale reacties volgen uit:  $V_A = V_B = \frac{1}{2} q \cdot l$  (4)

$$H = \frac{q_g \cdot l^2}{8 \cdot f} \quad (5)$$

De normaalkracht bij de oplegging volgt uit:  $N = (H^2 + V^2)^{0,5}$  (6)

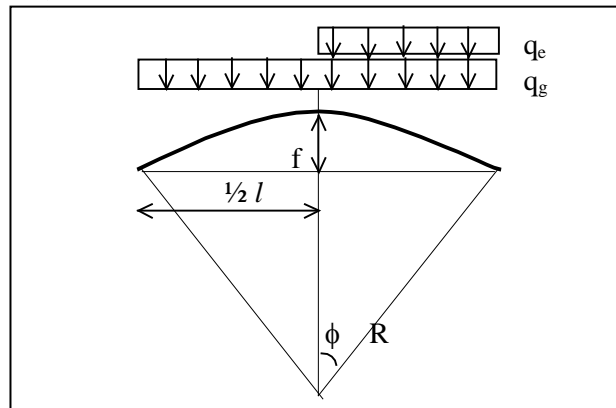
Voor  $x = l/4 = 4,925 \text{ m}$  is de normaalkracht gelijk aan:  $N = [H^2 + (q \cdot x)^2]^{0,5}$  (7)

Tabel 3. Symmetrische belasting

| krachten      | permanente belasting<br>q = 2,0 kN/m | veranderlijke belasting<br>q = 0,5 kN/m | permanent<br>belasting | + ver   |
|---------------|--------------------------------------|---|------------------------|---------|
| V =           | 14,7 kN                              | 3,7 kN                                  |                        | 18,3 kN |
| H =           | 29,3 kN                              | 7,3 kN                                  |                        | 36,6 kN |
| oplegging N = | 32,8 kN                              | 8,2 kN                                  |                        | 41,0 kN |
| x = l/4 N =   | 30,2 kN                              | 7,6 kN                                  |                        | 37,8 kN |

Asymmetrische belasting

Door een asymmetrische belasting wordt de boog belast met buigende momenten. De veranderlijke belasting is gelijk aan  $q_e = 0,5 \text{ kN/m}^2$ .



Figuur 4. Schema van de boog belast met een symmetrische en asymmetrische belasting

De verticale en horizontale reacties werkende op de opleggingen zijn gelijk aan:

$$V_A = \frac{1}{8} q_e \cdot l \tag{8}$$

$$V_B = \frac{3}{8} q_e \cdot l \tag{9}$$

$$H = \frac{q_e \cdot l^2}{16 f} \tag{10}$$

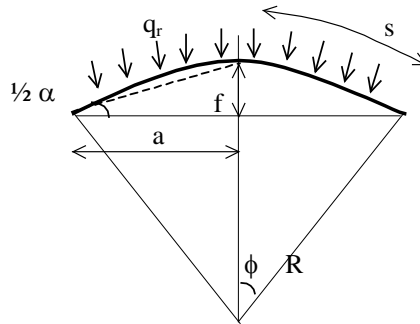
Het buigende moment volgt uit: 
$$M_o = \frac{q_e \cdot l^2}{64} \tag{11}$$

Resultierende normaalkracht voor  $x = \frac{1}{4} l$ : 
$$N = [H^2 + (V_B - q \cdot x)^2]^{0,5} \tag{7}$$

Tabel 4. Asymmetrische veranderlijke belasting

| krachten/moment | permanente belasting<br>q = 2,0 kN/m | veranderlijke. belasting<br>q = 0,5 kN/m | perm.+ ver belasting |
|-----------------|--------------------------------------|--|----------------------|
| V =             | 14,7 kN                              | 5,5 kN                                   | 20,2 kN              |
| H =             | 29,3 kN                              | 3,7 kN                                   | 33,0 kN              |
| M =             | - kNm                                | 1,7 kNm                                  | 1,7 kNm              |
| oplegging N =   | 32,8 kN                              | 6,6 kN                                   | 38,6 kN              |
| x = l/4 N =     | 30,2 kN                              | 5,2 kN                                   | 34,8 kN              |





Figuur 5. Boogsegment belast met een radiale belasting.

### Knikkraft

Daar de pijlmaat van de parabolische boog vrij klein ten opzichte van de overspanning is de boog bij benadering gelijk aan een cirkelvormig segment. De knikkraft kan dan benaderd worden met de formule als gegeven door Timoshenko [Tim]

De uiterste knikkraft volgt uit: 
$$N_{cr} = \frac{EI \cdot [\pi^2/\phi^2 - 1]}{R^2} \quad (12)$$

Voor een parabool kan de hoek  $\alpha$  tussen de tangent en de horizontale lijn door de opleggingen worden berekend met:

$$\tan \alpha = \frac{2 \cdot f}{\frac{1}{2} l} = \frac{2 \cdot 1,835}{\frac{1}{2} \cdot 14,65} = 0,5 \rightarrow \alpha = 26,56^\circ = 0,464 \text{ rad.}$$

De straal van de parabolische boog varieert en wordt bepaald met de volgende vergelijking:

$$R = \frac{a^2 \cdot (1 + 4 \cdot f^2/a^2)^{1/2}}{2 \cdot f} \quad (13)$$

Met  $a$  is gelijk aan de halve overspanning.

Substitutie van de pijlmaat  $f = 1,835$  m en  $a = \frac{1}{2} l = 14,65/2 = 7,325$  m geeft:

$$R = \frac{7,325^2 \cdot (1 + 4 \cdot 1,835^2/7,325^2)^{0,5}}{2 \cdot 1,835} = 16,4 \text{ m}$$

De knikkraft is gelijk aan: 
$$N_{cr} = \frac{EI \cdot [\pi^2/\phi^2 - 1]}{R^2} = \frac{2,16 \cdot 10^{12} \cdot [\pi^2/0,464^2 - 1]}{(16,4 \cdot 10^3)^2} = 360 \cdot 10^3 \text{ N}$$

### Permanente en asymmetrisch belasting

Voor  $x = \frac{1}{2} \cdot a$  is de normaalkraft gelijk aan  $N = 34,8$  kN. Het knikgetal is dan gelijk aan:

$$n = N_{cr}/N = 360/34,8 = 10,4$$

In deze berekening is de scheurvorming niet verdisconteerd. Voor een gescheurde constructie is de stijfheid en het knikgetal aanzienlijk lager.

### Spanningen

Een constructie wordt belast met een normaalkraft  $N$ . Deze belasting  $N$  wordt opgenomen met het beton, het staal en de fusee's. Het beton, het staal en de fusee's worden belast met een kracht  $N_c$ ,  $N_s$  en  $N_f$ . De som van deze krachten is gelijk aan de belasting  $N$ :

$$N_c + N_f + N_s = N \quad (14)$$

De specifieke vervormingen van het beton, het staal en de fusée's zijn gelijk:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_f = \varepsilon_s = \varepsilon_0 \quad (15)$$

De krachten in het beton, de fusée's en het staal volgen uit respectievelijk:

$$\begin{aligned} N_c &= A_c \cdot E_c \cdot \varepsilon_c \\ N_f &= A_f \cdot E_f \cdot \varepsilon_f \\ N_s &= A_s \cdot E_s \cdot \varepsilon_s \end{aligned}$$

Substitutie in de vergelijking voor de specifieke vervormingen geeft:

$$\varepsilon_0 = \frac{N_c}{A_c \cdot E_c} = \frac{N_f}{A_f \cdot E_f} = \frac{N_s}{A_s \cdot E_s} \quad (16)$$

Substitueer de specifieke vervormingen in de vergelijking voor het evenwicht:

$$N = A_c \cdot E_c \cdot \varepsilon_0 + A_f \cdot E_f \cdot \varepsilon_0 + A_s \cdot E_s \cdot \varepsilon_0 \quad (17)$$

Vervolgens wordt met deze vergelijking de onmiddellijke vervorming berekend voor  $t = 0$ :

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 &= \frac{N}{A_c \cdot E_c + A_f \cdot E_f + A_s \cdot E_s} \\ \varepsilon_0 &= \frac{N}{A_c \cdot E_c \cdot m_{EA, t=0}} \quad \text{met:} \quad m_{EA, t=0} = 1 + A_f \cdot n_f / A_c + A_s \cdot n_s / A_c \end{aligned} \quad (18)$$

Vervolgens worden de spanningen in het beton, de fusées en het staal berekend met:

$$\sigma_c = E_c \cdot \varepsilon_0, \quad \sigma_f = E_f \cdot \varepsilon_0, \quad \sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_0.$$

Met:

$$E_c = 2,1 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2; E_f = 1,7 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2; n_f = 0,81; E_s = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2; n_s = E_s / E_c = 10;$$

$$A_c = 54,7 \cdot 10^3 \text{ mm}^2; A_f = 24,2 \cdot 10^3 \text{ mm}^2; A_s = 2 \cdot 157 \text{ mm}^2$$

$$\text{Substitutie geeft:} \quad m_{EA, t=0} = 1 + \frac{24,2 \cdot 10^3 \cdot 0,81}{54,7 \cdot 10^3} + \frac{157 \cdot 2 \cdot 10}{54,7 \cdot 10^3} = 1,42$$

Permanente belasting:

Door de permanente belasting is de normaalkracht voor  $x = \frac{1}{4} l$  gelijk aan:  $N = 30,2 \text{ kN}$ .

$$\text{De specifieke vervorming volgt uit (18):} \quad \varepsilon_0 = \frac{N}{A_c \cdot E_c \cdot m_{EA, t=0}} \quad \text{met:} \quad m_{EA, t=0} = 1,42$$

$$\text{De specifieke vervorming is:} \quad \varepsilon_0 = \frac{30200}{54,7 \cdot 10^3 \cdot 2,1 \cdot 10^4 \cdot 1,42} = 0,0185 \cdot 10^{-3}$$

De normaal spanning en kracht in het betonde fusées en het staal is respectievelijk:

$$\begin{aligned} \sigma_c = \varepsilon_0 E_c &= 0,0185 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^4 = 0,39 \text{ N/mm}^2 & N_c = \sigma_c A_c &= 0,39 \cdot 54,7 \cdot 10^3 = 21,2 \cdot 10^3 \text{ N} \\ \sigma_f = \varepsilon_0 E_f &= 0,0185 \cdot 10^{-3} \cdot 1,7 \cdot 10^4 = 0,32 \text{ N/mm}^2 & N_f = \sigma_f A_f &= 0,32 \cdot 24,2 \cdot 10^3 = 7,6 \cdot 10^3 \text{ N} \\ \sigma_s = \varepsilon_0 E_s &= 0,0185 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^5 = 3,9 \text{ N/mm}^2 & N_s = \sigma_s A_s &= 3,9 \cdot 2 \cdot 157 = 1,2 \cdot 10^3 \text{ N} \end{aligned}$$

### Asymmetrische belasting

Door de permanente en asymmetrische veranderlijke belasting is de normaalkracht voor  $x = \frac{1}{4} l$  gelijk aan:  $N = 34,8$  kN.

De specifieke vervorming volgt uit (18):  $\varepsilon_0 = \frac{N}{A_c \cdot E_c \cdot m_{EA, t=0}}$  met:  $m_{EA, t=0} = 1,42$

De specifieke vervorming is:  $\varepsilon_0 = \frac{34800}{54,7 \cdot 10^3 \cdot 2,1 \cdot 10^4 \cdot 1,42} = 0,021 \cdot 10^{-3}$

De spanning en kracht in het betonde fusees en het staal is respectievelijk;

$$\begin{aligned} \sigma_c &= \varepsilon_0 E_c = 0,021 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^4 = 0,44 \text{ N/mm}^2 & N_c &= \sigma_c A_c = 0,44 \cdot 54,7 \cdot 10^3 = 24,1 \cdot 10^3 \text{ N} \\ \sigma_f &= \varepsilon_0 E_f = 0,021 \cdot 10^{-3} \cdot 1,7 \cdot 10^4 = 0,36 \text{ N/mm}^2 & N_f &= \sigma_f A_f = 0,36 \cdot 24,2 \cdot 10^3 = 8,7 \cdot 10^3 \text{ N} \\ \sigma_s &= \varepsilon_0 E_s = 0,021 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^5 = 4,4 \text{ N/mm}^2 & N_s &= \sigma_s A_s = 4,4 \cdot 2 \cdot 157 = 1,4 \cdot 10^3 \text{ N} \end{aligned}$$

Het buigend moment is gelijk aan  $M = 1,7$  kNm, Uitgaande van de lineaire elasticiteitstheorie wordt de spanning berekend met:

$$\sigma_c = \frac{M \cdot z \cdot E_c}{EI} \quad (19)$$

Substitueer  $EI = 2,16 \cdot 10^{12}$  N/mm<sup>2</sup> en  $E_c = 21000$  N/mm<sup>2</sup> in deze vergelijking:

$$\sigma_c = \frac{1,7 \cdot 10^6 \cdot 110/2 \cdot 21000}{2,16 \cdot 10^{12}} = 0,9 \text{ N/mm}^2$$

De resulterende spanningen door de normaalkracht en het buigend moment zijn gelijk aan:

$$\sigma_c = -0,44 \pm 0,9 \cdot n/(n-1) \text{ N/mm}^2$$

De maximale druk- en trekspanning is respectievelijk:  $\sigma_c = -1,44$  N/mm<sup>2</sup> en  $\sigma_c = +0,56$  N/mm<sup>2</sup>.

### **Herberekening, uiterste grenstoestand**

Momenteel worden constructies berekend voor de uiterste grenstoestand. Uitgaande van een betonkwaliteit C12/15 zijn de spanningen en de waarden voor de elasticiteitsmodulus van respectievelijk het staal, het beton en de fusées:

$$\begin{aligned} \text{fusées:} & & E_f &= 1,7 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2 \\ \text{beton: } \sigma_c &= 12 \text{ N/mm}^2, & f_c &= 12/1,5 = 8,0 \text{ N/mm}^2 & E_c &= 2,7 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2 \\ \text{staal: } \sigma_s &= 220 \text{ N/mm}^2, & f_s &= 220/1,15 = 191 \text{ N/mm}^2 & E_s &= 2,0 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Verhoudinggetallen: } n_f &= E_f/E_c = 1,7 \cdot 10^4 / (2,7 \cdot 10^4) = 0,63 \\ n_s &= E_s/E_c = 2,0 \cdot 10^5 / (2,7 \cdot 10^4) = 7,4 \end{aligned}$$

Uitgaande van de lineaire elasticiteitstheorie worden EA en EI berekend met (1) en (2):

$$EA = E_c \cdot (A_c + n_f \cdot A_f + n_s \cdot A_s) \quad (1)$$

$$EI = E_c \cdot (I_c + n_f \cdot I_f + n_s \cdot I_s) \quad (2)$$

Substitutie van de gegevens, zie tabel 1, met  $n_f = 0,63$ ;  $n_s = 7,4$ ;  $A_c = 54,7 \cdot 10^3$  mm<sup>2</sup>;  $A_f = 24,2 \cdot 10^3$  mm<sup>2</sup>;  $A_s = 2 \cdot 157$  mm<sup>2</sup> geeft:

$$EA = 2,7 \cdot 10^4 \cdot (54,7 \cdot 10^3 + 0,63 \cdot 24,2 \cdot 10^3 + 7,4 \cdot 2 \cdot 157) = 1,95 \cdot 10^9 \text{ Nmm}^2$$

$$EI = 2,7 \cdot 10^4 \cdot (88,8 \cdot 10^6 + 0,63 \cdot 15,1 \cdot 10^6 + 7,4 \cdot 0,22 \cdot 10^6) = 2,7 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

Permanente belasting, rekenwaarde

Voor de permanente belasting  $q = 1,2 \cdot 2,0 \text{ kN/m}$  wordt het effect van de tijdsafhankelijke vervorming berekend. Door de permanente belasting is de normaalkracht voor  $x = \frac{1}{4} l$  gelijk aan:  $N_d = 1,2 \cdot 30,2 = 36,2 \text{ kN}$ . Voor  $t = 0$  volgt de specifieke vervorming uit:

$$\varepsilon_0 = \frac{N}{A_c \cdot E_c \cdot m_{EA \ t=0}} \quad \text{met } m_{EA \ t=\infty} = 1 + A_f \cdot n_f / A_c + A_s \cdot n_s / A_c$$

Substitutie van de gegevens, zie tabel 1, met  $n_f = 0,63$  en  $n_s = 7,4$ ,  $A_c = 54,7 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$ ,  $A_f = 24,2 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$ ,  $A_s = 2 \cdot 157 \text{ mm}^2$  geeft:

$$m_{EA \ t=0} = 1 + \frac{24,2 \cdot 10^3 \cdot 0,63}{54,7 \cdot 10^3} + \frac{2 \cdot 157 \cdot 7,4}{54,7 \cdot 10^3} = 1,32$$

De specifieke vervorming is:  $\varepsilon_0 = \frac{36200}{54,7 \cdot 10^3 \cdot 2,7 \cdot 10^4 \cdot 1,32} = 0,0186 \cdot 10^{-3}$

De normaal spanning en kracht in het beton, de fusée's en het staal zijn:

$$\begin{aligned} \sigma_c = \varepsilon_0 E_c &= 0,0186 \cdot 10^{-3} \cdot 2,7 \cdot 10^4 = 0,50 \text{ N/mm}^2 & N_c = \sigma_c A_c &= 0,50 \cdot 54,7 \cdot 10^3 = 27,4 \cdot 10^3 \text{ N} \\ \sigma_f = \varepsilon_0 E_f &= 0,0186 \cdot 10^{-3} \cdot 1,7 \cdot 10^4 = 0,32 \text{ N/mm}^2 & N_f = \sigma_f A_f &= 0,32 \cdot 24,2 \cdot 10^3 = 7,9 \cdot 10^3 \text{ N} \\ \sigma_s = \varepsilon_0 E_s &= 0,0186 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^5 = 3,7 \text{ N/mm}^2 & N_s = \sigma_s A_s &= 3,7 \cdot 2 \cdot 157 = 1,2 \cdot 10^3 \text{ N} \end{aligned}$$

Asymmetrische variabele belasting, rekenwaarde

Asymmetrische belasting en permanente belasting  
De normaalkracht voor  $x = l/4$  is gelijk aan:

$$\begin{aligned} q &= 1,2 \cdot 2,0 + 1,5 \cdot 0,5 \text{ kN/m}, \\ N &= 1,2 \cdot 30,2 + 1,5 \cdot 5,2 = 44,0 \text{ kN}. \end{aligned}$$

De specifieke vervorming volgt uit:

$$\varepsilon_0 = \frac{N}{A_c \cdot E_c \cdot m_{EA \ t=0}} \quad \text{met } m_{EA \ t=\infty} = 1 + A_f n_f / A_c + A_s n_s / A_c = 1,32$$

De specifieke vervorming is:  $\varepsilon_0 = \frac{44000}{54,7 \cdot 10^3 \cdot 2,7 \cdot 10^4 \cdot 1,32} = 0,00226 \cdot 10^{-3}$

De normaal spanning en kracht in het beton, de fusée's en het staal zijn:

$$\begin{aligned} \sigma_c = \varepsilon_0 E_c &= 0,00226 \cdot 10^{-3} \cdot 2,7 \cdot 10^4 = 0,61 \text{ N/mm}^2 & N_c = \sigma_c A_c &= 0,61 \cdot 54,7 \cdot 10^3 = 33,4 \cdot 10^3 \text{ N} \\ \sigma_f = \varepsilon_0 E_f &= 0,00226 \cdot 10^{-3} \cdot 1,7 \cdot 10^4 = 0,38 \text{ N/mm}^2 & N_f = \sigma_f A_f &= 0,38 \cdot 24,2 \cdot 10^3 = 9,2 \cdot 10^3 \text{ N} \\ \sigma_s = \varepsilon_0 E_s &= 0,00226 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^5 = 4,5 \text{ N/mm}^2 & N_s = \sigma_s A_s &= 4,5 \cdot 2 \cdot 157 = 1,4 \cdot 10^3 \text{ N} \end{aligned}$$

Het buigend moment is gelijk aan  $M = 1,7 \text{ kNm}$ , Uitgaande van de lineaire elasticiteitstheorie wordt de spanning berekend met:

$$\sigma_c = \frac{M \cdot z \cdot E_c}{EI}$$

Substitueer  $EI = 2,71 \cdot 10^{12} \text{ N/mm}^2$  en  $E_c = 27000 \text{ N/mm}^2$  in deze vergelijking:

$$\sigma_c = \frac{(1,7 \cdot 1,5) \cdot 10^6 \cdot 110/2 \cdot 27000}{2,7 \cdot 10^{12}} = 1,39 \text{ N/mm}^2$$

De resulterende spanningen door de normaalkracht en het buigend moment, exclusief tweede orde, zijn:

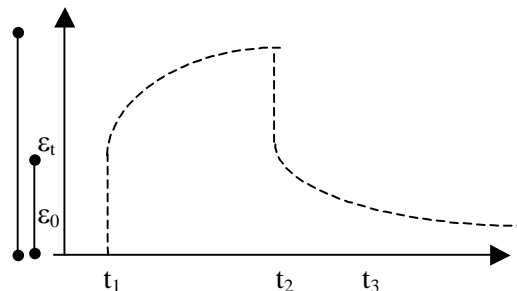
$$\sigma_c = -0,61 \pm 1,4 \text{ N/mm}^2$$

### Kruip

Door de kruip neemt de vervorming van beton toe. De onmiddellijke specifieke vervorming door de belasting is  $\varepsilon_0$ , door de kruip over een periode  $t$  wordt de vervorming vermeerderd met  $\Delta\varepsilon_{t=\infty} = \varepsilon_0 \cdot \phi$ . De factor  $\phi$  wordt bepaald door de kwaliteit van het beton, de ouderdom bij belasten  $t_0$ , de belastingduur, de vochtigheid, de dikte van de doorsnede en de omtrek.

De constructie komt niet terug in de oorspronkelijke vorm als de belasting wordt verwijderd. In eerste instantie is de vermindering van de vervorming gelijk aan de onmiddellijke vervorming. In de loop van de tijd neemt de vervorming verder af. De tijdsafhankelijke afname van de vervorming is gelijk aan de kruipvervorming door de belastingafname. Figuur 5 toont de verandering van de vervorming in de tijd. De constructie wordt belast op een tijd  $t = t_1$ . De onmiddellijke specifieke vervorming is gelijk aan  $\varepsilon_0$ . Voor  $t = t_2$  is de specifieke vervorming door de kruip toegenomen met  $\phi_{t_1-t_2} \cdot \varepsilon_0$ . De totale specifieke vervorming is dan gelijk aan:  $\varepsilon_t = \varepsilon_0 \cdot (1 + \phi_{t_1-t_2})$ . Vervolgens wordt de belasting verwijderd op tijd  $t_2$ . De specifieke vervorming neemt af met  $\varepsilon_0$ . Op een tijdstip  $t = t_3$  is de afname van de vervorming vermeerderd met  $\phi_{t_2-t_3} \cdot \varepsilon_0$ . De totale specifieke vervorming volgt uit:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_0 + \phi_{t_1-t_2} \varepsilon_0 - \varepsilon_0 - \phi_{t_2-t_3} \cdot \varepsilon_0$$



Figuur 6. De tijdsafhankelijke vervorming door kruip voor een constructie belast in de periode van  $t_1$  tot  $t_2$

De fictieve dikte  $h_0$  wordt bepaald met:  $h_0 = 2 \cdot A_0 / u$ ,  $A_c =$  oppervlakte,  $u =$  perimeter

$A_0$  is het oppervlak  $A_0 = t \cdot b$ ,  $u$  is de perimeter, het oppervlak blootgesteld aan uitdroging, het dak wordt aan de buitenzijde afgedekt met een waterkerende laag, alleen de onderkant droogt uit:  $u$  is gelijk aan breedte  $b$ :

$$h_0 = 2 \cdot A_0 / u = 2 \cdot 110 \cdot b / b = 220 \text{ mm}$$

De kruip coëfficiënt is bepaald met NEN-EN 1992-1-1, Euro code 2, figuur 3.1, uitgaande van cement CEM 33,5 R, klasse N,  $h_0 = 220$  mm, tijdstip bij ontkisten  $t_0 = 3$  dagen voor respectievelijk RH50% en RH80%. Voor RH = 50% is de kruipcoëfficiënt  $\phi_{\infty} = 4,1$  en voor RH = 80% is de kruip coëfficiënt  $\phi_{\infty} = 3,3$ . In de hal werd bij het werkbezoek een waarde gemeten van RH = 61,5%, voor deze waarde is de kruip coëfficiënt:

$$\phi_{\infty} = 3,3 + (4,1 - 3,3) \cdot \frac{(80 - 61,5)}{(80 - 50)} = 3,8$$

Door de kruip van het beton neemt de stijfheid af. Uitgaande van een kruipfactor  $\phi_{\infty} = 3,8$  wordt de elasticiteitsmodulus van het beton:

$$E_c = 2,7 \cdot 10^4 / (1 + 3,8) = 5625 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Verhoudinggetallen: } n_f = E_f/E_c = 1,7 * 10^4 / (0,5625 * 10^4) = 3$$

$$n_s = E_s/E_c = 2,0 * 10^5 / (0,5625 * 10^4) = 36$$

Uitgaande van de lineaire elasticiteitstheorie worden EA en EI berekend met (1) en (2):

$$EA = E_c \cdot (A_c + n_f \cdot A_f + n_s \cdot A_s) \quad (1)$$

$$EI = E_c \cdot (I_c + n_f \cdot I_f + n_s \cdot I_s) \quad (2)$$

Substitutie van de gegevens, zie tabel 1, met  $n_f = 2,5$  en  $n_s = 30$  geeft:

$$EA_t = 5625 * (54,7 * 10^3 + 3 * 24,2 * 10^3 + 36 * 2 * 157) = 0,78 * 10^9 \text{ Nmm}^2$$

$$EI_t = 5625 * (88,8 * 10^6 + 3 * 15,2 * 10^6 + 36 * 0,22 * 10^6) = 0,8 * 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

### Permanente belasting:

Door de permanente belasting is de normaalkracht voor  $x = 1/4 \cdot l$  gelijk aan:

$$N = 1,2 * 30,2 = 36,2 \text{ kN}$$

De specifieke vervorming volgt uit:

$$\varepsilon_t = \frac{N}{A_c * E_c * m_{EA=\infty}} \quad \text{met } m_{EA=\infty} = 1 + A_f \cdot n_f / A_c + A_s \cdot n_s / A_c$$

$$\text{Substitutie geeft: } m_{EA=\infty} = 1 + \frac{24,2 * 10^3 * 3}{54,7 * 10^3} + \frac{2 * 157 * 36}{54,7 * 10^3} = 2,53$$

$$\text{De specifieke vervorming is: } \varepsilon_{t=\infty} = \frac{36200}{54,7 * 10^3 * 5625 * 2,53} = 0,0465 * 10^{-3}$$

De normaal spanning en kracht in het beton, de fusee's en het staal zijn:

$$\begin{aligned} \sigma_c = \varepsilon_0 E_c &= 0,0465 * 10^{-3} * 5625 = 0,26 \text{ N/mm}^2 & N_c = \sigma_c A_c &= 0,26 * 54,7 * 10^3 = 14,3 * 10^3 \text{ N} \\ \sigma_f = \varepsilon_0 E_f &= 0,0465 * 10^{-3} * 1,7 * 10^4 = 0,79 \text{ N/mm}^2 & N_f = \sigma_f A_f &= 0,79 * 24,2 * 10^3 = 19,0 * 10^3 \text{ N} \\ \sigma_s = \varepsilon_0 E_s &= 0,0465 * 10^{-3} * 2,1 * 10^5 = 9,3 \text{ N/mm}^2 & N_s = \sigma_s A_s &= 9,3 * 2 * 157 = 2,9 * 10^3 \text{ N} \end{aligned}$$

### Asymmetrische belasting

Door de permanente en asymmetrische veranderlijke belasting is de normaalkracht voor  $x = 1/2 a$  gelijk aan:

$$N_d = 1,2 * 30,2 + 1,5 * 5,2 = 44,0 \text{ kN.}$$

$$\text{De specifieke vervorming is: } \varepsilon_{t=\infty} = \frac{44000}{54,7 * 10^3 * 5625 * 2,53} = 0,0565 * 10^{-3}$$

De normaal spanning en kracht in het beton, de fusée's en het staal zijn:

$$\begin{aligned} \sigma_c = \varepsilon_0 E_c &= 0,0565 * 10^{-3} * 5625 = 0,32 \text{ N/mm}^2 & N_c = \sigma_c A_c &= 0,32 * 54,7 * 10^3 = 17,5 * 10^3 \text{ N} \\ \sigma_f = \varepsilon_0 E_f &= 0,0565 * 10^{-3} * 1,7 * 10^4 = 0,96 \text{ N/mm}^2 & N_f = \sigma_f A_f &= 0,96 * 24,2 * 10^3 = 23,3 * 10^3 \text{ N} \\ \sigma_s = \varepsilon_0 E_s &= 0,0565 * 10^{-3} * 2,1 * 10^5 = 11,3 \text{ N/mm}^2 & N_s = \sigma_s A_s &= 11,3 * 2 * 157 = 3,5 * 10^3 \text{ N} \end{aligned}$$

De knikkracht is uitgaande van de stijfheid  $EI_t = 0,81 * 10^{12} \text{ Nmm}^2$  gelijk aan:

$$N_{cr} = \frac{EI * [\pi^2/\phi^2 - 1]}{R^2} = \frac{0,8 * 10^{12} * [\pi^2/0,463^2 - 1]}{(16,4 * 10^3)^2} = 133 * 10^3 \text{ N}$$

Voor de permanente en asymmetrisch belasting is de normaalkracht voor  $x = \frac{1}{2} * a$  gelijk aan  $N = 34,75$  kN. Het knikgetal is dan gelijk aan:

$$n = N_{cr}/N = 136/44 = 3,0$$

Het buigend moment is gelijk aan  $M = 1,5 * 1,7$  kNm, Uitgaande van de lineaire elasticiteitstheorie wordt de spanning berekend met:

$$\sigma_c = \frac{M \cdot z \cdot E_c}{EI}$$

Substitueer  $EI = 0,8 * 10^{12}$  N/mm<sup>2</sup> en  $E_c = 5625$  N/mm<sup>2</sup> in deze vergelijking:

$$\sigma_c = \frac{1,7 * 1,5 * 10^6 * 110/2 * 5625}{0,8 * 10^{12}} = 0,99 \text{ N/mm}^2$$

Door het tweede orde effect wordt het buigend moment vergroot met een factor  $n/(n-1)$ . De uiterste spanningen door de normaalkracht en het buigend moment volgen uit:

$$\sigma_c = - 0,32 \pm 0,99 * 3,0/(3,0 - 1) \text{ N/mm}^2$$

De maximale druk- en trekspanning is respectievelijk  $\sigma_c = - 1,81$  N/mm<sup>2</sup> en  $\sigma_c = + 1,17$  N/mm<sup>2</sup>.

### **Effect van de krimp en kruip op de interne krachtsafdracht**

Door krimp en kruip zullen in de loop van de tijd de fusée's en het beton verkorten. Door deze tijdafhankelijke effecten zal de verdeling van de belastingen veranderen. Daar de tijdafhankelijke vervorming van het beton groter is dan de vervorming van de fusee's en het staal is het mogelijk dat in de door een normaalkracht belaste samengestelde constructie het beton dat aanvankelijk met een drukkracht wordt belast na enige tijd belast wordt met een trekkracht. Voor gewapend beton werd de tijdafhankelijke krachtsoverdracht beschreven door Scherpbier [Sch].

### Krimp

Door de krimp zullen de fusee's en het beton verkorten. De specifieke verkorting van de fusée's is:  $\epsilon_{sf} = 0,1 * 10^{-3}$ .

De uitdrogingskrimp van het beton wordt bepaald door de tijdsduur, de afmetingen, de relatieve vochtigheid en de kwaliteit van het beton. Uitgaande van NEN-EN 1992-1-1, Euro code 2,  $h_0 = 220$  mm, ontkistingstijd  $t_0 = 3$  dagen wordt de krimp bepaald met:

$$\epsilon_{scd \ t} = \beta_{ds}(t/t_0) k_h \cdot \epsilon_{scd \ t=\infty}$$

Met:  $k_h$  wordt bepaald door de afmetingen en de fictieve dikte  $h_0$ , zie tabel 2  
 $h_0 = 2A_c/u = 2 * 110$  mm

De factor  $\beta_{ds}(t/t_0)$  volgt uit:  $\beta_{ds}(t/t_0) = \frac{(t - t_0)}{(t - t_0) + 0,04 \cdot h_0^{3/2}}$

$t$  = tijd in dagen,  $t_0$  = aanvangstijd.

Voor een relatieve vochtigheid van 61% wordt gevonden:

$$\epsilon_{scd \ t} = 0,35 + (0,49 - 0,35) * (80 - 61,5) / (80 - 60) * 10^{-3} = 0,48 * 10^{-3}$$

Tabel 5. De krimp van beton  $\epsilon_{scd \ t}$  voor  $t = \infty$ , volgens NEN-EN 1992-1-1, Euro code 2, tabel 3.2

| C20/25                 | Relatieve vochtigheid | krimp                                    |
|------------------------|-----------------------|--|
| droge omgeving, binnen | 60%                   | $\epsilon_{scd\ t} = 0,49 \cdot 10^{-3}$ |
| buiten                 | 80%                   | $\epsilon_{scd\ t} = 0,35 \cdot 10^{-3}$ |
| vochtige omgeving      | 90%                   | $\epsilon_{scd\ t} = 0,17 \cdot 10^{-3}$ |
| In water               | 100%                  | $\epsilon_{scd\ t} = 0$                  |

Tabel 6. De factor  $k_0$  voor de dikte  $h_0$ , volgens NEN-EN 1992-1-1, Euro code 2, tabel 3.3

| $h_0$ | $k_0$ |
|-------|-------|
| 100   | 1,0   |
| 200   | 0,85  |
| 300   | 0,75  |
| > 500 | 0,7   |

Interpolatie voor de fictieve dikte  $h_0 = 220$  mm geeft:

$$k_0 = 0,75 + (0,85 - 0,75) \cdot (300 - 220) / (300 - 200) = 0,83$$

Voor  $\beta = 1$  en  $k_0 = 0,83$  is de krimp van de betondoorsnede voor een relatieve vochtigheid van 61% gelijk aan:

$$\epsilon_{scd\ t} = \beta_{ds}(t/t_0) \cdot k_h \cdot \epsilon_{scd\ t=\infty} = 1 \cdot 0,83 \cdot 0,48 \cdot 10^{-3} = 0,4 \cdot 10^{-3}$$

De krimp van het beton is groter dan de krimp van de fusees met als gevolg dat het beton meer verkort dan de fusees. Het beton wordt door de krimpverkortening op trek en de fusees en het staal op druk belast.

#### Samengestelde constructie met beton, staal en fusee's belast met een normaalkracht

Een constructie wordt belast met een normaalkracht  $N$ . Deze belasting  $N$  wordt opgenomen met het beton, het staal en de fusee's. Het beton, het staal en de fusee's worden belast met een kracht  $N_c$ ,  $N_s$  en  $N_f$ . De som van deze krachten is gelijk aan de belasting  $N$ :

$$N_c + N_f + N_s = N \quad (14)$$

De specifieke vervormingen van het beton, het staal en de fusee's zijn gelijk:

$$\epsilon_c = \epsilon_f = \epsilon_s = \epsilon_0 \quad (15)$$

De krachten in het beton, de fusee's en het staal volgen uit respectievelijk:

$$\begin{aligned} N_c &= A_c \cdot E_c \cdot \epsilon_c \\ N_f &= A_f \cdot E_f \cdot \epsilon_f \\ N_s &= A_s \cdot E_s \cdot \epsilon_s \end{aligned}$$

Substitutie in de vergelijking voor de specifieke vervormingen geeft:

$$\epsilon_0 = \frac{N_c}{A_c \cdot E_c} = \frac{N_f}{A_f \cdot E_f} = \frac{N_s}{A_s \cdot E_s} \quad (16)$$

Substitueer de specifieke vervormingen in de vergelijking voor het evenwicht:

$$N = A_c \cdot E_c \cdot \epsilon_0 + A_f \cdot E_f \cdot \epsilon_0 + A_s \cdot E_s \cdot \epsilon_0 \quad (17)$$

Vervolgens wordt met deze vergelijking de onmiddellijke vervorming berekend:

$$\epsilon_0 = \frac{N}{A_c \cdot E_c \cdot m_{EA, t=0}} \quad \text{met:} \quad m_{EA, t=0} = 1 + A_f \cdot n_f / A_c + A_s \cdot n_s / A_c \quad (18)$$

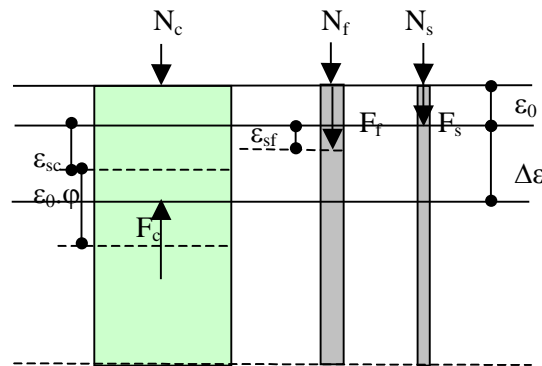


Vervolgens worden de spanningen in het beton, de fusées en het staal berekend met:

$$\sigma_c = E_c \cdot \varepsilon_0 \quad \sigma_f = E_f \cdot \varepsilon_0 \quad \sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_0.$$

Door de kruip neemt de specifieke vervorming toe met  $\phi \cdot \varepsilon_0$ . De totale vervorming is dan  $\varepsilon_0 \cdot (1 + \phi)$ . Daarnaast ondergaat het beton en de fusee's ook een krimpverkorting. Door krimp wordt de specifieke verkorting van het beton en de fusees vergroot met respectievelijk  $\varepsilon_{sc}$  en  $\varepsilon_{sf}$ . Stel dat de verandering van de verkorting door krimp en kruip leidt tot een verkorting van de constructie gelijk aan  $\Delta\varepsilon$ . Op een tijdstip  $t$  is de totale specifieke verkorting gelijk aan:  $\varepsilon_t = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon$ .

De constructie is een eenheid, de vervormingen van de materialen is gelijk. Op het beton, het staal en de fusees worden interne krachten uitgeoefend. het staal en de fusée's worden belast met een interne drukkracht van respectievelijk  $F_s$  and  $F_f$ . Het beton wordt belast met een interne trekkracht  $F_c$ . De grootte van de interne krachten  $F_c$ ,  $F_f$  en  $F_s$  volgen uit het evenwicht van de krachten en de vervormingen. De interne krachten zijn in evenwicht, er geldt dus:  $F_c + F_f + F_s = 0$



Figuur 7. Krachten en vervormingen in een samengestelde constructie met beton, staal en fusée's.

Door de interne kracht  $F_c$  wordt de specifieke vervorming van het beton verminderd met  $\varepsilon = F_c / A_c E_c$ .

Gedurende de tijd  $t$  zal de specifieke vervorming door de interne kracht  $F_c$  vermeerderen door kruip met  $F_c \cdot k \cdot \phi / A_c E_c$ . De interne kracht is niet constant maar neemt in de loop van de tijd toe. Met een factor  $k$  wordt dit effect verdisconteerd, Scherpbier toonde aan dat deze factor  $k$  gelijk is aan  $k = 1/2$  [Sch]. De specifieke vervorming door de interne kracht  $F_c$  inclusief kruip is dan gelijk aan:  $F_c (1 + 1/2 \phi) / A_c E_c$ ,

De specifieke vervorming van het beton volgt uit:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_0 \cdot \phi + \varepsilon_{sc} - \frac{F_c (1 + 1/2 \phi)}{A_c E_c} \quad (20)$$

$$\text{De specifieke vervorming van de fusée's is gelijk aan: } \varepsilon_t = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_{sf} + \frac{F_f}{A_f E_f} \quad (21)$$

$$\text{De specifieke vervorming van het staal is gelijk aan: } \varepsilon_t = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{F_s}{A_s E_s} \quad (22)$$

Met (21) en (22) wordt gevonden:

$$\varepsilon_0 + \varepsilon_{sf} + \frac{F_f}{A_f E_f} = \varepsilon_0 + \frac{F_s}{A_s E_s} \quad \rightarrow \quad F_f = F_s \cdot \frac{A_f E_f}{A_s E_s} - \varepsilon_{sf} \cdot A_f E_f \quad (23)$$

Vervolgens worden (23) en (20) gecombineerd:

$$\varepsilon_0 + \varepsilon_0 \cdot \phi + \varepsilon_{sc} - \frac{F_c (1 + \frac{1}{2} \cdot \phi)}{A_c E_c} = \varepsilon_0 + \frac{F_s}{A_s E_{fs}} \rightarrow F_c = - \frac{F_s \cdot A_c E_c}{A_s E_s (1 + \frac{1}{2} \cdot \phi)} + (\varepsilon_0 \cdot \phi + \varepsilon_{sc}) \frac{A_c E_c}{(1 + \frac{1}{2} \cdot \phi)} \quad (24)$$

Substitueer  $F_f$  (23) en  $F_c$  (24) in de expressie voor het evenwicht van de krachten:  $F_c = F_f + F_s$

$$- \frac{F_s \cdot A_c E_c}{A_s E_s (1 + \frac{1}{2} \cdot \phi)} + (\varepsilon_0 \cdot \phi + \varepsilon_{rc}) \frac{A_c E_c}{(1 + \frac{1}{2} \cdot \phi)} = F_s \cdot \frac{A_f E_f}{A_s E_s} - \varepsilon_{rf} \cdot A_f E_f + F_s$$

De kracht  $F_s$  volgt dan uit:

$$F_s = A_s E_s \cdot \left[ \frac{(\varepsilon_0 \cdot \phi + \varepsilon_{rc}) \cdot A_c E_c / (1 + \frac{1}{2} \cdot \phi) + \varepsilon_{sf} \cdot A_f E_f}{A_c E_c / (1 + \frac{1}{2} \cdot \phi) + A_f E_f + A_s E_s} \right]$$

$$F_s = A_s E_s \left[ \frac{(\varepsilon_0 \cdot \phi + \varepsilon_{rc}) \cdot A_c / (1 + \frac{1}{2} \cdot \phi) + \varepsilon_{sf} \cdot A_f n_f}{A_c / (1 + \frac{1}{2} \cdot \phi) + A_f n_f + A_s n_s} \right] \quad (25)$$

Vervolgens worden de krachten in het beton en de fusees berekend met (24) en (23). Na een tijd  $t$  zijn de krachten in het beton, de fusees en het staal respectievelijk:

|         |             |
|---------|-------------|
| Beton:  | $N_c - F_c$ |
| Fusees: | $N_f + F_f$ |
| Staal:  | $N_s + F_s$ |

#### Permanente belasting:

Door de permanente belasting is de normaalkracht voor  $x = \frac{1}{4} l$  gelijk aan:  $N = 30,2$  kN.

De specifieke vervorming volgt uit (18):  $\varepsilon_0 = \frac{N}{A_c \cdot E_c \cdot m_{EA, t=0}}$  met:  $m_{EA, t=0} = 1,42$

De specifieke vervorming is:  $\varepsilon_0 = \frac{30200}{54,7 \cdot 10^3 \cdot 2,1 \cdot 10^4 \cdot 1,42} = 0,0185 \cdot 10^{-3}$

De normaal spanning en kracht in het betonde fusees en het staal is respectievelijk:

$$\begin{aligned} \sigma_c = \varepsilon_0 E_c &= 0,0185 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^4 = 0,39 \text{ N/mm}^2 & N_c = \sigma_c A_c &= 0,39 \cdot 54,7 \cdot 10^3 = 21,2 \cdot 10^3 \text{ N} \\ \sigma_f = \varepsilon_0 E_f &= 0,0185 \cdot 10^{-3} \cdot 1,7 \cdot 10^4 = 0,32 \text{ N/mm}^2 & N_f = \sigma_f A_f &= 0,32 \cdot 24,2 \cdot 10^3 = 7,6 \cdot 10^3 \text{ N} \\ \sigma_s = \varepsilon_0 E_s &= 0,0185 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^5 = 3,9 \text{ N/mm}^2 & N_s = \sigma_s A_s &= 3,9 \cdot 2 \cdot 157 = 1,2 \cdot 10^3 \text{ N} \end{aligned}$$

#### Tijdsafhankelijke vervorming

Door de kruip en krimp zal de specifieke vervorming toenemen met  $\Delta\varepsilon$ . Voor  $t = \infty$  is de specifieke vervorming gelijk aan:  $\varepsilon_{t=\infty} = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon$ . Door krimp zal het beton en de fusee's verkorten met respectievelijk  $\varepsilon_{rc}$  en  $\varepsilon_{rf}$ . Voor de specifieke krimp vervorming van het beton en de fusees wordt respectievelijk aangehouden:  $\varepsilon_{rc} = 0,45 \cdot 10^{-3}$  en  $\varepsilon_{rf} = 0,1 \cdot 10^{-3}$ . Door de kruip neemt de vervorming van het beton toe met  $\phi \cdot \varepsilon$ , de totale vervorming is dan  $\varepsilon \cdot (1 + \phi)$ . voor de kruipfactor wordt aangehouden  $\phi = 3,8$ .

Voor de permanente belasting is de specifieke vervorming gelijk aan:  $\varepsilon_0 = 0,0185 \cdot 10^{-3}$

De kracht  $F_s$  volgt uit (25):

$$F_s = A_s E_s \left[ \frac{(\varepsilon_0 \cdot \phi + \varepsilon_{rc}) \cdot A_c / (1 + \frac{1}{2} \cdot \phi) + \varepsilon_{rf} \cdot A_f n_f}{A_c / (1 + \frac{1}{2} \cdot \phi) + A_f n_f + A_s n_s} \right] \quad (16)$$

Met:

$$E_c = 2,1 * 10^4 \text{ N/mm}^2, E_f = 1,7 * 10^4 \text{ N/mm}^2, n_f = 0,81, E_s = 2,1 * 10^5 \text{ N/mm}^2, n_s = E_s/E_c = 10, \\ A_c = 54,7 * 10^3 \text{ mm}^2, A_f = 24,2 * 10^3 \text{ mm}^2, A_s = 2 * 157 \text{ mm}^2$$

Substitutie geeft:

$$F_s = 157 * 2 * 2,0 * 10^5 * \frac{[(0,0185 * 10^{-3} * 3,8 + 0,4 * 10^{-3}) * 54,7 * 10^3 / (1 + \frac{1}{2} * 3,8) + 0,1 * 10^{-3} * 24,2 * 10^3 * 0,81]}{54,7 * 10^3 / (1 + \frac{1}{2} * 3,8) + 24,2 * 10^3 * 0,81 + 2 * 157 * 10}$$

$$F_s = 16,3 * 10^3 \text{ N}$$

De kracht  $F_f$  volgt uit:  $F_f = F_s \frac{A_f E_f}{A_s E_s} - \epsilon_{rf} A_f E_f \rightarrow$

$$F_f = \frac{16,3 * 10^3 * 24,2 * 10^3 * 17000}{2 * 157 * 2,0 * 10^5} - 0,1 * 10^{-3} * 24,2 * 10^3 * 17000 = 65,6 * 10^3 \text{ N}$$

De kracht  $F_c$  volgt uit  $F_c = F_f + F_s \rightarrow F_c = 65,6 * 10^3 + 16,3 * 10^3 = 81,9 * 10^3 \text{ N}$

Voor  $t = \infty$  zijn de krachten in het beton, de fusées en het staal respectievelijk:

De kracht in het beton is:  $N_c - F_c = -21,2 * 10^3 + 81,9 * 10^3 = +60,7 * 10^3 \text{ N}$

De kracht in de fusees is:  $N_f + F_f = -7,6 * 10^3 - 61,6 * 10^3 = -73,2 * 10^3 \text{ N}$

De kracht in het staal is:  $N_s + F_s = -1,2 * 10^3 - 16,3 * 10^3 = -17,5 * 10^3 \text{ N}$

De normaal spanning in het beton is gelijk aan:  $\sigma_c = N_c / A_c = + 1,1 \text{ N/mm}^2$

De normaal spanning in de fusees is gelijk aan:  $\sigma_f = N_f / A_f = - 3,0 \text{ N/mm}^2$

De normaal spanning in de wapening is gelijk aan:  $\sigma_s = N_s / A_s = - 56,0 \text{ N/mm}^2$

*Tabel 7. Krachten en spanningen in de doorsnede voor  $t = 0$  en  $t = \infty$ .*

|          | $t = 0,$       | $t = \infty,$  | $t = \infty,$       | $t = \infty,$           |
|----------|----------------|----------------|---------------------|-------------------------|
|          | Normaal kracht | Interne kracht | resulterende kracht | resulterende spanning   |
| beton:   | -21,2 kN       | + 81,9 kN      | +60,7 kN            | +1,1 N/mm <sup>2</sup>  |
| fusees:  | -7,6 kN        | - 73,2 kN      | -73,2 kN            | -3,0 N/mm <sup>2</sup>  |
| wapening | -1,2 kN        | - 16,3 kN      | 17,5 kN             | -56,0 N/mm <sup>2</sup> |

Door de tijdsafhankelijke vervormingen veranderen de interne krachten aanzienlijk. In eerste instantie wordt de gehele doorsnede op druk belast. Door de krimp en kruipvervorming veranderen de krachten in het beton, de fusees en het staal. Na een zekere tijd wordt het beton op trek belast en nemen de drukspanningen in het staal en de fusees toe. Door de trekkracht in het beton en de buigspanningen door de veranderlijke belastingen zal de doorsnede scheuren.

#### Gescheurde constructie

Het beton wordt op trek belast en kan scheuren. In een scheur wordt de belasting opgenomen door het staal en de fusée's.

De interne kracht in het beton volgt uit volgt uit:  $N_c - F_c = 0$

De belasting wordt opgenomen door de fusées en de wapening:  $N = (N_c - F_c) + (N_f + F_f) + (N_s + F_s)$

De specifieke vervorming van de fusées is gelijk aan de specifieke vervorming van het staal:

$$\varepsilon_t = \frac{N_s + F_s}{A_s E_s} = \varepsilon_{rf} + \frac{N_f + F_f}{A_f E_f} \quad \rightarrow \quad (N_f + F_f) = A_f E_f * \left( \frac{N_s + F_s}{A_s E_s} - \varepsilon_{rf} \right)$$

De kracht ( $N_s + F_s$ ) volgt uit het krachterevenwicht:

$$N = A_f E_f \left( \frac{N_s + F_s}{A_s E_s} - \varepsilon_{rf} \right) + (N_s + F_s) \quad \rightarrow \quad (N_s + F_s) = \frac{A_f E_f * \varepsilon_{rf} + N}{A_f E_f / A_s E_s + 1}$$

$$(N_s + F_s) = \frac{24,2 * 10^3 * 1,7 * 10^4 * 0,1 * 10^{-3} + 30,2 * 10^3}{24,2 * 10^3 * 1,7 * 10^4 / (2 * 157 * 2,0 * 10^5) + 1} = 9,5 * 10^3 \text{ N}$$

De kracht in de fusees volgt uit:  $(N_f + F_f) = A_f E_f \left( \frac{N_s + F_s}{A_s E_s} - \varepsilon_{rf} \right) \quad \rightarrow$

$$(N_f + F_f) = 24,2 * 10^3 * 1,7 * 10^4 * \left( \frac{9,5 * 10^3}{2 * 157 * 2,0 * 10^5} - 0,1 * 10^{-3} \right) = 21 * 10^3 \text{ N}$$

In de gescheurde doorsnede is de belasting op het beton gelijk aan  $N_c = 0$ .

De normaal spanning in het beton is dan gelijk aan:  $\sigma_c = 0 \text{ N/mm}^2$

De normaal spanning in de fusees is gelijk aan:  $\sigma_f = (N_f + F_f) / A_f = -0,9 \text{ N/mm}^2$

De normaal spanning in het staal is gelijk aan:  $\sigma_s = (N_s + F_s) / A_s = -30,2 \text{ N/mm}^2$

Tabel 8. Krachten en spanningen in de gescheurde doorsnede  $t = \infty$ .

|          | resulterende kracht | resulterende spanning   |
|----------|---------------------|-------------------------|
| beton:   | 0 kN                | 0 N/mm <sup>2</sup>     |
| fusees:  | -21,0 kN            | -0,9 N/mm <sup>2</sup>  |
| wapening | -9,5 kN             | -30,2 N/mm <sup>2</sup> |

In een doorsnede belast met een normaal drukkracht vindt door de tijdsafhankelijke effecten een herverdeling plaats die leidt tot trekspanningen in het beton. Scheurt de constructie dan wordt de normaalkracht in de scheur door de fusees en de wapening opgenomen. De stijfheid van de constructie zal afnemen.

### Berekening van het breukmoment

De berekening van het uiterst opneembaar moment is gebaseerd op de volgende uitgangspunten:

- Hypothese van Bernoulli: een vlakke doorsnede belast met een buigend moment blijft vlak;
- Beton kan geen trekspanningen opnemen:  $\sigma_c \leq 0$ ;
- De spanning in het beton is kleiner of gelijk dan de uiterst opneembare spanning:  $\sigma_c \leq f_c$ ;
- De spanning in het staal is kleiner of gelijk dan de uiterst opneembare spanning:  $\sigma_s \leq f_s$ ;

### Doorsnede symmetrisch gewapend belast met excentrisch aangrijpende normaalkracht

De constructie heeft een breedte  $b$  en een hoogte  $h$ , en wordt belast met een excentrisch aangrijpende normaalkracht, met een excentriciteit:

$$e_d = M_d / N_d.$$

De hoogte van de betondrukzone is gelijk aan:  $x = k_x \cdot h$ .

De diameter van de wapening is gelijk aan  $\varnothing$ .

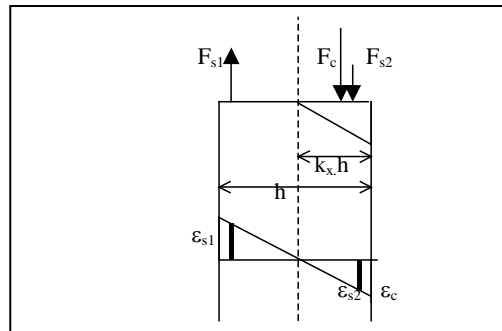
De dekking op de wapening is  $c$ .

De afstand van het hart van de wapening tot de rand van de doorsnede is gelijk aan  $d$ . Voor een plaat met geen verdeelwapening wordt  $d$  berekend met:

$$d = (\frac{1}{2}\varnothing + c)$$

De doorsnede is symmetrisch gewapend, de wapening aan de gedrukte zijde is gelijk aan de trekwapening:  $A'_s = A_s$ , de wapeningsfractie volgt uit:

$$\omega = \frac{A_{s1} + A_{s2}}{b \cdot h}$$



Figuur 8. Spanning-rek diagram voor een gewapende betonconstructie.

Het opneembaar moment wordt berekend met de vergelijkingen voor de spanning-rek relaties en het evenwicht van krachten en momenten:

De krachten zijn in evenwicht:  $\Sigma F = 0$   
 De momenten zijn in evenwicht:  $\Sigma M = 0$   
 De spanning-rek relatie:  $\sigma = E \cdot \epsilon$

Krachten:

De drukkracht in het beton is gelijk aan:  $N_c = \beta \cdot b \cdot h \cdot k_x \cdot \sigma_c$ , met  $\beta = 0,75$

De drukkracht in het staal is gelijk aan:  $N'_s = \frac{1}{2} \omega \cdot b \cdot h \cdot \sigma_{s2}$

De trekkracht in het staal is gelijk aan:  $N_s = \frac{1}{2} \omega \cdot b \cdot h \cdot \sigma_{s1}$ .

Gegevens doorsnede: hoogte:  $h = 110$  mm,  
 breedte:  $b = 1000$  mm;  
 Beton: C12/15; uiterste drukspanning:  $f_{cd} = 12/1,5 = 8$  N/mm<sup>2</sup>;  
 Wapening:  $\text{Ø}6-180$  o/b,  $A_s = 2 \cdot 167$  mm<sup>2</sup>,  
 Staal FeB 220; uiterste spanning:  $f_s = 220/1,15 = 191$  N/mm<sup>2</sup>;  
 dekking op de wapening;  $c = 25$  mm,  $d/h = (25+6/2)/110 = 0,25$ ;

De wapeningsfractie volgt uit:  $\omega = \frac{A_{s1} + A_{s2}}{b \cdot h} = \frac{2 \cdot 157}{110 \cdot 1000} = 0,00285$

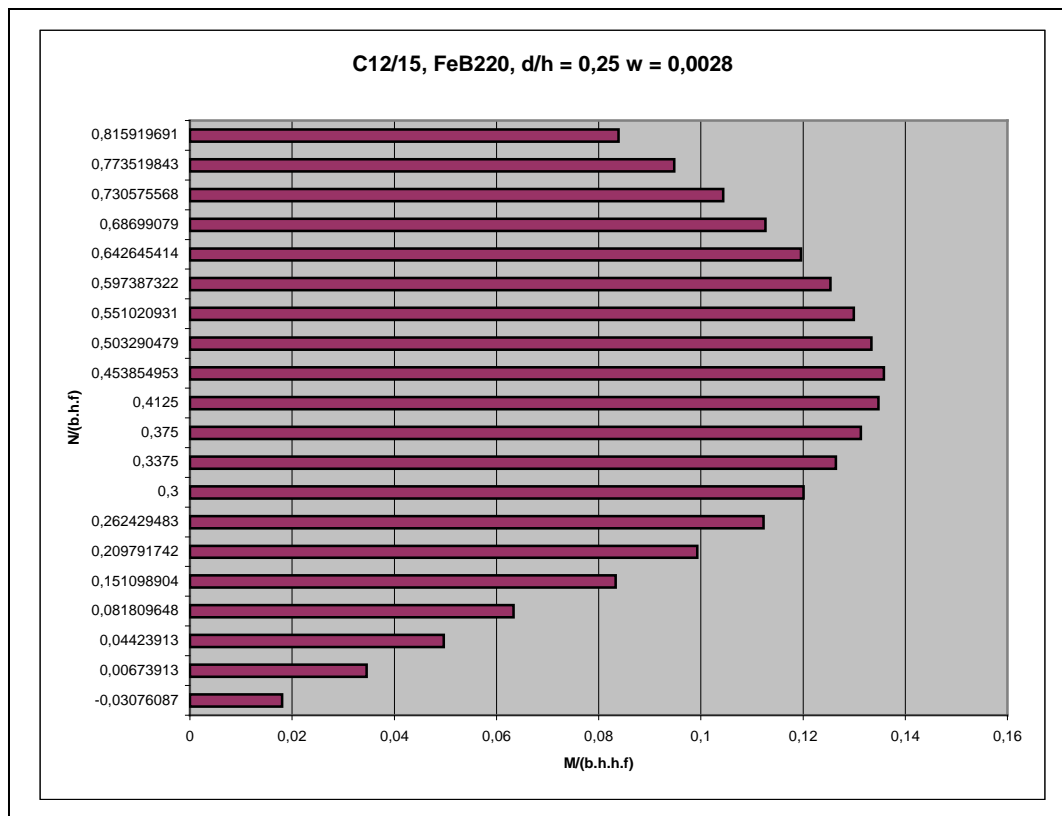
De rekenwaarde van het moment door de asymmetrische veranderlijke belasting, exclusief tweede orde, is

$$M_d = 1,5 \cdot 1,7 = 2,55 \text{ kNm.}$$

Normaalkracht door de permanente en asymmetrische belasting:

$$N_d = 1,2 \cdot 30,2 + 1,5 \cdot 5,2 = 44,0 \text{ kN.}$$

$$\frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{44000}{110000 \cdot 8} = 0,05$$



Grafiek 1. Opneembaar moment en normaalkracht, voor een symmetrisch gewapende plaat C12/15 met een wapeningsfractie  $\omega = 0,0028$

Uit de grafiek volgt voor  $N_d/(b \cdot h_t \cdot f_d) = 0,05$  het uiterst opneembaar moment:  $M_u/(b \cdot h_t^2 \cdot f_d) = 0,051$ . Het uiterst opneembare moment is dan gelijk aan:  $M_u = 4,9 \text{ kNm}$ .

Om de grootte van het tweede orde effect te bepalen wordt in de volgende paragraaf de stijfheid van de constructie bepaald voor de uiterste grenstoestand.

### Bepaling van de stijfheid van de gescheurde constructie met de VBC 1990

Ter indicatie wordt de stijfheid bepaald met de methode beschreven in de VBC 1990. In deze norm werd de stijfheid bepaald voor de uiterste grenstoestand met een fictieve elasticiteitsmodulus waarin de scheurvorming werd verdisconteerd:  $EI = E_f \cdot I_0$

met:  $I_0$  = het kwadratisch oppervlaktemoment van de ongescheurde constructie.  
 $E_f$  = de fictieve elasticiteitsmodulus.

Voor C12/15 is volgens VBC1990, tabel 15, de fictieve elasticiteitsmodulus gelijk aan:

$$E_f = 4500 \cdot \omega_{ot} + (12000 + 200 \omega_{ot}) \cdot \alpha_n > 3450 \text{ N/mm}^2$$

Het wapeningspercentage van de constructie volgt uit:  $\omega_{ot} = \frac{A'_s + A_s}{b \cdot h} \cdot 100 = \frac{2 \cdot 157 \cdot 100}{1000 \cdot 110} = 0,285$

De rekenwaarde van de normaalkracht inclusief belastingfactoren is:  $N_d = 44 \text{ kN}$

De factor  $\alpha_n$  wordt bepaald met:  $\alpha_n = \frac{N_d}{A_b f_c + A_s f_s} = \frac{44 \cdot 10^3}{110000 \cdot (8 + 0,00285 \cdot 220)} = 0,046$

De fictieve stijfheid wordt vervolgens berekend met:

$$E_f = 4500 * 0,285 + (12000 + 200 * 0,285) * 0,046 = 1837 < 3450 \text{ N/mm}^2$$

De stijfheid van de gescheurde constructie is dan:  $EI = 3450 * 1000 * 110^3/12 = 0,38 * 10^{12} \text{ Nmm}^2$

De knikkracht is, uitgaande van deze stijfheid, gelijk aan:

$$N_{cr} = \frac{EI * [\pi^2/\phi^2 - 1]}{R^2} = \frac{0,38 * 10^{12} * [\pi^2/0,463^2 - 1]}{(16,4 * 10^3)^2} = 64 * 10^3 \text{ N}$$

Voor de permanente en asymmetrisch belasting is de normaalkracht voor  $x = 1/4.l$  gelijk aan  $N = 44 \text{ kN}$ . Het knikgetal volgt uit:

$$n = N_{cr}/N = 64/44 = 1,45$$

Het moment door de asymmetrische belasting wordt inclusief tweede orde:

$$M = 2,55 * 1,45/(1,45 - 1) = 8,2 \text{ kNm.}$$

Dit moment is groter dan het uiterst opneembaar moment  $M_u = 4,9 \text{ kNm}$ . De constructie bezwijkt in de uiterste grenstoestand door de extreme toename van het tweede orde effect.

### **Berekening van de stijfheid, uiterste grenstoestand**

De stijfheid van een betonconstructie wordt bepaald door de scheurvorming. Deze wordt bepaald door een groot aantal parameters zoals de normaalkracht, de excentriciteit van de belasting en de materiaaleigenschappen. Daar de stijfheid niet constant is wordt deze met een MN $\kappa$  diagram bepaald. Voor het bepalen van het MN $\kappa$  diagram wordt het scheurmoment en het vloeimoment bepaald met de bijbehorende krommingen. De krommingen worden bepaald met  $\kappa = \epsilon_c/x$ . Vervolgens wordt met het MN $\kappa$  voor een gegeven normaalkracht en een gegeven moment de stijfheid bepaald met  $EI = M/\kappa$

#### Uitgangspunten

De momenten worden berekend met de n-methode, n is de verhouding van de elasticiteitsmodulus van het staal en beton,  $n = E_s/E_c$ . Deze methode is gebaseerd op de volgende veronderstellingen:

- Hypothese van Bernouilli: een vlakke doorsnede belast met een buigend moment blijft vlak;
- De verlengingen door de buigende momenten zijn recht evenredig met de afstand tot het zwaartepunt van de doorsnede;
- De spanning in het beton is kleiner of gelijk dan de uiterst opneembare spanning:  $\sigma_c \leq f_c$ ;
- De spanning in het staal is kleiner of gelijk dan de uiterst opneembare spanning:  $\sigma_s \leq f_s$ ;
- De wet van Hooke, de verlengingen zijn recht evenredig met de spanningen:  $\epsilon = \sigma/E$ ;
- De verhouding van de elasticiteitsmodulus van het staal en beton is constant:  $n = E_s/E_c$ ;

#### Geometrie doorsnede

De constructie heeft een breedte b en een hoogte h en is belast met een excentrisch aangrijpende normaalkracht N. De excentriciteit is gelijk aan e. De hoogte van de betondrukzone is gelijk aan:  $x = k_x * h$ . De diameter van de wapening is gelijk aan  $\phi$ . De dekking op de wapening is c. De afstand van het hart van de wapening tot de rand van de doorsnede is gelijk aan d. Er wordt geen verdeelwapening toegepast zodat d volgt uit:

$$d = (1/2\phi + c)$$

De doorsnede is symmetrisch gewapend, de wapening aan de gedrukte zijde is gelijk aan de trekwapening:  $A_{s2} = A_{s1}$ .

Het wapeningspercentage volgt uit:

$$\omega = \frac{A_{s1} + A_{s2}}{b \cdot h}$$

De momenten worden berekend met de vergelijkingen voor het evenwicht van krachten:  $\Sigma F = N$ , het evenwicht van momenten:  $\Sigma M = 0$  en de spanning-rek relatie:  $\sigma = E \cdot \varepsilon$ .

#### Minimum waarde voor de stijfheid uitgaande van een beton trekspanning $\sigma_{ct} = 0$

Door de krimp en kruip verandert de verdeling van de krachten in een constructie samengesteld uit fusees, beton en staal. Door scheurvorming zal de stijfheid afnemen. In een scheur is de trekspanning van het beton nihil. In het moment/kromming diagram wordt dit verdisconteerd door te rekenen met geen trekspanningen in het beton,  $\sigma_{ct} = 0$ . In de praktijk zal in de doorsnede tussen de scheuren het beton wel een trekspanning kunnen opnemen (Worstcase benadering).

#### Scheurmoment met $\sigma_{ct} = 0$

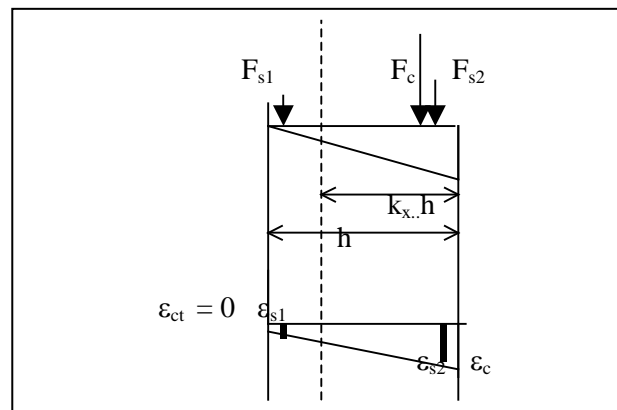
Berekening van het moment  $M_r$  waarbij in de doorsnede aan de getrokken zijde de trekspanning in het beton nihil is. Het evenwicht van de krachten luidt:

$$F_c + F_{s2} + F_{s1} = N_d$$

De drukkracht in het beton in de gedrukte zijde is gelijk aan:  $F_c = \frac{1}{2} b \cdot h \cdot \sigma_c$

De staalspanning in de drukzone volgt uit:  $\sigma_{s2} = n \cdot E_c \cdot \varepsilon_c \cdot (1 - d/h)$

De staalspanning in de trekzone volgt uit:  $\sigma_{s1} = n \cdot E_c \cdot \varepsilon_c \cdot d/h$



Figuur 9. Spanning rek diagram voor een gewapende betonconstructie.

Substitutie van deze vergelijkingen in de vergelijking voor het evenwicht van de krachten geeft:

$$\frac{1}{2} \sigma_c + \frac{1}{2} n \cdot \omega \cdot \sigma_c \cdot (1 - d/h + d/h) = \frac{N_d}{b \cdot h}$$

$$\sigma_c = \frac{N_d / (b \cdot h)}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} n \cdot \omega}$$

Met de berekende betonspanning worden de krachten en het moment berekend.

Voor de gegeven doorsnede zijn de gegevens:

betonkwaliteit C12/15.  $E_c = 8 / (1,75 \cdot 10^{-3}) = 4571 \text{ N/mm}^2$ ,  $d/h = 28/110 = 0,25$ .

De verhouding elasticiteitsmodulus van het staal en beton is:  $n = E_s / E_c = 2 \cdot 10^5 / 4571 = 44$ ,

De wapeningsfractie volgt uit:

$$\omega = \frac{A_{s1} + A_{s2}}{b \cdot h} = \frac{2 \cdot 157}{110 \cdot 1000} = 0,00285$$



Vervolgens wordt  $n \cdot \omega$  berekend:  $n \cdot \omega = 0,125$

Belasting  $N_d = 44 \text{ kN}$ ,  $\frac{N_d}{b \cdot h} = \frac{44000}{110 \cdot 1000} = 0,4$

Bepaal vervolgens de betonspanning met:  $\sigma_c = \frac{N/(b \cdot h)}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} n \cdot \omega} = \frac{0,4}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 0,125} = 0,71 \text{ N/mm}^2$

De specifieke vervorming is gelijk aan:  $\varepsilon_c = \sigma_c / E_c = 0,71 / 4571 = 0,156 \cdot 10^{-3}$

Vervolgens worden de krachten bepaald:  
 $F_c = 0,71 \cdot 110000 / 2 = 39 \cdot 10^3 \text{ N}$ ,  
 $F_{s1} = 0,156 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 157 \cdot 0,75 = 3,7 \cdot 10^3 \text{ N}$ ,  
 $F_{s2} = 0,156 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 157 \cdot 0,25 = 1,2 \cdot 10^3 \text{ N}$ ,

Het moment wordt berekend met:  
 $M_r = F_c \cdot h/6 + (F_{s2} - F_{s1}) \cdot h \cdot (\frac{1}{2} - d/h)$   
 $M_r = 0,78 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$

De kromming voor dit moment volgt uit:  $\kappa_r = \frac{\varepsilon_c}{h} = \frac{0,156 \cdot 10^{-3}}{110} = 1,4 \cdot 10^{-6} \text{ [1/mm]}$

De stijfheid van de constructie volgt uit:  $EI_r = M_r / \kappa_r = 0,78 \cdot 10^6 / (1,4 \cdot 10^{-6}) = 0,56 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$

### Vloeimoment

Berekening van het moment waarbij de wapening vloeit. De normaalkracht is klein zodat ook de drukzone klein is en in de wapening aan de getrokken zijde de uiterste spanning zal worden bereikt. Verder wordt veronderstelt dat de maximaal optredende betonspanning kleiner is dan de uiterste drukspanning en het beton aan de trekzijde gescheurd is.

Het evenwicht van de krachten luidt:  $F_c + F_{s2} - F_{s1} = N_d$

De trekkracht in het staal is gelijk aan:  $F_{s1} = \frac{1}{2} \omega \cdot b \cdot h \cdot f_s$

De drukkracht in het beton is gelijk aan:  $F_c = \frac{1}{2} b \cdot h \cdot k_x \cdot \sigma_c$

De kracht in het staal in de drukzone is:  $F_{s2} = \frac{1}{2} \omega \cdot b \cdot h \cdot \sigma_{s2}$

Substitutie van de krachten in de evenwichtsvergelijking geeft:

$$\frac{1}{2} b \cdot h \cdot k_x \cdot \sigma_c + \frac{1}{2} \omega \cdot b \cdot h \cdot \sigma_{s2} - \frac{1}{2} \omega \cdot b \cdot h \cdot \sigma_{s1} = N_d$$

De staalspanning in de drukzone volgt uit:  $\sigma_{s2} = \frac{f_s \cdot (k_x - d/h)}{1 - d/h - k_x}$

De betonspanning volgt uit:  $\sigma_c = \frac{E_c \cdot \varepsilon_{s1} \cdot k_x}{(1 - d/h - k_x)} \rightarrow \sigma_c = \frac{f_s \cdot k_x}{n \cdot (1 - d/h - k_x)}$

Substitutie van deze vergelijkingen in het evenwicht van krachten geeft:

$$\frac{\frac{1}{2} k_x^2}{(1 - d/h - k_x)} + \frac{(k_x - d/h) \cdot \frac{1}{2} n \cdot \omega}{(1 - d/h - k_x)} - \frac{1}{2} n \cdot \omega = \frac{N_d \cdot n}{f_s \cdot b \cdot h}$$

De vergelijking wordt vereenvoudigd door vermenigvuldiging met  $(1 - d/h - k_x)$ :

$$\frac{1}{2} k_x^2 + \frac{1}{2} n \cdot \omega \cdot (k_x - d/h) - \frac{1}{2} n \cdot \omega (1 - d/h - k_x) - \frac{n \cdot N_d \cdot (1 - d/h - k_x)}{f_s \cdot b \cdot h} = 0$$

$$\frac{1}{2} k_x^2 + k_x \left( n \cdot \omega + \frac{n \cdot N_d}{f_s \cdot b \cdot h} \right) - \frac{n \cdot N_d}{f_s \cdot b \cdot h} (1 - d/h) - \frac{1}{2} n \cdot \omega = 0$$

De oplossing van deze vergelijking luidt:

$$k_x = - \left( n \cdot \omega + \frac{n \cdot N_d}{f_s \cdot b \cdot h} \right) + \left[ \left( n \cdot \omega + \frac{n \cdot N_d}{f_s \cdot b \cdot h} \right)^2 + 2 \cdot \frac{n \cdot N_d}{f_s \cdot b \cdot h} (1 - d/h) + n \cdot \omega \right]^{1/2} \quad (26)$$

Vervolgens wordt het moment bepaald met:  $M_{et} = N_c * (1/2 - k_x/3) * h + (F_{s1} + F_{s2}) \cdot h \cdot (1/2 - d/h)$

De kromming voor dit moment volgt uit:  $\kappa_{et} = \frac{\epsilon_{s1}}{(1 - d/h - k_x) \cdot h} \quad (27)$

De stijfheid van de constructie volgt met  $\kappa_{et} = M_{et}/EI$  uit:  $EI = M_{et}/\kappa_{et}$

Berekening van het vloeimoment en de bijbehorende stijfheid,  $t = \infty$

De constructie heeft een breedte  $b = 1000$  en een hoogte  $h_t = 110$  mm. De normaalkracht door de permanente belasting is gelijk aan:

$$N_d = 44 \text{ kN.}$$

Wapening  $\phi 6-180$  o/b, Feb220,

$$A_s = A_s' = 157 \text{ mm}^2.$$

De maximale spanning in het staal is gelijk aan:

$$f_s = 220/1,15 = 191 \text{ N/mm}^2$$

De dekking op de wapening is gelijk aan:

$$c = 25 \text{ mm.}$$

De afstand van het hart van de wapening tot de rand van de doorsnede is gelijk aan  $d$ .

$$d/h = (1/2\phi + c)/h = (1/2 \cdot 6 + 25)/110 = 0,25$$

De doorsnede is symmetrisch gewapend, de wapening aan de gedrukte zijde is gelijk aan de trekwapening:  $A_s' = A_s$ .

De wapeningsfractie volgt uit:

$$\omega = \frac{A_s' + A_s}{b \cdot h} = \frac{2 \cdot 157}{1000 \cdot 110} = 0,00285$$

Betonkwaliteit C12/15.  $E_c = 4571 \text{ N/mm}^2$ ,

Verhouding elasticiteitsmodulus van het staal en beton:  $n = E_s/E_c = 2 \cdot 10^5/4571 = 44$ ,  $n \cdot \omega = 0,125$

Belasting  $N_d = 44 \text{ kN}$ ,

→

$$\frac{n \cdot N_d}{b \cdot h \cdot f_s} = \frac{44 \cdot 44000}{110000 \cdot 191} = 0,092$$

Verondersteld wordt dat in deze constructie, die wordt belast door een relatief kleine normaalkracht, de vloeispanning wordt bereikt in de trekwapening en dat de optredende betonspanning kleiner is dan de maximale drukspanning. Uitgaande van deze veronderstellingen wordt nu het moment berekend waarbij de trekwapening vloeit.

Berekening van de grootte van de drukzone (26):

$$k_x = - \left( n \cdot \omega + \frac{n \cdot N_d}{f_s \cdot b \cdot h} \right) + \left[ \left( n \cdot \omega + \frac{n \cdot N_d}{f_s \cdot b \cdot h} \right)^2 + 2 \cdot \frac{n \cdot N_d}{f_s \cdot b \cdot h} (1 - d/h) + n \cdot \omega \right]^{1/2}$$

$$k_x = - (0,125 + 0,092) + \left[ (0,125 + 0,092)^2 + 2 \cdot 0,092 \cdot (1 - 0,25) + 0,125 \right]^{1/2} = 0,34$$

Vervolgens worden de spanningen in de gedrukte zijde bepaald voor het staal en het beton:

$$\sigma_{s2} = f_s \cdot \frac{(k_x - d/h)}{(1 - d/h - k_x)} = 191 \cdot \frac{(0,34 - 0,25)}{(1 - 0,25 - 0,34)} = 42 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_c = \frac{f_s \cdot k_x}{n \cdot (1 - d/h - k_x)} = \frac{191 \cdot 0,34}{44 \cdot (1 - 0,25 - 0,34)} = 3,6 \text{ N/mm}^2$$

De krachten zijn:  $F_c = 67,3 \text{ kN}$ ,  $F_{s1} = 30 \text{ kN}$ ,  $F_{s2} = 6,6 \text{ kN}$

Het moment wordt berekend met:  $M_{et} = F_c \cdot h \cdot (0,5 - k_x/3) + (F_{s1} + F_{s2}) \cdot (\frac{1}{2} h - d)$

$$M_{et} = 67300 \cdot 110 \cdot (0,5 - 0,34/3) + (30+6,6) \cdot 10^3 \cdot (\frac{1}{2} \cdot 110 - 28) = 3,85 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

De kromming voor dit moment volgt uit:  $\kappa_{et} = \frac{\epsilon_s}{(1 - d/h - k_x) \cdot h} = \frac{191/200000}{(1 - 0,25 - 0,34) \cdot 110} = 2,1 \cdot 10^{-5} \text{ [1/mm]}$

De stijfheid van de constructie voor het moment waarbij de trekwapening vloeit volgt uit:

$$EI_{et} = M_{et}/\kappa_{et} = 3,85 \cdot 10^6 / (2,1 \cdot 10^{-5}) = 0,182 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

### Stijfheid, uiterste grenstoestand

Om het effect van de ongescheurde doorsnede de scheuren te verdisconteren wordt de stijfheid bepaald voor 80% van de rekenwaarde van het moment in de uiterste grenstoestand:  $0,88 M_d = 0,8 \cdot 2,55 \text{ kNm}$ . Dit moment is kleiner dan het berekende vloeimoment  $M_{et} = 3,85 \text{ kNm}$  en groter dan het berekende scheurmoment  $M_{cr} = 0,78 \text{ kNm}$ .

De kromming wordt berekend met:  $\kappa = \kappa_{rt} + \frac{(0,8 \cdot M - M_{rt}) \cdot (\kappa_g - \kappa_r)}{(M_{et} - M_{rt})}$

$$M_{rt} = 0,78 \text{ kNm}, \kappa_{rt} = 1,4 \cdot 10^{-6} \text{ [1/mm]}$$
$$M_{et} = 3,85 \text{ kNm}, \kappa_{et} = 2,1 \cdot 10^{-5} \text{ [1/mm]}$$

$$\kappa = 1,4 \cdot 10^{-6} + \frac{(0,8 \cdot 2,55 - 0,78) \cdot (21,0 \cdot 10^{-6} - 1,4 \cdot 10^{-6})}{(3,85 - 0,78)} = 9,4 \cdot 10^{-6} \text{ [1/m]}$$

De stijfheid volgt uit:  $EI = M/\kappa = 0,8 \cdot 2,55 \cdot 10^6 / (9,4 \cdot 10^{-6}) = 0,22 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$ .

### Tweede orde effect

Uitgaande van deze stijfheid is de knikkraft gelijk aan:

$$N_{cr} = \frac{EI \cdot [\pi^2/\phi^2 - 1]}{R^2} = \frac{0,22 \cdot 10^{12} \cdot [\pi^2/0,464^2 - 1]}{(16,4 \cdot 10^3)^2} = 37 \cdot 10^3 \text{ N}$$

Voor de permanente en asymmetrisch belasting is de normaalkraft voor  $x = \frac{1}{2} \cdot a$  gelijk aan  $N = 44 \text{ kN}$ . Het knikgetal is dan gelijk aan:  $n = N_{cr}/N < 1$ . uitgaande van de berekende knikkraft zal de constructie bezwijken in de uiterste grenstoestand door het tweede orde effect.

### **Tweede orde effect, inclusief hangstaven**

In de knikkraft is het effect van de hangstaven tussen de boog en trekstang verwaarloosd. Palkowski [Pal] geeft voor een constructie met meerdere hangers de volgende formule voor de knikkraft:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\beta \cdot s)^2}$$

Met:

$s$  = de booglengte van de halve boog,

$\beta$  = een reductie coëfficiënt deze wordt bepaald door het aantal hangers en de verhouding pijlmaat/overspanning.

De booglengte volgt uit:  $s = R \cdot \phi = 16,4 \cdot 0,463 = 7,6 \text{ m}$

De constructie heeft drie hangers met een hart op hart afstand van ca.: zijn op een afstand van  $c/a$   $2.l/3$ ,  $l/3$ ,  $l/3$  en,  $2.l/3$ . Palkowski [Pal] geeft voor een boog met 2 hangers en een verhouding pijlmaat versus overspanning  $f/l = 0,1$ :  $\beta = 0,69$  en voor  $f/l = 0,2$ :  $\beta = 0,72$ . Interpolatie voor  $f/l = 1/8$  geeft:

$$\beta = 0,69 + (0,72-0,69) * (0,125-0,1)/(0,2-0,1) = 0,7$$

De stijfheid voor de uiterste grenstoestand werd berekend met:  $EI = 0,22 * 10^{12} \text{ Nmm}^2$ .

Uitgaande van deze stijfheid is de knikkracht gelijk aan:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot EI}{(\beta \cdot s)^2} = \frac{\pi^2 * 0,22 * 10^{12}}{(0,7 * 7600)^2} = 76,7 * 10^3 \text{ N}$$

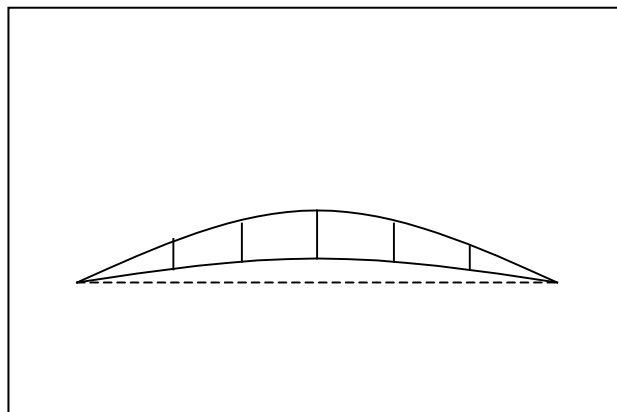
Voor de permanente en asymmetrisch belasting is de normaalkracht voor  $x = 1/2 * a$  gelijk aan  $N = 44 \text{ kN}$ . Het knikgetal is dan gelijk aan:

$$n = N_{cr}/N = 76,7/44 = 1,74$$

Het moment door de asymmetrische belasting wordt inclusief tweede orde:

$$M = 1,7 * 1,5 * 1,74/(1,74 - 1) = 6 \text{ kNm.}$$

Dit moment is groter dan het uiterst opneembaar moment  $M_u = 4,9 \text{ kNm}$ , de belastingfactor is dan ca 1,2 in plaats van de voorgeschreven waarde van 1,5.



Figuur 10: Boog met 5 voorgespannen hangstijlen en opwaarts gebogen trekstang

Als de boog asymmetrisch vervormd zullen een deel van de hangstaven op druk belast worden. De hangstaven zijn echter zo slank dat deze geen druk kunnen weerstaan, het gunstig effect neemt dan af. Gezien de ongelijke afstanden en de slankheid van de hangstijlen zal het tweede orde effect groter zijn dan uit de bovenstaande berekening volgt.

Het tweede orde effect in de dozenhal kan worden verminderd door de constructie te verstijven door de doorsnede te vergroten. De constructie kan ook worden verstijfd met extra hangstijlen die tevens worden voorgespannen, zodat de trekstang opwaarts gebogen wordt, zie figuur 10. Verder kan de kniklengte ook worden verminderd met extra trekstangen tussen de top en opleggingen.

### Conclusies draagvermogen

De reconstructie van de berekening van het fusee daken voor de dozenhal toont dat deze werd ontworpen overeenkomstig de eisen die omstreeks 1955 gebruikelijk waren.

De herberekening van het uiterst opneembare moment in de uiterste grenstoestand toont echter aan dat de stijfheid van de dakconstructie in de dozenhal voor de bezwijkfase erg laag is, zodat het tweede orde effect aanzienlijk toeneemt. Bijvoorkeur wordt de constructie verstijfd, bijvoorbeeld door de doorsnede te vergroten met gewapend spuitbeton. De constructie kan ook worden verstijfd met

voorgespannen hangstaven, de trekstang wordt dan tevens opgebogen, zodat de hangstijlen niet belast worden met een drukkracht.

Voor deze verkenning is de constructie berekend op een veranderlijke belasting van  $p_e = 0,5 \text{ kN/m}^2$ . Om de constructieve krachtafdracht nauwkeuriger te bepalen zijn berekeningen met de wind en sneeuwbelastingen noodzakelijk. Verder is het aanbevelingswaardig om ook de ondersteunende balken, kolommen en de fundering te toetsen.

De berekeningen gaan uit van een veronderstelde kwaliteit en staat van de constructie. Met een inspectie zal moeten worden vastgesteld of de gehele constructie, inclusief ondersteunende balken, kolommen en fundering, geen verborgen gebreken vertoont. Vervolgens dienen de geconstateerde gebreken hersteld te worden.

### **Geraadpleegde literatuur**

- [Bis] Bish J.F.: *Gewapend beton voorschriften 1950*, 2<sup>e</sup> editie, L.J.Veen uitgevers maatschappij: Amsterdam 1950;
- [Boo] Boom G.H. van and J.W.Kamerling, *Construeren in gewapend beton deel 1* Delta Press b.v., Oudewater 1977;
- [Bra] Braam C.R., *Compendicum Eurocode 2*, 1<sup>th</sup> editie, Cement&BetonCentrum: 's Hertogenbosch 2008;
- [Eck] Eck P.J.W. van, J.F.Bish: Het Fuseedak, *Cement* 6 (1954) 240-243;
- [Gol] Goldenblat L. A.M.Sisow, *Die berechnung von Bauconstructionen auf Stabilitat und Schwingungen*, VEB verlag Technik: Berlin, 1955;
- [Lan] Langejan A.: Fusees Ceramiques, een nieuw bouwmetaal, *Bouw* (1949) 518-520;
- [Sche] Scherpbier G.: *De invloed van het krimpen en kruipen van het beton op samengestelde constructies*, PHD-Thesis, TUDelft: Delft 1965;
- [Pal] Palkowski, S. , Buckling of parabolic arches with hangers and tie, *Engineering Structures* 44 (2012) 128-132;
- [Schr] Schrier ir..W. van der, *Bouwen in Gewapend beton, studie en handboek voor bouw- en waterbouwkundigen, Deel 2 berekeningen*, 12<sup>th</sup> editie, NV uitgeverij Argus: 's Gravenhage 1965;
- [Tim] Timoshenko S., *Strength of materials, part 2, Advanced Theory and Problems*, 2<sup>th</sup> edition, D Van Nostrand Company: New York 1952;
- [Toe] Toeter H.H.: Paddestoelen voor de bouw van textielmagazijnen te Goor, *Cement* 5 (1953) 177-184;
- [Vri] Vriend J.J., *Bouwen, handboek voor de praktijk van het bouwen*, Kosmos 1955.