

Prof. Dr. S. C. VAN VEEN

# DE WISKUNDE IN DE BRANDING

DE WISSELINGEN IN DE WAARDERING VAN DE WISKUNDE,  
IN HET BIJZONDER IN DE AFGELOPEN HALVE EEUW



---

UITGEVERIJ WALTMAN - HIPPOLYTUSBUURT 4 - DELFT

Delft, 19 juli 1966

Met innige dank voor de talloze blijken van belangstelling ondervonden bij de gelegenheid van mijn afscheid op 30 juni 1966. Deze belangstelling, zowel in geestelijke als in stoffelijke zin, heeft deze dag voor mijn Vrouw en mij tot een onvergetelijke dag gemaakt.

*S. C. van Veen*

van Miereveltlaan 13, Delft

Rede 058

## DE WISKUNDE IN DE BRANDING

DE WISSELINGEN IN DE WAARDERING VAN DE WISKUNDE,  
IN HET BIJZONDER IN DE AFGELOPEN HALVE EEUW

AFSCHEIDSCOLLEGE 30 JUNI 1966

PROF. DR. S. C. VAN VEEN



UITGEVERIJ WALTMAN - HIPPOLYTUSBUURT 4 - DELFT

*Geachte aanwezigen,*

Het is een hooggewaardeerd privilege voor een aftredend hoogleraar dat hij door de senaat in de gelegenheid wordt gesteld om een „afscheidscollege” te houden over een onderwerp waarvan de keuze geheel aan hemzelf wordt overgelaten. Met dankbaarheid wil ik hier van deze mij geboden gelegenheid gebruik maken, maar ik kom dan reeds onmiddellijk in grote moeilijkheden, want ik zal dit college moeten geven in een vorm, die sterk zal afwijken van de vorm waarin ik mijn colleges pleeg te geven. In deze nieuwe omstandigheid mis ik in de eerste plaats mijn bord, ik moet liever zeggen mijn *borden*, want het zal aan velen uwer bekend zijn, dat mijn overigens zeer matige eetlust op dat punt tenminste bijzonder groot is, zodat ik bij een normaal college van drie kwartier vaak niet genoeg heb aan vier grote borden, om deze vol te kladden met de daarbij benodigde formules. Geachte aanwezigen, ik ben dus gedwongen, U diepzinnige wiskundige beschouwingen, gelardeerd met de talrijke bijbehorende formules, even onmisbaar als zout in de soep, volledig te besparen. Desondanks wil ik trachten, U bezig te houden met onderwerpen, die geheel tot het uitgebreide terrein van de wiskunde behoren.

Ik sta dus voor de eerste moeilijkheid om U te spreken over wiskunde *zonder formules*. Nu moet de ontboezeming mij van het hart, dat ik geen onoverkomelijke moeilijkheid heb ondervonden in het zoeken van onderwerpen op wiskundig terrein, die ook wellicht in ruimere kring belangstelling kunnen vinden, maar daarbij ben ik gestuit op een nog grotere moeilijkheid, n.l. *de titel van mijn voordracht*.

Wanneer men meer dan een halve eeuw intens met de ontwikkeling van een bepaalde wetenschap heeft meegeleefd, en wanneer men zelf bij toeval in het bijzonder *historisch* geïnteresseerd is, ligt het voor de hand, dat men in de verleiding komt om over de lotgevallen van deze wetenschap en haar talloze gedaanteverwisselingen in de afgelopen halve eeuw te spreken. Het is dan aan deze verleiding, dat ik gaarne wil toegeven. Reeds lang koesterde ik het voornemen om U bezig te houden met de vele wisselingen, die opgetreden zijn in de graad van beoefening van de verschillende takken van de wiskunde, en vooral in de sterk wisselende waardering welke deze gebieden

in de wereld der wiskundigen en daarbuiten mochten oogsten, zodat men vaak met recht, o, dames, over „*mode in de wiskunde*” kan spreken. Dientengevolge heb ik lange tijd gespeeld met het denkbeeld om als titel van deze voordracht te kiezen: „*de mode in de wiskunde*”, maar ik heb tenslotte dit denkbeeld laten varen, omdat deze titel een te frivole klank had ten aanzien van onze eerbiedwaardige wetenschap. Maar hoe is er een betere titel te bedenken? Als ik het juist zie, sukkelen en tobben ook vaak de literatoren en de auteurs met de naamgeving van hun papieren kinderen, en het is geen zeldzaam verschijnsel dat de tenslotte gegeven titel slaat op de inhoud van de roman als de legendarische tang op het varken. Luidde b.v. niet de titel van de klassieke roman van MULTATULI: Max Havelaar, of de koffieveilingen van de Nederlandse Handelsmaatschappij? Wat het eerste deel van de titel betreft, akkoord, maar naar mijn beste weten wordt er in de gehele roman met geen woord ge-rept over koffieveilingen, of over de Nederl. Handelsmaatschappij.

Tenslotte heb ik de eerst genoemde titel laten vallen, om deze te vervangen door: „*De wiskunde in de branding*”, met als ondertitel „de wisselingen in de waardering van de wiskunde in het bijzonder in de afgelopen halve eeuw”. Ik wil het verder na afloop van dit college gaarne aan Uw gewaardeerde aandacht en Uw oordeel overlaten om te beslissen of deze gewijzigde titel strookt met de inhoud van deze rede.

De halve eeuw, die achter ons ligt, mag zonder overdrijving worden beschouwd als één van de meest bewogen tijdperken in de ontwikkelingsgeschiedenis van de wiskunde, en wel in het bijzonder in dat gedeelte van de hogere wiskunde, waaraan wij van jongsaf ons hart hebben verpand, het gedeelte, dat bekend staat onder de naam *analyse*. Deze wetenschap in zijn geheel is nog betrekkelijk jong, en hoewel een nieuwe wetenschap niet in één slag tevoorschijn springt als wijlen PALLAS ATHENE in volle wapenrusting uit het hoofd van ZEUS, toch meen ik een datum te kunnen aanwijzen, welke met meer recht als enige andere aanspraak kan maken op het moment van de introitus van deze nieuwe wetenschap.

Een merkwaardig toeval brengt mede, dat dit gewichtige moment vrijwel precies drie eeuwen geleden plaats vond, misschien zelfs tot op den dag nauwkeurig.

Daartoe begeven wij ons naar het zwaar geteisterde Engeland van 1666. Dit jaar betekende voor dat land een rampjaar, eerst de grote brand in London (13000 huizen afgebrand), de vierdaagse zeeslag, en tenslotte de wederopleving van de zware pestepidemie, welke een groot deel van Europa teisterde, en in Engeland vanaf 1664 talrijke slachtoffers had geëist. Deze epidemie dwong de universiteit van Cambridge op 22 juni van datzelfde jaar haar poorten voor de tweede maal te sluiten. Een jeugdig baccalaureus van 23 jaar, van deze universiteit, zocht zijn toevlucht in het ouderlijk huis, een kleine boerderij op het platte land in Woolsthorpe (Lincolnshire). Op een schone zomeravond, aldus in het *einde van juni 1666*, zat hij in diepe meditatie verzonken in de schemering in de tuin, naar alle waarschijnlijkheid onder een rijkbeladen appelboom. De maan verrees ter kimme, en mag men sommige (niet altijd even betrouwbare) historieschrijvers geloven, dan ging dit rijzen van de maan gepaard met een doffe plof, die de jonge geleerde uit zijn mijmering deed opschrikken. Deze plof zou dan veroorzaakt zijn door een rijpe appel, die uit de rijk beladen boom ter aarde was gestort. Op dat moment begon hij na te denken over de oorzaak van deze val, en hij legde de allereerste concepties voor de opstelling van een magistrale theorie, de theorie der algemene attractie, de gravitatie-theorie. Hij vroeg zich af, of de val van de appel wellicht veroorzaakt zou zijn door de aantrekking van de aarde. En onmiddellijk daarop vroeg hij zich af, in verband met de juist opgekomen maan, hoever de werking van deze aantrekking zich zou kunnen uitstrekken. Zou deze werking zich misschien nog uitstrekken tot de maan en deze op een mysterieuze manier in haar baan houden? Het grote probleem had zich gepresenteerd, en hem daarmee overladen met een nog onafzienbare verzameling van nieuwe problemen, waarvan de oplossing en de verdere uitwerking een oneindig meer verfijnd en veel dieper gaand mathematisch apparaat zou vereisen als waarover de wiskunde op dat moment nog kon beschikken.

Tot op dit ogenblik heb ik U nog in spanning gelaten ten aanzien van de naam van deze jonge Cambridge-student. Ik twijfel er echter niet aan, of het zal aan velen van U duidelijk zijn geworden, dat ik gesproken heb over de geniale ISAAC NEWTON (1643–1727). Voor de opstelling en voor de volledige

of zelfs gedeeltelijke oplossing van deze stortvloed van nieuwe problemen was hij genoodzaakt, het schaarse wapenarsenaal, bijeenverzameld door enkele voorgangers, zoals o.a. FERMAT, BARROW en WALLIS drastisch te versterken met nog veel machtiger strijdmiddelen, waardoor in een luttel aantal jaren zijn nieuwe rekenmethode onder de naam van „Methodus fluxionum” = fluxie-rekening (1670-’71) werd geschapen. In een ware titanenstrijd ging hij met deze sterkere wapenen de machtige problemen uit de attractieleer, de beweging der hemellichamen te lijf, en dank zij zijn genialiteit vaak met verrassend succes. Het heeft echter tot 1685 geduurd voor hij de grootste moeilijkheden had overwonnen. In 1687 kon hij zijn afgeronde, uitgewerkte theorie aan de wetenschappelijke wereld presenteren in het klassieke werk: *Philosophiae naturalis principia mathematica* (gewoonlijk geciteerd als de *Principia*). Als men de moeite neemt, dit beroemde werk te bestuderen, dan zal men worden getroffen door het merkwaardige feit, dat NEWTON in dit werk zo zorgvuldig mogelijk heeft getracht zijn nieuwe rekenmethoden te camoufleren, door deze vrijwel steeds om te werken en te vervangen door omslachtige, vaak onnodig gekunstelde bewijzen, gebaseerd op de klassieke meetkunde van EUCLIDES. Men weet echter uit nieuwe gegevens, in verband met zijn nagelaten manuscripten, dat hij zijn oorspronkelijke berekeningen en bewijzen op veel fraaiere en veel meer directe wijze had uitgewerkt met zijn nieuwe rekenmethode. Mijn oude reeds lang overleden vriend, de heer BETH sen., Newtonkenner bij uitnemendheid, wil dit merkwaardige feit verklaren met de opmerking, dat in de tijd van Newton slechts enkelen zich van dit nieuwe rekenapparaat konden bedienen; ook was Newton wellicht bevreesd, dat die nieuwe rekening een wapen zou kunnen worden in de handen van de (vele) bestrijders van zijn wereldstelsel.

Geachte aanwezigen. Ik heb wat langer stilgestaan bij het moment van de geboorte van de nieuwe rekenwijze. De tijd ontbreekt mij om de spannende zegetocht van de nieuwe wetenschap, die in formeel gewijzigde vorm de naam van „infinite-simaal-rekening” en „differentiaal-en integraalrekening” verkreeg, in de loop van de achttiende eeuw op het vaste land van Europa op de voet te volgen. Deze imposante zegetocht, onder leiding van geniale legeraanvoerders als de beide BERNOULLI’s

en bovenal EULER werd in betrekkelijk korte tijd van ongeveer een eeuw bekroond met de verovering van een immens nieuw gebied. Het kan echter niet worden ontkend, dat de nieuwe wapens nog lang niet de gewenste perfectie hadden bereikt, zodat deze pioniersarbeid vaak met de hakbijl op min of meer onbehouden manier moest plaats vinden. Deze uiterst belangrijke periode vond haar voorlopige afsluiting bij de overgang van de 18e in de 19de eeuw. Zij bereikte daarbij gelijktijdig een culminatiepunt. Het ruwe gevecht met de hakbijl had plaats gemaakt voor het veel meer verfijnde gevecht met de degen, welke vooral door de drie onsterfelijke Franse musketiers LAPLACE, LAGRANGE en LEGENDRE met onnavolgbare zwier en raffinement en met bewonderenswaardige virtuositeit werd gehanteerd.

De Franse revolutie en de Napoleontische oorlogen vormden ook hier een duidelijke scheidingsgrens. De daaropvolgende 19de eeuw toonde in de ontwikkelingsgeschiedenis van onze wetenschap een totaal verschillend karakter. Het pionierswerk en de veroveringszucht van de 18de eeuw maakte plaats voor een tijdperk van meerdere bezinning. De zegetocht ter verovering van nieuwe gebieden werd allerminst stopgezet, maar men begon terecht grotere aandacht te besteden aan de vooraf te vaak verwaarloosde fundamenten van de nieuwe rekenmethoden. Men kan spreken van een tijdperk van stabilisatie, of om in de modernste formulering te vervallen, van een „afkoelingsperiode”. Onder de invloed van de allesoverheersende figuur van de „princeps mathematicorum” CARL FRIEDRICH GAUSS, en van de jong gestorvene geniale NIELS HENRIC ABEL, en vooral van CAUCHY werd de zware en belangrijke taak opgevat om de enigszins wankele ondergrond van het nieuw veroverde gebied zo goed mogelijk te verstevigen. Existentie- en onmogelijkheidsbewijzen deden haar intrede. De zo machtige complexe functietheorie, reeds in de kiem aanwezig bij Gauss, werd tot een monumentaal bouwwerk onder de bekwame handen van CAUCHY, RIEMANN, WEIERSTRASS en tal van anderen. Door LEJEUNE-DIRICHLET, RIEMANN, HADAMARD, DE LA VALLÉE-POUSSIN en LANDAU werden de nieuwe methoden zelfs met succes toegepast op vele vóór die tijd ontoegankelijke en onoplosbare problemen der analytische getallentheorie. Hierbij mag echter niet worden verzwegen, dat elke moeizame opening van een

nieuwe deur ons voerde in een ander vertrek, afgesloten door een deur, waarvan de opening nog moeilijker bleek, waarvan nog steeds tevergeefs de opening wordt tegemoetgezien. Voor insiders is in dit verband de vermelding van „het vermoeden van RIEMANN” veelzeggend genoeg.

Intussen zijn wij de eeuw genaderd, waarin wij heden nog leven. Onze tocht met zevenmijlslaarzen belet ons om stil te staan bij de talrijke belangrijke momenten, die ik gaarne vermeld zou hebben. Twee figuren mogen echter zeker niet onvermeld blijven, omdat zij toonaangevend waren bij de overgang van de 19de in de 20ste eeuw. Ik bedoel hier DAVID HILBERT en HENRI POINCARÉ. Op het internationale wiskundecongres in Parijs in 1900 heeft HILBERT de wiskundige wereld een 23-tal machtige, hoogst belangrijke problemen voorgelegd, die op dat ogenblik nog niet waren opgelost. Deze vragen hebben in onze eeuw aanleiding gegeven tot uitgebreide, diepgaande onderzoekingen, die in enkele zeldzame gevallen tot een *volledige* oplossing mochten voeren, in andere gevallen tot een gedeeltelijke, maar zeker de helft wacht nog heden ten dage op de oplossing.

HENRI POINCARÉ, één van de grootste topfiguren, van het kaliber van een GAUSS, beheerste een geweldig uitgebreid gebied van de wiskunde. Bovenal was hij een grootmeester op het gebied van de mechanica der hemellichamen, d.w.z. de uitwerking van de gravitatie-theorie van NEWTON in haar fijnste consequenties.

Deze grootse problemen vormen naar mijn smaak het nobelste gebied van toepassing van de analyse, en leveren een onuitputtelijke bron van inspiratie tot nieuwe wiskundige onderzoekingen. Het is daarom niet te verwonderen dat in de 18e en 19e eeuw alle grote figuren sedert NEWTON, vooral LAPLACE, LAGRANGE en GAUSS zich intens tot dit onderzoek hebben aangesloten, om niet te zeggen, daarin hun levenstaak hebben gevonden.

Eclatante, tot de hele wereld sprekende successen werden hier bereikt. Helaas moet ik hieraan toevoegen, dat POINCARÉ tot de laatste hoofdvertegenwoordigers van dit illustere gilde moet worden gerekend. Ik hoop straks nog gelegenheid te kunnen vinden om op deze even merkwaardige als betreurenswaardige kwestie uitvoeriger terug te komen.

Intussen zijn wij genaderd tot het tijdperk van de eerste wereldoorlog, waarmede voor mij persoonlijk het tijdstip is aanbroken, waarop ik begonnen ben de verdere ontwikkelingsgang van de wiskunde intens aan den lijve mee te maken. Het voorgaande moogt U als een (overigens onmisbare) inleiding beschouwen. Ik zal daarom trachten dit tijdvak van de afgelopen halve eeuw U op te dissen als een mixture van algemene gebeurtenissen en eigen ervaring. Dit laatste tijdvak, dat toch niet minder dan een zesde deel van de ontwikkelingsgeschiedenis van de analyse vormt, behoort werkelijk tot de meest bewogen tijdvakken van deze ontwikkeling. Dit tijdvak valt weer uiteen in twee vrijwel gelijke delen, gescheiden door de verschrikkelijke wereldoorlog, een duister tijdperk, waarin een groot deel van de wetenschappelijke vooruitgang tijdelijk werd lamgelegd. Beide tijdsdelen van ruim twintig jaar zijn gekenmerkt door grote evenementen, in meerdere of mindere mate van buitenaf, welke hun stempel zwaar op de ontwikkelingsgang der wiskunde hebben gedrukt. Als *het* belangrijkste evenement van buitenaf gedurende het eerste tijdsgewricht beschouw ik nadrukkelijk de grootse conceptie van ALBERT EINSTEIN in 1916, de algemene relativiteitstheorie, met als belangrijkste tak de *gravitatie-theorie*. Het is moeilijk te beschrijven, hoe diep de indruk was, die reeds de eerste resultaten van deze machtige theorie op ons maakten. Het bleek dat deze theorie vanuit hogere beginselen in eerste benadering voerde tot de klassieke, voor ons vertrouwde attractie-theorie van NEWTON, maar bovendien bij tweede benadering op ongedwongen wijze een essentiële (zij het ook microscopische) verbetering van deze theorie leverde, waardoor o.a. uiterst kleine afwijkingen tussen de meest verfijnde berekeningen van de hemelsmechanica en de waarneming, uiterst gering, maar sedert meer dan 60 jaar ondubbelzinnig vastgesteld, onverklaarbaar met de klassieke theorie van NEWTON, in deze verbeterde theorie een volkomen natuurlijke, ongedwongen verklaring vonden, met een resultaat dat numeriek tot in de kleinste finesses met de geconstateerde afwijking overeenkwam. De invloed van deze ontdekking was zelfs op de grote massa, (die van de details niets begreep) overweldigend, enigszins te vergelijken met die van de Beatles, de Europa-cup of de Tour-de-France, maar veel duurzamer. Meer wetenschappelijk gezien toonde de situatie een sterke mate van overeenstemming met

het bovengeschetste tijdperk van NEWTON (1666–1687), maar er was één essentieel verschil. De kwantitatieve uitwerking van de theorie had van NEWTON vereist het smeden van een nieuwe wapenrusting en een moeizame arbeid van twintig jaar; voor EINSTEIN was dit niet nodig. De opgeworpen theorie kon in luttele jaren tot een zeer volledige mathematische uitwerking worden gevoerd, omdat alle benodigde nieuwe wapens reeds ongeveer 50 jaar aanwezig waren, en lagen te roesten in de stoffige arsenalen der wetenschap, waaruit ze gelukkig nog bijtijds werden bevrijd door EINSTEIN en de zijnen. Wat toch was er gebeurd?

Nadat reeds de meergenoemde RIEMANN, meester op alle wiskundige wapens, maar functietheoreticus par droit de naissance, in zijn klassiek geworden Habilitationsvortrag in 1854 onder de titel: „Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen” een ruwe schets had gegeven van de ontwikkeling van de differentiaalmeetkunde in  $n$  afmetingen (tussen haakjes een even doorwrochte als briljante speech, waarbij de enthousiaste 77-jarige GAUSS zich onder het illustere gehoor bevond) werd deze schetsmatige ontwikkeling in uitgebreid mathematische vorm uitgewerkt in de eerste plaats door de Duitser CHRISTOFFEL (1869) maar bovenal in een weergaloze volledigheid door de geleerden van de Italiaanse school, BELTRAMI (in dezelfde tijd), BIANCHI, maar bovenal, speciaal wat de *formele* uitwerking betreft, door RICCI (vanaf 1884). Toen het onderzoek tot een behoorlijke afsluiting was gekomen omstreeks 1901, werd een fraaie samenvatting opegesteld door RICCI en LEVI-CIVITA en daarna . . . in de ijskast der vergetelheid opgeborgen, volmaakt onbewust van de toekomstige ontwikkeling, welke na  $\pm 15$  jaren deze onderzoekingen tot een ongekende bloei zou brengen.

Want het waren juist deze vergeten ontwikkelingen, welke de uitgezochte wapens leverden voor het door EINSTEIN verlangde gebruik. Door deze te voorschijn te toveren, kon de algemene relativiteitstheorie in een ommezien tot een bevredigende mathematisch uitgewerkte vorm worden voltooid.

Nu bezitten vele mathematici de hebbelijkheid, welke in de psychologie met „overcompensatie” wordt aangeduid. Wanneer de slinger te ver naar één kant is doorgeslagen, trachten ze dit gebrek op te heffen door hem (in den regel teveel) naar de andere kant te doen uitwijken. Zo geschiedde het ook in dit

geval. Had de zo belangrijke, aantrekkelijke meerdimensionale differentiaalgeometrie zich vóór 1916 lang niet in die belangstelling mogen verheugen, welke haar rechtens toekwam, na dit moment werd deze schade ruimschoots ingehaald, en binnen enkele jaren verscheen er op dit terrein een ware lawine van publikaties, waaronder zeer belangrijke, en op vrijwel alle grote internationale wiskundecongressen van de twintiger en dertiger jaren voerde de meer-dimensionale differentiaalmeetkunde de boventoon. Het gros van deze publikaties vertoonde echter dit gemeenschappelijk kenmerk (mag ik zeggen „bezwaar”?), dat de daarin ontwikkelde theorie veel en veel verder ging dan voor de behoefte der EINSTEIN-theorie was gewenst. Het contact met het concrete toepassingsgebied ging verloren, en daardoor was dit fraaie spel met de RICCI-rekening tenslotte gedoemd om nagenoeg dood te lopen, zodat de eenmaal zo onstuimig bruisende stroom heden ten dage nog slechts rustig voortkabbelt in een kalm beekje, onder de naam van „tensor-analyse”, door een landschap, dat niet door velen wordt bezocht, maar waarin zij toch haar verkwikkende kracht kan schenken aan andere waardevolle wetenschappen, zoals o.a. de elasticiteitstheorie. Wie kan hier in de toekomst zien? Zou dit beekje nog verwachten in zijn verdere stroomloop van buitenaf de krachtige impuls te ontvangen van een nieuwe zijrivier, een toekomstige super-EINSTEIN, om de door EINSTEIN bij herhaling aangeraakte, maar onvoltooid gelaten „eenheids-veldtheorie” in zich op te nemen? De bedding voor deze stroom ligt reeds gereed.

Had deze grote beweging nog invloed op het interne leven op wiskundig gebied aan onze T.H.? zult ge vragen. Oppervlakkig gezien niet heel veel, maar er waren onmiskenbare aanrakingspunten. Tot de meest produktieve en scherpzinnige auteurs op het zoëven geschetste gebied behoorde (behoort!) onze J. A. SCHOUTEN, die sedert 1914 hoogleraar was aan onze T.H. Een van de belangrijkste werken op het voormelde gebied is het beroemde, door hem in 1924 gepubliceerde werk „Der Ricci-Kalkül” (toegewijd aan RICCI bij de gelegenheid van diens 70sten verjaardag.) Als persoonlijke bijzonderheid mag ik misschien hierbij vermelden, dat ik op de allereerste dag van mijn studie in Delft, op den 2de oktober 1914 in de namiddag de intreedere van SCHOUTEN mocht bijwonen, welke diepe indrukken bij mij achterliet. Enige dagen later begonnen wij zijn

colleges te volgen over het vak: „beschrijvende meetkunde”, dat zich toen nog mocht verheugen in een bijzonder hoog aanzien, en waarin toen nog twee jaar achtereen twee uur per week college werd gegeven, gecompleteerd met twee uur oefeningen per week gedurende twee jaar. Ik moet U hierbij eerlijk opbiechten, dat de *omvang* van dit ruim opgezette programma, relatief gezien t.o.v. het toen reeds door mij *veel* belangrijker geachte vak, de analyse, dat het volgens de geijkte traditie met een college van vier uur per week gedurende twee jaar moest stellen, een min of meer verbijsterende indruk op mij maakte. Ik moet er echter onmiddellijk aan toevoegen, dat deze verbijstering spoedig zou plaats maken voor een diepe en blijvende bewondering, toen ik enige van zijn meeslepde, diepgaande colleges had meege maakt. In een ommezien heeft hij mij daardoor bekeerd tot een enthousiast aanhanger en beoefenaar van deze waardevolle ingenieurswetenschap, die speciaal in het tweede jaar culmineerde in een bijzonder elegant, aantrekkelijk spel met regelvlakken en raccorderende tweedegraadsoppervlakken. De komst van SCHOUTEN in Delft deed spoedig een frisse wind waaien door het enigszins conservatieve wiskundeprogramma van de propaedeuse. In het programma van 1915 introduceerde hij op uitgebreide schaal het nieuwe vak „vectoranalyse”, met een algemeen en verplicht college + een bijzonder college op hoger niveau, dat vrij was. Een jaar later gaf hij in de avonduren een druk bezocht college over projectieve meetkunde. Hoewel spoedig daarna door mij de band met Delft met een bloedend hart werd verbroken, is het mij bekend, dat enige jaren later de infiltratie van de hogere jaren met wiskunde-colleges van hoger niveau op bescheiden schaal werd voortgezet. Ook andere inmiddels nieuw benoemde hoogleraren toonden hun enthousiasme voor dit denkbeeld, en zo begonnen functietheorie en partiële differentiaalvergelijkingen op bescheiden schaal hun intrede te doen. Vooral BREMEKAMP toonde zich in dat opzicht diligent. Wat de meer directe invloed van de vroeger geschetste geweldige opleving van de differentiaalmeetkunde van meer afmetingen betreft, kan ik alleen mededelen, dat SCHOUTEN erin slaagde meerdere buitengewoon begaafde leerlingen van buiten aan te trekken, die als zijn assistenten, geheel in deze richting werden opgekweekt, en een grote naam hebben verworven. Van hen wil ik in het bijzonder noemen: D. J. STRUIK, J. HAANTJES, D. VAN

DANTZIG en W. VAN DER KULK. De tweede en derde van de genoemden zijn helaas reeds overleden.

De twaalf jaren welke aan de tweede wereldoorlog voorafgingen, vormden een tijdperk van grote malaise in de wereld, niet in het minst in ons land. Deze malaise spiegelde zich duidelijk af in de dichtheid van de studentenbevolking aan onze T.H. Er zat weinig vooruitgang in dit aantal, dat meestal fluctueerde om bedragen in de buurt van 1800–1900. In 1939–1940 was dit bedrag 1776. En dit geringe aantal werd in hun wiskundige behoeften reeds verzorgd door zeven hoogleraren.

En nu naderen wij tot de bespreking van het laatste gedeelte, het tijdperk na de tweede wereldoorlog, een tijdperk waarin het patroon van de ontwikkeling der wiskunde radicaal verschilt van dat van vóór de oorlog, een tijdperk waarin vooral de *maatschappelijke* betekenis van de wiskunde veel meer tot het begrip van de mensheid is doorgedrongen, waardoor ook de publieke waardering voor onze ten onrechte al te vaak versmadede, vermaledijde wetenschap in een luttel aantal jaren aanmerkelijk is gestegen.

Tal van impulsen van buitenaf hebben tot deze verandering meegewerkt. Ik zou kunnen vermelden: de stormachtige ontwikkeling van de kernfysica, de eerste symptomen en plannen van de ruimtevaart, maar bovenal de ontwikkeling van de elektronische rekenmachine, de computer. Vooral de invloed van deze laatste factor op de evolutie van het wiskundeonderwijs aan onze T.H. kan moeilijk worden onderschat. Ik sprak U reeds over progressieve pogingen tot uitbreiding vóór de oorlog. Kort vóór, en gedeeltelijk tijdens de oorlog werd reeds door de onvergetelijke VAN DANTZIG een bijzonder vergaand programma opgesteld, maar de tijd en omstandigheden waren toen nog allerminst rijp om zelfs aan gedeeltelijke verwezenlijking te denken. Onmiddellijk na de oorlog mocht ik mijn functie aan deze T.H. aanvaarden, en een van de eerste gunstige momenten, die ik mocht meemaken, was gelegen in het feit, dat onze onderafdeling er toe kon besluiten om schoorvoetend enkele onderdelen van het gevormde plan te verwerkelijken. Als gevolg daarvan deed de numerieke analyse en de waarschijnlijkheidsrekening haar intrede. voorlopig nog met een uiterst beperkt aantal college-uren.

De belangstelling voor deze nieuwe college's was overweldigend.



Aangemoedigd door dit voorlopige succes meenden enkele optimisten onder ons inmiddels sterk aangegroeide hoogleraarscorps aan de verre horizon voortekenen van een mogelijke autonome wiskundige opleiding te ontwaren, maar men ontveinsde zich niet de talloze moeilijkheden, die daarbij nog moesten worden overwonnen, en welke de eventuele verwezenlijking nog op de zeer lange baan zouden schuiven. Maar een gelukkige omstandigheid deed zich voor in 1952, toen onze afdeling versterkt werd door de benoeming van onze jonge collega, TIMMAN. Toen hij goed en wel bij ons had wortelgeschoten, was één van zijn eerste daden, om het genoemde plan weer eens met ernst onder handen te nemen. Met jeugdige overmoed, maar met geweldige daadkracht ging hij de inderdaad vele moeilijkheden en hinderpalen te lijf, met volledige steun van de gehele afdeling, en hij mocht na zware strijd van enkele jaren het genoegen maken van de overwinning. De nieuwe afdeling, de opleiding voor wiskundig ingenieur kon worden ingesteld. De belangstelling overtrof kwalitatief en kwantitatief onze meest optimistische verwachtingen, zodat wij nu reeds na een tiental jaren, voor korte tijd onze honderdste wiskundige ingenieur konden afleveren, terwijl wij ook reeds meerdere promovendi onder onze adepten mochten tellen. Geachte aanwezigen, de lust bekruipt mij, om U nog verder bezig te houden met de glorierijke lotgevallen van onze nog zo jeugdige afdeling maar de tijd dringt mij, om mij te beperken tot enkele opmerkingen over de evolutie van de wiskunde in breder verband. De invoering en het gebruik van de computers betekende een ware omwenteling in de toepassingen van de wiskunde. Allerlei berekeningen, waarvan de schematische gang reeds lang bekend was, maar waarvan de praktische uitvoerbaarheid voordien ondoenlijk was, wegens de exorbitante tijd, welke daarvoor vereist was, werden nu uitvoerbaar, in een redelijke, vaak verrassend korte tijd. Ik denk hierbij gaarne aan de ingewikkelde storingsberekeningen uit de mechanica der hemellichamen. De numerieke analyse bereikte eerst haar volle wasdom na de tweede wereldoorlog, maar ik acht het van belang, erop te wijzen, dat het hier niet ging om een totaal nieuwe wetenschap, maar veeleer om de opleving en de opbloei van een tak der wiskunde die reeds in de 19e eeuw met groot succes werd beoefend door de theoretische astronomen. Er is nog een bijzonder aspect in de moderne wiskundige op-

vattingen, dat ik onmogelijk onbesproken kan laten. Dit vertoonde zich reeds duidelijk in de dertiger jaren, maar het heeft zich met verdubbelde kracht gemanifesteerd na de oorlog. Ik denk hier aan de sterke neiging tot abstractie, tot een zich terugtrekken op eenvoudige, zo algemeen mogelijke beginselen, die concretisering in velerlei richting mogelijk maakt. Op onnavolgbaar fraaie, bloemrijke wijze is dat voor enige jaren uitgedrukt door mijn hooggeschatte vriend en collega BOTTEMA, en ik kan daarom niet beter doen, dan deze woorden hier weer te geven, die ik van ganser harte onderschrijf, n.l.:

„Dat is wiskunde van boven de boomgrens, waar de lucht ijl en het uitzicht ver is; de omgeving levert niets op maar men vindt er het kristalzuivere ijs der gletschervelden, waaruit de rivieren ontstaan die van nut kunnen zijn voor het kaas- en broodvolk in de laagvlakte”. Tot zover BOTTEMA.<sup>1)</sup> Inderdaad zijn deze hooggelegen bergtoppen gebieden, die ook voor de meer tot het concrete geneigde mathematicus grote bekoring kunnen hebben. Hij zal daar gaarne enige tijd vertoeven, ze bij herhaling bezoeken, maar de omgeving lokt hem zeker niet voldoende om daar zijn verdere leven te slijten. Hij zal de voorkeur geven aan de machtige stroom in de benedenloop, in de laagvlakte, die ook zijn esthetische bekoring bezit, en die bovendien de kracht en de macht bezit om de trotse zeekastelen naar 's werelds grootste haven te voeren. Mag ik in aansluiting op deze opmerkingen wellicht even herinneren aan het merkwaardige en verheugende feit, waarop ik reeds mocht wijzen bij een voorafgaande gelegenheid, toen ik voor bijna een half jaar het genoegen had van deze zelfde plaats het woord tot u te richten? Ik wees er toen op, dat enkele van de *topfiguren* (zowel in letterlijke als figuurlijke zin), figuren, die wij in gedachten een vaste plaats op deze ontoegankelijke bergtoppen hadden willen toekennen, het niet beneden zich hebben geacht, om tijdens en na de tweede wereldoorlog af te dalen in de beter toegankelijke laagvlakte, waar zij getoond hebben, zich buitengewoon goed thuis te voelen.

Geachte aanwezigen. Gaarne had ik nog gesproken over de vele moeilijkheden, die ook de moderne wiskunde ontmoet in verband met de zich steeds uitbreidende wetenschap en de daaraan verbonden onvermijdelijke differentiatie en specialisatie; en verder over de pogingen om deze moeilijkheden het hoofd te bieden, zoals:

<sup>1)</sup> O. BOTTEMA: „Wat te bewijzen was”. (Voordracht gehouden in de Alg. Verg. van de Holl. Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem, 1962).

1. de verwerpelijke tactiek van de verschroeide aarde, een tactiek waaraan de Bourbakisten niet geheel onschuldig zijn: vernietigen van alles wat ouder is dan  $\pm 50$  jaar. Allerlei aantrekkelijke, levenswekkende objecten, die vaak de poëzie, de charme, de muziek van de wetenschap uitmaken, worden bedreigd met algehele vernietiging.

2. de meer voorzichtige en meer aanbevelenswaardige tactiek van: „onderzoek alle dingen en behoud het goede”. Zorgvuldig wordt in de tuin der wetenschap gewied, waarbij onkruid, misgewassen en ongewenste woekeringen worden weggenomen, maar de levende bloeiende kern zorgvuldig wordt gespaard.,

3. De meest nobele, aanbevelenswaardige tactiek der overkoepeling. Men zoekt de gemeenschappelijke grondbeginnelen, en tracht deze te verenigen, waardoor meerdere takken van de wiskunde vaak vanuit één gemeenschappelijk gezichtspunt kunnen worden benaderd. (Voorbeelden: functionaal-analyse, topologie)

Ik moet echter weerstand bieden aan deze verleiding, daar ik meen, reeds te lang Uw gewaardeerde aandacht op de proef te hebben gesteld. Laat mij daarom eindigen met de optimistische conclusie, dat onze wetenschap, „bewundert viel, und viel gescholten”, in het laatste achter ons liggende tijdsgewricht wel bijzonder de wind mee heeft gehad. De belangstelling voor, en de toepassing van de wiskunde is meer dan ooit in alle delen van de wetenschap (en lang niet alleen  $\beta$ -wetenschappen) en in diverse lagen van de maatschappij doorgedrongen.

En op gevaar af, dat mij het verwijt zal treffen (zoals vroeger op volkomen onverdiende wijze vaak het geval is geweest, *echter nimmer in mijn Delftse tijd*) het verwijt, dat ik de wiskunde zo hopeloos overdreven ophemelde, wil ik eindigen met als afscheidsgroet en heilwens in het bijzonder aan mijn collega's en vakgenoten, maar ook aan mijn leerlingen en geestverwanten, de woorden aan te halen, welke de grote SCHILLER heeft gewijd in het bijzonder aan de kunstenaars, maar welke woorden ook van eminente toepassing zijn op de beoefenaars van, en de docenten in die andere kunst, de *mathematica* (letterlijk vertaald de alomvattende wetenschap, de „*wisconst*” bij Simon Stevin)

„Der Menschheit Würde ist in eure Hand gegeben,  
Bewahret sie!

Sie sinkt mit euch! Mit euch wird sie sich heben!”

(Ik heb gezegd)