

**Regla de Cobertura Óptima (RCO) de embalses para evitar sequías.  
Caso de estudio: Riogrande II, Colombia**

Castro Gama, M.E.; Bernal-Quiroga, Fabio; Machado-Hernandez, Eduardo

**DOI**

[10.1080/23863781.2019.1707132](https://doi.org/10.1080/23863781.2019.1707132)

**Publication date**

2019

**Document Version**

Final published version

**Published in**

RIBAGUA

**Citation (APA)**

Castro Gama, M. E., Bernal-Quiroga, F., & Machado-Hernandez, E. (2019). Regla de Cobertura Óptima (RCO) de embalses para evitar sequías. Caso de estudio: Riogrande II, Colombia. *RIBAGUA*, 6(2), 168-181. <https://doi.org/10.1080/23863781.2019.1707132>

**Important note**

To cite this publication, please use the final published version (if applicable).  
Please check the document version above.

**Copyright**

Other than for strictly personal use, it is not permitted to download, forward or distribute the text or part of it, without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), unless the work is under an open content license such as Creative Commons.

**Takedown policy**

Please contact us and provide details if you believe this document breaches copyrights.  
We will remove access to the work immediately and investigate your claim.



# Regla de Cobertura Óptima (RCO) de embalses para evitar sequías. Caso de estudio: Riogrande II, Colombia

M.E. Castro-Gama, F.A. Bernal-Quiroga & L.E. Machado-Hernandez

To cite this article: M.E. Castro-Gama, F.A. Bernal-Quiroga & L.E. Machado-Hernandez (2019) Regla de Cobertura Óptima (RCO) de embalses para evitar sequías. Caso de estudio: Riogrande II, Colombia, Ribagua, 6:2, 168-181, DOI: [10.1080/23863781.2019.1707132](https://doi.org/10.1080/23863781.2019.1707132)

To link to this article: <https://doi.org/10.1080/23863781.2019.1707132>



© 2020 The Author(s). Published by Informa UK Limited, trading as Taylor & Francis Group.



Published online: 17 Feb 2020.



[Submit your article to this journal](#)



Article views: 681



[View related articles](#)



[View Crossmark data](#)

## Regla de Cobertura Óptima (RCO) de embalses para evitar sequías. Caso de estudio: Riogrande II, Colombia

M.E. Castro-Gama<sup>a,b</sup>, F.A. Bernal-Quiroga<sup>c</sup> and L.E. Machado-Hernandez<sup>d</sup>

<sup>a</sup>Investigador en TU Delft y; <sup>b</sup>KWR Instituto de Investigación del agua, Holanda; <sup>c</sup>Instituto de Estudios Ambientales (IDEAM), Bogotá, Colombia; <sup>d</sup>Universidad Minuto de Dios (UNIMINUTO), Bogotá, Colombia

### RESUMEN

En este estudio se presenta una formulación alternativa para la Regla de Cobertura Óptima (RCO) cuyo objetivo es la determinación de la descarga óptima de embalses. Se presenta una función de pérdida de embalse para condiciones de escasez. Dicha función de pérdida de embalse se expresa como función de la demanda y almacenamiento requeridos, con respecto del caudal de operación (descarga) y del almacenamiento operacional del embalse, respectivamente. Se presenta la formulación matemática de RCO y se establecen los intervalos de validez. La operación del embalse se realiza mediante un balance de masa (i) Se presenta el caso para el embalse de Riogrande II, Colombia; (ii) se presenta la calibración de la regla de operación estándar (ROE) y de la RCO para periodos mensuales y anuales, y se compara su ajuste de calibración entre observado y simulado; (iii) para el mejor escenario de calibración, se presenta un análisis de sensibilidad de operación para 3 criterios de escasez y 3 criterios de excesos. (iv) Posteriormente la operación calibrada se aleja de los valores mínimos de los seis criterios, se realiza una optimización multi-criterio usando Borg MOEA, y se demuestra de forma teórica la operación óptima de dicho embalse para evitar desabastecimiento o racionamiento en periodos futuros.

### ARTICLE HISTORY

Compiled 4 de diciembre de 2019

### PALABRAS CLAVE

Embalse; regla de cobertura óptima; regla de operación estándar; función de pérdida para escasez; criterios de escasez; criterios de excesos; Riogrande II; Colombia

## 1. Introducción

En el territorio colombiano existe una gran variabilidad climática. Debido a la influencia de Cambio Climático, se hace necesario realizar la gestión y manejo de recurso hídrico de manera más adecuada. Dicho manejo, debe representar las condiciones actuales de variaciones de disponibilidad de agua, cuando ésta es afectada directamente por fenómenos como El Niño (ENSO) y La Niña. Dicha fluctuación, hace relevante la correcta utilización de recurso hídrico cuando éste está disponible y evitar racionamiento cuando se carece de él.

Uno de los componentes principales del ciclo del agua en Colombia, está relacionado con la operación de embalses [1]. La correcta operación de embalses esta asociada al abastecimiento de agua en muchas regiones y además para la producción energética del país. En Colombia la energía se produce mediante diversos esquemas, donde la generación hidroeléctrica (ej. embalse, pie de presa y pequeñas centrales) equivale al 69.7% de la capacidad efectiva neta a 2015 [2]. Aproximadamente, 6,100 Mm<sup>3</sup> del total hídrico permanecen en embalses, siendo un equivalente del 17.3% de la disponibilidad de agua del país [1].

Desde hace un par de décadas, Colombia experimenta un incremento en la variabilidad hidrológica. Para evitar racionamientos en el futuro, la operación óptima

de sus embalses debe revisarse. No se trata de decir que los operadores no realizan una eficiente operación de los embalses actualmente, ni se minimiza la complejidad de la operación y confluencia de actores del subsector eléctrico, o de los componentes de incertidumbre del modelamiento del sistema, sino que se sugiere que dicha operación debe revisarse y adaptarse constantemente como se hace en otras latitudes [3, 4, 5, 6].

### 1.1. Operación de embalses

Existen diversas formas de operación óptima. Esta puede llevarse a cabo mediante diversos esquemas tales como Regla de Operación Estándar (ROE), Regla de Cobertura óptima (RCO), zonificación de embalses, regla de operación estocástica, entre otras. Para una revisión de otras reglas de operación de embalses se refiere al lector a [7] y [8]. Bajo un esquema de ROE, se establecen tres posibilidades de operación de un embalse (Fig. 1). Si la cantidad de agua disponible en determinado instante de tiempo ( $AD_t$ ) es inferior a la demanda requerida ( $D_t$ ), la descarga del embalse ( $R_t$ ) es igual a la cantidad de agua disponible. Toda vez que el  $AD_t$  es superior a la  $D_t$ , la descarga se hace igual a la demanda requerida. Si el  $AD_t$  es superior a la suma de la capacidad del embalse y la

demanda requerida ( $K + D_t$ ), se debe realizar vertimiento de excesos ( $V_t$ ). Sin embargo, esto limita la disponibilidad de agua futura; por ello, diversos autores han establecido *RCO* de diversas formas.

La *RCO* de embalses fue introducida inicialmente por [9]. Dicha regla, se refiere a establecer una operación del embalse cuando las condiciones de abastecimiento requieren un racionamiento ocasionado por las sequías o para conservar agua para periodos futuros. Muchos investigadores han desarrollado una gran variedad de *RCO* o han investigado ampliamente sus efectos usando diversos criterios de operación en diversas latitudes, usando contenido de información [10], confiabilidad, resiliencia, vulnerabilidad y déficit [6, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27]. Actualmente, es comúnmente aceptado que la operación de embalses con *RCO*, es útil para mitigar los impactos de periodos prolongados de sequía (o estiaje). Para una revisión a la evolución histórica y el desarrollo de *RCO*, los autores refieren al lector a [28, 29, 30] y para una revisión detallada de la formulación matemática a [31].

En el presente artículo, se presenta un análisis basado en la *RCO* [28, 31] para el embalse de Riogrande II (Colombia). La sección 2, presenta la metodología. Primero, se realiza la calibración de la operación del embalse, pues no se conoce a priori la regla de operación del mismo. Para tal fin se usan dos criterios de ajuste *NSE* y *KGE* (Cuadro 1). Segundo, se realiza un análisis de sensibilidad a 3 criterios de escasez y 3 criterios de vertimiento, basados en los resultados de calibración (Cuadro 1). Por último, se propone a través de Optimización Multi-Criterio (*OMC*), la operación óptima (teórica) que reduce simultáneamente los seis criterios. En la sección 3, se presenta el caso de estudio y los datos empleados para el análisis; en la sección 4 los resultados obtenidos y la discusión de la aplicación, así como comparaciones de la operación para cada mes del año. Finalmente, algunas conclusiones y recomendaciones son derivadas a partir de los resultados obtenidos.

## 2. Metodología

Para estimar la *RCO*, es necesario establecer que el beneficio marginal de descarga es igual al beneficio marginal de almacenamiento [28]:

$$\frac{\partial B(R)}{\partial S} = \frac{\partial C(S)}{\partial S} \quad (1)$$

Donde  $B$  es la función que mide el beneficio debido a la descarga del embalse,  $R_t$  es la descarga del embalse,  $C$  corresponde a la función de beneficio de la Regla de Cobertura, y  $S_t$  es el almacenamiento del embalse en el tiempo  $t$ . Para un embalse cualquiera, el agua disponible  $AD_t$  corresponde a la suma del almacenamiento  $S_t$  al inicio del horizonte de análisis, el caudal de entrada  $Q_t$  esperado (total, pues pueden ser muchos afluentes al mismo embalse), menos las pérdidas por evaporación  $E_t$  esperadas (se ha despreciado infiltración).

La capacidad de almacenamiento de un embalse varía entre  $0 \leq S_t \leq K$ , donde  $K$  es la capacidad máxima física útil del embalse. Dados otros criterios,  $K$  puede variar en el tiempo. Ahora, la cantidad de agua disponible  $AD_t$  también corresponde a la suma del almacenamiento al final del horizonte de análisis ( $S_{t+1}$ , almacenamiento al inicio de  $t + 1$ ) y de la descarga del embalse  $R_t$  durante  $t \rightarrow t + 1$ . Nótese que todas las unidades se presentan en términos de volúmenes ( $\text{Mm}^3$ ):

$$AD_t = \begin{cases} S_t + Q_t - E_t \\ S_{t+1} + R_t \end{cases} \quad (2)$$

Dicha descarga  $R_t$  varía entre  $0 \leq R_t \leq D_t$ , donde  $D_t$  corresponde a la demanda requerida. De esta forma o se entrega agua para producción  $B$  ó se almacena para periodos futuros  $C$ .

### 2.1. Función de pérdida del embalse

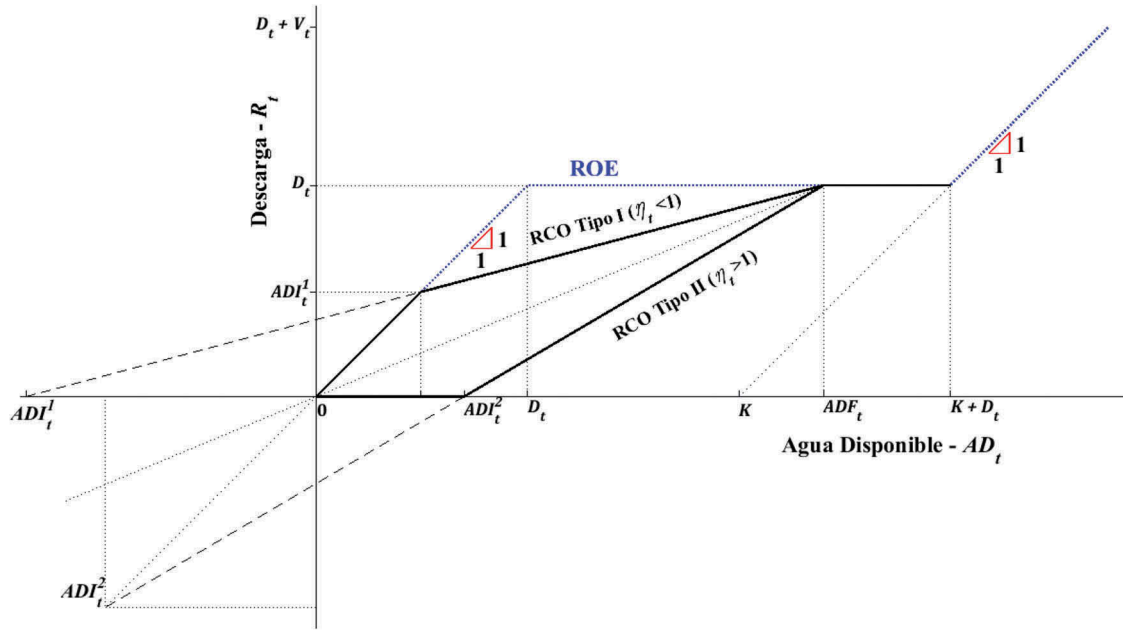
Si se define una función de pérdida de embalse  $\mathcal{L}$ , como la suma ponderada de la función de beneficio  $B$  de demanda (igual a las desviaciones normalizadas de la descarga  $R_t$  con respecto a la demanda requerida  $D_t$ ) y de la función de beneficio del almacenamiento  $C$  (igual a las desviaciones normalizadas de almacenamiento  $S_{t+1}$  y el almacenamiento requerido  $S_{t+1}^R$  en  $t + 1$ ), se obtienen las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= B(D_t) + C(S_{t+1}) \\ B(D_t) &= \theta [(D_t - R_t)/D_t]^n \\ C(S_{t+1}) &= (1 - \theta) [(S_{t+1}^R - S_{t+1})/S_{t+1}^R]^n \end{aligned} \quad (3)$$

Donde  $\theta$  es el peso relativo de beneficio de descarga para producción, que varía entre  $0 \leq \theta \leq 1$  y  $n$  es el exponente de las funciones y debe ser  $n > 1$ , para que ambas funciones sean convexas pudiendo ser minimizadas [15].

**Cuadro 1.** Métodos empleados en este artículo. Se presentan para cada sección de la metodología.

Sección	Nombre	Método	Parámetros	Constantes	Criterios
2.3	Calibración	Montecarlo	$\theta_t \ n_t \ S_t^R \ K_t \ D_t$	—	<i>KGE NSE</i>
2.4	Sensibilidad	Exploración	$\theta_t \ \bar{n}_t$	$S_t^R \ K_t \ D_t$	<i>TDT IDS<sub>20</sub> τ<sub>DEF</sub> TET τ<sub>EXC</sub> V<sub>t</sub></i>
2.5	<i>OMC</i>	<i>Borg MOEA</i>	$\theta_t \ n_t \ S_t^R \ K_t$	$D_t$	<i>TDT IDS<sub>20</sub> τ<sub>DEF</sub> TET τ<sub>EXC</sub> V<sub>t</sub></i>



**Figura 1.** Visualización de reglas de operación de embalse dependiendo de la cantidad de agua disponible en cada intervalo de tiempo  $AD_t$ . La ROE es el caso base, satisfacer demanda  $D_t$  en el presente sin establecer ahorro para periodos futuros. Existen dos tipos de RCO dependiendo del valor de  $\eta_t$ . Si  $\eta_t < 1.0$ , se establece la RCO Tipo I. Si  $\eta_t > 1.0$ , se establece la RCO Tipo II. Donde  $AD_t^1$  y  $AD_t^2$  son las intersecciones de la RCO con  $R_t = AD_t$  y con  $R_t = 0$ , respectivamente. Cuando  $AD_t > K + D_t$  se realiza vertimiento  $V_t$  pues se excede la capacidad.

Nótese que la descarga ( $R_t$ ) nunca supera la demanda ( $D_t$ ). Tampoco el almacenamiento ( $S_t$ ) supera el almacenamiento requerido ( $S_{t+1}^R$ ). En caso contrario, un embalse activa su descarga de vertimiento ( $V_t$ ), con lo cual se mantiene la convexidad de las funciones de beneficio. Adicionalmente, cuando  $\theta = 1$ , y  $n = 1.0$ , la operación equivale a ROE. Con lo cual, la ROE es simplemente un caso específico de la RCO.

## 2.2. Regla de Cobertura Óptima (RCO) para escasez

El esquema de RCO se puede plantear entonces de acuerdo al siguiente problema de optimización como un problema de minimización:

$$\begin{aligned} \min \mathcal{L} &= B(D_t) + C(S_{t+1}) \\ AD_t &= S_{t+1} + R_t \\ 0 &\leq R_t \leq D_t \\ 0 &\leq S_{t+1} \leq S_{t+1}^R \\ S_{t+1} &\leq K \end{aligned} \quad (4)$$

Donde  $K$  es la capacidad del embalse. Al resolver este problema usando multiplicadores de Lagrange, dado que cumple con las condiciones Karush-Kuhn-Tucker - KKT [32, 33], se obtiene la siguiente RCO para la descarga del embalse [28, 31]:

$$R_t^* = \frac{D_t (S_{t+1}^R)^{n/(n-1)} + ((1-\theta)/\theta)^{1/(n-1)} D_t^{n/(n-1)} (AD_t - S_{t+1}^R)}{(S_{t+1}^R)^{n/(n-1)} + ((1-\theta)/\theta)^{1/(n-1)} D_t^{n/(n-1)}} \quad (5)$$

Esta ecuación contiene la descarga óptima del embalse  $R_t^*$  en cada intervalo de tiempo  $t$ , como una función de  $D_t$  y  $S_{t+1}^R$  de tal forma que no es necesario resolverla nuevamente. Analizando la ecuación se establece además una relación lineal respecto a  $AD_t$  en el intervalo de aprovechamiento. Esto implica a su vez una relación lineal con respecto del caudal de entrada al embalse  $Q_t$ . Sin embargo, esta descarga óptima tan solo puede aplicarse al intervalo de  $AD_t$  donde existe necesidad de aplicar la RCO. Si se define una nueva variable ( $\eta_t$ ) como la tasa inversa de requerimiento del embalse en función de  $D_t$  y  $S_{t+1}^R$ :

$$\eta_t = (1-\theta)D_t / (\theta S_{t+1}^R) \quad (6)$$

Dadas las desigualdades de Ec. 4, los límites de validez de Ec. 5 de RCO son:

$$ADI_t \leq AD_t \leq ADF_t$$

$$\begin{aligned} \text{donde:} \\ ADI_t &= \max \left\{ D_t \left( 1 - \eta_t^{1/(n-1)} \right), S_{t+1}^R \left[ 1 - 1/\eta_t^{1/(n-1)} \right] \right\} \\ ADF_t &= D_t + S_{t+1}^R \end{aligned} \quad (7)$$

Los dos límites de  $AD_t$  son conocidos como el agua disponible inicial  $ADI_t$  y agua disponible final  $ADF_t$ , de la  $RCO$  (Fig. 1). Donde  $ADI_t$  es dependiente de  $\eta_t$ , mientras  $ADF_t$  es función sólo de los requerimientos. Para  $ADI_t$ , si  $\eta_t \leq 1$ , el primer término del corchete domina  $D_t$ , mientras que si  $\eta_t > 1$ , el segundo término del corchete lo hace  $S_{t+1}^R$ . Debe notarse también que si  $\eta_t = 1$ , ambos términos hacen que  $ADI_t = 0$ , presentando simultáneamente el mismo comportamiento. En general el rango de validez de  $ADI_t$  es  $0 \leq ADI_t \leq D_t$ , mientras que el rango de validez de  $ADF_t$  es  $D_t \leq ADF_t \leq D_t + K$ . Existen dos posibilidades de  $RCO$ , dependiendo del valor de  $\eta_t$ , denominados Tipos I y II.

### 2.2.1. Regla de Cobertura óptima (RCO) Tipo - I

Esta regla corresponde al caso en que  $\eta_t \leq 1$ . En este caso  $ADI_t$  es definido de manera similar a [11, 23], también conocida como  $RCO$  de dos puntos por [28]. En este caso la descarga del embalse como función del agua disponible es:

$$R_t = \begin{cases} AD_t, & AD_t < ADI_t \\ R_t^*, & ADI_t \leq AD_t \leq ADF_t \\ D_t, & AD_t \geq ADF_t \end{cases} \quad (8)$$

Donde si  $AD$  es menos que el límite inferior de  $RCO$ , se entrega toda el agua disponible (Fig. 1). Si el  $AD$  se encuentra dentro del intervalo de  $RCO$ , se aplica descarga óptima de  $RCO$ , y si el  $AD$  es mayor que el límite superior de  $RCO$ , es posible satisfacer toda la demanda.

### 2.2.2. Regla de Cobertura óptima (RCO) Tipo - II

Esta regla corresponde al caso en que  $\eta_t > 1$ . En este caso, la  $RCO$  cruza el eje de agua disponible del embalse (Fig. 1). Esto implica que en cierto rango de agua disponible, la descarga del embalse será igual a cero. Esto ocurre hasta que el agua disponible es mayor que  $ADI_t$ , o sea  $S_{t+1}^R = [1 - (1/\eta_t)^{\frac{1}{n-1}}]$ . Dicho comportamiento de rezago de la descarga del embalse, ha sido evidenciado de forma experimental y analítica por diversos autores [3, 15, 31]. Para valores superiores a  $ADI_t$  se aplica  $RCO$ , hasta que se llegue a  $ADF_t$ . Cuando el  $AD_t$  supera el límite superior de  $RCO$ ,  $D_t$  puede satisfacerse. En este caso  $R_t$  como función del  $AD_t$  es:

$$R_t = \begin{cases} 0, & AD_t < ADI_t \\ R_t^*, & ADI_t \leq AD_t \leq ADF_t \\ D_t, & AD_t \geq ADF_t \end{cases} \quad (9)$$

## 2.3. Calibración de la operación de un embalse a RCO y ROE

Es necesario obtener la regla de operación del embalse que se ajusta mejor a la operación observada del embalse, ya sea esta  $ROE$  o  $RCO$ . Dicha información no es suministrada por ningún operador en el contexto colombiano. Para tal fin, se emplea un esquema de calibración, estimando el balance de masa en cada jornada (Ec. 2) y comparando con los valores reportados de almacenamiento ( $S_t$ ) en el Portal de  $XM$ , empresa responsable de la gestión de bolsa de energía de Colombia y los caudales de entrada al embalse ( $Q_t$ ) suministrados por IDEAM. El modelo de simulación emplea la  $ROE$  y la  $RCO$  basada en parámetros anuales ó mensuales de operación del embalse. Los rangos de los parámetros considerados para el embalse son:

$$n \in (1, 20]; \theta \in (0, 1); D_t \in [0, 5]; \\ S_{t+1}^R \in [40, 145]; K_t \in [80, 150] \quad (10)$$

Donde los 3 últimos parámetros se expresan en  $Mm^3$ . Para un total de 5 parámetros en el caso que el ajuste de realice con valores constantes para todo el año y de 60 parámetros cuando se realiza el ajuste basado en periodos mensuales [34]. Se ha empleado una minimización usando el método de Monte-Carlo, simulando la operación del embalse de caso de estudio. Para determinar cual ajuste es más cercano a los datos conocidos, se han estimado los criterios de ajuste tales como correlación ( $r$ ), Nash-Sutcliffe (eficiencia,  $NSE$ ) [35] y Kling-Gupta (eficiencia,  $KGE$ ) [34]. En total, se han generado 100,000 simulaciones y cuatro escenarios de calibración del embalse, y a partir de estos se ha seleccionado el mejor ajuste paramétrico. Los cuatro diferentes escenarios de operación para calibración se presentan en el Cuadro 2.

## 2.4. Análisis de Sensibilidad

La operación de un embalse mediante  $ROE$  ó  $RCO$ , puede establecer  $R_t$  como función de la  $D_t$  o el  $S_{t+1}^R$  (Ec. 5, 8 y 9). Cuando la regla de operación se ha calibrado, es necesario realizar un análisis de sensibilidad con respecto a los parámetros  $n$  y  $\theta$  para diferentes criterios relacionadas con escasez y exceso. Para ello, se han definido 3 criterios

**Cuadro 2.** Escenarios de calibración del embalse para  $ROE$  y  $RCO$ .

Periodo	Parámetros	$ROE$	$RCO$
Anual	5	$ROE_A$	$RCO_A$
Mensual	60	$ROE_M$	$RCO_M$

de escasez y 3 de exceso. Nótese que dichos criterios dependen exclusivamente de la diferencia entre la  $D_t$  y la  $R_t$ , y son independientes del  $S_{t+1}^R$ . Los seis criterios pueden tener en cuenta la serie de tiempo completa, o periodo críticos de la ventana de análisis donde ocurre escasez o excesos. El valor ideal de todas los criterios es cero, en el caso en que no hay déficit o excesos en ningún periodo durante la ventana de análisis y no se hace uso de la RCO.

#### 2.4.1. Tasa de Déficit Total (TDT)

Este criterio se refiere a estimar la suma de las desviaciones entre la descarga del embalse y la demanda requerida, en relación a la demanda total durante el periodo de análisis, donde  $n_t$  es el número total de periodos de operación (simulación) del embalse. El criterio se expresa como porcentaje.

$$TDT = \frac{\sum_{t=1}^{n_t} |\min\{R_t - D_t, 0\}|}{\sum_{t=1}^{n_t} D_t} * 100\%, t = 1, 2, \dots, n_t \quad (11)$$

#### 2.4.2. Índice de Déficit Significativos ( $IDS_{L\%}$ )

El Índice de Déficit Significativos  $IDS_{L\%}$ , se refiere a estimar el número de periodos de operación del embalse en los cuales existe un déficit superior a cierto umbral o límite mínimo en porcentaje, con respecto a  $D_t$ . Este índice es similar a otros índices de confiabilidad definidos previamente por otros autores [15]. Donde  $L\%$  es el porcentaje límite de déficit. Se selecciona  $L\% = 20\%$ . Donde  $n_D$  es el número total de eventos de déficit en el periodo de análisis.

$$IDS_{L\%} = \frac{1}{n_D} \sum_{t=1}^{n_t} \begin{cases} 1 & \frac{|\min\{R_t < D_t, 0\}|}{D_t} * 100\% \geq L\% \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases} \quad t = 1, 2, \dots, n_t \quad (12)$$

#### 2.4.3. Duración promedio de déficits ( $\tau_{DEF}$ )

Este criterio es necesario para estimar la duración promedio de los periodos de los periodos de déficit. En este caso, se mide si se ha aplicado RCO, pero sólo se divide entre el número total de eventos de déficit.

$$\tau_{DEF} = \frac{1}{n_D} \sum_{t=1}^{n_t} \begin{cases} 1 & R_t < D_t \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}, t = 1, 2, \dots, n_t \quad (13)$$

#### 2.4.4. Tasa de Excesos Total (TET)

Este criterio se refiere a estimar el valor total de los vertimientos, en relación a la demanda total durante el periodo de análisis.

$$TET = \sum_{t=1}^{n_t} V_t / \sum_{t=1}^{n_t} D_t * 100\%, t = 1, 2, \dots, n_t \quad (14)$$

#### 2.4.5. Vertimiento promedio ( $\bar{V}_t$ )

El vertimiento promedio se refiere a identificar periodos de operación del embalse en los cuales existe un exceso o vertimiento. Se calcula el vertimiento total de cada evento de exceso ( $e$ ) y se divide entre la duración de cada vertimiento ( $\tau_e$ ). Posteriormente, se calcula el vertimiento promedio  $\bar{V}_t$ , como el promedio entre todos los eventos de vertimiento ( $n_v$ ).

$$\bar{V}_t = \frac{\sum_{k=1}^{n_v} V_k}{n_v}, k = 1, 2, \dots, n_v; V_k = \frac{\sum_{e=1}^{n_t} V_e}{\tau_e}, e = 1, 2, \dots, n_e \quad (15)$$

#### 2.4.6. Duración promedio de vertimientos ( $\tau_{EXC}$ )

Este criterio es necesario para estimar la duración promedio de los periodos de excesos. Se mide en días.

$$\tau_{EXC} = \frac{1}{n_v} \sum_{t=1}^{n_t} \begin{cases} 1 & V_t > 0 \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}, t = 1, 2, \dots, n_t \quad (16)$$

### 2.5. Optimización Multi-Criterio (OMC)

Cuando ya se conoce una forma aproximada de la regla de operación, es posible usar esta para simular el comportamiento del embalse y realizar un nuevo proceso de optimización, con el fin de reducir los criterios de escasez y de exceso. Se ha seleccionado Borg MOEA [36, 37] como el algoritmo genético para determinar las soluciones que brindan una mejor operación del embalse. Borg es un algoritmo de búsqueda iterativa para optimización multi-criterio. Combina la selección adaptativa de operadores de reproducción y mutación, con  $\epsilon$ -dominancia, tamaño adaptativo de población y continuación numérica. Se busca crear un conjunto de soluciones que permiten explorar las concesiones mutuas entre múltiples criterios. Borg ha sido aplicado en diversos problemas multi-criterio relacionados con recursos hidráulicos [38] y ha demostrado tener mejor convergencia (reducido número de simulaciones) que otros algoritmos similares para obtener soluciones de este tipo de problemas [39].

#### 2.5.1. Formulación Optimización Multi-Criterio (OMC)

Un problema multi-criterio con  $M$  criterios se define como:

$$\begin{aligned}
& \text{minimizar} && F(x) = \{f_1(x), f_2(x), \dots, f_M(x)\} \\
& && x \in \Omega \\
& \text{sujeto a} && G_i(x) = 0, \forall_i \in n_{ig} \\
& && H_j(x) \leq 0, \forall_j \in n_{di} \\
& && x_{min} \leq x \leq x_{max}
\end{aligned} \quad (17)$$

Se llama a  $x$  los parámetros y  $\Omega$  el espacio paramétrico. El vector de parámetros  $x = (n_1, n_2, \dots, n_{12}, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{12}, S_1^R, S_2^R, \dots, S_{12}^R, K_1, K_2, \dots, K_{12})$  contiene  $L = 48$ , para operación mensual (en este caso las demandas requeridas mensuales,  $D_t$ , son conocidas a priori dado el proceso de calibración). Se llama a  $F(x) = (TDT, IDS_{L\%}, \tau_{DEF}, TET, \bar{V}_t, \tau_{EXC})$  el vector de criterios de escasez y excesos, donde  $M = 6$ . El conjunto de restricciones ( $G_i$  y  $H_j$ ), donde  $n_{ig}$  e  $n_{di}$  son el número de igualdades y desigualdades del problema, respectivamente. La región factible ( $\Lambda$ ) es el conjunto de valores de los parámetros en ( $\Omega$ ) que satisface todas las restricciones. En este estudio no se han considerado restricciones aparte de los rangos de  $x_{min}$  y  $x_{max}$  (Ec. 10). Por lo tanto  $n_{ig} = n_{di} = 0$  y  $\Lambda = \Omega$ .

### 2.5.2. Conjunto de Pareto y Frente de Pareto

La optimalidad del algoritmo se expresa como el conjunto de Pareto ( $P^*$ ), para parámetros, y Frente de Pareto ( $FP$ ), para criterios. Se dice que un vector de parámetros  $u = (u_1, u_2, \dots, u_M)$  domina a otro vector de parámetros  $v = (v_1, v_2, \dots, v_M)$ , si y solo si  $\forall_i \in 1, 2, \dots, M, u_i \leq v_i$  y  $\exists j \in 1, 2, \dots, M, u_j < v_j$ . Esto se expresa como  $u \prec v$ . En un problema multi-criterio, el conjunto de Pareto óptimo se expresa como:

$$P^* = \{x^* \in \Lambda \mid \nexists x \in \Lambda, F(x^*) \prec F(x)\} \quad (18)$$

A su vez el frente de Pareto ( $FP$ ) se expresa como:

$$FP^* = \{F(x) \mid x \in P^*\} \quad (19)$$

Cuando se emplean OMC, la dominancia de Pareto es aplicada a los criterios y se expresa  $F(x) \prec F(y)$ . Dos soluciones son marcadas como dominadas si ninguna domina a la otra. Usando esta terminología, la optimización intenta acercarse de forma aproximada al  $FP^*$ .

### 2.5.3. Parámetros de OMC con Borg MOEA

Los parámetros ( $x$ ) poseen las mismas definiciones y rangos que se han empleado para calibración (Ec. 10), sin embargo para ser justos en la comparación con el modelo calibrado, se han mantenido las demandas obtenidas para el escenario  $RCO_M$ . Esto indica que la optimización se centra en obtener parámetros de operación mensual que permitan mantener la demanda requerida ( $D_t$ ). Dado el orden de

magnitud de los criterios, se ha seleccionado una resolución de criterios ( $\varepsilon$ -dominancia) igual a 0.1. Esto determina la precisión definida en Borg MOEA de las soluciones en el  $FP^*$ . El máximo número de simulaciones es 100,000, de la misma forma que se ha realizado durante el proceso de calibración. El resultado de la optimización presenta soluciones y la comparación entre criterios en el  $FP$ . Para tal fin, se presentarán todos los  $FP$  entre criterios. A partir de estas soluciones, se selecciona una única solución que minimiza todos los criterios simultáneamente con respecto al valor ideal en el origen, aunque esto no implica que se obtenga el valor mínimo de cualquiera de los criterios.

## 3. Caso de estudio

Se presenta como caso de estudio el embalse de Riogrande II ubicado en el departamento de Antioquia, Colombia (Fig. 2). Este embalse tiene una capacidad máxima de  $150 * 10^6 m^3$  (ó  $Mm^3$ ). El embalse Riogrande II hace parte del proyecto de Aprovechamiento Múltiple del Río Grande, operado por Empresas Públicas de Medellín (EPM). El embalse tiene un área de  $12.2 km^2$ , y se localiza en jurisdicción de los municipios de Don Matías, San Pedro de Los Milagros, Santa Rosa de Osos, Entreríos, a 70 km de Medellín.

La cuenca tiene un área tributaria de  $1883.2 km^2$ , alimentado por los ríos Chico, Grande y diferentes quebradas (i.e. Las ánimas, Torura, Don Diego, La Pretel, El Hato, El Herrero, San Luis, San Francisco y Yerbabuena). Los caudales afluentes a Riogrande II (Río Grande y otros) en el periodo correspondiente entre Enero 2002 y Diciembre 2015 aportan  $14,000 Mm^3$  y varían en el intervalo de  $8.0$  a  $170.0 m^3/s$ , con un promedio cercano a  $32.0 m^3/s$  (Fig. 3). El Río Grande nace en el municipio de Santa Rosa de Osos en un ramal de la cordillera Central de los Andes Colombianos, a unos 3,000 m.s.n.m., y desemboca al río Porce a 1,100 m de altitud con un recorrido de 120 km. El río Chico en su recorrido atraviesa el municipio de Belmira de norte a sur, y recorre los municipios de Entreríos, San Pedro, y Don Matías, para luego fusionarse con el río Grande. Este río continúa hacia el occidente con el nombre de río Grande hasta desembocar en el río Porce, el cual a su vez es afluente del río Nechí y éste del Cauca, dentro de la vertiente occidental del río Magdalena.

La presa ( $\blacktriangledown$ ) (Fig. 2) se localiza a 1.7 km de la confluencia de el Río Grande y el Río Chico. Fue construida entre 1986 y 1988. Las aguas de este embalse se



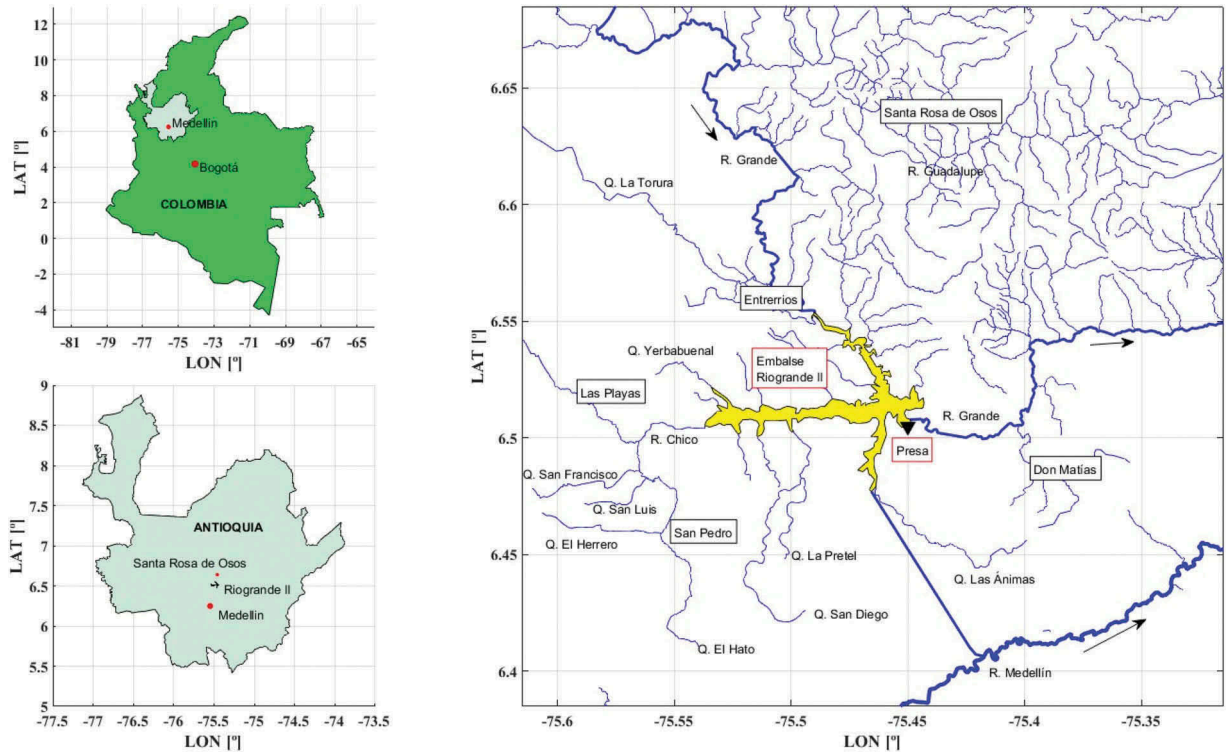


Figura 2. Localización general del caso de estudio, embalse de Riogrande II. Mapa de afluentes principales al embalse.

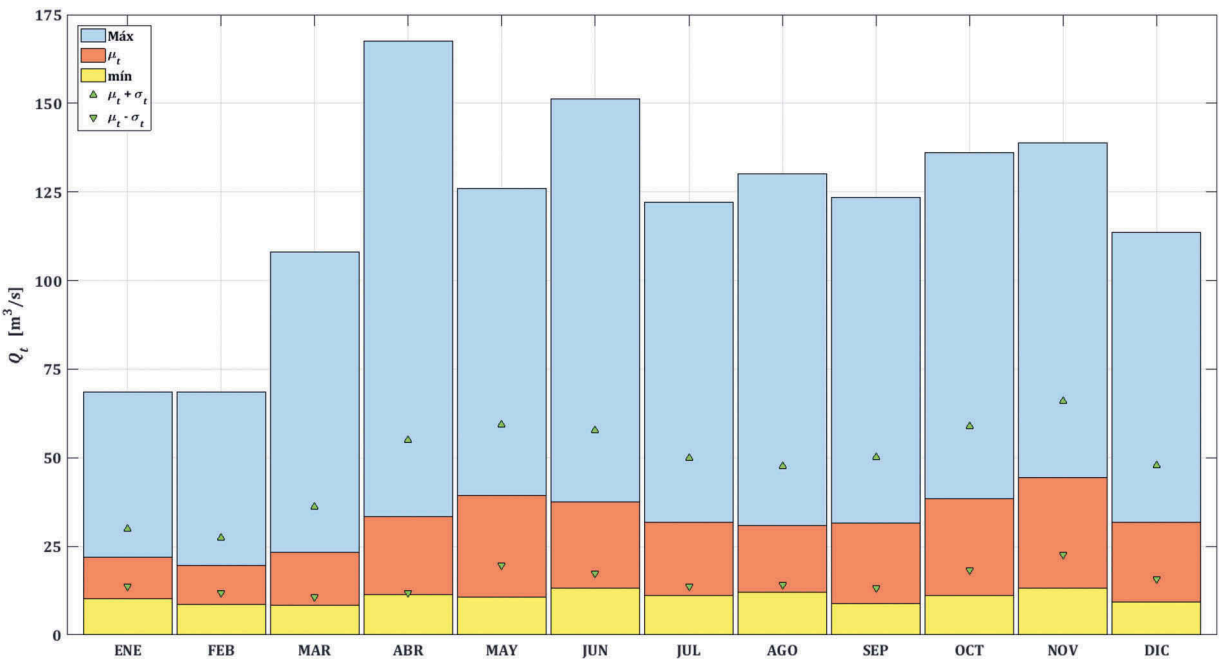


Figura 3. Variabilidad de la serie de tiempo de caudales de entrada al embalse Riogrande II.

desvían a la cuenca del río Medellín para abastecimiento y hacia dos centrales hidroeléctricas de generación denominadas Niquía y La Tasajera. Sin embargo, la

operación de las centrales no es considerada, se consideran únicamente los criterios de escasez y excesos presentados en la metodología.

## 4. Resultados y discusión

### 4.1. Calibración de la regla de operación del embalse

La calibración del embalse se presenta para  $NSE$  en el diagrama de ajuste (Fig. 4), donde el punto ideal es la coordenada correspondiente a:

$$\{r; \alpha = \sigma_s/\sigma_o; \beta = \mu_s/\mu_o\} = \{1.0; 1.0; 1.0\} \quad (20)$$

dicho punto corresponde al mejor ajuste teórico posible, tal como se presenta en [34].

El Cuadro 3 presenta los indicadores de ajustes obtenidos para diferentes escenarios de calibración que pueden considerarse óptimos. Dicho ajuste puede considerarse por máxima correlación ( $r_{max}$ ), máxima eficiencia de Nash-Sutcliffe ( $NSE_{max}$ ), ó de Kling-Gupta ( $KGE_{max}$ ). Si se comparan los ajustes entre la  $ROE$  y la  $RCO$  se obtienen mejores ajustes para el caso de  $ROE$ . Ahora una comparación simple de la calibración empleando resolución temporal muestra claramente una mejoría cuando la calibración se realiza para parámetros de operación mensual con respecto a la operación con parámetros anuales. Los mejores ajustes de  $NSE_{max}$  (0.575) y  $KGE_{max}$  (0.776) fueron obtenidos para operación con  $RCO_M$  simultáneamente para conjunto de parámetros, mientras que la máxima correlación se obtuvo para  $r_{max} = 0.800$ . El punto correspondiente a  $KGE_{max}$  para  $RCO_M$  fue elegido como el conjunto de parámetros de operación del modelo calibrado, dado que reduce un poco la correlación pero incrementa ambas eficiencias. A su vez dicho punto muestra una mejoría con respecto de la media ( $\beta$ ) y la

Cuadro 3. Resultados de ajuste de calibración para cada escenario. Los valores obtenidos más cercanos al ideal se presentan en negrilla dependiendo del ajuste requerido por  $r$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $NSE$  o  $KGE$  para  $ROE$  y  $RCO$ . Los subíndices  $A$  y  $M$  se refieren a parámetros Anuales y Mensuales respectivamente

Escenario		$r$	$\alpha$	$\beta$	$NSE$	$KGE$
Ideal	-	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$ROE_M$	$r_{max}$	<b>0.774</b>	1.314	0.883	0.209	0.595
	$NSE_{max}$	0.739	<b>1.072</b>	<b>1.054</b>	<b>0.414</b>	<b>0.724</b>
	$KGE_{max}$	0.739	<b>1.072</b>	<b>1.054</b>	<b>0.414</b>	<b>0.724</b>
$RCO_M$	$r_{max}$	<b>0.800</b>	1.073	0.760	0.155	0.679
	$NSE_{max}$	0.765	0.865	<b>0.994</b>	<b>0.575</b>	0.729
	$KGE_{max}$	0.778	<b>1.011</b>	0.970	0.544	<b>0.776</b>
$ROE_A$	$r_{max}$	<b>0.620</b>	1.050	0.955	0.184	0.614
	$NSE_{max}$	0.602	<b>0.971</b>	<b>1.012</b>	<b>0.225</b>	0.601
	$KGE_{max}$	0.618	1.034	0.969	0.203	<b>0.616</b>
$RCO_A$	$r_{max}$	<b>0.746</b>	0.778	0.896	0.478	0.647
	$NSE_{max}$	0.744	0.712	<b>1.003</b>	<b>0.553</b>	0.615
	$KGE_{max}$	0.732	<b>0.984</b>	0.981	0.470	<b>0.731</b>

desviación estándar ( $\alpha$ ) respecto a la de la serie observada. El ajuste del modelo a los datos de almacenamiento observados con los parámetros calibrados se presenta en la Fig. 5-A, mientras que la descarga obtenida ( $R_t$ ) empleando la  $RCO$  basada en los parámetros de calibración para el periodo de simulación se presenta en la Fig. 5-B para cada mes.

### 4.2. Sensibilidad de criterios de escasez y excesos comparados con estado actual de operación del embalse

Una vez calibrado el modelo de embalse, es necesario verificar que tanto puede variar la operación de este, en caso que otros valores de  $n$  y  $\theta$  para  $RCO$  sean aplicados. Este análisis permite ver que tanto puede un mejorar

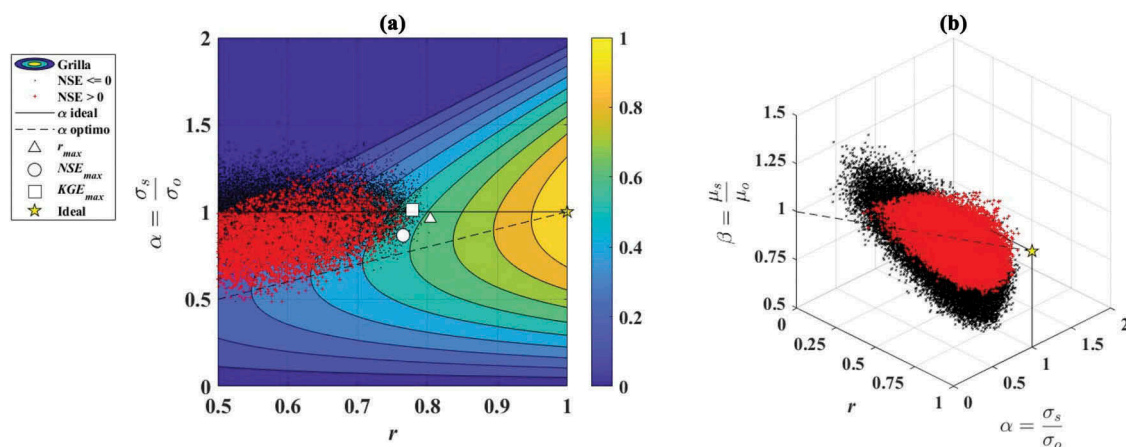
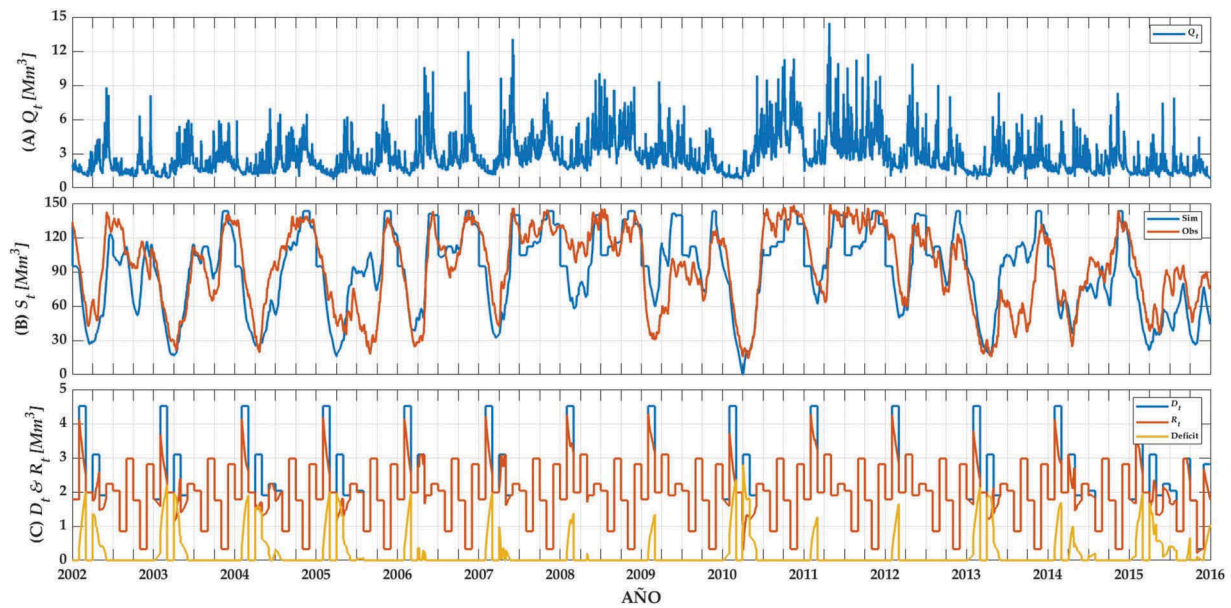


Figura 4. Calibración del modelo de simulación. Conjunto de soluciones mostrando ajuste proporcional al  $NSE$  y clasificados por colores. El punto ideal será aquel donde la correlación ( $r$ ), proporción de la desviación estándar entre simulación y observados ( $\alpha$ ), y proporción entre la media de simulación y observados ( $\beta$ ) sean simultáneamente 1 (\*). Se presenta además la ubicación relativa de distintas opciones de calibración para máxima correlación ( $\Delta$ ) y máximas eficiencias de Nash-Sutcliffe ( $\circ$ ) y Kling-Gupta ( $\square$ ). A su vez, se han eliminado soluciones que presentaron un  $NSE < 0$  ( $\times$ ), es decir que el valor medio de la serie de tiempo de almacenamientos es mejor estimativo de la operación que el modelo de embalse.



**Figura 5.** Resultados de calibración del embalse Riogrande II. (A) Serie de tiempo de caludales de entrada a Riogrande II 2002-2016. (B) Serie de tiempo del almacenamiento del embalse observado versus el almacenamiento simulado basado en los parámetros óptimos obtenidos para la eficiencia Kling-Gupta máxima ( $KGE_{max}$ ) del escenario  $RCO_M$ . (C) Descargas  $R_t$  de  $RCO_M$  para el periodo de análisis. Cuando la descarga  $R_t$  no satisface la demanda  $D_t$  se presenta el déficit.

o desmejorar los criterios de escasez y exceso con las condiciones de demanda y almacenamiento actuales. Se calculan los criterios de escasez y de exceso variando los parámetros de  $RCO$  ( $n$  y  $\theta$ ), seleccionando los rangos de sensibilidad para  $n \in (1, 20]$ , mientras que para  $\theta \in [0.001, 1.0]$ . Los valores obtenidos mínimo y máximo para cada criterio se presentan en el Cuadro 4.

Se han mantenido constantes los valores obtenidos durante calibración del escenario  $RCO_M$  para demanda, almacenamiento y capacidad del embalse.

Para comparar con la operación actual del embalse, se han promediado los valores mensuales de  $n$  y  $\theta$  obtenidos en la calibración y se presentan los criterios obtenidos en la Fig. 6 (marcado con  $\square$ ) y en el Cuadro 4, respectivamente.

La  $TDT$  varía entre 4.3% y 16.5%, mientras que la operación actual es en promedio 9.1%. La  $TDT$  mínima fue obtenida para  $n = 1.15$ , mientras que  $\theta$  es 0.898. Para  $TDT$  máximo  $n = 1.05$  y  $\theta = 0.0011$ . Esto indica que la operación presenta déficit en el mejor de los casos durante el 9% del tiempo si se usa  $ROE$ , mientras que

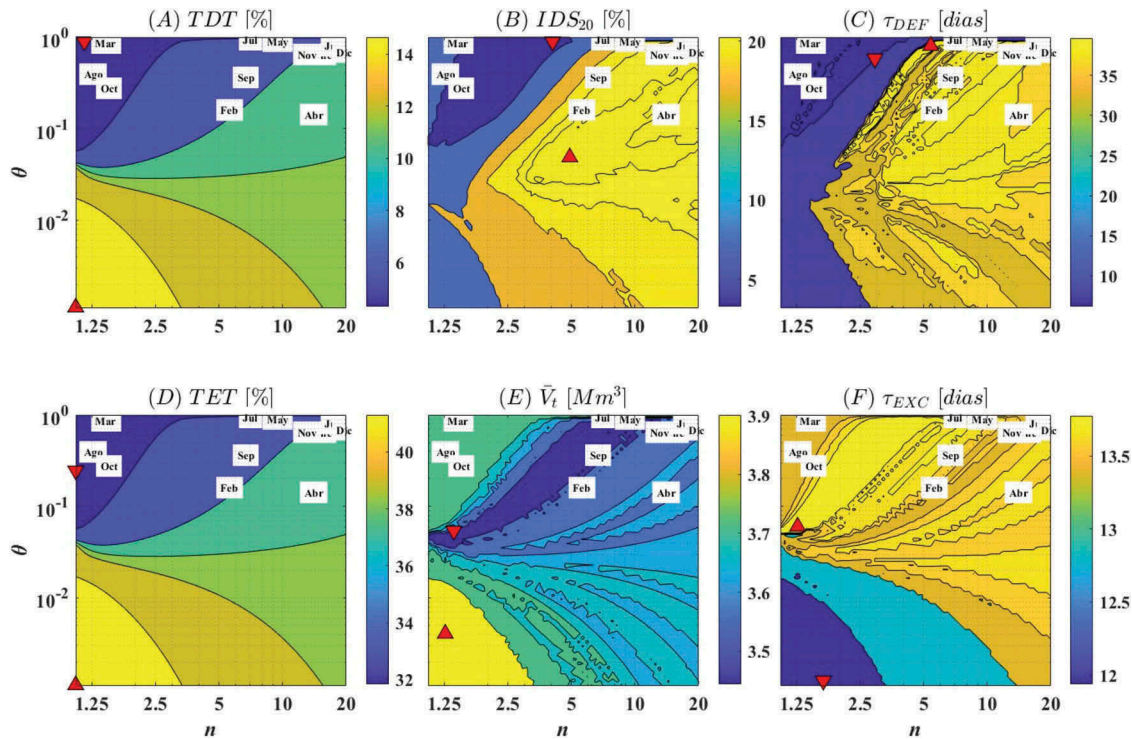
presentará déficit en el 16.5% en el peor casos muy cercano a  $RCO$  Tipo II. Tan sólo la operación de Marzo, Agosto y Octubre son cercanas al mínimo.

Cuando se mira  $IDS_{20}$ , este criterio varía entre 3.3% y 20.5%, siendo la operación promedio actual 13.77%. En este caso, la operación actual del embalse se ubica en un valor intermedio. El valor mínimo se obtiene para  $n = 4.07$  y  $\theta = 0.898$ , mientras que el valor máximo se obtiene para  $n = 4.91$  y  $\theta = 0.049$ . Esto indica que la peor operación posible que se puede efectuar en el embalse es muy cercana a una  $ROE$  para este criterio. En este caso la operación durante Febrero y Abril es cercana al máximo, mientras que la de Julio es cercana al mínimo de este criterio.

La duración de periodos de déficit ( $\tau_{DEF}$ ) muestra una variabilidad entre 6.2 y 48.0 días, siendo la operación promedio actual 23.5 días de déficit por evento. El valor mínimo se obtiene para  $n = 2.94$  y  $\theta = 0.583$ , mientras que el valor máximo se obtiene para  $n = 5.39$  y  $\theta = 0.81$ . Opuesto al caso de  $IDS_{20}$ , durante Julio este criterio se acerca al máximo posible de  $\tau_{DEF}$ .

**Cuadro 4.** Rangos de sensibilidad de la operación actual del embalse Riogrande II, para  $n$  y  $\theta$ . Valores mínimo (negrilla), máximo, del modelo calibrado para  $RCO_M$  (CAL) y mediante Optimización Multi-Criterio (OMC).

Criterio	Unidad	$n_{min}$	$\theta_{min}$	$n_{max}$	$\theta_{max}$	$F_{min}(x)$	$F_{max}(x)$	$F_{cal}(x)$	$F_{OMC}(x)$
$TDT$	(%)	1.1508	0.8977	1.0479	0.0011	4.30	16.46	9.08	<b>2.71</b>
$IDS_{20}$	(%)	4.0725	0.8977	4.9110	0.0487	<b>3.31</b>	20.52	13.77	3.95
$\tau_{DEF}$	(días)	2.9347	0.5829	5.3930	0.8058	6.19	48.00	23.47	<b>5.94</b>
$TET$	(%)	1.0479	0.2458	1.0479	0.0011	31.84	43.01	36.11	<b>30.20</b>
$\bar{V}_t$	( $Mm^3$ )	1.3877	0.0542	1.2637	0.0041	3.44	4.44	3.50	<b>2.38</b>
$\tau_{EXC}$	(días)	1.6735	0.0012	1.2637	0.0604	11.94	14.33	13.51	<b>10.57</b>



**Figura 6.** Sensibilidad de diversos criterios de escasez y excesos en función de  $n$  y  $\theta$ . Se presenta el estado actual de operación del embalse Riogrande II para el modelo calibrado para cada mes, el máximo valor obtenido (▲) y el mínimo valor obtenido (▼) para cada criterio. (A) Tasa de Déficit Total ( $TDT$ ). (B) Índice de Déficit Significativo 20% ( $IDS_{20\%}$ ). (C) Duración promedio de eventos de Déficit significativos ( $\tau_{DEF}$ ). (D) Tasa de Exceso Total ( $TET$ ). (E) Vertimiento promedio ( $\bar{V}_t$ ). (F) Duración promedio de eventos de vertimiento ( $\tau_{EXC}$ ).

La operación actual presenta un valor intermedio. Debe notarse que en este caso, los valores extremos se encuentran alejados de  $ROE$  o  $RCO$  completa. La  $TET$  varía entre 31.8% y 43%, con una operación promedio de 36.1%. El valor mínimo se obtiene para  $n = 0.048$  y  $\theta = 0.246$ , mientras que el valor máximo se obtiene para  $n = 1.048$  y  $\theta = 0.0011$ . Como en el caso de  $TDT$ , la  $TET$  durante Marzo, Agosto y Octubre es cercana al mínimo.

Cada evento de vertimiento ( $\bar{V}_t$ ) presenta una variabilidad entre  $3.44Mm^3$  y  $4.44Mm^3$ , siendo la operación actual (calibrada) muy cercana al valor mínimo con un promedio de  $3.50Mm^3$ . El valor mínimo se obtiene para  $n = 1.388$  y  $\theta = 0.054$ , mientras que el valor máximo se obtiene para  $n = 1.264$  y  $\theta = 0.004$ . Los eventos de vertimiento tienen menor magnitud durante el mes de Septiembre, mientras que Marzo, Agosto y Octubre presentan los vertimientos más altos.

Finalmente, la duración promedio de eventos de vertimiento ( $\tau_{EXC}$ ) varía entre 11.9 y 14.3 días. El valor mínimo se obtiene para  $n = 1.67$  y  $\theta = 0.001$ , mientras que el valor máximo se obtiene para  $n = 1.264$  y  $\theta = 0.06$ . La operación promedio actual muestra que  $\tau_{EXC} = 13.5$  días. Este valor es cercano al máximo para el

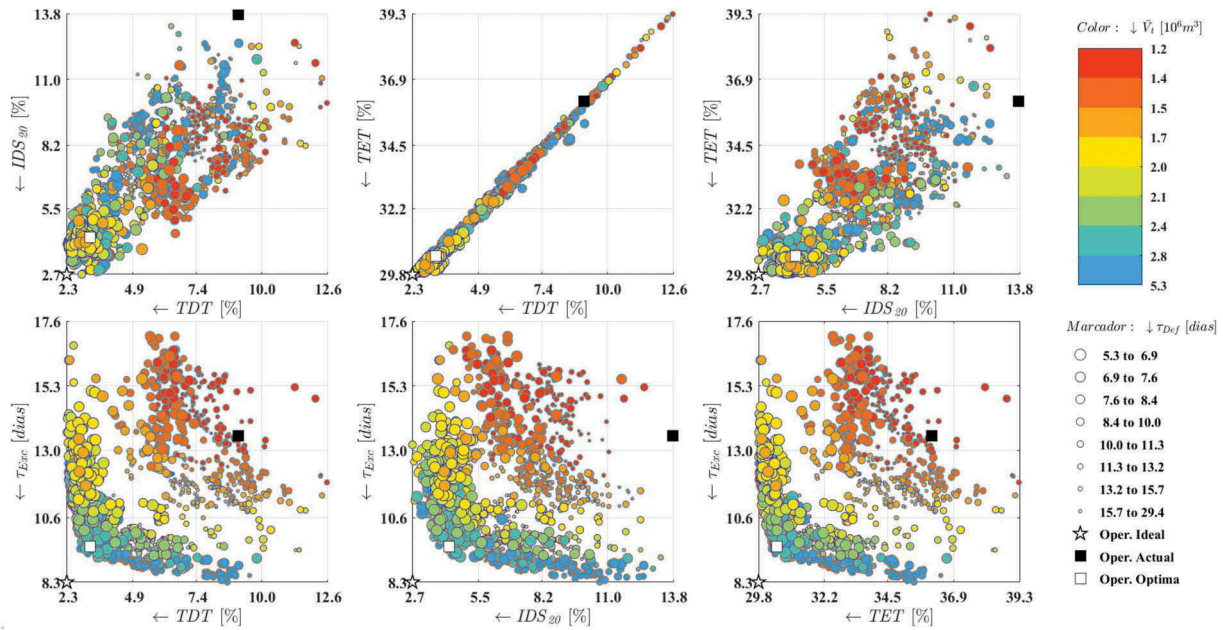
rango de parámetros de sensibilidad. En general, durante todos los meses del año los valores de  $\tau_{EXC}$  son altos.

Nótese que los valores de todos los criterios deben presentar en el caso ideal un valor de cero y que no es posible obtener una combinación de parámetros ( $n$  y  $\theta$ ) que minimice todos los criterios simultáneamente. Esto indica que existe la posibilidad de operar de manera más eficiente el embalse, pero las concesiones mutuas siempre sacrificarán ya sea escasez o vertimiento de excesos.

### 4.3. Optimización del embalse para una mejor operación

Después de realizar el proceso de OMC, se han obtenido un total de 1,294 soluciones en el  $FP^*$ . El  $FP$  entre los criterios se presenta en la Fig. 7. Se aclara que todas las soluciones corresponden a un  $FP^*$  de seis dimensiones y por tal motivo se presentan agrupadas por parejas. De esta forma, se requieren tan sólo seis sub-gráficas para mostrar todas las concesiones mutuas entre criterios. Para tal fin, se usó una librería abierta desarrollada en MATLAB, denominada VAMOS [40, 41].

Cada sub-gráfica de dispersión presenta una clasificación por colores basada en el vertimiento



**Figura 7.** Resultado de OMC para el embalse Riogrande II con 3 criterios de escasez y 3 criterios de vertimiento de exceso. Comparación de criterios como gráficas de dispersión mostrando todas las concesiones mutuas (FP). Se presenta una clasificación por colores basada en el vertimiento promedio ( $\bar{V}_t$ ) y por tamaños basada en duración de déficits ( $\tau_{DEF}$ ). Se muestra además una solución ( $\square$ ) seleccionada que tiende a minimizar de manera global los criterios de operación actual obtenidos durante calibración ( $\blacksquare$ ) del embalse. La operación ideal se ubica en  $\{0, 0\}$  ( $\star$ )

promedio ( $\bar{V}_t$ ) y por tamaño basada en la duración de eventos de déficit ( $\tau_{DEF}$ ), para un total de cuatro criterios simultáneamente por cada sub-gráfica de dispersión. En cada sub-gráfica se presenta la operación actual (obtenida mediante calibración  $\blacksquare$ ) y la operación óptima obtenida con Borg MOEA ( $\square$ ). Los valores óptimos de cada criterio se presentan en el Cuadro 4.

En la Fig. 7-A, se aprecia claramente que existe una correlación inherente entre  $TDT$  y  $IDS_{20}$ . Este comportamiento es esperado dado que ambos criterios son evaluados a partir de los déficits. Sin embargo es interesante que aunque existe dispersión de los valores de vertimiento de exceso (colores), la mayor parte de los valores de duración de déficit ( $\tau_{DEF}$ ) bajos se encuentran ubicados para valores más bajos de  $IDS_{20}$ , que los correspondientes para valores altos de  $IDS_{20}$ . Adicionalmente esta dispersión muestra que es posible obtener soluciones no dominadas en el FP. El valor óptimo seleccionado muestra una mejoría considerable respecto a la operación actual obtenida por calibración.

De acuerdo con la Fig. 7-B, no existe un FP entre déficit total ( $TDT$ ) y exceso total ( $TET$ ). Este comportamiento es inesperado, dado que ambos criterios compiten entre ellos. Dicha solución muestra entonces que existen soluciones con bajo  $TDT$  y bajo  $TET$  simultáneamente. En el caso contrario, si se opera con la idea de incrementar el exceso, automáticamente se incrementa el déficit. Es también

interesante observar que la mejor solución sugerida es cercana a aquella que minimiza simultáneamente  $TDT$  y  $TET$ , respecto a la operación ideal ( $\star$ ). Si se observan los valores mínimos de los dos criterios, se aprecia que aunque es factible obtener soluciones con bajo déficit (3%), esto no es posible para excesos, donde el valor mínimo corresponde al 29.5%. Esto indica que independiente de la operación que pueda aplicarse al embalse no es posible realizar operación sin vertimientos. Basado al menos en la información empleada y la demanda obtenida durante calibración del modelo del embalse.

Un comportamiento similar al anterior para FP se observa entre  $TET$  vs  $IDS_{20}$  (Fig. 7-C). En este caso es de importancia mencionar que para el exceso mínimo se obtiene valor un poco más alto de  $IDS_{20}$  (aunque existen soluciones con mayores valores para dicho criterio). En el caso en que se presente un bajo  $IDS_{20}$ , se obtiene una  $TET$  más alta. Debe notarse que entre la operación actual y la sugerida mediante optimización existe una mejoría significativa absoluta para  $IDS_{20}$  de 10%.

El comportamiento  $\tau_{EXC}$  vs  $TDT$  (Fig. 7-D) presenta un FP donde la mayor parte de las soluciones cercanas a este muestran un vertimiento promedio ( $\bar{V}_t$ ) con altos valores y baja magnitud de duración de déficits ( $\tau_{DEF}$ ). Valores bajos de vertimiento ( $\bar{V}_t$ ) se encuentran para soluciones con alto  $TDT$  y  $\tau_{EXC}$ . Se muestra además que existe una mejoría en la operación del embalse

optimizada y la operación actual del modelo calibrado. Nótese además que el *FP* muestra un comportamiento asintótico respecto a  $\tau_{EXC}$  con un límite cercano a 8%.

La dispersión de  $\tau_{EXC}$  vs  $IDS_{20}$  (Fig. 7-E) muestra que existe un *FP* entre criterios. De hecho esta dispersión es muy similar a  $\tau_{EXC}$  vs  $TDT$  (Fig. 7-D), esto se explica claramente dado que existe una correlación entre  $IDS_{20}$  y  $TDT$ . Una vez más, valores altos de  $(\bar{V}_t)$  ocurren cerca al *FP*, mientras que valores bajos ocurren para altos valores de  $\tau_{EXC}$  y  $IDS_{20}$  de forma simultánea. La dispersión de  $\tau_{EXC}$  vs  $TET$  (Fig. 7-F) muestra *FP*. Los vertimientos promedio de alta magnitud ( $\bar{V}_t > 2.8 Mm^3$ ) se presentan para alto déficit y duración de déficit. Una vez más la simulación óptima seleccionada presenta mejoría para ambos criterios con respecto de la operación actual del embalse. En general, la aplicación de *RCO* indica que existe una mejoría para todos los criterios tal y como se presenta en Cuadro 4 y Fig. 7. Esto sugiere que se deberá operar de acuerdo a los parámetros obtenidos mediante *OMC*.

Respecto a los parámetros se presenta la Fig. 8. Esta contiene los histogramas obtenidos para cada parámetro en el *FP*, clasificados para cada mes del año. Es posible indicar que la mayor parte de las soluciones presentan  $n$  cercano a 1.0, con la excepción de Enero, Abril y Agosto donde existen picos de frecuencia para valores altos de  $n$ . Para el parámetro  $\theta$  es claro que la mayor parte de las soluciones presentan valores cercanos a 0.0 ó a 1.0, y muy pocas soluciones intermedias. Esto de acuerdo con la Ec. 3 indica que se aplica máximo beneficio o se

almacena para periodos futuros. El almacenamiento requerido,  $S_t^R$ , indica que en los meses de Marzo y Diciembre se debe mantener el embalse cercano al máximo, mientras que en los meses de Abril a Noviembre el embalse debe mantenerse a un bajo volumen requerido, cercano a los  $40 Mm^3$ . Finalmente, de acuerdo con la capacidad máxima  $K_t$ , esta no debe exceder los  $100 Mm^3$  en el periodo de Marzo a Julio, y sólo se espera operar a capacidad máxima en los meses de Agosto, Noviembre y Diciembre.

## 5. Conclusiones y recomendaciones

Se ha presentado una forma de evaluar la operación actual de embalses colombianos de forma sencilla para minimizar criterios de escasez y exceso, cuando esta no es posible obtener esta del operador del embalse tanto para *ROE*, como para *RCO*. Se ha presentado además una sensibilidad de parámetros  $n$  y  $\theta$  de *RCO* para la operación del embalse obtenida mediante calibración de la *RCO* para seis criterios. Se ha identificado que el embalse con su operación actual ofrece alternativas para reducción de eventos de exceso y de escasez y se han determinado los límites máximo y mínimo de dichos criterios con *RCO*. Posteriormente se ha determinado cual sería la operación óptima para el embalse empleando Borg MOEA para las demandas requeridas obtenidas durante la calibración. Dicho resultado demuestra que es posible obtener otras formas de operación que satisfacen la demanda requerida del embalse y simultáneamente mejoran las condiciones de manejo de excesos y escasez

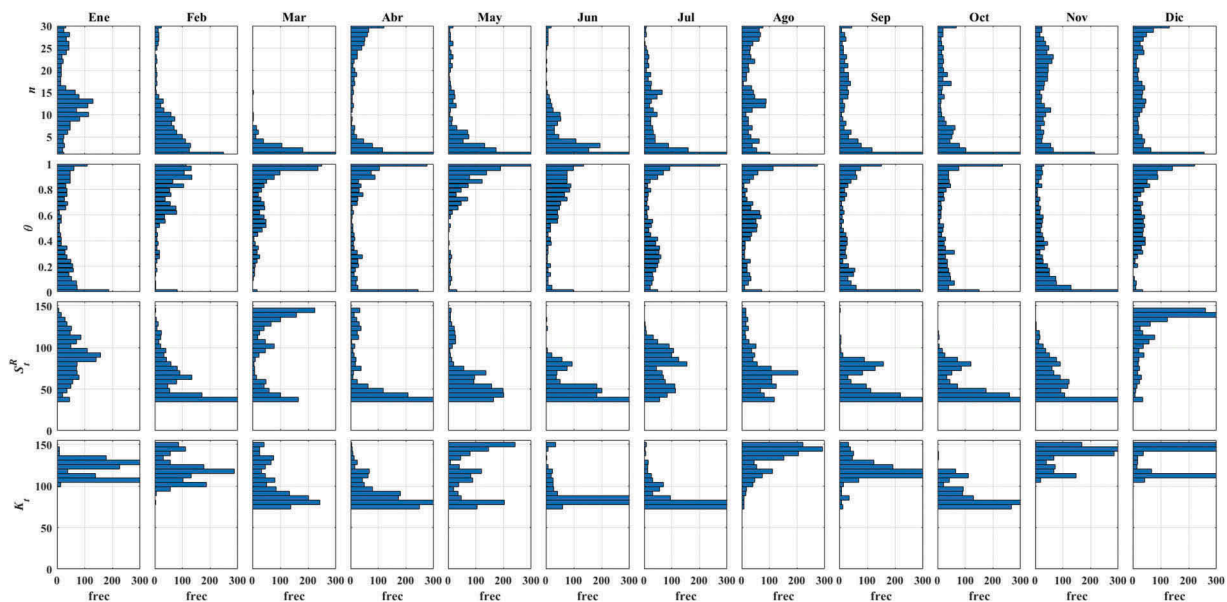


Figura 8. Histograma de parámetros obtenidos en el *FP* de *OMC* para el embalse Riogrande II con 3 criterios de escasez y 3 criterios de vertimiento de exceso. En cada fila se presentan los parámetros  $n$ ,  $\theta$ ,  $S_t^R$  y  $K_t$ . Las columnas representan cada mes del año.

del embalse. En el año 2017, el principal problema en el manejo de embalses se relaciona con las inundaciones que aquejaron el país, en el 2018 el país enfrentó una sequía. La metodología presentada puede usarse o extenderse para realizar planificación en diversos embalses del territorio nacional. Queda por desarrollarse, a futuro: (i) un análisis de la operación con parámetros de operación de mayor resolución temporal, (ii) un análisis de operación donde sea posible establecer criterios adicionales y (iii) un análisis de la operación de un sistema de embalses en serie o en paralelo.

## 6. Agradecimientos

M.E. Castro-Gama agradece a SURFSara (Holanda) por otorgar el proyecto HPC-Cloud e-infra180094, donde las simulaciones y optimizaciones fueron realizadas.

## ORCID

M.E. Castro-Gama  <http://orcid.org/0000-0002-9081-2672>  
F.A. Bernal-Quiroga  <http://orcid.org/0000-0003-4054-7353>

## Referencias

- [1] IDEAM (2014). *Estudio Nacional del Agua*. Panamericana Formas e Impresos S.A. pp 496.
- [2] UPME (2015). Plan de expansión de referencia Generación-Transmisión 2015-2029. Technical report, Unidad de Planeación Minero Energética – UPME.
- [3] Fang, H., song Hu, T., Zeng, X., and Yan Wu, F. (2014). Simulation-optimization model of reservoir operation based on target storage curves. *Water Science and Engineering*, 7(4):433–445.
- [4] Ngo, L. (2008). *Optimising reservoir operation*. Hoa Binh Vietnam. PhD thesis, Institute of Environment & Resources. Technical University of Denmark.
- [5] Ngo, L. L., Madsen, H., and Rosbjerg, D. (2007). Simulation and optimisation modelling approach for operation of the Hoa Binh reservoir, Vietnam. *Journal of Hydrology*, 336(3–4):269–281.
- [6] Shiau, J. (2009). Optimization of reservoir hedging rules using multiobjective genetic algorithm. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 135(5):355–363.
- [7] Celeste, A. and Billib, M. (2009). Evaluation of stochastic reservoir operation optimization models. *Advances in Water Resources*, 32(9):1429–1443.
- [8] Rani, D. and Moreira, M. (2010). Simulation-optimization modeling: A survey and potential application in reservoir systems optimization. *Water Resources Management*, 24:1107–1138.
- [9] Maass, A., Hufschmidt, M., Dorfman, R., Thomas Jr., H.A., M. S., and Fair, G. (1962). *Design of Water-Resources Systems: New Techniques for Relating Economic Objectives, Engineering Analysis, and Government Planning*. Harvard Univ. Press, Cambridge, Mass.
- [10] Klemes, V. (1977). Value of information in reservoir optimization. *Water Resources Research*, 13(5):837–850.
- [11] Bayazit, M. and Unal, N. (1990). Effects of hedging on reservoir performance. *Water Resources Research*, 26(4):713–719.
- [12] Cancelliere, A., Ancarani, A., and Rossi, G. (1998). Susceptibility of water supply reservoirs to drought conditions. *J. Hydrol. Eng.*, 3(2):140–148.
- [13] Castro-Gama, M., Popescu, I., Li, S., and Mynett, A. (2014a). Modeling the inference between upstream inflow hydrographs and downstream flooded areas in a reservoir driven system. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 108:207–218.
- [14] Castro-Gama, M., Popescu, I., Li, S., Mynett, A., and van Dam, A. (2014b). Flood inference simulation using surrogate modelling for the Yellow River multiple reservoir system. *Environmental Modelling and Software*, 55:250–265.
- [15] Hashimoto, H., Stedinger, J., and Loucks, D. (1982). Reliability, resiliency, and vulnerability criteria for water resources system performance evaluation. *Water Resources Research*, 18(1):14–20.
- [16] Karamouz, M. and Araghinejad, S. (2008). Drought mitigation through long-term operation of reservoirs: Case study. *J. Irrig. Drain. Eng.*, 134(4):471–478.
- [17] Moy, W., Cohon, J., and ReVelle, C. (1986). A programming model for analysis of the reliability, resilience, and vulnerability of a water supply reservoir. *Water Resources Research*, 22(4):489–498.
- [18] Neelakantan, T. and Pundarikanthan, N. (1999). Hedging rule optimization for water supply reservoir system. *Water Resources Management*, 13(6):409–426.
- [19] Oliveira, R. and Loucks, D. (1997). Operating rules for multireservoir systems. *Water Resources Research*, 33(4):839–852.
- [20] Shiau, J. (2003). Water release policy effects on the shortage characteristics for the Shihmen reservoir system during droughts. *Water Resources Management*, 17(6):463–480.
- [21] Shiau, J. and Lee, H. (2005). Derivation of optimal hedging rules for a water-supply reservoir through compromise programming. *Water Resources Management*, 19(2):111–132.
- [22] Shih, J. and ReVelle, C. (1995). Water supply operations during drought: A discrete hedging rule. *European Journal of Operations Research*, 82(1):163–175.
- [23] Srinivasan, K. and Philipose, M. (1996). Evaluation and selection of hedging policies using stochastic reservoir simulation. *Water Resources Management*, 10(3):163–188.
- [24] Srinivasan, K. and Philipose, M. (1998). Effect of hedging on over-year reservoir performance. *Water Resources Management*, 12(2):95–120.
- [25] Tatano, H., Okada, N., and Kawai, H. (1992). Optimal operation model of a single reservoir with drought duration explicitly concerned. *Stochastic Hydrol. Hydraul.*, 6(2):123–134.
- [26] Tu, M., Hsu, N., Tsai, F., and Yeh, W. (2008). Optimization of hedging rules for reservoir operations. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 134(1):3–13.

- [27] Tu, M., Hsu, N., and Yeh, W. (2003). Optimization of reservoir management and operation with hedging rules. *Journal of Water Resources Planning Management*, 129(2):86–97.
- [28] Draper, A. and Lund, J. (2004). Optimal hedging and carryover storage value. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 130(1):83–87.
- [29] You, J.-Y. and Cai, X. (2008a). Hedging rule for reservoir operations: 1. A theoretical analysis. *Water Resources Research*, 44(1):W01415.
- [30] You, J.-Y. and Cai, X. (2008b). Hedging rule for reservoir operations: 2. A numerical model. *Water Resources Research*, 44(1):W01416.
- [31] Shiau, J. (2011). Analytical optimal hedging with explicit incorporation of reservoir release and carryover storage targets. *Water Resources Research*, 47:W01515.
- [32] Kjeldsen, T. H. (2000). A contextualized historical analysis of the Kuhn-Tucker theorem in nonlinear programming: The impact of World War II. *Historia Mathematica*, 27(4):331–361.
- [33] Kuhn, H. and Tucker, A. (1951). Nonlinear programming. In *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, 481–492, Berkeley, Calif. Univ. of California Press.
- [34] Gupta, H., Kling, H., Yilmaz, K., and Martinez, G. (2009). Decomposition of the mean squared error and NSE performance criteria: implications for improving hydrological modelling. *Journal of Hydrology*, 377(1–2):80–91.
- [35] Nash, J. and Sutcliffe, J. (1970). River flow forecasting through. part I. a conceptual models discussion of principles. *Journal of Hydrology*, 10:282–290.
- [36] Hadka, D. and Reed, P. (2012). Diagnostic assessment of search controls and failure modes in many-objective evolutionary optimization. *Evolutionary Computation*, 20(3):423–452.
- [37] Hadka, D. and Reed, P. (2013). Borg: An auto-adaptive many-objective evolutionary computing framework. *Evolutionary Computation*, 21(2):231–259.
- [38] Kasprzyk, J., Nataraj, S., Reed, P., and Lempert, R. (2013). Many objective robust decision making for complex environmental systems undergoing change. *Environmental Modelling & Software*, 42:55–71.
- [39] Reed, P., Hadka, D., Herman, J., Kasprzyk, J., and Kollat, J. (2013). Evolutionary multiobjective optimization in water resources the past, present, and future. *Advances in Water Resources*, 51(1):438–456.
- [40] Castro-Gama, M. (2017). Visual Analytics for Multi-Objective Optimization Solutions (VAMOS). A MATLAB Open library. doi: [10.5281/zenodo.437872](https://doi.org/10.5281/zenodo.437872). Available online.
- [41] Castro-Gama, M., Pan, Q., Lanfranchi, E. A., Jonoski, A., and Solomatine, D. P. (2017). Pump scheduling for a large water distribution network. Milan, Italy. *Procedia Engineering*, 186:436–443.