

SEC Lerarenopleiding TU Delft

SL3502 Afstudeeronderzoek

Effectieve doceerstrategieën:
het verschuiven van een productgerichte focus naar
procesgerichte focus middels formatief handelen.

Student: Martijn Nieuwenhuis (5188067,

Begeleider: Jeroen Spandaw Commissie:

Prof. Marc de Vries (email:

Jacob van der Woude

Versie: 15 oktober 2022

Voorwoord

In het schooljaar 2020-2021 heb ik – naast mijn stage in de bovenbouw – zelfstandig twee 2^e klassen lesgegeven op het Stedelijk Gymnasium Schiedam (STGS). Het voornaamste voordeel hiervan was dat ik verschillende methodes en experimenten heb kunnen implementeren in deze klassen. Een van deze experimenten was het opzetten van een zogenaamd bonussysteem om het nut van huiswerk duidelijk te maken. In mijn eerdere stageklassen merkte ik dat de meerderheid van de leerlingen het maken van huiswerk als een verplichting ervaarden, waarbij niet of nauwelijks werd stilgestaan bij het doel ervan – het controleren of een leerdoel behaald is. Hoewel op het STGS wel wordt verwacht dat leerlingen het gemaakte werk nakijken, is het vervolgens nog maar de vraag of er wordt stilgestaan bij een gemaakte fout en daar verdere actie op wordt ondernomen. Vandaar dat ik met behulp van een stimulans – een bonus van 0.5 punten op de toets – leerlingen heb geprobeerd het nut van huiswerk in te laten zien. Kortgezegd diende leerlingen wekelijks huiswerk in te leveren via Classroom, waarvoor ten hoogste 2 punten per opdracht kon worden verdiend tot een maximum van in totaal 10 punten voor het hoofdstuk. De voornaamste eisen zijn hierbij dat leerlingen het gemaakte huiswerk nakijken en bovenal gemaakte fouten proberen te verbeteren. Met het regelmatig stilstaan bij de vraag of de behandelde leerdoelen behaald zijn, hoop ik dat leerlingen ervaren dat het voorbereiden voor een toets veel makkelijker zal gaan. Hieruit zal naar verwachting dan ook een hoger leerresultaat behaald worden, waarbij de toename in het cijfer hoger is dan de verdiende bonus.

Hoewel bovengenoemde werkwijze relatief veel werk geeft aan de docent door het ingeleverde werk te moeten controleren, geeft het bovenal zeer waardevolle informatie over het kennen en kunnen van de leerlingen. Zeer opvallend hierin was de mate waarin leerlingen aangeven een fout gemaakte opgave ‘niet te snappen’ en het daar vervolgens bij te laten. Regelmatig staakt de leerling zelfs te beginnen aan het oplossen van een ogenschijnlijk moeilijke opgave en wordt simpelweg een vraagteken genoteerd. Naar mijn idee vloeit dit voort uit de fixatie van leerlingen op het eindantwoord van een opgave. Wanneer de weg ernaartoe niet duidelijk is en daarmee de overtuiging ontbreekt om tot een eindantwoord te komen, wordt vaak geen poging gedaan om de som op te lossen. Vandaar dat ik veel interesse had om hier verder onderzoek naar te doen.

Samenvatting

Dit onderzoek beoogt de veelal overheersende productgerichte focus van leerlingen in het wiskundeonderwijs te verschuiven naar een procesgerichte focus. Hiertoe is een *Hypothetical Teaching and Learning Trajectory (HTLT)* ontworpen waarin volgens een iteratief proces onderzocht is hoe docenten leerlingen kunnen helpen om uitwerkingen te noteren zodat deze voldoen aan succescriteria en leerdoelen. Allereerst is verduidelijkt aan leerlingen wat succescriteria zijn met betrekking tot het oplossen van wiskundige problemen aan de hand van voorbeelduitwerkingen. Vervolgens is van een aantal doceerstrategieën de effectiviteit onderzocht in het trainen van leerlingen in het toepassen van deze succescriteria en leerdoelen. Deze strategieën zijn het trainen van leerlingen een complete schets te maken, het toepassen van *scaffolding* in een *vlekopgave* en het toepassen van de *goal free* strategie. Deze interventies dragen bij aan het verduidelijken, delen en laten toepassen van succescriteria in het werk van leerlingen.

Inhoudsopgave

Voorwoord.....	2
Samenvatting	2
Inleiding.....	5
Theoretisch kader.....	7
Methodologie.....	11
Iteratie 0	12
Inleiding	12
Hypothesen	12
Ontwerp interventie.....	12
Resultaten	13
Conclusie.....	15
Discussie	15
Iteratie 1a (Interventie: Fout antwoord – Goede uitwerking)	16
Inleiding	16
Hypothesen	16
Ontwerp interventie.....	16
Resultaten	17
Conclusie.....	18
Discussie	18
Iteratie 1b (Interventie: Goed antwoord – Incomplete uitwerking)	19
Inleiding	19
Hypothesen	19
Ontwerp interventie.....	19
Resultaten	20
Conclusie.....	21
Discussie	22
Iteratie 2 (Interventie: Schetsen en stappenplan in woorden)	23
Inleiding	23
Hypothesen	23
Ontwerp interventie.....	23
Resultaten	24
Conclusie.....	25
Discussie	25

Iteratie 3 (Interventie: Trainen tot opschrijven volledige uitwerking)	26
Inleiding	26
Hypothesen	26
Ontwerp interventie	26
Resultaten	27
Conclusie	28
Discussie	28
Iteratie 4 (Interventie: <i>Goal free</i> strategie)	29
Inleiding	29
Hypothesen	29
Ontwerp interventie	29
Resultaten	30
Conclusie	31
Discussie	31
Conclusie	32
Discussie	33
Literatuurlijst	35
Bijlagen	36
Interventie 0: Nulmeting	36
Interventie 1a: Voorbeelduitwerking 1 (Antwoord fout -> toch punten?)	37
Interventie 1b: Voorbeelduitwerking 2 (Antwoord goed, onvolledige uitwerking)	38
Interventie 2: Schets maken	39
Interventie 3: Notatie volledige uitwerking	40
Interventie 4: <i>Goal free</i> - Deel 1 (voor aanpassing)	41
Interventie 4: <i>Goal free</i> - Deel 1 (na aanpassing)	42
Interventie 4: <i>Goal free</i> - Deel 2 (voorkant)	43
Interventie 4: <i>Goal free</i> - Deel 2 (achterkant)	44

Inleiding

In het Nederlandse wiskundeonderwijs is een belangrijk leerdoel dat leerlingen snappen hoe ze bij een eindantwoord komen, in plaats van slechts leren hoe ze berekeningen kunnen reproduceren. Niet alleen stelt deze vaardigheid leerlingen in staat om zelfstandiger met wiskunde aan de slag te gaan, het traint ook hun analytisch vermogen, iets wat ook buiten de wiskundeles van pas komt. In de praktijk blijkt echter dat leerlingen juist deze vaardigheid om tussenstappen juist te noteren niet altijd op waarde kunnen schatten. Dit bleek ook uit een vooronderzoek dat uitgevoerd werd voor het onderzoek dat in deze scriptie beschreven zal worden. Tijdens dit vooronderzoek zijn enkele experimentele vragenlijsten gehouden bij leerlingen om te zien hoe zij zichzelf inschatten. Zowel voor als na het maken van een summatieve toets is gevraagd een schatting te maken van hun cijfer, afgerond op helen. Daarnaast volgden enkele vragen ter verduidelijking van hun keuze. Uit de resultaten bleek dat veel leerlingen niet goed in staat zijn om in te schatten of zij de leerdoelen van het hoofdstuk behaald hebben en daarmee niet goed voorbereid een toets ingaan. Daarnaast viel op dat enkelen zichzelf consequent hoger of juist lager inschatten na het maken van de toets, regelmatig met een verschil van meer dan 2 hele scorepunten. De oorzaak is vooral te vinden in de aanname van leerlingen dat het al dan niet geven van juiste eindantwoorden de grootste invloed heeft op het cijfer, waarmee het opschrijven van tussenstappen worden ondergewaardeerd.

Leerlingen hebben dus vooral een productgerichte focus, waarbij ze teveel belang hechten aan het eindantwoord. Bij een procesgerichte focus zouden leerlingen ook waarde hechten aan het proces naar een antwoord toe, zoals het correct noteren van de tussenstappen. Hoewel deze procesgerichte focus bij veel leerlingen ontbreekt, zou deze procesgerichte focus uiteindelijk beter aansluiten bij de overkoepelende leerdoelen van het wiskundeonderwijs.

Het huidige onderzoek heeft als voornamelijk doel om inzicht te krijgen in hoe deze veelal overheersende productgerichte focus (gericht op het eindantwoord) verschoven kan worden naar een procesgerichte focus, waarbij leerlingen meer waarde zullen hechten aan succescriteria zoals het noteren van volledige uitwerkingen.

Om te begrijpen hoe leerlingen kunnen veranderen van een productgerichte focus naar een procesgerichte focus, is het belangrijk om te snappen hoe leerlingen gemaakt werk beoordelen. Wat zien zij als criteria voor het behalen van “succes” en hoe speelt dit een productgerichte focus in de hand? Dit onderzoek zal allereerst dit in kaart brengen. Daarna is het van belang om te onderzoeken hoe de docent de leerdoelen en succescriteria kan verduidelijken voor de leerlingen, zodat zij begrijpen welke succescriteria passen bij een procesgerichte focus. Vervolgens kan onderzocht worden welke strategieën gebruikt kunnen worden door de docent om leerlingen toe te laten werken naar deze succescriteria, zodat zij een procesgerichte focus kunnen gaan toepassen in hun werk. Deze stappen zijn samengevat in de volgende onderzoeksvragen:

Hoofdvraag: Hoe kunnen docenten leerlingen helpen benodigde tussenstappen correct te formuleren zodat deze voldoen aan succescriteria en leerdoelen?

Deelvragen:

- 1) Hoe zijn succescriteria gedefinieerd door docenten en leerlingen?*
- 2) Welke doceer strategieën zijn effectief om succescriteria en leerdoelen te verduidelijken en te delen met leerlingen?*
- 3) Welke doceer strategieën zijn effectief om de leerlingen te trainen om de succescriteria toe te passen in hun eigen werk?*

Om deze onderzoeksvragen te beantwoorden, zijn voor dit onderzoek verschillende interventies ontworpen. De doelgroep van het onderzoek betreft leerlingen uit de tweede klas van het Stedelijk Gymnasium Schiedam. De ontworpen interventies zijn uitgevoerd in twee klassen van ongeveer 25 leerlingen. Tijdens de uitvoering van het onderzoek, waren alle klassen in twee groepen gedeeld vanwege de Covid-19 pandemie, waarbij de groepen om de dag afwisselden tussen online en fysiek onderwijs. In de praktijk, waar beide klassen les hadden met twee dagen ertussen, hield dit in dat beide groepen elke week eenmaal fysiek aanwezig waren. Het organiseren van de uitvoering van de ontworpen interventies voor de leerlingen die online deelnamen aan de les bleek een te grote opgave, waardoor gekozen is om de focus te leggen bij de fysiek aanwezige leerlingen.

Het onderzoek volgt het zogenoemde *hypothetical teaching and learning trajectory (HTLT)* beschreven door Bakker en van Eerde (2015), welke verder zal worden toegelicht in de methodologieparagraaf. In totaal bestaat het onderzoek uit een vijftal iteraties, beginnend bij een nulmeting. Vanwege de iteratieve aard van HTLT, is ervoor gekozen om de verslaglegging ook op deze wijze vorm te geven. Van elke iteratie wordt verslag gelegd op traditionele manier. Daarbij geven de resultaten, conclusie en discussie van iteratie n de aanleiding voor iteratie $n + 1$.

Theoretisch kader

In de literatuur worden verschillende manieren beschreven om leerlingen te helpen om meer inzicht te krijgen in de succescriteria die passen bij een procesgerichte focus. Eén van die manieren is het gebruik van formatief handelen. In de literatuur wordt geen eenduidige definitie gegeven van formatief handelen. De voorgestelde definities verschillen volgens Wiliam en Leahy (2015) in vier hoofdzaken.

1. De tijd tussen data verzameling en het gebruik ervan in de lespraktijk. Over het algemeen wordt verondersteld dat de verwachte impact op het leren groter is wanneer het tijdsinterval tussen het verzamelen van data en het gebruiken ervan klein wordt gehouden.
2. Of de studenten waarvan de data verzameld is er zelf profijt van moeten hebben. Het gebruiken van data om de lespraktijk van een volgende groep te verbeteren, wordt in enkele gevallen als niet formatief bestempeld.
3. Of de studenten actief betrokken zijn in het proces. Waar regelmatig data anoniem verzameld wordt om het begrip van de gehele groep te peilen, zien anderen dit niet als formatief aangezien er geen persoonlijke feedback plaatsvindt.
4. Of de verzamelde data gebruikt moet worden om geplande instructie te verbeteren. Immers zou de data de koers van de docent kunnen bevestigen, waarmee deze niet hoeft te worden aangepast.

In dit onderzoek zal de definitie van Black en Wiliam (2009) aangehouden, welke in veel recent onderzoek ook als definitie wordt aangehouden.

“Practice in a classroom is formative to the extent that evidence about student achievement is elicited, interpreted, and used by teachers, learners, or their peers, to make decisions about the next steps in instruction that are likely to be better, or better founded, than the decisions they would have taken in the absence of the evidence that was elicited.” Black and William (2009 – p.9)

In deze definitie leggen Black en William de nadruk op het aspect dat met de verzamelde data de vervolgstappen verbeteren ofwel beter onderbouwd zullen zijn.

Leahy, Lyon, Thompson en Wiliam (2005) beschrijven vijf hoofdstrategieën op welke manier formatief handelen kan worden toegepast. Deze vijf strategieën staan beschreven in tabel 1 op de volgende pagina (vertaald uit Wiliam & Leahy 2015). Hierin zijn de drie hoofdprocessen (waar werkt de leerling naartoe, waar staat de leerling nu en hoe daar te komen) uitgezet tegen de drie betrokkenen (de docent, de medeleerling en de leerling).

	Waar de leerling naar toe werkt	Waar de leerling nu staat	Hoe daar te komen
Docent	1. Verhelderen, begrijpen en delen van leerdoelen en criteria voor succes	2. Bewerkstelligen van effectieve groepsdiscussies en activiteiten die bewijs leveren voor leren	3. Feedback geven gericht op verder leren
Medeleerling		4. Leerlingen activeren als informatiebronnen voor elkaar	
Leerling		5. Leerlingen activeren in het eigenaarschap over het eigen leren	

Tabel 1: De vijf hoofdstrategieën van formatief handelen. (William & Leahy, 2015)

In de eerste plaats gaat dit onderzoek in op de eerste strategie; het verhelderen, begrijpen en delen van leerdoelen en criteria voor succes. Hierbij zal voornamelijk worden ingezoomd op specifieke procesgerichte kwaliteitscriteria, zoals het noteren een volledige uitwerking en probleemoplossend kunnen denken. Waar de leerling kwaliteit koppelt aan het product (voornamelijk het komen tot een eindantwoord), wordt het proces veelal ondergewaardeerd door de leerlingen. Wanneer leerlingen begrijpen wat kwaliteit is, zullen zij dit makkelijker kunnen toepassen in hun eigen werk. William en Leahy (2015) adviseren om gebruik te maken van voorbeelduitwerkingen om kwaliteit te communiceren met leerlingen. Hierbij is het raadzaam om geanonimiseerd werk te gebruiken. In de eerste plaats blijken leerlingen beter in het opmerken van fouten in het werk van anderen dan in hun eigen werk. Daarnaast is de kans groter dat zij een opgemerkte fout zelf minder snel zullen maken. In dit onderzoek is daarom deze methode om voorbeeldopgaven te gebruiken om criteria voor succes te verhelderen toegepast in *iteratie 1a* en *iteratie 1b*.

Daarna zal met het implementeren van verschillende interventies ook de tweede strategie worden toegepast. Bij deze strategie wordt in eerste instantie achterhaald wat een leerling kan, zodat de docent vervolgens gericht een interventie kan inzetten op hiaten van de leerlingen.

In *iteratie 2, 3 en 4* zijn interventies ontworpen voortkomend uit de resultaten van *iteratie 0*. Leahy en William (2015) benadrukken dat het uiteindelijke doel is om leerlingen onafhankelijk te maken van de leraar (strategie 5 in tabel 1) en dat dit het uitgangspunt moet zijn in het toepassen van de verschillende strategieën. Bij dit onderzoek is rekening gehouden om uit te bouwen naar strategie 5 door gebruik te maken van *scaffolding*.

Scaffolding is het proces waarbij stapsgewijs hulp wordt geboden aan degene die leert om het beoogde doel te bereiken. Een belangrijke aantekening hierbij is dat de geboden hulp tijdelijk is en daarmee geleidelijk wordt afgebouwd (van der Stuyf, 2002). In het huidige onderzoek wordt uitgegaan van een interactie tussen docent en leerling.

Van de Pol, Volman en Beishuizen (2010) onderscheiden drie hoofdkarakteristieken van *scaffolding*. In de eerste plaats dient de docent een duidelijk beeld te hebben van het huidige niveau van de leerling, zodat de geboden hulp hier op aangepast kan worden. De nulmeting dient een indicatie te geven in hoeverre de leerling zelfstandig in staat is de beoogde taak te volbrengen.

De tweede hoofdkarakteristiek is het geleidelijk afbouwen van de geboden hulp, waarbij de snelheid afhangt van het niveau van de leerling. Deze afbouw is enerzijds vooraf geïntegreerd in de ontworpen interventies en anderzijds kan de docent deze afbouw realiseren door minder actief hulp te bieden. Waar de snelheid van afbouw in deze interventies vooraf bepaald is, kan de docent de geboden hulp ter plekke aanpassen aan de behoefte van de leerling.

De derde hoofdkarakteristiek is de overdracht van de verantwoordelijkheid voor het volbrengen van de taak. Met de afbouw van de geboden hulp neemt deze mate van verantwoordelijkheid voor de leerling juist toe.

De interventie in *iteratie 3* is gebaseerd op *vlekopgaven* zoals beschreven door Paul Drijvers (2006). De leerling wordt hierbij gevraagd een bevlekte uitwerking van een opgave aan te vullen. Deze vlekopgaven worden over het algemeen gebruikt voor opgaven waarbij slechts enkele stappen gemaakt dienen te worden, zoals het vereenvoudigen van breuken. In dit onderzoek zal ditzelfde principe worden toegepast bij wiskundige opgaven waarbij de uitwerking uit aanzienlijk meer stappen bestaat. Het gebruik van *vlekopgaven* leent zich goed voor het toepassen van *scaffolding*, aangezien gemakkelijk de geboden hulp (het zichtbare deel van de uitwerking) kan worden afgebouwd door het bevlekte deel van de uitwerking te laten toenemen.

Ben Rogers (2018) stelt dat met *vlekopgaven* (*completion problems*) de cognitieve belasting op de leerling wordt verminderd. Een andere methode met als doel de cognitieve belasting te verlagen is de zogenaamde *goal free* strategie (Ben Rogers 2018). Het doel van de strategie is om leerlingen na te laten denken over de stappen die gemaakt moeten worden, zonder direct te gaan rekenen – *zonder toe te werken naar een specifiek doel*. Met het verlagen van de cognitieve belasting wordt het aanleren van probleemoplossen effectiever, aangezien de focus kan worden gelegd op het aspect wat het belangrijkste wordt gevonden. Hierbij wordt een “probleem” gezien als een opgave die de leerling niet onmiddellijk op routine kan oplossen, waar bijvoorbeeld een strategie voor nodig is.

Alan Schoenfeld (2014) beargumenteert dat bij het aanleren van probleemoplossend denken, rekening moet worden gehouden met vier categorieën van kennis en gedrag.

In de eerste plaats zijn dit de *recources*, ofwel de verschillende soorten kennis, die een individu tot zijn beschikking heeft om in te zetten. Gezien de onderzoeker tevens de docent is van de deelnemers, heeft deze goed idee van hun basiskennis.

Een tweede categorie is het gebruik maken van *heuristics*; strategieën veelal bedoeld om een gesteld probleem beter te begrijpen of dichterbij de oplossing ervan te komen. Een heuristiek die aan bod komt in dit onderzoek is het maken van een schets (*iteratie 2*). In de eerste plaats dient deze schets om een beter beeld te krijgen van het probleem, maar daarnaast kan met behulp van de schets een eerste plan van aanpak worden gevormd om tot de oplossing te komen.

De derde categorie (*control*) is voornamelijk gericht op de belangrijke keuzes die gemaakt worden in het oplossen van een probleem en de gevolgen die deze hebben voor de juistheid ervan. Door het maken van een schets wordt de leerling geremd in het maken van een overhaaste beslissing of aanname met als gevolg af te dwalen van een juiste route naar de oplossing.

De laatste categorie bestaat uit de *belief systems* van een persoon - zoals de kijk op wiskundige problemen - die onder anderen de wijze waarop iemand een wiskundig probleem aanpakt bepalen.

In elk van de interventies zal het principe van *denken-delen-uitwisselen* worden toegepast om het doel van de interventie zo helder mogelijk te krijgen voor de leerlingen (William en Leahy, 2015). In de eerste fase *denken* leerlingen eerste enkele minuten zelfstandig na over de voorgelegde vraag. Daarna *delen* leerlingen hun bevindingen met elkaar in kleine groepjes – veelal in tweetallen - en discussiëren ze over verschillen en/of overeenkomsten. In de fasen *denken* en *delen* loopt de docent rond om inzicht te krijgen in het begrip van leerlingen en eventuele misconcepties te identificeren. Daarnaast kan de docent groepjes die vastlopen verder helpen door hen hulpvragen te stellen. Vervolgens leidt de docent tijdens het uitwisselen een klassikale groepsdiscussie door enkele groepjes hun bevindingen toe te laten lichten. Hierin kan de docent bijvoorbeeld de verkregen informatie uit de vorige fasen gebruiken om misconcepties klassikaal te behandelen en te sturen naar het beoogde doel van de interventie.

Uit voorgaande zijn hypothesen opgesteld die aansluiten bij de hoofdvraag en bijbehorende deelvragen.

De hypothese op eerste deelvraag is voornamelijk gebaseerd op observaties in de lespraktijk en eerdere gesprekken met leerlingen en docenten:

De verwachting is dat leerlingen succes koppelen aan het bereiken van het correcte eindantwoord, waarmee het proces wat leidt tot dit antwoord wordt ondergewaardeerd of zelfs verwaarloosd. Daarentegen zullen docenten naar verwachting juist in hun definitie van succes de nadruk leggen op de berekening en het toelichten hoe tot een antwoord is gekomen.

De literatuur adviseert succescriteria naar leerlingen te communiceren door voorbeelduitwerkingen te laten beoordelen. Daarom is de volgende hypothese opgesteld:

De verwachting is dat leerlingen de waarde van het noteren van tussenstappen (succescriteria) kan worden aangeleerd door hen twee voorbeelduitwerkingen te laten beoordelen. Enerzijds waarbij juiste tussenstappen punten opleveren wanneer het antwoord onjuist is en anderzijds dat het ontbreken van onderbouwing van het (juiste) eindantwoord punten kan kosten. Met het testen van deze hypothese, kan de tweede deelvraag worden beantwoord.

De literatuur stelt een aantal effectieve doceerstrategieën voor het aanleren van het noteren van volledige uitwerkingen. Hieruit is de volgende hypothesen opgesteld:

a) De verwachting is dat het toepassen van scaffolding in vlekopgaven een effectieve doceerstrategie is om leerlingen het volledig noteren van een uitwerking aan te leren. Het geleidelijk afbouwen van de geboden hulp kan naar verwachting zorgen dat de leerling het uiteindelijk zelf kan.

b) Daarnaast kan door het goal free maken van een opgave, de leerling gestuurd worden om na te denken over het gestelde probleem alvorens in de berekening te duiken, waardoor het daadwerkelijk uitwerken van het probleem zal verbeteren.

Met het testen van deze hypothesen, kan de derde deelvraag worden beantwoord.

De overkoepelde hypothese is:

Docenten kunnen leerlingen aanleren tussenstappen correct te formuleren, door eerst de leerlingen aan de hand van voorbeelduitwerking te communiceren wat de succescriteria en leerdoelen zijn op dit gebied. Daarna kan de docent de leerling trainen deze toe te passen in het eigen werk door het toepassen van scaffolding in vlekopgaven en wordt de leerling gestimuleerd om zich te oriënteren in het probleem door deze goal free te benaderen.

Vervolgens zal in de verschillende iteraties van dit onderzoek meer gedetailleerd hypothesen worden opgesteld op basis van de resultaten van voorgaande iteraties en de literatuur beschreven in dit theoretisch kader.

Methodologie

De gebruikte onderzoeksmethode wordt in de literatuur beschreven als *Hypothetical Teaching and Learning Trajectory (HTLT)* (Bakker & van Eerde, 2015). *HTLT* is een vorm van *grounded research* waarbij iteratief parallel enerzijds onderwijs interventies wordt ontwikkeld die zijn geïnformeerd door de theorie en anderzijds theorie over het leren en doceren van de gegeven leerdoelen verder ontwikkelt op basis van de analyses van de onderwijsexperimenten. Dit houdt in dat de uitvoering van het experiment en de analyse van de resultaten mede sturing geven aan het de beoogde vervolgstappen welke bijdragen aan het beantwoorden van de onderzoeksvragen. Belangrijk is hierin het gegeven dat de vervolgstap niet geheel berust is op de resultaten van de voorgaande iteratie, maar juist wordt gevormd in samenspraak met de literatuur in het theoretisch kader.

Kenmerkend aan *HTLT* is het formuleren van hypothesen op het gebied van leren en doceren met als overkoepelend doel om de geformuleerde deelvragen en hoofdvraag van het onderzoek te kunnen beantwoorden. Een groot voordeel van deze eigenschap van *HTLT* is dat het de validiteit van onderzoek sterk bevordert. De hypothesen bepalen namelijk de focus van de interventie, wat de onderzoeker helpt in het ontwerpen van de interventie, de dataverzameling en de analyse van de data. Daarnaast is vanwege de iteratieve aard van *HTLT* de mogelijkheid om tussentijds te evalueren op de ingeslagen weg en indien nodig de koers aan te passen. Na elke iteratie is een afspraak ingepland tussen de onderzoeker en begeleider om het verloop van de interventie, de resultaten en mogelijke interpretaties hiervan uitvoerig te bespreken. Zoals vermeld is vervolgens in combinatie met literatuur de vervolgstap vormgegeven met een concept van het volgende onderwijsexperiment en daarbij horende hypothesen.

Het onderzoek is vrijwel in zijn geheel uitgevoerd ten tijden van de Covid-19 pandemie. Op de school waar het onderzoek plaats vond, waren de klassen in 2 groepen gedeeld, waarvan de groepen om de dag fysiek onderwijs volgden. Van de andere groep werd verwacht vanuit huis deel te nemen aan de les via Microsoft Teams. Er is gekozen om alleen de data te verzamelen van de leerlingen die fysiek op school aanwezig waren, aangezien de docent een actieve rol vervult in het onderzoek en deze in verwaarloosbare mate van hulp kon zijn voor niet fysiek aanwezige leerlingen. Mogelijk heeft dit invloed op de betrouwbaarheid van de data, aangezien de groep die de interventie fysiek volgde, niet elke keer hetzelfde was. Daarom is aan de start van elke nieuwe interventie, de voorgaande interventie kort samengevat, waarbij de nadruk gelegd is op het doel van de interventie. Zodoende is de overtuiging dat het onderzoek als voldoende betrouwbaar kan worden aangemerkt. Inmiddels zijn enkele iteraties – waaronder *iteratie 1a* en *1b* in aangepaste vorm – herhaald in verschillende jaarlagen, welke vergelijkbare resultaten opleverden¹. Daarmee is de veronderstelling dat het uitvoeren van interventies vergelijkbare resultaten zal opleveren.

Het gehele onderzoek bestaat uit 5 iteraties, beginnend met een nulmeting welke gemakshalve *iteratie 0* is genoemd, waarin de 1^e deelvraag zal worden onderzocht. Daarna volgt *iteratie 1* welke is opgedeeld in twee delen (*iteratie 1a* en *1b*), waarin wordt onderzocht of het delen van voorbeelduitwerkingen met leerlingen een effectieve doceerstrategie is om succescriteria te verhelderen aan leerlingen. In de daarop volgende iteraties (*iteratie 2, 3 en 4*) zullen verschillende doceerstrategieën worden onderzocht op hun effectiviteit in het aanleren en stimuleren van leerlingen om uitwerkingen volledig te noteren.

¹ Hoewel de resultaten niet met dezelfde intensiteit zijn geanalyseerd, waren de observaties van de docent tijdens de uitvoering in grote mate vergelijkbaar; echter in mindere mate in de bovenbouw dan in de onderbouw.

Iteratie 0

Inleiding

Voorafgaande aan het onderzoek is een nulmeting gedaan om een betere inschatting te kunnen maken op welke strategie van William (2011) het meeste winst te behalen valt. Daarvoor zal in de laatste les voor de toets een aantal opgaven worden gemaakt die direct zijn gekoppeld aan een leerdoel van dat hoofdstuk (waar werkt de leerling naartoe?). Vervolgens is de vraag of leerlingen in staat zijn om te beoordelen in welke mate zij het leerdoel behaald hebben (waar staat de leerling nu?) en wat mogelijke stappen zijn om dit te bereiken indien dat niet het geval is (hoe komt de leerling naar de gewenste situatie?).

Daarnaast is leerlingen gevraagd een schatting te maken van hun cijfer, zowel voor de toets als er vlak na. We zijn voornamelijk geïnteresseerd in de schatting achteraf, waarop deze is gebaseerd en hoeveel deze afwijkt van het werkelijke cijfer. In eerste instantie vult de gehele klas een vragenlijst in die via Classroom wordt gedeeld. Na de toets zullen korte gesprekken worden gevoerd met leerlingen die zichzelf het meest hebben onderschat of overschat.

Hypothesen

Leren:

De verwachting is dat leerlingen het behalen van leerdoelen voornamelijk baseren op het bereiken van het eindantwoord en de juistheid ervan. Om dezelfde reden is de verwachting dat leerlingen hun presteren op een toets slecht kunnen inschatten, aangezien niet bekend is of het bereikte eindantwoord juist is.

Doceren:

De verwachting is dat de docent inzicht krijgt in wat leerlingen beschouwen als succescriteria wanneer hen gevraagd wordt naar de verwachting van hun presteren op een toets, waarbij het gesprek wordt aangegaan met leerlingen bij wie het verschil met het werkelijke cijfer groot is.

Ontwerp interventie

In de laatste les voor de toets zijn de leerdoelen van het betreffende hoofdstuk over “Procenten en diagrammen” nogmaals gedeeld met de leerlingen. Vervolgens zijn twee opgaven geselecteerd uit de diagnostische toets gekoppeld aan twee leerdoelen (bijlage *interventie 0*):

1. *Je kan rekenen met procentuele toe- en afname, en*
2. *Je kunt de centrummaten berekenen aan de hand van een frequentietabel.*

Na het maken van de opgaven, hebben de leerlingen hun uitwerking zelfstandig nagekeken met een uitwerkingenblad. Hierna gaven zij aan in hoeverre de leerdoelen zijn zij vinden het leerdoel te hebben behaald door er een kleur aan te koppelen; groen, geel of rood welke respectievelijk staan voor het wel, gedeeltelijk of niet behalen van het leerdoel. De leerlingen moesten daarnaast 3 redenen opgeven voor de gekozen kleur. Wanneer zij hadden aangegeven het leerdoel niet te hebben behaald, moesten zij aangeven welke 3 acties zouden kunnen helpen het leerdoel alsnog te behalen.

Ter afsluiting van de les hebben de leerlingen een korte vragenlijst ingevuld waarin zij een schatting maken van hun toets cijfer, afgerond op gehelen. Wanneer de toets is afgenomen, volgde een soortgelijke vragenlijst op Classroom waar leerlingen nogmaals hun verwachting uitspraken en probeerden een eventueel verschil met de verwachting vooraf te verklaren. Vervolgens zijn enkele korte gesprekken gevoerd met leerlingen waarbij het verschil tussen hun verwachting en werkelijke cijfer het grootste was.

Resultaten

In onderstaande tabellen is weergegeven in hoeverre leerlingen van mening zijn de genoemde leerdoelen te hebben behaald en hoe er op dezelfde leerdoelen is gescoord in de toets. Merk op dat de interventie is gemaakt door 38 leerlingen (vanwege het thuis zitten van de halve klas is de respons van die groep vele malen lager) en de toets is gemaakt door 53 leerlingen.

D-toets opgaven (38 leerlingen)	Groen	Geel	Rood
Leerdoel 1	28 (74%)	10 (26%)	0 (0%)
Leerdoel 2	20 (53%)	15 (39%)	3 (8%)

Tabel 2: Beoordeling van leerlingen ten aanzien van het behalen van leerdoelen; groen (goed), geel (matig) of rood (slecht).

Toetsopgaven (53 leerlingen)	Aantal punten te verdienen	Aantal punten toegekend		
		Geen (%)	Alle (%)	Gemiddelde (std)
Leerdoel 1	3	3 (6%)	25 (47%)	2,32 (0,80)
Leerdoel 2	8	4 (8%)	9 (17%)	4,22 (2,35)

Tabel 3: Aantal punten gescoord op summatieve toets voor dezelfde leerdoelen als in tabel 2.

Leerlingen vonden zij al snel dat zij een leerdoel hadden behaald, terwijl vaak uit het ingeleverde werk bleek dat dit niet het geval was, of dat dit hier niet uit te beoordelen was vanwege het ontbreken van een berekening of toelichting. Dit laatste gebeurde met name in de opgave waarbij de centrummaten bepaald moesten worden. Zo is regelmatig alleen een antwoord “de mediaan is 2,5” (of zelfs alleen “2,5”) genoteerd, waarbij men zich kan afvragen hoe de leerling tot dit antwoord is gekomen. Waar de leerling ziet dat het goede antwoord verkregen is, zal deze zichzelf “groen” beoordelen. De docent zal hier zijn twijfels over hebben, omdat niet kan worden beoordeeld of de leerling de mediaan heeft berekend aan de hand van de totale frequentie, of dat het juiste antwoord is verkregen door een onjuiste beredenering.

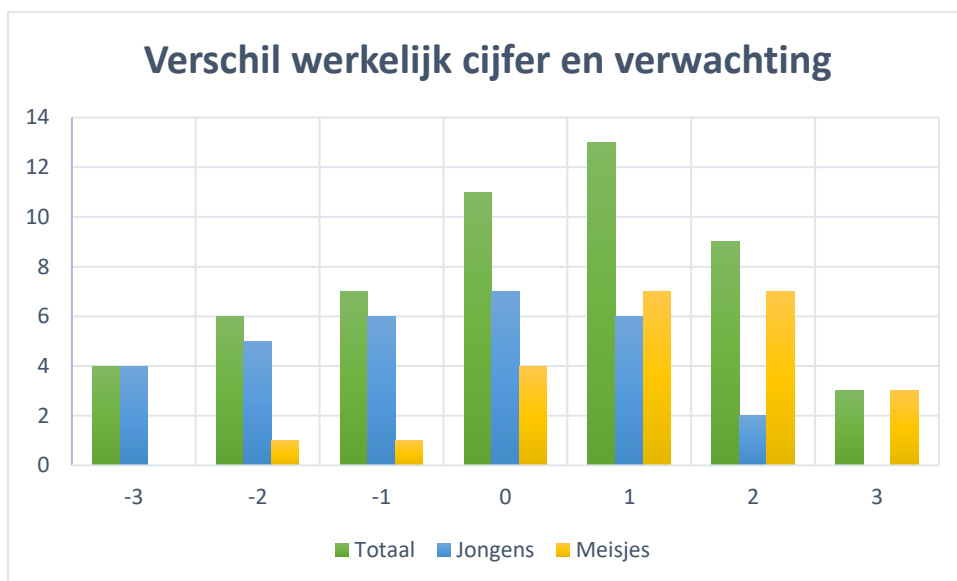
COMPUTERS PER WONING						
aantal computers	0	1	2	3	4	5
frequentie	1	8	12	15	5	1

Figuur 1: Frequentietabel waaruit de leerlingen de mediaan moeten kunnen berekenen.

Ter illustratie is hierboven de frequentietabel ingevoegd waaruit de mediaan berekend diende te worden. Zo is het gemiddelde van de som van het minimum en het maximum van het aantal computers ook gelijk aan 2,5 en het gemiddelde van de twee waarnemingsgetallen die het meest voorkomen is ook 2,5. Daarnaast kan de leerling simpelweg gegokt hebben.

Het verschil van het behaalde cijfer en de verwachting van de leerlingen na het maken van de toets is weergegeven in onderstaande figuur. Het verschil is berekend zijnde het werkelijke cijfer afgerond op helen verminderd met het verwachte cijfer. Een positief verschil duidt daarmee op een leerling die zichzelf heeft onderschat, terwijl een negatief verschil aangeeft dat een leerling zichzelf heeft overschat. Anders gezegd representeert een positief verschil een leerling die positief verrast zal zijn met het behaalde cijfer (aangezien deze lager was ingeschat), terwijl een negatief verschil staat voor een leerling die juist negatief verrast zal zijn (aangezien een hoger cijfer was verwacht).

Opvallend is dat de groep leerlingen die zichzelf onderschat (positief verschil van 2 of meer punten) voornamelijk uit meisjes bestaat, terwijl de groep die zichzelf overschat (negatief verschil van 2 of meer punten) vrijwel geheel uit jongens bestaat. Het opvolgen van deze resultaten door middel van korte gesprekken met enkele extreme gevallen (3 punten verschil) laat zien dat dit voornamelijk komt doordat leerlingen dit baseren op eindantwoorden en hiermee tussenstappen onderwaarden of zelfs in zijn geheel negeren.



Figuur 2: Het verschil tussen het behaalde cijfer voor een toets en de verwachting van de leerling nadat deze de toets gemaakt heeft. Merk op dat een 'positief' verschil staat voor een leerling die 'positief' verrast zal zijn het werkelijke cijfer.

Conclusie

De docent heeft een goed inzicht gekregen in wat leerlingen beschouwen als succescriteria door het gesprek aan te gaan met leerlingen waarvan het verwachte cijfer veel hoger of lager is dan zij hadden verwacht. Zoals verwacht beoordelen deze leerlingen hun prestatie voornamelijk op het feit of het juiste eindantwoord is bereikt. Wanneer het juiste antwoord is bereikt, wordt ervan uitgegaan dat de voorgaande stappen juist zijn. Daarentegen wordt juist verondersteld dat met een foutief antwoord al het voorgaande ook onjuist zal zijn.

Uit bovengenoemde blijkt dat er twee duidelijke factoren te benoemen zijn die leerlingen kunnen belemmeren bij het snappen van leerdoelen en succescriteria. Enerzijds de grote mate van focus op het eindantwoord, met de overtuiging dat een fout eindantwoord betekent dat de rest van de uitwerking ook fout is. Anderzijds hangt hiermee samen dat leerlingen minimale waarde lijken te hechten aan het noteren van tussenstappen en de manier waarop een antwoord verkregen is. Wanneer het goede antwoord is verkregen, is dat volgens hen het volledige aantal punten waard. Hiermee is de eerste deelvraag beantwoord.

Discussie

Leerlingen weten niet goed wat succescriteria zijn en zijn niet in staat hun eigen werk te beoordelen. Mogelijk wordt dit deels veroorzaakt doordat de leerdoelen en succescriteria niet duidelijk waren. Vandaar dat is gekozen om in de eerste iteratie de nadruk te leggen op de eerste kolom van de tabel van Wiliam en Leahy (2015).

Het is belangrijk om leerlingen bewust te maken van het feit dat uit het werk moet blijken dat de leerdoelen behaald zijn. Immers is dat waarop docenten het gemaakte werk beoordelen. Daartoe is het doel om lesmateriaal te ontwerpen waarmee leerlingen inzien dat het noteren van de berekening en tussenstappen zeer waardevol zijn.

Enerzijds zal dit worden verduidelijkt aan de hand van een voorbeelduitwerking waarbij tot het foute antwoord is gekomen, maar de juiste tussenstappen punten opleveren (*iteratie 1a*).

Anderzijds zal worden laten zien met een voorbeelduitwerking dat een juist eindantwoord geen punten oplevert, wanneer deze niet (correct) is onderbouwd.

Iteratie 1a (Interventie: Fout antwoord – Goede uitwerking)

Inleiding

Uit de pilot die heeft plaatsgevonden in *iteratie 0* kwam naar voren dat leerlingen het succescriteria *tussenstappen noteren* lijken te onderwaarden doordat bij velen de focus ligt op het al dan niet bereiken van het juiste eindantwoord. Om de onjuistheid van deze veronderstelling bij de leerling aan het licht te brengen is een tweetal iteraties ontworpen. De eerste dient te illustreren dat - indien niet tot het correcte eindantwoord gekomen is - juiste tussenstappen punten opleveren. De tweede gaat juist in op het feit dat een juist eindantwoord of conclusie niet het volledige aantal scorepunten zal opleveren indien de tussenstappen onjuist zijn of ontbreken. Vanwege de onderlinge relatie van deze twee interventies, zijn deze respectievelijk *iteratie 1a* en *iteratie 1b* genoemd.

De huidige iteratie is voornamelijk gericht op de groep meisjes die in de pilot blijkt gaven hun prestatie op een toets te baseren op het verwachte aantal gegeven juiste eindantwoorden. Deze verwachting wordt voornamelijk gebaseerd op gesprekken met klasgenoten na een toets, bijvoorbeeld wanneer een leerling merkt niet veel overeenkomstige eindantwoorden te hebben met een klasgenoot waarvan het niveau hoger geschat wordt dan die van zichzelf.

Door de leerling een uitwerking van een derde persoon te laten beoordelen is geprobeerd om de leerling het *noteren van tussenstappen* juist te waarderen.

Hypothesen

Leren:

Naar verwachting zullen leerlingen de uitwerking beoordelen op het eindantwoord. Omdat deze fout is, is de verwachting dat zij aanzienlijk minder punten toekennen dan de docent zou doen.

Doceren:

De verwachting is dat de docent met behulp van voorbeelduitwerkingen leerlingen duidelijk kan maken dat het noteren van tussenstappen van grote waarde is.

Ontwerp interventie

Voor het uitvoeren van de interventie is een voorbeelduitwerking gemaakt waarin een volledig juiste berekening wordt gemaakt die tot een onjuist antwoord leidt vanwege een doorrekenfout. Hiervoor is een opgave gebruikt uit de summatieve toets die 2 weken ervoor is afgenomen. Ter voorbereiding op de interventie is de opgave uitvoerig besproken zodat de leerlingen weten wat een juiste uitwerking is. Hierbij is met name de nadruk gelegd op de benodigde tussenstappen waarvoor punten zijn toegekend.

In bijlage *Interventie 1a* is het werkblad te zien welke volgens het principe *denken-delen-uitwisselen* in de les is behandeld.

Denken (3 minuten): In de eerste plaats heeft de leerling zelfstandig de uitwerking beoordeeld door punten toe te kennen voor beide deelvragen en daarbij een toelichting te geven.

Delen (5 minuten): Vervolgens hebben de leerlingen hun bevindingen met elkaar vergeleken en vullen zij gezamenlijk de tabel nogmaals in.

Uitwisselen (7 minuten): Ten slotte zijn enkele observaties klassikaal gedeeld. Hierin is door de docent geprobeerd de discussie dusdanig te sturen zodat de gezamenlijke conclusie wordt getrokken dat bij een onjuist eindantwoord alsnog scorepunten worden toegekend voor juiste tussenstappen.

Resultaten

De interventie is afgenomen bij 26 leerlingen, waarvan slechts 11 leerlingen (42%) het werkblad volledig heeft ingevuld. Tabel 4 geeft per vraag weer in welke mate de vraag is beantwoord. Allereerst kan worden opgemerkt dat vraag 2, waarbij leerlingen de uitwerking in tweetallen beoordelen, minder vaak is ingevuld. Daarnaast valt op dat de antwoorden na overleg veelal hetzelfde zijn als het gegeven antwoord op vraag 1. Opvallend is dat de evaluatievragen (vragen 3 en 4) door een groot aantal leerlingen niet (serius) wordt ingevuld.

Vragen	Volledig ingevuld	Ingevuld zonder toelichting	Niet ingevuld
1a	26 (100%)	0 (0%)	0 (0%)
1b	22 (85%)	2 (8%)	2 (8%)
2a	20 (77%)	6 (23%)	0 (0%)
2b	19 (73%)	7 (27%)	0 (0%)
3	21 ² (81%)	niet van toepassing	5 (19%)
4	16 ³ (62%)	niet van toepassing	10 (38%)

Tabel 4: De mate waarin het werkblad van interventie 1a is ingevuld (totaal 26 leerlingen).

In tabellen 5 en 6 is weergegeven hoeveel punten de leerlingen toekennen in vergelijking met de docent. Allereerst is het belangrijk te weten dat de docent een dergelijke uitwerking heeft beoordeeld met 4 van de 5 punten. De fout die gemaakt is aan het begin in opgave *a* bij het omrekenen van eenheden, beïnvloedt de daaruit volgende antwoorden, die onoverkomelijk onjuist zullen zijn. Desondanks blijkt de fictieve leerling wel de juiste berekeningen te maken, welke zouden leiden tot een volledig juist eindantwoord - van zowel opgave *a* als *b* - wanneer het omrekenen van eenheden juist was gedaan. Vandaar dat alleen voor de fout bij opgave *a* één scorepunt van het totaal zou worden afgetrokken.

Uit tabel 5 en 6 blijkt dat veel leerlingen de uitwerking een stuk strenger beoordelen. Bij het eerste deel van de opgave (1a), waar de fout gemaakt wordt door de fictieve leerling, geeft de helft van de leerlingen hetzelfde aantal punten als de docent. De rest van de leerlingen geeft geen punten, op één leerling na. Deze leerling had overigens als enige hetzelfde aantal punten gegeven als de docent voor het tweede deel van de opgave (1b). Deze leerling heeft aangegeven de gemaakte fout niet te hebben opgemerkt en heeft dit na overleg met een klasgenoot aangepast. Zeer opvallend is dat in de tweede opgave (b) aanzienlijk minder punten worden toegekend aan de verder correcte berekening. Een aantal leerlingen geeft zelfs helemaal geen punten voor de gehele opgave: "De antwoorden zijn fout, dus dan krijg je geen punten."

Gegeven punten	1 punt minder	gelijk	1 punt meer
1a	12 (46%)	13 (50%)	1 (4%)
2a ⁴	10 (40%)	15 (60%)	0 (0%)

Tabel 5: Aantal punten toegekend aan opgave *a* (2p) door leerlingen in vergelijking met docent (1p gegeven).

Gegeven punten	3 punten minder	2 punten minder	1 punt minder	gelijk
1b ⁵	5 (21%)	10 (42%)	8 (33%)	1 (4%)
2b ³	4 (16%)	10 (40%)	11 (44%)	0 (0%)

Tabel 6: Aantal punten toegekend aan opgave *b* (3p) door leerlingen in vergelijking met docent (3p gegeven).

² 3 leerlingen antwoorden: "Geen idee", "Niets" en "Nee, ik snap niet".

³ 2 leerlingen antwoorden: "Niet" en "Geen idee".

⁴ 1 leerling geeft aan het niet eens te zijn geworden en geeft daarom geen punten.

⁵ 2 ontbrekende antwoorden

In de laatste fase (*uitwisselen*) van deze interventie zijn de bevindingen klassikaal gedeeld en heeft de docent een klassikale discussie geleid. Daarbij heeft de docent de focus gelegd op de uitwerking van de b-opgave. Hierin was merkbaar dat leerlingen extra begeleiding nodig hadden om in te zien dat de tussenstappen op zichzelf correct zijn.

Conclusie

Een mogelijke reden dat leerlingen de beoordeling van de uitwerking in tweetallen (vraag 2) leeg hebben gelaten kan zijn dat zij het lastig vinden om in overleg tot een gezamenlijk antwoord te komen. Anderzijds kan het zijn dat leerlingen deze vraag leeg laten, wanneer deze niet verschilt van de antwoorden die zelfstandig gevonden zijn (vraag 1).

Zoals verwacht lijken leerlingen de uitwerking voornamelijk te beoordelen op het feit of tot het juiste eindantwoord gekomen is. Aangezien bij beide opgaven niet het eindantwoord bereikt is, was de verwachting dat in beide gevallen ten minste één scorepunt zou worden afgetrokken door de leerlingen. Echter kent een groot deel van de leerlingen vervolgens weinig tot geen punten toe aan juiste beredenering of tussenstappen. Enerzijds kan dit betekenen dat leerlingen deze tussenstappen inderdaad geen punten waard vinden. Anderzijds is het mogelijk dat zij niet inzien dat deze tussenstappen leiden tot het juiste antwoord, wanneer de eerder gemaakte fout niet zou zijn gemaakt.

Na het *delen* van de bevindingen in tweetallen, is weinig tot geen verandering zichtbaar in het gegeven aantal punten ten opzichte van de beoordeling door de leerling individueel (*denken*). Echter zien leerlingen tijdens de klassikale bespreking in dat de uitwerking volledig juist zou zijn geweest indien de fout in de a-opgave niet gemaakt was. Het klassikaal *uitwisselen* van de bevindingen lijkt daarom essentieel in het overbrengen van het doel van de huidige interventie.

Discussie

Mogelijk is de opgave niet goed genoeg begrepen door de leerlingen om een goede inschatting te kunnen maken of de juiste stappen gemaakt zijn in de uitwerking. Desondanks lijken leerlingen de essentie van de interventie te hebben meegekregen. Het advies is daarom om een uitwerking zodanig te maken dat de vervolgstappen niet te complex worden, wanneer wordt doorgerekend met een foutief tussenantwoord. Een manier om dit te realiseren in de gekozen opgave, zou wellicht zijn om te zorgen dat het foutieve antwoord bij de a-opgave toch een kwadraat is.

Hoewel duidelijk merkbaar was uit de klassikale discussie dat de leerlingen de b-opgave te streng hebben beoordeeld, was het wellicht interessant geweest om de leerlingen hierna nogmaals punten toe te laten kennen. Daarom is het advies om bij herhaling een derde tabel toe te voegen welk na het *uitwisselen* door de leerlingen zelfstandig wordt ingevuld.

Om op een andere manier te laten zien dat het aantal toegekende punten niet afhangt van het geven van het juiste eindantwoord, zal in de volgende iteratie een voorbeeld worden gegeven waarbij het juiste eindantwoord geen punten oplevert. Bijvoorbeeld wanneer deze is verkregen door middel van een incorrecte berekening of beredenering.

Iteratie 1b (Interventie: Goed antwoord – Incomplete uitwerking)

Inleiding

Uit de vorige iteraties kwam naar voren dat leerlingen een uitwerking beoordelen op het feit of tot het juiste eindantwoord gekomen is. Er wordt weinig waarde gehecht aan het noteren van tussenstappen en wanneer deze niet tot het correcte eindantwoord leiden, worden deze door veel leerlingen zelfs volledig beoordeeld als onjuist. Daarbij vinden veel leerlingen het noteren van tussenstappen overbodig wanneer een juist eindantwoord gegeven wordt. Uit *iteratie 0* kwam naar voren dat deze denkwijze voornamelijk voor komt bij de jongens uit de klas. In de huidige iteratie zal net als in *iteratie 1a* met behulp van een voorbeelduitwerking worden laten zien dat tussenstappen essentieel zijn. Echter zal nu worden laten zien dat een 'goed antwoord' in termen van het beantwoorden van de vraag, onjuist is wanneer tussenstappen ontbreken of incorrect zijn.

Hypothesen

Leren:

Naar verwachting zullen leerlingen het aantal punten beoordelen op het eindantwoord en daarmee incorrecte of ontbrekende tussenstappen negeren. Gezien het eindantwoord goed is, zullen er aanzienlijk meer punten worden toegekend dan een docent zou doen.

Doceren:

Wanneer leerlingen erop gewezen worden, zien zij in dat een eindantwoord dat is verkregen zonder een correcte toelichting of berekening, geen punten oplevert.

Ontwerp interventie

Voor deze interventie is een werkblad ontworpen (bijlage *Interventie 1b*) waarbij het eindantwoord bestaat uit het trekken van een conclusie (past de tafel in de auto?). Er is een voorbeelduitwerking gegeven waarin een fictief persoon 'per ongeluk' de juiste conclusie trekt dat de tafel past, echter zonder daarbij de benodigde berekening uit te voeren. Het doel van de interventie is om te verduidelijken dat met het ontbreken van deze tussenstappen, de uitwerking niet juist kan worden beoordeeld, hoewel deze – in termen van het eindantwoord – juist is.

Net als in de vorige iteratie, is het principe van *denken-delen-uitwisselen* toegepast.

Denken (10 min): Eerst is zelfstandig nagedacht over het gestelde probleem door aan te geven waarom de voorbeelduitwerking fout was en probeerde de leerling een correcte uitwerking te noteren. Vervolgens geeft de leerling in de eigen uitwerking aan voor welke stap punten worden toegekend en hoeveel punten de voorbeelduitwerking waard was.

Delen (5 min): Daarna hebben leerlingen in tweetallen hun bevindingen gedeeld en geprobeerd tot een gezamenlijke conclusie te komen indien deze niet overeen kwam. Hierbij liep de docent rond om zo eventueel hulp op maat te bieden waar nodig.

Uitwisselen (5 min): De informatie die de docent heeft verzameld uit de voorgaande fases (*denken en delen*), heeft de docent gebruikt bij het aansturen van de klassikale discussie.

Resultaten

In onderstaande tabel is weergegeven in welke mate leerlingen de vragen van het werkblad hebben ingevuld. Opvallend is dat meer dan de helft van de leerlingen hun eigen uitwerking (2a) en de voorbeelduitwerking (2b) niet hebben beoordeeld.

Vragen	Volledig ingevuld	Niet (volledig) ingevuld
1a	18 (90%)	2 (10%)
1b	19 (95%)	1 ⁶ (5%)
2a	9 (45%)	11 ⁷ (55%)
2b	8 (40%)	12 (60%)
3	1 (5%)	19 ⁸ (95%)
4	20 ⁹ (100%)	0 (0%)

Tabel 7: De mate waarin het werkblad van interventie 1b is ingevuld (totaal 20 leerlingen).

Allereerst valt op uit de antwoorden op 1a dat slechts de helft van de leerlingen goed kan verwoorden waarom de uitwerking onvolledig is. Juiste antwoorden variëren van het “niet controleren of de tafel diagonaal past” tot het aangeven dat “de tafel niet plat in de auto kan”. Verder noemen 4 leerlingen dat te weinig tussenstappen zijn genoteerd en geven 3 leerlingen aan dat “de stelling van Pythagoras niet is gebruikt”, maar laten daarbij niet blijken te begrijpen waarom dit het geval is. Slechts een enkele leerling geeft een aantoonbare onjuiste verklaring, zoals een leerling die beweert dat de inhoud berekend had moeten worden.

In onderstaande tabel is weergegeven hoeveel punten de leerlingen geven voor de voorbeelduitwerking in vergelijking met de docent. De docent kent 1 punt toe aan het berekenen van de afmetingen van de vierkante tafel en vanzelfsprekend geen punt voor de conclusie dat de tafel past, aangezien deze niet voldoende onderbouwd is.

Gegeven punten	Minder punten	Evenveel punten	Meer punten
Voorbeelduitwerking	3 (38%)	5 (63%)	0 (0%)

Tabel 8: Aantal punten toegekend aan voorbeelduitwerking door leerlingen in vergelijking met docent (1p).

⁶ 1 leerling schrijft de opgave in het schrift te hebben gemaakt

⁷ 4 leerlingen geven wel punten, maar dit telt niet op tot het totale 3 punten

⁸ Hierin staat ‘niet ingevuld’ voor ‘geen toevoegingen’.

⁹ 1 leerling antwoordt: ‘niks, geen idee’

Conclusie

De verwachting dat leerlingen meer punten geven dan de docent is lastig te beoordelen, enerzijds vanwege het ontbreken van data en anderzijds is de verkregen data mogelijk beïnvloed door de geboden hulp van de docent. Mogelijk ligt de prioriteit voor de leerling bij het correct oplossen van het gestelde probleem en is het beoordelen van beide uitwerkingen – en vooral die van de voorbeelduitwerking – over het hoofd gezien. Daarnaast is het aannemelijk dat de leerlingen die de voorbeelduitwerking wél hebben beoordeeld, zijn beïnvloedt door de geboden hulp door de docent vanwege het feit dat het gestelde probleem voor velen onduidelijk was.

Middels de groepsdiscussie is echter duidelijk gebleken dat leerlingen begrijpen dat een uitwerking slechts volledig is als (en alleen als) deze onderbouwd is met enige vorm van toelichting (veelal een berekening met ondersteunde tekst en/of schetsen). Zodoende kan geïnterpreteerd worden dat het beoogde doel van de interventie mogelijk al op voorhand voor een groot deel van de leerlingen duidelijk was. Hoewel dit resultaat dus niet met zekerheid kan worden toegeschreven aan de huidige interventie, zal het herhalen van de boodschap deze alleen versterken.

De combinatie van *iteratie 1a* en *iteratie 1b* lijkt zeer goed te zijn aangeslagen bij de leerlingen. Waar leerlingen in eerste instantie zoals verwacht de voorbeelduitwerkingen hoofdzakelijk beoordelen op de correctheid van het eindantwoord, is gebleken dat de docent middels een groepsdiscussie kan overbrengen dat het noteren van tussenstappen in een uitwerking van grote waarde is. Hieruit kan worden geconcludeerd dat het delen van voorbeelduitwerkingen een effectieve doceerstrategie is om specifieke succescriteria te verduidelijken aan leerlingen, met de notitie dat de docent een actieve rol dient te vervullen door het leiden van een groepsdiscussie. Hiermee is de tweede deelvraag beantwoord.

Discussie

Tijdens de uitvoering van de interventie bleek dat enkele leerlingen niet inzagen waarom het gestelde probleem onvolledig was. Aan deze leerlingen is hulp op maat geboden door enkele hulpvragen te stellen. Mogelijk zijn de resultaten van de huidige interventie door deze hulp enigszins beïnvloed. In het geval van herhaling van de interventie, is daarom aan te raden een opgave te selecteren welke makkelijker te begrijpen is door leerlingen.

Daarnaast is een tekortkoming van de huidige interventie dat het klaarblijkelijk niet duidelijk was voor leerlingen dat punten moesten worden toegekend aan de voorbeelduitwerking. Hoewel deze opdracht duidelijk geformuleerd is bij vraag 2b, is het advies om een kader toe te voegen naast de voorbeelduitwerking waar de leerling het aantal punten kan noteren. In onderstaande figuur is deze suggestie te zien, waarmee naar verwachting de leerlingen herinnerd worden aan het beoordelen van de voorbeelduitwerking wanneer dit in eerste instantie vergeten is.

Voorbeeld uitwerking:

$$\sqrt{4,84} = 2,2 \text{ m}$$

De auto is 2,2 meter diep, dus het tafelblad past in de auto.

Beoordeling:



Figuur 3: Suggestie voor het verbeteren van interventie 1b ter bevordering van de dataverzameling door middel van het toevoegen van het beoordelingskader.

De combinatie van *iteratie 1a* en *iteratie 1b* dient ervoor om leerlingen bewust te maken van het nut van het noteren van tussenstappen. Daarnaast hebben leerlingen ervaren dat het belangrijk is een goed beeld te hebben van de situatie van het gegeven probleem. Zo hebben de leerlingen gemerkt dat het maken van een schets voor de opgave in de huidige interventie zeer waardevol is. De ervaring leert echter dat leerlingen zich niet tot zelden verdiepen in het probleem door middel van het maken van een schets wanneer dit niet verplicht is. Zij lijken juist geneigd om direct over te willen gaan op het noteren van de uitwerking. Daarmee valt samen dat er een blokkade ontstaat wanneer de weg tot het oplossen van het probleem niet zichtbaar is. Het gevolg hiervan is in veel gevallen dat leerlingen hun uitwerking staken wanneer zij denken niet richting het antwoord te geraken of zelfs überhaupt geen poging doen en simpelweg een vraagteken noteren. In *iteratie 2* staat daarom probleemoplossend denken centraal, met in het bijzonder het maken van een schets en het verwoorden van de te maken stappen in plaats direct met getallen aan de slag te gaan.

Iteratie 2 (Interventie: Schetsen en stappenplan in woorden)

Inleiding

Een veel voorkomend probleem bij leerlingen die aangeven een opgave “niet te snappen”, is dat zij direct in staat willen zijn te zien hoe de opgave opgelost moet worden. Ze duiken direct in de opgave, zonder eerst na te denken over het gestelde probleem. Zeker wanneer het probleem een berekening vereist, is de verleiding groot om direct aan de slag te gaan. Wanneer dit niet leidt tot het gewenste resultaat, wordt al snel opgegeven.

Natuurlijk hoeft niet direct gezien te worden hoe de oplossing van A tot Z moet worden opgeschreven. Daarentegen is wel van groot belang dat het gestelde probleem – in het bijzonder de startsituatie – duidelijk is. Om hier een beter inzicht in te krijgen, is het maken van een schets een belangrijk hulpmiddel dat erg wordt onderschat door leerlingen. De ervaring leert namelijk dat leerlingen zelden op eigen initiatief een dergelijke schets zullen maken. Daarnaast viel in *iteratie 1b* op dat leerlingen – wanneer gevraagd wordt een schets te maken – veelal niet in staat een bruikbare schets te produceren. Buiten het feit dat dergelijke schetsen qua netheid vaak te wensen overlaten, wordt deze zelden zodanig gemaakt dat deze waarde toevoegt aan de uitwerking.

In de huidige iteratie zal worden gepoogd om leerlingen probleemoplossend te laten denken. Het maken van een schets als onderdeel hiervan heeft ook direct als doel dat leerlingen niet direct met de getallen zullen bezig houden. Deze interventie zal inzicht bieden in een mogelijke effectieve doceerstrategie om leerlingen te trainen de succescriteria toe te passen in hun werk en daarmee bijdragen aan het beantwoorden van de derde deelvraag.

Hypothesen

Leren:

De verwachting is dat leerlingen goed in staat zijn om het geboden stappenplan te volgen tot het maken van een bruikbare schets, maar dat leerlingen vervolgens niet tot nauwelijks zelfstandig de benodigde stappen kunnen verwoorden welke nodig zijn om het probleem op te lossen.

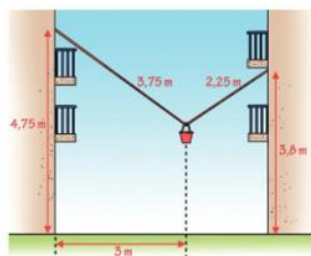
Doceren:

De verwachting is dat de docent middels het geboden stappenplan de leerlingen een bruikbare schets kan laten maken en dat daarna actief hulp op maat zal moeten worden geboden om leerlingen een stappenplan te laten formuleren tot het oplossen van het probleem.

Ontwerp interventie

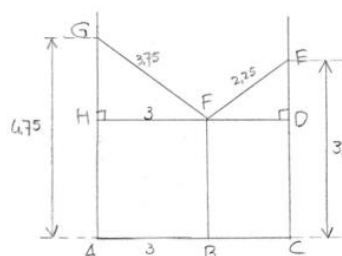
Voor deze interventie is een werkblad ontworpen (bijlage *Interventie 2*) met als doel leerlingen in te laten zien dat een goede schets zeer bruikbaar – zo niet essentieel – is om een probleem te verduidelijken. Ter illustratie is eerst stap voor stap voorgedaan hoe een dergelijke schets wordt opgebouwd voor een gegeven probleem. Vervolgens is de leerlingen gevraagd voor een soortgelijke opgave zelf een schets te maken volgens dezelfde stappen. Daarna moest de leerling aan de hand van de schets proberen in woorden te beschrijven – dus zonder daarin berekeningen te maken – welke stappen gemaakt moesten worden om de opgave op te lossen.

Hiervoor is een tweetal opgaven gebruikt uit het hoofdstuk van het leerboek¹⁰ welke deel waren van het huiswerk van de volgende les. Ter illustratie van het beoogde resultaat, is hieronder zowel de opgave (figuur 4) als een correct stappenplan tot het oplossen van de opgave (figuur 5) opgenomen. Merk op dat met het ontbreken van letters A, B en C, zoals weergegeven in figuur 5, toch een volledig stappenplan verwoord kan worden. Immers volstaat het benoemen dat met het berekenen van DF, de breedte van de steeg is gegeven door DH.



In de steeg hangt een touw van 6 meter.
De emmer hangt op 3 meter afstand van het linker gebouw.
Bereken de breedte van de steeg in meter.
Rond af op twee decimalen.

Figuur 4: Opgave waarvoor leerlingen een schets maken en een stappenplan (in woorden) opstellen hoe de opgave opgelost kan worden.



- 1) Ber GH in $\triangle HFG$
- 2) $CD = AH = 4,75 - GH$
- 3) $DE = 3,8 - CD$
- 4) Ber DF in $\triangle FDE$
- 5) $BC = DF$
- 6) breedte steeg = $3 + BC$ m

Figuur 5: Voorbeeld van correcte uitwerking.

Resultaten

De interventie is gemaakt door 22 leerlingen, waarvan 15 leerlingen deze volledig hebben ingevuld. Hoewel deze leerlingen allemaal een schets hebben gemaakt, is het slechts 2 leerlingen gelukt om een juist stappenplan op te stellen. Een van hen heeft daartoe eerst de opgave opgelost en dit vervolgens omgezet in woorden. Naast deze leerling zijn 6 andere leerlingen gaan rekenen met de getallen, echter is het geen van hen gelukt om een correcte uitwerking¹¹ te noteren.

In onderstaande tabel is aangegeven in hoeverre de leerlingen het gegeven stappenplan hebben kunnen reproduceren tot een bruikbare schets voor het nieuwe probleem. Voor elk van de stappen is aangegeven hoeveel leerlingen deze hebben opgevolgd. Hoewel elk van de gestelde eisen zichtbaar is bij ten minste de helft van de leerlingen, is het slechts 5 leerlingen gelukt een bruikbare schets te produceren. Een schets is bruikbaar wanneer het stappenplan tot de oplossing verwoord kan worden met behulp van deze schets.

Schets	Ja	Nee
Geodriehoek	14 (93%)	1 (7%)
Potlood	12 (80%)	3 (20%)
Juiste hulplijnen	14 (93%)	1 (7%)
Loodrecht-teken	11 ¹² (73%)	4 (27%)
Letters toegevoegd	8 ¹³ (53%)	7 (47%)
Bruikbaar	5 (33%)	10 (67%)

Tabel 9: Het aantal leerlingen waarbij de gemaakte schets (niet) voldoet aan kenmerken die zijn opgenomen in het gegeven stappenplan.

¹⁰ Getal & Ruimte, 2 VWO deel 2, 12^e editie, opgaven 34 en 35 (p. 22).

¹¹ Bij 2 leerlingen laat de schets zien dat zij tot het juiste antwoord zijn gekomen, echter mist de berekening.

¹² Bij 2 leerlingen ontbreekt het loodrecht-teken bij één van de getekende hulplijnen.

¹³ Bij 3 leerlingen is dit niet juist of volledig, waardoor de schets niet bruikbaar is.

Conclusie

Tegen de verwachting in blijkt dat het grootste deel van de leerlingen het stappenplan tot het maken van een volledige schets niet volledig kan uitvoeren. Mogelijk is de complexiteit van de opgave de oorzaak.

Hoewel de opdracht duidelijk aangaf in woorden te beschrijven welke stappen moeten worden gemaakt, heeft bijna de helft van de leerlingen alsnog geprobeerd op de opgave op te lossen. Hieruit blijkt dat leerlingen het lastig vinden om de getallen te negeren. Daarnaast is de opgave mogelijk te complex voor de leerlingen om de te maken stappen te beschrijven aan de hand van de schets.

Discussie

Achteraf gezien blijkt de gekozen opgave te complex, doordat het grote aantal stappen dat gemaakt moet worden om de vraag te beantwoorden. Bij herhaling van de interventie is de aanbeveling daarom een opgave te selecteren waarin het aantal deelstappen gering is.

Daarnaast is gebleken dat de aanwezigheid van getallen er voor zorgt dat leerlingen hier ongevraagd mee aan de slag gaan. Om ervoor te zorgen dat de focus volledig ligt op de oplosmethode stelt Ben Rogers (2018) voor om de zogenaamde *goal free* strategie toe te passen. Bij deze strategie wordt de leerling een vraag gesteld, zonder dat hierbij een direct doel aan is gekoppeld. Het principe van de strategie is om leerlingen na te laten denken over de stappen die gemaakt moeten worden, zonder direct te gaan rekenen – *zonder toe te werken naar een specifiek doel*. In *iteratie 4* zal deze strategie worden toegepast.

Met het ontwerpen van de huidige interventie was al voorgesorteerd op het uitbreiden naar een experiment waarin de leerling een soortgelijk probleem in de vorm van een *vlekopgave* dient aan te vullen. Aangezien de schets een belangrijk onderdeel is van dergelijke problemen, is gekozen in de huidige iteratie hier speciale aandacht aan te besteden. Gezien de resultaten is dit een verstandige geweest, aangezien is gebleken dat leerlingen moeite hebben met het maken van een schets. Daarom zal in *iteratie 3* het maken van de schets worden meegenomen in het principe van de vlekopgave door de schets ook gedeeltelijk te geven.

Iteratie 3 (Interventie: Trainen tot opschrijven volledige uitwerking)

Inleiding

In *iteratie 2* hebben leerlingen ervaren dat het maken van een schets het gestelde probleem inzichtelijker maakt en helpt bij het produceren van de stappen die benodigd zijn om de vraag te kunnen beantwoorden. Daarbij is de schets in dergelijke opgaven zelfs een noodzakelijk onderdeel van de uitwerking.

Idealiter zal de leerling – en vooral de leerling die bij onbegrip direct opgeeft – de uitwerking beginnen met het maken van een schets van de situatie. In de huidige iteratie zal de focus liggen op het noteren van een volledige uitwerking bij een soortgelijke opgave; dus waarbij het maken van een schets noodzakelijk is. De leerling wordt gevraagd een gedeeltelijk gegeven uitwerking aan te vullen (*vlekopgave*). De hulp die de leerling krijgt zal geleidelijk worden afgebouwd (*scaffolding*). De *scaffolding* is enerzijds toegepast in het werkblad in de zin dat in de tweede opgave een groter deel van de *vlekopgave* aangevuld moet worden en anderzijds zal de docent de geboden hulp ter plaatsen verminderen door minder aanwezig te zijn – minder actief hulp te bieden – bij de tweede opgave.

Het uiteindelijke doel is dat de leerling bij een dergelijke opgave – bijvoorbeeld op de toets – de volledige uitwerking kan produceren. Merk op dit kan worden gezien als het aanvullen van een geheel wit gemaakte uitwerking.

Hypothesen

Leren:

De verwachting is dat leerlingen de eerste *vlekopgave* goed kunnen aanvullen, maar dat voor een aantal leerlingen de afbouw van de hulp naar de tweede *vlekopgave* te groot is.

Doceren:

De verwachting is dat met het toepassen van *scaffolding* op *vlekopgaven*, de leerling kan worden getraind in het produceren van een volledige uitwerking.

Ontwerp interventie

Voor de huidige interventie is een werkblad ontworpen (bijlage *interventie 3*) met als doel om leerlingen te trainen in het noteren van een volledige uitwerking. Daartoe zijn twee opgaven geselecteerd uit het leerboek¹⁴, welke net als in *iteratie 2* onderdeel zijn van het huiswerk van de volgende les. Ten aanzien van *iteratie 2*, waar bleek dat de opgave te complex was voor de leerlingen, is extra zorg gedragen voor het niveau van de gekozen opgaven.

De uitwerking van deze opgaven is gedeeltelijk wit gemaakt, wat resulteert in twee *vlekopgaven*. Aangezien de schets een essentieel deel is van de uitwerking, is deze ook slechts gedeeltelijk gegeven. Het is logischerwijs de bedoeling dat de leerling de uitwerking weer volledig maakt door de ontbrekende delen aan te vullen. Om te benadrukken dat de focus van de interventie ligt bij de notatie van de berekening en de volledigheid ervan, is bij beide opgaven het eindantwoord wel gegeven. In het kader van *scaffolding* is in de tweede opgave een groter deel van de uitwerking wit gemaakt dan in de eerste opgave.

¹⁴ Getal & Ruimte, 2 VWO deel 2, 12^e editie, opgave 36 (p. 22) en opgave 7 van de diagnostisch toets (p. 42).

Resultaten

De interventie is door 22 leerlingen gemaakt waarvan 20 leerlingen beide opgaven hebben gemaakt. Van de twee overige leerlingen heeft één leerling opgave 1 wel gemaakt, dus is deze meegenomen in de resultaten weergegeven in tabel 10 en 11.

Tabel 10 geeft weer in hoeverre de leerlingen de incomplete schets correct hebben weten aan te vullen. Merk op dat deze resultaten vergelijkbaar zijn met die uit *interventie 2* (tabel 9).

Schets	Goed/Aanwezig	Fout/Ontbreekt
Hulplijn	20 (95%)	1 (5%)
Loodrecht teken	12 (63%)	9 (37%)
Letters toegevoegd	20 (95%)	1 (5%)
Afmetingen genoteerd	9 (43%)	12 (57%)
Bruikbaar	8 (38%)	13 (62%)

Tabel 10: Het vermogen van leerlingen om de schets te completeren.

In tabel 11 is weergegeven hoeveel leerlingen het aanvullen van de berekeningen goed dan wel fout of onvolledig hebben aangevuld. Hierin valt op dat ongeveer 90% van de leerlingen de 1^e opgave goed heeft aangevuld, terwijl dit percentage voor de 2^e opgave met 62% aanzienlijk lager is. Er is slechts 1 leerling die de 1^e opgave fout heeft en vervolgens de 2^e opgave wel juist heeft.

Het aanvullen van de berekening		Opgave 2		Totaal
		Goed	Fout/Onvolledig	
Opgave 1	Goed	12 (57%)	7 (33%)	19 (90%)
	Fout/Onvolledig	1 (5%)	1 (5%)	2 (10%)
Totaal		13 (62%)	8 (38%)	21 (100%)

Tabel 11: Het vermogen van de leerlingen om het 'bereken gedeelte' van de vlekopgaven aan te vullen.

Conclusie

Een observatie tijdens het uitvoeren van de interventie is dat leerlingen het werkblad goed weten aan te vullen, echter niet altijd in de gewenste volgorde. Regelmatig hebben leerlingen pas door dat de schets onvolledig is, wanneer zij in het 'berekengedeelte' iets tegenkomen wat nog niet in de schets is opgenomen. In de eerste opgave is al snel duidelijk dat een punt E moet worden toegevoegd aan de schets. Het is de leerlingen dan wel duidelijk dat zijde DE moet worden toegevoegd waarmee rechthoekige driehoek ADE gevormd wordt.

In de tweede opgave is het evident dat de schets incompleet is doordat de hoekpunten nog niet zijn genoteerd. Ook in het 'berekengedeelte' is in vergelijking met de eerste opgave een aanzienlijk groter gedeelte witgemaakt. Hierin is onoverkomelijk dat de leerling eerst de schets completeert, voordat de rest kan worden aangevuld. Voor een aantal leerlingen blijkt deze stap te groot en hebben zij hulp op maat nodig.

De interventie bleek zeer effectief te zijn in het verduidelijken hoe een volledig juiste uitwerking eruit dient te zien. Het grootste deel van de leerlingen lukt het om beide opgaven in zijn geheel aan te vullen, waarbij een enkeling hulp op maat geboden is. Daarbij suggereren de resultaten uit tabel 11 dat voor een groot deel van de overige leerlingen de afbouw van de hulp tussen de opgaven wellicht te groot is. Hiermee kan de derde deelvraag opnieuw gedeeltelijk worden beantwoord.

Discussie

Zoals gezegd ziet de leerling in de eerste opgave van het werkblad niet direct dat de schets ervan incompleet is; voornamelijk doordat er al hoekpunten zijn genoteerd. Het advies is daarom om in het vervolg alle hoekpunten weg te laten – of ten hoogste één hoekpunt te geven. Echter is het nadeel hiervan dat de vooraf ingevulde zijdes wellicht niet overeenkomen met de hoekpunten die de leerling kiest. Zodoende zou er een groter gedeelte van het 'berekengedeelte' van de 1^e opgave moeten worden witgemaakt, wat het proces van *scaffolding* teniet doet. Een beter optie is wellicht om een deelvraag toe te voegen bij de eerste opgave die gericht is op het compleet maken van de schets.

Daarnaast is de aanbeveling om een extra laag van *scaffolding* toe te passen om de afbouw iets meer geleidelijk te laten verlopen, bijvoorbeeld met het toevoegen van een derde opgave. Deze opgave zou op basis van de huidige resultaten het beste kunnen worden geplaatst tussen beide opgaven in. Daarbij is het advies om in de derde opgave de gehele schets en het overgrote deel van het 'berekengedeelte' weg te laten.

Iteratie 4 (Interventie: *Goal free* strategie)

Inleiding

Zoals eerder genoemd is een belangrijk onderdeel van probleemoplossen het gegeven probleem duidelijk te maken. In *iteratie 2* is in dit kader het maken van een schets aan bod gekomen. Vervolgens bleek dat leerlingen het lastig vinden om met de gemaakte schets een plan van aanpak te verwoorden om een gegeven probleem op te lossen. Daarbij leken leerlingen snel afgeleid door de getallen en gingen daardoor over op het daadwerkelijk oplossen van het probleem dan enkel de stappen te verwoorden. In de huidige iteratie zal hier op inspringen door het toepassen van de zogenoemde *goal free* strategie, waarbij niet wordt toegewerkt naar een specifiek doel of antwoord. Hiermee wordt dus probleemoplossend nadenken gestimuleerd.

Hypothesen

Leren:

De verwachting is dat leerlingen moeite hebben met het principe van *goal free* strategie vanwege het ontbreken van de getallen.

Doceren:

Vanwege het ontbreken van de getallen is de verwachting dat de docent zeer actief hulp op maat zal moeten bieden, zoals het stellen van hulpvragen zowel in het ontwerp de interventie als tijdens de uitvoering ervan.

Ontwerp interventie

Voor de huidige interventie is een tweetal werkbladen ontworpen (bijlage *Interventie 4*) met als doel de leerling voor een gegeven figuur te laten nadenken in context van het geleerde *voordat* daadwerkelijk over wordt gegaan op het beantwoorden van de vraag. Beide figuren op het werkblad zijn ontworpen in Geogebra¹⁵.

Op het eerste werkblad (deel 1: voor aanpassing) is een figuur weergegeven met enkel een assenstelsel en twee grafieken, waarbij bewust geen formules zijn gegeven van de grafieken, zodat de figuur *goal free* kan worden benaderd. In eerste instantie was de opdracht om in 1 minuut zoveel mogelijk kenmerken te noteren die de leerling in de figuur herkent. Tijdens het uitvoeren van de interventie bleek uit de antwoorden van leerlingen dat de vraagstelling tekort schiet in het voorzien in gewenste antwoorden. De kenmerken die het meest genoemd worden zijn 'assenstelsel', 'x-as' en 'y-as'. Hoewel dit correcte observaties zijn, was het doel van de vraag dat leerlingen antwoorden zouden geven in context van het geleerde in het *huidige* hoofdstuk en daarmee bijvoorbeeld zouden benoemen dat voor het gegeven figuur de snijpunten van de grafieken berekend kunnen worden of die van de grafieken met de x-as. Daarom is na uitvoering in de eerste groep besloten om de vraagstelling aan te passen (deel 1: na aanpassing). De leerling wordt in de aangepaste versie van deel 1 gevraagd een vraag te bedenken die bij een dergelijk figuur op de aankomende toets verwacht zou kunnen worden. Vervolgens krijgt de leerling de opdracht om in woorden te beschrijven hoe deze vraag opgelost dient te worden. Daarnaast krijgt de leerling hier nu 2 minuten de tijd voor.

¹⁵ Geogebra is 'dynamische wiskundige software voor alle onderwijsniveaus die meetkunde, algebra, rekenbladen, grafieken, statistiek en analyse combineert in één pakket' (www.geogebra.org).

Het tweede werkblad (deel 2) hebben leerlingen vervolgens gemaakt in dezelfde tweetallen die zijn gevormd bij deel 1. Hierop staat een tweetal opgaven welke de leerlingen zeer waarschijnlijk hadden aangegeven te verwachten: het berekenen van de snijpunten van beide grafieken en die van de parabool met de x-as. Indien de leerlingen een opgave juist hebben voorspeld, is het de bedoeling zij deze opgave – dus waarvoor een stappenplan in woorden is opgesteld – gaan proberen op te lossen. Wanneer een andere vraag bedacht is, dan wordt begonnen met de eerste opgave. Daarna maken de leerlingen ook de opgave aan de andere kant van het werkblad.

Ten slotte volgde het klassikaal bespreken van de interventie waarin de koppeling is gemaakt tussen beide delen van de interventie en kort is gediscussieerd over het nut van het *goal free* bekijken van een figuur of opgave.

Resultaten

De interventie is gemaakt door 41 leerlingen, waarvan deel 1 is gemaakt door 24 leerlingen voor aanpassing en door 22 leerlingen na aanpassing (1 leerling heeft de geformuleerde vraag niet beantwoord). Vanwege het aanpassen van de interventie, zal de nadruk liggen op het analyseren van de resultaten van de antwoorden van de leerlingen die de interventie na aanpassing hebben gemaakt.

Alle 22 leerlingen hebben de 1^e vraag (zelfstandig beantwoorden) volledig ingevuld. Bijna alle leerlingen (95%) formuleren een vraag waarbij de coördinaten van de snijpunten van beide grafieken berekend moeten worden, al is bij veel van hen de vraag niet correct geformuleerd ('*Waar op de y-as snijdt de parabool de lijn?*') of niet specifiek genoeg ('*Wat zijn de coördinaten van de snijpunten?*'). Een leerling formuleert de vraag '*de formule van de lijnen en dat je dan de x-coördinaat moet vinden*', waarbij uit het eigen antwoord van de leerling – '*product en som methode gebruiken*' – niet te halen is wat precies bedoeld wordt.

Verder voegen leerlingen regelmatig zelf alsnog aspecten toe aan de figuur; 4 leerlingen hebben punten A en B toegevoegd bij de snijpunten van beide grafieken en 3 leerlingen hebben zelf formules toegevoegd.

Het verwoorden van het plan van aanpak om tot de oplossing te komen van de door henzelf geformuleerde vraag is 41% van de leerlingen niet gelukt. Waar 2 van hen niets hebben genoteerd, denken 3 dat een antwoord als '*met de stof uit het boek*' volstaat en zijn de 4 andere antwoorden grotendeels incompleet of te kort door de bocht: '*met de formules*'. Daarentegen lukt het grootste deel van de leerlingen (59%) om verwoording te geven waaruit zij ten minste blijf geven de essentie van de oplossing snappen.

In onderstaande tabellen is weergegeven voor beide groepen in hoeverre zij in staat zijn de opgaven op het 2^e werkblad correct te maken. Merk op dat het werkblad is ingevuld in tweetallen, waarmee elk weergegeven aantal in een cel staat voor het dubbele aantal leerlingen.

Opgave 1	Niet gemaakt	Incorrect	Onvolledig	Volledig juist
Groep 1 (voor aanpassing)	1 (8%)	6 (50%)	3 (25%)	2 (17%)
Groep 2 (na aanpassing)	0 (0%)	1 (9%)	3 (27%)	7 (64%)

Tabel 12: Vermogen van leerlingen om opgave 1 (coördinaten snijpunten beide grafieken) in tweetallen op te lossen.

Opgave 2	Niet gemaakt	Incorrect	Onvolledig	Volledig juist
Groep 1 (voor aanpassing)	3 (25%)	3 (25%)	2 (17%)	4 (33%)
Groep 2 (na aanpassing)	2 (18%)	2 (18%)	2 (18%)	5 (45%)

Tabel 13: Vermogen van leerlingen om opgave 2 (coördinaten snijpunten parabool met x-as) in tweetallen op te lossen.

Conclusie

Allereerst is het lastig gebleken om de juiste vraag te stellen aan de leerlingen om hen enerzijds *goal free* te laten nadenken over de gegeven figuur. Interessant is daarnaast dat uit tabel 12 blijkt dat de leerlingen uit groep 2 verreweg beter scoren voor de 1^e opgave, waarbij de coördinaten van de snijpunten van de grafieken berekend moeten worden. Dit suggereert dat deze leerlingen baat hebben gehad bij de gemaakte aanpassing in het 1^e deel van de interventie, waarbij zij met enige sturing zich hebben georiënteerd op precies die vraag door het stappenplan tot de oplossing te verwoorden. Hieruit kan geconcludeerd worden dat het gebruik van de *goal free* strategie kan worden genoteerd als een efficiënte doceerstrategie voor de docent om leerlingen te helpen om volledige uitwerkingen te noteren.

Discussie

Het is goed om in het achterhoofd te houden bij het resultaat uit tabel 12 dat groep 2 over het gehele jaar gemiddeld genomen significant betere leerresultaten vertoonde dan groep 1. Hiermee zou een beter score voor de gemaakte opgave liggen in de lijn de verwachting, ook wanneer de aanpassing niet was gemaakt, waarmee de aanpassing deze wellicht heeft vergroot. Echter is uit een minimaal verschil op te merken in de score voor opgave 2 (tabel 13), waarbij beide groepen zich niet hebben georiënteerd op deze vraag middels het 1^e deel van de interventie. Zodoende is het aannemelijk te concluderen dat het verschil grotendeels te schrijven is aan de doorgevoerde aanpassing.

Interessant is daarnaast de grote hoeveelheid 'bijvangst' op het gebied van vaktaal en in het bijzonder het onjuiste gebruik ervan. Verschillende leerlingen verwisselen begrippen of gebruiken deze niet correct. Zo denken veel leerlingen dat het oplossen van de vergelijking waarin beide formules aan elkaar gelijk gesteld zijn resulteert in 'de x-as van beide snijpunten', waar zij natuurlijk de x-coördinaat van de snijpunten bedoelen. Hieruit blijkt het *goal free* bekijken van een figuur uitstekend inzetbaar zou kunnen zijn wanneer een docent om het gebruik van juiste – en vooral onjuiste – vaktaal aan te kaarten.

Conclusie

In de nulmeting in het onderzoek (*iteratie 0*) is de eerste deelvraag onderzocht welke is gericht op de verschillen in de opvattingen van docenten en leerlingen omtrent succescriteria. Uit de meting komt naar voren dat leerlingen succes hoofdzakelijk koppelen aan hun vermogen om wiskundige problemen juist op te lossen; of zij het correcte eindantwoord hebben bereikt. Docenten hechten daarentegen juist de meeste waarde aan de weg naar het komen tot de oplossing en de manier waarop dit genoteerd wordt. In *iteratie 1* is daarom allereerst onderzocht welke doceerstrategieën effectief zijn om succescriteria en leerdoelen te verduidelijken en delen met leerlingen. De daarop volgende iteraties (*iteraties 2, 3 en 4*) onderzoeken de effectiviteit van verschillende doceerstrategieën om leerlingen succescriteria te laten toepassen in hun eigen werk.

Uit de 1^e iteratie is gebleken dat docenten criteria voor succes kunnen verduidelijken aan leerlingen met behulp van voorbeelduitwerkingen. Door het laten beoordelen van fictieve uitwerkingen is gebleken dat leerlingen inzien dat het noteren van tussenstappen waardevol is, aangezien deze punten opleveren ongeacht het juiste eindantwoord bereikt is. Daarnaast is verhelderd aan leerlingen dat een correct antwoord geen scorepunten oplevert, wanneer de vereiste onderbouwing ontbreekt of incompleet is. Hierbij is het toepassen van *denken-delen-uitwisselen* een zeer effectief hulpmiddel voor de docent om de interventie te structureren. Vooral in de laatste fase, het klassikaal *uitwisselen*, vervult de docent een belangrijke rol door juiste en vooral ook onjuiste bevindingen die zijn opgevangen tijdens het *denken* en *delen* aan te kaarten.

Uit de 2^e iteratie is gebleken dat leerlingen niet gewend zijn om een schets te maken en dat zij – ondanks een stappenplan – moeite hebben een bruikbare schets te produceren voor een nieuw probleem. Daarnaast is gebleken dat leerlingen het vervolgens zeer lastig vinden om een stappenplan tot het oplossen van een probleem in woorden op te stellen, waarbij een groot deel van de leerlingen blijkt geeft te worden afgeleid door de getallen. Desondanks zien leerlingen in dat het maken van een schets een essentieel onderdeel is van behandelde problemen.

In de 3^e iteratie is geprobeerd om leerlingen met behulp van *vlekopgaven* te trainen om een uitwerking volledig te noteren en zodoende succes criteria gaan toepassen in hun eigen werk. Er is gebleken dat *vlekopgaven* zich goed lenen voor dit doel waarbij de docent *scaffolding* kan toepassen in de geboden hulp in zowel de ontworpen *vlekopgaven* als de geboden hulp tijdens de uitvoering van de interventie.

Uit de 4^e iteratie is gebleken dat het *goal free* benaderen van een probleem de leerling lijkt te helpen in het volledig kunnen produceren van een uitwerking.

Met bovenstaande conclusies die volgen uit de verschillende interventies, kan de algemene conclusie worden getrokken waarmee de hoofdvraag van het onderzoek wordt beantwoord:

Hoe kunnen docenten leerlingen helpen benodigde tussenstappen correct te formuleren zodat deze voldoen aan succescriteria en leerdoelen?

Nadat de docent gewenste criteria voor succes heeft verhelderd aan leerlingen met behulp van verschillende voorbeelduitwerkingen, kan de docent de leerling trainen deze toe te passen in het eigen werk met behulp van *vlekopgaven* waarbij de docent *scaffolding* toepast in de geboden hulp. Daarnaast is gebleken dat het stimuleren van leerlingen om een probleem voor zichzelf te verhelderen – door het maken van een schets en een plan van aanpak te verwoorden – de leerling helpt om uitwerkingen volledig te noteren.

Discussie

Een mogelijke reden van de hoge mate van productgerichtheid van de onderzochte leerlingen kan zijn dat zij voornamelijk relatief simpele wiskundige opgaven hebben moeten oplossen. Het rekenen in het basisonderwijs bestaat immers voornamelijk uit rekenopgaven waarbij het antwoord vrijwel direct gevonden is. Hoewel de laatste jaren onderwerpen als probleemoplossen, analytisch en logisch redeneren zijn opgenomen in de kerndoelen van het basisonderwijs rekenen, bestaan de welbekende CITO toetsen nog altijd uit meerkeuzevragen, welke goed of fout wordt beantwoord.

Zoals eerder vermeld is het onderzoek uitgevoerd tijdens de Covid-19 pandemie, wat enkele beperkingen met zich mee brengt. Allereerst is het, vanwege het feit dat de interventies zijn uitgevoerd in halve groepen, lastig om de resultaten te generaliseren dan wanneer de klas volledig was geweest. De leerlingen waren om de dag fysiek aanwezig op school waardoor de leerlingen thuis zeer aannemelijk in mindere mate het doel van de interventie mee hebben gekregen. Daarnaast is gebleken dat het begrip van leerlingen wat betreft de leerstof veel lager is dan van hen is gewend. In meerdere iteraties bleek dat de ontworpen of gekozen opgaven te complex waren voor een groot deel van de leerlingen.

In het theoretisch kader van dit onderzoek zijn de drie hoofdkarakteristieken van *scaffolding* volgens van de Pol et al (2010) beschreven, welke elk zichtbaar zijn in het huidige onderzoek.

Met name de karakteristiek dat de docent zowel vooraf – met het ontwerp van de interventie – en tijdens de uitvoering ervan *scaffolding* kan toepassen, kan worden ondersteund.

Daarnaast is vanwege het onderwijs in hybride vorm gebleken dat het lastig is voor de docent om het niveau en begrip van de leerlingen in te schatten. Hierbij is ervaren dat het essentieel dat de docent een goed beeld heeft van het niveau van de leerlingen als groep, maar ook als individu, om op een efficiënte manier *scaffolding* toe te passen.

Ten slotte volgt uit de resultaten dat de derde karakteristiek van *scaffolding*, de afbouw van de geboden hulp, zeer secuur bepaald dient te worden. Daarmee is het advies van het huidige onderzoek om de geboden hulp in kleinere stappen af te bouwen in lijn met de theorie.

Een mogelijke implicatie van het huidige onderzoek is dat er meer aandacht komt voor kwaliteitscriteria in de lespraktijk. Een suggestie om dit te bereiken is om ten minste met behulp van voorbeelduitwerkingen nadruk op te leggen op wat de docent belangrijk vindt, zoals gedaan is in *iteratie 1a* en *iteratie 1b*. In het schooljaar nadat het huidige onderzoek is uitgevoerd, zijn enkele delen van interventies toegepast in de lespraktijk van enkele collega's van de onderzoeker.

In de methodologie sectie is toegelicht dat in het onderzoek het gebruik van *HTLT* centraal staat. Bakker & van Eerde (2015) benoemen dat het voornaamste voordeel is dat de onderzoeker vrijer is om veranderingen aan te brengen in de onderzoeksmethoden, aangezien deze deels volgen op basis van analyses uit voorgaande interventies. Dit is in lijn met hoe het huidige onderzoek is ervaren door het onderzoeksteam. Het is daarin essentieel dat de vervolgstappen geïnformeerd blijven uit de literatuur en niet in zijn geheel berusten op de voorgaande iteratie. In het huidige onderzoek is hier speciale zorg voor gedragen om dit regelmatig te evalueren tijdens de vooraf geplande bijeenkomsten.

Voortkomend uit het huidige onderzoek is het interessant om peer-instructie toe te passen bij het overbrengen en aanleren van succescriteria. In enkele interventie is het principe van *denken-delen-uitwisselen* toegepast, waaruit bleek dat leerlingen het *delen* veelal overslaan of leeg laten. Het samenwerken met leerlingen vereist specifieke vaardigheden van leerlingen, waar in het huidige onderzoek weinig tot geen aandacht aan is besteed. Verder is ook opgevallen dat de *goal free* strategie zich zeer goed leent voor het aanleren van vaktaal. Wellicht is het interessant om vervolgonderzoek te doen naar het toepassen van peer-instructie bij het correct gebruiken van vaktaal. Hierin zou daarnaast met behulp van voorbeelduitwerkingen door de docent verduidelijkt kunnen worden wat incorrect gebruik is van vaktaal.

Literatuurlijst

- Bakker, A., & van Eerde, D. (2015). An introduction to design-based research with an example from statistics education. In Bakker, *Approaches to qualitative research in mathematics education* (pp. 429-466). Springer.
- Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21, 5–31.
- Drijvers, P. (2006). *Wat a is, dat kun je niet weten. Een pleidooi voor betekenisvolle algebra op school (red.)*. Universiteit Utrecht, Freudenthal instituut.
- Leahy, S., Lyon, C., Thompson, M., & Wiliam, D. (2005). Classroom assessment: Minute-by-minute and day-by-day In classrooms that use assessment to support learning, teachers continually adapt instruction to meet student needs.. *Educational Leadership*, 63(3), 18-24.
- Rogers, B. (2018). *The Big Ideas in Physics and How to Teach Them: Teaching Physics 11–18*. Routledge.
- Schoenfeld, A. H. (2014). *Mathematical problem solving (kindle edition)*. Elsevier.
- Van de Pol, J. E., Volman, M. L. L., & Beishuizen, J. J. (2010). Scaffolding in teacher-student interaction: a decade of Research. *Educational Psychology Review*, 22(3), 271-297
- Van der Stuyf, R. R. (2002). Scaffolding as a teaching strategy. *Adolescent learning and development*, 52(3), 5-18.
- Wiliam, D. & Leahy, S. (2015). *Embedding formative assessment. Practical techniques for K-12 classrooms*. Florida: Learning Sciences International.

Bijlagen

Interventie 0: Nulmeting

Instructies:

- Maak D-toets opgaven: (10 minuten)

Opg 2: Je kan rekenen met procentuele toe- en afname. (H6.1A)

Opg 11: Je kan de centrummaten berekenen aan de hand van een frequentietabel. (H6.4BC)

- 2** Frank fietst 's ochtends in 0,55 uur van huis naar school. 's Middags
3 heeft hij 15% meer tijd nodig om van school naar huis te fietsen.
Hoeveel minuten en hoeveel seconden is Frank 's middags onderweg?

- 11** Zie de frequentietabel van opgave 8 over het aantal computers
16, 17 per woning in de Parklaan.

- a** Bereken de relatieve frequentie van het waarnemingsgetal 1.
- b** Bereken het gemiddelde aantal computers per woning. Rond af op één decimaal.
- c** Bereken de mediaan en de modus.

COMPUTERS PER WONING

aantal computers	0	1	2	3	4	5
frequentie	1	8	12	15	5	1

- Kijk na om te checken of je de leerdoelen behaald hebt (nakijkblad/uitwerkingen)
- Vul de vragenlijst in (zie Classroom) → **Lever bij deze opdracht ook je uitwerkingen in!**

Vragenlijst:

1) Aangeven leerdoel behaald: Rood/Geel/Groen

- Je kan rekenen met procentuele toe- en afname. (H6.1A)
- Je kunt de centrummaten berekenen aan de hand van een frequentietabel. (H6.4BC)

2) Noem MINIMAAL 3 redenen waarop je baseert of je het leerdoel wel of niet behaald hebt.

3) Stel dat je voor dat je een leerdoel nog niet behaald hebt of hier niet zeker van bent. Noem MINIMAAL 3 dingen die je kan doen om ervoor te zorgen dat dit wel het geval is.

Interventie 1a: Voorbeelduitwerking 1 (Antwoord fout -> toch punten?)

13 april 2021

Opg 2

a) Oppervlakte : $1,69 \text{ dm}^2 = 16,9 \text{ cm}^2$

~~Vierkant, dus de zijdes zijn $\sqrt{16,9} \approx 4,1 \text{ cm}$~~

b) Zijde totaal = $1 + 4,1 + 1 = 6,1$
dus $6,1 \text{ cm}$

De totale oppervlakte is dan
 $6,1 \cdot 6,1 = 37,21 \text{ cm}^2$
en ~~de~~ opp van ~~de~~ het
schilderij is $16,9 \text{ cm}^2$

De opp van de rand = opp totaal - opp schilderij = $37,21 - 16,9 = 20,31$
Dus de oppervlakte rand is $20,31 \text{ cm}^2$

- 1) Bekijk bovenstaande uitwerking op vraag 2a en 2b van de toets. Hoeveel punten zou jij hiervoor geven? Geef met een **rode pen** in de uitwerking aan waar je eventuele punten geeft (of juist niet). Vul daarna onderstaande tabel in en licht toe!

	Punten	Toelichting
Opgave 2a (2p)		
Opgave 2b (3p)		

- 2) Bespreek je bevindingen in tweetallen. Vul de tabel nu gezamenlijk in. Licht weer toe!

	Punten	Toelichting
Opgave 2a (2p)		
Opgave 2b (3p)		

- 3) Wat heb je van deze opdracht geleerd?
-
- 4) Hoe denk je dat dit je kan helpen bij komende toetsen?
-
-

Interventie 1b: Voorbeelduitwerking 2 (Antwoord goed, onvolledige uitwerking)

20 april 2021

Vraag (3 punten)

Kees gaat verhuizen en is benieuwd of hij zijn tafel (het tafelblad kan losgehaald worden) zou kunnen vervoeren in zijn eigen auto of dat hij een busje moet huren. Als hij de stoelen naar beneden klapt, is er een laadruimte beschikbaar van 2,2 meter diep (dus in de lengte van de auto), 1,9 meter breed en 1,2 meter hoog. Het tafelblad is vierkant en heeft een oppervlakte van $4,84 \text{ m}^2$.

Past het tafelblad in de auto of moet Kees een verhuisbusje huren? Licht toe!

Voorbeeld uitwerking:

$$\sqrt{4,84} = 2,2 \text{ m}$$

De auto is 2,2 meter diep, dus het tafelblad past in de auto.

Opdracht

- 1) Bekijk bovenstaande vraag en (onvolledige) voorbeelduitwerking.
 - a) Waarom is de uitwerking onvolledig?
 - b) Vul de uitwerking aan zodat deze wel volledig is. (Tip: maak eerst een schets!)

- 2) Geef met een **rode pen** aan...
 - a) ...in *jouw* uitwerking (1b) aan waar je volgens jou punten mee kan verdienen.
 - b) ...in de *voorbeelduitwerking* hoeveel punten jij hiervoor zou geven.
- 3) Bespreek met een klasgenoot je bevindingen bij opgave 1 en 2. Noteer in de tabel hieronder indien je na het bespreken iets hebt toegevoegd/aangepast aan bovenstaande antwoorden.

Opgave	Toevoegingen/aanpassingen
1	
2	

- 4) Beschrijf in 1 a 2 zinnen wat je van deze opdracht hebt geleerd:
.....
.....

Interventie 2: Schets maken

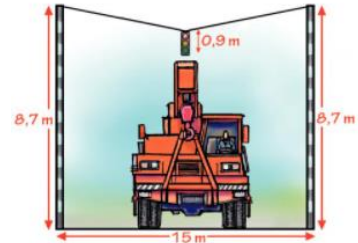
17 mei 2021

Klas Naam

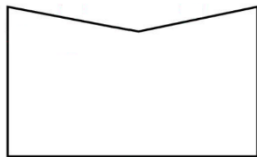
Werkschema: lengten van lijnstukken berekenen

- 1 Maak een schets van de situatie.
- 2 Zoek rechthoekige driehoeken. Teken zo nodig hulplijnen.
- 3 Verwerk de gegevens in de schets en zet letters bij belangrijke punten.
- 4 Bereken de gevraagde lengte met de stelling van Pythagoras.

- A 34** Tussen twee 8,7 meter hoge palen hangt aan een 15,2 meter lange kabel een verkeerslicht. Zie figuur 5.32. Onderzoek of een 6,5 meter hoge takelwagen onder het verkeerslicht door kan rijden.



1. Maak een schets van de situatie:
- Met geodriehoek en potlood!

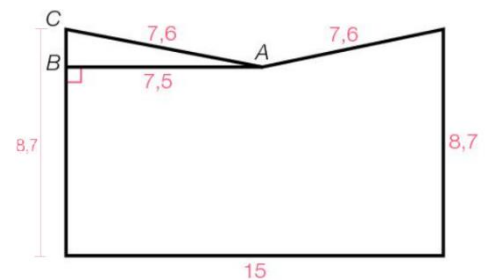


2. Zoek rechthoekige driehoeken:
- Maak zo nodig een hulplijn!



3. Verwerk de gegevens in de schets en zet letters bij belangrijke punten:

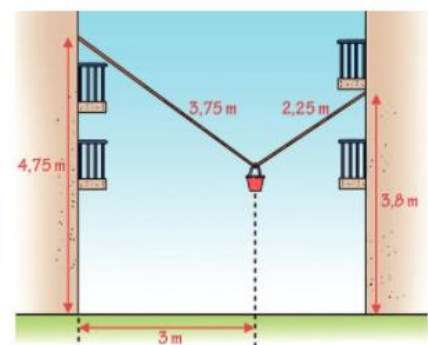
- Let op het loodrecht-teken!
- Als je afmetingen nog niet in de figuur stonden, geef dan aan hoe je hier aan komt!
- $AB = 15 : 2 = 7,5 \text{ m}$
- $AC = 15,2 : 2 = 7,6 \text{ m}$



4. Bereken de gevraagde lengte met de stelling van Pythagoras.
- $\triangle ABC$, met $\angle B = 90$ graden, dus

Bekijk bovenstaande aanpak voor het oplossen van soortgelijke opgaven met de stelling van Pythagoras. Een belangrijk onderdeel hiervan is het maken van een duidelijke schets!

- A 35** Zie figuur 5.33. In de steeg hangt een touw van 6 meter. De emmer hangt op 3 meter afstand van het linker gebouw. Bereken de breedte van de steeg in meter. Rond af op twee decimalen.



Maak op dezelfde manier een schets (stap 1 t/m 3) voor opgave 35 en **leg uit** hoe je de opgave hiermee kan oplossen (stap 4). Je hoeft de berekening dus **niet** te doen, maar zorg dat je schets wel volledig is om de som op te kunnen lossen!

Interventie 3: Notatie volledige uitwerking

18 mei 2021

Klas Naam

In de figuur hiernaast is in een bovenaanzicht het parcours van een prestateloop getekend. Zoals je ziet, ontbreekt bij een recht stuk van het parcours de afstand.

Bereken deze afstand in meter.



1. Vul onderstaande uitwerking aan zodat deze volledig is.

Zie de schets hiernaast.

$$AE = 165 - \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ m}$$

In $\triangle \underline{\hspace{1cm}}$ is $\angle \underline{\hspace{1cm}} = 90^\circ$, dus $\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$

$$\underline{\hspace{1cm}} + DE^2 = 117^2$$

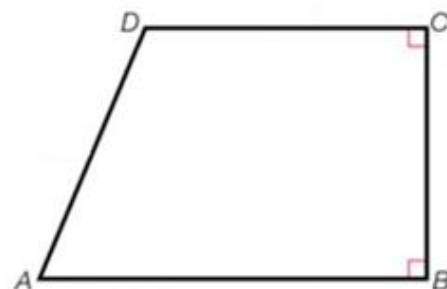
$$\underline{\hspace{1cm}} + DE^2 = 13689$$

$$DE^2 = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$DE = \sqrt{\underline{\hspace{1cm}}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ m}$$

$$\underline{\hspace{1cm}} = DE = \underline{\hspace{1cm}} \text{ m}$$

De ontbrekende afstand is $\underline{\hspace{1cm}}$ meter.



In de figuur hiernaast zie je de voorgevel van een hangar.

Bereken de hoogte van de hangar in meter. Rond af op één decimaal.



2. Vul onderstaande uitwerking aan zodat deze volledig is.

Zie de schets hiernaast.

In $\underline{\hspace{2cm}}$, dus $\underline{\hspace{2cm}}$

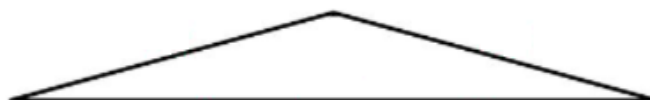
$\underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$

$$\underline{\hspace{1cm}} = \sqrt{\underline{\hspace{1cm}}} = 3,77... \text{ m}$$

De $\underline{\hspace{2cm}}$ $4,5 + 3,77... \approx 8,3 \text{ m}$.

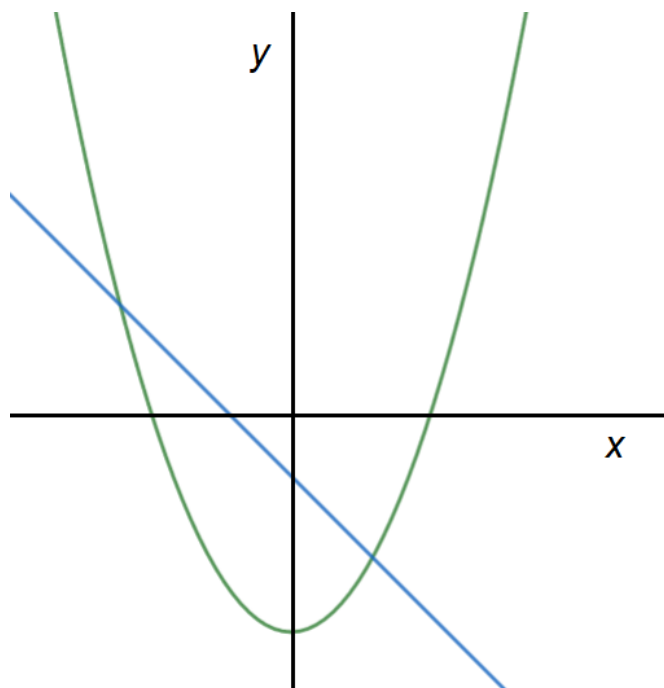


3. Bespreek 1 en 2 met een klasgenoot. Verbeter/vul aan (indien nodig) met **rode** pen.

4. Wat heb je van deze opdracht geleerd? Noem *minimaal* 2 dingen.

Interventie 4: *Goal free* - Deel 1 (voor aanpassing)

Klas Namen &



1. Zelfstandig: (1 minuut)

Schrijf zoveel mogelijk opmerkingen op over de figuur hierboven.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

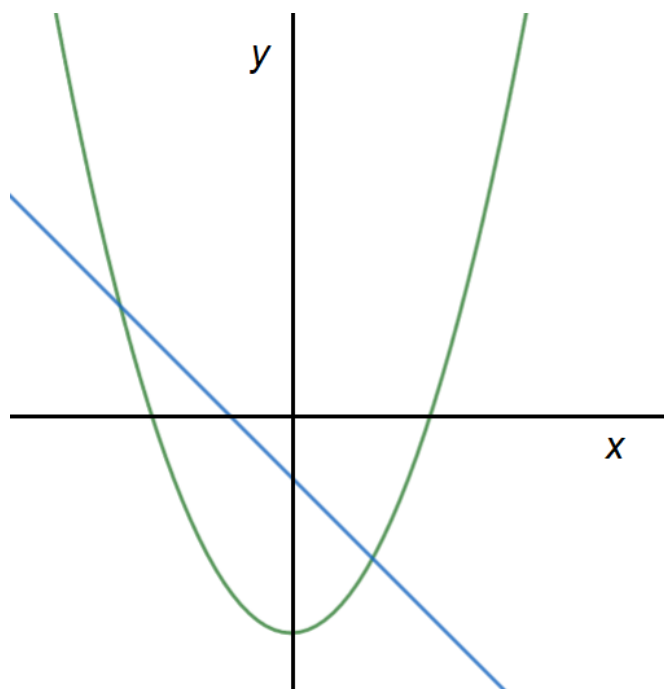
2. Tweetallen: (2 minuten)

Vergelijk jullie bevindingen bij vraag 1 en bedenk samen nog **minimaal 1 toevoeging**.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Interventie 4: *Goal free* - Deel 1 (na aanpassing)

Klas Namen &



1. **Zelfstandig: (2 minuten)**

- a) Welke vraag zou je kunnen verwachten op de komende toets bij bovenstaande figuur?
- b) Beschrijf (dus in woorden) hoe je deze vraag zou oplossen.

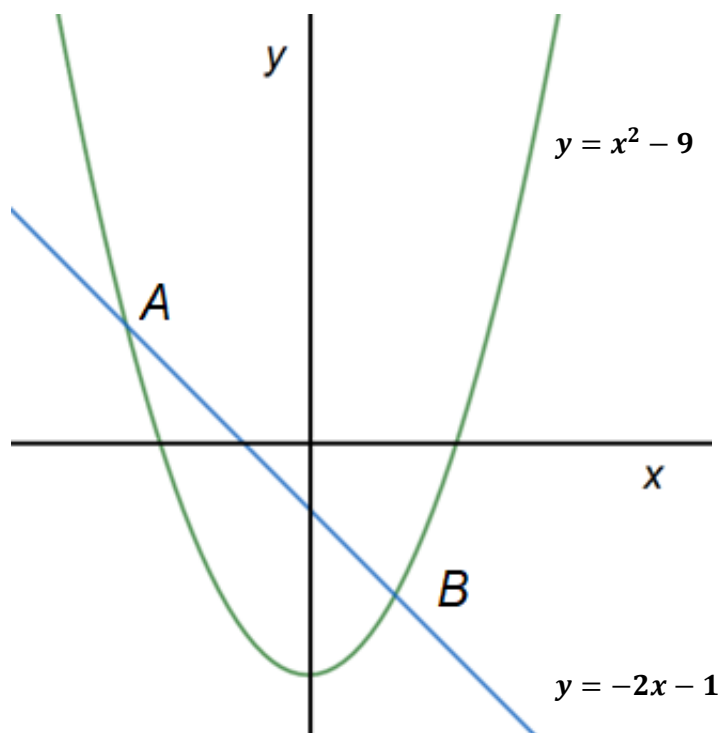
- a)
-
- b)
-
-
-
-

2. **Tweetallen: (2 minuten)**

Vergelijk jullie bevindingen bij vraag 1 en vul deze samen aan

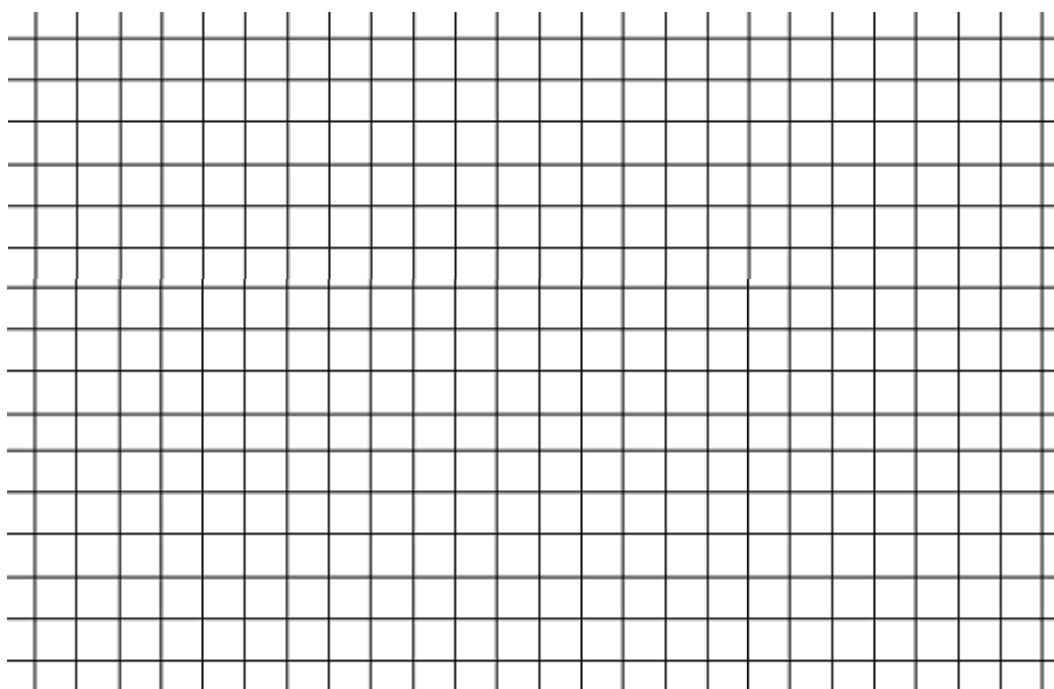
- a)
-
- b)
-
-
-

KlasNamen &

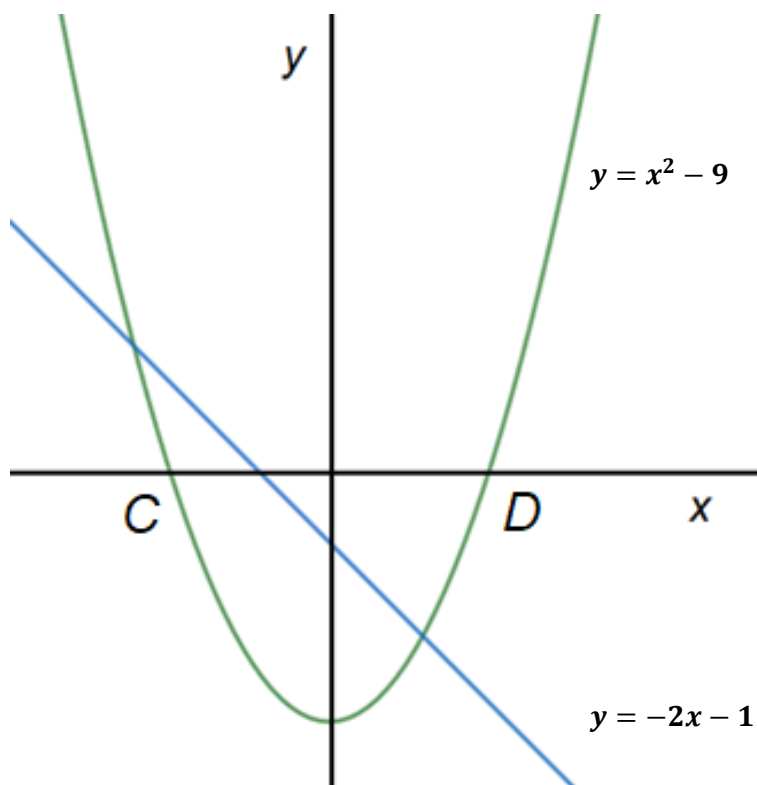


1. In bovenstaande figuur zie je de grafieken van $y = x^2 - 9$ en $y = -2x - 1$. De punten A en B zijn de snijpunten van deze grafieken.

Bereken de coördinaten van A en B.



KlasNamen &



2. In bovenstaande figuur zie je de grafieken van $y = x^2 - 9$ en $y = -2x - 1$.
De punten C en D zijn de snijpunten van de grafiek van $y = x^2 - 9$ en de x -as.

Bereken de coördinaten van C en D .

